UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

FRANCISCO ANTONIO NASCIMENTO

A SEQUÊNCIA FEDATHI NO ENSINO DE CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS E AS TECNOLOGIAS DIGITAIS POR MEIO DE VÍDEOCONFERÊNCIA SÍNCRONA: A FORMAÇÃO DE PROFESSORES DO ENSINO MÉDIO

FORTALEZA
2022

FRANCISCO ANTONIO NASCIMENTO

A SEQUÊNCIA FEDATHI NO ENSINO DE CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS E AS TECNOLOGIAS DIGITAIS POR MEIO DE VÍDEOCONFERÊNCIA SÍNCRONA: A FORMAÇÃO DE PROFESSORES DO ENSINO MÉDIO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (ENCIMA), da Universidade Federal Do Ceará – UFC, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática. Área de concentração: Ensino de Matemática

Orientador: Dr. José Rogério Santana

FORTALEZA

2022

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Biblioteca Universitária
Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

N195 Nascimento, Francisco Antonio.
A Sequência Fedathi no ensino de Construções Geométricas e as tecnologias digitais por meio de videoconferência síncrona: a formação de professores do Ensino Médio / Francisco Antonio Nascimento. – 2022.
216 f. : il. color.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Fortaleza, 2022.
Orientação: Prof. Dr. José Rogério Santana.

1. Construções Geométricas. 2. Formação de professores. 3. Engenharia Didática. 4. Engenharia Pedagógica. 5. Sequência Fedathi. I. Título.

CDD 372

FRANCISCO ANTONIO NASCIMENTO

A SEQUÊNCIA FEDATHI NO ENSINO DE CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS E AS TECNOLOGIAS DIGITAIS POR MEIO DE VÍDEOCONFERÊNCIA SÍNCRONA: A FORMAÇÃO DE PROFESSORES DO ENSINO MÉDIO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (ENCIMA), da Universidade Federal Do Ceará – UFC, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática. Área de concentração: Ensino de Matemática

Aprovada em: 22/06/2022.

BANCA EXAMINADORA

____
Prof. Dr. José Rogério Santana (Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

____
Profa Dra. Maria José de Souza
Universidade Federal do Ceará (UFC)

____
Profa. Dra. Ivoneide Pinheiro de Lima
Universidade Estadual do Ceará (UECE)

A Deus.

À minha mãe Livramento.

Ao meu pai, Raimundo Nonato.

Aos meus filhos Ullysses e Emília.

AGRADECIMENTOS

A Deus por ter permitido a realização deste sonho e ter dado forças para vencer todas barreiras ao longo dessa trajetória.

A minha família, em especial a minha mãe Livramento, aos meus irmãos Paulo, Rosa, Fernando e Francisco e aos meus filhos Ullysses e Emília pelo apoio e incentivo na realização deste sonho.

Ao meu orientador Prof. Dr. José Rogério Santana pela excelente orientação, pela compreensão, pelos ensinamentos, pelo acolhimento durante a pesquisa e, sobretudo por ter acreditado no meu potencial.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Matemática, pelos ensinamentos compartilhados ao longo das disciplinas cursadas.

Aos Professores que participaram do Curso Básico de Construções Geométricas utilizando o Geogebra e toda sua equipe que me acolheu e me apoiou na realização da pesquisa de campo desta dissertação.

Aos membros da banca examinadora, por dedicarem o seu tempo para examinar os conhecimentos aqui propostos e contribuírem com este trabalho.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

A todas amizades construídas ao longo deste curso de Mestrado.

A todos envolvidos na produção dessa pesquisa, que embora não tenham seus nomes aqui mencionados, contribuíram direta ou indiretamente, para a realização deste trabalho

Πως Πλατων ε ϖ λεγε το [ν θεο ; ν ϖ
αειφ γεωμετρει ; ν ;

“De que maneira Platão dizia a divindade
sempre geometrizar?”

(PLUTARCO)

RESUMO

O ensino de construções geométricas, embora esteja arraigado no contexto da geometria, sua percepção na formação inicial e continuada de professores enfrenta desafios novos. Ainda que tivemos muitos esforços, no que tange a Formação de Professores (FP), a formação inicial do professor de matemática reflete um professor que se preocupa mais com a reprodução dos conteúdos e dos conhecimentos já construídos. Defendemos a utilização do software GeoGebra aliado a Videoconferências Síncronas para o ensino de Construções Geométricas (CG) na formação de professores. Como problemática, formulamos a seguinte questão: o ensino de CG por meio do Software GeoGebra, mediada pela metodologia de ensino Sequência Fedathi (SF) têm impactos para a formação do professor Ensino Médio? Partindo desta questão, apresentamos um estudo sobre o ensino de construções geométricas para formação de professores, mediado pelo software GeoGebra que permite ilustrar Situações Limites (SL) por meio do computador, e que corresponde a questionamento de enunciados, postulados, axiomas e teoremas matemáticos. No que tange a base metodológica, optamos por trabalhar com a Engenharia Didática (ED)como planejamento da pesquisa e a Sequência Fedathi (SF). Utilizamos ainda Engenharia Pedagógica na concepção do Produto Educacional (PE). Desenvolvemos uma pesquisa básica de abordagem Qualitativa e Quantitativa com questionário estruturado. É uma pesquisa descritiva, em que descreve características de uma população ou fenômeno. Quanto aos objetivos, Bibliográfica, exploratória e Participante, contando com o envolvimento do pesquisador com o grupo investigado, no âmbito do Curso Básico de CG com professores do Ensino Médio (EM) na Crede 14. A partir da realização do Curso foi possível a geração dos dados e formulação das categorias e subcategorias de análise: transcrição das aulas, questionário estruturado (pré e pós teste) e relevância da CG para aprendizagem de Geometria, amparado por Bardin (2016). A partir da análise geração dos dados, comprovamos que o GeoGebra e as CG favorecem o ensino e a aprendizagem de Geometria e SF contribui para reflexão da FP e descobertas de SL por meio de demonstrações algébricas e geométricas. Como Produto Educacional apresentamos um Curso Básico de CG utilizando o Geogebra para professores do EM por meio de vídeo aula e Videoconferência Assíncronas (VA). Não obstante, compreendemos que esta temática precisa de mais pesquisa e que objetivamos como trabalho futuro aplicar o curso para maior quantidades de professores por meio de atividades assíncronas e síncronas baseado no PE deste mestrado.

Palavras-chave: construções geométricas; formação de professores; engenharia didática engenharia pedagógica; sequência Fedathi.

ABSTRACT

The teaching of geometric constructions, although it is rooted in the context of geometry, its perception in the initial and continuing education of teachers faces new challenges. Although we have made a lot of efforts, with regard to Teacher Training (PF), the initial training of mathematics teachers reflects a teacher who is more concerned with the reproduction of content and knowledge already built. We defend the use of GeoGebra software combined with Synchronous Videoconferences for the teaching of Geometric Constructions (GC) in teacher training. As a problem, we formulate the following question: does the teaching of GC through the GeoGebra Software, mediated by the teaching methodology Sequence Fedathi (SF) have impacts on the training of high school teachers? Starting from this question, we present a study on the teaching of geometric constructions for teacher training, mediated by the GeoGebra software that allows illustrating Limit Situations (SL) through the computer, and which corresponds to the questioning of statements, postulates, axioms and mathematical theorems. Regarding the methodological basis, we chose to work with Didactic Engineering (DE) as research planning and the Fedathi Sequence (SF). We also use Pedagogical Engineering in the design of the Educational Product (EP). We developed a basic research with a Qualitative and Quantitative approach with a structured questionnaire. It is a descriptive research, in which it describes characteristics of a population or phenomenon. As for the objectives, Bibliographic, Exploratory and Participant, with the involvement of the researcher with the investigated group, within the scope of the Basic Course of GC with teachers of High School (EM) at Crede 14. From the completion of the Course, it was possible to generate of data and formulation of categories and subcategories of analysis: transcription of classes, structured questionnaire (pre and post test) and relevance of GC for learning Geometry, supported by Bardin (2016). From the analysis of data generation, we proved that GeoGebra and GC favor the teaching and learning of Geometry and SF contributes to PF reflection and SL discoveries through algebraic and geometric demonstrations. As an Educational Product, we present a Basic Course on CG using Geogebra for EM teachers through video lessons and Asynchronous Videoconferencing (AV). Nevertheless, we understand that this theme needs more research and that we aim as a future work to apply the course to a greater number of professors through asynchronous and synchronous activities based on the EP of this master's degree.

Keywords: geometric constructions; teacher training; didactic engineering; pedagogical engineering; Fedathi Sequence.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CG	Construções Geométricas
CNPq	Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico
CNE	Conselho Nacional de Educação
CREDE 14	Coordenadoria de Desenvolvimento Regional da Educação
EM	Ensino Médio
DCRC	Documento Curricular Referencial do Ceará
ED	Engenharia Didática
EP	Engenharia Pedagógica
FINEP	Financiadora de Estudos e Projetos
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
MEC	Ministério da Educação e do Desporto
MCTI	Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovações
PE	Produto Educacional
PISA	Programa Internacional de Avaliação de Alunos
PCNs	Parâmetros Curriculares Nacionais
PNLD	Programa Nacional do Livro Didático
SL	Situação Limite
SEDUC	Secretaria da Educação do Estado do Ceará
SF	Sequência Fedathi
TDIC	Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação
UFC	Universidade Federal do Ceará
EDUCON	Centro de Educação Continuada
SEI	Secretaria Especial de Informática

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

A Geometria na escola é de suma importância, visto que as habilidades de raciocínio e dedução estão ancoradas nesta área do saber matemático que se pretende ensinar. Temos acompanhado as diversas mudanças e reformas educacionais que têm modificado o currículo e deixado sobretudo o ensino de geometria à mercê em vários aspectos (seja historicamente, em termos de medida e forma em geometria, seja em termos das construções geométricas) quando se observa do surgimento do Movimento de Matemática Moderna (MMM), sobretudo com a reformulação curricular na década de 1960 a 1980 e a importância dada quanto a prevalência do ensino de álgebra sobre o viés da Teoria dos Conjuntos (SANTOS, 2020), podemos perceber o quanto de geometria foi desprezado nos últimos 40 anos. Atualmente, percebe-se algumas mudanças no que tange a reformulação do currículo com os Paramentos Curriculares Nacionais (PCNs) e mais recente a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), assim todo material didático como o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) tem sofrido mudanças significativas, entretanto, ainda existem lacunas e desafios que precisa ser considerada na pratica dos professores.

Nessa linha, o ensino de construções geométricas, embora esteja arraigado no contexto da geometria, sua percepção na formação inicial e continuada de professores enfrenta desafios novos. Ainda que tivemos muitos esforços, no que tange a formação de professores, a formação inicial do professor de matemática reflete um professor que se preocupa mais com a reprodução dos conteúdos e dos conhecimentos já construídos. Ademais, esse ideal tem se repetido cada vez mais na formação de professores de matemática para atender as novas demandas educacionais e econômicas das instituições de ensino que precisam adequar-se e que tenha formação pronta e rápida para que tenham maior rendimento (OLIVEIRA, 2020) na formação dos estudantes e dos futuros professores de matemática.

A utilização de tecnologias abrange ferramentas importantes no processo de formação de professores, mediante o contexto da pandemia da COVID-19, SARS-CoV-2, como tem se evidenciado. Dentro deste contexto surge a importância para que professor busque outras formas e metodologias de ensinar, forçando os segmentos da educação a se reinventar para propiciar novas formas de aprendizagem aos estudantes, ao utilizar as ferramentas das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC) de forma síncrona.

As tecnologias, e inovações no ensino têm papel importante na vida cotidiana das pessoas, sobretudo das crianças nessa era digital. No entanto, como falar da formação de jovens e adolescentes, sem consideramos a formação dos professores? Temos implantado e modernizado a escola com equipamentos, computadores e acesso à Internet, entretanto os professores apenas reproduzem um modelo de educação tradicional, com a máscara da tecnologia, visando ilustrar e mecanizar os conteúdos ao invés de criar desafios didáticos e metodológicos. Assim, nesta dissertação, realizamos um modelo de formação para o Ensino de Geometria assistido por Computador através de Videoconferências Síncronas por meio do software GeoGebra.

Conforme MORAN, (2004), precisamos repensar todo o processo, reaprender a ensinar, a estar com os alunos, a orientar atividades, e a definir o que vale a pena fazer para aprender, juntos ou separados. Abrem-se novos campos na educação *on-line*, principalmente na Educação a Distância (EAD). Mas, também na educação presencial, a chegada da Internet traz novos desafios em sala de aula, tanto em termos tecnológicos como pedagógicos. Singularmente, as tecnologias não mudam a escola, mas trazem possibilidades de apoio aos professores e estudantes com respeito à interação com e entre os mesmos.

As evidências dos problemas na Educação Matemática, não é objeto próprio, mas está amplamente inserido no cerne da Educação, na falta de origem de sentido e da compreensão do que se vive. Conforme Barguil (2006), o Homem constitui-se como tal devido às interações que estabelece consigo, com o outro, com a cultura e a natureza, no espaço-tempo. O diálogo é a fonte do aprendizado, pois permite ao Homem ampliar a sua compreensão de tudo que lhe cerca. A escola, enquanto espaço social construído com a finalidade de preparar as novas gerações para o mundo do trabalho, tem um papel a desempenhar, principalmente se acreditar que a sociedade passa por transformações.

Neste contexto, o ensino de construções geométricas faz sentido quando se volta para o fortalecimento do pensamento geométrico. A respeito do domínio desse pensamento, a Base Nacional Comum Curricular – BNCC no Ensino Fundamental, afirma que:

> Em relação ao pensamento geométrico, os alunos desenvolvem habilidades para interpretar e representar a localização e o deslocamento de uma figura no plano cartesiano, para identificar transformações isométricas e produzir ampliações e reduções de figuras. Além disso, são solicitados a formular e resolver problemas em contextos diversos, aplicando os conceitos de congruência e semelhança (BRASIL, 2018, p. 517).

Assim, o pensamento geométrico deve ser estimulado com uso de diversas tecnologias com finalidade do desenvolvimento do raciocínio com argumentos matemáticos.

Isso pressupõe comunicação e interação com diversos atores para expressar o modelo matemático, de raciocínio construído.

> Para o desenvolvimento de competências que envolvem o raciocinar, é necessário que os estudantes possam, em interação com seus colegas e professores, investigar, explicar e justificar os problemas resolvidos, com ênfase nos processos de argumentação matemática. Embora todas as habilidades pressuponham a mobilização do raciocínio, nem todas se restringem ao seu desenvolvimento. Assim, por exemplo, a identificação de regularidades e padrões exige, além de raciocínio, a representação e a comunicação para expressar as generalizações, bem como a construção de uma argumentação consistente para justificar o raciocínio utilizado (BRASIL, 2018 p. 517)

Para formação de professores não é diferente, pois vivenciamos o modelo de Ensino Remoto Emergencial, com uso em diversos países, o Ensino Híbrido foi recomendado pelo Conselho Nacional de Educação (CNE) e a Secretaria de Educação do Estado do Ceará (SEDUC/CE), sendo utilizado por unidades educacionais nesse formato desde o ano de 2021, no retorno das atividades presenciais. O fato é, que não é possível desprezar a utilização do uso das tecnologias no ensino, principalmente na formação de professores e ensino de construções geométricas.

Deste modo, o professor é um aprendiz, pois precisa estar em constante formação de aprendizado, ao perceber que o uso das tecnologias presentes no dia a dia é cada vez mais necessário, e sua incorporação como elemento auxiliar na aprendizagem dos estudantes deve ser realizada sob uma regência guiada por metodologias, trilhas de aprendizagem e sequências didáticas que só é possível através da formação continuada e de qualidade ao utilizar os recursos tecnológicos disponíveis.

Este trabalho objetiva analisar as contribuições da Sequência Fedathi no ensino de construções geométricas e das tecnologias digitais na formação de professores do ensino médio. Para isso, adotamos a metodologia exploratória, que de acordo com Gil (2002) visa proporcionar uma maior familiaridade com o problema estudado, que é de natureza aplicada, visando gerar conhecimentos para a prática de formação de professores de matemática.

Diante do quadro exposto, discutiremos questões sobre a importância das tecnologias digitais no ensino e na formação do professor de Matemática, com respeito a construções geométricas. Neste contexto, os objetivos da pesquisa desenvolvida consistiram em:

1. Compreender o papel das tecnologias digitais na Didática da Matemática através de situações limites que surgem no momento do uso de softwares como o GeoGebra, voltado para o ensino de construções geométricas na atualidade;

2. Identificar a percepção, o conhecimento, e os saberes dos docentes sobre metodologias de ensino dos conteúdos de Geometria, especificamente os de construção geométrica e utilização das tecnologias para Geometria Dinâmica;

3. Verificar como as tecnologias digitais (GeoGebra, vídeo aulas e videoconferência entre outros) auxiliam na formação de professores, visando tornar as aulas de construções geométricas mais desafiadoras buscando desenvolver uma aprendizagem significativa para os estudantes levando em consideração seus limites e possibilidades;

4. Identificar as contribuições da Sequência Fedathi no ensino de construções geométricas e das tecnologias digitais na formação de professores do ensino médio

5. Produzir material em formato de Curso de Vídeo aulas por meio de videoconferências síncronas contendo toda a sequência da aplicação da metodologia, de forma a permitir sua reprodução e uso por outros professores;

Para o desenvolvimento deste trabalho, foi necessário participar e elaborar um Curso Básico de Construções Geométricas utilizando o GeoGebra, voltado para formação de professores no estado do Ceará, no âmbito da CREDE14 – Senador Pompeu. Além destas situações, o processo de construção de atividades matemáticas para os cursos realizados permitiu o desenvolvimento de experimentos com tecnologias digitais que viabilizaram a discussão sobre o processo em situações limites no ensino de construções geométricas.

Este trabalho foi organizado em dez capítulos, sendo que:

O Capítulo 1 apresenta uma introdução evidenciando a fundamentação teórica e os objetivos da pesquisa, bem como a organização do trabalho.

No Capítulo 2 se inicia a discussão sobre contexto do ensino de construções geométricas, através de um resgate histórico do ensino de matemática no contexto escolar brasileiro, em que são enfocadas carências e necessidades atualmente presentes no Estado do Ceará.

No Capítulo 3, se faz referências ao uso das tecnologias digitais no ensino de matemática, destacando a importância da informática educativa, mostrando alguns conceitos sobre o campo de atuação da informática educativa na prática escolar, abordando a seguir o ensino de matemática.

No Capítulo 4, são discutidas concepções da formação continuada de professores, destacando seu papel como processo continuado e refletindo como se dá a formação de professores de matemática do Ensino Médio, confrontando esses dados com as diretrizes da Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

No Capítulo 5, é feita a descrição do percurso metodológico para realização dessa pesquisa, sendo apresentada a Engenharia Didática como metodologia de pesquisa, a Engenharia Pedagógica como metodologia para produção de um produto educacional, e a Sequência Fedathi como uma proposta metodológica para o ensino através da utilização de tecnologias digitais.

O Capítulo 6 apresenta a geração dos dados da pesquisa e a caracterização dos estudantes.

O Capítulo 7 apresenta os resultados da investigação por meio de situações problemas que são denominadas “situação limites”, pois apresentam características específicas que devem ser consideradas. Estas situações são provocadas pelos professores no momento do curso ou surgiram como elementos que suscitava questionamentos e interrogações.

O Capítulo 8 traz as considerações finais, e após este capítulo são apresentadas as referências bibliográficas e os anexos contendo detalhes sobre as situações matemáticas apresentadas no Capítulo 5.

E por fim o Capítulo 9 mostra o referencial bibliográfico utilizado neste trabalho.

Em síntese, este trabalho apresenta uma abordagem sobre o ensino de construções geométrica e das tecnologias digitais na formação de professores apresentando uma proposta teórico-metodológica.

No próximo capítulo tratamos do capítulo teórico do estudo, abordando o contexto do ensino de CG no Brasil e as inovações na matemática escolar, perspectivas de pesquisa sobre o ensino e aprendizagem da matemática e da geometria.

02 CONTEXTO DO ENSINO DE CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS NO BRASIL

Neste capítulo discute-se o contexto do ensino de CG no Brasil, mais especificamente das funcionalidades sobre as inovações na matemática escolar, perspectivas de pesquisa sobre o ensino e aprendizagem da matemática e da geometria.

No que a alfabetização matemática e as práticas inovadora destaca-se os estudo de Borges Neto (2011) e D'Ambrosio (1993). Já Kirsch (2002) discute sobre alfabetização em leitura. Sobre o ensino de CG destaca-se os estudos de Sanders (1998), Robertson (1986), Pandiscio (2002) e Santos (2008). Já sobre processos cognitivos na compreensão da geometria Duval (2006), Van Hiele (1957), Kaleff, (1994) discutem a relação para com o pensamento geométrico e Schoenfeld (1986) disserta sobre o raciocínio matemático.

No subtópico seguinte abordamos as inovações para ensino de matemática e de CG perspectivas de pesquisa sobre o ensino e aprendizagem da matemática e da geometria

2.1 Inovações na matemática escolar, perspectivas de pesquisa sobre o ensino e aprendizagem da matemática e da geometria

O ensino de matemática está em um estado de transformação e mudança, com o surgimento de Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC), entre as quais se podem mencionar o microcomputador e novas formas avaliações, quase instantâneas, a partir da utilização de mecanismos digitalizados radicalmente diferentes de ensino e avaliação. Ao mesmo tempo, muitas pesquisas recentes finalmente transmitem conhecimentos e saberes acerca de como os estudantes aprendem, levantando questões sobre a eficácia de algumas formas de ensino (BORGES NETO, 2011).

Em nenhum momento da história do ensino de matemática houve mudanças em uma frente tão ampla, ou um crescimento tão rápido dos conhecimentos e saberes como na atualidade devido ao uso da tecnologias digitais.

Diversos novos estudos e pesquisas nas áreas da matemática, da pedagogia e da psicologia oferecem aos professores e educadores uma visão geral dessas mudanças, fundamentadas e desenvolvidas por especialistas e profissionais da vanguarda do desenvolvimento no mundo educacional pós-moderno (BORGES NETO, 2011).

No entanto, tais abordagens representam mais do que apenas um retrato da prática e inovação atuais. Também fornece um estado da visão artística da pesquisa em educação matemática e das construções geométricas. Excepcionalmente, reúne fundamentações desenvolvidas por líderes de renome nacional e internacional, tanto da comunidade da educação matemática, como da pesquisa educacional (BORGES NETO, 2011).

Nesse contexto, a presente pesquisa também busca salientar as questões que tratam de Inovações na matemática escolar, perspectivas de pesquisa sobre o ensino e aprendizagem da matemática e da geometria, tendo como foco, as construções geométricas. Outrossim, inclui-se a teoria construtivista de Piaget, e pesquisa sobre o contexto social em que se insere a matemática, incluindo as questões de gênero, raça, cultura e valores sociais e políticos (BORGES NETO, 2011).

A matemática é uma parte fundamental do pensamento humano e da lógica, e parte integrante das tentativas de entender o mundo e a sociedade, uma vez que fornece uma maneira eficaz de construir a disciplina mental e incentiva o raciocínio lógico e o rigor mental. Além disso, o conhecimento matemático desempenha um papel crucial na compreensão dos conteúdos de outras disciplinas escolares, como ciências, estudos sociais e até música e arte (BORGES NETO, 2011).

A matemática tem uma natureza transversal. Ao refletir sobre a história do currículo em geral, então a matemática (geometria e álgebra) eram duas das sete artes liberais tanto na Grécia quanto na Idade Média. Esse papel histórico corrobora a noção de que a matemática forneceu a disciplina mental necessária para outras disciplinas.

A alfabetização matemática é um atributo crucial de indivíduos que vivem vidas mais efetivas como cidadãos construtivos, preocupados e reflexivos. A alfabetização matemática inclui habilidades computacionais básicas, raciocínio quantitativo, habilidade espacial, entre outras habilidades (BORGES NETO, 2011).

Em segundo lugar, uma vez que a matemática fornece conhecimentos e habilidades fundamentais para outras disciplinas escolares, como ciências, arte, economia, entre outros. A questão de como a matemática está entrelaçada com outras disciplinas escolares merece ser abordada. Em alguns currículos, a matemática é oferecida de forma independente para apoiar o estudo de outras disciplinas escolares como uma “disciplina instrumental”, e em outros currículos, são oferecidos cursos integrados que combinam matemática e outras áreas (BORGES NETO, 2011).

Tendo em vista a importância da avaliação da compreensão leitora no desenvolvimento da capacidade de aprender pela leitura dos alunos, muitos pesquisadores têm investigado como medir a capacidade de leitura (por exemplo, Sabatini, Albro & O'Reilly, 2012). No entanto, bons leitores de textos gerais não são necessariamente bons leitores de textos de matemática (SHEPHERD *et al*., 2012).

De acordo com Fang e Schleppegrell (2010), "o discurso matemático é simultaneamente técnico, denso e multissistêmico, valendo-se da linguagem natural, e da linguagem simbólica e da exibição visual, que interagem de maneiras sinérgicas específicas da disciplina" (p. 591). Considerando que a matemática tem sua sintaxe e semântica especiais, pesquisadores de educação matemática revelaram que a compreensão de leitura de provas de matemática pelos alunos é complexa e exigiram o desenvolvimento de estruturas abrangentes para avaliar a capacidade dos alunos de aprender matemática pela leitura (YANG *et al.*, 2008).

Duval (2006) apontou três tipos de processos cognitivos na compreensão da geometria, que podem representar importantes direcionamentos no que se refere às teorias de prova: processo visual; construção de figuras; e processo discursivo para explorar, explicar ou provar. A construção se baseia no processo discursivo e leva ao processo visual.

Para justificar o que é construído, são necessários não apenas o processo discursivo natural, que embute o processo visual, mas também o processo discursivo dedutivo. Assim, a construção geométrica pode desempenhar um papel para preencher a lacuna entre a visualização e o raciocínio dedutivo.

Durante décadas, os pesquisadores afirmaram que as construções geométricas são úteis para dar clareza visual a muitas relações geométricas (SANDERS, 1998), tornar algo tangível para alunos do ensino médio (ROBERTSON, 1986), e promover um espírito de exploração e descoberta (PANDISCIO, 2002). Todas essas ideias também sugerem que o aprendizado de construções geométricas tem o potencial de preencher a lacuna entre a visualização (processo visual) e o raciocínio dedutivo (processo discursivo) no sentido de Duval (2006).

Para a geometria escolar, pode ser de alguma forma discutível quanta atenção deve ser dada ao ensino de construções geométricas. No entanto, o conteúdo da construção de figuras geométricas usando compasso e régua ainda está incluído em muitos currículos nacionais, por exemplo, na Austrália, EUA e Inglaterra (PANDISCIO, 2002).

Schoenfeld (1986) descobriu que a maioria dos alunos que estudaram geometria de 1 ano do ensino médio eram "empiristas ingênuos cuja abordagem às construções com régua e compasso é como um *loop* empírico de adivinhação e teste" (p. 243). Outros estudos também mostraram que a aprendizagem de construções geométricas é importante, mas não fácil para os alunos devido à necessidade de distinguir entre desenhos e figuras (por exemplo, Hölzl, 1995), bem como entre realidades gráfico espaciais e relações geométricas (por exemplo, Laborde, 1998). Esses estudos revelaram as dificuldades dos alunos na resolução de tarefas de construção geométrica.

A maioria dos estudos anteriores sobre o aprendizado de construções geométricas são baseados na perspectiva de aprender fazendo ou no uso de softwares de geometria dinâmica. Nossa preocupação é com a perspectiva da aprendizagem pela leitura que é retratada como "um processo de aprendizagem na medida em que se diz que o leitor transforma o texto no ato da leitura" (BORASI *et al*., 1990).

Assim, é interessante investigar o quão bem os alunos podem ler para compreender textos matemáticos. Selecionamos os textos de construção geométrica, construções euclidianas com compasso e régua, para este estudo porque seu conteúdo inclui tanto conhecimento processual/conceitual quanto raciocínio matemático (PANDISCIO,2002; SANDERS, 1998; SCHOENFELD, 1986).

Dessa forma, um texto de construção geométrica inclui três partes de informações: (1) uma tarefa de construção (ou problema), (2) as etapas de construção usadas para resolver a tarefa e (3) as figuras correspondentes a cada etapa de construção. Por um lado, são necessários conhecimentos conceituais e procedimentais para compreender as etapas da construção geométrica. Por outro lado, o raciocínio matemático é necessário para entender as relações lógicas entre as etapas de construção e suas figuras correspondentes (PANDISCIO, 2002; SANDERS, 1998; SCHOENFELD, 1986).

Para conceituar a compreensão leitora de textos de construção geométrica, a primeira dimensão refere-se ao letramento em leitura no Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA), que se propõe a avaliar a "compreensão, uso e reflexão de textos escritos por alunos, a fim de alcançar seus objetivos, desenvolver seu conhecimento e potencial e participar da sociedade" (KIRSCH et al., 2002, p. 25).

Kirsch *et al*. Identificaram cinco categorias de alfabetização em leitura: (1) recuperar informações, (2) formar uma compreensão geral, (3) desenvolver uma interpretação, (4) refletir e avaliar o conteúdo do texto e (5) refletir e avaliar as formas de texto. As três primeiras categorias concentram-se no significado derivado principalmente do texto, enquanto as duas categorias restantes enfatizam a compreensão do significado extraído de fora do texto. Além disso, Kirsch *et al*. (2002) resumiram as cinco categorias em três categorias de tarefas de leitura: (1) recuperar informações, (2) interpretar texto e (3) refletir sobre o conteúdo e a forma do texto.

As três categorias de tarefas de leitura podem ser relacionadas a três componentes principais do processamento de informações: localizar, integrar e gerar (Kirsch, 1995).

Localizar informações significa fazer correspondências literais entre a pergunta e o texto, em que é necessário recuperar informações do texto ou focar em partes independentes do texto. Integrar informações significa conectar informações de dois ou mais locais (por exemplo, parágrafos, informações verbais e não verbais), em que é necessário fazer inferências com base no texto ou focar nas relações dentro do texto. Gerar informação significa processar ainda mais a conteúdo, em que é necessário refletir sobre o saber aprendido e a forma do texto com base em antecedentes ou conhecimentos externos (KIRSCH et al., 2002).

No entanto, análises baseadas apenas no *framework* do PISA não podem revelar significativamente a compreensão dos alunos sobre textos geométricos, especialmente quando as figuras geométricas são partes cruciais dos textos. Essa situação exige incluir a cognição matemática na dimensão do letramento em leitura (KIRSCH et al., 2002). Assim, se analisou teoricamente a compreensão dos alunos sobre o texto de construção geométrica, com base em Duval (1995), a apreensão de figuras geométricas, para depois coordenar os quatro tipos de apreensão com as três categorias de tarefas de leitura.

Antes de introduzir os quatro tipos de apreensões figurativas, foram apresentadas razões para apoiar a coordenação da estrutura de avaliação do PISA e da estrutura cognitiva de Duval em um construto. Primeiro, o desenvolvimento da estrutura de avaliação da alfabetização em leitura do PISA está enraizada na pesquisa sobre cognição que inevitavelmente envolve tanto o produto quanto o processo de aprendizagem (Kirsch *et al*., 2002).

Segundo Kintsch (1998), acredita-se que a compreensão do texto pode ser vista como um processo de construção de múltiplas representações em relação a diferentes profundidades de compreensão. De acordo com o autor, a compreensão de texto matemático necessita do reconhecimento e inferência de características específicas incorporadas no discurso matemático (por exemplo, termos, definições, signos, conteúdos e estruturas) (OCDE, 2004) para a construção de representações mentais abrangentes (SCHLEICHER, 2003).

Em terceiro lugar, as figuras são partes cruciais dos textos de construção geométrica, e Duval (1995) distinguiu diferentes tipos de apreensões figurativas. Considerando que a compreensão de textos de construção geométrica requer a interferência entre as etapas de construção e suas figuras correspondentes, analisando as possíveis apreensões cognitivas (Duval, 1995) subjacente a cada categoria de tarefas de leitura avançam os entendimentos acerca da compreensão leitora no que diz respeito ao gênero de textos de construção geométrica.

Há algumas pesquisas bem estabelecidas que vêm influenciando o desenvolvimento do currículo escolar internacionalmente há muitos anos, mas os detalhes práticos ainda são desconhecidos para a maioria dos professores.

As pesquisas acerca do assunto foram iniciadas na década de 1950, com casal Holandês, Pierre e Dina Van Hiele.

Pierre Van Hiele continuou a desenvolver a teoria ao longo dos anos, e muitos outros pesquisadores ao redor do mundo investigaram sua base e aplicação de várias maneiras (KALEFF, 1994)

Van Hiele (1957) descreveu o modelo de pensamento geométrico usando três aspectos: a existência de níveis, propriedades dos níveis e o movimento de um nível para o próximo nível. De acordo com van Hiele, existem cinco níveis de pensamento geométrico que são rotulados: reconhecimento de nível 1 (visualização), análise de nível 2, nível 3 ordens (abstração), dedução de nível 4 e rigor de nível 5 (KALEFF, 1994). Usiskin (1982) testou a capacidade do modelo de Van Hiele descreve e prevê o desempenho dos alunos em geometria do ensino médio. Seu teste claramente distribuídos alunos de acordo com o nível que alcançaram, exceto o Nível 5. Atualmente existem duas linhas básicas de pesquisa baseado na teoria de van Hiele no mundo: um transferindo a teoria de Van Hiele para outras áreas da matemática (Álgebra Booleana, Funções – Análise – Cálculo), e outro usando geometria dinâmica SW para alcançar níveis mais altos de Van Hiele (USISKIN, 1982).

A teoria principal enfatiza que, apesar de algum desenvolvimento natural do pensamento espacial, a instrução deliberada é necessária para mover as crianças através de vários níveis de compreensão geométrica e habilidade de raciocínio. Baseia-se na firme convicção de que é inapropriado ensinar às crianças a geometria euclidiana seguindo a mesma construção lógica de axiomas, definições, teoremas e provas que Euclides usou para construir o sistema. As crianças possuem dificuldades em pensar em um nível dedutivo formal e, portanto, só podem memorizar fatos geométricos e “regras”, mas não entendem as relações entre as ideias, se ensinadas usando essa abordagem (KALEFF, 1994)

A teoria de Van Hiele apresenta uma hierarquia de níveis de pensamento abrangendo as idades de cerca de cinco anos até os adultos acadêmicos. Originalmente havia cinco níveis, que foram adaptados e renomeados por vários pesquisadores, mas agora Van Hiele se concentra nos três níveis que cobrem o período normal de escolarização. O foco principal do conteúdo está na forma bidimensional (plana).

O nível visual começa com o “pensamento não-verbal”. As formas são julgadas por sua aparência e geralmente vistas como “um todo”, e não por partes distintas. Embora as crianças comecem a usar nomes básicos de formas, elas geralmente não oferecem explicação ou associam as formas a objetos familiares.

Por exemplo, uma criança pode dizer: "É um quadrado porque parece um" ou “Eu sei que é um retângulo porque parece uma caixa”. Isso pode ser comparado à capacidade das crianças pequenas de reconhecer algumas palavras à vista, antes que elas entendam os sons das letras individuais e como elas se misturam para formar palavras (DE VILLIERS, 2010).

No nível descritivo, as crianças podem identificar e descrever as partes componentes e as propriedades das formas. Por exemplo, um triângulo equilátero pode ser distinguido de outros triângulos por causa de seus três lados iguais, ângulos iguais e simetrias. As crianças precisam desenvolver uma linguagem apropriada para acompanhar os novos conceitos específicos. No entanto, nesta fase as propriedades não são “ordenadas logicamente”, o que significa que as crianças não percebem as relações essenciais entre as propriedades. Então, com o triângulo equilátero, por exemplo, eles não entendem que se um triângulo tem três lados iguais deve ter três ângulos iguais (MASON, 2009).

E também há o nível da dedução informal, no qual as propriedades das formas são ordenadas logicamente. Os alunos são capazes de ver que uma propriedade precede ou segue de outra e, portanto, podem deduzir uma propriedade de outra. Eles são capazes de aplicar o que já sabem para explicar as relações entre as formas e formular definições. Por exemplo, eles poderiam explicar por que todos os quadrados são retângulos. Embora a dedução informal como esta forme a base da dedução formal, o papel dos axiomas, definições, teoremas e seus inversos não é compreendido (VOJKUVKOVA, 2012).

Deste modo, as construção geométrica funcionam como mecanismo de da Teoria de Van Hiele, sobretudo para efetiva aprendizagem significativa. Sobre a Teoria de Van Hiele, Kaleff, (1994, p. 3) resume que o mesmo consiste de cinco níveis de compreensão, chamados visualização, análise, dedução informal, dedução formal e rigor que descrevem as características do processo de pensamento. Assim descreve como funciona a Teoria de Van Hiele, nos seus cinco níveis:

> **NÍVEL 0 - VISUALIZAÇÃO ou RECONHECIMENTO:** Neste estágio inicial, os alunos raciocinam basicamente por meio de considerações visuais. Conceitos geométricos são levados em conta como um todo, sem considerações explícitas das propriedades dos seus componentes. Assim, figuras geométricas são reconhecidas pela aparência global, podendo ser chamadas de triângulo, quadrado, etc., mas os alunos não explicitam as propriedades de identificação das mesmas. Um aluno, neste nível, pode aprender o vocabulário geométrico, identificar formas específicas, reproduzir uma figura dada, etc.
> **NÍVEL 1 - ANÁLISE:** Neste nível, os alunos raciocinam sobre conceitos geométricos, por meio de uma análise informal de suas partes e atributos através de

> observação e experimentação. Os estudantes começam a discernir características das figuras geométricas, estabelecendo propriedades, que são então usadas para conceituar classes e formas. Porém eles ainda não explicitam as inter-relações entre figuras ou propriedades.
> **NÍVEL 2 - DEDUÇÃO INFORMAL ou ORDENAÇÃO:** Neste nível, os alunos formam definições abstratas, podendo estabelecer inter-relações das propriedades das figuras (por exemplo, um quadrilátero com lados opostos paralelos necessariamente possui ângulos opostos iguais) e entre figuras (por exemplo, um quadrado é um retângulo porque ele possui todas as propriedades do retângulo). Podem também distinguir entre a necessidade e a suficiência de um conjunto de propriedades no estabelecimento de um conceito geométrico. Assim, classes de figuras são reconhecidas, inclusão e interseção de classes são entendidas; entretanto, o aluno neste nível não compreende o significado de uma dedução como um todo, ou o papel dos axiomas. Provas formais podem ser acompanhadas, mas os alunos não percebem como construir uma prova, partindo-se de premissas diferentes.
> **NÍVEL 3 - DEDUÇÃO FORMAL:** Neste nível, os alunos desenvolvem sequências de afirmações deduzindo uma afirmação a partir de uma outra ou de outras. A relevância de tais deduções é entendida como um caminho para o estabelecimento de uma teoria geométrica. Os alunos raciocinam formalmente no contexto de um sistema matemático completo, com termos indefinidos, com axiomas, com um sistema lógico subjacente, com definições e teoremas. Um aluno neste nível pode construir provas (e não somente memorizá-las) e percebe a possibilidade de desenvolver uma prova de mais de uma maneira.
> **NÍVEL 4 - RIGOR:** Neste nível, os alunos avaliam vários sistemas dedutivos com um alto grau de rigor. Comparam sistemas baseados em diferentes axiomas e estudam várias geometrias na ausência de modelos concretos. São capazes de se aprofundarem na análise de propriedades de um sistema dedutivo, tais como consistência, independência e completude dos axiomas. (KALEFF, SOUZA HENRIQUE, MONTEIRO REI, 1994, p. 4 -5)

Assim o desenvolvimento do pensamento geométrico, está ligado essencialmente às situações do cotidiano e é imprescindível para resolução de problemas de caráter geométrico visual bem como da abstração e do argumento matemático. Para isso é importante o professor se apropriar de elementos que facilite o processo de ensino aprendizagem, sobretudo de metodologias e teoria de aprendizagem para construções geométricas e pensamento geométrico, como a Teoria de Van Hiele.

> Pensamento geométrico por Van Hiele, conclui que para que o aluno possa adquirir conhecimentos de cada nível específico, este deve compreender as propriedades e objetivos de cada nível. Sendo assim, o aluno não pode saltar de um nível a outro sem que tenha total domínio dos conhecimentos específicos do nível inferior. O professor e sua prática são colaboradores primordiais no progresso e evolução do pensamento geométrico dos alunos, por isso é de extrema importância que professores de matemática conheçam e compreendam a teoria do desenvolvimento geométrico de Van Hiele. (FREITAS RODRIGUES FERREIRA, 2018, p. 56).

Diante da necessidade de tornar o ensino geométrico cada vez mais prático, principalmente no que tange aos três primeiros níveis da Teoria de Van Hiele, faz se necessário a importância do processo de construções geométricas. Entretanto, o ensino de geometria no Brasil tem passado por diversas reformas que têm dado pouca importância para o processo de ensino de construções geométricas com advento da Matemática Moderna que algebrizar a matemática. Isso, claro, tem todos os diversos problemas que começam na formação de professores que pouco tem acesso ao ensino de construções geométricas e refletem no currículo e ensino e aprendizagem dos alunos.

> Ao se referir aos porquês de aprender Geometria, ressalta que sem ela as pessoas não desenvolvem o pensamento geométrico nem o raciocínio visual e, sem essas habilidades, elas dificilmente conseguirão resolver as situações da vida que forem geometrizadas. A proposta da Matemática Moderna de algebrizar a Geometria não vingou no Brasil, mas conseguiu eliminar o modelo anterior, criando assim uma lacuna nas nossas práticas pedagógicas, que perdura até hoje. (FREITAS RODRIGUES FERREIRA, *apud* LORENZATO, 2018, p.29,).

Nesse sentido, tais teorias foram desenvolvidas com objetivo de facilitar a disseminação do ensino e da aprendizagem da geometria nas escolas, haja vista que se demonstra fundamental proporcionar aos estudantes condições de aprendizagem adequada aos ensinos relacionados aos campos da geometria, da matemática e das construções geométricas (SANTOS, 2008).

Tais considerações se justificam na medida em que os processos de construção dos conhecimentos matemáticos e geométricos, além das abordagens acerca de seus contextos e evoluções históricos, representam parte fundamental do aprendizado dos estudantes da educação básica. Nesse contexto, se trata de conteúdo que direciona aos conhecimentos necessários à compreensão dos papéis desempenhados por tais disciplinas nos contextos educacionais, históricos e sociais (SANTOS, 2008).

Em razão disso, as disciplinas de matemática, geometria e a parte de construções geométricas são consideradas fundamentais nos espaços educacionais, uma vez que os conhecimentos abordados a partir do ensino de tais matérias auxilia no desenvolvimento de diversas capacidades, entre as quais de podem mencionar a compreensão, estímulo às habilidades investigativas, técnicas de resolução de problemas, raciocínio lógico, entre outros. Dessa forma, a geometria de desdobra em diversos pilares, entre os quais se pode abordar, por exemplo, a geometria analítica, a qual representa o tratamento algébrico das propriedades e dos elementos geométricos (SANTOS, 2008).

Para D’Ambrosio (1993), os ensinos relacionados à matemática e à geometria significam a qualificação de aspectos que vão muito além de ensino técnicos escolares, uma vez que o aprendizado de tais disciplinas proporciona aos estudantes diversos benefícios direcionados à melhora das funções cognitivas. Nesse contexto, os pensamentos matemáticos são considerados ‘a essência do pensamento moderno (p. 08), e foram disseminados celeremente, em nível global, a partir do século XVII.

Entretanto, essas perspectivas, consideradas um núcleo de conhecimento moderno e tecnológico, apenas se manifestou de forma mais intensa a partir do início do século XVIII, abordado, principalmente, nas esferas que tratam das ciências modernas tecnológicas. Nesse sentido, considera-se, na contemporaneidade, que não se cogita a possibilidade de avanços significativos nos campos das ciências biomédicas, por exemplo, sem que sejam analisadas e estudadas as disciplinas que abrangem os conhecimentos matemáticos sofisticados (D'AMBROSIO, 1993).

Os ensinos da Geometria são considerados uma esfera avançada da matemática, e foram impulsionados como disciplina nas grades de currículos escolares e acadêmicos por volta do século XIX. Nesse sentido, a geometria analítica e o ensino de cálculo passam a integrar os espaços educacionais, embora, à época, somente fossem abordados mais profundamente nas instituições universitárias, nas décadas de 1820 a 1830 (D'AMBROSIO, 1993).

Outrossim, as sociedades contemporâneas se encontram em relacionamento estrito com os ensinamentos matemáticos, haja vista que ainda devem ser considerados os aspectos direcionados à sua ligação com a informática, uma esfera em que os conhecimentos geométricos e matemáticos representam a essência das fórmulas. Nesse contexto, no mundo globalizado e conduzido, em grande parte, pela utilização de ferramentas e mecanismos tecnológicos, a presença dos elementos da informática e da matemática se mostraram ainda mais importantes no que se refere aos benefícios que proporcionam às grandes civilizações (D'AMBROSIO, 1993).

D'Ambrosio (1993) disserta, ainda, acerca da existência de uma geometria sagrada, assim como de uma matemática sagrada. Nesse sentido, ressalta-se que não, em nenhuma esfera da civilização, uma nação ou uma comunidade, nem mesmo um grupo sequer, que não tenha a necessidade de aplicar algum conhecimento geométrico ou matemático em suas atividades do dia a dia, ainda que isso seja feito inconscientemente.

Entretanto, tais considerações não se referem aos conhecimentos matemáticos na forma como são inseridos nos contextos educacionais ou no currículo de disciplinas, mas sim como fórmulas a partir das quais são realizados diversos cálculos aleatórios necessários à menção ou planejamento de práticas comuns ao dia a dia. Dessa forma, aborda-se o reconhecimento a "*Etnomatemática*", que constitui um termo utilizado para a denominação das fórmulas matemáticas usadas de maneira cultural, não sendo realizadas da mesma forma como se contemplam as disciplinas educacionais (D'AMBROSIO, 1993).

Por outro lado, as ciências matemáticas, assim como as geométricas, são os campos que mais se contemplam divergências acerca dos entendimentos filosóficos. Tais fundamentações se justificam na medida em que suas diretrizes representam uma grande diversidade epistemológica, haja vista que uma gama de pesquisadores e de matemáticos encontram uma variedade de sentidos e formas como se podem interpretar a essência e as concepções filosóficas contidas em suas teorias e fórmulas matemáticas e filosóficas (D'AMBROSIO, 1993).

Tais circunstâncias podem ser relatadas desde as controvérsias constatadas tanto nos campos das posições radicalmente construtivistas como nas esferas que se referem as posições idealistas, materialistas, empiristas ou materialistas, entre outros campos. Dessa forma, desde a Grécia antiga, as filosofias reconhecidas por intermédio dos conhecimentos matemáticos ou geométricos permanecem, ainda na contemporaneidade, como uma fonte considerável de relevantes epistemologias valiosas nas esferas educacionais (D'AMBROSIO, 1993).

Também, observam-se importantes percepções das formas como as disciplinas das ciências matemática exercem funções direcionadas aos entendimentos dos sistemas políticos, sociais e econômicos, fazendo como seja ainda mais evidenciada a sua importância diante dos cenários contemporâneos de educação em nível global. Diante isso, ressalta-se que, ao promover os conhecimentos das peculiaridades e especificidades as quais são inseridas nas ciências matemáticas, consequentemente, faz-se com que sejam estimulados e impulsionados diversos sistemas de cognição, a partir dos quais se pode iniciar um processo de aperfeiçoamento das habilidades relacionadas ao raciocínio, à formação do pensamento, ao exercício intelectual e outros diversos aspectos também político-econômicos contemplados na sociedade (D'AMBROSIO, 1993).

Outrossim, as complexidades que se referem ao ensino dos conhecimentos matemáticos ou geométricos também se fazem necessários e fundamentais uma vez que representam uma relação com diversas outras áreas de ensino. Isso se reflete na estrutura cultural na qual se inserem tais conhecimentos, como parte de uma variedade de culturas e epistemologias diferentes, proporcionando várias perspectivas sobre como se pode aplica os conhecimentos matemáticos no dia a dia da sociedade em geral (D'AMBROSIO, 1993).

No mundo contemporâneo globalizado, as conquistas e os avanços, tanto nos campos da tecnologia, quanto na esfera na psicologia têm se tornado cada vez mais evidentes e influentes em diversas áreas educacionais. Tais abordagens se justificam na medida em que os ensinos e aprendizagens acerca de tais disciplinas são significativamente impulsionados pelos recursos digitais e as avaliações psicológicas, por meio dos quais se pode promover uma gama de novas metodologias pedagógicas nos campos da educação (BORGES NETO, 2011).

As atividades aplicadas nas salas de aulas representam papel fundamental no desenvolvimento dos estudantes, uma vez que, a partir delas, podem ser desempenhadas diversas outras habilidades de cognição e de aprendizagem capazes de impulsionar as práticas intelectuais. Nesse sentido, tais planejamentos representam um importante mecanismo promotor da aprendizagem, haja vista que direciona a um planejamento pedagógico capaz de atender às demandas educacionais de maneira mais personalizada, fazendo com que sejam ultrapassadas as padronizações instituídas a partir de métodos tradicionais ineficazes (BORGES NETO, 2011).

Os debates e discussões acerca de tais temáticas, que versam sobre a modernização dos sistemas educacionais por intermédio da utilização dos recursos digitais e de novas técnicas pedagógicas, impulsionaram, também, novos questionamentos acerca da capacitação docente para lidar com o manuseio e a aplicação de tais recursos no dia a dia na sala de aula. Dessa forma, tais preocupações se justificam haja vista que há, diversas vezes, dificuldades da parte dos professores, no que se refere à aplicação e à prática do ensino das disciplinas por intermédio das plataformas on-line ou de outros instrumentos tecnológicos durante o ensino presencial (BORGES NETO, 2011).

No próximo capitulo abordaremos a respeito das Tecnologias Digitais no ensino da matemática destacando a importância da informática educativas e do software Geogebra no ensino de construções geométricas.

03 O USO DE TECNOLOGIAS DIGITAIS NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Neste capítulo aborda-se o papel das tecnologias digitais no ensino da matemática, compreendendo as práticas pedagógicas a lux da Informática educativa discutindo a importância da tecnologia e o pensamento computacional frente as normas regulamentações de currículo no Brasil. Discute-se também a importância da formação continuada da passagem a geometria do compasso para os softwares de geometria dinâmica como o Geogebra.

Para discutir a questão da Informática Educacional apoiamos nos trabalhos de Souza (et al 2011), Bonilla e Pretto (2015), Alves (2014), Santos (2018), Valente e DE Almeida, (1997) e Santana (2001). Sobre o uso do computador e as tecnologias dissertam: Lovis, Franco (2013 apud PENTEADO, 2013), Moran (2003, p. 10) Lovis, Franco, (2013) bem como importância do uso de tecnologia e do pensamento computacional disposto na BNCC, Brasil, (2018). Oliveira (1997) e Pinheiro, (2016) destacam o papel da formação continuada e para utilização de objetos concretos como também Papert (2008), Borges Neto, (1999), Hetkowski (et al., 2019, e D'Santiago; Hetkowski, (2021). Sobre a passagem das tecnologias da régua e do compasso, a "Geometria do Compasso" defendido por Lorenzo Mascheroni (1750 – 1800) para uso de Software de Geometria Dinâmica, apoiamos em: Santana (200), Freiberger, (2004), Gulwani (et al., 2011), Guibas (et al., 1988). Jackeli, (2009) disciplina (MELLO, 2017). Aborda-se sobre tecnologia computacional os trabalhos de Knapp (et al., 2016) e Oldknow, (1997). Sobre a utilização do GeoGebra e Dynamic Geometry Software (DGS) para ensinar Geometria, nos aparamos nos estudos de Antohe, (2009), Hutkemri, (2014), Oldknow, (1999), Franzen, (2020), Juandi (et al., 2021) e Gagne et al., (1992).

No subtópico seguinte abordamos as práticas pedagógicas no ensino com base na Informática Educacional.

3.1 Práticas pedagógicas empregadas no ensino com a Informática Educacional – IE

A Informática Educacional – IE, refere-se ao uso de computadores e de ferramentas tecnológicas no ambiente escolar como recurso didático facilitador para profissionais do ensino e de seus alunos. A Informática Educacional – IE tem como objetivo utilizar as tecnologias – Computadores e softwares, como exemplo –, como ferramentas e recursos didáticos estimuladores do processo de descoberta e entendimento do conhecimento científico, isso para todas as partes envolvidas no processo educacional, professores e alunos (SOUZA et al 2011).

Por mais que a IE esteja intimamente ligada com as tecnologias computacionais que o computador com acesso à Internet por si só não assume o papel de máquina de ensinar, mas a aplicação de técnicas pedagógicas juntamente a utiliza de ferramentas tecnológicas computacionais que faz com que se torne um aparato especifico para o ato de ensinar.

Os autores Bonilla e Pretto (2015) acrescentam acerca das práticas pedagógicas empregadas no ensino com a Informática Educacional – IE, em seu trabalho, que as técnicas educacionais são modificadas e adaptadas de acordo com a realidade de cada escola, onde muitas vezes os laboratórios de informática são ferramentas limitantes para as ações, sem conexão com a internet, periféricos ou hardware ultrapassados para a instalação e utilização dos softwares educacionais o que faz dos educandos modificarem e repensarem sobre as suas aplicações.

Mas que com a chegada dos computadores portáteis – Tabletes e celulares “inteligentes”, a presente realidade vem sendo modificada, com maior acessibilidade para os educandos e mais opções de aplicativos. Os autores acrescentam que além das mudanças no plano de aula causado pelas limitações físicas, as práxis pedagógicas acerca da temática, devem ser pensadas de forma direcionada para cada disciplina, respeitando os objetivos e o processo didático de cada conhecimento científico a ser repassado.

Alves (2014) aborda em suas publicações algumas das práticas pedagógicas relacionando o ensino de matemática e da informática computacional, afirmando que o ensino se torna mais facilitado quando são introduzidas tecnologias diversas no processo – Ábaco, transferidores, réguas, compassos, tabletes/celulares, calculadoras, softwares educacionais diversos, como exemplo –, não apenas as computacionais, mas destaca que as máquinas computadorizadas auxiliam os estudantes no entendimento e no desenvolvimento, sobretudo nas representações gráficas que são frequentes nos estudos matemáticos.

Alves (2014) ainda acrescenta que para a matemática e informática computacional auxiliarem os estudantes no que se refere ao entendimento e no desenvolvimento na disciplina é necessário que o professor empregue em suas ações os seguintes estímulos e práticas pedagógicas: promoção de experimentações, interpretação de situações problemas e reais, indução ao pensamento científico matemático, propor questões e simulações que gere no aluno a visualização geométricas, demonstrações diversas na disciplina e generalizações matemáticas.

Existem várias formas de promover a integração entre a informática educacional e o ensino de matemática, bem como executar os estímulos pedagógicos descritos acima. Cabe ao profissional da educação escolher o método que mais se adéque a realidade da escola e ao objetivo da aula, entre as ações mais eficientes estão a utilização de softwares educacionais matemáticos e jogos de computacionais que abordam situações/simulações matemáticas específicas.

Os jogos e os programas computacionais educacionais são desenvolvidos pensando no melhor entretenimento dos alunos e assim captar sua atenção, o que auxilia na aprendizagem de conceitos, conteúdos e habilidades, pois estimula o auto estudo, a descoberta, a curiosidade, as fantasias em grupo e os desafios o que vem sendo aperfeiçoado e melhorado nos decorrer dos anos combinado aos avanços das ciências computacionais.

Santos (2018) aponta que as Ciências da Computação surgiram juntos com a necessidade do desenvolvimento da primeira máquina binária. Os computadores foram desenvolvidos durante os conflitos bélicos da segunda guerra mundial, tendo grande fomento por parte dos Estados Unidos e da Alemanha, com finalidades exclusivas voltados as guerrilhas, entretanto com os avanços das sociais e o desenvolvimento de novas técnicas e tecnologias como os satélites, a internet e o melhor entendimento dos meios de comunicação; tanto por vias de rádio como através da luz, trouxe uma melhor socialização dos computadores para outros setores e partes da sociedade, descentralizando a sua finalidade central, o que ficou evidenciado principalmente na década de 1970.

Com a chegada das tecnologias de comunicação provenientes da criação da internet, ainda nos meados de 1970, provoca uma influência de forma direta nas técnicas de ensinar e aprender, pois, abriu-se uma janela para uma enciclopédia online com uma infinidade de autores e métodos de conduzir a aprendizagem, além de possibilitar um contato com outras realidades e culturas, o que de forma direta auxilia em uma melhor qualidade e praticidade no ensino dos alunos (SANTOS, 2018).

No Brasil a internet chega em meados dos anos 1950, porém restrito as universidades, algumas repartições públicas e empresas de grande porte, não sendo empregada e nem disponível para a massa social, entretanto neste mesmo período histórico no Brasil iniciava-se o processo de venda das primeiras máquinas com capacidades de programação e armazenamento de dados para a população com maior poder aquisitivo. Nesta mesma época nota-se os primeiros rela-os sobre o uso da Informática Educacional, nos Estados Unidos e também no Brasil, entretanto fugindo dos moldes que conhecemos atualmente, basicamente limitado a registrar informações e transmitir aos alunos ou a pesquisas nas universidades que demoravam muitas vezes horas por conta da lentidão da internet neste momento histórico (VALENTE e DE ALMEIDA, 1997)

Para Santos (2008) a Informática Educacional similar aos moldes que conhecemos é empregado no Brasil no ano de 1973 com o uso das tecnologias em Química Computacional pelo departamento de Química da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ) onde também há relatos na utilização na aplicação de exames, simulações nos laboratórios e aulas experimentais. A Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRGS) no mesmo ano inicia o desenvolvimento de softwares educacionais voltado para as práticas docentes e em 1975 a Universidade Estadual de Campinas (Unicamp) em parceria com a Massachusetts Institute of Technology, iniciam pesquisas envolvendo o uso de jogos voltados a Educação Infantil, com a aplicação da tecnologia educacional conhecida como linguagem LOGO[1]. Tais ações serviram como iniciativa para a criação do Centro de Educação Continuada – EDUCON, que ocorreu através da Secretaria Especial de Informática (SEI) e o Ministério da Educação (MEC), com suporte do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e Financiadora de Estudos e Projetos (FINEP), órgãos do Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovações (MCTI).

Com a introdução da linguagem LOGO na Educação Infantil iniciou no Brasil a Informática Educacional vinculada ao Ensino de Matemática, a iniciativa trouxe para a realidade escolar o computador como uma ferramenta catalítica para o entendimento de conceitos complexos e abstratos, promovendo o entendimento de forma lúdica e mais simples (VALENTE e DE AL-MEIDA, 1997).

Além dos argumentos já expostos, cabe destacar também o papel das tecnologias da educação no processo de formação continuada de professores de matemática. Embora presente, no dia a dia, as Novas Tecnologias (GeoGebra, vídeo aulas, videoconferência entre outros) assim como as Velhas Tecnologias (Régua, esquadro, compasso, caderno, lousa entre outros) carecem ainda de maior experimentação e uso de forma planejado e sequencial em sala de aula. Segundo Lovis, Franco (2013 apud Penteado, 2013, p. 152,) [...] em geral, o professor enfrenta os desafios impostos pela profissão e busca criar alternativas, porém a introdução do computador na escola altera os padrões nos quais ele usualmente desenvolve sua prática. São alterações no âmbito das emoções, das relações e condições de trabalho, da dinâmica da aula, da reorganização do currículo, entre outras. A formação continuada, precisa

---

[1] A linguagem LOGO é um software baseado em Inteligência Artificial que se baseia em uma tartaruga que executa comandos, de forma simplória, e projeta figuras geométricas e comandos que foram inseridos na máquina. A utilização da linguagem LOGO desperta interesse nos alunos e professores por ser um software de fácil utilização e que estimula no modo de pensar geométrico do aluno (GREGOLIN, 2013)

portanto compreender o professor e pensar o ensino como objeto de caráter humano, dos saberes que podem ser colocados em práticas e das práticas que podem ser fundamentados na teoria. Assim, PINHEIRO, assinala:

> A formação deve pensar à docência como ação humana que possui uma dimensão interativa configurada na relação professor-aluno e, portanto, na dinâmica de intersubjetividades. Na docência, se dá o encontro de gerações, afetos, valores e saberes. Nela reside a atividade central do professor. (...) Formar professores é trabalhar os saberes e as práticas em diversos níveis; é situar, com base nos saberes e das práticas, os pontos em que podem articular lógicas que são e permanecerão heterogêneas. Há saberes que não poderão ser postos diretamente na prática, como há práticas que não poderão ser fundamentadas teoricamente em toda sua concepção. (PINHEIRO, 2016, p. 50)

Nesse encontro de gerações o papel das tecnologias nos dias atuais reflete diretamente da formação continuada do professor. Oliveira (1997) já alertava sobre o poder do uso do computador e as tecnologias estão tão presentes no dia a dia que não pode mais o professor ignorá-las.

> A presença do computador nos permitirá mudar o ambiente de aprendizagem fora das salas de aula de tal forma que todo o programa que todas as escolas tentam atualmente ensinar com grandes dificuldades, despesas e limitado sucesso, será aprendido como a criança aprende a falar, menos dolorosamente, com êxito e sem instrução organizada. Isso implica, obviamente, que escolas como as que conhecemos hoje não terão lugar no futuro. (OLIVEIRA, 1997, p. 123).

Todavia, esse cenário ainda é evidente e as escolas precisam se reinventar para conseguir absorver e manter atentos uma gama de discentes que já nasceram imbuídos de tecnologias. Moran (2003, p. 10) afirma que muitas formas de ensinar hoje não se justificam mais. Perdemos tempo demais, aprendemos muito pouco, nos desmotivamos continuamente. Tanto professores como alunos temos a clara sensação de que muitas aulas convencionais estão ultrapassadas. E acrescenta que o processo de formação é um ato de inovação e profundamente pessoal.

> Ensinar é um processo social (inserido em cada cultura, com suas normas, tradições e leis), mas também é um processo profundamente pessoal: cada um de nós desenvolve um estilo, seu caminho, dentro do que está previsto para a maioria. A sociedade ensina. As instituições aprendem e ensinam. Os professores aprendem e ensinam. Sua personalidade e sua competência ajudam mais ou menos. Ensinar depende também de o aluno querer aprender e estar apto a aprender em determinado nível (depende da maturidade, da motivação e da competência adquiridas) (MORAN, 2003, p. 10).

Para Lovis, Franco, (2013, p. 152) esse fato aponta para uma necessidade de investir na formação e aperfeiçoamento do professor de forma continuada. A formação continuada parece ser um dos suportes mais importantes para o desenvolvimento das competências e saberes relacionados às novas tecnologias e ao seu uso na prática pedagógica. Importante destacar também que muitos dos professores atuais, não tiveram uma formação voltada para uso de tecnologia, tampouco tiveram em sua infância de forma tão presente como se ver na formação dos discentes, seja pelo acesso mais fácil, seja pela evolução intuitiva de programas e linguagem computacional. Deste modo, é preciso ter cada vez mais formação continuada para que os professores possam integrar as tecnologias à sua prática. Pois, de acordo com Lovis, Franco, (2013, p. 152) sem formação adequada e sem possibilidades de interagir com os ambientes dos softwares fica difícil para o professor conseguir incorporar essas ferramentas nas suas aulas.

Por outro lado, as formações precisam estar relacionadas a práticas discentes e situações do dia a dia, com maior acervo cultural possível de conhecimento. A BNCC, traz a importância do uso de tecnologia e do pensamento computacional nos diferentes contextos em que o estudante está inserido.

> A BNCC propõe que os estudantes utilizem tecnologias, como calculadoras e planilhas eletrônicas, desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. Tal valorização possibilita que, ao chegarem aos anos finais, eles possam ser estimulados a desenvolver o pensamento computacional, por meio da interpretação e da elaboração de fluxogramas e algoritmos. Em continuidade a essas aprendizagens, no Ensino Médio o foco é a construção de uma visão integrada da Matemática, aplicada à realidade, conforme anteriormente anunciado. Nesse contexto, quando a realidade é a referência, é preciso levar em conta as vivências cotidianas dos estudantes do Ensino Médio, envolvidos, em diferentes graus dados por suas condições socioeconômicas, pelos avanços tecnológicos, pelas exigências do mercado de trabalho, pela potencialidade das mídias sociais, entre outros. (BRASIL, 2018, p.528)

É importante considerar que a utilização de mecanismos que facilitem o processo de ensino e aprendizagem, levando em conta as experiências do dia a dia dos estudantes dialogando com as expectativas de aprendizagem, de forma mais dinâmica e eficiente. De acordo com D’Ambrosio (1986, p. 25) “a adoção de uma forma de ensino mais dinâmica, mais realista e menos formal, mesmo no esquema de disciplinas tradicionais, permitirá atingir objetivos mais adequados à nossa realidade”. Ocorre que muitas vezes há um desprezo pelo prático forçando o estudante a passar para os níveis de abstração, ao olhar da Teoria de Van Hiele, seria passar por nível 2, sem antes ter a preparação dos níveis 0 e 1. Papert (2008) traz essa reflexão quando há o dimensionamento do abstrato e que pode prejudicar todo processo de ensino e aprendizagem.

> A supervalorização do abstrato bloqueia o processo na educação, sob formas que se reforçam mutuamente na prática e na teoria. Na prática da educação, a ênfase no conhecimento formal-abstrato é um impedimento direto à aprendizagem - e já que algumas crianças, por motivos relacionados à personalidade, cultura, gênero e

> política, são prejudiciais mais do que outras, é também uma fonte de séria discriminação, quando não da opressão (PAPERT, 2008, p. 142)

Doravante, na formação de professores é preciso considerar o uso das tecnologias e o advento da informática como elemento que circunscreve no dia a dia da sala de aula, pois mais diversos aspectos, desde uso como ferramenta de organização, de secretaria como suporte às atividades da gestão e dos professores até o uso pedagógico destas ferramentas. A propósito sobre o do computador e sua iniciativa na escola Borges Neto (1999) faz uma classificação distinguindo seus diferentes usos na escola como: Informática Aplicada à Educação, Informática na Educação, Informática Educacional e Informática Educativa. Desses o mais importante no processo de aprendizagem sob orientação do professor é a Informática Educativa, que assim o define:

> A Informática Educativa, que se caracteriza pelo uso da informática como suporte ao professor, como um instrumento a mais em sua sala de aula, no qual o professor possa utilizar esses recursos colocados à sua disposição. Nesse nível, o computador é explorado pelo professor especialista em sua potencialidade e capacidade, tornando possível simular, praticar ou vivenciar situações - podendo até sugerir conjecturas abstratas - fundamentais à compreensão de um conhecimento ou modelo de conhecimento que se está construindo. (BORGES NETO,1999, p. 3).

Neste sentido, Santana, (2001, p. 65) afirma que “na informática educativa, o computador é apenas mais um recurso disponível ao professor, e o trabalho didático está centrado nas concepções do professor especialista, de modo que seja possível que uma determinada estrutura de ensino contribua a formação científica do estudante”. Deste modo, o papel do professor continua como aquele faz a mediação do conhecimento, e portanto precisa assumir nova postura diferente daquela da reprodução de conhecimento. Souza (2001), traz essa reflexão como um contributo da informática e que a mesma exige maior formação de professores.

