



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ**  
**CAMPUS DE RUSSAS**  
**CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

**HENRIQUE FERNANDES DE AZEVEDO**

**ESTUDO DE MÉTODOS CLÁSSICOS E NUMÉRICOS PARA OBTENÇÃO DE  
ESFORÇOS SOLICITANTES EM LONGARINAS DE PONTES**

**RUSSAS**

**2022**

HENRIQUE FERNANDES DE AZEVEDO

ESTUDO DE MÉTODOS CLÁSSICOS E NUMÉRICOS PARA OBTENÇÃO DE  
ESFORÇOS SOLICITANTES EM LONGARINAS DE PONTES

Trabalho de Conclusão de Curso  
apresentado ao Curso de graduação em  
Engenharia Civil da Universidade Federal  
do Ceará como requisito parcial à  
obtenção do grau de Engenheiro Civil.

Orientador: Prof. Dr. Jerfson Moura Lima.

RUSSAS

2022

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação  
Universidade Federal do Ceará  
Sistema de Bibliotecas

Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

---

A987e Azevedo, Henrique.

Estudo de métodos clássicos e numéricos para obtenção de esforços solicitantes em longarinas de ponte / Henrique Azevedo. – 2022.  
90 f. : il. color.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) – Universidade Federal do Ceará, Campus de Russas, Curso de Engenharia Civil, Russas, 2022.

Orientação: Prof. Dr. Jerfson Moura Lima.

1. Elementos finitos. 2. Ponte. 3. SCIA Engineer. 4. Longarina. 5. Análise Simplificada. I. Título.

CDD 620

---

HENRIQUE FERNANDES DE AZEVEDO

ESTUDO DE MÉTODOS CLÁSSICOS E NUMÉRICOS PARA OBTENÇÃO DE  
ESFORÇOS SOLICITANTES EM LONGARINAS DE PONTES

Monografia apresentada ao Curso de  
Engenharia Civil da Universidade Federal  
do Ceará, como requisito parcial à  
obtenção do título de Bacharel em  
Engenharia Civil

Aprovada em: 02/12/2022.

BANCA EXAMINADORA

---

Prof. Dr. Jerfson Moura Lima (Orientador)  
Universidade Federal do Ceará (UFC) – Campus Russas

---

Prof. Msc. Jonathas Iohanathan Felipe de Oliveira  
Instituto Federal do Ceará (IFCE) – Campus Juazeiro do Norte

---

Eng. Israel Nilton Lopes Sousa  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

A Deus.

À minha família e amigos.

## **AGRADECIMENTOS**

Primeiramente gostaria de agradecer a Deus, pela minha vida, saúde, proteção e por guiar meus passos, me acompanhando nos piores e melhores momentos da minha trajetória até aqui.

Também quero agradecer à minha família, meus irmãos Pablo e Hayanne, e meus pais, Thamara e Rodrigo, que formaram meu caráter e minha personalidade que tenho hoje, que investiram tempo e dinheiro para garantir uma boa educação e qualidade de vida. Gostaria de mencionar a Salete Alvez que esteve comigo me dando apoio durante todos esses 5 anos. Obrigado a todos pelos conselhos e apoio emocional. Sem vocês não seria possível.

Agradeço a todos os líderes que tive nas minhas 6 experiências profissionais durante esses 5 anos, Renato, Fabio, Kepler, Garcez, João, Heder, Luciano e Carol, que além de serem responsáveis pelo meu desenvolvimento profissional e humano, tornaram amigos e parceiros que quero levar para minha vida.

Obrigado ao Professor Esequiel Mesquita, Professora Mylene Melo e Professor Jerfson Lima que foram grandes mestres na minha formação profissional, que tive o privilégio de ser ensinado, questionado e avaliado por eles. Em especial, o Prof. Jerfson que me orientou com muita atenção e sabedoria no desenvolvimento deste trabalho. Todos esses, criei laços amigáveis que pretendo manter relações por muitos anos.

Meu muito obrigado aos meus colegas de faculdade que participaram junto dessa trajetória, compartilhando dos problemas e das soluções, buscando ajudar uns aos outros para que chegássemos na conclusão da nossa formação. Em especial ao meu amigo e que considero irmão, Edson Luiz, que esteve comigo nessa caminhada até aqui, compartilhando experiências, participando de momentos felizes e tristes, e servindo de apoio nos momentos difíceis e comemorando nos momentos de sucesso.

Gostaria de agradecer minha namorada Livia, quem esteve comigo durante esses 5 anos, dando conselhos, suporte emocional, apoio moral e se mostrando compreensiva nos momentos que precisei abdicar do nosso relacionamento, sendo essencial para a execução desse trabalho.

Por fim, agradeço a todos que de alguma forma, me ajudaram a chegar até aqui.

The structure can be sophisticated,  
eloquent and economic, but if it is late,  
ambiguous or difficult to construct, it will  
have failed.

**Norman Train, 2010 President.**

## RESUMO

A análise estrutural de pontes é uma das etapas dos projetos de estrutura. Essa etapa pode ser feita utilizando diversos métodos existentes que foram desenvolvidos durante a história, alguns métodos são bastante antigos e estes são considerados como clássicos e outros são mais atuais e que possuem considerações mais precisas e realísticas. Com essas diferenças temporais entre os métodos existentes, procurou-se comparar os esforços em longarinas de pontes entre a análise simplificada e o método de elementos finitos, o primeiro foi desenvolvido utilizando o software Ftool e o último foi desenvolvido no SCIA Engineer, software de modelagem tridimensional para a obtenção dos esforços. Os resultados alcançados foram: a comparação gráfica entre os diagramas, percebendo as diferenças entre a forma que as cargas são distribuídas até a longarina; a consideração de momentos gerados nos apoios devido a transversinas, na qual não foi considerado no método clássico, e as diferenças médias entre os métodos de 19% e 20% para a cortante e momento fletor, nas cargas permanentes, e 43% e 56% para a cortante e momento fletor, nas cargas variáveis. Essa diferença foi devido ao método de elemento finitos considerar a resistência de outros elementos estruturais, como lajes, transversinas e a 2<sup>o</sup> longarina, resultando em esforços menores na longarina analisada, enquanto no método clássico apresenta todos os esforços concentrados na longarina, não considerado quaisquer elementos estruturais, apenas a própria longarina e os apoios.

**Palavras-chave:** elementos finitos; ponte; longarina; muller-breslau; scia engineer; análise simplificada; métodos clássicos.



## ABSTRACT

The structural analysis of bridges is one of the stages of structural design. This step can be done using several existing methods that were developed during history, some methods are quite old and are considered as classical and others are more current and have more accurate and realistic considerations. With these temporal differences between the existing methods, we tried to compare the efforts in bridge stringers between the simplified analysis and the finite element method, the former was developed using the Ftool software and the latter was developed in SCIA Engineer, a three-dimensional modeling software to obtain the efforts. The results achieved were: the graphical comparison between the diagrams, noticing the differences between the way the loads are distributed to the beam; the consideration of moments generated at the supports due to transversals, which was not considered in the classical method, and the average differences between the methods of 19% and 20% for the shear and bending moment, in the permanent loads, and 43% and 56% for the shear and bending moment, in the variable loads. This difference was due to the finite element method considering the resistance of other structural elements, such as slabs, stringers and the 2nd string, resulting in lower efforts in the analyzed string, while the classical method presents all efforts concentrated in the string, not considering any structural elements, only the string itself and the supports.

**Keywords:** finite elements; bridge; cantilever; muller-Breslau; scia engineer; simplified analysis; classical methods.

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	<b>11</b>
1.1 Justificativa .....	12
1.2 Objetivos.....	13
<b>2 REFERENCIAL TEÓRICO</b> .....	<b>14</b>
2.1. Pontes: Um Breve Histórico.....	14
2.2. Sistemas Estruturais De Pontes .....	17
2.3. Métodos aproximados para análise estrutural .....	18
2.3.1. Método de Engesser-Courbon.....	19
2.3.2. Método de Leonhardt.....	20
2.3.3. Método de Guyon-Massonet.....	21
2.3.4. Método de Homberg - Trenks .....	23
2.3.5. Princípio de Müller-Breslau .....	24
2.4. Método dos elementos finitos .....	28
2.5. Ações em pontes .....	30
2.5.1. Ações permanentes .....	30
2.5.1.1. <i>Peso próprio dos elementos estruturais</i> .....	30
2.5.1.2. <i>Peso próprio dos elementos não estruturais</i> .....	31
2.5.2. Ações variáveis.....	32
2.5.2.1. <i>Cargas móveis/ Trem-tipo</i> .....	32
2.5.2.2. <i>Cargas de construção</i> .....	37
2.5.2.3. <i>Cargas de Vento</i> .....	37
2.5.2.4. <i>Força Centrífuga</i> .....	37
2.5.2.5. <i>Força de frenagem e/ou Aceleração</i> .....	38
2.5.2.6. <i>Pressão da Água em Movimento</i> .....	38
2.5.2.7. <i>Variação de Temperatura</i> .....	38
2.5.3. Ações excepcionais .....	39

2.5.4. Combinação de ações.....	39
<b>3 METODOLOGIA.....</b>	<b>40</b>
<b>4 ANÁLISE SIMPLIFICADA.....</b>	<b>46</b>
4.1. Determinação dos carregamentos permanentes.....	50
4.2. Carga Variável.....	56
4.3. Lançamento dos carregamentos no Ftool .....	59
<b>5 ANÁLISE TRIDIMENSIONAL VIA MEF.....</b>	<b>61</b>
5.1. Configuração do material utilizado .....	61
5.2. Carregamentos permanentes .....	63
5.3. Carregamentos variáveis.....	67
<b>6 RESULTADOS E DISCUSSÕES .....</b>	<b>78</b>
6.1. Esforços provenientes das cargas permanentes.....	78
6.2. Esforços provenientes das cargas móveis .....	86
6.3. Análise Local .....	90
<b>7 CONCLUSÃO.....</b>	<b>96</b>
7.1. Sugestões para trabalhos futuros.....	98
<b>8 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>99</b>



## 1 INTRODUÇÃO

As pontes, também denominadas Obras de Arte Especiais (OAE), são construções cuja função principal é unir dois pontos a partir da transposição de obstáculos, sejam eles naturais ou artificiais. Conforme apresentado por Rebouças (2017), a utilização das pontes para vencer obstáculos surgiu com os romanos, por volta do século III a.C, com o objetivo de conquistar terras ainda desconhecidas. Com o desenvolvimento da engenharia, as vantagens envolvidas no emprego das pontes foram sendo difundidas, sobretudo quando se tratava dos serviços de transporte e a integração entre diferentes regiões diferentes (COSTA, 2021).

Em seus estudos, Jovem (2017) afirma que, como as pontes são elementos essenciais para os modais rodoviário e ferroviário de transporte, e, no caso do Brasil, segundo o Plano Nacional de Logística (2018), esses modais compõem cerca de 80% do sistema de transportes brasileiro, mostrando que o desenvolvimento dos projetos e execuções dessas Obras de Arte Especiais são essenciais para o desenvolvimento socioeconômico do país.

Segundo a norma brasileira ABNT NBR 7188:2013, as pontes são definidas como estruturas sujeitas a ações de cargas em movimento, com posicionamento variável (isto é, carga móvel), utilizada para transpor obstáculos naturais, ou, no caso dos viadutos, obstáculos artificiais. Quanto aos sistemas estruturais, Leonhardt (1979) classifica as pontes em: pontes em viga, pontes em pórtico, pontes em arco, pontes pênséis e pontes estaiadas.

De fato, as pontes possuem classificações, mas elas já são diferenciadas de outras estruturas por possuírem a características de suportarem cargas móveis, o que torna a análise estrutural mais complexa quando comparada as estruturas que resistem apenas cargas fixas.

Independente da estrutura adotada, o cálculo estrutural é resultado direto da análise da estrutura, sendo que uma análise estrutural mal realizada irá resultar em dimensionamento e detalhamento equivocados (JUNIOR, 2015). No caso das pontes, uma análise errônea pode provocar acidentes graves ou custos muito desnecessários, exigindo análises mais detalhadas.

Contudo, com a concepção e construção de pontes com sistemas estruturais cada vez mais particulares, bem como a necessidade de construí-las de maneira econômica, faz-se necessário uma análise estrutural mais complexa, que

possibilite resultados mais acurados e mais próximos da realidade (ALBUQUERQUE; KRAMAR, 2015).

### **1.1 Justificativa**

Diante da importância ressaltada anteriormente, procurando entender melhor a análise estrutural dessas obras de arte que possuem um papel tão importante na sociedade, pretende-se realizar comparações que possam auxiliar trabalhos futuros.

Existem muitos métodos diferentes existentes para a análise estrutural de pontes referentes a carga móvel, no trabalho de Alves, Almeida e Judice (2004), são abordados 4 diferentes. Esses são limitados devido as considerações aproximadas do comportamento das peças que resistem os esforços, porém são práticos e velozes devido suas simplificações.

Em contrapartida, o método de elementos finitos é uma resposta dos avanços das tecnologias computacionais que possibilitaram cálculos com maiores considerações e cooperações entre elementos simultaneamente. Onde, LAZZARI (2016) utilizou esses avanços computacionais para verificar o comportamento da estrutura durante a construção de uma ponte estaiada.

Como mencionado acima, essa comparação tem o intuito de relacionar as tensões calculadas pelas duas metodologias, visto que a primeira, de forma analítica, possui maiores arredondamentos e menos considerações simultâneas, pois utiliza a análise simplificada e as formulações clássicas de Muller-Breslau, que considera um procedimento simples das linhas de influência para reações ou esforços solicitantes, diferente da formulação do Método dos Elementos Finitos (MEF), o qual se baseia na geração e resolução de diversas equações algébricas, válidas em um pequeno domínio, para aproximar uma dada equação diferencial.

Visto que, gradativamente, os projetos estruturais de pontes têm sido tornados mais complexos, uma vez que a análise do comportamento estrutural da OAE por modelagem numérica oferece resultados comparáveis àqueles obtidos utilizando os métodos analíticos, a concepção e construção dos sistemas estruturais poderão ser realizados de forma mais rápida, mantendo coerentes as viabilidades técnica e econômica do projeto.

## 1.2 Objetivos

O objetivo deste trabalho é comparar a análise estrutural das longarinas de uma ponte, obtida pelos métodos analíticos, presentes na literatura, e por modelagem numérica em elementos finitos. Os objetivos específicos são:

- Desenvolver e aplicar uma metodologia para análise estrutural de longarinas de pontes a partir de método analítico e método de elementos finitos.
- Fazer uma análise dos diagramas e envoltórias dos esforços para as duas metodologias.
- Identificar os principais parâmetros que influenciam no comportamento das longarinas de pontes.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

Buscando contextualizar o conteúdo sobre pontes, para que seja possível diminuir as dúvidas que possam aparecer durante a leitura desse trabalho, este foi dividido em pontos como o papel das obras de artes na sociedade ao longo da história, passando pelas partes e sistemas para então abordar os métodos clássicos de cálculo das tensões que a estrutura deve resistir e em seguida apresentar o Método de Elementos Finitos, um dos mais atuais e mais usados no mercado.

Com a devida contextualização, se falará das ações que podem ocorrer em pontes e como elas são consideradas.

### 2.1. Pontes: Um Breve Histórico

A humanidade, desde sua origem, teve a necessidade de ultrapassar obstáculos, seja em busca de alimentos ou para explorar áreas desconhecidas (OLIVEIRA; PIEROTT, 2016). As travessias com o uso de cipós e madeira foram as primeiras experiências de transposição de obstáculos – exemplos memoráveis ainda perduram da civilização maia entre outras em seu local de origem (NUNES, 2019).

Com a evolução do homem, e o conseqüente surgimento das primeiras comunidades (aldeias, vilas e cidades), apareceram as primeiras preocupações para travessias de rios, riachos e vale, o que desencadeou o interesse por pontes mais sofisticadas e duradouras. Segundo Pinho e Bellei (2020), os primeiros materiais a serem usados em construção de pontes foram a pedra e posteriormente a madeira. Esse avanço do desenvolvimento das sociedades e o aumento das necessidades de os grupos permanecerem por mais tempo em seus sítios, as pontes foram se tornando mais resistentes e duradouras com a utilização de estruturas de pedra, como mostra na **Error! Reference source not found.**



Figura 1: Ponte em Laje de Pedra, Junciana-Espanha.



Fonte: Pierott, Alexandre (2016).

As mais antigas pontes de pedra foram construídas em Roma empregando a técnica dos arcos aprendida com os etruscos. Existem inúmeras pontes em toda a Europa, exemplo a Caravan, na Turquia datada de 850 a.C e outras antigas, situadas em Roma, algumas delas que, atualmente, ainda servem a população local, como as pontes Fabrício (62 a.C) (Figura 2), São Ângelo (134 d.C) e Cestio (365 d.C).

Figura 2: Ponte Fabrício (62 a.C).



Fonte: Autor Liubomir\_P.

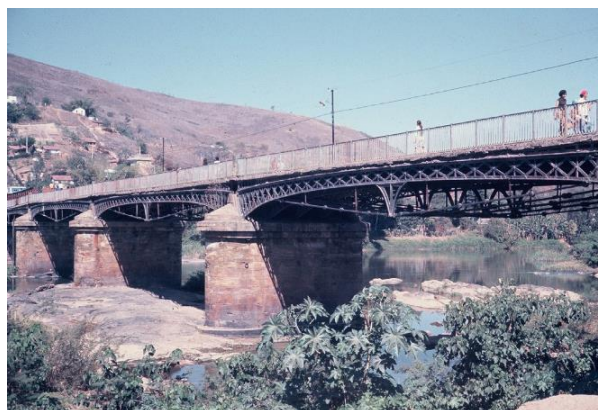
Durante a renascença, no século XVI, o arquiteto Palladio, usando treliças triangulares elaboradas por ele, construiu vãos de 30 metros. Com seus estudos sobre o uso das treliças, Palladio declarou os três requisitos básicos a serem atendidos no projeto de uma ponte: necessária, bonita e durável (PINHO; BELLEI, 2020).

Por volta de 1840 começou o período de transição entre pontes de madeira e de ferro, que durou aproximadamente 40 anos, começando e terminando em uma geração. A utilização do ferro fundido possibilitou uma significativa evolução na

construção de pontos, visto o aumento da necessidade de locomoção e expansão do comércio, em razão da maior leveza e permitir vencer vãos maiores (OLIVEIRA; PIEROTT, 2016).

No Brasil, segundo Pinho e Bellei (2020), acredita-se que a ponte mais antiga foi construída em 1857, feita em ferro pudlado (ferro fundido melhorado), que é a ponte sobre o rio Paraíba do Sul (Figura 3) na cidade de mesmo nome, com 5 vãos de 30m, em treliça arqueada, com largura de 6m. A obra construída pelo Barão de Mauá, em que suas partes eram fundidas em Niterói e transportadas até o local em lombo de burro.

Figura 3: Ponte de Paraíba do Sul (Fonte: Pinho e Bellei, 2020).



Fonte: Vale dos Barões.

Com a ascendente Revolução Industrial, o surgimento das primeiras ferrovias foi acompanhado por novas necessidades quanto a engenharia de pontes, visto que as construídas até então não suportavam as pesadas locomotivas a vapor. Dentre os principais avanços dessa época, teve-se o emprego do aço-carbono, que possuía maiores tensões de ruptura, e a entrada das pontes suspensas, inicialmente com correntes metálicas e depois com cordoalhas (OLIVEIRA; PIEROTT, 2016).

O interesse crescente por vencer grandes vãos desencadeou o desenvolvimento de técnicas arriscadas, como o uso de tubulões pressurizados, que eram afundados no leito dos rios e onde operários escavavam até encontrar a rocha sã para assentar a fundação. Embora possibilitasse vencer grandes vãos, esta técnica trouxe inúmeros danos à saúde dos operários em razão da rápida despressurização que sofriam, muitas vezes, sendo letal (OLIVEIRA; PIEROTT, 2016).

Sobretudo após a Segunda Guerra Mundial, houve diversos avanços no meio técnico, tanto em relação aos materiais (com a popularização do uso do concreto armado e utilização da solda em elementos metálicos, até o desenvolvimento de outros materiais mais leves e resistentes), como novas metodologias de projeto e sistemas estruturais (surgimento dos métodos computacionais e sistemas como as pontes estaiadas e pênséis). Atualmente, os crescentes avanços no meio científico encorajam novas tendências, como as pontes inteligentes, monitoradas em tempo real que possibilitam maior precisão quanto a previsão de vida útil e controle de acidentes.

## 2.2. Sistemas Estruturais De Pontes

Ponte é o resultado de uma construção na qual possui o objetivo de vencer obstáculos, para dar continuação a uma via de tráfego, de acordo com o obstáculo a ponte pode ter outras denominações, como viaduto, na qual o obstáculo vencido não possui líquido em baixo e como passarela, cuja função é vencer obstáculos para pedestres e/ou ciclistas.

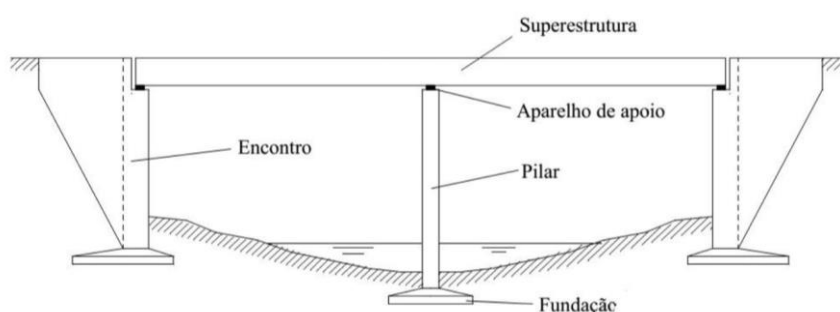
Em termos estruturais uma ponte pode ser dividida em Superestrutura, Mesoestrutura e Infraestrutura (Figura 4).

Superestrutura é a parte onde se trafega, constituindo pelas vigas e lajes, onde esses elementos são responsáveis de receber as cargas de utilização e transmiti-las à mesoestrutura e a infraestrutura.

Mesoestrutura é composta pelos pilares e elementos de apoio, possui a função de receber as cargas da superestrutura e transmiti-las para a infraestrutura.

Infraestrutura é constituída pela fundação, ou seja, todo elemento que tem função de descarregar as cargas recebidas para o solo.

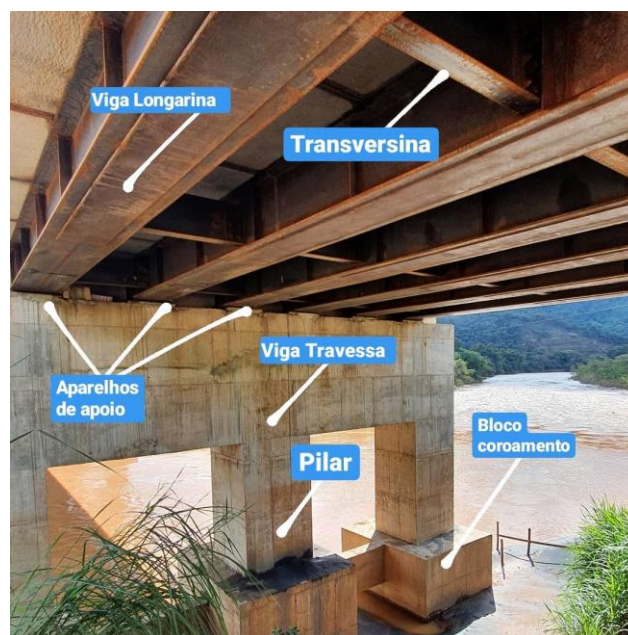
Figura 4: Características da estrutura de uma ponte (Debs e Takeya, 2009, pg.4).



Fonte: Pontes Rodoviárias, Afonso Vítporio.

O presente trabalho foca na análise de longarinas, que são os principais elementos de viga que recebem cargas do tabuleiro e das transversinas e descarrega nos elementos de apoio. Estes são exemplificados na figura 5 abaixo.

Figura 5: Elementos de uma ponte.



Fonte: Autor Pedreião.

### 2.3. Métodos aproximados para análise estrutural

A análise estrutural de uma ponte é o estudo do comportamento dos materiais e elementos em determinadas situações, onde são feitas considerações afins de compreender como as peças estruturais resistirão a essas situações e com isso tomar soluções com o intuito de garantir segurança e economia para a execução da obra de arte.

No trabalho de Alves, Almeida e Judice (2004), os autores pontuaram quatro métodos aproximados de cálculo para a obtenção de solicitações e reações de apoio em tabuleiros de vigas múltiplas, nas quais possuem mais de 2 longarinas, sendo eles: Método de Engesser-Courbon, Método de Leonhardt, Método de Guyon-Massonet e Método de Homberg – Trenks, além desses, o princípio de Muller-Breslau, criado em 1886, foi desenvolvido para construir a linha de influência de maneira muito prática e veloz, no qual é muito importante quando tratamos de cargas em movimento, porém funciona apenas para até duas longarinas e será essa técnica que será abordada

como exemplo no decorrer deste trabalho. A seguir, cada um desses métodos será descrito brevemente.

### 2.3.1. Método de Engesser-Courbon

Este método, desenvolvido em 1940 por J. Courbon & M. Mallet, tem como princípio determinar a repartição de cargas em tabuleiros de pontes com múltiplas longarinas considerando que o conjunto de longarinas e transversinas tem o comportamento semelhante a uma grelha de malha ortogonal (COSTA, 2021). Como condições iniciais, adota-se que:

1. As longarinas são paralelas, ligadas entre si perpendicularmente por transversinas e possuem inércia constante.
2. As transversinas estão simplesmente apoiadas nas longarinas e admite-se que estas possuem rigidez infinita à flexão, desprezando-se suas deformações em relação às deformações das longarinas.
3. Desprezam-se os efeitos de torção.

Dessa forma, as transversinas comportam-se como barras rígidas, permanecendo com seus eixos retilíneos após a deformação.

Considerando que há proporcionalidade entre o valor da flecha e a rigidez dos elementos e a compatibilização das deformações das longarinas sob a aplicação de uma carga unitária, o coeficiente de repartição transversal de cada longarina é obtido a partir da Equação 1 a seguir.

$$r_{ie} = \frac{1}{n} \left[ 1 + 6 \frac{2i - (n + 1)e}{(n^2 - 1)\xi} \right] \quad (1)$$

Onde:

$r_{ie}$ : coeficiente de repartição de carga da  $i$ -ésima longarina para uma carga unitária com excentricidade “ $e$ ”;

$n$ : número de longarinas;

$i$ : número da  $i$ -ésima longarina, contada a partir da esquerda;

$e$ : excentricidade horizontal da carga unitária em relação ao baricentro da seção transversal, sendo o sentido positivo da esquerda para a direita;

$\xi$ : distância entre eixos das longarinas, consideradas igualmente espaçadas

Segundo Alves, Almeida e Judice (2004), os resultados obtidos por este método serão mais satisfatórios, na medida em que o parâmetro  $\lambda$  for menor, sendo:

$$\lambda = \frac{l}{2L} \sqrt[4]{\frac{L \cdot n \cdot \rho_L}{l \cdot t \cdot \rho_T}} \quad (2)$$

Onde:

$L$ : comprimento do tabuleiro;

$l$ : largura do tabuleiro;

$n$ : número de longarinas;

$t$ : número de transversinas;

$\rho_L$ : rigidez média das longarinas;

$\rho_T$ : rigidez média das transversinas.

### 2.3.2. Método de Leonhardt

Neste método, são feitas as seguintes considerações:

1. Todas as transversinas do tabuleiro são representadas por uma única transversina fictícia, apoiada no meio dos vãos das diversas longarinas;
2. Esta transversina fictícia é considerada como simplesmente apoiada nas longarinas;
3. Desprezam-se os efeitos de torção.

Sob ação de uma carga  $P_k$  unitária, o conjunto se deforma, originando reações  $r_{1k}, r_{2k}, r_{3k}, \dots, r_{ik}, \dots, r_{nk}$ , denominadas "coeficientes de repartição transversal", onde  $r_{ik}$  é a reação correspondente à longarina "i" quando a carga unitária atua na transversina "k". Uma vez obtidos os coeficientes  $r_{ik}$ , a determinação dos esforços seccionais e reações de apoio nas longarinas pode ser feita de forma idêntica à do método de Engesser-Courbon (ALVES; ALMEIDA; JUDICE, 2004). A deformabilidade do conjunto e, portanto, os valores dos coeficientes  $r_{ik}$ , dependem nos casos normais das seguintes grandezas:

- a) Da relação entre inércias da transversina ( $\bar{J}$ ) e longarinas ( $J$ ), expressa pelo parâmetro  $\eta$ , onde:

$$\eta = \frac{\bar{J}}{J} \quad (3)$$

- b) Da relação entre o afastamento recíproco das longarinas ( $\varepsilon$ ) e o vão ( $L$ ), expressa pelo parâmetro  $\lambda$ , onde:

$$\lambda = \frac{\varepsilon}{L} \quad (4)$$

Assim, os coeficientes de repartição transversal serão função do grau de rigidez da estrutura, expresso pelo parâmetro  $\zeta$ , onde:

$$\zeta = \frac{\eta}{(2 \cdot \lambda)^3} = \frac{\bar{J}}{J} \cdot \left(\frac{L}{2 \cdot \varepsilon}\right)^3 \lambda = \frac{\varepsilon}{L} \quad (5)$$

Segundo Alves, Almeida e Judice (2004), tomando-se  $\zeta$  como parâmetro de entrada, pode-se obter os coeficientes de repartição transversal tabelados para diversos casos, inclusive aqueles com longarinas externas com rigidez diferente das internas. Podem, ainda, ser analisados casos especiais com diferentes tipos de vinculação nas longarinas.

### 2.3.3. Método de Guyon-Massonet

Neste método, baseada em lajes ortotrópicas, admite-se que:

- A espessura da placa é constante e pequena em relação às demais dimensões;
- As deformações são puramente elásticas e os deslocamentos são pequenos em relação à espessura da laje;
- Pontos alinhados segundo uma normal à superfície média da laje indeformada encontram-se também linearmente dispostos em uma normal à superfície média na configuração deformada;
- Pontos situados na superfície média da laje deslocam-se somente normalmente à mesma;
- Quanto aos materiais, admite-se que as propriedades elásticas sejam constantes, podendo ser diferentes nas duas direções ortogonais.

Ademais, o estudo relativo a esse método foi desenvolvido a partir das premissas de que:

1. O tabuleiro como um todo (composto por laje, longarinas e transversinas) é substituído por uma placa ortotrópica equivalente. Tal associação se faz admitindo-se que os espaçamentos entre longarinas e transversinas são suficientemente pequenos para que se possa assimilar o tabuleiro a um sistema estrutural contínuo (placa);

2. A distribuição de qualquer carregamento no sistema equivalente é aproximada por meio da equação a seguir:

$$p(x) = p \cdot \sin \frac{\pi \cdot x}{L} \quad (6)$$

Conforme descrito por Alves, Almeida e Judice (2004), esta equação define um carregamento senoidal aplicado em uma faixa paralela ao eixo longitudinal do tabuleiro.

Com isso, o funcionamento estático do tabuleiro passa a ser representado pela equação diferencial a seguir:

$$\rho_x \partial^4 w \partial x^4 + 2\varphi \sqrt{\rho_x \rho_y} \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \rho_y \partial^4 w \partial y^4 = p(x, y) \quad (7)$$

Onde:

$\rho_x = EJ/I_x$  : Rigidez à flexão das longarinas;

$\rho_y = (E\bar{J})/I_y$  : Rigidez à flexão das transversinas;

$\varphi = \frac{\rho_x + \rho_y}{2\sqrt{\rho_x \rho_y}}$  : Parâmetro de torção.

