



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE TELEINFORMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE TELEINFORMÁTICA

FRANCISCO TADEU DE CARVALHO BELCHIOR MAGALHÃES

**Modelagem tensorial de redes de acopladores ópticos e estimativa de parâmetros
baseada em uma decomposição generalizada de Tucker**

FORTALEZA

2022

FRANCISCO TADEU DE CARVALHO BELCHIOR MAGALHÃES

**Modelagem tensorial de redes de acopladores ópticos e estimativa de parâmetros
baseada em uma decomposição generalizada de Tucker**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Teleinformática da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do Título de Doutor em Engenharia de Teleinformática. Área de Concentração: Eletromagnetismo Aplicado.

Orientador: Prof. Dr. Antônio Sérgio Bezerra Sombra.

Coorientador: Prof. Dr. Glendo de Freitas Guimarães.

FORTALEZA

2022

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Sistema de Bibliotecas

Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

M166m Magalhães, Francisco Tadeu de Carvalho Belchior.

Modelagem tensorial de redes de acopladores ópticos e estimativa de parâmetros baseada em uma decomposição generalizada de Tucker / Francisco Tadeu de Carvalho Belchior Magalhães. – 2022.
93 f. : il. color.

Tese (doutorado) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Teleinformática, Fortaleza, 2022.

Orientação: Prof. Dr. Antônio Sérgio Bezerra Sombra..

Coorientação: Prof. Dr. Glendo de Freitas Guimarães.

1. Análise tensorial. 2. Acoplador direcional óptico. 3. Processamento de sinal multidimensional. 4. Mínimos quadrados alternados. 5. Estimativa de parâmetros. I. Título.

CDD 621.38

FRANCISCO TADEU DE CARVALHO BELCHIOR MAGALHÃES

**Modelagem tensorial de redes de acopladores ópticos e estimativa de parâmetros
baseada em uma decomposição generalizada de Tucker**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Teleinformática da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do Título de Doutor em Engenharia de Teleinformática. Área de Concentração: Eletromagnetismo Aplicado.

Orientador: Prof. Dr. Antônio Sérgio Bezerra Sombra.

Coorientador: Prof. Dr. Glendo de Freitas Guimarães.

Aprovada em: 08/09/2022

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Antônio Sérgio Bezerra Sombra – Orientador
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Glendo de Freitas Guimarães - Coorientador
Instituto Federal do Ceará (IFCE)

Prof. Dr. Marcelo Leite Lyra – Avaliador Externo
Universidade Federal de Alagoas (UFAL)

Prof. Dr. Cláudio Lenz Cesar – Avaliador Externo
Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ)

Prof. Dr. Joao Paulo Javidi da Costa – Avaliador Externo
Universidade de Ciências Aplicadas Hamm-Lippstadt (HSHL)

Prof. Dr. Kléber Zuza Nóbrega – Avaliador Interno
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Walter da Cruz Freitas Junior – Avaliador Interno
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Paulo Cesar Cortez – Avaliador Interno
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Dedico este trabalho aos meus preciosos pais, Mario Belchior Fernandes Magalhães (*in memoriam*) e Valderina Moreira de Carvalho Magalhães, e à minha amada esposa, Thaís Araújo Dias.

AGRADECIMENTOS

Agradeço inicialmente a Deus.

À minha querida mãe por todos os ensinamentos, pelo exemplo de vida, pela paciência, compreensão, amor, atenção e, principalmente, pelo apoio incondicional, fazendo papel de pai e mãe desde meus 4 anos.

Aos meus irmãos, Cristiano e Juliana, pela certeza do apoio incondicional e pelos momentos maravilhosos que sempre vivemos juntos.

À minha amada esposa, Thaís, pela compreensão, carinho, cuidado, paciência e incentivos, sem os quais eu não teria conseguido escrever esta tese.

Aos meus sogros, Fernando e Socorro Dias, pela calma, confiança, incentivo incansável, cobranças construtivas, paciência, além dos inúmeros ensinamentos e dos momentos de lazer.

Ao amigo dos tempos da graduação na UFC, colega de trabalho no IFCE, meu professor do mestrado e grande colaborador para a escrita desta tese como coorientador, Glendo, por ter acreditado em mim como aluno pesquisador, pela sua incansável paciência e por todos os ensinamentos.

Ao meu amigo e parceiro, Danilo, companheiro de trabalho no IFCE, em Sobral, por todo o estímulo, ajuda e incentivo na pesquisa e pelos inúmeros ensinamentos, sem os quais esta tese não teria se materializado.

Ao meu amigo, Fabio, companheiro de trabalho no IFCE, pelo incentivo e apoio institucional através de sua coordenação do programa de aperfeiçoamento e formação docente continuada dos professores do IFCE através do Dinter.

A todos os professores colegas e amigos do IFCE, que contribuíram para que a minha presença no doutorado se tornasse possível, permitindo que eu pudesse conciliar as atividades docentes do IFCE com as atribuições discentes na UFC.

A todos os meus amigos do colégio Farias Brito, em especial, ao grande parceiro de churrasco, Antonino, pelo incentivo, confiança e pelos momentos de descontração.

Aos meus amigos de infância: Rogerio “*Bred*”, Rogerio “*Tred*” e Marcos, pelo aprendizado recíproco, paciência, cumplicidade e excelentes momentos de alegria.

Aos meus grandes amigos e eternos parceiros Augusto, Meneleu e Dudu por todos os momentos de descontração, por demonstrar, mesmo a distância, a força da amizade e pelas lições de vida.

Ao meu pequeno cachorrinho Darth, companheiro inseparável das madrugadas de produção acadêmica, pelo afeto incondicional.

Ao meu orientador, professor Sérgio Sombra, por acreditar em mim como aluno e orientando, por todos os ensinamentos, pela compreensão do meu distanciamento durante a pandemia e por me propiciar a oportunidade de participar de um grupo de pesquisa tão seletivo e por uma excelente orientação.

A todos os professores do doutorado pelos ensinamentos e por todo o incentivo à pesquisa.

A todos os que eu não cito aqui, por falha da memória, pela cumplicidade, amizade, pelos conselhos, críticas e sugestões recebidas e por fazerem parte da minha vida.

Aos professores participantes da banca de defesa desta tese pelo precioso tempo e pelas valiosas colaborações e sugestões.

“Temos sempre de fazer o melhor que podemos.
Esta é a nossa maior responsabilidade como humanos”.

(Albert Einstein)

RESUMO

O estudo da transmissão de sinais em dispositivos baseados em fibra óptica geralmente é feito por meio de simulações computacionais em que a equação não linear de Schroedinger (ENLS) deve ser resolvida, o que demanda o uso de métodos numéricos como Runge Kutta de 4ª ordem (RK4) ou SSFM (do inglês *Split-Step Fourier Method*), pois a ENLS só possui solução analítica para situações muito específicas. Nesses métodos, são fornecidos os parâmetros do sinal de entrada e as informações da fibra ou do dispositivo baseado em fibra por meio do qual o sinal vai se propagar e, a partir daí, são calculados os parâmetros do sinal ao final da propagação. Modelos Matemáticos utilizando tensores têm sido amplamente utilizados em aplicações de processamento de sinais para projetar diferentes tipos de sistemas de comunicação, principalmente em redes sem fio. Neste trabalho é proposto o uso de modelos tensoriais para o estudo de dispositivos de comunicações ópticas. Nesta tese, os sinais de uma rede de acopladores ópticos de núcleo duplo são modelados como uma matriz *multiway* (tensor), que satisfazem uma NTD (do inglês *nested Tucker decomposition*). Este modelo tensorial é, então, usado como base para desenvolver um algoritmo de estimativa, utilizando o método de Monte Carlo, que permite que os parâmetros da rede sejam estimados a partir dos sinais de entrada e saída. O desempenho deste algoritmo foi avaliado por meio de simulações computacionais, em termos de NMSE (do inglês *normalized mean squared error*), tanto para os parâmetros estimados quanto para a velocidade de convergência. Foram testadas configurações com 2, 3, 4 e 5 camadas de acopladores em rede sem ruído e também sistemas sujeitos a ruído em que foram avaliados cenários com níveis de OSNR (do inglês *optical signal-to-noise ratio*) de 0 a 30dB. Para as configurações testadas, foram obtidos bons níveis de NMSE com rápida convergência, demonstrando a eficácia do método proposto como uma ferramenta promissora para o estudo e projeto de dispositivos ópticos, com ampla gama de aplicações no contexto de sistemas de ondas luminosas.

Palavras-chave: Mínimos quadrados alternados, processamento de sinal multidimensional, álgebra multilinear, acoplador direcional óptico, dispositivos de fibra óptica, estimativa de parâmetros, análise tensorial.

ABSTRACT

The study of signal transmission in optical fiber-based devices is usually done through computer simulations where the nonlinear Schroedinger equation (NLSE) must be solved, which requires the use of numerical methods such as Runge-Kutta fourth-order (RK4) or SSFM (Split-Step Fourier Method), as NLSE only has an analytical solution for very specific situations. In these methods, input signal parameters and information about the fiber or fiber-based device where the signal will propagate are provided, and from there, the signal parameters at the end of propagation are calculated. Mathematical models using tensors have been widely used in signal processing applications to design different types of communication systems, mainly in wireless networks. This work proposes the use of tensor models for the study of optical communication devices. In this thesis, the signals from a network of dual-core optical couplers are modeled as the matrix of multiway (tensor), which satisfy a NTD (nested Tucker decomposition). This tensor model is then used as a basis to develop an estimation algorithm, using the Monte Carlo method, which allows the network parameters to be estimated from the input and output signals. The performance of this algorithm was evaluated through computer simulations, in terms of NMSE (normalized mean squared error) for the estimated parameters and for the speed of convergence. Configurations with 2, 3, 4 and 5 layers of couplers in a noiseless network were tested, as well as systems subject to noise where scenarios with OSNR (optical signal-to-noise ratio) levels from 0 to 30dB were evaluated. For the tested configurations, good levels of NMSE with fast convergence were obtained, demonstrating the effectiveness of the proposed method as a promising tool for the study and design of optical devices, with a wide range of applications in the context of lightwave systems.

Keywords: Alternating least squares, multidimensional signal processing, multilinear algebra, optical coupler, fiber optic devices, parameter estimation, tensor analysis.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Acoplador óptico geral de n portas de entrada e saída.....	27
Figura 2 – Interferômetro de Mach-Zehnder (MZI).....	29
Figura 3 – (a) Exemplo de uma matriz 3x3, (b) vetor coluna a (9x1) obtido pela operação de vetorização da matriz A, (c) matriz diagonal (9x9) obtida a partir da operação de diagonalização do vetor a	37
Figura 4 – Representação compacta (a) e completa (b) do produto de Kronecker entre duas matrizes A e B; (c) Exemplo de um produto de Kronecker entre duas matrizes 2x2.	38
Figura 5 – Representação da estrutura de um Tensor onde se observa os 3 tipos de tiras (a) colunas, linhas e tubos; e os 3 tipos de fatias (b) frontal, lateral e horizontal.	40
Figura 6 – Representação matricial do tensor de terceira ordem $\mathcal{X} \in \mathbb{C}I \times J \times K$. A segunda e terceira dimensões de \mathcal{X} são combinadas para formar colunas, produzindo o desdobramento do tensor em forma de uma matriz $XI \times KJ$	41
Figura 7 – Diagrama de bloco de uma decomposição Tucker para um tensor de terceira ordem.	45
Figura 8 – Representação da decomposição de um tensor de ordem N em uma sequência de blocos (“trem”) de tensores.	46
Figura 9 – Esquema de um acoplador óptico de dois núcleos, representado a divisão da energia.	50
Figura 10 – Exemplo de um acoplador estrela 8x8 formado por doze acopladores de fibra lineares 2x2.	52
Figura 11 – Rede de acopladores ópticos: arquitetura de acoplador estrela 4x4, composta por quatro acopladores dispostos em uma matriz 2x2 com parâmetros de configuração: $I = Ni = Ji = Pi = 2$ e $i = (1,2)$	53
Figura 12 – Dimensões da matriz de transferência para um acoplador de núcleo duplo (dual core).....	54
Figura 13 – Representação didática do tensor de conexão \mathcal{W} para o caso $P2 = N2 = N1 = J1 = 2$	55
Figura 14 – Diagrama de blocos da estrutura do trem de tensores do modelo de transmissão do sinal. Cada vagão $\mathcal{H}(i)$, é composto pelos tensores $\mathcal{W}(i)$ e $\mathcal{K}(i + 1)$, está associado a um salto no esquema de transmissão.	61
Figura 15 – Layout da simulação do acoplador estrela 4x4 no software de simulações OptiSystem®.	68
Figura 16 – Resultado da experiência de transmissão. (a) Sequência de bits de entrada; (b) sinais de saída para o acoplador estrela balanceado; e (c) sinais de saída para o acoplador estrela não balanceado.	70
Figura 17 – NMSE dos tensores de transferência <i>versus</i> T para o acoplador estrela 4x4 (a) balanceado e (b) não balanceado.	71

Figura 18 – Comparativo da relação entre o número de iterações versus T para acopladores estrela 4x4.....	72
Figura 19 – Esquema de uma rede de acopladores estrela NxN.	73
Figura 20 – NMSE dos tensores de transferência versus N para uma rede de acopladores....	74
Figura 21 – Taxa de erro da topologia de conexão versus N de uma rede de acopladores NxN.	75
Figura 22 – Velocidade de convergência para diferentes configurações em relação ao NMSE dos tensores de transferência (a) $\mathcal{K}(1)$ e (b) $\mathcal{K}(2)$	76
Figura 23 – NMSE dos tensores de transferência (a) $\mathcal{K}(1)$ e (b) $\mathcal{K}(2)$ versus OSNR para uma rede de acopladores NxN.....	78
Figura 24 – Taxa de erro de W versus OSRN para uma rede de acopladores NxN.....	79
Figura 25 – Número de iterações versus OSRN para uma rede de acopladores NxN.	80

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Resumo dos principais efeitos lineares e não lineares atuantes na propagação de sinais em fibras ópticas.....	26
Tabela 2 – Parâmetros usados no modelo.....	55
Tabela 3 – Dimensão dos tensores usados no modelo.....	56
Tabela 4 – Algoritmo de estimação baseado em ALS.....	65
Tabela 5 – Relações entre os valores de OSNRdB e a intensidade do ruído considerado.	77

LISTA DE ABREVIATURAS

DCN	Rede Central de Dados
WDM	Multiplexação por divisão de comprimento de onda
MZI	Interferômetro Mach Zehnder
OCS	Comutador de circuito óptico
ENLS	Equação não linear de Schrodinger
RK4	Runge Kutta de 4 ^a ordem
SSFM	Método split-step Fourier
FDTD	Método das diferenças finitas no domínio do tempo
TT	Trem de Tensores
SOA	Amplificador Optico Semicondutor
DNA	Ácido Desoxirribonucleico
APS	Persulfato de Amônia
GVD	Dispersão de velocidade de grupo
TOD	Dispersão de terceira ordem
SPM	Auto modulação de fase
XPM	Modulação de fase cruzada
IRS	Espalhamento Raman Intrapulso
MMI	Interferência multimodo
XGM	Modulação de ganho cruzado
PFC	Fibra de cristal fotônico
CW	Onda continua
PAM	Modulação por amplitude de pulso
FWM	Mistura de quatro ondas
MFG	Porta Fredkin Modificada
CR	Razão de Contraste
ER	Razão de Extinção
NRZ	Não retorno a zero
BER	Taxa de erro de Bits
LOQC	Computação quântica óptica linear
ASE	Emissão espontânea amplificada
OOK	Chaveamento liga desliga
FOMELG	Figura de mérito de porta logica
ALS	Mínimos Quadrados Alternados

LS

Mínimos Quadrados

NMSE

Média normalizada dos erros quadráticos

OSNR

Relação Sinal Ruido Óptico

LISTA DE SÍMBOLOS

j	$\sqrt{-1}$
$a \in \mathbb{C}$	Escalar complexo
$\mathbf{a} \in \mathbb{C}^I$	Vetor coluna complexo de dimensão I
$\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{I \times J}$	Matriz complexa de tamanho $I \times J$
$\mathbf{e}_n^{(N)}$	n -ésimo vetor da base canônica de um espaço euclidiano \mathbb{R}^N
\mathbf{A}^T	Matriz transposta de \mathbf{A}
\mathbf{A}^\dagger	Pseudo inversa Moore-Penrose de \mathbf{A}
$\mathbf{A}_{.i}$	i -ésima linha de \mathbf{A}
$\mathbf{A}_{.j}$	j -ésima coluna de \mathbf{A}
$\mathcal{A} \in \mathbb{C}^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N}$	Tensor de ordem N de tamanho $I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N$
a_{i_1, i_2, \dots, i_N}	(i_1, i_2, \dots, i_N) -ésimo elemento de \mathcal{A}
$\mathcal{A}_{\dots i_n \dots}$	Fatia modo- n de \mathcal{A}
$\mathbf{A}_{I_1 \dots I_{N-1} \times I_N}$	Desdobramento matricial alto modo- n de \mathcal{A}
$vec(\cdot)$	Operação de vetorização
$diag(\cdot)$	Operação de diagonalização
$bdiag(\cdot)$	Operação de diagonalização de Blocos
$r_{\mathbf{A}}$	Rank de \mathbf{A}
$\det(\mathbf{A})$	Determinante de \mathbf{A}
\otimes	Produto de Kronecker
\times_n	Produto modo- n
$*_{m}^n$	Operação de contração sobre m -ésimo modo do primeiro fator e n -ésimo modo do segundo fator
$\ \cdot\ _F$	Norma de Frobenius

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	19
1.1 MOTIVAÇÃO	20
1.2 JUSTIFICATIVAS E OBJETIVO GERAL	22
1.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	22
1.4 ESTRUTURA DA TESE	23
2 REVISÃO DE DISPOSITIVOS BASEADOS EM FIBRA ÓPTICA	24
2.1 MODELAGEM MATEMÁTICA DA PROPAGAÇÃO DE SINAIS EM FIBRAS ÓPTICAS	25
2.2 ACOPLADORES	26
2.3 INTERFERÔMETRO MACH-ZEHNDER (MZI).....	29
3 TENSORES.....	36
3.1 NOTAÇÕES E PRINCIPAIS OPERAÇÕES.....	36
3.1.1 Vetorização e diagonalização.....	37
3.1.2 Produto de Kronecker.....	38
3.1.3. Tiras e fatias.....	39
3.1.4. Desdobramento	40
3.1.5. Produto Tensor-Matriz Modo-N.....	42
3.1.6. Produto Tensor-Tensor Modo-N.....	42
3.1.7 Operação de contração.....	42
3.2 DECOMPOSIÇÃO DE TENSORES.....	43
3.2.1 Decomposição Tucker	44
3.2.2 Decomposição generalizada de Tucker	46
4 METODOLOGIA.....	49
4.1 ACOPLADORES ÓPTICOS LINEARES DUPLOS.....	49
4.2 DEFINIÇÕES DE PARÂMETROS DE UMA REDE DE ACOPLADORES ESTRELA	52
4.3 MODELAGEM TENSORIAL DA REDE DE ACOPLADORES.....	56
4.4 APLICAÇÃO DA NOTAÇÃO TENSORIAL	59
4.5 ALGORITMO DE ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS	61
4.5.1 Estimação usando ALS	62
4.5.2 Análise das condições de identificabilidade e complexidade	66
5 RESULTADOS E DISCUSSÃO	68
5.1 EXPERIMENTO DE TRANSMISSÃO PARA UM ACOPLADOR ESTRELA 4X4	68
5.2 AVALIAÇÃO DE DESEMPENHO DO ALGORITMO DE ESTIMATIVA	70

5.3 COMPARAÇÃO DE DESEMPENHO PARA REDES DE ACOPLADORES $N \times N$.	72
5.4 AVALIAÇÃO DE DESEMPENHO NA PRESENÇA DE RUÍDO	76
6 CONCLUSÃO.....	81
7 PERSPECTIVAS FUTURAS.....	82
TRABALHOS DECORRENTES DESSA TESE	83
REFERÊNCIAS	84

1 INTRODUÇÃO

Os sistemas de comunicação têm como objetivo transmitir informações entre dois pontos, quer eles estejam a poucos quilômetros de distância, a distâncias transoceânicas ou, até mesmo, da ordem da distância entre planetas. Essa informação é, geralmente, transportada por uma onda eletromagnética (chamada de portadora) cuja frequência pode variar de forma significativa. Para que a onda portadora possa “carregar” a informação, uma de suas características (amplitude, frequência ou fase) deve ser alterada, esse processo é conhecido como modulação [1].

