

ANÁLISE DE RISCO APLICADA AO DIMENSIONAMENTO E
AVALIAÇÃO DE DESEMPENHO DE OBRAS HIDRÁULICAS
NO SEMI-ÁRIDO NORDESTINO

VINCENTE DE PAULO FERREIRA BARBOSA VIEIRA

Tese apresentada no Concurso para Professor Titular do Departamento de Hidráulica do Centro de Tecnologia-UFC, no setor de estudos Economia e Planejamento de Recursos Hídricos.

1 9 9 2

R E S U M O

O presente trabalho tem por objetivo mostrar a importância e a aplicabilidade da Análise de Risco no dimensionamento e avaliação de desempenho de obras hidráulicas, com estudo de casos voltados para a realidade nordestina.

Considerações são feitas sobre os riscos que permeiam toda a atividade humana, e em especial a que se relaciona à Engenharia de Recursos Hídricos. A revisão bibliográfica per-passa os diferentes métodos de estimativa dos riscos; e procura-se enfatizar o interesse de uma análise global, envolvendo risco, custo e benefício.

Os exemplos apresentados mostram a exequibilidade da abordagem probabilística, concluindo-se pela recomendação de estudos e pesquisas de aprofundamento, no sentido de incorporar, pouco a pouco, no exercício profissional dos engenheiros hidráulicos, a prática da Análise de Risco, como ferramenta in-dispensável à compreensão realista das obras de Engenharia e seus impactos na sociedade.

Abstract

This paper has the purpose of showing the importance and applicability of Risk Analysis in the sizing and performance evaluation of hydraulic works, presenting case studies geared to the Northeastern reality.

Considerations are made about the risks that encompass the entire human activity, particularly the one related to Water Resources Engineering. The bibliographic review looks into the various methods of risks estimate; and one tries to emphasize the interest for a global analysis, involving risk, cost and benefit.

The examples presented show the factibility of the probabilistic approach, concluding by recommendations of studies and researches to be advanced, in order to incorporate, little by little, in the professional practice of hydraulic engineers, the use of Risk Analysis as a necessary instrument for the realistic understanding of Engineering works and its impacts on society.

Í N D I C E

1. INTRODUÇÃO.....	01
1.1. Riscos em geral.....	01
1.2. Riscos em Engenharia.....	02
1.3. Riscos em Recursos Hídricos.....	03
1.4. Objetivo do trabalho.....	04
2. REVISÃO DE LITERATURA.....	06
2.1. O Reconhecimento dos Riscos.....	06
2.2. A Estimativa dos Riscos.....	09
3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	13
3.1. Integração Direta.....	13
3.2. Simulação Monte Carlo.....	15
3.3. Índice de Confiabilidade.....	16
3.4. Método MFOSM.....	19
3.5. Método AFOSM.....	20
3.6. Método PEM.....	29
3.7. Análise Risco-Custo-Benefício.....	32
4. ESTUDO DE CASOS.....	34
4.1. Avaliação Probabilística de Estabilidade de Taludes de uma Barragem de Terra (Risco Físico de deslizamento).....	34
4.2. Comportamento Hidráulico de Sangradouro de Barragem (Risco Físico de Incapacidade de Escoamento).....	48
4.3. Avaliação Econômica Probabilística de Obras de Proteção contra Inundações (Risco Econô- mico).....	59

4.4. Análise Benefício-Risco de Diques de Proteção contra Inundações (Risco Físico e Econômico).....	71
5. CONCLUSÕES GERAIS E RECOMENDAÇÕES.....	84
5.1. Conclusões Gerais.....	84
5.2. Recomendações.....	85
6. BIBLIOGRAFIA.....	87

1. INTRODUÇÃO

A vida humana, em todas as suas atividades e facetas, é permanentemente submetida a um complexo conjunto de riscos, compreendendo desde os riscos biológicos de doenças, mutilações e morte, até os riscos de mau desempenho profissional, frustrações empresariais, degradação social, deterioração ambiental, para não citar os de caráter ético, moral ou espiritual.

A convivência com esses riscos e a busca de sua minimização é, por assim dizer, a grande motivação de nossa existência.

Assim, o reconhecimento, a qualificação, e, se possível, a quantificação dos mesmos, passam a ser objeto de análise científica, incorporando-se, pouco a pouco, ao processo de decisão de todos os nossos atos.

Entenda-se, desde já, para os efeitos deste trabalho, que o risco é definido como a probabilidade de ocorrência de um evento considerado indesejável.

1.1. Riscos em geral

Podemos afirmar que os riscos, em seu sentido mais amplo, têm apenas duas origens: ou são impostos pela natureza, ou são gerados pelo próprio Homem.

Os riscos naturais são, evidentemente, aqueles relacionados aos fenômenos naturais nocivos ao Homem, tais como vulcões, abalos sísmicos, furacões, secas, inundações.

Os riscos provocados pelo Homem são aqueles decorrentes de seus próprios atos, atividades, ou obras e que redundam, quer no agravamento dos riscos naturais, quer na criação de riscos artificiais específicos. É o caso de acidentes nos meios de transporte, desmoronamento de estruturas, funcionamento inadequado de serviços, desconforto ambiental, desempenho insatisfatório de planos, programas e projetos de qualquer espécie.

1.2. Riscos em Engenharia

Tratando-se de Engenharia, os riscos estão basicamente associados à resistência dos materiais, à estabilidade das estruturas e ao desempenho de máquinas, equipamentos e instalações, quer sob o ponto de vista operacional, quer sob o ponto de vista do atingimento dos objetivos pré-estabelecidos, sejam eles econômicos, sociais ou ambientais.

Uma obra de Engenharia é, na realidade, uma peça criada pelo Homem, para prestar-lhe determinado serviço. Nela estão embutidas inúmeras incertezas, envolvendo materiais, funcionabilidade; dados, medidas e observações; modelos físicos e matemáticos; processos construtivos; métodos de avaliação e análise. De forma que não se saberá nunca, ao certo, a performance que irá ter, na prestação do serviço para o qual foi projetada. As noções de confiabilidade e risco, complementares entre si, servirão de base para a estimativa do grau de indeterminação inerente a cada caso.

Tradicionalmente, a Engenharia Civil, por exemplo, vem enfrentando os riscos e incertezas que lhe são próprios, através dos chamados coeficientes de segurança.

Em princípio, qualquer sistema de Engenharia está sujeito a dois tipos de condicionamento: de um lado as solicitações, cargas, esforços, ou demandas que lhe são impostos, e de outro, a sua capacidade de resistência, reação ou oferta.

Se chamarmos de S o conjunto das solicitações e de C a capacidade total do sistema, o que se busca é que, para qualquer obra, C seja sempre maior ou igual a S .

A solução tradicional tem sido a de considerar, nos projetos, $C = kS$, sendo $k (>1)$ o coeficiente de segurança, assumindo valor tanto maior quanto maiores as incertezas na avaliação de C e S .

A tendência atual é a de se procurar quantificar o risco K ou a confiabilidade G , ou seja, calcular

$$K = P[k < 1] \quad (1.1)$$

$$G = P[k \geq 1] \quad (1.2)$$

1.3. Riscos em Recursos Hídricos

Na área de Engenharia de Recursos Hídricos, assumem papel preponderante os riscos associados aos fenômenos hidrológicos, ao funcionamento hidráulico dos equipamentos e à estabilidade das estruturas submetidas a esforços hidrostáticos e hidrodinâmicos.

Tem-se, portanto, de um lado os riscos de ineficiência hidrológica, hidráulica e estrutural, e do outro, os riscos de ineficácia no cumprimento dos objetivos gerais das obras.

É evidente que esses tipos de risco têm desdobramentos quase ilimitados, mormente se incorporarmos o problema da qualidade da água e os impactos dos projetos no crescimento econô

mico, no bem-estar social e na preservação ambiental.

De uma maneira pragmática, podemos enquadrar os casos típicos dos projetos hídricos na mesma situação de confronto entre as solicitações S e a capacidade C já mencionados. Se não, vejamos: quando se tratar do dimensionamento de seções hidráulicas, as solicitações S significarão as vazões afluentes e C a real capacidade de escoamento da seção; quando se tratar de obras de proteção, as solicitações S serão as vazões de cheias possíveis de ocorrer e C a vazão máxima que a obra é capaz de controlar; quando se tratar de eficiência econômica, as solicitações S serão os custos da obra e C a capacidade econômica, medida pelos benefícios dela decorrentes. Neste último caso, $C-S$ seria equivalente aos benefícios líquidos e a probabilidade de assumir valores negativos corresponderia ao risco econômico do projeto.

1.4. Objetivo do trabalho

Pretende-se, neste trabalho, mostrar a viabilidade prática da aplicação da Análise de Risco, na condução dos problemas rotineiros de dimensionamento e avaliação de desempenho de obras hidráulicas no Nordeste brasileiro, mesmo sem a ampliação ou aprofundamento dos estudos básicos normalmente efetuados.

Claro está que a melhoria desses estudos, feita de forma direcionada à abordagem estatístico-probabilística, certamente conduzirá a resultados mais apropriados e mais confiáveis.

O que se deseja demonstrar é a exequibilidade da in -

trodução da visão probabilística na concepção das obras hidráulicas, em substituição à pseudo-exatidão da solução determinística, sempre irrealista e por vezes enganosa.

Exemplos de aplicação serão apresentados, utilizando-se projetos de obras públicas do Estado do Ceará, acrescidos de um exercício puramente acadêmico, sempre com o intuito de provar a simplicidade e o alcance da abordagem probabilística em casos concretos e objetivos.

Serão os seguintes os casos analisados:

- . Estabilidade de taludes da barragem do Açude Atalho - risco físico de deslizamento durante a construção.
- . Desempenho hidráulico do vertedor do Açude Serafim Dias - risco físico de incapacidade de escoamento.
- . Dique de proteção contra inundações - risco econômico associado ao nível de proteção adotado.
- . Diques de proteção do Baixo Jaguaribe - Área irrigada - riscos físico e econômico: dimensionamento "ótimo".

2. REVISÃO DE LITERATURA

2.1. O Reconhecimento dos Riscos

Citemos, inicialmente, as palavras de KAVAZANJIAN et al. (1983), no trabalho apresentado no Seminário sobre Métodos Probabilísticos em Engenharia Geotécnica:

"Probabilistic Methods present a powerful new tool which incorporates more information into the safety assessment than factor-of-safety methods".

Esclarecem, ainda, os citados autores, que há duas maneiras de incorporar as incertezas: atribuindo distribuições de probabilidades aos parâmetros básicos que compõem o problema e fazendo sua propagação até a função-objetivo desejada, em geral (C-S) ou C/S; ou estabelecendo distribuições diretamente para as funções agregadas C e S.

Segundo KROUSE (1986) as principais desvantagens dos métodos determinísticos convencionais, de padrões ou coeficientes-de-segurança, são as seguintes:

- . a eficiência econômica relativa a cada padrão não é conhecida;
- . os padrões podem não representar a mais nova ou mais recente tecnologia;
- . os padrões podem ter sido estabelecidos sem base racional ou com dados inadequados;
- . os padrões não exigem uma definição clara do problema, diferentemente da análise de risco formal.

No dizer de SCHILLING (1986), "o desafio para o engenheiro-planejador será desenvolver novos e significativos meios para injetar seu conhecimento neste processo mais amplo de avaliação de risco, o qual surge como uma tendência que veio para ficar, por causa das restrições orçamentárias e outras limitações ao desenvolvimento".

Na área específica de recursos hídricos, enfatiza Y. HAIMES (1981) serem os projetos quase sempre "planejados, projetados, construídos, operados e mantidos, sob condições de riscos e incertezas". E aponta alguns problemas típicos com riscos associados:

- . contaminação de aquíferos e águas superficiais;
- . chuvas ácidas;
- . acidentes estruturais e segurança de barragens;
- . cheias;
- . secas;
- . desertificação;
- . espécies ameaçadas.

Sob o ponto de vista do confronto entre solicitações e capacidade dos sistemas hídricos, DUCKSTEIN e BERNIER (1986) citam alguns exemplos interessantes, retratados no quadro 2.1.

No caso particular das barragens, podemos considerar ainda, em termos estruturais, as cargas internas e externas de um lado, e a capacidade de resistência dos materiais, de outro. De acordo com KNOESEN (1989), as principais causas de falhas do maciço das barragens de terra são a excessiva erosão devida ao transbordamento ou ao fenômeno do "piping", ou ainda a instabilidade dos taludes. Sabemos, no entanto, que a incorporação do conceito de risco no processo de decisão,

embora necessária, se dará de forma lenta. A esse respeito, diz LEO EISEL (1981):

"I am not very sure in the next twenty-five years that we are going to have many decision-makers who really understand the concept of a standard deviation..."

E defende, por isso mesmo, a utilização de "very simple-minded models for incorporating consideration of risk and uncertainty into real world situations".

QUADRO 2.1. - Exemplos de Solicitações e Capacidade.

Tipo de Problema	Solicitações	Capacidade
Diques de proteção	Nível de cheia	Altura do dique.
Barragens	Duração de cheia	Capacidade do reservatório.
Abast. d'água	Demanda	Capacidade de suprimento.
Escavações	Pressão piezométrica	Permeabilidade das paredes.
Qualidade da água	Nutrientes, sedimentos, carga poluidora	Capacidade de tratamento, fluxo mínimo garantido.
Recreação	Número de visitantes	Capacidade das instalações.

E quando a decisão é de ordem puramente econômica, as incertezas são ainda mais abrangentes e complexas, e a consideração objetiva dos riscos torna-se mais desafiadora. No dizer de JACQUES DRÈZE (1987), "we are still a long way from operational routines for a formal analysis of economic decision problems under uncertainty". De qualquer modo, os compêndios didáticos mais recentes de Economia e Avaliação de Projetos, como é o caso de L. POMERANZ (1988) e C. BUARQUE (1988), já se

referem a variáveis econômicas aleatórias e ao uso de distribuições de probabilidades subjetivas.

2.2. A Estimativa dos Riscos

Sendo o risco medido por $P[C < S]$, podemos definir $Z = C - S$ como coeficiente de desempenho da obra ou sistema histórico, de forma que

$$P [C < S] = P [Z < 0] \quad (2.1)$$

Este coeficiente Z , às vezes chamado de margem de segurança, pode ainda, segundo YEN (1987) assumir as seguintes formas equivalentes:

$$Z = \frac{C}{S} - 1 \quad (2.2)$$

$$Z = \ln\left(\frac{C}{S}\right). \quad (2.3)$$

Se quisermos introduzir o tradicional coeficiente de segurança k , na análise probabilística, podemos fazer:

$$Z = k = C/S \quad (2.4)$$

e então $P[Z < 1]$ passaria a significar a probabilidade da obra funcionar em condições de insegurança.

A forma mais simplista de se avaliar o risco de um sistema é a análise estatística de dados históricos. Esta avaliação não requer, nas palavras de YEN (1989), "nenhum conhecimento da constituição e funcionamento das componentes do sistema", mas usualmente não pode ser realizada por "inadequa

bilidade ou falta de dados", ou ainda por não tratar-se de sistema estacionário. Exemplo interessante dessa forma de avaliação é a utilização do chamado Método do Período de Retorno, onde o evento hidrológico indesejado é associado ao intervalo de tempo médio de ocorrência T_r , e o risco K , para um período de n anos, assume a expressão:

$$K = 1 - (1 - 1/T_r)^n \quad (2.5)$$

O método mais exato para determinar $P_F = P[Z < 0]$ é através da integração direta das funções densidade de probabilidade das variáveis S e C , feita analítica ou numericamente. Essas, se não conhecidas, serão estabelecidas a partir das distribuições de probabilidades dos fatores que as compõem.

Na hipótese da impossibilidade da integração direta, o que é comumente o caso, pode-se recorrer ao Método de Simulação Monte Carlo, que pressupõe o conhecimento das distribuições de probabilidades das variáveis básicas que integram as funções S e C , e conseqüentemente Z . Diz YEN (1989) que esse método está se tornando "increasingly practical". A vantagem dessa metodologia, segundo HARR (1987), é que "the complete probability distributions of the dependent random variables are obtained".

Outros métodos se baseiam numa aproximação analítica da função Z , através de sua expansão em série de Taylor, truncando-a a partir dos termos de segunda ordem. Determinam-se a partir daí os dois primeiros momentos estatísticos da variável Z , em função dos momentos das variáveis componentes. Quando a expansão se faz em torno da média, o método é chamado

de MFOSM (Mean-value first-order second-moment). Se a expansão é feita em torno de um provável ponto de falha ($Z = 0$), o método leva o nome da AFOSM (Advanced first-order second-moment). A expansão da série, incluindo termos de segunda ordem, deverá melhorar a precisão da aproximação, e já são várias as pesquisas nesse sentido. Entretanto, o método está ainda em desenvolvimento e sua aplicação prática está sendo esperada para breve (YEN, 1989).

Reproduziremos, a seguir, um quadro comparativo dos vários métodos apontados, com relação à sua aplicabilidade, apresentado por YEN (1989).

O índice de confiabilidade β é, por definição, o inverso do coeficiente de variação de Z :

$$\beta = \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} \quad . \quad (2.6)$$

Verifica-se que β comporta-se como uma espécie de fator de segurança, ou seja, quanto maior β , maior a confiabilidade do sistema, ou menor o risco respectivo (YEN, 1987).

A esse conjunto de métodos, poder-se-ia ainda acrescentar o Point Estimate Method - PEM, defendido por M. HARR (1987), utilizável em substituição aos FOSM, quando há dificuldade na determinação das derivadas de Z . Este método substitui a distribuição contínua por pontos, fazendo analogia entre momentos de resistência mecânica e momentos estatísticos.

DRO 2.2. - Comparação de Métodos para Cálculo de Confiabilidade.

