



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS
DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA E MATEMÁTICA APLICADA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM E MÉTODOS
QUANTITATIVOS

DEOCLÉCIO PAIVA DE CASTRO

EFEITO DE ENQUADRAMENTO
NO MODELO DE GRAFOS PARA RESOLUÇÃO DE CONFLITOS
COM UMA APLICAÇÃO AO CONFLITO DOS VIADUTOS DO COCÓ

FORTALEZA

2022

DEOCLÉCIO PAIVA DE CASTRO

EFEITO DE ENQUADRAMENTO
NO MODELO DE GRAFOS PARA RESOLUÇÃO DE CONFLITOS
COM UMA APLICAÇÃO AO CONFLITO DOS VIADUTOS DO COCÓ

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem e Métodos Quantitativos da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Modelagem e Métodos Quantitativos. Área de concentração: Modelagem e Métodos Quantitativos.

Orientador: Prof. Dr. Leandro Chaves Rêgo

FORTALEZA

2022

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Sistema de Bibliotecas

Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

- C35e Castro, Deoclécio Paiva de.
Efeito de enquadramento no modelo de grafos para resolução de conflitos com uma aplicação ao conflito dos viadutos do cocó / Deoclécio Paiva de Castro. – 2022.
139 f. : il. color.
- Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Ciências, Programa de Pós-Graduação em Modelagem e Métodos Quantitativos, Fortaleza, 2022.
Orientação: Prof. Dr. Leandro Chaves Rêgo.
1. Efeito de enquadramento. 2. Teoria dos jogos. 3. Análise de conflitos. 4. Modelo de grafos.
5. Priorização por opções. I. Título.

DEOCLÉCIO PAIVA DE CASTRO

EFEITO DE ENQUADRAMENTO
NO MODELO DE GRAFOS PARA RESOLUÇÃO DE CONFLITOS
COM UMA APLICAÇÃO AO CONFLITO DOS VIADUTOS DO COCÓ

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem e Métodos Quantitativos da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Modelagem e Métodos Quantitativos. Área de concentração: Modelagem e Métodos Quantitativos.

Aprovada em 30/08/2022

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Leandro Chaves Rêgo (Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof.^a Dra. Ana Paula Cabral Seixas Costa
Universidade Federal de Pernambuco (UFPE)

Prof. Dr. Carlos Diego Rodrigues
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof.^a Dra. Eveline Barbosa Silva Carvalho
Universidade Federal do Ceará (UFC)

À minha mãe, Gina Lúcia (*in memoriam*)
e ao meu pai, Marcelo Mansueto, como fruto da
semeadura firme e da rega dedicada,
inspiradora, amorosa... e permanente.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a esta universidade, em especial aos professores e aos servidores do Programa de Modelagem e Métodos Quantitativos da Universidade Federal do Ceará, pelos conhecimentos compartilhados, pelos serviços prestados e, principalmente, por, em meio à pandemia do COVID19, não terem medido esforços para, com criatividade e dedicação, me proporcionar um aprendizado seguro, motivador e amigável.

Agradeço especialmente ao meu orientador, Professor Leandro Chaves Rêgo, que de modo muito paciente, atencioso e dedicado acreditou em mim e me fez acreditar, com suas correções (de conteúdos e de rumos), com seus ricos ensinamentos e incentivos em cada um de nossos longos diálogos, que era possível concretizar esta conquista e crer que um longo e desejado caminho me espera na vida acadêmica. Prof. Leandro, a sua confiança fez desta jornada uma experiência incrível, positiva e inesquecível. Muito, mas muito, obrigado.

Agradeço enormemente à minha namorada, Ana Elisa, pelo carinho, pelo incentivo e pelo apoio incondicional, por ter sido tão compreensiva, companheira e por ter sido peça fundamental para a concretização do meu trabalho.

Agradeço às minhas irmãs, Themis e Soraya, ao meu pai Marcelo Mansueto, e à minha mãe Gina Lúcia, ainda sempre presente. É por e para vocês que, logo ao clarear do dia, busco, entre atos, falhas e omissões, ser uma pessoa melhor. Vocês são a minha motivação diária.

Agradeço aos cidadãos que, independentemente dos valores, das normas e dos conceitos que utilizaram para defender este ou aquele ponto de vista, ter esta ou aquela preferência sobre a evolução do conflito real analisado neste trabalho, agiram motivados pelo bem coletivo da cidade. Obrigado por seu tempo e atenção ao longo das demoradas conversas e atividades durante o desenvolvimento da análise.

Por fim, agradeço a todos que direta ou indiretamente participaram da minha formação, mas também aos que me impuseram desafios e barreiras me fazendo exigir de mim cada vez mais preparo e coragem. É isso o que a vida quer da gente. Vocês foram importantes para a concretização deste sonho. Obrigado!

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

Sentimento que não espairo; pois eu mesmo nem acerto com o mote disso — o que queria e o que não queria, estória sem final. O correr da vida embrulha tudo, a vida é assim: esquenta e esfria, aperta e daí afrouxa, sossega e depois desinquieta. O que ela quer da gente é coragem. O que Deus quer é ver a gente aprendendo a ser capaz de ficar alegre a mais, no meio da alegria, e inda mais alegre ainda no meio da tristeza! Só assim de repente, na horinha em que se quer, de propósito — por coragem. Será? Era o que eu às vezes achava. Ao clarear do dia.

(ROSA, 1956, p. 293).

RESUMO

Onde quer que humanos interajam, há conflito. Teoria dos Jogos serviu de base para o surgimento de métodos para Modelagem de Conflitos, um arcabouço de ferramentas para, através de análises matemáticas, identificar potenciais resoluções através de análises de estabilidade. O Modelo de Grafos para Resolução de Conflitos (GMCR) é um destes métodos. Estudos recentes do comportamento humano demonstram que nós cometemos erros sistemáticos no processo de tomada de decisão que geram desvios dos resultados esperados sob a ótica da racionalidade absoluta. Neste trabalho, buscamos compreender como a incorporação de aspectos comportamentais específicos pode afetar o equilíbrio de conflitos e propor uma abordagem ao processo de eliciação de preferências e análise de estabilidade que leve em consideração a limitada racionalidade humana. Em particular, analisamos o impacto do efeito de enquadramento no método de obtenção de preferências por priorização de opções e propusemos a estrutura de preferências incertas como alternativa para lidar com as incompatibilidades de preferências obtidas em enquadramentos distintos de um conflito. Propusemos um formato matricial do conceito de solução SSEQ para preferências com incerteza. Para demonstração do novo método proposto, modelamos e analisamos um conflito real da cidade de Fortaleza, no Ceará. Ao final do estudo, observamos significativa mudança nos resultados das análises de estabilidade: na modelagem tradicional o conflito apresentou 114 estados Nash-estáveis; e com a nova abordagem apresentou apenas 42 estados simultaneamente estáveis para os conceitos $Nash_a$, $Nash_b$, $Nash_c$, $Nash_d$. Na conclusão, destacamos ainda outras situações onde o novo método pode ser útil, aspectos práticos da sua aplicabilidade e possíveis estudos futuros.

Palavras-chave: efeito de enquadramento; teoria dos jogos; análise de conflitos; modelo de grafos; priorização por opções; preferências incertas.

ABSTRACT

Wherever humans interact, there is conflict. Game Theory was the basis for the rising of methods for Conflict Modeling, a framework of tools to, through mathematical analysis, identify potential resolutions through stability analysis. The Graph Model for Conflict Resolution (GMCR) is one of these methods. Recent studies about the human behavior demonstrate that we make systematic errors in the decision-making process that lead to deviations from the expected results from the perspective of absolute rationality. In this work, we seek to understand how the incorporation of specific behavioral aspects can affect the equilibrium of conflicts and intends to propose an approach to the process of preferences elicitation and stability analysis that takes into account the limited human rationality. In particular, we analyzed the impact of the framing effect on the method of obtaining preferences by option prioritizing and proposed the structure of uncertain preferences as an alternative to deal with the incompatibilities of preferences obtained in different frames of a conflict. We proposed a matrix format of the SSEQ solution concept for preferences with uncertainty. To demonstrate the proposed new method, we modeled and analyzed a real conflict in the city of Fortaleza, Ceará. At the end of the study, we observed a significant change in the results of the stability analyses: in the traditional modeling, the conflict presented 114 Nash-stable states; and with the new approach it presented only 42 simultaneously stable states for the concepts Nasha, Nashb, Nashc, Nashd. In conclusion, we also highlight other situations where the new method can be useful, practical aspects of its applicability and possible future studies.

Keywords: framing effect; game theory; conflict analysis; graph model; option prioritizing; uncertain preferences.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	- Listagem e categorização de 188 vieses cognitivos listados e referenciados na Wikipédia.....	29
Figura 2	- Modelos formais de tomada de decisão com múltiplos participantes.	33
Figura 3	- Aplicação do Modelo de Grafos para Resolução de Conflitos.	35
Figura 4	- Relações entre os subconjuntos do conjunto de estados, S, e as Listas de Acessibilidade correspondentes.....	40
Figura 5	- Cruzamento entre as avenidas Antônio Sales e Engenheiro Santana Júnior, Fortaleza, no ano de 2013.....	76
Figura 6	- Parque Estadual do Cocó, Fortaleza, Ceará.	77
Figura 7	- Cruzamento das avenidas Antônio Sales e Engenheiro Santana Júnior, Fortaleza.....	78
Figura 8	- Maquete eletrônica da obra no cruzamento entre as avenidas Antônio Sales e Engenheiro Santana Júnior.	78
Figuras 9 e 10	- Corte de árvores em julho 12 de 2013 para início das obras.	79
Figuras 11 e 12	- Ocupação no Parque do Cocó para impedir o início das obras.....	79
Figuras 12 e 13	- Manifestações pró e contra a construção dos viadutos e cartaz divulgando concurso de ideias alternativas para a obra.	80
Figuras 14, 15 e 16	- Viadutos em construção e concluído.....	80

LISTA DE QUADROS

Quadro 1	- Símbolos e operações booleanas.....	42
Quadro 2	- Conceitos de Solução e comportamento humano.	48
Quadro 3	- Diferentes extensões para Conceitos de Solução com preferências incertas.	52
Quadro 4	- Condições de estabilidade para as extensões dos Conceitos de Solução com preferências incertas.....	55
Quadro 5	- Construção das matrizes de estabilidade para n-DMs sob preferências com incerteza, em que $H=N-i$	64
Quadro 6	- Estados possíveis do conflito.	65
Quadro 7	- Ordem final de declarações de preferências sobre opções sob Enquadramento A.	65
Quadro 8	- Ordem de declarações de preferências sobre opções sob Enquadramento B.....	66
Quadro 9	- Ordem de negações das declarações de preferências sobre opções sob Enquadramento B.	66
Quadro 10	- Quadro comparativo de estados de equilíbrio do conflito comelicitação de preferências sob os Enquadramentos A e B.....	67
Quadro 11	- Tomadores de decisão (DMs) e stakeholders do CVC em 2013.	81
Quadro 12	- Tomadores de decisão (DMs) e opções do CVC como em 2013.	82
Quadro 13	- Ordem final de declarações de preferências sobre opções sob Enquadramento A.	83
Quadro 14	- Ordem de declarações de preferências sobre opções sob Enquadramento B.....	84
Quadro 15	- Ordem de negações das declarações de preferências sobre opções sob Enquadramento B.	84
Quadro 16	- Estados de equilíbrio Nash(a), Nash(b), Nash(c) e Nash(d), simultaneamente, do CVC com as respectivas opções, tomadas ou não, pelos DMs.	92
Quadro 17	- Estados viáveis do CVC com as respectivas opções, tomadas ou não, pelos DMs.	104
Quadro 18	- Quadro geral com os resultados das análises de estabilidade de todos os estados viáveis em todos os enquadramentos.....	107

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AMB	Ambientalistas
Berge	Estabilidade de Berge
BR	<i>Bounded rationality</i> / Racionalidade Limitada
CVC	Conflito dos Viadutos do Cocó
DM	<i>Decision Maker</i> / Tomador de Decisão
DMs	<i>Decision Makers</i> / Tomadores de Decisão
GMR	<i>General Metarationality</i> / Metaracionalidade Geral
GMCR	<i>Graph Model for Conflict Resolution</i> / Modelo de Grafos para Resolução de Conflitos
JUS	Autoridades do sistema de justiça
Nash	Estabilidade de Nash
MCP	Movimento Civil a favor da obra
MCC	Movimento Civil contrário à obra
MRSCU	<i>Matrix Representation of Solution Concepts with Preference Uncertainty</i> / Representação Matricial dos Conceitos de Solução para Preferências com Incerteza
PMF	Prefeitura Municipal de Fortaleza
R	Racionalidade
SEQ	<i>Sequential Stability</i> / Estabilidade Sequencial
SMR	<i>Symmetric Metarationality</i> / Metaracionalidade Simétrica
SSEQ	<i>Symmetric Sequential Stability</i> / Estabilidade Sequencial Simétrica
TCP	Teoria Cumulativa do Prospecto
UI	<i>Unilateral improvement</i> / Melhoria Unilateral
UM	<i>Unilateral movement</i> / Movimento Unilateral
UD	<i>Unilateral disimprovement</i> / Piora Unilateral
UIUUM	<i>Unilateral improvement or unilateral uncertain move</i> / Melhoria Unilateral ou Movimento Unilateral Incerto

LISTA DE SÍMBOLOS

G_i	Grafo direcionado para o DM i
S	Conjunto de estados
s	Estado s
A_i	Conjunto de arcos para o DM i
N	Conjunto dos DMs
\mathcal{E}	Conjunto de Enquadramentos do conflito
H	Subconjunto dos DMs, ou seja, uma coalizão
\succ_i	Relação de preferência estrita entre estados do conflito para o DM i
\sim_i	Relação de indiferença entre estados do conflito para o DM i
\succsim_i	Relação de preferência não estrita entre estados do conflito para o DM i
U_i	Relação de incerteza entre estados do conflito para o DM i
$\succ_{i,W}$	Relação de preferência estrita entre estados do conflito para o DM i , sob Enquadramento W
Φ^U_i	Estados cujas preferências para o DM i são incertas em relação ao estado s
J_i	Matriz de acessibilidade ao DM i a partir do estado s
R_i	Lista de acessibilidade ao DM i a partir do estado s
J_i^+	Matriz de melhorias unilaterais ao DM i a partir do estado s
J_i^U	Matriz de movimentos incertos ao DM i a partir do estado s
R^+_i	Lista de melhorias unilaterais ao DM i a partir do estado s
J_H	Matriz de acessibilidade a coalizão H a partir do estado s
R_H	Lista de acessibilidade a coalizão H a partir do estado s
J_H^+	Matriz de melhorias unilaterais a coalizão H a partir do estado s
R^+_H	Lista de melhorias unilaterais a coalizão H a partir do estado s
$P^+_{i,A}$	Matriz de relação de preferência estrita do DM i sob Enquadramento A
$P^{\bar{=}}_{i,B}$	Matriz de relação de preferência não estrita do DM i sob Enquadramento B
P^U	Matriz de relação de preferência incerta do DM i

E	Matriz de entradas iguais a 1
e^T_s	transposição do s-ésimo vetor base de um espaço Euclidiano m-dimensional, \mathbb{R}^S .
I	Matriz identidade
M^{NASHa}	Matriz de estabilidade para o DM <i>i</i> de acordo o critério de estabilidade Nash _a
$\psi_{i_r}^A$	R-ésima declaração de preferência do DM <i>i</i> sob o Enquadramento A
$S_{i,A}^{GMR_c}$	Conjunto de estados GMR_c -estáveis para o DM <i>i</i> sob o Enquadramento A

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	15
1.1	Objetivo	22
1.1.1	<i>Objetivos Específicos</i>	22
1.2	Estrutura geral do documento.....	23
2	REFERENCIAL TEÓRICO E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	24
2.1	Teoria dos Jogos.....	24
2.2	Racionalidade Limitada	26
2.3	O Modelo GMCR.....	33
2.3.1	<i>Definição formal do modelo GMCR</i>	36
2.3.2	<i>Estrutura de preferências</i>	37
2.3.3	<i>Métodos de obtenção de preferências</i>	40
2.3.4	<i>Conceitos de Estabilidade.....</i>	44
2.4	GMCR com Preferências Incertas	50
2.4.1	<i>Estrutura de Preferências com incerteza.....</i>	50
2.4.2	<i>Extensão dos conceitos usuais de estabilidade para tratar preferências com incerteza.....</i>	52
2.4.3	<i>Definições matriciais sobre acessibilidades e preferências incertas no âmbito do GMCR.....</i>	56
2.4.3.1	<i>Definições da Teoria Algébrica dos Grafos essenciais para a análise de estabilidade sob preferências incertas.....</i>	56
2.4.3.2	<i>Representação matricial de componentes essenciais para análise de estabilidade sob preferências incertas</i>	58
2.4.3.3	<i>Representação matricial dos movimentos da coalizão.....</i>	60
2.4.4	<i>Representação matricial dos Conceitos de Solução para Preferências com Incerteza</i>	62
3	DESCRIÇÃO DO PROBLEMA	65
4	MATRIZES DE INCERTEZA PARA CONFLITOS COM MÚLTIPLOS DECISORES E PREFERÊNCIAS INCERTAS PROVOCADAS POR FRAMING EFFECT	69
4.1	Para conflitos com 2 enquadramentos e n decisores	69
4.2	Para conflitos com n enquadramentos e n decisores	70

4.3	Interrelação entre os conceitos de solução.....	71
5	ESTUDO DE CASO	75
5.1	Conflitos no planejamento urbano.....	75
5.2	Caracterização da cidade de Fortaleza e histórico do conflito	75
5.3	Modelagem do Conflito dos Viadutos do Cocó	81
5.4	Elicitação de preferências	83
5.5	Análise de estabilidade do CVC sob dois diferentes enquadramentos	84
5.6	Análise de estabilidade do CVC considerando as incertezas geradas pelo efeito de enquadramento	90
5.6.1	<i>O estado atual do Conflito dos Viadutos do Cocó</i>	91
6	CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS.....	93
	REFERÊNCIAS.....	97
	APÊNDICE A – ESTADOS VIÁVEIS DO CVC	104
	APÊNDICE B – QUADRO GERAL DE ANÁLISES DE ESTABILIDADE	107
	APÊNDICE C – CÓDIGOS COMPUTACIONAIS.....	113

1 INTRODUÇÃO

Viver em sociedade é estar sujeito, de alguma maneira, mesmo que passivamente, a uma disputa, a um conflito. Quando dois ou mais agentes, sejam pessoas, empresas, entes federativos, nações ou grupos de interesse interagem e discordam entre si em algum nível, tem-se um conflito. Para Xu *et al.* (2018), conflitos ocorrem em toda a sociedade, em qualquer área onde haja alguma iniciativa humana, e inevitavelmente surgem onde quer que humanos interajam entre si. É importante ressaltar que, embora o foco deste estudo seja conflitos envolvendo humanos, eles também ocorrem entre outras espécies de seres vivos.

Segundo Robbins (1990), conflitos são processos em que um agente decide reagir ao esforço prévio de outro agente com intenção de frustrá-lo na tarefa de atingir seus objetivos e promover seus interesses. No entanto, Ramsbotham *et al.* (2005) consideram que nem todo conflito deve ser pensado sob a lógica do “um ganha se o outro perde”. Os autores afirmam que, embora seja um hábito comum aos participantes de um conflito dar alta prioridade à defesa de seus próprios interesses, há uma variedade de abordagens que se distinguem a partir do nível de preocupação com os próprios interesses ou com os interesses dos outros participantes, podendo um conflito ser de extrema rivalidade, ou de consideração por seus interesses com igual consciência sobre os desejos e necessidades das outras partes envolvidas.

Um conflito é, portanto, o que acontece no mundo real. Utilizamos jogos abstratos para modelar um conflito dentro de uma estrutura matemática formal. Assim como a mente humana tenta simplificar um conflito complexo com base nas principais características da disputa para tentar compreendê-la, um modelo de conflito é uma representação da realidade que relaciona de forma sistemática os componentes mais importantes de uma disputa. Desta forma, um modelo de conflito deve ser projetado para refletir a maneira como o ser humano percebe e reage à realidade. Xu *et al.* (2018) afirmam que ao ser confrontada a um problema de conflito, uma pessoa pensa naturalmente nas características-chave da disputa e o simplifica a um nível que pode ser mais facilmente compreendido, o que permite que o decisor imagine as consequências dos seus atos ao tomar diferentes decisões.

Fang *et al.* (1993) apontam que os principais componentes para caracterizar um conflito são os tomadores de decisão, *decision makers* (DMs); o conjunto de ações disponíveis para cada DM ao longo do conflito; os estados em que o conflito pode se encontrar e que são determinados por uma dada combinação de escolhas de ações pelos

DMs; e as preferências de cada DM sobre os possíveis estados do conflito. Os autores definem a Análise de Estabilidade, como um processo sistemático de investigação dos possíveis movimentos e reações dos DMs ao longo das possíveis evoluções do conflito e o cálculo da resolução mais provável de ocorrer. Para eles, a Análise de Estabilidade pode ser pensada como um procedimento de sucessivos questionamentos do tipo “e se?” a cada DM sobre como eles reagiriam se um outro DM resolvesse mover-se para um estado mais preferido alterando, portanto, sua seleção de ações. De forma mais geral, um estado do conflito é dito “estável” para um DM em particular se, para ele não for vantajoso mover-se para um outro estado mudando sua ação. Um estado é dito um equilíbrio se ele é estável para todos os DMs.

No entanto, a capacidade humana de processamento é limitada, principalmente em cenários complexos (SIMON, 1955). Mais objetivamente, quando pessoas precisam resolver problemas com vários decisores, cenários ou critérios, a necessidade de processamento para melhor avaliar as informações e tomar uma decisão torna-se mais elevada. Essa deficiência implica em uma tendência de simplificar o problema fazendo uso da capacidade intuitiva, ou heurísticas, ao invés de processos racionais e analíticos (MELNIK-LEROY, 2021). Além disso, a tomada de decisão é uma conjunção da heterogeneidade de interesses, dos valores, normas sociais e crenças que surgem à medida que preferências, opiniões e formas de encarar as questões envolvidas esbarram em restrições existentes. Mas a maneira como lidamos com um conflito é, essencialmente, uma questão de hábito e de escolha. É necessário compreendermos esta dimensão do processo decisório para que seja possível mudar as respostas habituais, exercer escolhas inteligentes e obter resultados mais desejáveis.

Com o objetivo de compreender melhor os aspectos estratégicos envolvidos em um enfrentamento, nas últimas décadas, muitos métodos de solução de conflitos foram desenvolvidos e utilizados como ferramentas para auxiliar o processo humano de tomada de decisão. A Teoria dos Jogos é, frequentemente, utilizada para descrever o processo de solução de conflitos. A vantagem de se utilizar métodos sistematizados nesta problemática é apoiar o processo de tomada de decisão para que estados mais estáveis possam ser atingidos. Esses estados podem ser obtidos baseados em análises de estabilidade, com o intuito de fornecer melhores previsões, ou ainda soluções em que a cooperação, ao invés da disputa, possa oferecer melhores retornos para os envolvidos. Recentemente, uma noção de solução que tem recebido bastante atenção, o equilíbrio de Berge, é utilizada para modelar comportamentos altruísticos de jogadores, em situações de cooperação e reciprocidade, e foi

adaptado para as configurações do “Modelo de Grafos para Resoluções de Conflitos” (GMCR) por Vieira e Rêgo (2020).

O GMCR é o método sobre o qual este trabalho se debruça e cuja primeira publicação relevante sobre é de 1987 (KILGOUR *et al.*, 1987). Ele surgiu a partir da preocupação dos autores em oferecer ferramentas que pudessem melhor solucionar conflitos sobre a poluição, utilização dos recursos hídricos e outras disputas relacionadas ao meio ambiente e à mudança climática. Para desenvolver o GMCR, os autores utilizaram conceitos da Teoria dos Jogos e propuseram um modelo aplicado em decisões interativas ou situações de conflitos, em que a análise de estabilidade pode fornecer previsões, soluções de compromisso mútuo, ou ainda sugerir que a cooperação entre os envolvidos possa render melhores resultados. Muitas outras abordagens associadas surgiram para lidar com um grande conjunto de problemas que envolvem interações humanas, sejam elas cooperativas ou competitivas. Entre as contribuições mais recentes, Hipel *et al.* (2020) referem-se a uma abordagem que leve em consideração fatores que influenciem o comportamento dos decisores no âmbito do GMCR como um avanço futuro e desejado para esse campo de estudo.

Wang *et al.* (2019) propuseram a Análise Comportamental no GMCR, que se refere ao fato de que em alguns conflitos reais as informações de entrada e os resultados esperados são conhecidos, mas desconhecem-se que tipos de interações estratégicas dos decisores, mais adiante apresentadas como Conceitos de Solução, estão em consonância com as preferências conhecidas e um equilíbrio especificado. É imperativo destacar que, embora trate do comportamento dos DMs sob conflito, esta abordagem difere da que buscamos avaliar neste trabalho.

A dinâmica dos conflitos envolve, portanto, a tomada sucessiva de decisões por parte dos DMs baseadas nas suas preferências estritas, binárias, sobre cada um dos estados possíveis do conflito. Embora alguns estudos tenham tentado entender como alguns aspectos psicológicos afetam os conflitos, comportamentos que ferem a hipótese usual de racionalidade em Teoria da Decisão, mesmo tendo sido observados empiricamente, até onde sabemos pouco foram incorporados no âmbito do GMCR. Faltam, portanto, mais evidências empíricas de como fatores cognitivos influenciam a eficácia do método.

Enquanto no GMCR tradicional a modelagem considera que todos os DMs têm a mesma consciência sobre os elementos fundamentais envolvidos no conflito, há situações em que a presença de emoções negativas, informações assimétricas entre os decisores, ou

outras falhas da racionalidade, fazem com que DMs tenham percepções ou consciências distintas sobre um conflito.

Obeidi *et al.* (2003; 2005) discutem que os modelos matemáticos são limitados já que, por necessidade, são formais, sistemáticos e abstratos e que, embora esta simplificação tenha se provado útil e prática, os modelos de conflitos não conseguem considerar de forma adequada as dinâmicas relacionais e interpessoais, ou as emoções geradas por estas dinâmicas. Tendo consciência de que o processo de decisão pode ser influenciado também pelas emoções e pelas percepções dos decisores, os autores propuseram um novo método para modelar conflitos estratégicos levando em consideração aspectos emocionais permitindo explorar algumas consequências comportamentais nestes conflitos.

Em Obeidi *et al.* (2009a), dando continuidade à busca por uma estrutura teórica capaz de englobar o impacto da emoção e da percepção nos conflitos estratégicos, demonstraram que o princípio da possibilidade, bem como o modelo perceptivo de grafos e o sistema de modelos de grafos associados permitem que os tomadores de decisão vivenciem e vejam o conflito independentemente e de forma mais realista.

Obeidi *et al.* (2009b) propuseram o método de Análise de Estabilidade Percentual de um Sistema de Modelo de Grafo permitindo prever possíveis soluções e relevar a dependências destas previsões quando há discrepâncias nas formas como os DMs percebem o conflito.

Mais recentemente, Vieira e Rêgo (2020) redesenharam os conceitos de solução tradicionais do GMCR ao estudar conflitos com jogadores que desejam apenas o melhor para todos.

Este debate, ao englobar campos científicos tão diversos como a biologia, a matemática, a sociologia, a computação, a psicologia para tentar explicar o complexo comportamento humano, sem sombra de dúvidas, nos levará a muitos horizontes científicos.

Neste contexto, onde a premissa da racionalidade perfeita é uma hipótese forte, devemos levar em conta os vieses cognitivos que são anomalias sistemáticas do comportamento humano que desviam os agentes de comportamentos racionais. Para Kahneman *et al.* (1991), um comportamento é classificado de anomalia se ele é difícil de ser “racionalizado”, ou se suposições implausíveis são necessárias para explicá-lo. A realidade é que cometemos erros sistemáticos de julgamento e de percepção, ao invés de agirmos racionalmente, de acordo com a lógica e com as probabilidades. Esta condição imposta pela limitação humana nos leva à tomada de decisões viciadas. Vieses cognitivos têm sido

amplamente estudados em muitas áreas do conhecimento, como na psicologia (KAHNEMAN; TVERSKY, 1984), na economia comportamental (TRUC, 2020), nas políticas públicas (BENARTZI *et al.*, 2017) e na medicina (PENG *et al.*, 2013).

No contexto dos sistemas de informação, Arnott (2006), ao buscar aprimorar os sistemas computacionais de suporte à decisão, identificou 37 grupos de vieses cognitivos, como *framing effect*, aversão à perda, ancoragem, entre outros. Essas “anomalias” sugerem que a modelagem de processos decisórios que consideram racionais as preferências envolvidas podem levar a resultados ainda mais distantes da realidade. Estes desvios podem ser influenciados e reforçados ao serem explorados os erros sistemáticos do comportamento humano a partir de diferentes representações da realidade. Portanto, ao analisarmos conflitos com o objetivo de reduzir essas discrepâncias, esses fatores inerentes ao comportamento humano devem ser levados em consideração.

A Teoria de Decisão Comportamental foi proposta inicialmente por Edwards (1954) e, após inúmeras contribuições de diferentes autores, retomada por Phillips e Von Winterfeldt em 2007 (PHILLIPS; VON WINTERFELDT, 2007). Recentemente, Eisenführ, Weber, e Langer em 2010 estabeleceram a Teoria de Decisão Comportamental como "A abordagem de refletir sobre os quadros axiomáticos no domínio de teorias descritivas (...) voltadas para o nosso objetivo de apoio à decisão". Estes três autores também apontam que a Teoria dos Prospectos Cumulativa (TCP) proposta por Tversky e Kahneman (1992) é "atualmente a mais importante teoria da decisão descritiva sob incerteza".

Até os anos 1970, o comportamento irracional era tido como caótico e impossível de ser modelado. O modelo baseado na utilidade esperada foi adotado como a melhor aproximação para descrever o comportamento (ARROW, 1951; TVERSKY; KAHNEMAN, 1981). A Teoria do Prospecto publicada por Kahneman e Tversky em 1979 foi uma quebra de paradigmas. Foi a primeira teoria a incorporar o comportamento irracional de uma maneira realística, e ao mesmo tempo sistemática e acessível.

Para Wakker (2010), a TCP de Tversky e Kahneman (1992) é uma versão melhorada da Teoria do Prospecto do fim da década de 70. Ainda segundo o autor, para a correção do problema teórico da ponderação de probabilidades, utilizaram o conceito de utilidade rank-dependente de Quiggin (1982), e estenderam sua teoria para incorporar incertezas e ambiguidades (ou probabilidades desconhecidas), utilizando a utilidade subjetiva rank-dependente de Schmeidler (1989). Foi o encontro entre os achados empíricos de Kahneman e Tversky (1979) e as suposições teóricas de Gilboa (1987) e Schmeidler (1989).

A TCP incorpora princípios comportamentais dos DMs com base nas observações do processo real de tomada de decisão. Portanto, a forma como cada DM expressa suas preferências varia, a cada momento do desenvolvimento do conflito, de acordo com o cenário apresentado, com o *status quo* momentâneo, com percepções diferenciadas de perdas ou ganhos, variações de sensibilidade e muitos outros fatores.

No livro *Prospect Theory for Risk and Ambiguity* (Teoria do Prospecto para Risco e Ambiguidade), Wakker (2010) afirmara que “ainda hoje, 30 anos após seu surgimento, a Teoria do Prospecto ainda é a única teoria que pode fornecer todo o espectro necessário para representar decisões sob incerteza, com natural integração de risco e ambiguidade”. Ainda hoje, 2021, passados 11 anos da afirmação acima, é plausível afirmar que a Teoria do Prospecto permanece bastante influente, sendo objeto de grande número de estudos empíricos e experimentais. Truc (2020), em um interessantíssimo trabalho onde apresenta a genealogia da Economia Comportamental nos últimos 40 anos através da análise de citações em artigos científicos e visualizações em rede, mostra de forma quantitativa que, apesar das afirmações de que esta área de estudos é principalmente um empreendimento empírico, o campo é fortemente estruturado por contribuições teóricas e cresceu exponencialmente após os anos 1990. Em 2017 Richard Thaler foi laureado como o Nobel de Economia por sua contribuição ao campo das Finanças utilizando, entre outras coisas, a Teoria do Prospecto. Agora em 2021, o prêmio da Academia Real de Ciências da Suécia, o mais recente no momento em que este texto é escrito, foi para David Card, Joshua Angrist e Guido Imbens “por suas contribuições metodológicas para a análise das relações casuais”. Premiados separadamente, seus estudos demonstram como experimentos naturais, baseados no comportamento humano e em situações reais do cotidiano, ajudam a resolver importantes questões para a sociedade e que é possível identificar um efeito claro de uma intervenção no comportamento das pessoas, mesmo que não se possa controlar quem participa do experimento.