Nos primórdios da civilização, o ser humano fez uso de espelhos, fochos de fogo e até sinais de fumaça para transmitir informações. Por esse sistema ser bastante simples, um único dado de informação era transportado (como a vitória em uma batalha) [2].

Por volta do século XIX, com o advento da eletricidade e a invenção do telégrafo, houve uma grande revolução nos sistemas de comunicações. Nessa primeira fase, foi possível a comunicação quase instantânea entre pontos em uma distância de cerca de 1000 km [3]. Em 1866, entrou em operação o primeiro cabo telegráfico transoceânico, permitindo uma rápida comunicação entre a Europa e a América do Norte.

As comunicações com base em sinais elétricos evoluíram bastante com o uso de cabos coaxiais e sistemas de micro-ondas, entretanto, limitações técnicas para sistemas de alta velocidade tornaram sua operação bastante onerosa.

Durante a segunda metade do século XX, chegou-se à conclusão de que seria necessário alterar o tipo de onda portadora de elétrica para óptica para se conseguir aumentar a velocidade de transmissão de dados [4]. Com a invenção do laser e a ideia do confinamento da luz numa guia (fibra óptica), o problema para esse sistema se tornar viável economicamente era reduzir as perdas de sinal na fibra óptica, que, em 1960, chegavam a 1000 dB/km. Um notável avanço ocorreu na década de 70, quando conseguiram produzir fibras ópticas cujas perdas chegavam a 20 dB/km para comprimentos de onda da ordem de 1 μm [5]. Com esses avanços, houve um esforço mundial para o desenvolvimento de sistemas de comunicações ópticas [6].

Atualmente, as fibras ópticas apresentam perdas bastante reduzidas, da ordem de 0,2dB/km para comprimentos de onda em torno de 1,55 μm [7]. Isso, combinado com modernos formatos de modulação, permite enviar sinais com grandes velocidades e a grandes distâncias, tornando a transmissão de dados por fibra óptica o meio mais rápido em todo o globo.

A crescente demanda por taxas de dados mais altas fez com que circuitos integrados ultracompactos totalmente ópticos se tornassem interessantes em sistemas de comunicação e processamento de sinais de alta velocidade. As portas lógicas totalmente ópticas representam a base para o funcionamento de dispositivos ópticos e redes. Esses dispositivos podem implementar uma diversidade de funções avançadas, como computação totalmente óptica, monitoramento da taxa de erro de bits, endereçamento de pacotes totalmente ópticos e separação da carga útil. O processamento totalmente óptico é obrigatório especialmente em sistemas e redes que desejam evitar conversões optoeletrônicas e exigir taxas de dados de alta velocidade [8].

O processamento totalmente óptico melhora muito a taxa de bits operacionais com algumas vantagens adicionais, como imunidade à interferência eletromagnética e menor consumo de energia.

1.1 MOTIVAÇÃO

Nas últimas três décadas, as comunicações baseadas em sistemas de ondas luminosas se desenvolveram rapidamente. A demanda mundial por tecnologia da informação vem aumentando constantemente e exige um crescimento contínuo na conectividade das redes de data centers (DCNs). A escalabilidade de um DCN é limitada pela capacidade total dos dispositivos de comutação e multiplexação que ele usa. Desde a quarta geração de sistemas de ondas de luz, técnicas de multiplexação por divisão de comprimento de onda (WDM) têm sido amplamente utilizadas para aumentar a taxa de bits [9].

Os dispositivos ópticos mais comuns usados na comutação de energia são os acopladores ópticos. São dispositivos que funcionam como divisores de feixe óptico, e são utilizados para projetar sistemas interferométricos como os interferômetros Mach-Zehnder (MZI) e Sagnac, conforme considerado em diversos trabalhos [10], [11], [12] e [13].

A combinação de vários acopladores ópticos em uma rede fornece o projeto de dispositivos como acopladores em estrela, roteadores, switches, além dos interferômetros já citados.

Recentemente, novas topologias utilizando acopladores (estrela) têm sido apresentadas visando ganhos nas taxas de transmissão em relação às arquiteturas convencionais. Os trabalhos [14], [15] mostram projetos de acopladores estrelas flexíveis com elevado número de portas para comutadores de circuito óptico (OCS). Em [14], uma arquitetura de acoplador estrela

WDM foi proposta para a construção de comutadores ópticos de alto raio para melhorar a escalabilidade de um DCN. Em [15], os autores apresentaram o projeto de um acoplador estrela flexível adicionando elementos de comutação reconfiguráveis ao núcleo da topologia, sem aumentar significativamente o consumo de energia. Os resultados mostraram um aumento de 26 a 40% na taxa de transmissão por nó.

Para estudar esses dispositivos ópticos, é necessário resolver as equações não lineares de Schroedinger (ENLS), pois elas governam a propagação do sinal em fibras ópticas e em dispositivos baseados em fibra. No entanto, as ENLS só têm soluções analíticas em situações muito particulares, portanto, estudar simulações baseadas em métodos numéricos é uma ferramenta essencial a fim de se obter melhorias em sistemas ópticos.

Na literatura, existem muitos trabalhos envolvendo acopladores e outros dispositivos baseados em fibra, onde é bastante comum usar métodos numéricos como o Runge-Kutta de quarta ordem (RK4) [10], [11], [16], [17], split-step Fourier (SSFM) [18],[19],[20] e das diferenças finitas (FDTD) [12], [21], [22], [23]. No entanto, tais métodos requerem simulações extensas e uma grande quantidade de dados para serem analisados, o que pode dificultar a interpretação dos resultados obtidos.

Tensores de alta ordem (ou seja, matrizes *multiway*) e decomposições de tensores [24] tornaram-se uma importante ferramenta para projetar diferentes tipos de sistemas e aplicativos que envolvem dados multidimensionais de áreas como quimiometria, psicometria, análise numérica, visão computacional e telecomunicações. Durante a última década, novas decomposições de tensores têm sido propostas com o objetivo de mitigar o problema da dimensionalidade encontrada com grandes tensores, e também projetar novos sistemas de comunicação sem fio. Recentemente, as abordagens tensoriais ganharam considerável espaço em processamento de sinal [25], sistemas de comunicação [26] e aprendizado de máquina [27], [28].

Além disso, a decomposição tensorial tem algumas vantagens sobre métodos convencionais baseados em matrizes, como a unicidade da propriedade de certos modelos de tensores em condições mais brandas do que os exigidos pelas abordagens matriciais. No entanto, até onde sabemos, os modelos tensoriais não foram aplicados no contexto de sistemas de comunicação óptica até agora.

1.2 JUSTIFICATIVAS E OBJETIVO GERAL

O estudo do estado da arte sobre dispositivos de fibra óptica tais como acopladores e interferômetros Mach-Zehnder (MZI) e a forma como esses dispositivos são modelados matematicamente nos permitiu pensar sobre uma abordagem diferente, usando os Tensores como ferramenta matemática útil para a obtenção e estimação de parâmetros desses dispositivos.

A partir do modelo matemático proposto, foi elaborado um algoritmo iterativo para estimar os parâmetros de rede com base nos sinais de entrada e saída. A estimativa de parâmetros aponta para a possibilidade de projetar dispositivos/redes ópticos de tal forma que tomem como seu ponto de partida a resposta esperada. Exemplos de dispositivos que podem ser projetados com base nas saídas esperadas incluem portas lógicas ópticas, roteadores, multiplexadores e divisores de energia.

1.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Desenvolver uma nova modelagem tensorial de dispositivos ópticos. A abordagem principal considera uma matriz de acopladores ópticos realizando um acoplador de 4x4 estrelas;
- Descrever os sinais de saída de uma rede de acopladores usando uma estrutura de tensores em blocos (*Tensor Train*), que é composta de blocos de tensores que satisfazem uma decomposição generalizada de Tucker;
- Estender a estrutura tensorial proposta para modelar os sinais de uma rede de acopladores ópticos genéricos sob várias configurações;
- Utilizar o modelo tensorial proposto para desenvolver um algoritmo de estimativa para estimar rede desconhecida de parâmetros dos sinais de entrada e saída. Esse algoritmo de estimativa de parâmetros pode ser aplicado para projetar dispositivos ópticos de acordo com as saídas esperadas para uma determinada aplicação;
- Analisar a eficácia e precisão do algoritmo proposto para a estimação dos parâmetros de uma rede de acopladores genérica.

1.4 ESTRUTURA DA TESE

Esta tese está organizada em seis Capítulos:

O primeiro Capítulo faz uma breve apresentação do trabalho realizado, motivação, objetivos e organização da tese.

O segundo Capítulo faz uma revisão do estado da arte sobre o estudo de dispositivos baseados em fibras, com destaque nos efeitos de propagação que são considerados nos estudos e os principais modelos matemáticos que são empregados para implementar esses dispositivos em simulações computacionais.

O terceiro Capítulo faz uma revisão teórica sobre a álgebra tensorial, com ênfase nas notações, operações básicas envolvendo matrizes e tensores, além de algumas técnicas sobre decomposições de tensores.

No quarto Capítulo mostramos a metodologia utilizada para que tensores possam ser usados para comunicações ópticas como uma nova ferramenta para modelar e estudar dispositivos ópticos. Nesse Capítulo também é apresentado um algoritmo de estimação, baseado no modelo tensorial proposto e de como esse algoritmo fornece estimativas dos principais parâmetros das redes de acopladores em consideração.

No quinto Capítulo apresentamos os resultados e as discussões referentes às simulações numéricas efetuadas com base nos modelos matemáticos desenvolvidos no Capítulo anterior.

No sexto Capítulo são apresentadas as conclusões gerais e as perspectivas futuras a respeito do trabalho desenvolvido nesta tese.

Este trabalho é encerrado apresentando os artigos produzidos ao longo do doutorado e decorrentes desta tese, bem como as referências usadas no texto.

2 REVISÃO DE DISPOSITIVOS BASEADOS EM FIBRA ÓPTICA

Ao longo das últimas décadas foram realizadas diversas técnicas e estudos para a criação de portas lógicas totalmente ópticas, onde foram implementadas estruturas ópticas e optoeletrônicas. Há algumas revisões na literatura relatando análises de portas lógicas totalmente ópticas.

Os autores em [8] avaliam o desempenho de diferentes tipos de portas lógicas totalmente ópticas relatados até 2012. Em [29], os pesquisadores descrevem os avanços no campo de métodos de design lógico totalmente ópticos baseados em arquiteturas interferométricas como o Interferômetro Mach-Zehnder (MZI), Interferômetro Sagnac e interferômetro não linear ultrarrápido. Em [30], amplificadores ópticos semicondutores (SOA's) são usados como blocos de construção para gerar portas totalmente ópticas que podem ser usadas em conversores de comprimento de onda e demultiplexadores.

Em [31], 28 tipos diferentes portas lógicas reversíveis são explicadas, uma questão vital em semicondutores complementares de óxido de metal de baixa potência, computação quântica, nanotecnologia, criptografia, computação óptica, computação de DNA, processamento de sinal digital e outras áreas.

Os autores em [32], realizam uma revisão sobre estudos de portas lógicas e comparam as que não são baseados em SOA e portas baseadas em SOA. Eles mostram diferentes esquemas que foram propostos para gerar efeitos de não linearidade em estudos não baseados em SOA, enquanto que as portas baseados em SOA resultam de uma variedade de estruturas de design.

Os autores em [33] realizam uma revisão em 12 artigos publicados entre 2009 e 2015, todos eles de pesquisadores asiáticos. Nesta revisão, os autores analisam diferentes tipos de portas lógicas totalmente ópticas, diversos métodos utilizados para a construção de portas lógicas, bem como os materiais, como cristais fotônicos (APS) e, em seguida, discutem suas novas propriedades e relatam os recentes avanços nos componentes da APS. Eles também apresentam um estudo de várias estruturas utilizadas para a construção de portas lógicas e também os métodos de simulação, como o de diferenças finitas no domínio de tempo (FDTD) e método de propagação de feixes adaptado por outros pesquisadores. Eles concluem que, usando o PhC 2-D e o método FDTD, eles poderiam melhorar o desempenho e reduzir o tamanho das portas lógicas ópticas.

Apesar das contribuições significativas dos artigos de revisão resumidas acima; [8], [30] e [31] cobriram pesquisas anteriores a 2013; [32] não se concentrou em portas lógicas baseadas em dispositivos de fibra óptica; [29] é focado apenas em arquiteturas interferométricas e [33] não cobria a geração de portas lógicas usando dispositivos de fibra óptica.

Uma vez que o uso de dispositivos de fibra óptica com o objetivo de gerar portas lógicas representam uma aplicação em contínuo desenvolvimento, é sempre necessário atualizar o estado da arte deste campo. Dessa forma, o objetivo nesse Capítulo é retratar as evoluções desse ramo de estudo, sempre com ênfase em conhecer os as novas abordagens de aplicação e também os métodos matemáticos utilizados nos estudo mais recentes de simulações que façam uso de acopladores em sua estrutura, como o interferômetro Mach-Zehnder (MZI)

2.1 MODELAGEM MATEMÁTICA DA PROPAGAÇÃO DE SINAIS EM FIBRAS ÓPTICAS

Dispositivos de fibra óptica podem ser matematicamente modelados pela equação não linear de Schrödinger (ENLS)

$$\frac{\partial A}{\partial z} + \beta_1 \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{i}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} - \frac{1}{6} \beta_3 \frac{\partial^3 A}{\partial t^3} + \frac{\alpha}{2} A = i\gamma[|A|^2 A + \frac{i}{\omega_0} \frac{\partial}{\partial t} (|A|^2 A) - T_R A \frac{\partial}{\partial t} |A|^2] \quad (1)$$

para propagação de sinais em fibras como em (1), que descreve a propagação de sinais ópticos ao longo da fibra óptica considerando efeitos lineares e não lineares [34], resumidos na Tabela 1.

Alterando sistema de coordenadas para um referencial que acompanhe o sinal (o que elimina o termo β_1) e incluindo a possibilidade do sinal sofrer interferências de outros sinais, pode-se obter uma versão mais completa da ENLS

$$i \frac{\partial a_j}{\partial z} - \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 a_j}{\partial t^2} - \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 a_j}{\partial t^3} + \frac{\beta_4}{24} \frac{\partial^4 a_j}{\partial t^4} + \gamma_j (|a_j|^2 + \eta |a_l|^2) a_j + i \frac{\gamma_j}{\omega} \frac{\partial (|a_j|^2 a_j)}{\partial t} - \gamma_j a_j T_R \frac{\partial |a_j|^2}{\partial t} + k_0 a_l + i k_j \frac{\partial a_l}{\partial t} = 0, \quad (2)$$

descrito na equação (2), onde z é a distância de propagação ao longo da fibra, t é o tempo de propagação, a_j é a amplitude do pulso e a_1 é a amplitude quando temos um segundo pulso na fibra. O termo β_2 é responsável pela dispersão de velocidade do grupo (GVD), β_3 representa a dispersão de terceira ordem (TOD) e β_4 é a quarta dispersão de ordem. Os termos associados à γ (parâmetro de não linearidade) são os efeitos não lineares de automodulação de fase (SPM) definido por $|a_j|^2$ e modulação de fase cruzada (XPM) relativo à $\eta|a_l|^2$, onde η é a fração relativa de XPM em relação à automodulação de fase (SPM). O termo $\frac{\gamma_j}{\omega}$ comanda o efeito auto inclinação (SS) onde ω é a frequência angular óptica. O termo T_R é responsável pela Dispersão Raman Intrapulso (IRS) em que T_R é o coeficiente de dispersão de Raman, κ_0 é o coeficiente de acoplamento e o coeficiente de acoplamento dispersivo é κ_j .

Tabela 1 – Resumo dos principais efeitos lineares e não lineares atuantes na propagação de sinais em fibras ópticas.