Metodo	Capacidade de levar em conta diferentes fatores	Necessidade de informação sobre as dist. de Prob. dos fatores	Complexidade na aplicação	Quantidade de computação	Cap. de estimar a confiab. total do sistema.	Adaptab. à análise risco/custo
Integração Direta	limitada	extensiva	complicada	moderada a extensiva	difícil	sim
Monte Carlo	Sim	moderada	moderadamente complicada	extensiva	computação extensiva	sim
Método de confiabilidade	sim	dois primeiros momentos estatísticos.	moderada	simples a moderada	não	não
MM	sim	apenas a distrib. combinada; para os fatores, os dois primeiros momentos estatísticos.	moderada	simples a moderada	sim	sim
M	sim	apenas a distr. combinada; para os fatores, os dois primeiros momentos estatísticos.	moderada	moderada	sim	sim
Ordem	sim	moderada	moderada	moderada a extensiva	sim	sim

3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

3.1. Integração Direta

Sejam f_s e f_c as funções densidade de probabilidade das solicitações S e capacidade C , relacionadas a um sistema hídrico:

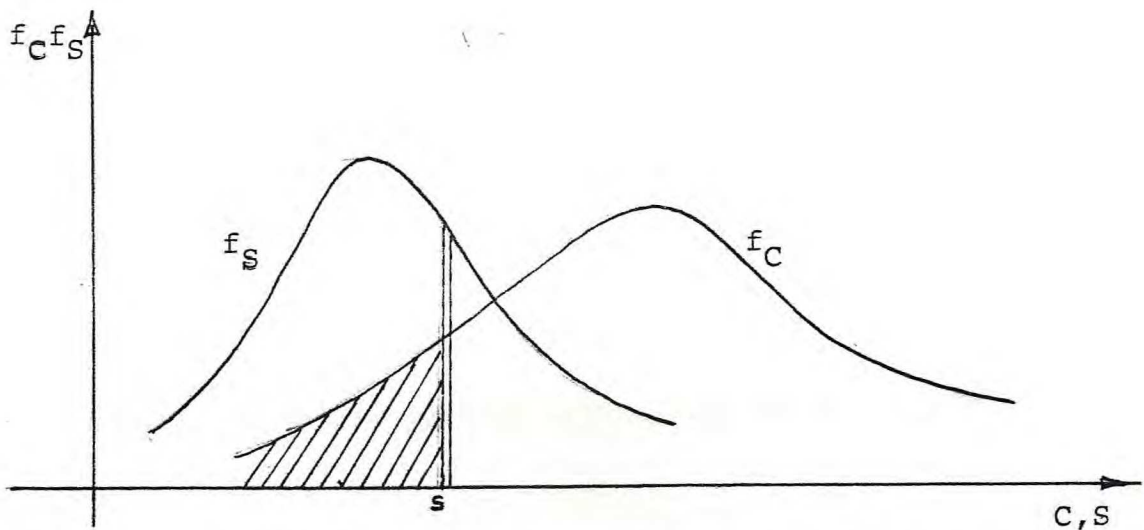


FIGURA 3.1. Funções densidade de probabilidade de C e S .

A probabilidade de falha, para um dado nível s , será dada por:

$$dP_s = P[s \leq S \leq (s+ds)] \cdot P[C < s] \quad (3.1)$$

$$dP_s = f_s(s) ds \cdot P[C < s] \quad (3.2)$$

Integrando-se, para todos os níveis de S , a probabilidade total de falha será, então:

$$P_F = \int_0^{\infty} f_s(s) \cdot P(C < s) ds \quad (3.3)$$

$$P_F = \int_0^{\infty} F_C(s) f_S(s) ds \quad (3.4)$$

$$P_F = \int_0^{\infty} \int_0^S f_C(s) f_S(s) ds dc \quad (3.5)$$

considerando-se C e S estatisticamente independentes.

Note-se que a equação (3.4) representa a convolução em relação a s.

No caso mais genérico, onde C e S podem ser correlacionados, a probabilidade de falha passa a ser expressa pela função densidade de probabilidade conjunta:

$$P_F = \int_0^{\infty} \left[\int_0^S f_{C,S}(c,s) dc \right] ds \quad (3.6)$$

A área de superposição das duas curvas f_S e f_C (Figura 3.1) representa uma medida qualitativa da probabilidade de falha, pelas seguintes razões:

- a) quanto mais distantes as curvas, menor P_F . As relações μ_C/μ_S e $\mu_C - \mu_S$ medem esta distância e são chamadas de "coeficiente de segurança central" e "margem de segurança", respectivamente.
- b) as dispersões de f_C e f_S , em torno das médias μ_C e μ_S , crescem com P_F , podendo ser expressas em termos dos coeficientes de variação δ_C e δ_S .

A integração direta de P_F , através das funções densidade de probabilidade é, na maioria das vezes, muito complexa, quer pela dificuldade de se encontrar as formas corretas de f_C , f_S ou $f_{C,S}$, quer pela impraticabilidade da própria integração, mesmo que numérica.

3.2. Simulação Monte Carlo

$$\text{Seja } Z = C - S = g(X_i), \quad (i = 1, 2, \dots, n). \quad (3.7)$$

As variáveis X_i são as variáveis básicas nas quais se decompõem C e S .

O Método consiste na geração simulada de conjuntos de valores X_i , a partir de suas distribuições de probabilidades de modo a se calcular um conjunto de valores de Z , suficientemente grande para representar uma boa amostra da população Z .

A probabilidade de falha será avaliada pela razão da quantidade de valores de Z negativos e a quantidade total de eventos Z gerados:

$$P_f = \frac{N_{Z < 0}}{N_Z} \quad (3.8)$$

Trata-se de um método muito flexível, de muita utilização no caso de funções não-lineares e sistemas complexos, embora apresente algumas desvantagens, a seguir enumeradas:

- a) Necessita do conhecimento das distribuições básicas, e é muito sensível às aproximações que se possam fazer dessas distribuições,
- b) Depende, também, do número de simulações realizadas, tendendo ao valor real do risco quando esse número tender a infinito;
- c) O custo computacional cresce substancialmente com o número de variáveis considerada e com o nível de precisão desejado;

- d) Quando há correlações entre as variáveis básicas, a geração dos números aleatórios e das variáveis X_i torna-se mais complexa, dificultando a determinação de Z .

ANG e TANG (1984) aconselham o uso da simulação Monte Carlo somente nos casos de impossibilidade de solução analítica adequada.

A geração de X_i passa, basicamente por duas etapas:

- a) geração de números aleatórios, no intervalo 0-1, de uma variável uniforme padrão: $F_X(x) = u$
- b) obtenção, através da transformação apropriada, dos valores aleatórios correspondentes na distribuição de probabilidades específica desejada:

$$x = F_X^{-1}(u) \quad (3.9)$$

3.3. - Índice de Confiabilidade β

Consideremos a função-desempenho expressa pela "margem de segurança" ($Z = C - S$).

O estado de segurança do sistema corresponderá à região $Z > 0$, e o estado de falha à região $Z < 0$. A fronteira de separação entre as duas regiões será definida por $Z = 0$.

Introduzindo as variáveis reduzidas

$$C' = \frac{C - \mu_C}{\sigma_C} \quad (3.10)$$

$$S' = \frac{S - \mu_S}{\sigma_S} \quad (3.11)$$

podemos fazer a seguinte representação gráfica daquelas regiões (Figura 3.2):

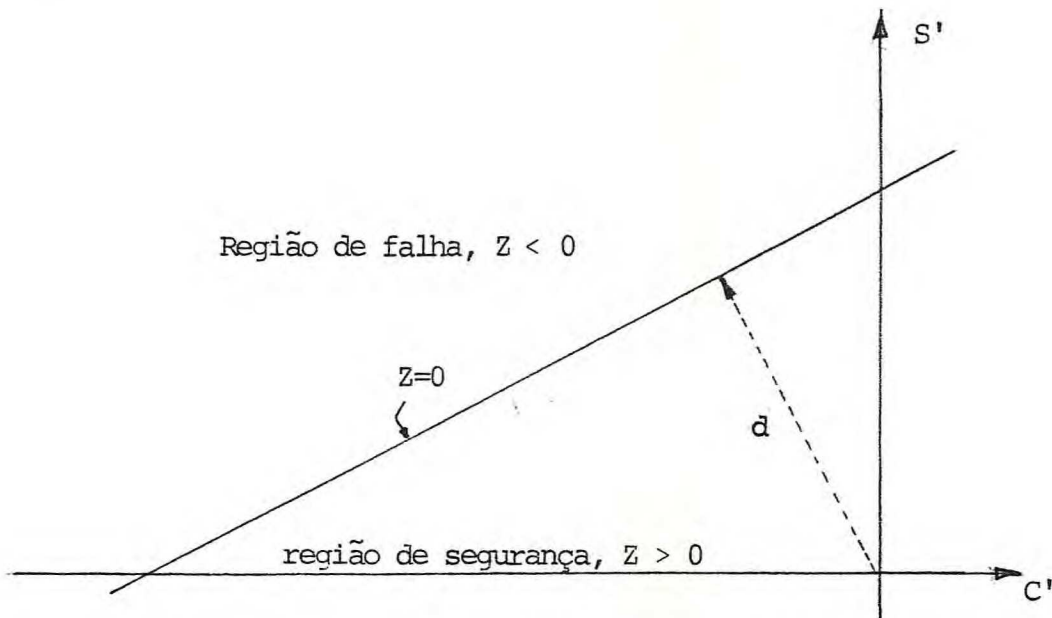


FIGURA 3.2. - Espaço das variáveis reduzidas C' e S' .

A fronteira, correspondente ao estado-limite $Z = 0$ será expressa pela reta:

$$\sigma_C C' - \sigma_S S' + \mu_C - \mu_S = 0. \quad (3.12)$$

A distância \underline{d} será, então, dada por:

$$d = \frac{\mu_C - \mu_S}{\sqrt{\sigma_C^2 + \sigma_S^2}}. \quad (3.13)$$

Se considerarmos que C e S tenham distribuição normal, virã:

$$\mu_Z = \mu_C - \mu_S \quad (3.14)$$

$$\sigma_Z = \sqrt{\sigma_C^2 + \sigma_S^2} \quad (3.15)$$

$$e \quad \beta = \frac{\mu_z}{\sigma_z} = \frac{\mu_c - \mu_s}{\sqrt{\sigma_c^2 + \sigma_s^2}} \quad (3.16)$$

consequentemente:

$$\bar{d} = \beta \quad (3.17)$$

Então:

$$Z' = \frac{Z - \mu_z}{\sigma_z} \quad (3.18)$$

$$P_F = P\left[Z < 0 \right] = P\left[Z' < -\frac{\mu_z}{\sigma_z} \right] = P\left[Z' > \frac{\mu_z}{\sigma_z} \right] \quad (3.19)$$

$$P_F = P\left[Z' > \beta \right] = 1 - P\left[Z' < \beta \right] \quad (3.20)$$

$$P_F = 1 - \Phi(\beta) = 1 - \Phi(d) \quad (3.21)$$

onde $\Phi(\beta)$ representa a confiabilidade do sistema.

3.4. Método MFOSM (Mean-Value First-order Second-Moment)

Seja Z desagregada em função das variáveis básicas X_i :

$$Z = g(X_i), \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (3.22)$$

Desenvolvendo em série de Taylor, em torno dos valores médios \bar{X}_i , vem:

$$Z = g(\bar{X}_i) + \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}_i) \frac{\delta g}{\partial X_i} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (X_i - \bar{X}_i)(X_j - \bar{X}_j) \frac{\delta^2 g}{\partial X_i \partial X_j} + \dots \quad (3.23)$$

onde as derivadas são avaliadas em \bar{X}_i .

O primeiro e segundo momentos de Z , calculados a partir da eq. 3.23, assumem, por aproximação, considerados apenas os termos de primeira ordem:

$$E(Z) = \bar{Z} \approx g(\bar{X}_i) \quad (3.24)$$

$$\text{VAR}(Z) \approx \sum_{i=1}^n \left(\frac{\delta g}{\partial X_i} \right)^2 \text{VAR}(X_i) + \sum_{i \neq j} \frac{\delta g}{\partial X_i} \cdot \frac{\delta g}{\partial X_j} \text{COV}(X_i, X_j) \quad (3.25)$$

Considerando-se X_i como variáveis estatisticamente independentes, a eq. 3.25 se reduzirá a:

$$\text{VAR}(Z) \approx \sum_{i=1}^n \left(\frac{\delta g}{\partial X_i} \right)^2 \text{VAR}(X_i) \quad (3.26)$$

O uso das eq. 3.24, 3.25 e 3.26 é o que constitui o método "primeira-ordem segundo-momento", com derivadas avaliadas em torno da média.

Na hipótese de Z ser normalmente distribuída, então:

$$P_F = 1 - \Phi \left[\frac{E(Z)}{\sigma_Z} \right] = 1 - \Phi(\beta) \quad (3.27)$$

$$\beta = \frac{g(\bar{X}_i)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial X_i} \right)^2 \text{VAR}(X_i)}} \quad (3.28)$$

Segundo YEN (1987), este método, embora bastante simples e de utilização prática, apresenta algumas desvantagens, entre as quais:

- a) Nos projetos em Engenharia Civil, os eventos de falha correspondem a valores extremos e não a valores médios;
- b) Os sistemas têm, frequentemente, comportamento não-linear; assim, a linearização de Z pode acarretar grandes discrepâncias no cálculo do risco.

Evidentemente, a expansão de Z em série, considerando termos de ordem superior, poderá aperfeiçoar o processo, mas apresenta dificuldades adicionais, por vezes insuperáveis, como o cálculo de terceiro momento e outras complexidades operacionais.

3.5. Método AFOSM (Advanced First-Order Second-Moment)

Consideremos as variáveis básicas X_i , da função-desempenho $g(X_i)$, transformadas nas variáveis reduzidas X'_i :

$$X'_i = \frac{X_i - \bar{X}_i}{\sigma X_i} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (3.29)$$

A equação da superfície de falha, será, então:

$$g(\sigma_{x_1} x'_1 + \bar{x}_1, \dots, \sigma_{x_n} x'_n + \bar{x}_n) = 0 \quad (3.30)$$

No caso de 2 variáveis, a representação da superfície de falha poderá assumir a configuração simbólica da Fig. 3.3:

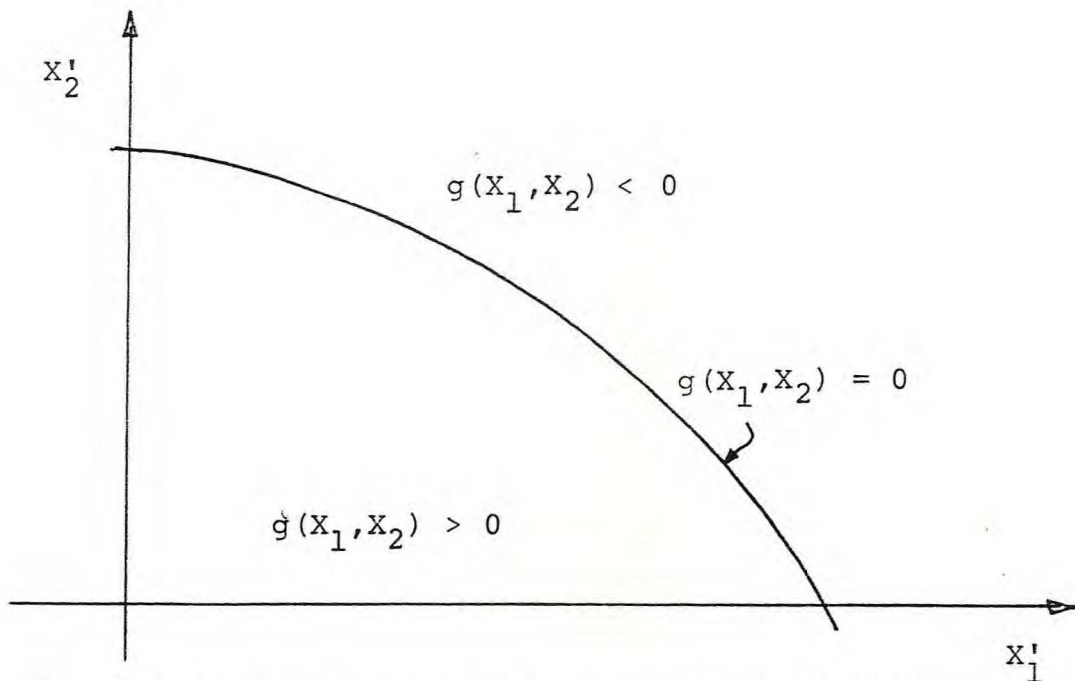


FIGURA 3.3. - Espaços de falha e segurança no sistema x'_1, x'_2

SHINOZUKA demonstrou, apud ANG e TANG (1984), que o ponto da superfície de falha com distância mínima à origem é o mais provável ponto de falha. E que essa distância mínima pode ser determinada como a seguir se demonstra.