Em seu trabalho seminal, Kahneman e Tversky (1979) demonstram que as preferências dos indivíduos em situações de busca por risco, ou de aversão ao risco, podem ser influenciadas pela exposição destes indivíduos a informações logicamente equivalentes, mas apresentadas, enquadradas (*framed*), em termos de ganhos ou perdas. No famoso exemplo que aborda o problema da doença asiática, Tversky e Kahneman (1981) demonstram o efeito *framing* e concluem afirmando que “as pessoas tendem a preferir situações de aversão ao risco em situações onde o ganho potencial é destacado, e preferem

opções de busca por risco quando uma informação logicamente equivalente é apresentada com ênfase nas possíveis perdas”. Wakker *et al.* (2010) explicam que o efeito *framing* significa que maneiras diferentes e logicamente equivalentes de formular um mesmo problema de decisão podem influenciar diferentemente as decisões. Comportamentos como este foram descritos e estudados na TCP e amplamente testados ao longo das últimas décadas. Muitos estudos empíricos confirmam estes achados iniciais.

Capraro *et al.* (2022), em artigo submetido à publicação cujo título já demonstra a dicotomia entre razão e compreensão: *From outcome-based to language-based preferences*, “De preferências baseadas no retorno para preferências baseadas na linguagem”, realizam uma ampla revisão da literatura sobre modelos que tentam explicar o comportamento humano em interações sociais em jogos com retornos monetários. O estudo traz uma quantidade crescente de estudos que mostram que as pessoas reagem à linguagem que descreve as ações disponíveis. Entre as conclusões, os autores argumentam que “a economia comportamental está no meio de uma mudança de paradigma em direção a preferências baseadas na linguagem, o que exigirá uma exploração de novos modelos e configurações experimentais”. A principal mensagem do estudo é que os retornos monetários associados às ações não são suficientes para explicar completamente o comportamento das pessoas e que os modelos econômicos de comportamento devem levar em conta a linguagem utilizada.

Ainda entre os estudos mais recentes, Ruggeri *et al.* (2020) encontraram subsídios para apoiar a influência efeito de *framing*, ou viés de enquadramento, em situações de escolha sob risco com base em estudo realizado em dezenove países e diferentes contextos.

No caso do *framing*, o desvio do resultado racionalmente esperado é previsível e, em muitos casos, pode ser explicado pelo viés de aversão à perda, onde os humanos apresentam diferentes sensibilidades em relação a perdas e ganhos. A aversão à perda significa que as perdas são mais pesadas do que os ganhos nas decisões.

É importante observar que durante o processo de modelagem do conflito, diferentes etapas podem ser impactadas por vieses cognitivos, como o *framing*, uma vez que o julgamento humano está presente em muitas delas como, a geração de alternativas, a descrição de cenários ou o método escolhido para elicitare as preferências. Vamos nos concentrar na etapa de elicitação, ou seja, de obtenção das preferências dos decisores sobre os estados do conflito e objetivamente testar se a alteração da perspectiva do questionamento “e se?” produzirá diferentes resultados na Análise de Equilíbrio. Ou seja, se ao invés de

elicitarmos as preferências sob a ótica do que os DMs preferem, perguntarmos o que eles não preferem, obteremos equilíbrios distintos?

Neste trabalho, demonstramos que as consequências do viés cognitivo de enquadramento, efeito *framing*, influenciam os resultados da Análise de Estabilidade do GMCR. Ou seja, já que as pessoas tomam decisões diferentes quando apresentadas a opções logicamente equivalentes mas com enquadramentos diferentes, mostramos como este efeito influencia os equilíbrios possíveis de um conflito ao perguntarmos aos DM as suas listas de preferências sobre os estados quando apresentados cenários equivalentes, mas enquadrados de forma diferente. Adicionamos ao método tradicional definições capazes de capturar as incertezas de preferência que emergem do processo de elicitação onde os decisores são apresentados a um mesmo problema enquadrado de formas diferentes. Ao final, propusemos um método que torna possível a análise de conflitos sob estas condições e o demonstramos em um conflito inédito real.

1.1 Objetivo

Este trabalho tem como objetivo propor uma nova abordagem capaz de considerar as incertezas geradas pelo viés cognitivo de Enquadramento ao analisarmos conflitos utilizando o GMCR.

1.1.1 Objetivos Específicos

- Revisar a bibliografia referente ao GMCR e às falhas da racionalidade humana.
- Demonstrar as influências do viés cognitivo de enquadramento, efeito *framing*, nos resultados da Análise de Estabilidade do GMCR.
- Propor um método de elicitação de preferências de priorização de opções alternativo para capturar as incertezas geradas pelo efeito *framing*.
- Definir as relações lógicas e matriciais que representam as incertezas para conflitos com n decisores e 2 enquadramentos, e n -decisores e n enquadramentos.
- Utilizar os conceitos de preferências incertas para abordar as consequências o efeito *framing* na análise de estabilidade do GMCR.

- Propor e provar teoremas que demonstrem as relações entre os principais conceitos de equilíbrio da literatura e os equilíbrios obtidos a partir da nova abordagem proposta.
- Codificar computacionalmente o método proposto.
- Aplicar a nova metodologia o tratar os problemas de enquadramento para modelar e analisar o Conflito dos Viadutos do Cocó – CVC, na cidade de Fortaleza.
- Analisar qualitativamente os resultados obtidos.

1.2 Estrutura geral do documento

Esta dissertação está dividida em 6 capítulos, sendo os demais capítulos, além deste introdutório, divididos como segue. No Capítulo 2 apresentamos a fundamentação teórica para o entendimento do que se almeja desenvolver no trabalho. Ela inclui explicações sobre a Teoria dos Jogos, Racionalidade Limitada e definições sobre o GMCR e Preferências Incertas. Ainda no Capítulo 2, trazemos as definições dos conceitos usuais de estabilidade, suas extensões para tratar preferências com incerteza e suas representações matriciais. Uma descrição ilustrativa do problema abordado no trabalho é apresentada no Capítulo 3. No Capítulo 4, definimos as matrizes de incertezas provocadas pelo viés de enquadramento para o caso de conflitos com 2 enquadramentos e n decisores, e generalizamos para casos com n enquadramentos e n decisores. Ao final do Capítulo 4, propusemos e provamos teoremas que interrelacionam conceitos de solução no escopo do problema abordado. No Capítulo 5 apresentamos a aplicação dos métodos propostos para a modelagem, elicitacão de preferências e análises de estabilidade de um conflito real, o Conflito dos Viadutos do Cocó na cidade de Fortaleza. O Capítulo 6 apresenta as conclusões baseadas no desenvolvimento do assunto e as sugestões para pesquisas futuras.

2 REFERENCIAL TEÓRICO E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

“A ‘máquina de fazer sentido’ produz interpretações simples e coerentes do mundo através da negação da ambiguidade que existe, fazendo você escolher uma interpretação do mundo em particular em detrimento de outras possíveis, o que nos faz viver, subjetivamente, em mundo muito mais simples do que ele realmente é.”

(KAHNEMAN, 2016)

2.1 Teoria dos Jogos

Tradicionalmente, a Teoria dos jogos analisa a interação de agentes racionais e inteligentes. Segundo (RAPOPORT, 1974), a Teoria dos Jogos pode ser definida formalmente como a teoria da decisão racional em situações de conflito. Seguindo os fundamentos da Teoria da Decisão e das Ciências Econômicas, o comportamento racional é aquele impulsiona o indivíduo a tomar ações que proporcionem, às vistas do seu entendimento, maximizar a recompensa que deriva da ação realizada. Tecnicamente, o comportamento racional é aquele que busca maximizar a utilidade esperada.

Myerson (1991) esclarece o conceito de jogador inteligente afirmando que este conhece todos os aspectos envolvidos no jogo, inclusive tudo o que os outros jogadores sabem, e que pode usar este conhecimento para inferir e planejar acertadamente as suas decisões. Já sobre o jogador racional, o autor afirma que ele deve tomar decisões consistentemente na busca dos seus objetivos próprios, ou seja, na busca por maximizar o valor esperado de sua própria recompensa, medida em alguma escala de utilidade.

Além do conjunto de DMs, jogadores racionais e inteligentes, modelos destas situações de conflito, observadas sob a ótica da Teoria dos Jogos, envolvem também um conjunto de ações disponíveis para cada jogador; um conjunto de resultados, cada um deles associados a um conjunto de ações escolhidas pelos jogadores participantes do jogo; e um conjunto de retornos para cada um dos jogadores em cada um dos possíveis resultados.

Supondo que cada jogador é individualmente racional, a sua ordem de preferências é determinada pela ordem de magnitude dos retornos esperados associados a cada possível resultado. Ainda mais, cada jogador supõe que os demais jogadores também sejam racionais, o que permite a cada um deles avaliar suas escolhas de estratégias levando em consideração também os retornos esperados pelos demais jogadores. Como geralmente as ordens de

grandezas dos retornos e conseqüentemente as preferências não coincidem para todos os jogadores, um jogo de estratégia é um modelo de uma situação que envolve conflitos de interesses.

Para Tadelis (2013), um jogador precisa entender três aspectos para escolher melhor qual decisão tomar. Ainda segundo o autor, estes três fatores nos fornecem definições que podem ser aplicadas a qualquer problema de decisão:

- i. Ações: são as alternativas disponíveis para o jogador escolher;
- ii. Resultados: são as possíveis conseqüências que podem resultar da combinação das ações escolhidas pelos jogadores;
- iii. Preferências: descrevem como o jogador classifica o conjunto de possíveis resultados, do mais desejado para o menos desejado.

A origem da Teoria dos Jogos recai sob a análise de jogos de “soma constante” com dois participantes, ou seja, em cada possível resultado a soma das utilidades é constante. Nesses tipos de jogos, os resultados nunca são conciliáveis, ou seja, sempre que um jogador obtém vantagem, o outro estará em desvantagem na mesma magnitude.

O teorema fundamental da Teoria dos Jogos, provado pelo húngaro John Von Neuman (1928), afirma que todo jogo de soma constante com 2 jogadores e um número finito de estratégias tem uma solução em que cada jogador possui pelo menos uma estratégia ótima. Além disso, caso haja vários equilíbrios, estes serão todos intercambiáveis, ou seja, serão absolutamente equivalentes pois promoverão as mesmas utilidades aos jogadores (RAPOPORT, 1974). Os estudos avançaram nos anos de 1920, 30 e 40 até que em 1944 Von Neuman e Oskar Morgensten escreveram o livro seminal da Teoria dos Jogos, *Theory of Games and Economic Behavior* (Princeton University Press, 1944), que propôs uma precisa representação dos jogos em forma matemática, como também um método geral para analisar o comportamento dos jogadores que poderia ser aplicado a uma pequena classe de jogos.

Na difícil tentativa de estender o teorema acima para jogos de soma não constante e com mais de dois jogadores, destaca-se o famoso estudo de Nash (1950), que provou que todo jogo não cooperativo e com um número finito de jogadores e estratégias possui pelo menos um equilíbrio. No entanto, se um jogo possui vários equilíbrios eles não são necessariamente intercambiáveis. Os achados de John Nash, que distinguiu jogos

cooperativos e não-cooperativos e criou o conceito de “comportamento racional”, realmente atiçaram o interesse por este campo de estudo na segunda metade do século XX.

Embora seja uma simplificação da realidade, a Teoria do Jogos mostrou-se útil em muitos casos ao longo dos anos. Desde os anos 50, especialmente após o fim da II Guerra Mundial, e até os dias de hoje, economistas, matemáticos, estatísticos e, mais recentemente, psicólogos, têm enriquecido os fundamentos da Teoria dos Jogos e gradualmente vêm construindo um conjunto vasto de ferramentas muito poderosas e influentes para os diversos campos científicos.

2.2 Racionalidade Limitada

Racionalidade Limitada, BR do inglês *bounded rationality*, representa a ideia de que os indivíduos são limitados racionalmente durante o processo de tomada de decisão. Entre os fatores responsáveis pela BR, podemos listar informações incompletas, limitações cognitivas naturais da mente humana e restrições temporais. O termo foi cunhado inicialmente pelo economista americano, ganhador do Prêmio Nobel de Economia de 1978, Herbert Simon que o propôs como uma versão mais realisticamente adequada da “racionalidade perfeita” assumida pelos economistas neoclássicos (SIMON, 1982).

A BR é um dos pilares da Teoria da Escolha Racional (SIMON, 1955; TVERSKY; KAHNEMAN, 1986; HEAP *et al.*, 1992). Embora a origem dos estudos sobre a racionalidade humana tenha raízes distantes, mais recentemente a modelagem do comportamento humano frente às escolhas tem se mostrado uma abrangente e desafiadora área interdisciplinar a partir dos trabalhos pioneiros de psicólogos cognitivos e economistas comportamentais nos anos 1980 (TVERSKY; KAHNEMAN, 1981; GÜTH, 2000).

Em sua tese inicial, Simon argumenta que os agentes racionais agem sob três barreiras intransponíveis que limitam o potencial de otimalidade de suas decisões:

- i. Sobre as alternativas possíveis e suas consequências, somente informações incompletas, e muitas vezes não confiáveis, estão disponíveis;
- ii. A mente humana possui uma capacidade limitada para processar e para avaliar as informações disponíveis;

- iii. Em muitas situações, questões temporais impõem um limite de tempo para tomar uma decisão.

A imperfeição e/ou a sobrecarga de informações afetam a ação de todos os agentes que são confrontados com cenários em que decisões precisam ser tomadas. A limitação de tempo serve para agravar o impacto dos dois outros fatores. O resultado desta combinação é a persistência, a intensidade e a gravidade de erros sistemáticos de julgamento. Portanto, os estudos de como os humanos tomam decisões subótimas confundem-se com os que buscam entender os motivos que os levam a cometer erros.

Há vários modelos teóricos que servem para testar os parâmetros da BR (STAHL; HARUVY, 2008). Para exemplificar, podemos citar os populares Jogo do Dilema do Prisioneiro, (RAPOPORT; DALE, 1967) e o Jogo da Centopeia, (ROSENTHAL, 1981), que apresentam evidentes *trade-offs* entre os interesses próprios de cada jogador e os benefícios de cooperarem mutuamente.

Axelrod (1984), ao estudar jogos evolucionários, considera que ao formularmos abstratamente um problema de cooperação, como o Dilema do Prisioneiro, muitas características que tornam cada interação real um evento único são deixadas de lado. São deixadas de lado por exemplo, a possibilidade de comunicação verbal, a influência de terceiros, os problemas da implementação de escolhas, a incerteza sobre a jogada anterior do oponente etc. Estas limitações, no entanto, permitem que algumas características sutis da interação sejam melhor compreendidas e talvez fossem imperceptíveis no ambiente complexo nas quais as escolhas reais são feitas. O economista Dani Rodrik, em seu *best seller* de 2015 “*Economics Rules – The rights and wrongs of the dismal science*, sem tradução para o português, (RODRIK, 2015), argumenta que o que torna um determinado modelo indispensável, quando bem usado, é a capacidade de ele capturar os mais relevantes aspectos da realidade em um dado contexto. Adiante, arremata com “teorias são, na realidade, apenas modelos”.

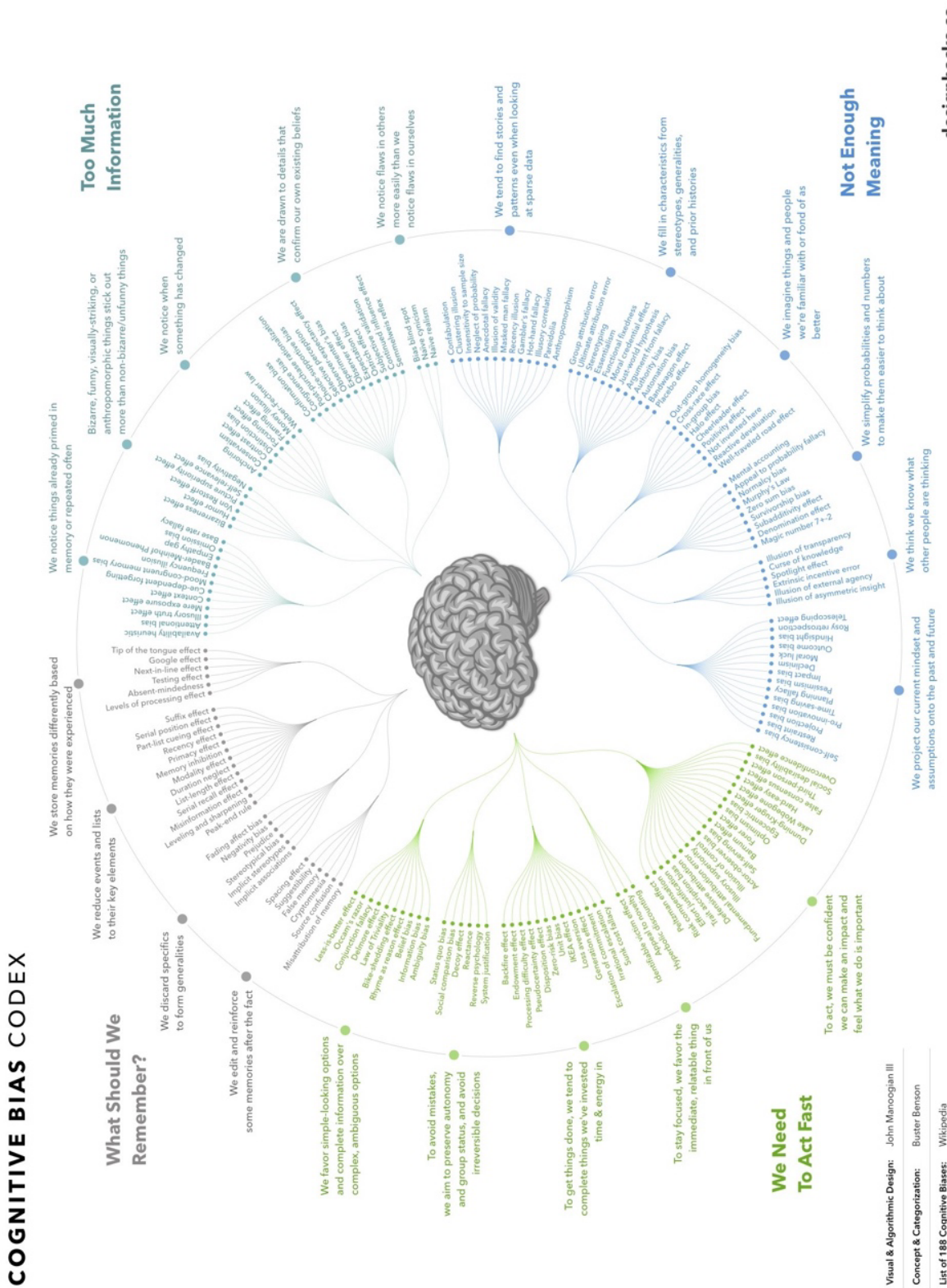
Arrow (1951) e Tversky e Kahneman (1981), logo nas primeiras palavras, justificam seus trabalhos no fato de que, embora as “explicações e previsões das escolhas das pessoas, na vida cotidiana e também na teoria, sejam geralmente encontradas na suposição da racionalidade humana”, as teorias baseadas na racionalidade, na utilidade esperada, não conseguem fazê-lo por causa das “imperfeições humanas de percepção e decisão”.

Osborne e Rubinstein (1994), ao apresentarem princípios de equivalência entre jogos representados em forma extensiva, afirmam que jogos baseados em uma concepção de racionalidade, ou seja, que ignoram certas limitações da razão humana, mostraram-se inconsistentes com as descobertas de Tversky e Kahneman (1986) onde mesmo pequenas alterações na estrutura de um problema podem afetar dramaticamente o comportamento dos participantes.

Estas limitações da cognição humana são conhecidas como “vieses cognitivos”. A suposição básica é de que o cérebro recorre à atalhos, heurísticas, para tomar suas decisões, uma vez que não é capaz processar todas as informações (BARON, 2008; KAHNEMAN, 2012). Para Arnott (2006), vieses cognitivos são comportamentos mentais que prejudicam a qualidade da decisão de um número significativo de decisões para um número significativo de pessoas; e são inerentes ao raciocínio humano. Para o autor, uma maneira de ver os vieses cognitivos são os desvios da racionalidade. Uma grande variedade de vieses cognitivos está descrita na literatura e são comumente chamados de vieses de decisão, ou de julgamento. Arnott (2006), após uma detalhada revisão na literatura, identificou 37 vieses cognitivos, organizados em categorias. A taxonomia apresentada por Arnott (2006) organiza os vieses em categorias como vieses de memória, estatística, confiança, apresentação etc. Kahneman (2003) afirma que os vieses comportamentais, de tomada de decisão e de crença representam as principais linhas de pesquisa tanto na psicologia social, quanto na economia comportamental. A Figura 1 é uma representação dos vieses conhecidos e extensivamente estudados até o presente momento.

Para Varian (2015), a Economia Comportamental trata da forma como os consumidores fazem suas escolhas na realidade, empregando alguns *insights* da psicologia para desenvolver previsões sobre as escolhas feitas. Camerer *et al.* (2004) iniciam seu trabalho afirmando que no centro da economia comportamental está a convicção de que aumentar o realismo dos fundamentos psicológicos da análise econômica melhorará o campo da economia em si - criando *insights* teóricos, fazendo melhores previsões de fenômenos de campo e sugerindo melhores políticas. Embora sob certa rejeição por parte dos economistas da ortodoxia, do racionalismo neoclássico, aspectos comportamentais têm sido paulatinamente incorporados, de forma complementar, aos modelos tradicionais como importantes ferramentas para compreensão e análise dos mais diferentes cenários (econômicos ou não), para o aprimoramento de modelos existentes, mas também como componentes de uma nova teoria que tenta explicar melhor a realidade.

Figura 1 - Listagem e categorização de 188 vieses cognitivos listados e referenciados na Wikipédia



Fonte: Buster Benson. Disponível em <https://betterhumans.pub/cognitive-bias-cheat-sheet-55a472476b18> Acesso em: 10 fev. 2022.

A Teoria do Prospecto, proposta por Tversky e Kahneman (1986), distingue duas fases no processo de escolha: o enquadramento e a avaliação. Na fase de enquadramento, o DM constrói uma representação das ações, das contingências, das restrições e dos resultados que são relevantes para a sua decisão. Na fase de avaliação, o DM avalia o valor de cada cenário futuro potencial para tomar a sua decisão.

Neste trabalho, nos deteremos ao viés de enquadramento e as suas consequências (*framing effect*), incorporando-o ao processo de resoluções de conflitos utilizando o GMCR. Tversky e Kahneman (1992) consideram que a Teoria da Escolha Racional assume a invariância de descrição, ou seja, formulações equivalentes de um determinado problema de escolha devem dar origem a um mesmo ordenamento de preferências (ARROW, 1982). No entanto, contrariando esta suposição, há inúmeras evidências de que variações da forma de apresentar um problema (por exemplo em termos de perdas ou ganhos) geram preferências sistematicamente diferentes. Tversky e Kahneman (1981) apresentam o *framing effect* como o fenómeno em que “mudanças aparentemente inconsequentes na formulação do problema de escolha causam significantes mudanças de preferência do decisor”. Os autores descrevem que a atratividade relativa das opções varia quando o mesmo problema de decisão é estruturado, enquadrado (*framed*) de maneiras diferentes. Em muitas situações, essa descoberta leva o tomador de decisão a reconsiderar as preferências originais, mesmo quando não há uma maneira simples de resolver a inconsistência, mas em várias situações de conflito não se pode voltar atrás. No estudo, os autores demonstram os efeitos das variações de enquadramento através do, que viria a se tornar, clássico problema da Doença Asiática. O efeito é apresentado através dos resultados de uma pesquisa real realizada com estudantes da *University of British Columbia* que responderam os questionários em sala de aula. O número total de respondentes é denotado por N, e a percentagem dos que escolheram cada opção é apresentada entre chaves.

“Problema 1 [N = 152]: *Imagine que os Estados Unidos esteja se preparando para o surgimento de uma Doença Asiática incomum que, espera-se, matará 600 pessoas. Duas alternativas de programas para combater a doença são propostas. Assuma que as estimativas científicas exatas das consequências dos programas são como as descritas a seguir:*

- Se o Programa A for adotado, 200 pessoas serão salvas. [72 por cento]

- Se o Programa B for adotado, existe 1/3 de probabilidade que 600 pessoas serão salvas, e 2/3 de probabilidade que ninguém será salvo.
[28 por cento]

A opção mais apontada no Problema 1 é de aversão ao risco: o programa apresentado da forma em que onde 200 vidas certamente serão salvas é mais atrativo que uma perspectiva de risco de igual valor esperado, ou seja, uma chance em três de salvar 600 vidas.

A um segundo grupo de estudantes foi apresentado uma versão do Problema 1 com uma formulação diferente das alternativas dos programas, como segue:

Problema 2 [N = 155]:

- Se o Programa C for adotado, 400 pessoas morrerão. [22 por cento]
- Se o Programa D for adotado, existe 1/3 de chance de ninguém morrer, e 2/3 de probabilidade que 600 pessoas morrerão.
[78 por cento]

A opção mais apontada no Problema 2 é de propensão ao risco: a morte certa de 400 pessoas é menos aceitável que 2/3 de chance que 600 morram.

As preferências nos problemas 1 e 2 ilustram um padrão comum: escolhas envolvendo ganhos são geralmente avessas ao risco, e escolhas envolvendo perdas são geralmente propensas ao risco. No entanto, é fácil observar que os dois problemas são efetivamente idênticos. A única diferença é que o Problema 1 enfatiza os retornos em função das vidas salvas, enquanto o Problema 2 em função das vidas perdidas. Esta mudança é acompanhada de uma pronunciada mudança de aversão ao risco para propensão ao risco.”

A susceptibilidade a esse tipo de efeito é uma preocupação especial no domínio da tomada de decisão devido à ausência de padrões objetivos. Ainda no estudo, os autores salientam que quando se consideram os aspectos intertemporais dos conflitos, geralmente o DM não está ciente dos potenciais efeitos dos diferentes enquadramentos do cenário de

decisão sobre as suas preferências. Ou seja, o agente que vê um problema de uma perspectiva temporal particular geralmente não está ciente das visões conflitantes que as perspectiva futuras oferecerão.

Para Tversky e Kahneman (1981), o efeito *framing* evidencia os seguintes aspectos da psicologia da escolha. Indivíduos que enfrentam um problema de decisão e têm uma preferência definida:

- i. podem ter preferências diferentes para o mesmo problema formulado (*framed*) de maneiras diferentes;
- ii. normalmente desconhecem os *frames* alternativos e seus efeitos potenciais sobre a atratividade relativa das opções;
- iii. gostaria que suas preferências fossem independentes do *frame*, mas;
- iv. muitas vezes não sabem como resolver as inconsistências detectadas.

Na pesquisa e classificação realizada por Arnott (2006), o *framing effect* está relacionado na categoria de viés de apresentação. O autor argumenta que os vieses cognitivos desta categoria não devem ser considerados apenas como uma preocupação com a exibição dos dados. Eles atuam para influenciar a forma como as informações são percebidas e processadas e são alguns dos mais importantes vieses do ponto de vista da tomada de decisão.

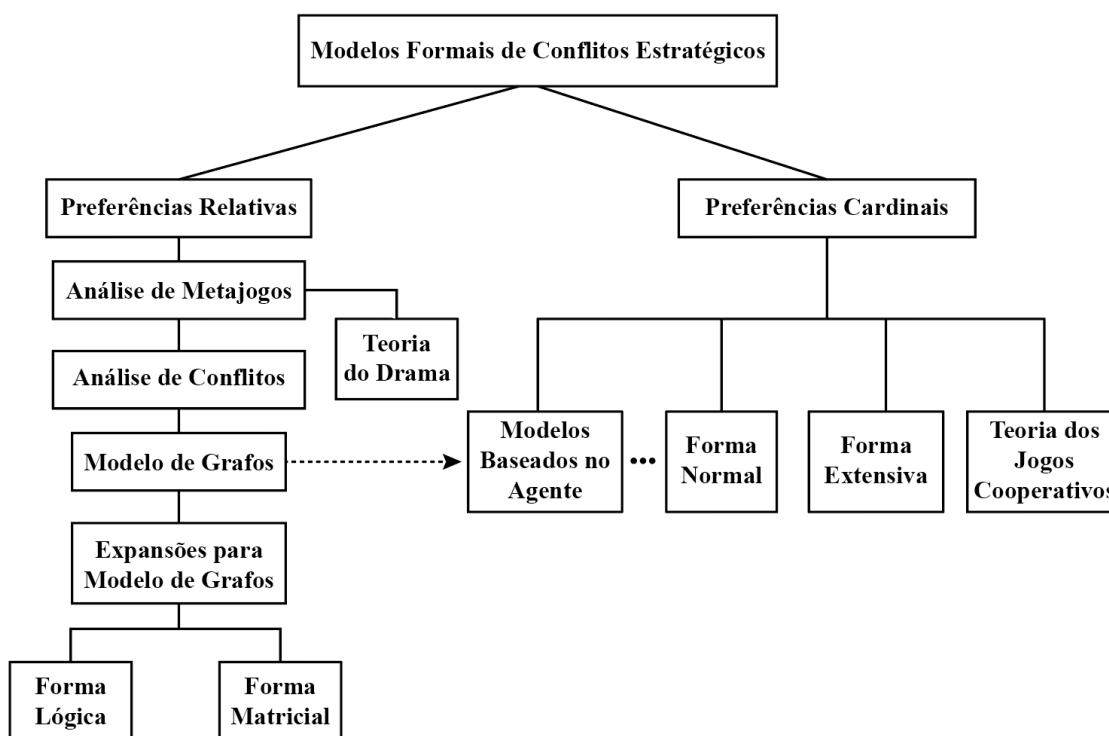
É naturalmente esperado que ao estudar problemas de escolha mais complexos, que levem em conta mais aspectos que possam distanciar o decisor de um agente perfeitamente racional, o estudo da decisão, especialmente sob incerteza, envolve uma quantidade cada vez maior de ruído nos dados e, além disso, surgem muitos fenômenos que são ainda carentes de explicação. Os avanços contínuos e interdisciplinares nessa área buscam, portanto, os melhores resultados possíveis, mesmo que sabidamente imperfeitos. Tversky e Kahneman (1992), comentaram sobre esse ponto: “As teorias da escolha são, na melhor das hipóteses, aproximadas e incompletas. Uma razão para essa avaliação pessimista é que a escolha é um processo contínuo e incidental. Quando se deparam com problemas complexos, pessoas empregam uma variedade de heurísticas com a intenção de simplificar a representação e a avaliação das possibilidades. Este procedimento inclui atalhos ‘computacionais’, operações de edição, como eliminar componentes comuns e descartar diferenças não essenciais (Tversky, 1969)”.

2.3 O Modelo GMCR

Para permitir que pesquisadores e profissionais escolham de forma mais eficiente quais ferramentas de Teoria dos Jogos mais se adequam aos seus estudos e/ou necessidades, é necessário classificá-las. Os critérios de classificação, segundo Fang *et al.* (1993), incluem os tipos de informações de preferências, o número de DMs, o número de opções ou ações, o tamanho do conflito, tipos de comportamento humano, tipos de informações disponíveis, tipos de incerteza e nível de cooperação que pode variar de competição fortemente não cooperativa a níveis crescentes de cooperação até uma coalização universal.

Uma classificação dos métodos de Teoria dos Jogos com base nos tipos de preferências foi sugerida por Hipel e Fang (2005) e leva em consideração preferências relativas, ou ordinais, ou seja, sob as quais não há valoração de grandeza, e as preferências cardinais. A Figura 2 abaixo apresenta esta classificação.

Figura 2 - Modelos formais de tomada de decisão com múltiplos participantes



Fonte: Próprio autor, traduzida de Hipel e Fang (2005).

O Modelo de Grafos para Resolução de Conflitos (GMCR) está entre os modelos baseados em preferências relativas, ou não quantitativas, que são especialmente úteis para lidar com conflitos sociais do mundo real. O GMCR deriva da metodologia de Análise de Metajogos, desenvolvida por Howard (1971), expandida por Fraser e Hipel (1979, 1984) para metodologia de Análise de Conflitos que, aperfeiçoada por Kilgour *et al.* (1987) e Fang *et al.* (1993), fez surgir o GMCR.

Com um sólido arcabouço matemático que o torna ideal para investigação sistemática de conflitos do mundo real, (XU *et al.*, 2018; RÊGO *et al.*, 2021a), o GMCR desempenha um importante papel no enfrentamento de problemas de decisão complexos envolvendo vários decisores, cada um com seus valores, objetivos e preferências. Através do GMCR podem ser modelados problemas dos mais simples aos mais sofisticados, fornecendo análises tanto descritivas, quanto normativas.