Em razão da resolução matemática ser complexa, Guyon e Massonet conduziram a solução do problema de forma a obter uma série de tabelas e gráficos, nos quais podem ser encontrados os valores dos índices de repartição transversal  $\chi_\varphi$ , que dependem fundamentalmente dos seguintes parâmetros:

1. Coeficiente de travejamento  $\theta$ , considerando a semi-largura da placa equivalente ( $b$ ) e o comprimento da placa ( $L$ ).

$$\theta = \frac{b}{L} \cdot \sqrt[4]{\frac{\rho_x}{\rho_y}} \quad (8)$$

2. Parâmetro de torção  $\varphi$ ;
3. A posição da carga, definida por sua excentricidade (fração da semilargura);
4. A posição da viga que se quer obter o índice  $\chi_\varphi$  (fração da semilargura).

Uma vez obtidos os índices de repartição transversal, o estudo das longarinas pode ser realizado através do carregamento das direções transversal e longitudinal do tabuleiro.



#### 2.3.4. Método de Homberg - Trenks

O método baseia-se na teoria das grelhas e considera a rigidez torsional somente das longarinas, além da rigidez à flexão das transversinas e longarinas. A essência do método baseia-se na ortogonalização dos hiperestáticos.

Segundo Alves, Almeida e Judice (2004), uma grelha simplesmente apoiada com "m" longarinas e "t" transversinas é  $2t(m - 1)$  vezes hiperestática. Através da ortogonalização dos hiperestáticos, a matriz  $2t(m - 1)$  transforma-se em "t" matrizes independentes, cada uma associada a  $2t(m - 1)$  equações e incógnitas.

Considerando um número ilimitado de longarinas, a ortogonalização é possível com grupos de cargas e de momentos, sendo necessário que as longarinas possuam inércia à flexão  $J$  e à torção  $J_T$  constantes, e que as transversinas sejam idênticas e igualmente espaçadas entre si.

Forma-se o sistema principal estaticamente determinado, seccionando-se as longarinas em  $(m - 1)$  pontos. Em cada seção são aplicados os elementos dos grupos de carga e de momentos  $\alpha_{h(n)}$ , que são regidos pela Equação 9:

$$\alpha_{h(n)} = \alpha_{(n)}^0 \sin \frac{n\pi x_h}{L}, 0 \leq x_h \leq L \quad (9)$$

Onde:

$h = [1, 2, \dots, t]$ : Abscissas de uma transversina;

$n = [1, 2, \dots, t]$ : Número de termos da série;

$L$ : Vão das longarinas.

Os resultados deste trabalho foram apresentados na forma de tabelas, disponíveis para um número infinito de longarinas e valores de  $Z$ , que permitem sua utilização a partir do conhecimento dos seguintes parâmetros:

- Rigidez à flexão da grelha:

$$Z = \left(\frac{L}{2a}\right)^3 \cdot \bar{J}/J \quad (10)$$

- Rigidez à torção da grelha:

$$Z_T = \frac{L}{8a} \cdot (E\bar{J})/(GJ_T) \quad (11)$$

Onde:

$L$ : Vão das longarinas;

$a$ : Espaçamento entre longarinas;

$J$ : Inércia à flexão das longarinas;

$J_T$ : Inércia à flexão das transversinas;

$J_{_T}$ : Inércia à torção das longarinas.

### 2.3.5. Princípio de Müller-Breslau

O princípio de Müller-Breslau fornece um procedimento simples para estabelecer o formato das linhas de influência para reações ou esforços solicitantes em vigas. Esse método é recomendado quando a estrutura apresenta até dois apoios, que é o caso em estudo, onde analisando transversalmente a ponte, apenas duas longarinas servem de apoio para sabermos quanto de esforço cada longarina irá receber nos diferentes casos de carga.

Como uma forma de exemplificar o princípio, considerar-se a estrutura da figura 6, para calcular sua linha de influência de  $R_A$  na viga.

Figura 6: Elemento figurativo de viga com dois apoios.



Fonte: Faculdades Integradas Einstein de Limeira – Aula 7.

Para determinar a linha de influência da reação em análise (para cada reação existe uma linha de influência), deve-se retirar da estrutura o vínculo em questão (Figura 7).

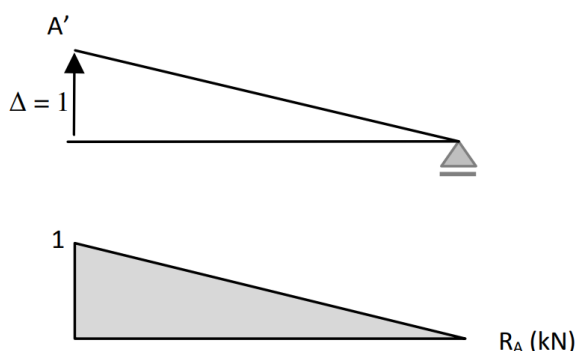
Figura 7: Elemento figurativo de viga com um apoio



Fonte: Faculdades Integradas Einstein de Limeira – Aula 7

Em seguida, no ponto A, aplica-se uma força  $R_A$  que induza um deslocamento unitário no ponto de aplicação da força (Figura 8). A viga deverá girar sobre B. Sua forma defletida, que é a linha de influência, um triângulo que varia de 0 em B até 1,0 em A'.

Figura 8: Elemento figurativo de linha de influência.

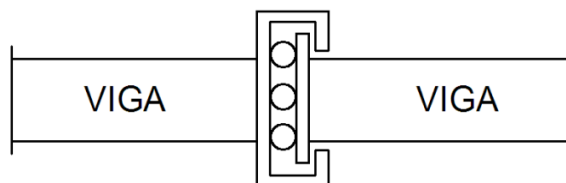


Fonte: Faculdades Integradas Einstein de Limeira – Aula 7.

Portanto, uma carga  $F_A$  aplicado a estrutura, em um ponto qualquer, irá ter uma parcela dessa força direcionada para o apoio A e outra para o apoio B. Para descobrir qual a porcentagem dessa parcela, basta multiplicar  $F_A$  pelo coeficiente das linhas de influência. Por isso, se aplicar uma força exatamente no apoio A, a parcela da força que será suportada por esse apoio será a força multiplicado pelo fator 1,0 resultando em 100% resistida pelo apoio A e 0% pelo apoio B.

Para construir a linha de influência do cortante, remover-se a capacidade da seção transversal em transmitir o esforço cortante. Então se faz uma suposição inicial onde pretende-se descobrir a linha de influência, considerando que aquela região possuirá uma conexão que não resiste à esforços de cisalhamento, mas garante que não haverá rotações, como mostrado na figura 9 a seguir.

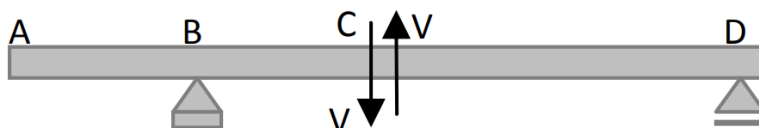
Figura 9: Elemento figurativo sem resistência ao cisalhamento.



Fonte: Faculdades Integradas Einstein de Limeira – Aula 7.

Para ilustrar o método, constrói a linha de influência para o cortante no ponto C da viga a seguir. Inserindo o dispositivo que não resiste ao cisalhamento na seção C para liberar a capacidade de cortante da seção transversal (Figura 10).

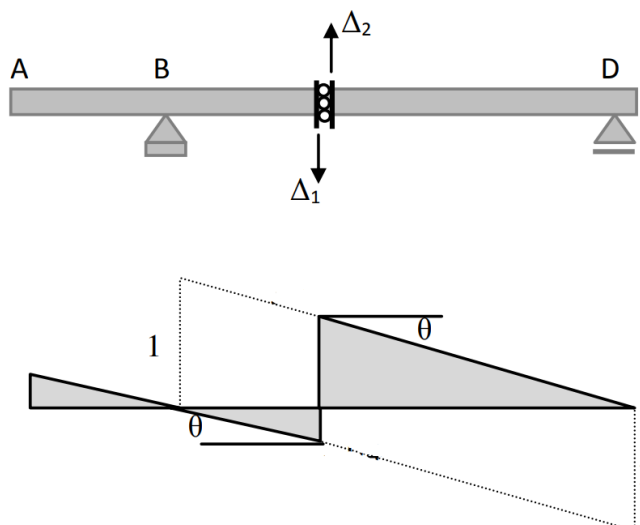
Figura 10: Elemento figurativo de viga com dois apoios e balanço.



Fonte: Faculdades Integradas Einstein de Limeira – Aula 7

Seguindo a mesma lógica de um deslocamento unitário, porém deverá ser composto pelo somatório entre o deslocamento ascendente e descendente, de modo que  $\Delta_1 + \Delta_2 = 1$ . Como a conexão não possibilita rotação, as barras permanecerão paralelas entre si, como mostrado na figura 11.

Figura 11: Representação figurativa da linha de influência.

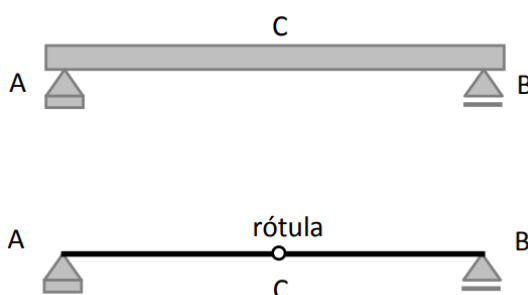


Fonte: Faculdades Integradas Einstein de Limeira – Aula 7.

Com os ângulos formados pelo deslocamento, pode-se, por semelhança de triângulo, descobrir os deslocamentos, tanto do lado direito, como do lado esquerdo.

Com a cortante explicada, precisa-se entender como desenhar a linha de influência para o momento em uma seção escolhida. Inicia-se supondo uma rótula na seção para não produzir resistência à rotação. Por exemplo, para estabelecer o aspecto da linha de influência para o momento no meio do vão da viga com apoios simples da figura 12.

Figura 12: Elementos figurativos de viga biapoiada.

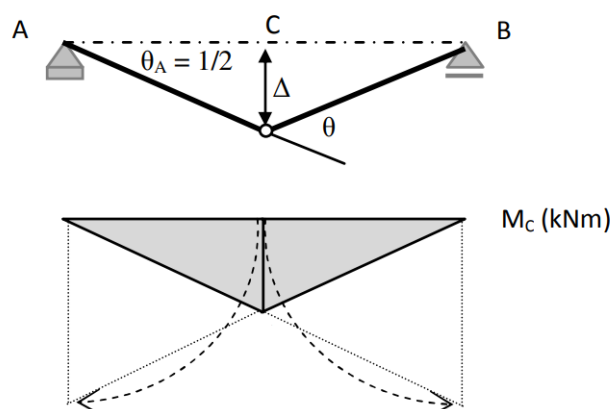


Fonte: Faculdades Integradas Einstein de Limeira – Aula 7.

Continuando com o raciocínio de ter os deslocamentos unitários, pode-se supor uma rotação angular unitária, de modo que seja obtida uma rotação unitária relativa de  $\theta = 1$  entre os segmentos AC e CB. A partir da geometria da figura 13, tem-se que

$$\theta_A = \frac{1}{2}.$$

Figura 13: Elementos figurativos da linha de influência.



Fonte: Faculdades Integradas Einstein de Limeira – Aula 7.

Com os traçados da linha de influência contextualizados, entenderemos como corresponder as cargas espalhadas pelo tabuleiro nas longarinas, que é o objetivo de estudo desse documento.

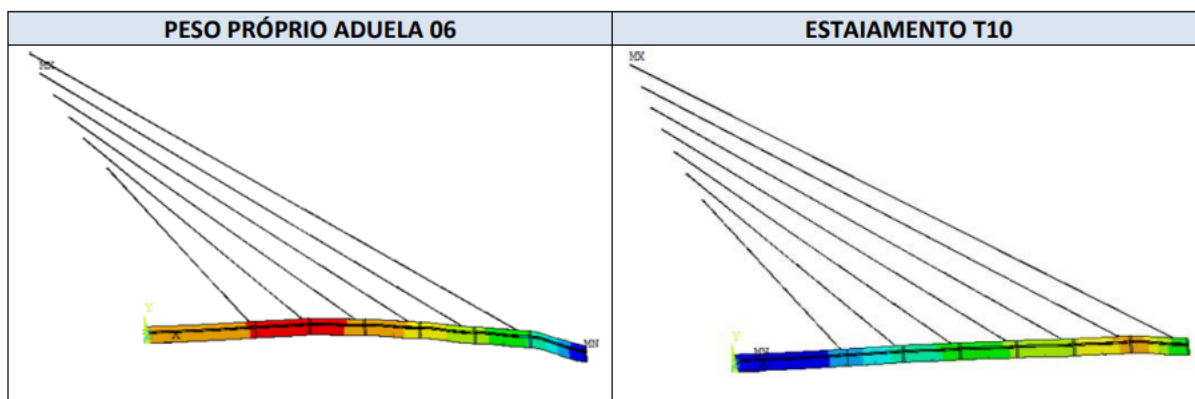
Essa correspondência é multiplicando a carga posicionada no tabuleiro, pelo coeficiente que corresponde àquela posição.

## 2.4. Método dos elementos finitos

Do ponto de vista matemático, o Método dos Elementos Finitos (MEF) é uma técnica utilizada para a obtenção de soluções aproximadas de problemas rígidos por uma ou mais equações diferenciais. As funções incógnitas são aproximadas por funções de interpolação e, com isso, pode-se obter um sistema de equações algébricas, capaz de representar uma aproximação das equações diferenciais originais, segundo Almeida e Judice (2004).

Segundo LAZZARI (2016), onde utilizando o MEF analisou em seu estudo de doutorado, o comportamento da estrutura no processo de construção de pontes estaiadas (Figura 14), esse método possui boas aproximações aos resultados que Leonhardt e Walther (1962) e outros estudiosos alcançaram com experimentos reais.

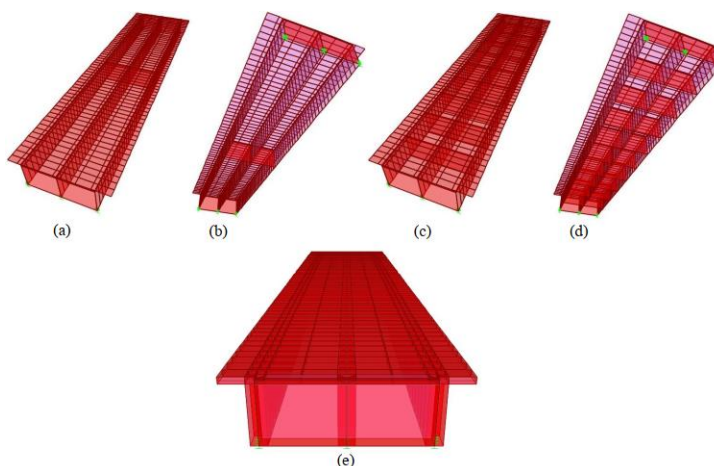
Figura 14: Processo construtivo de ponte estaiada.



Fonte: autor Lazzari.

Em se tratando da engenharia de pontes, o método dos elementos finitos tem sido explorado no meio científico como uma ferramenta para elevar a segurança e assertividade nas considerações feitas sobre essas obras. No trabalho desenvolvido por Costa (2021), foi mostrado que, em pontes com a mesma resistência do concreto na região de alargamento e mesmo número de transversinas intermediárias, os métodos analíticos e numéricos mostraram comportamentos similares. Embora, em alguns elementos, tenha sido constatado uma diferença considerável entre os resultados (em torno de 20% e 25%), em outros a discrepância entre os comportamentos foi desprezível, o que levanta a necessidade de maiores estudos para compreender e reduzir essas divergências.

Figura 15 – Modelagem das pontes com 3 longarinas no CSiBridge®



Fonte: (Autor Costa).

Por outro lado, Albuquerque *et al* (2015), estudando o comportamento estrutural de uma ponte ferroviária de concreto armado (Figura 15), constatou que, em todas as grandezas analisadas no estudo, a análise dinâmica realizado por elementos finitos resultaram em valores máximos superiores àqueles obtidos na análise pseudo-estática com meios analíticos em velocidades próximas àquelas que correspondem às velocidades ressonantes, em que as amplitudes de deslocamentos da estrutura são maiores. Ademais, se tratando de condições não ressonantes, a análise pseudo-estática produz resultados mais conservadores do que a análise dinâmica. Assim, o autor concluiu que a análise dinâmica implementada via elementos finitos tende a ser mais precisa do que uma análise pseudo-estática majorada por um coeficiente de impacto.

## **2.5. Ações em pontes**

As ações nas pontes podem ser divididas em permanentes e variáveis, estas provocam carregamentos, então vai desde o próprio peso da estrutura até ações externas, como veículos, ventos, ondas, ataques químicos etc.

### **2.5.1. Ações permanentes**

As ações permanentes são aquelas que provocam cargas que possuem uma vida útil similar àquela da estrutura, ou seja, ela age durante quase toda a vida da estrutura. De acordo com a NBR 7187 (ABNT, 2021), as ações permanentes são aquelas com intensidade constante ao longo da vida útil da construção, ou mesmo aquelas que crescem no tempo e tendem a um valor limite. Em projeto estrutural, as ações permanentes, também conhecidas como cargas permanentes, são, por exemplo, o próprio peso dos elementos estruturais e os revestimentos, como pavimentação; elementos fixos a estrutura, como guarda-rodas, guarda-corpo, barreiras e dispositivos de sinalização, e empuxos de terra e de água quando forem os casos de pontes, este último não será considerado nem para análise analítica, nem para a computacional em elementos finitos, para simplificação das considerações.

#### **2.5.1.1. Peso próprio dos elementos estruturais**

Os elementos estruturais, como fundações, pilares, longarinas, transversinas e tabuleiros devem ser elementos que resistam o seu peso próprio e os carregamentos aplicado a eles. O peso próprio (PP) é a densidade do material constituinte



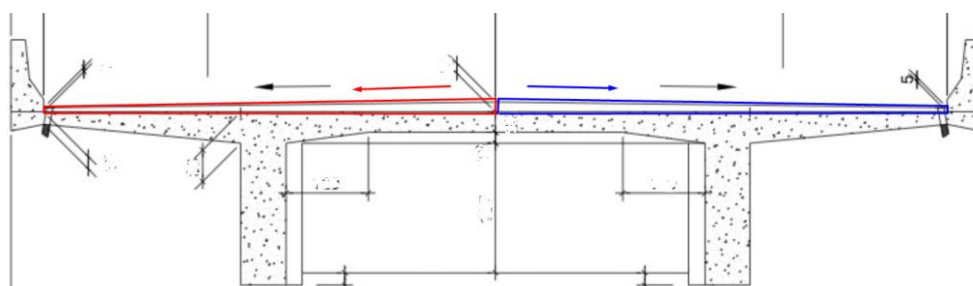
multiplicado pelo seu volume, aplicando cargas distribuídas e concentradas a depender da situação. Essa consideração é feita por um pré-dimensionamento, já que as geometrias finais dos elementos estruturais serão decididas após consideração de todas as cargas atuantes e caso necessite de mudança, é feita adaptações.

#### 2.5.1.2. *Peso próprio dos elementos não estruturais*

Os elementos considerados estruturais são aqueles responsáveis por suportar e direcionar carregamentos além do seu peso próprio. Em contrapartida, os elementos não estruturais são aqueles que não possuem função de impedir o colapso da estrutura global e em alguns casos a sua existência intensifica outras ações nos elementos estruturais, como são os casos das paredes de vedação, aumentam a área lateral de atuação dos ventos, intensificando esse esforço na estrutura, e as barreiras laterais, que suportam os impactos dos veículos e descarrega no tabuleiro. São exemplos desses elementos nas pontes o guarda-rodas, guarda-corpo, defensas e barreiras.

O revestimento da ponte é um elemento que não possui uma função estrutural, o que possui é o objetivo de garantir a segurança dos veículos no quesito da qualidade da frenagem, mas não possui função de suportar e direcionar esforços até a fundação (elemento no qual não será analisado nesse trabalho). Desta forma, é considerado como um elemento não estrutural, considerando apenas seu peso próprio do material da pavimentação, multiplica-se o valor por metro e espessura média, pois como é necessária uma declividade da estrada, para o encaminhamento das águas pluviais, é necessária que o material de frenagem para os veículos possua espessura variável (Figura 16). Por questões de simplificação, será usado a média para a considerações das cargas.

Figura 16: Corte transversal de uma ponte exemplar, com a declividade do revestimento



Fonte: autor

Os guarda-rodas, como o próprio nome se refere, possui uma função de assegurar que as rodas dos veículos estejam limitadas/seguras de ultrapassarem os limites da rodovia, sendo mais usados para delimitar o espaço de veículos e o espaço de pedestres, podendo serem feitos por elementos metálicos ou pré-moldados de concreto (DNIT 122, 2009). Estes entraram um pouco em desuso devido à pouca proteção que oferecem.

As barreiras oferecem uma proteção aos veículos, sendo posicionadas nas extremidades das pistas de tráfego, com altura, material e geometria adequada para resistir contra colisões de veículos e conduzi-los de volta para a área de tráfego. Enquanto as citadas anteriormente são de concreto pré-moldado, as defensas são produzidas por lâminas de aço (DNIT 122, 2009).

#### 2.5.2. Ações variáveis

Existem carregamentos que são aplicados às estruturas, em que, de forma geral, seus valores e permanências não são constantes, considerando a vida útil do empreendimento. Como se pode imaginar, existem diversas ações que se tipificam de variáveis, como as diferentes ocupações populacionais, tipos de usabilidade, terremotos, entre outros. NBR 7188:2013

Como este trabalho trata das obras de artes, as variáveis, segundo a ABNT NBR 7187:2013, são: as cargas móveis, com seus efeitos verticais, dinâmicos, de força centrífuga, choque lateral, de frenagem e aceleração; carga de vento; cargas de construção; empuxo de terra provocado por cargas móveis; pressão de água em movimento e seu efeito dinâmico; variações de temperatura.

##### 2.5.2.1. Cargas móveis/ Trem-tipo

Um grande diferencial das estruturas de ponte para projetos estruturais residenciais, comerciais e industriais é a sua consideração da movimentação de veículos, sejam pontes para carros, caminhões, trens de carga e de passageiros, e barcos e navios. Para este último caso, tem-se, como exemplo, a conhecida a Ponte Água Magdeburg, na Alemanha (Figura 17). Como sua função principal é garantir a segurança da movimentação destes transportes, é necessário entender como são os carregamentos de cada tipo listado e considerá-lo em todos os pontos da passagem.

Figura 17: Ponte Água Magdeburg

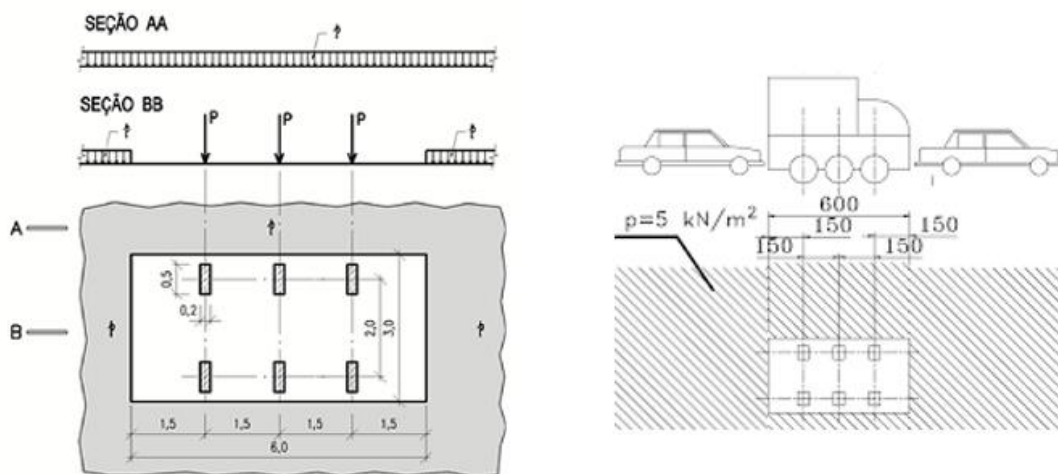


Fonte: Magnus Mundi.

A carga móvel, é uma carga aplicada ao longo de toda a ponte no sentido e na posição que ela possa agir. Dessa forma, é como se aplicasse o mesmo carregamento várias vezes em posições diferentes com o objetivo de analisar os esforços na estrutura ao longo dessa movimentação.

Para as pontes rodoviárias, foco desse estudo, de acordo com a NBR 7188 de 2013, existem 2 classificações: o TB-450, que significa que o trem tipo rodoviário brasileiro possui 450 kN, deve ser acrescido 10% em casos específicos, como os anéis rodoviários e obras a menos de 100km em rodovias de acesso a terminais portuários. O segundo caso, o TB-240, para estradas municipais e particulares, pode-se considerar veículos com uma carga de 240 kN. Os dois TBs citados, devem possuir 6 rodas, com 2 eixos com 3 rodas cada, com 2m entre os eixos e 1,5m entre as rodas do eixo, além de considerar um afastamento de 1,5m frontalmente das rodas externas e lateralmente 0,5m das rodas externas. Esse afastamento é importante pois é necessário também considerar a carga de multidão, que é um carregamento de 5 kN/m<sup>2</sup> em toda a extensão da ponte, subtraindo a área de 18m<sup>2</sup> do TB. A descrição acima pode ser mais detalhada com a figura 18.

Figura 18: Determinação do trem-tipo.

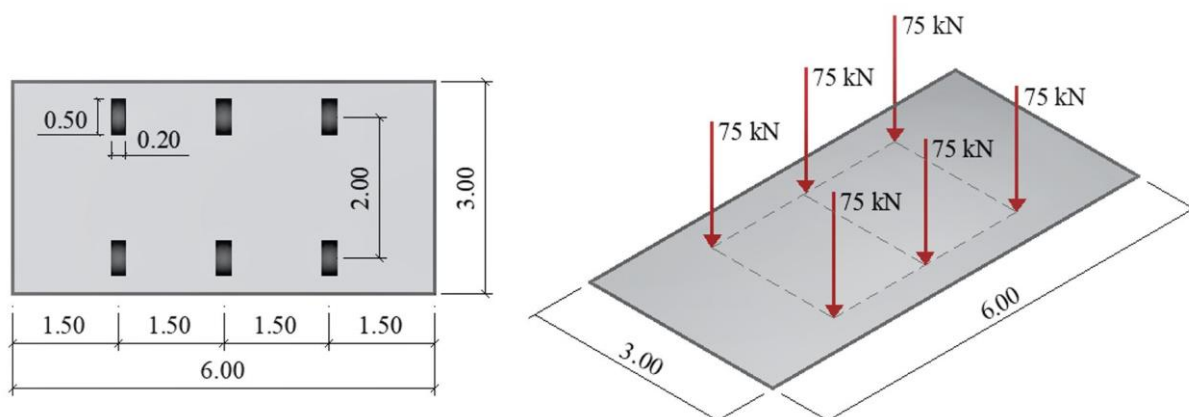


Fonte: Pedro Henrique Carnto de Lyra.

No detalhe acima, seção AA, ela não passa pela região do veículo, mostrando uma distribuição constante, diferentemente na seção BB, que na região do TB não considera a carga de multidão. Essa consideração na região externa ao veículo existe, pois, veículos mais leves circundarão o veículo maior.

Como exemplo o TB-450, cada roda deverá corresponder a uma carga pontual de 75 kN, como mostrado na Figura 19.

Figura 19: Carregamentos aplicados pelos veículos.

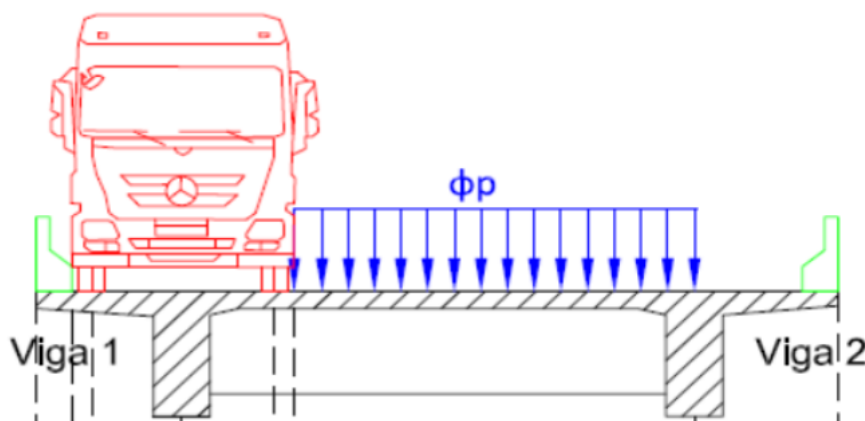


Fonte: Scielo Brazil.

Mesmo com as faixas bem definidas na rodovia, a ponte precisa ser dimensionada para a pior posição do veículo, que, no caso das pontes rodoviárias,

seria no extremo da seção transversal, considerando o afastamento das barreiras laterais. Essa é a pior seção devido ao balanço existente, que resulta em esforços maiores quando próximos dos apoios (longarinas). A carga de multidão, aquela que ocorre em toda a ponte, exceto na região do veículo, está demonstrada como uma carga distribuída ( $\phi p$ ). É importante ressaltar que, quando é considerado a carga de multidão na região oposta ao veículo (na figura 20 exemplar, seria entre a Viga 2 e a barreira simples no extremo direito), ela resulta em uma menor sobrecarga sobre a longarina na qual o veículo está próximo, ou seja, para ter consideração a favor da segurança, desconsideramos a carga de multidão nessa região. Segue exemplo de demonstração da distribuição do veículo e da carga de multidão com a Figura 20.

Figura 20: Carga de multidão.



Fonte: Brazilian Journal of Development – Márcio Júnior (2021)

Como teremos as cargas pontuais (representadas pelas rodas do veículo) e cargas distribuídas (sendo representada pela carga de multidão), estaríamos trabalhando com dois tipos de carregamentos, o que pode dificultar um pouco os cálculos. Pfeil (1980), recomendou uma forma de homogeneizar essas cargas concentradas em cargas distribuídas, para evitar uma segunda análise na seção transversal, pois seria necessária uma análise para cada tipo de carregamento. Esse procedimento é vantajoso para pontes que possuam mais de 2 longarinas, devido a distribuição dos carregamentos em cada longarina. Nesse estudo, a ponte possui apenas 2 longarinas, o que abre possibilidade de realizarmos o cálculo com ou sem homogeneização sem ter muitas diferenças de dificuldades. Essa técnica considera que a tensão é uma força sobre uma área, por isso considerando todas as forças aplicadas aos tabuleiros e dividindo pela área considera o que a carga de multidão

também passará pela região do veículo, mas com as cargas pontuais diminuídas, conforme a Equação 18.

$$P_{homogeneizado} = P - (p \cdot A)/n \quad (18)$$

Onde:

$P$ : Carga estática concentrada por roda (kN);

$p$ : Carga de multidão (kN/m<sup>2</sup>)

$A$ : Área de contato da roda (m<sup>2</sup>)

$n$ : Número de rodas.

Em todas as estruturas, precisa fazer majorações em suas cargas, para, como projetista, ter mais segurança das variações possíveis das ações que são consideradas. No caso das pontes, segundo o Neto (2014), as cargas do trem-tipo não atuam de forma estática, como outras cargas acidentais em estruturas residenciais, por exemplo.