Chamemos de D a distância de um ponto $\mathbf{x}' = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$ na superfície $g(\mathbf{x}) = 0$ à origem de \mathbf{x}' :

$$D = \sqrt{x_1'^2 + \dots + x_n'^2} = (\mathbf{x}'^t \mathbf{x}')^{1/2} \quad (3.31)$$

O ponto $(x_1'^*, x_2'^*, \dots, x_n'^*)$ que corresponde à distância mínima, poderá ser obtido pelo Método do multiplicador de La-

grange:

$$L = D + \lambda g(\mathbf{X}) \quad (3.32)$$

ou
$$L = (\mathbf{X}'^t \mathbf{X}')^{1/2} + \lambda g(\mathbf{X}). \quad (3.33)$$

Na forma escalar:

$$L = \sqrt{x_1'^2 + x_2'^2 + \dots + x_n'^2} + \lambda g(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (3.34)$$

Derivando, obtemos n+1 equações com n+1 incógnitas:

$$\frac{\partial L}{\partial x_i'} = \frac{x_i'}{\sqrt{x_1'^2 + x_2'^2 + \dots + x_n'^2}} + \lambda \frac{\delta g}{\partial x_i'} = 0 \quad (3.35)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = g(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0. \quad (3.36)$$

Introduzindo o vetor gradiente

$$\mathbf{G} = \left(\frac{\delta g}{\partial x_1'}, \frac{\delta g}{\partial x_2'}, \dots, \frac{\delta g}{\partial x_n'} \right) \quad (3.37)$$

onde

$$\frac{\delta g}{\partial x_i'} = \frac{\delta g}{\partial x_i} \cdot \frac{dx_i}{dx_i'} = \sigma_{X_i} \frac{\delta g}{\partial x_i} \quad (3.38)$$

as equações (3.35) podem ser escritas, matricialmente:

$$\frac{\mathbf{X}'}{(\mathbf{X}'^t \mathbf{X}')^{1/2}} + \lambda \mathbf{G} = 0 \quad (3.39)$$

de onde:

$$\mathbf{X}' = -\lambda \mathbf{D} \mathbf{G} \quad (3.40)$$

$$\mathbf{D} = [(\lambda \mathbf{D} \mathbf{G}^t) (\lambda \mathbf{D} \mathbf{G})]^{1/2} = \lambda \mathbf{D} (\mathbf{G}^t \mathbf{G})^{1/2} \quad (3.41)$$

$$\lambda = (\mathbf{G}^t \mathbf{G})^{-1/2} \quad (3.42)$$

Substituindo o valor de λ em (3.40), vem:

$$\mathbf{X}' = \frac{-\mathbf{G} \mathbf{D}}{(\mathbf{G}^t \mathbf{G})^{1/2}} \quad (3.43)$$

Premultiplicando eq. 3.43 por \mathbf{G}^t , tem-se:

$$\mathbf{D} = \frac{-\mathbf{G}^t \mathbf{X}'}{(\mathbf{G}^t \mathbf{G})^{1/2}} \quad (3.44)$$

Substituindo a eq. 3.43 na eq. 3.36, resulta numa equação com uma incôgnita \mathbf{D} , cuja solução corresponderá a $\mathbf{D}_{\min} = \beta$:

$$\beta = \frac{-\mathbf{G}^{*t} \mathbf{X}'^*}{(\mathbf{G}^{*t} \mathbf{G}^*)^{1/2}} \quad (3.45)$$

onde \mathbf{G}^* é o gradiente no ponto de falha mais provável

$(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$.

Na forma escalar, a solução será:

$$\beta = \frac{-\sum_i x_i^* \left(\frac{\delta g}{\partial X_i^*} \right)_*}{\sqrt{\sum_i \left(\frac{\delta g}{\partial X_i^*} \right)_*^2}} \quad (3.46)$$

Substituindo β na eq. 3.43, o ponto de falha mais provável será dado por:

$$x_i^* = \frac{-G^* \beta}{(G^{*t} G^*)^{1/2}} \quad (3.47)$$

ou na forma escalar:

$$x_i^* = -\alpha_i^* \beta, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.48)$$

sendo

$$\alpha_i^* = \frac{\left(\frac{\delta g}{\partial X_i^*} \right)_*}{\sqrt{\sum_i \left(\frac{\delta g}{\partial X_i^*} \right)_*^2}} \quad (3.49)$$

os cossenos diretores nos eixos X_i^* .

Desenvolvimento em Série (Primeira-ordem)

A expansão da função $g(X_i)$ em série de Taylor, em torno de um ponto na superfície de falha x_i^* , desprezando os termos de segunda ordem, acarreta:

$$Z = g(X_i) \approx g(x_i^*) + \sum_{i=1}^n (X_i - x_i^*) \left(\frac{\delta g}{\partial X_i} \right)^* \quad (3.50)$$

onde as derivadas são calculadas no ponto x_i^* .

Como $g(x_i^*) = 0$, vem:

$$Z \approx \sum_{i=1}^n (X_i - x_i^*) \left(\frac{\delta g}{\partial X_i} \right)^* \quad (3.51)$$

$$(X_i - x_i^*) = (\sigma_{X_i} X'_i + \bar{X}_i) - (\sigma_{X_i} x'_i + \bar{X}_i) = \sigma_{X_i} (X'_i - x'_i) \quad (3.52)$$

$$\frac{\delta g}{\partial X_i} = \frac{\delta g}{\partial X'_i} \left(\frac{dX'_i}{dX_i} \right) = \frac{1}{\sigma_{X_i}} \left(\frac{\delta g}{\partial X'_i} \right) \quad (3.53)$$

$$Z \approx \sum_{i=1}^n (X'_i - x'_i) \left(\frac{\delta g}{\partial X'_i} \right)^* \quad (3.54)$$

Então:

$$E(Z) \approx - \sum_{i=1}^n x'_i \left(\frac{\delta g}{\partial X'_i} \right)^* \quad (3.55)$$

e, para variáveis independentes:

$$\text{VAR}(Z) \approx \sum_{i=1}^n \text{VAR}(X'_i) \left(\frac{\delta g}{\partial X'_i} \right)^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\delta g}{\partial X'_i} \right)^2 \quad (3.56)$$

Consequentemente:

$$\frac{E(z)}{\sigma_Z} = \frac{- \sum_{i=1}^n x_i^* \left(\frac{\delta g}{\delta X_i} \right)^*}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\delta g}{\delta X_i} \right)^2}} \quad (3.57)$$

e, portanto (ver eq. 3.46):

$$\frac{E(z)}{\sigma_Z} = \beta \quad (3.58)$$

implicando em que $\frac{E(z)}{\sigma_Z}$ é também a distância do plano tangente à superfície de falha, no ponto x_i^* , à origem do sistema de variáveis reduzidas.

Discussão sobre a função-desempenho

I - Se a função $Z = g(X_i)$ for linear, poderá ser representada, de modo geral por:

$$Z = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i X_i \quad (3.59)$$

A equação da superfície plana correspondente ao estado limite será, então:

$$a_0 + \sum_{i=1}^n a_i X_i = 0 \quad (3.60)$$

ou em termos de variáveis reduzidas:

$$a_0 + \sum_{i=1}^n a_i (\sigma_{x_i} X_i^* + \bar{X}_i) = 0 \quad (3.61)$$

A distância do plano de falha à origem das variáveis reduzidas será, em consequência:

$$\beta = \frac{a_0 + \sum_{i=1}^n a_i \bar{X}_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (a_i \sigma_{X_i})^2}}$$

Assim, no caso geral de n variáveis normais independentes, tem-se:

$$P_F = 1 - \Phi \left[\frac{-(a_0 + \sum_{i=1}^n a_i \bar{X}_i)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (a_i \sigma_{X_i})^2}} \right] \quad (3.62)$$

Quando as variáveis X_i não forem normais, podem ser estabelecidas distribuições normais equivalentes, segundo Rackwitz, apud (YEN, 1987; ANG e TANG, 1984), através das seguintes definições:

$$F_{X_i}(X_i^*) = \Phi \left(\frac{X_i^* - \bar{X}_i^N}{\sigma_{X_i}^N} \right) \quad (3.63)$$

$$f_{X_i}(X_i^*) = \frac{1}{\sigma_{X_i}^N} \phi \left(\frac{X_i^* - \bar{X}_i^N}{\sigma_{X_i}^N} \right) \quad (3.64)$$

onde:

$\bar{X}_i^N, \sigma_{X_i}^N$ = média e desvio padrão da normal equivalente para X_i

$F_{X_i}(X_i^*)$ = função densidade de probabilidade acumulada de X_i , avaliada em X_i^*

$f_{X_i}^*$ (X_i^*) = função densidade de probabilidade de X_i , avaliada em X_i^*

Φ, ϕ = função densidade acumulada e função densidade da distribuição Normal padrão.

X_i^* = ponto de falha.

Ter-se-á, então:

$$\beta = \frac{a_0 + \sum_{i=1}^n a_i \bar{X}_i^N}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (a_i \sigma_{X_i}^N)^2}} \quad (3.65)$$

Se, entretanto, as variáveis X_i forem correlatas, podem ser transformadas, conforme demonstrou Schinozuka, apud ANG e TANG (1984), em um conjunto de variáveis independentes, chegando-se, ao final, ao seguinte valor de β :

$$\beta = \frac{a_0 + \sum_{i=1}^n a_i \bar{X}_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_i a_j \rho_{ij} \sigma_{X_i} \sigma_{X_j}}} \quad (3.66)$$

onde ρ_{ij} é o coeficiente de correlação entre X_i e X_j .

II - Se a função $Z = g(X_i)$ não for linear, a equação do estado-limite também não será linear, e neste caso o plano tangente à superfície de falha, no ponto de falha mais provável, substituirá, por aproximação, a própria superfície de falha.

A partir daí, calcular-se-ã a distância do referido plano à origem das coordenadas $(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$, conforme já de monstrado através das equações 3.46, 3.48 e 3.49.

A solução prática poderá seguir os seguintes passos de cálculo (Rackwitz, apud ANG e TANG, 1984):

1. Assumir valores iniciais de x_i^* ($i = 1, 2, \dots, n$) e obter

$$x_i^* = \frac{x_i^* - \bar{X}_i}{\sigma_{X_i}} .$$

2. Avaliar $(\frac{\delta g}{\delta x_i^*})^*$ e α_i^* , em x_i^* .

3. Formar as equações $x_i^* = \bar{X}_i - \alpha_i^* \sigma_{X_i} \beta$.

4. Substituir as expressões de x_i^* acima em $g(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*) = 0$ e determinar β .

5. Usando o β acima obtido, reavaliar $x_i^* = -\sigma_i \beta$.

6. Repetir os passos 2 a 5, até obter convergência de β .

3.6. - Point Estimate Method-PEM

O método PEM baseia-se na analogia que pode ser estabelecida entre distribuição de probabilidade e distribuição vertical de cargas em um sistema rígido.

Seja uma função densidade de probabilidade $f(x)$ e uma distribuição contínua de carga sobre uma viga ab (HARR, 1987):

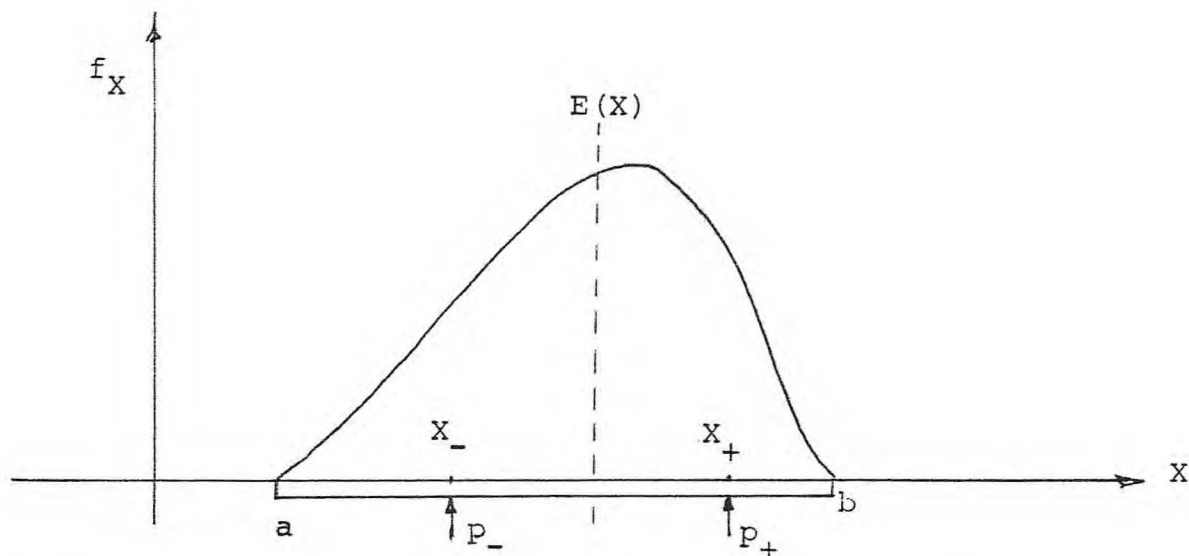


FIGURA 3.4. - Distribuição contínua vertical com 2 suportes.

O valor esperado \bar{x} é o análogo do centro de carga e o desvio padrão o análogo do raio de giração.

Suponhamos a carga suportada por duas reações P_- e P_+ , atuando nos pontos x_- e x_+ .

Essas reações P_- e P_+ são consideradas "dois pontos estimativos" da distribuição f_x .

Teremos, então:

$$P_- + P_+ = 1 \quad (3.67)$$

$$P_+ X_+ + P_- X_- = \bar{X} \quad (3.68)$$

$$P_+ (X_+ - \bar{X})^2 + P_- (X_- - \bar{X})^2 = \sigma_x^2 \quad (3.69)$$

$$P_+ (X_+ - \bar{X})^3 + P_- (X_- - \bar{X})^3 = \theta \sigma_x^3 \quad (3.70)$$

onde θ = coeficiente de assimetria.

Resolvendo o sistema, vem:

$$P_+ = \frac{1}{2} \left[1 \pm \sqrt{1 - \frac{1}{1 + [\theta/2]^2}} \right] \quad (3.71)$$

$$P_- = 1 - P_+ \quad (3.72)$$

$$X_+ = \bar{X} + \sigma_x \sqrt{\frac{P_-}{P_+}} \quad (3.73)$$

$$X_- = \bar{X} - \sigma_x \sqrt{\frac{P_+}{P_-}} \quad (3.74)$$

No caso de distribuição simétrica, $\theta = 0$ e então as equações se reduzirão a:

$$P_+ = P_- = 1/2 \quad (3.75)$$

$$X_+ = \bar{X} - \sigma_x \quad (3.76)$$

$$X_- = \bar{X} + \sigma_x \quad (3.77)$$

A partir das informações sobre os momentos de x , podem ser calculados os momentos de $y(x)$, através dos pontos estimativos $y_+(x_+)$ e $y_-(x_-)$ e dos valores de P_- e P_+ :

$$\bar{y} = P_- y_- + P_+ y_+ \quad (3.78)$$

$$E[y^2] = P_- y_-^2 + P_+ y_+^2 \quad (3.79)$$

ou, em geral:

$$E[y^M] = P_- y_-^M + P_+ y_+^M \quad (3.80)$$

onde M não pode ser superior ao número de momentos conhecidos de x .

No caso de $y = y(x_1, x_2)$, a analogia se fará entre a distribuição de probabilidade e uma carga vertical sobre uma placa rígida.

Nesta hipótese (HARR, 1987, cap. 4, ítem 4.9):

$$E \left[Y^M \right] = P_{++} Y_{++}^M + P_{+-} Y_{+-}^M + P_{-+} Y_{-+}^M + P_{--} Y_{--}^M \quad (3.81)$$

onde:

$$Y_{\pm\pm} = Y(\bar{X}_1 \pm \sigma_{X_1}, \bar{X}_2 \pm \sigma_{X_2}) \quad (3.82)$$

$$P_{++} = P_{--} = \frac{1 + \rho}{4} \quad (3.83)$$

$$P_{+-} = P_{-+} = \frac{1 - \rho}{4} \quad (3.84)$$

Sendo ρ = coeficiente de correlação entre X_1, X_2 .

O Método possibilita a generalização para $y=y(X_i)$,

$i = 1, 2, \dots, n$.

3.7. Análise Risco/Custo/Benefício

O cálculo do risco pode ser incorporado ao processo de tomada de decisão, sob várias formas, constituindo-se sempre numa valiosa informação adicional, ao lado da tradicional análise custo/benefício.

Se ao risco for possível associar um custo financeiro, o problema poderá ser conduzido de duas maneiras:

- a) minimização do custo total, aí incluído o "custo" do risco;
- b) comparação entre variações de risco e benefício, através da análise incremental.

Se não for possível, ou desejável, a quantificação monetária do risco, poder-se-á considerar a minimização do risco co

mo um dos objetivos do projeto, levando a questão para a avaliação de projeto multi-objetivo, onde os parâmetros medidores são incomensuráveis e a otimização realizada por "trade-off" entre os objetivos.

Alternativamente, podem ser estabelecidos níveis admissíveis de risco, que poderão funcionar como condições restritivas no processo de otimização, sejam eles de caráter físico, econômico, social ou ambiental.

4. ESTUDO DE CASOS

A seguir, a Análise de Risco é aplicada a quatro casos de obras hidráulicas, em situações bastante diferenciadas, três das quais referentes a projetos situados na região semi-árida do Nordeste, particularmente no Estado do Ceará.

Três desses quatro casos foram objeto de trabalhos apresentados em congressos técnicos nacionais e publicados nos respectivos Anais ou em revista especializada.

4.1. Avaliação Probabilística da Estabilidade de Talude de uma Barragem de Terra (VIEIRA e MIRANDA, 1990).

A estabilidade de taludes de terra é, geralmente, analisada, através do estudo comparativo entre os esforços solicitantes e a capacidade de resistência dos materiais componentes desses taludes. Considera-se, normalmente, a possibilidade de deslizamento ao longo de uma superfície cilíndrica, cuja seção transversal é um círculo de raio R :

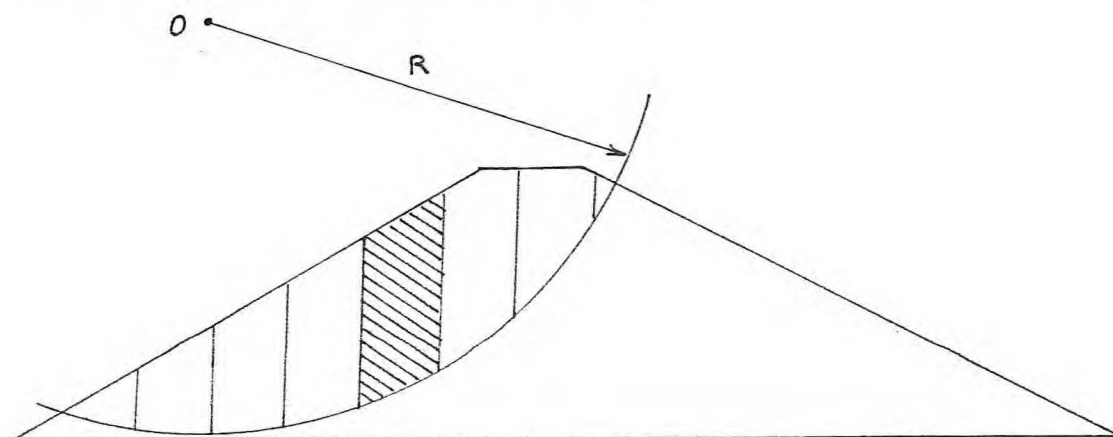


FIGURA 4.1. - Representação esquemática de talude e sup. de es_corregamento.