Para Hipel *et al.* (2020), os principais recursos que são incorporados à modelagem de todas as técnicas para investigar conflitos listadas no ramo esquerdo da classificação apresentada anteriormente incluem a capacidade de lidar com:

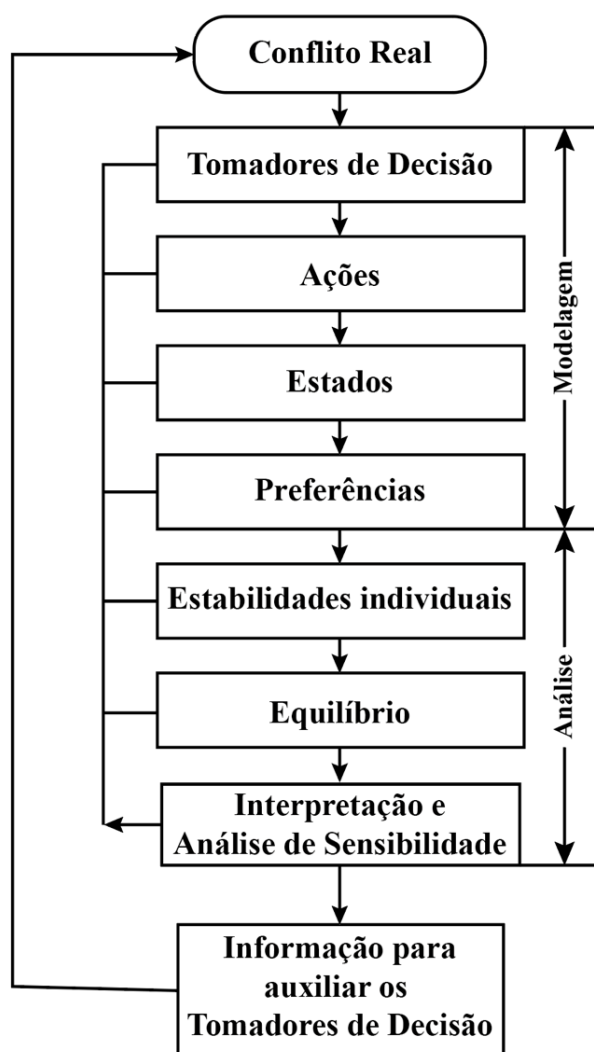
- i) Informações de preferências relativas, incluindo relações transitivas e intransitivas. Preferências são transitivas para um DM se um determinado cenário a é preferido à b e b à c , então a é preferido à c . No entanto, sob preferências intransitivas, pode ocorrer que um cenário c seja preferido ou pelo menos tão desejável quanto o cenário a .
- ii) Um número finito de DMs e opções, ou ações que cada DM controla na disputa.
- iii) “Pensamento de enxadrista” (*chess-like thinking*) para determinar a estabilidade em que um DM considera se é benéfico tirar vantagem de uma melhoria unilateral, *unilateral improvement* (UI), para passar para um estado preferido, tendo em mente que um ou mais dos outros DMs podem mover-se para sancionar as UIs e, assim, colocar o DM focal em uma situação pior fazendo com que o estado fique estável se todas as UIs do DM focal puderem ser bloqueadas. As possíveis maneiras pelas quais os DMs podem pensar o conflito são matematicamente capturadas pelos “conceitos de solução”, ou “definições de estabilidade”. Se um determinado estado é estável para todos

os DMs de acordo com algum conceito em particular, ele é chamado de equilíbrio ou de solução potencial.

- iv) Os movimentos unilaterais possíveis ou não de serem realizados pelos DMs em qualquer direção.

A Figura 3 a seguir apresenta o procedimento geral de aplicação do GMCR.

Figura 3 - Aplicação do Modelo de Grafos para Resolução de Conflitos



Fonte: Próprio autor, traduzida de Fang *et al.* (1993).

As setas de retorno indicam que o procedimento de aplicação GMCR é realizado de forma iterativa. Sempre que novos *insights* ou informações são encontrados em qualquer ponto nos estágios de modelagem e análise, pode-se retornar a uma etapa para fazer as mudanças necessárias antes de continuar com o estudo.

2.3.1 Definição formal do modelo GMCR

Há várias maneiras de se definir formalmente um conflito à luz da Teoria dos Jogos. Xu *et al.* (2018) afirmam que, com suas vantagens e desvantagens, a Forma Normal e a Forma de Opções são convenientemente úteis para a determinação dos Estados Viáveis do conflito, ou seja, aqueles estados que são possíveis de serem alcançados dadas as ações dos DMs. Os autores ressaltam ainda que, para conflitos com um grande número de DMs, é importante a utilização de recursos computacionais para gerar o conjunto matematicamente possível de estados. O Modelo de Grafos é mais uma das formas possíveis de se representar e analisar um conflito.

O GMCR utiliza um conjunto de grafos direcionados para representar um conflito, como definido a seguir:

$$G = (N, S, \{A_i, \succsim_i, i \in N\}),$$

Em que:

- i. N é um conjunto finito, não vazio, chamado de conjunto de DMs, $N = \{1, 2, \dots, n\}$
- ii. S é um conjunto finito, não vazio, chamado de Estados Viáveis, $S = \{s_1, s_2, \dots, s_u\}$
- iii. Para cada DM i , $A_i \subseteq S \times S$ é o conjunto de arcos orientados do i -ésimo DM, que contém os movimentos unilaterais, UMs, controlados pelo DM i .
- iv. E uma estrutura de preferências sobre o conjunto de estados S para o DM i , \succsim_i , que será apresentada na sequência.

Note, portanto, que $G_i = (S, A_i)$, é um grafo direcionado em relação ao DM i onde S representa o conjunto de vértices e que cada arco orientado em $A_i \subseteq S \times S$ indica que o DM i pode mover-se unilateralmente, em um passo, a partir do estado inicial do arco para o estado final do mesmo arco. Por exemplo, se o DM i pode mover-se unilateralmente do estado s_k para o estado s_w , então deverá haver um arco orientado de s_k para s_w em A_i . Esta representação permite ainda a possibilidade de representar movimentos irreversíveis, onde o DM i pode mover-se de s_k para s_w , mas não de s_w para s_k . Além do mais, o modelo de grafos descreve de forma mais natural os possíveis movimentos de mudança de estado decorrentes

das escolhas dos DMs envolvidos no conflito que o fazem evoluir a partir destas mudanças. Nas palavras de Xu *et al.* (2018), a evolução de um conflito pode ser vista como começando de um *status quo* (estado inicial) e, em seguida, passando de um estado para outro, de acordo com movimentos e contramovimentos controlados por DMs individualmente, até que eventualmente pare em algum estado, como um equilíbrio ou um conceito de solução.

Em suma, o GMCR contém os DMs, os Estados Viáveis, os movimentos controlados por cada DM e as informações de preferências.

2.3.2 Estrutura de preferências

As informações de preferências têm um importante papel na análise de conflitos. O GMCR descreve as preferências de cada DM i sobre o conjunto S de estados do conflito. Fang *et al.* (1993) e Xu *et al.* (2018) apresentam a estrutura de preferências para o DM i como uma relação binária sobre qualquer par de estados s representados pelos símbolos \succ_i e \sim_i , onde $s_1 \succ_i s_2$ significa que o DM i prefere o estado s_1 estritamente ao estado s_2 . Já a relação $s_1 \sim_i s_2$ indica que o DM i prefere igualmente os estados comparados ou é igualmente indiferente a eles. Da ausência de preferência estrita deriva-se ainda a preferência fraca, ou seja, $s_1 \succsim_i s_2$ se $s_2 \not\succ_i s_1$. A indiferença pode ainda ser definida como preferência fraca em ambas direções, ou seja, $s_1 \sim_i s_2$ se $s_1 \succsim_i s_2$ e se $s_2 \succsim_i s_1$. Além disso, as relações de preferência para cada DM sujeitam-se às seguintes propriedades:

- i) \succ_i é assimétrica, ou seja, as condições $s_1 \succ_i s_2$ e $s_2 \succ_i s_1$ não podem coexistir.
- ii) \sim_i é reflexiva e simétrica, ou seja, se $s_1, s_2 \in S$, então $s_1 \sim_i s_1$ e, se $s_1 \sim_i s_2$, então $s_2 \sim_i s_1$.
- iii) Pode-se ainda dizer que a estrutura de preferência $\{\succ_i, \sim_i\}$ é fortemente completa o que indica que todos os estados podem ser comparados, ou seja, se $s_1, s_2 \in S$, então ou $s_1 \succ_i s_2$, ou $s_1 \sim_i s_2$ ou $s_2 \succ_i s_1$.

A partir da comparação entre os Estados Viáveis por cada DM sob a sua estrutura de preferências, um ordenamento de estados preferíveis é obtido para cada DM. Os autores descrevem ainda dois tipos de ordenamento.

Uma relação de preferências \succ_i representa um ordenamento fraco (*weak-order structure*) se e somente se existe uma função de consequência $G_i : S \rightarrow R$, tal que:

$$\begin{aligned} s_1 \succ_i s_2 &\Leftrightarrow G_i(s_1) > G_i(s_2), \\ s_1 \sim_i s_2 &\Leftrightarrow G_i(s_1) = G_i(s_2). \end{aligned}$$

Neste tipo de estrutura de preferências, números inteiros positivos são usados como valores da função de consequências, onde números maiores representam estados mais preferidos.

O segundo tipo de ordenamento, é chamado de estrutura totalmente ordenada (*total-order structure*), onde relação binária \succ_i representa uma estrutura totalmente ordenada se e somente se existe uma função de consequência $G_i : S \rightarrow R$, tal que:

$$\begin{aligned} s_1 \succ_i s_2 &\Leftrightarrow G_i(s_1) > G_i(s_2), \\ G_i(s_1) = G_i(s_2) &\Rightarrow s_1 = s_2. \end{aligned}$$

Um ordenamento total é também chamado de ordenamento simples, ou ordenamento linear. No contexto da análise de conflitos, (FRASER; HIPEL, 1984), preferências totalmente ordenadas são chamadas de estritamente ordinais. Cada ordenamento fraco \succ_i em um conjunto finito S pode ser escrito como uma permutação de estados com o elemento mais preferido à esquerda e o menos preferido à direita, e elementos equivalentes ocupando “a mesma posição”. Esta disposição pode ser representada por um vetor chamado de vetor de preferências.

Seja uma estrutura de preferências \succ_i e a função de consequências G_i , para o DM i , ambas definidas como acima. Se \succ_i é totalmente ordenada para cada $i \in N$, o jogo é dito estritamente ordinal, ou seja, diferentes estados têm diferentes consequências, ou utilidades, para cada DM. A função consequência para o DM i , G_i , mede o nível de preferência de um estado para o DM i . Observe que, dados os estados $p, q \in S$, a relação $G_i(p) > G_i(q)$ indica que o DM i prefere p a q , mas que o valor de $G_i(p) - G_i(q)$ não tem significado. Ou seja, além da ordem em que estados estão dispostos sob a estrutura de preferências do DM que está sendo analisado, nada mais pode ser inferido a partir dos valores de G_i .

As possibilidades para cada DM i , segundo Fang *et al.* (1993), podem ser representadas pela Lista de Acessibilidade (*reachability list*) R_i , uma expressão que representa as possibilidades de UM disponíveis para o DM i a partir de um determinado estado do conflito. Para $i \in N$, a Lista de Acessibilidade para o DM i é o conjunto $R_i(s_k)$ de todos os estados que o jogador pode mover-se unilateralmente a partir do estado s_k . Portanto:

$$R_i(s_k) = \{s_w \in S : (s_k, s_w) \in A_i\}$$

Podemos notar que a Lista de Acessibilidade R_i é equivalente à Lista de Adjacências no âmbito da Teoria dos Grafos.

Um conflito é então especificado por $n \times u$ Listas de Acessibilidade, onde n é o número de DMs e u o número de estados (ou vértices do respectivo grafo).

Xu *et al.* (2018) apontam que o conjunto de estados viáveis S pode ser dividido em subconjuntos com base nas preferências em relação a um estado fixado $s_k \in S$. Estes subconjuntos são componentes essenciais para a análise de estabilidade. Os três subconjuntos são formados pelos estados mais preferidos que s_k , igualmente preferidos a s_k e menos preferidos que s_k .

- i) $\Phi^+_i(s_k) = \{s_w : s_w \succ_i s_k\}$, estados mais preferidos que o estado s pelo DM i ;
- ii) $\Phi^= _i(s_k) = \{s_w : s_w \sim_i s_k\}$, estados igualmente preferidos ao estado s pelo DM i ;
- iii) $\Phi^- _i(s_k) = \{s_w : s_k \succ_i s_w\}$, estados menos preferidos que o estado s pelo DM i .

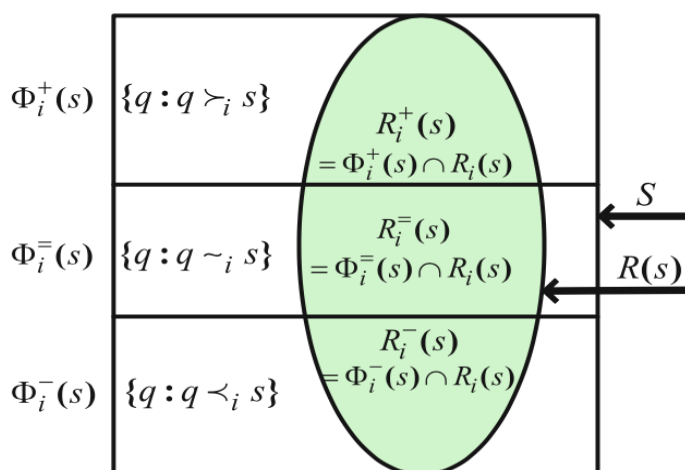
Seja $i \in N$ e $s \in S$ arbitrários. Denote a operação de intersecção por \cap . Lembre-se que cada arco de $A_i \subseteq S \times S$ indica que o DM i pode fazer um UM (em um passo) do estado inicial para o estado final do arco. Portanto, as Listas de Acessibilidade do DM i a partir de um estado $s \in S$ por preferências simples são dadas por:

- i) $R_i(s_k) = \{s_w \in S : (s_k, s_w) \in A_i\}$, lista de acessibilidade do DM i a partir de s_k por UM (*unilateral movement*);
- ii) $R^+_i(s_k) = \{s_w \in S : (s_k, s_w) \in A_i \text{ e } s_w \succ_i s_k\}$, lista de acessibilidade do DM i a partir de s_k , por UI (*unilateral improvement*);

- iii) $R^=_{i}(s_k) = \{s_w \in S : (s_k, s_w) \in A_i \text{ e } s_w \sim_i s_k\}$, lista de acessibilidade do DM i a partir de s_k , por movimentos entre estados igualmente preferidos;
- iv) $R^-_{i}(s_k) = \{s_w \in S : (s_k, s_w) \in A_i \text{ e } s_k \succ_i s_w\}$, lista de acessibilidade do DM i a partir de s_k , por UD (*unilateral disimprovement*);

Xu *et al.* (2018) apresentam graficamente a relação entre os subconjuntos de estados S e as correspondentes Listas de Acessibilidade através da Figura 4 a seguir:

Figura 4 - Relações entre os subconjuntos do conjunto de estados, S , e as Listas de Acessibilidade correspondentes



Fonte: Xu *et al.* (2018), p. 113.

2.3.3 Métodos de obtenção de preferências

As informações de preferências sobre os estados viáveis são fundamentais para modelar e analisar conflitos utilizando o GMCR. Nos modelos tradicionais da Teoria dos Jogos, preferências cardinais, como valores de utilidade, precisam ser determinadas. Embora o GMCR também possa lidar com preferências cardinais, informações de preferências relativas são suficientes. As bases para a pesquisa sobre a representação de preferências ordinais no contexto do GMCR foram apresentadas por Peng *et al.* (1997), onde os autores afirmam que, do ponto de vista de cada DM, os estados viáveis do conflito devem ser ordenados do mais preferido, para o menos preferido com a possibilidade de haver estados igualmente preferíveis.

Segundo Fang *et al.* (2003a), três principais técnicas de ordenamento de preferências foram desenvolvidas para elicitar as preferências dos DMs sobre os estados viáveis de um conflito:

- i) Ponderação por Opções: usa pesos atribuídos a cada escolha de opção e os pesos totais utilizados para determinar a ordem dos estados.
- ii) Priorização por Opções: baseia-se em um conjunto de preferências lexicográficas sobre as opções.
- iii) Ordenamento Direto: classificação manual através de um processo classificação direta ou de ajuste fino.

Para modelos simples, o Ordenamento Direto é o método mais conveniente de ordenamento. Para conflitos mais complexos, com um número muito maior estados viáveis do que de opções, é usualmente mais eficiente a utilização das técnicas baseadas em opções. Não há, portanto, mútua exclusão sendo possível a classificação por opções em conflitos simples e recomendado o uso do ordenamento direto para realizar ajustes na ordenação obtida pelos métodos por opções (FANG *et al.*, 2003a).

Neste trabalho, nos deteremos ao método de elicitação de preferências de Priorização por Opções, proposto por Peng *et al.* (1997). Para Zhao e Xu (2019), o método de Priorização por Opções é o mais útil e conveniente para obter as preferências do DMs em termos de declarações de opções.

Como afirmam Peng *et al.* (1997), descrever um conflito estratégico em forma de opções é bastante usual. Seja um conjunto de decisores $N = \{1, 2, \dots, i, \dots, n\}$, com $n = |N| \geq 2$. Seja o conjunto de opções do DM $i \in N$:

$$O_i = \{o_1^i, o_2^i, \dots, o_m^i\},$$

com $O_i \neq \emptyset$ e $O_i \cap O_j = \emptyset$, para $i \neq j$, ou seja, cada DM deve ter pelo menos uma opção no conflito e dois DMs distintos não podem compartilhar a mesma opção. Então, o conjunto de todas as opções em um modelo de conflito é dado por:

$$O = \bigcup_{i=1}^n O_i$$

O índice i indica qual DM controla quais opções. Um estado pode, portanto, ser definido em termos de opções como sendo uma combinação de todas as opções em O que são, ou não, tomadas pelos DMs no conflito. Portanto, cada estado s pode ser visto como um subconjunto de O , consistindo de quais opções são tomadas pelos DMs em um particular cenário do conflito. Suponha haver m possíveis opções em um conflito, logo haverá um total de 2^m estados possíveis. Na prática, nem todo estado possível é um estado viável para o conflito. Então, o conjunto de todos os estados viáveis satisfaz $||S|| \leq 2^m$.

A técnica de priorização por opções, como resumem Rêgo e Vieira (2019), consiste em especificar as preferências pedindo que os DMs forneçam uma sequência ordenada de declarações de preferência (da mais à menos preferida) que são combinações booleanas das opções do conflito. Neste contexto, vamos assumir os seguintes símbolos e operações para construir uma expressão booleana que pode ser utilizada neste método:

Quadro 1 - Símbolos e operações booleanas.

Símbolos	Descrição da operação booleana
{F, V}	Falso, Verdadeiro. Não, Sim.
A & B	Significa que o DM quer A e B simultaneamente.
A B	Significa que o DM quer A ou B.
-A	Significa que o DM não quer que A seja selecionado.
A se B	Significa que o DM prefere A se B foi selecionado.
A \Leftrightarrow B	Significa que o DM prefere A se e somente se B foi selecionado.
-(A & B)	Significa que o DM não quer que x e y sejam selecionados simultaneamente.

Fonte: Próprio autor.

Por exemplo, uma declaração de preferência pode ser $o^{i_1} \Leftrightarrow (o^{j_2} \& -o^{j_3})$, ou seja, o DM expressa nesta declaração que ele prefere que a opção o^{i_1} seja tomada pelo DM i se, e somente se, entre as opções o^{j_2} e o^{j_3} apenas o^{j_2} seja tomada pelo DM j . Assim, se esta for a declaração de preferência mais importante para o DM, então os estados que a satisfizerem deverão ser mais preferidas pelo DM do que aquelas que não satisfizerem. Então, se Ω é uma declaração de preferência, então para cada estado s do conflito, $\Omega(s)$ assume um valor VERDADEIRO (V), ou FALSO (F), dependendo se as opções que são tomadas em s satisfazem ou não a declaração Ω .

Peng *et al.* (1997) definem a relação de preferência estrita baseada em uma sequência ordenada de declarações de preferência.

Definição 2.3.4.1: Seja $s, s_1 \in S$ e $C_i = (\Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_{w_i})$ uma sequência ordenada de todas as declarações de preferências informadas pelo DM $i \in N$. O estado $s \in S$ é estritamente preferido ao estado $s_1 \in S$ para o DM i se, e somente se, existe um inteiro positivo $t \leq w_i$ tal que $\Omega_1(s) = \Omega_1(s_1), \Omega_2(s) = \Omega_2(s_1), \dots, \Omega_{t-1}(s) = \Omega_{t-1}(s_1), \Omega_t(s) = V$ e $\Omega_t(s_1) = F$.

Em outras palavras, a definição acima apresenta uma relação de preferência lexicográfica entre as opções que definem os estados s e s_1 . Ou seja, o estado s é preferível ao s_1 pelo DM i pois, de acordo com a sequência ordenada de declarações de preferências, o estado s é o primeiro a unicamente satisfazer uma declaração de preferência. De outro modo, o estado s_1 é fracamente preferido ao estado s pelo DM i .

Ainda segundo Rêgo e Vieira (2019), uma função escore foi proposta por Peng *et al.* (1997) para determinar a relação de preferências dos DMs sobre o conjunto de estados. Esta estratégia é uma outra alternativa equivalente para se obter as preferências dos DMs utilizando o método de priorização de opção.

Seja w a quantidade de declarações de preferências e seja $\Psi(s)$ o escore do estado s . Este escore leva em consideração o conjunto de declarações de preferência informados pelo DM. Seja $\psi_t(s)$ o escore do estado s baseado na declaração Ω_t definido como:

$$\psi_t(s) \begin{cases} 2^{w-t}, & \text{se } \Omega_t(s) = V, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

para todo $0 < t \leq w$, então, $\Psi(s)$ é definido como:

$$\Psi(s) = \sum_{t=1}^w \psi_t(s)$$

A relação de preferência estrita é então definida por $s \succ s_1$ e, e somente se, $\Psi(s) > \Psi(s_1)$. Assim, podemos determinar um escore para cada estado do conflito e, conseqüentemente elaborar um ranking de estados. Todos os estados podem ser classificados do mais ao menos preferido com base em suas pontuações. Um estado com uma pontuação

mais alta será mais preferido a um estado com menor pontuação e igualmente preferido a um estado com a mesma pontuação, para um DM i . No entanto, em muitas situações do mundo real os decisores podem ser inconsistentes ao declararem suas preferências pelo efeito das limitações da racionalidade, tomando decisões viesadas cognitivamente, como por exemplo, sob o efeito do viés de enquadramento, *framing effect*, e da aversão à perda. Pretendemos, portanto, demonstrar e avaliar as consequências desses efeitos sobre os possíveis equilíbrios de conflitos.

2.3.4 Conceitos de Estabilidade

A Análise de Estabilidade de um conflito é o processo pelo qual são estudadas extensivamente as possíveis interações estratégicas entre os DMs através do exame sistemático dos seus movimentos e contramovimentos durante as possíveis evoluções do conflito. Esta análise tem como objetivo determinar a estabilidade para cada estado para cada DM do conflito, o que também é um dos principais objetivos do GMCR. Os resultados da análise podem ser usados de forma descritiva, ou seja, para estudar conflitos que já aconteceram, mas também de forma normativa, auxiliando as tomadas de decisão de agentes reais, enfrentando conflitos reais.

Para Fang *et al.* (1993), um estado é considerado estável para um DM se, e somente se, não houver incentivo para que ele decida mover-se unilateralmente, dado um conceito particular de estabilidade. Em outras palavras, um estado é estável para um DM em particular, chamado de DM focal, quando todas as possíveis UIs que este DM pode fazer a partir deste estado podem ser sancionadas por outros decisores, não sendo vantajoso para ele realizar qualquer UM.

Um estado é um equilíbrio e, conseqüentemente, uma possível solução para o conflito, se, e somente se, ele também for estável para todos os DMs do conflito sob um mesmo Critério de Estabilidade, ou Conceito de Solução.

Dois pontos importantes precisam ser destacados, no que diz respeito à Análise de Estabilidade. Primeiramente, os equilíbrios apontados pelo GMCR são apresentados como possíveis solução do conflito analisado, ou seja, eles representam os estados terminais para onde o conflito poderá evoluir dadas as múltiplas ações dos DMs, como também dos vários

objetivos envolvidos. Por último, devemos ter em mente que as análises de estabilidade são conduzidas da mesma forma para todos os DMs e para todos os Critérios de Estabilidade.

Um Critério de Estabilidade, ou conceito de solução, é uma definição matemática precisa de como a estabilidade pode ser calculada a partir da descrição dos possíveis comportamentos humanos ou sociais em uma situação de conflito. Embora uma vasta gama de conceitos de solução tenha sido definida para permitir que muitos possíveis padrões de comportamento sejam modelados, há cinco principais conceitos consolidados na literatura do GMCR sob os quais um estado pode ser estável:

- i) Estabilidade de Nash ou Racionalidade (R) (NASH, 1950);
- ii) *General Metarationality*, Metaracionalidade Geral (GMR) (HOWARD, 1971);
- iii) *Sequential Stability*, Estabilidade Sequencial (SEQ) (FRASER; HIPEL, 1979);
- iv) *Symmetric Metarationality*, Metaracionalidade Simétrica (SMR) (HOWARD, 1971);
- v) *Symmetric Sequential Stability*, Estabilidade Sequencial Simétrica (SSEQ) (RÊGO; VIEIRA, 2017).

Os diferentes conceitos de estabilidade descrevem como um DM é motivado a realizar movimentos e contramovimentos. De modo simplório, os diferentes conceitos de estabilidade variam com o número de movimentos posteriores ao atual e, conseqüentemente, com os possíveis cenários que o DM poderá encontrar durante a evolução do conflito e os possíveis movimentos dos demais DMs participantes. Estes conceitos determinam se um estado será terminal ou não para um DM. Caso não seja, há motivação para o DM desviar o conflito para um outro estado. Os conceitos determinam padrões de comportamento que deverão ser seguidos pelo DM durante a evolução do conflito. É importante destacar que diferentes DMs poderão ter diferentes padrões de comportamento, influenciados por fatores diversos, como riscos, previsões e informações disponíveis.

Vieira e Rêgo (2020) discutem que vários Conceitos de Estabilidade no GMCR visam capturar diferentes características comportamentais dos DMs em situações de conflito. As estabilidades de um determinado estado são individualmente analisadas para cada DM envolvido no conflito, denominado DM focal. O conceito de estabilidade de Nash, Nash (1950), leva em consideração que o DM focal busca apenas o melhor estado para si, sem levar em consideração as reações dos oponentes. Para a estabilidade GMR, o DM antevê o

conflito um passo à frente e leva em consideração as reações de seus oponentes. Em um estado estável SMR, o DM focal analisa as possíveis evoluções do conflito em até 3 passos à frente com a intenção de escapar das punições que os oponentes impõem ao seu movimento inicial. Caso não seja possível escapar, o estado inicial será SMR estável. Os estados estáveis de SEQ e SSEQ são semelhantes aos GMR e SMR, respectivamente, mas com a restrição de que seus oponentes só podem implementar reações que os beneficiam, ou seja, possíveis reações que deixam seus oponentes em uma posição semelhante ou pior são desconsideradas.

Para definirmos formalmente cada um dos Critérios de Estabilidade, utilizaremos as definições de Xu *et al.* (2018) para movimentos conjuntos envolvendo mais de dois DMs. Para realizar a análise de estabilidade em conflitos com múltiplos decisores, é preciso lembrar os conceitos de sequência legal de movimentos (já que vários DMs podem atuar para que um determinado estado do conflito seja alcançado) e de melhoria unilateral para um grupo de DMs $H \subseteq N$, com $H \geq 2$.

Seja o conjunto não vazio de DMs, $H \subseteq N$, chamado de coalizão. Uma sequência legal de movimentos feitos por DMs contidos em H é uma sucessão de movimentos onde cada DM pode mover-se mais de uma vez, mas não duas vezes consecutivas. A lista de estados alcançáveis a partir de um estado s por uma coalizão de DMs em H através de uma sequência legal de movimentos é denotada por $R_H(s)$. Formalmente, $R_H(s)$ consiste em todos estados s' tal que exista uma sequência alternada de estado e DMs, $(s_0, i_0, s_1, i_1, \dots, s_m)$, de modo que $s_0 = s$, $s_m = s'$, $i_k \in H$, $s_{k+1} \in R_{i_k}(s_k)$ e $i_k \neq i_{k+1}$, para $0 \leq k \leq m - 1$. Com o objetivo de mantermos a suposição de que nenhum DM pode permanecer em um determinado estado, consideramos que nenhuma coalizão pode retornar ao seu estado inicial, ou seja, $s \notin R_H(s)$ para todos $H \subseteq N$ e $s \in S$. Uma sequência legal onde cada DM apenas realiza melhorias unilaterais, ou seja, $s_{k+1} \in R_{i_k}^+(s_k)$, é chamada de sequência legal de melhorias unilaterais, a lista de acessibilidade de uma coalizão que realiza somente melhorias unilaterais feitas por DMs em H é denotada por $R_H^+(s)$ e $R_H^{+,U}(s)$ é a lista de estados alcançáveis a partir do estado s por sequências legais de *Unilateral improvement or unilateral uncertain moves*, Melhoria Unilateral ou Movimento Unilateral Incerto, UIUUMs.

Definição 2.3.5.1: (NASH, 1950) (NASH) O estado s é Nash estável (ou individualmente racional) (R) para o DM i , denotado por $s \in S_i^{Nash}$, se, e somente se, $R_i^+(s) = \emptyset$.

Para a estabilidade de Nash, o DM i espera que seu oponente DM j (ou um DM da coalização) permaneça em qualquer estado para qual DM i se mova e, conseqüentemente, que qualquer estado para o qual i se mova será o estado final. Em outras palavras, podemos dizer que o DM i não poderá mover-se unilateralmente para nenhum estado mais preferível, a partir de um estado Nash estável.

Definição 2.3.5.2: (HOWARD, 1971) (GMR) O estado s é estável segundo a Metarracionalidade Geral (GMR) para o DM i , denotado por $s \in S_i^{GMR}$, se, e somente se, para todo $s_1 \in R_i^+(s)$ existe pelo menos um $s_2 \in R_{N \setminus \{i\}}(s_1)$ com $s \succsim_i s_2$.

Dizemos que o estado $s \in S$ é estável segundo a Metarracionalidade Geral (GMR) para DM i quando este decide seus movimentos de forma a buscar sua melhoria considerando todas as reações possíveis à sua jogada, ignorando as suas possíveis contrarreações, ou seja, o DM analisa um passo a frente da sua jogada, sem considerar sua resposta ao movimento dos outros jogadores. Aqui, o DM i espera que os oponentes, $N \setminus \{i\}$, responderão a qualquer UI, indo de s para s_1 , realizado por i , com uma sequência de UMs para um estado em $R_{N \setminus \{i\}}(s_1)$ e, se possível, penalizar i . O DM i antecipa, portanto, que o conflito terminará após seus oponentes terem respondido.

Definição 2.3.5.3: (HOWARD, 1971) (SMR) O estado s é estável segundo a Metarracionalidade Simétrica (SMR) para o DM i , denotado por $s \in S_i^{SMR}$, se, e somente se, para todo $s_1 \in R_i^+(s)$ existe pelo menos um $s_2 \in R_{N \setminus \{i\}}(s_1)$ tal que $s \succsim_i s_2$ e $s \succsim_i s_3$ para todo $s_3 \in R_i(s_2)$.

Segundo a Metarracionalidade Simétrica (SMR), o DM i não considera apenas os seus próprios possíveis movimentos e as respostas dos demais jogadores para cada um desses movimentos, mas também considera as suas próprias contra respostas. O DM, segundo este critério, tem a capacidade de analisar três etapas do conflito: a sua decisão, a resposta que será dada pelos adversários e já considera a sua contrarreação a esta resposta. Aqui, o DM i espera ter a chance de alcançar um estado mais preferível (s_3) através de uma contrarreação à resposta de seus oponentes (s_2) ao movimento original de i .

Definição 2.3.5.4: (FRASER; HIPEL, 1979) (SEQ) O estado s é estável segundo a Estabilidade Sequencial (SEQ) para o DM i , denotado por $s \in S_i^{SEQ}$, se, e somente se, para todo $s_1 \in R_i^+(s)$ existe pelo menos um $s_2 \in R^+_{N \setminus \{i\}}(s_1)$ com $s \succsim_i s_2$.

Dizemos que o estado $s \in S$ é estável segundo a Estabilidade Sequencial para o DM i quando este DM desconsidera movimentos dos oponentes que lhes gerem prejuízo, por considerar não críveis estas sanções, mesmo que estas sanções sejam prejudiciais a si. Aqui, a estabilidade SEQ indica que todas as UIs do DM i serão respondidas por uma sequência de UIs subsequentes realizada pelo grupo de oponentes.