> A Informática poderá trazer grandes contribuições para a educação, mas, para tanto, é imprescindível que haja forte investimento na formação dos professores. É preciso que o professor assuma novos papéis não só por causa das mudanças tecnológicas que marcam nossa realidade social, mas também pelo fato de que, na qualidade de educador, devemos sempre refletir nossas práticas pedagógicas, tendo o aluno como nosso maior parceiro na construção de uma sociedade melhor. (SOUZA, 2001, p. 81).

Para Santana, (2001, p. 69), “ao usar o computador é necessária a mudança de postura do professor, fato que exige uma formação de qualidade que instigue no graduando a flexibilidade de raciocínio”. Ademais, a formação inicial, por vezes não contempla aspectos de uso da tecnologia efetivamente, de modo que o papel do professor, em formação continuada, é ainda mais desafiador.

> A capacitação dos professores para o uso das novas tecnologias de informação e comunicação implica ao redimensionamento do papel que o professor deverá desempenhar na formação dos seus alunos. É, de fato, um desafio, porque significa introduzir mudanças no ensino-aprendizagem e, ainda, nos modos de estruturação e funcionamento das escolas e universidades e de suas relações com o meio educativo. (SOUZA, 2001, p. 81)

Conforme Santana (2001), em grande parte dos usos do computador é uma mera reprodução de atividades, só que usando desta vez o computador, faltando questionamento, discussão sobre utilização das atividades.

> Em grande parte das atividades realizadas, a visão que acaba prevalecendo consiste em levar o aluno do Velho PC para o Novo PC. Ou seja, o aluno é colocado diante de uma tarefa que é apresentada como um problema, e após realizar a tarefa, a atividade é concluída. Não há questionamentos sobre a natureza da atividade, não há discussão. Ao ser realizada uma atividade pelo aluno no computador para muitos professores houve a aprendizagem, no entanto, nem sempre o aluno aprendeu o que se pretendia ensinar. (SANTANA, 2001, p. 2)

Isso ocorre, em grande parte, por não ter passado por uma formação sobre uso pedagógico da informática educativa. Souza, (2001, p. 68) afirma que as expectativas do professor em relação ao trabalho com a Informática também são bastante variadas, quando eles não têm passado por uma formação e reflexão acerca da Informática Educativa. Portanto, é urgente e necessário uma formação continuada do professor para uso da informática como aliada nos processos pedagógicos

> A formação do professor para atuar com a Informática na escola torna-se cada vez mais necessária e urgente. Assim, para que se possam promover inovações no processo educacional, é fundamental que se estude um dos atores principais deste processo, o professor e sua formação. A Informática na Educação surge como uma experiência que requer professores adequadamente preparados para desenvolver suas atividades de ensino, buscando não apenas a transmissão de conteúdo, mas essencialmente a construção do saber. (SOUZA, 2001, p.81)

Um pouco mais do histórico do desenvolvimento da informática educativa no Brasil e, no Estado do Ceará, foram abordados em Souza (2001: p.51-69), e Santana, 2001, p. 66 - 71) que discute o papel da informática educativa no ensino de matemática.

Os conceitos e as concepções que se referem à construção geométrica foram estabelecidos desde a antiguidade, uma vez que os registros históricos apontam para o seu surgimento aproximadamente no século V a.C. Tendo suas teorias estudadas pela primeira vez na Grécia, os gregos acreditavam que as construções geométricas deveriam se associar diretamente à geometria, haja vista que as matérias e disciplinas consubstanciais são interligadas e se complementam entre si (SOUZA, 2019).

Nesse contexto, tais associações foram relatadas por meio da constatação das resoluções de diversos problemas geométricos por intermédio da geometria – e vice-versa –, fazendo com que fossem formadas as relações direcionadas ao trajeto evolutivo tanto da geometria quanto das construções geométricas (também conhecidas como desenhos geométricos) ao longo dos anos (SOUZA, 2019).

Aproximadamente 300 anos a.C, foi elaborada a teoria "Euclidiana", na qual eram abordados os conhecimentos desenvolvidos acerca dos estudos geométricos à época. Nessa perspectiva, foram desenvolvidas análises que conceituam e exploram a teoria por intermédio de recursos esclarecedores, a partir dos quais realiza-se a divisão dos assuntos e explicações inerentes a cada seção. Tais disciplinas, embora tenham sido descobertas e desempenhada na antiguidade, ainda na contemporaneidade ocupa posição fundamental entre as matérias e disciplinas exploradas nos campos da matemática (SOUZA, 2019).

Nesse sentido, tal teoria era dividida em assuntos os quais se complementavam entre si, para que se pudesse compreender a geometria e diversificar os conceitos e as concepções matemáticas que predominavam até então. Diante disso, foram abordadas as seções que exploravam os postulados, os axiomas e as proposições, conhecimentos que foram – e são – considerados elementos fundamentais ao entendimento e desenvolvimento da matemática e das construções geométricas (SOUZA, 2019).

No subtópico a seguir trata-se dos estudos a respeito da utilização da Geometria do Compasso para o uso de softwares de geometria.

3.2 Passagem da Geometria do Compasso para o uso de softwares de geometria Dinâmica.

As tradições que versam acerca da utilização da régua e do compasso nas construções geométricas também ainda se fazem usuais na contemporaneidade, na qual permanece uma influência grega no que se refere aos campos da matemática e da geometria. Nesse contexto, o uso da régua e do compasso, exclusivamente, nos campos das construções geométricas são oriundos dos conhecimentos estabelecidos na época das descobertas referentes aos números irracionais, que foram disseminados a partir de estudos iniciados por alunos da escola de Pitágoras (FREIBERGER, 2004).

A escola Pitagórica, embora manifestasse profundo interesse em descobrir, estabelecer e conduzir fundamentações e pesquisa acerca de todos os campos científicos, não se aproximou da compreensão necessária ao entendimento acerca de tais elementos, motivo pelo qual foi direcionada a iniciais mais estudos acerca da esfera das construções geométricas. A partir das teorias de Platão, os profissionais e cientistas gregos que atuavam nos campos da matemática, à época, procuravam conduzir pesquisas voltadas para a inversão dos estudos realizados até então, tentando fazer com que a geometria fosse vista como fundamentação para os estudos aritméticos (FREIBERGER, 2004).

Desse modo, a geometria foi projetada, com base nas interpretações filosóficas de Platão, em uma diversidade de entendimentos que versam acerca de uma perspectiva de mundo abstrata, a partir da qual as ideias científicas, incluindo a geometria, devem ser construídas em meio a tais abstrações. Nesse contexto, os pensamentos a partir dos quais se fundamentam tais considerações filosóficas direcionam a uma visão de que a racionalidade não é totalmente acessada pelos indivíduos, na medida em que os seres humanos conseguem processar apenas alguns resquícios da razão de fato (FREIBERGER, 2004).

Em contrapartida, defende-se, em tais perspectivas, a possibilidade dos aprofundamentos realizados por meio dos estudos e pesquisas científicas, a partir dos quais torna-se possível o acesso a uma gama de conhecimentos capazes de identificar inúmeras descobertas. Outrossim, a reta e circunferência são elementos exemplificados como algumas das conquistas consideradas significativamente importantes nos campos das construções geométricas (FREIBERGER, 2004).

Os teoremas da existência, marcados pela sua relação direta com as construções geométricas e com o seu uso por meio da régua e do compasso, representam elementos importantes, segundo acreditam os especialistas e estudiosos da Grécia antiga. Nesse sentido, a existência da interligação entre tais aspectos correspondem a uma perspectiva de interpretações acerca de uma construção de mundo platônico, acesso ao qual foi promovido por meio dos conhecimentos que levaram às descobertas das construções geométricas (FREIBERGER, 2004).

As construções realizadas por meio da geometria com a utilização da régua e do compasso são direcionadas às ideias das retas e das circunferências vistas diversamente enquanto modeladas por diferentes instrumentos. Dessa forma, observa-se, por exemplo, que a régua somente possibilita um traço perfeito se a sua fabricação também for perfeita, enquanto o compasso, considerado uma ferramenta mais sofisticada, é capaz de concluir uma circunferência perfeita com mais probabilidade (FREIBERGER, 2004).

As restrições que se referem à utilização da régua são oriundas da ausência da qualidade, em termos de fabricação da ferramenta, uma vez que não era comum haver muitas unidades ou fábricas capazes de produzi-las de forma que se pudesse atender à demanda. Em razão disso, o compasso passou a ser predominantemente utilizado pelos profissionais desenhistas que trabalhavam nas esferas das construções geométricas, na época no início do renascimento.

Até o ano de 1928, acreditava-se que Lorenzo Mascheroni (1750 – 1800) havia iniciado as crenças que versavam acerca da utilização da régua como principal ou até único instrumento capaz de construir a geometria de forma adequada. Entretanto, em tempos posteriores, diversos outros estudiosos da área constataram que a utilização do compasso para a realização das construções geométricas representa maiores índices de sucesso, haja vista que o compasso se mostrou capaz de suprir a demanda necessária à concretização de tais construções sem a necessidade do uso da régua (GULWANI et al., 2011).

Algumas das atividades que corroboram tais afirmações podem ser exemplificadas a partir da divisão de uma circunferência em seis partes idênticas, assim como o traço de um ponto simétrico a outro ponto, a partir da delimitação de um dado ou reta específica. Outrossim, o compasso também direciona à possiblidade de traçar e desenhar os círculos primitivos das ferramentas astronômicas (GULWANI et al., 2011).

A "Geometria do Compasso", que foi um estudo realizado no ano de 1797 pelo professor de uma universidade em Pavia Lorenzo Mascheroni, que passou por traduções para as línguas francesa e alemã. Em tal projeto foi demonstrada uma teoria a partir da qual se podem contemplar algumas proposições, entre as quais se pode mencionar: "todos os problemas de construção geométrica que podem ser solucionadas com o auxílio da régua podem, necessariamente, ser resolvidas apenas com a utilização do compasso" (GUIBAS et al., 1988).

A partir de tais pressupostos, outros diversos cientistas matemáticos se propuseram a iniciar estudos e experiências que pudessem ou não corroborar tais argumentações, a fim de comprovar a teoria de que o compasso poderia, perfeitamente, substituir a régua. Desse modo, no ano de 1980, foi realizado, por A. Adler, uma pesquisa na qual foram testados processos em que se concretizou a inversão dos procedimentos relacionados às construções geométricas e à substituição da régua pela utilização do compasso (GUIBAS et al., 1988).

Em tais realizações, a foram corroborada a "geometria do compasso", denominação que passou a integrar os campos das construções geométricas como um termo de comprovação da teoria de que o compasso poderia substituir a régua, como instrumento de construção geométrica, sem nenhum prejuízo no que se refere aos desenhos matemáticos (GUIBAS et al., 1988).

Dessa forma, a “Geometria do Compasso” representa a parte da geometria em que são estudadas as construções geométricas, a partir da qual foi descoberta, por um matemático russo, a geometria euclidiana – também conhecida como geometria hiperbólica -, no século XIX. Diante disso, outros cientistas matemáticos passaram a estudar a geometria euclidiana sem a utilização da régua, fazendo com que se pudesse chegar a planos geométricos semelhantes às construções de Mascheroni (JACKELI, 2009).

No ano de 2016, foi promovido o Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM), Eixo Formação de Professores de Matemática e Tecnologia, que consistiu em um evento direcionado aos profissionais docentes do ensino da Matemática para a discussão de temas que abordavam a inserção das tecnologias como elemento fundamental para a aprendizagem dos alunos em meio à disciplina (MELLO, 2017).

Os artigos de comunicação científica que foram apresentados nesse encontro, em São Paulo, tratavam especialmente do tema de Formação de Professores de Matemática e Tecnologia, e manifestaram teorias fundamentadas em diversas análises e pesquisas promovidas pelo respectivo estudo, em que foi contatada a essencialidade da incorporação dos meios digitais nos planejamentos do ensino da Matemática. Esse cenário foi demonstrado a partir das várias manifestações de professores que afirmaram se sentir despreparados para lidar com as ferramentas digitais como forma de recurso educacional, além de que os mesmos profissionais, de forma geral, alegam a indisposição de tempo para elaborar metodologias específicas para a aprendizagem da matemática por meio de tais mecanismos. Nesse sentido, há uma unanimidade no que se refere às propostas de intervenção, que consistem na necessidade de aprimoramento da formação continuada dos professores, além de infraestrutura e recursos adequados para que seja possível lecionar para todos os alunos juntos (MELLO, 2017).

Ressalta-se que os pesquisadores desse estudo constataram que, embora a maioria dos professores tenha demonstrado insegurança e ausência de costume no manuseio dessas ferramentas, os profissionais demonstraram disposição e interesse na inclusão dos recursos digitais entre os métodos de ensino da matemática, uma vez que essa incorporação tende a contribuir para o maior interesse e ânimo dos alunos para participar das aulas de matemática, uma vez que esses mecanismos tendem a torná-las mais interessantes e dinâmicas. Ademais, os docentes que participaram das pesquisas alegaram que entendem os meios tecnológicos como indispensáveis nos tempos contemporâneos, como formas de dinamizar e diversificar o ensino, fomentando a sua efetividade, todavia, consideram as implementações nos processos de formação continuada de professores como pressupostos para o alcance de tais progressões (SILVA; COSTA, 2016, p. 6).

Relatou-se, também, que as tecnologias da informação e comunicação funcionam como um instrumento facilitador da aprendizagem, entretanto, são essenciais o fornecimento de recursos, processos, atividades e metodologias oportunas aos conhecimentos a serem ministrados, questões que recaem como parte da formação de professores (CASTRO, 2016, p. 10).

Desse modo, pode-se perceber que, na contemporaneidade, os recursos tecnológicos representam recursos indispensáveis para fomentar o trabalho dos docentes no ensino da matemática, necessitando, para tanto, os implementos dos processos de formação de professores para promover a preparação adequada à utilização de tais mecanismos. Assim, os recursos tecnológicos e a capacitação de professores, integrados e administrados devidamente, funcionam de maneira conjunta e se complementam para o aperfeiçoamento do ensino da matemática, oportunizando a modernização e a melhoria dos métodos de ensino e aprendizagem.

Em sua obra “Escritos da Educação”, Bordieu (2003) aborda as questões das desigualdades escolares oriundas das desigualdades sociais, análises que podem ser inseridas na temática da presente pesquisa na medida em que a inserção das tecnologias na esfera educacional representa mais acessibilidade e a promoção da democratização do ensino. Essas constatações se justificam na medida em que o estudo promovido por meio da digitalização dos recursos educacionais pode romper com a limitação de tempo e de espaço, fazendo com que se torne mais acessível após a eliminação de limitações regionais e temporais (BORDIEU, 2003).

Desse modo, em suas teorias desenvolvidas a partir das suas perspectivas sociólogas e docentes, Bordieu baseia toda a estrutura da sua corrente socióloga na dissociação dos métodos educacionais das técnicas exclusivamente tradicionais. Em suas interpretações, o autor manifesta que suas ideias se fundamentam em abordagens que possam abranger a sociedade de maneira plural, ou seja, uma prática docente capaz de acolher todos os contextos e peculiaridades em que cada grupo social, comunidade ou indivíduo estejam inseridos (BORDIEU, 2003).

Essas perspectivas se fundamentam na medida em que pode ser observada a pluralidade social nos ambientes escolares, em que cada aluno manifesta suas vivências em diferentes espaços, culturas, crenças, costumes e outros aspectos que impactam na educação de forma direta. Esse fenômeno acontece em razão da diferença de acesso aos recursos educativos, em que se pode mencionar como exemplo, uma vez que se relaciona ao tema desta pesquisa, a ausência de acesso de alguns alunos aos instrumentos digitais que visam à facilitação da disseminação do conhecimento. Essa condição reflete as teorias de Bordieu, no momento que o autor se refere ao contexto social como um vasto campo de múltiplas oposições e disparidades a partir das quais se refletem as distorções e desigualdades sociais. Dessa forma, pode-se compreender a importância do fomento ao pensamento crítico dentro das escolas e universidades, com uma educação que se mostra associada a diversas esferas como a política, economia e cultura, sem os quais não é possível uma formação de profissionais e docentes devidamente capacitados (BORDIEU, 2003).

O autor também leciona que existem associações diretas entre as esferas social, educacional, profissional e psíquica (BORDIEU, 2003). A partir de tais constatações, mais uma vez, se pode mencionar a inserção dos recursos digitais como um mecanismo de melhora na qualidade de diversos aspectos que também podem interferir nos meios educacionais. Haja vista que a instrumentalização dos meios digitais pode ultrapassar barreiras impostas por determinadas condições sociais - como por exemplo a limitação de horários, de espaço ou distância, ou até mesmo recursos financeiros, uma vez que a instauração dos sistemas de estudo a distância possibilitou acesso a diversas formações por valores mais acessíveis – pode-se interpretar essa facilitação do acesso ao estudo como uma forma de impulsionar também a qualidade das esferas profissional e social, meios nos quais a educação constitui pressuposto essencial ao sucesso e à permanência.

O autor também defende que a educação deve ser aplicada e conduzida por uma diversidade de abordagens e inovações, uma vez que a padronização e a rigidez dos métodos praticados a partir de perspectivas conservadoras são prejudiciais ao estímulo do pensamento crítico, da criatividade, do raciocínio e da autonomia intelectual. Dessa forma, o autor deixa claro que a dinamização do ensino promove melhorias na aprendizagem, além de impulsionar a participação e a interação dos alunos durante as aulas (BORDIEU, 2003).

A partir de tais considerações, entre as quais são salientadas a inserção dos recursos digitais como mecanismo de ensino e a sua essência nas questões que versam sobre a democratização do ensino e suas perspectivas sociológicas, não se podem consolidar tais abordagens sem que seja mencionado o contexto das tecnologias e do ensino a distância durante o período da pandemia da Covid-19.

O contexto da pandemia mostrou ao Brasil o quanto os professores estavam apegados aos modelos tradicionais de lecionar. As escolas, Faculdades, Universidades e o mundo educacional como um todo, entraram em estado de paralisia por meses, de forma que o ano letivo de 2020 foi comprometido tanto no sentido da aprendizagem dos alunos, quanto no que se refere ao papel do professor e da escola.

Os professores, tão habituados a métodos tradicionais relacionados à mediação oral, perante a crise mundial que requereu distanciamento social, foram retirados de sua zona de conforto. Aulas passaram a ser aplicadas, com duração de aproximadamente 40 minutos permitidos por plataforma comercial que dispõe de gratuidade e limitações para não assinantes, onde, em tese, é possível continuar no formato tradicional das aulas com exposição oral. Os alunos que pertencem às gerações atuais, imersas em facilidades para manusear os recursos tecnológicos, se depararam com tentativas de replicar o modelo presencial, através da tela do computador. Foi possível visualizar que as práticas de ensino nunca se adequaram às tecnologias, que, inclusive, já não são tão novas assim.

As plataformas tecnológicas de comunicação e reunião on-line para determinada quantidade de pessoas, não foram criadas durante a pandemia, os profissionais da área de Tecnologia da Informação há muito já desenvolviam ferramentas que pudessem ser utilizadas em vários contextos. Contudo, mais do que isso, é necessário destacar que utilizar tais plataformas, não significa garantir o desenvolvimento educacional e a adaptação às tecnologias, já que muitas das plataformas de comunicação não estão a serviço exclusivo da educação. Nesse sentido, o desenvolvimento e avanço das tecnologias da educação podem evidenciar a inserção de recursos tecnológicos no contexto educacional, mas não necessariamente de uma alteração da prática pedagógica volta para a educação tecnológica.

O distanciamento social compulsório, por conta da crise sanitária mundial, obrigou a educação a repensar as práticas baseadas tão somente na exposição oral, criando a necessidade da educação se aprofundar em conceitos de ferramentas tecnológicas com uso aplicado e adequado aos objetivos a que se propõe.

Dessa forma, partindo do pressuposto que a mudança educacional somente é possível quando o professor está envolvido, a formação profissional docente deve adotar a aplicabilidade das ferramentas tecnológicas. Onde o docente possa interagir com os recursos oferecidos pela Tecnologia da Informação e a aprender a explorá-las de forma crítica e inteligente em sua formação inicial e também na formação permanente.

Muitas e não recentes são as possibilidades de utilização de ambientes virtuais específicos para educação. Assim como existem plataformas já desenvolvidas para a finalidade educacional, há ainda possibilidades de desenvolver softwares específicos para atender determinado objetivo. Os Ambientes Virtuais de Aprendizagem tradicionalmente utilizados nos cursos EAD, já regulamentados e em pleno uso, poderão ser superados a partir da necessidade de maior interação e atendimento à objetivos específicos e no atual momento de reconfiguração do modelo de lecionar.

Segundo a teoria de Agamben (2009), Hetkowski et al. que lecionam que educar implica em esclarecer e estimular nos alunos a consciência de que faz parte do processo de aprendizagem fazer descobertas e desconstruir conceitos tradicionais ou preconceitos que adquirimos ao longo da vida. Nesse sentido, há situações em que as interpretações de algumas práticas consideradas incomuns ou inadequadas podem ser questionadas, e podem proporcionar novas perspectivas e possibilidades que eram vistas como inexistentes. Ainda, para impulsionar o senso crítico e se tornar capaz de tais percepções, deve-se praticar atividades como a ler, analisar, questionar, resinificar e procurar fundamentos sólidos antes de construir conceitos ou discriminar quaisquer possibilidades apenas de baseando no senso comum, uma vez que a escola não representa apenas um espaço para desenvolvimento técnico e atividades padronizadas, mas também é um ambiente propenso de adequado ao desempenho das capacidades e criar, produzir e inventar (HETKOWSKI et al., 2019).

Um dos contextos em que a inclusão das ferramentas digitais se mostrou indispensável entre as ferramentas de aprendizagem foi vivenciado, recentemente, pelas sociedades em nível mundial, uma vez que a pandemia de Covid-19, ao impor o distanciamento social, provocou o fechamento dos espaços escolares temporariamente e não deixou alternativa que ultrapassasse a possibilidade do estudo a distância (HETKOWSKI et al., 2019).

Esse cenário evidenciou o total despreparo em diversos departamentos nas questões que versam sobre o uso das ferramentas tecnológicas, enquanto causador de situações de constrangimento, frustração e desmotivação por parte dos estudantes e seus familiares, em razão de várias dificuldades como a inadaptação às aulas online, a falta de conhecimento do funcionamento das ferramentas e plataformas digitais, a falta de acesso à Internet ou computadores, sobrecarga de gastos com as redes ou objetos necessários ao uso desses recursos, falta de local adequado para estudar, uma vez que, em suas casas, nem sempre os alunos dispõem de espaço reservado e silencioso para assistir às aulas, tudo isso somado ao desequilíbrio das emoções decorrentes da situação de isolamento e do atraso dos períodos escolares (HETKOWSKI et al., 2019).

Essas situações fizeram com que muitas famílias recorressem à ajuda psicopedagógico, todavia, ressalta-se que a maior parte dos alunos prejudicados por tais implicações não dispõem de recursos financeiro para ter acesso a tais auxílios, ainda que haja novas políticas direcionadas à assistência psicopedagógico gratuita, é previsível que ainda não haja condições suficientes para proporcionar esses serviços a todos os alunos que precisarem (CONCEIÇÃO; HETKOWSKI, 2021).

Há, também, outros cenários em que houve a necessidade da intervenção de profissionais por meio de projetos emergenciais com objetivo de atenuar as circunstâncias advindas da falta de adequação às ferramentas digitais no contexto pandêmico. Nesse caso, pode-se mencionar as pesquisas feitas sob a perspectiva dos alunos que manifestam seus talentos e habilidades artísticas, que são desenhadas e construídas a partir das complexidades das relações humanas e das vivências e processos que se consolidam ao longo da vida. Essas obras artísticas tendem a estimular o pensamento e oportunizar o entendimento dos processos e fenômenos sociais que fazem parte da construção das bases científicas educacionais. Ademais, os projetos visam à promoção de culturas que incentivem e evidenciem as perspectivas que se referem à escola e à educação como não apenas uma instituição que aplica conhecimentos teóricos, mas também um espaço onde se manifestam interações comunitárias, culturais, artísticas, emoções, histórias, e valores fundamentais para a construção de sujeitos que possam encarar a vida em sociedade através de diversos olhares e diversificações, formando uma identidade a partir da premissa de que se deve considerar o coletivo e buscar interações sociais como respeito às diferenças de culturas, crenças, etnias, costumes e quaisquer outros aspectos sociais (D'SANTIAGO; HET-KOWSKI, 2021).

A partir de tais pressupostos, foi criado um portfólio digital das Trilhas Pedagógicas Artísticas Incorporadas, conduzidas pelos estudantes do nono ano do ensino fundamental II da Escola Estadual Jenny Gomes, que teve como foco promover a visibilidade para o espaço reservado às artes, além de demostrar a sua dinâmica e concebê-la como sendo mais do que apenas objetos estáticos, para que possa ser vista a partir das relações dos sujeitos construídas sob o olhar do coletivo. Esse projeto de natureza comunitária representou a forma como as ações entre grupos de cooperação, formados e mobilizados por docentes, estudantes, profissionais e pela sociedade podem e devem agir em conjunto para que a inclusão dos processos digitais possa ser incorporada às redes de ensino com a aderência e a participação de todos. (D'SANTIAGO; HETKOWSKI, 2021)

A promoção emergencial do ensino remoto também fez parte da lista de projetos educacionais que buscam atenuar os danos da pandemia por intermédio das tecnologias digitais, embora já existisse antes de tais eventos, a sua incidência se tornou foco e principal meio de estudo diante desse cenário. O acesso aos procedimentos de ensino é feito por meio de plataformas online ou aplicativos, canais digitais para videoconferências ou até mesmo por aulas em formatos de PDF. O multipotencial das ferramentas digitais se tornou significativamente mais evidente nesse contexto, uma vez que foi demonstrada a sua capacidade de trazer soluções remotas em diversas esferas, ampliando seu alcance, otimizando tempo e eliminando as limitações de espaço (HETKOWSKI et al., 2020).

Outro projeto promovido pela esfera científica em prol da inclusão das tecnologias na educação foi realizado pelo Grupo de Pesquisa Geotecnologia, Educação e Contemporaneidade – GEOTEC, da Universidade do Estado da Bahia – UNEB. Essa projeção foi efetivada com o objetivo de disseminar os desenvolvimentos científicos inovadores e tecnológicos por meio de estudos, pesquisas e experiências que possam comprovar e fundamentar a sua potencialidade enquanto ferramenta de ensino e aprendizagem nas redes públicas. Essas ações foram pautadas em aspectos como que envolvem os planejamentos pedagógicos, entre os quais se encontram os conteúdos ministrados, as práticas aplicadas e as atividades desenvolvidas; as questões tecnológicas, que englobam as capacidades digitais como fomento ao ensino e aprendizagem, às habilidades criativas e demais potencialidades; e os aspectos estéticos, que se trata de elaborar produções a partir de diversos formatos, cores, artes e culturas, processos interativos e dinâmicos e elementos contextuais (PINHEIRO; FEITOSA; HETKOWSKI, 2018).

Outrossim, os avanços da tecnologia computacional também levaram à aplicação do desenvolvimento de software na aprendizagem. Isso motiva ainda mais os professores a tomar medidas para integrar os computadores no ambiente educacional, a fim de melhorar a eficácia e a qualidade do sistema educacional (KNAPP et al., 2016).

Este desenvolvimento também fornece treinamento adicional e oportunidades para os alunos explorarem seus atributos de resolução de problemas, buscando soluções alternativas devido aos recursos ilimitados de uso do computador no aprendizado (OLDKNOW, 1997). O uso de computadores tem despertado rapidamente o interesse de professores e pesquisadores no ensino de matemática e um dos softwares mais amplamente aplicados é o Dynamic Geometry Software (DGS). Este software permite ao usuário fazer figuras geométricas e medir diversas variáveis a partir delas para determinar suas propriedades, arrastar números pela tela, produzir construções geométricas, hipóteses e testá-las para fazer generalizações (OLDKNOW,1999).

No entanto, vários estudos foram realizados para determinar a eficácia da DGS nas aulas de matemática. Alguns estudos foram realizados para examinar a eficácia da DGS nas habilidades matemáticas dos alunos em vários níveis de ensino na Indonésia com vários resultados inconsistentes (OLDKNOW,1999).

Por exemplo pesquisas recentes mostraram que o uso do DGS foi mais eficaz em melhorar as habilidades matemáticas dos alunos do que os métodos convencionais de aprendizagem, enquanto outros estudos descobriram que não era melhor. Atualmente, não tem havido uma avaliação abrangente da utilidade da DGS nas habilidades matemáticas dos alunos. Enquanto isso, educadores e partes interessadas precisam de informações precisas para determinar as condições apropriadas para usar o DGS para alcançar níveis mais altos de eficácia (FRANZEN, 2020).

Em um estudo realizado por Tamur et al., (2021), integrando às descobertas dos efeitos do uso do DGS nas habilidades matemáticas dos alunos, tanto como um todo quanto em várias características chave do estudo. Os resultados da análise revelam que a utilização da DGS tem um elevado impacto positivo nas capacidades matemáticas dos alunos. A avaliação da eficácia da DGS com base nas características do estudo mostrou que é mais eficaz em determinadas condições. Em primeiro lugar, verificou-se ser muito eficaz em condições de amostra inferiores ou iguais a 30. Em segundo lugar, fornece às salas de aula um número suficiente de computadores, permitindo que os alunos os utilizem individualmente, o que é recomendado para um nível mais elevado de eficácia. Terceiro, o uso do DGS foi registrado como mais eficaz em escolas de ensino médio e faculdades do que em escolas de ensino médio. Algumas diferenças nos tamanhos de efeito foram observadas em termos do ano em que os estudos foram realizados (JUANDI et al., 2021).

Os grupos de estudo mais recentes apresentaram valores menores em comparação com estudos mais antigos. Isso mostra a consideração do efeito Hawthorne no processo de ensino de matemática. Enquanto isso, diferentes tipos de DGS podem ser usados sem exceção. Embora o uso da DGS tenha tido um efeito muito alto nas habilidades matemáticas dos alunos, os resultados foram baseados apenas em estudos com determinados critérios, com alguns estudos semelhantes não analisados devido à informação estatística necessária inadequada (JUANDI et al., 2021).

Para o propósito do estudo, apenas cinco características de pesquisa foram examinadas e incluem o ano em que o estudo foi realizado, nível de ensino, tamanho da amostra, tipo de DGS e a proporção de alunos por computadores. Enquanto isso, alguns outros, como o local do estudo, a duração do tratamento, o papel do professor como tutor ou instrutor e o papel do computador como complemento ou substituto do professor. Consequentemente, estas conclusões não refletem a eficácia global da utilização do DGS na aprendizagem da matemática. Assim, para mais pesquisas, é necessária uma investigação detalhada para determinar a eficácia da DGS usando algumas das características que não foram investigadas (JUANDI et al., 2021).

Atualmente, também cabe ressaltar as formas como a inclusão da tecnologia em sala de aula tem sido difundida nas áreas rurais e urbanas. Outrossim, a fim de ajudar os educadores a integrar a tecnologia no ensino e aprendizagem na matemática, os professores podem usar o GeoGebra como uma das alternativas. Seu software pode ser baixado do site oficial do GeoGebra, que é capaz de trabalhar em várias plataformas, incluindo Windows, Macintosh, Linux e Unix (ANTOHE, 2009; HUTKEMRI, 2014).

O aspecto mais interessante do GeoGebra é uma comunidade virtual de usuários que frequentemente contribui com os materiais didáticos gratuitos produzidos. Esses tutoriais cobrem os assuntos de números inteiros, distribuição, equações lineares, sistemas de coordenadas, ângulos, triângulos, o espaço da fórmula, transformação, simetria, círculos, Curvas de Bezier, equações quadráticas, transformação de matrizes, funções paramétricas, função polinomiais, derivadas, integrais, números complexos, linha e espaço, funções vetoriais, entre outros elementos (ANTOHE, 2009; HUTKEMRI, 2014).

O GeoGebra pode ser usado para ensinar Geometria, Álgebra e Cálculo (ANTOHE, 2009; HUTKEMRI, 2014). Outrossim, de forma eficaz, dissemina um conhecimento que inclui planejamento, entrega, orientação e avaliação, que visam a disseminar o conhecimento ou habilidades para os alunos (HUTKEMRI, 2014).

Dessa forma, o software GeoGebra tem o potencial de ajudar os professores a implementarem a aplicação e o ensino das disciplinas de geometria, álgebra e cálculo. Portanto, há estudos recentes que consideraram três teorias de ensinar e aprender, ou seja, cognitivo, behaviorista e teoria construtivista. A teoria cognitiva afirma que a aprendizagem é um aspecto organizador da cognição e percepção para ganhar uma compreensão acerca de determinado assunto ou tema (AUSUBEL, 1986; PIAGET, 1978). Nessa teoria, os processos internos de pensamento que ocorrem durante o processo de aprendizagem influenciam o entendimento de uma pessoa, a partir da percepção e compreensão da situação relativa ao propósito e comportamento das mudanças.

Gagne et al., (1992) identificaram características de comportamento e aprendizagem que são capazes de atrair a atenção dos alunos do ensino por meio de materiais didáticos claros, incluindo cores e gráficos atraentes, bem como a existência de uma comunicação bidirecional. O construtivismo é um processo deformação do conhecimento, o qual deve ser construído pelos próprios alunos. Portanto, os alunos devem ativamente envolver-se em atividades, pensar de maneira autônoma, organizar e dar sentido aos conceitos aprendidos. Assim, tal teoria enfatiza a participação ativa dos estudantes no desenvolvimento do seu próprio conhecimento. A aprendizagem pode desenvolvida forma eficaz e eficiente usando ferramentas de aprendizagem apropriadas, além de estratégias direcionadas ao estímulo do pensamento e do raciocínio lógico.

Além dos conhecimentos acerca da utilização do GeoGebra, das tecnologias da informação e comunicação, do software e da teoria de Van Hiele, também representa um avanço no campo educacional o uso das videoconferências para auxiliar os mecanismos de ensino e aprendizagem na contemporaneidade.

No capítulo seguinte abordamos as concepções de formação continuada de professores, discutindo os termo empregados no que tange a qualificação ou capacitação profissional, destacando a importância da formação continuada, como ela tem sido realizada e por fim fazendo uma reflexão sobra formação continuada de professores de matemática do Ensino Médio.

4 CONCEPÇÕES DA FORMAÇÃO CONTINUADA DOS PROFESSORES

Neste capítulo apresentamos uma discussão sobre a formação continuada de professores trazendo a reflexão sobre quais concepções e conceito ao breve histórico se determina como a formação continuada de professores: qualificação profissional ou capacitação e como tem se sido as abordagens das formações continuadas bem como sua importância para o fortalecimento do ensino e aprendizagem. Por fim, discutimos a formação continuada de professores de matemática no Ensino Médio.

A respeito da formação de professores da sua epistemologia Amador (2019) e Marin (1995) trazem a discussão no que tange a qualificação profissional ou capacitação. Sobre a importância da formação continuada de professores apoiamos nos estudos de Junges, Ketzer e Oliveira (2018), Blaka e Machado (2021), Nascimento, Araújo e Lima, (2017), Freitas e Pacífico (2020) e Locatelli e Queiroz (2021) além dos documentos oficiais como Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Continuada de Professores da Educação Básica (BNC-Formação Continuada) Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB), BNCC, (BRASIL, 2020). No que tange a formação continuada, destacamos os ensinamentos de Lovis, Franco, (2013) e MBNC, (2020). Os estudos de Sales (*et al*., 2019), Ripardo, (2009) e (2011), Marcuschi (2008) Franzen, (2020) e Rodríguez (*et al*., 2008), dissertam sobre a formação continuada de professores de matemática no Ensino Médio além claro dos normativos do MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO, (2017). Resolução CNE / CP 2/2017.

No subtópico seguinte abordamos as concepções e conceitos abordados por diferentes nomenclaturas bem como explicando o que cada uma delas significa e interpelamos para efeitos equivocados por elas produzidos.

4.1 A formação continuada de professores: qualificação profissional ou capacitação

A formação continuada de professores tem sido atribuído diversas nomenclaturas que no decorrer do tempo foram sofrendo mudança. Muitas das vezes essas denominações foram atribuídas por agentes envolvidos nos processos como gestores escolares, professores, pesquisadores, formadores e pela sociedade dada uma visão de mundo, educação e formação. (AMADOR, 2019). Constatamos uma pluralidade de conceitos para formação no contexto histórico.

> A formação continuada de professores – por vezes chamada de treinamento, reciclagem, aperfeiçoamento profissional ou capacitação – tem uma história recente no Brasil. Intensificou-se na década de 1980 e, a despeito de pautar-se

> predominantemente por um modelo formal de formação, foi assumindo formatos diferenciados em relação aos objetivos, conteúdos, tempo de duração (desde um curso rápido até programas que se estendam por alguns anos) e modalidades (presencial ou a distância, direta ou por meio de multiplicadores) (BRASIL, 1999, p.46).

Os significados refletem ao modelo de educação e os tempos em que foram realizados. De acordo com MARIN (1995) os termos são no mínimo inconveniente para tratar da formação de professores o quadro a seguir.

Quadro 01 – Termos empregados para formação continuada de docentes.

DENOMINAÇÃO	DEFINIÇÃO
Reciclagem	Utilizado para caracterizar processos de modificação de objetos ou materiais como, por exemplo, reciclar papéis, que podem ser desmanchados e pré-fabricados. Este termo é considerado incompatível com a ideia de atualização pedagógica, pois sua adoção em propostas educacionais levou à proposição e à implementação de cursos rápidos e descontextualizados.
Treinamento	Sinônimo de tornar destro, apto, capaz de determinada tarefa. A utilização do termo, em se tratando de profissionais da educação, é inadequada quando está relacionado a processos de educação continuada que desencadeiam apenas ações com finalidades meramente mecânicas.
Aperfeiçoamento	Ligado à ideia de perfeição; não é possível utilizá-lo no processo educativo sob pena de negar a raiz da própria educação. No caso dos profissionais da educação, os limites são postos por inúmeros fatores, muitos dos quais independem das próprias pessoas sujeitas a interferências.
Capacitação:	Tornar capaz e habilitar, de um lado e convencer, persuadir, de outro. O primeiro grupo pode ser aceito como termo ou conceito que seja expresso por ações para obter patamares mais elevados de profissionalidade. O segundo grupo, não deve seguir o mesmo raciocínio, pois a atuação da profissionalidade caminha no sentido oposto ao do convencimento e persuasão.
Educação Permanente, Educação Continuada e Formação Continuada:	Colocados no mesmo bloco por apresentarem similaridades quanto ao eixo que é o conhecimento. Entretanto, há algumas nuanças que não chegam a serem contraditórias, mas complementares. Educação Permanente, por exemplo, sugere uma educação como um processo prolongado e em contínuo desenvolvimento. Já Educação Continuada, no entendimento da autora, é o termo mais completo por apresentar uma visão mais completa, mais valorizada e cada vez mais aceita e que pode ser trabalhada no locus da prática cotidiana, de maneira contínua e sem lapsos. Finalmente, Formação Continuada, apesar das diversas abordagens, guarda o significado fundamental de atividade conscientemente proposta, direcionada para a mudança.

Fonte: Marin (1995, p. 14 -18)

A delimitação de várias propostas para concepção de Formação Continuada de Professores é em grande parte para representar a visão daquele que está implementando um projeto formativo. A escolha do termo para designar a FCP não é casual, pois está intrinsecamente relacionada com a concepção e a finalidade formativa defendida pelo grupo que a planeja e a desenvolve. Portanto, esta escolha não é meramente técnica, mas sim política. (AMADOR, 2019).

Outra visão que se pode ter são os termos e a forma como são dados certos conceitos para Formação Continuada de Professores, que muitas vezes não caracterizam como forma pedagógica de investigação da docência, reflexiva e construtiva, mas sim, reuniões ditas pedagógicas e tratam mais de caráter burocrático ou guias e orientações para realização de atividades do que a formação propriamente dita.

No subtópico a seguir seguinte abordamos a importâncias da formação continuada de professores para fortalecimento do ensino e aprendizagem.

4.2 A importância da formação continuada de professores

Em 27 de outubro de 2020 foi promulgada a resolução pelo Conselho Nacional de Educação CNE/CP nº 1, que dispões sobre as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Continuada de Professores da Educação Básica (BNC-Formação Continuada) (BRASIL, 2020). Essa resolução surgiu levando em consideração a própria Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB) que traz em seus artigos e incisos as incumbências dos docentes, como, por exemplo, zelar pela aprendizagem dos estudantes, bem como que esses docentes deverão receber formação continuada promovidas pela União, Estados e Municípios bem como pelas instituições de educação superior (BRASIL, 2020).

A formação continuada de professores da Educação Básica é entendida como parte importante da profissionalização do docente, "na condição de agentes formativos de conhecimentos e culturas, bem como orientadores de seus educandos nas trilhas da aprendizagem, para a constituição de competências" (BRASIL, 2020, p. 2).

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), (BRASIL, 2018), publicada em 2018, traz uma nova proposta de ensino médio, trazendo o aluno como protagonista da construção do seu conhecimento, logo, os docentes, principalmente os que se formaram anteriormente a essa data, precisam de formação continuada para se integrarem e dominarem as novas diretrizes pautadas para a Educação Básica, por isso esse tipo de formação é de extrema importância.

As Diretrizes Curriculares Nacionais, em conjunto com a BNC-Formação Continuada, possuem como base a implementação da BNCC, que exige do professor devidas competências profissionais como "sólido conhecimento dos saberes constituídos, das metodologias de ensino, dos processos de aprendizagem e da produção cultural local e global"

(BRASIL, 2020, p. 2), daí a necessidade de criação de uma resolução voltada especificamente para a formação continuada de professores.

> Parágrafo único. Estas competências profissionais docentes pressupõem, por parte dos professores, o desenvolvimento das Competências Gerais dispostas na Resolução CNE/CP nº 2/2019 - BNC-Formação Inicial, essenciais para a promoção de situações favoráveis para a aprendizagem significativa dos estudantes e o desenvolvimento de competências complexas, para a ressignificação de valores fundamentais na formação de profissionais autônomos, éticos e competentes (BRASIL, 2020, p. 2).

Nesse sentido, a formação continuada passa a ser vista como um mecanismo para auxiliar os professores no processo de ensino-aprendizagem de seus alunos, no esforço de adquirir novos conhecimentos teóricos e metodológicos para o seu aprimoramento profissional e mudança positiva em sua praxe docente. A própria BNCC reforça que é preciso "manter processos permanentes de formação docente que possibilitem contínuo aperfeiçoamento dos processos de ensino e aprendizagem" (BRASIL, 2018, p. 17). A seguir, serão apresentadas algumas práticas exitosas de formação continuada de professores, fortalecendo assim sua importância.

Blaka e Machado (2021) trazem a relevância e importância desse tipo de formação para professores em seu estudo, mostram a alta adesão e procura do corpo docente do local de aplicação da pesquisa por esse tipo de formação, destacando, por exemplo, que "Os professores demonstraram-se interessados em aprender novas estratégias de ensino, e de acordo com a pesquisa realizada, estão utilizando em suas práticas docentes." (BLAKA; MACHADO, 2021, p. 34). A grande participação dos professores na formação proporcionou contribuições significativas para o processo de ensino-aprendizagem, fortalecendo o vínculo de parceria entre o corpo docente e a equipe pedagógica, além da vivência promover uma visão mais ampla dos desafios e necessidades a serem superados.

Junges, Ketzer e Oliveira (2018) propõem em seu estudo demonstrar quais as transformações que os professores participantes de formação continuada percebem em sua prática docente. Os autores destacam que os professores participantes da pesquisa demonstram interesse em participar de formações continuadas, mas veem a necessidade desse tipo de formação se conectar mais com seu dia a dia, seu ambiente de trabalho, ou seja, a sala de aula. A formação proposta aqui nesta pesquisa busca justamente isso, ser aplicada na própria escola na qual os professores trabalham, buscando dialogar com o campo de atuação para efetivamente fornecer uma formação que o docente possa de fato aplicar na prática.

A pesquisa apresentada por Nascimento, Araújo e Lima (2017) traz uma reflexão interessante, em que a formação continuada pode proporcionar ao docente trocas de saberes, práticas e vivências entre os pares, o que pode proporcionar um processo de ensino mais qualificado, e que possa refletir diretamente na aprendizagem dos educandos. "Constitui-se, também, em momentos oportunos de formação contínua, valorizando o professor como um pesquisador capaz de reviver conhecimentos pertinentes ao seu ofício de trabalho.", tão importantes para a implementação do novo ensino médio proposto na BNCC (NASCIMENTO; ARAÚJO; LIMA, 2017, p. 138).

Freitas e Pacífico (2020) alertam para a dificuldade de realizar uma formação continuada dentro do espaço escolar, que não se demonstrou ser uma tarefa simples, mas que é totalmente possível desde de que os entes participantes, como professores e demais profissionais, estejam dispostos a participar do processo. Ressaltam que não há um passo a passo pronto que se deve seguir, e sim que se deve usar os planos de ações já existentes como um norte a seguir, compreendendo a realidade de cada escola e a sua vivência no processo de ensino e aprendizagem. "Um dos elementos que também auxiliaram na elaboração do plano de ação foi ver a escola como instituição principal no desenvolvimento do processo de formação continuada do professor", daí a importância de reconhecer a escola como o espaço de transformação e aprimoramento da prática docente (FREITAS; PACÍFICO, 2020, p. 151).

Para finalizar essa discussão, será mostrado aqui o resultado da pesquisa de Locatelli e Queiroz (2021). Os autores analisam as concepções e possíveis indicações de formação continuada dos professores da rede estadual do norte do Tocantins. Os autores supracitados concluem que as formações continuadas devem priorizar o espaço escolar, assim como esta pesquisa se propões a fazer, e que os professores possuem interesse especial em conteúdos voltados especificamente para a sua prática, relativos às especificidades cotidianas. É preciso pensar a prática pedagógica em grupo, para que os docentes possam compartilhar suas angustias, descobertas e conquistas, proporcionando ao professor estudar e refletir, avaliando o currículo e se autoavaliando, ocasionando assim um crescimento conjunto para atingir os objetivos profissional e escolar (LOCATELLI; QUEIROZ, 2021).

No próximo subtópico destacamos como se estabelece e discute as diretrizes da formação continuada de professores.

4.3 Como se dá a formação continuada de professores

Como já mencionando anteriormente, o documento que baliza a formação de professores no Brasil é a BNC-Formação Continuada (BRASIL, 2020). Esse documento reúne todas as diretrizes e embasamentos para proceder com a formação continuada de professores.

O Art. 7º na BNC-Formação Continuada destaca:

> A Formação Continuada, para que tenha impacto positivo quanto à sua eficácia na melhoria da prática docente, deve atender as características de: foco no conhecimento pedagógico do conteúdo; uso de metodologias ativas de aprendizagem; trabalho colaborativo entre pares; duração prolongada da formação e coerência sistêmica (BRASIL, 2020, p. 4).

O foco no conhecimento pedagógico do conteúdo pressupõe entender como os estudantes aprendem, o uso de estratégias diferentes e a ampliação do repertório do professor. O uso de metodologias ativas de aprendizagem consiste em considerar o formador como facilitador do processo de construção de aprendizados, sendo a pesquisa-ação citada como uma das diferentes atividades de uso de metodologias ativas.

O trabalho colaborativo entre pares diz respeito ao trabalho realizados entre professores da mesma área de conhecimento ou que atuem nas mesmas turmas, pois facilita o diálogo e a reflexão sobre aspectos da própria prática. Com relação a duração da formação, é recomendado que possua um tempo mais estendido, visto que adultos aprendem melhor quando tem a oportunidade de praticar, refletir e dialogar sobre a prática. A coerência sistêmica refere-se à articulação da formação com as demais políticas das redes escolares, planos pedagógicos, currículos, materiais de suporte, progressão de carreira etc.

Os cursos ou programas de formação continuada podem ser ofertados à distância, de forma híbrida, presencial ou utilizando outra estratégia de forma diversificada, sempre que vise o desenvolvimento profissional do docente, podendo ser ofertado por uma instituição de ensino superior, por organização especializada ou pelos próprios órgãos formativos no âmbito da gestão das redes de ensino na forma de cursos de atualização com mínimo de 40 horas, cursos e programas e Extensão, com carga horária variável, curso de aperfeiçoamento com no mínimo 180 horas, curso de pós-graduação *latu senso* ou cursos ou programas de Mestrado e Doutorado (BRASIL, 2020).

Além disso, a BNC-Formação Continuada traz alguns destaques sobre a implementação da formação em serviço, que pode ser posto em prática pelas escolas, redes escolares ou sistemas de ensino, por si ou em parcerias firmadas com outras instituições. Destaca-se a necessidade desse tipo de formação ser desenvolvida em conformidade com as reais necessidades e dos contextos e ambientes de atuação dos docentes (BRASIL, 2020).

> Art. 12. A Formação Continuada em Serviço deve ser estruturada mediante ações diversificadas destinadas ao desenvolvimento de aprendizagens significativas ao longo da vida profissional, e contextualizada com as práticas docentes efetivamente desenvolvidas (BRASIL, 2020, p. 5).

A formação continuada em serviço deve, além de tudo, garantir a oportunidade de os docentes aprenderem juntos, fazendo trocas com seus pares, com o suporte de um formador experiente, que desenvolva um ambiente de partilha das aprendizagens já desenvolvidas.

Contudo, é ressignificar a prática pedagógica no ensino de construções geométrica que permitam preencher as lacunas das vivências e formação dos professores que em meio ao processo de algebrizar a geometria reproduzem em sua prática, por vezes por ato de dificuldades advindo de sua formação inicial, por vezes pelo conforto de não arriscar e buscar outros mecanismos ou metodologias de ensino. Para Lovis, Franco, (2013 p. 151,) apesar das dificuldades e das incertezas que permeiam o ambiente escolar, é recomendável que o professor abandone a zona de conforto e se aventure na zona de risco. Para tanto, faz se necessário a disposição de formação continuada, principalmente em serviço e que alcance os problemas do dia a dia e fortaleçam exemplos práticos como as construções geométricas. A respeito da formação continuada:

> Formação continuada não é curso, nem palestra. Deve ser algo contínuo, com encontros periódicos que acompanhem o desenvolvimento do professor e a presença de um formador que conheça a realidade da escola e das turmas. Além disso, para aprofundamento e reflexão sobre a prática do dia a dia, a formação deve acontecer na escola e prioritariamente entre pares. Por fim, a formação deve acontecer preferencialmente em serviço, ou seja, durante a carga horária de trabalho do professor, com um espaço físico de estudo e formação garantido. (MBNC, 2020, p. 5).

A formação continuada, portanto, é um elemento importante também na garantia dos direitos de aprendizagem dos discentes visto que somente um professor preparado concebe e faz estender suas práticas pedagógica bem como participar efetivamente da construção do projeto político pedagógico. A respeito desse direito, o Conselho Nacional de Educação afirma:

> A formação inicial e a formação continuada destinam-se, respectivamente, à preparação e ao desenvolvimento de profissionais para funções de magistério na educação básica em suas etapas – educação infantil, ensino fundamental, ensino médio – e modalidades – educação de jovens e adultos, educação especial, educação profissional e técnica de nível médio, educação escolar indígena, educação do campo, educação escolar quilombola e educação a distância – a partir de compreensão ampla e contextualizada de educação e educação escolar, visando assegurar a produção e difusão de conhecimentos de determinada área e a participação na elaboração e implementação do projeto político-pedagógico da instituição, na perspectiva de garantir, com qualidade, os 4 direitos e objetivos de aprendizagem e o seu desenvolvimento, a gestão democrática e a avaliação

> institucional (BRASIL, 2017, p. 3).

Embora seja fato a necessidade de uma formação continuada eficiente, muitas vezes quando acontece são deslocados de instrumentos avaliativos que percebam as necessidades dos professores e possam ser compartilhados e planejados para sua prática. MBNC, (2020) destaca a importância desses instrumentos de avaliação para ter sucesso no processo de formação continuada.

> Uma formação continuada efetiva e de relevância deve considerar um ciclo permanente de ações, encadeadas em etapas de diagnóstico, ação e avaliação. É preciso diagnosticar necessidades e desafios dos professores, para priorizar, planejar e executar a formação, como descrevemos no critério anterior. Esse processo deve ser monitorado e avaliado continuamente. O monitoramento é importante para garantir se o cronograma está sendo seguido, se as condições acordadas estão de fato acontecendo, se os professores desfrutam desses momentos de maneira proveitosa, entre outros (MBNC, 2020, p. 12)

Portanto para além da proposta de formação continuada de professores, se faz importantes seu planejamento e ter ferramentas e instrumentos que possa captar os diagnósticos as necessidades e desafios dos professores.

No próximo subtópico destacamos a importância da formação de professores de matemática do Ensino Médio sobretudo com iminente implementação da BNCC.

4.4 A formação continuada de professores de matemática no Ensino Médio

O ensino da Matemática tem sido aplicado em uma espécie de padrão em que os professores trabalham os conteúdos com base apenas nos procedimentos de verbalização, embora não constitua uma metodologia capaz de atender a toda a demanda educacional e de promover um sistema de ensino e aprendizagem de qualidade (RIPARDO, 2009, p.87).

As práticas pedagógicas podem ser conduzidas a partir de diferentes mecanismos, os quais devem consistir em atividades diversificadas (RIPARDO, 2009, p.89), motivo pelo qual a presente pesquisa visa à abordagem da modernização dos métodos educacionais a partir dos instrumentos da tecnologia da informação e da comunicação, assim como a elaboração de novos modelos de pedagogia e formação de professores, os quais possam capacitar esses profissionais para o manuseio e aproveitamento das inúmeras possibilidades de ensino proporcionadas por tais ferramentas. Para Ripardo (2009, p.89), embora muito se ouça em relação às propostas de melhorias e aperfeiçoamento dos planejamentos pedagógicos, dos programas educacionais e dos processos de formação continuada de professores, a maior parte desses projetos não têm sido concretizados nos espaços escolares, sendo que as intenções de remodelar esses processos de ensino permanecem apenas em teoria.

Ademais, também devem-se mencionar as lacunas presentes nos processos de formação dos professores, uma vez que tal problemática constitui o centro dos problemas que norteiam a ausência da capacitação docente adequada ao desenvolvimento de métodos de aprendizagem eficazes. No Censo da Educação, divulgado em 2016, foi demonstrado que, entre os 2.196.397 professores que lecionam na educação básica do país, mais de 6 mil possuem apenas o ensino fundamental, e mais de 480 mil, ensino médio; aproximadamente 95 mil possuem ensino superior, todavia, não possuem licenciatura, e somente cerca de 1.600.000 têm licenciatura, entretanto, grande parte deles não exercem as atividades da sua área de formação (MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO, 2017).

Nesse sentido, devem ser promovidos debates e discussões acerca da reconstrução do ensino da matemática, além de elaborar novas práticas docentes que funcionem em conjunto com outros recursos e possibilidades no planejamento pedagógico, a fim de inserir novas atividades de ensino e aprendizagem capazes de ultrapassar os métodos tradicionais e oportunizar a melhora da educação brasileira (RIPARDO, 2009, p.87).

No ano de 2017, o Ministério da Educação instituiu a Política Nacional de Formação de Professores com Residência Pedagógica, em que foram investidos mais de R$2 bilhões e inclui a criação de Base Nacional Docente e a extensão da qualidade de acesso à formação inicial e continuada de professores na educação básica. Segundo declarou o então Ministro da Educação, Mendonça Filho, o objetivo da implantação de tal mecanismo consiste em promover a valorização dos professores por intermédio da concessão de um sistema capaz de auxiliá-los em sua formação com qualidade e reconhecimento. Ademais, acrescenta que a residência pedagógica seria uma maneira de ampliar os conhecimentos práticos profissionais e melhorar a qualidade das condições de trabalho dos docentes dentro das salas de aula. (MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO, 2017).

Entretanto, embora instaurada a partir do reconhecimento da urgência em impulsionar o sistema educacional, essas instituições têm sido alvo de diversas críticas, sob os argumentos de insuficiência no que refere ao suprimento das necessidades dos professores e dos estudantes. Investigações e observações iniciais demostram que a respectiva instituição aponta para uma política tributária, uma vez que não foi elaborada com base em discussões referentes à formação com os professores, com escolas de educação básica, ou com organizações de ensino científico.

Os documentos oficiais da Resolução CNE / CP 2/2017 e do Edital CAPES 6/2017 evidenciam a perspectiva retrógrada e centralizadora do Estado em relação ao programa, demonstrando a intenção de velar a ausência de ações concretas e efetivas do governo federal para assegurar as diretrizes e previsões adequadas à concretização formação dos professores, direcionando os olhares da população para o quantitativo de investimentos públicos dirigidos à educação pública. Tais incontingências implicam, entre outras questões, a violação das Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores, segundo explicitado no Parecer e na Resolução CNE / CP n. 2/2015, e prejudica a autonomia universitária.

Conforme leciona Ripardo (2011), de acordo com o entendimento de Marcuschi (2008), a linguagem constitui o meio de comunicação, utilizado para produzir conhecimentos, construir os relacionamentos sociais e instituir as interações entre os indivíduos. Nos espaços de ensino, denominados locais onde se transmite conteúdos, criam-se conhecimentos, desenvolvem-se talentos e atividades por meio da socialização de pessoas, o professor exerce a função mediadora desses processos, direcionando os estudantes a fim de promover a aprendizagem. Nesse contexto, a língua representa o instrumento fundamental pelo qual o professor realiza tais atividades, e constitui o meio de comunicação entre todos os indivíduos e entre os indivíduos e os conhecimentos, e sem o qual não é possível a comunicação e a produção do conhecimento formal, construído por intermédio da produção textual oral e escrita.

Desse modo, Ripardo (2011) leciona que o uso da linguagem e da produção textual, embora sejam pouco recorrentes no ensino da matemática, é capaz de impulsionar as capacidades de produção, pensamentos críticos e teóricos, das funcionalidades psíquicas e possibilita mais variedade e diversificação das opções do aluno com relação à transformação dos objetos matemáticos e manipulação das abstrações.

Assim, a produção textual e a linguagem, em razão da sua capacidade de aprimorar as funcionalidades dos pensamentos teóricos, constitui importante método para a promoção da aprendizagem da matemática, uma vez que a ausência das habilidades para análises e teorias representam as principais causas das dificuldades referentes à aprendizagem dos conteúdos matemáticos (RIPARDO, 2011).

O uso de vídeo para apoiar a aprendizagem de professores tem aumentado nos últimos 10 anos, tanto para professores em formação quanto para professores em serviço 'em todas as áreas, em todos os níveis de ensino e em todo o mundo”. Uma edição especial do *Journal of Mathematics Teacher Education* apresentou várias estruturas para discutir vídeo com professores de matemática, incluindo o uso de avanços recentes na tecnologia vestível. Essas estruturas surgem do interesse sustentado no campo no uso de vídeo com professores para desenvolvimento profissional (FRANZEN, 2020).

No entanto, é apenas por volta de 2009 que tem havido interesse coletivo em investigar o papel do facilitador da discussão, ao trabalhar em vídeo com professores. Tais estudos e pesquisas contribuem para o campo emergente explorando as habilidades necessárias para facilitar a discussão, algo que tem sido considerado recentemente na tentativa de ampliar os programas de desenvolvimento profissional e equipar os professores para assumir o papel de facilitadores de outros professores (FRANZEN, 2020).

A globalização do século XXI e as correspondentes mudanças globais disruptivas vêm reforçando a necessidade de novos modelos educacionais em que os alunos sejam mais participativos e incentivados a encontrar soluções para problemas reais, contribuindo para uma transformação do currículo de engenharia.

A comunidade educativa tem vindo a investigar processos alternativos de ensino-aprendizagem sobre métodos ativos, visando desenvolver competências técnicas e transversais nos futuros engenheiros. Assim, diversas propostas de estratégias de ensino-aprendizagem têm surgido mundialmente no Ensino de Matemática, como a aprendizagem baseada em problemas e projetos, amplamente reconhecida pelos resultados positivos. Além disso, Instrução por pares, sala de aula invertida, aprendizado baseado em equipe e outras estratégias de aprendizado ativo permitem resultados educacionais positivos, como maior envolvimento e desempenho do aluno (RODRÍGUEZ *et al*., 2008).

Na contemporaneidade, a necessidade de atualização e da inclusão de procedimentos inovadores nos processos que definem a metodologia utilizada nas práticas de ensino e aprendizagem pressionam pela inclusão da tecnologia na formação de professores em todo o currículo, haja vista que pouca atenção tem sido dada ao entendimento das competências e comportamentos de tecnologia dos educadores. Este estudo explora essa lacuna, uma vez que se mostram imprescindíveis investigações que identifiquem quais fatores diretos e mediadores são os causadores das dificuldades de adaptação dos docentes aos procedimentos de ensino conduzidos por ferramentas tecnológicas, além de ressaltar os motivos pelos quais a inclusão de tais mecanismos nos processos de formação de professores não deve ser ainda mais postergada, em prol do aprimoramento da qualidade do ensino e da promoção da melhora no rendimento escolar dos alunos, uma vez que a educação tem apresentado baixos índices de desenvolvimento cuja análise e abordagem serão feitas ao longo da pesquisa.

Sales et al., 2019 ressalta que, no ano de 2017, a (*International Society for Technology in Education* – ISTE) realizou um estudo em que foi possível identificar algumas competências propensas a gerar impactos positivos se aplicadas nos planejamentos pedagógicos de formação de professores. Entres tais competências, mencionam-se a capacitação para que o professor desenvolva sua habilidade de aprendiz – em que ele deverá aperfeiçoar seus métodos e práticas educacionais constantemente, reconhecendo que o aprendizado consiste em um processo contínuo, por meio de tecnologias que possam promover a evolução da aprendizagem dos alunos sob um sistema colaborativo; a capacidade de liderança – em que o profissional procura, por meio da adoção de uma postura de liderança, conduzir o estudante a concretizar as atividades necessárias à eficácia do ensino e aprendizagem; a habilidade de dar o exemplo como cidadão – em que o professor torna-se um mentor em que seus alunos possam se inspirar para usufruir das tecnologias digitais com responsabilidade e em atividades positivas; a competência de colaborador – em que o professor se dispõe a promover um ambiente cooperativo e colaborativo em sala de aula, a fim de praticar o compartilhamento de ideias, conhecimentos, experiências e realizações entre os alunos; a competência de design – em que o professor deve promover projetos e trabalhos originais e incentivadores da pesquisa, do estudo, da prática e da diversidade; a facilitadora – competência em que o profissional deve proporcionar os meios e as orientações adequadas para que os estudantes possam utilizar as tecnologias em prol da eficácia do ensino e da evolução da aprendizagem; e a competência analítica – em que o professor irá elaborar os seus métodos de ensino com base nas suas observações e percepções acerca das demandas educacionais de cada aluno, a fim de conduzi-los ao alcance de suas metas e realização de seus objetivos (SALES *et al*., 2019).

Essas abordagens inovadoras de ensino-aprendizagem são desafiadoras para professores e alunos, exigindo estreita colaboração entre todos os atores, comunicação eficaz e desenvolvimento de um senso de autonomia, confiança e resiliência. Essa ideia implica levar os professores a repensar o pano de fundo de suas estratégias de ensino. É importante analisar o papel crucial do professor como facilitador no processo de aprendizagem ativa, considerando o impacto substancial na aprendizagem dos alunos (RODRÍGUEZ et al., 2008).

Outro projeto desenvolvido para aprimorar os sistemas didáticos relacionados ao ensino da matemática e das construções geométricas foi a Sequência Fedathi, que representa um projeto de recursos didáticos estrategicamente articulados para impulsionar o desenvolvimento prático da aprendizagem do estudante com base na postura do professor.

A sequência Fedathi constitui uma construção de ideias e conceitos que se relacionam entre si para formar uma didática pedagógica mais eficaz no que se refere ao desenvolvimento do ensino e aprendizagem. Essa proposta foi articulada por um grupo que inclui pesquisadores, alunos de pós-graduação e professores, os quais se propuseram a desempenhar métodos capazes de elaborar um planejamento abrangente e capaz de considerar aspectos inovadores dos contextos educacionais contemporâneos (SOUZA, 2013).

Nesse sentido, o grupo que compõe essa instituição de organizou na Universidade Federal do Ceará, no ano de 1990, com ideias direcionadas ao desenvolvimento de estratégias para a promoção das evoluções e aprimoramentos relacionados ao ensino da matemática. Dessa forma, Borges Neto, nos anos de 1990 se dedicou a articular a sequência que foi denominada Sequência Fedathi, fazendo com que fossem criadas condições para que os profissionais docentes pudessem ser direcionados a metodologias didáticas do ensino da matemática mais eficazes (SOUZA, 2013).

Nesse sentido, foram sendo realizadas diversas experiências com a utilização dessa metodologia, as quais foram aplicadas, em grande parte, nas áreas da informática educativa e da matemática. As observações acerca da aplicação da técnica foram relacionadas às percepções da sua eficácia diante do aperfeiçoamento das capacidades dos alunos de absorver e reproduzir conhecimentos científicos. Outrossim, também há uma atenção especial à sua eficiência no que se refere à promoção e à facilitação das relações entre alunos e professores, por meio das quais se torna possível uma melhor estruturação e aplicação das propostas pedagógicas (SOUZA, 2013).

No capítulo seguinte aborda-se os caminho trilhados na produção desta pesquisa, destacando o papel da Engenharia Didática como modelo de planejamento da pesquisa, Engenharia Pedagógica para concepção do Produto Educacional, a Sequência Fedathi como metodologia de ensino e o modelo de videoconferência para realização do curso de formação de professores.

5 PERCURSO METODOLÓGICO DA PESQUISA

Este capítulo é destinado aos principais procedimentos metodológicos utilizados na pesquisa, apresentando a Engenharia Didática que esta pesquisa está organizada como metodologia de planejamento da pesquisa e possui validação interna que se apoia na confrontação entre a análise a priori (baseada em estudos preliminares e certo número de hipóteses) e análise a posteriori (baseada em dados da realização efetiva), a Engenharia Pedagógica na concepção do produto, a Sequência Fedathi para realização das aulas como metodologia de ensino a videoconferência como modelo de aplicação da pesquisa.

Com isso, na discussão acerca da Engenharia Didática, buscamos fundamentação teórica em estudos de Santana e Borges Neto (2003) e na teoria de Artigue (2008 e (2014), Brousseau (1997) e (2013). Santana, (2009, *apud* Henri 1997) na discussão da Engenharia Pedagógica. Na discussão sobre Sequencia Fedathi, nos sustentamos nos estudos de: Santana (2009), Santana e Borges Neto (2003, p. 6 *apud* SOUZA 2001), Santana e Borges Neto (2003, *apud* BORGES NETO, 1995) Abreu (et al., 2019), Santana (et al, 2004), Felício (et al., 2021) e Borges Neto (2016). Para falar sobre as videoconferência destacando as contribuições de Ripardo, (2009), Weinberg, (2011) e Coles, (2015).

A metodologia de pesquisa é o caminho a ser percorrido pelo pesquisador no processo de produção do conhecimento em relação ao objeto a ser estudado, sendo mais do que um conjunto de processos e procedimentos que se limitam à utilização de técnicas e ferramentas de pesquisa, mas também constituído por manifestações teóricas de fundamental importância.