De acordo com a ABNT NBR 7188:2013, é necessário considerar um coeficiente de majoração para as cargas dinâmicas, que é composto por três outros fatores: coeficiente de impacto vertical (CIV), número de faixas (CNF) e coeficiente de impacto adicional (CIA). Esses fatores são multiplicados entre si junto ao carregamento pontual e distribuído das ações acidentais.

$$Q = P \cdot CIV \cdot CNF \cdot CIA \quad (19)$$

$$p = p \cdot CIV \cdot CNF \cdot CIA \quad (20)$$

O CIV tenta simular as variações de carga do veículo em movimento e os efeitos da sua suspensão. Este é em função da média aritmética dos vãos da estrutura, denominada por  $Liv$ . Para os casos que o vão é menor que 10,0m, considera-se o CIV como 1,35, como mínimo, mas para os casos com vão maior que 10,0m e menor que 200,0m, o CIV é calculado pela equação 21.

$$CIV = 1 + 1,06 \cdot (20 / (Liv + 50)) \quad (21)$$

O CNF está atrelado a probabilidade de a carga do veículo ocorrer, a depender do número de faixas ( $n$ ) disponíveis. Contudo, essa consideração deve ser aplicada apenas à elementos estruturais longitudinais a ponte, não sendo considerado nos

elementos transversais ao sentido da mão da via, como exemplo as transversinas e lajes. É calculado pela equação 22.

$$CNF = 1 - 0,05 \cdot (n - 2) > 0,9 \quad (22)$$

O CIA tenta simular as variações de cargas dos veículos devido a imperfeições na via, como buracos, deformações no revestimento, juntas de dilatação e extremidades. Em obras de concreto (o foco desse estudo), é considerado CIA como 1,25 e deve ser utilizado nas seções a menos de 5 metros da descontinuidade estrutural, que para facilitar os cálculos, considera-se esse coeficiente em todo o comprimento da ponte.

#### 2.5.2.2. Cargas de construção

Durante a execução da obra de arte, é necessário o uso de diversas máquinas que não possuem pesos próprios nem movimentações semelhantes às dos veículos normatizados considerados (como o TB-450), porém, elas não ocorrem em toda a vida útil da estrutura; ocorrem apenas em um curto período da sua construção, sendo recomendado, conforme a NBR 7187 (ABNT, 2021), considerar essas ações. Como o foco desse trabalho é a comparação de dois métodos de cálculo, não serão considerados a carga de construção em nenhum dos dois métodos a fim de facilitar os cálculos.

#### 2.5.2.3. Cargas de Vento

A principal função das pontes é vencer obstáculos, como vales e porções de água, ficando exposta a correntes de ar que a NBR 6123 (ABNT, 1988) indica considerar. Nesse trabalho, não serão feitas essas considerações a fim de diminuir as variáveis.

#### 2.5.2.4. Força Centrífuga

De acordo com a NBR 7187 (ABNT, 2021) e NBR 7188 (ABNT, 2013), nas pontes rodoviárias em curva, é necessário considerar uma força centrífuga normal ao eixo, que atue ao tabuleiro, devido à movimentação do veículo. Esse tipo de força não será considerado, pois a ponte em estudo é retilínea.

#### 2.5.2.5. Força de frenagem e/ou Aceleração

Por tratar de cargas dinâmicas, é preciso considerar as possibilidades de movimentações dos veículos. Devido a 3ª Lei de Newton, na qual toda ação gera uma reação, tanto a aceleração como a frenagem dos automóveis provocam carregamentos ao tabuleiro que, conseqüentemente, provocam às longarinas. Essa consideração é a escolha do maior valor entre 5,0% das cargas móveis distribuídas ou 30,0% do peso do veículo tipo, desconsiderando o efeito de impacto da NBR 7187 (ABNT, 2021). Esta norma aconselha considerar, simultaneamente a essa força, a carga  $H_f$ , definida a partir da equação 23.

$$H_f = 0,85 \cdot B \cdot L \cdot CNF \geq 135kN \quad (23)$$

Onde:

$B$  e  $L$  são a largura efetiva e o comprimento, em metros, da carga móvel uniforme distribuída, na posição transversal mais desfavorável, respectivamente.

Neste trabalho, essas considerações não serão feitas a fim de facilitar a comparação dos métodos.

#### 2.5.2.6. Pressão da Água em Movimento

Nos casos de pontes onde vencem obstáculos de água, de acordo com a NBR 7187 (ABNT, 2021), tem que considerar o impacto da movimentação desse líquido aos pilares e fundações, dependendo da velocidade e de um coeficiente dimensional em função do formato da seção transversal dos elementos, como por exemplo, no item 7.2.5 da norma citada nesse parágrafo, o coeficiente igual a 0,34 quando a seção transversal é circular. Como esse estudo foca apenas nas longarinas, não considerará a pressão da água

#### 2.5.2.7. Variação de Temperatura

As obras de artes são estruturas que possuem uma vida útil longa, por isso, devem estar preparadas para suportar diversas variações de temperatura, tanto as diárias como as estações do ano, que, em algumas partes do Brasil, são consideráveis. Nesses casos e nas insolações diretas, tem-se efeitos globais que ocorrem em toda a estrutura, que vai depender do local de implantação da estrutura e das geometrias dos elementos estruturais. Como não foi delimitado a região que a



obra de arte será construída, não foi considerado o fator temperatura em ambos os métodos.

### 2.5.3. Ações excepcionais

Durante a vida útil de uma estrutura, podem existir sobre ela carregamentos que possuem uma probabilidade muito baixa de ocorrerem, porém, com uma relevância considerável, sendo denominadas de ações excepcionais. De acordo com a NBR 8681 (ABNT, 2004), menciona alguns tipos de ações excepcionais, como explosões, impactos de objetos em movimento à estrutura e fenômenos naturais (sismos, ventos, enchentes, ondas gigantes e catástrofes). Esses efeitos, são multiplicados por coeficientes específicos, na qual não abordará nesse trabalho para diminuir as variáveis.

### 2.5.4. Combinação de ações

As estruturas devem ser dimensionadas com o intuito de apresentar bom desempenho às finalidades da construção, que abrange funções acústicas, estéticas e estruturais. Segundo a NBR 8681 (ABNT, 2004), as estruturas devem ser calculadas para o estado limite último (ELU) e o estado limite de serviço (ELS), sendo, respectivamente, a relação ao colapso total ou parcial da estrutura, considerando qualquer forma de descumprimento das funções estruturais prévias, inviabilizando seu uso (no caso do primeiro), e a longevidade possível da estrutura, aparência, a própria utilização da funcionalidade estrutural e o conforto dos usuários possíveis (no segundo caso).

Com isso, é muito importante montar uma série de combinações dos carregamentos considerados para que seja possível verificar a estruturas nos limites explicados acima. O intuito é criar combinações que resultem nos efeitos mais desfavoráveis nas seções da estrutura que possuem situações mais críticas. De acordo com a NBR 8681 (ABNT, 2004), deve-se multiplicar os valores das ações por ponderadores de cada tipo de ação. Um exemplo bastante usado é não considerar ações simultâneas dos ventos em direções opostas a estrutura, mesmo isso podendo acontecer durante a sua vida útil, não se considera, pois os ventos em direções opostas resultariam em um esforço menor, comparado a se agissem em apenas uma única direção.

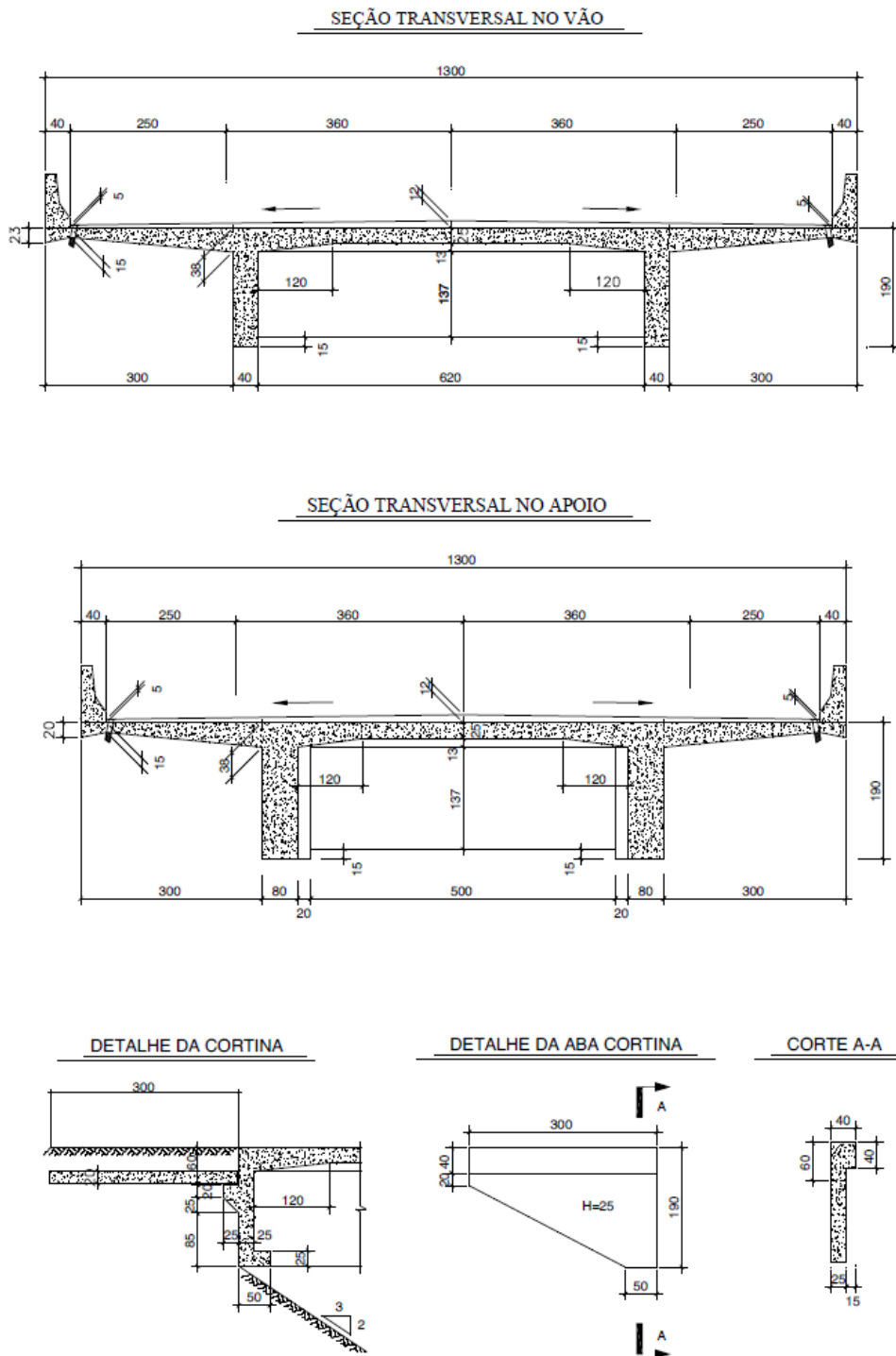
### 3 METODOLOGIA

Como contextualizado anteriormente, este trabalho possui como objetivo, a comparação de duas diferentes metodologias para análise estrutural de uma ponte modelo que foi usado a concepção estrutural do livro Projeto e Análise de Pontes do professor Sérgio Marques F. Almeida, na qual possui um comprimento total de 62 metros, com três vãos de 18 metros e dois balanços de 4 metros nas extremidades, como mostrado na Figura 22.

A ponte em questão, possui características de uma ponte real, com duas longarinas paralelas entre si, ligadas por transversinas, não conectadas ao tabuleiro, que estão na região do apoio e no meio do vão. Além das extremidades de 4 metros, a ponte possui estrutura de transição, representada na figura 21.

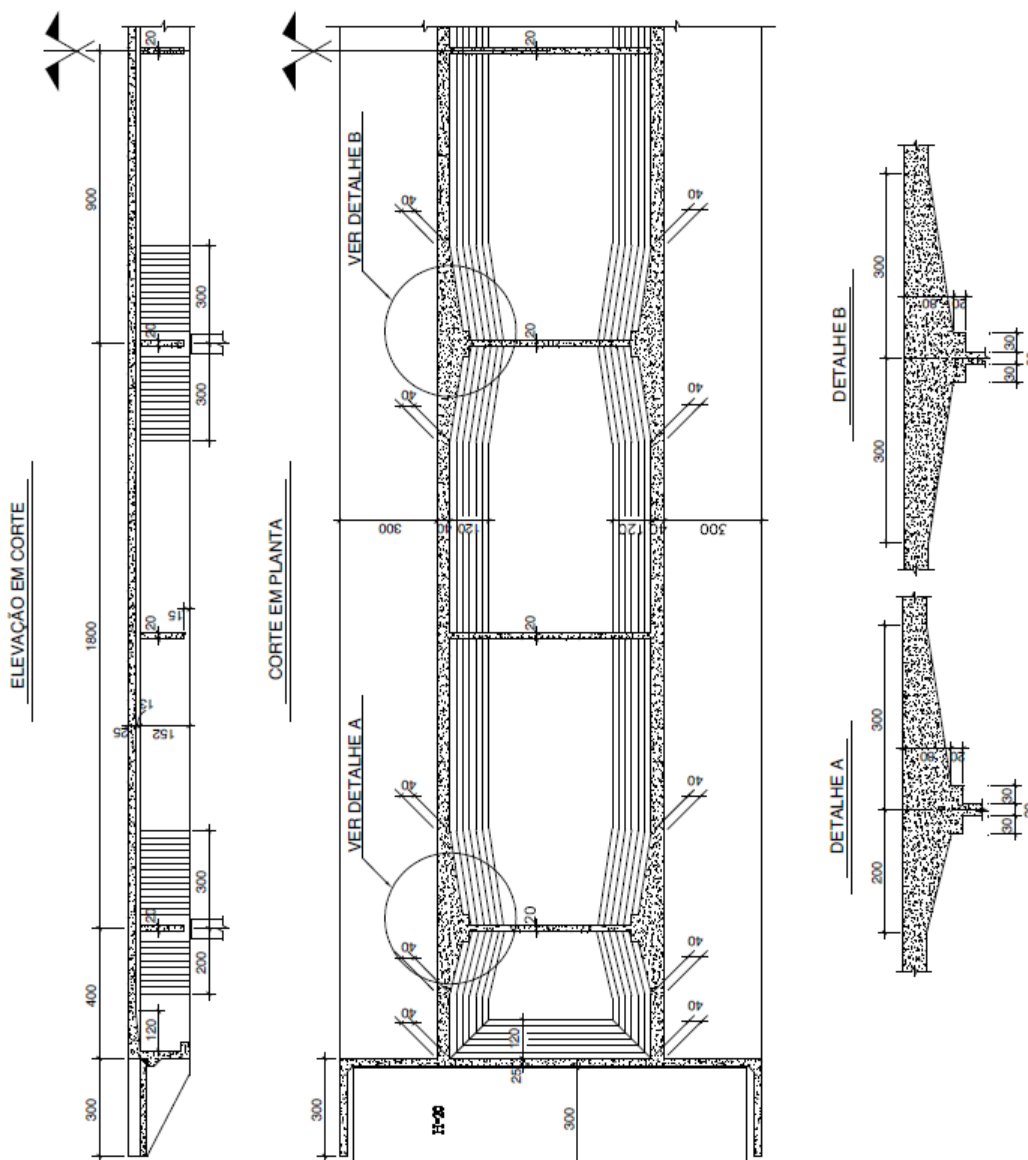
A ponte possui formatos variados ao longo do seu comprimento, onde são mostradas suas dimensões na figura 22.

Figura 21: Seções transversais da ponte.



Fonte: Livro Projeto e Análise de pontes – Prof. Sérgio F. Almeida

Figura 22: Elevação em corte da ponte.



Fonte: Livro Projeto e Análise de pontes – Prof. Sérgio F. Almeida

Essa análise é resultado das considerações dos carregamentos aplicados à estrutura de acordo com a norma, nas quais serão analisadas as cargas permanentes e as variáveis separadamente de forma que se possa perceber as diferenças nos modelos em cada caso e entender onde se encontram maiores e menores diferenças entre a análise simplificada baseada em métodos analíticos e a simulação via Métodos dos Elementos Finitos.

Diante disso, foi realizada uma análise simplificada baseada nas linhas de influência de Muller-Breslau, e que será analisada a longarina isoladamente com a utilização do software Ftool, sendo uma análise bastante a favor da segurança e muito

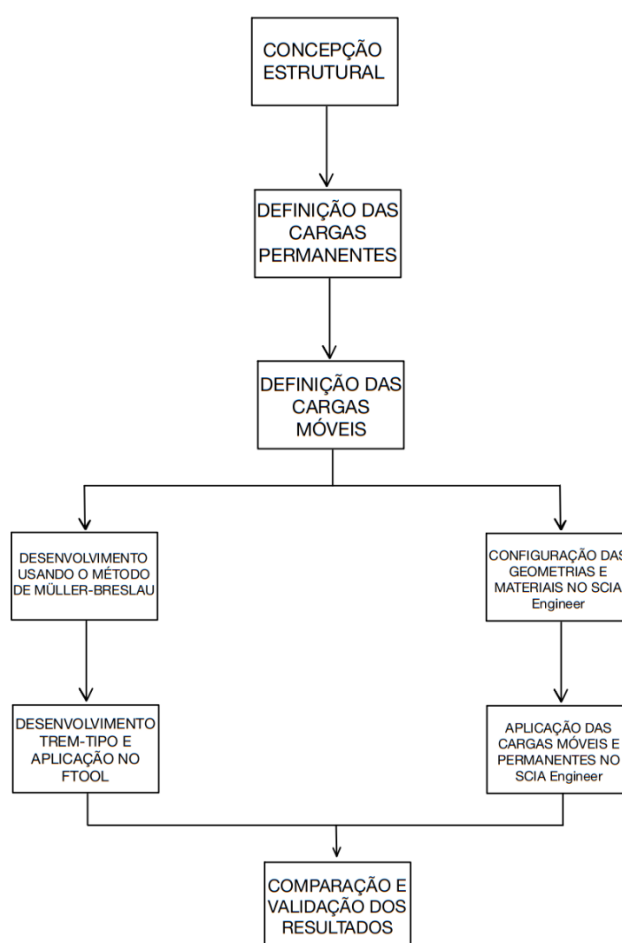
útil no desenvolvimento de cálculos estruturais de pontes antes do surgimento dos avanços computacionais.

Em seguida, foi realizado uma modelagem em elementos finitos da ponte em estudo, utilizando o *software* SCIA Engineer, uma ferramenta capaz de realizar análises estruturais de diferentes problemas de engenharia, sendo bem completo por ser multimaterial. Este foi escolhido devido a sua disponibilidade da versão para estudantes ter duração de 1 ano, oferecer as ferramentas necessárias e possuir bastante suporte para aprendizado e resolução de problemas

Por fim, será feita uma análise e comparação dos resultados obtidos por todas as duas metodologias escolhidas nesse trabalho, de maneira que sejam demonstradas as vantagens e desvantagens de utilização de cada.

O fluxograma adotado para esse estudo é apresentado na figura 23.

Figura 23: Fluxograma do estudo.



Fonte: Autor

A concepção estrutural, foi a etapa de entender as geometrias, cargas aplicadas e comportamento da estrutura para ser possível a comparação entre metodologias diferentes.

A definição das cargas permanentes, foi baseada na ABNT NBR 7188:2013, levando em consideração as figuras 21 e 22, fazendo os cálculos de áreas para a consideração do peso próprio e a distribuição dela ao longo da ponte no sentido longitudinal.

A definição das cargas móveis, foi a escolha do trem tipo TB-450 e o posicionamento na extremidade lateral da ponte devido ser o posicionamento que aplica tensões maiores as longarinas, elemento de estudo. Nessa etapa foi feito os cálculos de espaçamento, majorações e distribuição das cargas pontuais e distribuídas com o intuito de gerar as maiores forças e momentos nas vigas principais.

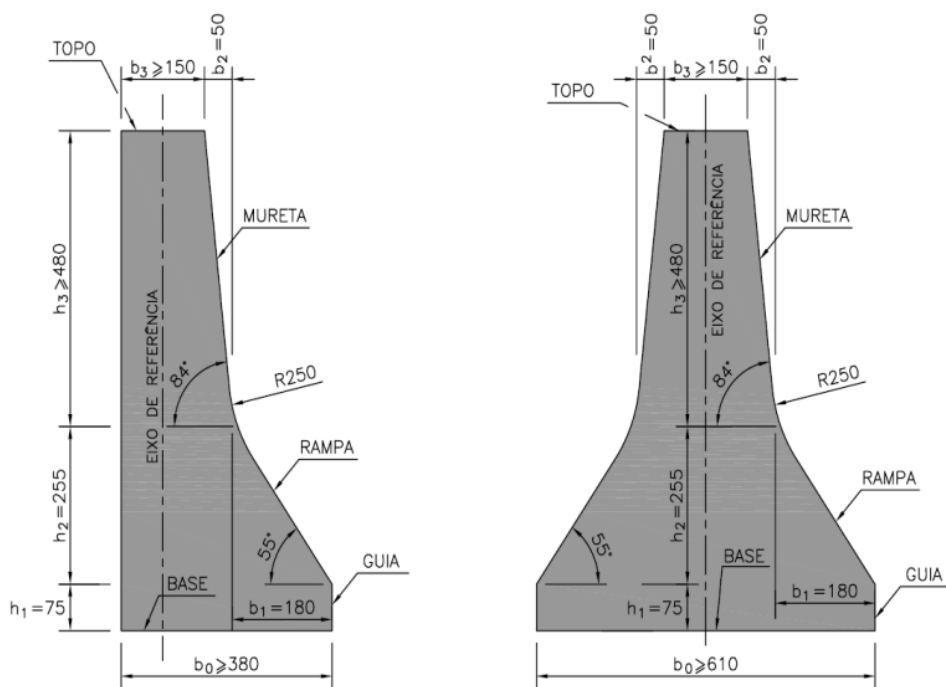
O desenvolvimento usando o método de Muller-Breslau e o desenvolvimento do trem-tipo, e aplicação no Ftool, foram o cálculo da linha de influência e a multiplicação das cargas pelos coeficientes encontrados, gerando resultados que foram aplicados no software Ftool.

A configuração das geometrias e materiais no SCIA Engineer, e aplicação das cargas móveis e permanentes no SCIA Engineer, foram as etapas de parametrização do software tridimensional de elementos finitos, criando os materiais e carregamentos usados no modelo.

A comparação e validação dos resultados, é a etapa que se analisou os diagramas, esforços da cortante e momento, tanto para as ações permanentes como para as variáveis.

Foi determinado que a pista de tráfego que passará pela ponte, possuirá duas faixas de veículos e barreiras do tipo New Jersey de 40cm de base nas duas laterais da ponte (figura 24). Além de elementos de transição, como as cortinhas e as lajes que ligam a ponte a pista de tráfego.

Figura 24: Perfil New Jersey para barreira simples e duplas



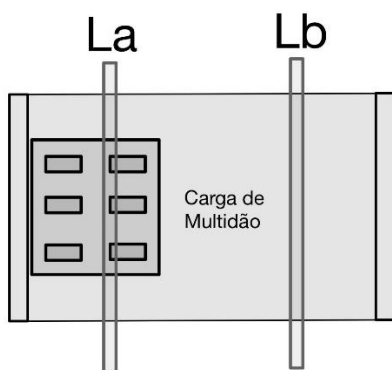
Fonte: DNIT 109, 2009, p.6

#### 4 ANÁLISE SIMPLIFICADA

O método clássico em estudo é uma forma de calcular as reações das longarinas para as cargas que estão aplicadas ao longo do tabuleiro.

Para melhor explicar, considera-se uma vista em planta da ponte, em um desenho esquemático, com o TB-450, longarina A e longarina B, representados na figura 25.

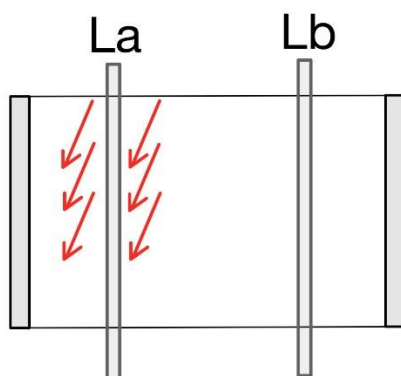
Figura 25: Vista esquemática em planta



Fonte: Autor

Com a figura 25, existem cargas pontuais (rodas do veículo), mostrado nas figuras 26 e 27, e cargas distribuídas (carga de multidão), onde estão em posições distintas no tabuleiro. Inicia-se pelas cargas pontuais.

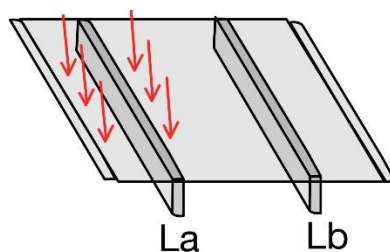
Figura 26: Vista esquemática em planta com cargas pontuais



Fonte: Autor



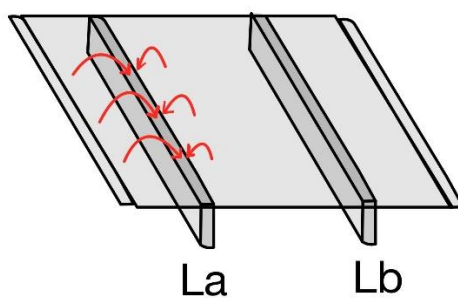
Figura 27: Vista esquemática em isometria com cargas pontuais



Fonte: Autor

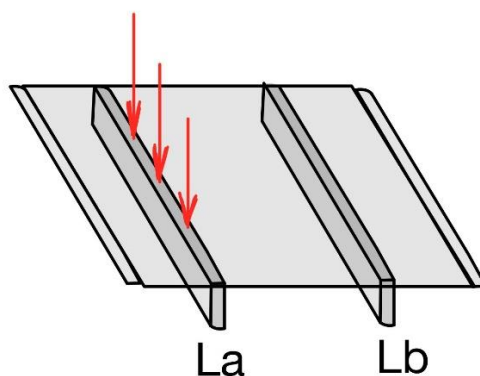
As cargas pontuais chegarão de forma diferente na longarina (Figura 28), serão multiplicadas por um fator correspondente da linha de influência e somadas quando estiverem alinhadas transversalmente (Figura 29).

Figura 28: Vista esquemática em isometria das cargas na longarina



Fonte: Autor

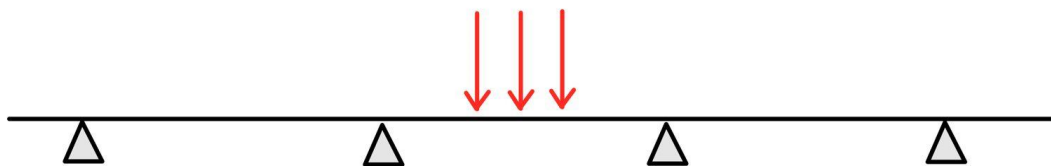
Figura 29: Vista esquemática em isometria das resultantes das cargas



Fonte: Autor

Quando essas cargas visualizadas longitudinalmente por toda a ponte, serão representadas de acordo com a figura 30.

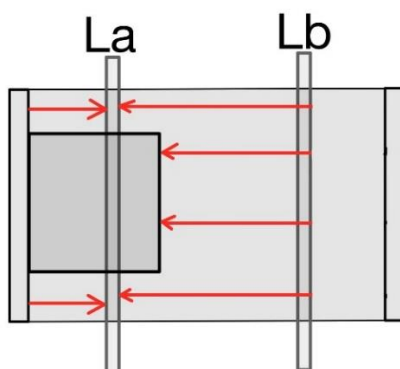
Figura 30: Vista esquemática longitudinalmente com as resultantes das cargas



Fonte: Autor

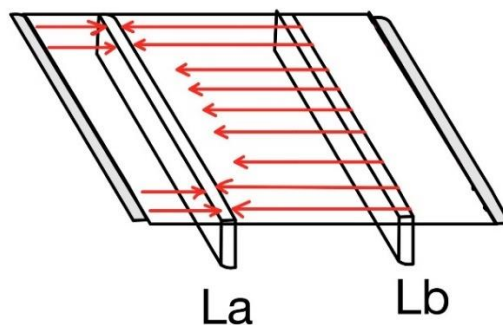
Por outro lado, a carga de multidão apresenta um carregamento distribuído em todo a área do tabuleiro, com exceção da região do veículo. Porém para considerações a favor da segurança, não se considera a carga de multidão no balanço oposto ao veículo (Figura 31 e 32), para evitar que essa carga cause uma diminuição dos deslocamentos, por resultar em momentos negativos na região da longarina analisada.

Figura 31: Vista esquemática em planta com a carga de multidão



Fonte: Autor

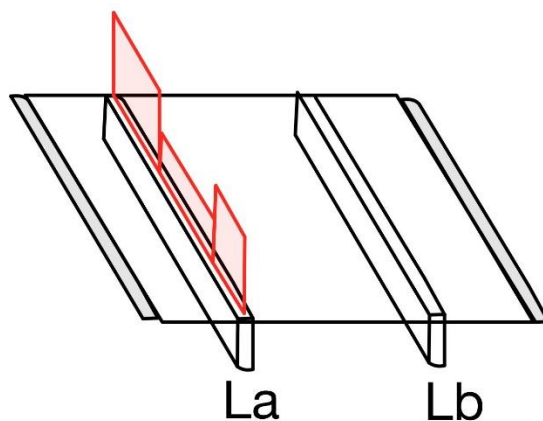
Figura 32: Vista esquemática em isometria com a carga de multidão



Fonte: Autor

Toda essa carga em área chegará de forma diferente na longarina, serão multiplicadas por um fator correspondente da linha de influência e somadas quando estiverem alinhadas transversalmente. Resultando em uma carga distribuída como na figura 33.

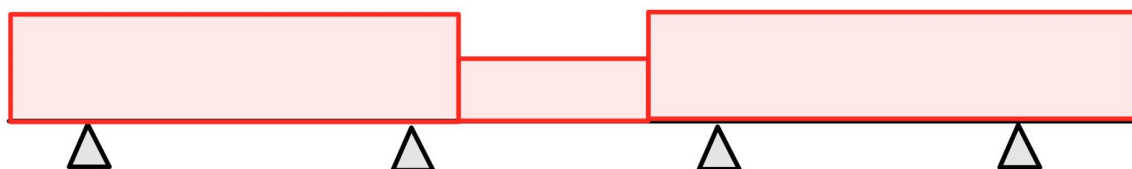
Figura 33: Vista esquemática em isometria com as resultantes da carga de multidão



Fonte: Autor

Quando essas cargas visualizadas longitudinalmente por toda a ponte, serão representadas de acordo com a figura 34.

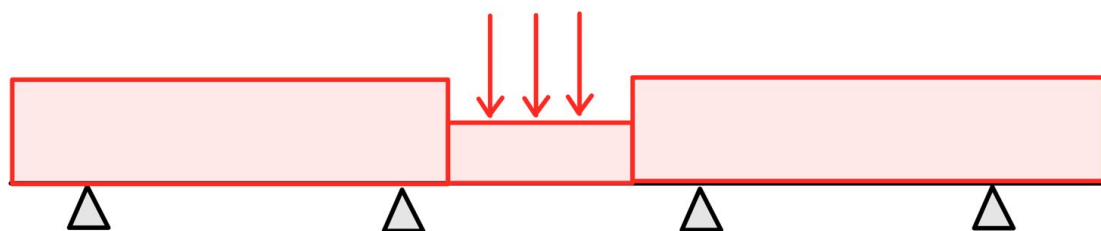
Figura 34: Vista esquemática em corte longitudinal



Fonte: Autor

Unindo as cargas variáveis distribuídas e pontuais, teremos o resultado mostrado na figura 35.