Definição 2.3.5.5: (RÊGO; VIEIRA, 2017) (SSEQ) O estado s é estável segundo a Estabilidade Sequencial Simétrica (SSEQ) para o DM i , denotado por $s \in S_i^{SSEQ}$, se, e somente se, para todo $s_1 \in R_i^+(s)$ existe pelo menos um $s_2 \in R^+_{N \setminus \{i\}}(s_1)$ com $s \succsim_i s_2$ e $s \succsim_i s_3$ para todo $s_3 \in R_i(s_2)$.

Dizemos que o estado $s \in S$ é estável segundo a Estabilidade Sequencial Simétrica para o DM i quando este DM desconsidera movimentos dos oponentes que lhes gerem prejuízo, por considerar não críveis estas sanções, mesmo que estas sanções sejam prejudiciais a si. Este conceito é similar ao SMR, com a restrição de que apenas sanções críveis são consideradas.

Quadro 2 - Conceitos de Solução e comportamento humano.

Conceito de solução	Descrição da Estabilidade	Horizonte de previsão	Punições	Preferências conhecidas	Estratégia de risco
Estabilidade de Nash (R)	DM i não pode mover-se lateralmente para um estado preferido.	Baixo	Nunca	As próprias	Ignora riscos
Metarracionalidade Geral (GMR)	Todas as UIs do DM i são sancionadas por UMs subsequentes de outros DMs.	Médio	Pelo(s) oponentes(s)		Evita riscos, conservador.
Metarracionalidade Simétrica (SMR)	Todos as UIs ainda são sancionadas mesmo depois da uma possível resposta do DM i à sanção.				
Estabilidade Sequencial Simétrica (SSEQ)	Similar ao SMR, mas o DM i considera apenas reações críveis dos oponentes.				
Estabilidade Sequencial (SEQ)	Todos os UIs do DM i são sancionados por UIs de outros DMs.		Nunca	Todas	Assume algum risco.

Fonte: Próprio autor, adaptado de Li *et al.* (2003b).

O Quadro 2 acima, adaptado de Fang *et al.* (2003b), apresenta um resumo dos Conceitos de Solução.

Por último, é importante destacar que cabe ainda ao processo de análise do conflito a realização da Análise de Sensibilidade da solução de equilíbrio obtida. Esta análise, pode ser especialmente informativa ao estudarmos conflitos ainda em curso, com o objetivo de evitar resultados imprevistos. Havemos de concordar que nunca temos absoluta certeza de que os parâmetros utilizados para a formulação do modelo são totalmente corretos. Conquanto, fazendo perguntas hipotéticas sobre a evolução do conflito, podemos identificar possíveis alterações em algum determinado parâmetro.

Na Análise de Sensibilidade, as mudanças nos parâmetros do modelo são feitas sistematicamente para avaliar a robustez dos resultados de estabilidade. Em outras palavras, as análises de sensibilidade são usadas para responder a perguntas do tipo “e se” para variar as informações de entrada do modelo buscando identificar os parâmetros mais sensíveis em termos do impacto nas previsões obtidas pela análise do modelo (FANG *et al.*, 2003b). Este procedimento pode ser realizado em uma grande quantidade de modelos para que possamos avaliar as implicações estratégicas das decisões tomadas.

Fang *et al.* (1993) avaliam que o GMCR é idealmente projetado para rastrear corretamente os possíveis movimentos entre os estados de um conflito ao realizar-se uma Análise de Estabilidade e que, em algumas aplicações, pode-se empregar tal análise para decidir como as preferências de um DM devem modificar-se a fim de produzir equilíbrios mais desejados para outro decisor. Rêgo *et al.* (2021b) propuseram alguns métodos de agregação de custos nas alterações das preferências dos decisores com o objetivo de determinar quais alterações de preferência têm o menor custo para tornar um determinado estado desejado um equilíbrio.

Fang *et al.* (2003a), mais recentemente, corroboram afirmando que os achados da Análise de Estabilidade de um modelo podem ser interpretados por analistas em termos de um conflito do mundo real, tomadores de decisão ou partes interessadas. Novos *insights* obtidos através do estudo do modelo teórico podem justificar, muitas vezes, uma nova análise.

2.4 GMCR com Preferências Incertas

Como visto anteriormente, a modelagem utilizando o GMCR requer apenas preferências relativas, ou seja, que as preferências dos DMs sobre os estados viáveis do conflito sejam expressas por relações binárias do tipo estritamente preferido, “ \succ ”, e indiferente, “ \sim ”. No contexto de conflitos sociais, é normalmente difícil valorar riscos, atitudes e retornos, o que é necessário para determinação de preferências cardinais, fato pelo qual o GMCR é bem adequado para modelar estes tipos de conflitos.

No entanto, em algumas situações, como argumentam Li *et al.* (2004), as informações sobre as preferências dos decisores é incompleta, ou o conflito ainda está em curso, o que limita as preferências a serem expressas apenas com componentes de incerteza envolvidos. Os autores incorporaram a relação binária “é incerto sobre”, “ U ”, introduzida por Li *et al.* (2002a; 2002b) para expressar uma relação incerta de preferências entre dois estados de um conflito, aos Conceitos de Estabilidade com o intuito de obter critérios de estabilidade mais amplos e gerais. O objetivo principal do estudo foi expandir o GMCR para que ele possa servir de ferramenta da modelagem para conflitos onde os DMs possuem incertezas sobre as suas preferências. É esta estrutura de preferências e de análise de estabilidade que utilizaremos para tratar o conflito com as inconsistências nas preferências geradas pelo efeito de *framing*, objetivo deste trabalho.

2.4.1 Estrutura de Preferências com incerteza

Como proposto por Li *et al.* (2004), a estrutura de preferências do GMCR agora contém uma nova relação binária “ U ”, “é incerto sobre”, sendo, portanto, expandida de um par de relações binárias $\{\succ_i, \sim_i\}$, para uma tripla (*triplet*) $\{\succ_i, \sim_i, U_i\}$.

Tome os estados $\{s_1, s_2, s_3\} \in S$. Para caracterizar as preferências dos decisores entre os estados de um conflito, a nova estrutura de preferências tem as seguintes propriedades.

- i) \succ_i é assimétrica, ou seja, as condições $s_1 \succ_i s_2$ e $s_2 \succ_i s_1$ não podem coexistir.
- ii) \sim_i é reflexiva e simétrica, ou seja, se $s_1, s_2 \in S$, então, se $s_1 \sim_i s_1$, e se $s_1 \sim_i s_2$, então $s_2 \sim_i s_1$.
- iii) U_i é simétrica, ou seja, se $s_1, s_2 \in S$ e se $s_1 U_i s_2$, então $s_2 U_i s_1$.

- iv) A estrutura de preferência $\{\succ_i, \sim_i, U_i\}$ é fortemente completa o que indica que todos os estados podem ser comparados, ou seja, se $s_1, s_2 \in S$, então ou $s_1 \succ_i s_2$, ou $s_1 \sim_i s_2$, ou $s_2 \succ_i s_1$, ou $s_1 U_i s_2$.

É importante destacar que uma preferência incerta difere de uma relação de incomparabilidade. Em determinada situação, dois estados, dois itens, dois objetos, dois cenários podem ser tão diferentes que para os decisores pode não fazer sentido algum uma comparação entre eles e então recusam-se a declarar suas preferências. Já as preferências incertas, como discutem Li *et al.* (2004), geralmente refletem uma falta de informação. Nos termos do nosso trabalho, a existência de preferências incertas pode decorrer de falhas da racionalidade, ou seja, fruto da Racionalidade Limitada dos decisores. Esta situação de incerteza pode ser momentânea, não impedindo que ao acessar mais informações, ou quando houver mais tempo disponível para a tomada de decisão, o DM possa ser capaz de comparar dois estados e definir estritamente a preferência de um sobre o outro, ou a indiferença entre ambos.

Com base na estrutura de preferências apresentada acima, em relação a um estado fixado $s_k \in S$, podemos dividir o conjunto de estados viáveis S em subconjuntos. Agora, ao invés de termos o conjunto de estados S divididos em três subconjuntos, como vimos anteriormente na Seção 2.3.2, teremos quatro que constituem uma partição. O novo subconjunto é:

- i) $\Phi^U_i(s_k) = \{s_w : s_w U_i s_k\}$, estados cujas preferências em relação ao estado s_k são incertas para o DM i .

Como vimos anteriormente, a Lista de Acessibilidade (*reachability list*) $R_i(s_k)$ representa as possibilidades de UMs disponíveis para o DM i a partir de um determinado estado $s_k \in S$ do conflito. A partir na nova partição do conjunto de estados S , $R_i(s_k)$ terá também uma nova partição. O novo subconjunto de acessibilidade é:

- i) $R^U_i(s_k) = \{s_w \in S : (s_k, s_w) \in A_i \text{ e } s_w U_i s_k\}$, lista de acessibilidade do DM i a partir de s_k , para estados cujas preferências em relação ao estado s_k são incertas para o DM i .

2.4.2 Extensão dos conceitos usuais de estabilidade para tratar preferências com incerteza

Com base nesta estrutura de preferências, quatro conceitos de estabilidade já consolidados na literatura, NASH, GMR, SMR e SEQ, foram estendidos para acomodar a incerteza nas preferências por Li *et al.* (2004). Os autores definiram quatro maneiras distintas de considerar as informações sobre as preferências incertas identificadas, o que produziu 16 conceitos de estabilidade estendidos.

Estas extensões justificam-se no fato de que diferentes DMs podem apresentar diferentes inclinações em relação ao risco de tomar uma posição que represente incerteza de acordo com suas preferências. A atitude de cada decisor também pode mudar de acordo com as circunstâncias. Se a situação atual for confortável para um determinado DM, ele pode estar mais inclinado a adotar uma postura mais conservadora, evitando movimentos que possam lhe levar a um estado do conflito cujas suas preferências sobre ele são incertas, indefinidas, desconhecidas, ou que possa lhe colocar em uma situação pior que a atual. De forma contrária, se a situação atual é desconfortável para o DM focal, este pode assumir postura mais agressiva e inclinar-se a aceitar um risco associado a uma potencial melhoria.

No Quadro 3 a seguir, listamos as diferentes extensões de cada conceito de estabilidade de acordo com a permissibilidade do DM focal em considerar tomar uma ação que mova o conflito para um estado que lhe represente incerteza, ou a assumir o risco de ter sua ação sancionada pelos demais decisores através de uma sequência contramovimentos legais que possam levar o conflito a um estado cujas preferências são incertas em relação ao estado inicial.

Quadro 3 - Diferentes extensões para Conceitos de Solução com preferências incertas.

Extensão	Incentivo a mover-se	Sanção	Número de estados estáveis e equilíbrios
A	Incerteza permitida	Incerteza não permitida	Menos
B	Incerteza não permitida	Incerteza não permitida	Médio
C	Incerteza permitida	Incerteza permitida	Médio
D	Incerteza não permitida	Incerteza permitida	Mais

Fonte: Próprio autor, adaptado de Li *et al.* (2004).

A extensão “a” assume que um DM i é agressivo ao decidir mover-se do estado atual, já que está disposto a assumir o risco de mover-se para um estado sobre o qual tem preferência incerta. No entanto, ao avaliar as possíveis sanções ao seu movimento, o DM i não considerará estados com preferências incertas, somente contramovimentos para estados que lhe deixem em posição pior ou igual que a atual serão sanções permitidas. A forma “a” representa a estabilidade para decisores mais agressivos.

A extensão “b” exclui a incerteza das preferências quando o DM focal avalia tanto os incentivos para deixar o estado atual, quando ao considerar possíveis sanções. A forma “b” representa os conceitos de estabilidade tradicionais, ou seja, que não são capazes de serem utilizados para modelar conflitos com preferências desconhecidas ou incertas.

Na terceira extensão dos conceitos de estabilidade, a forma “c”, a incerteza é permitida quando o DM focal considera tanto os incentivos para mover-se do estado atual, quanto as possíveis sanções dos seus oponentes.

A extensão “d” é designada aos conceitos de estabilidade onde a incerteza não é incentivo suficiente para o DM focal mover-se do estado atual, mas é suficiente para impedir que ele o deixe ao considerar as possíveis sanções dos demais decisores. Esta é a mais conservadora das extensões.

É importante destacar que, ao realizar a análise de estabilidade, as sanções da coalização de oponentes ao DM focal devem ser realizadas através de uma sequência legal de movimentos. Considere também que, para ser crível, qualquer movimento individual na sequência de sanção deve ser uma melhoria unilateral, UI, ou um movimento unilateral incerto, UM. Esta combinação de possíveis movimentos caracteriza um UIUUM, *unilateral improvement or unilateral uncertain move*.

Portanto, uma sequência legal de UIUUMs é uma sequência movimentos permitidos, sejam melhorias unilaterais ou movimentos incertos unilaterais por uma coalizão, com a restrição de que um membro da coalizão pode se mover mais de uma vez, mas não duas vezes consecutivas.

Para definir formalmente os conceitos de estabilidade e suas novas extensões, considere:

- i) $\Phi^{+,U_i}(s_k) = \Phi^{U_i}(s_k) \cup \Phi^{+}(s_k)$, estados ou mais preferidos, ou cujas preferências são incertas em relação ao estado s_k , para o DM i .

- ii) $R^{+,U_i}(s_k) = R^{U_i}(s_k) \cup R^+(s_k)$, lista de acessibilidade do DM i por UIUUM a partir de s_k , ou seja, para estados mais preferidos, ou cujas preferências em relação ao estado s_k são incertas para o DM i .

Tome os estados $\{s, s_1, s_2, s_3\} \in \mathcal{S}$, onde o *status quo* é o estado s , o estado s_1 é acessado a partir da ação do DM i , o estado s_2 é acessado a partir da sanção imposta pelo DM j ao movimento inicial, e o estado acessado s_3 a partir da contrarreação realizada pelo DM i à sanção do DM j . O Quadro 4 a seguir apresenta as condições de estabilidade para as extensões dos Conceitos de Solução com preferências incertas.

Quadro 4 - Condições de estabilidade para as extensões dos Conceitos de Solução com preferências incertas.

	a			b			c			d		
	Ação	Sanções	Contrarreação	Ação	Sanções	Contrarreação	Ação	Sanções		Ação	Sanções	Contrarreação
Nash	$R^{+,U_i}(s) = \emptyset$	-		$R^+(s) = \emptyset$	-		$R^{+,U_i}(s) = \emptyset$	-		$R^+(s) = \emptyset$	-	
GMR	$\forall s_1 \in R^{+,U_i}(s)$	$\exists s_2 \in \Phi^{-,U_i}(s) \cap R_j(s_1)$		$\forall s_1 \in R^+(s)$	$\exists s_2 \in \Phi^{-,U_i}(s) \cap R_j(s_1)$		$\forall s_1 \in R^{+,U_i}(s)$	$\exists s_2 \in \Phi^{-,U_i}(s) \cap R_j(s_1)$		$\forall s_1 \in R^+(s)$	$\exists s_2 \in \Phi^{-,U_i}(s) \cap R_j(s_1)$	
SMR	$\forall s_1 \in R^{+,U_i}(s)$	$\exists s_2 \in \Phi^{-,U_i}(s) \cap R_j(s_1)$	$R_i(s_2) \subseteq \Phi^{-,U_i}(s)$	$\forall s_1 \in R^+(s)$	$\exists s_2 \in \Phi^{-,U_i}(s) \cap R_j(s_1)$	$R_i(s_2) \subseteq \Phi^{-,U_i}(s)$	$\forall s_1 \in R^{+,U_i}(s)$	$\exists s_2 \in \Phi^{-,U_i}(s) \cap R_j(s_1)$	$R_i(s_2) \subseteq \Phi^{-,U_i}(s)$	$\forall s_1 \in R^+(s)$	$\exists s_2 \in \Phi^{-,U_i}(s) \cap R_j(s_1)$	$R_i(s_2) \subseteq \Phi^{-,U_i}(s)$
SEQ	$\forall s_1 \in R^{+,U_i}(s)$	$\exists s_2 \in \Phi^{-,U_i}(s) \cap R_j^+(s_1)$		$\forall s_1 \in R^+(s)$	$\exists s_2 \in \Phi^{-,U_i}(s) \cap R_j^+(s_1)$		$\forall s_1 \in R^{+,U_i}(s)$	$\exists s_2 \in \Phi^{-,U_i}(s) \cap R_j^+(s_1)$		$\forall s_1 \in R^+(s)$	$\exists s_2 \in \Phi^{-,U_i}(s) \cap R_j^+(s_1)$	
SSEQ	$\forall s_1 \in R^{+,U_i}(s)$	$\exists s_2 \in \Phi^{-,U_i}(s) \cap R_j^+(s_1)$	$R_i(s_2) \subseteq \Phi^{-,U_i}(s)$	$\forall s_1 \in R^+(s)$	$\exists s_2 \in \Phi^{-,U_i}(s) \cap R_j^+(s_1)$	$R_i(s_2) \subseteq \Phi^{-,U_i}(s)$	$\forall s_1 \in R^{+,U_i}(s)$	$\exists s_2 \in \Phi^{-,U_i}(s) \cap R_j^+(s_1)$	$R_i(s_2) \subseteq \Phi^{-,U_i}(s)$	$\forall s_1 \in R^+(s)$	$\exists s_2 \in \Phi^{-,U_i}(s) \cap R_j^+(s_1)$	$R_i(s_2) \subseteq \Phi^{-,U_i}(s)$

Fonte: Próprio autor, com informações de Li *et al.* (2004), Xu *et al.* (2018), e Vieira (2017).

2.4.3 Definições matriciais sobre acessibilidades e preferências incertas no âmbito do GMCR

Os Conceitos de Solução para o GMCR são tradicionalmente definidos logicamente, em termos de acessibilidades entre vértices de grafos e relações de preferências. Conforme afirmam Xu *et al.* (2018), as dificuldades de codificação, principalmente por causa da formulação lógica, foram a principal motivação para o desenvolvimento de representações matriciais explícitas do modelo de grafos com preferências simples e, após a nova estrutura de preferências proposta por Li *et al.* (2004), com preferências incertas. Portanto, as extensões apresentadas na seção 2.4.2 são mais fáceis de implementar usando a representação matricial de um modelo de grafos para resolução de conflitos

O processo de verificação de quais noções de estabilidade são satisfeitas por um estado do conflito para um determinado DM pode ser uma tarefa bastante trabalhosa, principalmente se o conflito analisado tiver muitos estados viáveis e muitos decisores. Nesta seção, pretendemos mostrar como calcular as estabilidades usuais com preferências incertas, conforme proposto por Xu *et al.* (2011) e apresentaremos a forma matricial para as extensões da Estabilidade Sequencial Simétrica, SSEQ, que ainda não tenha tido sua representação matricial apresentada no contexto de preferências incertas, embora já tenha sido proposta para preferências probabilísticas por Vieira (2017), e adaptada para conceitos de estabilidade dissensual e consensual por Xu *et al.* (2019). As provas podem ser consultadas nas referências respectivamente indicadas.

Para este fim, precisaremos apresentar algumas definições matriciais sobre acessibilidades e preferências no âmbito do GMCR com o objetivo de, por meio de operações matriciais, determinar as estabilidades dos estados através de um método computacionalmente eficiente.

Na subseção a seguir, com base em Xu *et al.* (2018), apresentaremos os componentes matriciais usados para capturar as preferências relativas e as listas de acessibilidade de um único DM.

2.4.3.1 Definições da Teoria Algébrica dos Grafos essenciais para a análise de estabilidade sob preferências incertas

Definição 2.4.3.1.1 Para duas matrizes $m \times m$, M e Q , o **Produto de Hadamard** para as duas matrizes é uma matriz $m \times m$, $H = M \circ Q$, com entradas (s, q) , tal que:

$$H(s, q) = M(s, q) \cdot Q(s, q)$$

$$\text{Se } M = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 10 & 0 & -11 \\ 1 & 5 & 7 \end{pmatrix} \text{ e } Q = \begin{pmatrix} 9 & 8 & 7 \\ 1 & 2 & 3 \\ -1 & -4 & 12 \end{pmatrix},$$

$$\text{Então } H = \begin{pmatrix} 2 \cdot 9 & 3 \cdot 8 & 4 \cdot 7 \\ 10 \cdot 1 & 0 \cdot 2 & -11 \cdot 3 \\ 1 \cdot -1 & 5 \cdot -4 & 7 \cdot 12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 & 24 & 28 \\ 10 & 0 & -33 \\ -1 & -20 & 84 \end{pmatrix}$$

Seja “ \vee ” o símbolo que denota o operador disjunção “ou” entre duas matrizes. Assumindo que H e G são duas matrizes $m \times m$, a operação de disjunção entre as duas matrizes H e G é definida como:

Definição 2.4.3.1.2 Para duas matrizes $m \times m$, H e G , a **Matriz de Disjunção** de H e G é uma matriz $m \times m$, $M = H \vee G$, com entradas (u, v) , tal que:

$$M(u, v) = \begin{cases} 1 & \text{se } H(u, v) + G(u, v) \neq 0, \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Por exemplo, se $H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ e $G = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$,

então $M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Definição 2.4.3.1.3 A **operação sinal**, $\text{sinal}(\cdot)$, transforma uma matriz $m \times m$, M , em outra matriz $m \times m$, tal que:

$$[\text{sinal}(M)](u, v) = \begin{cases} 1 & M(u, v) > 0, \\ 0 & M(u, v) = 0, \\ -1 & M(u, v) < 0. \end{cases}$$

Por exemplo, se.

$$M = \begin{pmatrix} 1.3 & 0 & 97 \\ -2.5 & 1.7 & -132 \\ 0 & -4.1 & 0 \end{pmatrix},$$

então,

$$[sinal(M)](u, v) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

2.4.3.2 Representação matricial de componentes essenciais para análise de estabilidade sob preferências incertas

Assuma que E seja uma matriz quadrada de dimensão m com todas as entradas igual a 1, e que e denote um vetor coluna de E . Como usual, I representa uma matriz identidade $m \times m$.

Assuma que $m = |S|$ denote o número de estados viáveis, $i \in N$ e $s, q \in S$.

Definição 2.4.3.2.1 Para um modelo de grafos G , as matrizes de movimento para o DM i são matrizes $m \times m$, J_i , J_i^+ , J_i^- , $J_i^=$ e J_i^U , com entradas (s, q) :

$$J_i(s, q) = \begin{cases} 1 & \text{se } q \in R_i(s), \\ 0 & \text{caso contrário,} \end{cases}$$

onde $s \neq q$, e, por convecção, $J_i(s, s) = 0$,

$$J_i^+(s, q) = \begin{cases} 1 & \text{se } J_i(s, q) = 1 \text{ e } q \in R_i^+(s), \\ 0 & \text{caso contrário,} \end{cases}$$

$$J_i^-(s, q) = \begin{cases} 1 & \text{se } J_i(s, q) = 1 \text{ e } q \in R_i^-(s), \\ 0 & \text{caso contrário,} \end{cases}$$

$$J_i^=(s, q) = \begin{cases} 1 & \text{se } J_i(s, q) = 1 \text{ e } q \in R_i^=(s), \\ 0 & \text{caso contrário,} \end{cases}$$

$$J_i^U(s, q) = \begin{cases} 1 & \text{se } J_i(s, q) = 1 \text{ e } q \in R_i^U(s), \\ 0 & \text{caso contrário,} \end{cases} \quad \text{e } J_i^{+,U} = J_i^+ \vee J_i^U.$$

A matriz $J_i^{+,U}$ representa os possíveis movimentos UIUUM, *unilateral improvement or unilateral uncertain move*, e representa as relações de acessibilidade $R_i^{+,U}(s) = R_i^+(s) \cup R_i^U(s)$.

Uma entrada não-nula, $J_i(s, q) = 1$, na matriz de acessibilidade indica quem o DM i pode mover-se para o estado q a partir do estado s em apenas um movimento, enquanto uma entrada nula, $J_i = 0$, indica que não é permitido ao DM i realizar este movimento. De modo análogo, podemos descrever as entradas não nulas nas matrizes de acessibilidade J_i^+ , J_i^- , $J_i^=$ e J_i^U como movimentos permitidos a partir do *status quo* para estados, respectivamente, mais preferidos, menos preferidos, igualmente preferidos e cujas preferências são incertas.

Note que, se $R_i(s)$, $R_i^+(s)$, e $R_i^{+,U}(s)$ são vetores-linha compostos por 0 e 1, então, podemos escrever:

$$R_i(s) = e_s^T \cdot J_i, \quad R_i^+(s) = e_s^T \cdot J_i^+, \quad e \quad R_i^{+,U}(s) = e_s^T \cdot J_i^{+,U},$$

onde e_s^T representa a transposição do s -ésimo vetor base de um espaço Euclidiano m -dimensional, \mathbb{R}^S .

De modo semelhante, podemos representar as matrizes de preferência.

Definição 2.4.3.2.2 Para um modelo de grafos G , as matrizes de preferências, de indiferença e de incerteza para o DM i são matrizes $m \times m$, P_i^+ , P_i^- , P_i^U e $P_i^=$, com entradas (s, q) :

$$P_i^+(s, q) = \begin{cases} 1 & \text{se } q \succ_i s, \\ 0 & \text{caso contrário,} \end{cases}$$

$$P_i^-(s, q) = \begin{cases} 1 & \text{se } s \succ_i q, \\ 0 & \text{caso contrário,} \end{cases}$$

$$P_i^=(s, q) = \begin{cases} 1 & \text{se } q \sim_i s, \\ 0 & \text{caso contrário,} \end{cases}$$

$$P_i^U(s, q) = \begin{cases} 1 & \text{se } q U_i s, \\ 0 & \text{caso contrário,} \end{cases} \quad e \quad P_i^{+,U} = P_i^+ \vee P_i^U.$$

Uma entrada não-nula, $P_i^+(s, q) = 1$, na matriz de preferências indica que o DM i prefere o estado q ao estado s , enquanto uma entrada nula, $P_i^+(s, q) = 0$, indica que o DM i ou prefere s à q , ou é indiferente entre s e q , ou que a preferência entre os estados s e q é incerta (pela propriedade da completude das preferências).

Podemos interpretar $P_i^-(s, q) = 1$, $P_i^{\bar{}}(s, q) = 1$ e $P_i^U(s, q) = 1$, de modo similar. Logo, é conveniente definirmos:

$$P_i^{\bar{}} = P_i^- \vee P_i^{\bar{}},$$

$$P_i^{+,U}(s, q) = E - P_i^{\bar{}},$$

e

$$P_i^{\bar{},U}(s, q) = E - P_i^+.$$

Consequentemente, as relações entre a matriz de acessibilidade UM, a matriz de acessibilidade UI, a matriz de acessibilidade UIUUM e as matrizes de preferência, incluindo incerteza, são estabelecidas da seguinte forma:

$$J_i^+ = J_i \circ P_i^+, \quad \text{e} \quad J_i^{+,U} = J_i \circ P_i^{+,U}$$

2.4.3.3 Representação matricial dos movimentos da coalizão

Definição 2.4.3.3.1 Para uma coalizão $H \subseteq N$, $i \in H$, e $t = 1, 2, 3, \dots$, defina as matrizes $m \times m$ $J_i^{(t)}$, $J_i^{(t,+)}$ e $J_i^{(t,+,U)}$ com entradas (s, q) , como segue:

$$J_i^t(s, q) = \begin{cases} 1 & \text{se } q \in S \text{ é alcançável a partir de } s \in S \text{ em exatos } t \text{ movimentos} \\ & \text{unilaterais legais sendo o DM } i \text{ o último a se mover;} \\ 0 & \text{caso contrário,} \end{cases}$$

$$J_i^{t,+}(s, q) = \begin{cases} 1 & \text{se } q \in S \text{ é alcançável a partir de } s \in S \text{ em exatos } t \text{ melhorias} \\ & \text{unilaterais legais sendo o DM } i \text{ o último a se mover;} \\ 0 & \text{caso contrário,} \end{cases}$$

$$J_i^{t,+U}(s, q) = \begin{cases} 1 & \text{se } q \in S \text{ é alcançável a partir de } s \in S \text{ em exatos } t \\ & \text{UIUUMs legais sendo o DMi o último a se mover;} \\ 0 & \text{caso contrário,} \end{cases}$$

Com base nessa definição, Xu *et al.* (2011) provaram o seguinte lema:

Lema 2.4.3.3.1 Para uma coalizão $H \subseteq N$, $i \in H$, as matrizes $m \times m$ $J_i^{(t)}$, $J_i^{(t,+)}$ e $J_i^{(t,+U)}$ satisfazem:

$$J_i^t(s, q) = \text{signal} \left[\left(\bigvee_{j \in H - \{i\}} J_j^{(t-1)} \right) \cdot J_i \right]$$

$$J_i^{t,+}(s, q) = \text{signal} \left[\left(\bigvee_{j \in H - \{i\}} J_j^{(t-1,+)} \right) \cdot J_i^+ \right]$$

$$J_i^{t,+U}(s, q) = \text{signal} \left[\left(\bigvee_{j \in H - \{i\}} J_j^{(t-1,+U)} \right) \cdot J_i^{+,U} \right]$$

para todo $t = 1, 2, 3, \dots$

Para representarmos matricialmente possíveis movimentos no modelo de grafo com n DMs, considere três matrizes $m \times m$, J_H , J_H^+ e $J_H^{+,U}$ com entradas (s, q) , representando as três listas de acessibilidade da coalizão H , $R_H(s)$, $R_H^+(s)$ e $R_H^{+,U}(s)$, como segue:

$$J_H(s, q) = \begin{cases} 1 & \text{se } q \in R_H(s), \\ 0 & \text{caso contrário,} \end{cases}$$

$$J_H^+(s, q) = \begin{cases} 1 & \text{se } q \in R_H^+(s), \\ 0 & \text{caso contrário,} \end{cases}$$

e

$$J_H^{+,U}(s, q) = \begin{cases} 1 & \text{se } q \in R_H^{+,U}(s), \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

As três matrizes são, respectivamente, chamadas de matrizes de UM, UI e UIUUM da coalizão H a partir de s .

Assuma, agora, que δ_1 , δ_2 e δ_3 sejam, respectivamente, o número de passos necessários para construírem-se $R_H(s)$, $R_H^+(s)$ e $R_H^{+,U}(s)$ para todo $s \in S$. Sejam, respectivamente, $L_1 = |\cup_{i \in H} A_i|$, $L_2 = |\cup_{i \in H} A_i^+|$ e $L_3 = |\cup_{i \in H} A_i^{+,U}|$ os números de arcos do tipo UM, UI e UIUUM em todos os grafos dos DMs, uma vez que em não havendo mais arcos a serem incluídos, os movimentos sequenciais irão parar. Portanto, $\delta_1 \leq L_1$, $\delta_2 \leq L_2$ e $\delta_3 \leq L_3$. Então, com base no Lema 2.4.3.3.1, a seguinte definição é obtida:

Definição 2.4.3.3.2 Seja $s \in S$, $H \subseteq N$, e $H \neq \emptyset$. As matrizes J_H , J_H^+ e $J_H^{+,U}$ para a coalizão H satisfazem:

$$J_H = \bigvee_{t=1}^{L_1} \bigvee_{i \in H} J_i^{(t)}$$

$$J_H^+ = \bigvee_{t=1}^{L_2} \bigvee_{i \in H} J_i^{(t,+)}$$

e

$$J_H^{+,U} = \bigvee_{t=1}^{L_3} \bigvee_{i \in H} J_i^{(t,+,U)}.$$

2.4.4 Representação matricial dos Conceitos de Solução para Preferências com Incerteza

A Representação Matricial dos Conceitos de Solução para Preferências com Incerteza - MRSCU, *Matrix Representation of Solution Concepts with Preference Uncertainty*, incorporou um conjunto de matrizes $m \times m$ de estabilidade, $M_i^{GMR_l}$, $M_i^{SMR_l}$, $M_i^{SEQ_l}$, para $l \in Q = \{a, b, c, d\}$, para capturar as estabilidades GMR_l , SMR_l , SEQ_l para um DM $i \in N$, com $m = |S|$, e as preferências dos DMs podem incluir incerteza.

Apresentadas as principais operações e componentes necessários para realizarmos a análise de estabilidade para conflitos com preferências incertas e com base nas definições de

Xu *et al.* (2018), para NASH, GMR, SMR e SEQ, e Vieira (2017) para SSEQ, apresentamos no Quadro 5 as definições das matrizes de estabilidade para n-DMs com preferências incertas. Importante destacar que, embora tenha sido apresentado em outros formatos, esta é a primeira vez que o conceito de solução SSEQ é proposto para preferências incertas.

Os teoremas a seguir, cujas provas podem ser consultadas em Xu *et al.* (2011), auxiliam na compreensão das matrizes de estabilidade:

Teorema 2.4.4.1 O estado $s \in S$ é Nash_a ou Nash_c estável para o DM $i \Leftrightarrow e_s^T \cdot J_i^{+,U} \cdot e = 0$; e o estado $s \in S$ é Nash_b ou Nash_d estável para o DM $i \Leftrightarrow e_s^T \cdot J_i^+ \cdot e = 0$.