No subtópico seguinte abordamos o conceito de Engenharia Didática bem como apresentamos suas quatro etapa destacando seu papel em cada etapa para efeito desta pesquisa.

5.1 – Engenharia Didática

A noção de Engenharia Didática (ED) esteve no centro do projeto de uma ciência da didática fundado por Guy Brousseau, na década de 1970, com a teoria das situações didáticas. Em um artigo recente apresentando a origem da ED, Brousseau (2013) explica sua necessidade e a situa na interface entre pesquisa e ensino.

A engenharia didática era um domínio necessário e "concreto" entre uma atividade pouco investida, o ensino da matemática, e uma ciência ausente, a Didática. Esta deveria, por um lado, redefinir ambos e, por outro, encontrar sua contingência em seu confronto e complementaridade. “Não se contentar apenas com evidências”, “reproduzir sistematicamente”, “analisar para salvar experiências”, “só aceitar conceitos exógenos sob seu teste na engenharia didática” - esses têm sido os princípios norteadores da Didática. (BROUSSEAU, 2013, pág. 4).

Na entrada engenharia didática da nova Enciclopédia em Educação Matemática, Michèle Artigue tenta esclarecer esse papel intermediário entre a realidade das salas de aula e a ciência da didática. Nesse sentido, a autora disserta que a ideia de engenharia didática (ED) contribuiu para estabelecer firmemente o lugar do design na pesquisa em educação matemática. Textos fundamentais sobre ED, como os de Chevallard,1982, deixam claro que a ambição da pesquisa didática de compreender e melhorar o funcionamento dos sistemas didáticos onde se dá o ensino e a aprendizagem da matemática não pode ser alcançada sem considerar esses sistemas em seu funcionamento concreto, prestando a devida atenção aos diferentes constrangimentos e forças atuantes. Neles, as realizações controladas em sala de aula devem, portanto, ter um papel de destaque nas metodologias de pesquisa para identificar, produzir e reproduzir fenômenos didáticos, para testar construções didáticas. (ARTIGUE, 2014, pág. 159)

É importante ter em mente que, na teoria das situações didáticas (TSD), a engenharia didática fazia parte de um projeto coletivo, liderado por Brousseau, para construir uma ciência empírica dos fenômenos didáticos onde a questão da validação empírica dos resultados era ser cuidadosamente levados em consideração. É assim que ele se lembra desses primórdios, no mesmo texto citado acima. Outrossim, afirma que a sua contribuição foi projetar, projetar e começar a criar uma ciência própria, que deve ser responsável pelos conceitos teóricos originais necessários à engenharia e submetê-los às exigências de qualquer ciência madura, enriquecida por suas relações científicas entre pares com outras abordagens.

Neste contexto, como Artigue (2008, pág. 4) explica, o design didático foi chamado para atender a duas necessidades distintas: levar em conta a complexidade das salas de aula, em uma época em que a pesquisa se baseava principalmente em experimentos de laboratório e questionários; e articular as relações entre pesquisa e inovação docente. Ela também destaca cinco características principais da EAD como intervenção teórica: o papel central dado à noção de situação tanto na modelagem do conhecimento matemático quanto na organização de seu ensino; a atenção crucial dada à epistemologia do conhecimento e a necessidade de reconstruir qualquer conteúdo matemático como resposta a uma questão colocada em uma situação social; a importância dada às características do meio empírico da situação e da interação dos alunos com esse meio ; as três diferentes funcionalidades atribuídas ao conhecimento matemático, ação-formulação-validação; e a visão do papel do professor como organizador das relações entre a didática e as dimensões das situações de ensino (devolução, institucionalização).

Como metodologia de pesquisa, o ensino a distância (EAD) surgiu com essa ambição, se apoiando nas ferramentas conceituais fornecidas pela Teoria das Situações Didáticas (TSD), e, inversamente, contribuindo para sua consolidação e evolução (BROUSSEAU, 1997). Rapidamente, tornou-se uma metodologia bem definida e privilegiada na comunidade didática francesa, acompanhando o desenvolvimento da pesquisa desde o ensino fundamental até o nível universitário (ARTIGUE,1990,1992). A partir da década de noventa, a EAD migrou para fora de seu habitat original, estendendo-se ao design de formação de professores e sessões de desenvolvimento profissional, utilizadas por didáticos de outras disciplinas, e também por pesquisadores em educação matemática em diferentes países. (ARTIGUE, 2014, págs. 159–160)

Neste contexto, vamos, antes, definir o que venha ser esses conceitos metodológicos e suas implicações para o ensino de construções geométricas e a formação de professores na formação continuada.

Sobre a Engenharia Didática, é um procedimento em que podem ser construídas sequências de aprendizagem para sessões de treinamento similares às Sequências Fedathi. A metodologia da Engenharia Didática está esquematizada em quatro fases. Sendo, sequencialmente:

a) Análise preliminar;
b) Análise a priori;
c) Experimentação;
d) Análise a posteriori;

Na primeira fase, **Análise preliminar** o procedimento que corresponde à análise geral dos aspectos envolvidos no ensinamento do conteúdo a ser instruído. Nesta etapa, estuda-se epistemologia, psicologia, ergonomia e pedagogia em relação à matéria em estudo. Embora alguns disponham confundir esse processo com pesquisa bibliográfica, a exploração da aula é uma tentativa de analisar todas as colocações de aprendizado que podem emergir ao ensinar um determinado material. Em outras palavras, esta é um esforço de impedir "Concepção de uma nova roda";

Na Segunda fase **Análise a priori**, o propósito desse processo é refinar a sequência educativa, levando em consideração os dados coletados durante a análise preliminar. Nesta fase, o pesquisador faz suposições sobre os fatores que podem surgir na utilização de cada curso de estudo. Ou no uso de recursos no ensino. Tais possibilidades operam como variáveis de controle, à semelhança do que acontece na engenharia. A função das variáveis de controle corresponde aqui aos objetivos que pretendemos atingir, ou seja, trata-se de “como deve ser e como deve funcionar”;

Na terceira fase, a **Experimentação,** é o procedimento de implementação de sequências de treinamento e/ou conteúdo relacionado, como intervalos de curso. Nessa etapa, o pesquisador pode testar ou refutar sua hipótese doutrinária, estabelecida no decorrer de uma análise a priori. Neste caso, temos o que é "realmente".

E por último na quarta fase, temos a **Análise a posteriori,** que é o procedimento de verificação das hipóteses definidas na análise a priori, para que seja possível provar como as sequências de ensino operam no exercício de experimentação, ou seja, é uma oposição do real com o ideal, é o momento em que o pesquisador compara “o que deve ser feito com o que aconteceu” SANTANA e H BORGES NETO (2003).

A Engenharia Didática apresenta uma forma de trabalho didático, comparando-a com o trabalho do engenheiro, que, para realizar um programa preciso e detalhado, conta com o conhecimento científico que já possui e é obrigado a trabalhar com muito mais objetos complexos do que objetos refinados pela ciência tendo assim que estudar de forma prática, com todos os meios, técnicos e instrumentos disponíveis, problemas que a ciência não quer ou ainda não pode resolver.

Desta forma, a pesquisa obedeceu a Engenharia Didática, como podemos observar atividades desenvolvidas no quadro abaixo.

Quadro 02: Atividades com base na Engenharia Didática

Etapas	**Descrição das atividades**
Análise preliminar	- Análise Documental; - Pesquisa bibliográfica; - Estudo da dimensão didática; - Seleção de conteúdo; - Definição da público alvo; - Pesquisas em fontes secundárias;
Análise a priori	- Planejamento do Curso de Construções Geométricas; -Planejamento das aulas; - Produção do questionário da pesquisa - Produção de instrumentos de coleta de dados (Pre teste e Pós teste); - Produção de sessões didáticas obedecendo a Sequência Fedathi, em 10 aulas de 2h cada;

Experimentação	- Realização do curso por meio de videoconferência
Análise a posteriori	- Análise e verificação do processo de formação; - Aplicação de questionário pós-teste; - Analise do planejamento para com de fato aconteceu

Fonte: Elaboração própria (2022).

Assim na *Análise preliminar* foi realizado um estudo da dimensão didática e bibliográfica com pesquisa em fontes secundarias para compreensão dos conteúdos que balizam a produção do curso de construções elementar que atendesse a formação de professores. E foi definido o grupo de professores poderia atender na formação continuada. Na *Análise a priori,* foi realizado a produção de sessões didáticas obedecendo a Sequência Fedathi, em 10 aulas de 2 h cada. Na terceira fase de *Experimentação* foi o momento de realização do curso por meio de videoconferência. E na última fase, *Análise a posteriori* foi realizado a verificação do processo de formação analisado por meio de observações e aplicação de questionário pós-teste.

No subtópico seguinte abordamos o conceito de Engenharia Pedagógica bem como apresentamos suas etapas destacando seu papel em cada etapa para efeito da produção do Produto Educacional que esta pesquisa se dispõe a fazer.

5.2 Engenharia Pedagógica

Para confecção do curso tomando por base a metodologia da engenharia pedagógica que tem por objetivo o desenvolvimento de tecnologias para representação de saberes. Do ponto de vista educativo está centrada nas ideias sobre modelização de conhecimentos, concepções pedagógicas e nas concepções midiáticas; e, a partir destes princípios, são constituídas as seguintes etapas, que procurarei expor de modo sucinto.

A Engenharia Pedagógica, envolve um grupo de métodos, técnicos e recursos usados no processo de ensino e aprendizagem e esquematizada em seis etapas, sendo, sequencialmente:

a) Análise preliminar;

b) Concepção sobre o designer pedagógico;

c) Realização do material;

d) Validação;

e) Difusão;

f) Gestão do produto;

Na primeira etapa temos **Análise preliminar,** tem que por finalidade o conhecimento e a geração de dados sobre as competências e saberes envolvidos, conceitos pedagógicos e estruturas midiáticas por meio do problema técnico em questão, ou seja, é o momento em que se faz necessário a entender os conteúdos e perceber as melhores ferramentas para sua transmissão. Portanto, é realizada a descrição da situação que se pretende resolver.

Na segunda etapa, no que tange a **Concepção sobre o designer pedagógico,** é definido como uma solução para as questões que uma tecnologia pretende responder. Este designer desenvolveu uma arquitetura que inclui materiais para educação do usuário, e além disso, esses materiais consideram a educação não apenas em termos de recursos do material, mas também em termos do conceito de interesse dos aspectos epistemológicos por meio de ideias pedagógicas e de mediação de uma perspectiva cultural e midiática**.**

Na terceira etapa, versa sobre a **Realização do material**, que se configura, após a fase do designer, ocorre a implementação do ponto de vista material e midiático. Nesta etapa, os atores envolvidos desenvolvem um molde ou protótipo. Isso se destina a impedir quaisquer tentativas futuras em produtos que ainda possam ser alterados. Por outro lado, permite que as pessoas notem objetos com uma estrutura áspera do resultado final. Nesse contexto, a técnica pedagógica dispõe duas abordagens. A primeira técnica é chamada de prototipagem e é caracterizado por planejamento e design rápidos. O objetivo é desenvolver um produto semelhante ao produto final. Após essa construção inicial, sucessivos testes, ajustes e refinamentos do produto se sucedem para aproximá-lo o mais possível da proposta. A segunda abordagem envolve uma etapa mais planejada que leva em consideração os detalhes do produto. É uma preocupação descrever o máximo possível os componentes essenciais para o desenvolvimento do produto final antes que a equipe responsável pela produção seja envolvida.

Na quarta etapa, **Validação,** em linha com os dois caminhos expostas na fase anterior, a fase de validação é dividida em duas períodos: uma para a validação da versão do preliminar e outra para uma validação mais rigorosa do produto ou sistema de aprendizado. O objetivo dos testes é provar a funcionalidade de todo o sistema de aprendizado e minimizar potenciais equívocos. Neste momento, os atores pela exploração devem ser observadores do processo gravando todos os feedbacks e comentários feitos pelas pessoas que testam a funcionalidade do sistema. Todos os dados coletados durante os testes devem conceder para os progressos, correções e alterações, que permitam aprimorar a comunicação ergonomia, usabilidade e disponibilidade do sistema. Ou seja, trata-se de requisições sobre o produto implementados por projetos-piloto; teste de usabilidade; Análise ergonômica para correção e revisão nas perspectivas de modelagem do conhecimento conceitos pedagógicos e modelagem de mídia.

Na quinta etapa, **Difusão** trata-se das estratégias de distribuição do recurso tecnológico. E por último na sexta etapa, temos a **Gestão do produto:** consiste na administração, reparação e evolução do recurso tecnológico ao longo do seu tempo de vida. (SANTANA, 2009, p., 33-34 *apud* Henri 1997).

Apesar de a Engenharia Pedagógica apresentar seis etapas, nesta pesquisa utilizamos apenas as quatros primeiras etapas, como mostra do quadra abaixo que relaciona cada etapa com as atividades realizadas.

Quadro 03: Atividades com base na Engenharia Pedagógica

Etapas	**Descrição das atividades**
Análise preliminar	- Listagem de competências de comunicação, tendo em conta diferentes públicos; - Definição de prioridades de formação (curso de curta duração) - Período de pré-aprendizagem; - Ampliação do ambiente de aprendizagem a ser desenvolvido; - Tempo de vida do ambiente de aprendizagem; - Definição da Data de entrega do ambiente e pronto com as postagens das aulas - Expectativas do projeto - Estudo sobre as ferramentas tecnológicas; - Coletar dados sobre os conhecimentos e saberes envolvidos - Concepções pedagógicas - Pesquisa de materiais
Concepção sobre o designer pedagógico	Foi realizado a definição os aspectos do curso como: - Conteúdos; - Objetivos de aprendizagem, - Estratégias pedagógicas, - Atividades, - Ferramentas e recursos midiáticos, (vídeo conferencia por meio do Google Meet, Google Classroom, whats e o softwares Geogebra; - Modelo de avaliação que norteará o desenvolvimento do curso; - Utilização do Geogebra como ferramenta para

	desenvolver as construções geométricas
Realização do material	- Produção do material didático; - Produção do curso; - Desenvolvimento do protótipo da formação de professores;
Validação	- Realização do curso propriamente dito; - Analise da geração de dados.

Fonte: Elaboração própria (2022).

Deste modo na *Análise preliminar* foi realizado uma avaliação para definir os mecanismos tecnológicos para realização do curso. Foi definido a utilização do Google Meet como plataforma de videoconferência e o GoogleClassroom como ambiente virtual de aprendizagem. Esses modelos foram definidos em virtude de um grande grau de professores já terem tido contato com essas tecnologias sobretudo no período da Pandemia Covid 19. Na *Concepção sobre o designer pedagógico* definimos que seria utilizado o software de geométrica dinâmica GeoGebra clássico na versão 5 aliado as tecnologias de videoconferência e ambiente virtual. Na *Realização do material* foram feitas a produção das vídeo aulas propriamente dita, com conceitos, aplicações no GeoGebra e resolução de situações limites. Na etapa de *Validação* foi realizado palestra e aplicações de algumas sessões didáticas para verificação do tempo didático, dos conteúdos e as metodologias. No âmbito da *Difusão* a principal estratégia é deixar no canal do Youtube do LABPAM/CDMAKER. No que diz respeito a *Gestão do produto*, esse será aprimorado e realizado ações para melhorá-lo.

No subtópico a seguir destacamos um breve histórico da Sequência Fedathi, seu conceito e abordamos suas etapas destacando seu papel em cada etapa para efeito da realização da aulas e sessões didáticas realizado no PE.

5.3 A Sequência Fedathi

A Sequência Fedathi (SF) surgiu na década de 1970 e iniciou seu desenvolvimento embrionário no Departamento de Matemática da Universidade Federal do Ceará (UFC), quando o idealizador da proposta o professor Hermínio Borges Neto, passou a lecionar na escola. Fedathi refere-se às iniciais de seus três filhos: Felipe, Daniel e Thiago. Um dos motivos que o inspiraram a trabalhar foi o baixo desempenho dos alunos em

Matemática na UFC. Quando um professor for utilizar a Sequência Fedathi, ele deve fazer um planejamento detalhado, levando em consideração as possíveis formas de investigar os alunos, a fim de evitar colocar em situações para as quais você não está preparado (Felício et al., 2021).

Um Bacharelado em Matemática foi lá estabelecido na UFC, em 1996. Nesse período, duas questões foram consideradas pelo criador do método e estavam relacionadas ao desempenho acadêmico dos alunos do curso devido ao alto índice de reprovação nas áreas: a) qual seria o verdadeiro significado da matemática e que serviço essa ciência prestava aos alunos; b) falta de compreensão dos professores sobre o papel da matemática. Durante vinte e um anos e meio, as questões serviram de base e formaram a sequência didática que Borges Neto (2016) desenvolveu, primeiro como Sequência McLane e, posteriormente, como Sequência Fedathi. Paris Diderot na França. A experiência com a Escola Francesa de Didática da Matemática, além do conhecimento da matemática pura, foi um divisor de águas em sua carreira a partir de 1997, quando retornou ao Brasil e se firmou como professor da Faculdade de Educação - FACED (UFC), juntando-se uma equipe de estudiosos pesquisando seus assuntos, incluindo o ensino de matemática. A integração das ideias do professor Hermínio Borges Neto com o trabalho de pesquisadores da FACED criou um Grupo Federal com outras Instituições de Ensino Superior.

Essa afirmação mostra claramente que Borges Neto pensou na Sequência Fedathi como um método de ensino em sala de aula para que o aluno pudesse se posicionar como matemático quando quisesse resolver um problema que lhe fosse apresentado. E, embora tenha usado o método do matemático para trabalhar, incorporando ideias que são sustentadas por outras ideias que não o conhecimento matemático, desenvolveu uma abordagem metódica que foca no ensino e na formação de professores, no entanto, considerando efetivamente o desempenho do aluno no processo de aprendizagem (Santos et al., 2019).

A sequência Fedathi visa criar condições e oportunidades para um professor atuar no ensino de matemática com base em pesquisas objetivas em sala de aula, Fedathi é um processo de mediação, como uma prática educativa, que visa colher a imersão do aluno no trabalho de um pesquisador que desenvolve conteúdos destinados ao ensino que o aluno é colocado na posição de pesquisador, e esse fenômeno ocorre apenas quando o professor, ao preparar sua sequência de ensino, se coloca no lugar do aluno, o homenageia como sujeito construtor do conhecimento e, reconhecendo-se como agente ativo de construção do conhecimento visa ensinar. Durante uma relação de ensino/aprendizagem, o professor deve ser um gestor do processo e observador do processo de forma a analisar, compreender, motivar, intervir e formalizar o desenvolvimento dos alunos, atencioso acertos e erros como parte de um processo de aprendizagem do aluno (Santana et al, 2004).

A importância da FC se dá porque ela permite que o aprendiz construa conceitos de forma lógica, começando pelas atividades iniciadas pelo professor. Nesse processo, a intervenção das estratégias dos professores como mediadores é fundamental para a formação do conhecimento, onde devemos considerar a vivência do aluno e seus saberes já incorporados em atividades previamente desenvolvidas. Maturidade no desenvolvimento da carreira de FC pelo aluno após a compreensão do problema. Nesta fase, a natureza didática do professor é a não-interferência (referida na FC como segurar a bolsa, tomando essa ação como representando o comportamento do professor para os alunos) para que o aprendiz possa: (i) pensar; (ii) tentar; (iii) cometer um erro; e (iv) analisar os colegas para possíveis soluções para o problema. Este também é um momento para os alunos expressem suas ideias e usem o conhecimento que aprenderam anteriormente como ferramentas úteis e pensem em soluções (Abreu et al., 2019).

Conforme Santana e Borges Neto (2003, *apud* Borges Neto, 1995) a Sequência Fedathi constitui uma proposta metodológica desenvolvida por professores, pesquisadores e alunos de pós-graduação da Faculdade de Educação da Universidade Federal do Ceará. Estas pessoas constituem o Grupo Fedathi, formado no início dos anos 1990 para tratar de questões relativas à didática da matemática. Para cada aula, em cada momento adota-se a metodologia que é esquematizada em quarto etapas, sendo, sequencialmente:

a) Tomada de Posição:

b) Maturação ou Debruçamento

c) Solução:

d) Prova:

Na primeira etapa, tem-se o que comumente chama-se de **Tomada de Posição** que corresponde à apresentação de um problema a um aluno ou grupo de estudantes, para que a situação proposta possa ser relacionada ao conhecimento que deve ser instruído, ou seja, neste momento é realizada a transposição didática. Além disso, atualmente são estabelecidas regras implícitas e explícitas entre professores e alunos. Isso significa estabelecer um contrato doutrinário para que as relações e comportamentos entre professores e alunos sejam estruturados. Nesse ponto também é possível diagnosticar as condições e possibilidades em que os alunos se encontram em relação à aprendizagem dos conteúdos em questão. No caso do ensino de matemática O trabalho proposto leva os alunos a uma aprendizagem situacional geral demonstrada por pressupostos matemáticos consistentes com os processos de investigação matemática. Os professores devem desenvolver problemas com o contexto apropriado sobre o conhecimento acadêmico. O objetivo do parecer é criar os elementos necessários para a imersão cultural do aluno na estrutura do conhecimento a ser ensinado, como se ele fosse o pesquisador, nesse sentido cabe ao professor se colocar em uma posição colaborativa, como « investigador » experiente e não como único detentor do conhecimento a aprender. Tal procedimento é indispensável para o segundo estágio de desenvolvimento.

Na segunda etapa, de **Maturação ou Debruçamento,** é função do professor iniciar discussões com o aluno sobre o problema em questão, e é função do professor ao longo da sessão sugerir ao aluno como desenvolver seus próprios argumentos e argumentar ao ensinar matemática. Nesta fase, o aluno deve identificar o significado das conjecturas expostas na fase anterior e, a partir desse reconhecimento, coloca aos poucos ao aluno trabalhar mais o problema em questão, enquanto o professor vai se afastando gradativamente para que o estudante possa pensar o problema. Isso não indica que os professores são livres. Mas é preciso perceber como os alunos evoluem nas atividades. Nessa linha, o professor pressupõe a posição de pesquisador, realiza pesquisas e análises, mas em possibilidade alguma se recusa a resolver a questão do aluno. No entanto, cabe ao professor aperceber-se a falta de motivação dos alunos ao propor a integração da equipe discussão e apontamento de ideias pelos alunos e em determinadas situações cabe ao professor responder uma questão específica por meio de outras questões.

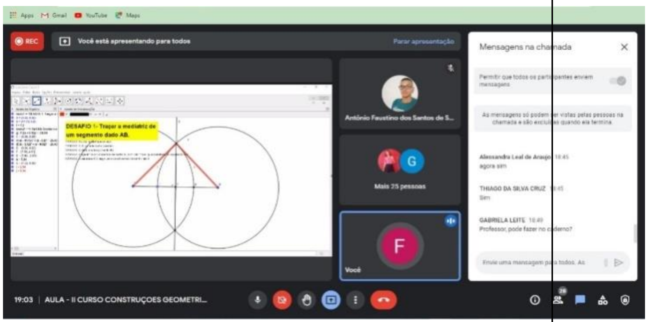
Na terceira etapa, propõe-se a **Solução.** Nesse procedimento, o professor sugere que os alunos organizam, sistematizem e estruture suas respostas aos problemas atuais, tendo em vista que as ideias propostas devem ser expostas ao grupo para que disponham ser comparadas, refutadas e discutidas entre eles. Os professores precisam estar atentos para que não subsista desentendimentos entre os alunos por outro lado, os professores devem mostrar aos alunos nesta fase que a construção do conhecimento envolve erros, acertos e contra pensamentos. Assim, os educadores precisam avaliar todas as decisões discutidas, sejam elas corretas ou não. De igual modo, os alunos precisam estar atentos aos seus equívocos e estar preparados para os novos desafios que a resolução de problemas acarreta.

Na quarta etapa temos a **Prova**. Nessa circunstância, são expostas as soluções mais sistemáticas e mais complexos para resolver todos os problemas dos alunos e é nesse ponto que se estabelecem as relações incluindo o conhecimento do problema e o processo de testá-lo. Na matemática Este foi um momento em que uma demonstração rigorosa do problema foi devidamente resolvida. (SANTANA e BORGES NETO 2003, p. 6 *apud* SOUZA 2001).

Assim em cada sessão didática realizamos conforme mostra a tabela abaixo:

Quadro 04: Atividades com base na Sequência Fedathi

Etapas	Descrição das atividades
Tomada de posição	- Nesta etapa o mediador apresentar a situação-problema. - Exemplo de Situação Problema de construção geométrica adotado no curso: *01-Traçar a mediatriz de um segmento dado AB.*
Maturação ou De-bruçamento;	- Nesta etapa o mediador convida os estudantes para experimentar a resolução no software GeoGebra; - Os estudantes foram divididos em grupos de 3 ou 4 estudantes para a resolução das atividades. 
Solução	Nesta etapa o mediador convida os estudantes para experimentar a resolução no software GeoGebra: EXEMPLO **Problema 1: Traçar a mediatriz de um segmento dado AB.** Solução: Como sabemos, a mediatriz é uma reta, então basta encontrarmos dois pontos que pertencem a esta reta para construirmos. Tais pontos devem ser equidistantes das extremidades do segmento AB. Assim podemos construí-la da seguinte maneira: 1. Fixa-se uma abertura qualquer, maior que a metade do comprimento do segmento AB(1), podendo ser do comprimento de AB; 2. Em seguida constroem-se duas circunferências com centros em cada uma das extremidades do segmento AB; 3. Tais circunferências devem se cortar em dois pontos C e D que são equidistantes dos pontos A e B,

<table>
<tr>
<td></td>
<td>
visto que os raios das circunferências são iguais;
4. Unindo os pontos C e D, obtemos a mediatriz


</td>
</tr>
<tr>
<td>Prova</td>
<td>
Nesta etapa realiza-se a consolidação e formulação do modelo matemático a ser ensinado.

PROVA MATEMATICA:

Fixe um plano α e considere nesse plano um segmento de reta $\overline{AB}$ cujo ponto médio denotaremos por M. Vamos mostrar que a reta perpendicular a esse segmento e que passa pelo seu ponto médio é o lugar geométrico dos pontos do plano α que equidistam de A e de B.
Como um lugar geométrico é um conjunto de pontos, tal como uma reta, estamos propondo mostrar que, fixado um plano α, dois conjuntos de pontos desse plano são iguais. Para isso, devemos mostrar que todo ponto de cada um dos conjuntos é também ponto do outro.
Dessa forma, fixemos um plano α, fixemos dois pontos distintos desse plano, A e B, e consideremos os seguintes conjuntos:

m: reta do plano α que é perpendicular ao segmento $\overline{AB}$ e que passa pelo ponto médio M desse segmento;
(a reta que definimos como mediatriz desse segmento)

l: conjunto dos pontos do plano α que equidistam de A e B.

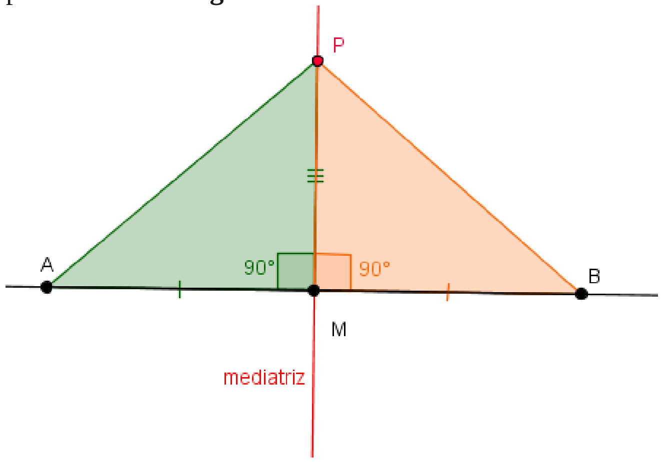
Mostraremos que os conjuntos m e l são iguais, isso é, mostraremos que:

(i) todo elemento de m é elemento de l e

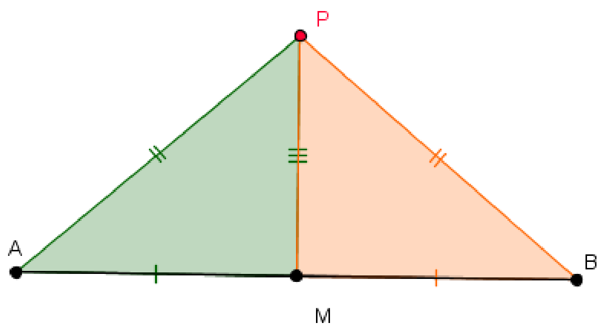
(ii) todo elemento de l é elemento de m.

Vamos lá:
(i) Tomemos, inicialmente, um ponto P qualquer da reta m.
∙ Se $P=M$, então P é o ponto médio de $\overline{AB}$. Assim, por definição de ponto médio, $d(P,A)=d(P,B)$, logo $P\in l$.
</td>
</tr>
</table>

∙ Consideremos, agora, que P não seja o ponto médio de $\overline{AB}$, isto é, que $P \neq M$.
Tracemos os segmentos $\overline{PA}$ e $\overline{PB}$ e consideremos os seguintes triângulos: ΔPAM e ΔPBM.
Observamos que os triângulos definidos são congruentes, pelo **caso lado-ângulo-lado**.



Como $\Delta PAM \cong \Delta PBM$, em particular temos que os segmentos $\overline{PA}$ e $\overline{PB}$ são congruentes.

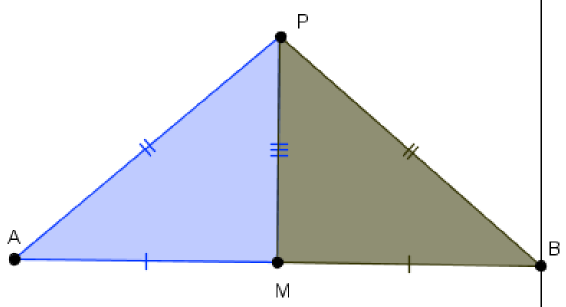


Dessa forma, $d\ (P,\ A)\ = d\ (P,\ B)$, donde temos que $P \in l$.

Pelo exposto, todo ponto de m é ponto de l ($m \subset l$).

(ii) Tomemos, agora, um ponto P qualquer de l; assim P equidista dos pontos A e B, isto é, $d(P,A) = d(P,B)$.
∙ Se P for o ponto médio do segmento $\overline{AB}$, então, necessariamente, $P \in m$, pela definição da reta m.
∙ Suponhamos que P não seja o ponto médio do segmento $\overline{AB}$ e tracemos os segmentos $\overline{PA}$ e $\overline{PB}$.
Podemos observar que os

triângulos ΔPAMΔPAM e ΔPBMΔPBM são congruentes, pelo **caso lado-lado-lado**,

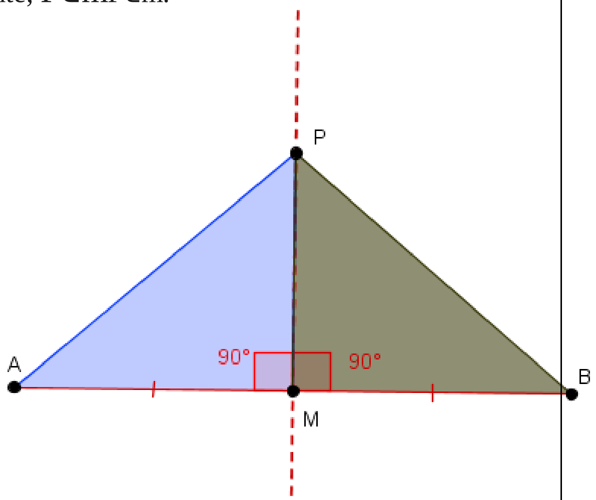


e portanto os ângulos $\angle PMA$∠PMA e $\angle PMB$∠PMB são congruentes, isto é, têm a mesma medida: $m\angle PMA=m\angle PMB$m∠PMA=m∠PMB.
Mas esses ângulos são suplementares, assim $m\angle PMA+m\angle PMB=180^\circ$m∠PMA+m∠PMB=180∘, donde $m\angle PMA=m\angle PMB=90^\circ$m∠PMA=m∠PMB=90∘.
Dessa forma, observamos duas características da reta definida pelos pontos PP e MM, aqui denominada rr:

$\diamond M\in r$⋄M∈r

$\diamond r$⋄r é perpendicular ao segmento $\overline{AB}$AB¯

Portanto a reta rr determinada pelos pontos PP e MM é a própria mediatriz do segmento $\overline{AB}$AB¯ e, consequentemente, $P\in m$P∈m.



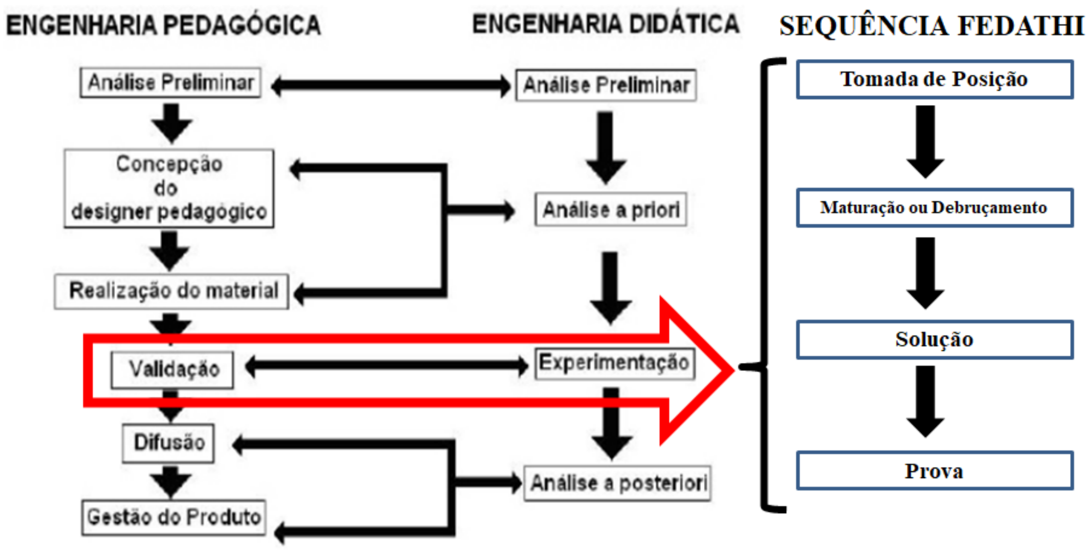
Dessa forma, todo ponto de ll é também ponto de mm ($l\subset m$l⊂m).

Finalmente, por (i) e por (ii) concluímos que $m=l$m=l.

Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

Deste modo foi possível aliar a, a Engenharia Pedagógica, Engenharia Didática e Sequencia Fedathi na produção dessa pesquisa, como podemos ver na esquema abaixo.

Figura 001 – Relação da Engenharia Pedagógica, Engenharia Didática e Sequencia Fedathi



FONTE: Adaptado SANTANA (2009)

A ideia foi trabalhar a engenharia didática como metodologia de pesquisa e planejamento da pesquisa, utilizando a Engenharia Pedagógica como mecanismos para o desenvolvimento do protótipo do curso, e para cada aula, sessão didática, se utilizar da Sequência Fedathi, como metodologia de ensino.

Isso foi importante no quando atualmente com período e pós pandemia da COVID - 19, que exigiu uma mudança brusca no modo de ensinar, com modelo remoto emergencial de transmitir os conhecimentos, e que certamente terá nos pós pandemia maior influências das tecnologias e da informática. Para Casatti, (2020, p. 1) de repente, estudantes, professores, funcionários e gestores já não podem estar lado a lado dividindo o espaço de uma instituição de ensino e todos passam a vivenciar a experiência inédita do ensino remoto em massa. Então, fica evidente que aprender é muito mais complexo do que simplesmente transmitir informações. A distância faz enxergar: é um desafio reconstruir no mundo on-line todas as relações e a estrutura de apoio de uma escola.

No subtópico a seguir apresentamos o conceito de videoconferência e seu contexto e importância na formação de professores bem como as justificativas para sua utilização nesta pesquisa.

5.4 A Videoconferência

A videoconferência é uma forma interativa de tecnologia em tempo real (tecnologia síncrona) que pode trazer indivíduos ou grupos em diferentes partes do mundo juntos para um encontro cara a cara comunicação, permitindo que todas as partes envolvidas se vejam e se ouçam simultaneamente. Algumas décadas se passaram desde que esta tecnologia foi introduzida pela primeira vez (COLES, 2015).

No entanto, sua introdução na educação é apenas um assunto bastante recente. Mesmo assim, o uso de A videoconferência como ferramenta de aprendizagem tende a se concentrar principalmente em educação, mas raramente no ensino primário e secundário níveis. No entanto, o que é encorajador agora é o fato de que parece haver um interesse crescente na tecnologia de videoconferência. Por exemplo, há um número crescente de distritos escolares nos Estados Unidos implementando tal tecnologia para melhorar seus sistemas instrucionais (COLES, 2015).

Existem várias razões possíveis para a videoconferência recebeu recentemente maior atenção. Em primeiro lugar, tecnologia rápida desenvolvimento faz com que seu uso se torne cada vez mais acessível do que nunca. Segundo o potencial percebido de tal tecnologia como uma ferramenta de aprendizagem também está se tornando mais aparente. Essa tecnologia pode ser usada, por exemplo, para fomentar a colaboração aprendizagem entre alunos localizados em locais geograficamente diferentes (COLES, 2015).

Além disso, videoconferências com componentes de apresentação podem oferecer um bom campo de treinamento para os alunos praticarem como relatar seu trabalho de forma eficaz para um público-alvo. Neste momento, pode ser difícil avaliar a pleno uso potencial desta tecnologia nas escolas secundárias. Portanto, descrevendo discutir e criticar programas de videoconferência selecionados pode ser apropriado e útil (COLES, 2015).

Estudos na literatura de pesquisa sobre o uso de videoconferência na educação parecem limitar-se principalmente a instituições de ensino superior, com relativamente poucos nos níveis primário e secundário. No nível terciário, a videoconferência é normalmente usada para lecionar em instituições *multicampi* (COLES, 2015).

Uma das principais razões para tal uso reside no seu potencial para alcançar economias de escala. Por exemplo, parece mais custo eficaz para combinar turmas menores de alunos em mais de um campus em um grupo a ser ensinado pelo mesmo professor, reduzindo assim a necessidade do professor de viagens entre diferentes campus. Mais importante, as preocupações dos alunos sobre a equidade na avaliação e na aprendizagem também são dissipadas quando o mesmo módulo em campi separados é ministrado pelo mesmo professor. Um uso de videoconferência foi relatado em um estudo de caso etnográfico por Wang e Yuen (2004), onde as videoconferências foram realizadas exclusivamente para fins de intercâmbio cultural para estudantes que aprendem uma língua estrangeira (COLES, 2015).

A videoconferência tem sido usada em programas de formação inicial de professores para permitir que os futuros professores compartilhem ideias, experiências e recursos de ensino durante a prática docente. Há evidências na literatura de pesquisa de que o uso de videoconferência pode melhorar os resultados de aprendizagem para os alunos. Por exemplo, o primeiro ano alunos australianos de graduação desenvolveram competências no local de trabalho, como pensamento crítico e habilidades de resolução de problemas, valorizadas no mercado de trabalho (COLES, 2015).

Alunos britânicos do 8º ano mostraram melhora em suas habilidades matemáticas habilidades de comunicação, tanto oral quanto escrita, após participação em videoconferências. Em outro estudo de caso, que envolveu alunos de nível A de uma universidade britânica escola que recebe aulas à distância do *Liberty Science Center*, nos EUA, notou-se que a aprendizagem por videoconferência aumentou a motivação dos alunos e melhoraram suas habilidades de resolução de problemas. Mesmo assim, o potencial de videoconferência nos níveis primário e secundário permanece relativamente não examinado na literatura de pesquisa (COLES, 2015).

Como acontece com qualquer nova tecnologia, haverá educadores que defendem o uso da videoconferência nas salas de aula devido ao seu tremendo potencial no apoio ensinando e aprendendo. Por outro lado, haverá também preocupações entre outras sobre a sua eficácia em melhorar o ensino e a aprendizagem, e enquanto estas preocupações não forem abordadas, qualquer tentativa de introduzi-lo nas salas de aula será provavelmente será impedido. Portanto, esta seção fornece uma discussão sobre os benefícios de videoconferência, bem como uma consideração de algumas deficiências (RIPARDO, 2009).

Algumas pesquisas nesta área parecem ter sido feitas no ensino superior, mas a literatura existente tem comparativamente pouca pesquisa examinando este aspecto especialmente nos níveis primário e secundário. Assim, dada a falta de evidência, mais pesquisas são obviamente necessárias nesta área para fundamentar a benefícios potenciais da videoconferência na educação. Além disso, uma grande quantidade de recursos de ensino sobre conexões matemática música está disponível em livros didáticos e de vários sites na internet (WEINBERG, 2011).

No próximo capitulo realiza-se uma discussão teórica sobre a geração dos dados da pesquisa, caracterizando os sujeitos e descrevendo elementos e instrumentos utilizados para realização dos dados gerados.

6 A GERAÇÃO DE DADOS DA PESQUISA

Este capítulo é destinado a apresentação de como os dados foram gerados, bem como o público envolvido. Mostramos as plataformas para transmissão das videoconferência o Google Meet e a o Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA) - Google Classroom. Destacamos também metodologia para realizar a transcrição das aulas.

Para discussão sobre a geração de dados da pesquisa e descrever a metodologia de transcrição das aulas utilizamos Garcez, (2014). Qualificamos Gil (2002) e Minayo (2001) na metodologia da pesquisa. No que diz respeito a plataforma do Google Meet optamos por relacionar os escritos de Manara, (2021), já sobre o AVA o Google Classroom destacamos o trabalho de Sant, (2020), Daudt, (2015), Garrett, (2022) e Faria Teixeira *et al* (2021),

Empregamos o termo "geração" em vez do mais corrente "coleta" por entendermos que a vida social que nos interessa compreender é em si evanescente e que não pode ser captada integralmente por nenhum aparelho ou método de gravação. O que examinamos em nossas análises são registros que efetivamente geramos, desde a própria gravação, o que implica escolher um equipamento a ser disposto em algum lugar, um ângulo de diafragma que seleciona parte do campo visual disponível aos atores sociais no ali-e-então, um "operador" que ocupa lugar e participa, uma qualidade de áudio distinta daquela disponível aos atores sociais no ali-e-então. Além disso, nossos procedimentos envolvem grandes transformações dos registros gerados até chegarmos a um excerto de transcrição, que, em geral, é tudo o que o interlocutor de nossa produção acadêmica avista diretamente. (GARCEZ, 2014, p.02)

Na metodologia utilizado tipo exploratória, que de acordo com Gil (2002) visa proporcionar uma maior familiaridade com o problema estudado, é de natureza aplicada visando gerar conhecimentos para aplicação prática. Adotou-se também, o modelo de a pesquisa qualitativa, que conforme, Minayo (2001), trabalha com o universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações, dos processos e dos fenômenos estudados.

Em relação a coleta de dados se deu de através de uma abordagem quanti-qualitativa, com as observações durante o curso com dez encontros formativos em forma de oficinas pedagógicas, via *Google Meet*. Utilizamos também um pre-teste com análise *a preliminar* e pos-teste *analise a priori* por meio do *Google Forms*.

No próximo subtópico apresentamos os estudantes que participaram da pesquisa e destacamos os principais aspectos desse público.

6.1 Estudantes que participaram da pesquisa

Os estudantes participantes da pesquisa fora professores de matemática pertencentes aos município do sertão central cearense, formado por dezessete (17) professores de escolas Estaduais sob a Coordenadoria Regional de Desenvolvimento da Educação 14, que participaram do Curso Básico de Construções Geométricas utilizando o GeoGebra, com duração de 40 h/aula vinculado a PAAP/EIDEIA da Universidade Federal do Ceará.

A primeira variável constatada foi o sexo onde observa-se que a maioria e do sexo masculino. Menos de um terço pertence ao sexo feminino, conforme pode se ver na tabela 01 a seguir

Tabela 001 – Indivíduos por sexo

SEXO	QUANTIDADE
Feminino	5
Masculino	12
Total de indivíduos	17

Fonte: elaboração própria (2022).

Outra constatação e que os sujeitos, media, encontram-se na faixa etária entre 36,4 e 37 anos, sendo que o grupo como um todo possui entre 20 a 51 anos. Ao observar a tabela 02, percebe-se que dentre as mulheres a média de idade e maior do a média idade dos homens.

Tabela 002 – Distribuição dos indivíduos por idade (total matriculado)

	SEXO	IDADE (ANOS)	DESVIO PADRAO
MULHERES	Idade mínima	20	20
	Idade máxima	44	
	Idade media	36,4	
HOMENS	Idade mínima	24	
	Idade máxima	51	
	Idade media	37,4	19
TOTAL	Idade media	37	24

Fonte: elaboração própria (2022).

Foi possível perceber que todos indivíduos têm experiência como professor de matemática, com 4 professores com mais de 20 anos de experiência, como mostra a tabela 03, a seguir.

Tabela 003 – Resposta pergunta 03 - Há quanto tempo leciona matemática?

ANOS	QUANTIDADE
0 - 5	4
6- 10	1
11 - 15	5
16 - 20	4
21 - 25	4
TOTAL	17

Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

Constatamos que a maioria de 5 professores lecionam entre onze e quinze anos que o nosso público fora bem distribuído a respeito da idade. Esse e um fator que justifica ainda mais a importância da formação continuada de professores. Percebemos que embora os professores demonstrem experiência na docência, muitos carecem de um apelo pela melhoria seja sobre o uso das tecnologias digitais seja pelos próprios conhecimentos matemáticos aliados ao ensino de construções geométricas.

No subtópico seguinte apresentamos as duas plataforma do Google Meet e o Google Classroom como instrumentos tecnológicos para realização do curso. Apresentamos de forma breve (para conhecer melhor veja a ementa no apêndice A) a configuração do curso e outros mecanismos de comunicação durante o curso.

6.2 O curso através do Google Meet e o Google Classroom

A formação continuada, no atual cenário, nos leva a reflexões acerca do processo de formação. O ensino remoto apontou um novo viés à educação, mostrando a possibilidades e soluções através de recursos digitais para dar continuidade a aprendizagem dos alunos. Para tal, estratégias foram criadas, mas, por maior que sejam os esforços, não contemplam a todos os estudantes com equidade, ou seja, as desigualdades e o "abismos" sociais existentes em nosso país extrapolam a questão educacional. A escola, professores, alunos e pais tiveram que buscar alternativas para estudar online para tornar o ensino remoto significativo. Destes, cabe aos professores a tarefa de criar tarefas que motivem, na tentativa de minimizar a distância mantendo, ou tentando manter uma rotina de sala de aula, ao mesmo tempo em que cria um ambiente de aprendizagem ao passo em que reflete sobre sua prática docente que, por hora difere muito do habitual. (MANARA, 2021).

O curso foi desenvolvido por duas plataformas do Google como modelo de mediação e canal de comunicação síncrona e assíncrona, o Google Meet e Google Classroom, além disto, tivemos um grupo no WhatsApp que permitiu uma comunicação assíncrona colaborativa mais instantânea.

O Meet do inglês quer dizer reunião, Google Meet é uma plataforma de videoconferências do Google, pertencente ao *Workspace*, oferecem planos gratuitos e pagos para criação de reuniões com até 250 pessoas, com duração de até 24 horas, criptografia e uma série de recursos disponíveis. Suas funcionalidades são de fácil acesso tanto pelo computador por meio de acesso à Internet como pelo celular ou aplicativo. Os integrantes de uma sessão, assim denominada, por transmitir áudio e vídeos por meio de suas próprias máquinas a quaisquer momentos, podem compartilhar telas e interagia com os demais participantes. O organizador da reunião dispõe de alguns poderes no comanda da sala, e foi disponibilizado de forma gratuita para usuários de contas institucionais voltado para educação a gravação da videoconferência durante o período da pandemia, mas esse serviço foi descontinuado em janeiro de 2022 e dispões apenas sua versão paga. (GARRETT, 2022)

O Google Classroom é uma plataforma LMS gratuita e livre de anúncios que tem como objetivo apoiar professores em sala de aula, melhorando a qualidade do ensino e aprendizagem (Daudt, 2015). Desenvolvido pela divisão do Google for Education, o Google Classroom permite que o professor poste atualizações da aula e tarefas de casa, adicione e remova alunos e ainda forneça um *feedback*. O serviço é integrado ao Google Drive, fazendo parte da suíte de aplicativos do Google Apps for Education e aplicativos de produtividade como o Google Docs e Slide. Para ter acesso ao serviço do Google Classroom é preciso possuir uma conta de e-mail institucional de escola pública ou privada cadastrada no banco de dados do Google for Education. Para utilizar a plataforma, a instituição interessada deve ter cadastro no Google Apps for Education.

No estado do Ceará, no ano de 2020, a SEDUC cadastrou alunos, professores e gestores para a utilização do *Google Classroom e Google Meet* Cada um recebeu uma conta de e-mail e sua senha, que deveria ser trocada no primeiro acesso. Todas as turmas foram alocadas na sala de aula virtual. Há uma seção para cada turma, em que podemos encontrar todos os alunos matriculados. Dentro da seção de cada turma, foi criada uma pasta para cada disciplina. O professor direciona todo seu conteúdo, matéria, exercícios entre outros. Para a pasta da disciplina que leciona. Com essa dinâmica, a plataforma é bem organizada.

Faria Teixeira *et al* (2021), traz um comparativo das duas ferramentas relacionando os principais aspectos e ferramentas disponibilizados.

Quadro 005: Uso das ferramentas Google Classroom e Google Meet

	Google Classroom	**Google Meet**
Acessibilidade	Pelo computador, notebooks por meio do navegador da internet. E pelo celular, baixando o aplicativo no Google Play Store.	Pelo computador, notebooks por meio do navegador da internet. E pelo celular, baixando o aplicativo no Google Play Store.
Ferramentas/acessórios	Google Agenda, Google Drive, Google Forms, chat, mural, lembretes.	Microfone, levantar a mão (ferramenta inserida recentemente que permite melhor organização), modo apresentação, gravador de tela e som.
Interação	Acesso assíncrono.	Encontros síncronos.
Formas de ingresso	Entrar na turma criada pelo professor, utilizando o código da sala dele.	Link ou código.
Número de participantes	250 participantes (professores e alunos) no máximo.	100 participantes no máximo.
Segurança e privacidade	Só tem acesso à sala virtual aqueles que possuem o código, disponibilizado pelo professor.	Espera o professor aceitar para entrar na aula.
Gestão da sala virtual	Todos os participantes da sala podem postar no mural e fazer comentários, mas somente os professores podem solicitar atividades e fazer alterações na sala.	O professor anfitrião da sala realiza o controle dos ingressantes.
Gravação	Não.	O professor pode gravar a aula ou reunião durante a sua apresentação.
Discussão	Recados nos murais e comentários deixados nas atividades propostas.	Debates, conversas, discussão do conteúdo, solução de dúvidas e apresentações orais.

Fonte: **(**FARIA TEIXEIRA et all, 2021)

Diante do exposto, foi destacado a opção de se utilizar serviço Google Meet, por atender as necessidades e requisitos estabelecidos, por estar disponível a partir de e-mails pessoais e para diferentes tipos de dispositivos, principalmente através de dispositivos móveis (*smartphones*) (SANT, 2020).

Doravante, o Google Classroom foi escolhido como plataforma de apoio, pois não necessita de instalação local e um servidor dedicado. A plataforma já́ se encontra *online* e hospedada facilitando a entrada (login) na plataforma e a integração de diversas ferramentas online disponibilizadas pelo Google como: Gmail, Google Drive, Hangouts, Google Docs e Google Forms.   Além do uso em computadores a plataforma ainda conta com a possibilidade de ser utilizada em smartphones e tablets, através de um aplicativo próprio disponível na Google Play e Apple Store, possuindo portabilidade entre dispositivos e SO bastante ampla em relação as outras plataformas. Outro diferencial é o sistema de *feedback* que é disponibilizado para que o professor possa dar todo suporte nas atividades, desde o início da atividade até o final. O sistema de atividade ou postagem na plataforma vai gerar uma notificação direta no e-mail do aluno e no aplicativo Google Classroom Mobile. O Google Classroom permite total autonomia para o professor, possibilitando a personalização do ambiente virtual, assim também, como a configuração das postagens para que fique de acordo com seu planejamento didático, como indica os estudos de Conforto e Vieira (2015).

Conforme Vale (2020), o uso do Google Meet como ferramenta de ensino e aprendizagem, possibilita uma vasta interatividade promovendo atividades colaborativas, utilização de quiz e gamificações, bem como fazer o processo de associação com diversas outras ferramentas que ajudam a organização da sala de aula.

O Curso Básico de Construções Geométricas utilizando o GeoGebra realizado com carga horária total de 40 horas (20 horas em 10 encontros de 2h/a em atividades síncronas através de videoconferência via Google Meet; 20 horas através de atividades assíncronas através do Google Classroom), conforme consta na ementa no apêndice A. Ocurso terá os certificados emitidos gratuitamente pelo PAAP/EIDEA Universidade Federal do Ceará para os cursistas que alcançarem uma nota sete na média final. As 20 horas em **atividades síncronas** foram através de videoconferência via Google Meet e as 20 horas através de **atividades assíncronas** através de AVA Google Classroom.

Foi proposto como avaliação do curso seguintes proposições: Avaliação: presença nas sessões por videoconferência em pelo menos 70% das interações; atividades assíncronas no Ambiente Google Classroom em 70% das interações; e, elaboração e apresentação de um plano de aula com sessão didática utilizando a metodologia da Sequência Fedathi com atividade do GeoGebra.

No próximo subtópico detalhamos como foi realizado a transcrição das aulas e quais modelos foram seguidos.

6.3 A transcrição das aulas

Para realização das transcrições dos momentos formativos adotou-se a metodologia qualitativa interpretativa, o que Garcez (2014), define como o entendimento dos sentidos das ações conforme esses sentidos se definem da perspectiva dos atores, o que envolve trabalho de campo: observação, participação, registro, reflexão analítica com base nos registros e relato descritivo, narrativo, persuasivo. O privilégio à perspectiva que os participantes demonstram uns para os outros acercam de “o que está acontecendo no seu aqui-e-agora” é um critério determinante para a natureza dos procedimentos apresentados nesse trabalho, exigindo um elevando grau de empenho do pesquisador.

> A tarefa do pesquisador interpretativo, portanto, é ser tão completo quanto possível no ato de notar e descrever a atividade cotidiana de modo a identificar a significação das ações para os participantes. Além disso, por ser deliberadamente interpretativa, a produção de conhecimento conforme concebida aqui entende que privilegiar a perspectiva dos atores passa necessariamente pela atenção crítica às perspectivas dos próprios analistas, que, para serem subordinadas analiticamente às perspectivas dos atores, não podem ser negligenciadas. (GARCEZ, 2014, p. 02)

Essa metodologia se utiliza de segmentos temporais para as transcrições de audiovisuais, em que o pesquisador interpretativo, a luz dos preceitos importantes para pesquisa realiza a transcrição de segmentos específicos de fala e interação, e raramente há um registro por completo. Conforme Garcez (2014) a segmentação do fluxo contínuo da interação para que se possa chegar a trechos transcritos é uma operação analítica em si. Assim, empregamos o termo *segmento* para nomear uma unidade analítica e *excerto* como termo meta textual para referir a trechos de transcrição em sessões de análise conjunta ou nos relatórios de pesquisa.

> A segmentação do registro audiovisual é um procedimento indutivo, guiado pela atenção ao fato de que a ação social é composta de unidades que têm divisas consensuais construídas pelos participantes como parte da inteligibilidade que eles produzem. (GARCEZ, 2014, p.03)

Por fim, a transcrição é um processo seletivo, e pode ter várias versões e não se pode realizar uma transcrição perfeita, ou seja, representando fielmente as experiências e vivências de uma ação. Garcez (2014), traz um guia de procedimentos e esclarecimento a respeito da transcrição.

> i. A transcrição é um processo *seletivo*, que busca salientar certos aspectos da interação, de acordo com metas investigativas específicas;
> ii. Não há transcrição *perfeita*, no sentido de uma transcrição que possa recapturar inteiramente a experiência de se estar na situação original, mas há transcrições *melhores do que outras*, isto é, transcrições que representam as informações de maneiras que são (mais) consistentes com as nossas metas descritivas e teóricas;
> iii. Não há uma transcrição *final*, apenas versões *diferentes*, *revisadas*, de um texto de transcrição anterior para um propósito específico, para uma plateia específica;
> Os textos de transcrição são *produtos analíticos*, que precisam ser continuamente atualizados e comparados com o material a partir do qual foram produzidos (...);

> iv. Devemos ser tão *explícitos* quanto possível sobre as escolhas que fazemos ao representar as informações na página (ou na tela);
> v. Os formatos de transcrição variam e devem ser avaliados com relação às metas que devem atingir;
> vi. Devemos estar criticamente *conscientes* das implicações teóricas, políticas e éticas do nosso processo de transcrição e dos produtos finais que dele resultam. (GARCEZ, 2014, apud Duranti, 1997)

Deste modo, adotou-se esta metodologia por ser mais conveniente ao trabalho em questão.

No subtópico seguinte reservamos para análise dos dados gerados durante a pesquisa. Retoma-se os conceitos implícitos destacados na SF e discorre sobre a SL observados durantes as aulas.

7 ANÁLISE DE RESULTADOS

O objetivo deste capítulo é apresentar, analisar e discutir os dados coletados durante o estudo, as atividades realizadas e as ferramentas utilizadas para a coleta de dados. Segundo Bardin (2016), as informações e os dados coletados são organizados em categorias e subcategorias para facilitar a análise e discussão dos dados.

Para os autores, “análise de conteúdo é um conjunto de técnicas de análise de comunicação que utilizam procedimentos sistemáticos e objetivos para descrever o conteúdo das mensagens” (BARDIN, 2016, p. 44). Ressalta também que qualquer comunicação, mensagem, texto ou informação divulgada em qualquer ferramenta de comunicação pode ser interpretada por meio de técnicas de análise de conteúdo (BARDIN, 2016).

Para tanto, realizamos antes, já no próximo subtópico, uma discussão sobre os termos implícitos na SF e a concepção de *Situação Limite* trazendo as contribuições de Ponte (2003), Jaspers (2002 e Freire (2005).

7.1 Concepção da situação Limite e suas relações com a Sequencia Fedathi

A Sequência Fedathi (SF) em todo seu processo traz elementos que estão implícitos, a saber: o Plateau, o Acordo Didático, a Pedagogia Mão no Bolso, a Pergunta, o Contraexemplo e o Erro. Desses gostaria de destacar dois, que está muito relacionado aos resultados obtidos nesta pesquisa. Santana (2018) demonstra que a principal tarefa do professor no processo de mediação e provocativa no sentido em que professores e estudantes possam refletir a respeito da questão, suscitar hipóteses e realizar a consolidação das soluções organizando pensamento na conjetura da prova, o que chama de pedagogia de mão no bolso. De igual modo, importante e a questão da pergunta como estratégia de mediação defendido por Sousa (2015). Em todo processo do método de Borges Neto (2016), a pergunta é um elemento fundamental na SF pois possibilita fazer interrogação a respeito do problema proposto na tomada de posição e guia o professor através da interação com os estudantes para situações de aprendizagem (SOUSA, 2015).

Atrelado ao Contra-exemplo está o Erro, também caracterizado como um dos princípios da Sequência Fedathi. Na visão piagetiana, há uma lógica no Erro, pois o aluno traçou um caminho no qual o raciocínio dele percorreu, e ao ser questionado, caminha com a ajuda do professor, argumentando e percebendo onde errou. Daí a importância de questioná-lo como desenvolveu uma ação

Voltando ao conceito de erro, segundo Borges Neto (2018, p. 61-62), o erro na educação costuma estar relacionado ao fracasso, ao mesmo tempo em que indica que algo não está certo. Portanto, tem uma conotação negativa, pois é visto como evidência de não aprendizagem. No entanto, as respostas dos alunos, corretas ou não, revelaram seu pensamento, o raciocínio que utilizaram e enfatizaram.

> O erro ajuda o professor na investigação do processo de ensino-aprendizagem quando nos permite verificar os tópicos com maior índice de dificuldade dos alunos no conteúdo proposto, e, desde então, poder fazer as intervenções concernentes para que esse quadro seja aos poucos aperfeiçoado, beneficiando o aluno. Caso contrário, ou seja, quando não é valorizado o erro cometido, e é simplesmente ignorado negativamente, causa uma série de efeitos negativos aos discentes, dentre eles: a desmotivação em tentar, quantas vezes necessário, estabelecer o conhecimento com origem naquele erro e a autonomia.

A Situação Limite (SL) proposta nesta secção e uma forma que o professor no papel de mediador sugere situações ou caso que desafie postulados, axiomas, teoremas matemáticos fazendo como estudante possa imaginar novas soluções, conjecturas, observações de um determinado objeto, no nosso caso, na maioria das vezes, no uso das tecnologias. A SL aqui proposta tem amparo na Sequência Fedathi quando proposição e mediação da solução sobretudo na maturação ao passo em que se ancora na Investigação Matemática, Ponte (2003).

No esquema abaixo podemos ver como cada elemento está intimamente relacionado a situação limite.

Figura 002 – Situação Limite

Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

Nessas ações o papel do professor e de suma importância, como Santana (p. 84, 2006), cabe ao professor propor aos seus alunos sempre uma nova forma de observar um determinado assunto mediante contra-exemplo locais ou globais variando o seu modo de olhar uma determinada situação-problema que também é uma situação surpresa.

Por fim, a situação surpresa caracteriza como verificação, a saber:

> Enquanto processo de validação em matemática, se caracteriza pela apresentação de uma resposta específica para uma situação-problema contextualizada. No entanto, este procedimento de validação não permite averiguar se a repetição de uma série de questões equivalentes, ao apresentar resultados similares, pode enunciar um princípio ou uma lei matemática que represente uma verdade explicativa comum para todos os questionamentos daquele tipo. (SANTANA, p. 14, 2006).

Em outras palavras, embora o processo de validação se torne evidente, este não se dilata para outras situações fato que seria o papel do professor realização essa mediação.

Encontramos Freire (2005) que define como situações-limites às quais conceitua como dimensões desafiadoras, dimensões concretas e históricas de uma dada realidade. Ora, e o que provocamos para pensar a respeito. Na filosofia, Jaspers (2002) afirma que a situação-limite representa, um ponto fundamental de sua filosofia. É a partir dela que o indivíduo perde a segurança que antes possuía, a certeza que antes o assegurava e realiza uma operação filosófica básica de questionar.

Freire também coloca que todas perguntas e questionamentos podem surgir o inédito, ainda não conhecido por aquele grupo de estudantes e possa ser viável.

> O inédito viável é na realidade uma coisa inédita, ainda não conhecida e vivida, mas sonhada e quando se torna um percebido destacado pelos que pensam utopicamente, esses sabem, então, que o problema não é mais um sonho, que ele pode se tornar realidade. Assim, quando os seres humanos conscientes querem, refletem e agem para derrubar as situações limites que os e as deixaram a si e a, quase todos e todas limitadas a ser menos, o inédito viável não é mais ele mesmo, mas a concretização dele no que ele tinha antes de inviável. Portanto, na realidade são essas barreiras, essas situações-limites que mesmo não impedindo, depois de percebidos destacados, a alguns e algumas de sonhar o sonho, vêm proibindo à maioria a realização da humanização e a concretização do ser mais (FREIRE, 1992, p. 206-207).

Assim denota-se a situação-limite como ação planejada ou não pelo professor que possa a luz da pergunta, da pedagogia mão no bolso, do erro, e contra exemplo, suscitar reflexões e instigar novas conjeturas e resultados confrontados o limite.

Os resultados aqui apresentados são basicamente sob dois aspectos da geração de dados. O primeiro será análise das vídeo aulas e vídeos conferencia realizado como curso de formação de professores que serão pontuados Situações Limites que merece uma abordagem mais aprofundadas e em segunda parte será realizado uma discussão sobre os dados gerados a partir dos questionários de Pré-Teste e Pós-teste.

Apresentamos no subtópico seguinte a primeira SL observada de trata do caso das desigualdades dos triângulos.

7.2 Situação Limite 01 – O caso da desigualdade dos triângulos

Nesta atividade foi realizada uma construção geométrica que permitiu o desenvolvimento de um lugar geométrico da mediatriz que foi possível estabelecer uma conjectura que exigiu o conhecimento dos teoremas de Euclides. A partir desta situação que iniciamos os estudos sobre limites e situações adversas que requer modelos matemáticos para validar os preceitos demonstrados na tela do computador.

Essa a Situação Problema 1: traçar a mediatriz de um segmento dado AB.

Como sabemos, a mediatriz é uma reta, então basta encontrarmos dois pontos que pertencem a esta reta para construirmos. Tais pontos devem ser equidistantes das extremidades do segmento AB. Assim podemos construi-la da seguinte maneira:

A construção geométrica foi realizada no *software Geogegebra versão 5*, com eixos e malha ocultados e o algoritmo da construção correspondem à tabela 004 é apresentada a seguir.

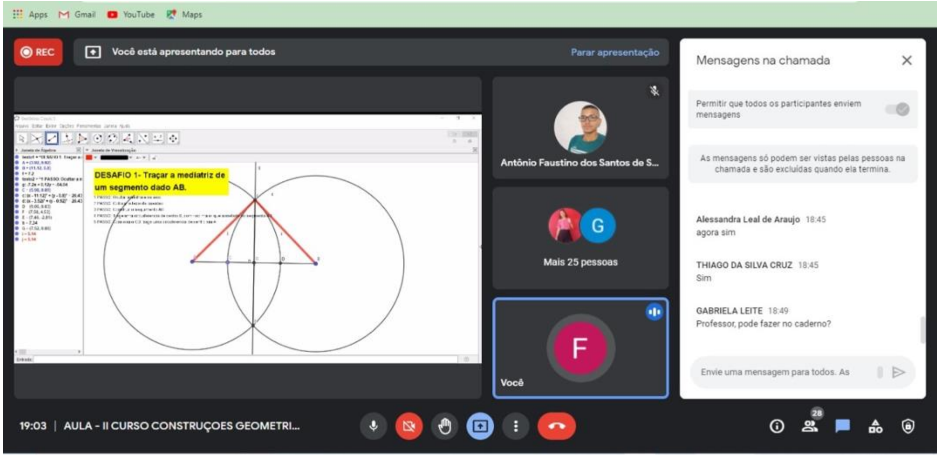
Tabela 004 – Algoritmo da Situação Limite 01 da mediatriz

Passos	Ações realizadas
01	Na barra de ferramenta, clique no *10º ICONE*, e depois na ferramenta **TEXTO**. Clique na janela de visualização e no campo texto digite: “traçar a mediatriz de um segmento AB” clique em ok. Na barra de ferramenta, clique no **3º ICONE**, e depois na ferramenta **SEGMENTO**. Depois clique na janela de visualização e crie o segmento AB.
02	Na barra de ferramenta, clique no **6º ICONE**, e depois na ferramenta **CÍRCULO DADOS CENTRO E UM DE SEUS PONTOS** com centro em B fixa-se uma abertura qualquer, maior que a metade do comprimento do segmento AB, podendo ser do comprimento de AB.
03	Na barra de ferramenta, clique no **6º ICONE**, e depois na ferramenta **COMPASSO** clica nos pontos B e C, e faz uma circunferência com raio BC, com centro em A.
04	Na barra de ferramenta, clique no **2º ICONE**, e depois na ferramenta **INTERSECÇÃO DE DOIS OBJETOS** e clica na circunferência c e d e obtém-se os pontos D e E. Os pontos D e E são equidistantes dos pontos A e B, visto que os raios das circunferências são iguais.
05	Na barra de ferramenta, clique no **3º ICONE**, e depois na ferramenta **RETA** e clica nos pontos D e E que ao unirmos, obtemos a mediatriz.

Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

A SL abordado nessa situação depois da resolução da situação-problema 01, e encontrado a resposta, conforme a figura 003 abaixo.

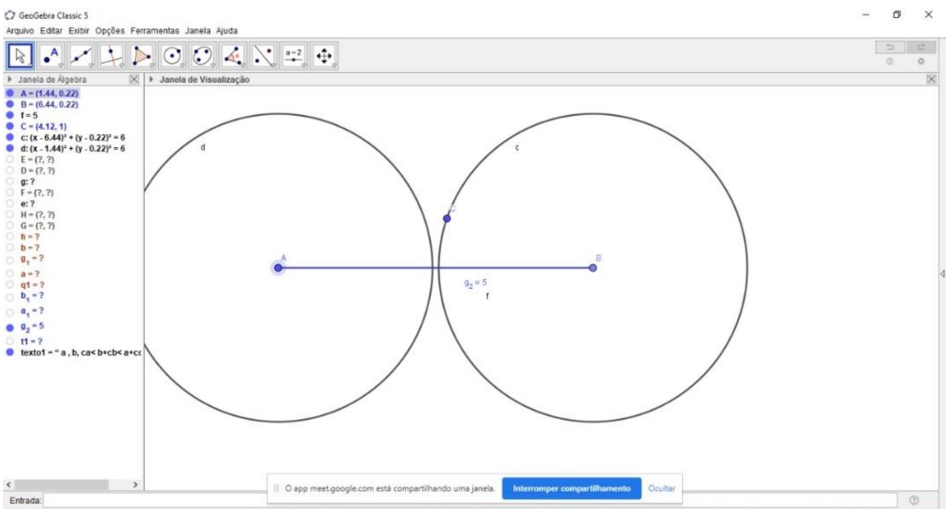
Figura 003 - Situação da construção da mediatriz do triângulo isósceles



Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

O mediador então com o botão do mouse no ponto C, move e sugere o que pode acontecer quando diminui o raio das duas circunferências o que acontece? Quando C *tende* B, o que temos? E visualmente pode-se ver que desaparece a mediatriz encontrada. O estudante *Euclides* diz isso deve pela condição de perpendicular, ou seja, as precisam se tocar. O professor então questiona para condição de perpendicular, que seja concorrentes, e no caso da mediatriz (perpendicular) e um caso particular de retas concorrente. Veja que nas situações acima, a mediatriz desaparece, como podemos ver na figura 04 abaixo.

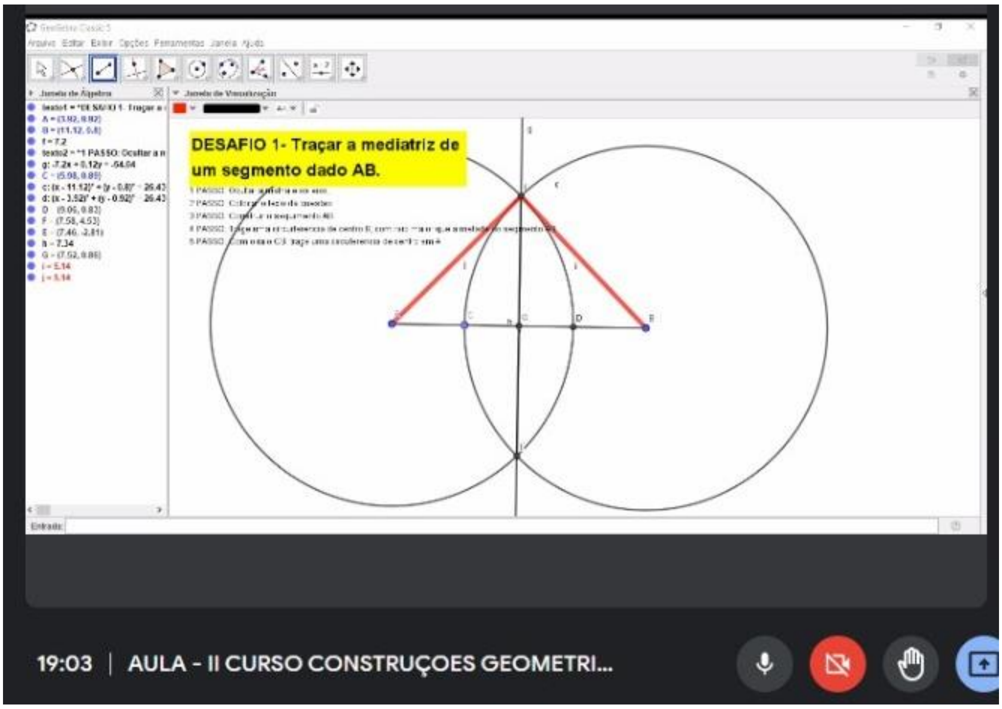
Figura 04 – O desaparecimento da mediatriz



Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

Na verdade, isso acontece devido a condição da mediatriz, como WAGNER (2007, p. 04), afirma que “a mediatriz de um segmento e o conjunto de todos pontos que equidistam dos extremos do segmento”, nesse sentido a mediatriz forma uma triangulo isósceles, cujo os dois lados são iguais, como podemos observar o triangulo CBE, na figura 05 abaixo.

Figura 05 – O desafio da mediatriz



Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

Logo quando C tende a B, estamos no SITUAÇÃO LIMITE, e que não obedece a lei da condição de existência de triângulo, pois, a condição de existência de um triângulo é que qualquer um de seus lados seja menor que a soma dos outros dois e maior que a diferença entre eles. Foi nesta situação que o estudante *Pitágoras* afirmou a interjeição “agora sim, entendido!”. E portanto, nesse sentido, que a SL, serve para que pudemos provocar essa ideia, de compreensão, de eureca! Diante, do exposto consideramos que esta atividade atingiu seus objetivos de realizar situações problemas em situações extras (SL), diferente, mas complementares daquela em a validação, proposto em investigação matemática de Ponte (2003) e a prova da Sequência Fedathi, SOUZA (2005).

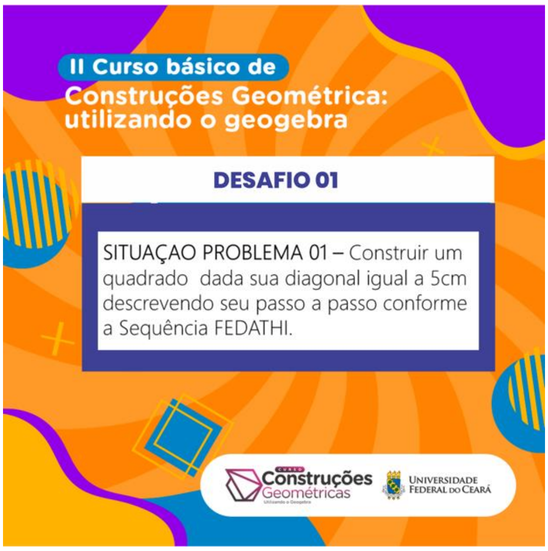
Apresentamos no subtópico seguinte a segunda SL observada de trata do caso das desigualdades dos triângulos caso II realizado em outra atividade.

7.3 Situação Limite 02 – O caso das desigualdades de triângulos parte II

Nesta atividade foi realizada uma construção geométrica que permitiu o desenvolvimento de um quadrado dado sua diagonal que foi remetido a construção do lugar geométrico da mediatriz como no caso da SL 01.

> Essa era a Situação Problema: Desenhe o triângulo ABC conhecendo os lados AB = 4,5cm, BC = 5,2cm e a altura relativa ao lado BC igual a 3,8cm descrevendo seu passo a passo conforme a SEQUÊNCIA FEDATH, conforme a figura 006.

Figura 006– Desafio 01 que consiste em construir um quadrado



Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

Como era um desafio proposto para os estudantes na aula 02, como podemos ver no apêndice 01, que foi realizado na aula 03, também descrito nas transcrições da aulas. O papel do professor como mediador na resolução e de suma importância, como podemos perceber nos diálogos abaixo:

*Professor_* “Antes eu queria saber aqui de vocês quer tentou fazer o exercício?”

BETA _ “Professor, eu até tentei fazer, mas para falar a verdade tive muita dificuldade pois ainda preciso aprender mais sobre o Geogebra. Ainda não peguei as manhas”.

Percebendo os estudantes tímidos sem se pronunciar o professore emenda:

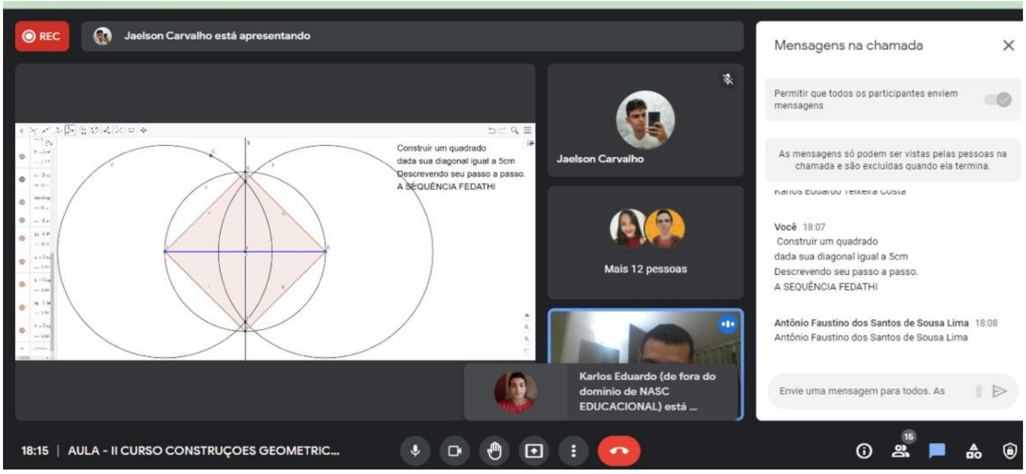
*Professor_* “Quem mais tentou? Podem falar. Não é vergonha dizer que não tentou ou não conseguiu. Estamos todos aqui para aprender e colaborar um pouco.”

Épsilon _ “Eu tentei professor. Fiz pelo celular, até mandei, mas não sei se estar correto.”

O professor pede para que algum estudante possa compartilhar sua tela e partilhar a sua construção. O estudante *Gauss* se colocou à disposição para realizar atividade.

O professor mediou o juntamente com a turma a produzir a construção, chegaram aos resultados conforme a figura 007 abaixo.

Figura 007 – Construção Geométrica do quadrado de diagonal 5 cm



Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

A construção geométrica foi realizada no *software Geogegebra versão 5*, com eixos e malha ocultados e o algoritmo da construção correspondem à tabela 005 é apresentada a seguir.

Tabela 005 – Algoritmo da Situação Limite 02 do quadrado por meio de mediatriz

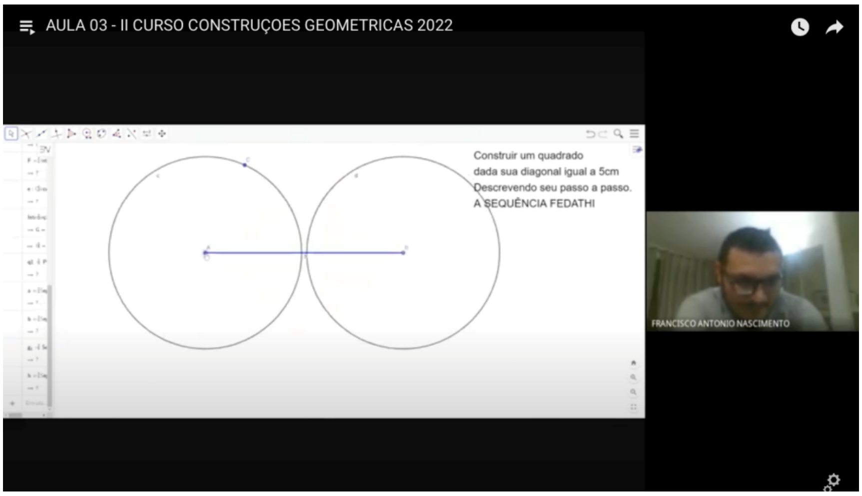
Passos	Ações realizadas
01	Na barra de ferramenta, clique no *10º ICONE*, e depois na ferramenta **TEXTO**. Clique na janela de visualização e no campo texto digite: “Desenhe o triângulo ABC conhecendo os lados AB = 4,5cm, BC = 5,2cm e a altura relativa ao lado BC igual a 3,8cm descrevendo seu passo a passo” clique em ok. Na barra de ferramenta, clique no **3º ICONE**, e depois na ferramenta **SEGMENTO FIXO**. Depois clique na janela de visualização e crie o segmento AB com 4,5cm.
02	Na barra de ferramenta, clique no **6º ICONE**, e depois na ferramenta **CÍRCULO DADOS CENTRO E UM DE SEUS PONTOS** com centro em B fixa-se uma abertura qualquer, maior que a metade do comprimento do segmento AB, podendo ser do comprimento de AB.
03	Na barra de ferramenta, clique no **6º ICONE**, e depois na ferramenta **COMPASSO** clica nos pontos B e C, e faz uma circunferência com raio BC, com centro em A.
04	Na barra de ferramenta, clique no **2º ICONE**, e depois na ferramenta **INTERSECÇÃO DE DOIS OBJETOS** e clica na circunferência c e d e obtém-se os pontos D e E. Os pontos D e E são equidistantes dos pontos A e B, visto que os raios das circunferências são iguais.

05	Na barra de ferramenta, clique no **3º ICONE**, e depois na ferramenta **RETA** e clica nos pontos D e E que ao unirmos, obtemos a mediatriz, que passa pelo ponto F.
06	Na barra de ferramenta, clique no **2º ICONE**, e depois na ferramenta **INTERSECÇÃO DE DOIS OBJETOS** e clica reta mediatriz e o segmento AB obtendo o ponto médio de AB, que chamamos de F.
07	Na barra de ferramenta, clique no **6º ICONE**, e depois na ferramenta **COMPASSO** clica nos pontos A e F, e faz uma circunferência com raio AF, com centro em F.
08	Na barra de ferramenta, clique no **2º ICONE**, e depois na ferramenta **INTERSECÇÃO DE DOIS OBJETOS** e clica na circunferência de centro F e a reta mediatriz obtendo os pontos G e H.
09	Na barra de ferramenta, clique no **5º ICONE**, e depois na ferramenta **POLIGONO** e clica nos pontos A, G, B e H obtendo o quadrado procurado.

Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

Com o botão mover, diminui o raio da circunferência de centro em A obtém a figuram 008 abaixo:

Figura 008 – O desaparecimento da mediatriz na SL 02



Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

Veja os diálogos do professor com os estudantes.

Professor: _ “Por que que isso acontece? Alguém sabe explicar? O que que tá acontecendo aí pessoal?

Gauss: _ “A reta do e o segmento não se interceptam ou as duas circunferências não estão se interceptando.”

Professor: _” Exatamente”. Porque qual é a condição? Qual é a condição pra gente ter a perpendicular?”

Pitágoras _ “O raio da circunferência ser maior que a metade do segmento AB.”

Professor: _”Certo. Essa é uma são duas condições. Esta é a é uma. Qual é a outra?

Beta: _ “O raio tem que fazer noventa graus”.

Professor: _”Mas qual é a outra condição pra que eu tenho uma reta perpendicular? Alguém sabe? Olha, então nós temos aqui uma situação limite. O que que é essa situação limite? É uma situação onde nós provocamos as leis. Que que nós temos aqui? É uma das condições pra que as retas sejam perpendiculares é que elas sejam concorrentes. O que é que é uma reta que concorre com o outra? O que quando duas retas são concorrentes? Um ponto em comum quando elas se encontram. Logo todas as retas as perpendiculares são concorrentes”

Diante da SL exemplificando que duas retas são concorrentes quando existe pelo menos um ponto de intersecção. Quando existe mais de um ponto de intersecção, dois, quando tem infinitos pontos nós dizemos que elas são coincidentes, ou seja, elas são uma em cima da outra. Toda perpendicular é uma reta concorrente, mas nem toda é concorrente é uma perpendicular então nós temos uma situação limite, que quando diminui o raio desaparece a mediatriz ou a perpendicular no ponto médio F. Isso acontece pela desigualdade de triângulos.

Euclides traz em seu texto clássico “Os Elementos” a proposição 20 do Livro I, a saber:

> Os dois lados de todo triângulo, sendo tomados juntos de toda maneira, são maiores do que o restante. Seja, pois, o triângulo ABC; digo que os dois lados do triângulo ABC, sendo tomados juntos de toda maneira, são maiores do que o restante, por um lado, os BA, AC, do que o BC, e, por outro lado, os AB, BC, do que o AC, enquanto os BC, CA, do que o AB. (EUCLIDES, p.113, 2009).

Este teorema coaduna com reformulação do conceito intuitivo de que é mais curto o caminho reto entre **A** e **B** que o caminho de **A** até **C** somado ao de **C** até **B**.

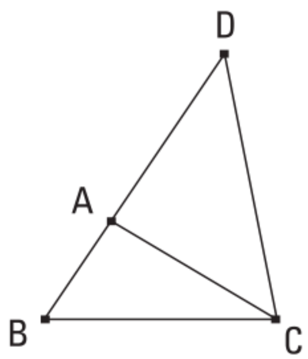


Figura 009 – Demonstração da desigualdade triangular

Segue a demonstração:

> Fique, pois, traçada através a BA até o ponto D, e fique posta a AD igual à CA, e fi que ligada a DC. Como, de fato, a DA é igual à AC, também o ângulo sob ADC é igual ao sob ACD; portanto, o sob BCD é maior do que o sob ADC; e, como o DCB é um triângulo, tendo o ângulo sob BCD maior do que o sob BDC, e o maior lado é subtendido pelo maior ângulo, portanto, a DB é maior do que a BC. Mas a DA é igual à AC; portanto, as BA, AC são maiores do que a BC. Do mesmo modo, então, provaremos que também, por um lado, as AB, BC são maiores do que a CA, e, por outro lado, as BC, CA, do que a AB. Portanto, os dois lados de todo triângulo, sendo tomados juntos de toda maneira, são maiores do que o restante; o que era preciso provar (EUCLIDES, p.113, 2009).

Portanto, em qualquer triângulo ABC, temos as três desigualdades:

$$AB < AC + BC, AC < AB + BC \; e \; BC < AB + AC. \qquad 1)$$

A ideia por trás dessas desigualdades é que em qualquer triângulo, nenhum lado pode ser maior que a soma dos outros dois lados.

Outra questão importante a aplicação na matemática é a desigualdade envolvendo o valor absoluto. Assim seja

Para quaisquer números reais a e b, tem-se:

$$|a + b| \leq |a| + |b|. \qquad 2)$$

O nome do teorema acima segue da seguinte observação geométrica. Se |a|, |b| e |c| = |a + b| representam os lados de um triangulo, então a soma dos dois primeiros lados é maior que o terceiro. Sabemos que:

$$-|a| \leq a \leq |a| \; e - |b| \leq b \leq |b|. \qquad 3)$$

Somando as duas desigualdades, temos

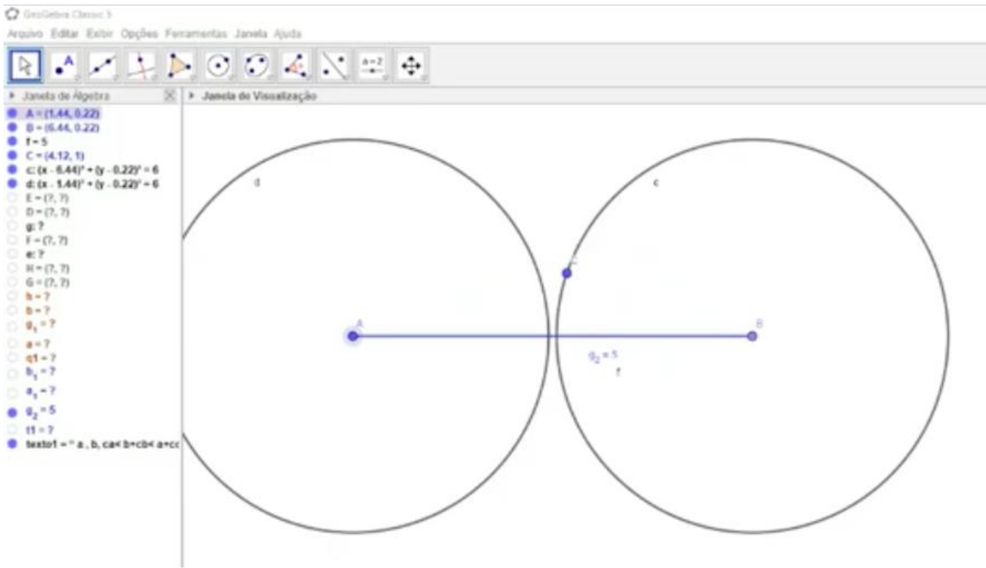
$$-(|a| + |b|) \leq a + b \leq |a| + |b|, \qquad 4)$$

Que é equivalente à

$$|a + b| \leq |a| + |b|. \qquad 5)$$

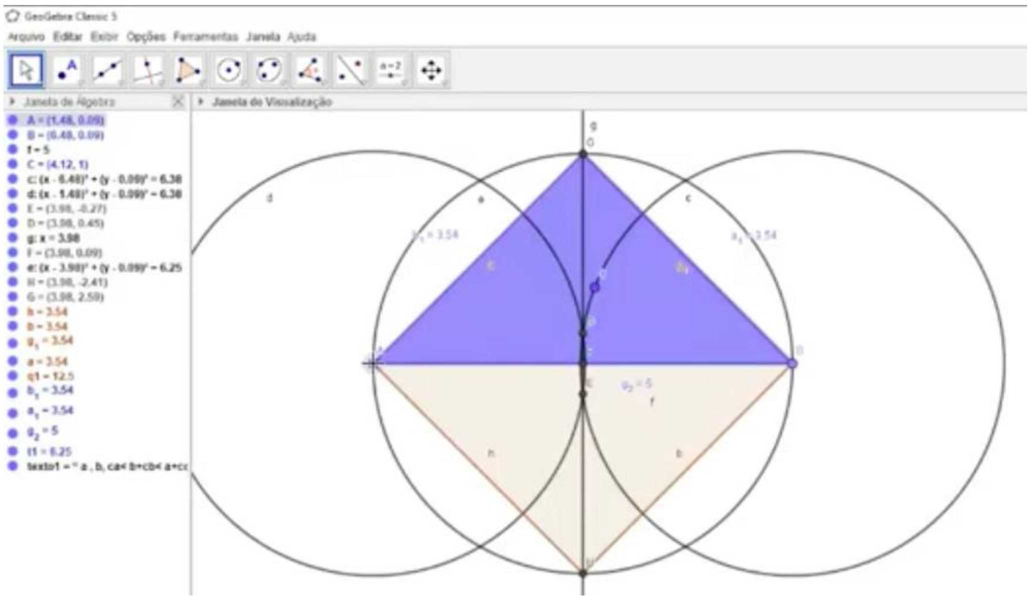
Com a desigualdade triangular foi possível mostrar o conceito das retas concorrentes e o lugar geométrico da Mediatriz. Em outras palavras, quando diminuo o raio de centro A, para valor menor do que do que o centro de AB, vamos ter uma situação limite. Porém com o uso do software e métodos computacionais não nos permite sempre mostrar que isso acontece. Veja as figuras 010 e 011.

Figura 010 – Segmento AB igual a 5 e não se obtém o triângulo de base AB



Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

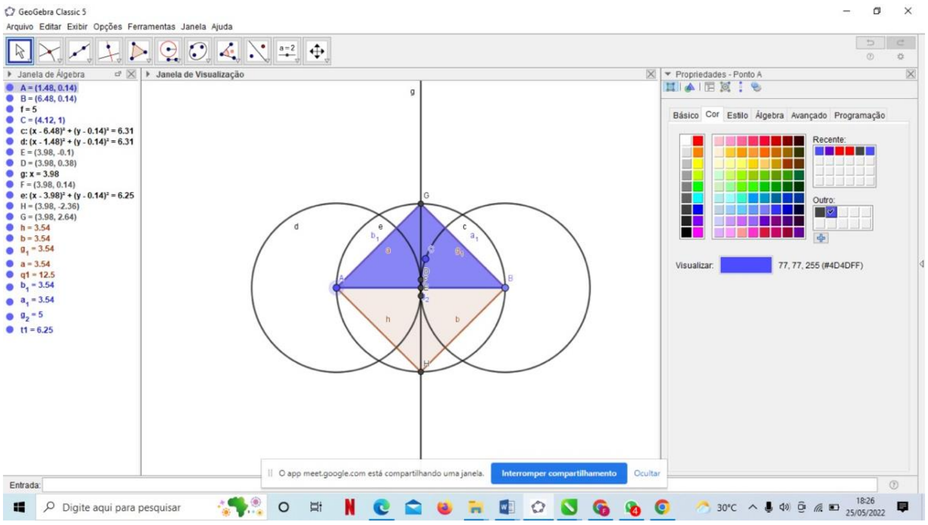
Figura 011 – Segmento AB igual a 5 e obtém-se o triângulo de base AB



Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

Nesta situação temos a limitação do software Geogebra ou *bug*, haja vista que com segmento AB igual a cinco temos duas situações distintas que se justifica pelos arredondamentos de casas decimais, que são 13 algarismos significativos. Esse fato acontece porque foi trabalhado com uma ferramenta computacional e essa ferramenta computacional ela estava configurada para arredondar apenas para dois décimos. Então foi questão de décimos que foi possível verificar essa diferença. Repare que a soma dos valores dos outros dois lados, que são congruentes, 3,54 + 3,54 = 7,8 notadamente maior que 5.

Figura 012 – Construção Geométrica do quadrado de diagonal 5 cm, mostrando que o mesmo e o dobro do triangulo



Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

Por fim, foi possível apresentar uma SL de construção de quadrados e realizar a demonstração matemática por meio da desigualdades triangular proposto por Euclides (2009) utilizando as construções geométricas e o software de geometria dinâmica geogebra, conforme temos o resultado final.

Apresentamos no próximo subtópico a terceira SL observada de trata do postulados de Euclides, onde mostra-se que as vezes o todo, pode ser equivalente à parte.

7.4 Situação Limite 03 - O todo é maior que a parte?

Nesta atividade foi realizada uma construção geométrica que permitiu o desenvolvimento de retas paralelas e a relação biunívoca de conjuntos de pontos infinitos de uma reta dada. A Situação Problema proposta por meio de desafio foi: DESAFIO 3- Dados uma reta r e um ponto A que não lhe pertence, traçar uma reta s, paralela a r, que passe por A.

A construção geométrica foi realizada no *software Geogegebra versão 5*, com eixos e malha ocultados e o algoritmo da construção correspondem à tabela 006 é apresentada a seguir.

Tabela 006 – Algoritmo da Situação Limite 03 das retas paralelas

Passos	Ações realizadas
01	Na barra de ferramenta, clique no **10º ICONE**, e depois na ferramenta **TEXTO.** Clique na janela de visualização e no campo texto digite: "*Dados uma reta r e um ponto A que não lhe pertence, traçar uma reta s, paralela a r, que passe por A*" clique em ok. Em seguida na barra de ferramenta, clique no **2º ICONE**, e depois na ferramenta **PONTOS**, e depois crie o ponto A na janela de visualização. Na barra de ferramenta, clique no **3º ICONE**, e depois na ferramenta **RETAS.** Depois clique na janela de visualização e crie a reta BC**.**
02	Na barra de ferramenta, clique no **6º ICONE**, e depois na ferramenta **CIRCULO DADO CENTRO E UM DE SEUS PONTOS.** Em seguida, com centro em A da circunferência e com um raio que seja suficiente para que o arco intercepte a reta r num ponto D;
03	Na barra de ferramenta, clique no **6º ICONE**, e depois na ferramenta **COMPASSO.** Em seguida, clique nos pontos A e D, e com centro em B constrói-se uma circunferência com um raio igual AD;
04	Na barra de ferramenta, clique no **2º ICONE**, e depois na ferramenta **INTERSERÇAO ENTRE DOIS OBJETOS.** Em seguida, clique nas circunferência de centro D e na reta BC, obtendo o ponto de intersecção E e F.
05	Na barra de ferramenta, clique no **6º ICONE**, e depois na ferramenta **COMPASSO.** Em seguida, clique nos ponto A e D, e com centro em F constrói-se uma circunferência com um raio igual AD**, t**ransfere-se o arco EA para o arco contendo o ponto D, obtendo um ponto G sobre este arco no mesmo semi-plano determinado por r que contém o ponto A.
06	Na barra de ferramenta, clique no **2º ICONE**, e depois na ferramenta **INTERSERÇAO ENTRE DOIS OBJETOS.** Em seguida, clique nas circunferências de centro A e na circunferência de centro F, obtendo o ponto de intersecção H.
07	Na barra de ferramenta, clique no **3º ICONE**, e depois na ferramenta **RETAS. Em seguida, clique nos pontos A e H obtendo a reta AH.** Com isso obtemos a reta paralela s.
08	Na barra de ferramenta, clique no **4º ICONE**, e depois na ferramenta **RETA PARALELA.** Em seguida, clique nos pontos clique na reta **f** e obtenha a reta **m** e H obtendo a reta AH. Com isso obtemos a reta paralela s.
09	Na barra de ferramenta, clique no **3º ICONE**, e depois na ferramenta **SEMI-RETAS.** Em seguida, clique nos pontos **B e J** obtendo a semireta que corta as retas **f, i e m.**
10	Na barra de ferramenta, clique no **3º ICONE**, e depois na ferramenta **SEGMENTO DE RETA.** Em seguida, clique nos pontos **B e M** obtendo a segmento BM que passa na reta i no ponto N conforme a figura 013.

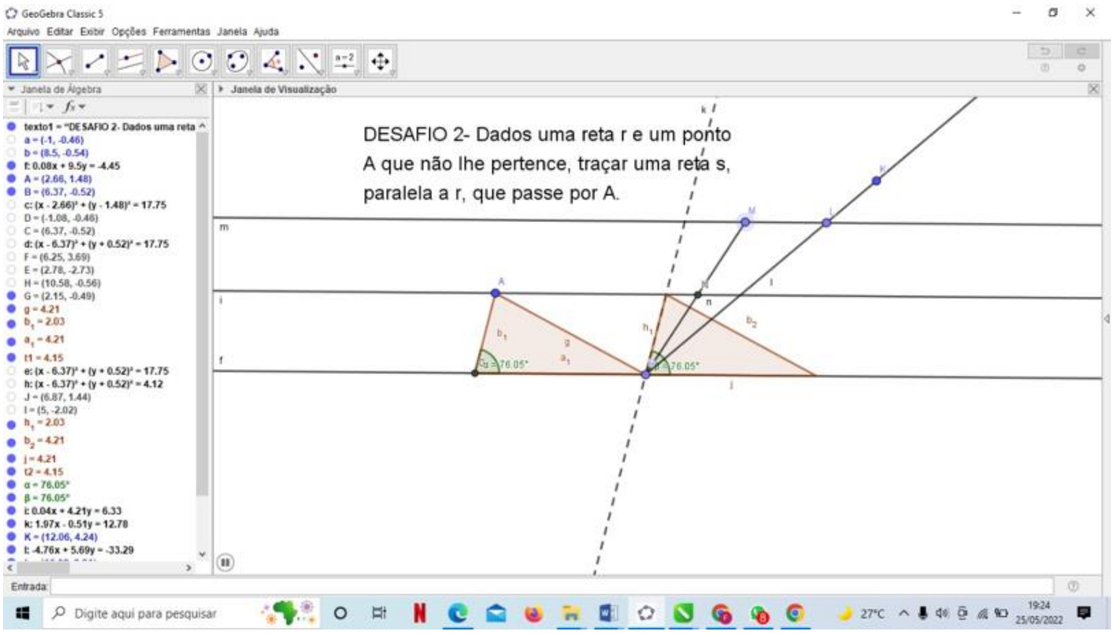
Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

Justificativa: Como B é o centro da circunferência que passa pelos pontos C, A, E e D, temos que BC = BA = BE = BD. Logo os triângulos ABC, ABE e EBD são triângulos isósceles cujos ângulos de topo estão sempre no vértice B. Além disso temos, por construção, CA = DE.

Então podemos concluir que ΔABC = ΔEBD pelo caso de congruência LLL.

Neste caso, pela correspondência entre os vértices A e E, suas alturas relativas são iguais e assim os pontos A e E estão a uma mesma distância da reta r. Portanto, a reta determinada por esses pontos é paralela a r

Figura 013 – Construção de retas paralelas



Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

Além da construção do lugar geométrico que trata as retas paralelas, que como determina EUCLIDES, (p. 98, 2009) "paralelas são retas que, estando no mesmo plano, e sendo prolongadas ilimitadamente em cada um dos lados, em nenhum se encontram", foi possível estabelecer uma relação entre conjuntos tomados as três retas paralelas dadas.

O conceito de reta desde Euclides até hoje não está bem definida. Euclides dizia que reta ou linha "é comprimento sem largura" e "linha reta é a que está posta por igual com os pontos sobre si mesma" Euclides, (2009). Entretanto, dependendo do ponto de vista de uso das geometrias retas podem obter algumas definições circulares que dependem de outras, como as noções primitivas de reta.

Dado o postulado primeiro de Euclides do Livro I, "fique postulado traçar uma reta a partir de todo ponto até todo ponto" Euclides, (2009), surge que uma reta contém infinitos pontos (seja A ∈ r e B ∈ r, mas há, por exemplo, infinitos pontos entre A e B). O conceito primitivo de reta é o de um ente geométrico unidimensional (uma dimensão). Uma reta não tem começo nem fim e possui infinitos pontos. **Retas** são conjuntos de **pontos** compreendidos como linhas infinitas que não fazem curvas. Embora sejam formadas por pontos, também não possuem definição, mas apenas essa característica. Obviamente, são necessários infinitos pontos para construir uma reta (GOMES, 2018).

Dado que uma reta passa por dois pontos AB, pode-se admitir que dado um ponto qualquer, podemos averiguar sempre se ele está ou não alinhado com A e B - se estiver, pertence ao conjunto. Se não estiver, não pertence. Neste caso, temos um conjunto dos pontos da reta.

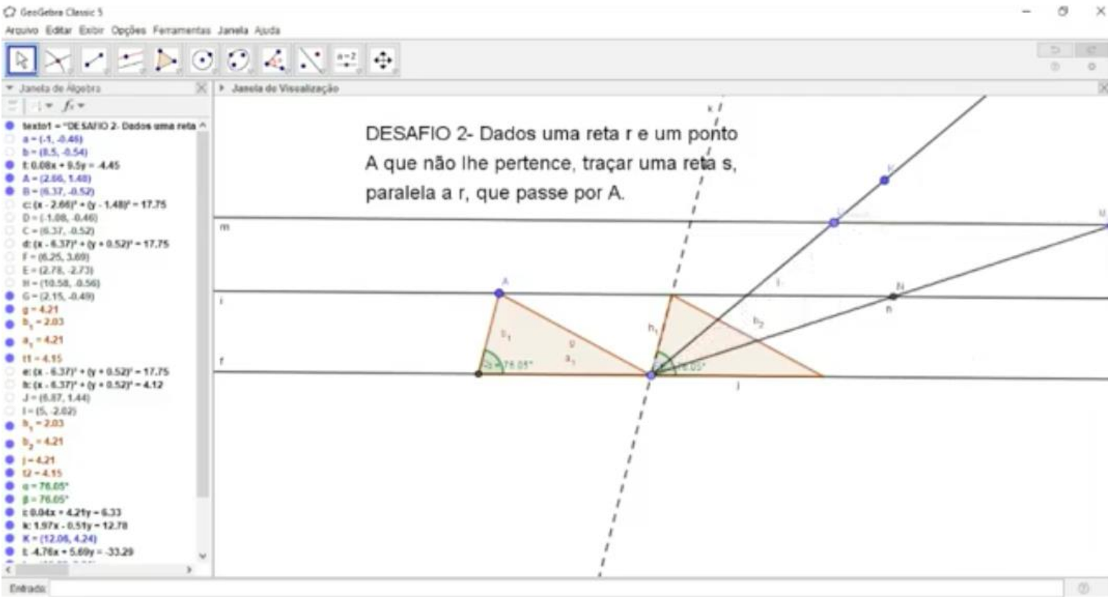
> Mas ponhamos a questão do ponto de vista teórico, à luz do princípio da extensão; só é possível uma de **duas** coisas - ou o ponto geométrico é um pequeno corpúsculo com dimensões, embora muito pequenas, e a operação de divisão ao meio termina quando se obtiver NM segmento de comprimento igual ao comprimento do corpúsculo; ou o ponto geométrico tem comprimento zero a então, por mais pequeno que seja o segmento AB obtido numa divisão ao meio, é sempre possível pensar uma nova divisão ao meio. Neste caso, o ato mental de divisão o meio pode repetir-se ilimitadamente, e teremos sobre o segmento AB uma infinidade de pontos Ai1 Ai, A, teremos um novo conjunto infinito. Conjunto dos pontos da reta é infinito. CARAÇA, p. 13, 1951)

Diante do exposto, considerando que uma reta possui infinitos pontos, pode-se relacionar os pontos das retas. Foram feitas as seguintes perguntas:

1) Sendo M ponto pertencente a reta *m* existe outros infinitos pontos na reta?
2) O mesmo acontece sobre o ponto N na reta i?
3) Como temos um segmento de reta BM que passa por N, para cada M em *m* existe um N em *i*?
4) Quantos pontos tem a reta *m* correspondente a reta *i*?
5) O conjunto infinitos de pontos da reta *m* é equivalente ao conjuntos de pontos infinitos de *i*?

Com o botão do mouse sobre o ponto M, clica-se e depois no comando animação.

Figura 014 – Variação dos pontos M e N nas retas paralelas pelo lado direito da janela de visualização

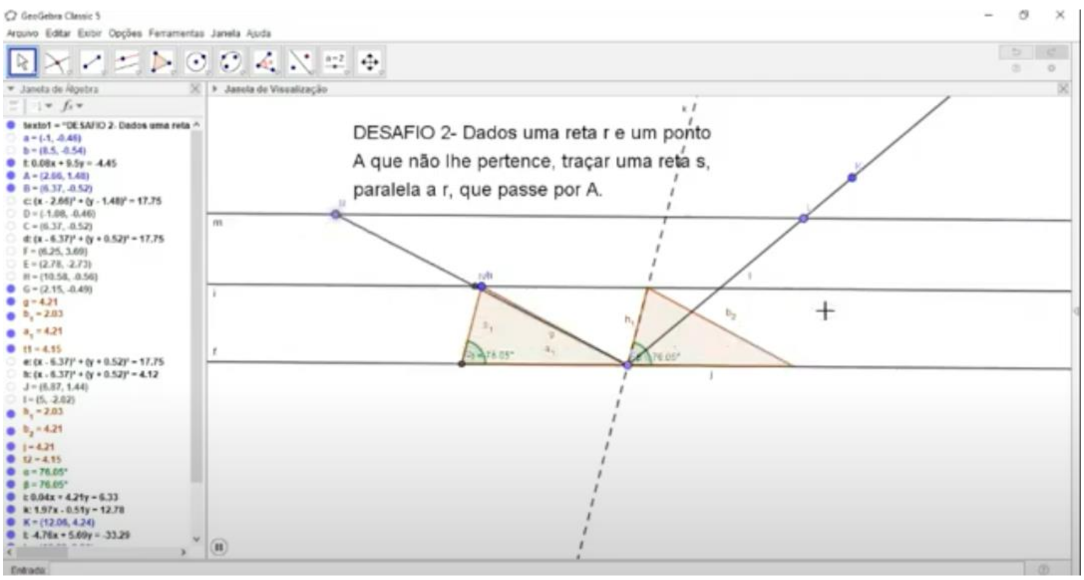


Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

Como sabemos existe infinitos pontos sobre a reta *m* assim como na reta *i e* temos infinitos pontos de correspondência, que foi possível ser averiguado com a ferramenta do geogebra e método intuitivo de contagem e por faze corresponder. Para tanto, temos um conjunto equivalentes de pontos que se correspondem.

Uma questão interessante observada na animação do ponto M, é que dado a limitação da janela de visualização do geogebra e os métodos computacionais o ponto M, desaparece do lado direito como pode-se observar na figura 014 e surge do lado esquerdo como percebemos na figura 015.

Figura 015 – Variação dos pontos M e N nas retas paralelas pelo lado esquerdo da janela de visualização



Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

Foi possível observar o seguinte diálogo:

Professor: _ “Que que tá acontecendo aqui? Nós temos aqui uma situação interessante, alguém consegue explicar? O valor de M está indo para onde?”

Beta: _ “Infinito”.

*Professor:*_ “Se o M está tendendo a infinito o N está indo para onde?”

*Épsilon:*_ “Infinito também professor”.

Gauss: _” Massa”.

Professor: _ “Então para um conjunto de pontos infinitos de M na reta *m* está relacionado a um conjunto de pontos infinitos na reta *i*.

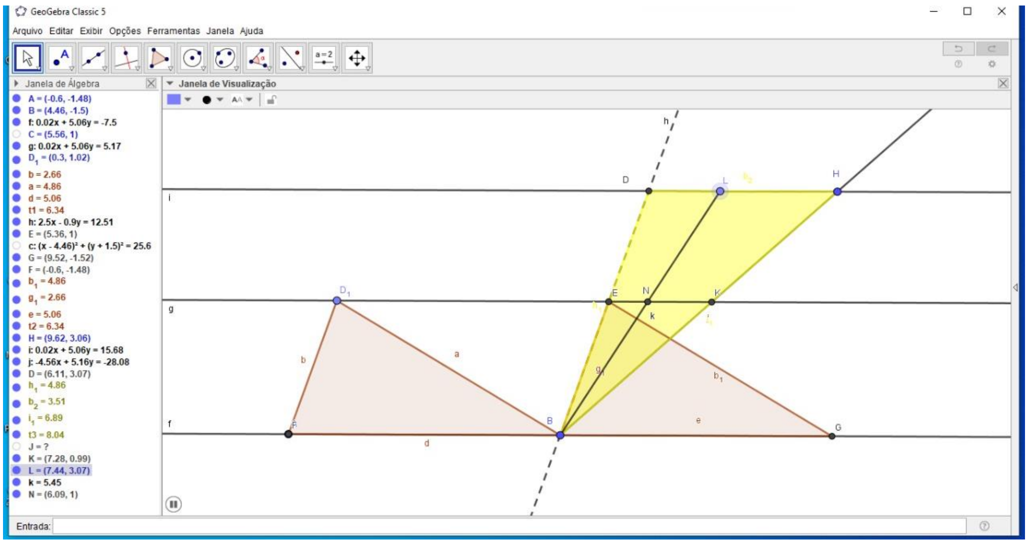
Pitágoras: _” Ah entendia agora.”

Professor: _ “Podemos fazer o relacionamento de que quanto maior o valor de M também maior será o valor de N. E podemos tornar quando menor for o M temo um N correspondente.

Como foi observado uma limitação do computador, que deveria ir ao infinito, mas retorna na janela de visualização no lado esquerdo. Com os conhecimentos matemáticos foi possível reconhecer que se tratava de uma situação limitada devidos aos instrumentos tecnológicos utilizados.

Agora analisemos a seguinte situação seja um triangulo BDH e o segmento BL onde passa por i no ponto N e L pertence a lado do triangulo DH. Notadamente, é possível perceber o EK é menor que o segmento DH. Logo para cada L no segmento DH existe um N no segmento EK, pela relação de correspondência discutido anteriormente.

Figura 016 – Triângulo BDH e relação de L e N



Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

Euclides, (p. 99, 2009) postulou que o todo é maior do que a parte. Entretanto o que podemos perceber na figura 015, é o segmento EK é menor que o segmento DH e no entanto temos pontos infinitos no segmento EK que notadamente são correspondentes a infinitos pontos no segmentos DH dado que se pode tornar menor o segmento quaisquer a um corpúsculo como admitiu Caraço (1951). Portanto, o todo não e maior do a parte.

Destaca-se no próximo subtópico a quarta SL observada de trata do postulados de Euclides, onde mostra-se, mais uma vez em situação diferente da anterior, que as vezes o todo, pode ser equivalente à parte.

7.5 Situação Limite 04 – O todo é maior que a parte? – Parte II

Nesta atividade foi realizada uma construção geométrica que permitiu o desenvolvimento de retas paralelas e a relação biunívoca de conjuntos de pontos infinitos de uma reta dada. A Situação Problema proposta desenvolvido na aula 04 a saber: "Dividir em cinco partes iguais os segmentos a, b, c, e d simultaneamente".

A construção geométrica foi realizada no *software Geogegebra versão 5*, com eixos e malha ocultados e o algoritmo da construção correspondem à tabela 007 é apresentada a seguir.

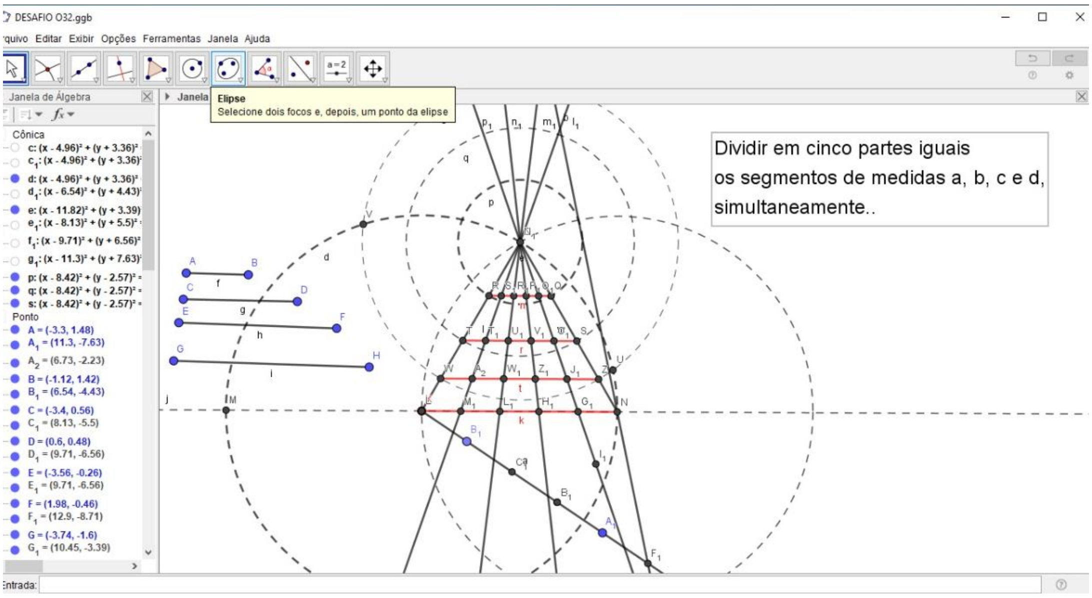
Tabela 007 – Divisão de segmentos simultaneamente

Passos	Ações realizadas
01	Na barra de ferramenta, clique no **10º ICONE**, e depois na ferramenta **TEXTO.** Clique na janela de visualização e no campo texto digite: "*Dividir em cinco partes iguais os segmentos a, b, c, e d simultaneamente*" clique em ok. Em seguida na barra de ferramenta, clique no **3º ICONE**, e depois na ferramenta **SEGMENTO DE RETAS**, e depois crie os segmento AB, CD, EF, GH, representados por f, g, h e i respetivamente.
02	Na barra de ferramenta, clique no **3º ICONE**, e depois na ferramenta **RETA.** Em seguida, clique na janela de visualização e crie a reta suporte j.
03	Na barra de ferramenta, clique no **6º ICONE**, e depois na ferramenta **COMPASSO.** Em seguida, transfira o segmento maior GH para a reta j, clicando nos pontos e G e H, e com centro em na reta j constrói-se uma circunferência com um raio igual GH;
04	Na barra de ferramenta, clique no **2º ICONE**, e depois na ferramenta **INTERSERÇAO ENTRE DOIS OBJETOS.** Em seguida, clique na circunferência de centro I e na reta J obtendo o ponto de intersecção M e N.
05	Na barra de ferramenta, clique no **6º ICONE**, e depois na ferramenta **COMPASSO.** Em seguida, clique nos pontos G e H, e com centro em N constrói-se uma circunferência com um raio igual GH**.**
06	Na barra de ferramenta, clique no **2º ICONE**, e depois na ferramenta **INTERSERÇAO ENTRE DOIS OBJETOS.** Em seguida, clique nas

	circunferências de centro L e na circunferência de centro N, obtendo os pontos de intersecção O e P.
07	Na barra de ferramenta, clique no **3º ICONE**, e depois na ferramenta **SEGMENTO DE RETAS.** Em seguida, clique nos pontos L e O formando o segmento LO e em N e O obtendo o segmento NO.
08	Na barra de ferramenta, clique no **6º ICONE**, e depois na ferramenta **COMPASSO.** Em seguida, transfira o segmento maior AB para o triângulo LNO, clicando nos pontos A e B, e com centro em O constrói-se uma circunferência com um raio igual AB;
09	Na barra de ferramenta, clique no **2º ICONE**, e depois na ferramenta **INTERSERÇAO ENTRE DOIS OBJETOS.** Em seguida, clique na circunferência de centro O e raio AB e nos segmentos LO e depois o mesmo processo no seguimento NO obtendo os pontos de intersecção R e O.
10	Na barra de ferramenta, clique no **6º ICONE**, e depois na ferramenta **COMPASSO.** Em seguida, transfira o segmento maior CD para o triângulo LNO, clicando nos pontos C e D, e com centro em O constrói-se uma circunferência com um raio igual CD;
11	Na barra de ferramenta, clique no **2º ICONE**, e depois na ferramenta **INTERSERÇAO ENTRE DOIS OBJETOS.** Em seguida, clique na circunferência de centro O e raio CD e nos segmentos LO e depois o mesmo processo no seguimento NO obtendo os pontos de intersecção T e S.
12	Na barra de ferramenta, clique no **6º ICONE**, e depois na ferramenta **COMPASSO.** Em seguida, transfira o segmento maior EF para o triângulo LNO, clicando nos pontos E e F, e com centro em O constrói-se uma circunferência com um raio igual EF;
13	Na barra de ferramenta, clique no **2º ICONE**, e depois na ferramenta **INTERSERÇAO ENTRE DOIS OBJETOS.** Em seguida, clique na circunferência de centro O e raio EF e nos segmentos LO e depois o mesmo processo no seguimento NO obtendo os pontos de intersecção W e Z.
14	Na barra de ferramenta, clique no **3º ICONE**, e depois na ferramenta **SEGMENTO DE RETAS.** Em seguida, clique nos pontos L e F1 formando o segmento LF1 transversal ao segmento LN.
15	Na barra de ferramenta, clique no **6º ICONE**, e depois na ferramenta **CÍRCULO DADOS O CENTRO E UM DE SEUS PONTO.** Em seguida, com abertura qualquer com centro em L, constrói-se uma circunferência de raio LB1. Repetindo-se em cinco partes até o ponto F1.
16	Na barra de ferramenta, clique no **3º ICONE**, e depois na ferramenta **SEGMENTO DE RETAS.** Em seguida, clique nos pontos e F1N formando o segmento F1N.
17	Na barra de ferramenta, clique no **4º ICONE**, e depois na ferramenta **RETAS PARALELAS.** Em seguida, clique no F1N e no ponto A1, obtendo o ponto G1 no segmento LN. Repete-se o mesmo para os pontos B1, C1 e A1 obtendo os pontos H1, L1, M1 em LN respectivamente.
18	Na barra de ferramenta, clique no **3º ICONE**, e depois na ferramenta **RETAS.** Em seguida, clique no G1 e no ponto O, obtendo a reta p1. Faça o mesmo para os pontos H1, L1, M1, obtendo as retas n1, m1, h1 p respectivamente conforme a figura 017.

Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

Figura 017 – Divisão dos segmentos f, g, h, e i simultaneamente



Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

Na construção geométrica podemos observar uma relação importante que é a homotética. Perceba-se que tem com os segmentos dados a construção primeiro de um triangulo equilátero LNO, dado LN é o raio da circunferência que por conseguinte NO também é o mesmo raio e notadamente conclui-se em LO a mesma propriedade. Assim, os triangulo de base, AB, CD, e EF, são semelhantes entre si ao triangulo LNO. Isso ocorre pelo Teorema Fundamental da Homotética. Lima define homotética:

> Sejam O um ponto do plano II (ou do espaço E) e r um número real positivo. A homotetia de centro O e razão r é a função o: II › II (ou 0:E › E) definida do seguinte modo: o (O) = O e, para todo ponto X* 0, 0(X) = X é o ponto da semi-reta OX tal que OX° = r. OX. Uma homotetia de razão 1 é simplesmente a aplicação identidade. Uma homotetia de centro O transforma toda reta que passa por O em si mesma. Toda homotetia é uma correspondência biunívoca, cuja inversa é a homotetia de mesmo centro e razão 1/r. Duas figuras F e F chamam-se homotéticas quando existe uma homotetia o tal que o(F) = F* (LIMA, p.30, 1991).

Nesse interim, compreendemos que os segmento, f, g, h e i são correspondentes, de tal forma que mesmo de tamanhos diferentes há pontos nos segmentos que fazer corresponder. De forma intuitiva, como fora abordado na SL 03, existe infinitos pontos no segmento f, assim como infinitos nos segmentos g, h e i. De tal modo que nesse campo teórico faz compreender e suscitar indagações para existência do postulado de Euclides quando o “todo é maior que a parte”.

Caraço (1951), nos ensina didaticamente ao menos para podermos questionar tal medida.

> Exemplo: - Seja um triângulo rectângnlo BAC e tiremos a meio de AB uma paralela A'C' **a** AC; sabe-se, da geometria, que o segmento A' O tem comprimento igual a metade do segmento A C. Pois, apesar disso, o conjunto, infinito, de pontos de A'C' é equivalente ao conjunto, infinito, de pontos de AC. Para o verificar, basta estabelecer, entre esses dois conjuntos, uma correspondência biunívoca, do modo seguinte: a cada ponto P de A'C' faz-se corresponder o ponto J (único) de AC em que AC .; encontrado pela reta BP; **a** cada ponto N de AC faz-se corresponder o pauto Q (único) em que A'C' é **A** encontrado pela reta NB.**H** Os dois conjuntos são, portanto, equivalentes; mas A' C' tem comprimento igual a metade do de A C - o todo pode ser equivalente à parte. Verificamos, portanto, e isto tem a maior importância, que a simples aceitação da possibilidade de repetição ilimitada de um ato mental-base do conceito de infinito-exige o abandono de certas verdades fundamentais cuja evidência a vida de todos os dias impõe. Que o homem, deslumbrado pelas possibilidades do pensamento, se afaste da realidade imediata, aceita-se; que ele pretenda fazer jogar, em cheio, o princípio de extensão, ótimo; mas que esteja sempre atento as consequências, as vezes as mais surpreendentes e chocantes, que esses voos trazem consigo. E tudo é de aceitar, de braços abertos, se conduzir, como é o caso aqui (será visto isso mais tarde), a uma melhor compreensão da realidade. (CARAÇO, p.15, 1951).

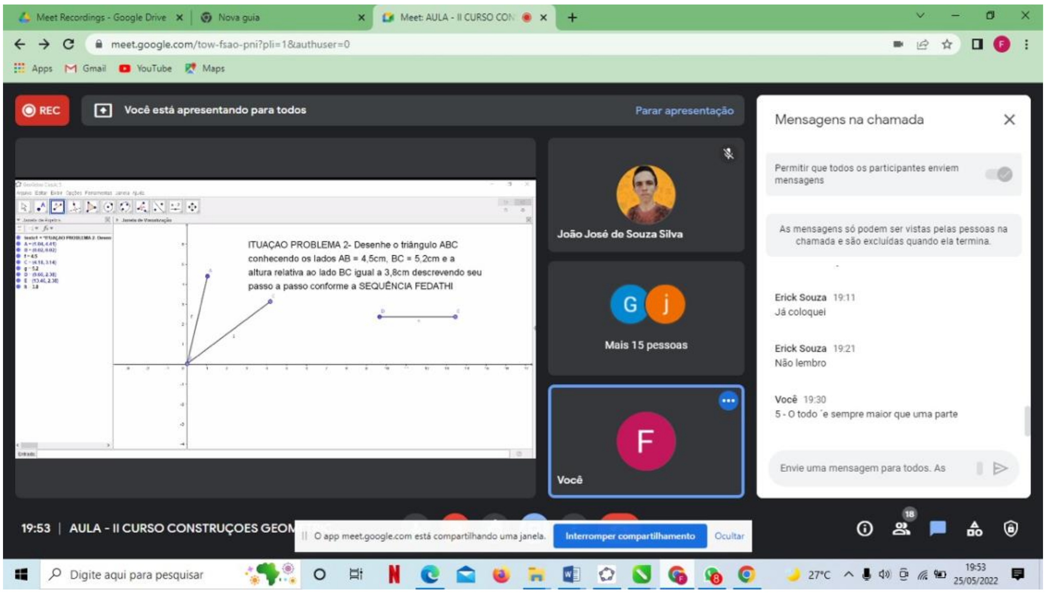
Neste caso, como aborda o autor o todo pode ser equivalente à parte, e é o que observamos na construção geométrica da figura 016. Para quais pontos nos seguimentos encontra-se um par ordenado, uma correspondência biunívoca, que podemos chegar infinitos ponto do dado segmento que seja maior e noutro encontraremos infinitos pontos correspondentes mesmo que seja menor.

Apresentamos no próximo subtópico a quinta SL observada de trata de problemas relacionado a altura relativa e foram apresentados pelos estudantes.

7.6 Situação Limite 05 – Altura relativa

Nesta atividade foi realizada uma construção geométrica que permitiu o desenvolvimento relativo de altura de um triangulo ABC. A Situação Problema proposta na aula 05 como desafio e foi desenvolvido na aula 04 a saber: “desenhe o triângulo ABC conhecendo os lados AB = 4,5cm, BC = 5,2cm e a altura relativa ao lado BC igual a 3,8cm descrevendo seu passo a passo conforme a SEQUÊNCIA FEDATHI”, conforme é apresentado na figura 018.

Figura 018 – Apresentação da situação problema na aula 03

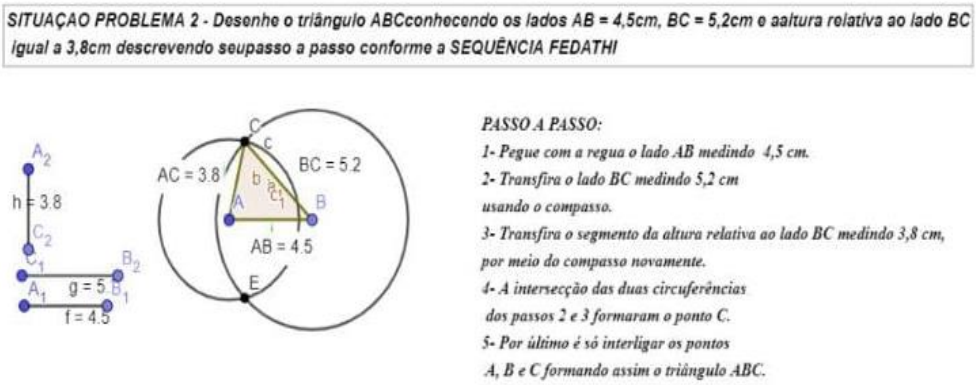


Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

O professor solicitou aos estudantes a aqueles que poderia compartilhar suas construções, o estudante Gauss prontamente se colocou à disposição.

Gauss _ “Primeiramente eu peguei o seguinte, as informações da questão o lado AB medindo 4,5 cm, o lado BC medindo 5,2cm e altura relativa que eu chamei de DE medindo 3,8cm. Aí o primeiro passo que que eu fiz. Eu vim aqui, peguei o *segmento com comprimento fixo* a B aí aqui e coloquei 4,5cm. O próximo passo é eu vou usar o compasso. Eu usei o compasso pra transferir esse tamanho BC. Deixa-me nomear aqui. Aqui é o lado aqui é o A e aqui é o Breno. E agora sim eu venho aqui com o compasso e transfiro essa medida aqui. Peguei no B então no B. E agora novamente um compasso eu pego a altura relativa. E boto aqui no A. O ponto de interseção entre as duas circunferências vai ser o ponto C. Segmento C B. Aqui é o triângulo. E pra conferir se os valores estão corretos, eu vim aqui e medir a distância. B é 4,5cm BC 5,2cm e CA 3,8 cm que inclusive é a altura relativa ao lado BC em relação ao ponto A. Bom, eu fiz assim, não sei se está correto.

Figura 019 – Representação da resposta do desafio pelo estudante Gauss



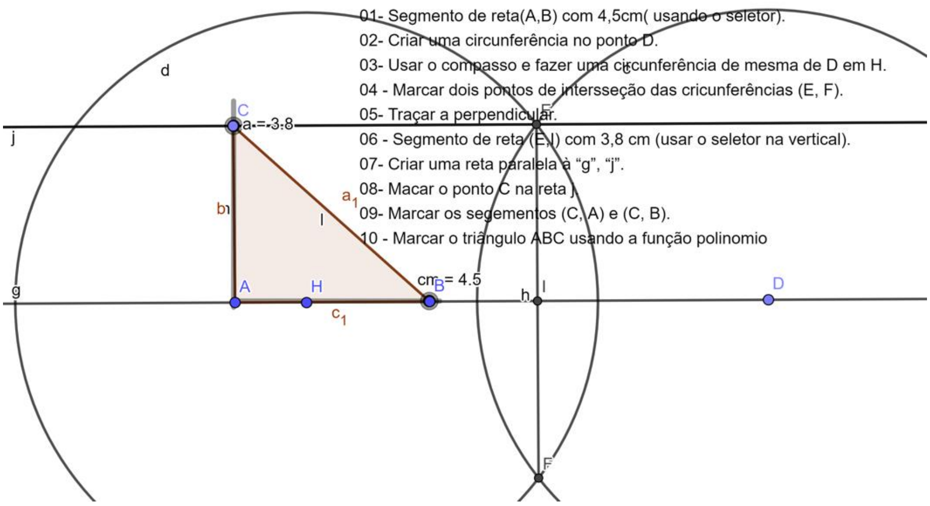
Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

O estudante apresentou uma resposta não foi de todo modo completa mas mostra que compreendeu a questão e conseguiu desenvolver uma construção geométrica justificável do ponto de vista da demonstração matemática, mas faltou a questão relativa à altura, que compreende como dois triângulos.

A estudando *Beta* desenvolveu uma outra solução, conforme a figura 019. Entretanto a mesma disse que não iria apresentar pois estava utilizando o smartfone no momento da aula que não era possível realizar o compartilhamento da tela. Na sua construção foi possível observar um caminho diferente, mas que chegou a mesma conclusão do estudante Gauss. No desenvolvimento obtendo apenas um triângulo. A posição relativa na reta paralela usado para obter a altura configura como um lugar geométrico importante que precisa ser compreendido.

Acredita-se que a dificuldade encontrada seja por ainda não terem sido trabalhado arcos capazes e, portanto, os estudantes tenham tido dificuldades. Outra questão, pode ser a não compreensão de forma analítica da situação problema sendo proposto uma resolução literal. Mas ficou evidente que todos estudantes realizaram a atividades, ou seja, se debruçaram sobre a questão propostas e discutiram inclusive em grupo por livre iniciativa. Dado que tivemos apenas 3 resoluções diferentes.

Figura 020 – Representação da resposta do desafio pela estudante Beta.



Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

A terceira solução foi proposta por Euclides que realizou a apresentação conforme consta a seguir.

Euclides: _ "Pronto, eu vou começar fazendo algum dos segmentos, por exemplo, eu vou começar com o BC. Isso que é o eu vou fazer o BC primeiro pra que eu consiga mexer no A. Se eu fizesse primeiro o A e não dava pra mexer. Pronto, primeira coisa fez o segmento BC, que ele mede 5,2cm. Pronto, agora eu vou fazer o O outro AB, tá? Só que eu vou fazer usando o compasso, porque eu não sei exatamente onde ele vai ficar. Então eu vou colocar o compasso com o raio. Aí vai ser 4,5cm. É a medida do outro do outro lado. Então não sei exatamente onde é que ele vai ficar. Por isso que eu fiz o compasso

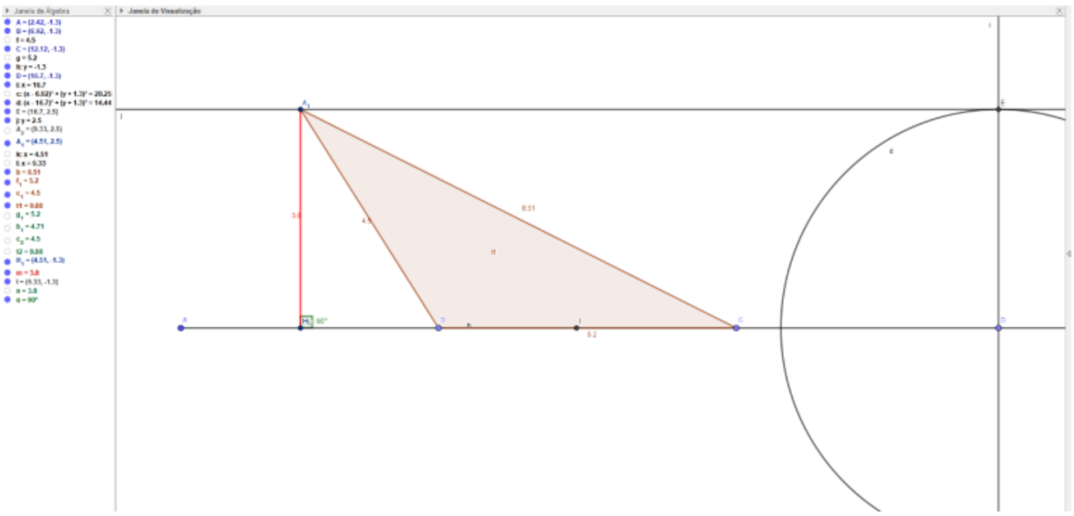
*Professor:*_" Ótimo".

Euclides: _ "Agora o que eu vou fazer é criar aqui uma semi reta para auxiliar aqui meu desenho. Aqui no na base esse BC aqui vai ser a base do meu triângulo. Na verdade, deixa eu fazer logo uma reta pra ficar completo. Pronto pra pros dois lados. Agora é o que que eu vou fazer? Ah eu vou ter a minha altura aqui é em BC só que eu também não sei onde é que exatamente ela vai ficar. É eu sei que ela vai ficar exatamente 3,8cm da minha base e ela vai ter que tocar nessa circunferência que eu já fiz. Então como é que como foi que eu pensei em fazer? É já que eu não tenho que ficar D da base tem que ser 3,8cm, eu vou fazer uma paralela aqui que esteja exatamente a 3,8cm. É e pra isso eu vou fazer aqui uma perpendicular à reta essa reta aqui que eu fiz tá? Eu vou usar a função aqui pra não demorar muito. Ótimo.