Figura 35: Vista esquemática em corte longitudinal com todas as cargas

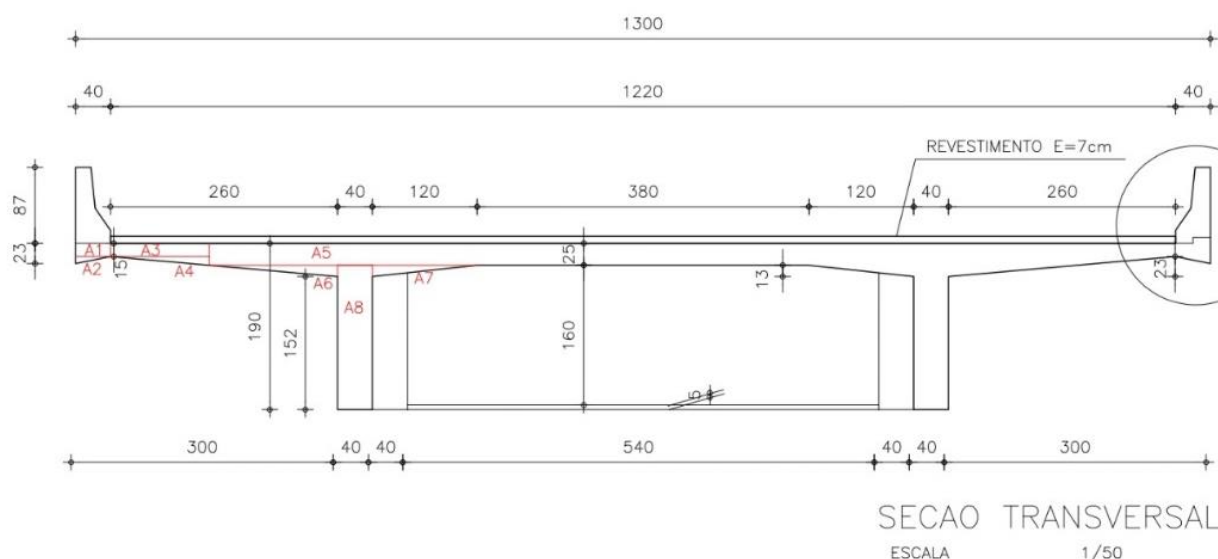


Fonte: Autor

#### 4.1. Determinação dos carregamentos permanentes

Neste trabalho, a seção transversal adotada é apresentada na figura 36.

Figura 36: Regiões definidas para obtenção da área da seção transversal.



Fonte: Autor

Para o cálculo das cargas permanentes, é necessário o cálculo das áreas das seções transversais da ponte. Para isso, divide-se a seção ao meio e em 8 partes com formas retangulares e triangulares, como a figura 36. Com isso, é possível calcular as áreas de cada região da seção transversal, conforme a seguir.

$$\begin{aligned}
 A_1 &= 0,4 \cdot 0,15 = 0,06m^2 \\
 A_2 &= 0,4 \cdot 0,08/2 = 0,016m^2 \\
 A_3 &= 0,4 \cdot 0,15 = 0,06m^2 \\
 A_4 &= 0,1 \cdot 0,4/2 = 0,02m^2
 \end{aligned}
 \tag{23}$$

$$A_5 = 0,25 \cdot 4,97 = 1,24m^2$$

$$A_6 = 0,13 \cdot 1,47 = 0,191m^2$$

$$A_7 = 0,13 \cdot 1,2 = 0,156m^2$$

$$A_8 = 0,4 \cdot 1,65 = 0,66m^2$$

$$A_{tot} = 2 \cdot \sum A_i = 2 \cdot 2,4 = 4,806m^2$$

Para a seção transversal no apoio, a área da seção é quase a mesma, a alteração encontra-se na seção da longarina que passa de 40 cm para 80 cm, passando assim a ter uma área de 6,126 m<sup>2</sup>.

A área da seção transversal do revestimento, será usado uma espessura média de 8,5cm, que dividindo a seção transversal ao meio será:

$$A_{pav} = 0,085 \cdot 6,1 = 0,518m^2 \quad (24)$$

Para o carregamento linear do volume de concreto (adotando peso específico de 25kN/m<sup>3</sup>, conforme a NBR 6120 (ABNT, 2019) para cada viga longarina tem-se:

$$\text{Carregamento na seção da ponte} = 2,4 \cdot 25 = 60kN/m^3 \quad (25)$$

No caso da variação de seção da viga longarina devido as mísulas (Figura 22, Detalhe B), foi feita uma simplificação em que se transforma essa variação de seção em uma carga pontual no centro de gravidade dessa variação. Assim,

$$\text{Mísula maior} = \frac{25kN}{m^3} \cdot (3 + 0,3) \cdot \frac{0,4}{2} \cdot 1,9 = 31,35kN/m^3 \quad (26)$$

$$\text{Mísula menor} = \frac{25kN}{m^3} \cdot (2 + 0,3) \cdot \frac{0,4}{2} \cdot 1,9 = 21,85kN/m^3$$

No carregamento das transversinas, por sua vez, tem-se:

$$\text{Carregamento no meio do vão} = (0,2 \cdot 1,37 \cdot \frac{6,2}{2}) \cdot 25 = 21,23kN/m^3 \quad (27)$$

Para a seção no apoio além da própria transversina, existe um aparelho de suporte com uma maior seção, indicado no Detalhe A da figura 22. Assim, tem-se que:

$$\text{Carregamento apoio (transversina)} = \left(0,2 \cdot 1,37 \cdot \frac{5,2}{2}\right) \cdot 25 = 17,81kN/m^3 \quad (28)$$

$$\text{Carregamento apoio (suporte)} = (0,2 \cdot 1,37 \cdot 0,8) \cdot 25 = 5,48kN/m^3$$

Para os cálculos das cargas pontuais, no qual a ponte tem-se peças isoladas, serão considerados os esquemas apresentados no Detalhe da Cortina e no Detalhe da Aba da Cortina da figura 21. O primeiro, será dividido em três elementos diferentes para o cálculo da área.

$$\begin{aligned}
 A_1 &= (0,2 + 0,45) \cdot \frac{0,25}{2} = 0,081m^2 \\
 A_2 &= 0,25 \cdot 1,9 = 0,475m^2 \\
 A_3 &= 0,25 \cdot 0,25 = 0,0625m^2 \\
 A_{tot} &= 0,081 + 0,475 + 0,0625 = 0,6185m^2
 \end{aligned} \tag{29}$$

$$Carga\ pontual = 0,6185 \cdot 25 \cdot 6,5 = 100,5kN \tag{30}$$

De forma semelhante, o Detalhe da Aba da Cortina será dividido em três elementos diferentes, onde serão calculados os volumes.

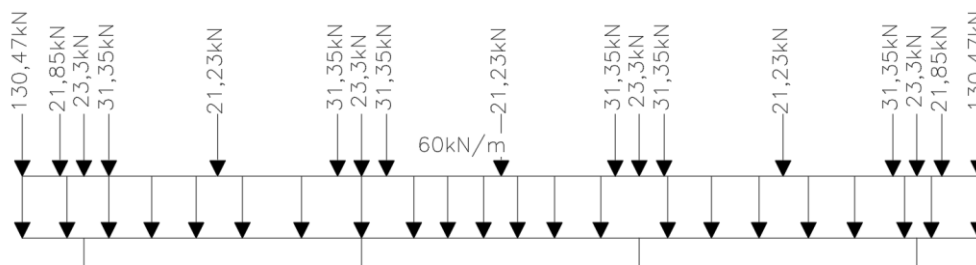
$$\begin{aligned}
 V_1 &= 0,4 \cdot 0,4 \cdot 3 = 0,48m^3 \\
 V_2 &= 0,5 \cdot 0,25 \cdot 1,5 = 0,1875m^3 \\
 V_3 &= (1,5 + 0,2) \cdot \frac{2,5 \cdot 0,25}{2} = 0,53m^3 \\
 V_{tot} &= 0,48 + 0,1875 + 0,53 = 1,1975m^3
 \end{aligned} \tag{31}$$

$$Carga\ pontual = 1,1975 \cdot 25 = 29,97kN \tag{32}$$

$$Total\ pontual\ de\ transição = 100,5kN + 29,97kN = 130,47kN$$

Com peso próprio, pode-se desenvolver o esquema da figura 37.

Figura 37: Distribuição das cargas de peso próprio.



Fonte: Autor

Considerando a defesa, descrita na figura 38, ela foi dividida em duas regiões, cujas áreas são:

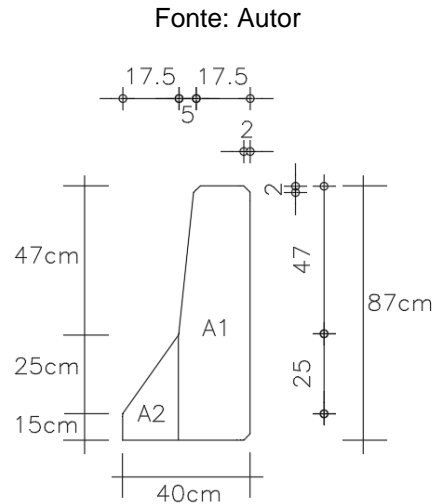


Figura 38: Seção transversal da defesa.

$$A_1 = \frac{(0,175 + 0,175 + 0,05) * 0,87}{2} = 0,174m^2$$

$$A_2 = \frac{(0,15 + 0,4) * 0,175}{2} = 0,0481m^2 \quad (33)$$

$$A_{tot} = 0,174 + 0,0481 = 0,222m^2$$

A área da seção transversal do pavimento, por sua vez, considerando uma espessura constante de 8,5cm, tem-se que:

$$V = 0,085.6,1 * 3 = 1,56m^3 \quad (34)$$

$$Carga\ pontual = 1,56.25 = 38,99kN \quad (35)$$

Considerando a laje como simplesmente apoiada, a partir do Detalhe da Cortina, na figura 21, seu volume é dado por:

$$\text{Seção transversal da ponte/longarina): } V = 0,2.1,5. \frac{12,2}{2} = 1,83m^3 \quad (36)$$

O aterro possui densidade de 18 kN/m<sup>3</sup> e o volume será:

$$V = 0,4.1,5. \frac{12,2}{2} = 3,66m^3 \quad (37)$$

Assim, os carregamentos permanentes serão:

$$\text{Carga da defesa} = 0,222.25 = 5,55\text{kN/m} \quad (38)$$

$$\text{Carga do pavimento} = 0,518.24 = 12,432\text{kN/m} \quad (39)$$

$$\text{Carga da laje de transição} = 1,83.25 = 45,75\text{kN} \quad (40)$$

$$\text{Carga do aterro} = 3,66.18 = 65,88\text{kN} \quad (41)$$

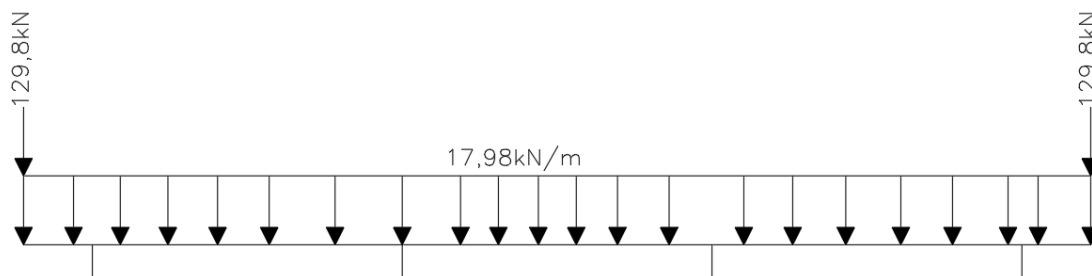
$$\text{Carga do guarda rodas na laje de transição} = 5,55.3 = 16,65\text{kN} \quad (42)$$

$$\text{Carga distribuída} = 17,98\text{kN/m} \quad (43)$$

$$\text{Carga nas extremidades} = 129,28\text{kN} \quad (34)$$

Graficamente, as cargas permanentes são distribuídas conforme a Figura 39.

Figura 39: Carregamentos permanentes.



Fonte: Autor

O somatório dos carregamentos permanentes e peso próprio, foram multiplicado por 1,35, de acordo com a tabela - Ações permanentes diretas agrupadas da NBR 8681 (ABNT, 2004) , **Error! Reference source not found.**, e posteriormente somadas, como apresentado na Figura 40.



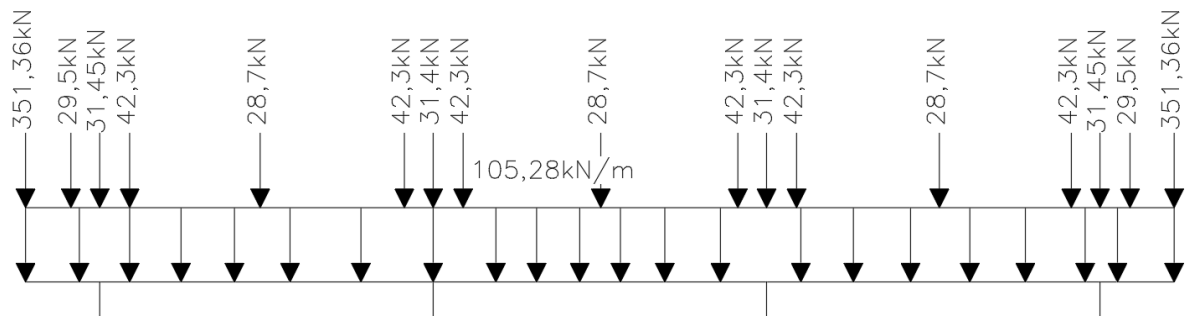
Tabela 1: Ações permanente diretas agrupadas.

Combinação	Tipo de estrutura	Efeito	
		Desfavorável	Favorável
Normal	Grandes pontes <sup>1)</sup>	1,30	1,0
	Edificações tipo 1 e pontes em geral <sup>2)</sup>	1,35	1,0
	Edificação tipo 2 <sup>3)</sup>	1,40	1,0
Especial ou de construção	Grandes pontes <sup>1)</sup>	1,20	1,0
	Edificações tipo 1 e pontes em geral <sup>2)</sup>	1,25	1,0
	Edificação tipo 2 <sup>3)</sup>	1,30	1,0
Excepcional	Grandes pontes <sup>1)</sup>	1,10	1,0
	Edificações tipo 1 e pontes em geral <sup>2)</sup>	1,15	1,0
	Edificação tipo 2 <sup>3)</sup>	1,20	1,0

<sup>1)</sup> Grandes pontes são aquelas em que o peso próprio da estrutura supera 75% da totalidade das ações.  
<sup>2)</sup> Edificações tipo 1 são aquelas onde as cargas acidentais superam 5 kN/m<sup>2</sup>.  
<sup>3)</sup> Edificações tipo 2 são aquelas onde as cargas acidentais não superam 5 kN/m<sup>2</sup>.

Fonte: NBR 8681 (ABNT, 2004)

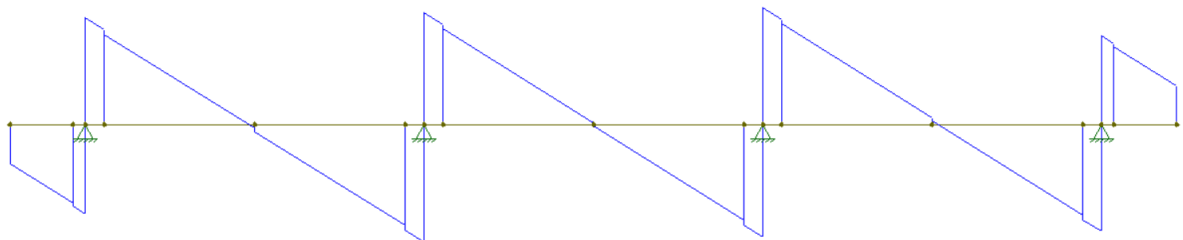
Figura 40: Carregamentos e peso próprio majorados.



Fonte: Autor

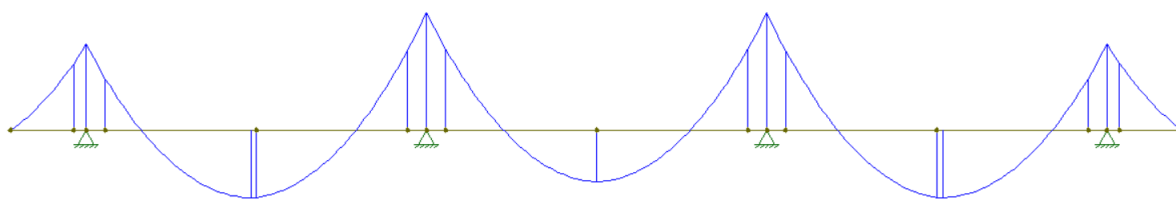
A partir dos carregamentos obtidos, é possível compor os gráficos de esforço cortante e momento fletor, apresentados na figura 41 e figura 42, respectivamente.

Figura 41: Diagrama de esforço cortante.



Fonte: Autor

Figura 42: Diagrama de momento fletor.



Fonte: Autor

## 4.2. Carga Variável

As cargas variáveis que serão consideradas nesse estudo, serão as cargas derivadas do veículo tipo TB-450, onde é composto pelas cargas pontuais das rodas e a carga de multidão externo à área de 18 m<sup>2</sup> do automóvel.

Para um dimensionamento a favor da segurança, será posicionado o veículo na extrema lateral da ponte, considerando o espaçamento de 40cm devido à barreira New Jersey, como já explicado no item 2.5.2.1.

Diferente da carga permanente, a carga móvel pode ser entendida como a que seus valores variam dependendo da localização, pois se movimentam continuamente.

Para a análise dessas cargas em pontes, a norma estabelece valores representativos dos carregamentos e majorações a depender de cada tipo de ponte, ambos foram explicados no item 2.5.2.1.

Diante da contextualização citada, a majoração é composta pela multiplicação de 3 fatores:

- Coeficiente de Impacto adicional, adotamos  $CIA=1,25$ , para obras em concreto ou mistas
- Coeficiente de impacto vertical, que considerando  $Liv=18$ , o cálculo será:

$$CIV = 1 + 1,06 \cdot \left( \frac{20}{Liv + 50} \right)$$

$$CIV = 1 + 1,06 \cdot \left( \frac{20}{18 + 50} \right) = 1,32$$

- Coeficiente de número de faixas, onde considerando  $n=2$ , teremos

$$CNF = 1 - 0,05 \cdot (n - 2)$$

$$CNF = 1 - 0,05 \cdot (2 - 2) = 1$$

- A majoração aplicadas a carga móvel, será:

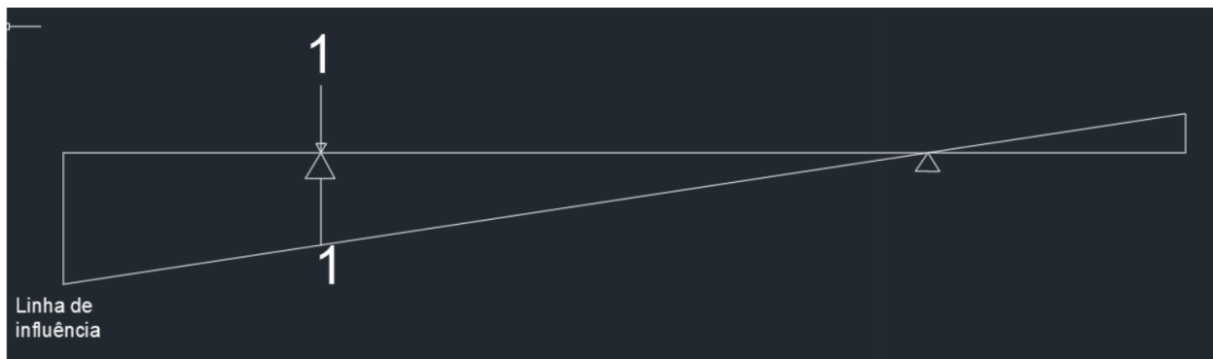
$$CNF \cdot CIV \cdot CIA = 1 \cdot 1,32 \cdot 1,25 = 1,65$$

Com os coeficientes de majoração calculados, precisamos calcular o carregamento nas longarinas derivadas das cargas pontuais e a de multidão.

Como algumas cargas não são aplicadas diretamente nas longarinas, faz-se necessário utilizar alguns dos métodos clássicos para que consigamos fazer a transposição dessas cargas não alinhadas longitudinalmente com a longarina para transformarmos em um problema unidimensional (1D) e assim ser possível desenvolver os gráficos de momento e cortante e, conseqüentemente, suas envoltórias.

O método utilizado foi o de análise simplificada usando o método de Muller-Breslau, explicado no item 2.3.5, e ele se inicia desenvolvendo a linha de influência, aplicando uma carga unitária no apoio, no caso é a longarina em estudo (figura 43).

Figura 43: Método de Muller-Breslau.



Fonte: Autor

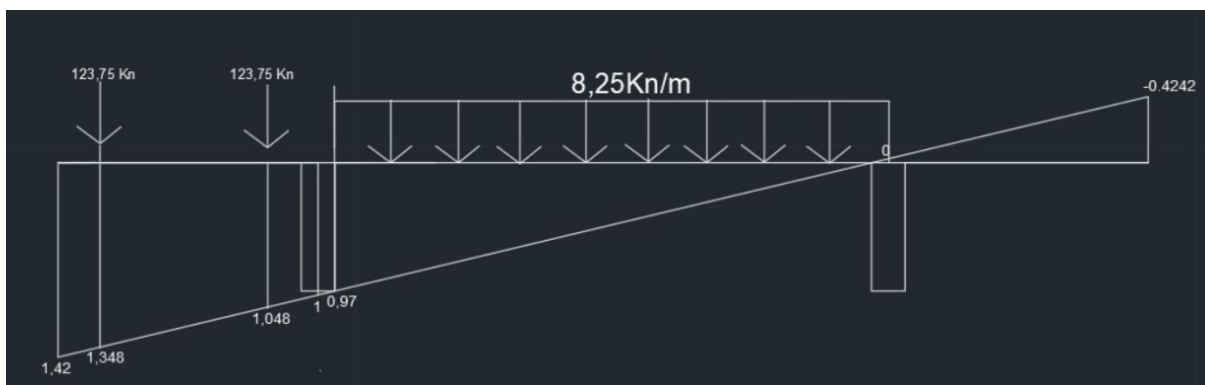
Com a linha de influência desenvolvida, podemos posicionar as cargas do trem-tipo, onde cada pneu possui 75kN e a carga de multidão 5kN/m<sup>2</sup>. Multiplicando essas pela a majoração, teremos:

$$Carga\ pontual = 1,65 \cdot 75kN = 123,75kN$$

$$Carga\ de\ multid\tilde{a}o = 1,65 \cdot 5kN/m^2 = 8,25kN/m^2$$

As cargas majoradas pelos coeficientes calculados, são mostradas posicionadas na linha de influência na Figura 44.

Figura 44: Cargas majoradas na linha de influência.



Fonte: Autor

Com esse valores já podemos encontrar as cargas móveis suportadas pela longarina.

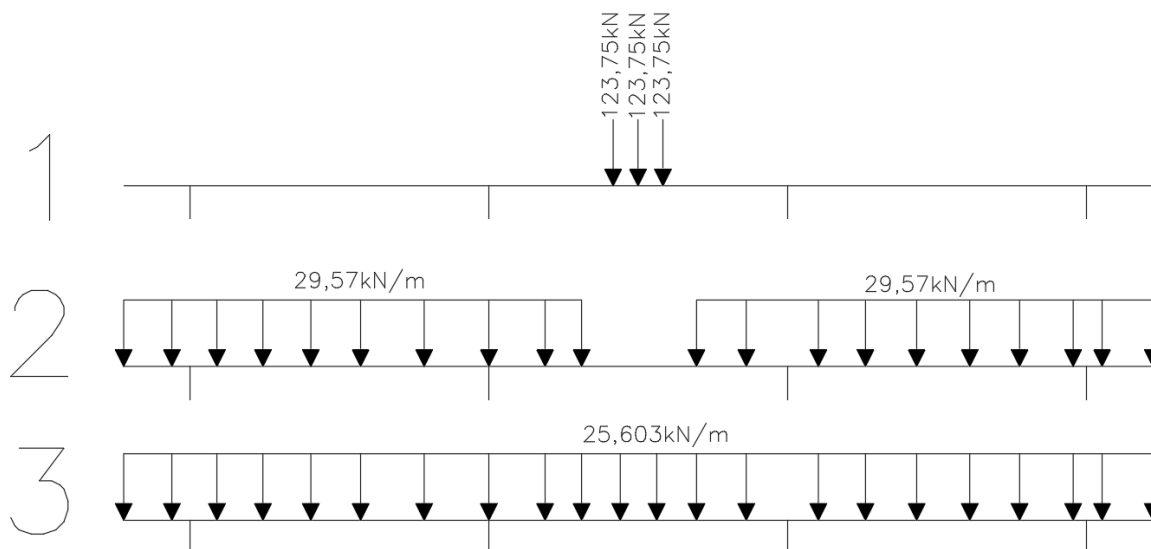
$$\text{Carga pontual na longarina} = 123,75\text{kN} \cdot 1,348 + 123,75\text{kN} \cdot 1,046 = 294,46\text{kN}$$

$$\text{Carga de multidão no trecho do trem tipo} = \frac{8,25\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot 3 \cdot \frac{0,97 + 1,42}{2} = \frac{29,57\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$\text{Carga de multidão no trecho sem o trem tipo} = \frac{8,25\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot \frac{6,4 + 0,97}{2} = \frac{25,603\text{kN}}{\text{m}^2}$$

Agora podemos aplicar separadamente os 3 tipos de cargas moveis calculados no passo anterior: a carga móvel pontual, carga móvel na seção onde não passa o trem-tipo e a carga móvel na seção onde passa o trem-tipo (Figura 45).

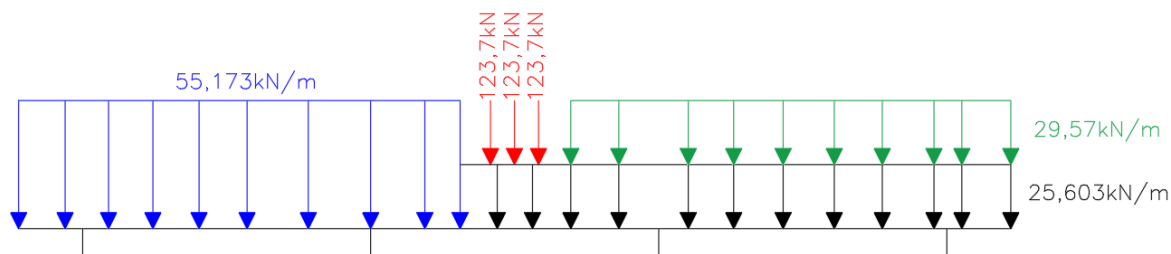
Figura 45: Distribuição das cargas móveis.



Fonte: Autor

A soma dessas seções está representada na figura 46.

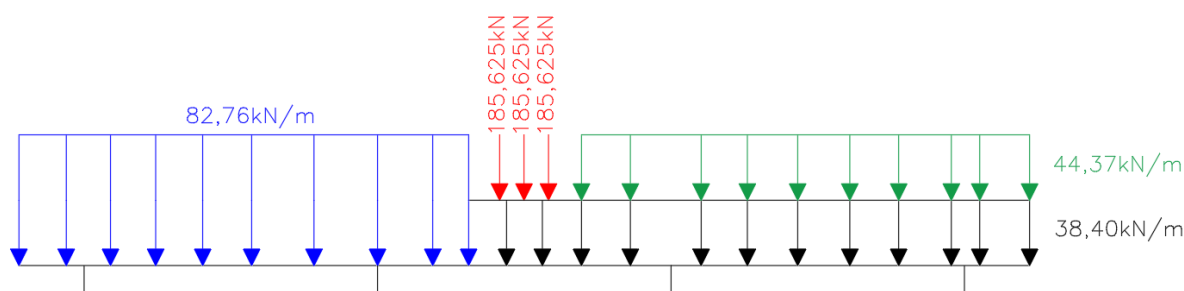
Figura 46: Resultante dos carregamentos nas seções.



Fonte: Autor

Em seguida, foi majorada a carga por 1,5 de acordo com a majoração para cargas móveis, segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014). Após a majoração da norma, o resultado foi apresentada na Figura 47.

Figura 47: Resultante dos carregamentos nas seções majorada.



Fonte: Autor

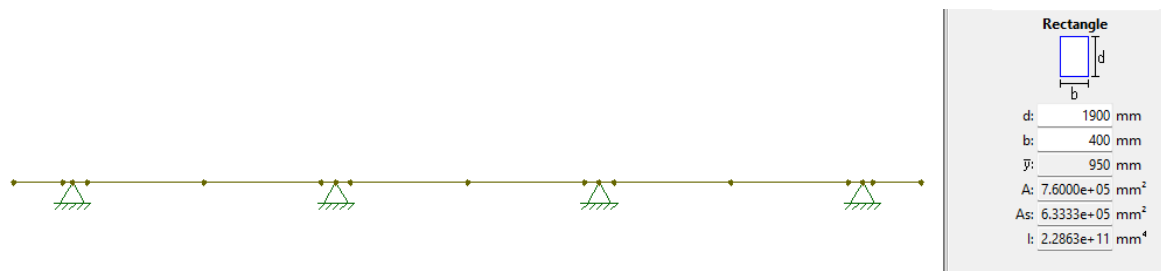
Com isso, finaliza os carregamentos permanentes e variáveis, considerados neste trabalho, em uma longarina usando a análise simplificada e o método Muller-Breslau.

### 4.3. Lançamento dos carregamentos no Ftool

A transposição dos carregamentos apresentados no itens acima serviram para transformar um problema tridimensional em um problema bidimensional, no qual o software Ftool consiga solucionar, considerando uma longarina isolada dos demais peças estruturais.

Modelou-se a longarina, com as dimensões dos vãos e balanços, aplicou os apoios com as condições de contorno possibilitando rotação no eixo Z e utilizou viga com dimensões de 40cm x 190cm, como na figura 48.

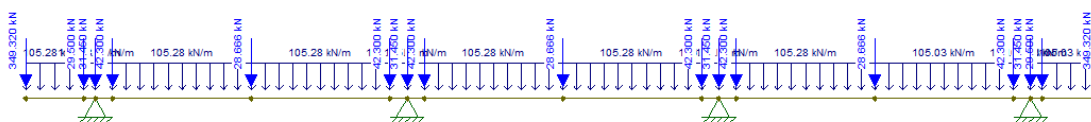
Figura 48: Longarina individual modelada no Ftool



Fonte: Autor

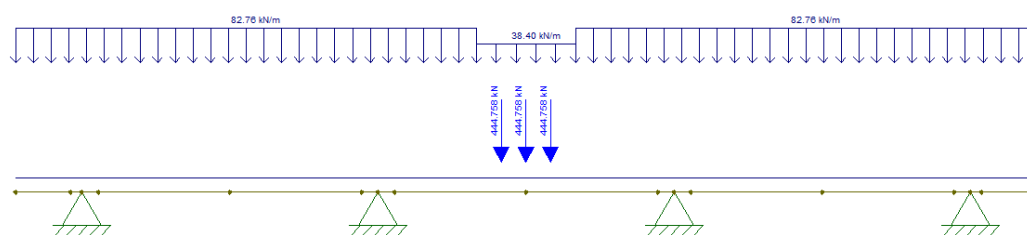
Com a longarina individual modelada, aplicou-se separadamente as cargas permanentes e variáveis, como nas figuras 49 e 50.