Teorema 2.4.4.2 O estado $s \in S$ é GMR_l estável para o DM $i \Leftrightarrow M_i^{GMR_l}(s, s) = 0, l \in Q$.

Teorema 2.4.4.3 O estado $s \in S$ é SMR_l estável para o DM $i \Leftrightarrow M_i^{SMR_l}(s, s) = 0, l \in Q$.

Teorema 2.4.4.4 O estado $s \in S$ é SEQ_l estável para o DM $i \Leftrightarrow M_i^{GMR_l}(s, s) = 0, l \in Q$.

Teorema 2.4.4.5 O estado $s \in S$ é $SSEQ_l$ estável para o DM $i \Leftrightarrow M_i^{SSEQ_l}(s, s) = 0, l \in Q$.

Quadro 5 - Construção das matrizes de estabilidade para n-DMs sob preferências com incerteza, em que $H=N-i$.

Preferências	Extensão	Matrizes de Estabilidade
Com incertezas	a	$M_i^{NASHa} = J_i^{+,U}$
		$M_i^{GMRa} = J_i^{+,U} \cdot [E - \text{sinal}(J_H \cdot (P_i^{-,=})^T)]$
		$M_i^{SMRa} = J_i^{+,U} \cdot [E - \text{sinal}(J_H \cdot W)]$, com $W = (P_i^{-,=})^T \circ [E - \text{sinal}(J_i \cdot (P_i^{+,U})^T)]$
		$M_i^{SEQa} = J_i^{+,U} \cdot [E - \text{sinal}(J_H^{+,U} \cdot (P_i^{-,=})^T)]$
		$M_i^{SSEQa} = J_i^{+,U} \cdot [E - \text{sinal}(J_H^{+,U} \cdot W)]$, com $W = (P_i^{-,=})^T \circ [E - \text{sinal}(J_i \cdot (P_i^{+,U})^T)]$
	b	$M_i^{NASHb} = J_i^+$
		$M_i^{GMRb} = J_i^+ \cdot [E - \text{sinal}(J_H \cdot (P_i^{-,=})^T)]$
		$M_i^{SMRb} = J_i^+ \cdot [E - \text{sinal}(J_H \cdot W)]$, com $W = (P_i^{-,=})^T \circ [E - \text{sinal}(J_i \cdot (P_i^{+,U})^T)]$
		$M_i^{SEQb} = J_i^+ \cdot [E - \text{sinal}(J_H^{+,U} \cdot (P_i^{-,=})^T)]$
		$M_i^{SSEQb} = J_i^+ \cdot [E - \text{sinal}(J_H^{+,U} \cdot W)]$, com $W = (P_i^{-,=})^T \circ [E - \text{sinal}(J_i \cdot (P_i^{+,U})^T)]$
	c	$M_i^{NASHc} = J_i^{+,U}$
		$M_i^{GMRc} = J_i^{+,U} \cdot [E - \text{sinal}(J_H \cdot (P_i^{-,=,U})^T)]$
		$M_i^{SMRc} = J_i^{+,U} \cdot [E - \text{sinal}(J_H \cdot W)]$, com $W = (P_i^{-,=,U})^T \circ [E - \text{sinal}(J_i \cdot (P_i^+)^T)]$
		$M_i^{SEQc} = J_i^{+,U} \cdot [E - \text{sinal}(J_H^{+,U} \cdot (P_i^{-,=,U})^T)]$
		$M_i^{SSEQc} = J_i^{+,U} \cdot [E - \text{sinal}(J_H^{+,U} \cdot W)]$, com $W = (P_i^{-,=,U})^T \circ [E - \text{sinal}(J_i \cdot (P_i^+)^T)]$
	d	$M_i^{NASHd} = J_i^+$
		$M_i^{GMRd} = J_i^+ \cdot [E - \text{sinal}(J_H \cdot (P_i^{-,=,U})^T)]$
		$M_i^{SMRd} = J_i^+ \cdot [E - \text{sinal}(J_H \cdot W)]$, com $W = (P_i^{-,=,U})^T \circ [E - \text{sinal}(J_i \cdot (P_i^+)^T)]$
		$M_i^{SEQd} = J_i^+ \cdot [E - \text{sinal}(J_H^{+,U} \cdot (P_i^{-,=,U})^T)]$
		$M_i^{SSEQd} = J_i^+ \cdot [E - \text{sinal}(J_H^{+,U} \cdot W)]$, com $W = (P_i^{-,=,U})^T \circ [E - \text{sinal}(J_i \cdot (P_i^+)^T)]$

Fonte: Próprio autor, com informações de Li *et al.* (2004), Xu *et al.* (2018), e Vieira (2017).

3 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

Apresentados os conceitos teóricos, vamos demonstrar a problemática em questão neste trabalho. Tomemos uma situação de conflito com dois DMs, i e j , com duas e uma opções respectivamente. Assim, portanto, temos $2^3 = 8$ estados possíveis, todos viáveis, no conflito. O conflito pode, então, ser apresentado através do Quadro 6:

Quadro 6 - Estados possíveis do conflito.

DM	Opção	Estados							
		s1	s2	s3	s4	s5	s6	s7	s8
i	o1	N	S	N	S	N	S	N	S
	o2	N	N	S	S	N	N	S	S
j	o3	N	N	N	N	S	S	S	S

Fonte: Próprio autor.

Pelos motivos já expostos no referencial teórico, sabemos ser possível que, ao mudarmos o enquadramento do questionamento sobre as declarações de preferências, as relações de preferência do DM sobre o conjunto de estados viáveis sofram alteração.

Considere, portanto, que aos DMs i e j foram solicitadas suas listas ordenadas de declarações de preferências sobre as opções do conflito da seguinte forma:

- i) Enquadramento A: a cada um dos DMs foi dada a tarefa de ordenar os estados de modo que respondesse à pergunta padrão “O que você mais prefere que ocorra?”
- ii) Enquadramento B: a cada um dos DMs foi dada a tarefa de ordenar os estados de modo que respondesse à pergunta “O que você mais prefere que NÃO ocorra?”

Considere que como resposta a estas perguntas obtenham-se as declarações vistas nos Quadros 7 e 8 a seguir:

Quadro 7 - Ordem final de declarações de preferências sobre opções sob Enquadramento A.

Declarações	DM i	Declarações	DM j
ψ_{i1}^A	o_1 se o_3	ψ_{j1}^A	o_1 & - o_2
ψ_{i2}^A	- (o_1 o_2)	ψ_{j2}^A	$o_2 \Leftrightarrow$ - o_3
ψ_{i3}^A	- o_2 & o_3	ψ_{j3}^A	- (o_1 & o_3)

Fonte: Próprio autor.

Quadro 8 - Ordem de declarações de preferências sobre opções sob Enquadramento B.

Declarações	DM i	Declarações	DM j
$\psi_{i_1}^B$	- ($o_1 \mid o_2$)	$\psi_{j_1}^B$	- ($o_1 \ \& \ o_3$)
$\psi_{i_2}^B$	- $o_2 \ \& \ o_3$	$\psi_{j_2}^B$	$o_2 \Leftrightarrow -o_3$
$\psi_{i_3}^B$	$o_1 \ \text{se} \ o_3$	$\psi_{j_3}^B$	$o_1 \ \& \ - \ o_2$

Fonte: Elaborada pelo autor.

Note que, de modo análogo ao método padrão de priorização por opções, se utilizarmos o Enquadramento B no processo de elicitación, um estado s que satisfizer sozinho uma declaração de preferência que tiver maior prioridade será menos preferido que outro.

Atualmente, o software GMCR+ em sua versão 0.4 permite apenas que a ordem tradicional, Enquadramento A, seja implementada. Desta forma, para que possamos inserir as informações do Quadro 8 no software, devemos considerar as negações lógicas das declarações de preferência dadas sob Enquadramento B.

Assim, sob o Enquadramento B, caso um estado s_k satisfaça primeiro uma declaração “mais prefere que não ocorra” do que um estado s_w , então o estado s_w satisfará primeiro a negação desta declaração do que o estado s_k e, portanto, s_w será preferível a s_k . Ou seja, a negação do Enquadramento B nada mais é do que a negação da ordem tradicional de elicitación.

Desta forma, o Quadro 9 apresenta as negações das declarações de preferências sobre opções sob o Enquadramento B.

Quadro 9 - Ordem de negações das declarações de preferências sobre opções sob Enquadramento B.

Declarações	DM i	Declarações	DM j
$\psi_{i_1}^{-B}$	$o_1 \mid o_2$	$\psi_{j_1}^{-B}$	$o_1 \ \& \ o_3$
$\psi_{i_2}^{-B}$	$o_2 \mid - \ o_3$	$\psi_{j_2}^{-B}$	$o_2 \Leftrightarrow o_3$
$\psi_{i_3}^{-B}$	- $o_1 \ \& \ o_3$	$\psi_{j_3}^{-B}$	- $o_1 \mid o_2$

Fonte: Elaborada pelo autor.

Neste modelo hipotético, simplificado, observe que o DM i altera o ordenamento das suas declarações de preferência sobre as opções do conflito quando passa a ser confrontado com o mesmo problema de decisão, o ordenamento das suas preferências sobre as opções do conflito, mas sob uma formulação diferente. Note que o problema apresentado a cada DM é o mesmo: declarar ordenadamente as preferências sobre as opções do conflito, mas que é apresentado, enquadrado, de formas diferentes.

Mesmo que apenas implementemos as negações das declarações de preferência sob o Enquadramento B observaremos que houve uma alteração do ranqueamento destas declarações. No entanto, não observaremos este efeito ocorrer caso o decisor no Enquadramento B forneça exatamente, e na mesma ordem, as negações das declarações de preferências fornecidas sob o Enquadramento A.

Nesta instância simplificada do problema, podemos observar que uma simples alteração no ordenamento de declarações de preferências, efeito decorrente da forma como o problema é apresentado, fez mudar as relações de preferências dos decisores sobre o conjunto de estados. As relações de preferências obtidas a partir da elicitação sob cada um dos enquadramentos foram as seguintes:

i) Para o DM_1

Enquadramento A: $s_1 \sim_1 s_6 \succ_1 s_2 \sim_1 s_3 \sim_1 s_4 \sim_1 s_8 \succ_1 s_5 \succ_1 s_7$

Enquadramento B: $s_7 \succ_1 s_2 \sim_1 s_3 \sim_1 s_4 \sim_1 s_8 \succ_1 s_6 \succ_1 s_1 \succ_1 s_5$

ii) Para o DM_2

Enquadramento A: $s_6 \succ_2 s_2 \succ_2 s_3 \sim_2 s_4 \sim_2 s_5 \succ_2 s_1 \sim_2 s_7 \succ_2 s_8$

Enquadramento B: $s_8 \succ_2 s_6 \succ_2 s_1 \sim_2 s_7 \succ_2 s_2 \succ_2 s_3 \sim_2 s_4 \sim_2 s_5$

Quadro 10 - Quadro comparativo de estados de equilíbrio do conflito comelicitação de preferências sob os Enquadramentos A e B.

Estados	R	GMR	SMR	SEQ	SSEQ
1		A		A	
2		A, B			
3		A, B		A	
4		A, B		A	
5					
6	A	A	A	A	A
7	B	B	B	B	B
8		B	B		

Fonte: Elaborada pelo autor.

Com as preferências obtidas, apresentamos no Quadro 10 quais estados são equilíbrios de acordo com 5 tipos conceitos de estabilidade sob cada um dos dois enquadramentos A e B. Neste quadro, podemos observar claramente que apenas os estados s_2 , s_3 e s_4 permaneceram estáveis sob o conceito GMR de estabilidade e o único estado Nash-

estável passou de s_6 para s_7 , embora o conflito e os decisores sejam os mesmos, tendo alterado apenas o enquadramento de como as preferências foram elicitadas.

Os resultados aqui observados divergem do que se espera obter de agentes racionais, uma vez que estes deveriam manter consistentes suas preferências quando apresentados a um mesmo problema, o que fere a Teoria da Escolha Racional que assume a invariância de descrição, como já salientado no referencial teórico.

Podemos afirmar, portanto, que inconsistências nas preferências declaradas pelos DMs surgiram em decorrência do efeito *framing*, e afetaram consideravelmente os equilíbrios de um conflito. Nossa tarefa agora é identificar estas inexatidões e apresentar um método que possa tratar problemas semelhantes permitindo que a Análise de Estabilidade do conflito possa ser realizada.

4 MATRIZES DE INCERTEZA PARA CONFLITOS COM MÚLTIPLOS DECISORES E PREFERÊNCIAS INCERTAS PROVOCADAS POR *FRAMING* *EFFECT*

Neste capítulo apresentaremos as definições para obtenção das representações matriciais das preferências, de indiferença e de incerteza para um conflito cujos decisores apresentam preferências incertas em decorrência do viés de enquadramento, *framing effect*. Apresentaremos também uma aplicação em um conflito real.

4.1 Para conflitos com 2 enquadramentos e n decisores

As preferências com incertezas sobre os estados de um conflito, no caso aqui abordado, emergem quando decisores são confrontados com um mesmo problema: listar declarações de preferência em dois diferentes enquadramentos, A e B, como já demonstrado. As representações matriciais das preferências do conflito podem ser obtidas diretamente utilizando o relacionamento entre os elementos matriciais que representam as preferências de cada DM sob cada um dos enquadramentos individualmente.

Seja um DM i , $i \in N$, e sejam dois Enquadramentos $\{A, B\} \in \mathcal{E}$, para um determinado conflito.

Definição 4.1 Para um modelo de grafos G , a matriz de preferência estrita para o DM i , $i \in N$, que apresenta diferentes preferências em dois diferentes enquadramentos, $\{A, B\} \in \mathcal{E}$, é uma matriz $m \times m$, P_i^+ tal que:

$$P_i^+ = [(P_{i,A}^+ \circ P_{i,B}^+) + (P_{i,A}^- \circ P_{i,B}^+) + (P_{i,A}^+ \circ P_{i,B}^-)]$$

Definição 4.2 Para um modelo de grafos G , a matriz de preferência não estrita para o DM i , $i \in N$, que apresenta diferentes preferências em dois diferentes enquadramentos, $\{A, B\} \in \mathcal{E}$, é uma matriz $m \times m$, P_i^- tal que:

$$P_i^- = [(P_{i,A}^- \circ P_{i,B}^-) + (P_{i,A}^- \circ P_{i,B}^-) + (P_{i,A}^- \circ P_{i,B}^-)]$$

Definição 4.3 Para um modelo de grafos G , a matriz de indiferença para o DM i , $i \in N$, que apresenta diferentes preferências em dois diferentes enquadramentos, $\{A, B\} \in \mathcal{E}$, é uma matriz $m \times m$, P_i^- tal que:

$$P_i^- = (P_{i,A}^- \circ P_{i,B}^-)$$

Definição 4.4 Para um modelo de grafos G , a matriz de preferências incertas para o DM i , $i \in N$, que apresenta diferentes preferências em dois diferentes enquadramentos, $\{A, B\} \in \mathcal{E}$, é uma matriz $m \times m$, P_i^U tal que:

$$P_i^U = [(P_{i,A}^+ \circ P_{i,B}^-) + (P_{i,A}^- \circ P_{i,B}^+)]$$

4.2 Para conflitos com n enquadramentos e n decisores

Embora as definições tenham sido feitas levando em consideração apenas dois enquadramentos, $|\mathcal{E}| = 2$, as definições permanecem válidas para o caso mais amplo, $|\mathcal{E}| \geq 2$, e as relações de preferências incertas podem ser definidas de forma análoga. Sejam $i \in N$, $\{s_1, s_2\} \in S$ e $\{A, B, C \dots\} \in \mathcal{E}$, então:

- i) $s_1 \sim_i s_2 \Leftrightarrow s_1 \sim_{i,W} s_2, \forall W \in \mathcal{E}$, dois diferentes estados s_1, s_2 serão indiferentes para o DM i se, e somente se, forem indiferentes entre si em todos os enquadramentos elicitados no conflito, ou seja:

$$P_i^-(s_1, s_2) = \prod_{W \in \mathcal{E}} P_{i,W}^-(s_1, s_2).$$

- ii) $s_1 U_i s_2 \Leftrightarrow \exists \{W, K\} \in \mathcal{E}, W \neq K, s_1 \succ_{i,W} s_2, e s_1 \prec_{i,K} s_2$, dois diferentes estados s_1, s_2 serão relacionados como incertos para o DM i se, e somente se, tiverem preferências opostas para o DM i em pelo menos dois diferentes enquadramentos elicitados no conflito, ou seja:

$$P_i^U(s_1, s_2) = \text{signal}\left(\sum_{\{W,K\} \in \mathcal{E}, W \neq K} (P_{i,W}^+(s_1, s_2) \circ P_{i,K}^-(s_1, s_2))\right).$$

iii) $s_1 \succ_i s_2 \Leftrightarrow \exists W \in \mathcal{E}$ tal que $s_{1,W} \succ_i s_{2,K}$, e $\nexists K \in \mathcal{E}, W \neq K, s_{1,W} \prec_i s_{2,K}$, um estado s_1 é preferido a um estado s_2 para o DM i se, e somente se, s_1 for preferido a s_2 em pelo menos um enquadramento e não houver um outro diferente enquadramento onde s_2 seja preferido a s_1 , para o DM i , ou seja:

$$P_i^+(s_1, s_2) = \text{signal}\left(\sum_{W \in \mathcal{E}} P_{i,W}^+(s_1, s_2)\right) - P_i^U(s_1, s_2).$$

iv) Finalmente, a matriz P_i^- é igual a transposta da matriz P_i^+ .

4.3 Interrelação entre os conceitos de solução

Fang *et al.* (1989) exploraram as interrelações entre os conceitos de solução no GMCR. Li *et al.* (2004) estenderam as interrelações às extensões dos conceitos usuais de solução para lidar com incerteza. Nesta seção, utilizaremos estas relações para investigar as relações das estabilidades com diferentes enquadramentos do mesmo problema e as estabilidades obtidas quando derivamos as preferências incertas a partir dos enquadramentos.

As provas são dadas para o caso de dois DMs e dois enquadramentos, mas são facilmente generalizadas para o caso de mais DMs ou mais enquadramentos em situação similar. Seja $l = \{a, b, c, d\}$,

Seja um conflito G , com $i \in N, s \in S$, e os enquadramentos $\{A, B\} \in \mathcal{E}$. O primeiro resultado mostra que se um estado é Nash estável de acordo com todos os enquadramentos, então ele satisfaz as quatro noções de estabilidade de Nash para preferências incertas.

Teorema 1: Para qualquer $i \in N$ e $s \in S$, temos:

$$s \in (S_{i,A}^{Nash} \cap S_{i,B}^{Nash}) \Rightarrow s \in (S_i^{Nasha} \cap S_i^{Nashb} \cap S_i^{Nashc} \cap S_i^{Nashd})$$

Prova:

Se o estado $s \in (S_{i,A}^{Nash} \cap S_{i,B}^{Nash})$, então $R_{i,A}^+(s) = \emptyset$ e $R_{i,B}^+(s) = \emptyset$, o que implica que para todo $q \in R_i(s)$, $P_i^+(s, q) = 0$ (Definição 5.1), e $P_i^U(s, q) = 0$ (Definição 5.4). Logo, de acordo com o Quadro 4, $\nexists s_1 \in R_i^+(s) \cup R_i^U(s)$. Então, $s \in S_i^{NASHl}$, $\forall l = \{a, b, c, d\}$.

O segundo resultado mostra que um estado é Nash estável de acordo com todos os enquadramentos se, e somente se, ele satisfaz a pelo menos uma das noções a ou c de estabilidade de Nash para preferências incertas.

Teorema 2: Para qualquer $i \in N$ e $s \in S$, temos:

$$s \in (S_i^{Nasha} \cup S_i^{Nashc}) \Leftrightarrow s \in (S_{i,A}^{Nash} \cap S_{i,B}^{Nash})$$

Prova:

Se o estado $s \in (S_i^{Nasha} \cup S_i^{Nashc})$, então $\nexists s_1 \in R_i^{+,U}(s)$, o que implica que $R_{i,A}^+(s) = \emptyset$ e $R_{i,B}^+(s) = \emptyset$. Então, $s \in (S_{i,A}^{Nash})$ e $s \in (S_{i,B}^{Nash})$. A prova da volta decorre do Teorema 1.

O terceiro resultado mostra que se um estado satisfaz a noção a de estabilidade GMR para preferências incertas, então este estado é GMR estável em todos os enquadramentos.

Teorema 3: Para qualquer $i \in N$ e $s \in S$, temos:

$$s \in S_i^{GMRa} \Rightarrow s \in (S_{i,A}^{GMR} \cap S_{i,B}^{GMR})$$

Prova:

Seja o estado $s \in S_i^{GMRa}$, então $\forall s_1 \in R_i^{+,U}(s), \exists s_2 \in R_j(s_1) \cap \Phi_i^{-,=}(s)$. Como $R_{i,A}^+(s) \subseteq R_i^{+,U}(s), \forall s_1 \in R_{i,A}^+(s), \exists s_2 \in R_j(s_1) \cap \Phi_i^{-,=}(s)$. Como $\Phi_i^{-,=}(s) \subseteq \Phi_{i,A}^{-,=}(s)$, temos que $\forall s_1 \in R_{i,A}^+(s), \exists s_2 \in R_j(s_1) \cap \Phi_{i,A}^{-,=}(s)$. Logo, $s \in S_{i,A}^{GMR}$. A prova de que $s \in S_{i,B}^{GMR}$, substituindo A por B em todo lugar.

O quarto resultado mostra que se um estado satisfaz a noção a de estabilidade SMR para preferências incertas, então este estado é SMR estável em todos os enquadramentos.

Teorema 4: Para qualquer $i \in N$ e $s \in S$, temos:

$$s \in S_i^{SMRa} \Rightarrow s \in (S_{i,A}^{SMR} \cap S_{i,B}^{SMR})$$

Prova:

Este caso é semelhante ao do Teorema 4, diferindo apenas o fato de que a contrarreação do DM i é levada em consideração e pode ser qualquer. Seja o estado $s \in S_i^{SMRa}$, então $\forall s_1 \in R_i^{+,U}(s), \exists s_2 \in R_j(s_1) \cap \Phi_i^{-,=}(s)$ tal que $R_i(s_2) \subseteq \Phi_i^{-,=}(s)$. Como $R_{i,A}^+(s) \subseteq R_i^{+,U}(s), \forall s_1 \in R_{i,A}^+(s), \exists s_2 \in R_j(s_1) \cap \Phi_i^{-,=}(s)$ tal que $R_i(s_2) \subseteq \Phi_i^{-,=}(s)$. Como $\Phi_i^{-,=}(s) \subseteq \Phi_{i,A}^{-,=}(s)$, temos que $\forall s_1 \in R_{i,A}^+(s), \exists s_2 \in R_j(s_1) \cap \Phi_{i,A}^{-,=}(s)$ tal que $R_i(s_2) \subseteq \Phi_{i,A}^{-,=}(s)$. Logo, $s \in S_{i,A}^{SMR}$. A prova de que $s \in S_{i,B}^{SMR}$, substituindo A por B em todo lugar.

O Exemplo 1 nos mostra que a volta dos Teoremas 3 e 4 não é verdadeira, ou seja, se um estado satisfaz GMR, SMR, SEQ ou SSEQ para todos os enquadramentos, não podemos garantir que nenhuma dessas estabilidades seja verdadeira para o caso de preferências incertas.

Exemplo 1: Considere o seguinte conflito com 2 decisores, i e j , e quatro estados $\{s, s_1, s_2, s_3\}$ tal que $R_i(s) = \{s_1\}, R_j(s_1) = \{s_2, s_3\}$, os demais conjuntos de acessibilidade são todos vazios e $s_2 \succ_{i,A} s_1 \succ_{i,A} s \sim_{i,A} s_3, s_3 \succ_{i,B} s_1 \succ_{i,B} s \sim_{i,B} s_2, s_3 \succ_{j,A} s_2 \succ_{j,A} s \succ_{j,A} s_1$ e $s_3 \succ_{j,B} s_2 \succ_{j,B} s \succ_{j,B} s_1$. Deste modo, temos que

$s \in (S_{i,A}^{SSEQ} \cap S_{i,B}^{SSEQ})$, e consequentemente, $s \in (S_{i,A}^{SEQ} \cap S_{i,B}^{SEQ}), s \in (S_{i,A}^{SMR} \cap S_{i,B}^{SMR}), s \in (S_{i,A}^{GMR} \cap S_{i,B}^{GMR})$. Porém $s \notin S_i^{GMR_l}, \forall l = \{a, b, c, d\}$, pois $\Phi_i^{-,=}(s) = \emptyset$, consequentemente, $s \notin (S_i^{SMR_l} \cup S_i^{SEQ_l} \cup S_i^{SSEQ_l}), \forall l = \{a, b, c, d\}$.

O Exemplo 2 nos mostra que os análogos dos Teoremas 3 e 4 não são verdadeiros, quando consideramos SEQ ou SSEQ.

Exemplo 2: Considere o seguinte conflito com 2 decisores, i e j , e quatro estados $\{s, s_1, s_2, s_3\}$ tal que $R_i(s) = \{s_1, s_2\}$, $R_j(s_1) = \{s_3\}$ e $R_j(s_2) = \{s_4\}$, os demais conjuntos de acessibilidade são todos vazios e $s_1 \succ_{i,A} s_2 \succ_{i,A} s \sim_{i,A} s_4 \succ_{i,A} s_3$, $s_1 \succ_{i,B} s_2 \succ_{i,B} s \sim_{i,B} s_3 \succ_{i,B} s_4$, $s_2 \succ_{j,A} s \succ_{j,A} s_3 \succ_{j,A} s_4 \succ_{j,A} s_1$ e $s_1 \succ_{j,B} s_3 \succ_{j,B} s_4 \succ_{j,B} s \succ_{j,B} s_2$. Deste modo, temos que $R_j^{+,U}(s_1) = \{s_3\}$, $R_j^{+,U}(s_2) = \{s_4\}$, $R_{j,A}^+(s_1) = \{s_3\}$, $R_{j,A}^+(s_2) = \emptyset$, $R_{j,B}^+(s_1) = \emptyset$ e $R_{j,B}^+(s_2) = \{s_4\}$. Portanto, $s \in S_i^{SSEQ_l}, \forall l = \{a, b, c, d\}$ e, consequentemente, $s \in S_i^{SEQ_l}, \forall l = \{a, b, c, d\}$. Porém $s \notin (S_{i,A}^{SEQ} \cup S_{i,B}^{SEQ})$, consequentemente, $s \notin (S_{i,A}^{SSEQ} \cup S_{i,B}^{SSEQ})$.

5 ESTUDO DE CASO

5.1 Conflitos no planejamento urbano

Em cidades cada vez mais adensadas, as intervenções urbanas impactam cada vez mais aspectos sociais, ambientais e urbanísticos. Esta complexidade exige diariamente mais atenção às demandas dos cidadãos e planejamento por parte do poder público. É natural, portanto, que conflitos emerjam a partir da diversidade de interesses, valores, normas, crenças e posições políticas de grupos e indivíduos. Assim, mostra-se de grande valia o gerenciamento de conflitos para melhorar os processos de tomada de decisão.

Neste contexto, de acordo com Fraser e Hipel (1984), a análise de conflitos tem importante papel pois considera as informações disponíveis adequadamente, estrutura o problema de forma sistemática e emprega a modelagem para analisar ou prever de forma sensata os possíveis desfechos para a disputa.

Ainda no contexto de conflitos relativos ao planejamento e às intervenções urbanas, devemos ter em mente que a exiguidade de tempo, seja por questões burocráticas, falhas no planejamento, inoperância do poder público, ou ainda porque algumas intervenções demandam um período maior para se concretizarem, a tomada de decisão pode ser agravada pela incapacidade, ou inabilidade, em buscar soluções para conflitos onde há muitos objetivos conflitantes entre os decisores. A limitação temporal aqui não deve servir de justificativa para que intervenções, muitas vezes importantes e necessárias, sejam realizadas de qualquer forma, à revelia dos órgãos de controle, da legislação vigente e da participação da sociedade. No entanto, esta urgência faz necessária uma abordagem técnica e eficiente para analisar e apontar de forma objetiva os caminhos pelos quais o conflito pode evoluir reduzindo, portanto, os efeitos danosos e muitas vezes irreversíveis, de atrasos, dispêndio desnecessário de recursos públicos, protestos, embargos e morosidade no processo de planejamento e discussão com participação popular.

5.2 Caracterização da cidade de Fortaleza e histórico do conflito

Fortaleza é a capital do Estado do Ceará, na região Nordeste do Brasil. Em 2010, Fortaleza tinha 2.452.185 habitantes (IBGE, 2022) e uma população estimada em 2013 de 2.551.805 habitantes (IPECE, 2013). Fortaleza já era a quinta mais populosa cidade do país

e em 2013 teve o Produto Interno Bruto (PIB) de R\$ 49,76 bilhões a preços correntes. (IBGE, 2022).

Fortaleza, assim como muitas outras cidades da América Latina, enfrenta grandes desafios relacionados à mobilidade urbana. Somada a diversos fatores históricos que promoveram o crescimento e conseqüente adensamento desordenados da cidade e da sua região metropolitana ao longo das últimas décadas, a prática de planejar as cidades pensando na utilização de carros particulares como sinônimo de desenvolvimento econômico em detrimento do transporte público agravou este quadro crônico. Para termos uma ideia do tamanho do problema, o site da Revista Exame publicou em setembro de 2013 ranking com os 25 maiores congestionamentos urbanos do país naquele ano no qual Fortaleza figurou na 5ª posição, com incríveis 261,41km de trânsito parado registrados no dia 29 de maio. (SOUZA, 2013).

Figura 5 - Cruzamento entre as avenidas Antônio Sales e Engenheiro Santana Júnior, Fortaleza, no ano de 2013



Fonte: Jornal O Povo.

Um dos históricos pontos de estrangulamento de tráfego da cidade de Fortaleza é o cruzamento entre as avenidas Antônio Sales e Engenheiro Santana Júnior, no bairro Cocó. A Figura 5 acima mostra o ponto da cidade de Fortaleza no ano de 2013. Uma característica particular deste cruzamento provocou insatisfação e resistência de parte da população fortalezense quando em julho de 2013, para “eliminar um histórico ponto de congestionamento e assim melhorar o tráfego de veículos naquela região da cidade”, a Prefeitura de Fortaleza deu início à obra de construção de dois viadutos como parte do Programa de Transporte Urbano de Fortaleza (Transfor), com orçamento de R\$17,35 milhões: ele fica ao lado do Parque do Cocó, um dos maiores parques urbanos do continente americano e a maior área verde natural do município de Fortaleza (PMF, 2013; BRAGA, 2018). A Figura 6 mostra a localização do Parque Estadual do Cocó na cidade de Fortaleza.

Figura 6 - Parque Estadual do Cocó, Fortaleza, Ceará



Fonte: Secretaria do Meio Ambiente do Estado do Ceará, disponível em <https://www.sema.ce.gov.br/parque-do-coco-pa/>

Figura 7 - Cruzamento das avenidas Antônio Sales e Engenheiro Santana Júnior, Fortaleza



Fonte: Google Maps, junho de 2012, “-3.749242, -38.490022”.

Conforme divulgou a Prefeitura de Fortaleza, para a consecução do projeto original da obra, seria necessária a supressão de 94 árvores. A maioria de espécies não nativas. Para compensar o dano ambiental, a prefeitura comprometeu-se a plantar ao menos três vezes mais exemplares de espécies nativas do Parque do Cocó. A municipalidade alegara que os viadutos, cujas maquetes eletrônicas da época são apresentadas na Figura 8, eliminariam um dos principais pontos de congestionamento entre as regiões norte e sul da cidade de Fortaleza, por onde transitavam 70.000 veículos por dia, além de contribuir para a redução do tempo em que motoristas e passageiros de ônibus passam no trânsito e, conseqüentemente, melhorando a qualidade do ar. A Figura 7 acima mostra a região adjacente à vegetação do Parque do Cocó poucos dias antes do início das obras.

Figura 8 - Maquete eletrônica da obra no cruzamento entre as avenidas Antônio Sales e Engenheiro Santana Júnior



Fonte: Prefeitura de Fortaleza, julho de 2013.

Logo após o anúncio do início das obras, diversos grupos da sociedade iniciaram articulação em oposição à proposta. Foi o estopim para o início do **Conflito dos Viadutos**

do Cocó - CVC. O contexto daquela época era favorável ao surgimento de mobilizações sociais já que no mesmo período grandes manifestações aconteciam pelo Brasil contra a corrupção e contra os vultosos recursos empregados na realização da Copa do Mundo da Fifa de 2014. Utilizando as redes sociais, grupos e indivíduos criticaram o projeto citando, principalmente, danos ambientais ao Parque do Cocó, falta de estruturas que contemplassem o tráfego de ciclistas e pedestres, e o negativo impacto urbano que a estrutura causaria ao bloquear a visão do parque para quem mora nos arredores.