Pronto, eu vou fazer bem aqui. E usando o compasso eu vou marcar a altura que eu quero, que é 3,8cm. É então o ponto vai ser ali. Tenho aqui o ponto F como sendo a interseção, a altura que eu quero. Agora é só fazer a paralela. Usando aqui a ferramenta também. Paralelo a quem a reta AB. E aí eu tenho é se der uma olhada, eu vou ter duas intercessões, né? Aí eu cheguei lá, a resposta que eu vou ter dois triângulos, não só um possível, mas eu vou ter dois né? Pronto agora é só formar o triângulo. Os triângulos na verdade. Então é aqui E esse aqui também. Tá? Então eu tenho eu tenho os dois triângulos que são possíveis ser criados tem a base BC e a altura relativa média exatamente 3,8cm. Eu vou até fazer aqui a altura é usando uma perpendicular também pra facilitar.”

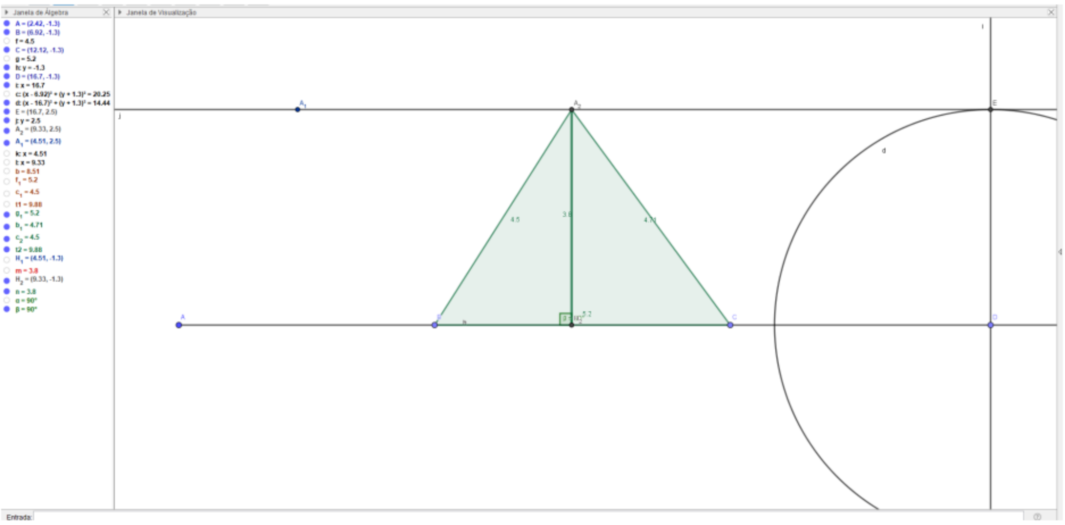
As figuras 021, 022, e 023 representam os passos utilizado para realização da construção do estudante Euclides que apresentou em seu portfólio como respostas.

Figura 021 - Triângulo A1BC sendo o segmento A1H1 sua altura



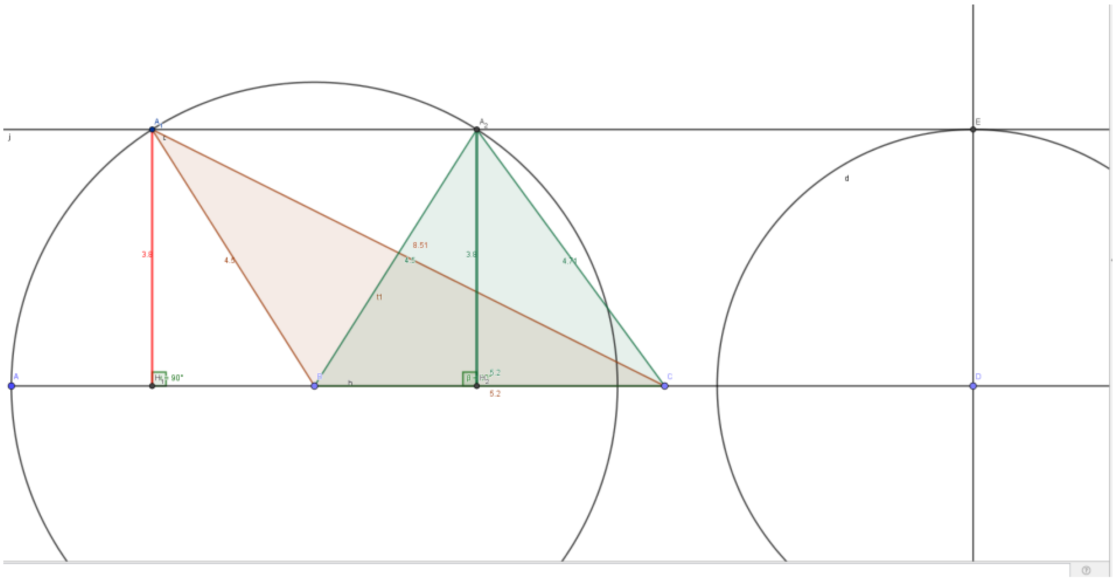
Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

Figura 022- Triângulo A2BC sendo o segmento A2H2 sua altura



FONTE: Elaborado pelo Autor

Figura 023 – Resposta proposta pelo estudante Euclides.



Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

Justificativa: A paralela j corta o arco de centro B e raio 4,5 em dois pontos, A1 e A2, estando ambos a 3,8 cm da base BC prolongada.

O estudante Euclides conseguiu compreender e realizar a atividade por completo apresentando de forma didática sua construção.

Apresentamos no subtópico seguinte uma análise dos dados gerados no questionário aplicados antes de iniciar o curso o que chamamos de pré-teste.

7.7 Análise do pré-teste

A discussão aqui proposta segue uma análise dos dados do Pré-Teste (APÊNDICE). Todos professores têm experiencia como professores tempo e afirmarem que conhecem o software GeoGebra, tendo apenas um professor que afirma não conhecer como dispõe na tabela 07, a seguir.

Tabela 007 – Resposta pergunta 04 - Você conhece o GeoGebra?

SEXO	QUANTIDADE
SIM	16
NAO	1
TOTAL	17

Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

O fato que todoss colocarma que conheciam o softwares nao se revelou durante a pesquisa pois apresentaram dificuldades em construçoes basicas. Acreditamos que a maioria tem conhecimentos do Geogebra mais nao utiliza em suas praticas ou na propria formacao continuada. Entretanto, a maioria dos professores afirma que não utiliza em sua prática docente o software GeoGebra. Constatou-se que mais de dois terços dos indivíduos não utiliza o GeoGebra em sala de aula, como poder ser observado na tabela 08, a seguir.

Tabela 008 – Resposta pergunta 05 - Você utiliza o geogebra em sala de aula?

SEXO	QUANTIDADE
SIM	5
NAO	12
TOTAL	17

Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

Perguntado sobre o que significa construções geométricas os estudantes responderam, das quais representa-se algumas a seguir:

> DEFINA COM SUAS PALAVRAS O QUE É CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS?
>
> ***Aluno 1_***São formas práticas de demonstrar conhecimentos técnicos da área de geometria.
>
> ***Aluno 2_***São figuras geometricamente corretas que são construídas na maioria das

vezes utilizando apenas o compasso e a régua.

Aluno 3_São figuras obtidas a partir de desenhos feitos com régua e compasso e, ainda sobre a superfície de um plano e/ou espaço.

Aluno 4_É um ramo da Matemática muito importante para o desenvolvimento do raciocínio lógico dedutivo e possui muitas aplicações em desenhos técnicos e mecânicos de máquinas, por exemplo. É algo bastante importante para matemática.

Aluno 5_São figuras geometricamente corretas, feitas utilizando régua e compasso.

Aluno 6_É um ramo da matemática muito importante para nosso conhecimento

Aluno 7_Uma geometria 3d

Aluno 8_Construção de uma sequência finita que forma um desenho

Diante do exposto foi possível perceber que grande parte dos estudantes não sabe definir e nem conhece exatamente as construções geométrica. Esse dado é importante, pois reforça necessidade de formação continuada e a proposição na formação inicial de elementos de construções geométrica.

No que tange aos conhecimentos básicos de geometria sobretudo aos lugares geométricos os estudantes mostraram firmeza em seus grande parte como podemos ver sobre a definição de mediatriz.

Defina com suas palavras o que é mediatriz?

Aluno 1_Mediatriz é uma reta que intercepta o ponto médio de um segmento dado, sendo perpendicular ao mesmo segmento.

Aluno 2_É uma reta perpendicular a algum segmento de reta que passa pelo o seu ponto médio.

Aluno 3_É uma reta perpendicular que divide um segmento de reta em duas partes iguais.

Aluno 4_É uma reta perpendicular a um segmento de reta que passa pelo seu ponto médio.

Aluno 5_A mediatriz de um determinado segmento é a reta perpendicular a esse segmento e que passa pelo seu ponto médio.

Aluno 6_É o encontro de retas

Chamou a atenção a forma com cada estudantes realizaram essa atividade, de modo diferente, mas conseguiram demonstrar uma logicas nas soluções propostas para construções. Como por exemplo construir uma perpendicular.

Dado uma reta r, descreva o passo a passo de como encontrar a sua perpendicular?

Aluno 1_

1- determinamos um segmento de reta qualquer ab pertencente a reta.

> 2- trace uma circunferência de centro a e raio maior que a metade do segmento ab.
> 3- com centro do com compasso em b e raio igual ao raio da circunferência anterior, traçamos outra circunferência.
> 4- ligamos os pontos de intersecção entre as duas circunferência, pois esse segmento de reta encontrado é perpendicular a reta dada.
>
> ***Aluno 2_***
> 1°passo: traçar a reta r
> 2°passo: tomar um ponto p na reta r
> 3°passo: com a conta seca do compasso em p, descreva um arco qualquer interceptando a reta r em dois pontos que chamaremos de a e b
> 4°passo: traçar dois arcos de raio maior que o segmento ab, centrados em a e b e marcar como c a intersecção desses arcos.
> 5°passo: traçar uma reta que passa pelos pontos p e c, essa reta será a perpendicular desejada.
>
> ***Aluno 3_***
> Colocando dois pontos distintos na mesma reta, criar uma circunferência para um, depois pegar a medida dessa circunferência com o compasso e colocar no outro, estando ele no centro. O lugar onde as circunferências se interceptam, onde se traça uma reta de um ponto ao outro, é sua perpendicular.

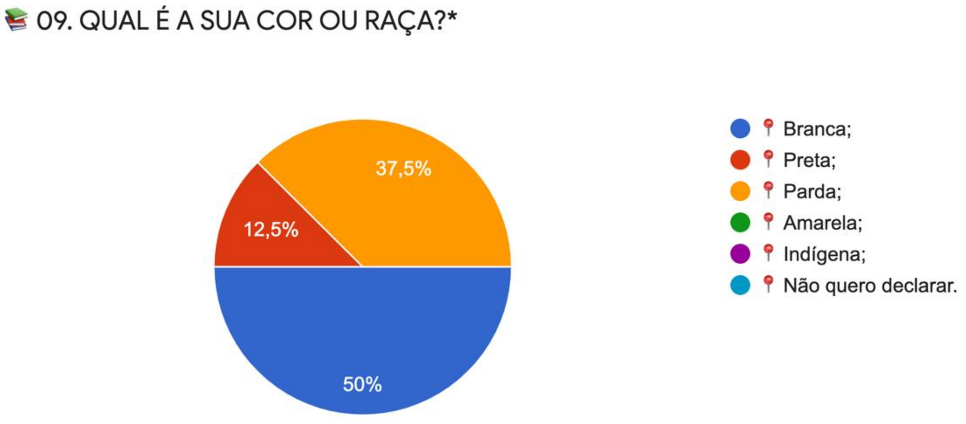
No Pré-Teste foi possível verificar os estudantes (professores) participantes da pesquisa possui bastantes conhecimento matemáticos e que demonstração afeição para uso de tecnologias digitais, entretanto, conhece pouco ou não se utiliza das ferramentas nas aulas de matemática sobretudo do software geogebra. Ademais o ensino de construções geométricas são poucos exploradas durante as aulas, e constatamos que pode ter pelo menos duas razoes, a saber: 1) os professores não se sentem confortáveis para utilização de ferramentas como geogebra ou régua e compasso dando a pouca formação e desconhecimento de técnicas de construções geométricas; 2) os materiais didáticos como livros e instrumentos de formação continuada não dão suporte suficiente para execução das atividades de modo que segue muitas vezes metodologias de resolução de questões. O fato que se faz importante a reflexão sobre o papel da formação continuada de professores de Matemática do Ensino Médio.

Apresentamos no subtópico seguinte uma análise dos dados gerados no questionário aplicados depois da realização do curso o que chamamos de pós-teste.

7.8 Análise do pós-teste

No Pós Teste foi possível perceber que a maioria dos estudantes se consideram brancos com 50%, sendo 37,5% parta e 12,5% e pretos, como mostra o gráfico 001.

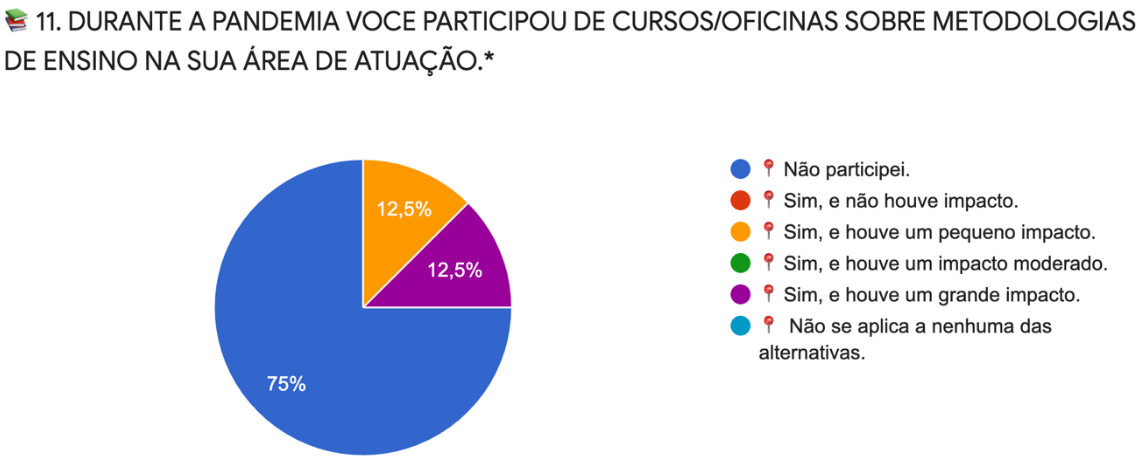
Gráfico 1 – Demonstrativo da cor ou raça dos participantes



Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

Um aspecto importante foi que durante a pandemia, quando tiveram grande para de ofertas de curso de formação de professore de forma gratuita, cerca de 75% dos professores desta pesquisa não participaram de cursos ou oficinas sobre metodologias de ensino. Tendo a apenas 12,5% dos estudantes que afirmam que tiveram formação e tiveram grande impacto na sua formação como podemos no gráfico 002.

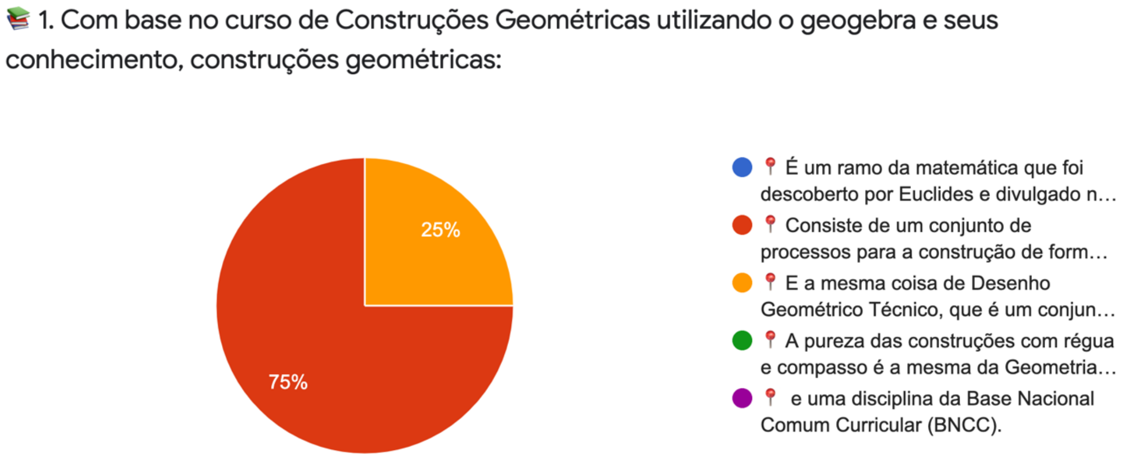
Gráfico 2 – Demonstrativo sobre participação de cursos durante a pandemia



Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

No que tange ao conteúdo foram aplicadas 6 questões que abordaremos a seguir. No conceito de Construções Geométricas. (CG) que grande parte não souberam qualificar de forma correta no Pré-Teste, já nesta questão 75% dos professore conseguiram identificar a definição para CG. Muitas pessoas confundem CG com desenho geométrico. Talvez por essa disciplina exista em muitas licenciaturas em matemática e assume de forma o conceito, sendo aqui, 25% dos estudantes acreditam que seja a mesma coisa, ou seja, construções geométricas é igual ao desenho geométrico, é o que podemos observar no gráfico 3.

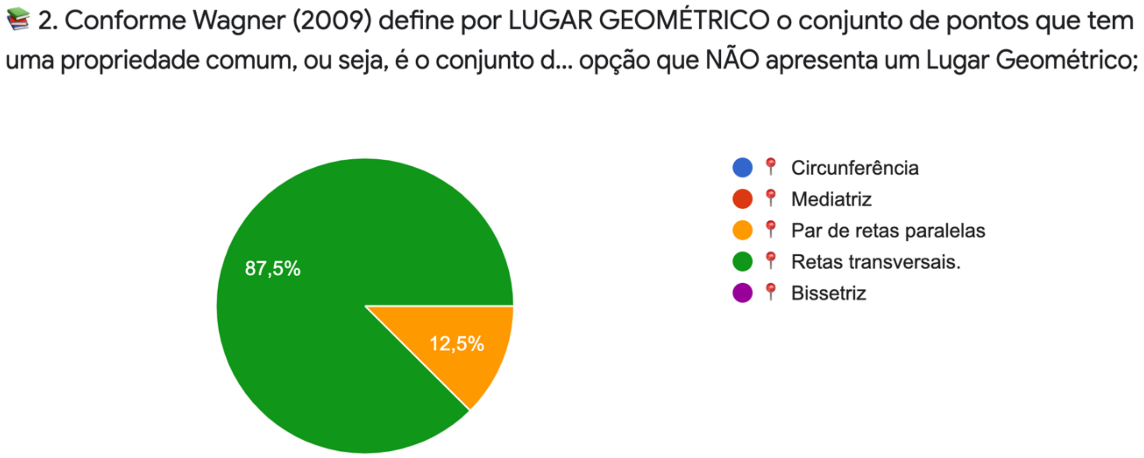
Gráfico 3- Resposta da questão 01 da avaliação de conteúdo



Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

Na questão 2 o estudante deveria marcar a opção em não representa um lugar geométrico, dado que a resposta correta é a transversal. Deste modo 87,5% dos estudantes apresentam e reconhecem o conceito de lugar geométrico e conseguem diferenciar de outras construções, conforme o gráfico 4.

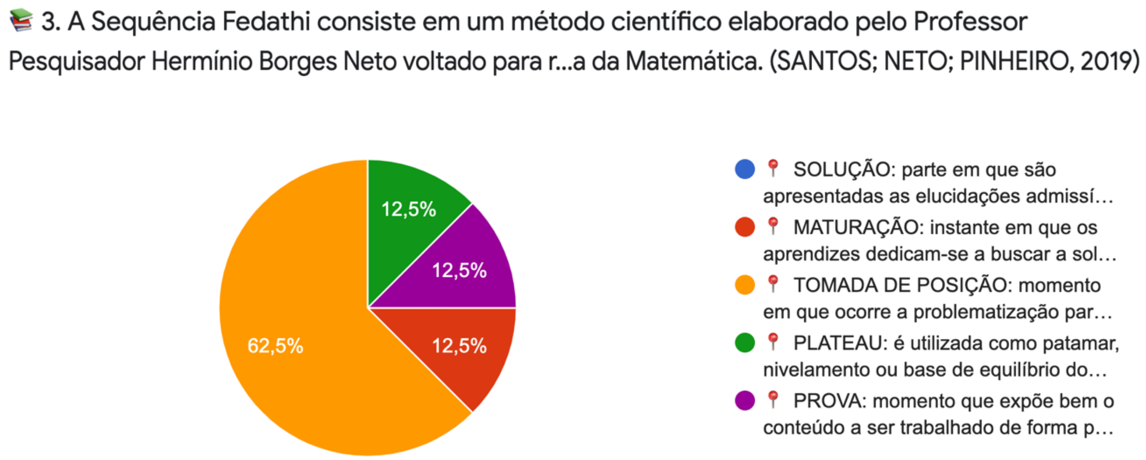
Gráfico 4- Resposta da questão 02 da avaliação de conteúdo



Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

Nesta questão apenas 12,5% conseguiram acertar. É causa para reflexão pois todo curso foi realizado com base na Sequencia Fedathi, e ao final os estudantes realizaram uma atividade de planejamento e execução de atividade mediado pela SF. A questão pedia para marcar a opção incorreta, que, portanto, seria a opção em que diz sobre a prova e 62.5% marcaram uma opção correta que é a tomada de posição, como demonstra o gráfico 5.

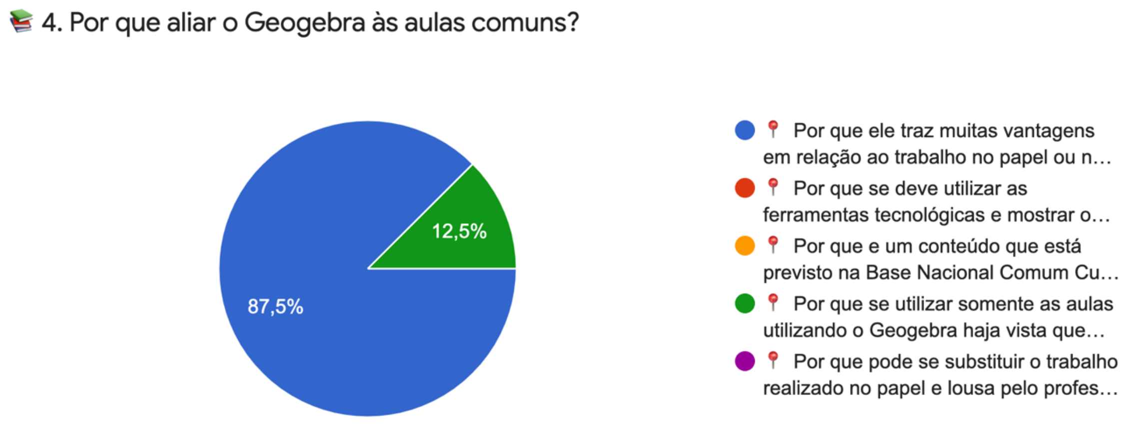
Gráfico 5 - Resposta da questão 03 da avaliação de conteúdo



Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

O software geogebra aliado as aulas comuns permitem um dinamismo e oferecem muitas vantagens a utilização do papel, pois é possível realizar diversa atividade de manipulação e realizar visualizações dinâmicas que o plano do papel não é possível. Percebemos que 87,5% dos estudaram responderam corretamente essa questão como se visualiza no gráfico 6.

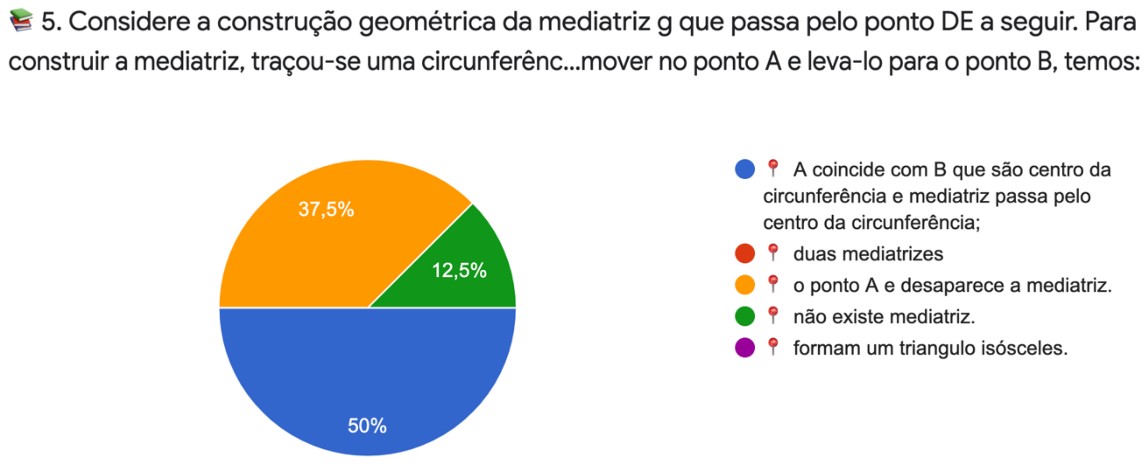
Gráfico 6- Resposta da questão 04 da avaliação de conteúdo



Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

Na questão 05, foi proposto a análise de uma Situação Limite. Dado que quando o ponto A tende ao ponto B. Cerca de 50% dos estudantes avaliara que não existe mediatriz no quando A tende a B ou ela desaparece. De fato, é possível conceber essa posição. Logo, 50% dos estudantes consideram correta a posição de A coincide com B que são centro da circunferência e a mediatriz passa pelo ponto central. É o correto, e pode ser observado no gráfico 007.

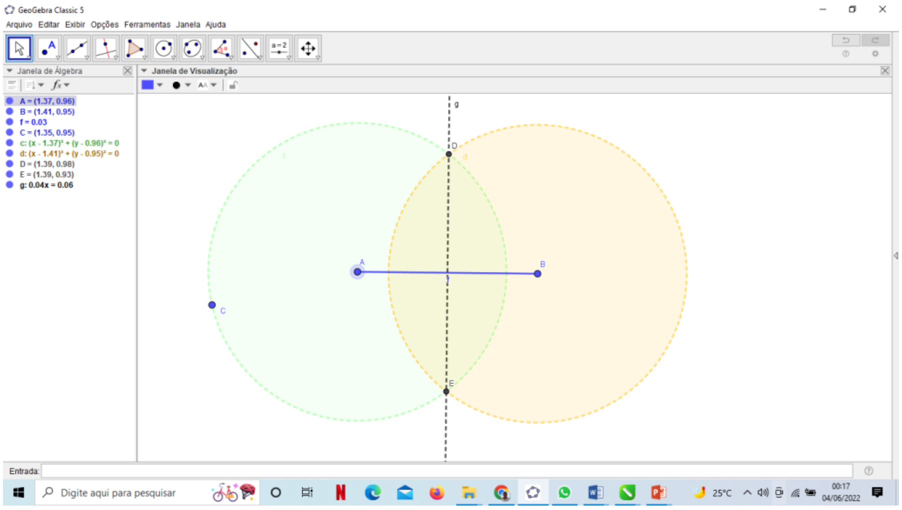
Gráfico 7 - Resposta da questão 05 da avaliação de conteúdo



Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

Conforme a questão 06, era pedido para que o estudante realizasse a descrição quando ao mover no ponto C e leva-lo para o ponto A. Como mostra na questão e a figura 023.

> 6 – Considere a construção geométrica da mediatriz g que passa pelo ponto DE a seguir. Para construir a mediatriz, traçou-se uma circunferência com centro em A e com raio maior do que o raio do segmento AB. Com a mesmo raio de A, constrói-se uma circunferência com centro em B. Ligando os pontos de intersecção das duas circunferências, DE, obtém-se a mediatriz. O ponto C pertence a circunferência de centro A. Descreva o pode ocorrer quando ao mover no ponto C e leva-lo para o ponto A
>
> Figura 024 – Mediatriz g dos pontos DE



Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

Sobre essa questão da SL os estudantes apresentaram de forma coerente respostas que coaduna com as expectativas esperados dos estudantes. As respostas, foram selecionadas e apresentadas a seguir:

> ***Aluno 1-*** O ponto C vai coincidir com o ponto A, e as duas circunferências vão ficando cada vez menor até desaparecer ficando somente a reta AB
> ***Aluno 2-*** quando o ponto C é movido para A a circunferência desaparece e aparece o segmento CB
> ***Aluno 3*** - Sumir a mediatriz
> ***Aluno 4*** - O raio diminuirá e não haverá intersecção para formar a mediatriz.
> ***Aluno 5*** - As medidas vão diminuindo e uma das circunferências vão sumir.
> ***Aluno 6-*** O ponto C não iria para o ponto A. Apenas ficaria dando voltas ao redor da circunferência.
> ***Aluno 7-*** Ao mover o ponto C para o ponto A, temos a redução do tamanho do raio da circunferência de centro A e também a de B. Desse modo, a medida que o raio passa a ser menor que a metade do segmento AB temos que as duas circunferência de mesmo raio não se interceptando. Consequentemente, não temos mais a formação da mediatriz, visto que a duas circunferências não se interceptam em dois pontos. Além disso, quando C fica sobre A, temos a não formação das circunferências.
> Ao mover o ponto C para o ponto A irá diminuir o raio da circunferência. Em certo ponto essas circunferências não irão mais se interceptar e consequentemente não haverá mediatriz

Como podemos perceber a formação do curso possibilitou o aprendizado na formação continuada de professores demonstrando foram construídos conhecimentos e quando perguntados sobre: Por favor, indique 3 coisas que mais lhe beneficiaram no curso, foram apresentado as seguintes questões.

> ***Aluno 1_*** Desafios diários, apresentações e explanação do professor.
> Aprendizagem no Geogebra. Forma de utilizar ele. Mais conhecimentos na área da geometria.
> ***Aluno 2-***O manuseio da ferramenta do Geogebra, haja vista que eu não possuir conhecimento da ferramenta e, a parti de agora, com os conhecimentos aprendido posso utiliza-la com uma ferramenta auxiliar no meu curso de licenciatura em

> Matemática. Além disso, os conhecimentos referentes aos conteúdo do curso, posto que são pertinentes a minha graduação.
> ***Aluno 3 -*** Aprendizagem sobre a temática abordada; aprendizagem sobre o geogebra;
> ***Aluno 4-*** Saber que existe ferramentas tecnológicas para auxiliar o professor. O aprendizado do uso da ferramenta. O conhecimento adquirido no decorrer do curso.
> ***Aluno 5 -*** a plataforma do geogebra de fácil entendimento, a explicação didática do professor, e o conhecimento prévio das construções geométricas.
> Relembrar sobre a matéria de desenho geométrico, relembra sobre bissetriz mediatriz perpendicular e altura.
> ***Aluno 6-*** Aprender sobre o geogebra, as atividades práticas e a forma que a aula era ministrada.

Respondendo à pergunta de como os participantes sentiam-se após a realização do curso, a maioria 93% dos estudantes, colocaram que se sentiam seguros para aplicar em sala de aulas, entretanto, afirmaram que era preciso explorar mais e estudar. Os outros três colocaram que apesar da boa realização do curso ainda se sentia desconfortáveis para aplicar na sala de aulas. Em todas as respostas ressaltaram a importância de utilizar as ferramentas tecnológicas como o GeoGebra para mediar com maior qualidade o processo de ensino aprendizagem.

No último capítulo, que escrevemos a seguir, apresentamos nossas contribuições ao trabalho fazendo uma análise e considerações finais a respeito da pesquisa realizada, retomando aos objetivos que nortearam a pesquisa bem como, destacando as dificuldades e desafios enfrentados durante a pesquisa.

08 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nessa pesquisa, objetivou-se uma trajetória crescente de estudos de educação matemática e das construções geométricas que se relacionam à implementação de inovações de forma significativa. Para dar sentido a esse corpo de estudos, seguiu-se uma abordagem hermenêutica na qual foram mencionadas diversas razões para desenvolver pesquisas de implementação, fundamentais para a organização inicial da literatura.

A abordagem hermenêutica, aplicada a pesquisas anteriores e aos estudos incluídos nesta dissertação, permitiu que a evolução da compreensão para a identificação de construtos considerados fundamentais para futuras pesquisas e práticas, e objetos de implementação focados no aperfeiçoamento dos sistemas educacionais e das práticas docentes.

Nesse cenário, foi possível exemplificar e abordar diversas análises que buscaram promover a compreensão das formas de como, ao longo do tempo, evoluem a epistemologia e o entendimento das possíveis articulações direcionadas a uma pedagogia eficaz. Outrossim, também faz-se importante desenvolver a literatura disponível acerca dos contextos históricos, nos quais se inserem os profissionais docentes e os estudantes, a fim de ilustrar a trajetória evolutiva dos estudos que proporcionaram o desenvolvimento dos projetos mencionados ao longo da pesquisa.

Foi possível observar que o uso de situações-limite, favorecendo o desenvolvimento de novas situações surpresa, que viabilizaram a discussão a partir da Sequência Fedathi, favorecendo uma discussão matemática entre os professores que participantes.

Observou-se que a participação dos professores, por meio de Videoconferência, possibilitou o desenvolvimento das ações de formação continuada de professores à distância.

A partir de tais considerações, observa-se fundamental a inserção das tecnologias da informação e da comunicação como mecanismo educacional, uma vez que a utilização dos instrumentos pode promover a evolução do sistema de aprendizagem o qual tem sido, cada vez mais, protagonista das discussões entre o corpo docente atual. Dessa forma, foi proposta uma conceituação refinada da noção de implementação na educação matemática, servindo como estrutura organizacional para pesquisas futuras, sinalizando os principais atores e processos dentro desse contexto.

Na presente pesquisa, a implementação na educação matemática foi conceituada como uma ruptura com a tradicional idade e o conservadorismo educacional, passando a adotar perspectivas direcionadas a um determinado sistema de educação matemática, por meio do endosso gradual da inovação em conjunto com um plano de ação voltado para resolver o que é percebido como um problema pelos atores envolvidos. A característica definidora da implementação é que ela ocorre na interação entre os proponentes da inovação, do plano, e dos adaptadores da inovação. No início da implementação, os proponentes da inovação têm a decisão final sobre a inovação e sobre o plano de ação associado.

Durante o processo de implementação, os adaptadores de inovação experimentaram alguns ou todos os seguintes subprocessos: (1) construção de construtos sobre a inovação, (2) mudança gradual da comunicação dentro dos sistemas educacionais, por meio de articulações capazes de promover uma interação eficaz entre professores e alunos, (3) mudança gradual da prática para que ocorra a inovação, (4) adaptar a inovação segundo suas necessidades e aspirações. Esses subprocessos refletem nos proponentes, incluindo a evolução da inovação, elaboração da Sequência Fedathi e no aperfeiçoamento dos processos de formação de professores, por meio dos quais se possibilita o plano de ação associado ao desenvolvimento das teorias subjacentes.

Adicionalmente, observou-se que os apelos por melhorias no desenvolvimento profissional vêm se fortalecendo ao longo dos últimos anos, pelo surgimento de muitas propostas e direcionamentos para liderar essa empreitada. As abordagens e modelos de desenvolvimento profissional variaram em suas ideias, ferramentas, meios e métodos de implementação de acordo com a natureza e filosofia de ensino e aprendizagem.

O desenvolvimento profissional tradicional que ocorre por meio de programas curtos e não atualizados, geralmente é projetado para transmitir um conjunto específico de ideias ou introduzir algumas estratégias ou materiais com pouco ou nenhum acompanhamento para facilitar sua implementação em sala de aula, um padrão que é difundido na formação de professores em muitos sistemas educacionais, e é considerado um desenvolvimento ineficaz para provocar mudanças nos procedimentos em sala, pois esses procedimentos e programas geralmente tendem a ser desconexos e não oferecem oportunidades para os professores colaborarem uns com os outros e refletirem sobre as práticas adotadas. Isso fez com que a carreira no ensino permanecesse em parte isolada, e os professores raramente tinham a oportunidade de se comunicarem.

O aprendizado ocorre de maneira mais eficaz quando especialistas e novatos trabalham juntos por um produto ou objetivo comum e estão motivados a ajudar uns aos outros. “Prestar assistência” é a definição geral de ensino, assim a atividade produtiva conjunta maximiza o ensino e a aprendizagem. Trabalhar em conjunto permite a conversação, através da linguagem, visando compreender o significado e valores no contexto de questões imediatas.

Outro ponto que deve ser retomado é o desenvolvimento da linguagem e da alfabetização como plano pedagógico, o qual também se aplica aos gêneros de linguagem especializados necessários para o estudo da matemática. A aprendizagem eficaz da matemática baseia-se na capacidade de “falar matemática”, da mesma forma que a capacidade geral de obter sucesso no currículo depende do domínio da língua de instrução. Ler, escrever, falar e ouvir podem ser ensinados e aprendidos em todas as matérias e, de fato, todas as matérias podem ser ensinadas como se fossem uma segunda língua.

A Atividade Produtiva Conjunta oferece um ambiente ideal para desenvolver a linguagem do domínio da atividade e do raciocínio lógico-matemático, e o aperfeiçoamento das capacidades de compreensão dos processos de construção geométrica.

O aumento da instrução contextualizada é uma recomendação consistente dos pesquisadores em educação. As escolas normalmente ensinam regras, abstrações e descrições verbais. As escolas precisam ajudar os alunos ao fornecer experiências que mostram que conceitos abstratos são extraídos e aplicados ao mundo cotidiano. Tais afirmações são contextualizadas nas abordagens acerca da *Etnomatemática*, a qual menciona a essência social e interpretativa da matemática, salientando que esta não resume apenas aos conhecimentos teórico e mecânicos ensinados nas instituições acadêmicas.

“Compreender” portanto significa conectar o novo aprendizado ao conhecimento anterior. Ajudar os alunos a realizar essas conexões fortalece o conhecimento recém-adquirido e aumenta o envolvimento do aluno com as atividades de aprendizagem. Teóricos, cientistas cognitivos, comportamentalistas e antropólogos psicológicos serviram de base para a fundamentação de que a aprendizagem escolar se torna significativa ao conectá-la às experiências pessoais, familiares e comunitárias dos alunos.

Há um claro consenso entre os pesquisadores em educação de que os alunos em risco de fracasso educacional exigem uma instrução que seja cognitivamente desafiadora; isto é, a instrução requer raciocínio e análise, não apenas exercícios rotineiros, repetitivos e detalhados. Isso não significa ignorar as regras fonéticas ou não memorizar as tabuadas de multiplicação, mas significa ir além desse nível do currículo para a exploração dos alcances mais profundos possíveis de materiais interessantes e significativos. Existem muitas maneiras pelas quais a complexidade cognitiva foi introduzida no ensino de alunos em risco de fracasso educacional. Há boas razões para acreditar, por exemplo, que um currículo bilíngue em si oferece desafios cognitivos que o tornam superior a uma abordagem unilateral.

O desenvolvimento da competência do assessoramento pedagógico deve ser um método presente em todas as atividades educacionais durante o dia-a-dia escolar e acadêmico. A alfabetização é a competência mais fundamental necessária para o sucesso escolar, uma vez que, por meio da linguagem se torna possível a comunicação entre educador e aluno, por intermédio da qual pode ser promovida a relação de aprendizagem a partir de uma pedagogia inovadora. O conhecimento escolar e o próprio pensamento são inseparáveis da linguagem. Linguagem social cotidiana, linguagem acadêmica formal e léxicos de assuntos são essenciais para o sucesso educacional.

Por conseguinte, se entende que a atividade docente nos sistemas de assessoramento pedagógico se mostra mais efetiva enquanto aplicada por meio de metodologias inovadoras, as quais dispensam a mecanização das atividades e promovem um ambiente educacional mais interativo e participativo. Dessa forma, buscou-se salientar a importância de aplicar a pedagogia a partir de práticas que ultrapassem os padrões tradicionais, a fim de oportunizar o aprendizado e a formação dos docentes de maneira mais eficaz.

Acerca dos processos de capacitação dos professores, o tema da presente pesquisa emergiu de indagações feitas a partir da observação de resultados da atual prática docente, considerando que, mesmo após a formação continuada de professores da educação básica, não há mudanças significativas na aprendizagem dos alunos. Considera-se que tão importante quanto educar, é formar os educadores, e objetiva-se a aproximação da construção de uma prática docente qualificada, que esteja próxima da necessidade local do alunado, que valorize a profissionalidade docente, as práticas formativas e, sobretudo, uma análise dos resultados após as formações continuadas de professores, para que tais formações, de fato, façam a diferença.

A partir de tais reflexões, conhecer os resultados que foram alcançados por parte dos professores na prática docente é fundamental para o direcionamento do caminho em busca de resolução de problemas práticos do cotidiano. Embora as políticas de formação inicial de professores sejam temas de discussão em pesquisas educacionais, ainda não conhecemos cientificamente os resultados dessas formações diretamente na educação.

Assim, mostra-se imprescindível que os conhecimentos adquiridos sejam diretamente associados à complexidade da incompletude, uma vez que os profissionais atuantes na educação devem enxergar a busca pelo conhecimento de uma perspectiva constante e contínua, enquanto um processo que passa por construções e reconstruções a partir das demandas e objetivos em que se fundamentam as suas atividades. Dessa forma, observa-se que o compromisso do educador com a educação consiste em interpretações e relacionamentos interpessoais em que se deve manter a conduta ética, moral e social, haja vista que se trata de uma temática que afeta toda a sociedade. Em razão disso, a escola deve ser conduzida e reconhecida como um espaço onde será promovido o aprimoramento de diversos valores, assim como a realização de debates, discussões e posições formadas e fundamentadas com base na resolução de problemas sociais, por meio da transmissão de conhecimentos e aplicação da aprendizagem a partir dos princípios da igualdade, do respeito e da justiça.

Os objetivos desta dissertação foram atingidos:

- Compreender o papel das tecnologias digitais na Didática da Matemática através de situações limites que surgem no momento de uso de softwares como GeoGebra voltado para o ensino de construções geométricas na atualidade;
- Identificar a percepção, conhecimento, saberes docentes sobre metodologias de ensino dos conteúdos de Geometria, especificamente os de construção geométrica e utilização das tecnologias para Geometria Dinâmica;
- Verificar como as tecnologias digitais (GeoGebra, vídeo aulas, videoconferência entre outros) auxiliam na formação de professores visando tornar as aulas de construções geométricas mais desafiadoras e desenvolver uma aprendizagem significativa para os estudantes pensando em seus limites e possibilidades;
- Identificar as contribuições da Sequência Fedathi no ensino de construções geométricas e as tecnologias digitais na formação de professores do ensino médio;
- Produzir um material em formato de Curso de Vídeo aulas contendo toda a sequência da aplicação da metodologia de forma a permitir a reprodução e uso do método por outros professores.

A partir da análise geração dos dados, comprovamos que o GeoGebra e as Construções Geométricas favorecem o ensino e a aprendizagem de Geometria e SF contribui para reflexão da FP e descobertas de SL por meio de demonstrações algébricas e geométricas. Como Produto Educacional apresentamos um Curso Básico de Construções Geométricas utilizando o Geogebra para professores do Ensino Médio por meio de vídeo aula e Videoconferência Assíncronas (VA). Não obstante, compreendemos que essa temática precisa de mais pesquisa e que objetivamos como trabalho futuro aplicar o curso para maior quantidades de professores por meio de atividades assíncronas e síncronas baseado no Produto Educacional deste mestrado.

REFERÊNCIAS

ABREU, D.H.M.; ANDRADE, W.M.; ALMEIDA NETO, C.A.; SCIPIÃO, L.R. de N. P.; da SILVA, M.C. de S. *et al.* A metodologia sequência FEDATHI na disciplina de férias currículo, avaliação e criatividade na matemática do ensino fundamental. **Brazilian Applied Science Review,** v. 3 n. 6, 2019.

AMADOR, Judenilson Teixeira. Concepções e modelos da formação continuada de professores: um estudo teórico. **Revista Humanidades e Inovação** v.6, n. 2 p 150-167, 2019

BARBOSA, João Paulo Carneiro; Raul de Assis Neto, Fernando. **Investigação histórica referente à base algébrica das construções geométricas com régua e compasso:** o trabalho de Pierre Laurent Wantzel. 2011. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2011.

BACICH, Lilian; TAZIAN NETO, Adolfo; TREVISANI, Fernando de Mello. **Ensino híbrido:** Personalização e Tecnologia na Educação. Porto Alegre: Penso, 2015.

BORGES NETO, H**. Uma proposta lógico-dedutiva-construtiva para o ensino de matemática.** Tese (apresentada para o cargo de professor titular). Faculdade de Educação, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2016.

BORGES NETO, H.; BORGES, S. M. C. As tecnologias digitais no desenvolvimento do raciocínio lógico. **Linhas Críticas**, [*S. l.*], v. 13, n. 24, p. 77–88, 2007.

BORGES NETO, H. Uma classificação sobre a utilização do computador pela escola. **Educação em debate**. Fortaleza, Ano 21, nº 37, p. 135-138. 1999.

BRASIL**. Resolução Nº 2, de 1º de julho de 2015 alterada pela Resolução CNE/CP nº 1, de 9 de agosto de 2017**: Define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação inicial em nível superior (cursos de licenciatura, cursos de formação pedagógica para graduados e cursos de segunda licenciatura) e para a formação continuada. Diário Oficial da União, Seção 1, p. 28. Brasília, 09 de agosto de 2017. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/docman/agosto-2017-pdf/70431-res-cne-cp-002-03072015-pdf/file. Acesso em: 11 Jul. 2020.

BRASIL. Raffaella; SIEGEL, Marjorie. Reading to learn mathematics: New connections, new questions, new challenges. **For the learning of mathematics**, v. 10, n. 3, p. 9-16, 1990.

BRASIL. T. C. **O ensino da Geometria através de resolução de problemas:** explorando possibilidades na formação inicial de professores de Matemática. 2017. 264f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2017.

BRASIL **Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996.** Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Diário Oficial [da República Federativa do Brasil], Brasília, DF, v. 134, n. 248, 23 dez. 1996.Seção I, p. 27834-27841.

BRASIL. MEC, Conselho Nacional de Educação**. Parecer CNE/CP Nº: 11/2020 de 7 de julho de 2020**. Orientações Educacionais para a Realização de Aulas e Atividades

Pedagógicas Presenciais e Não Presenciais no contexto da Pandemia. Disponível em https://www.cnm.org.br/cms/images/stories/Links/09072020_Parecer_CNE_CP11_2020.pdf Acesso em 13 de julho de 2020

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais:** terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. MEC, **Conselho Nacional de Educação PARECER CNE/CP Nº: 5/2020.** Reorganização do Calendário Escolar e da possibilidade de cômputo de atividades não presenciais para fins de cumprimento da carga horária mínima anual, em razão da Pandemia da COVID-19. Diário Oficial da União de 1º/6/2020, Seção 1, Pág. 32. Brasília, 01 de junho de 2020 Disponível em https://t6b6g4f6.stackpathcdn.com/wp-content/uploads/2020/05/Parecer-CNE-CP_5_2020-1.pdf-HOMOLOGADO.pdf acesso em 13 de julho de 2020

BRASIL. MEC, **Base Nacional Comum Curricular – BNCC.** 2018. Disponível em http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf acesso em 11 de julho de 2020.

BROUSSEAU. Guy. Theory of didactical situations in mathematics: didactique des mathématiques, 1970–1990. **Mathematics Education Library**, v. 19, n. 3, p. 9-16 2006.

BROUSSEAU, Guy. Les grandeurs dans la scolarité obligatoire. *In*: Les grandeurs dans la scolarité obligatoire. **La pensée sauvage** v.1 n3p. 331-348. 2001

CASATTI, Denise, **Ensino remoto na pandemia pode transformar a educação.** Disponível em https://jornal.usp.br/universidade/ensino-remoto-na-pandemia-pode-transformar-educacao/. Acesso em: 13 de jul. de 2020.

CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. 5. ed. [*S. l.*]: Lisboa, 1951. v. 1.

CEARÁ (Estado). Secretaria da Educação. **Documento de referência**- recomendações para elaboração do plano de retomada das aulas presenciais das redes municipais**.** 10 de julho de 2020 Disponível em https://www.seduc.ce.gov.br/wp-content/uploads/sites/37/2020/07/documento_referencia.pdf acesso em 13 de julho de 2020

CEARÁ (Estado). Secretaria da Educação- SEDUC. **Diretrizes para o período de suspensão das atividades educacionais presenciais por conta da situação de contenção da infecção humana pelo novo corona vírus no âmbito dos estabelecimentos de ensino da rede estadual do Ceará.** 26 de março de 2020 Disponível em https://www.seduc.ce.gov.br/wp-content/uploads/sites/37/2020/03/Diretrizes_escolas.pdf acesso em 13 de julho de 2020

CEARÁ (Estado). Secretaria da Educação - SEDUC. **Documento em construção:** plano de retomada das atividades presenciais. 24 de junho de 2020**.** Disponível em: http://www.mpce.mp.br/wp-content/uploads/2020/07/20200078-Plano-de-Retomada-das-Atividades-Presenciais-SEDUC-CE_2020.pdf acesso em 13 de julho de 2020.

COLES, Alf. On enactivism and language: towards a methodology for studying talk in mathematics classrooms. **ZDM**, v. 47, n. 2, p. 235-246, 2015.

CONCEIÇÃO, Airí Brandão Pereira da; HETKOWSKI, Tânia Maria. Assistência psicopedagógica: possibilidades do uso das tic no cenário pandêmico. CINTERGEO - **Congresso Internacional de Educação e Geotecnologias,** [S. l.], p. 39-44, 30 jul. 2021.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Da realidade à ação –** reflexões sobre educação e matemática. 3. ed., Campinas – SP: Ed. Da Universidade Estadual de Campinas, 1986.

D'SANTIAGO, Itayara Cunha; HETKOWISK, Tânia Maria. Geotecnologias, artes e espaços educativos: o redepub e as trilhas pedagógicas artísticas digitais percebidas na escola estadual dona jenny gomes. Cintergeo **– Anais do Congresso Internacional de Educação e Geotecnologias**, [*S. l.*], p. 93-97, 30 jul. 2021.

DE VILLIERS, Michael. Algumas reflexões sobre a Teoria de Van Hiele. Educação matemática pesquisa: **Revista do programa de estudos pós-graduados em educação matemática**, v. 12, n. 3, 2010.

DUVAL, Raymond. A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics**. Educational studies in mathematics**, v. 61, n. 1, p. 103-131, 2006.

FANG, Zhihui; SCHLEPPEGRELL, Mary J. Disciplinary literacies across content areas: Supporting secondary reading through functional language analysis. **Journal of adolescent & adult literacy**, v. 53, n. 7, p. 587-597, 2010.

FARIA TEIXEIRA, L.; SANTOS RODRIGUES, M. CORREA SIMÕES, C.; FERREIRA CARDOSO, D. Uso das ferramentas google meet e classroom no modelo de ensino remoto emergencial: Uma revisão bibliográfica. **Anais Educação em Foco:** IFSULDEMINAS, *[S. l.]*, v. 1, n. 1, 2021. Disponível em: https://educacaoemfoco.ifsuldeminas.edu.br/index.php/anais/article/view/124. Acesso em: 10 jun. 2022.

FELÍCIO, M.S.N.B.; MENEZES, D.B.; BORGES, NETO, H. Sequência FEDATHI para mudança de prática: estudo de caso de uma experiência com o teatro científico. **Revista Teias**, v. 22 n. 64, 2021

FRANZEN, M. Meta-analysis. *In*: H. V. ZEIGLER and SHACKELFORD, T. (ed). **Encyclopedia of Personality and Individual Differences**. Cham: Springer, 2020. p. 5925.

FREITAS, Rodrigues. FERREIRA, Kássia Anita de. **Pensamento Geométrico dos alunos do Ensino Médio de uma escola pública de Campo Novo do Parecis – MT.** Dissertação (Mestrado em Educação) Universidade Federal De Mato Grosso, Cuiabá, 2018.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia do oprimido**. 50 ed. rev. Rio de Janeiro, Editora Paz e Terra, 2011

FREIRE, P. **Pedagogia do Oprimido**. 17. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1987.

FREIRE, P. **Pedagogia da Esperança:** um reencontro com a pedagogia do oprimido. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1992

GAGNE, Michel R.; STERN, Charlotte L.; MARKS, Tobin J. Organolanthanide-catalyzed hydroamination. A kinetic, mechanistic, and diastereoselectivity study of the cyclization of N-unprotected amino olefins. **Journal of the American Chemical Society**, v. 114, n. 1, p. 275-294, 1992.

GARRETT, Filipe. **Como funciona o Google Meet? Veja perguntas e respostas sobre o app.** Disponível em https://www.techtudo.com.br/listas/2021/08/como-funciona-o-google-meet-veja-perguntas-e-respostas-sobre-o-app.ghtml acesso em 10 de junho de 2022.

GARCEZ, Pedro de Moraes; BULLA, Gabriela da Silva; LODER, Letícia Ludwig. Práticas de pesquisa microetnográfica: geração, segmentação e transcrição de dados audiovisuais como procedimentos analíticos plenos. **Delta**, v. 30, n. 2, jul.-dez. 2014.

GIL, A.C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. Ed. São Paulo: Atlas, 2002.

G1 EDUCAÇÃO**. Pandemia fará ensino à distância ser necessário até 2021, diz parecer aprovado pelo CNE**. São Paulo, 07 de julho de 2020. Disponível em https://www.google.com.br/amp/s/g1.globo.com/google/amp/educacao/noticia/2020/07/07/pandemia-fara-ensino-a-distancia-ser-necessario-ate-2021-diz-parecer-aprovado-pelo-cne.ghtml acesso em 13 de julho de 2020.

GOMES, Francisco A. M. **Conceitos básicos de geometria**. UNICAMP – IMECC. 2018 Disponível em https://www.ime.unicamp.br/~chico/ma092/ma092_1_geo_ponto_reta_plano.pdf acesso em 11 de junho de 2022.

GUIBAS, Leonidas J.; STOLFI, Jorge. Ruler, compass and computer. *In*: EARNSHAW, R. A. **Theoretical foundations of computer graphics and CAD**. Berlin: Springer, 1988. p. 111-165.

GULWANI, Sumit; KORTHIKANTI, Vijay Anand; TIWARI, Ashish. Synthesizing geometry constructions. **ACM SIGPLAN Notices**, v. 46, n. 6, p. 50-61, 2011.

HARTWIG, Sandra Christ. **Formação continuada dos professores:** um olhar sobra as práticas pedagógicas na construção de conhecimentos geométricos. 2013. 103 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências: Química da Vida e Saúde) - Instituto de Educação, Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande, 2013.

HETKOWSKI, Tânia Maria; NASCIMENTO, Fabiana dos Santos; ARAÚJO, Kátia Soane Santos. Mergency remote teaching(ert): reflexões sobre trabalho pedagógico e uso das tic na rede pública municipal. LES**: Linguagem, Educação e Sociedade**, [S. l.], p. 194-222, set. 2020.

HETKOWSKI, Tânia Maria; DIAS, Josemeire Machado. **Educação, Cultura Digital e Espaços Formativos**. [*S. l.*: s. n.], 2019.

HORN, Michael B; STAKER, Healther. **Blended:** Usando a inovação disruptiva para aprimorar a educação. [Tradução: Maria Cristina Gularte Monteiro; revisão técnica: Adolfo Tanzi Neto, Lilian Bacich] - Porto Alegre: Penso, 2015.

HUTKEMRI, Effandi Zakaria. Impact of using GeoGebra on students' conceptual and procedural knowledge of limit function. **Mediterranean Journal of Social Sciences**, v. 5, n. 23, p. 873, 2014.

JACKELI, George; KHALIULLIN**,** Giniyat. Mott insulators in the strong spin-orbit coupling limit: from Heisenberg to a quantum compass and Kitaev models**. Physical review letters,** v. 102, n. 1, p. 017205, 2009.

JUANDI, D.; KUSUMAH, Y. S.; TAMUR, M.; PERBOWO, K. S.; SIAGIAN, M. D.; SULASTRI, R.; NEGARA, H. R. P**.** The Effectiveness of Dynamic Geometry Software Applications in Learning Mathematics: A Meta-Analysis Study**. International Journal of Interactive Mobile Technologies** (iJIM), [*S. l.*], v. 15, n. 02, p. pp. 18–37, 2021. DOI: 10.3991/ijim.v15i02.18853. Disponível em: https://online-journals.org/index.php/i-jim/article/view/18853. Acesso em: 28 feb. 2022.

KALEFF, Ana Maria; SOUZA HENRIQUE, Almir de; MONTEIRO REI, Duke; GUILHERME FIGUEIREDO, Luiz. Desenvolvimento do Pensamento Geométrico – O Modelo de Van Hiele. **Revista Bolema**, Rio Claro – SP, v. 9, n. 10, 1994

KIRSCH, Irwin et al. Reading for change: Performance and engagement across countries: **Results of PISA** 2000. 2003.

KNAPP, Andrea K.; BARRETT, Jeffrey E.; MOORE, Cynthia J. Prompting teacher geometric reasoning through coaching in a dynamic geometry software context. **School Science and Mathematics**, v. 116, n. 6, p. 326-337, 2016.

LENZ, Mainara. **O estudo das cônicas a partir da construção geométrica.** 2014. 49 f. Dissertação (Mestrado de Geociências e Ciências Exatas) - Universidade Estadual Paulista, 2014.

LIMA, Elon L.; CARVALHO, Paulo C. P.; WAGNER, Eduardo; MORGADO, Augusto C. **A Matemática do Ensino Médio**. 5. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2004. v. 2.

LAKATOS, Eva Maria; MARCONI, Marina de Andrade. **Fundamentos de metodologia científica**. 5. ed. São Paulo: Editora Atlas, 2003.

LORENZATO, Sérgio. **Para aprender Matemática**. Campinas: Editora Autores Associados, 2006. (Coleção Formação de Professores).

LOVIS, Karla Aparecida; FRANCO, Valdeni Soliani. Reflexões sobre o uso do GeoGebra e o ensino de Geometria Euclidiana. **Informática na Educação**: Teoria & Prática, Porto Alegre, v. 16, n. 1, p. 149-160, jan./jun. 2013.

LUCARELLI, E. (org.). **El asesor pedagógico em la universidad**: de la teoria a la práctica en la formación. Buenos Aires, Argentina: Paidós Educador, 2015.

LUCARELLI, E.; Mallet, A. M. (org.). **Universidad y prácticas de innovación pedagógicas**: estudio de casos en la UNS. Buenos Aires, Argentina: Jorge Baudino Ediciones, 2010.

LUNA, W. do A. **Uma construção da geometria analítica a partir dos teoremas de Tales e**

de Pitágoras. 2013. 70 f. Dissertação (Mestrado profissional em Matemática) Universidade Federal de Campina Grande, Paraíba, Brasil, 2013.

MACHADO, Luiz Antônio de Assis. **Construção geométrica com régua e compasso:** uma proposta didática para o ensino de polígonos regulares.2019.75f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal do Tocantins, Arraias, 2019.

MANARA, Falecia Saldanha. Formação de professores e tecnologias em tempos de ensino remoto: Mudanças necessárias. **Research, Society and Development**, v. 10, n. 9, e5010917663, 2021

MARIN, Alda Junqueira. **Educação continuada:** introdução a uma análise de termos e concepções**.** Cadernos Cedes: Campinas, 1995.

MARCELO GARCIA, Carlos. **Formação de professores**: para uma mudança educativa**.** Porto: Porto Editora, 1999.

MACHADO, Sílvia Dias Alcântara. **Engenharia Didática, Livro Didático da Matemática:** uma análise da influência francesa. Belo Horizonte, Editora Autêntica, 2001.

MARCELO GARCIA, Carlos**. O professor iniciante, a prática pedagógica e o sentido da experiência**. Belo Horizonte, v. 02, n. 03, p. 11-49, ago./dez. 2010. 11 Disponível em http://formacaodocente.autenticaeditora.com.br

MASON, Marguerite**.** The van Hiele levels of geometric understanding. **Colección Digital Eudoxus**, v. 1, n. 2, 2009.

MAZUR, E. **Peer Instruction:** a revolução da Aprendizagem Ativa. 1a ed. Porto Alegre, 2015.

MAZIERO, Lieth Maria**. Quadriláteros:** construções geométricas com o uso de régua e compasso. 2011. 88 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2011.

MBC, Movimento pela Base Nacional Comum - BNC. **Critérios da formação continuada de professores para os referenciais curriculares alinhados à BNCC**. Disponível em http://movimentopelabase.org.br/wp-content/uploads/2019/01/PDF-Crit%C3%A9rios-de-Forma%C3%A7%C3%A3o-v6-final.pdf acesso em 11 de julho de 2020.

MEDEIROS, George Homer Barbosa de. **Régua, compasso e pontos notáveis de um triângulo**. 2020. 53f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2020.

MELLO, Tainá Kronbauer. Tecnologias de informação e comunicação na formação de professores de matemática: análise de artigos apresentados no XII Encontro Nacional de Educação Matemática. *In*: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12., 2016, São Paulo, SP. [**Anais]**. Brasília: SBEM, 2017. Formação de Professores de Matemática e Tecnologia (Eixo 21).

MIGUEL, Marcos José. **Construções com régua e compasso**. 2018. 101 f. Dissertação

(Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2018.

MORÁN, José Manuel, MASETTO, Marcos; BEHRENS, Marilda. **Novas tecnologias e mediação pedagógica**. 10 ed. São Paulo, SP: Papirus, 2003.

MORÁN, José Manuel. Nos novos espaços de atuação do professor com as tecnologias. **Revista Diálogo Educacional**, Curitiba, v. 4, n. 12, p. 13-21, maio/ago. 2004.

MORÁN, José Manuel. O vídeo na sala de aula. **Revista Comunicação & Educação**, n. 2, p. 27-35, 1995.

MORÁN, José Manuel. **O uso das novas tecnologias da Informação e da comunicação na EAD**: uma leitura crítica dos meios. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seed/arquivos/pdf/T6%20TextoMoran.pdf Acesso em: 11 jul. 2020.

OLIVEIRA, Ramon de. **Informática educativa**: dos planos e discursos à sala de aula. 13. ed. Campinas, SP: Papirus, 1997. p. 117 - 133.

OLIVEIRA, Mateus Rodrigues de. **Explorando lugares geométricos através da resolução de problemas**. 2016. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática), Universidade de São Paulo, São Carlos, 2016. DOI: 10.11606/D.55.2016.tde-26102016-143505. Acesso em: 01 abr. 2021.

OLDKNOW, Adrian. Dynamic geometry software-a powerful tool for teaching mathematics, not just geometry. *In*: **PROCEEDINGS of International Conference on Technology in Mathematics Teaching**. 1997.Disponível em: https://api.semanticscholar.org/CorpusID:14891241

OLDKNOW, Adrian. **Dynamic Geometry Software**: a powerful tool for teaching mathematics, not just geometry! [*S. l.*: *s. n.*], 1999.

PANDISCIO, Eric A. Alternative geometric constructions: promoting mathematical reasoning. **The Mathematics Teacher**, v. 95, n. 1, p. 32-36, 2002.

PIAGET, Jean. **Psicologia do desenvolvimento**. São Paulo: Difel, 1978.

PINHEIRO, Gerusa Soares; FEITOSA, Samira Souza; HETKOWSKI, Tânia Maria. **Projetos educacionais e tecnológicos para o ensino de matemática – K-MAT**. [*S. l.*: *s. n.*], 2018.

PINHEIRO, Ana Cláudia Mendonça. **Concepção e desenvolvimento de uma formação continuada de professores de matemática baseada na Sequência Fedathi**. Tese (Doutorado em Educação), Faculdade de Educação, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2016.

PAPERT, Seymour. **A máquina das crianças**: repensando a escola na era da informática. Porto Alegre: Artmed, 2008.

RIBEIRO, Jocilene Pupo. **Conhecimento especializado de Geometria do professor do ensino fundamental I**. 2019. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação

Matemática) - Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2019.

RIPARDO, R. B.; OLIVEIRA, M. S.; SILVA, F. H. Modelagem matemática e pedagogia de projetos: aspectos comuns. **Alexandria,** Florianópolis, v. 2, p. 87-116, 2009.

RIPARDO, R. B. Atividade orientadora de ensino e produção textual em matemática: possibilidade pedagógica. **Educação por Escrito,** Porto Alegre, v. 2, p. 25-37, 2011.

ROBERTSON, Jack M. Geometric constructions using hinged mirrors. **The Mathematics Teacher**, v. 79, n. 5, p. 380-386, 1986.

RODRÍGUEZ, Esther; BOSCH, Marianna; GASCÓN, Joseph. A networking method to compare theories: metacognition in problem solving reformulated within the anthropological theory of the didactic. **ZDM**, v. 40, n. 2, p. 287-301, 2008.

SALES, Mary Valda Souza; MOREIRA, J.A.M.; RANGEL, M. Competências digitais e as demandas da sociedade contemporânea: diagnóstico e potencial para formação de professores do ensino superior da Bahia. **Série-Estudos - Periódico Do Programa De Pós-Graduação Em Educação Da UCDB**, v. 24, n. 51, p. 89-120, 2019.

SANDERS, Cathleen V. Sharing teaching ideas: geometric constructions: visualizing and understanding geometry. **The Mathematics Teacher**, v. 91, n. 7, p. 554-556, 1998.

SANTANA, JR ; H, BORGES NETO. Sequência Fedathi: uma proposta de mediação pedagógica na relação ensino/aprendizagem. *In*: VASCONCELOS, José Gerardo (org.). **Filosofia, educação e realidade**. Fortaleza: Edições UFC, c2003. 298, [2] p. (Diálogos intempestivos; 10).

SANTANA, J.R.; BORGES, NETO, H.; ROCHA, E.M. A sequência FEDATHI: uma proposta de mediação pedagógica no ensino de matemática. *In*: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO, 8., 2004, Recife. **Anais**. Brasília: SBEM, 2004.

SANTANA, José Rogério. **Do novo PC ao velho PC**: a prova no ensino de matemática a partir do uso de recursos computacionais. 2001. Dissertação (Mestrado em Educação): Faculdade de Educação, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2001.

SANTANA, José Rogério. As tecnologias educacionais na perspectiva do ensino de ciências sociais e humanas: ideias fundamentais sobre as engenharias pedagógica e didática. *In*: ARAÚJO, Fátima Maria Leitão; SOUZA, Simone de; SOUZA, Vinícios Rocha; FICK, Vera Maria Soares. **Epistemologias e tecnologias para o ensino das Humanidades**. Fascículo 1 – A filosofia e as ciências humanas e sociais: por uma didática para o ensino das humanidades. Fortaleza: Expressão Gráfica, 2009. Disponível em: http://www.vdl.ufc.br/humanas/Data%5CSites%5C1%5CEpistemologias%20-%2001.pdf. Acesso em: 12 jul. 2020. p. 27-41.