EFEITO	TERMO NA EQUAÇÃO DE PROPAGAÇÃO	ORIGEM FÍSICA
Velocidade de grupo	$\beta_1 \frac{\partial A}{\partial t}$	Índice de refração dependente da frequência do campo aplicado
Dispersão de 2ª ordem	$\frac{i}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial t^2}$	Índice de refração dependente da frequência do campo aplicado
Dispersão de 3ª ordem	$\frac{1}{6} \beta_3 \frac{\partial^3 A}{\partial t^3}$	Índice de refração dependente da frequência do campo aplicado
Atenuação	$\frac{\alpha}{2} A$	Absorções, curvaturas e impurezas do material
Efeito Kerr	$i\gamma A ^2 A$	Índice de refração dependente da intensidade do campo aplicado
Self-steepening	$\frac{i}{\omega_0} \frac{\partial}{\partial t} (A ^2 A)$	Velocidade de grupo dependente da intensidade
Efeito Raman Intrapulso	$T_R A \frac{\partial}{\partial t} A ^2$	Tempo de resposta à ação do campo

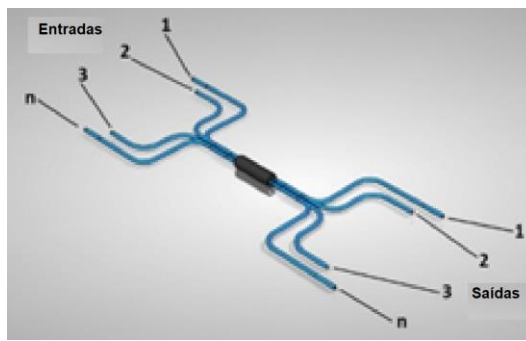
Fonte: [34]

2.2 ACOPLADORES

Os acopladores são dispositivos projetados para dividir um sinal óptico de entrada em dois ou mais sinais de saída, ou para combinar sinais aplicados às suas entradas em uma única saída, ou para variações dessas ações. Para isso, os núcleos de duas ou mais fibras ópticas são fundidos próximos um do outro e sobrepõem parte da região de revestimento, e cada um dos

núcleos pode estar distante do centro do dispositivo gerado, portanto essa diferença é responsável pelo fator de acoplamento entre sinais ópticos de entrada e saída [34]. O fator de acoplamento do dispositivo também está relacionado ao seu comprimento de acoplamento, que é a região de interação entre os núcleos das fibras ópticas. Em um regime de não linearidade, a razão de acoplamento depende não apenas deste comprimento, mas também da potência do sinal óptico de entrada. A Figura 1 mostra a estrutura de um acoplador óptico geral, que pode ser formado por n portas de entrada e saída. Na região de acoplamento (parte central), ocorre uma interação entre os sinais ópticos dos diferentes núcleos da fibra.

Figura 1 – Acoplador óptico geral de n portas de entrada e saída.



Fonte: Elaboração própria, 2022.

Para o estudo de simulações numéricas que analisam acopladores ópticos, faz-se necessário a aplicação de equações diferenciais baseadas em (1) para cada núcleo propagante, dessa forma, o número de equações será igual ao número de núcleos do acoplador. Em outras palavras, se temos um acoplador duplo, por exemplo, deve-se resolver o sistema de duas equações diferenciais

$$\begin{aligned}
 & i \frac{\partial a_1}{\partial z} - \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 a_1}{\partial t^2} - \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 a_1}{\partial t^3} + \frac{\beta_4}{24} \frac{\partial^4 a_1}{\partial t^4} + \gamma_1 (|a_1|^2 + \eta |a_2|^2) a_1 \\
 & + i \frac{\gamma_1}{\omega} \frac{\partial (|a_1|^2 a_1)}{\partial t} - \gamma_1 a_1 T_R \frac{\partial |a_1|^2}{\partial t} + k_0 a_2 + i k_1 \frac{\partial a_2}{\partial t} = 0,
 \end{aligned} \tag{3}$$

$$\begin{aligned}
 & i \frac{\partial a_2}{\partial z} - \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 a_2}{\partial t^2} - \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 a_2}{\partial t^3} + \frac{\beta_4}{24} \frac{\partial^4 a_2}{\partial t^4} + \gamma_2 (|a_2|^2 + \eta |a_1|^2) a_2 \\
 & + i \frac{\gamma_2}{\omega} \frac{\partial (|a_2|^2 a_2)}{\partial t} - \gamma_2 a_2 T_R \frac{\partial |a_2|^2}{\partial t} + k_0 a_1 + i k_2 \frac{\partial a_1}{\partial t} = 0
 \end{aligned} \tag{4}$$

indicados por (3) e (4) para se obter os sinais nas portas de saída do acoplador.

O uso de acopladores com fibras ópticas para obter portas lógicas tem sido amplamente investigado. Alguns desses estudos são brevemente descritos abaixo.

Em [35] os autores demonstram que é possível obter uma porta lógica XOR usando um interferômetro de atraso amplificado pela SOA e sua integração fotônica usando uma tecnologia de Fosfato Índium (InP) monolítica. Embora gere apenas a porta XOR, vale ressaltar que o papel obtém resultados experimentais e entra nesta seção devido ao uso do acoplamento *Multi Mode Interference* (MMI) usado para dividir o sinal nos dispositivos SOA. Os autores também percebem que o efeito de modulação de ganho cruzado (XGM) apaga o buffer óptico no loop.

Em [36], os autores utilizaram o método de split-step para simular uma configuração de acoplamento triangular em uma fibra de cristal fotônico (PCF) e consideraram os efeitos de dispersão de 2ª ordem e automodulação de fase (SPM), obtendo assim, portas lógicas OR, NOR, AND, NAND, XOR, XNOR e NOT em baixas potências.

Em [37], um acoplador direcional não linear assimétrico operando com o efeito XPM é usado para obter portas lógicas totalmente ópticas. Os autores adicionaram um laser de bombeamento via multiplexação de divisão de comprimento de onda para aproveitar o efeito Kerr e produzir a modulação de fase cruzada. Desta forma, foram obtidas as portas lógicas OR e XOR. Eles ainda descobriram que poderiam gerar novas portas lógicas alterando a potência de bombeamento.

Os autores em [38] investigam o uso de acopladores direcionais controlados por dois lasers de bombeamento, considerando o efeito de XPM e usando sinal CW (onda contínua), eles obtiveram as portas lógicas OR e NOT.

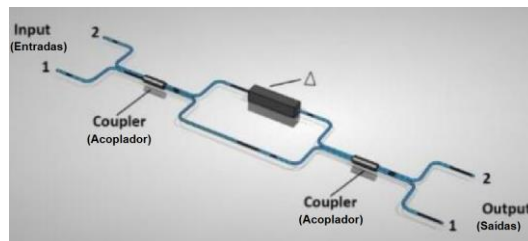
Em [39], os autores demonstram experimentalmente um interruptor totalmente óptico baseado em um sistema opto-mecânico de fibra-chip-fibra ativada pela radiação térmica. Nessa aplicação, os braços do acoplador ficam suspensos, dessa forma as duas fibras ópticas são projetadas como estruturas em balanço móveis. A radiação térmica produzida entre as fibras ópticas e os acopladores das grades, com a injeção de bombeamento luminoso no sistema optomecânico, poderia mudar definitivamente as posições das fibras com deslocamentos de até dezenas de micrômetros.

Os autores em [40] simularam um PCF de núcleo sólido é usado para fornecer numericamente dois dispositivos totalmente ópticos que executam operações lógicas AND e OR. O PCF usa três núcleos simétricos em uma matriz planar com pulsos solitônicos modulados em PAM-ASK (modulação por amplitude de pulso). A propagação de pulsos solitônicos de 100 femtosegundos são numericamente simulados através do PCF usando o método Runge-Kutta de 4ª ordem (RK4) para resolver as equações de modo acoplado.

2.3 INTERFERÔMETRO MACH-ZEHNDER (MZI)

O MZI é um dispositivo formado por dois acopladores ópticos e dois braços de fibra, onde um dos braços tem uma estrutura diferente que causa variações no sinal de saída após interferência com o sinal do segundo braço. A Figura 2 mostra a estrutura básica de um MZI. O sinal das duas entradas é dividido no primeiro acoplador, depois eles viajam pelos dois braços de fibra, um tem o elemento de variação de sinal óptico (Δ), que pode ser uma diferença de caminho, variação de dispersão, variação de não linearidade, entre outros, podendo ser utilizado para aplicações de sensoriamento. Os sinais de ambos os braços são levados ao segundo acoplador e, em seguida, obtidos em uma das saídas do interferômetro.

Figura 2 – Interferômetro de Mach-Zehnder (MZI).



Fonte: Elaboração própria, 2022.

Muitos artigos usando MZI puderam ser encontrados, talvez devido à maior possibilidade de aplicações e configurações do dispositivo. Neste tópico, discutimos alguns desses estudos.

No artigo [41] foi proposta uma abordagem usando operação codificada em fase com SOA e Mach Zehnder com FWM para obter portas lógicas NAND/AND e NOR/OR.

No trabalho [42] os autores utilizaram a função XOR para obter um somador usando MZI-SOA. A principal preocupação do artigo foi para gerar um dispositivo de alta velocidade, tendo obtido a banda de 160 Gbit/s.

Os autores em [43] usam uma porta Fredkin modificada (MFG) com um SOA no MZI para propor um circuito totalmente óptico com 16 funções lógicas booleanas. O estudo visa reduzir a complexidade dos circuitos, por exemplo, uma operação NAND requer apenas duas unidades MFG.

Em [44] os autores propuseram a geração das portas lógicas AND e XOR para sinais sem retorno a zero (NRZ), utilizando como estrutura os amplificadores ópticos semicondutores

(SOA) baseados no MZI. Eles obtiveram bons resultados para taxas de até 40Gb/s; entretanto, os mecanismos de comunicação analítica devem ser processados externamente nas SOAs.

Em [45], os autores simularam uma porta óptica inversora booleana com um MZI baseado em SOA. O controle e os pulsos de controle contínuos foram selecionados adequadamente para que o SOA ficasse fortemente saturado e ao mesmo tempo os pulsos de controle contínuos desligados fossem comprimidos pelo pulso de controle. Para otimizar o desempenho da porta, a razão de contraste de saída (CR) e a razão de extinção (ER) foram escolhidas para os critérios de otimização.

Os pesquisadores em [46] usaram uma configuração SOA-MZI para implementar uma porta lógica XOR para obter um verificador de paridade totalmente óptico e um circuito gerador de paridade de alta velocidade. No estudo foram propostos dois circuitos lógicos para o gerador de paridade, um projetou um inversor usando a mesma porta XOR adicional e outro projetou um inversor implementado usando XGM em SOA.

Os autores em [47] propuseram portas XOR, XNOR, NAND e OR ultracompactas totalmente ópticas baseadas em guias de ondas de interferência multimodo de cristal fotônico para sinais com chave de deslocamento de fase binária. As portas lógicas foram simuladas e analisadas pelo método de diferenças finitas no domínio do tempo (FDTD). O ER entre o estado ON e o estado OFF para as portas XOR, XNOR, NAND e OR foi superior a 28,6dB, 28,6dB, 25dB e 26,6 dB em toda a banda C, respectivamente. A estrutura proposta foi capaz de atingir a função lógica quando o raio de todas as hastes foi feito com tolerância de erro relaxada de 10% a 30%. O dispositivo era ultracompacto com um tamanho de aproximadamente 6,9 um x 6,7 um. As portas lógicas propostas podem potencialmente ser usadas como componentes-chave em redes de informação totalmente ópticas para processamento de sinais com chave de deslocamento de fase binária.

Em [48], os autores focaram na descrição de fenômenos de comutação óptica e sua aplicação eficiente para realizar operações lógicas digitais como portas lógicas AND, XOR e XNOR. Seu trabalho incluiu resultados importantes de operações de lógica digital usando o MATLAB e cada resultado foi verificado através do software OptiBPM.

Os pesquisadores em [49] propuseram um projeto para portas lógicas NOR totalmente ópticas, baseado em MZI usando QD-SOA e desenvolveram um modelo teórico para um processador de sinal totalmente óptico ultrarrápido usando QD-SOA para alcançar operações de alta taxa de bits. Eles demonstraram a operação da porta NOR em dois casos: com e sem

pulso de controle óptico. As simulações foram realizadas em taxas de bits de dados de 160 Gb/s, 200 Gb/s e 250 Gb/s para o caso sem pulso de controle, e também em taxas de bits de dados de 1 Tb/s e 2 Tb/s na presença de um pulso de controle que leva a uma melhoria do tempo de recuperação de ganho e operações lógicas NOR ultrarrápidas. Além disso, os fatores de qualidade dos sinais de saída com e sem o pulso de controle em diferentes taxas de bits com diferentes correntes de polarização foram investigados para sequências binárias pseudoaleatórias (PRBS).

Em [50], os autores investigaram o comportamento não linear da configuração SOA-MZI que a faz funcionar como uma porta lógica. Os dois projetos de porta NOR baseados em SOA-MZI foram verificados. O princípio básico de ambos os projetos é o mesmo. A soma dos pulsos de dados foi tomada e invertida para realizar uma operação NOR. No projeto, o primeiro acoplador de 3 dB cria uma diferença de fase de $\pi/2$ no pulso de controle e pulso de dados enquanto passa por dois braços de interferômetro. Os pulsos de controle e de dados passam pelo SOA que atenua o pulso de controle onde quer que o pulso de dados esteja presente. Depois de passar por um segundo acoplador de 3 dB, uma diferença de fase de $\pi/2$ é criada novamente. Portanto, se o pulso de controle estiver na mesma fase ele será adicionado e se estiver fora de fase será cancelado. Os projetos foram investigados em diferentes taxas de bits para alcançar uma maior taxa de extinção (ER), fator Q e taxa de erro de bits (BER) para diferentes correntes de bomba de SOA.

Os pesquisadores em [51] propuseram duas portas reversíveis de n-entrada e n-saída baseadas em lógica NOR, uma das quais pode ser mapeada eficientemente em computação óptica usando MZI, enquanto a outra pode ser mapeada eficientemente em computação óptica usando portas quânticas ópticas lineares. As portas NOR reversíveis propostas funcionam como uma contraparte NOR correspondente das portas Toffoli baseadas na lógica NAND. As portas lógicas NOR reversíveis ópticas propostas podem implementar as funções lógicas booleanas reversíveis com um número reduzido de portas lógicas quânticas ópticas lineares ou custo óptico reduzido e atraso de propagação em comparação com sua implementação usando portas NAND ópticas reversíveis existentes. Os autores mostraram que uma biblioteca de portas ópticas reversíveis com uma porta óptica de Toffoli e a porta NOR óptica reversível proposta foi superior em comparação à biblioteca contendo apenas a porta óptica de Toffoli: (i) em termos do número de portas quânticas ópticas lineares quando implementadas usando computação quântica óptica linear (LOQC), (ii) em termos de custo óptico e atraso quando implementado usando MZI.

Os pesquisadores em [52] apresentaram implementações totalmente ópticas de somadores binários usando switches MZI e as validaram através de uma simulação numérica dos modelos de switch. Eles avaliaram alguns parâmetros de desempenho do projeto e exploraram três projetos: um somador *ripple-carry*, uma extensão com propagação de transporte mais rápida e um somador *carry save*. Eles compararam as complexidades do projeto com alguns trabalhos publicados recentemente, tanto em termos de custo óptico quanto de atraso.

Em [53], os autores obtiveram as portas AND e OR por meio da investigação numérica de um MZI formado por uma fibra de cristal fotônico não linear de dois núcleos, que opera com sólitons fundamentais ultracurtos de 100 fs. Para representar a informação lógica, foi utilizada a modulação de amplitude de pulso (PAM).

Os autores em [54] simularam e demonstraram experimentalmente funções lógicas totalmente ópticas, implementadas com um único MZI baseado em SOA. A configuração óptica proposta foi capaz de realizar quatro operações lógicas, utilizando simultaneamente as duas portas de saída do SOA-MZI. Isso pode reduzir o custo energético e possibilitar a obtenção de funções multilógicas simultaneamente. O desempenho dessa arquitetura foi avaliado medindo-se a razão de extinção (ER) obtida para cada função booleana. O potencial de integração torna o esquema proposto atrativo para realizar operações de processamento óptico de sinais na próxima geração de sistemas de transmissão fotônica.

No trabalho [55], os autores demonstraram novos projetos de portas lógicas totalmente ópticas usando XGM e XPM SOAs a 10 Gb/s. Esses autores usaram uma configuração MZI com dois acopladores de 3 dB para introduzir modulação de fase na saída invertida saturada de SOA sem nenhum feixe de entrada adicional, como um sinal de controle ou onda de luz contínua. Nos projetos, um dado atuava como bombeio e outro atuava como sinal de prova. Portanto, ao passar pela SOA, um dado agindo como bombeio, satura outro dado que é um sinal de sonda. Diferentes arranjos da parte de entrada do SOA-MZI criam três portas, como AND, XOR e OR. As portas foram analisadas de acordo com a razão de extinção, espectro de comprimento de onda, chirping de frequência e taxa de erro de bit. Foram encontradas razões de extinção muito altas, ou seja, 54,5, 36,32 e 37,5 a 1550,5 nm para portas AND, XOR e OR, respectivamente. O espectro de comprimento de onda, das três portas, situa-se entre 1554,8 nm e 1555,2 nm, próximo ao comprimento de onda central de um pulso de prova em 1550 nm. Chirps de frequência negativa foram encontrados para todas as três portas com uma taxa de erro de bit de $7,1 \times 10^{-30}$, 1×10^{-31} e $2,1 \times 10^{-12}$ para AND, XOR e OR, respectivamente.

Em [56], os autores examinaram o método para superar as limitações da taxa de bits causadas pela dupla conversão do sinal. Tomando este fenômeno como base para este artigo, um projeto de circuito novo e potencialmente integrável foi proposto para a realização de portas lógicas totalmente ópticas baseadas em propriedades não lineares de SOA. Os autores usaram um método relativamente novo para alcançar maiores capacidades de transmissão e maiores distâncias de transmissão com altas taxas de dados, empregando muitas portas lógicas XOR, AND, OR, NOT baseadas em características não lineares de SOA em sistemas de comunicação óptica. Isso é feito eliminando a necessidade de conversões optoeletrônicas e, portanto, os dados permanecem no domínio óptico. As portas XOR, AND, OR e NOT podem ser executadas em 60 gigabits por segundo em qualquer sequência de bits para atingir uma taxa de dados tão alta. Suas aplicações incluem sistemas ágeis de antenas de radar de aeronaves, controle de atenuadores de RF automáticos eletrônicos, luzes de cortesia automotivas, etc.

No trabalho [57], os autores simularam o desempenho ultrarrápido de portas XOR, AND e OR totalmente ópticas. Essas operações booleanas foram realizadas usando QDs-SOAs. O estudo teórico foi realizado quando o efeito da emissão espontânea amplificada (ASE) foi levado em consideração nas análises de simulação. Eles também investigaram e discutiram a dependência do fator de qualidade de saída (fator Q) em sinais e parâmetros QD-SOA. Os resultados indicaram que essas portas lógicas totalmente ópticas são capazes de operar a 1 Tb/s com um fator Q de saída elevado, desde que esses parâmetros sejam adequadamente otimizados.

Os autores em [58] propuseram uma configuração SOA-MZI para projetar portas AND e XOR totalmente ópticas para operações em velocidades ultra-altas. Esses autores demonstraram a análise de desempenho de SOA-MZI com base em todas as portas ópticas AND e XOR. O desempenho dessas duas portas foi analisado através de seu fator de qualidade e taxa de erro de bits (BER), registrados com diferentes comprimentos de onda e comprimentos SOA.