Figuras 9 e 10 - Corte de árvores em julho 12 de 2013 para início das obras



Fontes: Figura 9, Jornal O Povo; Figura 10, Portal do Luis Nassif.

No dia 12 de julho de 2013, início do processo de retirada das árvores (Figuras 9 e 10) provocara imediata reação de ambientalistas e de grupos sociais que foram até o local e iniciaram um acampamento com o objetivo de impedir a continuidade dos trabalhos, como mostrado nas Figuras 11 e 12 a seguir.

Figuras 11 e 12 - Ocupação no Parque do Cocó para impedir o início das obras

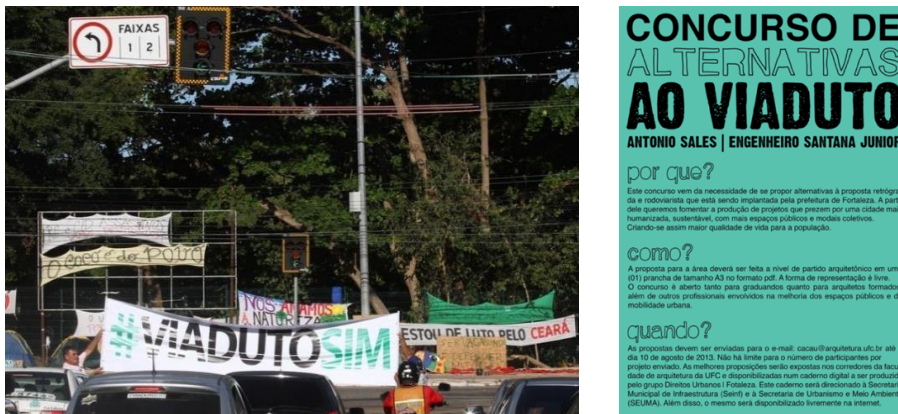


Fontes: Figura 11, G1 Ceará; Figura 12, Jornal O Povo.

De julho a outubro daquele ano, sucedeu-se uma série de avanços e revezes no conflito com decisões e apelações judiciais ora a favor da continuidade das obras, ora contra, pareceis ambientais contrários, audiências públicas provocadas pela ala oposicionista na Câmara de Vereadores, remoções dos acampados, mobilizações populares a favor da obra,

concursos de ideias alternativas proposto por alunos da Universidade Federal do Ceará etc. Manifestações pró e contra que podem ser observadas nas Figuras 12 e 13 abaixo.

Figuras 12 e 13 - Manifestações pró e contra a construção dos viadutos e cartaz divulgando concurso de ideias alternativas para a obra



Fontes: Figura 12, Jornal O Povo; Figura 13, Blog do Eliomar de Lima.

Figuras 14, 15 e 16 - Viadutos em construção e concluído



Fontes: Figuras 14 e 15, Jornal O Povo; Figura 16, Prefeitura de Fortaleza.

De fato, os movimentos contrários à execução da obra favoreceram um intenso debate na cidade sobre questões urbanísticas, de preservação do meio ambiente, de mobilidade urbana, de participação popular, dividindo a população entre os que encontravam justificativas a favor da obra e os que listavam motivos contrários a ela como estava proposta.

No início de outubro de 2013, a área foi finalmente desocupada, após decisão judicial, e a obra prosseguiu (Figuras 14, 15 e 16 mostram etapas da construção). A intervenção urbana foi finalmente inaugurada em 29 de novembro de 2014 seguindo o projeto originalmente proposto pelo poder executivo.

5.3 Modelagem do Conflito dos Viadutos do Cocó

Para realização deste estudo, realizamos consultas através de notícias jornalísticas e postagens em redes sociais, onde pudemos identificar personagens que tiveram envolvimento direto e papel relevante na dinâmica do conflito. Através de diversas reuniões, em sua maioria presenciais, com os envolvidos, iniciamos a etapa de modelagem com a definição dos grupos de decisores, posteriormente seguimos para a definição das opções disponíveis para cada grupo de DMs e, por último, a elicitação das preferências de cada um destes DMs: Prefeitura de Fortaleza, movimentos civis pró e contra à obra, e ambientalistas. Em consulta a integrantes do grupo de autoridades judiciais, ficou compreendido que a justiça, pelo menos teoricamente, deve ser uma instância cujas decisões técnicas têm o papel apenas de recomendar ou não recomendar o prosseguimento das obras, sem preferências sobre os cenários do conflito.

Nos Quadros 11 e 12 a seguir, listamos os decisores do conflito e também as opções disponíveis.

Quadro 11 - Tomadores de decisão (DMs) e stakeholders do CVC em 2013.

DM	Descrição
Prefeitura (PMF)	Prefeitura, Seinfra, Seuma
Movimento civil pró (MCP)	Movimento Viaduto Sim
Movimento civil contra (MCC)	Fórum Direitos Urbanos, Fórum Mobilidade Urbana, setores da Universidade Federal do Ceará, e Movimento Viaduto Não.
Ambientalistas (AMB)	Lideranças políticas e ambientais locais.
Autoridades judiciais (JUS)	Justiça Federal TRF, MPF, IBAMA, SPU.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Quadro 12 - Tomadores de decisão (DMs) e opções do CVC como em 2013.

DM	Abreviação	Descrição
Prefeitura (PMF)	o ₁	Agir para executar a obra seguindo o projeto original.
	o ₂	Agir para executar a obra seguindo projeto alternativo com menor impacto ambiental.
Movimento civil pró (MCP)	o ₃	Promover ações de apoio à realização da obra.
Movimento civil contra (MCC)	o ₄	Esclarecer a população sobre os impactos negativos da obra.
	o ₅	Propor projetos alternativos com menor impacto ambiental.
Ambientalistas (AMB)	o ₆	Realizar manifestações e ocupações para impedir o prosseguimento da obra.
	o ₇	Ações legais para impedir o prosseguimento da obra.
Autoridades judiciais (JUS)	o ₈	Recomendar o prosseguimento da obra.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Como visto anteriormente, em um conflito com 8 possíveis opções em um conflito há um total de 2^8 estados possíveis. No entanto, os estados onde as opções o_1 & o_2 são tomadas simultaneamente não são viáveis, uma vez que ou se realiza a obra com o projeto original, ou com o projeto alternativo. Assim, avaliamos que, dos 256 possíveis estados, 64 não são viáveis. Portanto o total de estados viáveis, $||S||$, do CVC é 192. Todos os 192 estados viáveis e as respectivas combinações de opções podem ser conferidos no Apêndice A.

5.4 Elicitação de preferências

Após a consolidação das sugestões dos decisores em relação às opções disponíveis, a etapa seguinte foi a de elicitação de declarações de preferências. O procedimento ocorreu separadamente e de forma presencial com DMs representantes dos grupos envolvidos no conflito. No início de cada encontro, que durou 40 minutos em média, foi realizado um nivelamento sobre as operações lógicas que poderiam ser utilizadas para combinar as opções disponíveis no conflito. Também foi disponibilizado recurso gráfico para facilitar o processo, além do auxílio do pesquisador para possíveis esclarecimentos. Aos DMs foram solicitadas duas ordens de Declarações de Preferências que poderiam ser preenchidas livremente pelo elicitado. A cada um dos DMs foi dada a tarefa de ordenar os estados de modo que respondesse às seguintes perguntas:

- i) Enquadramento A: “O que você mais prefere que ocorra?”;
- ii) Enquadramento B: “O que você mais prefere que NÃO ocorra?”

As declarações são apresentadas a seguir nos Quadros 13 e 14 a seguir:

Quadro 13 - Ordem final de declarações de preferências sobre opções sob Enquadramento A.

Declarações	DM _{PMF}	DM _{MCP}	DM _{MCC}	DM _{AMB}
ψ_{i1}^A	(01 02) & 03 & -04 & -06 & -07 & 08	01 & (-06 & -07 & 08)	03 & (04 & 05 & 02)	02 & 05
ψ_{i2}^A	(01 02) & 03 & 05 & 06 & 08	01	02	02 & (04 & 05 & 06 & 07 & -08)
ψ_{i3}^A	(01 02) & 03	(01 02) \Leftrightarrow (03 & 04 & 05)	04 & 05 & 02	02 & (04 & 05 & 06 & 07 & 08)
ψ_{i4}^A	02 & 03 & 05 & 08	01 & 03 & 04 & -06 & -07 & 08	02 & (07 & -08 & 05)	
ψ_{i5}^A		02 & 05		
ψ_{i6}^A		-01 & -02		

Fonte: Elaborada pelo autor.

Quadro 14 - Ordem de declarações de preferências sobre opções sob Enquadramento B.

Declarações	DM _{PMF}	DM _{MCP}	DM _{MCC}	DM _{AMB}
$\psi_{i_1}^B$	-01 & -02	-01 & -02	01	01 & 08
$\psi_{i_2}^B$	-01 & (-03 & 04 & 07 & -08)	01 & (03 & 06 & 07 & -08)	01 & 03	02 & (04 & 05 & 06 & 07 & 08)
$\psi_{i_3}^B$	-01 & (-03 & 04 & 06 & 07 & -08)	02 & (06 & 07)	01 & (06 & 07 & 03 & 04 & 05 & 08)	
$\psi_{i_4}^B$	-02 & (-03 & (04 -05) & -06 & -07 & -08)	01 & (07 & -08)	01 & (-06 & 07 & 08)	
$\psi_{i_5}^B$		02		

Fonte: Elaborada pelo autor.

Como salientado na Seção 3, por limitações do software GMCR+, precisamos das negações das declarações de preferências feitas sob o Enquadramento B para procedermos com a análise de estabilidade. O Quadro 15 a seguir traz:

Quadro 15 - Ordem de negações das declarações de preferências sobre opções sob Enquadramento B.

Declarações	DM _{PMF}	DM _{MCP}	DM _{MCC}	DM _{AMB}
$\psi_{i_1}^{-B}$	01 02	01 02	-01	-01 -08
$\psi_{i_2}^{-B}$	01 (03 -04 -07 08)	-01 (-03 -06 -07 08)	-01 -03	(-04 -05 -06 -07 -08) -02
$\psi_{i_3}^{-B}$	01 (03 -04 -06 -07 08)	-02 -06 -07	(-06 -07 -03 -04 -05 -08) -01	
$\psi_{i_4}^{-B}$	02 (03 (-04 & 05) -06 -07 08)	-01 -07 08	-01 (06 -07 -08)	
$\psi_{i_5}^{-B}$		-02		

Fonte: Elaborada pelo autor.

5.5 Análise de estabilidade do CVC sob dois diferentes enquadramentos

Ao analisarmos as matrizes de relações de incerteza para cada um dos decisores, P_i^U , verificamos que há 9.690 relações incertas entre os estados com conflito. Estas incertezas nas preferências dos decisores sobre os estados fizeram surgir, como esperado, diferentes ordenamentos de estados, como também diferentes equilíbrios quando o conflito é analisado considerando cada enquadramento separadamente. Ao todo, foram identificados 81 estados

$s \in S_A^{NASH}$, e 114 estados $s \in S_B^{NASH}$. Os ranqueamentos de estados obtidos sob ambos os enquadramentos, para cada um dos DMs do conflito, com estados do tipo Nash-estável sublinhados e estados indiferentes entre colchetes, são apresentados a seguir:

i) Para o DM_{PMF}

Enquadramento A:

114, [101, 102, 113], [138, 144, 186, 192], [137, 143, 185, 191], [120, 162, 168], [5, 6, 11, 12, 17, 18, 23, 24, 29, 30, 35, 36, 41, 42, 47, 48, 53, 54, 59, 60, 65, 66, 71, 72, 77, 78, 83, 84, 89, 90, 95, 96, 107, 108, 119, 125, 126, 131, 132, 149, 150, 155, 156, 161, 167, 173, 174, 179, 180], [1, 2, 3, 4, 7, 8, 9, 10, 13, 14, 15, 16, 19, 20, 21, 22, 25, 26, 27, 28, 31, 32, 33, 34, 37, 38, 39, 40, 43, 44, 45, 46, 49, 50, 51, 52, 55, 56, 57, 58, 61, 62, 63, 64, 67, 68, 69, 70, 73, 74, 75, 76, 79, 80, 81, 82, 85, 86, 87, 88, 91, 92, 93, 94, 97, 98, 99, 100, 103, 104, 105, 106, 109, 110, 111, 112, 115, 116, 117, 118, 121, 122, 123, 124, 127, 128, 129, 130, 133, 134, 135, 136, 139, 140, 141, 142, 145, 146, 147, 148, 151, 152, 153, 154, 157, 158, 159, 160, 163, 164, 165, 166, 169, 170, 171, 172, 175, 176, 177, 178, 181, 182, 183, 184, 187, 188, 189, 190]

Enquadramento B:

[3, 5, 6, 9, 11, 12, 14, 15, 17, 18, 21, 23, 24, 26, 27, 29, 30, 32, 33, 35, 36, 38, 39, 41, 42, 44, 45, 47, 48, 50, 51, 53, 54, 56, 59, 60, 62, 63, 65, 66, 68, 71, 72, 74, 75, 77, 78, 80, 83, 84, 86, 87, 89, 90, 92, 95, 96, 98, 99, 101, 102, 104, 105, 107, 108, 110, 111, 113, 114, 116, 117, 119, 120, 122, 123, 125, 126, 128, 129, 131, 132, 134, 135, 137, 138, 140, 141, 143, 144, 146, 147, 149, 150, 152, 153, 155, 156, 158, 159, 161, 162, 164, 165, 167, 168, 170, 171, 173, 174, 176, 177, 179, 180, 182, 183, 185, 186, 188, 189, 191, 192], [2, 8, 20], [57, 69], [81, 93], [4, 10, 13, 16, 22, 25, 28, 31, 34, 37, 40, 43, 46, 49, 52, 58, 61, 64, 70, 73, 76, 82, 85, 88, 94, 97, 100, 103, 106, 109, 112, 115, 118, 121, 124, 127, 130, 133, 136, 139, 142, 145, 148, 151, 154, 157, 160, 163, 166, 169, 172, 175, 178, 181, 184, 187, 190], [1, 7, 19], [55, 67], [79, 91]

ii) Para o DM_{MCP}

Enquadramento A:

119, 107, [98, 101, 104, 110, 113, 116], [23, 47, 71, 95, 143, 167, 191], [2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 26, 29, 32, 35, 38, 41, 44, 50, 53, 56, 59, 62, 65, 68, 74, 77, 80, 83, 86, 89, 92, 122, 125, 128, 131, 134, 137, 140, 146, 149, 152, 155, 158, 161, 164, 170, 173, 176, 179, 182, 185, 188], [24, 48, 72, 96, 120, 144, 168, 192], [1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 25, 28, 31, 34, 37, 40, 43, 49, 52, 55, 58, 61, 64, 67, 73, 76, 79, 82, 85, 88, 91, 97, 100, 103, 106, 109, 112, 115, 121, 124, 127, 130, 133, 136, 139, 145, 148, 151, 154, 157, 160, 163, 169, 172, 175, 178, 181, 184, 187], [15, 18, 21, 39, 42, 45, 63, 66, 69, 87, 90, 93, 111, 114, 117, 135, 138, 141, 159, 162, 165, 183, 186, 189], [22, 46, 70, 94, 118, 142, 166, 190], [3, 6, 9, 12, 27, 30, 33, 36, 51, 54, 57, 60, 75, 78, 81, 84, 99, 102, 105, 108, 123, 126, 129, 132, 147, 150, 153, 156, 171, 174, 177, 180]

Enquadramento B:

[2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26, 29, 32, 35, 38, 41, 44, 47, 98, 101, 104, 107, 110, 113, 116, 119, 122, 125, 128, 131, 134, 137, 140, 143, 146, 149, 152, 155, 158, 161, 164, 167, 170, 173, 176, 179, 182, 185, 188, 191], [3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45, 48, 51, 54, 57, 60, 63, 66, 69, 72, 99, 102, 105, 108, 111, 114, 117, 120, 123, 126, 129, 132, 135, 138, 141, 144, 147, 150, 153, 156, 159, 162, 165, 168], [50, 53, 56, 59, 62, 65, 68, 71, 74, 80, 86, 92], [75, 78, 81, 84, 87, 90, 93, 96, 171, 174, 177, 180, 183, 186, 189, 192], [77, 83, 89, 95], [1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25, 28, 31, 34, 37, 40, 43, 46, 49, 52, 55, 58, 61, 64, 67, 70, 73, 76, 79, 82, 85, 88, 91, 94, 97, 100, 103, 106, 109, 112, 115, 118, 121, 124, 127, 130, 133, 136, 139, 142, 145, 148, 151, 154, 157, 160, 163, 166, 169, 172, 175, 178, 181, 184, 187, 190]

iii) Para o DM_{MCC}

Enquadramento A:

[72, 96], [24, 48, 120, 144, 168, 192], [69, 93], [21, 45, 117, 141, 165, 189], [63, 66, 87, 90], [3, 6, 9, 12, 15, 18, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 51, 54, 57, 60, 75, 78, 81, 84, 99, 102, 105, 108, 111, 114, 123, 126, 129, 132, 135, 138, 147, 150, 153, 156, 159, 162, 171, 174, 177, 180, 183, 186], [1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11, 13, 14, 16, 17, 19, 20, 22, 23, 25, 26, 28, 29, 31, 32, 34, 35, 37, 38, 40, 41, 43, 44, 46, 47, 49, 50, 52, 53, 55, 56, 58, 59, 61, 62, 64, 65, 67, 68, 70, 71, 73, 74, 76, 77, 79, 80, 82, 83, 85, 86, 88, 89, 91, 92, 94, 95, 97, 98, 100, 101, 103, 104, 106, 107, 109, 110, 112, 113, 115, 116, 118, 119, 121, 122, 124, 125, 127, 128, 130, 131, 133, 134, 136, 137, 139, 140, 142, 143, 145, 146, 148, 149, 151, 152, 154, 155, 157, 158, 160, 161, 163, 164, 166, 167, 169, 170, 172, 173, 175, 176, 178, 179, 181, 182, 184, 185, 187, 188, 190, 191]

Enquadramento B:

[1, 3, 4, 6, 7, 9, 10, 12, 13, 15, 16, 18, 19, 21, 22, 24, 25, 27, 28, 30, 31, 33, 34, 36, 37, 39, 40, 42, 43, 45, 46, 48, 49, 51, 52, 54, 55, 57, 58, 60, 61, 63, 64, 66, 67, 69, 70, 72, 73, 75, 76, 78, 79, 81, 82, 84, 85, 87, 88, 90, 91, 93, 94, 96, 97, 99, 100, 102, 103, 105, 106, 108, 109, 111, 112, 114, 115, 117, 118, 120, 121, 123, 124, 126, 127, 129, 130, 132, 133, 135, 136, 138, 139, 141, 142, 144, 145, 147, 148, 150, 151, 153, 154, 156, 157, 159, 160, 162, 163, 165, 166, 168, 169, 171, 172, 174, 175, 177, 178, 180, 181, 183, 184, 186, 187, 189, 190, 192], [2, 8, 14, 20, 26, 32, 38, 44, 50, 56, 62, 68, 74, 80, 86, 92, 98, 104, 110, 116, 122, 128, 134, 140, 170, 176, 182, 188], [146, 152, 158, 164], [5, 11, 17, 23, 29, 35, 41, 47, 53, 59, 65, 71, 77, 83, 89, 95, 101, 107, 113, 119, 125, 131, 137, 143, 173, 179, 185], [149, 155, 161, 167], 191]

iv) Para o DM_{AMB}

Enquadramento A:

[93, 96], [189, 192], [15, 18, 21, 24, 39, 42, 45, 48, 63, 66, 69, 72, 87, 90, 111, 114, 117, 120, 135, 138, 141, 144, 159, 162, 165, 168, 183, 186], [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 16, 17, 19, 20, 22, 23, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 40, 41, 43, 44, 46, 47, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 64, 65, 67, 68, 70, 71, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 88, 89, 91, 92, 94, 95, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 112, 113, 115, 116, 118, 119, 121, 122, 123, 124, 125, 126, 127, 128, 129, 130, 131, 132, 133, 134, 136, 137, 139, 140, 142, 143, 145, 146, 147, 148, 149, 150, 151, 152, 153, 154, 155, 156, 157, 158, 160, 161, 163, 164, 166, 167, 169, 170, 171, 172, 173, 174, 175, 176, 177, 178, 179, 180, 181, 182, 184, 185, 187, 188, 190, 191]

Enquadramento B:

[1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 99, 100, 102, 103, 105, 106, 108, 109, 111, 112, 114, 115, 117, 118, 120, 121, 123, 124, 126, 127, 129, 130, 132, 133, 135, 136, 138, 139, 141, 142, 144, 145, 147, 148, 150, 151, 153, 154, 156, 157, 159, 160, 162, 163, 165, 166, 168, 169, 171, 172, 174, 175, 177, 178, 180, 181, 183, 184, 186, 187, 190], [189, 192], [98, 101, 104, 107, 110, 113, 116, 119, 122, 125, 128, 131, 134, 137, 140, 143, 146, 149, 152, 155, 158, 161, 164, 167, 170, 173, 176, 179, 182, 185, 188, 191]

v) Para o DM_{JUS}

Enquadramento A:

[1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 118, 119, 120, 121, 122, 123, 124, 125, 126, 127, 128, 129, 130, 131, 132, 133, 134, 135, 136, 137, 138, 139, 140, 141, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 148, 149, 150, 151, 152, 153, 154, 155, 156, 157, 158, 159, 160, 161, 162, 163, 164, 165, 166, 167, 168, 169, 170, 171, 172, 173, 174, 175, 176, 177, 178, 179, 180, 181, 182, 183, 184, 185, 186, 187, 188, 189, 190, 191, 192]

Enquadramento B:

[1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 118, 119, 120, 121, 122, 123, 124, 125, 126, 127, 128, 129, 130, 131, 132, 133, 134, 135, 136, 137, 138, 139, 140, 141, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 148, 149, 150, 151, 152, 153, 154, 155, 156, 157, 158, 159, 160, 161, 162, 163, 164, 165, 166, 167, 168, 169, 170, 171, 172, 173, 174, 175, 176, 177, 178, 179, 180, 181, 182, 183, 184, 185, 186, 187, 188, 189, 190, 191, 192]

Um quadro geral com os resultados das análises de estabilidade de todos os estados viáveis em todos os enquadramentos pode ser consultado no Quadro 18, Apêndice B.

5.6 Análise de estabilidade do CVC considerando as incertezas geradas pelo efeito de enquadramento

Para a executar a análise de estabilidade do CVC considerando as incertezas geradas pelo viés de enquadramento, objeto deste trabalho, foi desenvolvida uma aplicação computacional utilizando a linguagem de programação Python para que as operações matriciais pudessem ser realizadas. Os códigos computacionais implementados podem ser consultados no Apêndice C, apresentando as análises para um DM focal.

Os estados listados abaixo são equilíbrios do tipo Nash sob as quatro noções de estabilidade simultaneamente, Nash(a), Nash(b), Nash(c) e Nash(d), do conflito através da nova abordagem proposta neste trabalho, e são apresentados a seguir:

- i) Estados do CVC que são simultaneamente equilíbrios Nash(a), Nash(b), Nash(c) e Nash(d):

5, 11, 14, 17, 23, 26, 29, 32, 35, 38, 41, 47, 50, 53, 56, 59, 62, 65, 71, 74, 80, 86, 96, 98, 101, 107, 110, 122, 125, 128, 131, 134, 146, 149, 152, 155, 158, 170, 173, 176, 179, 182

No Quadro 16 a seguir, apresentamos os 42 estados do CVC relacionados acima, bem como as opções tomadas ou não para cada um dos estados por cada um dos decisores.

Ao analisarmos quais opções foram ou não tomadas por cada um dos decisores nos estados correspondentes aos equilíbrios do conflito, é de fácil observação a existência de alguns padrões. Os padrões relacionados a seguir estão destacados no Quadro 16:

- i) Se considerarmos que o poder público tem a obrigação de acatar as recomendações do sistema de justiça, apenas 19 dos 42 estados $s \in S^{Nash(a,b,c,d)}$ são factíveis, ou seja, $s \in S^{Nash(a,b,c,d)} / o_8 = Y$,
- ii) Em todos os 19 estados $s \in S^{Nash(a,b,c,d)} / o_8 = Y$, a opção o_1 também é tomada por todos os decisores, ou seja, a opção por realizar a obra seguindo o projeto original é tomada em todos os cenários factíveis do conflito que resultem em um estado que seja um equilíbrio Nash(a), Nash(b), Nash(c) e Nash(d) simultaneamente.

- iii) Em 15 dos 19 estados $s \in S^{Nash(a,b,c,d)} / o_8 = Y$, a opção o_5 não foi tomada, o que talvez reflita o fato de que haver propostas de projetos alternativos não seja tão relevante, uma vez que as preferências dos decisores envolvidos no CVC apontem para a realização do projeto originalmente proposto.

5.6.1 O estado atual do Conflito dos Viadutos do Cocó

A obra que originou o CVC foi concluída e entregue à cidade de Fortaleza em 29 de novembro de 2014. Após análise, identificamos que o estado s_{110} corresponde ao estado para o qual o conflito obteve o seu desfecho, e é um equilíbrio de Nash sob todas as noções de estabilidade, (a, b, c, d), para o conflito. A combinação de opções, tomadas ou não, pelos decisores envolvidos que caracteriza o estado s_{110} pode ser vista no Quadro 16 a seguir.

Ou seja, a PMF executou a obra conforme o projeto anunciado no início da intervenção, obviamente o projeto alternativo não foi executado. Terminado o conflito, não há mais ações de apoio à realização da obra; não há mais ações de esclarecimento sobre os impactos negativos da obra; mesmo que não tenham sido acatados pelo poder público, foram propostos projetos alternativos que estão catalogados e disponíveis até hoje; não há mais protestos e muito menos ocupações no sítio de obras; as ações legais para impedir a execução da obra cessaram; e a última decisão judicial que permanece recomenda a conclusão da obra.

Quadro 16 - Estados de equilíbrio Nash(a), Nash(b), Nash(c) e Nash(d), simultaneamente, do CVC com as respectivas opções, tomadas ou não, pelos DMs.

	5	11	14	17	23	26	29	32	35	38	41	47	50	53	56	59	62	65	71	74	80	86	96	98	101	107	110	122	125	128	131	134	146	149	152	155	158	170	173	176	179	182					
o1	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	N	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	
o2	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	Y	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N
o3	Y	Y	N	Y	Y	N	Y	N	Y	N	Y	Y	N	Y	N	Y	N	Y	Y	N	N	N	Y	N	Y	Y	N	N	Y	N	Y	N	N	N	Y	N	N	Y	N	Y	N	Y	N	N	Y	N	N
o4	N	Y	N	N	Y	N	N	Y	Y	N	N	Y	N	N	Y	Y	N	N	Y	N	Y	N	Y	N	N	Y	N	N	N	Y	Y	N	N	N	N	Y	Y	N	N	Y	Y	N	N	N	Y	Y	N
o5	N	N	Y	Y	Y	N	N	N	N	Y	Y	Y	N	N	N	N	Y	Y	Y	N	N	Y	Y	N	N	N	Y	N	N	N	N	Y	N	N	N	N	Y	N	N	N	N	Y	N	N	N	N	Y
o6	N	N	N	N	N	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	N	N	N	N	N	N	N	Y	Y	Y	Y	N	N	N	N	Y	Y	Y	Y	Y	Y	N	N	N	N	N	N	N	N	N	Y	Y	Y	Y	Y
o7	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	
o8	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	

Fonte: Elaborada pelo autor.

6 CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS

Nesta dissertação, propusemos um novo método de elicitación por priorização de opções para capturar inconsistências nas preferências dos decisores decorrentes do efeito de enquadramento, *framing effect*, viés cognitivo importante no contexto da racionalidade limitada. Definimos um método computacional matricial capaz de determinar as incertezas originadas e proceder com a análise de estabilidade do conflito, além de analisarmos as relações entre os conceitos de estabilidade para preferências com incerteza e os diferentes enquadramentos que um conflito pode ter. Para tanto, estudamos os conceitos necessários sobre a Teoria dos Jogos, sobre o GMCR, sobre a racionalidade limitada e sobre conceitos das Ciências Comportamentais.

O GMCR é um método bastante maleável e largamente aplicado para modelar, analisar e compreender conflitos do mundo real, e é especialmente útil para lidar com conflitos sociais onde é difícil quantificar os retornos esperados para cada decisão assumida. Embora a implementação computacional não seja de fácil codificação devido à natureza lógica das representações, há a possibilidade de ser implementado computacionalmente através de algoritmos aprimorados que permitem que novos conceitos sejam incorporados com o objetivo de aprimorar a eficiência do método.

É importante salientar também que a Ciência Comportamental já demonstrou inúmeras vezes que os agentes não são perfeitamente racionais. No entanto, a complexidade da representação matemática e computacional da percepção humana da realidade representa um enorme desafio para a ciência atual e que métodos precisam ser desenvolvidos e aprimorados para que os modelos se tornem mais gerais, mas também mais fidedignos ao comportamento dos agentes envolvidos. Desta feita, o uso de uma boa modelagem, combinada com algoritmos otimizados é um importante trunfo para desbravar a difícil tarefa de reproduzir o comportamento humano frente à problemas de decisão. Esta foi a motivação para expandir a utilização desta ferramenta para tratar, pelo menos inicialmente, de conflitos que, invariavelmente, sofrem com as falhas da racionalidade humana.

Apresentamos, portanto, um novo método com definições capazes de identificar e representar matricialmente estas inconsistências com o objetivo de se poder executar uma análise de estabilidade que leve em consideração as incertezas dos decisores sobre suas preferências sobre os estados do conflito. Demonstramos, através de um exemplo teórico, o efeito prejudicial das inconsistências geradas por falhas da racionalidade humana sobre a

análise de conflitos. Propusemos um formato matricial do conceito de solução SSEQ para preferências com incerteza. Para capturar as incertezas geradas, foram apresentadas definições aplicáveis a conflitos com 2 decisores e 2 enquadramentos e também aos casos gerais, n decisores e n enquadramentos. Além disso, como é de praxe na literatura pertinente, apresentamos e provamos teoremas sobre as interrelações entre os conceitos de estabilidade envolvidos.

Um conflito real inédito foi modelado com participação de decisores reais envolvidos diretamente com o conflito. Em 2013, o Conflito dos Viadutos do Cocó dividiu a cidade de Fortaleza entre aqueles que apoiavam a obra e outros que se opunham. O novo método foi aplicado a esta modelagem. Códigos computacionais desenvolvidos em Python, e que podem ser consultados no Apêndice C, foram utilizados para que o conflito real apresentado fosse analisado segundo a abordagem tradicional e também segundo a nova abordagem proposta. Houve uma significativa mudança, qualitativa e quantitativa, nos resultados das análises de estabilidade onde, na modelagem tradicional o conflito apresentou 114 estados Nash-estáveis, enquanto na análise realizada sob o novo método proposto apenas 42 estados apresentaram-se simultaneamente estáveis para os conceitos Nash_a, Nash_b, Nash_c, Nash_d. Após uma análise qualitativa de viabilidade, restaram 19 dos 42 estados. Pudemos ainda observar padrões interessantes nos equilíbrios encontrados, o que aponta para uma representação teórica bastante fiel ao que aconteceu no mundo real, com agentes reais. A importância de analisar um conflito real é, além de outras coisas, poder comparar os achados teóricos com o que de fato ocorreu.

Além do método de elicitación de preferências, etapa do processo de análise de conflitos sobre o qual este trabalho mais se debruçou, é importante observar que em muitas outras situações as declarações de preferência dos decisores podem sofrer alterações durante o processo de modelagem e também durante evolução de um conflito. Alterações nas condições em que o processo decisório ocorre, sejam aspectos sociais, ambientais, individuais, temporais, podem influenciar nos processos de percepção e julgamento de um ou mais decisores envolvidos. Por exemplo, um mesmo DM pode informar diferentes declarações de preferência, mesmo quando sob o procedimento padrão de elicitación, se estiver tomado por diferentes emoções, como raiva ou felicidade; Obeidi *et al.* (2003, 2005, 2009a, 2009b), por exemplo, discutem o papel das emoções na previsão dos resultados de uma análise de conflito. Em curioso estudo revisado pelo próprio Daniel Kahneman, Danziger *et al.* (2011) encontraram evidências de que juízes são menos severos ao decidir

quais penas aplicar logo no início da manhã, ou logo após uma pausa para um lanche. Na área do planejamento, podemos imaginar conflitos que se desenrolem em diferentes cenários, ambientes, com diferentes “*personas*” sendo os DMs envolvidos. Há, ainda, todo um campo de estudos que trata de preferências em grupo e que aborda situações que vão desde processos eleitorais, passando por preferências sociais e tomada de decisão em grupo. Para exemplificar, imagine uma situação onde é necessário obter as preferências que representem um grupo de pessoas; aqui a inexistência de preferências surge quando um DM do conflito é um ente que representa um grupo de agentes de onde é necessário obter as declarações de preferências a partir das preferências individuais de cada agente individualmente. Acreditamos que as contribuições apresentadas neste trabalho possam oferecer novas abordagens a problemas como estes, mas que também novos problemas possam surgir a partir das problemáticas aqui levantadas como, por exemplo, técnicas e métodos que, ao invés de apenas identificar as inconsistências nas preferências possam reduzi-las.