SANTOS, J. N. dos; NETO, H. B.; PINHEIRO, A. C. M. A origem e os fundamentos da Sequência Fedathi: uma análise histórico-conceitual. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, [*S. l.*], v. 6, n. 17, p. 06–19, 2019. DOI: 10.30938/bocehm.v6i17.1074.

SANTOS, Simone de Carvalho. **Uma construção geométrica dos números reais**. 2015. 97 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão, 2015.

SANTOS, L. S. dos. **Ensino de Geometria:** construção de materiais didáticos manipuláveis com alunos surdos e ouvintes. 2018. 190f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2018.

SAVIANI, Demerval. Formação de professores: aspectos históricos e teóricos do problema no contexto brasileiro. *In*: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 31., 2008, Caxambu. **Anais**. Rio de Janeiro: ANPED, 2008.

SILVA, Vonicleiton Ribeiro. **Construções com régua e compasso**. 2019. 99 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão, SE, 2019.

SILVA JÚNIOR, L. P. da. **Construções geométricas por régua e compasso e números construtíveis**. 2013. 40 f. Dissertação (Mestrado profissional em Matemática) – Universidade Federal de Campina Grande, Paraíba, Brasil, 2013.

SCHNEIDERS, Luís Antônio. **O método da sala de aula invertida (flipped classroom)**. Lajeado: Ed. da Univates, 2018. Disponível em: https://www.univates.br/editora-univates/media/publicacoes/256/pdf_256.pdf. Acesso em: 14 jul. 2020.

SCHLEICHER, Andreas *et al*. (ed.). **The PISA 2003 assessment framework**: mathematics, reading, science, and problem solving knowledge and skills. Paris : OECD, c2003.

SCHOENFELD, A. H. On having and using geometric knowledge. *In:* HIEBERT, J. (ed.). **Conceptual and procedural knowledge**: the case of mathematics. Hillsdale, NJ: L. Erlbaum Associates, 1986. p. 225–264.

SHEPHERD, Mary D.; SELDEN, Annie; SELDEN, John. University students' reading of their first-year mathematics textbooks. **Mathematical Thinking and Learning**, v. 14, n. 3, p. 226-256, 2012.

SMITH, Manoella. Volta à sala de aula será híbrido entre presencial e on-line. **Folha de São Paulo**, ano 100, n. 33.363, 11 jul. 2020. Cotidiano. Disponível em: https://www1.folha.uol.com.br/cotidiano/2020/07/volta-a-sala-de-aula-sera-hibrido-entrepresencial-e-online.shtml. Acesso em: 13 jul. 2020.

SOUSA FILHO, João Rodrigues de. **Construções geométricas utilizando o aplicativo Euclidea**. 54 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2017.

SOUZA, Maria José Araújo. **Informática educativa na educação matemática:** um estudo sobre a geometria no ambiente do software cabri-géomètre. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2001.

SOUZA, Maria José Araújo. Sequência Fedathi: apresentação e caracterização. *In*: SOUSA, Francisco Edisom Eugenio de; VASCONCELOS, Francisco Herbert Lima; BORGES NETO, Hermínio; LIMA, Ivoneide Pinheiro de; SANTOS, Maria José Costa dos; ANDRADE, Viviane Silva de (orgs.). **Sequência Fedath**i: uma proposta para o ensino de matemática e ciências. Fortaleza: Edições UFC, 2013. p. 15-47.

USISKIN, Zalman. **Van Hiele levels and achievement in secondary school geometry**. [*S. l.*: *s. n.*], 1982.

VERGARA, Adriane Carrilho Esperança; HINZ, Verlani Timm; LOPES, João Ladislau Barbará. Como significar a aprendizagem de matemática utilizando os modelos de ensino híbrido. **Revista Thema**, v. 15, n. 3, p. 885-904, 2018. DOI http://dx.doi.org/10.15536/thema.15.2018.885-904.962. Acesso em: 12 jul. 2020.

VOJKUVKOVA, I. The van Hiele model of geometric thinking. **WDS’12 Proceedings of Contributed Papers**, v. 1, p. 72-75, 2012.

VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e linguagem**. 2. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1987.

VYGOTSKY, L. S. **Psicologia da Arte**. São Paulo: Martins Fontes, 1999.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente**. São Paulo: Martins Fontes, 2007.

WEINBERG, Aaron; WIESNER, Emilie. Understanding mathematics textbooks through reader-oriented theory. **Educational Studies in Mathematics**, v. 76, n. 1, p. 49-63, 2011.

YANG, Kai-Lin; LIN, Fou-Lai. A model of reading comprehension of geometry proof. **Educational Studies in Mathematics**, v. 67, n. 1, p. 59-76, 2008.

WAGNER, E. **Construções Geométricas.** 2. ed. Rio de Janeiro-RJ: SBM/IMPA, 1998.

APÊNDICE A – PRODUTO EDUCACIONAL – VIDEO AULAS DO CURSO

1- INTRODUÇÃO

Os produtos educacionais são um dos requisitos para a conclusão do mestrado profissional, sendo importante que os materiais de inovação educacional sejam acessíveis e de fácil utilização para auxiliar o processo de aprendizagem.

O público-alvo deste produto destina-se a professores de matemática do Ensino Médio, estudantes, universitários, pesquisadores, ou mesmo interessados no tema, a questão é que este produto atinge todos os níveis em linguagem simples, mas aprox. ao mesmo tempo, informa e apresenta a aprendizagem de forma diversificada, motivadora e estimulante.

Existem muitos desses produtos em ambientes acadêmicos. É importante decidir o que você pretende fazer a partir de sua própria perspectiva de enquete obter uma coisa para complementar outro produto. Dessa forma, você terá dois produtos que serão muito úteis para quem busca esse material em seus mestrados profissionais.

O Produto Educacional desse trabalho foi um curso básico vídeo aula sobre Construções Geométricas utilizando o Geogebra. O assunto, conteúdo sobre Construções Geométricas, foi definido a partir da Dissertação e organizado com base na Engenharia Didática, sob a concepção da Engenharia Pedagógica e cada aula utilizamos a Sequencia Fedathi. No caso da vídeo aula, o assunto ministrado durantes 10 aulas de duas horas e atividades assíncronas totalizando 40h/a. Os momentos síncronos ocorreu por meio da plataforma Google Meet de forma remota e atividades remotas assíncronas com o auxílio do Ambiente Virtual de Aprendizagem – Google Classroom.

A escolha do tipo de material desse produto, no caso vídeo aula, foi em virtude de ser algo atual. Os participantes da pesquisa realizada na Dissertação são professores do Ensino Médio sob a abrangência da CREDE 14.

Sabe-se que isso é visível para nós educadores, juntamente com as recomendações de documentos oficiais sobre a necessidade de utilizar recursos e métodos diferenciados em sala de aula. Os alunos estão cada vez mais envolvidos com a tecnologia e procurando novidades todos os dias. É importante apresentar esse material para mostrar que a tecnologia também precisa ser usada para aprender e que a tecnologia está disponível gratuitamente.

Portanto o produto educacional que apresentamos e o curso na forma de vídeo aulas.

2- CONTEÚDO DO CURSO BÁSICO DE CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS UTILIZANDO O GEOGEBRA

A organização do conteúdo for realizado para um período de 10 aulas de 2h/a síncronas tem duas semana totalizando 20h/a e 20/a assíncronas com realização de atividades de casa e desafios e fora assim definido começando com o Contrato Didático e seguindo depois.

1. APRESENTAÇÃO DO GEOGEBRA

a) Interfaces e ferramentas.
b) Janela de visualização e janela de álgebra.
c) Barra de ferramentas.
d) Construções no Geogebra.

2. SEQUENCIA FEDATHI

a) Apresentação da Sequência Fedathi.
b) Metodologia de ensino e a Sequência Fedathi.
c) A Sequência Fedathi e as Construções Geométricas.

3. Construções Geométricas

a) Definição.
b) Contexto do Ensino de Construções Geométricas.
c) Exemplos de Construções Geométricas.

4. LUGAR GEOMÉTRICO.

a) Os Lugares Geométricos Elementares
b) Perpendiculares.
c) Mediatriz.
d) Construções Básicas de circunferência.
e) Divisão de circunferências.
f) Arco Capaz.
d) Paralelas e paralelismo.
e) Circunferência.
f) Construções Básicas de circunferência.

g) Divisão de circunferências.

h) Arco Capaz.

5. DIVISÃO DE SEGMENTOS RETILÍNEOS.

a) Divisão de um Segmento de Reta em n Partes Iguais.

b) Terceira e Quarta Proporcionais.

c) Média Proporcional ou Média Geométrica.

d) Média e Extrema Razão

6. DIVISÃO DE ÂNGULOS EM PARTES IGUAIS.

a) Ângulos.

b) Ângulo Inscrito e Ângulo Central.

c) Arco capaz de um segmento sob um ângulo.

d) Divisão de um ângulo em 2n partes iguais.

e) Divisão de um ˆangulo em três partes iguais

f) Transporte de ângulo.

g) Simetria de um ponto em relação a uma reta;

7. CONSTRUÇÃO DE TRIÂNGULOS.

a) Construções fundamentais de triângulos.

b) Problemas de construção de triangulo.

8. AS LUAS DE HIPÓCRATES.

a) Sobre Hipócrates.

b) Quadratura de uma figura geométrica.

c) Quadratura do retângulo.

d) Quadratura de polígonos.

e) Quadratura das luas

f) Hipócrates e a quadratura

g) As lúnulas de Hipócrates.

9. PLANEJAMENTO DA SEQUENCIA FEDATHI.

a) Preparação.

b) Planejamento de uma sessão didática com a metodologia da Sequência Fedathi pelos discentes;

10. APRESENTAÇÃO DAS CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS

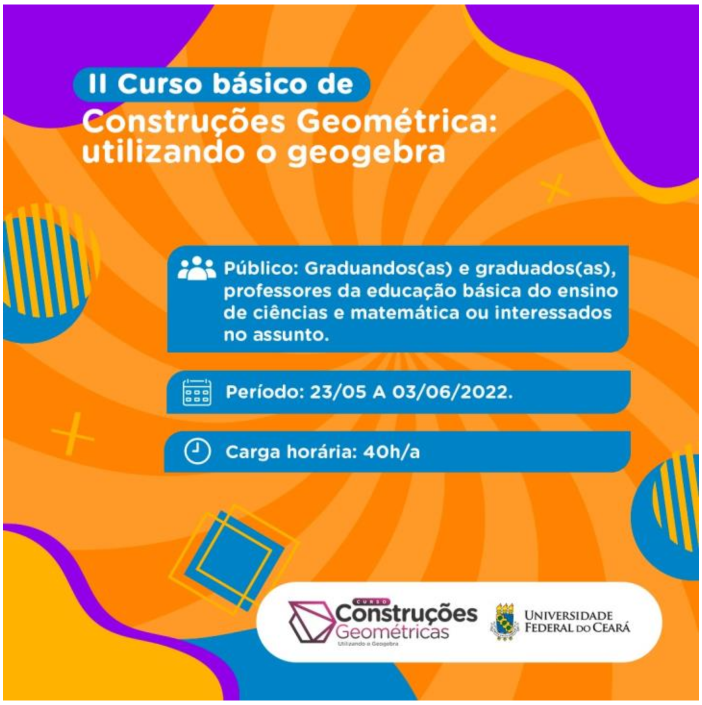
a) Apresentação do planejamento das aulas sessão didática com a metodologia da Sequência Fedathi e apresentação das construções geométricas.

3- LINK DE ACESSO

O curso foi realizado e divulgado com a seguinte chamada:

Estão abertas as inscrições para o II Curso Básico de Construções Geométricas utilizando o Geogebra. Com carga horária total de 40 horas, o curso terá os certificados emitidos gratuitamente pela Pró-Reitora de Extensão da Universidade Federal do Ceará para os cursistas que alcançarem uma nota sete na média final. Público: Graduandos(as) e graduados(as), professores da educação básica do ensino de ciências e matemática. Quando: As aulas serão realizadas ao vivo toda no Período de 23 de maio a 03 de junho de 2022 (18h às 20h). Onde: Google Meet Metodologia: Aulas ao vivo e expositivas ministrado pelo professor e mestrando Francisco Antônio Nascimento como parte integrante do produto educacional do mestrado em Ensino de Ciências e Matemática. Período de inscrição: 18 a 23 maio de 2022 Período do curso: 23 de maio a 03 de junho de 2022 (18h às 20h). Modalidade: Remota (aulas ao vivo). Como mostra a figura 01.

Figura 1 – Divulgação do curso

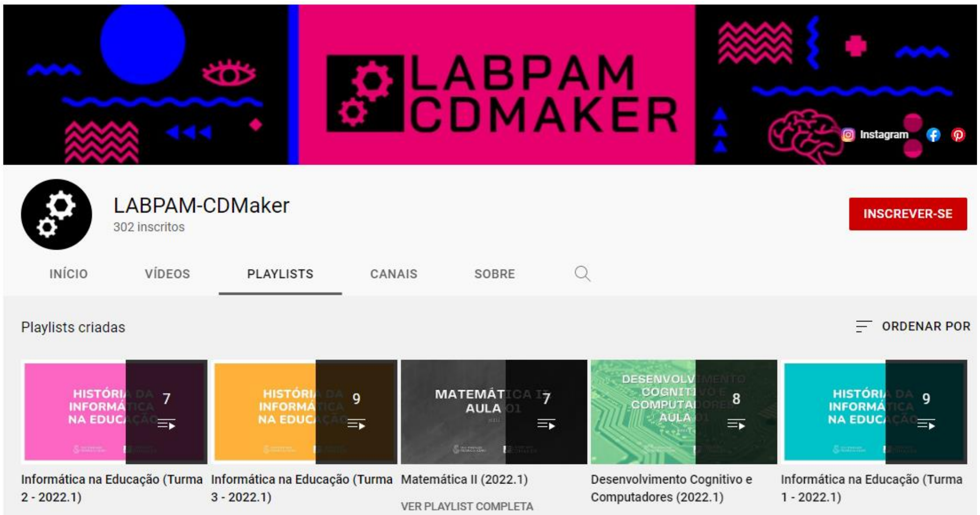


FONTE: Elaborado pelo autor.

3.1 Links de acesso

Os vídeos fora postados no canal do Ou Tube do LABPAM/CDMAKER de forma não listado, conforme a figura 2.

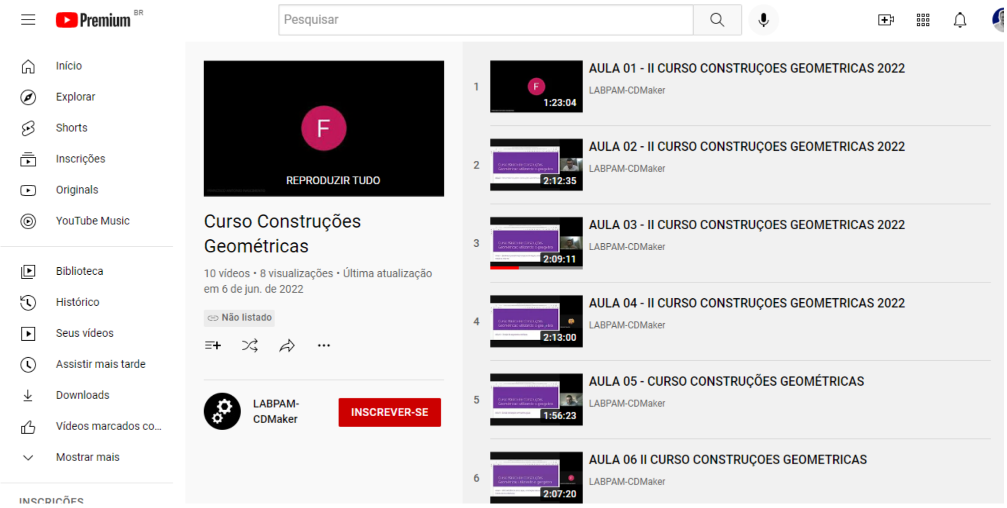
Figura 2 – *Printscreen* da tela mostrando o canal do youtube do LABPAM/CDMAKER



FONTE: Elaborado pelo autor.

Os videos estao organizado na forma de play list como podemos observar na figura 3.

Figura 3 – *Printscreen* da tela do You Tube mostrando a play list do curso.



FONTE: Elaborado pelo autor.

Pode ser acessado pelo QR CODE da figura 04 abaixo ou no Link de acesso play list das aulas: https://www.youtube.com/playlist?list=PLcJ8buyyBEqrl-8c1t5anbwk5IwyeCiou

Figura 04- Play List dos vídeos do Curso Básico de Construções Geométricas utilizando o Geogebra.

FONTE: Elaborado pelo autor.

Também disponibilizamos os links por cada aulas conforme o quadro 01.

Quadro 1 – Distribuição do links por cada aula.

ATIVIDADES ON-LINE SÍNCRONAS		
ATIVIDADES SÍNCRONAS	**DATA REALIZADA**	**LINK YOUTUBE**
Aula 1 – Apresentação do Curso, contrato didático e ambientação do geogebra	23/05/2022 18h – 20h	https://www.youtube.com/watch?v=ZFMLLdWxDYQ&list=PLcJ8buyyBEqrl-8c1t5anbwk5IwyeCiou&index=1
Aula 2 -Apresentação da Sequência Fedathi breve histórico sobre Construções Geométricas e Perpendiculares	34/05/2022 18h – 20h	https://www.youtube.com/watch?v=pWr1LlyRw0A&list=PLcJ8buyyBEqrl-8c1t5anbwk5IwyeCiou&index=2
Aula 3 – (Paralelas/e paralelismo) Transporte de ângulo, simetria de um ponto em relação a uma reta	25/05/2022 18h – 20h	https://www.youtube.com/watch?v=1smvPXqN7nQ&list=PLcJ8buyyBEqrl-8c1t5anbwk5IwyeCiou&index=3
Aula 4 – Divisão de segmentos retilíneos	26/05/2022 18h – 20h	https://www.youtube.com/watch?v=_4nw6bDmqCc&list=PLcJ8buyyBEqrl-8c1t5anbwk5IwyeCiou&index=4
Aula 5 – Divisão de ângulos em partes iguais	27/05/2022 18h – 20h	https://www.youtube.com/watch?v=43vF_OhAXno&list=PLcJ8buyyBEqrl-8c1t5anbwk5IwyeCiou&index=5
Aula 6 –CIRCUNFERÊNCIA (Arco capaz, construções básicas de circunferência, Divisão de circunferências)	30/05/2022 18h – 20h	https://www.youtube.com/watch?v=lVdBs0toItI&list=PLcJ8buyyBEqrl-8c1t5anbwk5IwyeCiou&index=6
Aula 8 – Construção de Triângulos	31/05/202218h – 20h	https://www.youtube.com/watch?v=8O9Q6B-qTeA&list=PLcJ8buyyBEqrl-8c1t5anbwk5IwyeCiou&index=7
Aula 8 – As luas **HIPÓCRATES.**	01/06/2022 18h – 20h	https://www.youtube.com/watch?v=2jakaI72-XA&list=PLcJ8buyyBEqrl-8c1t5anbwk5IwyeCiou&index=8
Aula 9 – Preparação, planejamento de uma aula pelos docente;	02/06/2022 18h – 20h	https://www.youtube.com/watch?v=CuteHf0fn2Y&list=PLcJ8buyyBEqrl-8c1t5anbwk5IwyeCiou&index=9
Aula 10 – Apresentação das aulas usando construções geométricas -	03/06/2022 18h – 20h	https://www.youtube.com/watch?v=gIlqd1BRiA8&list=PLcJ8buyyBEqrl-8c1t5anbwk5IwyeCiou&index=10

FONTE: Elaborado pelo autor.

APÊNDICE B – EMENTA DO CURSO

CURSO BÁSICO DE CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS UTILIZANDO O GEOGEBRA	
Carga horária	40h
Pré-requisito	Professor de matemática
Modalidade	Remoto
Nível	Professores de matemática do Ensino Médio
Professores responsáveis	Francisco Antonio Nascimento e José Rogério

EMENTA

Apresentação do Geogebra, contrato didático e a Sequencia Fedathi. Breve histórico sobre Construções Geométricas. Lugar Geométrico. Perpendiculares. Paralelas e paralelismo. Divisão de segmentos retilíneos. Divisão de ângulos em partes iguais. Circunferência. Construção de Triângulos. As luas de Hipócrates. Planejamento da Sequência Fedathi. Apresentação das construções geométricas.

OBJETIVOS

- Compreender a metodologia da Sequência Fedathi.

- Conhecer as ferramentas do software Geogebra para Construções Geométricas.

- Identificar o conceito de Construções Geométricas bem como reconhecer as diversas construções geométricas.

- Realizar as construções geométricas utilizando os conceitos de perpendicular, paralelismo e

PROGRAMA

Contrato Didático

1. Apresentação do Geogebra
   a) Interfaces e ferramentas.
   b) Janela de visualização e janela de álgebra.
   c) Barra de ferramentas.
   d) Construções no Geogebra.

2. Sequência Fedathi
   a) Apresentação da Sequência Fedathi.
   b) Metodologia de ensino e a Sequencia Fedathi.
   c) A Sequência Fedathi e as Construções Geométricas.

3. Construções Geométricas
   a) Definição.
   b) Contexto do Ensino de Construções Geométricas.
   c) Exemplos de Construções Geométricas.

4. Lugar Geométrico.
   a) Os Lugares Geométricos Elementares
   b) Perpendiculares.
   c) Mediatriz.
   d) Construções Básicas de circunferência.
   e) Divisão de circunferências.
   f) Arco Capaz.
   d) Paralelas e paralelismo.
   e) Circunferência.
   f) Construções Básicas de circunferência.
   g) Divisão de circunferências.
   h) Arco Capaz.

5. Divisão de segmentos retilíneos.
   a) Divisão de um Segmento de Reta em n Partes Iguais.
   b) Terceira e Quarta Proporcionais.
   c) Média Proporcional ou Média Geométrica.
   d) Média e Extrema Razão

6. Divisão de ângulos em partes iguais.
   a) Ângulos.
   b) Ângulo Inscrito e Ângulo Central.
   c) Arco capaz de um segmento sob um ângulo.
   d) Divisão de um ângulo em 2^n partes iguais.
   e) Divisão de um ˆangulo em três partes iguais
   f) Transporte de ângulo.
   g) Simetria de um ponto em relação a uma reta;

7. Construção de Triângulos.
   a) Construções fundamentais de triângulos.
   b) Problemas de construção de triangulo.

8. As luas de Hipócrates.
   a) Sobre Hipócrates.
   b) Quadratura de uma figura geométrica.
   c) Quadratura do retângulo.

d) Quadratura de polígonos.
e) Quadratura das luas
f) Hipócrates e a quadratura
g) As lúnulas de Hipócrates.

9. Planejamento da Sequência Fedathi.

   a) Preparação.
   b) Planejamento de uma sessão didática com a metodologia da Sequência Fedathi pelos discentes;

10. Apresentação das construções geométricas

    a) Apresentação do planejamento das aulas sessão didática com a metodologia da Sequência Fedathi e apresentação das construções geométricas.

METODOLOGIA DE ENSINO

As aulas serão realizadas por meio de videoconferências síncronas através da plataforma Google Meet. Será utilizado o software Geogebra para realização das construções geométricas. Para cada será adotado a Sequência Fedathi como metodologia de ensino.

AVALIAÇÃO

O desempenho dos alunos será avaliado individualmente durante todo o curso considerando os seguintes critérios:
- Frequência mínima de 75%;
- Participação nas aulas;
- Avaliações individuais escrita;
- Resolução dos desafios e atividades propostas;
- Planejamento e apresentação de uma sessão didática com uso da Sequência Fedathi.

BIBLIOGRAFIA BÁSICA

SANTANA, José Rogério. BORGES NETO, Hermínio. **Sequência Fedathi: uma proposta de mediação pedagógica na relação ensino/aprendizagem** - Filosofia, educação e realidade. Fortaleza: Ed. UFC, 2003

SOUZA, Cláudio Santos de. PIMENTA, Milene Maria D. ARNAUT, Roberto Geraldo Tavares. **Construções geométricas. v.1**. – 2.ed. – Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ, 2010.

SOUZA, Cláudio Santos de. ARNAUT, Roberto Geraldo Tavares. **Construções geométricas. v.2**. – 2.ed. – Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ, 2010.

BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR

CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. - Volume I, 5.a edição, Lisboa, 1951.

DOLCE, Osvaldo; POMPEO, José Nicolau. **Fundamentos da matemática elementar**. v. 10.6. ed. São Paulo: Atual Editora, 2005.

EUCLIDES. **Os elementos**. Tradução e introdução de Irineu Bicudo. – São Paulo: Editora UNESP, 2009.

LIMA, Elon L., CARVALHO, Paulo C. P., WAGNER, Eduardo e MORGADO, Augusto C. **A Matemática do Ensino Médio**, 5. Ed Rio de Janeiro, Vol. 2 – SBM, 2004.

APENDICE C –Transcrição das aulas do curso básico de construções geométricas utilizando o Geogebra

1 TRANSCRIÇAOS DAS AULAS

8.1 PRIMEIRO ENCONTRO FORMATIVO – AULA 01

O primeiro encontro formativo na forma de oficina pedagógica foi realizado no dia 23 de maio de 2022. Neste encontro teve por objetivo apresentar o curso, realizar o contrato didático e realizar ambientação do software geogebra.

• TEMPO: 18h00min00s as 18h18min00s

O primeiro encontro foi iniciado com o professor dando boas-vindas. Com o fluxo de pessoas entrando na sala, o mediador pediu autorização para gravação onde todos autorizaram através do chat e colocando para gravar, houve a princípio uma queda na internet, e o professor orientador que acompanha o curso iniciou o diálogo com a turma.

No planejamento inicial estava presente a apresentação do software geogebra na parte final da aula, mas devido a inconsistência da conexão o professor orientador iniciou apresentado o geogebra de um modo geral, suas ferramentas principais.

• TEMPO: 14h18min00s as 19h00min00s

Dando seguimento, foi realizado a apresentação do contrato didático, ou seja, o acordo didático de realização do curso. Trazendo uma definição de contrato de didático de Guy Brousseu, e em seguida já apresentando os elemento do curso.

O II Curso Básico de Construções Geométricas utilizando o geogebra com carga horária total de 40 horas ***<u>(20 horas em atividades síncronas através de videoconferência via GoogleMeet; 20 horas através de atividades assíncronas através do Googleclassroom).</u>*** O curso terá os certificados emitidos gratuitamente pela Pró-Reitora de Extensão da Universidade Federal do Ceará para os cursistas que alcançarem uma nota sete na média fina Às 20 horas em **atividades síncronas** serão travésde videoconferência via GoogleMeet e as 20 horas através de **atividades assíncronas** através de AVA Google Classroom.

O mediador apresentou a proposta de avaliação a saber: **Avaliação: p**resença nas sessões por videoconferência em pelo menos 70% das interações; atividades assíncronas no Ambiente Google Classroom em 70% das interações; e, elaboração e apresentação de um plano de aula com atividade do geogebra. No primeiro momento todos concordaram, mas importante destacar que podem surgir negociações no acordo didático.

Em seguida foi apresentado o quadro de atividades do curso conforme pode-se observar abaixo:

ATIVIDADES ON-LINE SÍNCRONAS		
ATIVIDADES SÍNCRONAS	DATA/CARGA HORÁRIA	PLATAFORMA
Aula 1 – Apresentação do Curso, contrato didático e ambientação do geogebra	23/05/2022 18h – 20h	Google Meet
Aula 2 -Apresentação da Sequência Fedathi breve histórico sobre Construções Geométricas e Perpendiculares	34/05/2022 18h – 20h	Google Meet
Aula 3 – (Paralelas/e paralelismo) Transporte de ângulo, simetria de um ponto em relação a uma reta	25/05/2022 18h – 20h	Google Meet
Aula 4 – Divisão de segmentos retilíneos	26/05/2022 18h – 20h	Google Meet
Aula 5 – Divisão de ângulos em partes iguais	27/05/2022 18h – 20h	Google Meet
Aula 6- Divisão de ângulos em partes iguais	30/05/2022 18h – 20h	Google Meet
Aula 7 –CIRCUNFERÊNCIA (Arco capaz, construções básicas de circunferência, Divisão de circunferências)	31/05/202218h – 20h	Google Meet
Aula 8 – Construção de Triângulos	01/06/2022 18h – 20h	Google Meet
Aula 9 – Preparação, planejamento de uma aula pelos docente;	02/06/2022 18h – 20h	Google Meet
Aula 10 – Apresentação das aulas usando construções geométricas -	03/06/2022 18h – 20h	Google Meet

Dando seguimento, o mediador apresentou dicas para assistir aulas on line como: **a)** seja Pontual; b) use fundo neutro no seu cenário; c) durante a reunião o microfone deve permanecer desativado (interações com o grupo deverão ser feitas pelo chat); e) ligue a câmera; d) perguntas serão feitas no chat; f) Coloque seu nome completo e uma foto no seu e-mail, assim facilita a identificação dos participantes. G) ao entrar na aula coloque o nome completo.

• TEMPO: 19h00min00s as 19h20min00s

Nesse período o professor apresentou o Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA) GoogleClassroom conforme a figura 01 onde serão realizadas as atividades. A maioria dos estudantes já estava na sala de aula virtual.

FIGURA 01 – Sala virtual do Curso Básico de construções geométricas

O professor mostrou como está organizado o AVA, apresentou as abas "mural", "atividades", "pessoas" (onde pode conferir cada estudante presente na sala) e "notas".

Na aba mural, já constava uma atividade:

> FORUM DE APRESENTAÇAO - Olá, Sabemos que cada um traz consigo uma bagagem de experiências. Vamos nos conhecer melhor? Faça sua apresentação, conte-nos suas experiências profissionais, quais são seus objetivos e expectativas em relação ao II Curso Básico de Construções Geométricas utilizando o geogebra Ah, não se esqueça de citar em qual instituição trabalha e qual cidade que você reside. Aguardo a participação de todos. (O AUTOR).

Foi estimulado aos estudantes que coloque no chat, de onde eles estava ao passo que colocasse seu nome completo no chat que serviria como frequência. Constatou-se que tinha estudantes de 3 estados como Rio Grande do Norte, Piauí e Ceara e de cidades como Campus São Paulo do Potengi (RN), Fortaleza(CE), Picos (PI), Palhano (CE) PALHANO, próximo a Aracati, ACAUÃ (PI), São Paulo do Potengi (RN, Francisco Santos –PI, Pio IX (PI) e um aluno que se identificou como "sou do Ceará, mais sou discente da Universidade Federal do Piauí".

• TEMPO: 19h20min00s as 19h40min00s

Neste período o mediador, já esgotado as dúvidas sobre o AVA, realizou novamente a ambientação do software geogebra. Compartilhou a tela para apresentar a página oficial do geogebra, conforme mostra a figura 02 abaixo.

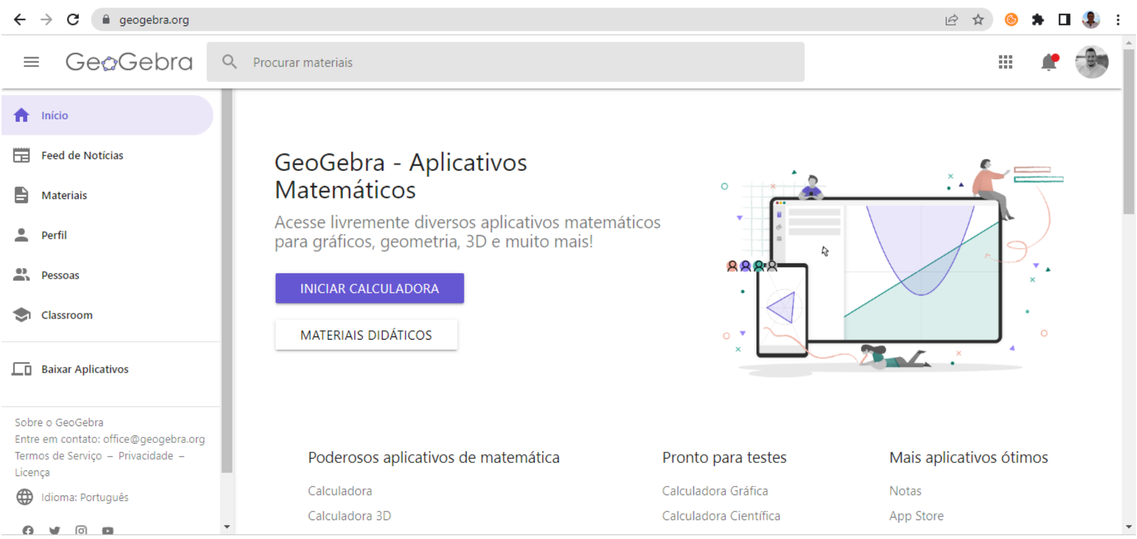


Figura 02 – Ambiente virtual do geogebra

Foi apresentado o layout da página mostrando cada um como: a) feed de notícias; b) materiais; c) perfil; d) pessoas; e) classroom e f) baixar aplicativos. Foi orientado que cada estudante baixasse a versão clássico 5 em seu computador que será utilizado no curso.

Mostrou-se, como pode-se navegar e encontrar materiais na comunidade do geogebra.

• TEMPO: 19h40min00s as 19h50min00s

Com o software do geogebra versão clássico 5 baixado no computador o mediador realizou uma revisão da ambientação do software, ora feita inicialmente. O mediador destacou quem embora esse curso utilize o software de geometria dinâmica geogebra, o mesmo não tem por objetivo ensinar as ferramentas do geogebra e suas funções puramente e nem por completo. Esse e um curso de construções geométrica, de conhecimento matemático que utiliza as tecnologias digitais para tal feito.

Assim o mediador antes de apresentar o software propriamente dito, questionou: - “quais básicas ferramentas se utilizam para construções geométricas?”. A princípio ninguém respondeu, e continuou “no tempo Euclides, Arquimedes, Hipócrates de Quio, quais eram os instrumentos que se utilizam para realizar construções geométricas?”. Um estudante imediatamente escreveu no chat “régua e compasso”. Logo o mediador adiantou, que no curso utilizaria basicamente apenas dessas ferramentas – régua e compasso. No geogebra utilizaria, começou a apresentar, “barra de ferramentas”, “janela de álgebra”, e “janela de visualização”.

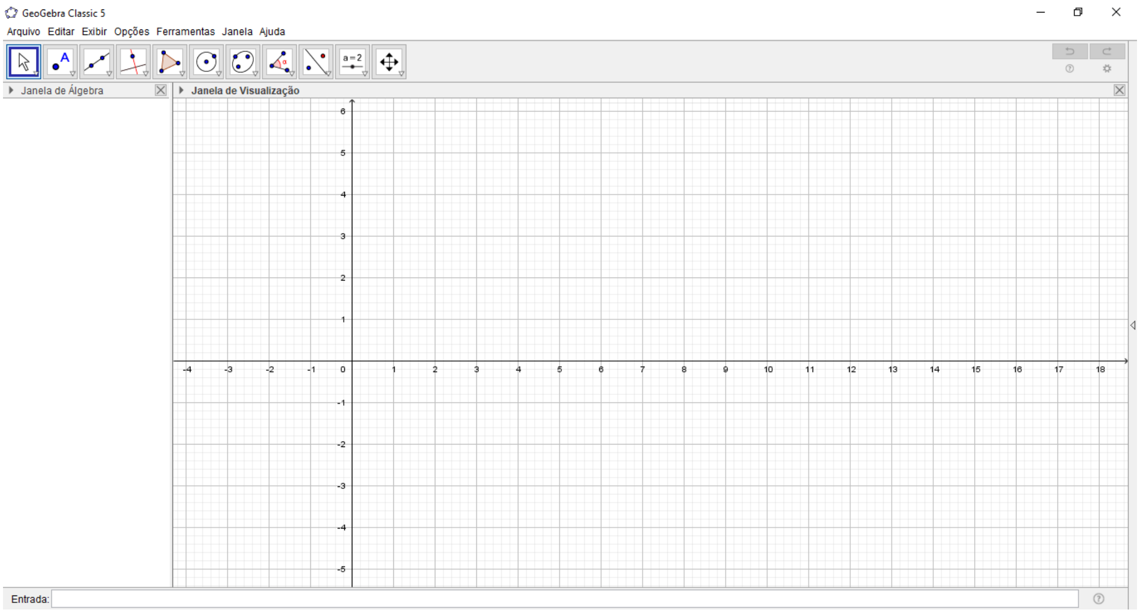


Figura 03 – Janela de visualização do geogebra

Apresentou que as principais ferramentas que utilizaria no curso seria: “ponto”. “Retas”, “circunferência” e “compasso”. Destacou que a régua ou reta não serão graduadas, assemelhando as construções geométricas antigas.

• **TEMPO: 19h50min00s as 20h00min00s**

Por fim, foi reforçado a importância de realizar a atividade 01, que o fórum de apresentação e foi realizado os agradecimentos pela participação da aula. Ficando marcado para a próxima aula no dia seguinte as 18h.

Tivemos 31 participantes na primeira aula. Veja a figura 04

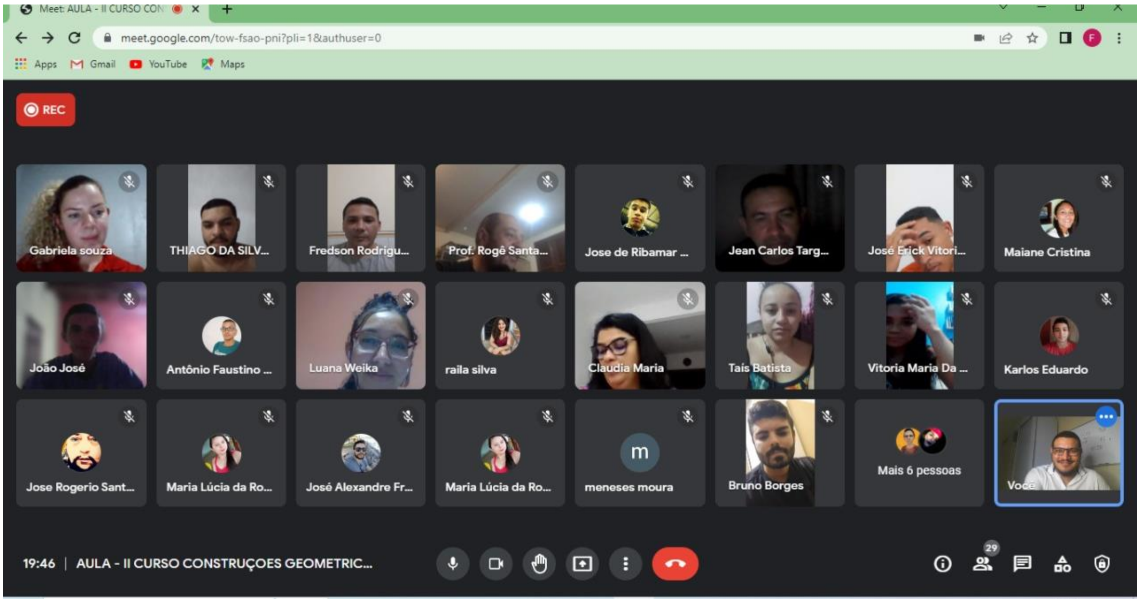


Figura 04 – Registro de presença na aula 01

8.2 SEGUNDO ENCONTRO FORMATIVO – AULA 02

O primeiro encontro formativo na forma de oficina pedagógica foi realizado no dia 24 de maio de 2022. Neste encontro teve por objetivo: a) Desenvolver técnicas variadas de construções de retas e segmentos perpendiculares a uma reta ou um segmento, considerando pontos pertencentes ou não-pertencentes à reta ou ao segmento; b) Resolver os primeiros problemas algébricos através de construção geométrica; c) interpretar alguns lugares geométricos que envolvem perpendicularidade; d) Solucionar os primeiros problemas algébricos através de construções geométricas apresentar o curso, realizar o contrato didático e realizar ambientação do software geogebra.

8.2.1 TEMPO: 18h00min00s as 18h20min00s

O primeiro encontro foi iniciado com o professor dando boas-vindas. Com o fluxo de pessoas entrando na sala, o mediador pediu autorização para gravação onde todos autorizaram através do chat e colocando para gravar.

Professor iniciou a apresentação de slides no compartilhamento de tela sobre o contexto e breve histórico das construções geométricas.

Uma definição sobre construções geométricas pode ser observado por SOUZA (2009), conforme dispõe a seguir:

> Construções Geométricas têm por finalidade representar as figuras planas e resolver, utilizando régua e compasso, os problemas de Geometria Básica. A régua é usada para traçar retas, semirretas e segmentos de reta e o compasso descreve circunferências e arcos de circunferências. Dizemos que a solução gráfica de um problema é puramente geométrica, quando nela utilizamos, como instrumentos de desenho, apenas régua e compasso. (SOUZA, p.07, 2009).

Em seguida traçou um breve histórico sobre as CG, destacando as contribuições de Euclides de Alexandria, Arquimedes, Apolônio e Hipócrates de Chio. Cabe frisar a importância da geometria de Euclides. Foi explanado sobre os postulados e axiomas do primeiro livro de Euclides, bem como apresentação da definição dos mesmo. Os postulados discutidos na aula foram os seguintes:

> 1. Fique postulado traçar uma reta a partir de todo ponto até todo ponto.
> 2. Também prolongar uma reta limitada, continuamente, sobre uma reta.
> 3. E, com todo centro e distância, descrever um círculo.
> 4. E serem iguais entre si todos os ângulos retos.
> 5. E, caso uma reta, caindo sobre duas retas, faça os ângulos interiores e do mesmo lado menores do que dois retos, sendo prolongadas as duas retas, ilimitadamente, encontrarem-se no lado no qual estão os menores do que dois retos. (EUCLIDES, p. 98, 2009)

Já os axiomas, ou noções comum, discutidos na aula foram os seguintes:

> 1. As coisas iguais à mesma coisa são também iguais entre si.
> 2. E, caso sejam adicionadas coisas iguais a coisas iguais, os todos são iguais.
> 3. E, caso de iguais sejam subtraídas iguais, as restantes são iguais.
> [4. E, caso iguais sejam adicionadas a desiguais, os todos são desiguais.
> 5. E os dobros da mesma coisa são iguais entre si.
> 6. E as metades da mesma coisa são iguais entre si.]
> 7. E as coisas que se ajustam uma à outra são iguais entre si.
> 8. E o todo [é] maior do que a parte.
> 9. E duas retas não contêm uma área. (EUCLIDES, p. 99, 2009).

O professor destacou o oitavo axioma sobre o qual repousa a afirmação de o todo e maior que suas partes. Sugeriu que os estudantes possam estudar a respeito dos mesmos.

8.2.2 TEMPO: 14h20min00s as 18h40min00s

Dando seguimento, foi realizado a apresentação da sequência FEDATHI. Conforme JR SANTANA, H BORGES NETO (2003, apud BORGES NETO, 1995) a Sequência Fedathi constitui uma proposta metodológica desenvolvida por professores, pesquisadores e alunos de pós-graduação da Faculdade de Educação da Universidade Federal do Ceará. Estas pessoas constituem o Grupo Fedathi, formado no início dos anos 1990 para tratar de questões relativas à didática da matemática. JR SANTANA, H BORGES NETO (2003, apud BORGES NETO, 1995) definem a sequência em 4 etapas a saber: 1) Tomada de posição; 2) Maturação ou Debruçamento; 3) Solução; e, 4) Prova.

Sousa (2015) define em 3 níveis, como preparação, vivencia e analise, conforme o quadro a seguir.

Quadro 01 – Estrutura da Metodologia de Borges Neto (2016)

SEQUÊNCIA FEDATHI	
1º nível: **Preparação** – Organização didática do professor, com análise do ambiente, análise teórica e elaboração do plano de aula.	
2º nível: **Vivência** – Desenvolvimento/execução do plano/sessão didática na sala de aula.	**1ª etapa**: Tomada de posição – introdução da aula, com o acordo didático e a apresentação do problema.
	2ª etapa: Maturação – resolução do problema pelos alunos, com a mediação do professor.
	3ª etapa: Solução – socialização dos resultados encontrados pelos alunos.
	4ª etapa: Prova – formalização/generalização do modelo matemático a ser ensinado, conduzida pelo professor.
3º nível: **Análise** – Avaliação da aula pelo professor.	

Fonte: SOUSA (2015, p. 41-42).

Chamou a atenção para o caso de muitos dos estudantes não conhecerem ou nunca sequer ter ouvido falar da metodologia FEDATHI antes. Eles se mostraram, entretanto, curiosos a respeito da sequência. O estudantes GAUSS fez a seguinte indagação *"Essa sequência é encontrada no Google?".* O professor então recomendou a leitura do livro "SEQUÊNCIA FEDATHI ALÉM DAS CIÊNCIAS DURAS COLEÇÃO SEQUÊNCIA FEDATHI dos autores: Hermínio Borges Neto (Org.)", conforme a figura 05 a seguir:

Figura 05 Livro Sequencia Fedathi – Fonte: www.editoracrv.com.br

8.2.3 TEMPO: 18h40min00s as 19h00min00s

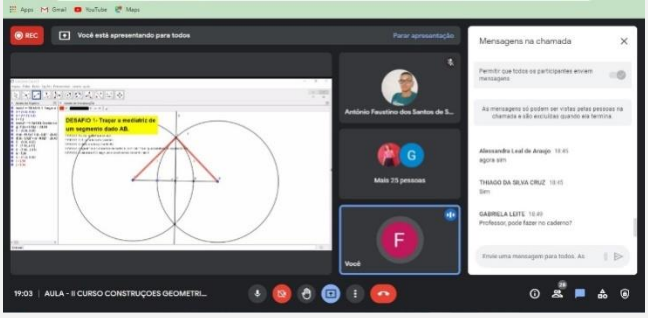
Para dizermos que uma reta A é perpendicular à reta B, temos que verificar duas coisas: 1) as retas se intersectam; 2) no ponto de interseção, as retas formam entre si dois ângulos congruentes do mesmo lado. O conceito de perpendicularismo entre retas vem da Geometria Plana. Duas retas concorrentes são perpendiculares quando se encontram formando quatro ângulos iguais; cada um deles é chamado de ângulo reto. Naturalmente, esta definição continua valendo para retas concorrentes do espaço (LIMA, p.188, 1998).

O professor mediador, seguiu para definições de i) perpendicularidade entre retas; ii) perpendicularidade entre plano; e, ii) reta, perpendicularidade entre planos. Em seguida definiu a mediatriz que e um caso particular de perpendicular, ou seja, a mediatriz de um segmento AB é a reta perpendicular a AB passando pelo seu ponto médio. WAGNER (2007, p. 04), afirma que “a mediatriz de um segmento e o conjuntos de todos pontos que equidistam dos extremos do segmento”.

8.2.4 TEMPO: 19h00min00s as 19h15min00s

Dando seguimento a proposição do estudo das perpendiculares o mediador fez uma abordagem para cada exemplo, ou como denomino situação problema como desfio, seguindo a metodologia da Sequência Fedathi, como mostra o quadro 02.

1) Tomada de posição	Nesta etapa o mediador apresentar a situação problema, a saber: Situação Problema 01- Traçar a mediatriz de um segmento dado AB.
2) Maturação ou Debruçamento;	Nesta etapa o mediador convida os estudantes para experimentar a resolução no software geogebra: 

3) Solução	Socialização dos resultados encontras pelos estudantes com a mediação do professor. 
4) Prova	Nesta etapa realiza-se a consolidação e formulação do modelo matemático a ser ensinado. Problema 1: Traçar a mediatriz de um segmento dado AB. Solução: Como sabemos, a mediatriz é uma reta, então basta encontrarmos dois pontos que pertencem a esta reta para construirmos. Tais pontos devem ser equidistantes das extremidades do segmento AB. Assim podemos construi-la da seguinte maneira: 1. Fixa-se uma abertura qualquer, maior que a metade do comprimento do segmento AB(1), podendo ser do comprimento de AB; 2. 2. Em seguida constroem-se duas circunferências com centros em cada uma das extremidades do segmento AB; 3. Tais circunferências devem se cortar em dois pontos C e D que são equidistantes dos pontos A e B, visto que os raios das circunferências são iguais; 4. Unindo os pontos C e D, obtemos a mediatriz

Segundo Ponte (2003, p. 21, *apud* SANTANA, 2006, p.80) um dos momentos importantes na realização investigação matemática e a questão da situações problemas. Exploração e formulação de questões: É o momento em que se reconhece uma situação problema e são realizadas as experimentações iniciais para investigação matemática. Diante do exposto, e do já explorado sob a ótica da Sequência Fedathi que fora abordado a questão da situações problemas.

Dada a apresentação da situação problema, o estudante *Descartes*, mostrou dificuldade com o uso do software geogebra, e ensaiou *"Professor, pode fazer no caderno?"*. Acreditamos que isso aconteceu devido ao modo inicial de início do curso e a pouco familiaridade dos estudantes com o software utilizado, e que uma da hipótese e que possa avançar nas aulas seguinte.

No manuseio do software geogebra na situação problema que seria determinar a mediatriz observamos a seguinte afirmação do estudante *Pitágoras* “agora sim, entendido”. Já *Tales* afirmou “foi tranquilo para entender”.

A seguir apresentamos o passo a passo da situação problema 01, como guia prático da construção geométricas.

8.2.5 Problema 1: traçar a mediatriz de um segmento dado AB conforme a figura 1.

Como sabemos, a mediatriz é uma reta, então basta encontrarmos dois pontos que pertencem a esta reta para construirmos. Tais pontos devem ser equidistantes das extremidades do segmento AB. Assim podemos construi-la da seguinte maneira:

Antes de iniciar com o botão direito do mouse, clique na janela de visualização e depois em ocular eixos e malha.

1º passo) Na barra de ferramenta, clique em **NO 10º ICONE**, e depois na ferramenta **TEXTO. Clique na janela de visualização e no campo texto digite: “traçar a mediatriz de uma segmento AB” clique em ok.** Na barra de ferramenta, clique em **NO 3º ICONE**, e depois na ferramenta **SEGMENTO. Depois clique na janela de visualização e crie o segmento AB**, conforme a figura 06;

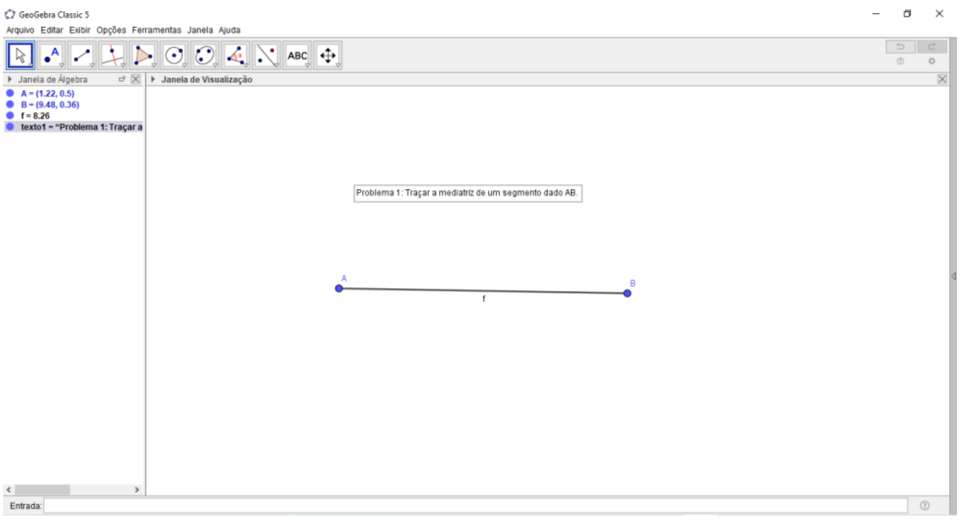


Figura 06 – Representação do segmento AB

2º passo) Na barra de ferramenta, clique em **NO 6º ICONE**, e depois na ferramenta

CIRCULO DADOS CENTRO E UM DE SEUS PONTOS com centro em B fixa-se uma abertura qualquer, maior que a metade do comprimento do segmento AB, podendo ser do comprimento de AB, conforme a figura 07;

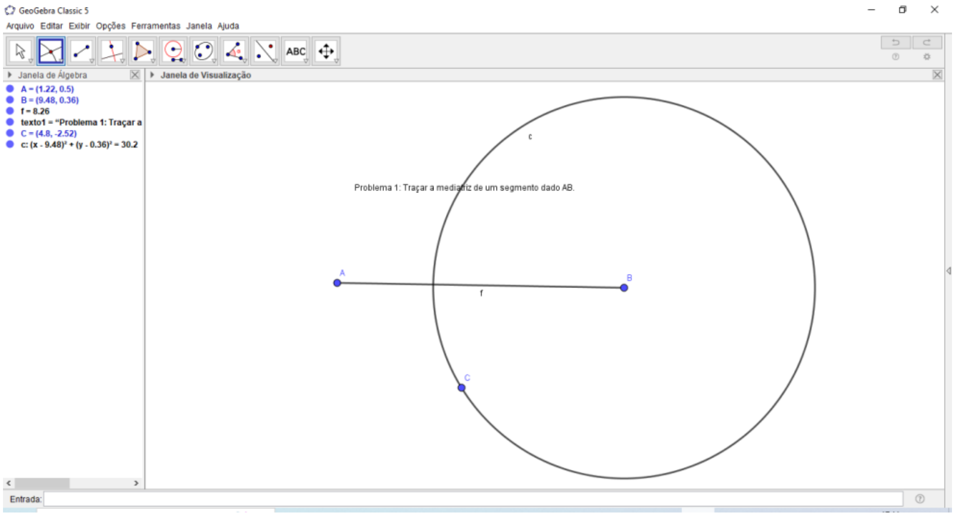


Figura 07- Circunferência com centro em B

3º passo) Na barra de ferramenta, clique em **NO 6º ICONE**, e depois na ferramenta **COMPASSO** clica nos pontos B e C, e faz uma circunferência com raio BC, com centro em A, conforme a figura 08;

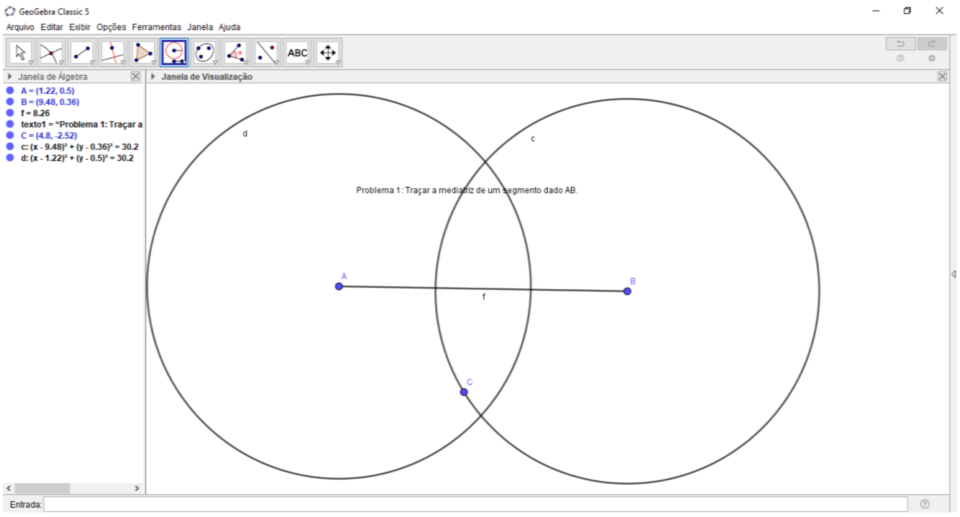


Figura 08 - Circunferência com centro em A

4º passo) Na barra de ferramenta, clique em **NO 2º ICONE**, e depois na ferramenta **INTERSECÇAO DE DOIS OBJETOS** e clica na circunferência c e d e obtém-se os pontos D e E. Os pontos D e E são equidistantes dos pontos A e B, visto que os raios das circunferências são iguais, conforme a figura 09;

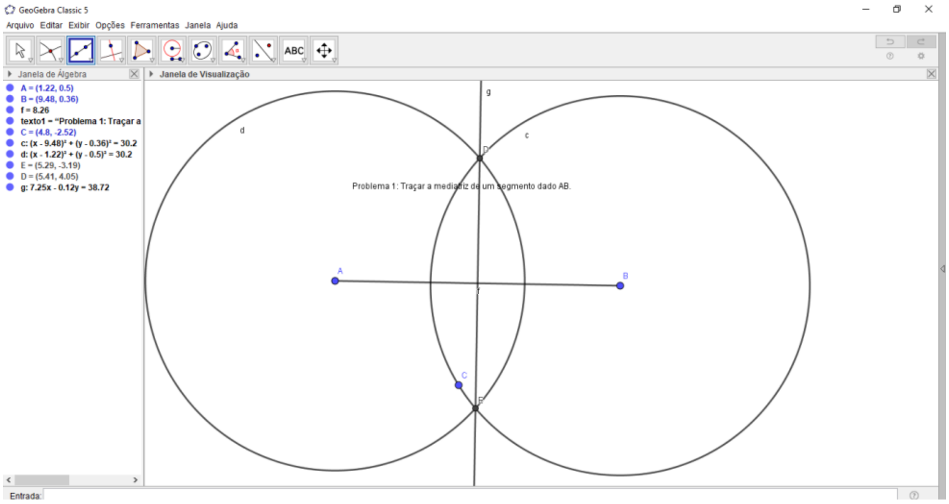


Figura 09 – Interseção das circunferências de centro A e Centro B

5º passo) Na barra de ferramenta, clique **no 3º ICONE**, e depois na ferramenta **RETA** e clica nos pontos D e E que ao unirmos, obtemos a mediatriz, conforme a figura 10.

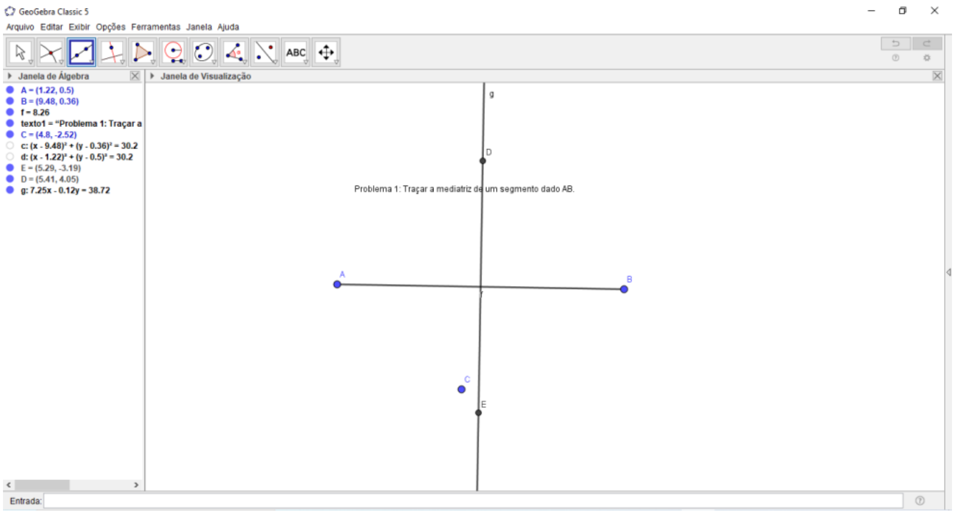


Figura 10 – Representação da reta mediatriz

- **TEMPO: 19h15min00s as 19h50min00s**

Dando seguimento o mediador realizou apresentação da situação problema a saber:

> *Problema 2- Traçar uma reta perpendicular passando pelo ponto C não-pertencente a reta determinada pelos pontos A e B dados.*

O professor mediador com auxílio do geogegbra realizou as construções geométricas, e realizou algumas reflexões.   A seguir apresentamos o passo a passo da situação problema 02, como guia prático da construção geométricas.

8.2.6 Problema 2- traçar uma reta perpendicular passando pelo ponto c não-pertencente a reta determinada pelos pontos a e b   dados, conforme a figura 11.

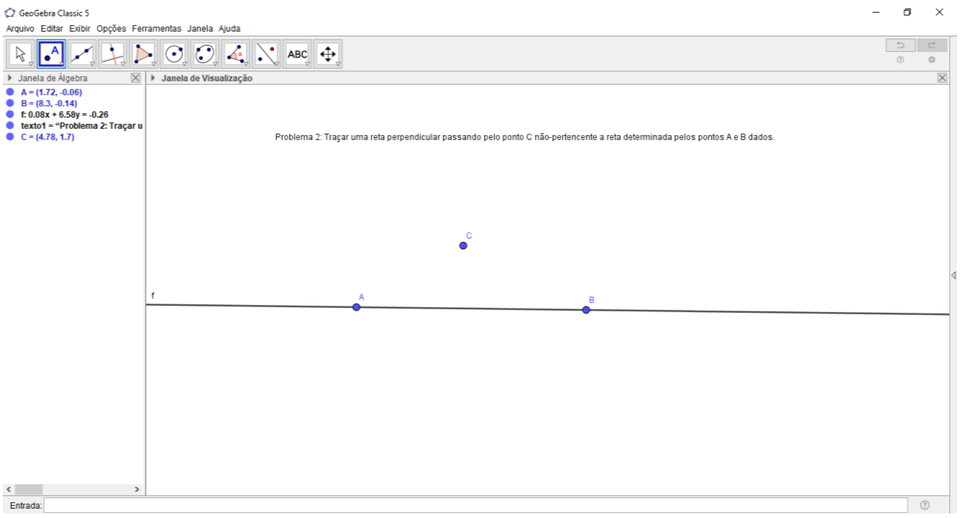


FIGURA 11 – Representação gráfica da situação problema de perpendicular

Solução:

Note que neste problema são dados uma reta, construída a partir dos pontos A e B, e um ponto C que não lhe pertence. Os procedimentos para a construção da reta perpendicular passando por C são os seguintes:

Antes de iniciar com o botão direito do mouse, clique na janela de visualização e depois em ocular eixos e malha.

1º passo) Na barra de ferramenta, clique em **NO 10º ICONE**, e depois na ferramenta **TEXTO. Clique na janela de visualização e no campo texto digite: *“DESAFIO 2- Traçar uma reta perpendicular passando pelo ponto C não-pertencente a reta determinada pelos pontos A e B dados*.” clique em ok. Em Seguida, n**a barra de ferramenta, clique em **NO 3º ICONE**, e depois na ferramenta **RETA. Depois clique na janela de visualização em dois pontos e crie a reta AB**, conforme a figura 7;

2º passo) Constrói-se uma circunferência de centro em C utilizando uma abertura no compasso de maneira que ela toque na reta dada em dois pontos distintos. Objetivando menos pontos a marcar na construção pode-se tomar o raio do comprimento de CA ou CB. Por exemplo CA, conforme as figuras 12 e 13;

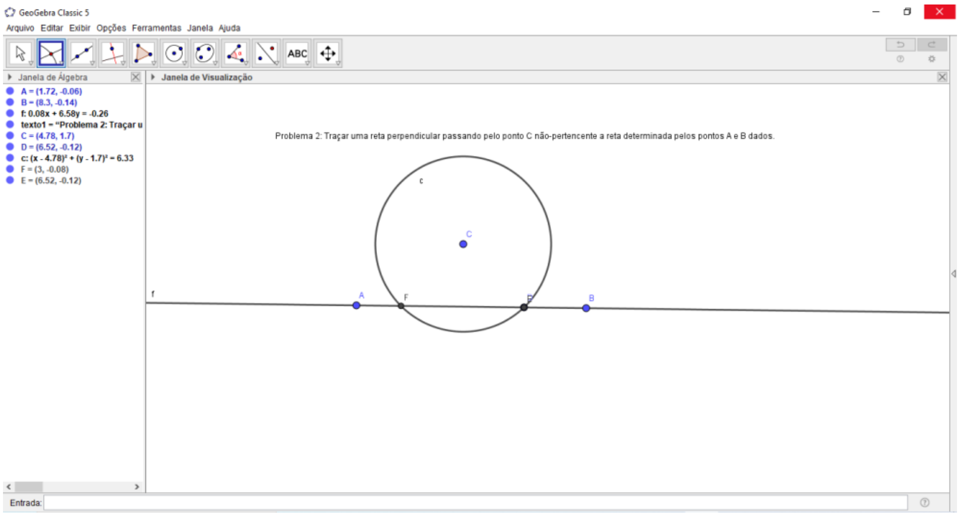


FIGURA 12 - Representação da circunferência de centro C cortando a reta nos ponto D e E

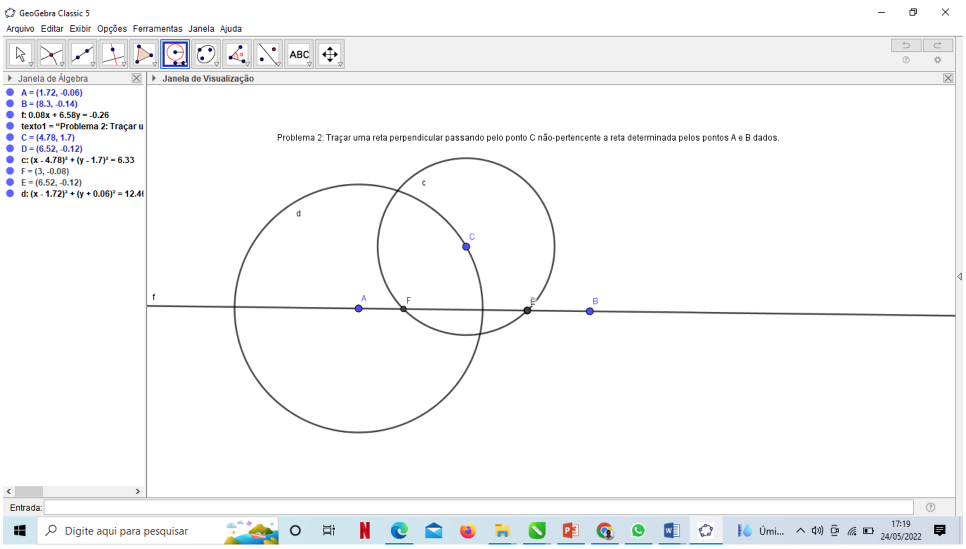


FIGURA 13 -Circunferência de centro A e raio AC.

2º passo) Tal circunferência deve tocar a reta em um novo ponto D (que não coincide necessariamente com B, conforme a figura 14;

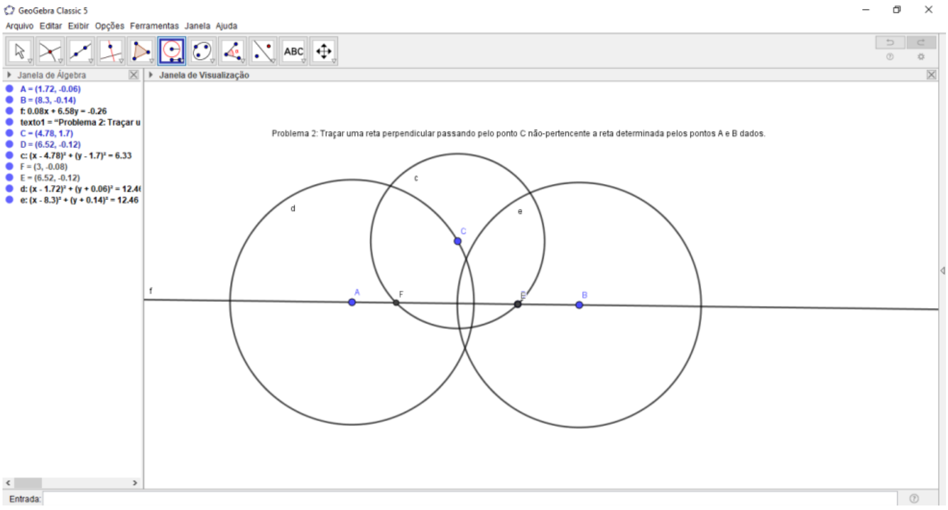


FIGURA 14- Circunferência de centro B e raio BC.