Em [59], os autores trataram de projetos de semi-subtração fotônica para processamento de sinais fotônicos usando configurações SOA-MZI. A simulação foi usada para projetar a operação de meia subtração a 1 Gb/s. A lógica semi-subtratora fotônica foi implementada usando modulação de fase de sinais em SOA-MZI. A realização simulada da semi-subtração óptica foi obtida usando três estruturas SOA-MZI que levaram a uma revolução no processamento de sinais para operações de alta velocidade. O meio subtrator fotônico é obtido com boa qualidade de sinal.

No trabalho [60], os pesquisadores apresentaram uma investigação numérica de portas lógicas totalmente ópticas com base em uma configuração MZI de fibras microestruturadas, também conhecidas como fibras de cristal fotônico (PCF) sob OOK óptico (chaveamento on-off). Esses autores determinaram diversas grandezas relevantes para caracterizar o desempenho do sistema, como a razão de transmissão e extinção em função do perfil de não linearidade. Efeitos de alta ordem foram incluídos na equação não linear de Schrödinger generalizada que descreve a propagação do pulso. Eles usaram um pulso óptico com a forma de uma secante hiperbólica de 100 fs (femtosssegundo). Eles simularam um laser bombeado com três valores de potência: com potência crítica $P_c = 103,5$ kW ($P = P_c$), abaixo da potência crítica $P = 90$ kW ($P < P_c$) e acima da potência crítica $P = 110$ kW ($P > P_c$). Eles adicionaram um perfil de não linearidade em um dos braços do MZI. Os perfis de não linearidade foram expressos em termos do parâmetro b . Eles estudaram três perfis diferentes: constante, crescente e decrescente. Os resultados mostraram que o dispositivo proposto pode ser usado para obter portas lógicas OR e XOR totalmente ópticas, bem como algumas funções lógicas. A porta lógica OR foi a que obteve maior FOMELG (Figura de Mérito das Portas Lógicas) ao utilizar um perfil crescente com potência crítica ($P_0 = 103,5$ kW) para $b = 1,05$ e FOMELG = 15,68 dB. A porta lógica XOR apresentou o maior FOMELG = 7,75 dB ao utilizar um perfil decrescente com potência abaixo do crítico ($P_0 = 90$ kW) para $b = 1,44$. Esses resultados fornecem suporte para aplicativos em todas as redes ópticas.

Em [61], os autores apresentaram um estudo de um MZI assimétrico usando fibras de cristal fotônico dual core (PCF). A assimetria é obtida através dos parâmetros de não linearidade dos acopladores. Para este estudo, esses autores resolveram a equação do modo acoplado, considerando os efeitos dispersivos de segunda e terceira ordem (GVD e TOD) e alguns efeitos não lineares (SPM, SS e Raman). Eles analisaram três configurações: um acoplador simétrico seguido de um assimétrico, um acoplador assimétrico seguido de um acoplador simétrico e dois acopladores assimétricos. As análises do dispositivo forneceram as portas lógicas OR, XOR, AND, função 0 e outras, considerando a codificação OOK.

Em [62], portas universais totalmente ópticas foram propostas por eles com um design diferente aplicando biestabilidade óptica de um interferômetro Mach Zehnder baseado em plasmônica (MZI) e efeito Kerr óptico. A capacidade de um MZI para comutação de luz depende das intensidades do sinal de entrada óptica. Eles realizaram o estudo do dispositivo aplicando o método das diferenças finitas no domínio do tempo (FDTD) e validado usando simulação MATLAB.

Em [63], usando uma configuração de interferômetro Mach-Zehnder foi investigada a obtenção de portas lógicas. A configuração utilizou um elemento de desequilíbrio do interferômetro que é o amplificador óptico semiconductor (SOA).

Quanto ao tipo de estudo, a maioria dos trabalhos são simulações, e alguns deles também apresentam algumas análises matemáticas. No entanto, a maioria dos trabalhos de simulação não mencionou qual método numérico eles usaram para simulação. Apenas onze artigos o fizeram, e metade deles aplicou o método Runge Kutta de quarta ordem (RK4). Este método é comumente usado para resolver equações diferenciais ordinárias. Embora a Equação (1) seja uma equação diferencial parcial, os autores em [64] relataram que a transformada de Fourier pode ser usada para resolver a equação de Schrödinger não linear em fibras ópticas usando o método de Runge-Kutta de 4ª ordem. Outros métodos utilizados foram o Método Split Step Fourier (SSFM), Método de Propagação de Feixes (BPM) e Método de Diferenças Finitas (FDM). Os principais softwares utilizados foram Simulink, Optisystem e MatLab.

3 TENSORES

A teoria dos tensores é um braço da álgebra multilinear. Os tensores de alta ordem podem ser vistos como uma generalização de matrizes e são representados como matrizes multidimensionais de ordem superior a dois. Nas últimas duas décadas, os modelos tensores têm sido amplamente utilizados para projetar diferentes tipos de sistemas de comunicação, principalmente aquelas baseadas em tecnologias sem fio.

A principal motivação para o uso de abordagens baseadas em tensores está relacionada à sua capacidade de modelar dados multimodais, com propriedades essenciais de singularidade sob condições brandas.

Neste Capítulo, será apresentada uma visão geral dos fundamentos matemáticos úteis para este trabalho, referentes às operações básicas de tensores e algumas decomposições de tensores, além de um detalhamento extenso da notação utilizada aqui, que deve ser extremamente útil para a compreensão do nosso trabalho, principalmente àqueles que não tem muito trânsito com essa abordagem matemática.

3.1 NOTAÇÕES E PRINCIPAIS OPERAÇÕES

Para ajudar o leitor a diferenciar entre os elementos usados nessa Tese, dentre os quais: escalares, vetores, matrizes e tensores, faremos um breve detalhamento da notação utilizada, que é a mesma comumente encontrada na literatura. Escalares serão representados por letras minúsculas (a, b, \dots), vetores serão representados por letras minúsculas em negrito ($\mathbf{a}, \mathbf{b}, \dots$), matrizes serão representadas por letras maiúsculas em negrito ($\mathbf{A}, \mathbf{B}, \dots$) e tensores de ordem superior a dois são denotados por letras maiúsculas cursivas ($\mathcal{A}, \mathcal{B}, \dots$). Os conjuntos dos números naturais, inteiros, reais e complexos serão representados por letras maiúsculas de traço duplo ($\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$).

Além disso, outras notações também serão importantes: dada uma matriz $A \in \mathbb{C}^{I \times J}$, a matriz transposta, a matriz conjugada, a transposição Hermitiana, a pseudo-inversa de Moore-Penrose e seu rank são denotados respectivamente por $\mathbf{A}^T, \mathbf{A}^*, \mathbf{A}^H, \mathbf{A}^\dagger$ e r_A . O i -ésimo elemento de \mathbf{a} é denotado por $[\mathbf{a}]_i$ ou a_i , o (i, j) -ésimo elemento de \mathbf{A} é denotado por $[\mathbf{A}]_{i,j}$ ou $a_{i,j}$, e o (i_1, \dots, i_N) -ésimo elemento do tensor \mathcal{A} de ordem N é dado por $[\mathcal{A}]_{i_1, \dots, i_N}$ ou a_{i_1, \dots, i_N} . Além

disso, a i -ésima linha e a j -ésima coluna de uma matriz \mathbf{A} são respectivamente denotados pelos vetores \mathbf{a}_i e \mathbf{a}_j

3.1.1 Vetorização e diagonalização

O operador $vec(\cdot)$ transforma uma matriz em um vetor coluna empilhando as colunas da matriz inicial. O operador $bdiag(\cdot)$ forma uma matriz diagonal a partir de um vetor. Da mesma forma, o operador $bdiag(\mathbf{A}_1, \dots, \mathbf{A}_K) \triangleq bdiag(\mathbf{A}_K)$ forma uma matriz diagonal de bloco composta por K matrizes \mathbf{A}_K , com $k=1, \dots, K$, na diagonal.

Para exemplificar essa operação, veja a Figura 3, onde é representada uma matriz \mathbf{A} (3x3) e as operações $vec(\mathbf{A})$ e $bdiag(\mathbf{a})$, onde \mathbf{a} é o vetor coluna (9x1)

Figura 3 – (a) Exemplo de uma matriz 3x3, (b) vetor coluna \mathbf{a} (9x1) obtido pela operação de vetorização da matriz \mathbf{A} , (c) matriz diagonal (9x9) obtida a partir da operação de diagonalização do vetor \mathbf{a} .

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} \quad \mathbf{a} = vec(\mathbf{A}) = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 7 \\ 2 \\ 5 \\ 8 \\ 3 \\ 6 \\ 9 \end{bmatrix}$$

(a) (b)

$$bdiag(\mathbf{a}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 9 \end{bmatrix}$$

(c)

Fonte: Elaboração própria, 2022.

3.1.2 Produto de Kronecker

O produto Kronecker entre duas matrizes $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{M \times N}$ e $\mathbf{B} \in \mathbb{C}^{P \times Q}$ é definido por $\mathbf{C} = \mathbf{A} \otimes \mathbf{B} \in \mathbb{C}^{MP \times NQ}$, cujas entradas são $c_{(m-1)P+p,(n-1)Q+q} = a_{m,n}b_{p,q}$. Dado um conjunto $\mathbb{S} = \{1, \dots, N\}$ e as matrizes $\mathbf{A}^{(n)} \in \mathbb{C}^{I_n \times J_n}$, um produto múltiplo (análogo a potenciação) de Kronecker por $\bigotimes_{n \in \mathbb{S}} \mathbf{A}^{(n)} \triangleq \mathbf{A}^{(1)} \otimes \mathbf{A}^{(2)} \otimes \dots \otimes \mathbf{A}^{(N)} \in \mathbb{C}^{I_1 \dots I_N \times J_1 \dots J_N}$.

A Figura 4 ilustra a operação descrita, mostrando como se realiza o produto Kronecker entre duas matrizes \mathbf{A} e \mathbf{B} :

Figura 4 – Representação compacta (a) e completa (b) do produto de Kronecker entre duas matrizes \mathbf{A} e \mathbf{B} ; (c) Exemplo de um produto de Kronecker entre duas matrizes 2×2 .

$$\mathbf{A} \otimes \mathbf{B} = \begin{bmatrix} a_{11}\mathbf{B} & \cdots & a_{1n}\mathbf{B} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1}\mathbf{B} & \cdots & a_{mn}\mathbf{B} \end{bmatrix},$$

(a)

$$\mathbf{A} \otimes \mathbf{B} = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} & a_{11}b_{12} & \cdots & a_{11}b_{1q} & \cdots & \cdots & a_{1n}b_{11} & a_{1n}b_{12} & \cdots & a_{1n}b_{1q} \\ a_{11}b_{21} & a_{11}b_{22} & \cdots & a_{11}b_{2q} & \cdots & \cdots & a_{1n}b_{21} & a_{1n}b_{22} & \cdots & a_{1n}b_{2q} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \cdots & \cdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{11}b_{p1} & a_{11}b_{p2} & \cdots & a_{11}b_{pq} & \cdots & \cdots & a_{1n}b_{p1} & a_{1n}b_{p2} & \cdots & a_{1n}b_{pq} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \ddots & \cdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \ddots & \cdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{m1}b_{11} & a_{m1}b_{12} & \cdots & a_{m1}b_{1q} & \cdots & \cdots & a_{mn}b_{11} & a_{mn}b_{12} & \cdots & a_{mn}b_{1q} \\ a_{m1}b_{21} & a_{m1}b_{22} & \cdots & a_{m1}b_{2q} & \cdots & \cdots & a_{mn}b_{21} & a_{mn}b_{22} & \cdots & a_{mn}b_{2q} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \cdots & \cdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1}b_{p1} & a_{m1}b_{p2} & \cdots & a_{m1}b_{pq} & \cdots & \cdots & a_{mn}b_{p1} & a_{mn}b_{p2} & \cdots & a_{mn}b_{pq} \end{bmatrix}.$$

(b)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \left(\begin{array}{cc|cc} a & b & 2a & 2b \\ c & d & 2c & 2d \\ \hline 3a & 3b & 4a & 4b \\ 3c & 3d & 4c & 4d \end{array} \right)$$

(c)

Fonte: Elaboração própria, 2022.

Algumas propriedades do produto de Kronecker são listadas abaixo,

- i. $\mathbf{A} \otimes (\mathbf{B} \otimes \mathbf{C}) = (\mathbf{A} \otimes \mathbf{B}) \otimes \mathbf{C}$;
- ii. $\mathbf{A} \otimes (\mathbf{B} + \mathbf{C}) = (\mathbf{A} \otimes \mathbf{B}) + (\mathbf{A} \otimes \mathbf{C})$;
- iii. Para a escalar, $a \otimes \mathbf{A} = \mathbf{A} \otimes a = a\mathbf{A}$;
- iv. Para a e b escalares, $a\mathbf{A} \otimes b\mathbf{B} = ab\mathbf{A} \otimes \mathbf{B}$;
- v. $(\mathbf{A} \otimes \mathbf{B})(\mathbf{C} \otimes \mathbf{D}) = \mathbf{AC} \otimes \mathbf{BD}$;
- vi. $(\mathbf{A} \otimes \mathbf{B})^T = \mathbf{A}^T \otimes \mathbf{B}^T$

3.1.3 Tiras e fatias

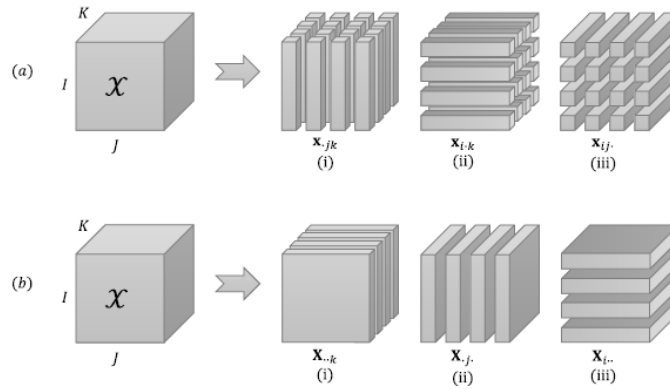
Tiras são vetores obtidos pela fixação de índices de todas as dimensões de um tensor, excetuando um. Por exemplo, um Tensor de terceira ordem $\mathcal{X} \in \mathbb{C}^{I \times J \times K}$, possui três tipos de tiras: (i) colunas ($\mathbf{x}_{jk} \in \mathbb{C}^I$) obtidas ao fixar os índices j e k , (ii) linhas ($\mathbf{x}_{i,k} \in \mathbb{C}^J$) obtidas ao fixar os índices i e k e (iii) tubos ($\mathbf{x}_{ij} \in \mathbb{C}^K$) obtidos ao fixar os índices i e j .

Analogamente, fatias são matrizes obtidas pela variação de dois índices e a fixação dos demais. Por exemplo, para um Tensor de terceira ordem $\mathcal{X} \in \mathbb{C}^{I \times J \times K}$, os três tipos de fatias são: (i) fatia frontal ($\mathbf{X}_{..k} \in \mathbb{C}^{I \times J}$), (ii) fatia lateral ($\mathbf{X}_{.j} \in \mathbb{C}^{I \times K}$) e (iii) fatia horizontal ($\mathbf{X}_{i..} \in \mathbb{C}^{J \times K}$).

Partindo de um tensor genérico de ordem N , procedimento para se obter tiras e fatias é semelhante. Para se obter uma tira deve variar apenas um índice, fixando os demais. No caso de se obter uma fatia deve-se variar apenas 2 índices fixando-se os outros.

A Figura 5 um ilustra as possibilidades de se obter de tiras e as fatias (matrizes) através de um tensor de terceira ordem ($N=3$), cuja representação é tridimensional.

Figura 5 – Representação da estrutura de um Tensor onde se observa os 3 tipos de tiras (a) colunas, linhas e tubos; e os 3 tipos de fatias (b) frontal, lateral e horizontal.



Fonte: Elaboração própria, 2022.

3.1.4. Desdobramento

Esta operação tem como objetivo representar um tensor de alta ordem ($N \geq 3$) como uma matriz (estrutura “plana”). Tensores de ordem 3 podem ser representados, por analogia, a uma estrutura cúbica ou tridimensional. Pela falta de uma opção que represente graficamente um tensor de ordem maior do que 3, surgiu a necessidade de alternativas a sua representação, e uma delas é o desdobramento, também chamada de matriciação.

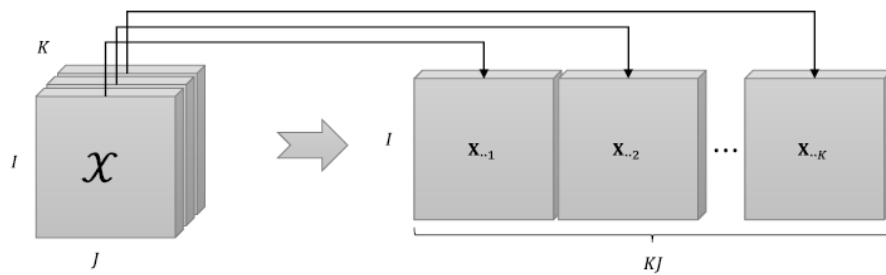
Para fazer o desdobramento ou para obter a planificação modo- n de um tensor $\mathcal{A} \in \mathbb{C}^{I_1 \times \dots \times I_N}$, é preciso, primeiro, mapear seus elementos em matrizes $\mathbf{A}_{I_{n+1} \dots I_N I_1 \dots I_{n-1} \times I_n}$ (ou $\mathbf{A}_{I_n \times I_{n+1} \dots I_N I_1 \dots I_{n-1}}$), cujas entradas são $[\mathbf{A}_{I_{n+1} \dots I_N I_1 \dots I_{n-1} \times I_n}]_{\bar{i}, i_n}$, com

$$\bar{i} = (i_{n+1} - 1)I_{n+2} \dots I_N I_1 \dots I_{n-1} + \dots + (i_{n-2} - 1)I_{n-1} + i_{n-1}. \quad (5)$$

A partir dessa definição, podemos observar que o desdobramento modo- n consiste em um rearranjo dos elementos de \mathcal{A} , obtidos a partir da variação do índice i_n e mantendo os outros índices fixos, de tal forma que as tiras do modo n são colocadas ao longo de linhas (desdobramento longo) ou colunas (desdobramento plano). Por exemplo, consideremos um tensor de terceira ordem $\mathcal{X} \in \mathbb{C}^{I \times J \times K}$. Existem duas formas de desdobramentos do modo-1, $\mathbf{X}_{I \times KJ}$ e $\mathbf{X}_{I \times JK}$, que consistem em colunas colocadas lado a lado, de acordo com a ordem de combinação dos dois últimos modos. Aqui, consideramos que o índice que varia mais

rapidamente é aquele associado com a última dimensão, ou seja, $[\mathbf{X}_{I \times K J}]_{i,(k-1)J+j} = [\mathcal{X}]_{i,j,k}$ e $[\mathbf{X}_{I \times J K}]_{i,(k-1)J+j} = [\mathcal{X}]_{i,j,k}$. De forma análoga, o desdobramento matricial pode ser feito empilhando as fatias de um determinado modo, como mostrado na Figura 6. Observe que, em nossa notação, o subscrito em cada matriz desdobrada indica a ordem em que os modos são combinados e, conseqüentemente, o tamanho do desdobramento matriz.