Para além dos desdobramentos teóricos largamente expostos ao longo do trabalho, gostaria de destacar aspectos do ponto de vista prático, da aplicabilidade. Além das problemáticas individuais, do dia-a-dia, há um conjunto de conflitos que possuem alcance e impacto mais amplos, sejam aqueles que envolvem importantes e estratégicas decisões no âmbito empresarial; sejam aqueles que envolvem decisão na esfera pública, ou ainda em questões supranacionais, como questões climáticas, ambientais, alimentares, guerras e tantos outros, ou seja, situações onde o risco, o volume de investimento, a responsabilidade ou impacto das decisões justifiquem o esforço exigido para que se desenvolva um estudo de análise de conflito. Especialmente nos últimos casos, sabemos que as decisões tomadas têm um impacto muito relevante na vida de milhares, milhões de pessoas, especialmente as mais carentes. Desejamos, portanto, que estudos como este possam modelar problemas de forma mais próxima da realidade, auxiliando o processo de tomada de decisões para que investimentos privados possam ser feitos sob menor risco; para que decisões na esfera pública possam tornar mais efetivas as políticas públicas e, conseqüentemente, gerar mais eficiência na alocação de recursos; para que problemáticas globais possam ser melhor administradas.

Este trabalho se propôs a ser o ponto de partida para uma trajetória acadêmica. Na possibilidade de prosseguir com estudos de Doutorado, desejo desenvolver estudos nesta área do conhecimento, sejam desdobramentos dos conceitos e achados aqui apresentados

como, por exemplo, aplicação do método proposto para re-analisar conflitos clássicos da literatura, ou ainda, modelagem e análise de conflitos reais com mais de 2 enquadramentos e mais de 2 decisores; sejam com o objetivo de estender o GMCR a partir da incorporação elementos da Teoria do Prospecto.

REFERÊNCIAS

- ARROW, Kenneth J. Alternative approaches to the theory of choice in risk: taking situations. **Econometrica**, United States, v. 19, n. 404–437, 1951.
- ARROW, Kenneth J. Risk perception in psychology and economics. **Economic inquiry**, United States, v. 20, n. 1, p. 1-9, 1982.
- ARNOTT, D. Cognitive biases and decision support systems development: a design science approach. **Inf. Syst. J.**, [United Kingdom], v. 16, n. 1, p. 55–78, 2006.
- AXELROD, R. **The evolution of cooperation**. USA: Basic Books, 1984.
- BARON, J. **Thinking and deciding**. 4th ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2008.
- BENARTZI, S.; BESHEARS, J.; MILKMAN, K. L.; SUNSTEIN, C. R.; THALER, R. H.; SHANKAR, M.; TUCKER-RAY, W.; CONGDON, W. J.; GALING, S. Should governments invest more in nudging? **Psychological Science**, United Kingdom, v. 28, n. 8, p. 1041–1055, 2017. DOI: <https://doi.org/10.1177/0956797617702501>.
- BRAGA, José Otávio Santos de Almeida. **Movimentos cívicos, cultura de participação e a transformação da cidade: tensão e cooperação no desenvolvimento urbano**. 2018. Dissertação (Mestre em Planeamento Regional e Urbano) - Departamento de Ciências Sociais, Políticas e do Território, Universidade de Aveiro, Aveiro, 2018.
- CAMERER, C.; LOEWENSTEIN, G. Behavioral economics: past, present and future. *In*: CAMERER, C.; LOEWENSTEIN, G.; RABIN, M. (ed.). **Advances of behavioral economics**. Princeton: Princeton University Press, 2004.
- CAPRARO, V.; HALPERN, J. Y.; PERC, M. From outcome-based to language-based preferences. **PsyArXiv**, [Ithaca, N.Y.], 24 jun. 2022. No prelo. DOI: <https://doi.org/10.31234/osf.io/5w9yf>.
- DANZIGER, S.; LEVAV, J.; AVNAIM-PESSO, L. Extraneous factors in judicial decisions. **Proceedings of the National Academy of Sciences**, United States, v. 108, n. 17, p. 6889–6892, 2011.
- EDWARDS, W. The theory of decision making. **Psychological Bulletin**, United States, v. 51, n. 4, p. 380- 417, 1954.
- EISENFÜHR, F.; WEBER, M.; LANGER, T. **Rational decision making**. Berlin: Springer Verlag, 2010.
- FANG, L.; HIPEL K.W.; KILGOUR, D. M. Conflict models in graph form: solution concepts and their interrelationships. **Eur. J. Oper. Res.**, [Netherlands], v. 41, n. 1, p. 80–100, 1989.

FANG, L.; HIPEL, K.W.; KILGOUR, D. M. **Interactive decision making**: the graph model for conflict resolution. New York: Wiley, 1993.

FANG, L.; HIPEL K.W.; KILGOUR, D.M.; PENG, X. A decision support system for interactive decision making - Part I: model formulation. **IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part C (Applications and Reviews)**, United States, v. 33, n. 1, p. 42-55, Feb. 2003a.

FANG, L.; HIPEL K.W.; KILGOUR, D.M.; PENG, X. A decision support system for interactive decision making - Part II: analysis and output interpretation. **IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part C (Applications and Reviews)**, United States, v. 33, n. 1, p. 56-66, Feb. 2003b.

FRASER, N. M.; HIPEL, K. W. Solving complex conflicts. **IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics**, United States, v. 9, n. 12, p. 805–816, 1979.

FRASER, N. M.; HIPEL, K. W. **Conflict analysis**: models and resolutions. New York: North- Holland, 1984.

GILBOA, Itzhak. Expected utility with purely subjective non-additive probabilities. **Journal of Mathematical Economics**, Netherlands, v. 16, n. 1, p. 65–88, 1987.

GÜTH, W. Boundedly rational decision emergence: a general perspective and some selective illustrations. **J. Econ. Psychol.**, Netherlands, v. 21, n. 4, p. 433–458, 2000.

HEAP, S.H.; HOLLIS, M.; LYONS, B.; SUGDEN, R.; WEALE, A. **The theory of choice**: a critical guide. Oxford: Blackwell, 1992.

HIPEL, K.W.; FANG, L.; KILGOUR, D. M. The graph model for conflict resolution: reflections on three decades of development. **Group Decis. Negot.**, [Netherlands], v. 29, n. 1, p. 11–60, 2020.

HIPEL, K. W.; FANG, L. Multiple participant decision making in societal and technological systems. *In*: ARAI, T.; YAMAMOTO, S.; MAKINO, K. (ed.). **Systems and human science for safety, security, and dependability**. Amsterdam: Elsevier, 2005. p. 3–31.

HOWARD, N. **Paradoxes of rationality**: theory of metagames and political behavior. Cambridge: MIT Press, 1971.

IBGE. **Panorama dos Municípios Brasileiros**. Rio de Janeiro: IBGE, 2017. Disponível em <https://cidades.ibge.gov.br/brasil/ce/fortaleza/panorama>. Acesso em: 05 nov. /2021.

IPECE. **Anuário Estatístico do Ceará 2013**. Fortaleza: IPECE, 2013. Disponível em: <http://www2.ipece.ce.gov.br/publicacoes/anuario/anuario2013/demografia/populacao.htm>. Acesso em: 05 nov. 2021.

KAHNEMAN, D. Maps of bounded rationality: psychology for behavioral economics. **American Economic Review**, United States, v. 93, n. 5, p. 1449–1475, 2003.

- KAHNEMAN, Daniel. **Diálogos com Daniel Kahneman**. Entrevista concedida a Fernando Luís Schüller e Mário Mazzilli. [S. l.]: Fronteiras do Pensamento, 6 out. 2016. 1 vídeo (28 min). Publicado pelo canal Fronteiras do Pensamento. Disponível em: <https://youtu.be/h3xr3VTpEx0?t=553>. Acesso em: 10 ago. 2018.
- KAHNEMAN, D. **Rápido e devagar duas formas de pensar**. São Paulo: Objetiva, 2012.
- KAHNEMAN, D.; TVERSKY, A. **Prospect theory: an analysis of decision under risk**. *Econometrica*, United States, v. 47, n. 2, p. 263–291, 1979.
- KAHNEMAN, D.; TVERSKY, A. Choices, values, and frames. *Am. Psychol.*, United States, v. 39, n. 4, p. 341–350, 1984.
- KAHNEMAN, D.; KNETSCH, J. L.; THALER, R. H. Anomalies: the endowment effect, loss aversion, and status quo bias. *Journal of Economic Perspectives, American Economic Association*, United States, v. 5, n. 1, p. 193-206, Winter 1991.
- KILGOUR, D. M.; HIPEL, K.W.; FANG, L. The graph model for conflicts. *Automatica*, [Netherlands], v. 23, n. 1, p. :41–55, 1987.
- LI, K. W.; HIPEL, K. W.; KILGOUR, D. M.; FANG, L. 2 x 2 games with uncertain ordinal preferences. *In: THE 2002 International Conference on Control and Automation: final program and book of abstracts: Xiamen, Fujian Province, China, June 16-19, 2002*. [Los Alamitos, Calif.?]: IEEE; Xiamen: Xiamen University, 2002a. p. 1471–1475.
- LI, K. W.; HIPEL, K. W.; KILGOUR, D. M.; FANG, L. Stability definitions for 2-player conflict models with uncertain preferences. *In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON SYSTEMS, MAN AND CYBERNETICS, 2002, Hammamet, Tunisia. Proceedings [...]*. [United States]: IEEE, 2002b. v. 7, p. 13–18.
- LI, K. W.; HIPEL, K. W.; KILGOUR, D. M.; FANG, L. Preference uncertainty in the graph model for conflict resolution. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics - Part A: Systems and Humans*, United States, v. 34, n. 4, July 2004.
- MELNIK-LEROY, G.A.; DZEMYDA, G. How to influence the results of MCDM? Evidence of the Impact of Cognitive Biases. *Mathematics*, [s. l.], v. 9, n. 2/ 121, 2021.
- MYERSON, R. B. **Game Theory**. Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press, 1991.
- NASH, J. F. Equilibrium points in n-person games. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, v. 36, n. 1, p. 48–49, 1950.
- OBEIDI, A.; HIPEL, K. W.; KILGOUR, D. M. Emotion: the missing ingredient in conflict analysis. *In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON SYSTEMS, MAN AND CYBERNETICS, 2003, Washington. Proceedings [...]*. [United States]: IEEE, 2003. v. 4, p. 3322- 3329.

OBEIDI, A.; HIPEL, K. W.; KILGOUR, D. M. Perception and emotion in the graph model for conflict resolution. *In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON SYSTEMS, MAN AND CYBERNETICS, 2005, Waikoloa, HI. Proceedings [...]. [United States]: IEEE, 2005. p. 1126-1131. DOI: 10.1109/ICSMC.2005.1571297.*

OBEIDI, A.; KILGOUR, D. M.; HIPEL, K. W. Perceptual graph model systems. **Group Decis. Negot.**, [Netherlands], v. 18, p. 261–277, 2009a. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10726-008-9154-6>.

OBEIDI, A.; KILGOUR, D. M.; HIPEL, K. W. Perceptual stability analysis of a graph model system. **IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics - Part A: Systems and Humans**, v. 39, n. 5, p. 993-1006, Sept. 2009b. DOI: 10.1109/TSMCA.2009.2020686.

OSBORNE, M.; RUBINSTEIN, A. **A course in game theory**. [S. l.]: The MIT Press, 1994.

PENG, X.; HIPEL, K. W.; KILGORU, D. M.; FANG, L. Representing ordinal preferences in the decision support system GMCR II. *In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON SYSTEMS, MAN AND CYBERNETICS, 1997, Orlando, FL. Proceedings [...]. [United States]: IEEE, 1997. v. 1, p. 809–814.*

PENG, J.; LI, H.; MIAO, D.; FENG, X.; XIAO, W. Five different types of framing effects in medical situation: a preliminary exploration. **Iran Red Crescent Med J.**, [United Arab Emirates], v. 15, n. 2, p. 161-165, 2013.

PHILLIPS, L.D.; VON WINTERFELDT, D. Reflections on the contributions of Ward Edwards to decision analysis and behavioral research. *In: EDWARDS, W.; MILES JR., R.; VON WINTERFELDT, D. (ed.). Advances in decision analysis from foundations to applications*. Cambridge: Cambridge University Press, 2007. p. 71-80.

PMF. **Prefeitura inicia construção de dois viadutos na Antônio Sales com Engenheiro Santana Júnior**. Fortaleza: PMF, 2013. Disponível em: <https://www.fortaleza.ce.gov.br/noticias/prefeitura-inicia-construcao-de-dois-viadutos-na-antonio-sales-com>. Acesso em: 10 nov. 2021.

QUIGGIN, John. A theory of anticipated utility. **Journal of Economic Behaviour and Organization**, [s. l.], v. 3, p. 323–343, 1982.

RAPOPORT, Anatol. **Game theory as a theory of conflict resolution**. Dordrecht: Reidel, 1974.

RAMSBOTHAM, O.; WOODHOUSE, T.; MIAL, H. **Contemporary conflict resolution: the prevention, management and transformation of deadly conflict**. 2. ed. Cambridge: Polity Press, 2005.

RAPOPORT, A.; DALE, P.S. The “end” and “start” effects in the iterated Prisoner’s Dilemma. **J. Confl. Resolution**, [United States], v. 10, n. 3, p. 354–462, 1967.

RÊGO, L. C.; VIEIRA, G. I. A. Symmetric sequential stability in the graph model for conflict resolution with multiple decision makers. **Group Decis. Negot.**, [Netherlands], v. 26, p. 775–792, 2017.

RÊGO, L. C.; VIEIRA, G. I. A. Probabilistic option prioritizing in the graph model for conflict resolution. **Group Decis. Negot.**, [Netherlands], v. 28, p. 1149–1165, 2019.

RÊGO, L. C.; COSTA, J. P. da S.; CARDOSO, G. C. C.; SANTOS, C. V. dos. A graph model analysis of the conflict in the irrigated perimeter in Chapada do Apodi-Brazil. **Environmental Challenges**, [Netherlands], v. 4, n. 100124, 2021a.

RÊGO, L. C.; SILVA, H. V.; RODRIGUES, C. D. Optimizing the cost of preference manipulation in the graph model for conflict resolution. **Applied Mathematics and Computation**, [United States], v. 392, 2021b.

RODRIK, D. **Economics rules: the rights and wrongs of the dismal Science**. 1. ed. Nova Iorque, NY: W. W. Norton & Company, 2015.

ROBBINS, Stephen P. **Organization theory: structure, design, and applications**. 3. ed. Englewood Cliffs, N.J. : Prentice Hall, 1990.

ROSA, João Guimarães. **Grande sertão: veredas**. Rio de Janeiro: Livraria José Olympio Editora, 1956.

ROSENTHAL, R. W. Games of perfect information, predatory pricing and the chain-store paradox. **Journal of Economic Theory**, United States, v. 25, n. 1, p. 92-100, 1981.

RUGGERI, K.; ALÍ, S.; BERGE, M. L.; BERTOLDO, G.; FOLKE, T. Replicating patterns of prospect theory for decision under risk. **Nature Human Behavior**, [s. l.], v. 4, n. 6, p. 622–633, 2020.

SAVAGE, L. J. **The foundations of statistics**. 2. rev. ed. New York: Dover, 1972.

SCHMEIDLER, David. Subjective probability and expected utility without additivity. **Econometrica**, United States, v. 57, n. 571–587, 1989.

SIMON, H.A. A behavioral model of rational choice. **Q. J. Econ.**, United States, v. 69, n. 1, p. 99–118, 1955.

SIMON, H.A. **Models of bounded rationality: behavioral economics and business organization**. Cambridge, MA: MIT Press, 1982. v. 2.

SOUZA, B. Os 25 maiores congestionamentos no Brasil em 2013. **Exame**, 12 de setembro de 2013. Disponível em: <https://exame.com/brasil/os-maiores-congestionamentos-no-brasil-em-2013/>. Acesso em: 10 nov. 2021.

STAHL, D.O.; HARUVY, E. Level-n bounded rationality and dominated strategies in normal-form games. **J. Econ. Behav. Organ.**, [s. l.], v. 66, n. 2, p. 226–232, 2008.

TADELIS, S. **Game theory: an introduction**. Princeton: Princeton University Press, 2013.

TRUC, A. **Forty years of behavioral economics**. Centre interuniversitaire de recherche sur la science et la technologie, Université du Québec à Montréal, 2020.

TVERSKY, A., KAHNEMAN, D. The framing of decisions and the psychology of choice, **Science**, [United States], v. 211, n. 4481, p. 453–458, 1981.

TVERSKY, A. The intransitivity of preferences. **Psychology Review**, [United Kingdom], v. 76, p. 31-48, 1969.

TVERSKY, A.; KAHNEMAN, D. Rational choice and the framing of decisions. **J. Bus.**, [s. l.], v. 59, n. 4, p. 251–278, 1986.

TVERSKY, A.; KAHNEMAN, D. Advances in prospect theory: cumulative representation of uncertainty. **J Risk Uncertainty**, [s. l.], v. 5, p. 297–323, 1992.

VARIAN, Hal R. **Microeconomia: uma abordagem moderna**. Tradução da 9. ed. Rio de Janeiro: Campus: Elsevier, 2015.

VIEIRA, G. I. A. **Advances in the graph model for conflict resolution**. 164 f. Tese (Doutorado em Estatística) – Centro de Ciências, Programa de Pós-Graduação em Estatística, Universidade Federal de Pernambuco, Pernambuco, 2017.

VIEIRA, G.I.A.; RÊGO, L.C. Berge solution concepts in the graph model for conflict resolution. **Group Decis. Negot.**, [Netherlands], v. 29, p. 103–125, 2020.

VON NEUMANN, J. Zur Theorie der Gesellschaftsspiele. **Mathematische Annalen**, v. 100, p. 295–320, 1928. Traduzido como “On the Theory of Games of Strategy”, pp. 13–42 em Contributions to the Theory of Games, Volume IV (Annals of Mathematics Studies, 40) (A. W. Tucker and R. D. Luce, eds.), Princeton University Press, Princeton, 1959.)

VON NEUMANN, J.; MORGENSTERN, O. **Theory of games and economic behavior**. New York: John Wiley and Sons, 1944.

VON STACKELBERG, H. **Marktform und gleichgewicht**. Berlin: Springer, 1934.

WAKKER, P. P. **Prospect theory: for risk and ambiguity**. Cambridge: Cambridge University Press, 2010.

WANG, J.; HIPEL, K. W.; FANG, L.; XU, H. and KILGOUR, D. M. Behavioral analysis in the graph model for conflict resolution. **IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems**, [United States], v. 49, n. 5, p. 904-916, May 2019.

XU, H.; KILGOUR, D. M.; HIPEL, K. W. Matrix representation of conflict resolution in multiple-decision-maker graph models with preference uncertainty. **Group Decis. Negot.**, [Netherlands], v. 20, n. 6, p. 755–779, 2011.

XU, H.; HIPEL, K.W.; KILGOUR, D.M.; FANG, L. **Conflict resolution using the graph model**: strategic interactions in competition and cooperation. Cham: Springer, 2018.

XU, H.; ZHAO, J.; KE, G. Y.; ALI, S. Matrix representation of consensus and dissent stabilities in the graph model for conflict resolution. **Discrete Applied Mathematics**, [Netherlands], v. 259, p. 205–217, 2019.

ZHAO, S.; XU, H. A. Novel preference elicitation technique based on a graph model and its application to a brownfield redevelopment conflict in China. **Int. J. Environ. Res. Public Health**, [*s. l.*], v. 16, n. 4088, 2019.

	129	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160		
01	N	N	Y	N	N	Y	N	N	Y	N	N	Y	N	N	Y	N	N	Y	N	N	Y	N	N	Y	N	N	Y	N	N	Y	N	N		
02	Y	N	N	Y	N	N	Y	N	N	Y	N	N	Y	N	N	Y	N	N	Y	N	N	Y	N	N	Y	N	N	Y	N	N	Y	N		
03	N	Y	Y	Y	N	N	N	Y	Y	Y	N	N	N	Y	Y	Y	N	N	N	Y	Y	Y	N	N	Y	Y	Y	Y	N	N	N	Y		
04	Y	Y	Y	Y	N	N	N	N	N	N	Y	Y	Y	Y	Y	Y	N	N	N	N	N	N	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	N	N	N	N	
05	N	N	N	N	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	Y	Y	Y	Y	
06	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	
07	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y
08	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y

	161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180	181	182	183	184	185	186	187	188	189	190	191	192		
01	Y	N	N	Y	N	N	Y	N	N	Y	N	N	Y	N	N	Y	N	N	Y	N	N	Y	N	N	Y	N	N	Y	N	N	Y	N		
02	N	Y	N	N	Y	N	N	Y	N	N	Y	N	N	Y	N	N	Y	N	N	Y	N	N	Y	N	N	Y	N	N	Y	N	N	Y	N	
03	Y	Y	N	N	N	Y	Y	Y	N	N	N	Y	Y	Y	N	N	N	Y	Y	Y	N	N	N	Y	Y	Y	N	N	N	Y	Y	Y		
04	N	N	Y	Y	Y	Y	Y	Y	N	N	N	N	N	N	Y	Y	Y	Y	Y	Y	N	N	N	N	N	N	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y
05	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y
06	N	N	N	N	N	N	N	N	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y
07	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y
08	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y

Fonte: Elaborada pelo autor.

APÊNDICE B – QUADRO GERAL DE ANÁLISES DE ESTABILIDADE

Quadro 18 - Quadro geral com os resultados das análises de estabilidade de todos os estados viáveis em todos os enquadramentos.

Enquadramento A		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
	Nash_A	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1
	GMR_A	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	SMR_A	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	SEQ_A	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1
SSEQ_A	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	

Enquadramento B	NASH_B	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1
	GMR_B	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1
	SMR_B	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1
	SEQ_B	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1
	SSEQ_B	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1

Enquadramentos A e B combinados	NASH(a)	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1
	NASH(b)	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1
	NASH(c)	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1
	NASH(d)	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1
	GMR(a)	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1
	GMR(b)	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1
	GMR(c)	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1
	GMR(d)	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1
	SMR(a)	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1
	SMR(b)	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1
	SMR(c)	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1
	SMR(d)	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1
	SEQ(a)	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1
	SEQ(b)	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1
	SEQ(c)	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1
	SEQ(d)	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1
	SSEQ(a)	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1
	SSEQ(b)	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1
	SSEQ(c)	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1
	SSEQ(d)	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1

		65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	
Enquadramento A	Nash_A	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1	
	GMR_A	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
	SMR_A	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
	SEQ_A	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1
	SSEQ_A	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1

Enquadramento B	NASH_B	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	
	GMR_B	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	
	SMR_B	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	
	SEQ_B	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1
	SSEQ_B	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1

Enquadramentos A e B combinados																																					
NASH(a)	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1			
NASH(b)	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1			
NASH(c)	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1			
NASH(d)	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1			
GMR(a)	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1			
GMR(b)	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1			
GMR(c)	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1			
GMR(d)	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1			
SMR(a)	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1			
SMR(b)	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1			
SMR(c)	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1			
SMR(d)	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1			
SEQ(a)	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1				
SEQ(b)	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1			
SEQ(c)	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1				
SEQ(d)	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1			
SSEQ(a)	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1				
SSEQ(b)	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1				
SSEQ(c)	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1				
SSEQ(d)	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1			

		97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125	126	127	128
Enquadramento A	Nash_A	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1
	GMR_A	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	SMR_A	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	SEQ_A	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1
	SSEQ_A	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1

Enquadramento B	NASH_B	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1
	GMR_B	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1
	SMR_B	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1
	SEQ_B	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1
	SSEQ_B	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1

Enquadramentos A e B combinados		97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125	126	127	128
NASH(a)	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1
NASH(b)	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	
NASH(c)	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	
NASH(d)	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1
GMR(a)	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1
GMR(b)	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1
GMR(c)	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1
GMR(d)	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1
SMR(a)	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1
SMR(b)	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1
SMR(c)	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1
SMR(d)	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1
SEQ(a)	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1
SEQ(b)	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1
SEQ(c)	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1
SEQ(d)	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1
SSEQ(a)	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1
SSEQ(b)	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1
SSEQ(c)	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1
SSEQ(d)	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1

		129	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160
Enquadramento A	Nash_A	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0		
	GMR_A	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		
	SMR_A	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		
	SEQ_A	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0
	SSEQ_A	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0

Enquadramento B	NASH_B	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	
	GMR_B	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0
	SMR_B	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0
	SEQ_B	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0
	SSEQ_B	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0

Enquadramentos A e B combinados	NASH(a)	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	
	NASH(b)	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
	NASH(c)	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
	NASH(d)	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
	GMR(a)	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0
	GMR(b)	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0
	GMR(c)	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0
	GMR(d)	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0
	SMR(a)	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0
	SMR(b)	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0
	SMR(c)	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0
	SMR(d)	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0
	SEQ(a)	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
	SEQ(b)	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
	SEQ(c)	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
	SEQ(d)	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
	SSEQ(a)	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
	SSEQ(b)	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
	SSEQ(c)	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
	SSEQ(d)	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0

Enquadramento A		161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180	181	182	183	184	185	186	187	188	189	190	191	192	
	Nash_A	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	
	GMR_A	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1
	SMR_A	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1
	SEQ_A	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1
	SSEQ_A	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1

Enquadramento B	NASH_B	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0
	GMR_B	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1
	SMR_B	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1
	SEQ_B	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0
	SSEQ_B	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0

Enquadramentos A e B combinados	NASH(a)	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	NASH(b)	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
	NASH(c)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	NASH(d)	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
	GMR(a)	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1
	GMR(b)	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1
	GMR(c)	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1
	GMR(d)	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1
	SMR(a)	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1
	SMR(b)	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1
	SMR(c)	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1
	SMR(d)	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1
	SEQ(a)	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
	SEQ(b)	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1
	SEQ(c)	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
	SEQ(d)	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1
	SSEQ(a)	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
	SSEQ(b)	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1
	SSEQ(c)	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
	SSEQ(d)	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1

Fonte: Elaborada pelo autor.

APÊNDICE C – CÓDIGOS COMPUTACIONAIS

Código-fonte 1 – GMCR com preferências simples.

```

1 import numpy as np
  import csv

2  ### Número de Estados Viáveis
  n=192

3  ### CRIACAO MATRIX UNITÁRIA E

  E = []
  for i in range(n):
      E = E + [[1]*n]

  save = np.asarray(E)
  np.savetxt('E.csv', save, fmt='%i', delimiter=",")

4  ### CRIACAO MATRIX IDENTIDADE I

  I = []
  for i in range(n):
      I = I + [[0]*n]

  for j in range (n):
      I [j][j]=1

  save = np.asarray(I)
  np.savetxt('I.csv', save, fmt='%i', delimiter=",")

5  ### LEITURA DAS MATRIZES DE ACESSIBILIDADE

  #PMF
  file = open("REACH_INDIVIDUALS/A_J_PMF.csv")
  J_PMF = np.loadtxt(file, delimiter=",")
  result = np.array("list")

6  ### LEITURA DOS PAYOFFS DE CADA ESTADO PARA O DM

  with open('ENQA_PAYOFFS.csv', encoding="utf-8") as f:
      reader = csv.reader(f, delimiter=';')

      S = []
      Payoff_PMF = []

      for row in (r for i, r in enumerate(reader) if (1 <= i)):
          S.append(float(row[0]))
          Payoff_PMF.append(float(row[1]))

```

```

7 #ASSOCIAR O PAYOFF AO ESTADO S(n)

  PPPMF = zip(S, Payoff_PMF)
  PPPMF = list(PPPMF)

8 ### CRIACAO DA MATRIZ DE PREFERENCIAS P+

  # MATRIZ DE PREFERENCIA PMF

  PPPMF_TEMP = PPPMF

  P_PLUS_PMF = []
  for i in range(n):
    P_PLUS_PMF = P_PLUS_PMF + [[0]*n]

  for c in range(0, n):
    for l in range(0, n):
      if PPPMF_TEMP[l][1] < PPPMF[c][1]:
        P_PLUS_PMF[l][c] = 1
      else:
        P_PLUS_PMF[l][c] = 0

9 ### Calculo das demais matrizes necessárias

  """
10 #P_MINUS é a transposta de P_PLUS, estritamente não preferido
  """

  #MATRIZ P_MINUS_PMF
  P_MINUS_PMF = np.array(P_PLUS_PMF).T

  """
11 #P_EQUAL, Matriz de Indiferença, é a Matriz Unitária - P_PLUS -
  P_MINUS
  """

  #MATRIZ P_EQUAL_PMF
  P_EQUAL_PMF = E - P_PLUS_PMF - P_MINUS_PMF

12 """
  #P_MINUS_EQUAL, Matriz de Piora ou Indiferença, é P_MINUS_EQUAL = E
  - P_PLUS
  """

  #MATRIZ P_EQUAL_PMF
  P_MINUS_EQUAL_PMF = E - P_PLUS_PMF

```

```

#%
"""
13 #J_PLUS, Matriz de Melhorias Unilaterais, é a Matriz de
    Acessibilidade HADAMARD a Matriz Estritamente Preferido

    J_PMF o P_PLUS_PMF = J_PLUS_PMF

    """
14 J_PLUS_PMF = np.multiply(J_PMF, P_PLUS_PMF)

15 #%% MATRIZES DE ACESSIBILIDADE DA COALIZAO H=N-i

16 #CALCULO DO LAMBDA

    delta = sum(sum(J_PMF) + sum(J_MCP) + sum(J_MCC) + sum(J_AMB) +
    sum(J_JUS))

    #%%

17 #PARA PMF

M1 = np.asarray(J_PMF)
M2 = np.asarray(J_MCP)
M3 = np.asarray(J_MCC)
M4 = np.asarray(J_AMB)
M5 = np.asarray(J_JUS)

M25 = (M2 + M3 + M4 + M5)
M25 = np.sign(M25)

##

for t in range(int(delta)):

    MT2 = M2
    M2 = M2 @ (M3 + M4 + M5)
    M2 = np.sign(M2)

    ##

    MT3 = M3
    M3 = M3 @ (MT2 + M4 + M5)
    M3 = np.sign(M3)

    ##

    MT4 = M4
    M4 = M4 @ (MT2 + MT3 + M5)
    M4 = np.sign(M4)

    ##

    MT5 = M5

```

```

M5 = M5 @ (MT2 + MT3 + MT4)
M5 = np.sign(M5)

#####

MSOMA1 = (M2 + M3 + M4 + M5)

MSOMA1 = np.sign(MSOMA1)

M25 = np.asarray(MSOMA1 + M25)

M25 = np.sign(M25)

save = np.asarray(M25)
np.savetxt('Jj_PMF.csv', save, fmt='%i', delimiter=",")

18  ### MATRIZES DE MELHORIA UNILATERAL DA COALIZAO H=N-i

19  ### CALCULO DO LAMBDA

delta = sum(sum(J_PLUS_PMF) + sum(J_PLUS_MCP) + sum(J_PLUS_MCC) +
sum(J_PLUS_AMB) + sum(J_PLUS_JUS))

###

20  #PARA PMF

M1 = np.asarray(J_PLUS_PMF)
M2 = np.asarray(J_PLUS_MCP)
M3 = np.asarray(J_PLUS_MCC)
M4 = np.asarray(J_PLUS_AMB)
M5 = np.asarray(J_PLUS_JUS)

M25 = (M2 + M3 + M4 + M5)
M25 = np.sign(M25)

##

for t in range(int(delta)):

    MT2 = M2
    M2 = M2 @ (M3 + M4 + M5)
    M2 = np.sign(M2)

    ##

    MT3 = M3
    M3 = M3 @ (MT2 + M4 + M5)
    M3 = np.sign(M3)

    ##

    MT4 = M4
    M4 = M4 @ (MT2 + MT3 + M5)

```

```

M4 = np.sign(M4)

##

MT5 = M5
M5 = M5 @ (MT2 + MT3 + MT4)
M5 = np.sign(M5)

#####

MSOMA1 = (M2 + M3 + M4 + M5)

MSOMA1 = np.sign(MSOMA1)

M25 = np.asarray(MSOMA1 + M25)

M25 = np.sign(M25)

save = np.asarray(M25)
np.savetxt('Jj_PLUS_PMF.csv', save, fmt='%i', delimiter=",")

21 #%% Implementação Análise de Estabilidade Usual
22 #NASH PARA PMF

NASH_PMF = I@J_PLUS_PMF

sum_nash = []
sum_nash = np.sum(NASH_PMF, axis=1).tolist()

23 #GMR PARA PMF

Q = []
Qs = []

Qs = Jj_PMF @ P_MINUS_EQUAL_PMF.T

Q = E - np.sign(Qs)

GMR_PMF = J_PLUS_PMF @ Q

24 #SMR PARA PMF

Q1 = []
Q2 = []
Q3 = []
Q4 = []

Q1 = (J_PMF) @ (P_PLUS_PMF.T)

Q2 = E - np.sign(Q1)

Q3 = np.multiply(P_MINUS_EQUAL_PMF.T, Q2)

Q4 = (Jj_PMF @ Q3)