O coeficiente ou fator de segurança FS é definido como a relação entre o momento resistente ao deslizamento em torno de $\underline{0}$ e o momento solicitante que tende a provocar o deslizamento: $FS = MR/MS$. A determinação de MR e MS pode ser feita pela decomposição do maciço potencialmente deslizante em lamelas ou fatias verticais, para as quais se identificam os esforços atuantes e as condições físicas de equilíbrio. O momento MS é função da geometria do maciço deslizante, do peso dos materiais W, de cargas externas, e acelerações sísmicas. O momento MR é função das propriedades resistentes dos materiais, traduzidas basicamente pela coesão c e ângulo de atrito interno ϕ . Dependendo do método utilizado (Fellenius, Bishop, Bishop Simpl.) as expressões analíticas de MR e MS assumem formas variadas, de acordo com as hipóteses ou simplificações adotadas. No caso do Método de Bishop Simplificado, para cada fatia, tem-se:

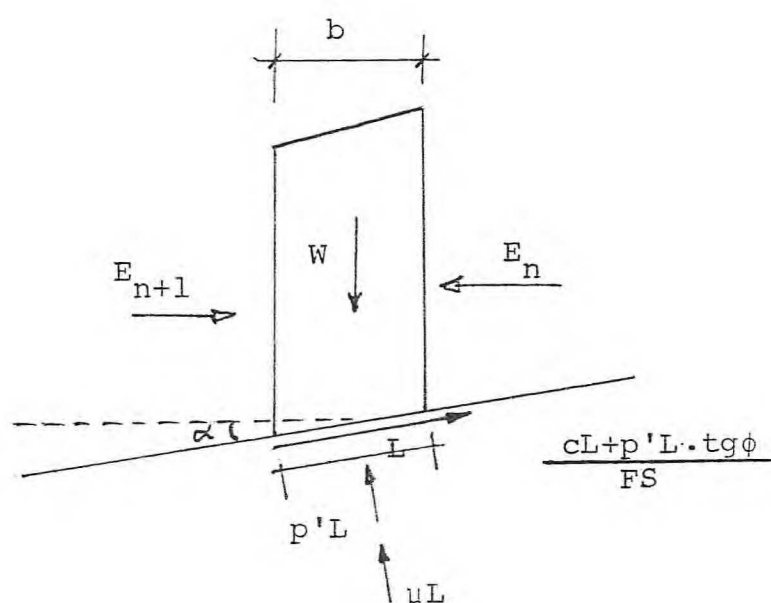


FIGURA 4.2. - Esquema de forças em uma fatia do talude.

Considerando o equilíbrio de forças verticais em cada fatia, bem como o equilíbrio de momentos em torno de $\underline{0}$ para todas as fatias, obtêm-se:

$$FS = \frac{MR}{MS} = \frac{1}{\Sigma W \text{sen} \alpha} \left\{ \frac{c L \cos \alpha + (W - \mu L \cos \alpha) \text{tg} \phi}{\cos \left(1 + \frac{\text{tg} \phi \text{tg} \alpha}{FS} \right)} \right\} \quad (4.1)$$

onde $MR = \Sigma (c L + p' L \text{tg} \phi)$ e $MS = \Sigma W \text{sen} \alpha$

$$p' L = \frac{W - \mu L \cos \alpha - c L / \text{sen} \alpha \cdot FS}{\cos \alpha + \frac{\text{tg} \phi \cdot \text{sen} \alpha}{FS}} \quad (4.2)$$

O Caráter Aleatório de MR e MS

A rigor, todas as variáveis que compõem as expressões analíticas de MR e MS seriam randômicas, na medida em que acumulam erros de medição, de amostragem e de modelagem. Se considerarmos, entretanto, como perfeitamente definidos os valores de L, W e α , MS será considerado determinístico e MR dependerá de u, c e ϕ . Numa primeira aproximação, vamos considerar a pressão neutra u como conhecida, restando assim as características físicas de material, coesão e ângulo de atrito interno, como aquelas que reúnem um maior grau de incerteza, em função de que: **a.** os materiais não são encontrados homogêneas nas jazidas; **b.** c e ϕ são estimados, indiretamente, a

partir de tensões normais e cisalhantes, medidas em laboratório; c. as amostras e os corpos de prova não representam, rigorosamente, as condições do material componente do talude real.

Assim, MR será função das variáveis aleatórias c e ϕ e deverá ser expressa por uma distribuição de probabilidade.

Estimativa de FS

O fator de segurança $FS = \frac{MR}{MS}$ será, analisado como uma variável aleatória, representando, assim, a função-desempenho Z.

O risco, ou $P\{FS < 1\}$, é a probabilidade do fator de segurança ser inferior à unidade. Três serão as metodologias usadas na sua determinação: Método MFOSM, Método PEM e Simulação Monte Carlo.

Método MFOSM

Os momentos de FS podem ser determinados a partir das distribuições de c e ϕ , através das equações da Teoria da Confiabilidade (Primeira Ordem - Segundo Momento):

$$E\{FS\} = \frac{E\{MR\}}{MS} ; \quad V\{FS\} = \frac{1}{MS^2} \cdot V\{MR\} \quad (4.3)$$

Como $MR = \phi(c, \phi)$, vem:

$$E\{FS\} = f\{E\{c\}, E\{\phi\}\} \quad (4.4)$$

$$V\{FS\} = \left(\frac{\partial f}{\partial c}\right)^2 \cdot V\{c\} + \left(\frac{\partial f}{\partial \phi}\right)^2 \cdot V\{\phi\} + 2 \frac{\partial f}{\partial c} \cdot \frac{\partial f}{\partial \phi} \cdot COV(c, \phi) \quad (4.5)$$

$$\text{COV}(c, \Phi) = \rho(c, \Phi) \sigma(c) \sigma(\Phi). \quad (4.6)$$

Sendo: E = valor esperado; V = variância; COV = covariância;
 ρ = coef. de correlação.

Considerando-se Gaussiana, a distribuição de FS, fica, então, totalmente determinada, a partir do valor esperado $E\{FS\}$ e variância $V\{FS\}$.

Outra forma de resolver o problema é a utilização do Método da Estimativa por Pontos - PEM (Point Estimate Method), desenvolvido por Rosenblueth, Grivas e Harr (HARR, 1984) e a seguir aplicado no caso.

Método PEM

Considerando $P(x_1, x_2)$ a distribuição de probabilidade de y , função de duas variáveis aleatórias x_1 e x_2 , substitui-se a superfície tridimensional que a representa por quatro "cargas" $P(--)$, $P(-+)$, $P(+ -)$ e $P(++)$, concentradas nos pontos $y(--)$, $y(-+)$, $y(+ -)$ e $y(++)$, respectivamente.

Sendo a distribuição simétrica em relação às duas variáveis, tem-se:

$$x_1(-) = \bar{x}_1 - \sigma(x_1); \quad x_1(+) = \bar{x}_1 + \sigma(x_1) \quad (4.7)$$

$$x_2(-) = \bar{x}_2 - \sigma(x_2); \quad x_2(+) = \bar{x}_2 + \sigma(x_2) \quad (4.8)$$

$$y(--)=y\{x_1(-), x_2(-)\}; \quad y(-+)=y\{x_1(-), x_2(+)\} \quad (4.9)$$

$$y(+ -)=y\{x_1(+), x_2(-)\}; \quad y(++)=y\{x_1(+), x_2(+)\} \quad (4.10)$$

$$e \quad P(--)=1/4(1+\rho) \quad ; \quad P(-+)=1/4(1-\rho) \quad (4.11)$$

$$P(+)=1/4(1-\rho) \quad ; \quad P(++)=1/4(1+\rho) \quad (4.12)$$

onde ρ é o coeficiente de correlação entre x_1 e x_2 .

Os momentos de $y(x_1, x_2)$ são dados por:

$$E\{y\}=\bar{y}=y(--)P(--)+y(-+)P(-+)+y(+)P(+)+y(++)+y(+++) \quad (4.13)$$

$$E\{y\}=\sum y(ij)P(ij) \quad ; \quad E\{y^2\}=\sum y(ij)^2P(ij) \quad (4.14)$$

$$V\{y\} = E\{y^2\} - (E\{y\})^2. \quad (4.15)$$

Aplicando-se ao caso de $FS = \psi(c, \Phi)$:

$$c(-) = \bar{c} - \sigma(c) \quad ; \quad c(+) = \bar{c} + \sigma(c) \quad (4.16)$$

$$\Phi(-) = \bar{\Phi} - \sigma(\Phi) \quad ; \quad \Phi(+) = \bar{\Phi} + \sigma(\Phi) \quad (4.17)$$

$$FS(--)=\psi\{c(-), \Phi(-)\}; \quad FS(-+)=\psi\{c(-), \Phi(+)\} \quad (4.18)$$

$$FS(+)=\psi\{c(+), \Phi(-)\}; \quad FS(++)=\psi\{c(+), \Phi(+)\} \quad (4.19)$$

$$\overline{FS} = \sum FS(ij)P(ij) \quad ; \quad V\{FS\} = \sum FS(ij)^2P(ij) - \overline{FS}^2 \quad (4.20)$$

Simulação Monte Carlo

Conhecidas as distribuições de c e Φ , geram-se números aleatórios entre 0 e 1 e, através dessas distribuições, pares de valores aleatórios de c e Φ . Usando-se a função $FS=\psi(c, \Phi)$, determinam-se os correspondentes valores para FS e, consequentemente, sua distribuição.

Determinação das Distribuições de c e Φ

Na realidade, c e Φ (ou $\mu = \text{tg } \Phi$) são obtidos através de ensaios de cisalhamento, onde se medem tensões cisalhantes contra tensões normais:

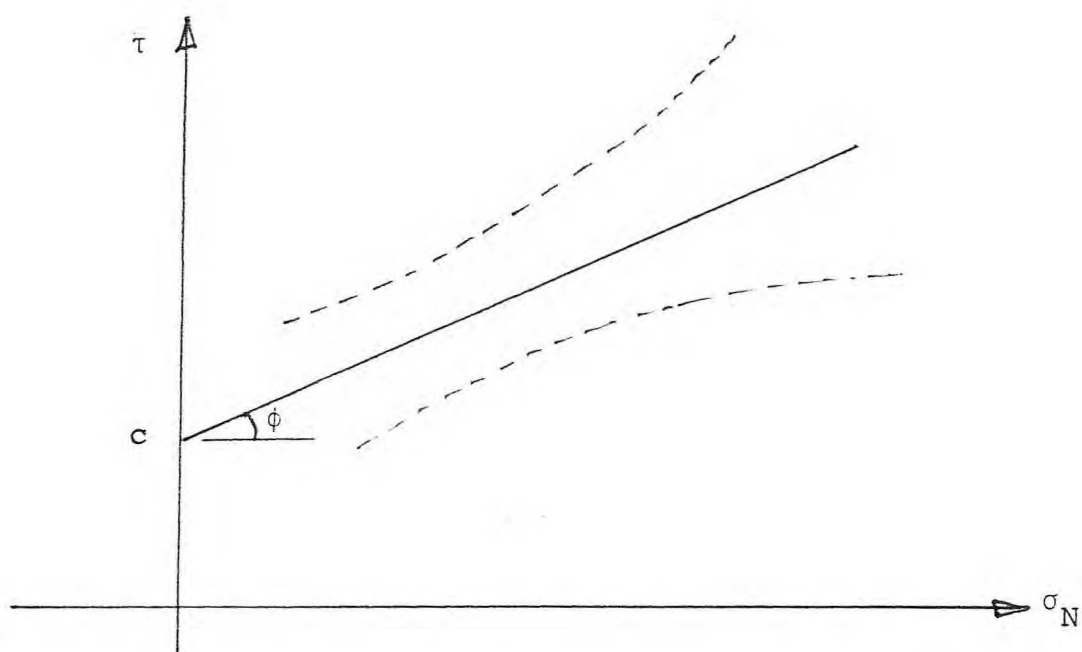


FIGURA 4.3. Tensões cisalhantes vs. tensões normais

Em termos determinísticos c e ϕ seriam dados pelos valores médios \bar{c} e $\bar{\phi}$. LARSON (1982) criou um desvio padrão artificial para c e ϕ , através do procedimento a seguir descrito. Transformou as curvas dos desvios-padrões da tensão cisalhante em linhas retas (tracejadas), usando a regressão linear, como esquematizado a seguir:

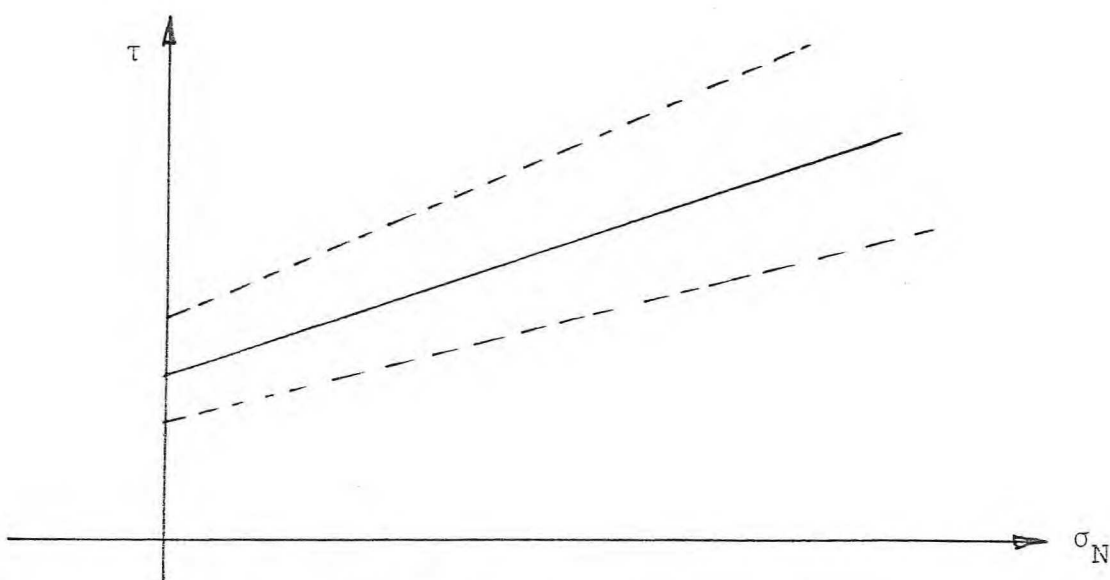


FIGURA 4.4. - Tensões τ vs. σ_N , segundo Larson.

E definiu como desvio padrão para ϕ a diferença média entre o coeficiente angular da linha média e os coeficientes angulares das linhas tracejadas. O desvio padrão para c é considerado como a metade do segmento compreendido entre as interseções das retas tracejadas com o eixo vertical.

Quando ϕ e c são gerados como variáveis interdependentes, na simulação Monte Carlo, o resultado é o mesmo, segundo Larson, do que a simulação direta sobre a tensão cisalhante. Assim a geração de um mesmo número aleatório para c e ϕ corresponde ao uso de um único número aleatório para cada tensão cisalhante.

Exemplo de Aplicação

Utilizou-se o Projeto Executivo da Barragem MARCO, no Ceará, elaborado pela empresa GEONORTE (1987) para o Depto Nacional de Obras Contra as Secas, como estudo de caso. Os mesmos ensaios de laboratório, ali apresentados, para avaliação convencional (determinística) de estabilidade de taludes, relativos à coesão e ângulo de atrito interno, foram reanalisados, sob o enfoque probabilístico. Idealmente, seria interessante um maior número de ensaios, para tornar a amostragem mais representativa do solo utilizado na construção. Foram feitos 11 ensaios de cisalhamento direto, com 3 corpos de prova para cada ensaio, utilizando-se 6 tensões normais σ_N , conforme indicado a seguir:

QUADRO 4.1. - Ensaio e tensões

ENSAIO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
σ_N (Kg/cm ²)	1,00	0,79	0,79	0,79	0,79	1,00	1,00	0,79	0,79	1,00	1,00
	2,00	1,80	1,80	1,80	1,80	2,00	2,00	1,80	1,80	2,00	2,00
	4,00	3,79	3,79	3,79	3,79	4,00	4,00	3,79	3,79	4,00	4,00
τ (Kg/cm ²)	1,00	0,93	0,94	0,79	0,97	0,99	0,80	1,00	1,11	0,70	0,65
	1,57	1,16	1,30	1,60	1,81	1,67	0,69	1,28	1,70	1,02	0,98
	2,15	2,46	2,43	2,50	2,51	2,67	1,28	2,72	2,60	2,35	2,11

Determinaram-se, então, 11 pares de valores para c e ϕ :

QUADRO 4.2. - Ensaio e coeficientes de resistência

ENSAIO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
C (Kg/cm ²)	0,73	0,51	0,09	0,39	0,40	0,48	0,46	0,72	0,76	0,03	0,49
ϕ (°)	20,3	10,1	26,5	28,0	30,8	26,8	28,9	26,2	26,1	29,5	25,0

Seguindo a metodologia utilizada por LARSON (1982), para o estudo probabilístico, determinamos, em primeiro lugar, a reta de regressão para os 33 pontos τ vs σ_N , daí resultando:

$$c = 0,48 \text{ kg/cm}^2 ; \quad \text{tg } \phi = 0,4724 ; \quad \phi = 25,2^\circ$$

Determinamos, também, os desvios-padrão de τ para as 6 tensões normais aplicadas:

$$S_1\{\tau\} = 0,10 \text{ kg/cm}^2 ; \quad S_2\{\tau\} = 0,17$$

$$S_3\{\tau\} = 0,26 ; \quad S_4\{\tau\} = 0,42$$

$$S_5\{\tau\} = 0,11 ; \quad S_6\{\tau\} = 0,52$$

As retas representativas de $\pm S\{\tau\}$, obtidas por regressão linear levam a:

$$c_+ = 0,61 \text{ kg/cm}^2 \quad ; \quad \phi_+ = 27,7^\circ$$

$$c_- = 0,34 \text{ kg/cm}^2 \quad ; \quad \phi_- = 22,4^\circ$$

Os desvios-padrão de c e ϕ resultaram, então:

$$S\{c\} = \frac{c_+ - c_-}{2} = \frac{0,27}{2} = 0,13 \text{ kg/cm}^2$$

$$S\{\phi\} = \frac{\phi_+ - \phi_-}{2} = 2,65.$$

Para efeito de simulação, c e ϕ são considerados inter dependentes e suas distribuições consideradas normais. Aliás o coeficiente de correlação entre c e ϕ encontrado foi 0,87.