Figura 49: Cargas permanentes no Ftool



Fonte: Autor

Figura 50: Cargas variáveis no Ftool

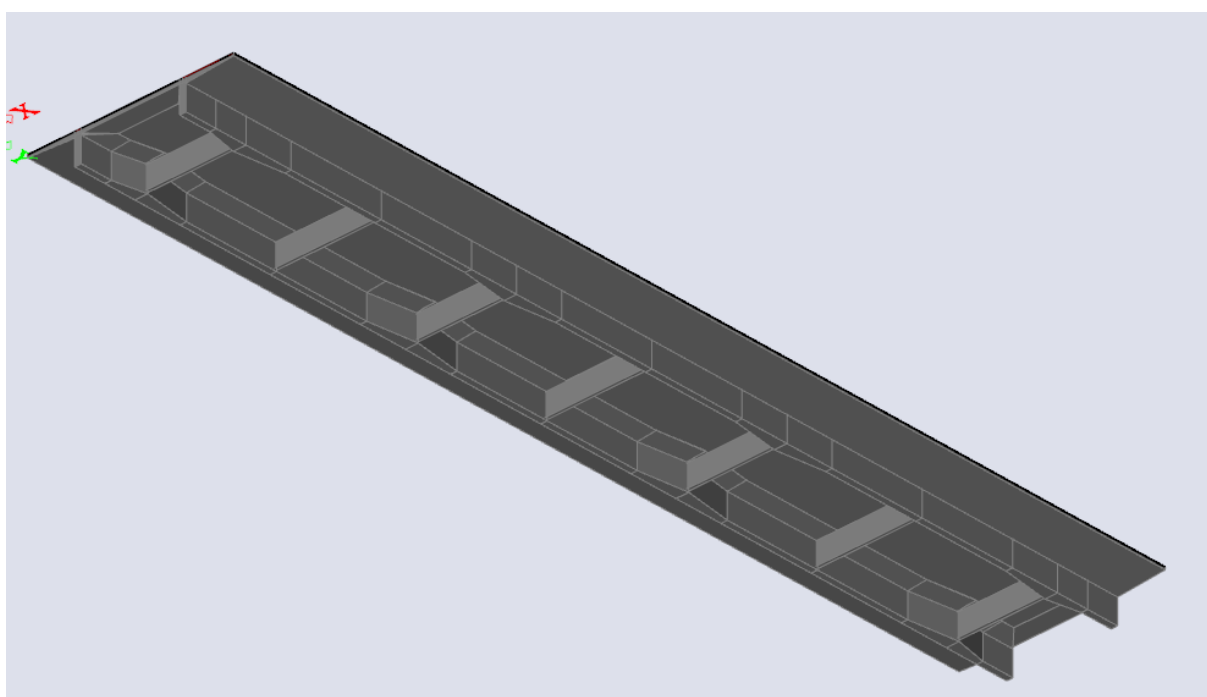


Fonte: Autor



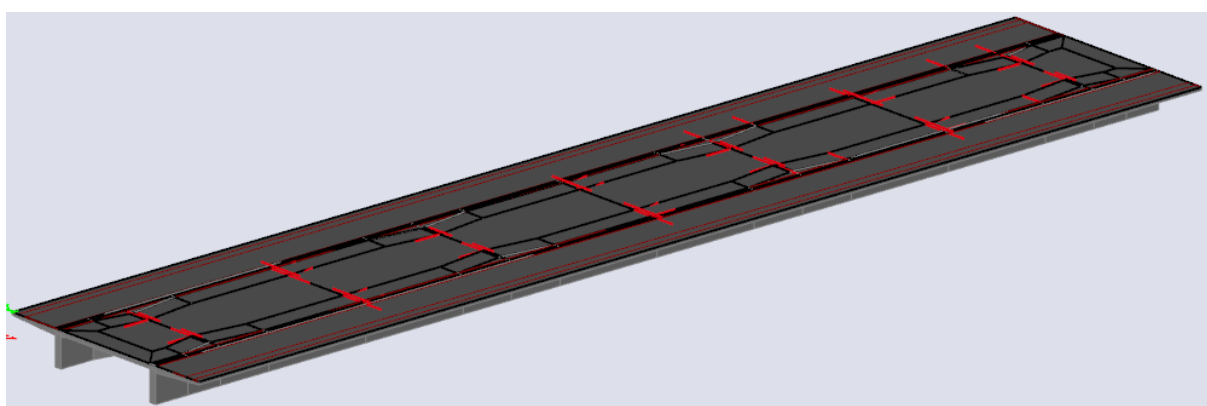
Com o material configurado, foi possível fazer a modelagem, conforme as figuras 52, 53 e 54. A modelagem é muito importante pois é com as posições e suas volumetrias que o SCIA Engineer calcula uma das cargas que consideramos em uma estrutura, que é o peso próprio. É logo nessa etapa que pode começar a perceber divergências em relação aos métodos clássicos, onde substituímos o peso distribuído das mísulas das longarinas, por cargas pontuais e no *SCIA Engineer* se consegue com facilidade descobrir exatamente como é feita essa distribuição de forças.

Figura 52: Vista inferior do modelo da ponte.



Fonte: Autor

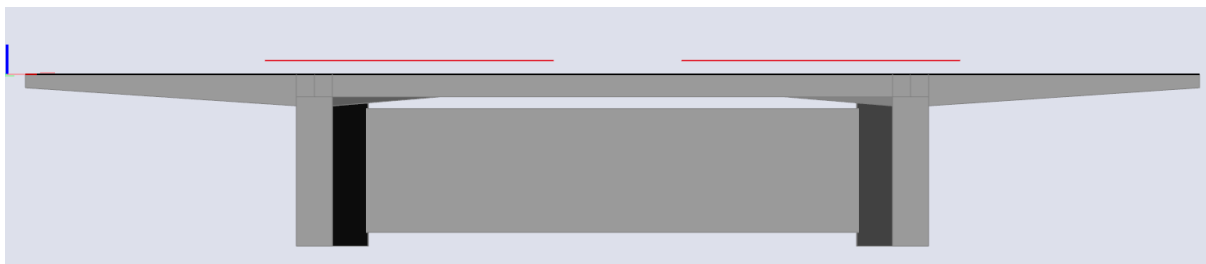
Figura 53: Vista superior do modelo da ponte.



Fonte: Autor



Figura 54: Vista transversal do modelo da ponte.



Fonte: Autor

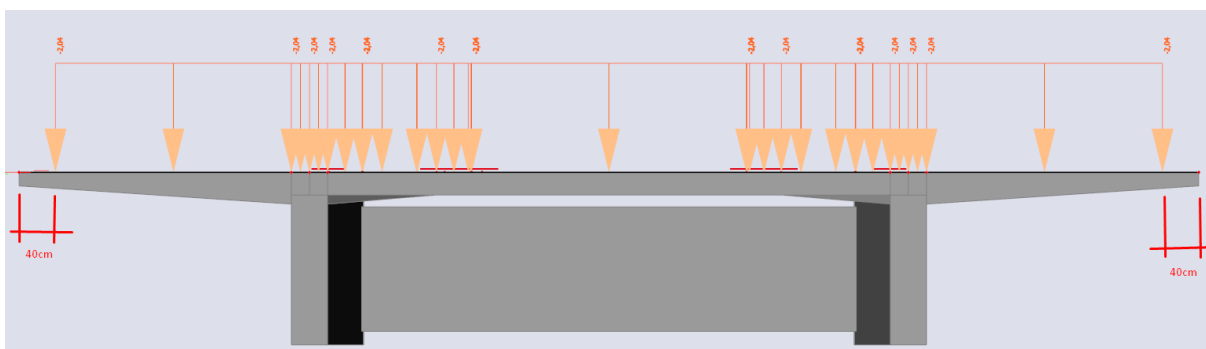
## 5.2. Carregamentos permanentes

Após a modelagem, as cargas do peso próprio já foram consideradas automaticamente pelo software, que se utiliza dos parâmetros cadastrados do concreto e da volumetria, adiciona-se a carga referente ao revestimento:

$$0,085m \cdot \frac{24kN}{m^3} = 2,04kN/m^2$$

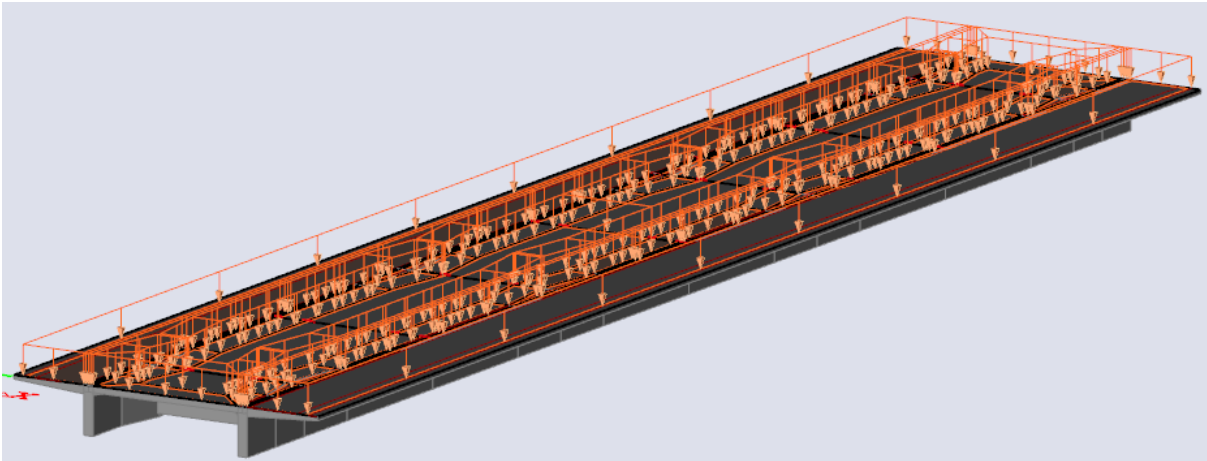
Esse carregamento foi aplicado em toda a área do tabuleiro, desconsiderando os 40cm da barreira lateral, como mostrado nas figuras 55 e 56.

Figura 55: Carga de revestimento não aplicada na região do guarda-rodas.



Fonte: Autor

Figura 56: Aplicação dos carregamentos do revestimento.



Fonte: Autor

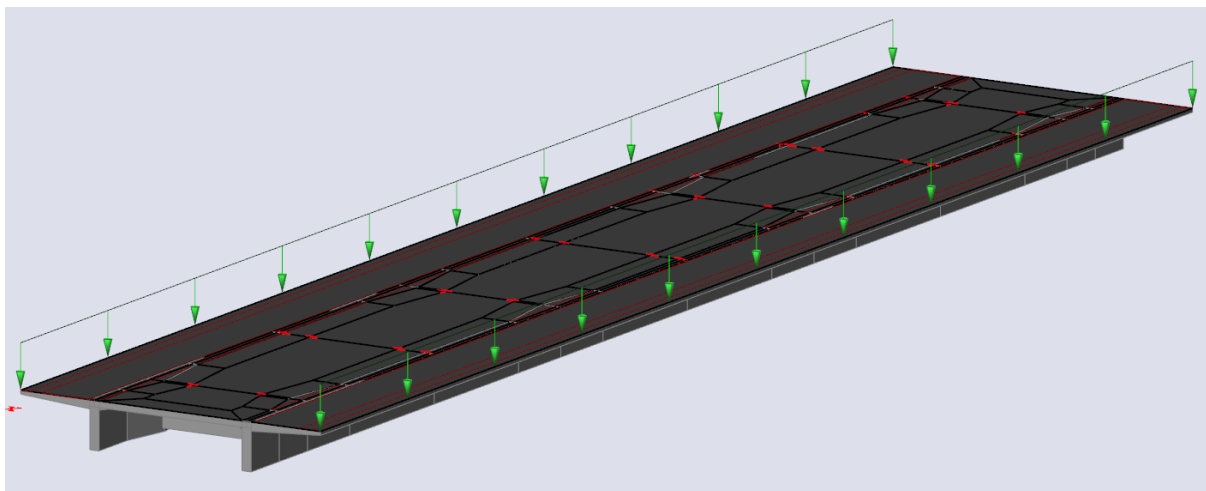
Como mencionado anteriormente, precisa considerar a carga permanente do guarda rodas da obra de arte. No item 4.1. foi calculado o valor de 5,5kN/m que será aplicado nas extremidades laterais, como mostra figura 57 e 58.

Figura 57: Carga do guarda-rodas na vista transversal.



Fonte: Autor

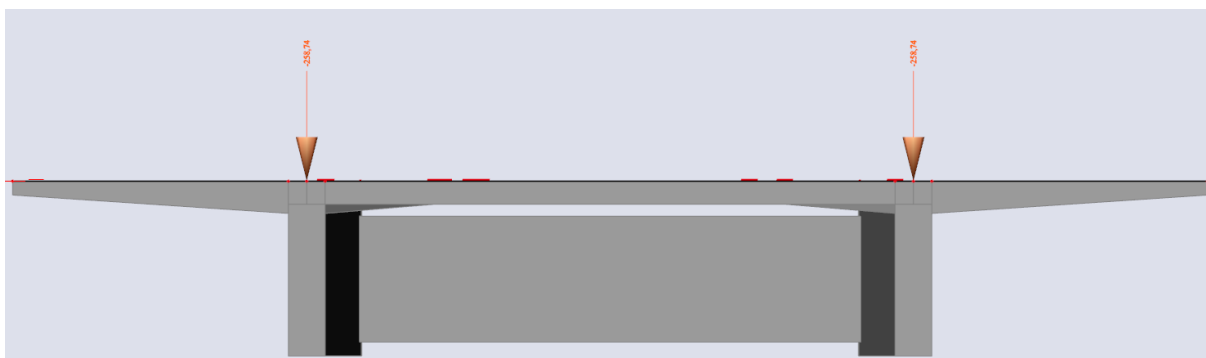
Figura 58: Carregamento do guarda rodas.



Fonte: Autor

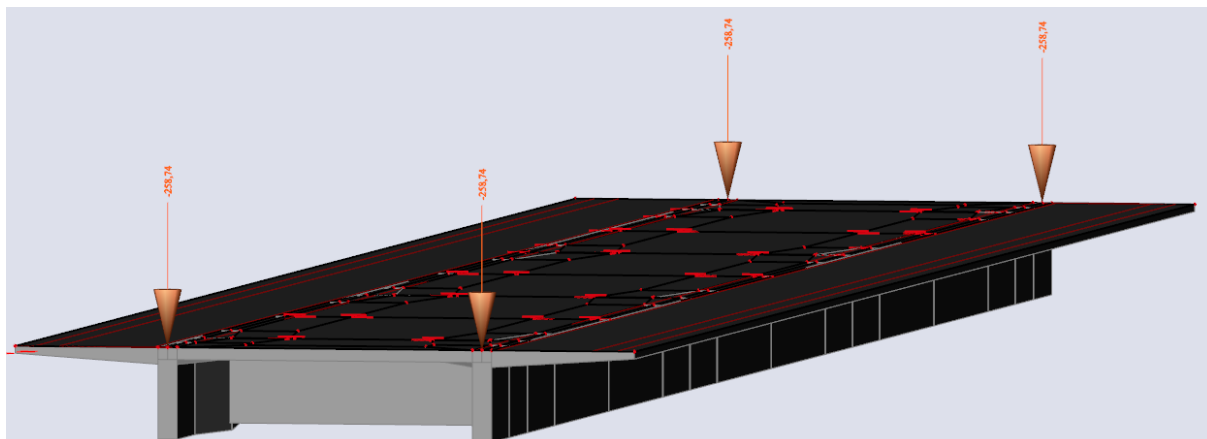
Por último, considera a carga devido aos elementos da transição, que serão aplicados como uma carga pontual no extremo longitudinal das longarinas. Estas foram calculadas no item 4.1. e serão implementadas no SCIA Engineer sem a majoração de 1,35 da NBR 8681. Segue demonstração em figura 59 e figura 60.

Figura 59: Carregas pontuais da transição na vista transversal.



Fonte: Autor

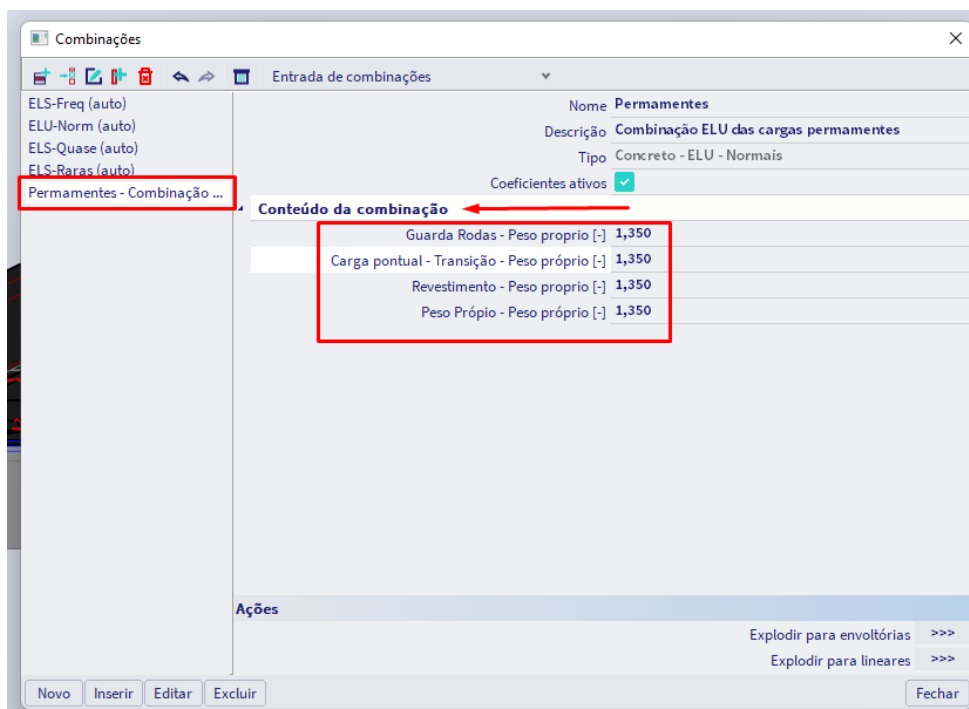
Figura 60: Carregamento dos elementos de transição.



Fonte: Autor

Com todas as cargas permanentes lançadas no software, criamos uma combinação e aplicaremos a majoração de 1,35 da NBR 8681 (ABNT, 2004), conforme a figura 61.

Figura 61: Combinação de carregamentos.



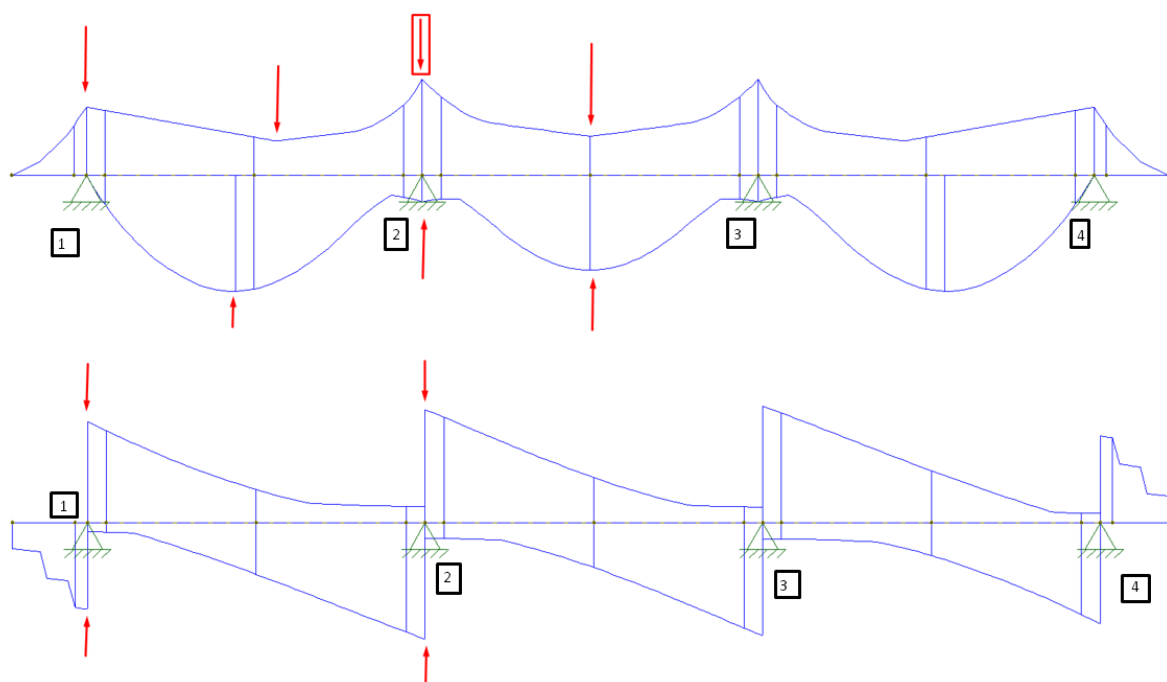
Fonte: Autor

### 5.3. Carregamentos variáveis

Por uma limitação do software na versão utilizada, não foi possível realizar o lançamento automático da carga móvel sobre a estrutura, impossibilitando extrair, do traçado do trem-tipo, as envoltórias (máximos e mínimos em cada ponto). Para isso, baseado nos resultados encontrados no Ftool, se encontrou a posição do trem-tipo usando as linhas de influência da cortante e do momento fletor e com isso aplicou-se a mesma posição do TB-450 no SCIA Engineer para realizar as comparações entre os métodos.

Como se analisará os resultados no item 6 RESULTADOS E DISCUSSÕES, nesse tópico será apresentada apenas o gráfico da envoltória do momento e da cortante, como na figura 62.

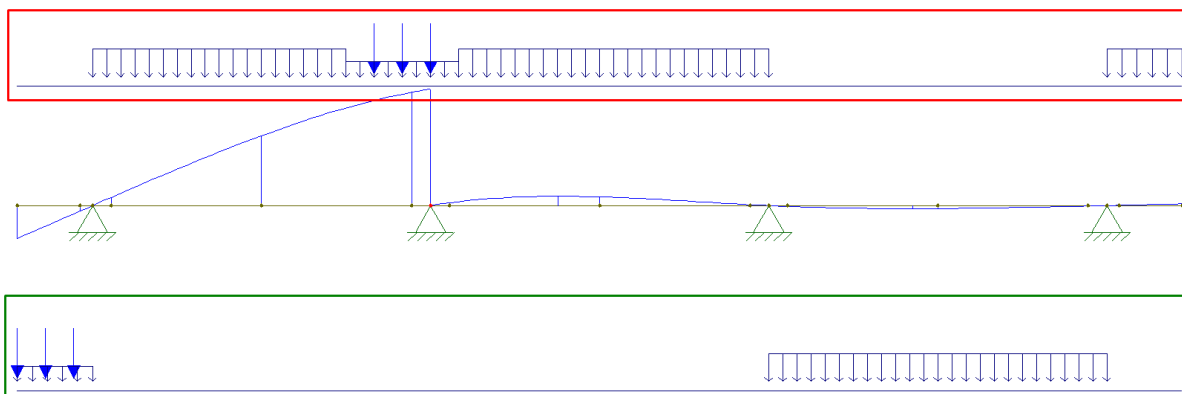
Figura 62: Análise gráfica das envoltórias.



Fonte: Autor

Para exemplificar como será feita essa comparação, será demonstrado os passos para o momento negativo do segundo apoio da esquerda para direita (número 2 na figura 61). Para realizar a comparação, replica-se a situação selecionando, na opção de trem-tipo do Ftool, o ponto do segundo apoio e descobre-se como aquele carregamento foi alcançado, tanto para momentos negativos (vermelho), como positivos (verde). Segue demonstração na figura 63.

Figura 63: Análise realizada no Ftool.



Fonte: Autor

Para aplicar esse carregamento no SCIA Engineer, considera-se os cálculos do tópico 4.1, sem os coeficientes de linha de influência.

$$\text{Carga pontual} = 1,65 \cdot 75\text{kN} = 123,75\text{kN}$$

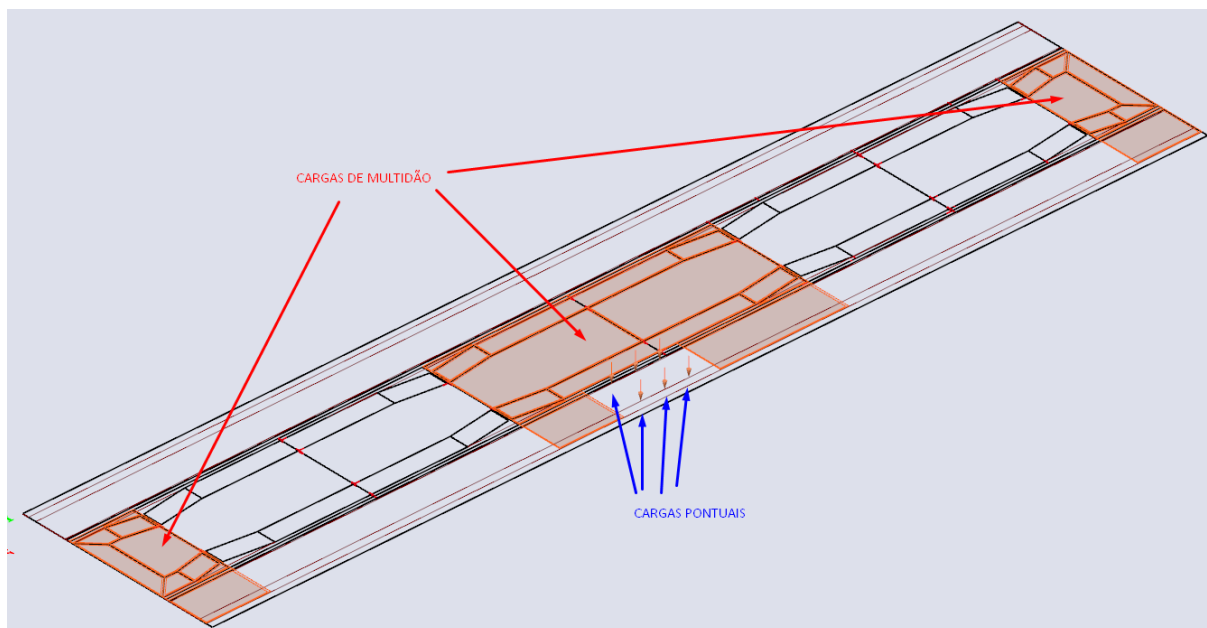
$$\text{Carga pontual com majoração} = 123,75\text{kN} \cdot 1,5 = 185,63\text{kN}$$

$$\text{Carga de multidão} = 1,65 \cdot 5\text{kN/m}^2 = 8,25\text{kN/m}^2$$

$$\text{Carga de multidão com majoração} = \frac{8,25\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot 1,5 = 12,38\text{kN/m}^2$$

Com esses valores e a explicação do posicionamento do trem-tipo no item 4 acima, o resultado ficará conforme a figura 64.

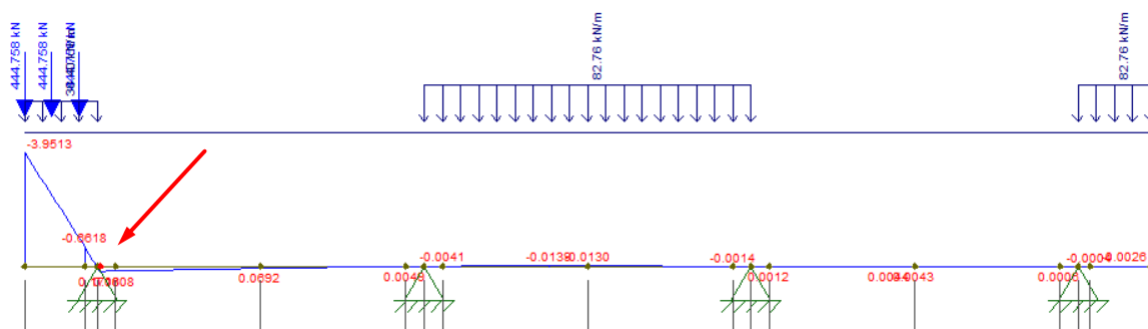
Figura 64: Posicionamento das cargas.



Fonte: Autor

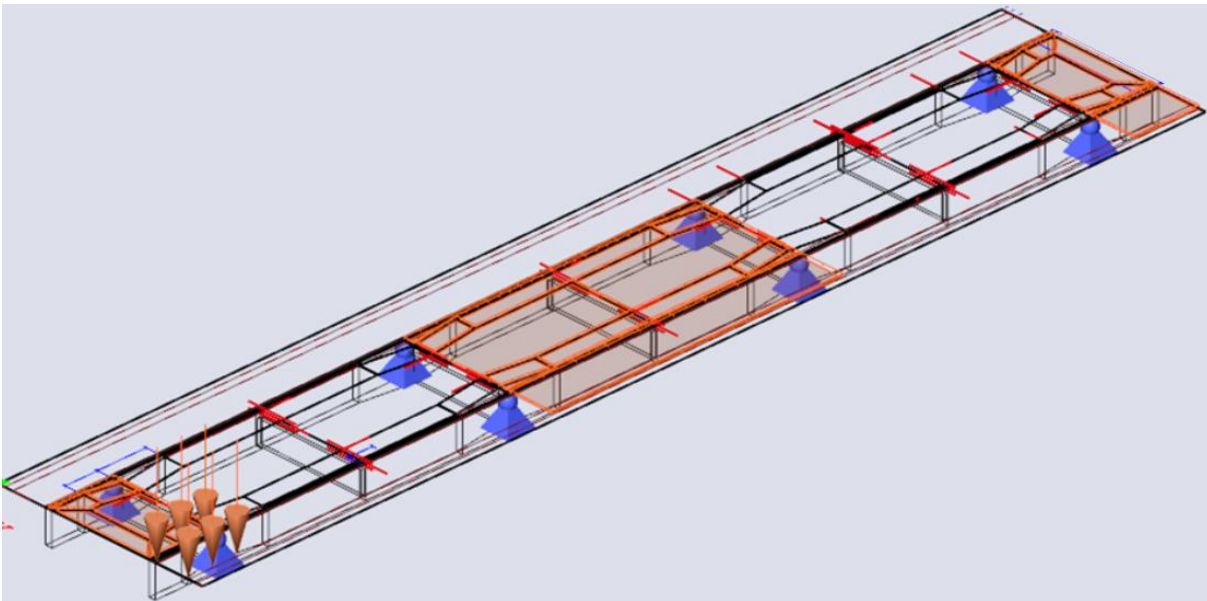
Dessa forma construiremos as seguintes posições do trem-tipo que gerarão:  
Momento negativo no 1º apoio (Figura 65 e 66):

Figura 65: Posicionamento no Ftool para o momento negativo no 1º apoio



Fonte: Autor

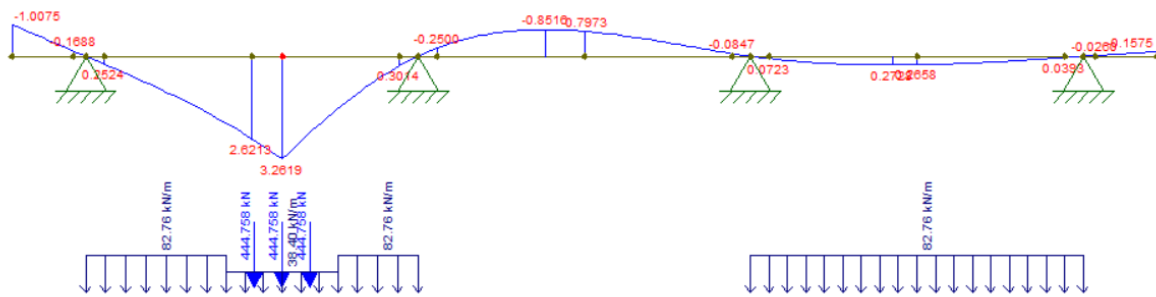
Figura 66: Posicionamento no SCIA para o momento negativo no 1º apoio.



Fonte: Autor

Momento positivo no 1º vão (entre apoios 1 e 2) (Figura 67 e 68):

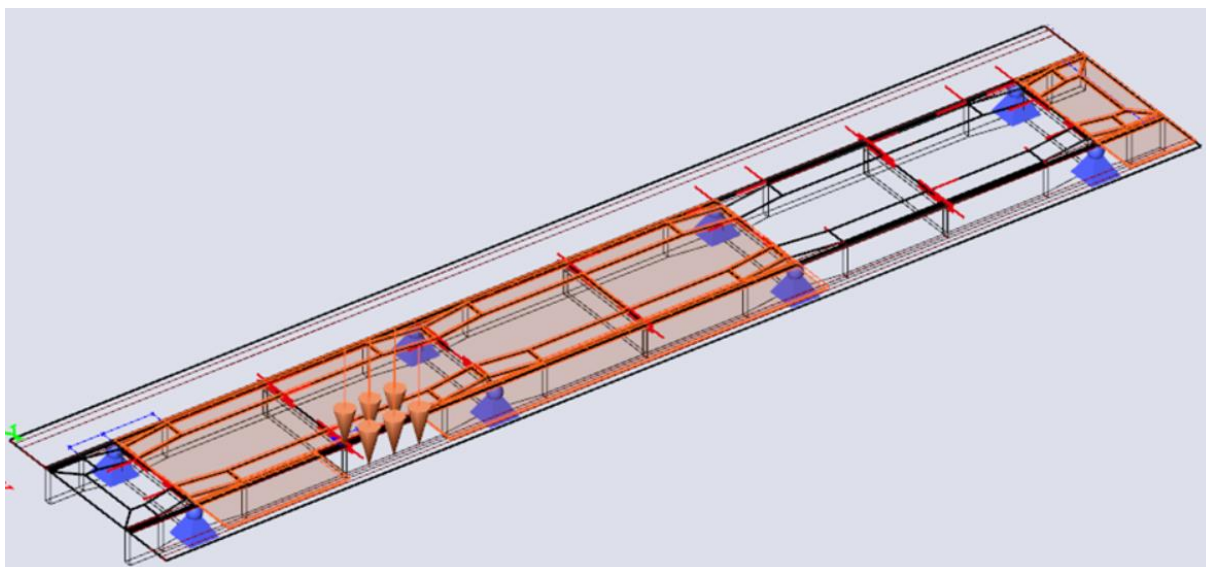
Figura 67: Posicionamento no Ftool para o momento positivo no 1º vão.