3º passo) Na barra de ferramenta, clique em **NO 3º ICONE**, e depois na ferramenta **RETA.** Clique nos pontos D e H e agora construir a mediatriz do segmento DH utilizando, conforme a figura 15 e 16;

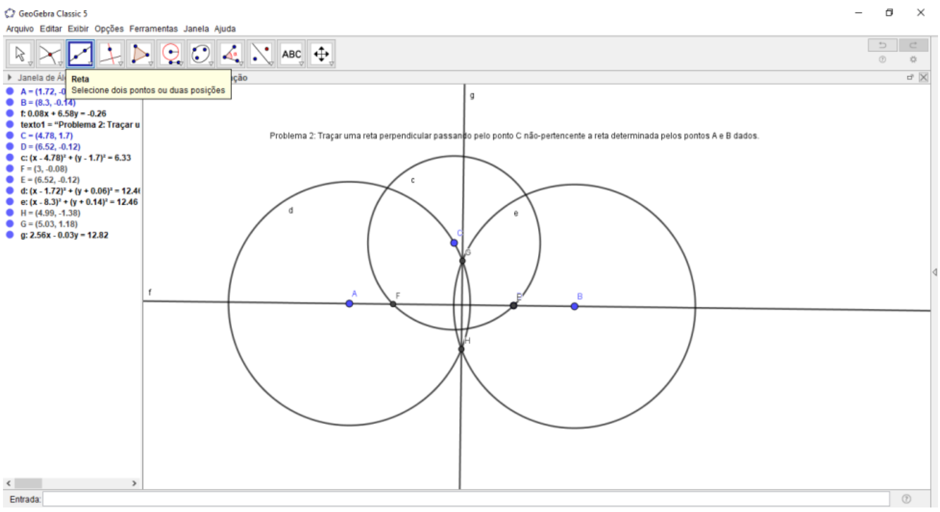


FIGURA 15 – Interseção das circunferências centro A e B formando os pontos G e H.

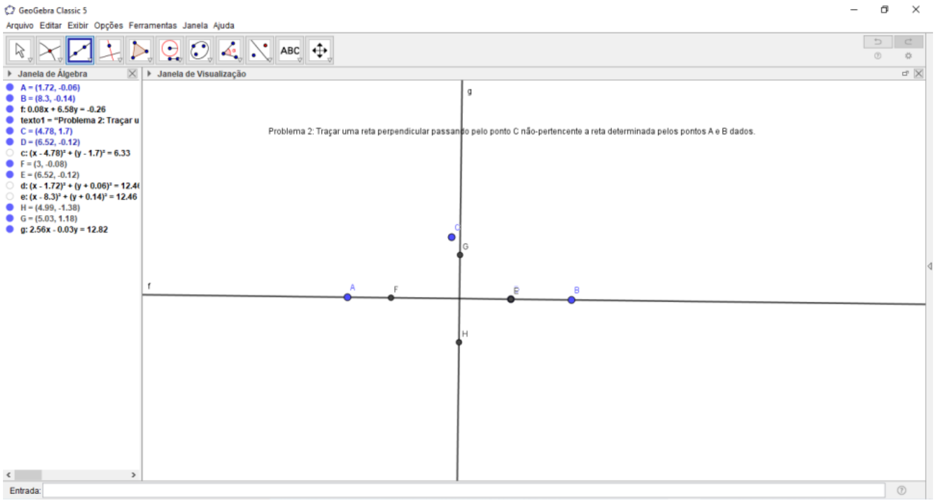


FIGURA 16 - Representação gráfica mediatriz do segmento AB

Em seguida foi realizado a construção do problema 3.

Dando seguimento o mediador realizou apresentação da situação problema a saber:

> *Problema 3- Por um ponto, C situado em uma reta dada, passar uma outra reta perpendicular a esta reta.*

O professor mediador com auxílio do geogegbra realizou as construções geométricas, e realizou algumas reflexões. A seguir apresentamos o passo a passo da situação problema 03, como guia prático da construção geométricas.

8.2.7 Problema 3- Por um ponto, C situado em uma reta dada, passar uma outra reta perpendicular a esta reta. conforme a figura 17.

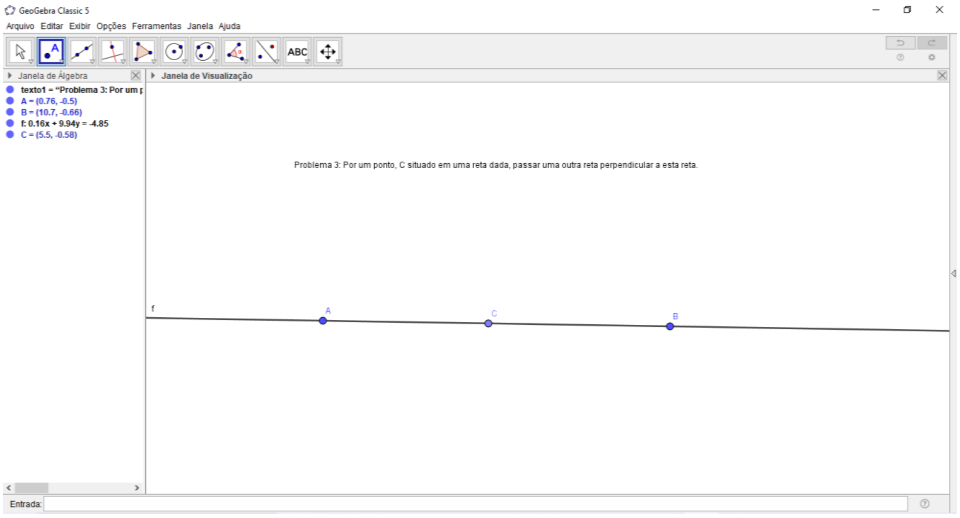


FIGURA 17

Solução:

Já que o objetivo é construir uma reta que passe pelo ponto C, então, basta determinarmos um ponto D de maneira que o segmento CF seja perpendicular à reta dada. Para isso, siga os seguintes passos:

Antes de iniciar com o botão direito do mouse, clique na janela de visualização e depois em ocular eixos e malha.

1º passo) Na barra de ferramenta, clique em **NO 10º ICONE**, e depois na ferramenta **TEXTO. Clique na janela de visualização e no campo texto digite: *"DESAFIO 3- Por um ponto, C situado em uma reta dada, passar uma outra reta perpendicular a esta reta*." clique em ok. Em Seguida, n**a barra de ferramenta, clique em **NO 3º ICONE**, e depois na ferramenta **RETA. Depois clique na janela de visualização em dois pontos e crie a reta AB**. Novamente **n**a barra de ferramenta, clique no **2º ICONE**, e depois na ferramenta **PONTO,** e marque o ponto C, sobre a reta, conforme a figura 18;

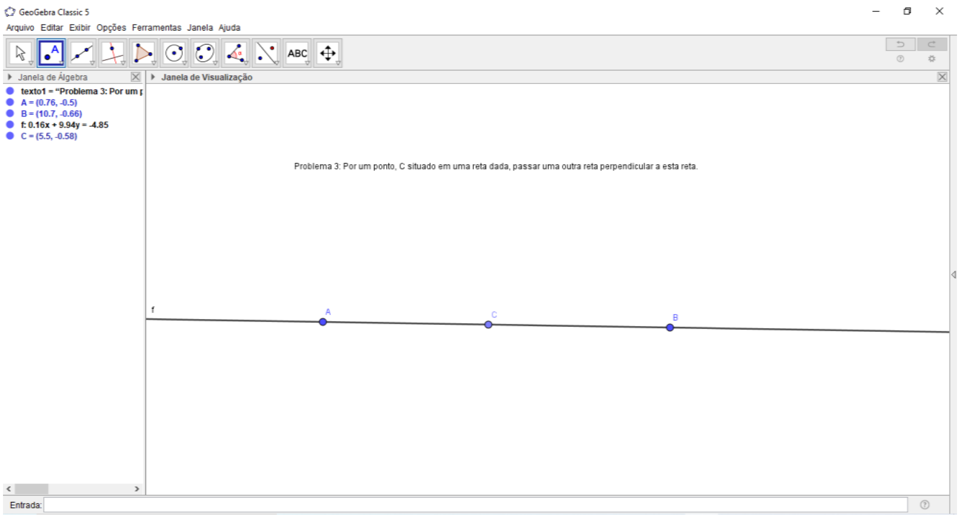


Figura 18

2º passo) Na barra de ferramenta, clique **no 6º ICONE**, e depois na ferramenta **CIRCULO DADOS CENTROS E UM DOS SEUS PONTOS. Em Seguida c**om uma abertura qualquer no círculo, construa uma circunferência de centro em C, objetivando obter dois pontos E e F sobre a reta dada; Note que o ponto C será ponto médio do segmento EF, conforme a figura 19.

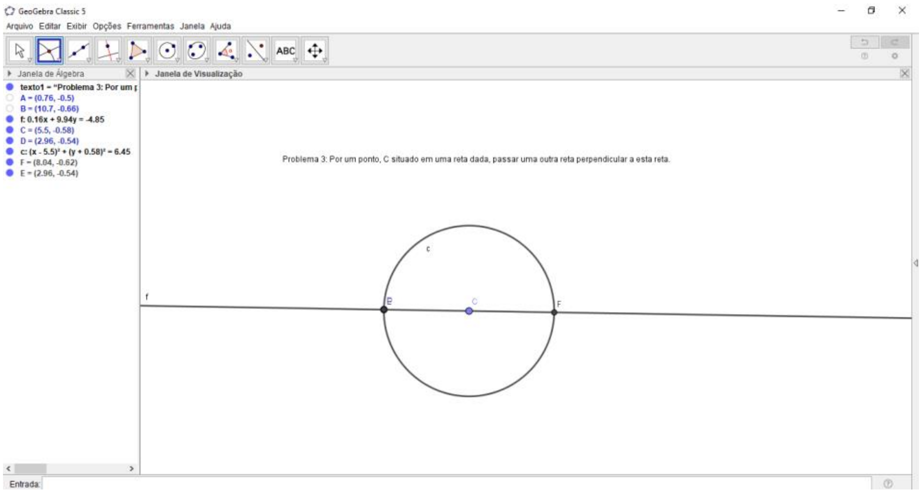


Figura 19

3º passo) Na barra de ferramenta, clique **no 6º ICONE**, e depois na ferramenta **CIRCULO DADOS CENTROS E UM DOS SEUS PONTOS. Em Seguida com** uma abertura agora um pouco maior do que a abertura já feita, construa dois arcos de circunferências, de mesmos raios, com centros nos pontos A (conforme a figura 15) e B (conforme a figura 16) para que se encontrem em um ponto I e H; Note que os segmentos EI e FI possuem o mesmo comprimento.

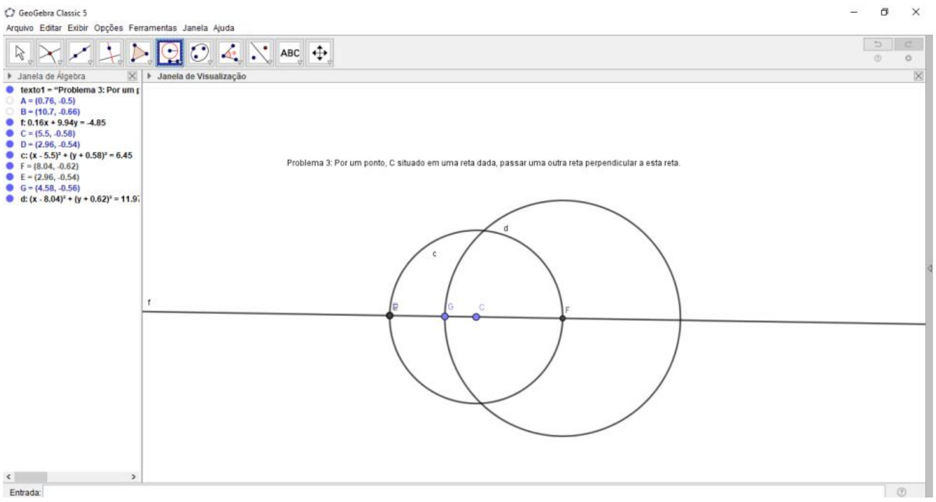


Figura 20

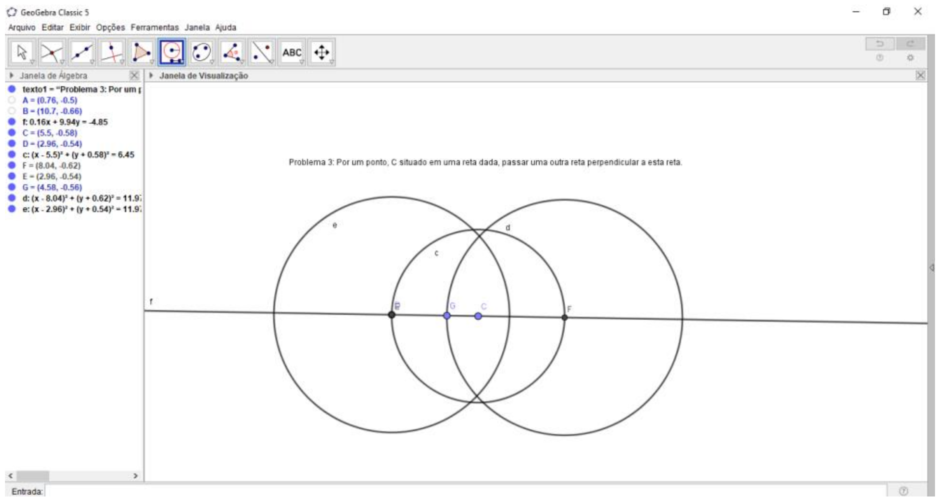


Figura 21

4º passo) Na barra de ferramentas, clique **no 2º ICONE**, e depois na ferramenta **INTERSECÇAO ENTRE DOIS OBJETOS.** Em seguida, clique na primeira e depois na segunda circunferência e obtenha os pontos de intersecção I e H. Depois, na barra de ferramentas, clique **no 3º ICONE**, e depois na ferramenta **RETA** em seguida clique nos pontos de intersecção unindo os pontos I e H, obtemos a solução para o problema, conforme a figura 22 e 23.

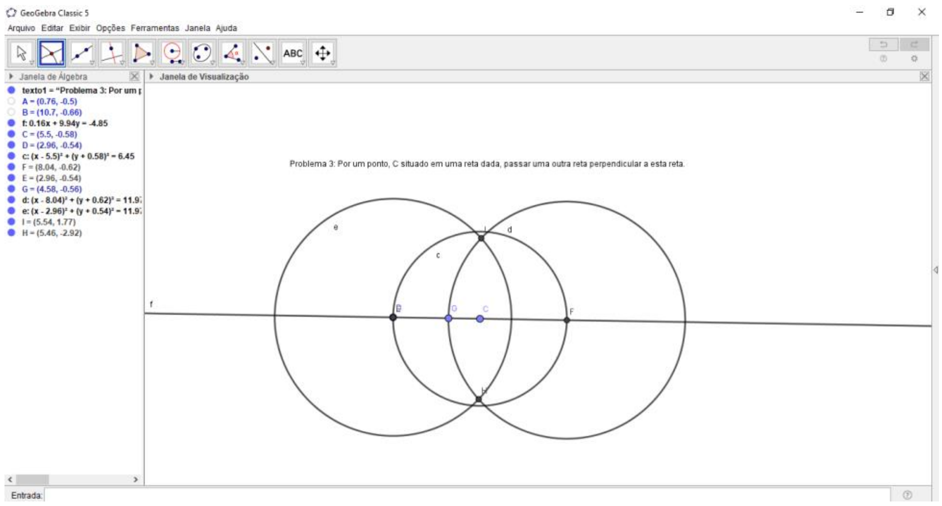


Figura 22

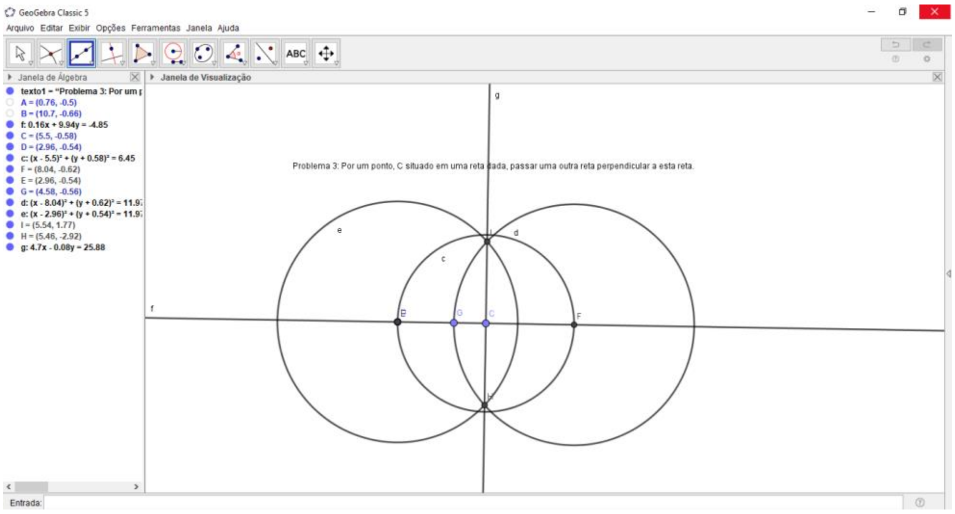


Figura 23

Observe que o triângulo EIF é um triângulo isósceles de base EF e que CE é a mediana relativa à base, logo coincide com a altura, como mostra a figura 18.

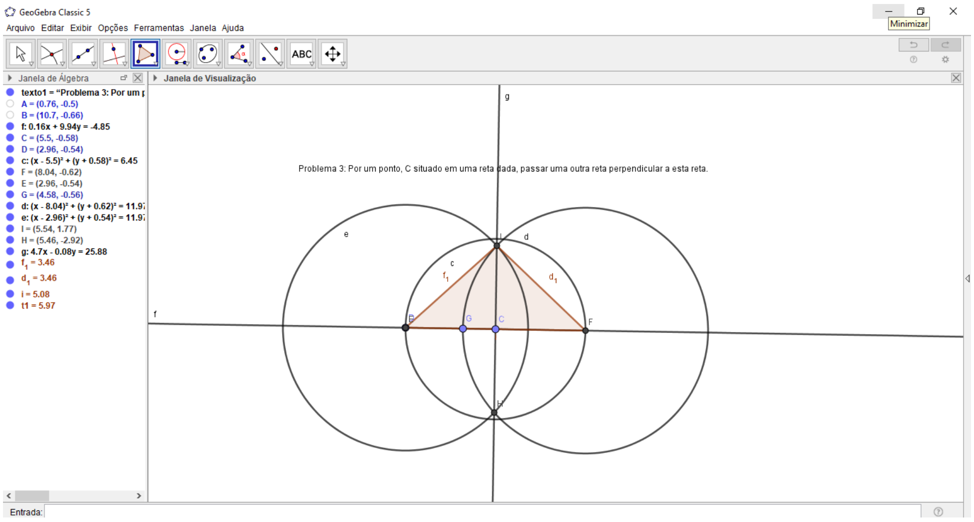


Figura 24

E por fim realizou a construção geométrica da situação problema 04.

Problema 4: construir uma reta perpendicular à extremidade de um segmento AB sem prolongá-lo

O professor mediador com auxílio do geogegbra realizou as construções geométricas, e realizou algumas reflexões. A seguir apresentamos o passo a passo da situação problema 03, como guia prático da construção geométricas.

8.2.8 Problema 4: construir uma reta perpendicular à extremidade de um segmento AB sem prolongá-lo, conforme a figura 19.

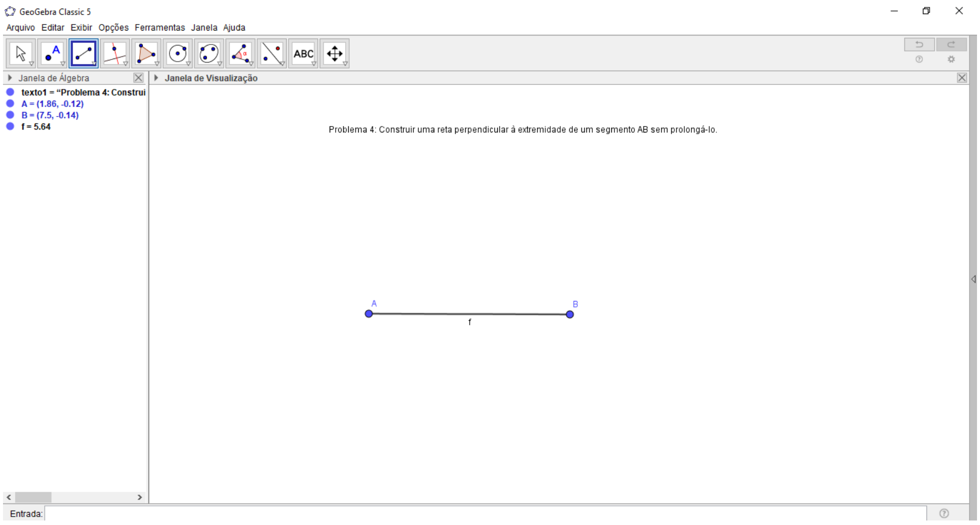


Figura 25

Antes de iniciar com o botão direito do mouse, clique na janela de visualização e depois em ocular eixos e malha.

1º passo) Na barra de ferramenta, clique no **10º ICONE**, e depois na ferramenta **TEXTO. Clique na janela de visualização e no campo texto digite: *"DESAFIO 4- Construir uma reta perpendicular à extremidade de um segmento AB sem prolongá-lo."* clique em ok. Em Seguida, n**a barra de ferramenta, clique no **3º ICONE**, e depois na ferramenta **SEGMENTO. Depois clique na janela de visualização em dois pontos e crie o segmento AB**. Novamente **n**a barra de ferramenta, clique no 6**º ICONE**, e depois na ferramenta **CIRCULO DADOS CENTROS E UM DOS SEUS PONTOS,** e com o centro em C qualquer, não-pertencente ao segmento AB, e crie uma circunferência que intercepta o segmento AB, conforme a figura 26.

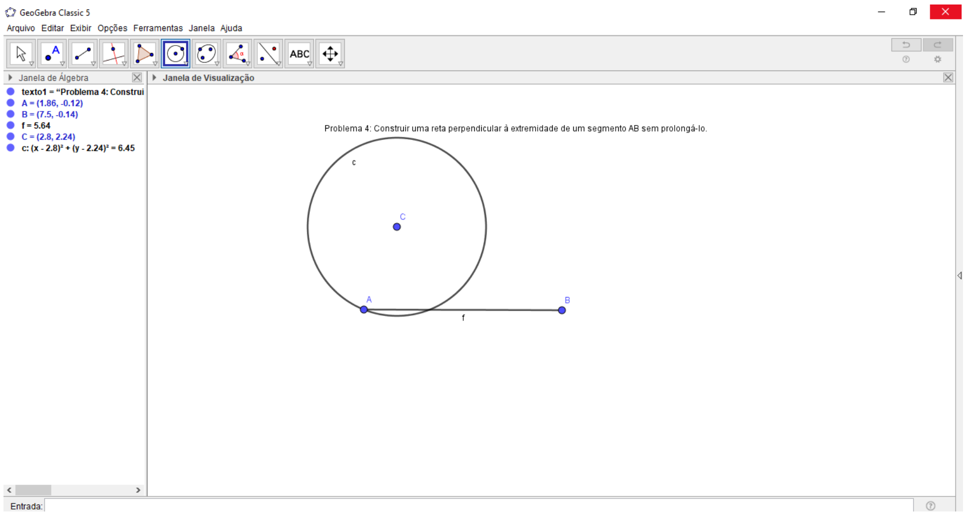


Figura 26

2º passo) Na barra de ferramenta, clique no **2º ICONE**, e depois na ferramenta **INTERSECÇAO ENTRE DOIS OBJETOS. Em seguida clique na circunferência e no segmento AB e obtenha os pontos E e F, conforme a figura 27.**

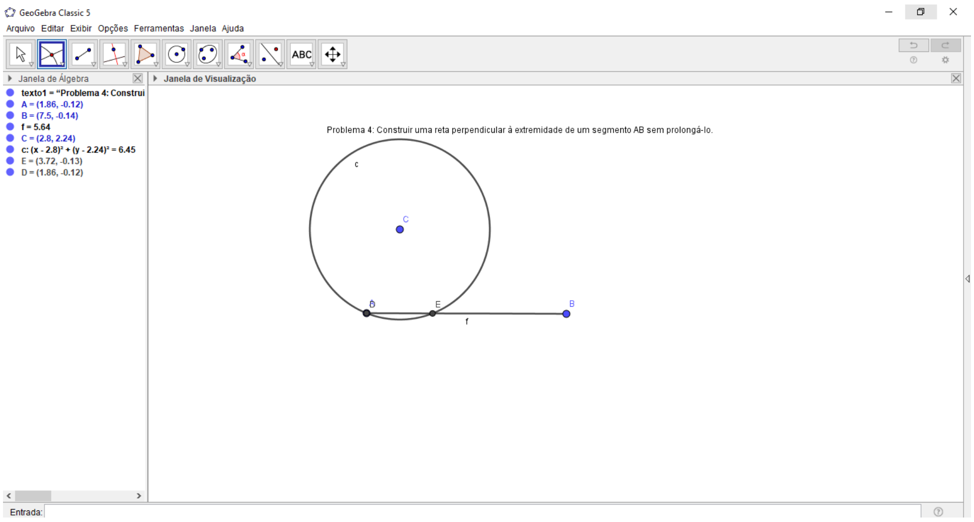


Figura 27

Note que temos duas soluções possíveis para essa situação. Se desejamos construir a perpendicular na extremidade A do segmento AB, então, com centro em C e raio CA, constrói-se uma circunferência. Se CA não é perpendicular a AB, então a circunferência deverá tocar o segmento AB em outro ponto E;

3º passo) Na barra de ferramenta, clique no **3º ICONE**, e depois na ferramenta **RETA.** Clique nos pontos E e C e unindo o ponto E ao centro C, obtemos um diâmetro, conforme a figura 28.

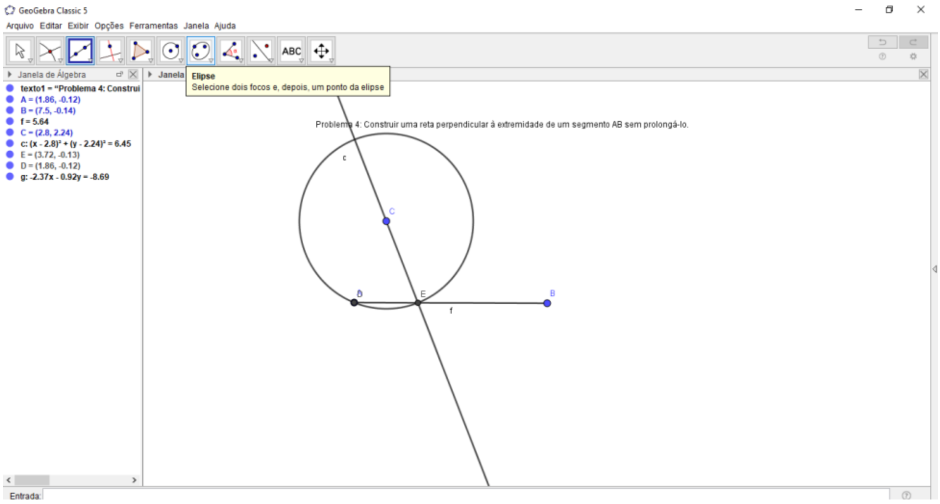


Figura 28

Note que o diâmetro onde a extremidade E' está sobre a perpendicular ao segmento AB, que passa por A. Basta então unirmos o ponto A ao ponto E' que resolvemos o problema.

4º passo) Na barra de ferramenta, clique no **3º ICONE**, e depois na ferramenta **RETA.** Clique nos pontos G e A e unindo o ponto G ao centro A, obtemos a perpendicular, conforme a figura 29.

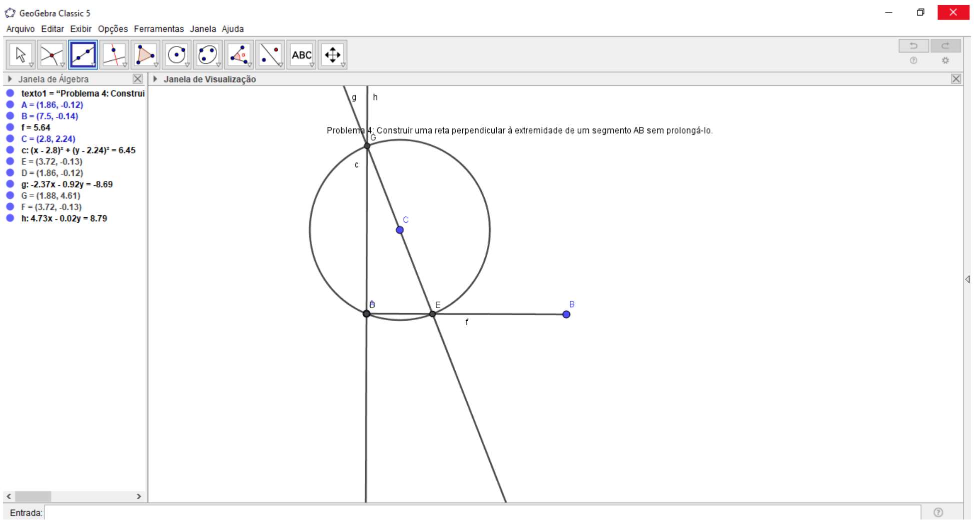


Figura 29

Justificativa: O segmento AG ´e perpendicular ao segmento AB, pois o angulo EAB é um ângulo inscrito que subtende uma semicircunferência, logo sua medida é a metade de 180º, isto é, EAB = 90º

• TEMPO: 19h50min00s as 20h00min00s

Nesse último o professor apresentou uma situação problema desafio para que possa ser realizado de forma remota, a saber:

> *SITUAÇAO PROBLEMA – DESAFIO- Construir um quadrado dada sua diagonal igual a 5cm Descrevendo seu passo a passo conforme a SEQUÊNCIA FEDATHI***.**

Por fim o professor realizou a frequência e finalizou o encontro com 26 participantes.

Figura 30: Registro da frequência final do dia 24 de maio de 2022

8.3 TERCEIRO ENCONTRO FORMATIVO – AULA 03

O primeiro encontro formativo na forma de oficina pedagógica foi realizado no dia 25 de maio de 2022. Neste encontro teve por objetivo: a) transferir um ângulo qualquer; b) obter a simetria de um ponto em relação a uma reta; c) construir retas paralelas através de diversas técnicas; d) aplicar paralelismos em problemas de translações de segmentos.

• TEMPO: 18h00min00s as 18h32min00s

O professor iniciou a aula dando boa noite a todos e indagando quem tinha feito atividade proposta.

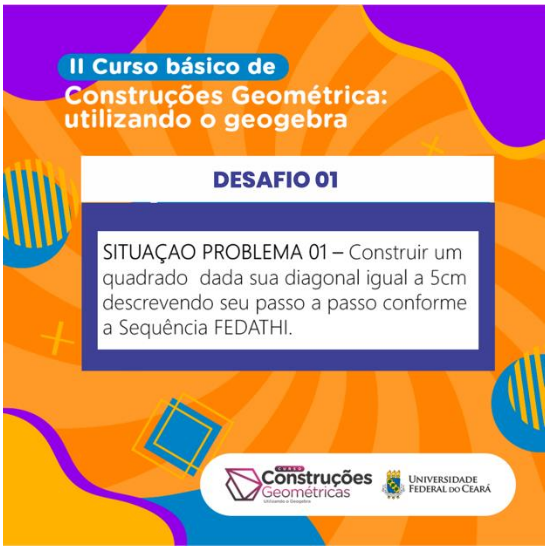


Figura 31– Desafio 01

*Professor_* “Antes eu queria saber aqui de vocês quer tentou fazer o exercício?”

BETA _ Professor, eu até tentei fazer, mas para falar a verdade tive muita dificuldade pois ainda preciso aprender mais sobre o Geogebra. Ainda não peguei as manhas.

Percebendo os estudantes tímidos sem se pronunciar o professore emenda:

*Professor_ “*Quem mais tentou? Podem falar. Não é vergonha dizer que não tentou ou não conseguiu. Estamos todos aqui para aprender e colaborar um pouco.”

Épsilon _ “Eu tentei professor. Fiz pelo o celular, até mandei, mas não se estar correto.”

O professor pede para que algum estudante possa compartilhar sua tela e partilhar a sua construção. O estudante *Gauss* se colocou à disposição para realizar atividade.

O professor mediou o juntamente com a turma a produzir a construção, chegaram ao resultados conforme a figura abaixo.

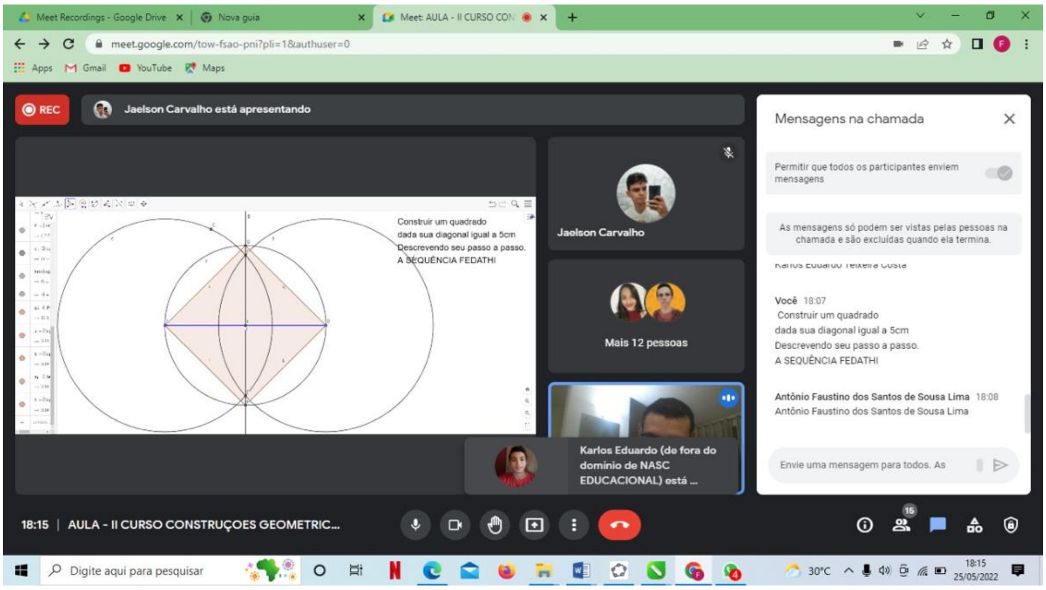


Figura 32 – Construção Geométrica do quadrado de diagonal 5 cm.

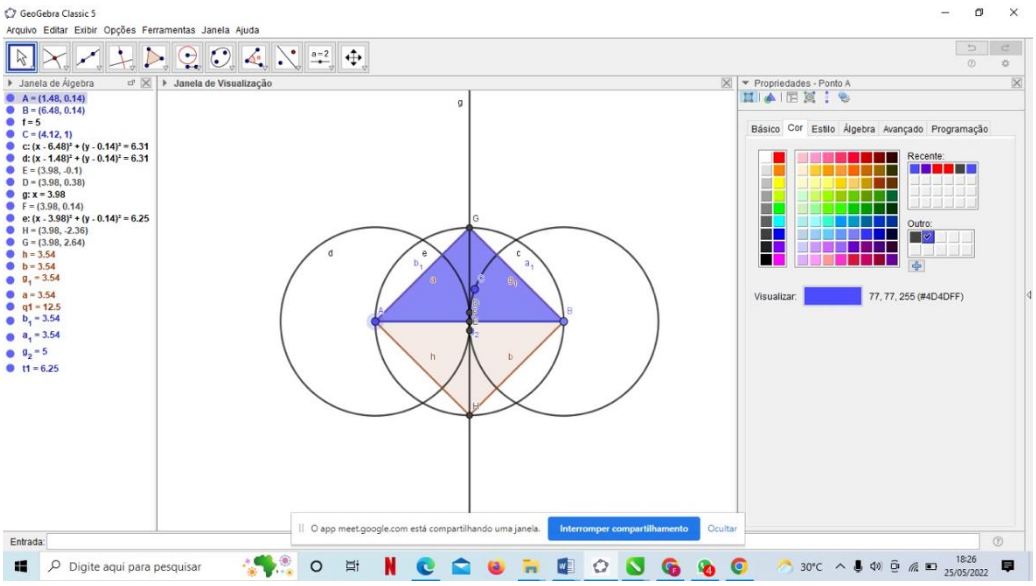


Figura 33 – Construção Geométrica do quadrado de diagonal 5 cm, mostrando que o mesmo e o dobro do triangulo.

• TEMPO: 18h32min00s as 18h50min00s

Dando seguimento o professor apresentou o conceito de ângulo. Conforme Wagner (2009) angulo e uma figura formada pela união de duas semirretas distintas que possuem a mesma origem e não estão contidas na mesma reta.

Doravante foi apresentado o conceito de paralelas. Conforme Lima, Carvalho, Wagner (p.169, 2004) uma reta pode não ter pontos em comum com um plano (dizemos que a reta e o plano são paralelos). Foi apresentado os conceitos de: a) retas paralelas b) reta paralela ao plano; c) planos paralelos.

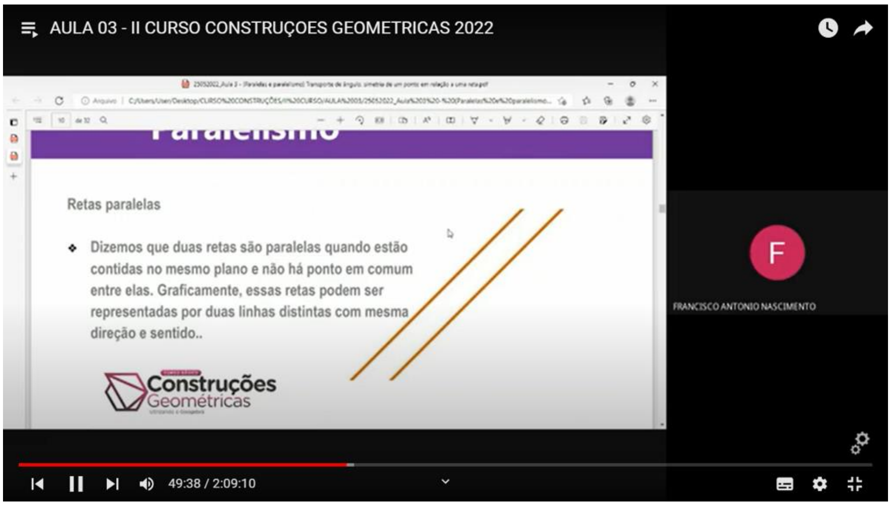


Figura 34 – Reprodução da aula 03 do conceito de paralelas.

• TEMPO: 18h50min00s as 19h20min00s

O mediador apresentou a situação problema em forma de desafio, o que chamou de “Tomada de Posição”, a saber:

> *DESAFIO- Transportar o ângulo dado BAC para o vértice O, considerando como lado do novo ângulo a semi-reta de origem em O que contém D.*

Em seguida, apresentou uma tela do software geogebra e colocou as informações do problema.

Durante a apresentação mediador, a cada passo fazia indagações, utilizando o oficio da pergunta. Ao final chegou ao resultado e foi partilhado pelos outros estudantes.

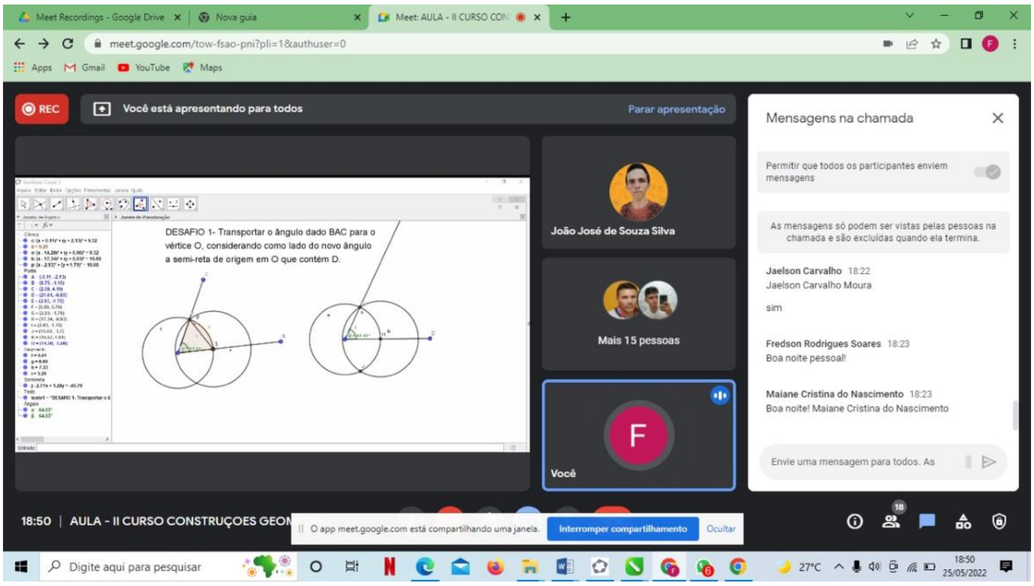


Figura 35 – Resolução do desafio sobre o transporte de ângulos

O processo de construção foi guiado pelos seguintes passos:

1º passo) Na barra de ferramenta, clique no **10º ICONE**, e depois na ferramenta **TEXTO. Clique na janela de visualização e no campo texto digite: “*Transportar o ângulo dado BAC para o vértice O, considerando como lado do novo ângulo a semi-reta de origem em O que contém D.*” clique em ok.** Na barra de ferramenta, clique no **3º ICONE**, e depois na ferramenta **SEGMENTO. Depois clique na janela de visualização e crie o segmento AB**, por conseguinte o segmento BC, formando o ângulo ***BAC***, por último o segmento OD, conforme a figura 36;

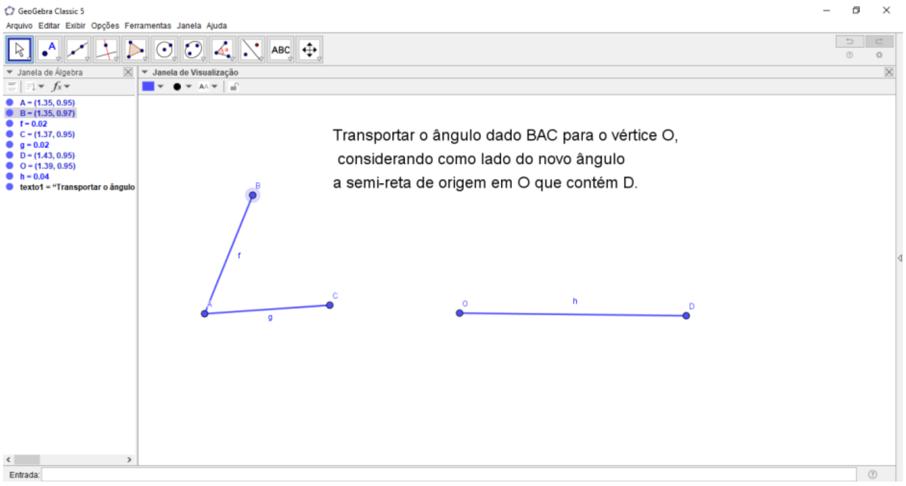


Figura 36

2º passo) Na barra de ferramenta, clique no **6º ICONE**, e depois na ferramenta **CIRCULO DADO CENTRO E UM DE SEUS PONTOS. Em seguida,** com um raio qualquer traçamos um arco de centro em A que intercepta os lados do ângulo BAC nos pontos E e F;

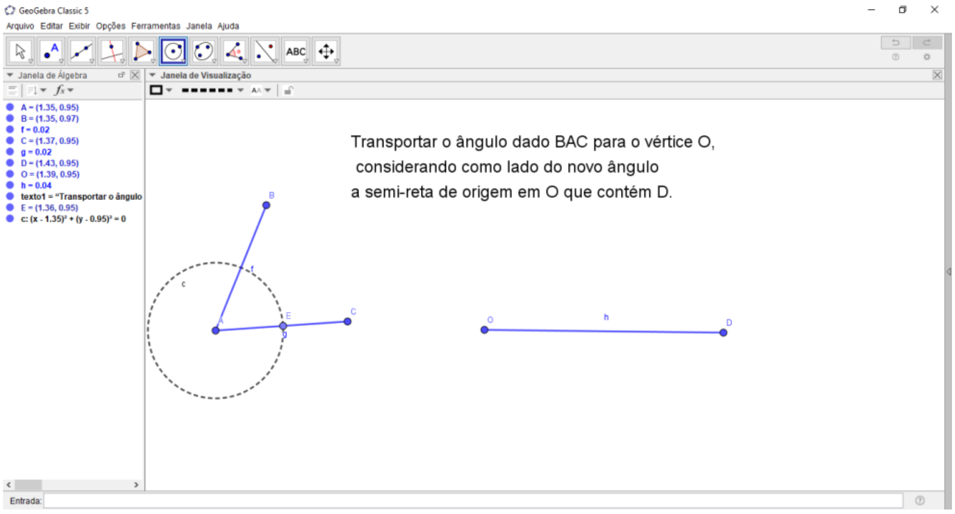


Figura 37

3º passo) Na barra de ferramenta, clique no **6º ICONE**, e depois na ferramenta **COMPASSO. Em seguida, clique nos ponto A e E e** com a mesma abertura da circunferência c, feita no passo anterior, traçamos um outro arco de centro em O que intercepta o lado OD num ponto G;

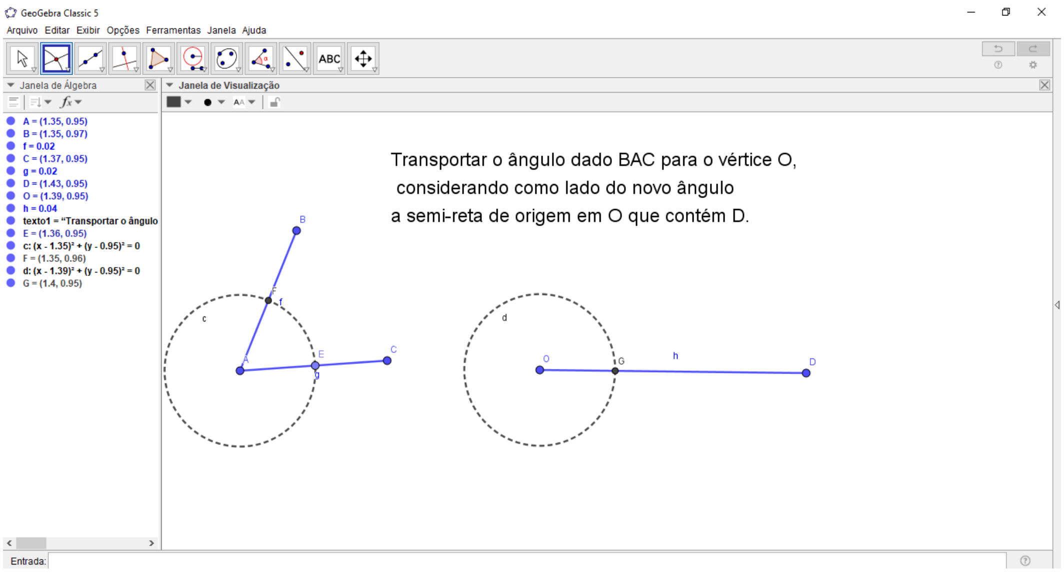


Figura 38

4º passo) Na barra de ferramenta, clique no **6º ICONE**, e depois na ferramenta **COMPASSO. Em seguida, traça-se a circunferência de raio EF, com centro em E. Com a mesma ferramenta, e raio EF, constrói-se uma circunferência de centro G, conforme a figura abaixo.**

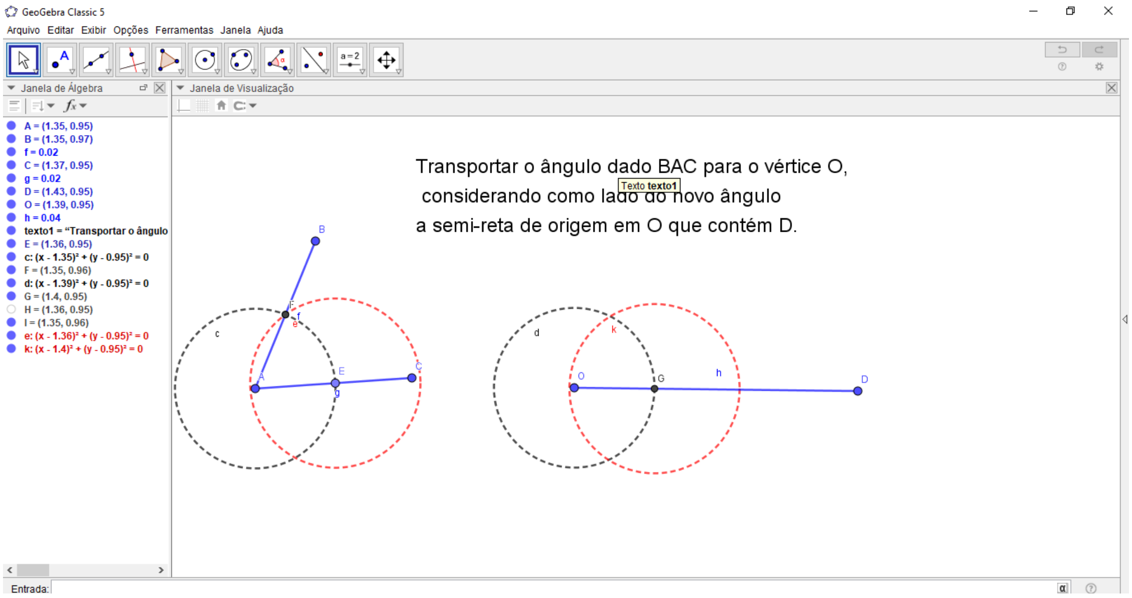


Figura 39

5º passo) Na barra de ferramenta, clique no **2º ICONE**, e depois na ferramenta **INTERSERÇAO ENTRE DOIS OBJETOS. Em seguida, clique nas circunferência de centro O e na circunferência de centro G, obtendo o ponto de intersecção J e K.**

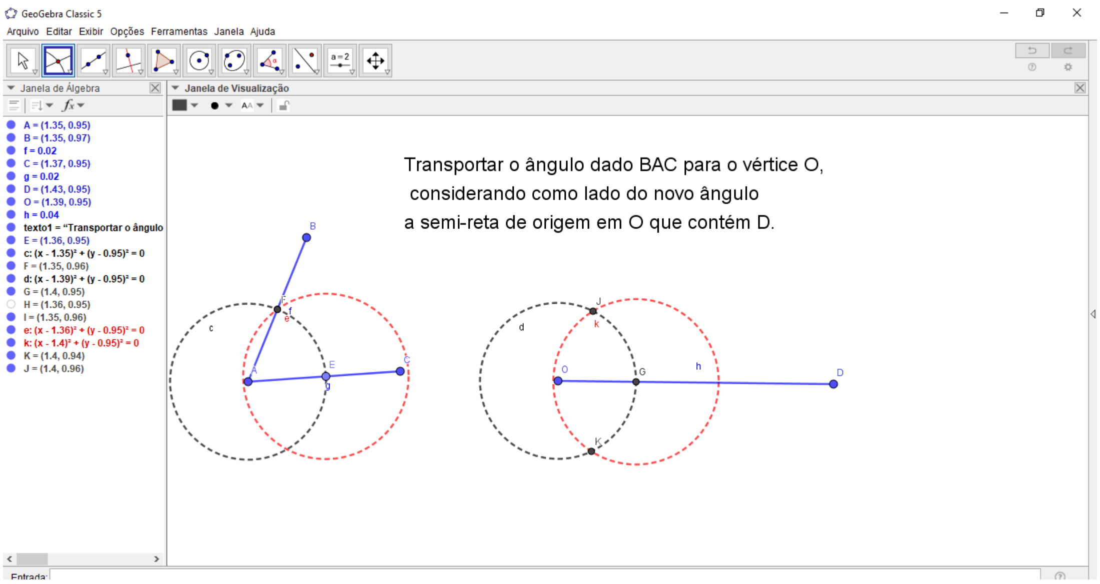


Figura 40

6º passo) Na barra de ferramenta, clique no **3º ICONE**, e depois na ferramenta **RETAS. Em seguida, clique nos pontos O e J obtendo a reta OJ.** Com isso temos que o ângulo GOH tem a mesma medida do ângulo BAC.

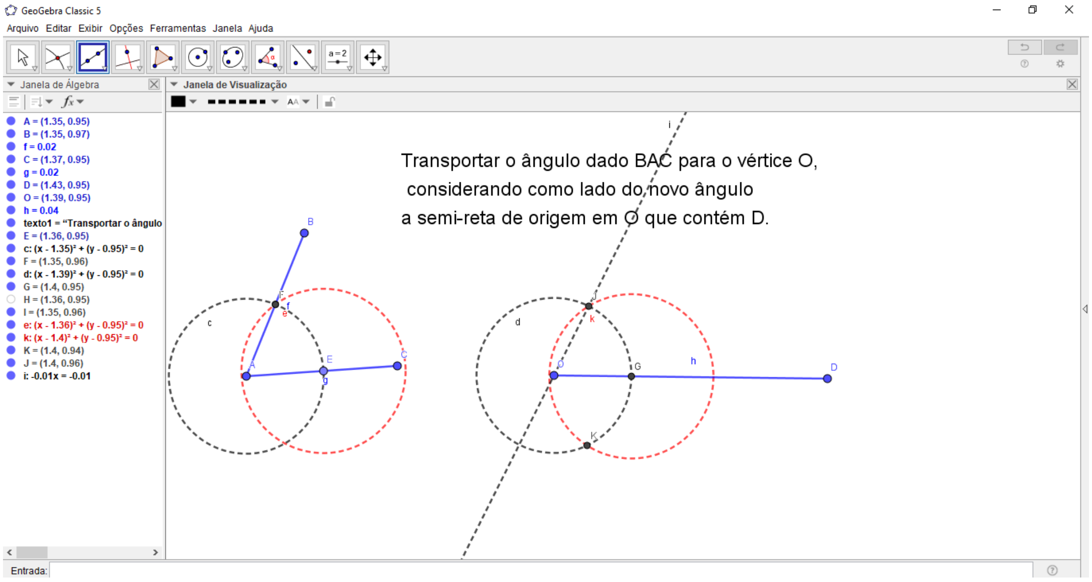


Figura 41

Justificativa: Os passos 1 e 2 garantem que os arcos de circunferências construídos possuem o mesmo raio. Portanto ângulos centrais de mesma medida compreendem arcos de mesma medida e reciprocamente**.**

• TEMPO: 19h20min00s as 19h40min00s

Em seguida, o mediador apresentou três métodos de encontrar uma reta paralela, seguindo os mesmos passos da construção anterior.

1º MÉTODO

DESAFIO 3- Dados uma reta r e um ponto A que não lhe pertence, traçar uma reta s, paralela a r, que passe por A.

1º passo) Na barra de ferramenta, clique no **10º ICONE**, e depois na ferramenta **TEXTO. Clique na janela de visualização e no campo texto digite: "*Dados uma reta r e um ponto A que não lhe pertence, traçar uma reta s, paralela a r, que passe por A*" clique em ok. Em seguida n**a barra de ferramenta, clique no **2º ICONE**, e depois na ferramenta **PONTOS, e depois crie o ponto A na janela de visualização.** Na barra de ferramenta, clique no **3º ICONE**, e depois na ferramenta **RETAS. Depois clique na janela de visualização e crie a reta BC,** conforme a figura 42;

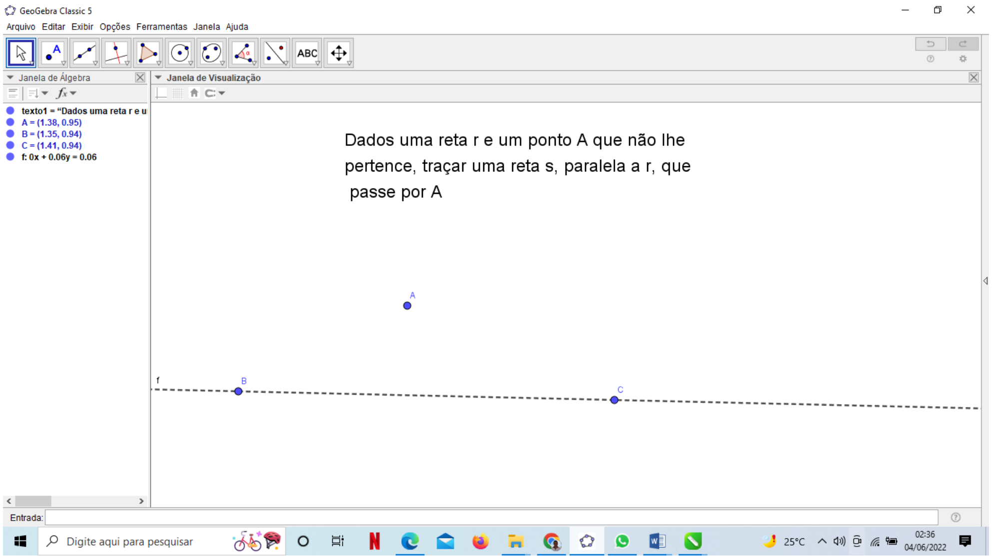


Figura 42

2º passo) Na barra de ferramenta, clique no **6º ICONE**, e depois na ferramenta **CIRCULO DADO CENTRO E UM DE SEUS PONTOS. Em seguida, com centro em A da circunferência e com um raio que seja suficiente para que o arco intercepte a reta r num ponto D;**

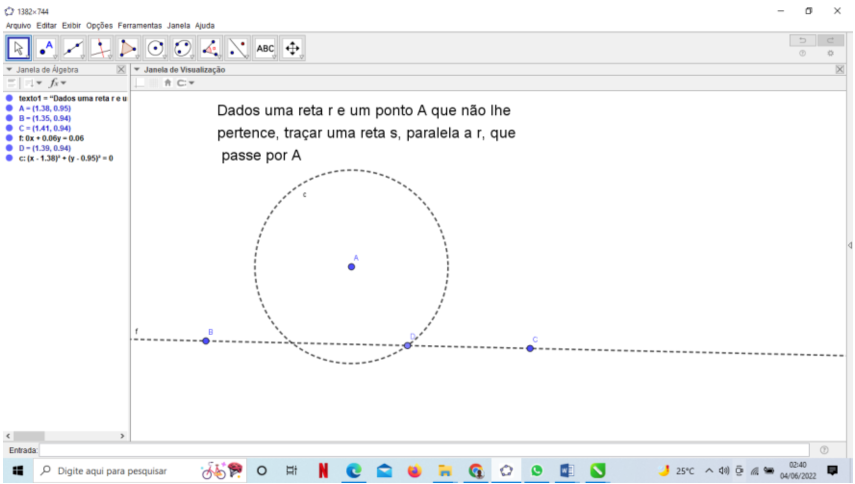


Figura 43

3º passo) Na barra de ferramenta, clique no **6º ICONE**, e depois na ferramenta **COMPASSO. Em seguida, clique nos ponto A e D, e com centro em B constrói-se uma circunferência com um raio igual AD;**

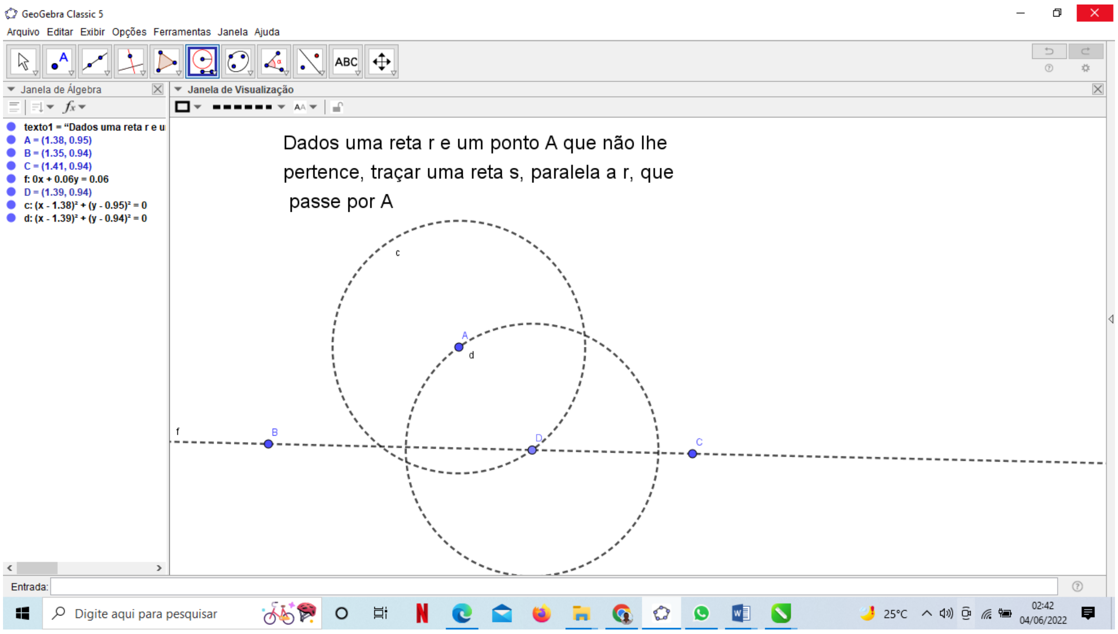


Figura 44

4º passo) Na barra de ferramenta, clique no **2º ICONE**, e depois na ferramenta **INTERSERÇAO ENTRE DOIS OBJETOS. Em seguida, clique nas circunferência de centro D e na reta BC, obtendo o ponto de intersecção E e F.**

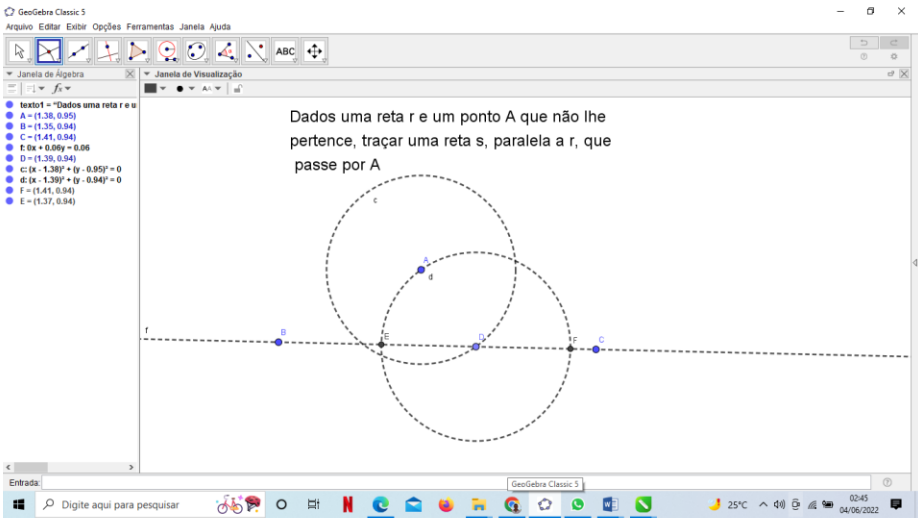


Figura 45

5º passo) Na barra de ferramenta, clique no **6º ICONE**, e depois na ferramenta **COMPASSO. Em seguida, clique nos ponto A e D, e com centro em F constrói-se uma circunferência com um raio igual AD,** transfere-se o arco EA para o arco contendo o ponto

D, obtendo um ponto G sobre este arco no mesmo semi-plano determinado por r que contém o ponto A.

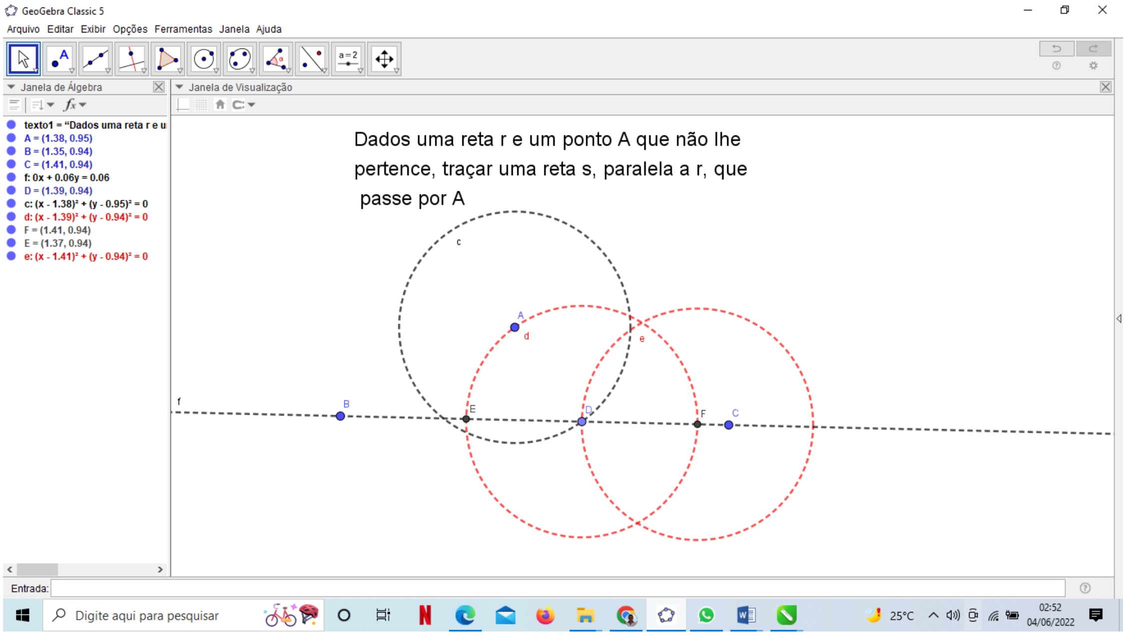


Figura 46

6º passo) Na barra de ferramenta, clique no **2º ICONE**, e depois na ferramenta **INTERSERÇAO ENTRE DOIS OBJETOS. Em seguida, clique nas circunferência de centro A e na circunferência de centro F, obtendo o ponto de intersecção H.**

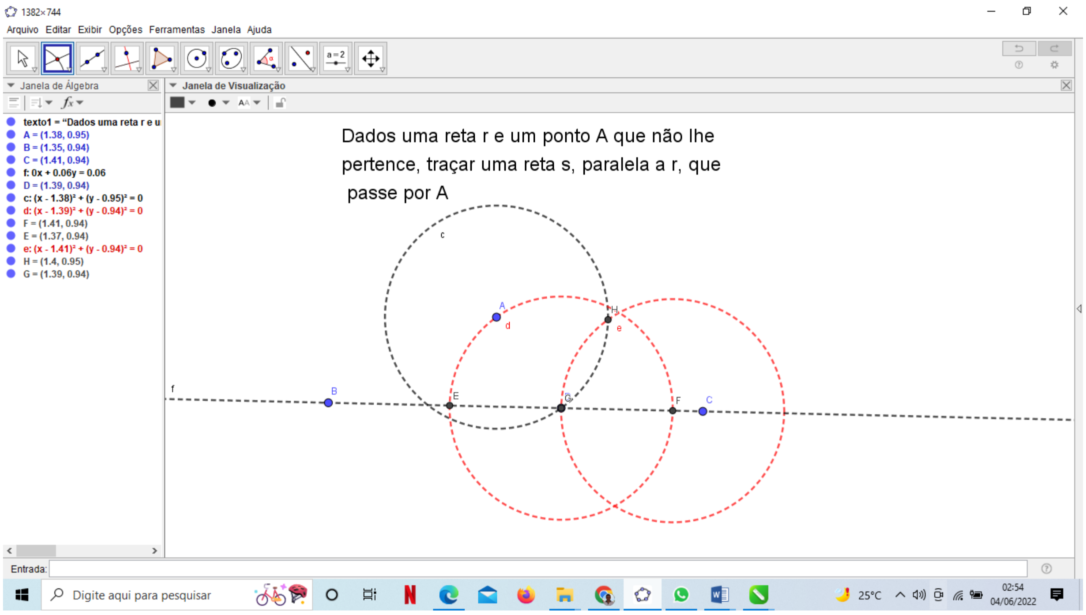


Figura 47

7º passo) Na barra de ferramenta, clique no **3º ICONE**, e depois na ferramenta

RETAS. Em seguida, clique nos pontos A e H obtendo a reta AH. Com isso obtemos a reta paralela s.