Figura 6 – Representação matricial do tensor de terceira ordem $\mathcal{X} \in \mathbb{C}^{I \times J \times K}$. A segunda e terceira dimensões de \mathcal{X} são combinadas para formar colunas, produzindo o desdobramento do tensor em forma de uma matriz $\mathbf{X}_{I \times K J}$.



Fonte: Elaboração própria, 2022.

Ao contrário do desdobramento modo-n, que combina todos os modos de um tensor em linhas (ou colunas), exceto para o n -ésimo modo, é possível definir um desdobramento de matriz onde múltiplos modos são combinados ao longo das linhas e colunas da matriz resultante. Para este desdobramento, vamos definir o conjunto $\mathbb{S} = \{1, \dots, N\}$ e as representações $I_{\mathbb{S}}$, $\bar{I}_{\mathbb{S}}$, $i_{\mathbb{S}}$, que denotam, respectivamente, formas abreviadas para a dimensão, produto de dimensões e o conjunto de índices associados aos modos do conjunto \mathbb{S} . Por exemplo, para $N=3$, nos temos $I_{\mathbb{S}} = I_1 \times I_2 \times I_3$, $\bar{I}_{\mathbb{S}} = I_1 I_2 I_3$ e $i_{\mathbb{S}} = \{i_1, i_2, i_3\}$. Assim, definindo \mathbb{S}_1 e \mathbb{S}_2 como subconjuntos ordenados do conjunto \mathbb{S} , tal que $\mathbb{S}_1 \cup \mathbb{S}_2 = \mathbb{S}$, teremos para $\mathcal{A} \in \mathbb{C}^{I_{\mathbb{S}}}$ [65]

$$A_{\bar{I}_{\mathbb{S}_1} \times \bar{I}_{\mathbb{S}_2}} = \sum_{i_1=1}^{I_1} \dots \sum_{i_N=1}^{I_N} a_{i_1, \dots, i_N} \left(\bigotimes_{n \in \mathbb{S}_1} \mathbf{e}_{i_n}^{(I_n)} \right) \left(\bigotimes_{n \in \mathbb{S}_2} \mathbf{e}_{i_n}^{(I_n)} \right)^T. \quad (6)$$

Com $\bar{I}_{\mathbb{S}_1}$ e $\bar{I}_{\mathbb{S}_2}$ sendo qualquer combinação ordenada das dimensões do tensor \mathcal{A} .

3.1.5. Produto Tensor-Matriz Modo-N

Seja dado um tensor de ordem N $\mathcal{A} \in \mathbb{C}^{I_1 \times \dots \times I_N}$, vamos considerar a matriz $\mathbf{U} \in \mathbb{C}^{R_n \times I_n}$, onde o número de colunas é igual a dimensão do n -ésimo modo de \mathcal{A} . O produto modo- n de \mathcal{A} com \mathbf{U} produz um tensor de n -ésima ordem $\mathcal{C} = \mathcal{A} \times_n \mathbf{U} \in \mathbb{C}^{I_1 \times \dots \times I_{n-1} \times R_n \times I_{n+1} \times \dots \times I_N}$ definido por

$$c_{i_1, \dots, i_{n-1}, r_n, i_{n+1}, \dots, i_N} = \sum_{i_n=1}^{I_n} a_{i_1, \dots, i_{n-1}, i_n, i_{n+1}, \dots, i_N} u_{r_n, i_n}. \quad (7)$$

3.1.6. Produto Tensor-Tensor Modo-N

Dado um conjunto $\mathbb{S} = \{1, \dots, N\}$, seja \mathbb{S}_t um subconjunto ordenado de $\mathbb{S} - \{n\}$, com $1 \leq n \leq N$. Vamos considerar um tensor $\mathcal{T} \in \mathbb{C}^{R_n \times I_n \times I_{\mathbb{S}_t}}$, com $3 \leq N_t \leq N + 1$. O produto modo- n entre os tensores $\mathcal{A} \in \mathbb{C}^{I_1 \times \dots \times I_N}$ e \mathcal{T} , denotado por $\mathcal{A} \times_n \mathcal{T}$, fornece um tensor $\mathcal{C} \in \mathbb{C}^{I_1 \times \dots \times I_{n-1} \times R_n \times I_{n+1} \times \dots \times I_N}$ definido por

$$c_{i_1, \dots, i_{n-1}, r_n, i_{n+1}, \dots, i_N} = \sum_{i_n=1}^{I_n} a_{i_1, \dots, i_{n-1}, i_n, i_{n+1}, \dots, i_N} t_{r_n, i_n, i_{\mathbb{S}_t}}. \quad (8)$$

Observe que, por convenção, as duas operações acima assumem que o segundo modo de \mathbf{U} (ou \mathcal{T}) é igual ao n -ésimo modo de \mathcal{A} . Em ambos os casos, o produto modo- n não altera o tamanho do tensor resultante, mas fornece uma transformação linear no espaço modo- n de \mathcal{A} .

3.1.7 Operação de contração

Vamos considerar os tensores $\mathcal{A} \in \mathbb{C}^{I_1 \times \dots \times I_N}$ e $\mathcal{B} \in \mathbb{C}^{J_1 \times \dots \times J_M}$, compartilhando uma dimensão comum ($I_p = J_q = K$, com $1 \leq p \leq N$ e $1 \leq q \leq M$). A contração de \mathcal{A} com \mathcal{B} , representado por $\mathcal{A} *_p^q \mathcal{B}$, é definido como a seguinte soma sobre o modo comum ($i_p = i_q = k$)

[66]

$$\begin{aligned}
& \mathcal{C}_{i_1, \dots, i_{p-1}, j_1, \dots, j_{q-1}, j_{q+1}, \dots, j_M, i_{p+1}, \dots, i_N} \\
&= \sum_{k=1}^K \alpha_{i_1, \dots, i_{p-1}, k, i_{p+1}, \dots, i_N} b_{j_1, \dots, j_{q-1}, k, j_{q+1}, \dots, j_M},
\end{aligned} \tag{9}$$

que resulta em um tensor $\mathcal{C} \in \mathbb{C}^{I_1 \times \dots \times I_{p-1} \times J_1 \times \dots \times J_{q-1} \times J_{q+1} \times \dots \times J_M \times I_{p+1} \times \dots \times I_N}$ de ordem $(N + M - 2)$. Observe que a operação de contração, ao contrário do produto modo- n , preserva todos os modos de ambos os tensores envolvidos, exceto o modo comum.

A contração também pode ser realizada envolvendo vários modos de dimensões. [67]. Por exemplo, uma contração dupla (ao longo de dois modos) de tensores \mathcal{A} e \mathcal{B} é representada por $\mathcal{A} *_{p,k}^{q,l} \mathcal{B}$, onde $1 \leq p, k \leq N$ e $1 \leq q, l \leq M$, sendo necessário que $I_p = J_q$ e $I_k = J_l$.

3.2 DECOMPOSIÇÃO DE TENSORES

A fatoração (ou decomposição) de um tensor é uma importante ferramenta para modelagem de sistemas e resolução de problemas como estimativa de parâmetros, recuperação e perda de informações em estimativa de dados para tensores incompletos, ou seja, a conclusão problema. Em algumas aplicações, a decomposição tensorial pode ser vista como generalizações de decomposições de matrizes, como como a decomposição de valor singular (SVD) para tensores de ordem superior. Além de permitir o processamento de dados multidimensionais, algumas decomposições de tensores são caracterizadas por propriedades de singularidade que permitem que problemas indeterminados possam ser resolvidos em condições mais relaxadas do que as abordagens matriciais convencionais [68], [69], [70].

Entre as decomposições tensoriais mais populares, Tucker [71] e análise de fatores paralelos (PARAFAC) [72] são comumente usados em aplicações de processamento de sinal. Diversas variantes e generalizações como PARATUCK [73], PARAFAC aninhado [74], PARAFAC acoplado [75], PARATUCK generalizado [76], Tucker aninhado [70] e Tucker acoplado aninhado [77] foram derivados no contexto de redes de comunicação sem fio. Os modelos PARAFAC têm a importante propriedade de serem essencialmente únicos. Por singularidade essencial queremos dizer que as decomposições são únicas para quaisquer escalas e permutação das colunas das matrizes fatoriais. Por outro lado, os modelos de Tucker não são essencialmente únicos, exceto sob certas condições, como conhecimento a priori do núcleo

tensor. Apesar disso, o modelo Tucker é um dos modelos de decomposição tensorial demais flexíveis. A seguir, mostraremos algumas decomposições, com ênfase nas do tipo Tucker.

3.2.1 Decomposição Tucker

Em 1966, L. Tucker [71] introduziu a decomposição de Tucker que consiste na fatoração de um tensor \mathcal{X} em um tensor central de mesma ordem e matrizes fatoriais, pois elas funcionam como os fatores de uma “multiplicação”. Para um tensor $\mathcal{X} \in \mathbb{C}^{R_1 \times \dots \times R_N}$ de ordem N , a decomposição de Tucker é definida por

$$\mathcal{X} = \mathcal{C} \times_1 \mathbf{A}^{(1)} \times_2 \mathbf{A}^{(2)} \dots \times_N \mathbf{A}^{(N)}, \quad (10)$$

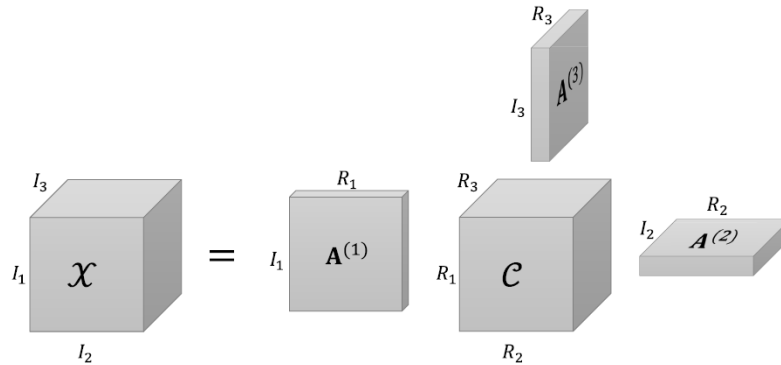
Na qual $\mathcal{C} \in \mathbb{C}^{R_1 \times \dots \times R_N}$ é o chamado tensor núcleo e cada $\mathbf{A}^{(n)} \in \mathbb{C}^{I_n \times R_n}$, com $n = 1, \dots, N$ representa uma das matrizes fatoriais. Na forma escalar, podemos escrever

$$x_{i_1, \dots, i_N} = \sum_{r_1=1}^{R_1} \dots \sum_{r_N=1}^{R_N} c_{r_1, \dots, r_N} \prod_{n=1}^N a_{i_n, r_n}^{(n)}. \quad (11)$$

Importante ressaltar que cada fator $\mathbf{A}^{(n)}$ interage com o núcleo \mathcal{C} mudando a dimensão associada ao produto modo- n .

Casos especiais em que um tensor de N -ésima ordem tem apenas N_1 matrizes fatores, com $N > N_1$, são chamadas de modelos de Tucker- (N_1, N) [65] e correspondem a $\mathcal{X} = \mathcal{C} \times_{n=1}^{N_1} \mathbf{A}^{(n)}$. Para o caso $\mathcal{X} \in \mathbb{C}^{I_1 \times I_2 \times I_3}$, com um tensor núcleo $\mathcal{C} \in \mathbb{C}^{R_1 \times R_2 \times R_3}$ e os fatores $\mathbf{A}^{(1)} \in \mathbb{C}^{I_1 \times R_1}$, $\mathbf{A}^{(2)} \in \mathbb{C}^{I_2 \times R_2}$ e $\mathbf{A}^{(3)} \in \mathbb{C}^{I_3 \times R_3}$, a decomposição Tucker de terceira ordem $\mathcal{X} = \mathcal{C} \times_1 \mathbf{A}^{(1)} \times_2 \mathbf{A}^{(2)} \times_3 \mathbf{A}^{(3)}$ é representada na Figura 7.

Figura 7 – Diagrama de bloco de uma decomposição Tucker para um tensor de terceira ordem.



Fonte: Elaboração própria, 2022.

Alguns autores usam o termo Tucker-3 para se referir a decomposição Tucker de terceira ordem. Quando um dos fatores da matriz desta decomposição é igual à matriz identidade, por exemplo $\mathbf{A}^{(1)} = \mathbf{I}_{I_1}$, dizemos que temos um modelo Tucker-2 dado por $\mathcal{X} = \mathcal{C} \times_2 \mathbf{A}^{(2)} \times_3 \mathbf{A}^{(3)}$ que é equivalente a uma decomposição de Tucker-(2; 3). Da mesma forma, quando dois dos fatores de matriz são iguais a matriz identidade, por exemplo $\mathbf{A}^{(1)} = \mathbf{I}_{I_1}$ e $\mathbf{A}^{(2)} = \mathbf{I}_{I_2}$, temos um Tucker-1, ou uma decomposição Tucker-(1; 3), e \mathcal{X} se torna $\mathcal{X} = \mathcal{C} \times_3 \mathbf{A}^{(3)}$.

A representação matricial de uma decomposição pode ser deduzida de (6). A decomposição de Tucker definida em (10) tem a seguinte matriz de desdobramento modo n

$$\mathbf{X}_n = \mathbf{X}_{I_{n+1} \cdots I_N I_1 \cdots I_{n-1} \times I_n} = (\mathbf{A}^{(n+1)} \otimes \cdots \otimes \mathbf{A}^{(N)} \mathbf{A}^{(1)} \otimes \cdots \otimes \mathbf{A}^{(n-1)}) \mathbf{C}_n \mathbf{A}^{(n)T}, \quad (12)$$

na qual $\mathbf{C}_n \in \mathbb{C}^{R_{n+1} \cdots R_N R_1 \cdots R_{n-1} \times R_n}$ é a altura correspondente desdobramento no modo n de C. O desdobramento no modo n é obtido pela transposição de (12).

Como mencionado anteriormente, o modelo Tucker não é essencialmente exclusivo. Isso significa que os fatores podem ser substituídos por $\bar{\mathbf{A}}^{(n)} = \mathbf{A}^{(n)} \Delta_n$ com $\Delta_n \in \mathbb{C}^{R_n \times R_n}$, não singular, e o tensor central C substituído por $\bar{\mathcal{C}} = \mathcal{C} \times_{n=1}^N (\Delta_n)^{-1}$, sem que isso altere o tensor \mathcal{X} . No entanto, a singularidade deste modelo é satisfeita quando o tensor central C é conhecido. Para mais detalhes, consultar [78].

Alguns trabalhos recentes estenderam o modelo de Tucker para representam tensores de alta ordem [76], [65], [70], [79]. A conhecida como decomposição aninhada de Tucker pode ser vista como um caso de uma decomposição tensor-trem (TT) definida em [80]. A

decomposição TT consiste em uma concatenação de tensores que formam um trem de tensores como mostrado na Figura 8.

Figura 8 – Representação da decomposição de um tensor de ordem N em uma sequência de blocos (“trem”) de tensores.

$$\mathcal{X} = \underset{I_1}{\overset{R_1}{\mathbf{A}^{(1)}}} \underset{I_2}{\overset{R_1}{\mathbf{C}^{(1)}}} \underset{I_3}{\overset{R_2}{\mathbf{C}^{(2)}}} \cdots \underset{I_{N-1}}{\overset{R_{N-2}}{\mathbf{C}^{(N-2)}}} \underset{I_N}{\overset{R_{N-1}}{\mathbf{A}^{(N-1)}}$$

Fonte: Elaboração própria, 2022.

Dois “vagões” adjacentes (tensores fatores) compartilham um modo auxiliar. A interação entre dois fatores vizinhos depende da contração sobre seu modo comum. A N-ésima ordem TT da Figura 8 é definida em notação escalar como

$$x_{i_1, i_2, \dots, i_n} = \sum_{r_1=1}^{R_1} \sum_{r_2=1}^{R_2} \cdots \sum_{r_{N-1}=1}^{R_{N-1}} a_{i_1, r_1}^{(1)} c_{r_1, i_2, r_2}^{(1)} c_{r_2, i_3, r_3}^{(2)} \cdots c_{r_{N-2}, i_{N-1}, r_{N-1}}^{(N-2)} a_{i_N, r_{N-1}}^{(N-1)}. \quad (13)$$

3.2.2 Decomposição generalizada de Tucker

Os modelos de Tucker, como definidos anteriormente, são caracterizados por fatores matriciais. Uma decomposição generalizada de Tucker corresponde para uma decomposição de Tucker onde algumas (ou todas) matrizes fatores são substituídos por tensores, ou seja, $\mathbf{A}^{(n)}$ em (6) é substituído por $\mathcal{A}^{(n)}$, resultando em produtos de modo-n tensor-tensor. Analogamente ao modelo Tucker, um caso especial do modelo Tucker generalizado foi introduzido em [76] com alguns fatores iguais a matrizes identidade. Para um determinado tensor \mathcal{X} de ordem N, onde $\mathcal{X} \in \mathbb{C}^{I_1 \times \dots \times I_N}$ o modelo generalizado de Tucker- (N_1, N) , com $1 \leq N_1 \leq N$, é escrito como

$$\mathcal{X} = \mathcal{C} \times_1 \mathcal{A}^{(1)} \times_2 \mathcal{A}^{(2)} \cdots \times_{N_1} \mathcal{A}^{(N_1)} \quad (14)$$

com tensor de núcleo $\mathcal{C} \in \mathbb{C}^{R_1 \times \dots \times R_{N_1} \times I_{N_1} \times \dots \times I_N}$ e tensor fatores $\mathcal{A}^{(n)} \in \mathbb{C}^{I_n \times R_n \times I_{\mathbb{S}_n}}$, onde \mathbb{S}_n é um subconjunto ordenado de conjuntos $\mathbb{S} = \{N_1 + 1, \dots, N\}$. Os tensores fatores $\mathcal{A}^{(n)}$ são tensores de ordem N_n , com $3 \leq N_n \leq N - N_1 + 2$.