Fonte: Autor



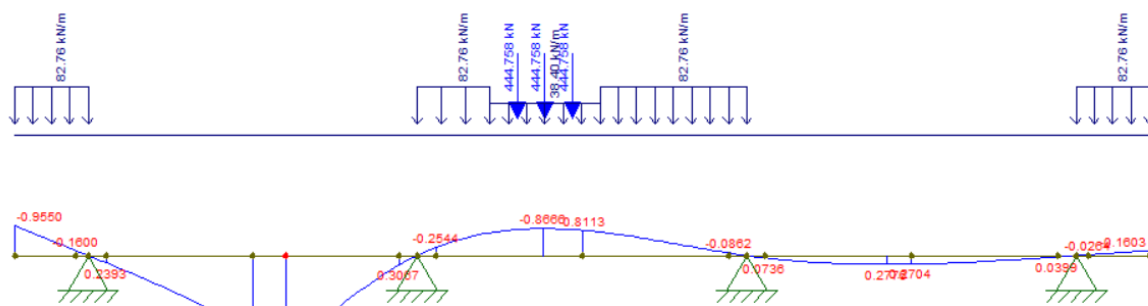
Figura 68: Posicionamento no SCIA para o momento positivo no 1º vão



Fonte: Autor

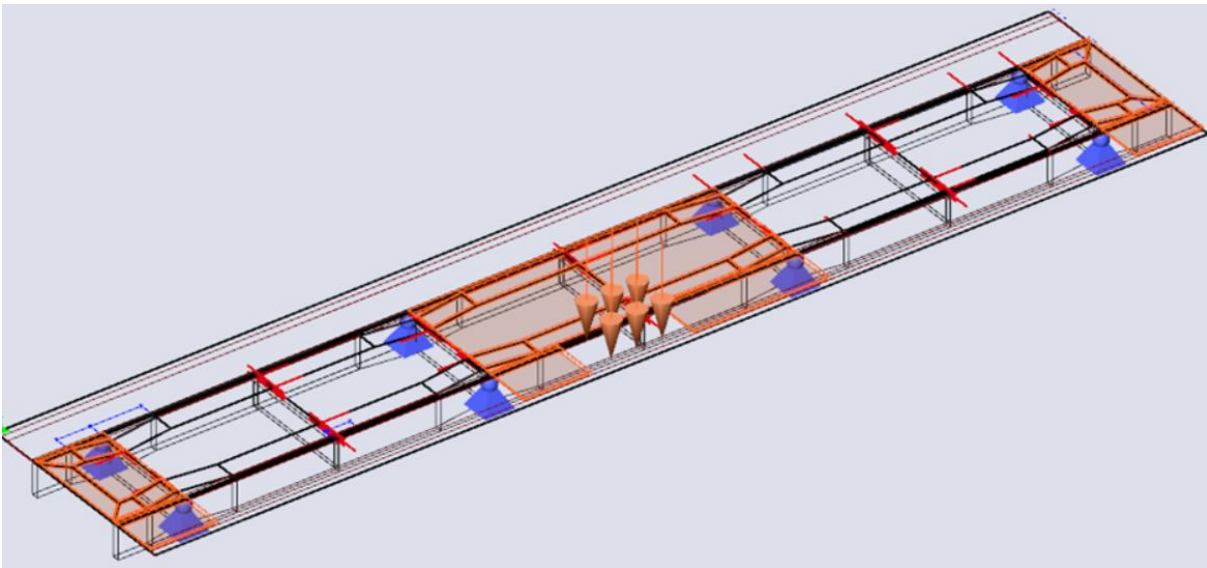
Momento negativo no 1º vão (entre apoios 1 e 2) (Figura 69 e 70):

Figura 69: Posicionamento no Ftool para o momento negativo no 1º vão.



Fonte: Autor

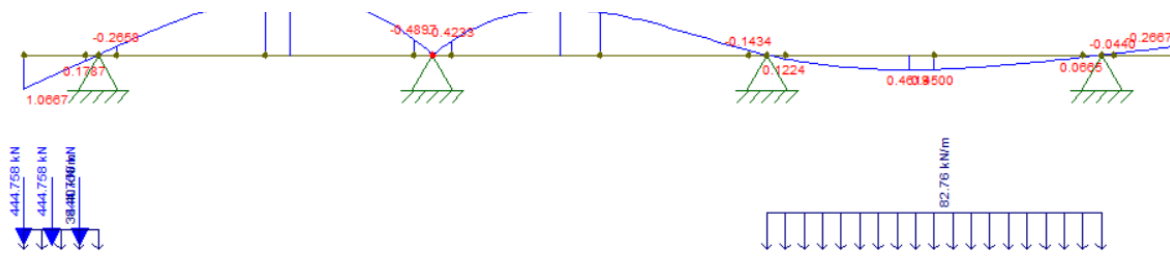
Figura 70: Posicionamento no SCIA para o momento negativo no 1º vão.



Fonte: Autor

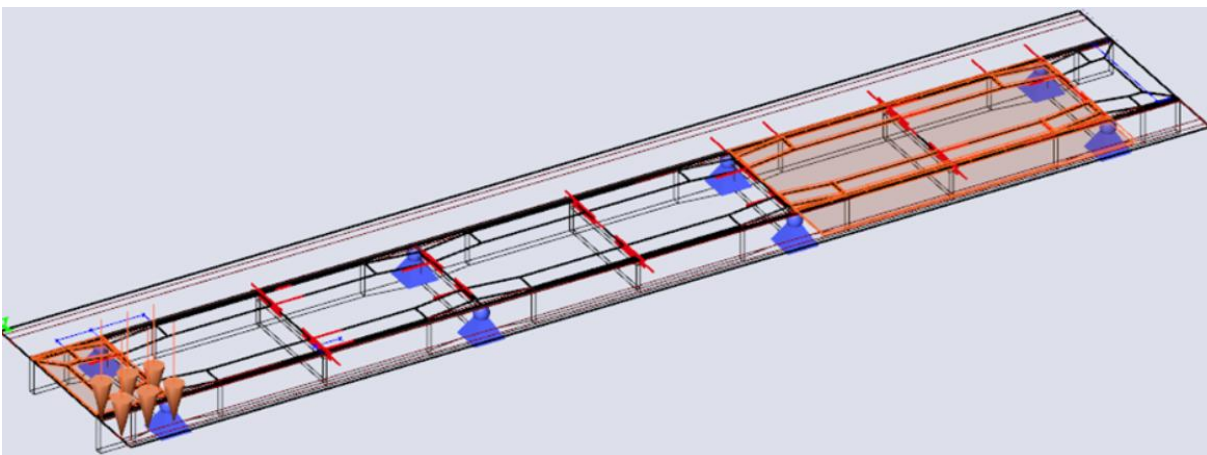
Momento positivo no 2º apoio (Figura 71 e 72):

Figura 71: Posicionamento no Ftool para o momento positivo no 2º apoio.



Fonte: Autor

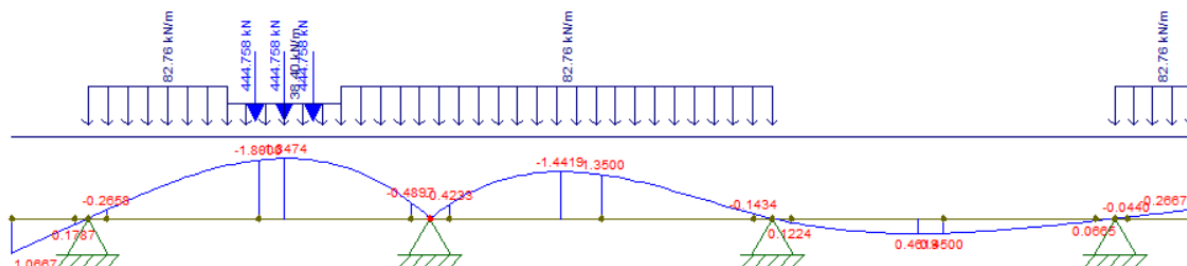
Figura 72: Posicionamento no SCIA para o momento positivo no 2º apoio.



Fonte: Autor

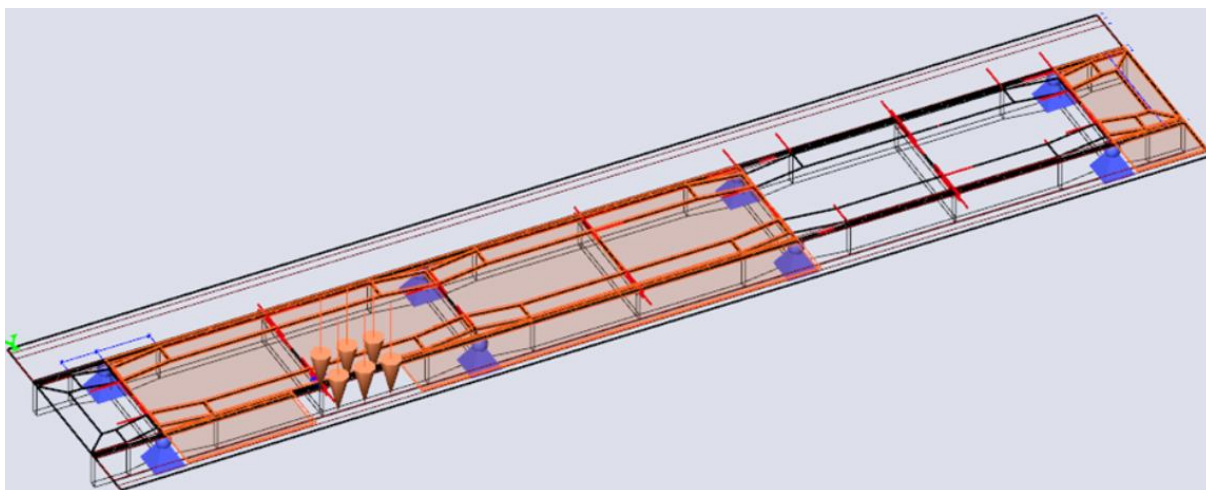
Momento negativo no 2º apoio (Figura 73 e 74):

Figura 73: Posicionamento no Ftool para o momento negativo no 2º apoio.



Fonte: Autor

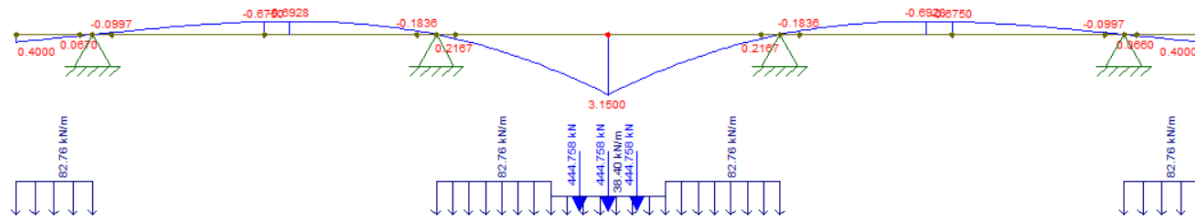
Figura 74: Posicionamento no SCIA para o momento negativo no 2º apoio.



Fonte: Autor

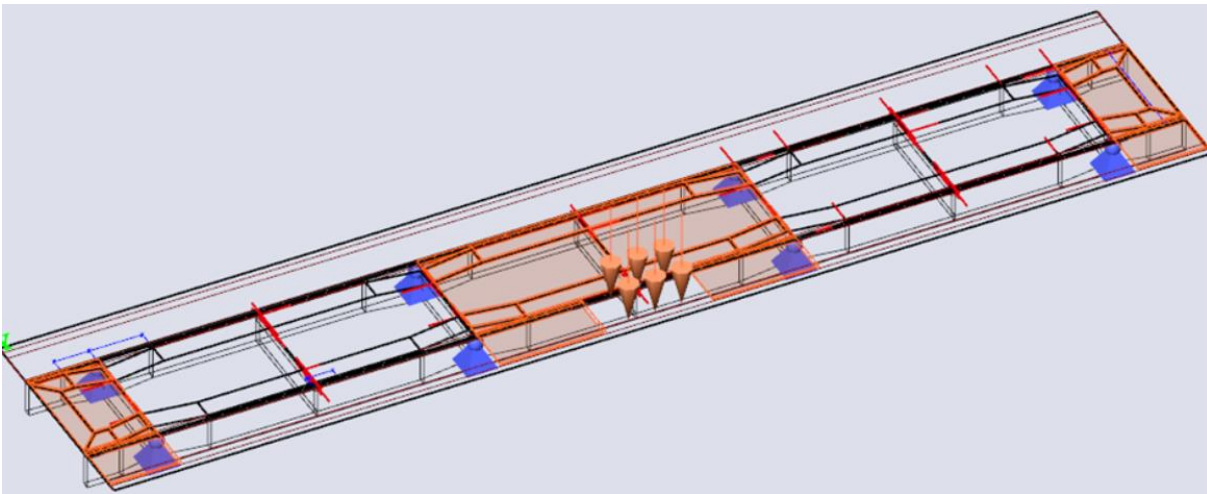
Momento positivo no 2º vão (entre apoios 2 e 3) (Figura 75 e 76):

Figura 75: Posicionamento no Ftool para o momento positivo no 2º vão.



Fonte: Autor

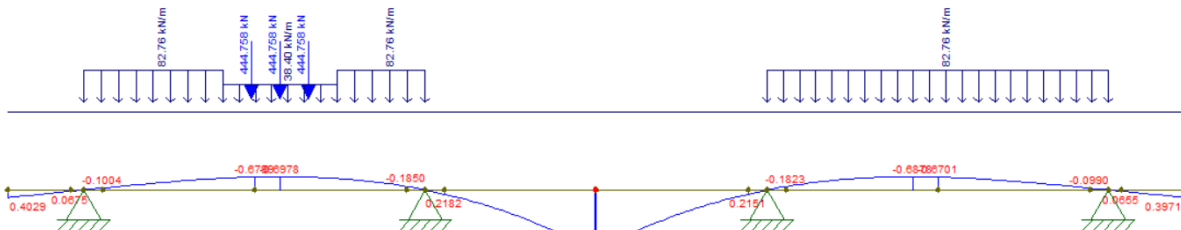
Figura 76: Posicionamento no SCIA para o momento positivo no 2º vão.



Fonte: Autor

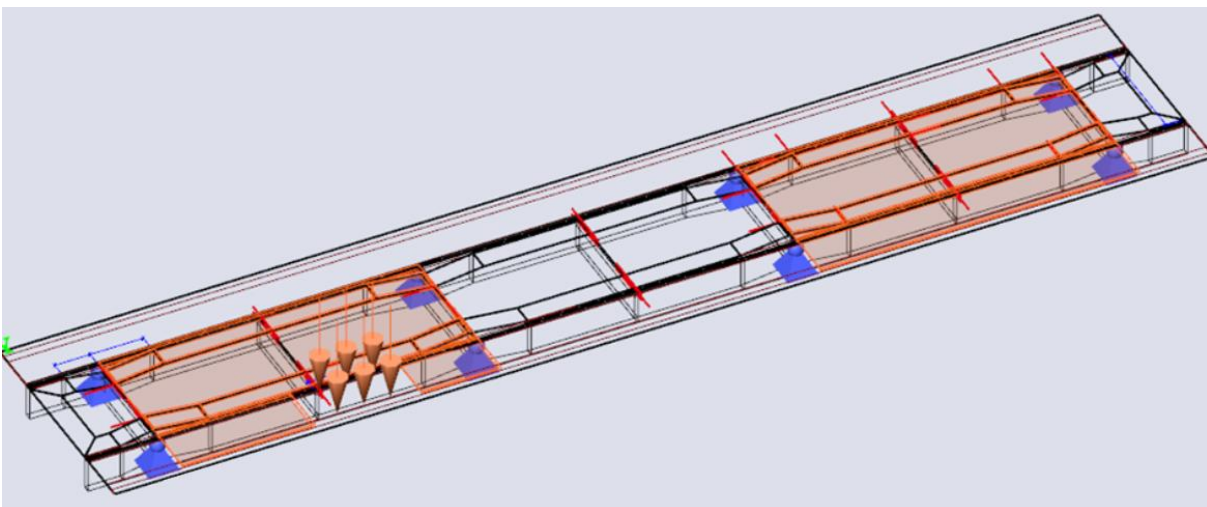
Momento negativo no 2º vão (entre apoios 2 e 3) (Figura 77 e 78):

Figura 77: Posicionamento no Ftool para o momento negativo no 2º vão.



Fonte: Autor

Figura 78: Posicionamento no SCIA para o momento negativo no 2º vão.

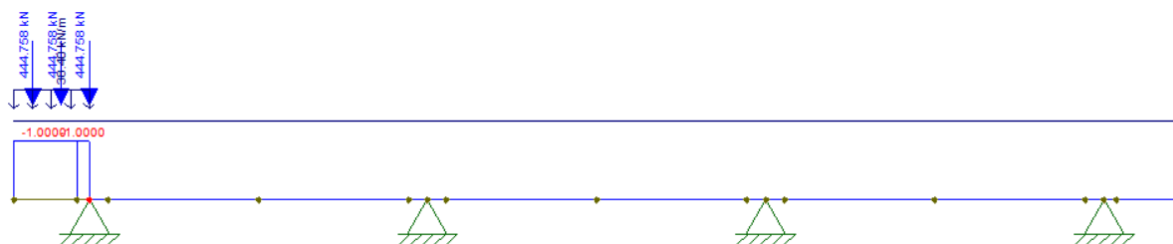


Fonte: Autor

Com as posições do trem-tipo que geram os momentos máximos e mínimos no software Ftool, pelo método de análise simplificada, replicado no SCIA Engineer, faz-se o mesmo para os máximo e mínimos para as forças de cisalhamento, para os pontos imediatamente antes e após os principais apoios, onde gerarão:

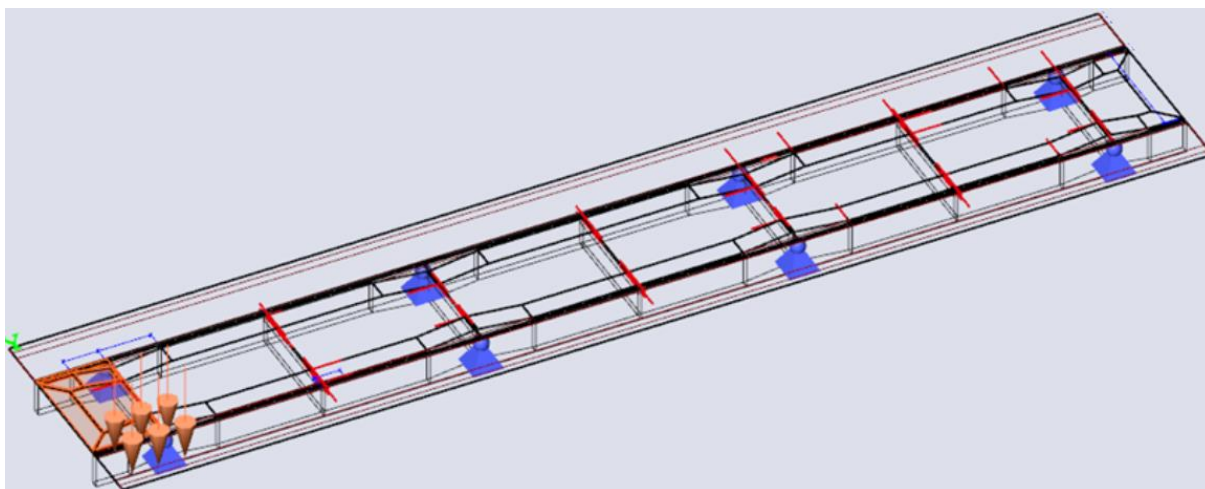
Cortante a esquerda do 1º apoio (Figura 79 e 80):

Figura 79: Posicionamento no Ftool para a cortante a esquerda do 1º apoio.



Fonte: Autor

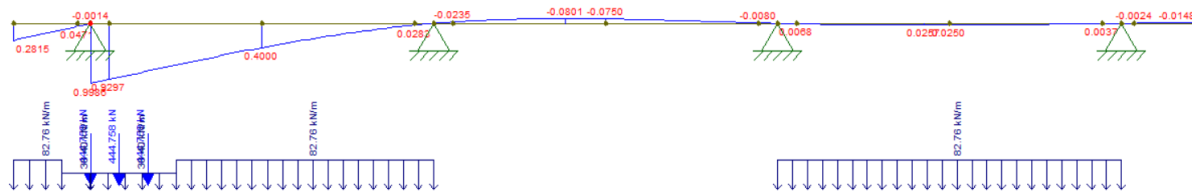
Figura 80: Posicionamento no SCIA para a cortante a esquerda do 1º apoio.



Fonte: Autor

Cortante a direita do 1º apoio (Figura 81 e 82):

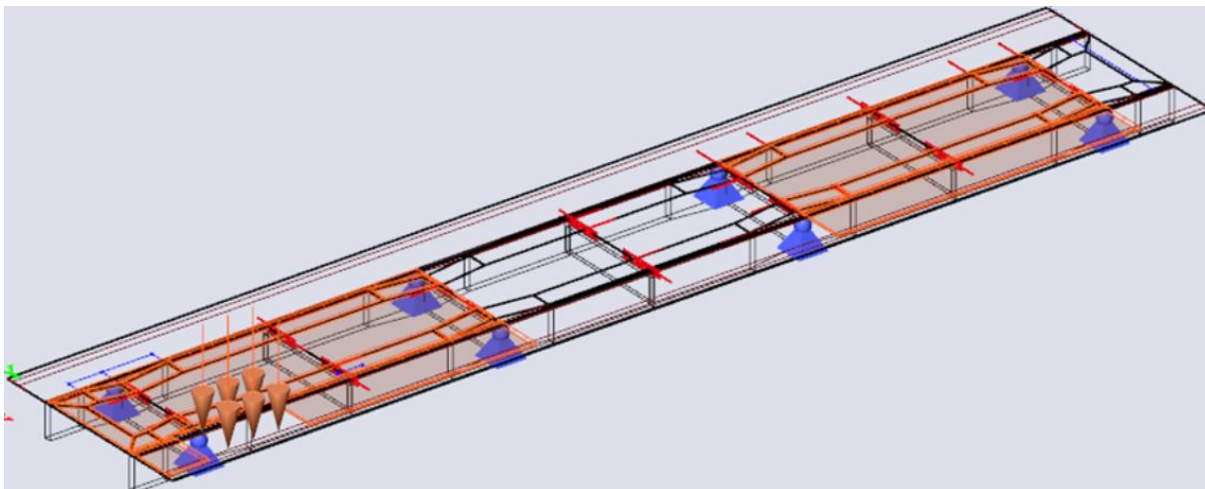
Figura 81: Posicionamento no Ftool para a cortante a direita do 1º apoio.



Fonte: Autor



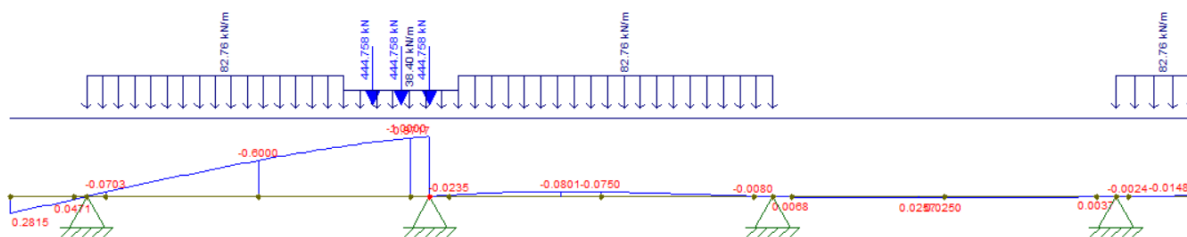
Figura 82: Posicionamento no SCIA para a cortante a direita do 1º apoio.



Fonte: Autor

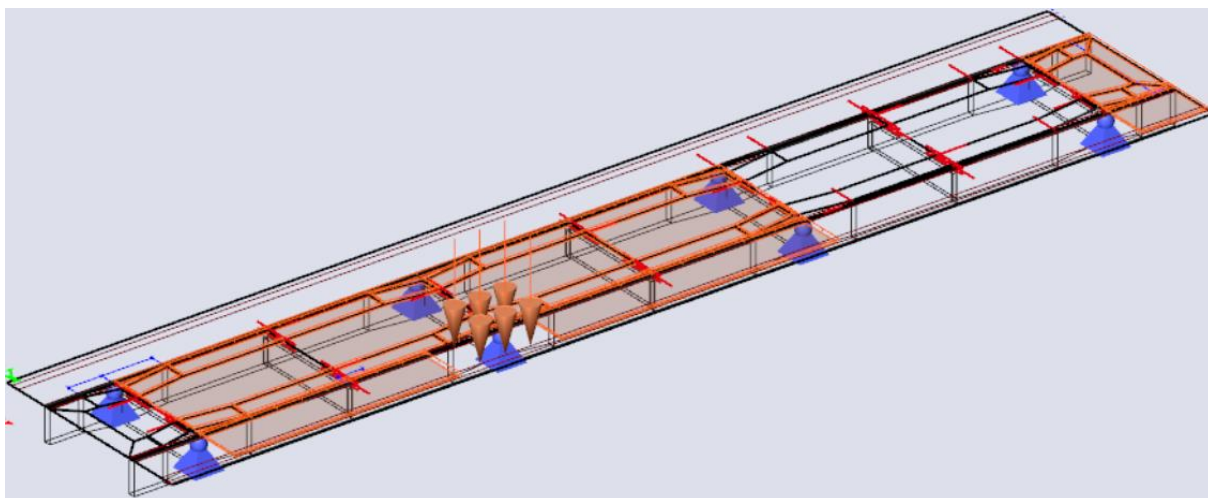
Cortante a esquerda do 2º apoio (Figura 83 e 84):

Figura 83: Posicionamento no Ftool para a cortante a esquerda do 2º apoio.



Fonte: Autor

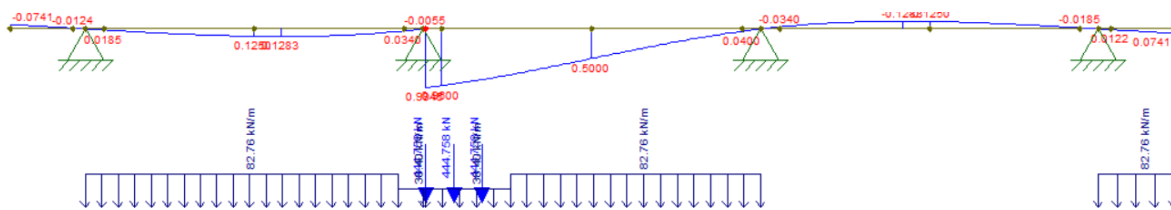
Figura 84: Posicionamento no SCIA para a cortante a esquerda do 2º apoio.



Fonte: Autor

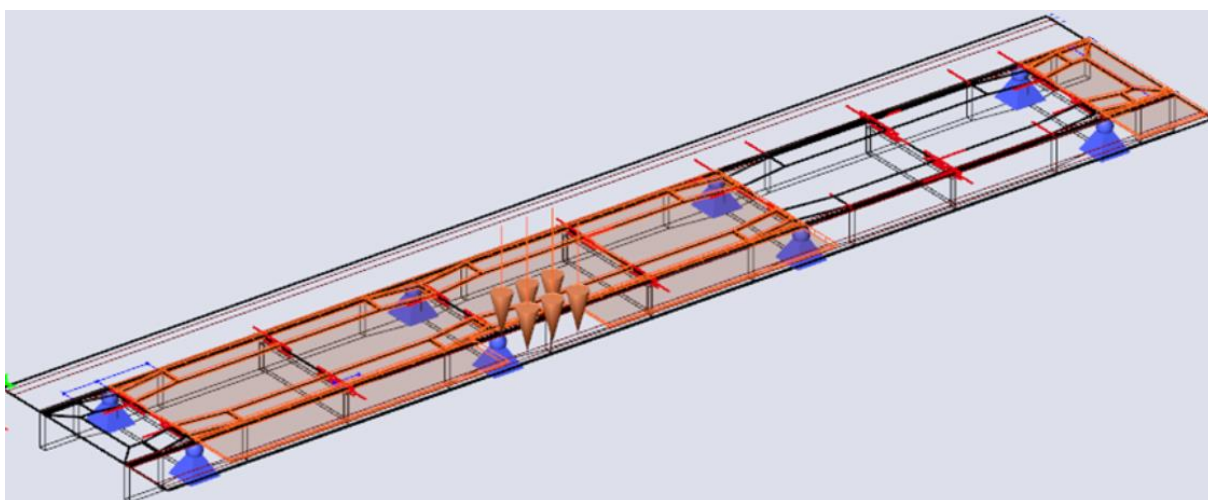
Cortante a direita do 2º apoio (Figura 85 e 86):

Figura 85: Posicionamento no Ftool para a cortante a direita do 2º apoio.



Fonte: Autor

Figura 86: Posicionamento no SCIA para a cortante a direita do 2º apoio.



Fonte: Autor

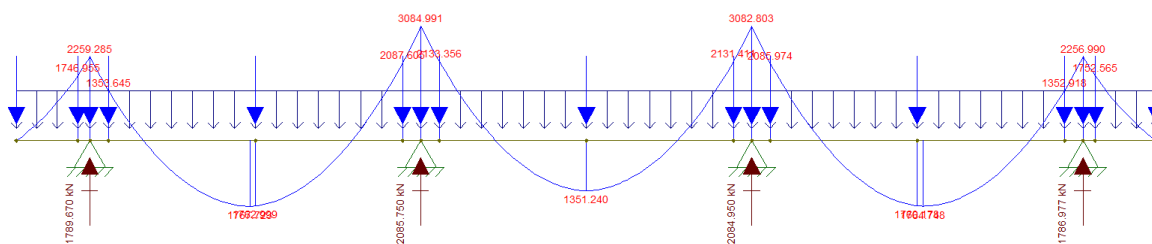
## 6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

A seguir apresentam-se os resultados dos esforços solicitantes para o caso de ponte estudado, segundo os procedimentos de análise simplificada e pela modelagem tridimensional do Método de Elementos Finitos. As análises foram realizadas para os casos separadamente das cargas permanentes e para os casos apresentados no item 5 acima.

### 6.1. Esforços provenientes das cargas permanentes

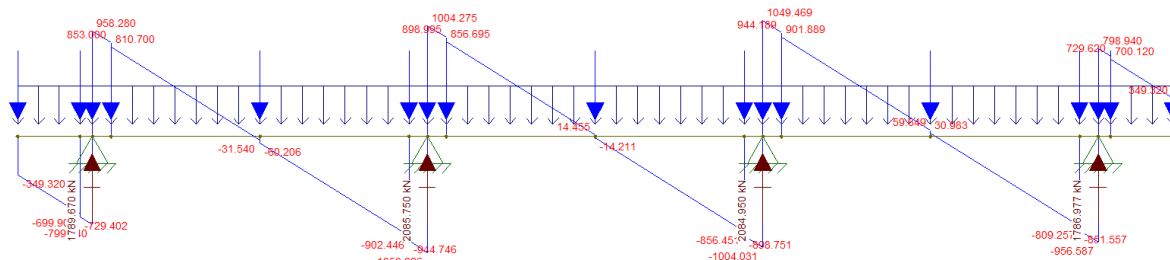
Os carregamentos permanentes, de forma geral, foram apresentados das figuras 87, 88, 89 e 90 a seguir.