2º MÉTODO

DESAFIO 3- Dados uma reta r e um ponto A que não lhe pertence, traçar uma reta s, paralela a r, que passe por A.

1º passo) Na barra de ferramenta, clique no **10º ICONE**, e depois na ferramenta **TEXTO. Clique na janela de visualização e no campo texto digite: "*Dados uma reta r e um ponto A que não lhe pertence, traçar uma reta s, paralela a r, que passe por A*" clique em ok. Em seguida n**a barra de ferramenta, clique no **2º ICONE**, e depois na ferramenta **PONTOS, e depois crie o ponto A na janela de visualização.** Na barra de ferramenta, clique no **3º ICONE**, e depois na ferramenta **RETAS. Depois clique na janela de visualização e crie a reta BC,** conforme a figura 48;

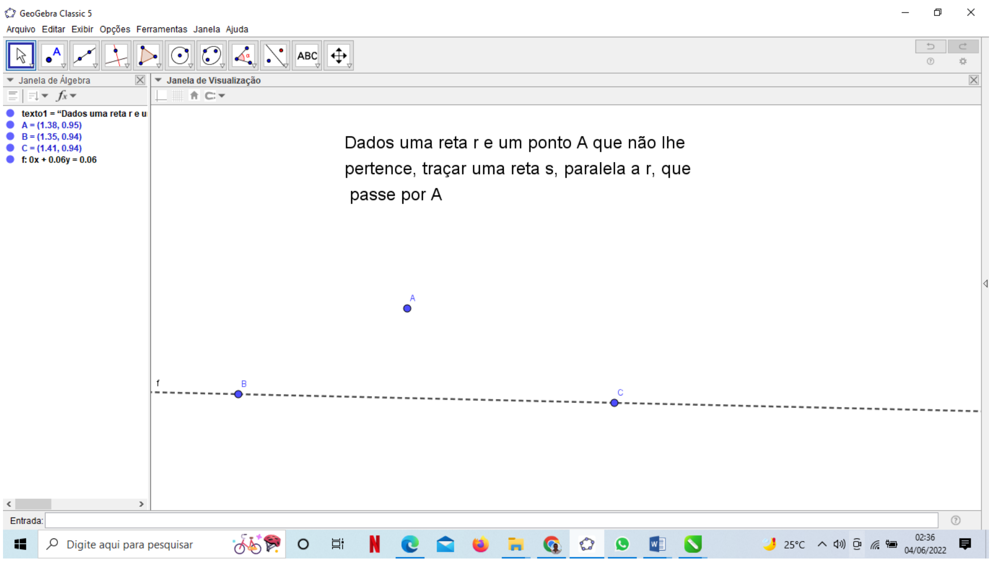


Figura 48

5º passo) Na barra de ferramenta, clique no **6º ICONE**, e depois na ferramenta **COMPASSO. Em seguida, clique nos ponto A e B, e com centro em B constrói-se uma circunferência com um raio igual AB,** um arco de circunferência passando por A, cortando a reta r em dois pontos C e D de tal forma que B esteja entre C e D;

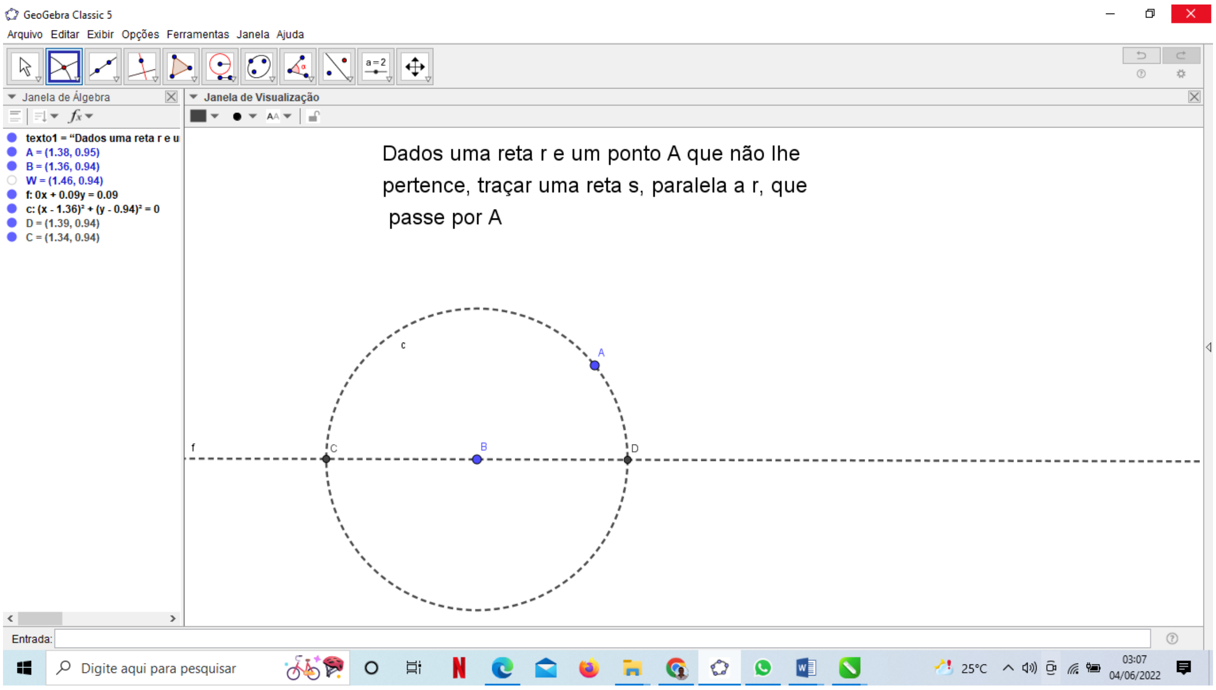


Figura 49

6º passo) Na barra de ferramenta, clique no **6º ICONE**, e depois na ferramenta **COMPASSO. Em seguida, clique nos pontos A e D, e com centro em C constrói-se uma circunferência com um raio igual AD.**

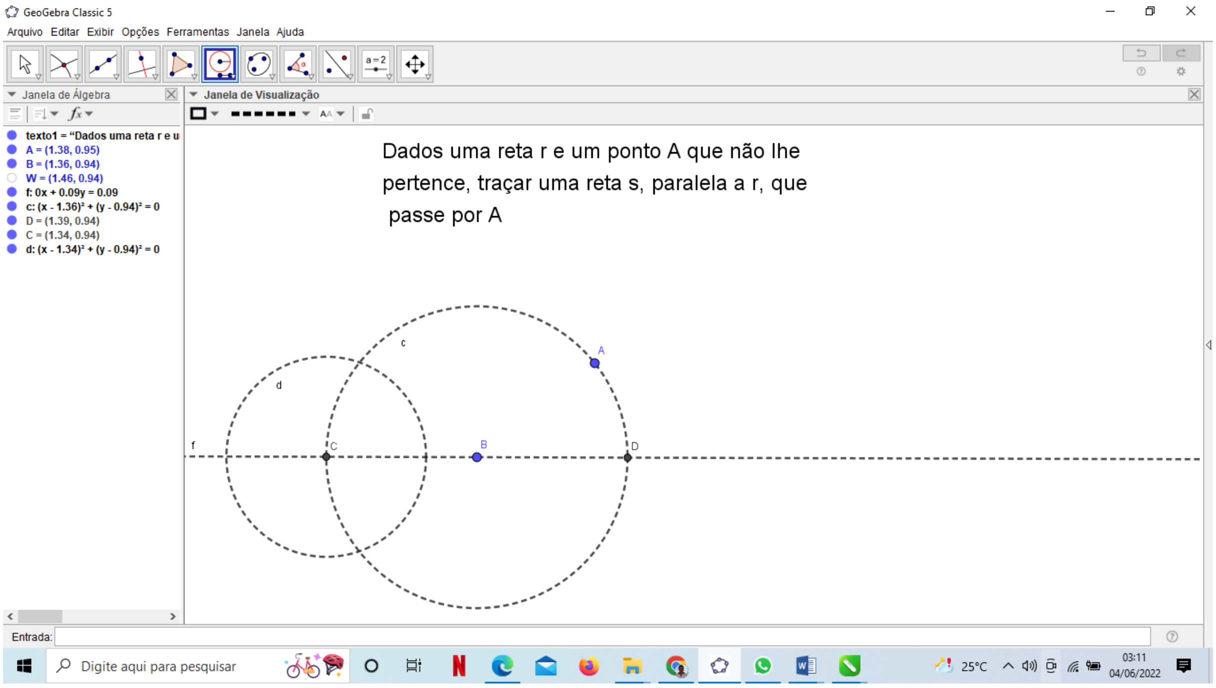


Figura 50

7º passo) Na barra de ferramenta, clique no **2º ICONE**, e depois na ferramenta

INTERSERÇAO ENTRE DOIS OBJETOS. Em seguida, clique nas circunferência de centro C e na circunferência de centro B, obtendo o ponto de intersecção E e F.

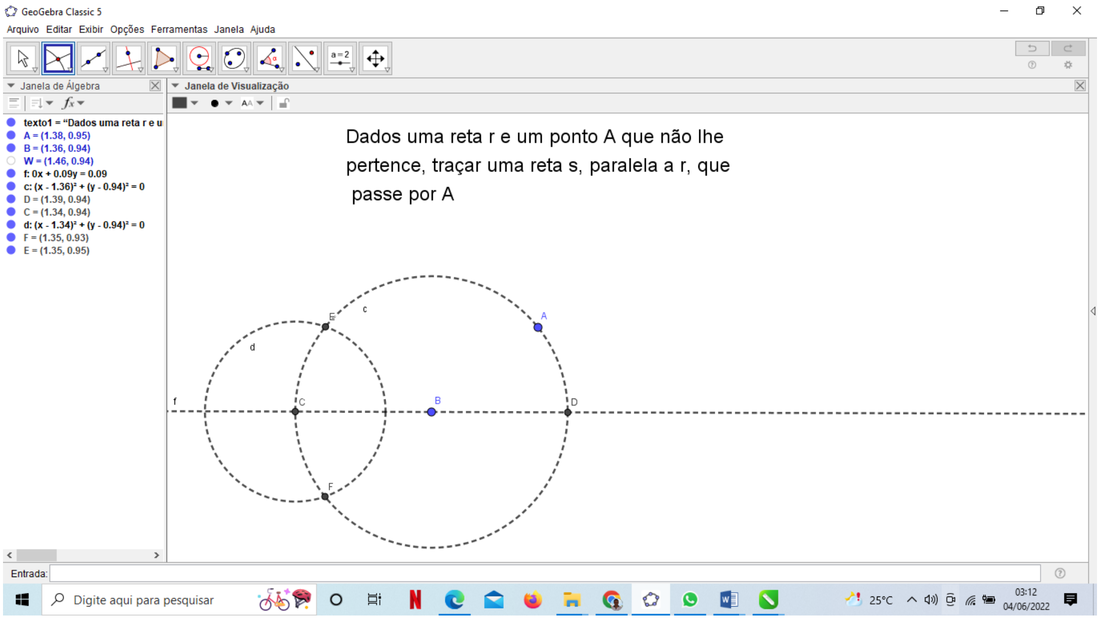


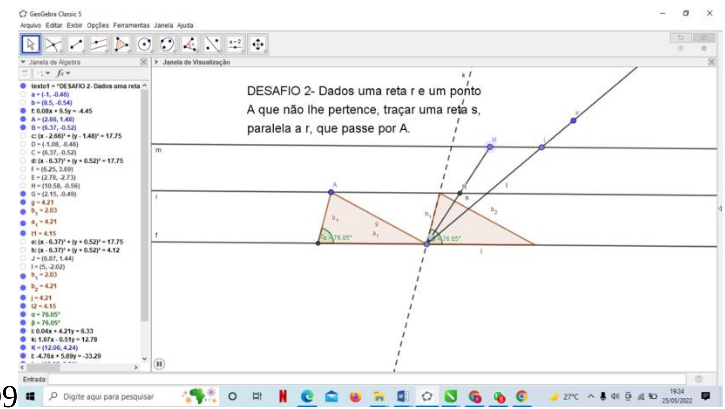
Figura 51

7º passo) Na barra de ferramenta, clique no **3º ICONE**, e depois na ferramenta **RETAS. Em seguida, clique nos pontos A e E obtendo a reta AE.** Com isso obtemos a reta paralela s.

Justificativa: Como B é o centro da circunferência que passa pelos pontos C, A, E e D, temos que BC = BA = BE = BD. Logo os triângulos ABC, ABE e EBD são triângulos isósceles cujos ângulos de topo estão sempre no vértice B. Além disso temos, por construção, CA = DE.

Então podemos concluir que ΔABC = ΔEBD pelo caso de congruência LLL.

Neste caso, pela correspondência entre os vértices A e E, suas alturas relativas são iguais e assim os pontos A e E estão a uma mesma distância da reta r. Portanto, a reta determinada por esses pontos é paralela a r



999

Figura 52

2º MÉTODO

DESAFIO 3- Dados uma reta r e um ponto A que não lhe pertence, traçar uma reta s, paralela a r, que passe por A.

1º passo) Na barra de ferramenta, clique no **10º ICONE**, e depois na ferramenta **TEXTO. Clique na janela de visualização e no campo texto digite: "*Dados uma reta r e um ponto A que não lhe pertence, traçar uma reta s, paralela a r, que passe por A*" clique em ok. Em seguida n**a barra de ferramenta, clique no **2º ICONE**, e depois na ferramenta **PONTOS, e depois crie o ponto A na janela de visualização.** Na barra de ferramenta, clique no **3º ICONE**, e depois na ferramenta **RETAS. Depois clique na janela de visualização e crie a reta BC,** conforme a figura 1;

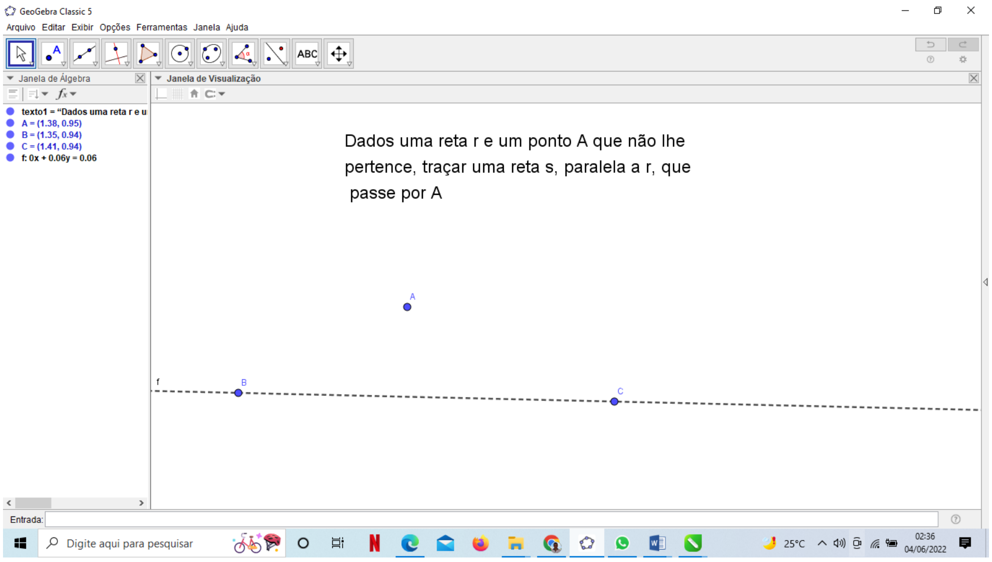


Figura 53

2º passo) Na barra de ferramenta, clique no **3º ICONE**, e depois na ferramenta **RETAS. Em seguida, clique nos pontos A e C obtendo a reta AC.**

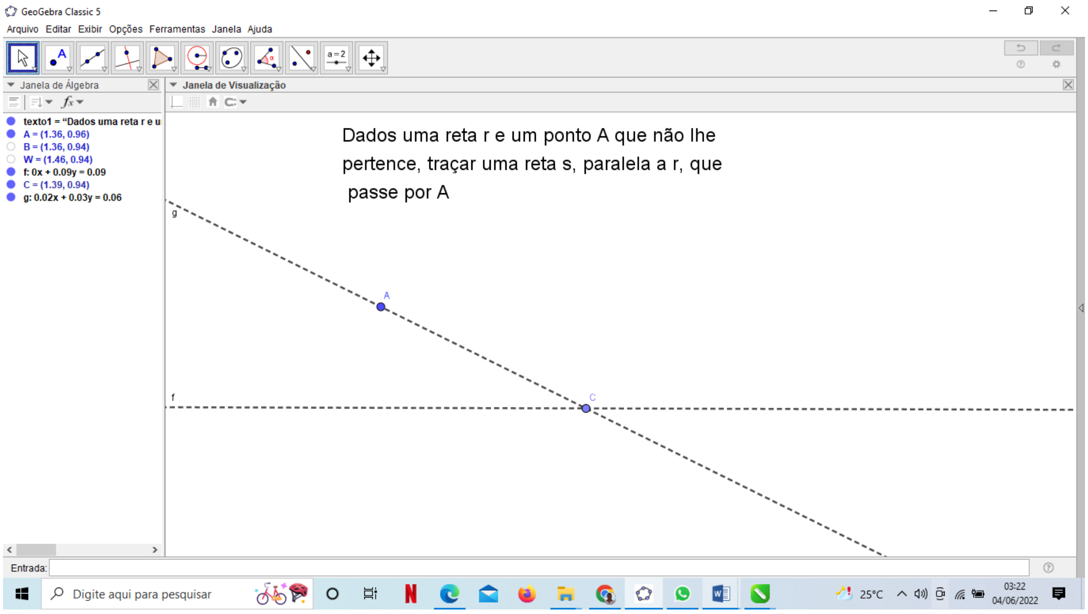


Figura 54

3º passo) Na barra de ferramenta, clique no **6º ICONE**, e depois na ferramenta **CIRCULO DADO CENTRO E UM DE SEUS PONTOS. Em seguida, com centro em C da circunferência e com um raio qualquer construa a circunferência.**

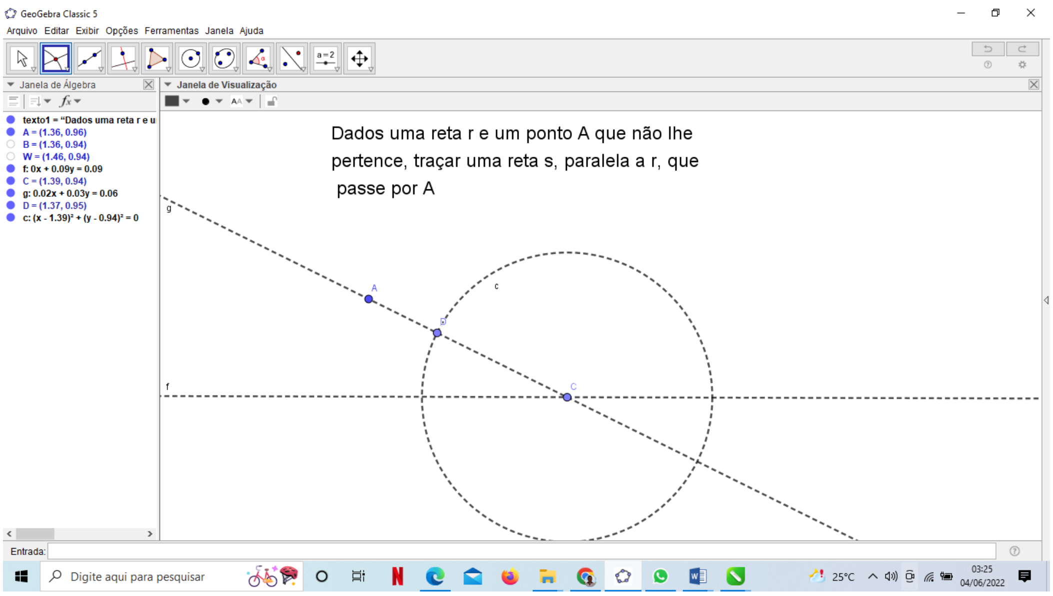


Figura 55

4º passo) Na barra de ferramenta, clique no **2º ICONE**, e depois na ferramenta **INTERSERÇAO ENTRE DOIS OBJETOS. Em seguida, clique nas circunferência de centro C e na reta g obtendo o ponto de intersecção E e F. Depois clique nas**

circunferência de centro C e na reta f obtendo o ponto de intersecção G e H.

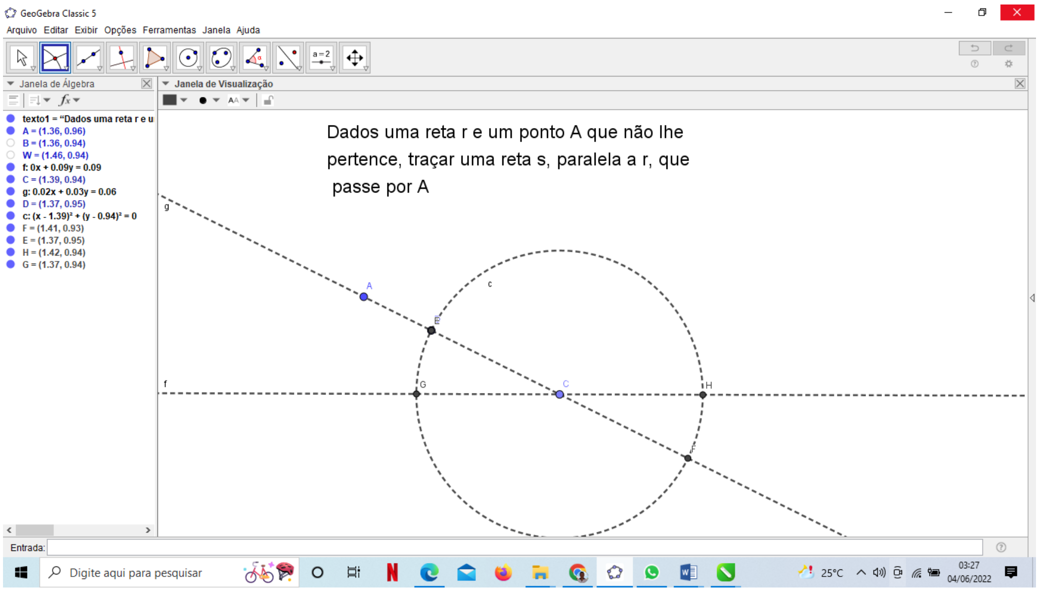


Figura 56

5º passo) Na barra de ferramenta, clique no **6º ICONE**, e depois na ferramenta **COMPASSO. Em seguida, clique nos ponto C e G, e com centro em A constrói-se uma circunferência com um raio igual CG**

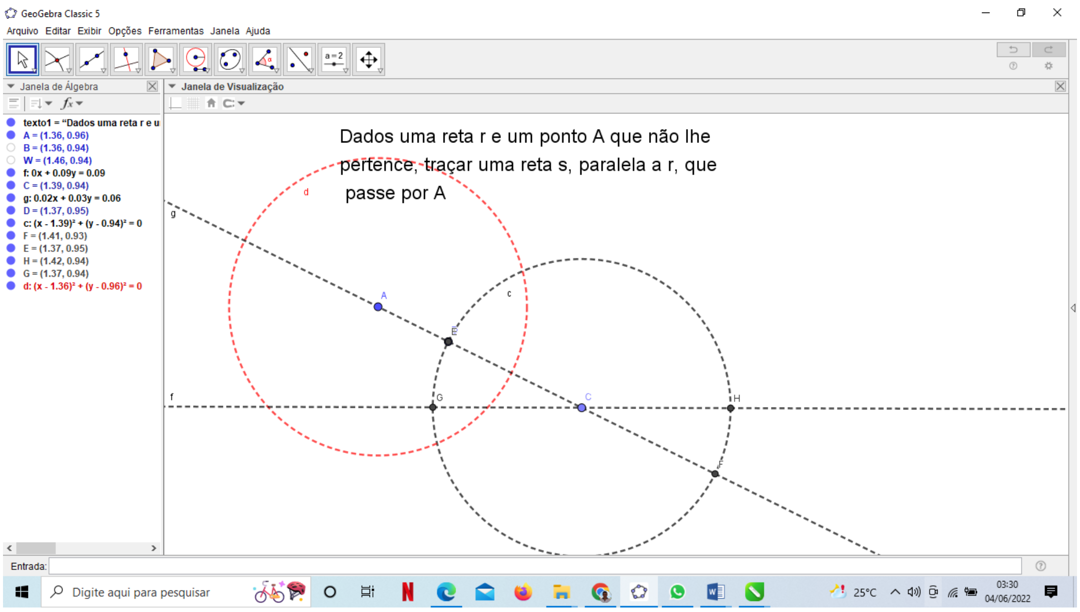


Figura 57

6º passo) Na barra de ferramenta, clique no **2º ICONE**, e depois na ferramenta **INTERSERÇAO ENTRE DOIS OBJETOS. Em seguida, clique nas circunferência de centro A e na reta g obtendo o ponto de intersecção I e J.**

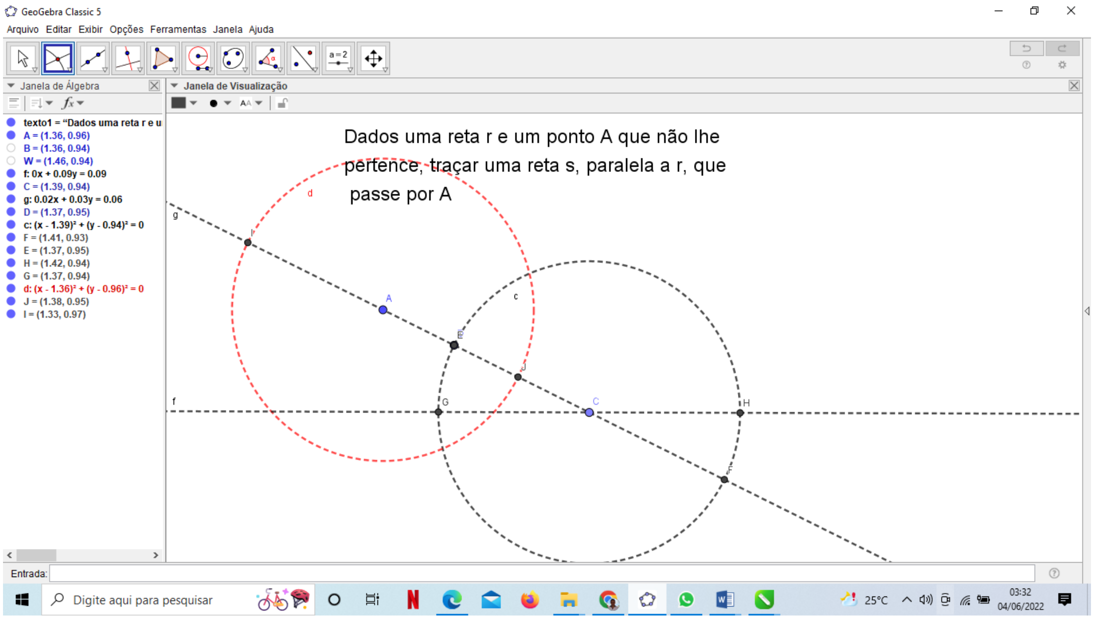


Figura 58

6º passo) Na barra de ferramenta, clique no **6º ICONE**, e depois na ferramenta **COMPASSO. Em seguida, clique nos ponto E e G, e com centro em I constrói-se uma circunferência com um raio igual EG**

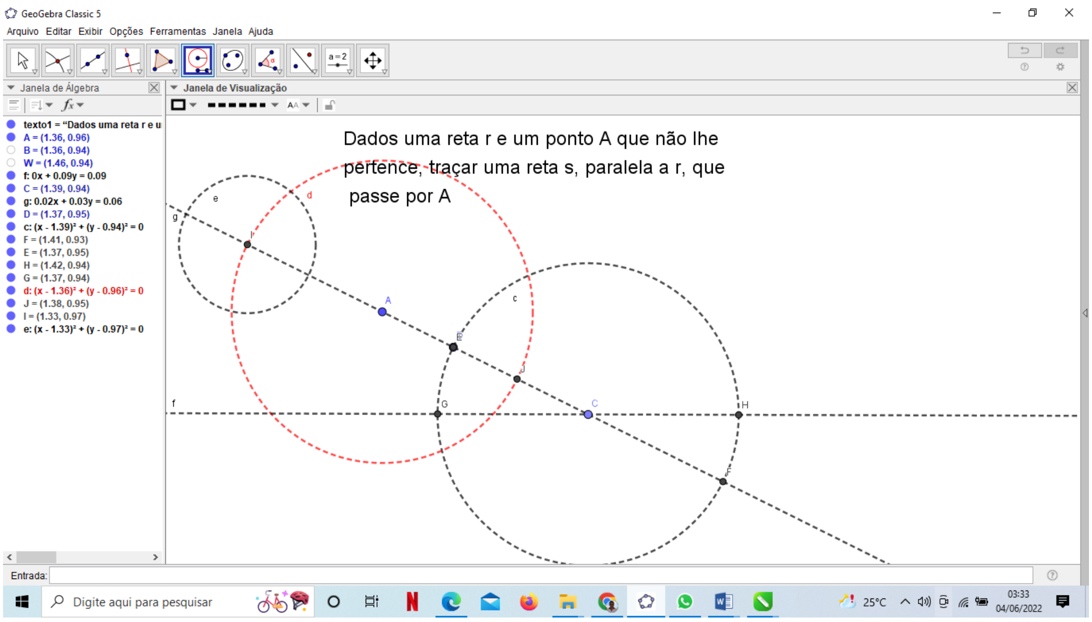


Figura 59

6º passo) Na barra de ferramenta, clique no **2º ICONE**, e depois na ferramenta **INTERSERÇAO ENTRE DOIS OBJETOS. Em seguida, clique nas circunferências de**

centro A e na circunferência de centro I obtendo o ponto de intersecção L e K.

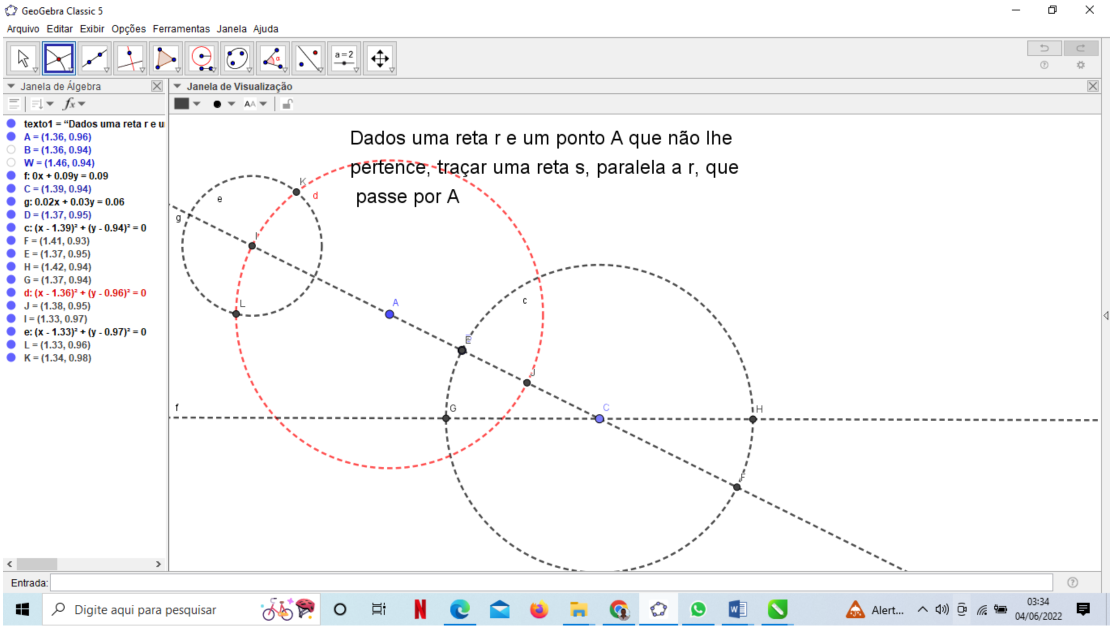


Figura 60

7º passo) Na barra de ferramenta, clique no **3º ICONE**, e depois na ferramenta **RETAS. Em seguida, clique nos pontos A e L obtendo a reta**

AL e a reta AL E paralela a f.

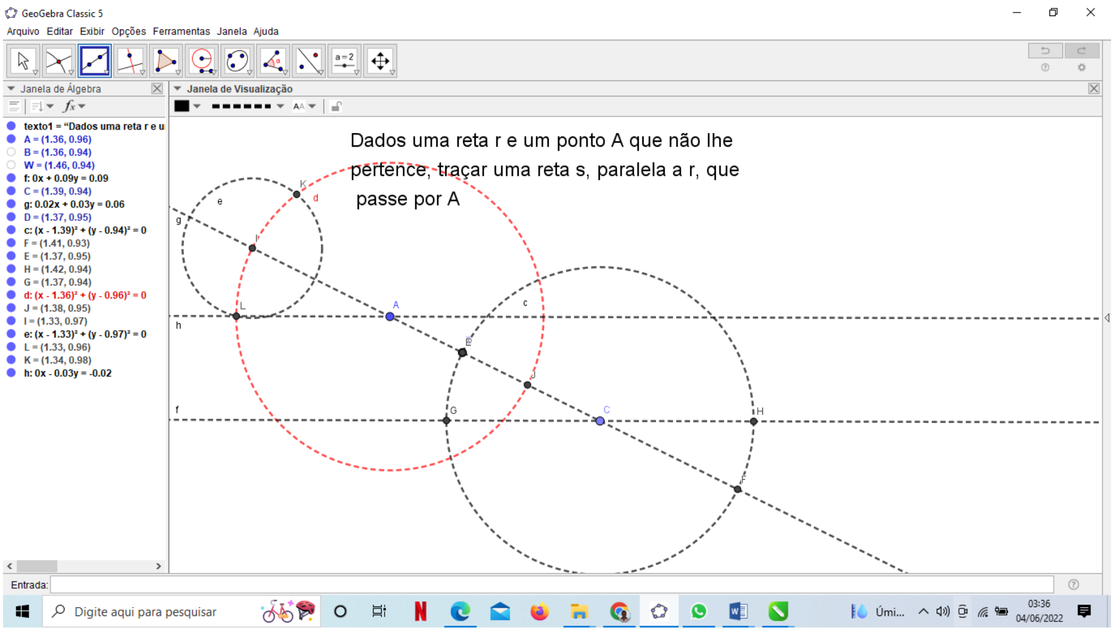


Figura 61

• TEMPO: 19h50min00s as 20h00min00s

SITUAÇAO PROBLEMA 2- Desenhe o triângulo ABC conhecendo os lados AB = 4,5cm, BC = 5,2cm e a altura relativa ao lado BC igual a 3,8cm descrevendo seu passo a passo conforme a SEQUÊNCIA FEDATH

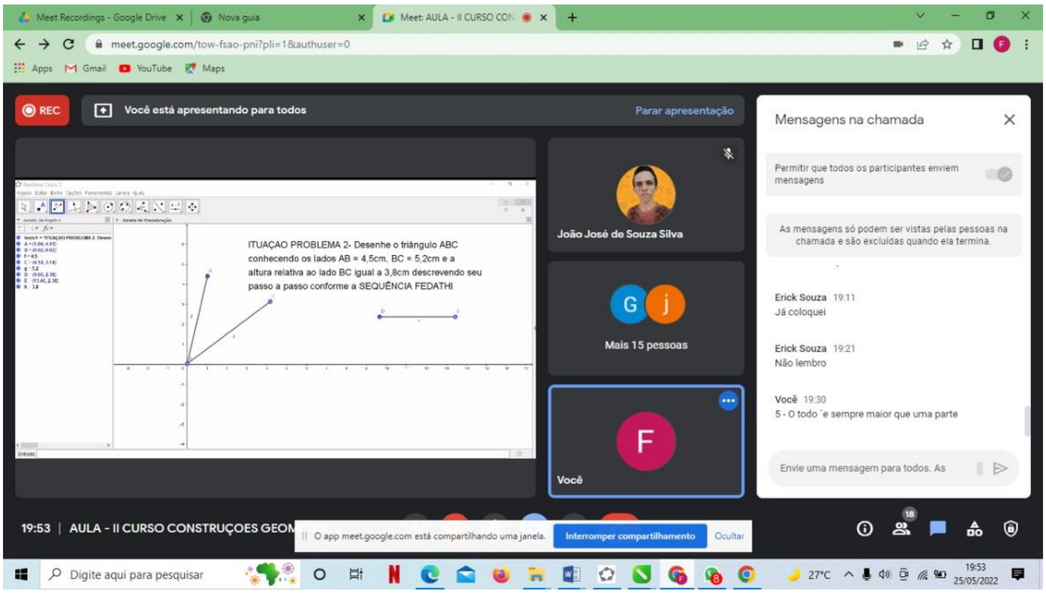


Figura 62

Figura 63

83 QUARTO ENCONTRO FORMATIVO – AULA 04

O primeiro encontro formativo na forma de oficina pedagógica foi realizado no dia 26 de maio de 2022. Neste encontro teve por objetivo: a) conhecer métodos de divisão de segmentos em partes iguais ou proporcionais a segmentos dados; b) obter a terceira e quarta proporcionais de uma dada proporção de segmentos.

• TEMPO: 18h00min00s as 18h30min00s

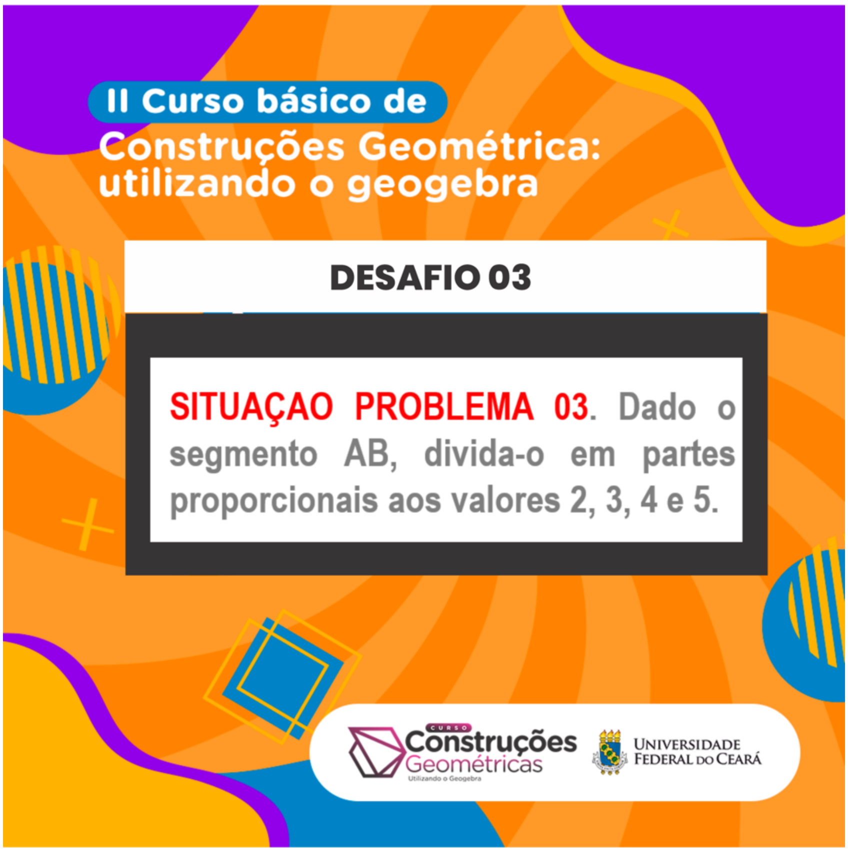


Figura 64


IV encontro formativo
do II Curso Básico de Construções
Geométricas utilizando o Geogebra
26 de maio de 2022
Curso Construções Geométricas
Utilizando o Geogebra
Universidade Federal do Ceará

<u>APÊNDICE D</u>: ORIENTAÇÕES PARA A PREPARAÇÃO DA SEQUÊNCIA FEDATHI

<u>PREPARAÇÃO DA SEQUÊNCIA FEDATHI</u>

<u>Evento</u>: *Descrição do evento (aula, curso e outros)*

INSTITUIÇÃO: *Nome da instituição em que a aula será ministrada.*
PROFESSOR: *Nome do professor que vai ministrar a aula.*
NÍVEL/MODALIDADE DE ENSINO: *Nível ou modalidade de ensino para o/a qual a aula será planejada.*
DISCIPLINA: *Nome da disciplina referente à aula planejada.*
TURMA: *Turma em que a aula será ministrada.*
DATA: *Data da aula.*
TEMPO DIDÁTICO: *Tempo da aula, em horas e/ou minutos.*
OBJETIVO(S): *O que o aluno poderá aprender com essa aula?* *Todos os objetivos deverão iniciar com um verbo no infinitivo e ser escritos como uma resposta para essa pergunta.*
CONTEÚDO/TEMA: *Conteúdo ou tema que será trabalhado na aula*.
CONHECIMENTOS PRÉVIOS/PRÉ-REQUISITOS DOS ALUNOS: *Conhecimentos prévios ou pré-requisitos que os alunos precisarão dispor para acompanhar e ter uma participação ativa na aula (plateau).*
COMPORTAMENTOS ESPERADOS DOS ALUNOS: *Descrever possíveis comportamentos e dificuldades dos alunos frente à atividade proposta e atitudes que serão tomadas pelo professor em face desses comportamentos e dificuldades.*
NECESSIDADES DO PROFESSOR: *Necessidades teóricas e/ou didáticas do professor para ministrar a aula e estratégias que serão utilizadas para superar suas limitações, antes*

da aula.
ATIVIDADE *Número da atividade a ser desenvolvida na sessão didática (1, 2, 3...).* **Obs.:** *O número de atividades em cada sessão didática será definido pelo professor, de acordo com o tempo didático disponível e o nível da turma.*
AMBIENTE: *Ambiente em que será desenvolvida a atividade.*
PREPARAÇÃO DO AMBIENTE: *Descrever como o ambiente será organizado, listando quais os recursos que serão utilizados.*
TOMADA DE POSIÇÃO/APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA: ▪ *Explicitação do professor sobre o contrato didático, descrevendo a maneira como a atividade será desenvolvida e as regras para o seu desenvolvimento. A clareza é um aspecto imprescindível para que os alunos compreendam as ações que serão realizadas.* ▪ *Apresentação do problema (pergunta oral ou escrita; jogo; manipulação de software ou outra atividade).*
MATURAÇÃO/DEBRUÇAMENTO: ▪ *Neste momento, os alunos buscarão a solução para o problema proposto.* ▪ *O professor deverá descrever os erros e/ou dificuldades que os alunos poderão ter, apresentando ações de mediação que utilizará para auxiliá-los na resolução do problema.* ▪ *A mediação do professor deverá ser realizada através de perguntas e/ou contraexemplos, levando em consideração as atitudes e perguntas dos alunos.*

APÊNDICE E – PLANEJAMENTO DA SEQUÊNCIA FEDATHI

PREPARAÇÃO DA SEQUÊNCIA FEDATHI

INSTITUIÇÃO: *ESCOLA PEQUENO PRINCIPE*	PROFESSOR: *EUCLIDES, GAUSS E BETA*

NÍVEL/MODALIDADE DE ENSINO: *Ensino Fundamental*	DISCIPLINA: *Matemática*
TURMA: *8A*	DATA: *03 de junho de 2022*
TEMPO DIDÁTICO: *50min*	
OBJETIVO(S): *Construir pontos notáveis de um triângulo e suas propriedades.*	CONTEÚDO/TEMA: - *Triângulos, Geometria*
- CONHECIMENTOS PRÉVIOS/PRÉ-REQUISITOS DOS ALUNOS*: Conhecimento prévio sobre as medidas de um triângulo (altura, bissetriz, mediana e mediatriz).* - *Domínio básico de como utilizar ferramentas para a construção geométrica, a exemplo, régua e compasso.*	
COMPORTAMENTOS ESPERADOS DOS ALUNOS: - *Aprendizagem completa do que foi exposto em aula.*	
- NECESSIDADES DO PROFESSOR: *Amplo conhecimento sobre o assunto abordado;* - *Domínio completo na utilização da ferramenta GeoGebra.*	
ATIVIDADE *2 desafios.*	AMBIENTE: *Plataforma de aula Google Meet e a ferramenta GeoGebra*
PREPARAÇÃO DO AMBIENTE: *A aula acontecerá via Google Meet, será mediada a partir da utilização da ferramenta GeoGebra com o objetivo de explanar a construção de figuras geométricas.*	
TOMADA DE POSIÇÃO/APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA: ▪ *Construir pontos notáveis de um triângulo e suas propriedades.*	
MATURAÇÃO/DEBRUÇAMENTO: ▪ *Construiremos triângulos, junto às levianas especiais já citadas. Utilizaremos conceitos como ponto médio, perpendicularismo e ângulos.*	

<table>
<tr><td colspan="2"><u>SOLUÇÃO/APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS:</u>
<u>1- Construir a altura, mediatriz, bissetriz e mediana de um triângulo. 2- Altura em um dos pontos do triângulo trace uma perpendicular</u>
<u>3- Mediatriz: selecione dois pontos da reta para obter a mediatriz do segmento 4- Bissetriz: selecione três pontos para obter a bissetriz do ângulo</u>
<u>5- Mediana: selecione as extremidades do segmentos para obter a mediana</u>

<u>PROPRIEDADES:</u>
<u>-Baricentro: é um centro de massa de um triângulo e o divide as medianas em proporção 2/3 e 1/3</u>
<u>-Circuncentro: é o centro da circunferência que o triângulo esta inscrito 3-Incentro: é o centro da circunferência inscrita no triângulo</u>
<u>4- Ortocentro :encontra-se na região interna do triângulo se este é acutângulo, coincide com o vértice do ângulo reto se for retângulo e encontra-se fora do triângulo no caso deste ser obtuso.</u></td></tr>
<tr><td><u>PROVA/FORMALIZAÇÃO:</u>
<u>A comprovação das construções expostas serão feitas por meio da análise do passo a passo de cada construção apresentada.</u></td><td><u>RECURSOS COMPLEMENTARES:</u>
<u>Materiais de estudo relacionados a temática construções geométricas (utilizando como base o livro: Construções Geométricas – Vol.1. Cláudio Santos de Souza; Milene Maria D. Pimenta; Roberto Geraldo Tavares Arnault).</u></td></tr>
</table>

____

APÊNDICE F: PRE-TESTE

1_Nome completo

2_Sexo

3_Idade

4_Instituição que leciona? Ou estuda?

5_Disciplina que leciona? Ou estuda

6_Qual sua graduação? Ou estuda?

7_Há quanto tempo leciona?

8_Você conhece o geogebra? (Já ouviu falar pelo menos)

9_Você utiliza o geogebra em sala de aula? (Se sim, com que frequência) v

10_Você utiliza o régua e compasso em sala de aula? (Se sim, com que frequência)

11_Você utiliza construções geométricas em sala de aula? (Se sim, com que frequência)

12_Você utiliza tecnologias em sala de aula? (Se sim, com que frequência e que tipos de tecnologias)

13_Defina com suas palavras o que é construções geométricas?

14_Defina com suas palavras o que é mediatriz?

15_Defina com suas palavras o que é perpendicular?

16_Defina com suas palavras o que é arco capaz?

17_Dada uma circunferência sem centro como encontrar o valor do raio da mesma?

18_Dado um reta r, descreva o passo a passo de como encontrar a sua perpendicular?

APÊNDICE G: POS-TESTE

POS- TESTE

Esta avaliação está dividida em 3 PARTES:

📋 PARTE 1: QUESTIONÁRIO DIAGNÓSTICO

📋 PARTE 2: AVALIAÇÃO 1 DO CONTEÚDO

📋 PARTE 3: AVALIAÇÃO DA QUALIDADE DO CURSO

📋 Este e o POS-TESTE do Curso Básico de Construções Geométricas utilizando o geogebra, com carga horária de 40h/a do Laboratório de Pesquisas e Avaliações Métricas e Cultura Digital Mader (LABPAM/CDMAKER) da Universidade Federal do Ceará (UFC).

📋 PARTE 1: QUESTIONÁRIO DIAGNÓSTICO

✅ Esta avaliação está dividida em 3 (três) PARTES:

NOME COMPLETO

IDADE

4. QUAL É O SEU SEXO? *

🔑Masculino;

🔑Feminino;

🔑 Não se aplica a nenhuma das alternativas

CIDADE

ESTADO

01. QUAL DISCIPLINA VOCÊ LECIONA? *

- Língua Portuguesa;
- Matemática;
- História;
- Geografia;
- Ciências (química e física);
- Artes;
- Inglês;
- Polivalente/Multidisciplinar - (Educação Infantil e Fundamental I);
- Outra;
- Não se aplica a nenhuma das alternativas.

📚 06. QUAL É A SUA COR OU RAÇA? *

- Branca;
- Preta;
- Parda;
- Amarela;
- Indígena;
- Não quero declarar.

- Não se aplica a nenhuma das alternativas.

📚 07. QUAL É O MAIS ALTO NÍVEL DE ESCOLARIDADE QUE VOCÊ CONCLUIU

(ATÉ A GRADUAÇÃO)? *

- Menos que o Ensino Médio (antigo 2º grau);
- Ensino Médio – Magistério (antigo 2º grau);
- Ensino Médio – Outros (antigo 2º grau);
- Ensino Superior – Pedagogia;
- Ensino Superior – Curso Normal Superior;
- Ensino Superior – Licenciatura em Matemática;
- Ensino Superior – Licenciatura em Letras;
- Ensino Superior – Outras Licenciaturas;
- Ensino Superior – Outras áreas;
- Não se aplica a nenhuma das alternativas.

DURANTE A PANDEMIA VOCE PARTICIPOU DE CURSOS/OFICINAS SOBRE METODOLOGIAS DE ENSINO NA SUA ÁREA DE ATUAÇÃO. *

- Não participei.
- Sim, e não houve impacto.
- Sim, e houve um pequeno impacto.
- Sim, e houve um impacto moderado.
- Sim, e houve um grande impacto.
- Não se aplica a nenhuma das alternativas.

23.2 CURSOS/OFICINAS SOBRE OUTROS TÓPICOS EM TECNOLOGIA E EDUCAÇÃO. *

- Não participei.
- Sim, e não houve impacto.
- Sim, e houve um pequeno impacto.
- Sim, e houve um impacto moderado.
- Sim, e houve um grande impacto.
- Não se aplica a nenhuma das alternativas.

📋 PARTE 2: AVALIAÇÃO DO CONTEÚDO

✅ Esta avaliação está dividida em 3 (três) PARTES:

📋 PARTE 1: QUESTIONÁRIO DIAGNÓSTICO

📋 PARTE 2: AVALIAÇÃO 1 DO CONTEÚDO

📋 PARTE 3: AVALIAÇÃO DA QUALIDADE DO CURSO

✅ Você está agora na última etapa desta avaliação: PARTE 2. Sugerimos que você preencha cada item realizando a leitura com atenção e cautela. Não há limite de tempo para essa avaliação. Boa Sorte!

1_ Com base no curso de Construções Geométricas utilizando o geogebra e seus conhecimento, construções geométricas:

📍É um ramo da matemática que foi descoberto por Euclides e divulgado no seu livro “Os elementos”.

📍Consiste de um conjunto de processos para a construção de formas geométricas e resolução de problemas com a utilização da régua sem graduação e do compasso. Dizemos que a solução gráfica de um problema é puramente geométrica, quando nela utilizamos, como instrumentos de desenho, apenas régua e compasso.

📍E a mesma coisa de Desenho Geométrico Técnico, que é um conjunto de técnicas utilizadas para construção de formas geométricas desenvolvidas na resolução de problemas para obter-se respostas tão precisas quanto possível.

📍A pureza das construções com régua e compasso é a mesma da Geometria Plana que também resolve, de forma equivalente, problemas de geometria usando as coordenadas (pontos dados), a equação da reta (régua) e a equação da circunferência (compasso). Wagner (2009).

📍 e uma disciplina da Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

2_ Conforme Wagner (2009) define por LUGAR GEOMÉTRICO o conjunto de pontos que tem uma propriedade comum, ou seja, é o conjunto de pontos de um plano que gozam de uma determinada propriedade. Marque a opção que NÃO apresenta um Lugar Geométrico;

- Circunferência
- Mediatriz
- Par de retas paralelas
- Retas transversais.
- Bissetriz

3 A Sequência Fedathi consiste em um método científico elaborado pelo Professor Pesquisador Hermínio Borges Neto voltado para rotina do cotidiano escolar em sala de aula, constituindo como uma metodologia de ensino que visa dialogar com diversas áreas do conhecimento, embora sua gênese emerja da Matemática. (SANTOS; NETO; PINHEIRO, 2019)

Considerando o TEXTO e a IMAGEM, assinale a alternativa INCORRETA sobre método sistematizado por Borges Neto:

- SOLUÇÃO: parte em que são apresentadas as elucidações admissíveis dos aprendizes observando os feedbacks dos aprendizes.
- MATURAÇÃO: instante em que os aprendizes dedicam-se a buscar a solução do problema de modo a desenvolverem a criatividade.

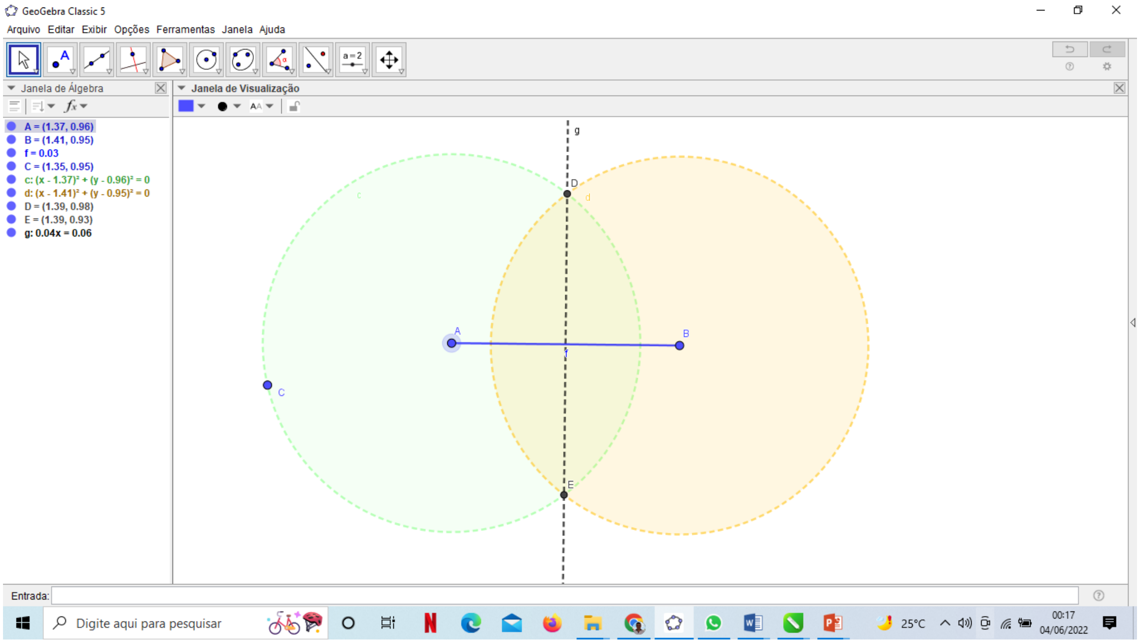
- TOMADA DE POSIÇÃO: momento em que ocorre a problematização para o aprendiz.
- PLATEAU: é utilizada como patamar, nivelamento ou base de equilíbrio do conhecimento do aluno, pensado no momento da preparação didática ou proporcionado pelo professor logo no início da aula sobre um conteúdo que precise de um nivelamento;
- PROVA: momento que expõe bem o conteúdo a ser trabalhado de forma parcial e fragmentada sem considerar sua totalidade, em suma reproduzir o saber e até propiciar as respostas pelo aprendiz.

4- Por que aliar o Geogebra às aulas comuns?

- Por que ele traz muitas vantagens em relação ao trabalho no papel ou no quadro, como movimentar as figuras em diversas direções, comparar e voltar ao aspecto inicial.

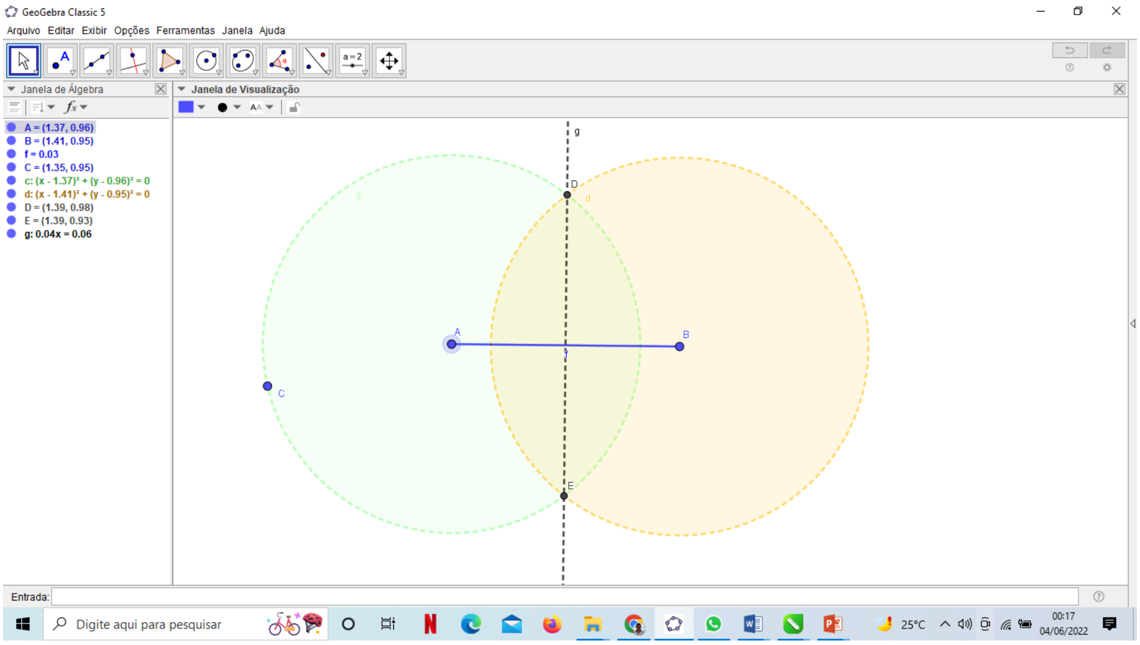
- Por que se deve utilizar as ferramentas tecnológicas e mostrar o passo a passo para os estudantes.
- Por que e um conteúdo que está previsto na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e ajuda no ensino de teoria dos conjuntos.
- Por que se utilizar somente as aulas utilizando o Geogebra haja vista que o mesmo disponiliza muitas ferramentas para o ensino de geometria.
- Por que pode se substituir o trabalho realizado no papel e lousa pelo professor para realizar todas atividades no Geogebra.

5 – Considere a construção geométrica da mediatriz g que passa pelo ponto DE a seguir. Para construir a mediatriz, traçou-se uma circunferência com centro em A e com raio maior do que o raio do segmento AB. Com a mesmo raio de A, constrói-se uma circunferência com centro em B. Ligando os pontos de intersecção das duas circunferências, DE, obtém-se a mediatriz. Considere que ao mover no ponto A e leva-lo para o ponto B, temos:



- A coincide com B que são centro da circunferência e mediatriz passa pelo centro da circunferência;
- duas mediatrizes
- o ponto A e desaparece a mediatriz.
- não existe mediatriz.
- formam um triangulo isósceles.

6 – Considere a construção geométrica da mediatriz g que passa pelo ponto DE a seguir. Para construir a mediatriz, traçou-se uma circunferência com centro em A e com raio maior do que o raio do segmento AB. Com a mesmo raio de A, constrói-se uma circunferência com centro em B. Ligando os pontos de intersecção das duas circunferências, DE, obtém-se a mediatriz. O ponto C pertence a circunferência de centro A. Descreva o pode ocorrer quando ao mover no ponto C e leva-lo para o ponto A



📃 PARTE 3: AVALIAÇÃO DA QUALIDADE DO CURSO

✅ Esta avaliação está dividida em 3 (três) PARTES:

📃 PARTE 1: QUESTIONÁRIO DIAGNÓSTICO

📃 PARTE 2: AVALIAÇÃO 1 DO CONTEÚDO

📃 PARTE 3: AVALIAÇÃO DA QUALIDADE DO CURSO

✅ Você está agora na PARTE 3. Sugerimos que você preencha cada item realizando a leitura com atenção e cautela. Não há limite de tempo para essa avaliação. Boa Sorte!

📚 1.Você considera o curso intelectualmente desafiador e estimulante.

🔎 Discordo Fortemente

🔎 Discordo Parcialmente

🔎 Concordo Parcialmente

🔎 Concordo Fortemente

📚 2.Você aprendeu algo que considera pertinente para a sua atuação profissional.

🔎 Discordo Fortemente

🔎 Discordo Parcialmente

🔎 Concordo Parcialmente

🔎 Concordo Fortemente

3 O seu interesse sobre o tema cresceu como consequência do curso. *

🔎 Discordo Fortemente

🔎 Discordo Parcialmente

🔎 Concordo Parcialmente

- Concordo Fortemente

4 Você compreendeu os conteúdos do curso.

- Discordo Fortemente
- Discordo Parcialmente
- Concordo Parcialmente
- Concordo Fortemente

5 Os materiais do curso foram bem preparados e cuidadosamente transmitidos.

- Discordo Fortemente
- Discordo Parcialmente
- Concordo Parcialmente
- Concordo Fortemente

6 Os objetivos propostos estão de acordo com o que foi ensinado durante o curso.

- Discordo Fortemente
- Discordo Parcialmente
- Concordo Parcialmente
- Concordo Fortemente

7 As temáticas abordadas contribuíram para aprimorar suas práticas educacionais.

- Discordo Fortemente
- Discordo Parcialmente
- Concordo Parcialmente
- Concordo Fortemente

8 Os recursos utilizados para transmissão das aulas síncronas foram adequados.

- Discordo Fortemente
- Discordo Parcialmente
- Concordo Parcialmente
- Concordo Fortemente

9 As ferramentas de apoio a comunicação com os professores e demais cursistas foram eficientes.

- Discordo Fortemente
- Discordo Parcialmente
- Concordo Parcialmente
- Concordo Fortemente

10 Professor Mediador mostrou entusiasmo ao ministrar o curso.

- Discordo Fortemente
- Discordo Parcialmente
- Concordo Parcialmente
- Concordo Fortemente

11 O Professor Mediador foi dinâmico na condução do curso.

- Discordo Fortemente

- Discordo Parcialmente
- Concordo Parcialmente
- Concordo Fortemente

12 O Professor Mediador apresenta interesse pelo aprendizado do aluno.

- Discordo Fortemente
- Discordo Parcialmente
- Concordo Parcialmente
- Concordo Fortemente

13 O Professor Mediador elucida as possíveis dúvidas dos cursistas nas aulas síncronas.

- Discordo Fortemente
- Discordo Parcialmente
- Concordo Parcialmente
- Concordo Fortemente

14 As atividades do curso abordam os conhecimentos sobre as tecnologias digitais de informação e comunicação e sua relação direta com a educação, principalmente nas aulas síncronas.

- Discordo Fortemente
- Discordo Parcialmente
- Concordo Parcialmente
- Concordo Fortemente

15 Os métodos de avaliação do cursistas são justos e apropriados ao curso.

- Discordo Fortemente
- Discordo Parcialmente
- Concordo Parcialmente
- Concordo Fortemente

16 As atividades foram desenvolvidas conforme a temática central do curso.

- Discordo Fortemente
- Discordo Parcialmente
- Concordo Parcialmente
- Concordo Fortemente

17 As atividades do curso sempre correspondem aos conteúdos ministrados nas aulas síncronas. *

- Discordo Fortemente
- Discordo Parcialmente
- Concordo Parcialmente
- Concordo Fortemente

18 As atividades do curso permitem uma reflexão aprofundada dos conteúdos.

- Discordo Fortemente
- Discordo Parcialmente

- Concordo Parcialmente
- Concordo Fortemente

19 As atividades do curso proporcionaram uma aprendizagem significativa para os cursistas.

- Discordo Fortemente
- Discordo Parcialmente
- Concordo Parcialmente
- Concordo Fortemente

20 O curso lhe proporcionou uma boa quantidade de aprendizado prático e teórico?

- Sim
- Não
- Prefiro não dizer

21 Você acha que a duração do curso foi boa o suficiente para atender às suas expectativas?

- Sim
- Não
- Prefiro não dizer

22 Você se sentiu satisfeito depois de completar o curso?

- Sim
- Não
- Prefiro não dizer

23 Em uma escala de 1 a 5, quão difícil foi os conteúdos do curso?

- 1
- 2
- 3
- 4
- 5

24 Considerando sua experiência completa com o programa, Em uma escala de 1 a 5, quais são as possibilidades de recomendá-lo a um amigo ou colega**?**

1 2 3 4 5

25 Quão fácil foi entender a linguagem ou os termos usados pelo professor?

Muito fácil Moderadamente fácil Nem fácil nem difícil Moderadamente difícil Muito difícil

26 Por favor, indique 3 coisas que você considera desnecessárias no curso

27 Por favor, indique 3 coisas que mais lhe beneficiaram no curso.

28 Você tem alguma sugestão ou comentário para nos ajudar a melhorar o curso?