Como metodologia alternativa, vamos considerar os 11 pares de c e ϕ , obtidos no cálculo convencional original, como representativos das variáveis aleatórias c e ϕ , consideradas independentes (o coeficiente de correlação calculado foi de -0,3).

Quanto à distribuição, duas hipóteses serão consideradas: distribuição Normal e distribuição triangular. Neste último caso, os três pontos corresponderão aos valores mínimos, médios e máximos de c e ϕ .

Teremos, então, para a distribuição Normal:

$$c = 0,46 \text{ kg/cm}^2 \quad ; \quad S\{c\} = 0,23 \text{ kg/cm}^2$$

$$\phi = 25,6^\circ \quad ; \quad S\{\phi\} = 5,8^\circ$$

e para a distribuição triangular:

$$c_{\min} = 0,09 \text{ kg/cm}^2 \quad ; \quad \phi_{\min} = 10,8^\circ$$

$$c_{\max} = 0,76 \text{ kg/cm}^2 \quad ; \quad \phi_{\max} = 30,8^\circ$$

$$c_{\text{modal}} = 0,46 \text{ kg/cm}^2 \quad ; \quad \phi_{\text{modal}} = 25,6$$

Determinação de FS

Neste exemplo, vamos considerar apenas o cálculo do fator de segurança FS, para o caso de "final de construção" usando as metodologias e hipóteses já formuladas. (Método de Bishop Simplificado).

Serão então calculados os valores de FS, para os seguintes pares de valores de c e ϕ :

a) Método "LARSON"

$$\begin{aligned} c &= \bar{c} = 0,48 \text{ kg/cm}^2 & ; & \quad \phi = \bar{\phi} = 25,2^\circ \\ c &= c_- = 0,34 & ; & \quad \phi = \phi_- = 22,5 \\ c &= c_- = 0,34 & ; & \quad \phi = \phi_+ = 27,8 \\ c &= c_+ = 0,62 & ; & \quad \phi = \phi_- = 22,5 \\ c &= c_+ = 0,62 & ; & \quad \phi = \phi_+ = 27,8 \end{aligned}$$

30 pares (c, ϕ) a partir de 30 números aleatórios considerando distribuição Normal.

b) Método PEM:

$$\begin{aligned} c &= \bar{c} = 0,46 \text{ kg/cm}^2 & ; & \quad \phi = \bar{\phi} = 25,6^\circ \\ c &= c_- = 0,23 & ; & \quad \phi = \phi_- = 19,8 \\ c &= c_- = 0,23 & ; & \quad \phi = \phi_+ = 31,5 \\ c &= c_+ = 0,69 & ; & \quad \phi = \phi_- = 19,8 \\ c &= c_+ = 0,69 & ; & \quad \phi = \phi_+ = 31,5 \end{aligned}$$

- . 30 pares (c, ϕ) a partir de 60 números aleatórios, considerando distribuição Normal.
- . 50 pares (c, ϕ) a partir de 100 números aleatórios, considerando distribuição triangular.

Os cálculos de FS levaram aos quadros a seguir:

QUADRO 4.3. - FS para valores específicos de c e ϕ

c (kg/cm ²)	ϕ	FS
0,48	25,2	2,08
2,34	22,5	1,64
0,34	27,8	1,86
0,62	22,5	2,30
0,62	27,8	2,52
0,46	25,6	2,05
0,23	19,8	1,26
0,23	31,5	1,75
0,69	19,8	2,37
0,69	31,5	2,86

QUADRO 4.4. FS - para c e ϕ correlatos - distribuição Normal

	c (kg/m ²)	ϕ (graus)	FS
Média	4313,85	24,2	1,93
Desvio Padrão	1348,08	2,6	0,43
Valor Máximo	7171,96	29,7	2,85
Valor Mínimo	1709,78	19,2	1,10

QUADRO 4.5. - FS para c e ϕ independentes - distribuição Normal

	c (kg/m ²)	ϕ (graus)	FS
Média	4818,02	25,4	2,11
Desvio Padrão	2404,13	6,1	0,60
Valor Máximo	9651,26	35,9	3,07
Valor Mínimo	0,00	14,1	0,69

QUADRO 4.6. - FS para c e ϕ independentes - distribuição Triangular.

	c (kg/m ²)	ϕ (graus)	FS
Média	4507,18	22,12	1,89
Desvio Padrão	1498,76	3,9	0,37
Valor Máximo	7215,62	28,9	2,73
Valor Mínimo	1288,72	12,7	1,02

Análise dos Resultados

No caso do Método "Larson", a simulação conduziu aos seguintes valores para FS:

$$E[FS] = 1,93 \quad ; \quad V[FS] = 0,18$$

Calculando pelo método PEM:

$$FS(--)= 1,64 \quad ; \quad FS(-+)= 1,86$$

$$FS(+)= 2,30 \quad ; \quad FS(++)= 2,52$$

$$P(--)= 1/4(1+\rho)=0,50 \quad ; \quad P(-+)= 1/4(1-\rho) = 0$$

$$P(+)= 1/4(1-\rho) = 0 \quad ; \quad P(++)= 1/4(1+\rho) = 0,50$$

$$E[FS] = 2,08$$

$$V[FS] = 0,1929$$

QUADRO 4.7. - Comparação de Resultados - I

PARÂMETRO	SIMULADO	M.PEM
$E[FS]$	1,93	2,08
$\sigma[FS]$	0,43	0,43
$V[FS]$	0,18	0,19

Na hipótese da distribuição Normal, com c e ϕ independentes, obtivemos:

$$E[FS] = 2,11 \quad ; \quad V[FS] = 0,36$$

Calculando pelo PEM:

$$\begin{aligned} FS(--) &= 1,26 & ; & \quad FS(-+) = 1,75 \\ FS(+ -) &= 2,37 & ; & \quad FS(++) = 2,86 \\ P(--) &= 0,25 & ; & \quad P(-+) = 0,25 \\ P(+ -) &= 0,25 & ; & \quad P(++) = 0,25 \\ E[FS] &= 2,06 & ; & \quad \sigma[FS] = 0,60 \\ V[FS] &= 0,37 & ; & \end{aligned}$$

Na hipótese da distribuição triangular, com c e ξ independentes:

$$\begin{aligned} E[FS] &= 1,89 \\ V[FS] &= 0,13 \\ \sigma[FS] &= 0,37 \end{aligned}$$

QUADRO 4.8. - Comparação de Resultados - II

PARÂMETROS	DIST. NORMAL		D. TRIANG.
	SIMULADO	PEM	SIMULADO
$E[FS]$	2,11	2,06	1,89
$\sigma[FS]$	0,66	0,60	0,37
$V[FS]$	0,36	0,37	0,13

Considerando que a distribuição Normal construída a partir de uma amostra de apenas 11 valores é bastante questionável, concluímos que a aplicação do Método Larson, com verificação pelo PEM e o uso da distribuição triangular, apontaram resultados razoavelmente coerentes e satisfatórios:

QUADRO 4.9. Comparação de Resultados - III

PARÂMETROS	LARSON	PEM	D. TRIANG.
E [FS]	1,93	2,08	1,89
σ [FS]	0,43	0,43	0,37

Assim, podemos admitir como valores aceitáveis:

$$E[\text{FS}] = 1,9 \quad ; \quad \sigma[\text{FS}] = 0,4.$$

Se admitirmos FS com distribuição Normal, teremos:

$$\text{Risco de deslizamento} = P[\text{FS} < 1] = 1,23\%.$$

4.2. Comportamento Hidráulico de Sangradouro de Barragem

Consideremos o Açude Público Serafim Dias, cujo Projeto Executivo foi elaborado pela firma SIRAC (1989), para o Departamento Nacional de Obras contra as Secas.

O Açude localiza-se no rio Banabuiú, afluente do Jaguaribe, e apresenta as seguintes características básicas, relacionadas ao sangradouro:

- . Cap. do reservatório - $43 \times 10^6 \text{ m}^3$
- . Sangradouro retangular com perfil CREAGER
- . Largura do sangradouro - 150m
- . Lâmina máxima de sangria - 4,04m
- . Vazão do projeto (TR = 1000 anos) - $2339,09 \text{ m}^3/\text{s}$.

O dimensionamento hidráulico do sangradouro fez uso da fórmula empírica:

$$Q = cLH^{3/2} \quad (4.21)$$

sendo $C = 1,92$.

Desempenho Hidráulico

Sabendo-se que a inadequada capacidade de um sangradouro de dar escoamento às vazões afluentes de cheias extremas tem sido causa de inúmeros arrombamentos de barragens, procuraremos avaliar o risco "hidráulico" do açude acima mencionado.

A função-desempenho será dada pela diferença entre a capacidade de escoamento do sangradouro e a máxima vazão afluente ao mesmo.

$$Z = g(X_i) = X_1 - X_2 \quad (4.22)$$

onde

$$X_1 = NCLH^{3/2} \quad (4.23)$$

$$X_2 = RQ_I \quad (4.24)$$

sendo N = fator de correção à fórmula empírica

L = largura do sangradouro

H = lâmina de sangria

C = coeficiente de descarga

R = fator de amortecimento da cheia pelo reservatório

Q_I = vazão máxima afluente ao reservatório

Distribuições das Variáveis Básicas

As variáveis básicas explicitadas nas equações 4.23 e 4.24, consideradas aleatórias, podem ser caracterizadas pelos seguintes parâmetros estatísticos:

QUADRO 4.10 - Variáveis e parâmetros estatísticos

Variável	Média	Coef. Variação	Tipo de distribuição
N	1,0	0,20	Normal
C	1,92	0,07	"
L	150,0	0,06	"
H	4,04	0,06	"
R	0,89	0,14	"
Q_I	-	-	Gumbel Tipo I

os coeficientes de variação acima adotados foram os mesmos usados por ANG e TANG (1984), no exemplo 6.12, Cap. 6.

Quanto à distribuição das vazões Q_I , o estudo de cheias realizado no Projeto levou à obtenção do seguinte quadro:

QUADRO 4.11. - Pontos da distribuição Q_I

Tr (anos)	Q_I (m^3/s)
100	1889,63
200	2109,11
500	2435,49
1000	2638,66

Considerando a distribuição de Gumbel (ANG e TANG, 1984, Cap. 4, seção 4.3.2.):

$$F_{X_n}(x) = \exp\{-\exp[-\alpha_n(x-\mu_n)]\} \quad (4.25)$$

determinemos, por aproximação, a partir dos pontos de período

de retorno 100 e 1000 anos, os parâmetros da equação acima, verificando em seguida, sua validade com relação aos períodos $Tr = 200$ e $Tr = 500$ anos. Teremos, então, para $Tr = 100$ e 1000 anos:

$$0,99 = \exp\{-\exp[-\alpha_n(1889,63-\mu_n)]\} \quad (4.26)$$

$$0,999 = \exp\{-\exp[-\alpha_n(2638,66-\mu_n)]\} \quad (4.26a)$$

de onde tiramos:

$$\mu_n = 396,1357$$

$$\alpha_n = 0,003080$$

e daí (ANG e TANG, 1984, pag. 213):

$$\mu_{x_n} = \mu_n + \frac{\gamma}{\alpha_n} = 396,1357 + \frac{0,577216}{0,003080} = 583,5435 \quad (4.27)$$

$$\sigma_{x_n} = \frac{\pi}{\sqrt{6} \alpha_n} = 416,3961 \quad (4.28)$$

$$F_{x_n}(x) = \exp\{-\exp[-0,003080(x-396,1357)]\} \quad (4.29)$$

Verificando os pontos intermediários:

QUADRO 4.12. - Valores de x para $Tr = 200$ e 500

Tr	F_{x_n}	x calculado
200	0,995	2115,55
500	0,998	2413,54

A equação 4.29 foi, então, considerada como representativa da distribuição das vazões extremas, e, a partir daí, calculados os seguintes parâmetros estatísticos:

$$\begin{aligned}\bar{Q}_I &= 583,54 \text{ m}^3/\text{s} \\ \sigma_{Q_I} &= 416,40 \text{ m}^3/\text{s} \\ CV &= 0,71.\end{aligned}$$

Método AFOSM

Tratando-se Z de uma função não linear, a determinação do risco será feita utilizando-se o Método AFOSM.

Primeira Iteração

1. Valores iniciais de x_i^* :

$$n^* = \bar{N} = 1,0$$

$$c^* = \bar{C} = 1,92$$

$$l^* = \bar{L} = 150,0\text{m}$$

$$h^* = \bar{H} = 4,04\text{m}$$

$$r^* = \bar{R} = 0,89$$

$$q_I^* = \bar{Q}_I = 583,54\text{m}^3/\text{s}$$

2. Derivadas e cossenos diretores:

$$\left(\frac{\partial g}{\partial N'} \right)_* = c^* l^* (h^*)^{3/2} \sigma_N \quad (4.30)$$

$$\left(\frac{\partial g}{\partial C'} \right)_* = n^* l^* (h^*)^{3/2} \sigma_C \quad (4.31)$$

$$\left(\frac{\partial g}{\partial L'} \right)_* = n^* c^* (h^*)^{3/2} \sigma_L \quad (4.32)$$

$$\left(\frac{\partial g}{\partial H'} \right)^* = 1,5n^* C^* \ell^* (h^*)^{1/2} \sigma_H \quad (4.33)$$

$$\left(\frac{\partial g}{\partial R'} \right)^* = -\sigma_I^* \sigma_R \quad (4.34)$$

$$\left(\frac{\partial g}{\partial Q_I'} \right)^* = r^* \sigma_{Q_I} \quad (4.35)$$

Como Q_I não é Normal, é necessário determinar os parâmetros da Normal equivalente:

$$F_{Q_I}(\alpha_I^*) = \exp\{-\exp[-0,003080(583,54-396,1357)]\} = 0,5703$$

$$f_{Q_I}(\alpha_I^*) = 0,003080 \exp\{-0,003080(583,54-396,1357) - \exp(-0,003080(583,54-396,1357))\}$$

$$f_{Q_I}(\alpha_I^*) = 0,0009864$$

$$\sigma_{Q_I}^N = \frac{\phi[\Phi^{-1}(0,5703)]}{0,0009864} = 398,12$$

$$\mu_{Q_I}^N = 583,54 - 398,12 \times 0,177 = 513,07$$

O valor de $\sigma_{Q_I}^N$ substitui então σ_{Q_I} na eq. 4.35.

Então, virá:

$$\left(\frac{\partial g}{\partial N'} \right)_* = 1,92 \times 150 \times (4,04)^{3/2} \times 0,2 = 467,73$$

$$\left(\frac{\partial g}{\partial C'} \right)_* = 1,0 \times 150 \times (4,04)^{3/2} \times 0,1344 = 163,70$$

$$\left(\frac{\partial g}{\partial L'} \right)_* = 1,0 \times 1,92 \times (4,04)^{3/2} \times 9,0 = 140,32$$

$$\left(\frac{\partial g}{\partial H'} \right)_* = 1,5 \times 1,0 \times 1,92 \times 150 \times (4,04)^{1/2} \times 0,2424 = 850,33$$

$$\left(\frac{\partial g}{\partial R'} \right)_* = -583,54 \times 0,1246 = -72,71$$

$$\left(\frac{\partial g}{\partial Q'_I} \right)_* = -0,89 \times 398,12 = -354,33$$

Cossenos diretores:

$$\alpha_N^* = \frac{\left(\frac{\partial g}{\partial N'} \right)_*}{\sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial N'} \right)_*^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial C'} \right)_*^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial L'} \right)_*^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial H'} \right)_*^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial R'} \right)_*^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial Q'_I} \right)_*^2}}$$

$$\alpha_N^* = 0,4421$$

$$\alpha_C^* = 0,1547$$

$$\alpha_L^* = 0,1326$$

$$\alpha_H^* = 0,8038$$

$$\alpha_R^* = -0,0687$$

$$\alpha_{Q_I}^* = -0,3349$$

3. Equações $X_i^* = \mu_{X_i} - \alpha_i^* \sigma_{X_i} \beta$:

$$n^* = \mu_N - \alpha_N^* \sigma_N \beta = 1,0 - 0,4421 \times 0,20 \beta = 1 - 0,08842 \beta$$

$$c^* = \mu_C - \alpha_C^* \sigma_C \beta = 1,92 - 0,1547 \times 0,1344 \beta = 1,92 - 0,02079 \beta$$

$$l^* = \mu_L - \alpha_L^* \sigma_L \beta = 150 - 9 \times 0,1326 \beta = 150 - 1,1934 \beta$$

$$h^* = \mu_H - \alpha_H^* \sigma_H \beta = 4,04 - 0,8038 \times 0,2424 \beta = 4,04 - 0,195 \beta$$

$$r^* = \mu_R - \alpha_R^* \sigma_R \beta = 0,89 + 0,678 \times 0,1246 \beta = 0,89 + 0,00856 \beta$$

$$q_I^* = \mu_{Q_I}^N - \alpha_{Q_I}^* \sigma_{Q_I}^N \beta = 513,07 + 0,3349 \times 398,12 \beta = 513,07 + 133,33 \beta$$