Figura 87: Diagrama de momento fletor no Ftool.



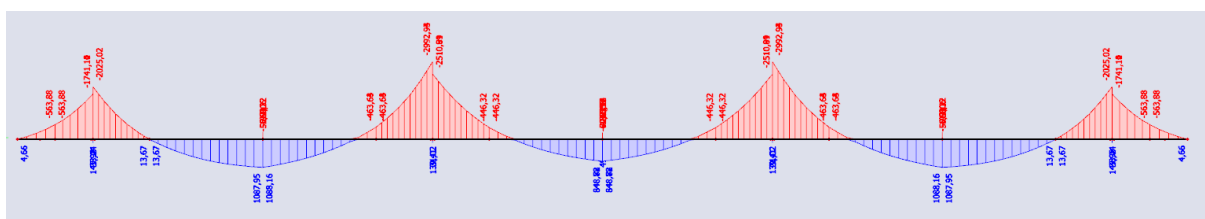
Fonte: Autor

Figura 88: Diagrama de cortante no Ftool.



Fonte: Autor

Figura 89: Diagrama de momento fletor no SCIA Engineer.

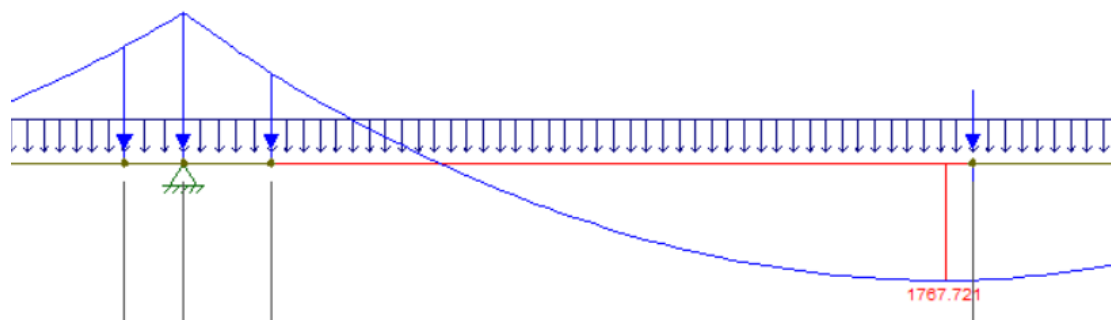


Fonte: Autor





Figura 93: Momento positivo no 1º vão no Ftool



Fonte: Autor

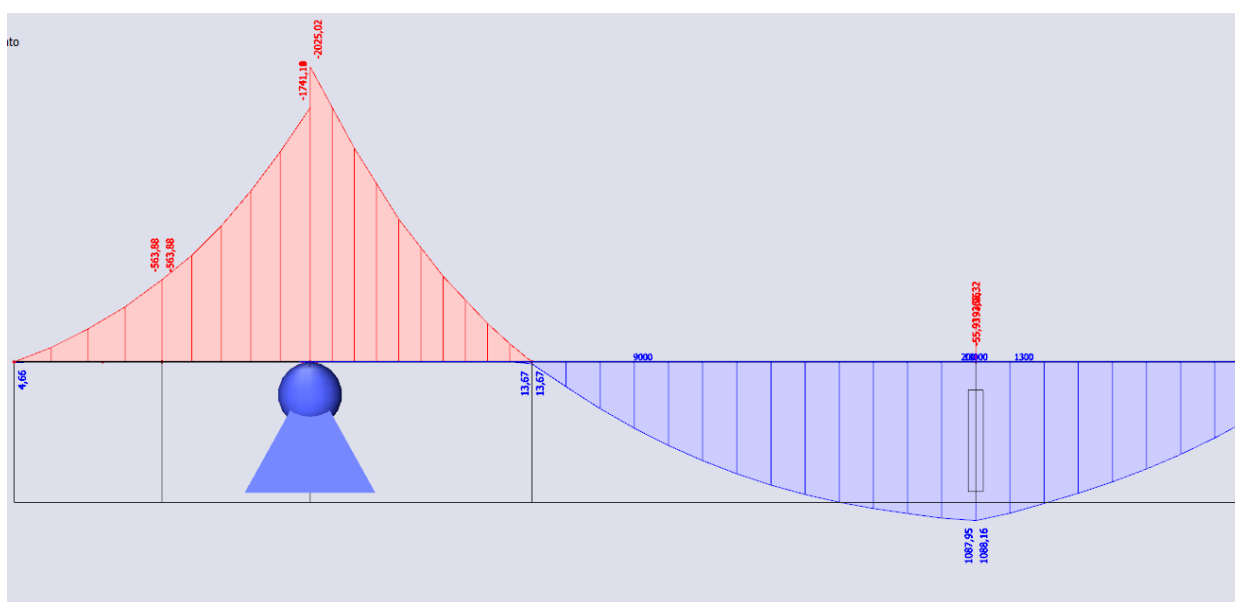
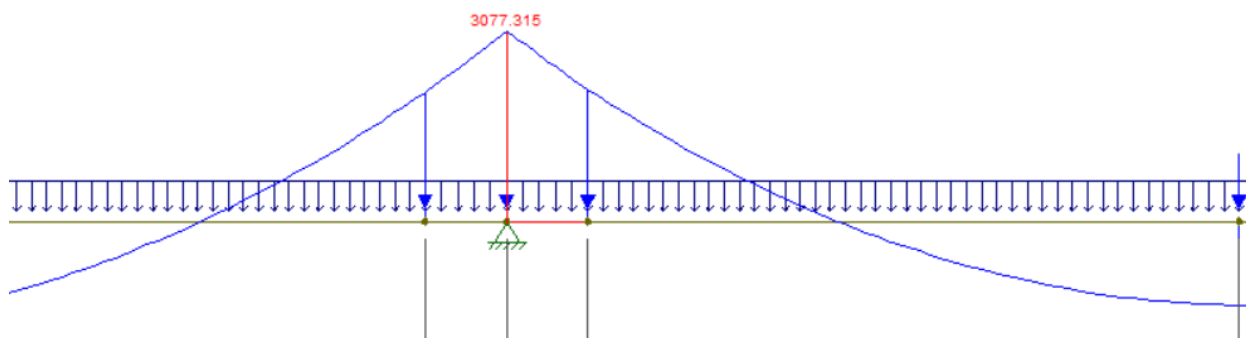


Figura 94: Momento positivo no 1º vão no SCIA Fonte: Autor

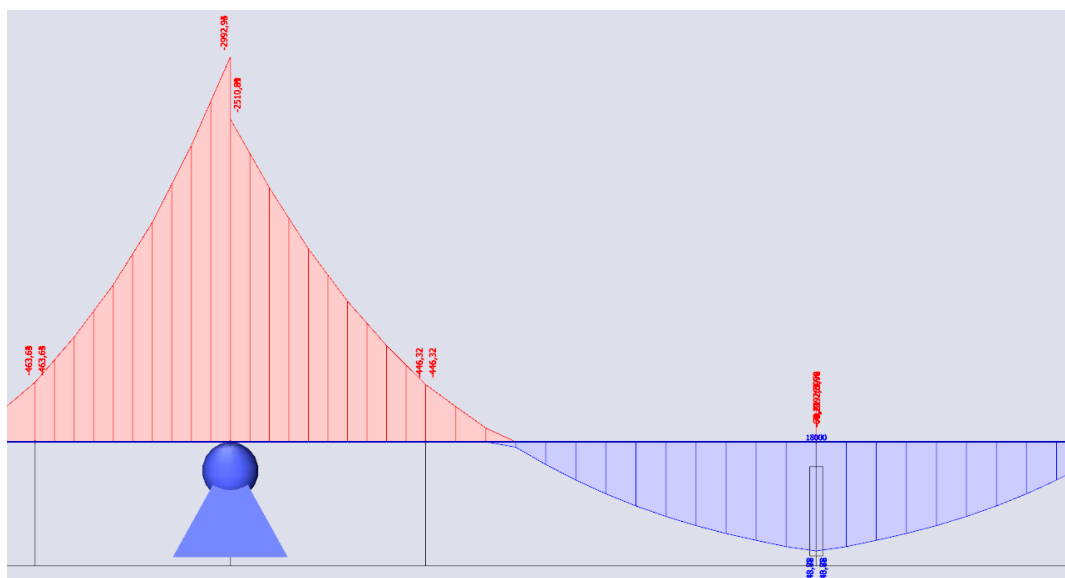
Momento negativo no 2º apoio (Figura 95 e 96):

Figura 95: Momento negativo no 2º apoio no Ftool



Fonte: Autor

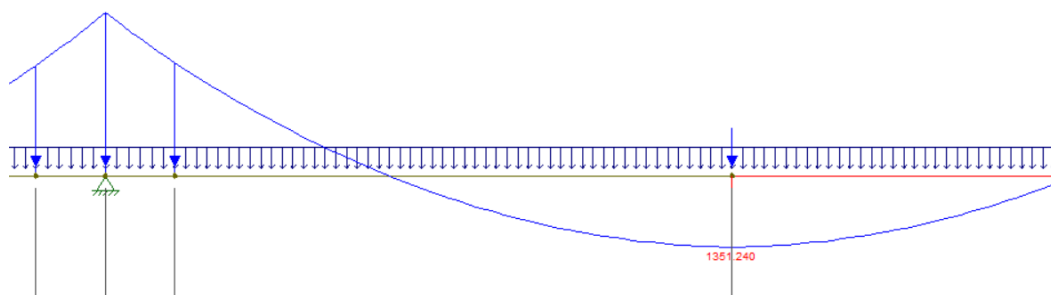
Figura 96: Momento negativo no 2º apoio no SCIA



Fonte: Autor

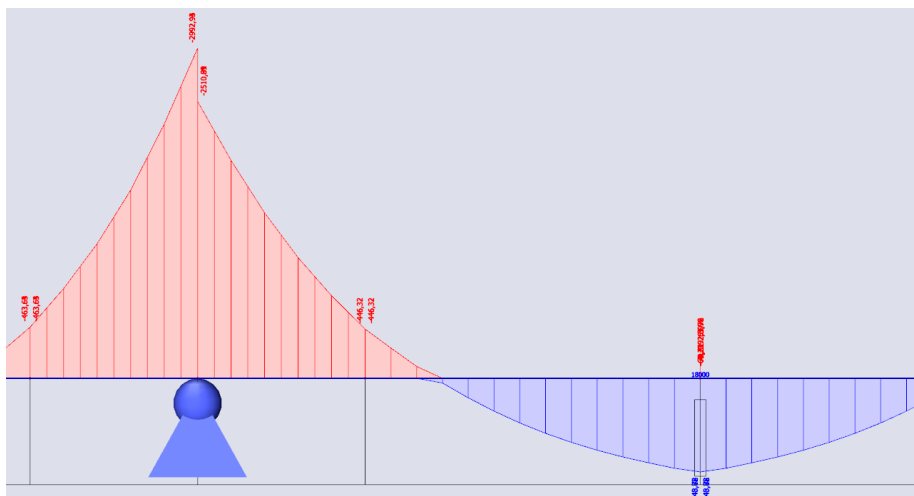
Momento positivo no 2º vão (entre apoios 2 e 3) (Figura 97 e 98):

Figura 97: Momento positivo no 2º vão no Ftool



Fonte: Autor

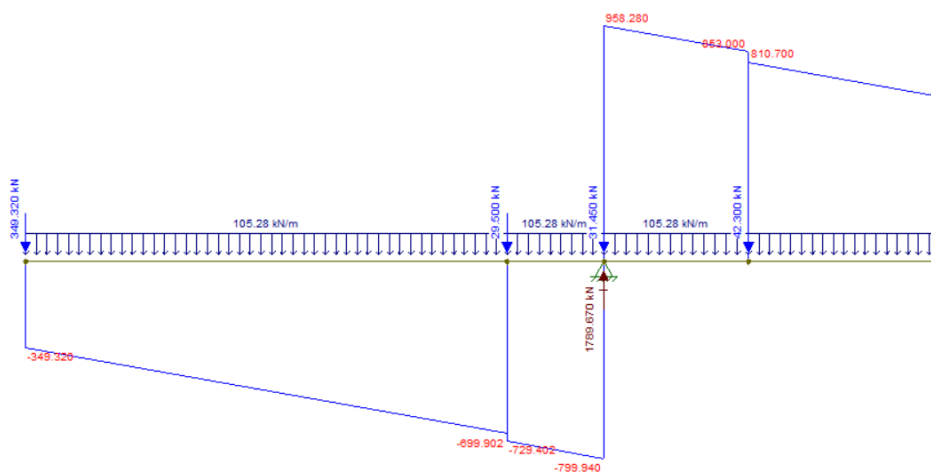
Figura 98: Momento positivo no 2º vão no SCIA



Fonte: Autor

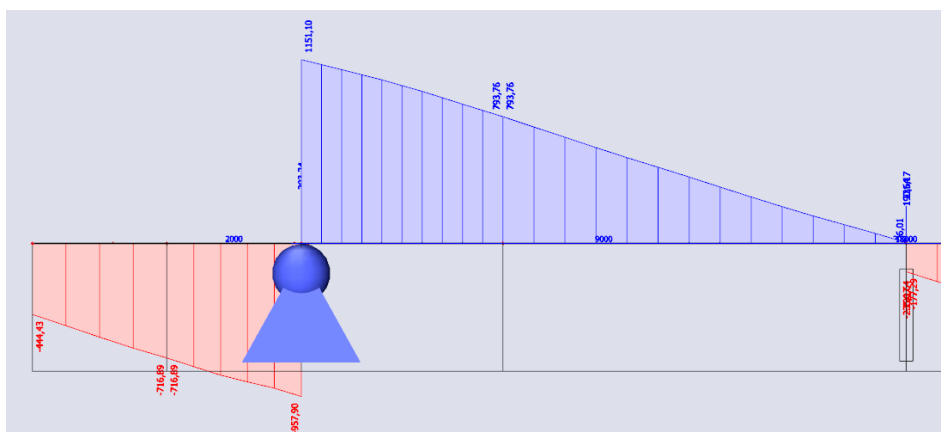
Cortante no 1º apoio (Figura 99 e 100):

Figura 99: Cortante no 1º apoio no Ftool



Fonte: Autor

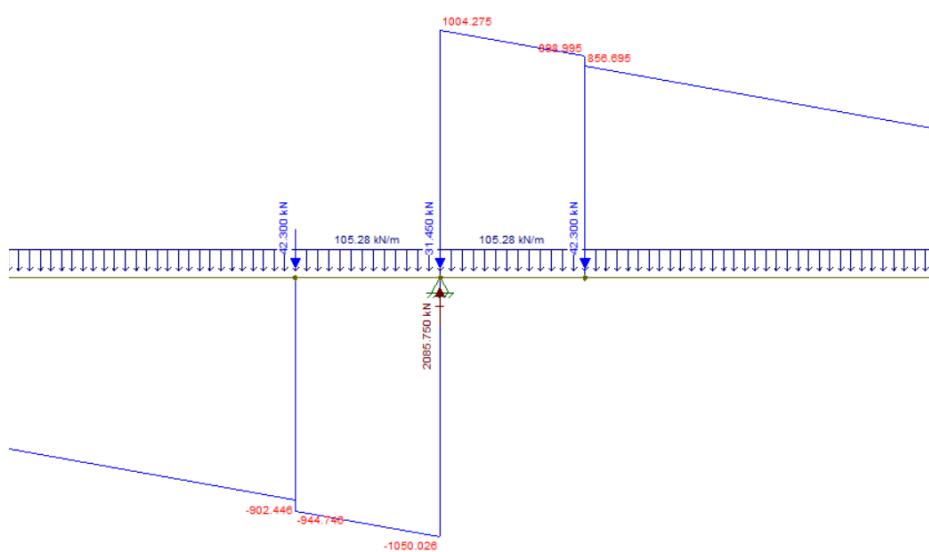
Figura 100: Cortante no 1º apoio no SCIA



Fonte: Autor

Cortante no 2º apoio (entre apoios 1 e 2) (Figura 101 e 102):

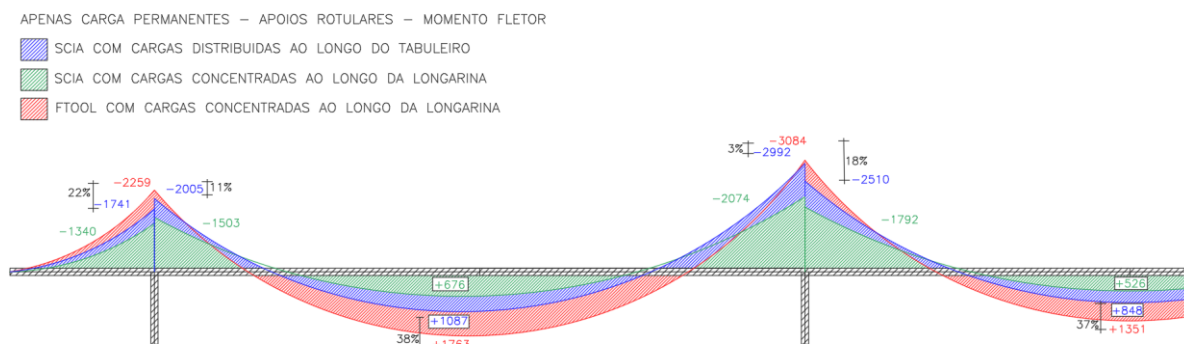
Figura 101: Cortante no 2º apoio no Ftool



Fonte: Autor



Figura 104: Comparação entre esforços de momento fletor de apenas metade da ponte



Fonte: Autor

No caso da cortante, a diferença da carga permanente entre o encontrado no Ftool (Azul) e no SCIA distribuído no tabuleiro (vermelho) ficaram em uma média de 19%, e no momento fletor a média foi de 20%. Mostrando resultados bastante aproximados.

Tabela 02 – Resultados da cortante da carga permanente

Resultados da cortante da carga permanente			
	SCIA	FTOOL	%
Balanço	444	349	-21%
Esquerda do 1º apoio	957	799	-17%
Direita do 1º apoio	1151	985	-14%
Esquerda do 2º apoio	1347	1050	-22%
Direita do 2º apoio	1251	1004	-20%

Fonte: Autor

Tabela 03 – Resultado do momento fletor da carga permanente

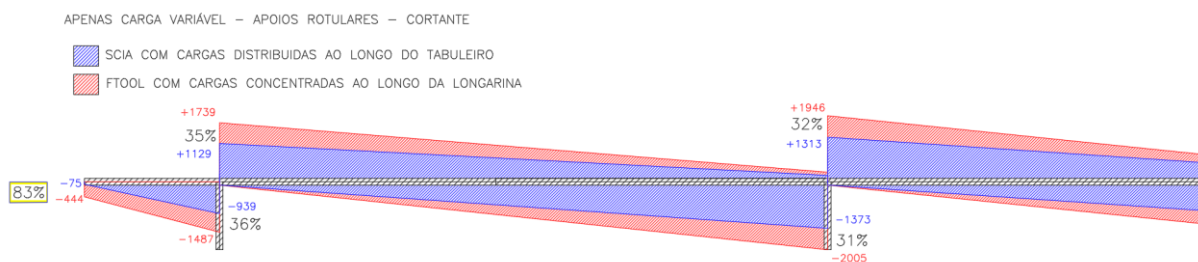
Resultados do momento fletor da carga permanente			
	SCIA	FTOOL	%
Esquerdo do 1º apoio	1741	2259	-23%
Direita do 1º apoio	2005	2259	-11%
1º vão	1087	1763	-38%
Esquerdo do 2º apoio	2992	3084	-3%
Direita do 2º apoio	2510	3084	-19%
Direita do 2º apoio	848	1351	-37%

Fonte: Autor

## 6.2. Esforços provenientes das cargas móveis

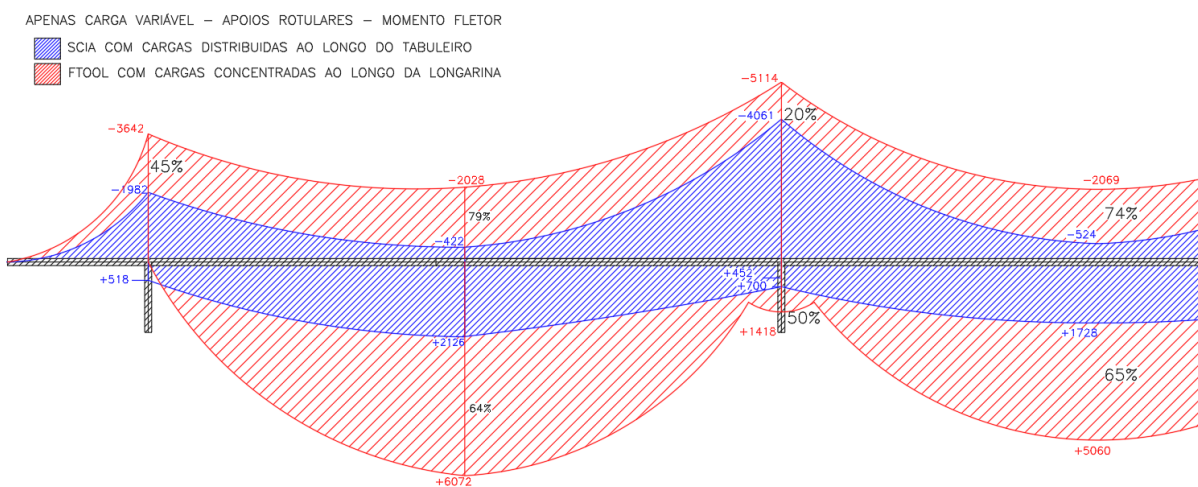
Quando se compara as cargas variáveis, percebe-se diferenças maiores (Figura 105 e 106).

Figura 105: Comparação entre esforços cortante de apenas metade da ponte



Fonte: Autor

Figura 106: Comparativo entre os resultados entre o Ftool e o SCIA Engineer.

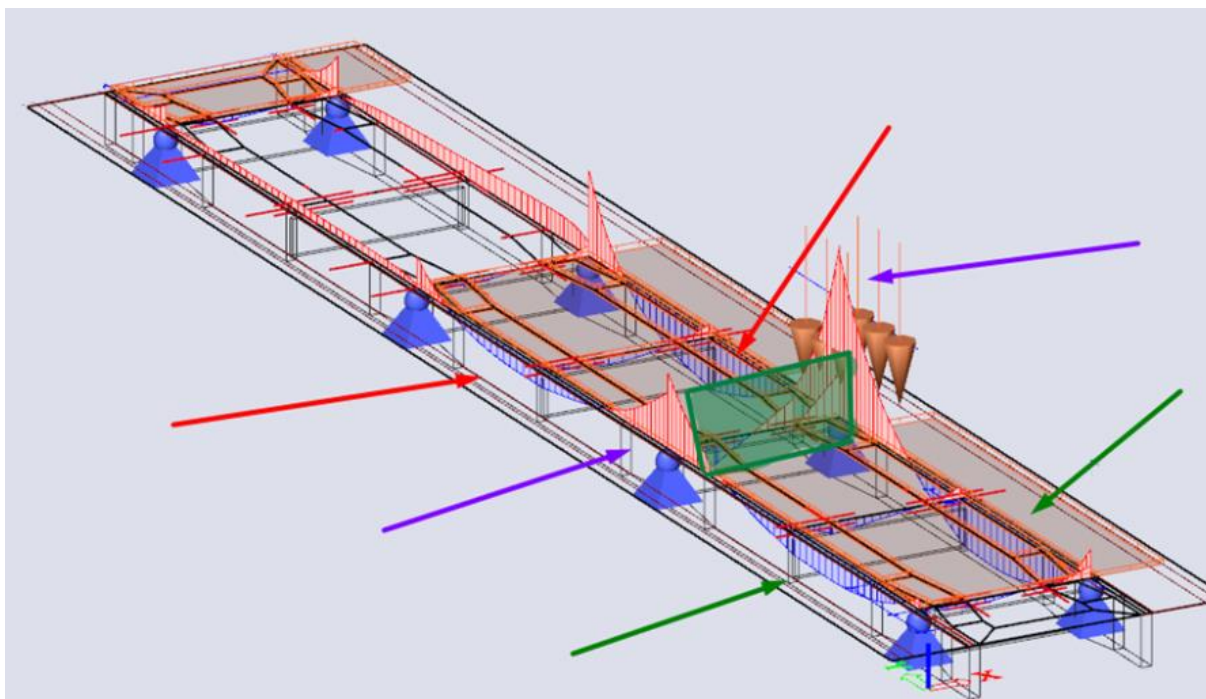


Fonte: Autor

Com a cortante possuindo uma média de 43% e o momento fletor com 56%, conclui-se que essa diferença é devido ao modelo no Ftool não considerar que outros elementos estruturais estão resistindo a esforços, como considerado no modelo do SCIA Engineer. Visualiza-se essa participação de outros elementos quando verificamos os esforços internos, mostrados nas figuras 107 e 108.

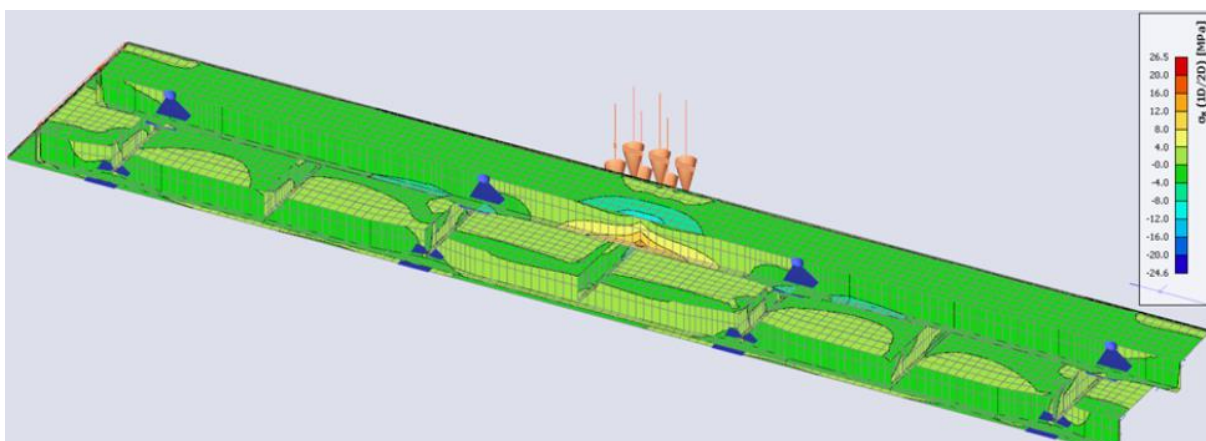


Figura 107: Diagramas de momento fletor das longarinas e transversinas no



SCIA Fonte: Autor

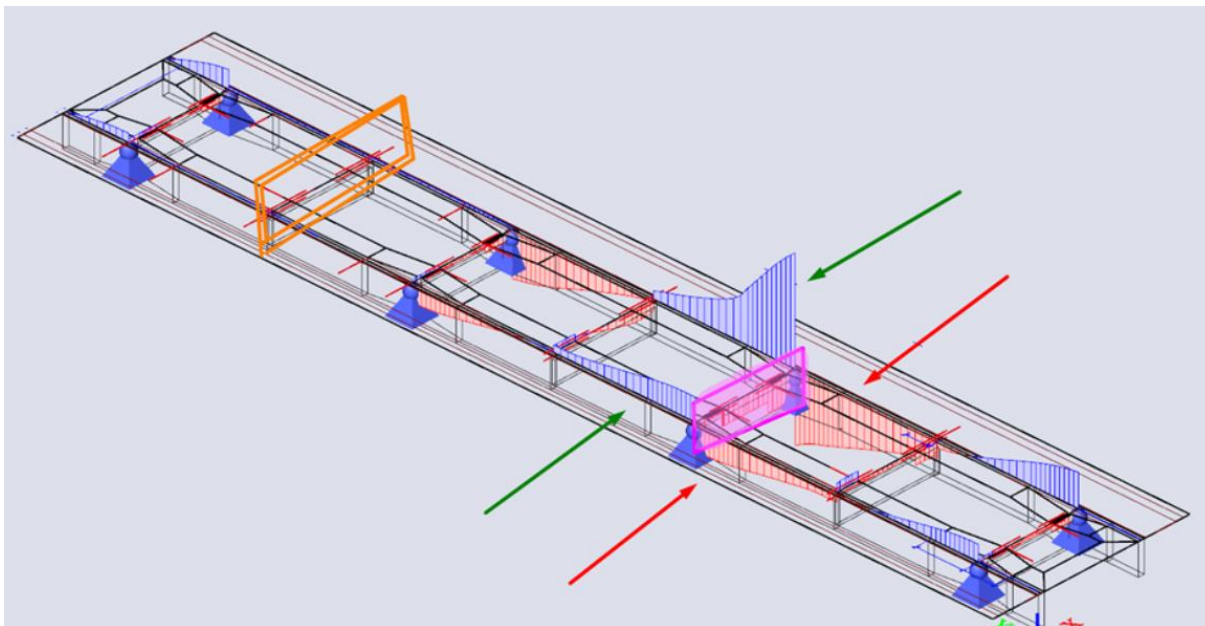
Figura 108: Influência dos elementos nos esforços internos.



Fonte: Autor

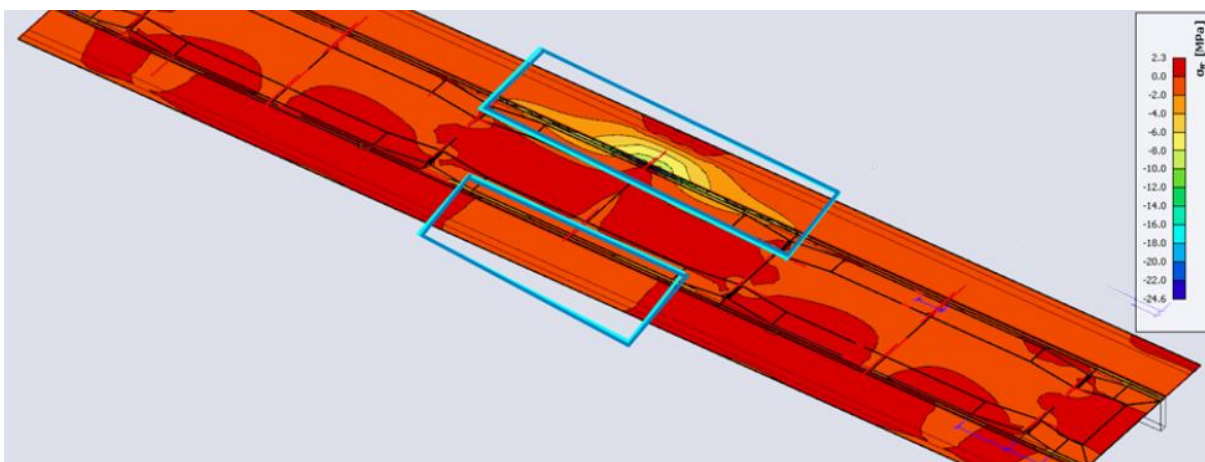
Para compreender o porquê de a média da cortante ter sido menor que a do momento, é necessário visualizar a contribuição dos outros elementos estruturais. Nesse caso em específico, as lajes, por possuírem menor resistência ao cisalhamento, acabam ajudando a resistir menos, comparado ao momento fletor, resultando em uma distribuição de esforços menor, concentrando mais essas tensões nas longarinas (Figura 109 e 110) e, com isso, se aproximando dos resultados encontrados no Ftool.