A decomposição generalizada de Tucker, como a decomposição “normal” de Tucker, também não é essencialmente única quando o tensor do núcleo é desconhecido, isso porque seus fatores são únicos até transformações não singulares. No entanto, sob a condição de conhecimento do tensor do núcleo (a priori), a unicidade pode ser satisfeita. Para mais detalhes sobre a unicidade das decomposições de Tucker generalizadas, veja [77], [78].

A representação matricial de um modelo Tucker generalizado depende do número de fatores matriciais ou fatores tensoriais, bem como no conjunto \mathbb{S}_n . Portanto, não é possível definir uma formulação geral para seus desdobramentos matriciais, conforme definido em (12) para um modelo Tucker. No entanto, essas matrizes de desdobramento podem ser derivadas para alguns casos particulares de modelos Tucker generalizados. Abaixo, descrevemos um modelo generalizado de Tucker-(2; 4), que será útil no desenvolvimento dessa Tese. Tomemos como exemplo um tensor \mathcal{X} de quarta ordem dado por

$$\mathcal{X} = \mathcal{C} \times_1 \mathcal{A} \times_4 \mathcal{B}, \quad (15)$$

ou na forma escalar

$$x_{i_1, i_2, i_3, i_4} = \sum_{r_1=1}^{R_1} \sum_{r_4=1}^{R_4} c_{r_1 i_2 i_3 r_4} a_{i_1 r_1 i_2} b_{i_4 r_4 i_3}. \quad (16)$$

Vamos definir dois desdobramentos úteis deste modelo tensorial. A primeira fornece uma matriz de dimensão $I_2 I_3 I_4 \times I_1$ obtida combinando o segundo, terceiro e quarto modos de \mathcal{X} com as linhas do desdobramento modo-1 dado por

$$\mathbf{X}_{I_2 I_3 I_4 \times I_1} = [\mathbf{I}_{I_2} \otimes \mathit{bdiag}(\mathbf{B}_{..i_3})] \mathbf{C}_{I_2 I_3 R_4 \times I_2 R_1} \mathbf{A}_{I_2 R_1 \times I_1}, \quad (17)$$

Na qual $\mathbf{A}_{I_2 R_1 \times I_1}$ é um desdobrando alto modo-1 de \mathcal{A} , $\mathit{bdiag}(\mathbf{B}_{..i_3})$ resulta em uma matriz de dimensões $I_3 I_4 \times I_3 R_4$ e $\mathbf{C}_{I_2 I_3 R_4 \times I_2 R_1}$ é obtida pela transposição da matriz $\mathit{bdiag}(\mathbf{C}_{.i_2 1} \dots \mathbf{C}_{.i_2 I_3}) \in \mathbb{C}^{I_2 R_1 \times I_2 I_3 R_4}$, com $\mathbf{C}_{.i_2 I_3} \in \mathbb{C}^{R_1 \times R_4}$. O segundo desdobramento útil corresponde a uma vetorização de \mathcal{X} com dimensão $I_2 I_1 I_3 I_4$ que é obtida empilhando suas filas da seguinte forma

$$\mathbf{x}_{I_2 I_1 I_3 I_4} = [\mathit{bdiag}(\mathbf{A}_{..i_2}) \otimes \mathit{bdiag}(\mathbf{B}_{..i_3})] \mathbf{c}_{I_2 R_1 I_3 R_4}, \quad (18)$$

na qual $\mathit{bdiag}(\mathbf{A}_{..i_2})$ resulta numa matriz de dimensões $I_2 I_1 \times I_2 R_1$ e $\mathbf{c}_{I_2 R_1 I_3 R_4}$ denota $\mathit{vec}(\mathcal{C}) \in \mathbb{C}^{I_2 R_1 I_3 R_4}$. Para detalhes sobre demonstração desses desdobramentos, ver referências [77], [78].

4 METODOLOGIA

Neste Capítulo, apresentamos os principais conceitos relacionados aos acopladores, a rede de acopladores denominada de acoplador estrela, além de propor um modelo tensorial para representar os sinais nas portas de entrada e saída. Apresentamos os detalhes dos parâmetros do sistema e a modelagem adotada para a transmissão do sinal passo a passo.

A ideia principal é representar os sinais de um sistema óptico formado por uma rede de acopladores, em regime linear, como uma matriz *multiway* considerando a natureza multidimensional dos sinais, ou seja, usando vários modos, cada um sendo associado a uma dimensão da matriz.

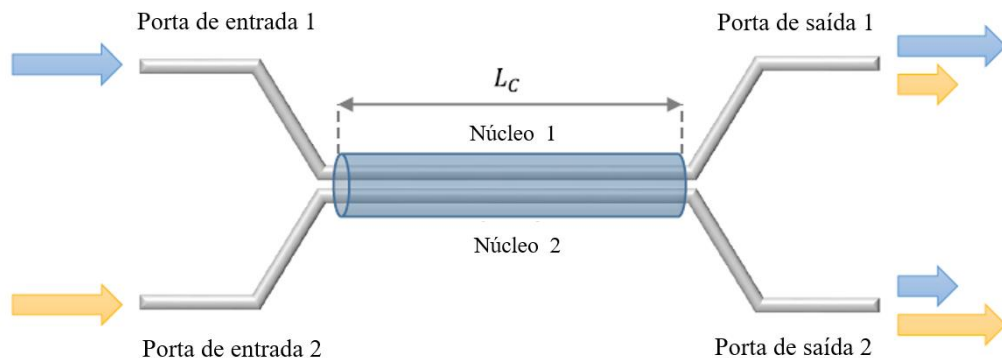
As seguintes considerações principais são feitas ao longo deste Capítulo: (i) para todos os casos, são utilizados acopladores lineares de núcleo duplo; (ii) as distâncias de propagação são consideradas muito curtas; (iii) efeitos de propagação, tanto lineares como atenuação, dispersão e não lineares como SPM e XPM são desprezíveis. Essas suposições são feitas por uma questão de simplicidade e são razoáveis, uma vez que a maioria dos acopladores têm apenas alguns centímetros de comprimento. Além disso, nossa abordagem está de acordo com o desempenho dos acopladores estrela em um regime de potência óptica reduzida.

4.1 ACOPLADORES ÓPTICOS LINEARES DUPLOS

Os acopladores ópticos, também chamados de acopladores direcionais, são dispositivos que possuem uma ampla gama de aplicações em sistemas ópticos, devido à sua capacidade de fornecer comutação, roteamento e modulação de sinais ópticos, dividindo coerentemente o pulso incidente em uma das portas de entrada e direcionando os sinais divididos para as portas de saída [34], [17].

A Figura 9 mostra um esquema de um acoplador de fibra de dois núcleos. Tal dispositivo consiste em tornar os núcleos de duas fibras próximas o suficiente para permitir uma sobreposição parcial dos modos fundamentais de propagação na região entre os dois núcleos. Assim, o acoplamento entre a propagação campos podem levar à transferência de energia óptica de um núcleo para o outro. Neste caso, o espaçamento entre os núcleos deve ser comparável aos seus diâmetros [34].

Figura 9 – Esquema de um acoplador óptico de dois núcleos, representado a divisão da energia.



Fonte: Elaboração própria, 2022.

Um acoplador óptico pode ser visto como um dispositivo que reproduz o papel de um divisor de feixe, onde a razão de divisão depende do comprimento do acoplador L_c (região de acoplamento entre dois núcleos). Quando a potência óptica é dividida igualmente entre duas portas de saída, esses dispositivos são chamados de acopladores 50:50 ou 3dB.

A propagação de pulsos em fibras ópticas são afetados por vários efeitos lineares e não lineares, que dependem de características do sistema como potência de pico do sinal, distâncias de propagação ou até mesmo o material com o qual a fibra é feita ou dopada. Em geral, os efeitos lineares são desprezíveis para propagação em curta distâncias, enquanto os efeitos não lineares tornam-se bastante significativos quando níveis de potência mais altos são aplicados [34], [17]. Embora a não linearidade tenha sido amplamente explorada no projeto de sistemas de ondas de luz, neste primeiro estudo sobre sistemas de comunicação óptica baseada em tensores, consideramos apenas configurações em que esses efeitos são desprezíveis, por uma questão de simplicidade.

Assim, para um caso em que os sinais são constituídos por ondas contínuas de baixa potência (CW) e lançados nas portas de entrada de um acoplador 2x2 com amplitudes $x_1(t)$ e $x_2(t)$ (o subscrito identifica um núcleo específico e t denota o tempo), não é preciso utilizar as equações (3) e (4) para obter os sinais nas saídas do acoplador. Pode-se mostrar que os sinais nas portas de saída do acoplador são obtidos através de (19) [34], [81], [82]

$$\begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{\rho} & j\sqrt{1-\rho} \\ j\sqrt{1-\rho} & \sqrt{\rho} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}, \quad (19)$$

na qual $\rho \in [0,1]$ denota a constante de acoplamento do acoplador (razão de divisão). Por exemplo, os acopladores 50:50 têm uma constante de acoplamento $\rho = 0,5$. Pode-se notar que a matriz de transferência 2×2 no lado direito de (19) satisfaz a conservação de energia e seu determinante é igual a 1. Além disso, um acoplador direcional introduz uma mudança de fase de $\frac{\pi}{2}$ entre os sinais que chegam às duas portas de saída, conforme evidenciado pelo fator complexo j ($j = \sqrt{-1}$) nos elementos fora da diagonal principal.

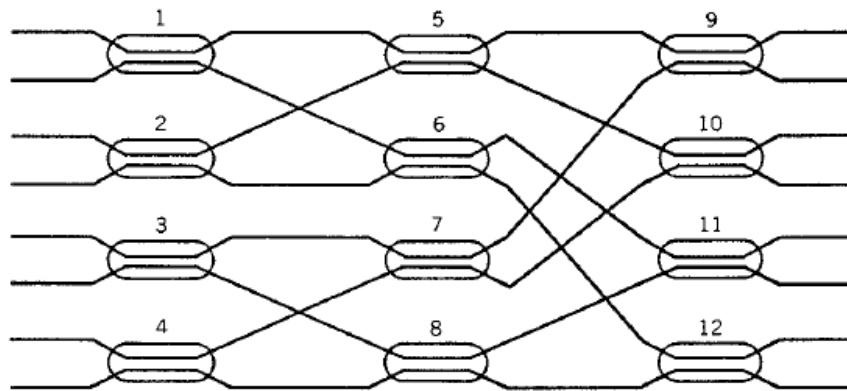
Estudos e aplicações para sistemas ópticos compostos por um ou mais acopladores direcionais podem ser encontrados na literatura. Sistemas interferométricos, como interferômetros Mach-Zehnder e Sagnac [11], [13], [17], [83], [81], [82], são comuns exemplos de dispositivos com acopladores em cascata usados para implementar funções booleanas e/ou portas lógicas. Em especial, as obras em [84]-[86] fornecem algumas aplicações em regime linear. Além dos dispositivos interferométricos, o uso de redes de acopladores adequadamente dispostos é frequentemente empregada para implementar novos componentes ópticos em sistemas de comunicação, como WDM links [34]. Dentre eles, podemos citar os acopladores estrela [14], [87], que têm a função de combinar os sinais vindos do transmissor e encaminhando os sinais mistos para vários receptores.

Originalmente, o papel de um acoplador em estrela é dividir os sinais de entrada igualmente entre suas portas de saída. No entanto, também é possível projetar uma combinação adequada de acopladores com diferentes relações de divisão para obter intensidades de sinal específicas em cada porta de saída. Este pode eventualmente ser usado para implementar funções booleanas. O caso mais simples é um acoplador de 2×2 estrelas (duas entradas-duas-saídas portas) e tem a mesma funcionalidade que um direcional 50:50 acoplador. Acopladores em estrela de ordem superior podem ser obtidos por combinando vários acopladores como mostrado na Figura 10. A complexidade de tais dispositivos aumenta substancialmente com o número de portas. Em [14], [15], há são alguns exemplos de acopladores estrela aplicados a sistemas baseados em sistemas OCS.

Em alguns casos mencionados, a presença de múltiplos acopladores pode levar a sinais de natureza multivariada. Portanto, múltiplas influências dos parâmetros de rede devem ser levadas em consideração. Na próxima seção, apresentamos uma modelagem de uma rede de acopladores baseada em tensores, explorando os aspectos multidimensionais dos sinais envolvidos. Como exemplo de redes de acopladores, um acoplador estrela 4×4 produzindo

sinais multidimensionais é tomado como um simples cenário para motivar e descrever a modelagem proposta.

Figura 10 – Exemplo de um acoplador estrela 8×8 formado por doze acopladores de fibra lineares 2×2.

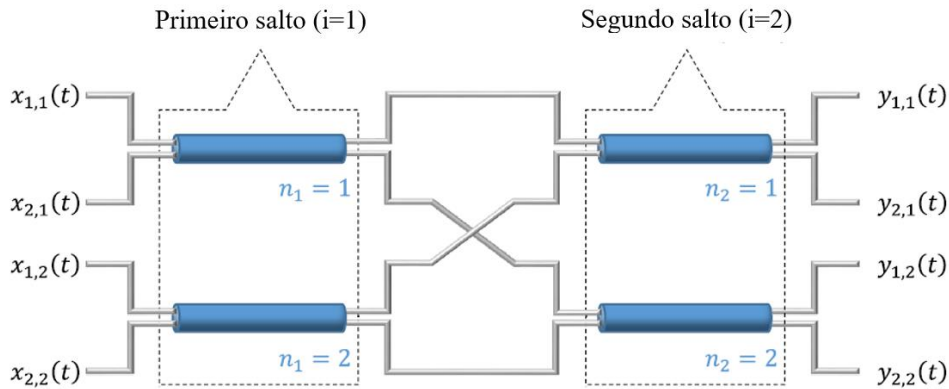


Fonte: [34]

4.2 DEFINIÇÕES DE PARÂMETROS DE UMA REDE DE ACOPLADORES ESTRELA

A Figura 11 ilustra a arquitetura de uma rede óptica composta por quatro acopladores dispostos em um arranjo dois por dois, que corresponde a um acoplador estrela 4x4 (quatro entradas e quatro saídas). Os sinais transmitidos através das portas de entrada são combinados pelos acopladores da primeira camada da rede e, em seguida, são direcionados para os acopladores da segunda camada. Assim, o esquema de transmissão é composto por dois “saltos”, correspondendo às duas camadas da rede. Além disso, devido à conexão cruzada entre os acopladores dos dois saltos, qualquer sinal de entrada é dividido entre todas as portas de saída com intensidades que dependem na combinação das constantes de acoplamento.

Figura 11 – Rede de acopladores ópticos: arquitetura de acoplador estrela 4x4, composta por quatro acopladores dispostos em uma matriz 2x2 com parâmetros de configuração: $I = N_i = J_i = P_i = 2$ e $i = (1,2)$.



Fonte: Elaboração própria, 2022.

O esquema apresentado corresponde ao cenário utilizado definir os parâmetros e descrever os sinais. Para casos mais complexos (acopladores em estrela $N \times N$ com múltiplas camadas de $\frac{N}{2}$ acopladores em cada camada), os parâmetros devem ser adequadamente escolhidos. Os parâmetros que caracterizam a rede apresentados na Fig. 6(a) são descritos abaixo.

O número de saltos é denotado por I e o número de acopladores em cada salto é N_i , com $i \in \{1, \dots, I\}$. Embora consideremos o mesmo número de acopladores em cada salto ($N_1 = \dots = N_I = \frac{N}{2}$) onde N é o número total de entradas de rede e saídas. O subscrito i é usado para identificar os acopladores de um salto específico. Cada acoplador de duplo $n_i \in \{1, \dots, N_i\}$ tem duas portas de entrada e duas de saída. Todos os acopladores possuem mesmo número de portas, e utilizamos os índices $p_i \in \{1,2\}$ e $j_i \in \{1,2\}$ para identificar as portas de entrada e saída, respectivamente. Para seguir uma notação consistente, foram definidos $P_i = J_i = 2$ como o número total de portas de entrada e saída de cada acoplador.

No primeiro salto ($i = 1$), a p_1 -ésima porta de entrada do n_1 -ésimo acoplador é ativado pelos sinais de entrada $x_{p_1, n_1}^{(1)}(t)$, com $t = 1, \dots, T$, onde t é a dimensão do tempo, denotando o tamanho de o fluxo de bits. Os sinais de entrada formam o tensor de terceira ordem $\mathcal{X}^{(1)} \in \mathbb{C}^{P_1 \times N_1 \times T}$.

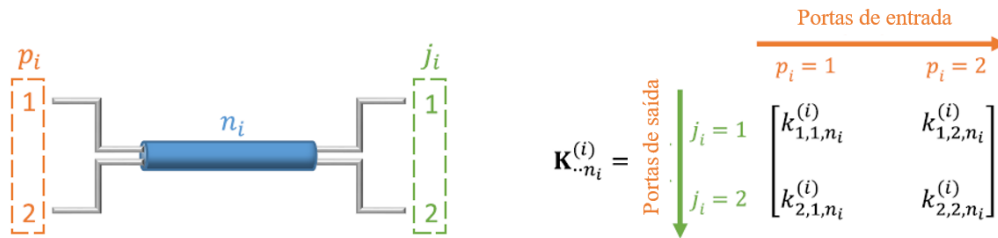
Cada acoplador divide a potência incidente de acordo com (19). Considerando que o n_i -ésimo acoplador tem uma constante de acoplamento $\rho_{n_i, i}$, definimos o tensor de transferência

$\mathcal{K}^{(i)} \in \mathbb{C}^{j_i \times p_i \times N_i}$, correspondente ao i -ésimo salto, cujas fatias de matriz de modo 3 são dados por

$$K_{..n_i}^{(i)} = \begin{bmatrix} \sqrt{\rho_{n_i,i}} & j\sqrt{1-\rho_{n_i,i}} \\ j\sqrt{1-\rho_{n_i,i}} & \sqrt{\rho_{n_i,i}} \end{bmatrix}. \quad (20)$$

A Figura 12 ilustra a notação usada para representar as portas de entrada e saída e a matriz de transferência para cada acoplador.

Figura 12 – Dimensões da matriz de transferência para um acoplador de núcleo duplo (dual core).



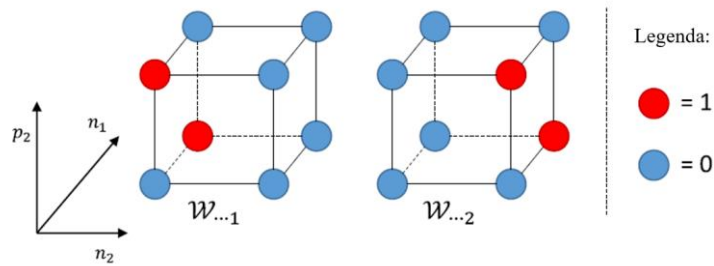
Fonte: Elaboração própria, 2022.