4. Equação do estado-limite e 1ª aproximação para β :

$$(1 - 0,08842 \beta) (1,92 - 0,02079 \beta) (150 - 1,1934 \beta) (4,04 - 0,195 \beta)^{1,5} - (0,89 + 0,00856 \beta) \cdot (513,07 + 133,33 \beta) = 0$$

por tentativas: $\beta = 4,10$

Segunda Iteração

1. A partir das equações do item 3 anterior, determinamos o no vo ponto de falha:

$$n^* = 0,637$$

$$c^* = 1,835$$

$$\ell^* = 145,11\text{m}$$

$$h^* = 3,239\text{m}$$

$$r^* = 0,925$$

$$q_I^* = 1059,72 \text{ m}^3/\text{s}$$

2. Derivadas e cossenos diretores:

$$F_{Q_I}(q_I^*) = \exp\{-\exp[-0,003080(1059,72-396,1354)]\} = 0,8785$$

$$f_{Q_I}(q_I^*) = 0,003080 \exp\{-2,0438396 - \exp[-2,0438396]\} = 0,0003505$$

$$\sigma_{Q_I}^N = \frac{\phi[\Phi^{-1}(0,8785)]}{0,0003505} = \frac{\phi(1,1675)}{0,0003505} = \frac{0,2018}{0,0003505} = 575,75$$

$$\mu_{Q_I}^N = 1059,72 - 575,75 \times 1,1675 = 387,53$$

Derivadas:

$$\left(\frac{\partial g}{\partial N'}\right)^* = 197,95$$

$$\left(\frac{\partial g}{\partial C'}\right)^* = 69,2129$$

$$\left(\frac{\partial g}{\partial L'}\right)^* = 59,3254$$

$$\left(\frac{\partial g}{\partial H'}\right)^* = 88,9881$$

$$\left(\frac{\partial g}{\partial R'}\right)^* = -138,4748$$

$$\left(\frac{\partial g}{\partial Q_I'}\right)^* = -537,7505$$

Cossenos diretores:

$$\alpha_N^* = 0,3279$$

$$\alpha_C^* = 0,1148$$

$$\alpha_L^* = 0,09837$$

$$\alpha_H^* = 0,1476$$

$$\alpha_R^* = -0,2296$$

$$\alpha_{Q_I}^* = -0,8917$$

3. Equações $x_i^* = \mu_{X_i} - \alpha_i^* \sigma_{X_i} \beta$:

$$n^* = 1 - 0,3279 \times 0,1274\beta = 1 - 0,04177\beta$$

$$c^* = 1,92 - 0,1148 \times 0,1284\beta = 1,92 - 0,01475\beta$$

$$l^* = 150 - 0,09837 \times 8,7066\beta = 150 - 0,8565\beta$$

$$h^* = 4,04 - 0,1476 \times 0,1943\beta = 4,04 - 0,02868\beta$$

$$r^* = 0,89 + 0,2296 \times 0,1295\beta - 0,89 + 0,02973\beta$$

$$\sigma_I^* = 387,53 + 0,8917 \times 575,75\beta = 387,53 + 513,40\beta$$

4. Equação do estado-limite e 2ª aproximação para β :

$$(1 - 0,04177\beta)(1,92 - 0,01475\beta)(150 - 0,8565\beta)(4,04 - 0,02868\beta)^{1,5} - (0,89 + 0,02973\beta)(387,53 + 513,40\beta) = 0$$

por tentativas: $\beta = 3,02$

Iterações subseqüentes

Repetindo-se o processo até a convergência dos valores de β , obteve-se o quadro-síntese a seguir apresentado.

a) Determinamos, então, o valor mínimo para β :

$$\beta_{\min} = 2,62$$

b) O mais provável ponto de falha será então:

$$n^* = 0,874$$

$$c^* = 1,875$$

$$l^* = 147,41m$$

QUADRO 4.13. - Síntese das Iterações

Variável X_i	Ponto de falha as sumido x_i^*	σ_{X_i}	μ_{X_i}	$(-\frac{\partial g}{\partial X_i})^*$	$\alpha_{X_i}^*$	Novo ponto de falha x_i^*
Primeira Iteração						
N	1,0	0,20	1,0	467,73	0,4421	1,0-0,08842 β
C	1,92	0,1344	1,92	163,70	0,1547	1,92-0,02079 β
L	150,0	9,00	150,0	140,32	0,1326	150-1,1934 β
H	4,04	0,2424	4,04	850,33	0,8038	4,04-0,195 β
R	0,89	0,1246	0,89	-72,71	-0,0687	0,89+0,00856 β
Q_I	583,54	398,12	513,07	-354,33	-0,3349	513,07+133,33 β
$\beta = 4,10$						
Segunda Iteração						
N	0,637	0,1274	1,0	197,75	0,3279	1,0-0,04177 β
C	1,835	0,1284	1,92	69,2129	0,1148	1,92-0,01475 β
L	145,11	8,706	150,0	59,3254	0,0984	150-0,8565 β
H	3,239	0,1943	4,04	88,9881	0,1476	4,04-0,02868 β
R	0,925	0,1295	0,89	-138,4748	-0,2296	0,89+0,02973 β
Q_I	1059,72	575,75	387,53	-537,7505	-0,8917	387,53+513,40 β
$\beta = 3,02$						
Terceira Iteração						
N	0,874	0,1748	1,0	379,72	0,3742	1,0-0,06541 β
C	1,875	0,1312	1,92	132,85	0,1309	1,92-0,01717 β
L	147,41	8,8446	150,0	113,91	0,1122	150-0,9924 β
H	3,953	0,2372	4,04	170,89	0,1684	4,04-0,03994 β
R	0,980	0,1372	0,89	-265,88	-0,2620	0,89+0,03595 β
Q_I	1937,94	886,79	-172,62	-869,05	-0,8563	-172,62+759,36 β
$\beta = 2,62$						
Quarta Iteração						
N	0,829	0,1658	1,0	357,68	0,3687	1,0-0,06113 β
C	1,875	0,1312	1,92	125,14	0,1290	1,92-0,01692 β
L	147,40	8,8440	150,0	107,30	0,1106	150-0,9781 β
H	3,935	0,2361	4,04	160,96	0,1659	4,04-0,03917 β
R	0,984	0,1378	0,89	-250,37	-0,2581	0,89+0,0356 β
Q_I	1816,90	845,56	-83,87	-834,98	-0,8608	-83,87+730,44 β
$\beta = 2,63$						

$$h^* = 3,953\text{m}$$

$$r^* = 0,980$$

$$q_I^* = 1937,94\text{m}^3/\text{s}$$

Conclusão

A probabilidade de desempenho insatisfatório do sangradouro será dada por:

$$P_F = 1 - \Phi(2,62) = 1 - 0,9955 = 0,0045$$

$$P_F = 0,45\% \approx 0,5\%.$$

É interessante observar que o risco hidráulico referente ao sangradouro é quase 5 vezes superior à probabilidade de excedência da vazão de projeto ($T_r = 1000$ anos).

4.3. - Avaliação Econômica Probabilística de Obras de Proteção Contra Inundações (VIEIRA e VIEIRA, 1991).

No estudo das várias medidas estruturais de combate às cheias, entre as quais se sobressaem, pela importância, magnitude e eficiência, os reservatórios de contenção, os diques de proteção e os canais de derivação, os benefícios econômicos mais relevantes são, geralmente, representados pelos danos ou prejuízos que venham a ser evitados ou reduzidos.

Ora, os prejuízos causados pelas inundações dependem dos níveis e vazões das cheias transportadas pelos rios, de caráter essencialmente aleatório. Em consequência, os benefi -

cios econômicos, atribuídos às obras de proteção, também terão caráter aleatório, e, portanto, devem ser avaliados, mais apropriadamente, sob a forma de distribuições de probabilidades.

Antecedentes

A metodologia tradicional de cálculo dos benefícios econômicos dessas obras é a seguir descrita:

a) Os prejuízos diretos, resultantes das inundações, são basicamente: danos causados a prédios, obras e serviços; perdas agrícolas e pastoris; perdas industriais; interrupção de negócios; custos de assistência, evacuação e reabilitação das populações atingidas, além de perdas humanas, de valor econômico controvertido. O valor desses prejuízos depende de cada nível ou estágio da inundação. Assim, levantamentos são feitos para todas as cheias que porventura tenham ocorrido na região, bem como projeções ou estimativas são realizadas para cheias potenciais, de maiores magnitudes.

Daí resulta a obtenção de uma curva prejuízo vs nível de inundação, construída a partir dos vários níveis levantados ou estimados.

b) Os níveis de inundação são associados às vazões máximas anuais, cuja distribuição de frequência ou função de probabilidades se determina a partir das séries históricas observadas. Uma curva vazão vs probabilidade de excedência é então estabelecida.

c) Associando-se as duas curvas anteriores, obtém-se a curva prejuízos vs probabilidade de excedência, com e sem a construção da obra de proteção em estudo. No caso de reser-

vatórios de contenção ou canais de derivação, duas curvas distintas são obtidas. No caso de diques de proteção a curva com a obra mantém-se praticamente a mesma da curva sem a obra, para níveis superiores ao nível de proteção projetado, anulando-se os prejuízos para todos os níveis inferiores ao mesmo.

a) A área compreendida pelas duas curvas de probabilidade de excedência representa o valor esperado do prejuízo evitado pelo projeto, constituindo-se, assim, no benefício econômico da obra.

Metodologia Proposta

Entendendo-se o prejuízo causado, ou evitado, como uma variável aleatória, a sua incidência anual, ao longo da vida útil do projeto (50, 100 anos), produzirá um fluxo de benefícios econômicos absolutamente irregular, de forma que o benefício global do projeto, medido em termos de valor presente ou anuidade equivalente uniforme, variará em função do caráter aleatório dos valores anuais bem como de sua distribuição temporal. Segundo KUIPER (1971), "a maior fonte de incerteza é a data da ocorrência das futuras cheias".

Chamemos de B_i o valor da redução parcial ou total de prejuízos para cada ano i . O fluxo de benefícios, durante os n anos de vida do projeto, está representado esquematicamente na figura 4.5 a seguir:

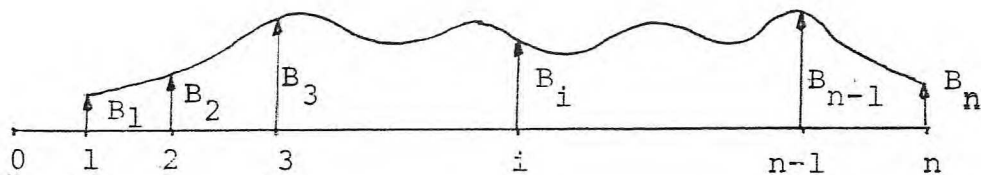


FIGURA 4.5. - Fluxo de Benefícios B_i

A anuidade equivalente, correspondente ao benefício global do projeto, será, então:

$$B_t = j(1+j)^n / \{ (1+j)^n - 1 \} \sum_{i=1}^n B_i / (1+j)^i \quad (4.36)$$

Sendo:

j = taxa de juros

n = vida útil do projeto.

A variável aleatória B_i terá sua distribuição de probabilidade expressa pelo diferencial das curvas (anteriormente referidas) de probabilidade dos prejuízos causados pelas inundações, nas situações sem e com a construção da obra.

Utilizando-se o Método Monte Carlo, simulam-se m séries de fluxos financeiros B_i , para o período de n anos.

Calculam-se, então, m valores para B_i , cuja distribuição de frequência descreverá, de forma não determinística, o benefício econômico do projeto.

A determinação de uma curva de probabilidade, empírica ou ajustada à distribuição de frequência obtida, ensejará, finalmente, a avaliação do parâmetro econômico aferidor, seja

ele benefício/custo ou benefício líquido, também sob a forma probabilística (VIEIRA, 1978), conforme mostra a figura 4.6:

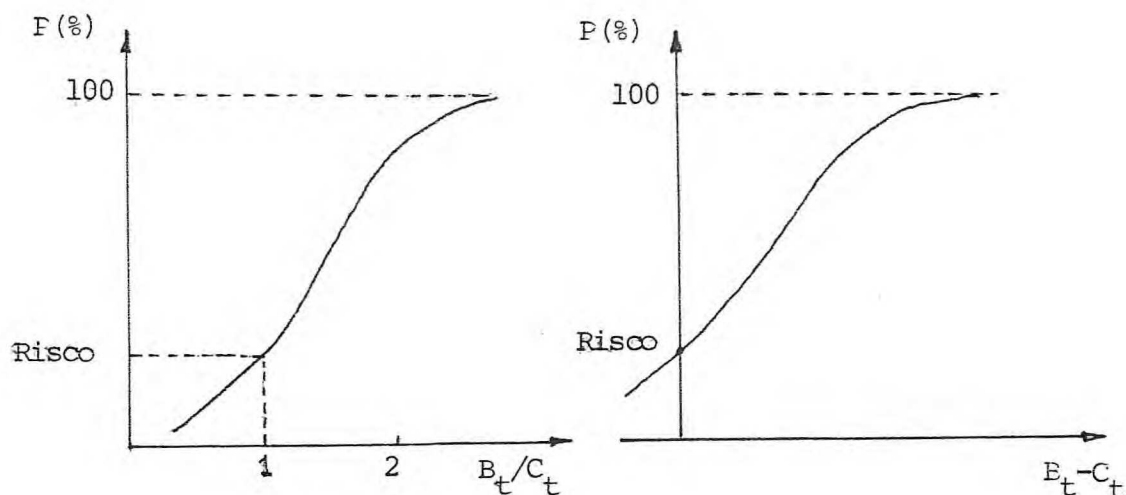


FIGURA 4.6. - Curvas de probabilidade esquemáticas da relação benefício/custo e benefício líquido, respectivamente.

O risco de insucesso econômico será representado pela probabilidade de $B_t/C_t < 1$ ou $(B_t - C_t) < 0$, sendo C_t o custo anual equivalente.

É interessante observar que o Método Monte Carlo poderá ser aplicado, mesmo que outras variáveis aleatórias sejam introduzidas, como, por exemplo, os custos das obras, a taxa de juros ou a própria vida útil do projeto.

Uma solução analítica para o problema torna-se em geral inviável, exceto em casos muito simples, ou admitindo-se hipóteses simplificadoras por vezes inadequadas.

Entretanto o Método MFOSM (Mean-Value First-Order Second-Moment) da Teoria da Confiabilidade (YEN, 1987) é bastante genérico, com relação ao cálculo do valor esperado e variância de uma função de variáveis aleatórias, linear ou não

linear. No caso em apreço, teremos simplesmente, a partir da Equação 4.36, considerando que a distribuição B_i é a mesma para qualquer ano i :

$$\bar{B}_t = j(1+j)^n / \{ (1+j)^n - 1 \} \sum_{i=1}^n \bar{B}_i / (1+j)^i = \bar{B}_i \quad (4.37)$$

$$\sigma_{B_t}^2 = \sum_{i=1}^n (\delta_{B_t} / \delta_{B_i})^2 \sigma_{B_i}^2 \quad (4.38)$$

$$\sigma_{B_t}^2 = j^2 (1+j)^{2n} / \{ (1+j)^n - 1 \}^2 \sum_{i=1}^n \sigma_{B_i}^2 / (1+j)^{2i} \quad (4.39)$$

$$\sigma_{B_t}^2 = \sigma_{B_i}^2 j^2 (1+j)^{2n} / \{ (1+j)^n - 1 \}^2 \sum_{i=1}^n 1 / (1+j)^{2i} \quad (4.40)$$

$$\sigma_{B_t}^2 = \alpha^2 \sigma_{B_i}^2 \{ 1 / (1+j)^2 - 1 / (1+j)^{2(n+1)} \} / \{ 1 - 1 / (1+j)^2 \} \quad (4.41)$$

sendo:

$$\alpha = j(1+j)^n / \{ (1+j)^n - 1 \}. \quad (4.42)$$

Consequentemente:

$$\overline{B_t - C_t} = \bar{B}_t - C_t \quad (4.43)$$

$$\sigma_{B_t - C_t}^2 = \sigma_{B_t}^2 \quad (4.44)$$

$$\overline{B_t/C_t} = \overline{B_t}/C_t \quad (4.45)$$

$$\sigma_{B_t/C_t}^2 = \sigma_{B_t}^2 / C_t^2 \quad (4.46)$$

Exemplo de Aplicação

Cosideraremos, para fins de aplicação da metodologia, o projeto de proteção contra cheias apresentado por JAMES e LEE (1971) no livro Economic of Water Resources Planning (pag. 264, probl. 10-1):

"Em uma dada área inundável um estudo foi feito para determinar as relações entre frequência de cheia e danos de cheia e entre frequência de cheia e custo das obras projetadas para controlar a cheia daquela frequência. Os custos foram calculados em uma base anual, incluindo operação e manutenção.

Freqüência, %	:	60	50	40	30	20	15	10	6	2	0,5
Danos, \$1.000	:	0	20	30	40	90	145	215	310	435	500
Custos, \$1.000	:	0	10	15	18	20	21	23	28	40	80

Suponha que as medidas estruturais evitem todos os danos das cheias inferiores a de projeto e não tenham efeito nenhum sobre os danos das cheias superiores a de projeto.

Um projeto de proteção contra a cheia de 6% de frequência está sendo considerado. Qual é a relação benefício-custo e qual o benefício líquido do projeto?"