Figura 109: Diagramas de cortante das longarinas e transversinas no SCIA



Fonte: Autor

Figura 110: Esforços cisalhantes nas lajes.



Fonte: Autor

Com isso, é possível perceber que, de fato, os métodos clássicos, por terem sido muito usados décadas antes dos avanços com elementos finitos, produziam estruturas mais robustas comparadas aos modelos com métodos numéricos, devido aos esforços das cargas variáveis, da cortante e do momento fletor possuírem valores inferiores aos do método de Análise Simplificada.

Tabela 04 – Resultados da cortante da carga móvel

<b>Resultados da cortante da carga móvel</b>			
	SCIA	FTOOL	%
Balanço	75	444	-83%
Esquerda do 1º apoio	939	1487	-37%
Direita do 1º apoio	1129	1739	-35%
Esquerda do 2º apoio	1373	2005	-32%
Direita do 2º apoio	1313	1946	-33%

Fonte: Autor

Tabela 05 – Resultados do momento fletor da carga móvel

<b>Resultados do momento fletor da carga móvel</b>			
	SCIA	FTOOL	%
Máximo no 1º apoio	0	0	0%
Mínimo no 1º apoio	1982	3642	-46%
Máximo no 1º vão	2126	6072	-65%
Mínimo no 1º vão	422	2028	-79%
Máximo no 2º apoio	700	1418	-51%
Mínimo no 2º apoio	4061	5114	-21%
Máximo no 2º vão	1728	5060	-66%
Mínimo no 2º vão	524	2069	-75%

Fonte: Autor

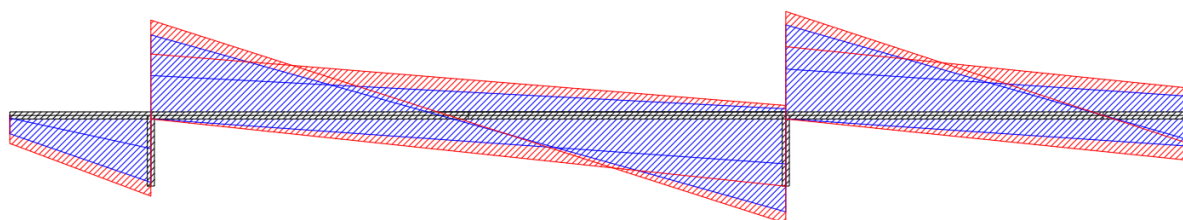
Com os valores descobertos, se soma os diagramas das cargas permanentes e móveis, tanto da cortante como do momento fletor, obtém-se as envoltórias globais a partir dos valores máximos e mínimos de cada método (Figura 111 e 112).

Figura 111: Comparação das envoltórias de forças cortantes.

APENAS CARGA VARIÁVEL – APOIOS ROTULARES – MOMENTO FLETOR

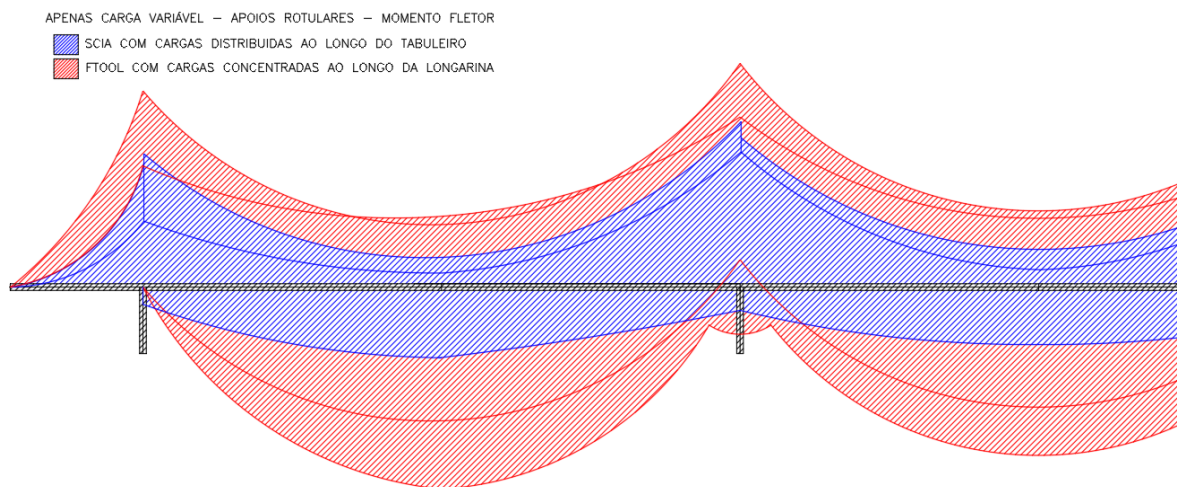
■ SCIA COM CARGAS DISTRIBUIDAS AO LONGO DO TABULEIRO

■ FTOOL COM CARGAS CONCENTRADAS AO LONGO DA LONGARINA



Fonte: Autor

Figura 112: Comparação das envoltórias de momento fletor.

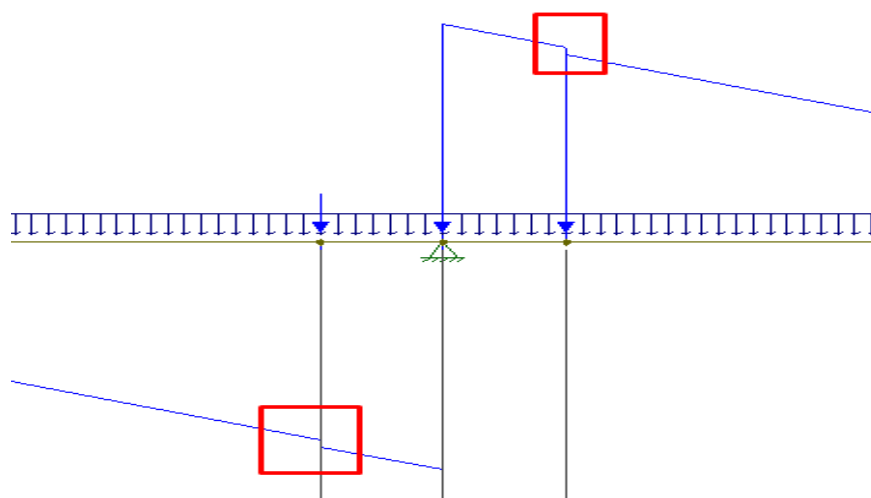


Fonte: Autor

### 6.3. Análise Local

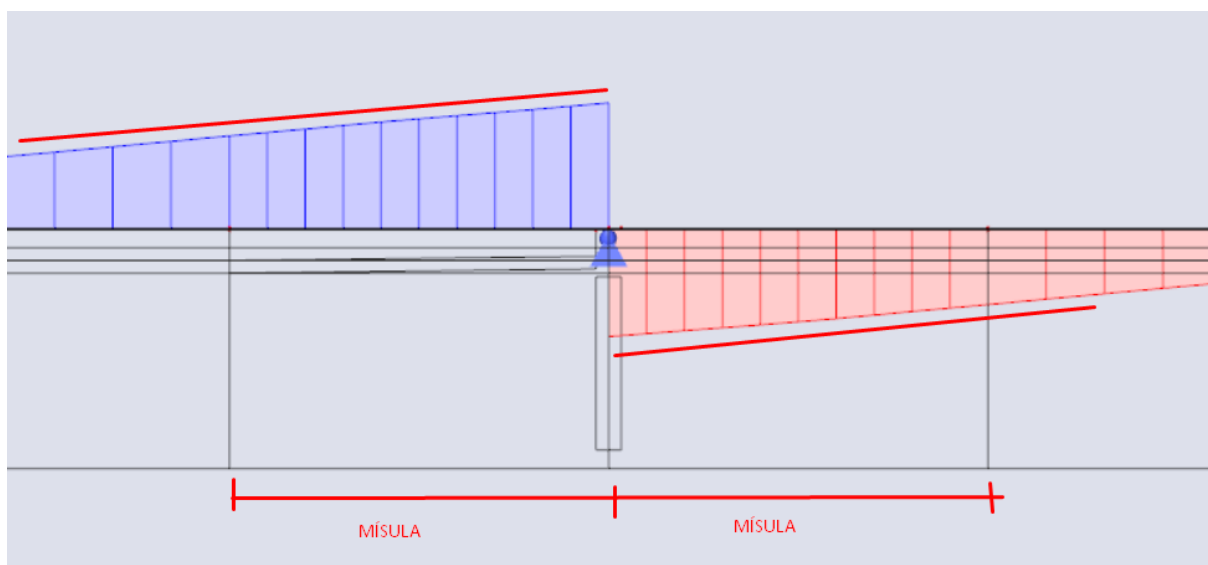
Utilizando o Ftool e o SCIA Engineer consegue perceber diferenças no gráfico da cortante quando considera apenas os carregamentos permanentes. Com o Ftool percebe-se que existe uma descontinuidade no gráfico da cortante no 2º apoio da ponte (Figura 113), diferente do modelo tridimensional que apresenta um gráfico retilíneo, como na Figura 114.

Figura 113: Diagrama de cortante devido a carga permanente



Fonte: Autor

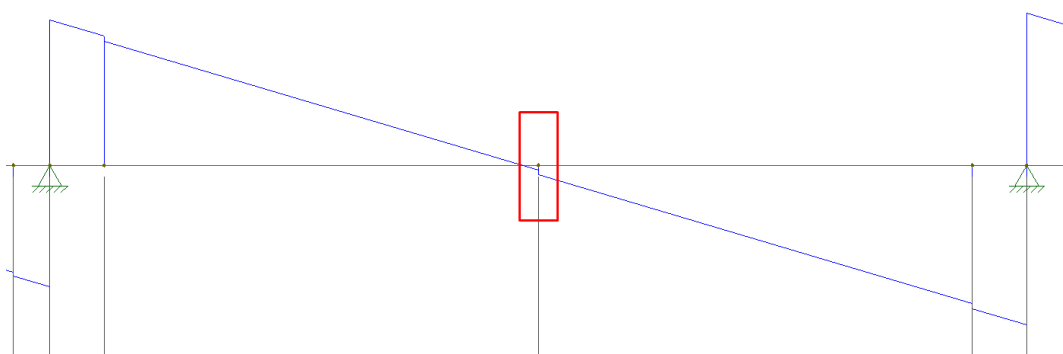
Figura 114: Descontinuidades no gráfico do esforço cortante do segundo apoio.



Fonte: Autor

Porém, é possível perceber semelhança quando comparamos o gráfico da cortante na região das transversinas (que não apoiam o tabuleiro), posicionadas no meio do vão. Tanto o gráfico retirado do Ftool como do SCIA Engineer, demonstram considerar essa descontinuidade (Figura 115 e 116).

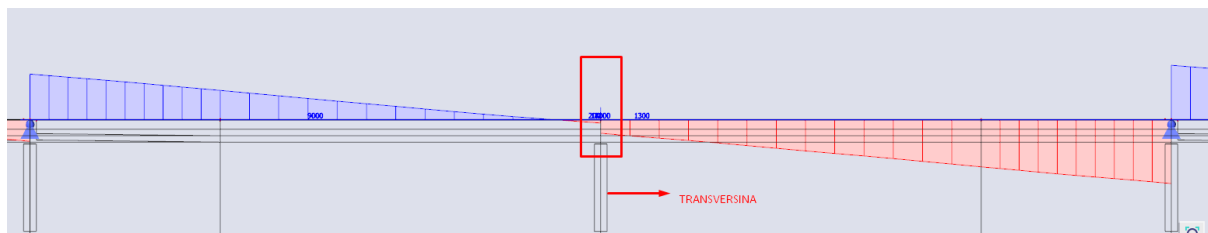
Figura 115: Diagrama de cortante devido a carga permanente.



Fonte: Autor



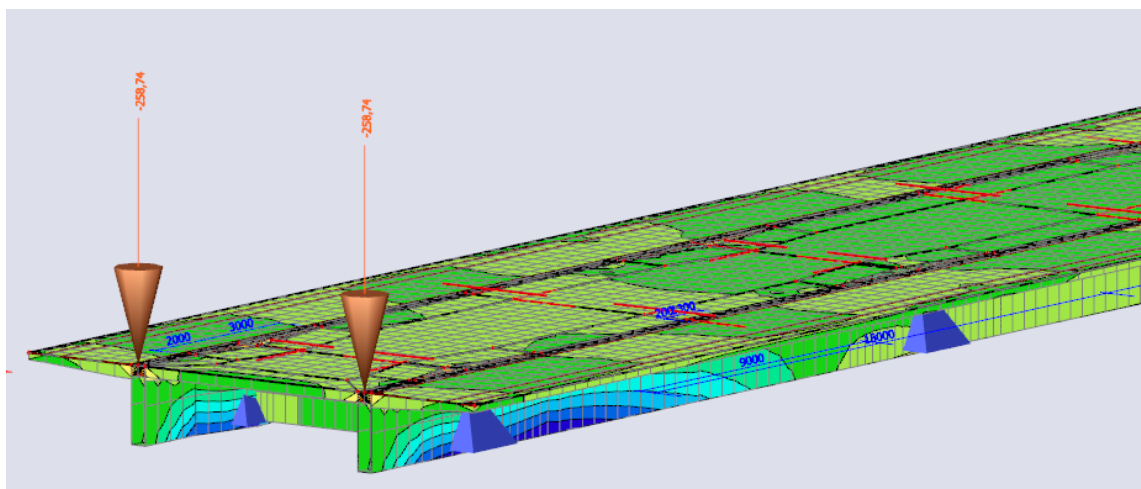
Figura 116: Descontinuidades nos gráficos de esforço cortante na região das transversinas.



Fonte: Autor

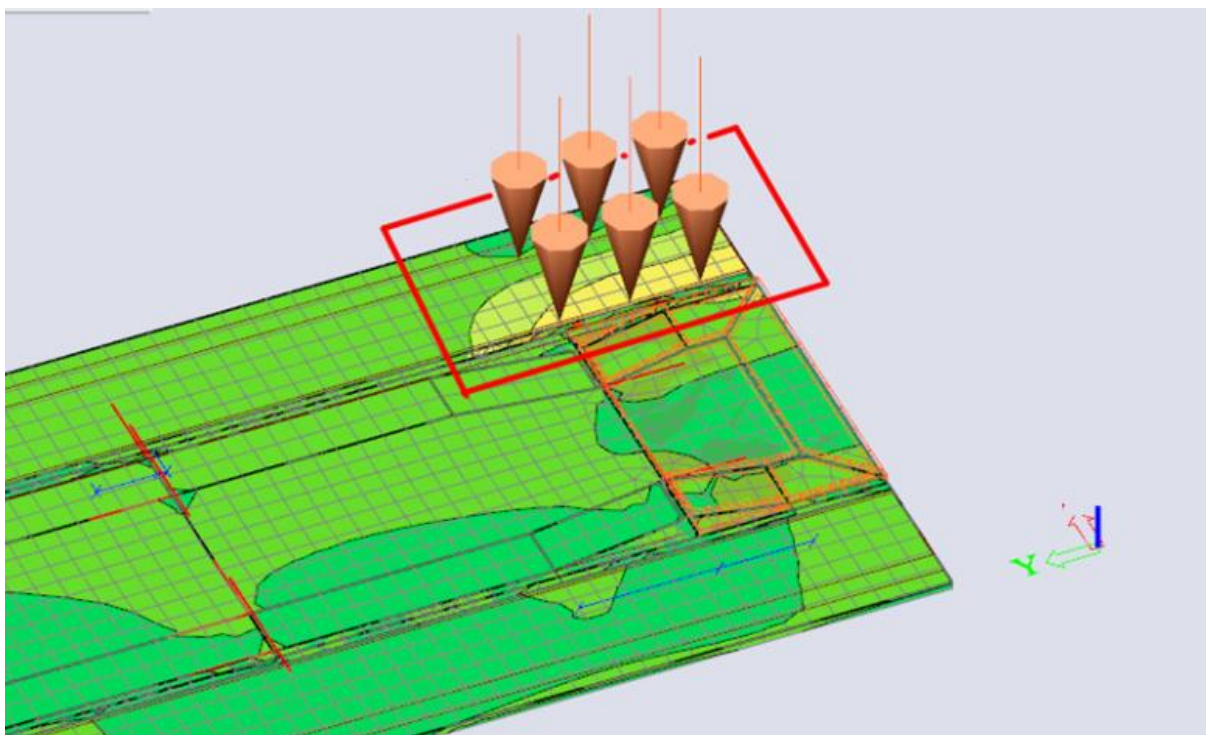
Essas análises do comportamento dos gráficos demonstram as primeiras diferenças entre os modelos, mostrando que o modelo tridimensional apresenta uma aproximação da realidade, tanto nas considerações feitas pelo usuário, quanto pelas distribuições de tensões por uma área que a laje redistribui para as longarinas. Essa distribuição é perceptível quando se analisa as cargas pontuais nas lajes, tanto devido as cargas de transição, como das cargas pontuais do trem tipo (Figuras 117 e 118).

Figura 117: Tensões internas devido a carga de transição no SCIA



Fonte: Autor

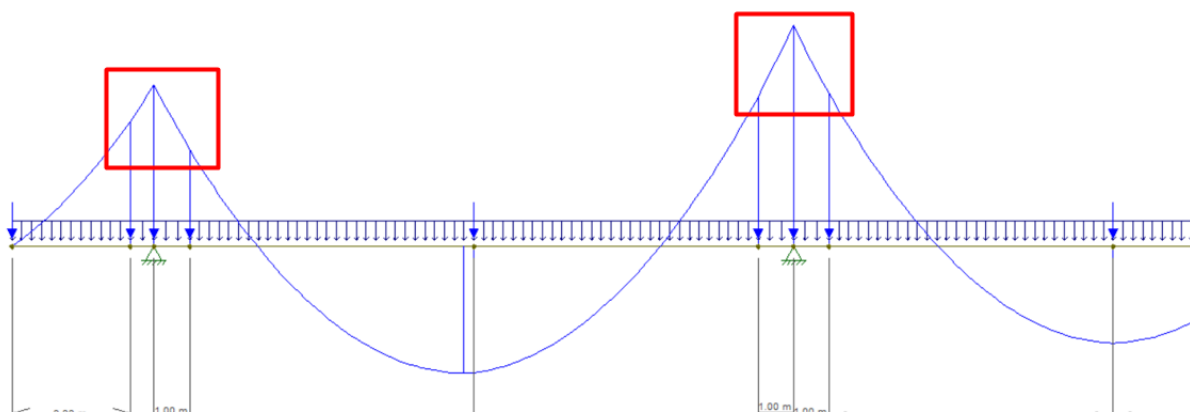
Figura 118: Ação das cargas pontuais nas lajes.



Fonte: Autor

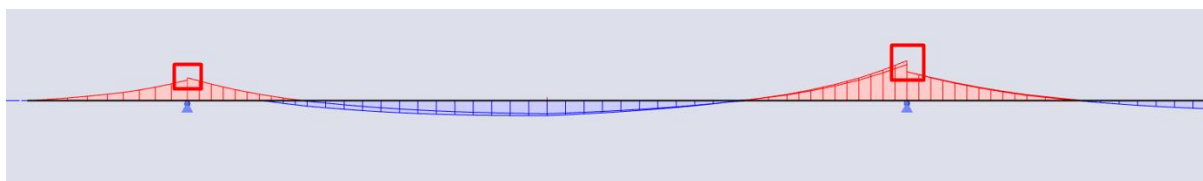
Outra observação é nos resultados dos momentos, onde no Ftool observamos um gráfico sem descontinuidade, comparado ao gráfico gerado pelo o SCIA Engineer, como mostrado nas figuras 119 e 120.

Figura 119: Diagrama de momento fletor no Ftool sem descontinuidade nos apoios



Fonte: Autor

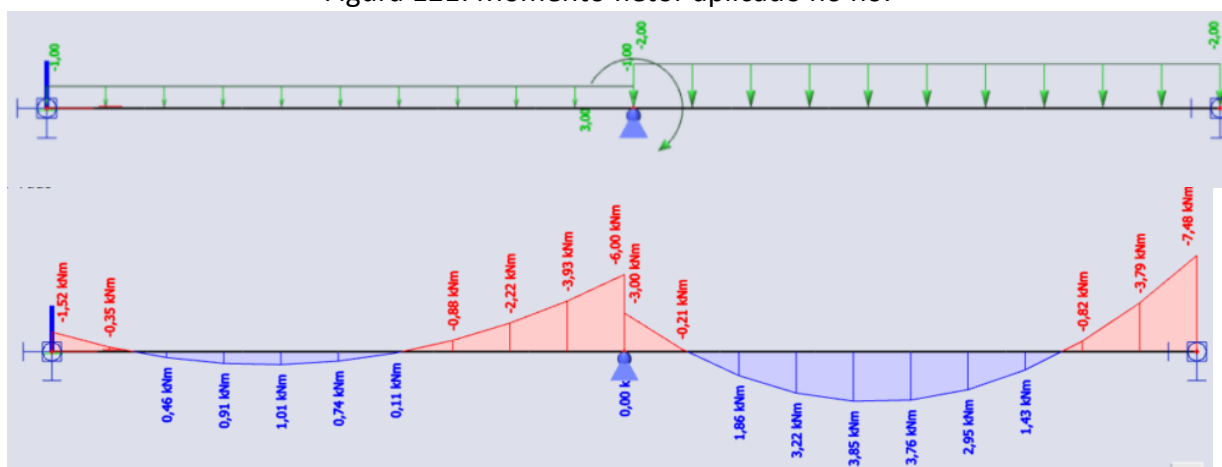
Figura 120: Análise do momento fletor.



Fonte: Autor

No segundo apoio, é possível enxergar uma descontinuidade mais acentuada, que, nos resultados gerados pelo software Ftool, não existe. Isso acontece pois o SCIA Engineer demonstra um momento fletor no nó. Isso pode ser causado de fato por um momento aplicado no nó, como exemplificado na Figura 121.

Figura 121: Momento fletor aplicado no nó.



Fonte: Autor

Pode ainda haver a influência do resto da estrutura que gera uma resultante de momento no nó em questão, como exemplificado na figura 122. No exemplo, tem-se a estrutura disposta de forma que há um momento  $M_x$  aplicado ao longo da viga adicional, em que momento adicional gera um momento  $M_y$  aplicado no nó central (Figura 123).





## 7 CONCLUSÃO

O presente trabalho visou analisar a distribuição dos esforços solicitantes em longarinas de pontes por meio de procedimento conhecido e bastante usual, décadas antes da data da produção deste documento e que continua sendo utilizado, o método desenvolvido por Análise simplificada, e a modelagem tridimensional via Método de Elementos Finitos, que se posiciona como um dos métodos mais usados quando se necessita entender o comportamento de uma estrutura atualmente.

Desta forma, oportunizou-se estudar e aplicar modelos computacionais, os quais possuíam relativa simplicidade de aprendizado, para análise de estruturas com elevado grau de confiança. Além de analisar aspectos interessantes relativos ao comportamento estrutural de pontes, pode-se suprir uma lacuna do curso de Engenharia Civil, no qual a aplicação de recursos computacionais para o projeto de estruturas é pequena.

Acerca do procedimento clássico utilizado, pode-se constatar desde a facilidade com que podem ser aplicados, visto que após a distribuição transversal, utilizado nas cargas variáveis, as cargas recaem em um modelo de viga, até as suas limitações, onde alguns são focados para pontes de até duas longarinas e geometrias específicas de vigas que podem deixar de ser válidas.

Sobre os procedimentos computacionais, mesmo possuindo a possibilidade de modelos de barras e cascas, reconheceu-se a necessidade de um maior conhecimento sobre modelagem estrutural e sobre comportamento e concepção estrutural. Foi preciso, por exemplo, aplicar de modo apropriado os carregamentos, as condições de contorno e vinculações, ponderar quanto a certo comportamento estrutural e o correto cadastramento dos materiais, classes de carga e combinações. Desta forma, a análise dos resultados obtidos, como mostrado anteriormente, precisou de análises mais robustas e discussões mais aprofundadas.

Com isso, foi desenvolvido e aplicado as metodologias para análise estrutural de longarinas de pontes a partir de método analítico e Método de Elementos Finitos e considerou-se que os recursos computacionais podem oferecer resultados que representem melhor o comportamento da ponte, quando comparado com a realidade, como a distribuição dos esforços do tabuleiro para as longarinas e transversinas.

Em relação aos principais parâmetros que influenciam no comportamento das longarinas percebeu-se o efeito das vigas transversais, as transversinas, observou-se, nas diferenças dos gráficos das cortantes, que elas atuam efetivamente na

distribuição dos esforços entre as longarinas. A ponte em estudo utilizou apenas transversinas nos apoios e no centro dos vãos; caso possuísse um número maior de transversinas e com espaçamentos menores, talvez se enxergaria menores diferenças entre as longarinas interligadas.

Acerca da rigidez a torção, ficou claro a consideração desse esforço no modelo computacional de elementos finitos, devido as transversinas, comparado ao modelo clássico representado pelo software Ftool, onde a descontinuidade do gráfico dos resultados apresentou a existências desse tipo de esforço.

Outro ponto de curiosidade desse trabalho foi a aplicação das mesmas cargas do Ftool no modelo no SCIA Engineer, apresentando resultados diferentes devido as resistências proporcionadas por outros elementos, o que sem ajuda computacional, a consideração de diversos elementos simultaneamente seria humanamente impossível e improdutivo.

Assim, ainda que os modelos computacionais sejam os mais utilizados na prática dos escritórios de engenharia, e permitem considerar os comportamentos da estrutura de forma mais adequada, procedimentos clássicos continuam a ter uma grande importância para pré-dimensionamentos, comparações rápidas e validações de modelos. Desse modo os modelos simplificados permitem avaliar qualitativamente e quantitativamente, se os resultados obtidos são adequados, e conseqüentemente se não houve erros, por exemplo, neste trabalho foi baseado para a comparação dos resultados de posição do trem-tipo através do resultado usado pelo método de análise simplificada e com eles, foi feito ajustes no modelo tridimensional para se chegar os comportamentos similares. Por isso não se deve aceitar resultados que possuam originalidades de modelos computacionais sem a devida análise crítica.

Diante do pesquisado, a usabilidade desse estudo se torna bastante interessante na ponte de visto prático, no cotidiano de desenvolvimento de projetos estruturais, no qual métodos diferentes possuem resultados bastante relevantes, podendo ser possível um elemento que não passava no Estado Limite de Serviço (ELS) com a utilização de outro método passe a ficar dentro dos parâmetros normativos. Pode-se também apresentar reduções financeiras bastante consideráveis devido às diminuições dos esforços solicitantes e, conseqüentemente, na quantidade de material gasto. Como visto nos resultados, a análise dos diagramas de envoltórias pode existir diferenças médias de 20% quando comparadas as cargas permanentes e diferenças médias de mais de 50% nas cargas móveis, mas quando se analisa ponto

a ponto, percebe-se que existem diferenças de 3% até diferenças de 75%, mostrando que, mesmo com o comportamento possuindo semelhanças entre os dois métodos, suas proporções são bastante diferentes e relevantes no ponto de vista de segurança e financeira. Então, quando comparados os diagramas de envoltórias das cargas permanentes mais as cargas móveis, percebeu-se que o método simplificado se parenta mais conservador e a favor da segurança em relação ao Método de Elementos Finitos.

Por fim, é interessante salientar que não existe um modelo único e aceitável, na história da engenharia. Foi justamente, esse trabalho conjunto com diversos métodos diferentes, questionamentos e comparações que a nossa sociedade possui os avanços que usufruímos.

### **7.1. Sugestões para trabalhos futuros**

A partir dos resultados e análises alcançadas com este trabalho de conclusão de curso, e a fim de trazer novos avanços dentro do mundo acadêmico da engenharia estrutural, sugere-se a realização de trabalhos como a comparação específica de outros elementos que não foram focalizados neste trabalho, como tabuleiros, transversinas, pilares entre outros. Comparação dos outros métodos clássicos apresentados neste trabalho com elementos finitos. Estudo com pontes que possuam mais de duas longarinas, necessitando de outros métodos clássicos.

## **8 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

ABNT, A. B. DE N. T. **NBR6123: Forças devidas ao vento em edificações.** , 1988.

ABNT, A. B. DE N. T. **NBR8681: Ações e segurança nas estruturas - Procedimento.** , 2004.

ABNT, A. B. DE N. T. **NBR7188: Carga móvel rodoviária e de pedestres em pontes, viadutos, passarelas e outras estruturas.** , 2013.

ABNT, A. B. DE N. T. **NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento.** , 2014.

ABNT, A. B. DE N. T. **NBR6120: Ações para o cálculo de estruturas de edificações.** , 2019.

ABNT, A. B. DE N. T. **NBR7187: Projeto de pontes, viadutos e passarelas de concreto.** Brasil, 2021.

ALBUQUERQUE, F. S. C. DE; KRAMAR, W. F. **ANÁLISE DO COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DE UMA PONTE FERROVIÁRIA DE CONCRETO ARMADO SUBMETIDA A ESFORÇOS DE NATUREZA DINÂMICA.** Trabalho de Conclusão de Curso—Curitiba, Brasil: Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2015.

ALVES, E. V.; ALMEIDA, S. M. F. DE; JUDICE, F. M. DE S. **MÉTODOS DE ANÁLISE ESTRUTURAL DE TABULEIROS DE PONTES EM VIGAS MÚLTIPLAS DE CONCRETO PROTENDIDO.** *Engevista*, v. 6, n. 2, p. 48–58, 2004.

COSTA, F. K. M. DA. **ANÁLISE DA DISTRIBUIÇÃO DE MOMENTO FLETOR E FORÇA CORTANTE DEVIDO À CARGA MÓVEL EM TABULEIROS ALARGADOS DE PONTES RODOVIÁRIAS RETAS EM CONCRETO ARMADO.** Natal, Brasil: [s.n.].

JOVEM, T. P. **Estudo analítico e numérico de repartição de carga em tabuleiros de pontes retas com longarinas múltiplas de concreto armado.** Dissertação de mestrado—Natal, Brasil: Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2017.

JUNIOR, D. DE O. F. **Análise estrutural de um edifício em concreto armado com quatro pavimentos: estudo de caso para diferentes modelos estruturais.** Trabalho de Conclusão de Curso—Pato Branco, Brasil: Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2015.

LEONHARDT, F. **Princípios Básicos da Construção de Pontes de Concreto.** Rio de Janeiro: Editora Interciência LTDA., 1979. v. Vol. 6

NETO, A. G. A. **Pontes – Apostila 1.** Disponível em: <<https://xdocz.com.br/doc/apostila-1-de-pontes-introducao-loxwg6mkvgnx>>. Acesso em: 9 nov. 2022.

NUNES, P. C. C. Estudo das Pontes. **TECNOLOGIAS EM PROJEÇÃO**, v. 10, n. 2, p. 121–134, 2019.

OLIVEIRA, A. M. A. DE; PIEROTT, R. M. R. **PROJETO DE DIMENSIONAMENTO DE UMA PONTE EM CONCRETO ARMADO SOBRE O RIO URURAI.** Trabalho de conclusão de curso—Campos dos Goytacazes, Brasil: UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE DARCY RIBEIRO, 2016.

PFEIL, W. **Pontes em concreto armado: elementos de projeto, solicitações, dimensionamento.** 2ª Ed ed. Rio de Janeiro: LTC - Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 1980.

PINHO, F. O.; BELLEI, I. H. **Pontes e Viadutos em Vigas Mistas.** 2ª ed. Rio de Janeiro, Brasil: Instituto Aço Brasil, 2020.

REBOUÇAS, A. DA S. **Análise da distribuição de momento fletor devido a carga móvel em pontes curvas de concreto armado.** Dissertação de mestrado—Natal, Brasil: Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2017.

**Relatório Executivo: Plano Nacional de Logística PNL-2025.** . Brasil: [s.n.].

LAZZARI, P. M. Simulação Numérica das Etapas Construtivas de Pontes Estaiadas através do Método dos Elementos Finitos. 2016. Tese de Doutorado (Doutorado em

Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.