A interconexão entre as duas camadas da rede é representada por meio de um tensor binário de quarta ordem $\mathcal{W} \in \mathbb{C}^{P_2 \times N_2 \times N_1 \times J_1}$, que atribui uma “conexão” entre cada saída (n_1, j_1) do primeiro salto com cada entrada (p_2, n_2) do segundo salto. Este tensor é composto de 0's e 1's de tal forma que os elementos são iguais a 1 determina os pares $(p_2, n_2) - (n_1, j_1)$ que estão conectados. Isso significa que, para um determinado par de acopladores (n_2, n_1) , o elemento w_{p_2, n_2, n_1, j_1} é igual a 1 se as portas j_1 de n_1 e p_2 de n_2 forem conectadas. Caso contrário, w_{p_2, n_2, n_1, j_1} é igual a 0. Além disso, o valor 1 para a conexão pode ser substituído por um fator de atenuação para representar as perdas de propagação na fibra quando grandes distâncias forem consideradas. No entanto, como mencionado anteriormente, assumimos que os efeitos de propagação serão desconsiderados neste trabalho.

Pode-se notar que, para cada valor de (n_1, j_1) , a fatia binária $\mathbf{W}_{..n_1 j_1} \in \mathbb{C}^{P_2 \times N_2}$ é composta de zeros, exceto por um único elemento. Como cada porta possui apenas uma conexão, as posições dos elementos iguais a 1 em cada fatia devem ser diferentes. Para o acoplador estrela 4x4 representado na Figura 11, a topologia das conexões produz um tensor \mathcal{W} binário com os elementos nas posições $(p_2, n_2, n_1, p_1) = (1,1,1,1), (1,2,1,2), (2,1,2,1)$ e $(2,2,2,2)$ iguais a 1.

A Figura 13 ilustra essa estrutura tensorial de forma didática. Para redes com vários saltos, novos tensores devem ser definidos para representar a ligação entre duas camadas consecutivas. Assim, análogo ao tensor \mathcal{W} previamente definido, podemos definir, de uma forma geral, um tensor de conexão $\mathcal{W}^{(i)} \in \mathbb{C}^{P_{i+1}, N_{i+1}, N_i J_i}$ associado às interconexões entre os saltos i e $i + 1$.

Figura 13 – Representação didática do tensor de conexão \mathcal{W} para o caso $P_2 = N_2 = N_1 = J_1 = 2$.



Fonte: Elaboração própria, 2022.

Finalmente, os sinais que saem de um determinado salto têm a mesma estrutura dos sinais de entrada $\mathcal{X}^{(1)}$. Assim, os sinais de a j_i -ésima porta do n_i -ésimo acoplador é dada por $y_{j_i, n_i}^{(i)}(t)$ que compor o tensor de terceira ordem $\mathcal{Y}^{(i)} \in \mathbb{C}^{J_i \times N_i \times T}$. Todos os parâmetros associados aos tensores definidos neste Capítulo e suas dimensões estão resumidas nas Tabelas 2 e 3.

Tabela 2 – Parâmetros usados no modelo.

Símbolos	Descrição	Valores
I	Número de saltos	-
N	Número de portas de entrada/saída da rede	-
N_i	Número de acopladores do i -ésimo salto	$N/2$
P_i	Número de acopladores de entrada	2
J_i	Número de acopladores de saída	2
T	Tamanho do fluxo de bits (<i>time-slots</i>)	-

Fonte: Elaboração própria, 2022.

Tabela 3 – Dimensão dos tensores usados no modelo.

Descrição	Símbolos	Dimensão
Sinal de entrada (Tensor)	$\mathcal{X}^{(1)}$	$P_1 \times N_1 \times T$
Tensor de transferência do i -ésimo salto	$\mathcal{K}^{(i)}$	$J_i \times P_i \times N_i$
Tensor de conexão	$\mathcal{W}^{(i)}$	$P_{i+1} \times N_{i+1} \times N_i \times J_i$
Sinal de saída após o i -ésimo salto (Tensor)	$\mathcal{Y}^{(i)}$	$J_i \times N_i \times T$

Fonte: Elaboração própria, 2022.

4.3 MODELAGEM TENSORIAL DA REDE DE ACOPLADORES

Neste tópico, descrevemos a transmissão de energia em toda a rede de acopladores em consideração, detalhando cada etapa para obter um modelo tensorial da saída de sinais. Embora os tensores do tópico anterior foram definidos com base no acoplador estrela 4x4 como mostrado na Figura 11, o modelo de sinal aqui proposto é válido para qualquer $N \times N$ rede de acopladores de dois saltos. Além disso, mais adiante, será fornecido uma extensão do modelo tensorial proposto para um valor arbitrário de I , que poderia ser aplicado a redes compostas por múltiplas camadas de acopladores. Inicialmente usamos uma notação escalar para definir os sinais e, no tópico seguinte, introduzimos a notação tensorial.

A transmissão global pode ser vista como a sequência de $(2I - 1)$ -passos do processo. No primeiro passo, correspondente ao primeiro salto ($i = 1$), T símbolos são transmitidos usando as P_1 portas ($p_1 = 1, \dots, P_1$) dos N_1 acopladores ($n_1 = 1, \dots, N_1$), compondo o tensor de sinais de entrada $\mathcal{X}^{(1)}$. Para um determinado acoplador n_1 , as entradas de $\mathcal{X}^{(1)}$ são definidas pelo vetor dependente do tempo $\mathbf{x}_{.n_1}^{(1)}(t) = [x_{1,n_1}^{(1)}(t) \cdots x_{P_1,n_1}^{(1)}(t)]^T$. Esses sinais são combinados pelos acopladores no primeiro salto e então, após a aplicação do tensor de transferência $\mathcal{K}^{(1)}$, escrevemos os sinais na saída do primeiro salto como

$$\mathbf{y}_{.n_1}^{(1)}(t) = \mathbf{K}_{.n_1}^{(1)} \mathbf{x}_{.n_1}^{(1)}(t) \in \mathbb{C}^{J_1}, \quad (21)$$

que pode ser reescrito em notação escalar como uma soma sobre p_1

$$y_{j_1, n_1}^{(1)}(t) = \sum_{p_1=1}^{P_1} k_{j_1, p_1, n_1}^{(1)} x_{p_1, n_1}^{(1)}(t). \quad (22)$$

Na segunda etapa da transmissão, os sinais que chegam da primeira camada são direcionados para as portas de entrada da segunda camada de acordo com a conexão tensor $\mathcal{W}^{(1)}$. Enquanto o papel desta etapa é conectar as saídas j_1 com as entradas p_2 , obtemos uma simples mudança de índices aplicando o tensor de conexão $\mathcal{W}^{(1)}$. Assim, os sinais que chegam ao n_2 -ésimo acoplador são dados por

$$x_{p_2, n_2}^{(2)}(t) = \sum_{n_1=1}^{N_1} \sum_{j_1=1}^{J_1} w_{p_2, n_2, n_1, j_1}^{(1)} y_{j_1, n_1}^{(1)}(t), \quad (23)$$

ou, explicitando $y_{j_1, n_1}^{(1)}(t)$

$$x_{p_2, n_2}^{(2)}(t) = \sum_{n_1=1}^{N_1} \sum_{j_1=1}^{J_1} \sum_{p_1=1}^{P_1} w_{p_2, n_2, n_1, j_1}^{(1)} k_{j_1, p_1, n_1}^{(1)} x_{p_1, n_1}^{(1)}(t). \quad (24)$$

Analogamente ao primeiro passo, consideramos o tensor de transferência $\mathcal{K}^{(2)}$, o que leva a uma soma sobre p_2 . Então, o tensor $\mathcal{Y}^{(2)}$ resulta dos sinais de saída no segundo salto, é definido como segue

$$y_{j_2, n_2}^{(2)}(t) = \sum_{p_2=1}^{P_2} k_{j_2, p_2, n_2}^{(2)} x_{p_2, n_2}^{(2)}(t), \quad (25)$$

ou então

$$y_{j_2, n_2}^{(2)}(t) = \sum_{p_2=1}^{P_2} \sum_{n_1=1}^{N_1} \sum_{j_1=1}^{J_1} \sum_{p_1=1}^{P_1} k_{j_2, p_2, n_2}^{(2)} w_{p_2, n_2, n_1, j_1}^{(1)} k_{j_1, p_1, n_1}^{(1)} x_{p_1, n_1}^{(1)}(t). \quad (26)$$

A equação acima mostra que o tensor que representa os sinais de saída $\mathcal{Y}^{(2)}$ resulta das sucessivas transformações do tensor de entrada $\mathcal{X}^{(1)}$ executados pelo trem de tensores $\{\mathcal{K}^{(1)}, \mathcal{W}^{(1)}, \mathcal{K}^{(2)}\}$, que representam a transmissão em três etapas em uma rede de dois saltos ($I = 2$).

Com base em (26), vamos definir um tensor de quarta ordem $\mathcal{G}^{(2)} \in \mathbb{C}^{J_2 \times N_2 \times N_1 \times P_1}$ dado por

$$g_{j_2, n_2, n_1, p_1}^{(2)}(t) = \sum_{p_2=1}^{P_2} \sum_{j_1=1}^{J_1} k_{j_2, p_2, n_2}^{(2)} w_{p_2, n_2, n_1, j_1}^{(1)} k_{j_1, p_1, n_1}^{(1)}(t), \quad (27)$$

que representa toda a transformação realizada pelo sistema sobre $\mathcal{X}^{(1)}$. Assim, os sinais em (26) podem ser reescritos da seguinte forma compacta

$$y_{j_2, n_2}^{(2)}(t) = \sum_{n_1=1}^{N_1} \sum_{p_1=1}^{P_1} g_{j_2, n_2, n_1, p_1}^{(2)} x_{p_1, n_1}^{(1)}(t). \quad (28)$$

As equações (27) e (28) definem em notação escalar o modelo proposto para os sinais de uma rede de dois saltos composta por $N \times N$ acopladores.

A fim de estender esta modelagem para o caso de múltiplos saltos ($I > 2$), podemos explorar uma estrutura padrão para todos os passos das transmissões. Por exemplo, para descrever um terceiro salto (e assim por diante), um novo tensor $\mathcal{W}^{(2)} \in \mathbb{C}^{P_3 \times N_3 \times N_2 \times J_2}$, associado à topologia de conexão entre os acopladores da segunda e terceiras camadas e um novo tensor de transferência $\mathcal{K}^{(3)} \in \mathbb{C}^{J_3 \times P_3 \times N_3}$ são usados. Um raciocínio direto de (25) leva aos seguintes sinais de saída tensor $\mathcal{Y}^{(3)}$ na terceira camada de acopladores

$$y_{j_3, n_3}^{(3)}(t) = \sum_{p_3=1}^{P_3} \sum_{n_2=1}^{N_2} \sum_{j_2=1}^{J_2} \sum_{p_2=1}^{P_2} \sum_{n_1=1}^{N_1} \sum_{j_1=1}^{J_1} \sum_{p_1=1}^{P_1} k_{j_3, p_3, n_3}^{(3)} \cdot w_{p_3, n_3, n_2, j_2}^{(2)} k_{j_2, p_2, n_2}^{(2)} w_{p_2, n_2, n_1, j_1}^{(1)} \cdot k_{j_1, p_1, n_1}^{(1)} x_{p_1, n_1}^{(1)}(t). \quad (29)$$

Uma extensão para o caso geral com I saltos é imediata pois qualquer salto a ser adicionado após o primeiro segue a mesma estrutura. Desta forma, para $i = 1, \dots, I - 1$, vamos definir um tensor $\mathcal{H}^{(1)} \in \mathbb{C}^{J_{i+1} \times N_{i+1} \times N_i \times J_i}$, onde seus elementos podem ser escritos na forma

$$h_{j_{i+1}, n_{i+1}, n_i, j_i}^{(2)} = \sum_{p_{i+1}=1}^{P_{i+1}} k_{j_{i+1}, p_{i+1}, n_{i+1}}^{(i+1)} w_{p_{i+1}, n_{i+1}, n_i, j_i}^{(i)}. \quad (30)$$

Então, toda a transformação realizada pelo sistema sobre o sinal de entrada representado por $\mathcal{X}^{(1)}$ pode ser representado por um tensor definido como $\mathcal{G}^{(I)} \in \mathbb{C}^{J_1 \times N_1 \times N_1 \times P_1}$, definido por

$$\begin{aligned} g_{j_I, n_I, n_1, p_1}^{(I)} &= \sum_{n_{I-1}=1}^{N_{I-1}} \sum_{j_{I-1}=1}^{J_{I-1}} \cdots \\ &\cdot \sum_{n_2=1}^{N_2} \sum_{j_2=1}^{J_2} \sum_{j_1=1}^{J_1} h_{j_I, n_I, n_{I-1}, j_{I-1}}^{(I-1)} \cdots \\ &\cdot h_{j_3, n_3, n_2, j_2}^{(2)} h_{j_2, n_2, n_1, j_1}^{(1)} k_{j_1, p_1, n_1}^{(1)}. \end{aligned} \quad (31)$$

Assim, os sinais na saída do I -ésimo passo são dados por

$$y_{j_I, n_I}^{(I)}(t) = \sum_{n_1=1}^{N_1} \sum_{p_1=1}^{P_1} g_{j_I, n_I, n_1, p_1}^{(I)} x_{p_1, n_1}^{(1)}(t). \quad (32)$$

No caso de $I = 3$, usando as definições (30)-(32) o sinal de saída (29) pode ser rescrito segundo a forma compacta

$$y_{j_3, n_3}^{(3)}(t) = \sum_{n_1=1}^{N_1} \sum_{p_1=1}^{P_1} g_{j_3, n_3, n_1, p_1}^{(3)} x_{p_1, n_1}^{(1)}(t). \quad (33)$$

A seguir, apresentamos este modelo em uma notação tensorial, que será usado posteriormente para desenvolver o algoritmo de estimativa dos parâmetros.

4.4 APLICAÇÃO DA NOTAÇÃO TENSORIAL

Os tensores modelados no tópico anterior são definidos por operações já discutidas no Capítulo 3. Em (28), também como em (32) e (33), a operação entre $\mathcal{G}^{(I)}$ e $\mathcal{X}^{(1)}$ consiste em uma contração dupla sobre os modos comuns n_1 e p_1 . A notação tensorial também pode ser usada para definir os sinais de saída tensor $\mathcal{Y}^{(I)}$ de uma rede de múltiplos saltos como se segue

$$\mathcal{Y}^{(I)} = \mathcal{G}^{(I)} \underset{4,3}{*} \underset{1,2}{\mathcal{X}^{(1)}} \in \mathbb{C}^{J_1 \times N_1 \times T}, \quad (34)$$

onde $*_{4,3}^{1,2}$ denota a contração dupla realizada ao longo do quarto modo de $\mathcal{G}^{(l)}$ e primeiro modo de $\mathcal{X}^{(1)}$, além de o terceiro modo de $\mathcal{G}^{(l)}$ e segundo modo de $\mathcal{X}^{(1)}$.

Assim, o tensor $\mathcal{G}^{(l)}$ reúne todos os passos do esquema da transmissão. A interação entre $\mathcal{W}^{(i)}$ e $\mathcal{K}^{(i+1)}$ pode ser interpretado como um produto modo-1 usando (30). Então, $\mathcal{H}^{(i)}$ satisfaz uma decomposição generalizada de Tucker-(1,4) dada por

$$\mathcal{H}^{(i)} = \mathcal{W}^{(i)} \times_1 \mathcal{K}^{(i+1)} \in \mathbb{C}^{J_{i+1} \times N_{i+1} \times N_i \times J_i}. \quad (35)$$

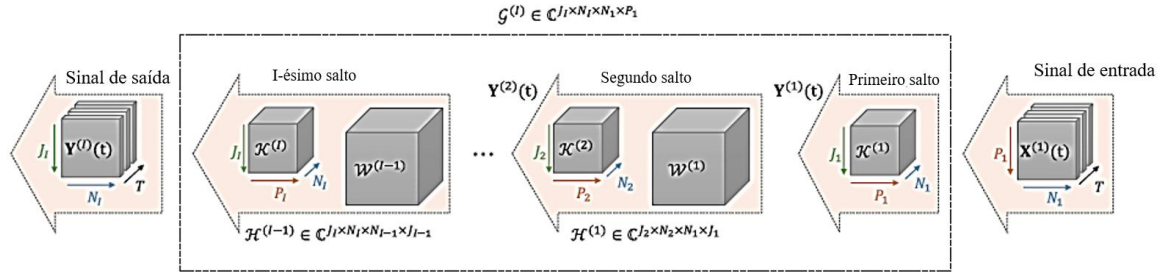
Da mesma forma, (31) mostra que os saltos sucessivos são denotados por interações entre $\mathcal{H}^{(i+1)}$ e $\mathcal{H}^{(i)}$ que são descritas por contrações duplas sobre seus modos comuns. Assim, $\mathcal{G}^{(l)}$ pode ser definido em uma notação tensorial como

$$\mathcal{G}^{(l)} = \mathcal{H}^{(l-1)} *_{4,3}^{1,2} \mathcal{H}^{(l-2)} *_{4,3}^{1,2} \dots *_{4,3}^{1,2} \mathcal{H}^{(2)} *_{4,3}^{1,2} \mathcal{H}^{(1)} \times_4 \mathcal{K}^{(1)'}. \quad (36)$$

O tensor $\mathcal{K}^{(1)'} \in \mathbb{C}^{P_1 \times J_1 \times N_1}$ é definido a partir de $\mathcal{K}^{(1)} \in \mathbb{C}^{P_1 \times J_1 \times N_1}$ transpondo suas fatias de modo-3, ou seja, $\mathbf{K}_{..n_1}^{(1)'} = \mathbf{K}_{..n_1}^{(1)T}$, com $n_1 = 1, \dots, N_1$. A definição acima é feita para satisfazer a convenção de um produto modo-n, no qual o segundo modo de um fator é igual ao n-ésimo modo do núcleo.

O tensor genérico $\mathcal{G}^{(l)}$, definido em (36), pode ser visto como uma generalização de uma decomposição TT, como definido no tópico (3.2), cujos blocos ou “vagões” $\mathcal{H}^{(i)}$ satisfazem a decomposição generalizada de Tucker, além de compartilhar dois modos entre dois vagões consecutivos. A Figura 14 mostra um diagrama de blocos do modelo tensorial dos sinais de saída $\mathcal{Y}^{(l)}$ para uma rede de acopladores com múltiplo saltos, que pode ser vista como uma estrutura TT semelhante à mostrada na Figura 8. Uma vez que não há representação gráfica para matrizes de ordem superior a três, o tensor de quarta ordem $\mathcal{W}^{(i)}$ é representado de maneira simbólica como um bloco maior. A estrutura de $\mathcal{W}^{(i)}$ já foi apresentada na Figura 13.