Avaliação Determinística

a) Distribuição dos danos evitados B_1 — Quadro 4.14 a seguir:

QUADRO 4.14. - Danos Evitados

B	P	OBSERVAÇÕES
0,0	0,40	Vazões pequenas
10,0	0,10	-
25,0	0,10	-
35,0	0,10	-
65,0	0,10	-
117,5	0,05	-
180,0	0,05	-
262,5	0,04	-
0,0	0,06	Vazões acima do nível de proteção

$$\Sigma P = 1,00$$

b) Benefício anual médio:

$$\bar{B}_t = \bar{B}_i = \sum_{k=1}^n P_k B_k = \quad (4.47)$$

$$= 0,1 \times 10 + 0,1 \times 25 + 0,1 \times 35 + 0,1 \times 65 + 0,05 \times 117,5 + 0,05 \times 180 + 0,04 \times 262,5 = 38,875$$

c) Custo anual:

$$C_t = 28$$

d) Benefício líquido: $B_t - C_t = 38,875 - 28 = 10,875$ ($\$10^3$)

e) Relação benefício-custo: $B_t / C_t = 38,875 / 28 = 1,388$

Avaliação Probabilística

a) Média, variância e desvio padrão de B_i :

$$\bar{B}_i = \sum_{k=1}^m P_k B_k = 38,875$$

$$\sigma_{B_i}^2 = \sum_{k=1}^m P_k (B_k - \bar{B}_i)^2 = 4172,80$$

$$\sigma_{B_i} = 64,60$$

b) Média, variância e desvio padrão de B_t :

$$\bar{B}_t = \bar{B}_i = 38,875$$

Considerando $n = 50$ (vida útil do projeto) e $j = 6\%a.a.$ vem, aplicando-se a Equação 4.41:

$$\sigma_{B_t}^2 = 4172,80 \times 8,067 \times 0,06344^2 = 135,48$$

$$\sigma_{B_t} = 11,64$$

c) Média, variância e desvio padrão dos parâmetros econômicos $B_t - C_t$ e B_t/C_t :

$$\overline{B_t - C_t} = \bar{B}_t - C_t = 38,875 - 28 = 10,875$$

$$\sigma_{B_t - C_t}^2 = \sigma_{B_t}^2 = 135,48$$

$$\sigma_{B_t - C_t} = 11,64$$

$$\overline{B_t/C_t} = \bar{B}_t/C_t = 38,875/28 = 1,388$$

$$\sigma_{B_t/C_t}^2 = 135,48/28^2 = 0,1728$$

$$\sigma_{B_t/C_t} = 0,4157$$

d) Distribuição de B_t determinada por simulação Monte Carlo, a partir da distribuição discretizada de B_i :

Tomando 10000 séries de B_i , com 50 anos cada, obtiveram-se 10000 valores para B_t , através da Equação 4.36, com os seguintes resultados:

$$\bar{B}_t = 38,71 \quad ; \quad CV = 3,32$$

$$\sigma_{B_t}^2 = 135,70 \quad ; \quad B_t \text{ max} = 89,01$$

$$\sigma_{B_t} = 11,65 \quad ; \quad B_t \text{ min} = 7,99$$

$$B_t/C_t = 1,396 \quad ; \quad \sigma_{B_t/C_t} = 0,4109$$

A distribuição empírica (10000 valores) proporcionou a determinação do risco econômico (Fig. 4.7 - Quadro 4.15)

QUADRO 4.15. - Pontos da curva de probabilidade de B_t/C_t

B_t/C_t	P(%)
0,20	0,00
0,40	0,07
0,60	1,21
0,80	6,46
1,00	18,41
1,20	35,64
1,40	54,97
1,60	71,98
1,80	84,15
2,00	91,90
2,20	96,16
2,40	98,26
2,60	99,51
2,80	99,88
3,00	99,96

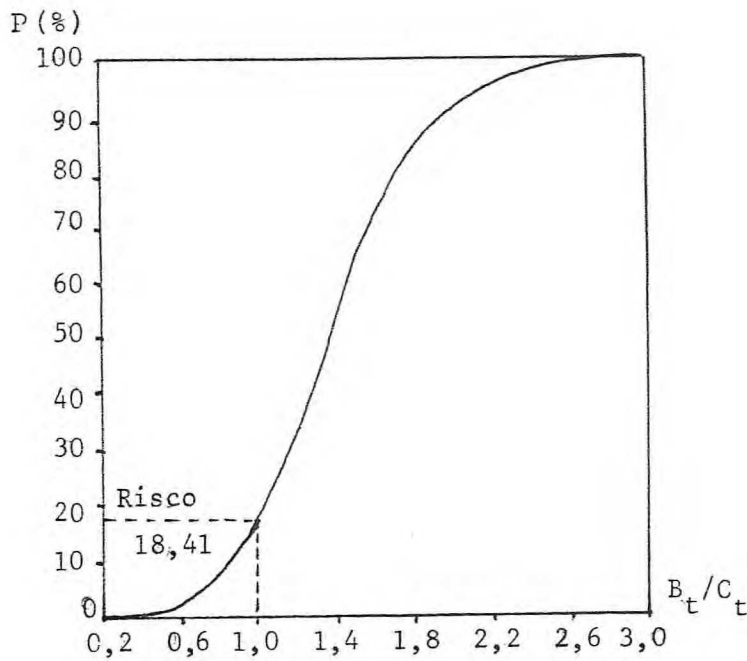


FIGURA 4.7. - Curva de probabilidade de B_t/C_t

$$\text{Risco} = P(B_t/C_t < 1) = 18,41\%$$

e) Eis o quadro comparativo das avaliações (Quadro 4.16)

QUADRO 4.16. - Avaliações

AVALIAÇÃO	CONVENCIONAL	MFOSM	MONTE CARLO
B_t/C_t	1,388	1,388	1,396
σ_{B_t/C_t}	-	0,4157	0,4109
Risco	-	-	18,41%

Concluimos, então, que a avaliação probabilística acrescenta à relação benefício/custo esperada, a informação adicional do risco econômico envolvido, ou seja, embora a relação seja cerca de 1,4 existe a probabilidade de 18% do projeto ser, na realidade, anti-econômico.

Aproximação Analítica

Façamos, à título de ilustração, duas hipóteses aproximativas quanto à distribuição de B_t , com vistas ao cálculo do risco econômico, no caso específico do exemplo considerado.

1) Consideremos B_t com distribuição Normal, tendo em vista se tratar de um somatório de variáveis aleatórias independentes, embora com a restrição de que a contribuição das parcelas B_i , para o cômputo de B_t se realiza de forma exponencialmente decrescente:

$$B_t = \alpha \sum_{i=1}^{50} B_i / (1+j)^i \quad (4.48)$$

O coeficiente $1/(1+j)^i$ varia no intervalo $(1,0)$, e a participação dos 10 primeiros anos já representa cerca de 70% da variância total de B_t .

Teremos, então, para o cálculo do risco, $P(B_t < 28)$, considerando distribuição gaussiana:

$$\phi\left[\frac{(28 - \bar{B}_t)}{\sigma_{B_t}}\right] = \phi(-0,93) \approx 17,6\% \quad (4.49)$$

2) Adotemos, agora, a distribuição de Pearson Tipo III, considerada pelo Método de Foster como adequada a dados de vazões máximas anuais (VILLELA, 1975), e, conseqüentemente, a prejuízos delas decorrentes. É interessante observar que esta distribuição não admite valores negativos e tem forma assimétrica, com coeficiente de obliquidade C_o :

onde:

$$C_o = \frac{\sum (B_t - \bar{B}_t)^3}{\left[2\sigma_{B_t} \sum (B_t - \bar{B}_t)^2\right]} \quad (4.50)$$

Esse coeficiente, calculado a partir dos valores simulados, resultou em $C_0 = 0,24$.

Daí:

$$x = 28 - 38,875 = -10,875$$

$$x/\sigma_{B_t} = -10,875/11,64 = -0,93$$

$$P(B_t < 28) \approx 17,9\%.$$

Em ambos os casos, os riscos estimados se aproximam do valor 18,4%, resultante do Método Monte Carlo. Por outro lado, a nível de significância de 5%, a curva gerada se ajusta às duas distribuições adotadas, com melhor aderência à de Pearson III.

4.4. - Análise Benefício-Risco de Diques de Proteção contra Inundações (VIEIRA e CAMPOS, 1991).

O dimensionamento ótimo de diques de proteção contra inundações é normalmente realizado de duas formas diferentes, embora equivalentes sob o ponto de vista de eficiência econômica: através da maximização do benefício líquido ou pela minimização do custo global, ou seja:

$$\text{MAX } (B-C) \text{ ou } \text{MIN } (C+C_D),$$

onde

B = benefício, ou custo dos danos evitados

C = custo do projeto

C_D = custo dos danos não evitados,

Se chamarmos de C_{DM} o custo máximo dos danos, e que corresponde ao custo dos danos sem a implantação do projeto, temos:

$$C_{DM} = C_D + B. \quad (4.51)$$

então

$$\text{MAX}(B-C) = \text{MAX}(C_{DM} - C_D - C) = \text{MAX}\{C_{DM} - (C + C_D)\} = C_{DM} - \text{MIN}(C + C_D) \quad (4.52)$$

Benefício-Risco

Considerando que todas as variáveis até aqui definidas são de caráter aleatório, quer pela imprecisão de suas estimativas quer, sobretudo, pela randomicidade do fenômeno hidrológico que lhes dá origem, o processo de otimização se traduziria na maximização do valor esperado de $(B-C)$ ou minimização do valor esperado de $(C+C_D)$.

Nestas circunstâncias, cumpre introduzir a variável risco como uma nova variável de decisão, e o processo de otimização passará a conter duas funções-objetivos, potencialmente conflitantes entre si:

$$\begin{aligned} &\text{MAX } E(B-C) \text{ e} \\ &\text{MIN } P\{(B-C) < 0\}, \end{aligned}$$

ou seja, maximização do valor esperado do benefício líquido $B_L = B - C$ e minimização da probabilidade do benefício líquido ser negativo. $P\{(B-C) < 0\} = R$ é, por definição, o risco econômico do projeto.

A solução ótima significará, neste caso, para o tomador de decisão, uma solução de compromisso entre os dois objetivos, decorrente de convenientes "trade-offs" entre os mesmos.

Outras variáveis de decisão poderiam também ser incorporadas, tais como o risco físico de destruição dos diques, por transbordamento, durante toda a vida útil da obra.

Considerando, por exemplo, que a cada nível de proteção corresponde um risco físico de transbordamento K , a análise poderá ser feita entre as 3 variáveis B_L , R e K . A "otimização" consistirá, então, na conciliação dos riscos econômico e

físico com o maior valor possível do benefício líquido esperado.

De um modo geral, podemos construir uma Matriz de Decisão, onde o parâmetro de entrada seja o nível de proteção θ (período de retorno correspondente à vazão protegida) e as variáveis de decisão sejam, por exemplo:

\bar{B}_L - benefício líquido esperado

R - risco econômico

K - risco físico

G - garantia = $P\{(B-C) > 0\}$

G/R - relação garantia-risco

C_0 - custo do projeto.

A construção de curvas representativas dessas variáveis, funções de θ , em um único diagrama, aqui chamado de Diagrama de Decisão, facilitará certamente a visão global das alternativas e a decorrente tomada de decisão.

Exemplo

Reexaminaremos o estudo dos diques de proteção do Baixo Vale do Jaguaribe, Estado do Ceará, elaborado pela SCET-SIRAC (1973) para o Departamento Nacional de Obras Contra as Secas, agora sob o enfoque da Análise Benefício-Risco.

Seja $D_t(T)$ o custo dos danos causados no ano t , por uma cheia de período de retorno T , sem a existência de diques de proteção à área inundável. Sendo $p = 1/T$ a probabilidade de ocorrer a cheia de período de retorno T , e supondo desprezível os danos das cheias de retorno inferior a 1 ano, o valor médio dos danos causados por todas as cheias, no ano t , poderá ser expresso por:

$$D_t = \int_0^1 D_t(p) = \int_1^{\infty} D_t(T) dT/T^2 \quad (4.53)$$

resultante da integração da curva $D_t(T)$, Figura 4.8.

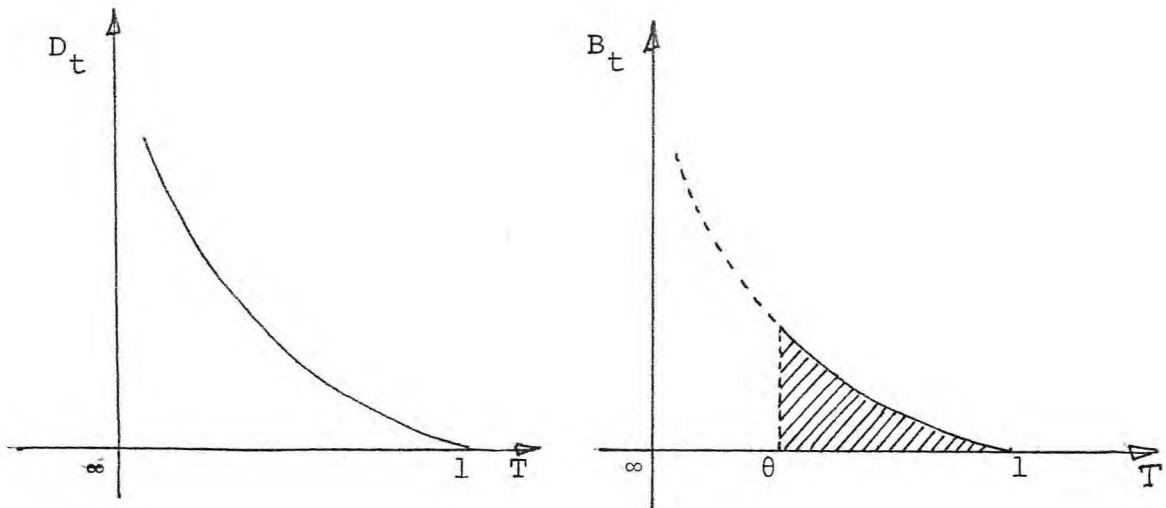


FIGURA 4.8 - Representação Esquemática das Funções $B_t(T)$ e $D_t(T)$.

Benefícios

Sendo θ o nível de proteção, podemos considerar que para $T \leq \theta$ os danos serão nulos e, para $T > \theta$, os danos serão os mesmos da situação pré-projeto (desprezando-se os causados aos próprios diques). Assim, os danos evitados, ou a proteção assegurada pelos diques, podem ser representados pela curva $B_t(T)$ da Figura 4.8 e o seu valor esperado representado pela área hachurada.

$$\overline{B}_t(\theta) = \overline{D}_t - \int_{\theta}^{\infty} D_t(T) dT/T^2 = \int_1^{\theta} D_t(T) dT/T^2 = \int_1^{\theta} B_t(T) dT/T^2 \quad (4.54)$$

sendo:

$$B_t(T) > 0 \text{ para } 1 \leq T \leq \theta \quad (4.55)$$

$$B_t(T) = 0 \text{ para } T > \theta \quad (4.56)$$

O valor presente (para $t = 0$) dos benefícios $B_t(T)$ será, então, para duração "infinita" do projeto e juros contínuos j :

$$B_0(T) = \int_0^{\infty} B_t(T) e^{-jt} dt. \quad (4.57)$$

O perímetro irrigado do Baixo Jaguaribe, protegido pelos diques, sendo progressivamente equipado e valorizado, acarreta:

$$B_t(T) = C_1(T) (1 - e^{-u(t-\sigma)}) + C_2(T) (1 - e^{-vt}) \quad (4.58)$$

onde:

$C_1(T)$ = dano causado pela cheia T às colheitas anuais, em plena produção.

$C_2(T)$ = danos causados aos equipamentos e infraestrutura, em regime de plena produção.

v = parâmetro característico do ritmo de implantação do equipamento.

u = parâmetro característico do ritmo de maturação da exploração.

σ = defasamento da entrada em produção em relação à implantação do equipamento.

No caso em pauta: $u = 0,17$; $\sigma = 2$ e $v = 0,14$.

Então:

$$B_0(T) = \int_0^{\infty} [C_1(T)\{1-e^{-u(t-\sigma)}\} + C_2(T)\{1-e^{-vt}\}]e^{-jt} dt \quad (4.59)$$

$$B_0(T) = \int_0^{\infty} [C_1(T) 1-e^{-0,17(t-\sigma)} + C_2(T)\{1-e^{-0,14t}\}]e^{-jt} dt \quad (4.60)$$

$$B_0(T) = C_1(T)\{1/j-1,40/(0,17+j)\} + C_2(T)\{1/j-1/(0,14+j)\} \quad (4.61)$$

Para $j = 10\%$:

$$B_0(T) = 4,81 C_1(T) + 5,83 C_2(T) \quad (4.62)$$

Os estudos elaborados no Projeto, conduziram ao Quadro 4.17, de custos dos danos, em Cr\$ 10^6 (preços de abril/73).

Considerando $B_0(T) = 0$, para $T < 1$ e $T > \theta$, e fazendo-se variação linear de $C_1(T)$ e $C_2(T)$ entre os pontos indicados no Quadro 4.17 determinamos os benefícios esperados, para cada nível θ , pela expressão:

QUADRO 4.17. Custos dos Danos (Cr\$ 10^6)

T(anos)	5	10	50	100
Área (ha)	3.300,0	13.300,0	21.800,0	26.400,0
C_1 (T)	2,3	9,5	30,0	37,0
C_2 (T)	3,3	13,0	34,0	42,0

$$B_o(\theta) = \int_1^{\theta} \{4,81 C_1(T) + 5,83 C_2(T)\} dT/T^2 \quad (4.63)$$

A distribuição dos benefícios $B_o(T)$, foi então, determinada (em Cr\$ 10^6), conforme Quadro 4.18.

QUADRO 4.18. Valor presente dos benefícios (Cr\$ 10^6)

T (anos)	5	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	130
$B_o(T)$	30,3	121,48	176,74	232,00	287,26	342,52	358,58	374,64	390,70	406,76	422,83	438,89	471,01

Os benefícios esperados, para os vários níveis de proteção θ , foram calculados e apresentados no Quadro 4.19.

Custos

O custo de investimentos I dos diques, calculados em função da vazão de cheia máxima protegida Ω , é dado por:

$$I = 0, \text{ para } \Omega < 1 \text{ (em } 10^3 \text{ m}^3/\text{s)} \quad (4.64)$$

$$I = 4,5\Omega - 4,5 \text{ para } 1 \leq \Omega \leq 3 \text{ (I em Cr\$ } 10^6) \quad (4.65)$$

$$I = 6,3\Omega - 10 \text{ para } \Omega > 3 \quad (4.66)$$

A construção dos diques, sendo programada para 25% no ano 0, 40% no ano 5 e 35% no ano 6, seu custo presente (para $t = 0$) é, portanto:

$$I_0 = I(0,25+0,61 \times 0,40+0,55 \times 0,35) \approx 0,7 I. \quad (4.67)$$

O custo de manutenção, estimado em 5% do investimento, por ano, será em termos de valor presente:

$$0,05 (I_0/j) = (0,05/0,10) I_0 = 0,5 I_0. \quad (4.68)$$

Por outro lado, admitindo que, se a cheia ultrapassar o valor Ω , os diques serão destruídos e o custo atualizado de sua reconstrução será:

$$I_0/T_j = I_0/(0,1T) \quad (4.69)$$

(Ω corresponde ao período de retorno T).