```

```
Q = E - np.sign(Q4)
SMR_PMF = J_PLUS_PMF @ (Q)

25 #SEQ PARA PMF
Q = []
Qs = []

Qs = Jj_PLUS_PMF @ P_MINUS_EQUAL_PMF.T
Q = E - np.sign(Qs)
SEQ_PMF = J_PLUS_PMF @ Q

26 #SSEQ PARA PMF
Q1 = []
Q2 = []
Q3 = []
Q4 = []

Q1 = (J_PMF) @ (P_PLUS_PMF.T)
Q2 = E - np.sign(Q1)
Q3 = np.multiply(P_MINUS_EQUAL_PMF.T, Q2)
Q4 = (Jj_PLUS_PMF @ Q3)
Q = E - np.sign(Q4)
SSEQ_PMF = J_PLUS_PMF @ (Q)

27 #FIM
```


Código-fonte 2 – GMCR para conflito com preferências incertas geradas por 2 enquadramentos, A e B.

```

1 import numpy as np
  import csv

2  ### Número de estados viáveis do conflito

  n=192

3  ### CRIAÇÃO MATRIZ UNITÁRIA E

  E = []
  for i in range(n):
      E = E + [[1]*n]

  save = np.asarray(E)
  np.savetxt('E.csv', save, fmt='%i', delimiter=",")

4  ### CRIAÇÃO MATRIZ IDENTIDADE I

  I = []
  for i in range(n):
      I = I + [[0]*n]

  for j in range (n):
      I [j][j]=1

  save = np.asarray(I)
  np.savetxt('I.csv', save, fmt='%i', delimiter=",")

5  ### LEITURA DAS MATRIZES DE ACESSIBILIDADE

  #PMF
  file = open("REACH_INDIVIDUALS/J_PMF.csv")
  J_PMF = np.loadtxt(file, delimiter=",")
  result = np.array("list")

  ###
5  #### Informações sobre o Enquadramento A

6  # MATRIZ DE ESTRITAMENTE PREFERIDO

  file = open("EnqA/P_PLUS_PMF_A.csv")
  P_PLUS_PMF_A = np.loadtxt(file, delimiter=",")
  result = np.array("list")

7  # MATRIZ DE ESTRITAMENTE MENOS PREFERIDO

  file = open("EnqA/P_MINUS_PMF_A.csv")
  P_MINUS_PMF_A = np.loadtxt(file, delimiter=",")
  result = np.array("list")

```

```

8 # MATRIZ DE INDIFERENÇA

file = open("EnqA/P_EQUAL_PMF_A.csv")
P_EQUAL_PMF_A = np.loadtxt(file, delimiter=",")
result = np.array("list")

9 # MATRIZ DE MENOS PREFERIDO OU INDIFERENTE

file = open("EnqA/P_MINUS_EQUAL_PMF_A.csv")
P_MINUS_EQUAL_PMF_A = np.loadtxt(file, delimiter=",")
result = np.array("list")

10 # MATRIZ DE MELHORIAS UNILATERAIS

file = open("EnqA/J_PLUS_PMF_A.csv")
J_PLUS_PMF_A = np.loadtxt(file, delimiter=",")
result = np.array("list")

%%
11 ##### Informações sobre o Enquadramento B

12 # MATRIZ DE ESTRITAMENTE PREFERIDO

file = open("EnqB/P_PLUS_PMF_B.csv")
P_PLUS_PMF_B = np.loadtxt(file, delimiter=",")
result = np.array("list")

13 # MATRIZ DE ESTRITAMENTE MENOS PREFERIDO

file = open("EnqB/P_MINUS_PMF_B.csv")
P_MINUS_PMF_B = np.loadtxt(file, delimiter=",")
result = np.array("list")

14 # MATRIZ DE INDIFERENÇA

file = open("EnqB/P_EQUAL_PMF_B.csv")
P_EQUAL_PMF_B = np.loadtxt(file, delimiter=",")
result = np.array("list")

15 # MATRIZ DE MENOS PREFERIDO OU INDIFERENTE

file = open("EnqB/P_MINUS_EQUAL_PMF_B.csv")
P_MINUS_EQUAL_PMF_B = np.loadtxt(file, delimiter=",")
result = np.array("list")

16 # MATRIZ DE MELHORIAS UNILATERAIS

file = open("EnqB/J_PLUS_PMF_B.csv")
J_PLUS_PMF_B = np.loadtxt(file, delimiter=",")
result = np.array("list")

```

```

17  ###          NOVAS RELAÇÕES PARA TRATAR O FRAMMING EFFECT PARA DOIS
    ENQUADRAMENTOS E VÁRIOS DECISORES

18  # MATRIZES DE ESTREITAMENTE OU IGUALMENTE PREFERIDO

    #PMF

    P_PLUS_EQUAL_PMF_A = P_PLUS_PMF_A + P_EQUAL_PMF_A
    a = np.asarray(P_PLUS_EQUAL_PMF_A)
    np.savetxt('P_PLUS_EQUAL_PMF_A.csv', a, fmt='%i', delimiter=",")

    P_PLUS_EQUAL_PMF_B = P_PLUS_PMF_B + P_EQUAL_PMF_B
    a = np.asarray(P_PLUS_EQUAL_PMF_B)
    np.savetxt('P_PLUS_EQUAL_PMF_B.csv', a, fmt='%i', delimiter=",")

19  ###
    # MATRIZ DE PREFERENCIA ESTRITA PARA O DMi
    # DEFINICAO 4.1
    #  $P\_PLUS\_DM = [(P\_PLUS\_DM\_A \circ P\_PLUS\_DM\_B) + (P\_EQUAL\_DM\_A \circ P\_PLUS\_DM\_B) + (P\_PLUS\_DM\_A \circ P\_EQUAL\_DM\_B)]$ 

    #PMF

    OP1 = []
    OP2 = []
    OP3 = []
    OP1 = np.multiply(P_PLUS_PMF_A , P_EQUAL_PMF_B)
    OP2 = np.multiply(P_EQUAL_PMF_A , P_PLUS_PMF_B)
    OP3 = np.multiply(P_PLUS_PMF_A , P_PLUS_PMF_B)

    P_PLUS_PMF=(OP3 + OP2 + OP1)

    a = np.asarray(P_PLUS_PMF)
    np.savetxt('P_PLUS_PMF.csv', a, fmt='%i', delimiter=",")

    ###

20  # MATRIZ DE PREFERENCIA NAO ESTRITA PARA O DMi
    # DEFINICAO 4.2
    #  $P\_MINUS\_DM = [(P\_MINUS\_DM\_A \circ P\_MINUS\_DM\_B) + (P\_EQUAL\_DM\_A \circ P\_MINUS\_DM\_B) + (P\_MINUS\_DM\_A \circ P\_EQUAL\_DM\_B)]$ 

    #PMF

    OP1 = []
    OP2 = []
    OP3 = []
    OP1 = np.multiply(P_MINUS_PMF_A , P_EQUAL_PMF_B)
    OP2 = np.multiply(P_EQUAL_PMF_A , P_MINUS_PMF_B)
    OP3 = np.multiply(P_MINUS_PMF_A , P_MINUS_PMF_B)

    P_MINUS_PMF=(OP3 + OP2 + OP1)

```

```

a = np.asarray(P_MINUS_PMF)
np.savetxt('P_MINUS_PMF.csv', a, fmt='%i', delimiter=",")

%%

21 # MATRIZ DE INDIFERENCA PARA O DMi
# DEFINICAO 4.3
# P_EQUAL_DM = (P_EQUAL_DM_A o P_EQUAL_DM_B)

#PMF

P_EQUAL_PMF = np.multiply(P_EQUAL_PMF_A, P_EQUAL_PMF_B)
a = np.asarray(P_EQUAL_PMF)
np.savetxt('P_EQUAL_PMF.csv', a, fmt='%i', delimiter=",")

%%

22 # MATRIZ DE PREFERÊNCIAS INCERTAS PARA O DMi
# DEFINICAO 4.4
# P_UNC_DM = signal[(P_PLUS_DM_A o P_MINUS_DM_B) + (P_PLUS_DM_B o
P_MINUS_DM_A)]

#PMF
UNC1 = np.multiply(P_PLUS_PMF_A, P_MINUS_PMF_B)
UNC2 = np.multiply(P_PLUS_PMF_B, P_MINUS_PMF_A)
UNC3 = UNC1 +UNC2
SIGNAL_UNC3 = []

for i in range(n):
    SIGNAL_UNC3 = SIGNAL_UNC3 + [[0]*n]

for c in range(0, n):
    for l in range(0, n):
        if UNC3[l][c] > 0:
            SIGNAL_UNC3 [l][c] = 1

for c in range(0, n):
    for l in range(0, n):
        if UNC3[l][c] < 0:
            SIGNAL_UNC3 [l][c] = -1

P_UNC_PMF = SIGNAL_UNC3

a = np.asarray(P_UNC_PMF)
np.savetxt('P_UNC_PMF.csv', a, fmt='%i', delimiter=",")

23 %% Matrizes necessárias para a análise de Estabilidade para
Preferências com Incerteza

24 # MATRIZ DE MENOS OU IGUALMENTE PREFERIDO
# P_MINUS_EQUAL_DM = (P_MINUS_DM + P_EQUAL_DM)

```

```

#PMF

P_MINUS_EQUAL_PMF = (P_MINUS_PMF + P_EQUAL_PMF)
a = np.asarray(P_MINUS_EQUAL_PMF)
np.savetxt('P_MINUS_EQUAL_PMF.csv', a, fmt='%i', delimiter=",")

###

25 # MATRIZ DE MAIS PREFERIDO OU INCERTO
# P_PLUS_UNC_DM = (E - P_MINUS_EQUAL)

#PMF

P_PLUS_UNC_PMF = (E - P_MINUS_EQUAL_PMF)
a = np.asarray(P_PLUS_UNC_PMF)
np.savetxt('P_PLUS_UNC_PMF.csv', a, fmt='%i', delimiter=",")

###

26 # MATRIZ DE MENOS OU IGUALMENTE PREFERIDO OU INCERTO
# P_MINUS_EQUAL_UNC_DM = (E - P_PLUS)

#PMF

P_MINUS_EQUAL_UNC_PMF = (E - P_PLUS_PMF)
a = np.asarray(P_MINUS_EQUAL_UNC_PMF)
np.savetxt('P_MINUS_EQUAL_UNC_PMF.csv', a, fmt='%i', delimiter=",")

27 ### MATRIZES DE MOVIMENTOS UNILATERAIS

28 # MATRIZ DE MELHORIA UNILATERAL
# J_PLUS = J o P_PLUS

#PMF

J_PLUS_PMF = np.multiply(J_PMF, P_PLUS_PMF)
a = np.asarray(J_PLUS_PMF)
np.savetxt('J_PLUS_PMF.csv', a, fmt='%i', delimiter=",")

###

29 # MATRIZ MELHORIA UNILATERAL OU INCERTA
# J_PLUS_UNC = J o P_PLUS_UNC

#PMF

J_PLUS_UNC_PMF = np.multiply(J_PMF, P_PLUS_UNC_PMF)

```

```

a = np.asarray(J_PLUS_UNC_PMF)
np.savetxt('J_PLUS_UNC_PMF.csv', a, fmt='%i', delimiter=",")

30  ### MATRIZES DE ACESSIBILIDADE DA COALIZAO H=n-i

31  # CALCULO DO LAMBDA

delta = sum(sum(J_PMF) + sum(J_MCP) + sum(J_MCC) + sum(J_AMB) +
sum(J_JUS))

#print("Delta", delta)

###

#PARA PMF

M1 = np.asarray(J_PMF)
M2 = np.asarray(J_MCP)
M3 = np.asarray(J_MCC)
M4 = np.asarray(J_AMB)
M5 = np.asarray(J_JUS)

M25 = (M2 + M3 + M4 + M5)
M25 = np.sign(M25)

##

for t in range(int(delta)):

    MT2 = M2
    M2 = (M3 + M4 + M5) @ M2
    M2 = np.sign(M2)

##

    MT3 = M3
    M3 = (MT2 + M4 + M5) @ M3
    M3 = np.sign(M3)

##

    MT4 = M4
    M4 = (MT2 + MT3 + M5) @ M4
    M4 = np.sign(M4)

##

    MT5 = M5
    M5 = (MT2 + MT3 + MT4) @ M5
    M5 = np.sign(M5)

#####

MSOMA1 = (M2 + M3 + M4 + M5)

```

```

MSOMA1 = np.sign(MSOMA1)

M25 = np.asarray(MSOMA1 + M25)

M25 = np.sign(M25)

save = np.asarray(M25)
np.savetxt('Jj_PMF.csv', save, fmt='%i', delimiter=",")

32  ### MATRIZES DE MELHORIA UNILATERAL DA COALIZAO

###  CALCULO DO LAMBDA

delta = sum(sum(J_PLUS_PMF) + sum(J_PLUS_MCP) + sum(J_PLUS_MCC) +
sum(J_PLUS_AMB) + sum(J_PLUS_JUS))

#print("Delta", delta)

###

#PARA PMF

M1 = np.asarray(J_PLUS_PMF)
M2 = np.asarray(J_PLUS_MCP)
M3 = np.asarray(J_PLUS_MCC)
M4 = np.asarray(J_PLUS_AMB)
M5 = np.asarray(J_PLUS_JUS)

M25 = (M2 + M3 + M4 + M5)
M25 = np.sign(M25)

##

for t in range(int(delta)):

    MT2 = M2
    M2 = (M3 + M4 + M5) @ M2
    M2 = np.sign(M2)

##

    MT3 = M3
    M3 = (MT2 + M4 + M5) @ M3
    M3 = np.sign(M3)

##

    MT4 = M4
    M4 = (MT2 + MT3 + M5) @ M4
    M4 = np.sign(M4)

```

```

##

MT5 = M5
M5 = (MT2 + MT3 + MT4) @ M5
M5 = np.sign(M5)

#####

MSOMA1 = (M2 + M3 + M4 + M5)

MSOMA1 = np.sign(MSOMA1)

M25 = np.asarray(MSOMA1 + M25)

M25 = np.sign(M25)

save = np.asarray(M25)
np.savetxt('Jj_PLUS_PMF.csv', save, fmt='%i', delimiter=",")

33  ### MATRIZES DE MELHORIA UNILATERAL OU INCERTA DA COALIZAO UIUUM

###  CALCULO DO LAMBDA

delta = sum(sum(J_PLUS_UNC_PMF) + sum(J_PLUS_UNC_MCP) +
sum(J_PLUS_UNC_MCC) + sum(J_PLUS_UNC_AMB) + sum(J_PLUS_UNC_JUS))

###

#PARA PMF

M1 = np.asarray(J_PLUS_UNC_PMF)
M2 = np.asarray(J_PLUS_UNC_MCP)
M3 = np.asarray(J_PLUS_UNC_MCC)
M4 = np.asarray(J_PLUS_UNC_AMB)
M5 = np.asarray(J_PLUS_UNC_JUS)

M25 = (M2 + M3 + M4 + M5)
M25 = np.sign(M25)

##

for t in range(int(delta)):

    MT2 = M2
    M2 = (M3 + M4 + M5) @ M2
    M2 = np.sign(M2)

##

    MT3 = M3
    M3 = (MT2 + M4 + M5) @ M3

```



```

M3 = np.sign(M3)

##

MT4 = M4
M4 = (MT2 + MT3 + M5) @ M4
M4 = np.sign(M4)

##

MT5 = M5
M5 = (MT2 + MT3 + MT4) @ M5
M5 = np.sign(M5)

#####

MSOMA1 = (M2 + M3 + M4 + M5)

MSOMA1 = np.sign(MSOMA1)

M25 = np.asarray(MSOMA1 + M25)

M25 = np.sign(M25)

save = np.asarray(M25)
np.savetxt('Jj_PLUS_UNC_PMF.csv', save, fmt='%i', delimiter=",")

34  ### Implementação Análise de Estabilidade para Preferências com
    Incerteza

35  ##Equilíbrios do tipo Nash(a) e Nash(c) para os decisores

    #NASH(a) PARA PMF

    NASH_A_PMF = I@J_PLUS_UNC_PMF
    sum_nash = []
    sum_nash = np.sum(NASH_A_PMF, axis=1).tolist()

    #NASH(c) PARA PMF
    NASH_C_PMF = NASH_A_PMF

36  ### NASH(a) e Nash(c) DO CONFLITO

    estadosnasha = []
    conferenasha = (NASH_A_PMF + NASH_A_MCP + NASH_A_MCC + NASH_A_AMB +
    NASH_A_JUS)
    sum_nasha = []
    sum_nasha = np.sum(conferenasha, axis=1).tolist()

    for i in range(len(sum_nasha)):
        if sum_nasha[i] == 0 :

```

```

                                estadosnasha.append(i+1)

a = np.asarray(estadosnasha)
np.savetxt('Equilibrios/estadosnash(A).csv',      a,      fmt='%i',
           delimiter=",")

a = np.asarray(estadosnasha)
np.savetxt('Equilibrios/estadosnash(C).csv',      a,      fmt='%i',
           delimiter=",")

###
37  ###Equilíbrios do tipo Nash(b) e Nash(d) para os decisores

    #NASH(b) PARA PMF

    NASH_B_PMF = I@J_PLUS_PMF
    sum_nash = []
    sum_nash = np.sum(NASH_B_PMF, axis=1).tolist()

    #NASH(d) PARA PMF

    NASH_D_PMF = NASH_B_PMF

38  ### NASH(b) e NASH(d) DO CONFLITO

    estadosnashb = []
    conferenashb = (NASH_B_PMF + NASH_B_MCP + NASH_B_MCC + NASH_B_AMB +
                   NASH_B_JUS)

    sum_nashb = []
    sum_nashb = np.sum(conferenashb, axis=1).tolist()

    for i in range(len(sum_nashb)):
        if sum_nashb[i] == 0 :
            estadosnashb.append(i+1)

    a = np.asarray(estadosnashb)
    np.savetxt('Equilibrios/estadosnash(B).csv',    a,      fmt='%i',
           delimiter=",")

    a = np.asarray(estadosnashb)
    np.savetxt('Equilibrios/estadosnash(D).csv',    a,      fmt='%i',
           delimiter=",")

39  ###Equilíbrios do tipo GMR para os decisores

40  #GMR(a) PARA PMF

    Q = []
    Qs = []

    Qs = Jj_PMF @ P MINUS EQUAL_PMF.T

```

	<pre> Qs = np.sign(Qs) Q = E - Qs GMR_A_PMF = J_PLUS_UNC_PMF @ Q </pre>
41	<pre> ### GMR(a) DO CONFLITO estadosgmra = [] conferegmra = (GMR_A_PMF + GMR_A_MCP + GMR_A_MCC + GMR_A_AMB + GMR_A_JUS) for i in range(n): if conferegmra[i][i] == 0 : estadosgmra.append(i+1) a = np.asarray(estadosgmra) np.savetxt('Equilibrios/estadosgmr(A).csv', a, fmt='%i', delimiter=",") ### </pre>
42	<pre> #GMR(b) PARA PMF Q = [] Qs = [] Qs = Jj_PMF @ P_MINUS_EQUAL_PMF.T Qs = np.sign(Qs) Q = E - Qs GMR_B_PMF = J_PLUS_PMF @ Q </pre>
43	<pre> ### GMR(b) DO CONFLITO estadosgmrB = [] conferegmrB = (GMR_B_PMF + GMR_B_MCP + GMR_B_MCC + GMR_B_AMB + GMR_B_JUS) for i in range(n): if conferegmrB[i][i] == 0 : estadosgmrB.append(i+1) a = np.asarray(estadosgmrB) np.savetxt('Equilibrios/estadosgmr(B).csv', a, fmt='%i', delimiter=",") ### </pre>
44	<pre> ### #GMR(c) PARA PMF Q = [] Qs = [] Qs = Jj_PMF @ P_MINUS_EQUAL_UNC_PMF.T Qs = np.sign(Qs) Q = E - Qs </pre>

```

GMR_C_PMF = J_PLUS_UNC_PMF @ Q

45  ### GMR(c) DO CONFLITO

    estadosgmrC = []
    conferegmrC = (GMR_C_PMF + GMR_C_MCP + GMR_C_MCC + GMR_C_AMB +
GMR_C_JUS)

    for i in range(n):
        if conferegmrC[i][i] == 0 :
            estadosgmrC.append(i+1)

    a = np.asarray(estadosgmrC)
    np.savetxt('Equilibrios/estadosgmr(C).csv',          a,          fmt='%i',
delimiter=",")

    ###
46  #GMR(d) PARA PMF

    Q = []
    Qs = []

    Qs = Jj_PMF @ P_MINUS_EQUAL_UNC_PMF.T
    Qs = np.sign(Qs)
    Q = E - Qs

    GMR_D_PMF = J_PLUS_PMF @ Q

47  ### GMR(d) DO CONFLITO

    estadosgmrD = []
    conferegmrD = (GMR_D_PMF + GMR_D_MCP + GMR_D_MCC + GMR_D_AMB +
GMR_D_JUS)

    for i in range(n):
        if conferegmrD[i][i] == 0 :
            estadosgmrD.append(i+1)

    a = np.asarray(estadosgmrD)
    np.savetxt('Equilibrios/estadosgmr(D).csv',          a,          fmt='%i',
delimiter=",")

48  ### Equilíbrios do tipo SMR para os decisores

49  #SMR(a) PARA PMF

    Q1 = []
    Q2 = []
    Q3 = []
    Q4 = []

    Q1 = (J_PMF) @ (P_PLUS_UNC_PMF.T)

```

```

Q2 = E - np.sign(Q1)

Q3 = np.multiply(P_MINUS_EQUAL_PMF.T,Q2)

Q4 = (Jj_PMF @ Q3)

Q = E - np.sign(Q4)

SMR_A_PMF = J_PLUS_UNC_PMF @ (Q)

50 #%% SMR(a) DO CONFLITO

estadossmra = []
conferesmra = (SMR_A_PMF + SMR_A_MCP + SMR_A_MCC + SMR_A_AMB +
SMR_A_JUS)

for i in range(n):
    if conferesmra[i][i] == 0 :
        estadossmra.append(i+1)

a = np.asarray(estadossmra)
np.savetxt('Equilibrios/estadossmr(A).csv', a, fmt='%i',
delimiter=",")

%%
51 #SMR(b) PARA PMF

Q1 = []
Q2 = []
Q3 = []
Q4 = []

Q1 = (J_PMF) @ (P_PLUS_UNC_PMF.T)

Q2 = E - np.sign(Q1)

Q3 = np.multiply(P_MINUS_EQUAL_PMF.T,Q2)

Q4 = (Jj_PMF @ Q3)

Q = E - np.sign(Q4)

SMR_B_PMF = J_PLUS_PMF @ (Q)

52 #%% SMR(b) DO CONFLITO

estadossmrb = []
conferesmrb = (SMR_B_PMF + SMR_B_MCP + SMR_B_MCC + SMR_B_AMB +
SMR_B_JUS)

for i in range(n):
    if conferesmrb[i][i] == 0 :
        estadossmrb.append(i+1)

```

53	<pre> a = np.asarray(estadosmrb) np.savetxt('Equilibrios/estadosmrb(B).csv', a, fmt='%i', delimiter=",") ### #SMR(c) PARA PMF Q1 = [] Q2 = [] Q3 = [] Q4 = [] Q1 = (J_PMF) @ (P_PLUS_PMF.T) Q2 = E - np.sign(Q1) Q3 = np.multiply(P_MINUS_EQUAL_UNC_PMF.T,Q2) Q4 = (Jj_PMF @ Q3) Q = E - np.sign(Q4) SMR_C_PMF = J_PLUS_UNC_PMF @ (Q) </pre>
54	<pre> ### SMR(c) DO CONFLITO estadosmrc = [] conferesmrc = (SMR_C_PMF + SMR_C_MCP + SMR_C_MCC + SMR_C_AMB + SMR_C_JUS) for i in range(n): if conferesmrc[i][i] == 0 : estadosmrc.append(i+1) a = np.asarray(estadosmrc) np.savetxt('Equilibrios/estadosmrc(C).csv', a, fmt='%i', delimiter=",") </pre>
55	<pre> ### #SMR(d) PARA PMF Q1 = [] Q2 = [] Q3 = [] Q4 = [] Q1 = (J_PMF) @ (P_PLUS_PMF.T) Q2 = E - np.sign(Q1) Q3 = np.multiply(P_MINUS_EQUAL_UNC_PMF.T,Q2) </pre>

```

Q4 = (Jj_PMF @ Q3)

Q = E - np.sign(Q4)

SMR_D_PMF = J_PLUS_PMF @ (Q)

56  ### SMR(d) DO CONFLITO

estadosmrd = []
conferesmrd = (SMR_D_PMF + SMR_D_MCP + SMR_D_MCC + SMR_D_AMB +
SMR_D_JUS)

for i in range(n):
    if conferesmrd[i][i] == 0 :
        estadosmrd.append(i+1)

a = np.asarray(estadosmrd)
np.savetxt('Equilibrios/estadosmrd(D).csv', a, fmt='%i',
delimiter=",")

57  ### Análise de Equilíbrio do tipo SEQ para os decisores

58  #SEQ(a) PARA PMF
Q = []
Qs = []

Qs = Jj_PLUS_UNC_PMF @ P_MINUS_EQUAL_PMF.T

Q = E - np.sign(Qs)

SEQ_A_PMF = J_PLUS_UNC_PMF @ Q

59  ### SEQ(a) DO CONFLITO

estadosseqa = []
confereseqa = (SEQ_A_PMF + SEQ_A_MCP + SEQ_A_MCC + SEQ_A_AMB +
SEQ_A_JUS)

for i in range(n):
    if confereseqa[i][i] == 0 :
        estadosseqa.append(i+1)

a = np.asarray(estadosseqa)
np.savetxt('Equilibrios/estadosseqa(A).csv', a, fmt='%i',
delimiter=",")

###
60  #SEQ(b) PARA PMF
Q = []
Qs = []

Qs = Jj_PLUS_UNC_PMF @ P_MINUS_EQUAL_PMF.T

```

```

Q = E - np.sign(Qs)

SEQ_B_PMF = J_PLUS_PMF @ Q

61  ### SEQ(b) DO CONFLITO

estadosseqb = []
confereseqb = (SEQ_B_PMF + SEQ_B_MCP + SEQ_B_MCC + SEQ_B_AMB +
SEQ_B_JUS)

for i in range(n):
    if confereseqb[i][i] == 0 :
        estadosseqb.append(i+1)

a = np.asarray(estadosseqb)
np.savetxt('Equilibrios/estadosseq(B).csv',          a,          fmt='%i',
delimiter=",")

###
62  #SEQ(c) PARA PMF
Q = []
Qs = []

Qs = Jj_PLUS_UNC_PMF @ P_MINUS_EQUAL_UNC_PMF.T

Q = E - np.sign(Qs)

SEQ_C_PMF = J_PLUS_UNC_PMF @ Q

63  ### SEQ(c) DO CONFLITO

estadosseqc = []
confereseqc = (SEQ_C_PMF + SEQ_C_MCP + SEQ_C_MCC + SEQ_C_AMB +
SEQ_C_JUS)

for i in range(n):
    if confereseqc[i][i] == 0 :
        estadosseqc.append(i+1)

a = np.asarray(estadosseqc)
np.savetxt('Equilibrios/estadosseq(C).csv',          a,          fmt='%i',
delimiter=",")

###
64  #SEQ(d) PARA PMF
Q = []
Qs = []

Qs = Jj_PLUS_UNC_PMF @ P_MINUS_EQUAL_UNC_PMF.T

Q = E - np.sign(Qs)

SEQ_D_PMF = J_PLUS_PMF @ Q

```



```

65  ### SEQ(d) DO CONFLITO

    estadosseqd = []
    confereseqd = (SEQ_D_PMF + SEQ_D_MCP + SEQ_D_MCC + SEQ_D_AMB +
    SEQ_D_JUS)

    #print(confereseqd)

    for i in range(n):
        if confereseqd[i][i] == 0 :
            estadosseqd.append(i+1)

    a = np.asarray(estadosseqd)
    np.savetxt('Equilibrios/estadosseq(D).csv',          a,          fmt='%i',
    delimiter=",")

66  ### Análise de Equilíbrio do tipo SSEQ para os decisores

    ###
67  #SSEQ(a) PARA PMF

    Q1 = []
    Q2 = []
    Q3 = []
    Q4 = []

    Q1 = (J_PMF) @ (P_PLUS_UNC_PMF.T)

    Q2 = E - np.sign(Q1)

    Q3 = np.multiply(P_MINUS_EQUAL_PMF.T,Q2)

    Q4 = (Jj_PLUS_UNC_PMF @ Q3)

    Q = E - np.sign(Q4)

    SSEQ_A_PMF = J_PLUS_UNC_PMF @ (Q)

68  ### SSEQ(a) DO CONFLITO

    estadossseqa = []
    conferesseqa = (SSEQ_A_PMF + SSEQ_A_MCP + SSEQ_A_MCC + SSEQ_A_AMB +
    SSEQ_A_JUS)

    for i in range(n):
        if conferesseqa[i][i] == 0 :
            estadossseqa.append(i+1)

    a = np.asarray(estadossseqa)
    np.savetxt('Equilibrios/estadossseq(A).csv',          a,          fmt='%i',
    delimiter=",")

    ###

```

```

69 #SSEQ(b) PARA PMF

Q1 = []
Q2 = []
Q3 = []
Q4 = []

Q1 = (J_PMF) @ (P_PLUS_UNC_PMF.T)
Q2 = E - np.sign(Q1)
Q3 = np.multiply(P_MINUS_EQUAL_PMF.T,Q2)
Q4 = (Jj_PLUS_UNC_PMF @ Q3)
Q = E - np.sign(Q4)
SSEQ_B_PMF = J_PLUS_PMF @ (Q)

70 ### SSEQ(b) DO CONFLITO

estadosseqb = []
conferesseqb = (SSEQ_B_PMF + SSEQ_B_MCP + SSEQ_B_MCC + SSEQ_B_AMB +
SSEQ_B_JUS)

for i in range(n):
    if conferesseqb[i][i] == 0 :
        estadosseqb.append(i+1)

a = np.asarray(estadosseqb)
np.savetxt('Equilibrios/estadosseq(B).csv', a, fmt='%i',
delimiter=",")

###
71 #SSEQ(c) PARA PMF

Q1 = []
Q2 = []
Q3 = []
Q4 = []

Q1 = (J_PMF) @ (P_PLUS_PMF.T)
Q2 = E - np.sign(Q1)
Q3 = np.multiply(P_MINUS_EQUAL_UNC_PMF.T,Q2)
Q4 = (Jj_PLUS_UNC_PMF @ Q3)
Q = E - np.sign(Q4)
SSEQ_C_PMF = J_PLUS_UNC_PMF @ (Q)

72 ### SSEQ(c) DO CONFLITO

estadosseqc = []

```

```

conferesseqc = (SSEQ_C_PMF + SSEQ_C_MCP + SSEQ_C_MCC + SSEQ_C_AMB +
SSEQ_C_JUS)

for i in range(n):
    if conferesseqc[i][i] == 0 :
        estadosseqc.append(i+1)

a = np.asarray(estadosseqc)
np.savetxt('Equilibrios/estadosseqc(C).csv', a, fmt='%i',
delimiter=",")

73 #%%
#SSEQ(d) PARA PMF

Q1 = []
Q2 = []
Q3 = []
Q4 = []

SIGNAL_MATRIX_Q1 = []
SIGNAL_MATRIX_Q4 = []

Q1 = (J_PMF) @ (P_PLUS_PMF.T)
Q2 = E - np.sign(Q1)
Q3 = np.multiply(P_MINUS_EQUAL_UNC_PMF.T,Q2)
Q4 = (Jj_PLUS_UNC_PMF @ Q3)
Q = E - np.sign(Q4)
SSEQ_D_PMF = J_PLUS_PMF @ (Q)

74 #%% SSEQ(D) DO CONFLITO

estadosseqd = []
conferesseqd = (SSEQ_D_PMF + SSEQ_D_MCP + SSEQ_D_MCC + SSEQ_D_AMB +
SSEQ_D_JUS)

for i in range(n):
    if conferesseqd[i][i] == 0 :
        estadosseqd.append(i+1)

a = np.asarray(estadosseqd)
np.savetxt('Equilibrios/estadosseqd(D).csv', a, fmt='%i',
delimiter=",")

```