Então, o custo total atualizado, para diferentes níveis de proteção θ , será dado por:

$$C_0(\theta) = I_0 + 0,5I_0 + (10/\theta)I_0 \quad (4.70)$$

$$C_0(\theta) = I_0\{1,5+(10/\theta)\} = 0,7I\{1,5 + (10/\theta)\}. \quad (4.71)$$

Feito o ajuste das vazões medidas, na localidade de Peixe Gordo, à lei de Goodrich, obtiveram-se:

$$\theta = 0,37e^{1,28\Omega} \quad (4.72)$$

$$\Omega = 0,78 \ln(\theta/0,37) \quad (4.73)$$

Conseqüentemente, foram calculados $I(\theta)$ (Quadro 4.19.) e $C_0(\theta)$ (Quadro 4.20).

QUADRO 4.19 - Benefícios e Investimentos (Cr\$ 10⁶).

θ (anos)	5	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	130
$\bar{B}_O(\theta)$	6,13	12,68	19,82	23,17	25,31	26,87	28,03	28,91	29,59	30,15	30,61	31,00	31,63
I (θ)	4,63	7,07	9,59	11,54	12,99	14,04	14,94	15,70	16,39	16,76	17,46	17,97	18,79

QUADRO 4.20.- Matriz de Decisão

θ (anos)	\bar{B}_L (Cr\$ 10 ⁶)	R (%)	G (%)	K (%)	Co (Cr\$ 10 ⁶)
10	0,31	72,02	27,98	99,99	12,37
20	6,41	68,72	31,08	99,41	13,42
30	8,37	69,44	30,56	96,51	14,80
40	9,40	70,24	29,76	92,05	15,91
50	10,14	70,83	29,17	86,74	16,73
60	10,60	71,37	28,63	81,44	17,43
70	10,86	71,87	28,13	76,31	18,05
80	10,95	72,35	27,65	71,57	18,64
90	11,03	72,73	27,27	67,25	19,12
100	11,06	73,07	26,93	63,40	19,55
110	10,93	73,45	26,55	59,91	20,01
130	10,89	74,02	25,98	53,84	20,74

Benefícios líquidos

Os benefícios líquidos esperados $\bar{B}_L = \bar{B}_O - C_O$, para diferentes níveis de proteção θ , podem então ser determinados, con

forme mostra o Quadro 4.20.

Riscos econômicos

Para cada nível θ , podemos determinar, a partir da distribuição de probabilidade dos benefícios $B_0(T)$, além de \bar{B}_0 e $\bar{B}_L = \bar{B}_0 - C_0$, a própria distribuição dos benefícios líquidos $B_0(T) - C_0(\theta)$ e, conseqüentemente, o risco econômico R ou a garantia G :

$$R = P[(B_0 - C_0) < 0] \quad (4.74)$$

$$G = P[(B_0 - C_0) > 0] \quad (4.75)$$

A Figura 4.9. ilustra o caso correspondente a $\theta = 100$ anos.

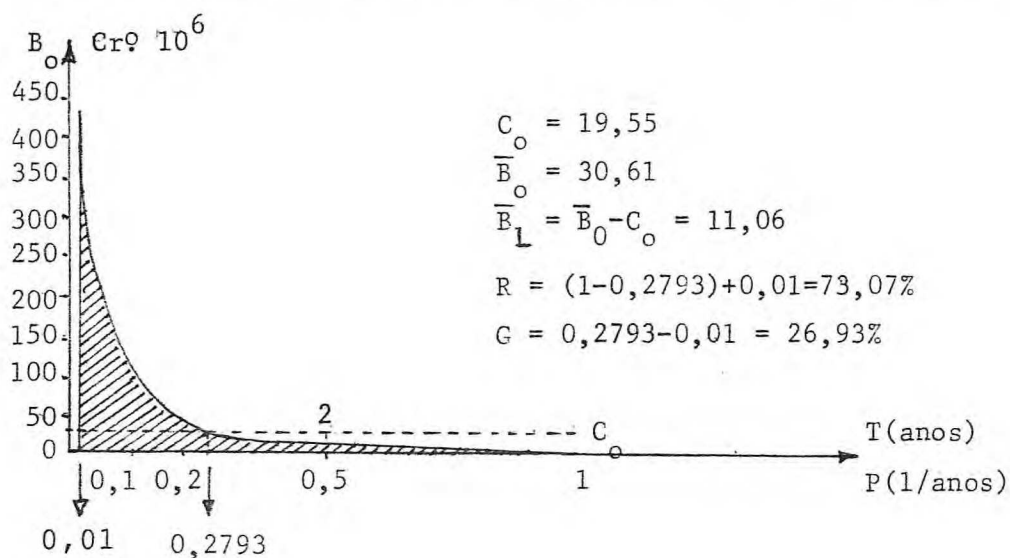


FIGURA 4.9. - $B_0(T)$ para $\theta = 100$ anos.

O Quadro 4.20. apresenta o resultado geral dos riscos e garantias obtidos em função de θ .

Riscos físicos

Considerando de 100 anos a vida útil do projeto o risco físico global K poderá ser expresso por:

$$K = 1 - (1 - 1/\theta)^{100} \quad (4.76)$$

Os valores de K, para os vários níveis de proteção θ , são apresentados no Quadro 4.20.

O Processo de Decisão

Para facilitar a análise benefício-risco e a consequente tomada de decisão, por quem de direito, apresentamos a Matriz de Decisão referente ao caso, onde os diversos parâmetros associados à eficiência econômica, aos riscos econômicos e aos riscos físicos, estão devidamente relacionados. A partir dela, foram traçadas as curvas representativas de alguns parâmetros, como funções de θ , na figura 4.10. sob o título de DIAGRAMA DE DECISÃO, a seguir apresentado.

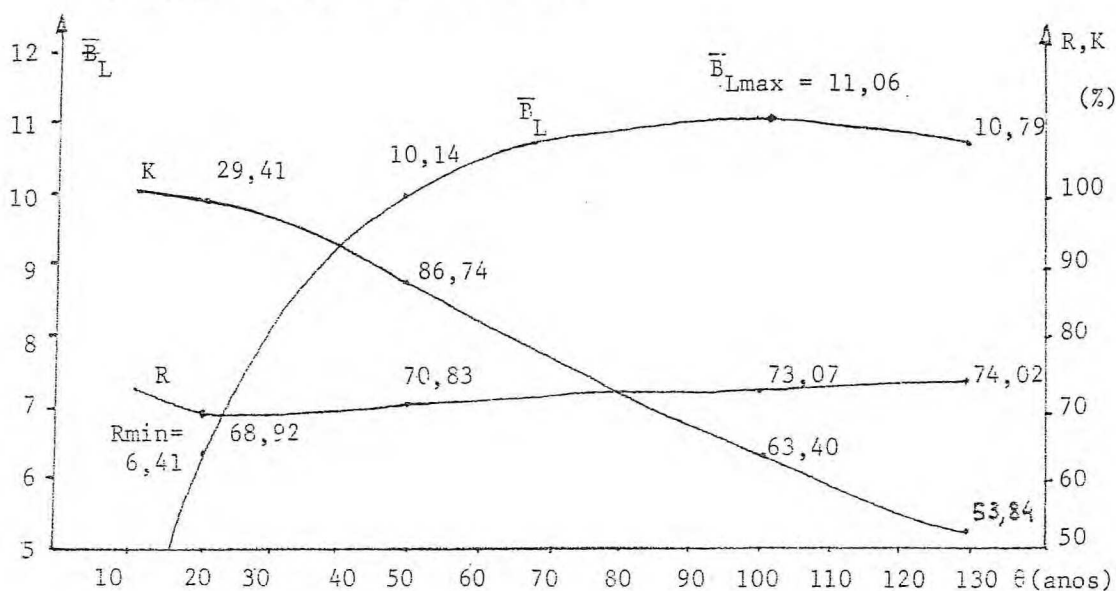


FIGURA 4.10. - Diagrama de Decisões.

Como já foi dito anteriormente, se o objetivo do decisor for o de maximizar o benefício líquido, então a solução ótima corresponderá ao dique de proteção para $\theta = 100$ anos.

Se, por outro lado, o propósito for o de minimizar o risco econômico, mantido um patamar de benefício líquido positivo, a solução ideal se deslocará para o dique correspondente a $\theta = 20$ anos. Observa-se, também, que o risco físico (K) decresce com o aumento do dique. Assim, para o intervalo de valores considerado, a solução menos arriscada corresponderá a 130 anos.

Caberá, então, ao tomador de decisão, após analisar as implicações das várias alternativas, escolher a que melhor se adeque às preferências da comunidade interessada. A escolha final, recaindo, por exemplo, no nível $\theta = 50$ anos, se justificaria, por comparação a $\theta = 100$, com os seguintes argumentos:

- a) Benefício líquido 10,14 milhões, apenas 8% inferior ao máximo 11,06;
- b) Risco econômico reduzido de 73 para 70%;
- c) Redução de custo de 19,55 para 16,73 milhões.

O Diagrama poderá ser utilizado, ainda, através do estabelecimento de faixas de aceitação para as variáveis de decisão. Por exemplo, risco econômico $R \leq R_{sup}$, benefício líquido $B_L \geq B_{inf}$ e risco físico $K \leq K_{sup}$; seja, então, $R_{sup} = 71\%$, $B_{inf} = \text{Cr\$ } 9 \times 10^6$ e $K_{sup} = 90\%$. Neste caso, o intervalo de decisão será $44 \leq \theta \leq 50$. Assim, se a prioridade for a maximização de B_L ou a minimização de K , ter-se-á $\theta = 50$ anos; se a preferência for a minimização de R , então $\theta = 44$ anos.

Conclusões

Verifica-se, pelo exemplo apresentado, que a introdução da análise de risco, no dimensionamento de diques de proteção contra inundações, acrescenta informações extremamente úteis para o tomador de decisão, colocando-o numa posição mais crítica, mais abrangente e mais realista. O estabelecimento de faixa de aceitação para cada variável em análise facilita a tomada de decisão por parte do administrador.

A estimativa do risco econômico, no caso em tela, variando no entorno de 70%, parece ser bastante elevada, e decorre da própria variabilidade do fenômeno das cheias, bem como da hipótese implícita de auto-correlação dos benefícios auferidos ao longo dos anos. Recomenda-se, em estudos subsequentes, a análise do nível de correlação dos benefícios anuais, visto que, se considerados eventos independentes, tenderiam a diminuir a variância dos parâmetros econômicos e, conseqüentemente, o risco respectivo.

5. CONCLUSÕES GERAIS E RECOMENDAÇÕES

Façamos, preliminarmente, um quadro-síntese mostrando, para cada caso analisado, os métodos utilizados, os riscos avaliados e os períodos de tempo de referência.

QUADRO 5.1. - Casos e Métodos

Caso	Objeto do Estudo	Métodos	Riscos	Períodos de Referência
I	Estabilidade do Talude	PEM Monte Carlo	Físico 1,23%	< 1 ano (construção)
II	Comportamento hidráulico de sangradouro	AFOSM Índice de Conf. fiab.	Físico 0,45%	1 ano
III	Eficiência econômica de dique de proteção	MFOSM Monte Carlo	Econômico 18,41%	50 anos (vida útil)
IV	Dimensionamento ótimo de dique de proteção.	Analítico (Int.direta)	Físico > 53,84% Econômico > 68,72%	50 anos (vida útil)

5.1. - Conclusões Gerais

a) Apesar de não se ter buscado, em nenhum caso, dados adicionais relativamente a estudos básicos, o que aliás foi intencional, verificou-se que a Análise de Risco permitiu extrair e explicitar daqueles estudos tradicionais as probabilidades de falha física ou econômica dos projetos, ampliando, assim, o leque de informações postas à disposição do administrador, para

a sua tomada de decisão.

b) É evidente que se, desde o início da elaboração dos projetos, os estudos tivessem sido realizados dentro do enfoque estatístico-probabilístico, a Análise de Risco teria sido mais rigorosa e, conseqüentemente, mais confiável.

c) É interessante observar o período de referência para o qual se está avaliando o risco.

Nos casos I e II, o risco é pequeno, mas se refere a um período anual. Nos casos III e IV os riscos, agora maiores, dizem respeito a toda a vida útil do projeto.

d) Outra observação importante é que o risco econômico do caso III (18,41%) é bem inferior ao do caso IV (mínimo de 68,72%), embora se refiram ambos a diques de proteção.

A diferença se explica pelo fato de que, no caso III, os benefícios anuais foram considerados independentes, enquanto, no caso IV, os benefícios foram tomados como absolutamente correlatos.

5.2. - Recomendações

Em face do exposto, entendemos ser oportuno recomendar aos especialistas da área, o aprofundamento de estudos e pesquisas, no sentido de:

- a) Introduzir, sistematicamente, no processo de elaboração de projetos e avaliação de desempenho de obras hidráulicas, a respectiva Análise de Risco.
- b) Procurar, especialmente, associar, os riscos hidrológicos aos conseqüentes riscos econômicos, sociais e ambientais dos

projetos hídricos.

- c) Estabelecer relação explícita entre os níveis de garantia das vazões regularizadas por reservatórios a níveis de garantia da rentabilidade econômica, para os vários usos da água.
- d) Identificar os índices de correlação ou auto-correlação entre os vários tipos de benefícios e sua variação no tempo.
- e) Identificar a variabilidade dos custos dos projetos, estabelecendo distribuições de probabilidades representativas de diferentes situações e obras.
- f) Aprofundar os métodos de desenvolvimento em série da função-desempenho, envolvendo termos de segunda ordem ou superior.
- g) Desagregar, de um modo geral, a função-desempenho em vários níveis, até que as variáveis X_i sejam mais facilmente identificáveis através de distribuições, sejam elas objetivas ou até mesmo subjetivas.

6. BIBLIOGRAFIA

- . ANG, A.H-S., e TANG, W.H., 1984, Probability Concepts in Engineering Planning and Design. Vol. II - Decision, Risk and Reliability, J. Wiley & Sons, New York.
- . BUARQUE, C., 1988, Avaliação Econômica de Projetos, Editora Campus, Rio de Janeiro.
- . DRÈZE, J.H., 1987, Essays on Economic Decisions under Uncertainty, Cambridge University Press, Cambridge.
- . DUCKSTEIN, L. e BERNIER, J., 1986, A System Framework for Engineering Risk Analysis, in Risk-Based Decision Making in Water Resources, ASCE, New York.
- . EISEL, L., 1981. Uncertainty: The Water Resources Decision Making Dillema, in Water Resources Planning and Management, Edited by Y. Haimes, Plenum Press, New York.
- . GEONORTE, 1987, Projeto Executivo da Barragem Marco, CE - DNOCS, Fortaleza.
- . HAIMES, Y., 1981. Opening Remarks and Conference Overview, in Risk Benefit Analysis in Water Resources Planning and Management, Edited by Y. Haimes, Plenum Press, New York.
- . HARR, M.E. - 1984. Reliability-Based Design in Civil Engineering, Shaw Lecture Series in Civil Engineering, North Carolina State University, Raleigh.
- . HARR, M.E., 1987, Reliability-Based Desing in Civil Engineering, McGraw-Hill, New York.

- . JAMES, L.D., e LEE, R.R., 1971, Economics of Water Resources Planning, McGraw-Hill, New York.
- . KAVAZANJIAN Jr., E., CHAMEAU, J.L., CLOUGH, G.W. and HAMOU, T. H., 1983. Applications of Probabilistic Methods in Geotechnical Engineering, in Proceedings, Seminar on Probabilistic Methods in Geotechnical Engineering, U.S. Army Corps of Engineering, U.S.A.
- . KNOESEN, J.S., 1989. Probabilistic Safety Evaluation of Earth Dams, in Proc. of the 12th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Rio de Janeiro.
- . KROUSE, M.R., 1986, Workshop Report-Engineering Standards versus Risk Analysis, in Risk-Based Decision Making in Water Resources, ASCE, New York.
- . KUIPER, E., 1971, Water Resources Project Economics, Butter Worths, London.
- . LARSON, N.B., 1982, Evaluation of Proposed Tailings Impoundements Using Finite Elements and Probability of Failure Analysis, M.S. Report, The University of Arizona, Tucson.
- . POMERANZ, L., 1988, Elaboração e Análise de Projetos, Editora Hucitec, São Paulo.
- . SCET-SIRAC, 1973, Baixo Jaguaribe-Estudo de Viabilidade - Tomo III - O Projeto - Parte 1 - As grandes opções, Cap. IV - O nível de Proteção contra as cheias, Fortaleza.
- . SCHILLING, K.E., 1986. Consideration of Water Resources Risk Management Options in Risk Analysis, in Risk-Based Decision Making in Water Resources, ASCE, New York.

- . SIRAC, 1989, Projeto Executivo do Açude Público Serafim Dias, CE - DNOCS, Fortaleza.
- . VIEIRA, V.P.P.B., 1978. Risk Assessment in the Evaluation of Water Resources Projects, Ph.D dissertation, C.S.U., Fort Collins.
- . VIEIRA, V.P.P.B., e MIRANDA, A.N., 1990, Avaliação probabilística da Estabilidade de Taludes de uma Barragem de Terra, in Anais do Seminário Regional de Engenharia Civil, 02 a 04/12, Recife.
- . VIEIRA, V.P.P.B. e CAMPOS, J.N.B., 1991, Análise Benefício - Risco de Diques de Proteção contra Inundações, Anais do IX Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos, 11/14/Nov., Rio de Janeiro.
- . VIEIRA, V.P.P.B., e VIEIRA, L.A.A., 1991, Avaliação Econômica Probabilística de Obras de Proteção Contra Inundações, RBE-Caderno de Recursos Hídricos, Vol. 9, nº 2, Rio de Janeiro.
- . VILLELA, S.W. e MATTOS, A., 1975, Hidrologia Aplicada, McGraw-Hill do Brasil, São Paulo.
- . WHITMAN, R., 1984. Evaluating calculated risk in Geotechnical Engineering, Journal of Geotechnical Engineering, Vol. 10, nº 2.
- . YEN, B.C., 1987. Reliability of Hydraulic Structures Possessing Random Loading and Resistance, in Engineering Reliability and Risk in Water Resources, Ed. by L. Duckstein e E.J. Plate, NATO ASI Series - Martinus Nejhoff Publishers, Dordrich/Boston/Lancaster.

- . YEN, B.C., 1989, Engineering Approaches to Risk and Reliability Analysis, in Risk Analysis and Management of Natural and Man-Made Hazards, Ed. by Y. Haines e E.Z. Stakhiv, ASCE, New York.