Figura 14 – Diagrama de blocos da estrutura do trem de tensores do modelo de transmissão do sinal. Cada vagão $\mathcal{H}^{(i)}$, é composto pelos tensores $\mathcal{W}^{(i)}$ e $\mathcal{K}^{(i+1)}$, está associado a um salto no esquema de transmissão.



Fonte: Elaboração própria, 2022.

O presente estudo também tem como objetivo propor um método para estimar os parâmetros dos tensores $\mathcal{K}^{(i)}$ e $\mathcal{W}^{(i)}$ que compõem o modelo, que estão fortemente ligados ao desenho da rede. A estimativa desses parâmetros pode ser uma ferramenta muito útil para algumas aplicações. Dependendo do tipo de dispositivo (switch, roteador, acoplador estrela, porta lógica etc.) a ser implementado, os parâmetros desconhecidos devem ser projetados corretamente usando a entrada e sinais de saída. Na próxima seção, o modelo tensorial proposto é explorado para desenvolver um algoritmo para estimar o projeto parâmetros.

4.5 ALGORITMO DE ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS

Na seção anterior, uma decomposição TT foi usada para modelar os sinais de saída de uma rede de acopladores $N \times N$ composta por múltiplas camadas de acopladores ópticos. Ao explorar o modelo proposto, um algoritmo iterativo pode ser desenvolvido para estimar os fatores tensoriais que contêm os parâmetros de projeto da rede usando os tensores $\mathcal{X}^{(1)}$ e $\mathcal{Y}^{(l)}$ respectivamente que representam os sinais de entrada e de saída.

Embora tenhamos desenvolvido um modelo tensorial para uma rede genérica de acopladores com I -saltos; nesta seção, vamos considerar uma rede de acopladores com dois saltos, conforme ilustrado na Figura 11. Assim, para $I = 2$, as equações (35) e (36) tornam-se

$$\mathcal{G}^{(2)} = \mathcal{H}^{(1)} \times_4 \mathcal{K}^{(1)'} = \mathcal{W}^{(1)} \times_1 \mathcal{K}^{(2)} \times_4 \mathcal{K}^{(1)'} \in \mathbb{C}^{J_2 \times N_2 \times N_1 \times P_1}, \quad (37)$$

na qual o tensor de conexão $\mathcal{W}^{(1)} \in \mathbb{C}^{P_2 \times N_2 \times N_1 \times J_1}$ e o tensor de transferência $\mathcal{K}^{(2)} \in \mathbb{C}^{J_2 \times P_2 \times N_2}$ poderão ser estimados. O tensor (37) satisfaz uma estrutura generalizada decomposição de Tucker-(2;4), conforme introduzido em (15), com as seguintes correspondências

$$\begin{aligned} (\mathcal{X}, \mathcal{C}, \mathcal{A}, \mathcal{B}) &\leftrightarrow (\mathcal{G}^{(2)}, \mathcal{W}^{(1)}, \mathcal{K}^{(2)}, \mathcal{K}^{(1)'}) \\ (I_1, I_2, I_3, I_4, R_1, R_4) &\leftrightarrow (J_2, N_2, N_1, P_1, P_2, J_1). \end{aligned} \tag{38}$$

A decomposição (37) pode ser vista como um caso especial de (15), devido às restrições na estrutura do tensor núcleo $\mathcal{G}^{(2)}$ e os fatores $\mathcal{K}^{(2)}$ e $\mathcal{K}^{(1)}$ conforme discutido no tópico (4.2). Essas restrições desempenham um papel importante para a estimativa de parâmetros e eles serão levados em consideração no algoritmo de estimativa. Por uma questão de simplicidade, vamos chamar $(\mathcal{G}^{(2)}, \mathcal{W}^{(1)}, \mathcal{X}^{(1)}, \mathcal{Y}^{(1)})$ simplesmente por $(\mathcal{G}, \mathcal{W}, \mathcal{X}, \mathcal{Y})$.

4.5.1 Estimação usando ALS

O algoritmo de estimação proposto tem duas etapas. A primeira etapa consiste em estimar o tensor \mathcal{G} usando um estimador de mínimos quadrados derivado da relação entrada-saída (34). A segunda etapa estima os parâmetros \mathcal{W} , $\mathcal{K}^{(2)}$ e $\mathcal{K}^{(1)}$ com base no tensor \mathcal{G} obtido na etapa anterior, usando três passos do método de mínimos quadrados alternados (tri-ALS), derivado do método generalizado Modelo Tucker (37). O método de estimativa ALS [16], [30] é feito com base em uma minimização alternada de funções de custo LS, de forma iterativa. Isso significa que, a partir do primeiro valor, as estimativas de parâmetros desconhecidos são refinadas em cada iteração, até que um critério de convergência seja alcançado. Os passos do algoritmo ALS proposto são detalhados abaixo. Uma forma contraída da dupla contração em (34) pode ser obtido combinando os dois primeiros modos de \mathcal{X} e o último dois modos de \mathcal{G} , produzindo o seguinte produto modo-3

$$\mathcal{Y} = \mathcal{G}_{J_2 \times N_2 \times P_1 N_1} \times_3 \mathbf{X}_{T \times P_1 N_1}. \tag{39}$$

Observe que esta forma reescrita de \mathcal{Y} destaca uma decomposição Tucker-(1; 3). O seguinte desdobramento de matriz pode ser deduzido de (12)

$$\mathbf{Y}_{J_2 N_2 \times T} = \mathbf{G}_{J_2 N_2 \times P_1 N_1} \mathbf{X}_{P_1 N_1 \times T}, \quad (40)$$

o que leva ao estimador LS

$$\hat{\mathbf{G}}_{J_2 N_2 \times P_1 N_1} = \mathbf{Y}_{J_2 N_2 \times T} (\mathbf{X}_{P_1 N_1 \times T})^\dagger. \quad (41)$$

Após obter a estimativa $\hat{\mathcal{G}}$ sob a forma de uma matriz $\hat{\mathbf{G}}_{J_2 N_2 \times P_1 N_1}$, outras versões do desdobramento de \mathcal{G} podem ser obtidas por meio de uma operação de remodelação (que corresponde a outras combinações de modos). Como \mathcal{G} satisfaz uma decomposição generalizada de Tucker-(2; 4) semelhante a (15), pode-se explorar os desdobramentos (17)-(18) para derivar estimadores para \mathcal{W} , $\mathcal{K}^{(2)}$ e $\mathcal{K}^{(1)}$.

Assim, a partir do desdobramento (18) e das correspondências (38), uma forma vetorizada de \mathcal{G} é dada por

$$\mathbf{g}_{N_2 J_2 N_1 P_1} = \left[\text{bdiag}(\mathbf{K}_{..n_2}^{(2)}) \otimes \text{bdiag}(\mathbf{K}_{..n_1}^{(1)T}) \right] \mathbf{w}_{N_2 P_2 N_1 J_1}. \quad (42)$$

Um desdobramento alto de modo 1 de \mathcal{G} pode ser derivado de (21) como

$$\mathbf{G}_{N_2 N_1 P_1 \times J_2} = \left[\mathbf{I}_{N_2} \otimes \text{bdiag}(\mathbf{K}_{..n_1}^{(1)T}) \right] \mathbf{W}_{N_2 N_1 J_1 \times N_2 P_2} \mathbf{K}_{N_2 P_2 \times J_2}^{(2)}. \quad (43)$$

De forma semelhante, a partir de uma simples permutação de modos, um desdobramento alto modo-4 de \mathcal{G} é dado por

$$\mathbf{G}_{N_1 N_2 J_2 \times P_1} = \left[\mathbf{I}_{N_1} \otimes \text{bdiag}(\mathbf{K}_{..n_2}^{(2)}) \right] \mathbf{W}_{N_1 N_2 P_2 \times N_1 J_1} \mathbf{K}_{N_1 J_1 \times P_1}^{(1)}. \quad (44)$$

Os desdobramentos (42)-(44) são usados para definir os seguintes valores das funções de LS devem ser minimizadas alternadamente em relação para \mathcal{W} , $\mathcal{K}^{(2)}$ e $\mathcal{K}^{(1)}$, respectivamente, enquanto os outros fatores são fixados com seus valores estimados anteriores

$$\begin{aligned} \arg \min_{\mathcal{W}} \left\| \widehat{\mathbf{G}}_{N_2 J_2 N_1 P_1} \right. \\ \left. - \left[\text{bdiag}(\widehat{\mathbf{K}}_{..n_2}^{(2)})_{(it-1)} \right. \right. \\ \left. \left. \otimes \text{bdiag}(\widehat{\mathbf{K}}_{..n_1}^{(1)T})_{(it-1)} \right] \mathbf{W}_{N_2 P_2 N_1 J_1} \right\|_F^2, \end{aligned} \quad (45)$$

$$\begin{aligned} \arg \min_{\mathcal{K}^{(2)}} \left\| \widehat{\mathbf{G}}_{N_2 N_1 P_1 \times J_2} \right. \\ \left. - \left[\mathbf{I}_{N_2} \right. \right. \\ \left. \left. \otimes \text{bdiag}(\widehat{\mathbf{K}}_{..n_1}^{(1)T})_{(it-1)} \right] \widehat{\mathbf{W}}_{N_2 N_1 J_1 \times N_2 P_2 (it)} \mathbf{K}_{N_2 P_2 \times J_2}^{(2)} \right\|_F^2, \end{aligned} \quad (46)$$

$$\begin{aligned} \arg \min_{\mathcal{K}^{(1)}} \left\| \widehat{\mathbf{G}}_{N_1 N_2 J_2 \times P_1} \right. \\ \left. - \left[\mathbf{I}_{N_1} \otimes \text{bdiag}(\widehat{\mathbf{K}}_{..n_2}^{(2)})_{(it)} \right] \widehat{\mathbf{W}}_{N_1 N_2 P_2 \times N_1 J_1 (it)} \mathbf{K}_{N_1 J_1 \times P_1}^{(1)} \right\|_F^2, \end{aligned} \quad (47)$$

nas quais it denota o número da iteração. As estimativas de \mathcal{W} , $\mathcal{K}^{(2)}$ e $\mathcal{K}^{(1)}$ são obtidas minimizando alternadamente o valor das funções (45)-(47). O algoritmo ALS de três etapas é então dado por

$$\widehat{\mathbf{W}}_{N_2 P_2 N_1 J_1 (it)} = \left(\text{bdiag}(\widehat{\mathbf{K}}_{..n_2}^{(2)})_{(it-1)} \otimes \text{bdiag}(\widehat{\mathbf{K}}_{..n_1}^{(1)T})_{(it-1)} \right)^\dagger \widehat{\mathbf{G}}_{N_2 J_2 N_1 P_1}, \quad (48)$$

$$\begin{aligned} \widehat{\mathbf{K}}_{N_2 P_2 \times J_2 (it)}^{(2)} = \left(\left[\mathbf{I}_{N_2} \right. \right. \\ \left. \left. \otimes \text{bdiag}(\widehat{\mathbf{K}}_{..n_1}^{(1)T})_{(it-1)} \right] \widehat{\mathbf{W}}_{N_2 N_1 J_1 \times N_2 P_2 (it)} \right)^\dagger \widehat{\mathbf{G}}_{N_2 N_1 P_1 \times J_2}, \end{aligned} \quad (49)$$

$$\begin{aligned} \widehat{\mathbf{K}}_{N_1 J_1 \times P_1 (it)}^{(1)} = \left(\left[\mathbf{I}_{N_1} \right. \right. \\ \left. \left. \otimes \text{bdiag}(\widehat{\mathbf{K}}_{..n_2}^{(2)})_{(it)} \right] \widehat{\mathbf{W}}_{N_1 N_2 P_2 \times N_1 J_1 (it)} \right)^\dagger \widehat{\mathbf{G}}_{N_1 N_2 J_2 \times P_1}. \end{aligned} \quad (50)$$

Desta forma, os fatores desconhecidos \mathcal{W} , $\mathcal{K}^{(2)}$ e $\mathcal{K}^{(1)}$ são estimados em suas formas desdobradas $\mathbf{W}_{N_2 P_2 N_1 J_1}$, $\mathbf{K}_{N_2 P_2 \times J_2}^{(2)}$ e $\mathbf{K}_{N_1 J_1 \times P_1}^{(1)}$ respectivamente. Ao final de cada iteração, é

testado um critério de parada, permitindo um ajuste das estimativas até atingir a convergência. O critério de parada para decidir a convergência do algoritmo de estimação iterativa é baseada na reconstrução do tensor \mathcal{G} usando as estimativas $\widehat{\mathcal{W}}$, $\widehat{\mathcal{K}}^{(2)}$ e $\widehat{\mathcal{K}}^{(1)}$, e a diferença da norma de Frobenius da estimativa de erro entre duas iterações sucessivas, ou seja,

$$\left(\|\widehat{\mathcal{G}} - \bar{\mathcal{G}}\|_F^2\right)_{it} - \left(\|\widehat{\mathcal{G}} - \bar{\mathcal{G}}\|_F^2\right)_{it-1} \leq \text{limite}, \quad (51)$$

onde $\widehat{\mathcal{G}}$ e $\bar{\mathcal{G}}$ denotam respectivamente o tensor estimado a partir de \mathcal{X} e \mathcal{Y} usando (41) e o tensor reconstruído usando (27) com as estimativas $\widehat{\mathcal{W}}$, $\widehat{\mathcal{K}}^{(2)}$ e $\widehat{\mathcal{K}}^{(1)}$. O valor limite em (51) é escolhido de acordo com o limite desejado.

O algoritmo proposto, derivado de uma decomposição de Tucker, permite estimar parâmetros desconhecidos, que podem ser afetados por ambiguidades de escala. De fato, nenhum elemento de $\mathcal{K}^{(1)}$ ou $\mathcal{K}^{(2)}$, nem o tensor núcleo \mathcal{W} , são, a priori, conhecidos. Por outro lado, esses fatores tensores têm uma forte restrição em sua estrutura, conforme discutido em 3.2. Essas restrições são exploradas para eliminar as ambiguidades.

Assim, propomos que, a cada iteração, a estimativa $\widehat{\mathcal{W}}$ tem uma estrutura semelhante à da Figura 13 e, portanto, seus elementos são projetados no conjunto binário $\{0,1\}$. Para eliminar as ambiguidades nas estimativas de $\widehat{\mathcal{K}}^{(1)}$ e $\widehat{\mathcal{K}}^{(2)}$, as condições estruturais de suas fatias são mantidas assegurando a conservação energia nas matrizes de transferência, ou seja, o determinante de cada fatia $\mathbf{K}_{..n_i}^{(i)}$ deve ser igual a 1. As operações usadas para garantir as estruturas tensoriais, bem como todas as etapas da proposta o algoritmo de estimativa baseado em ALS está resumido na Tabela 4.

Tabela 4 – Algoritmo de estimação baseado em ALS.

Etapa 1: partindo dos valores dos tensores de entrada e saída \mathcal{X} e \mathcal{Y}	
1.	Calcular a estimativa de $\widehat{\mathcal{G}}$ a partir de (35):
	$\widehat{\mathbf{G}}_{J_2 N_2 \times P_1 N_1} = \mathbf{Y}_{J_2 N_2 \times T} (\mathbf{X}_{P_1 N_1 \times T})^\dagger$
	E então determinar os demais desdobramentos do tensor $\widehat{\mathcal{G}}$, por meio da operação <i>reshape</i>
	$\widehat{\mathbf{g}}_{N_2 J_2 N_1 P_1}, \widehat{\mathbf{G}}_{N_2 N_1 P_1 \times J_2}, \widehat{\mathbf{G}}_{N_1 N_2 J_2 \times P_1} \leftarrow \text{reshape} \left(\widehat{\mathbf{G}}_{J_2 N_2 \times P_1 N_1} \right)$

Etapa 2: A partir do valor estimado de $\hat{\mathcal{G}}$ na etapa 1

2. Tome valores aleatórios para $\rho_{n_i,i} \in [0,1]$ para formar os tensores $\hat{\mathcal{K}}_{(it=0)}^{(1)}$ e $\hat{\mathcal{K}}_{(it=0)}^{(2)}$ a partir de (16)
3. Atualize o número da iteração: $it=it+1$
4. Calcule a estimativa de $\hat{\mathcal{W}}$ a partir de (42):

$$\hat{\mathbf{W}}_{N_2 P_2 N_1 J_1 (it)} = \left(\text{bdiag} \left(\hat{\mathbf{K}}_{\cdot \cdot n_2}^{(2)} \right)_{(it-1)} \otimes \text{bdiag} \left(\hat{\mathbf{K}}_{\cdot \cdot n_1}^{(1) T} \right)_{(it-1)} \right)^\dagger \hat{\mathbf{G}}_{N_2 J_2 N_1 P_1}$$
5. Projete os elementos de $\hat{\mathcal{W}}$ no conjunto $\{0,1\}$
6. Calcule a estimativa de $\hat{\mathcal{K}}^{(2)}$ a partir de (43):

$$\hat{\mathbf{K}}_{N_2 P_2 \times J_2 (it)}^{(2)} = \left(\left[\mathbf{I}_{N_2} \otimes \text{bdiag} \left(\hat{\mathbf{K}}_{\cdot \cdot n_1}^{(1) T} \right)_{(it-1)} \right] \hat{\mathbf{W}}_{N_2 N_1 J_1 \times N_2 P_2 (it)} \right)^\dagger \hat{\mathbf{G}}_{N_2 N_1 P_1 \times J_2}$$
7. Calcule a estimativa de $\hat{\mathcal{K}}^{(1)}$ a partir de (44):

$$\hat{\mathbf{K}}_{N_1 J_1 \times P_1 (it)}^{(1)} = \left(\left[\mathbf{I}_{N_1} \otimes \text{bdiag} \left(\hat{\mathbf{K}}_{\cdot \cdot n_2}^{(2)} \right)_{(it)} \right] \hat{\mathbf{W}}_{N_1 N_2 P_2 \times N_1 J_1 (it)} \right)^\dagger \hat{\mathbf{G}}_{N_1 N_2 J_2 \times P_1}$$
8. Reconstruir o tensor $\hat{\mathcal{G}}$ usando $\hat{\mathbf{W}}_{N_2 P_2 N_1 J_1 (it)}$, $\hat{\mathbf{K}}_{N_2 P_2 \times J_2 (it)}^{(2)}$ e $\hat{\mathbf{K}}_{N_1 J_1 \times P_1 (it)}^{(1)}$ em (27)
9. Retorne ao passo 3 até que a convergência em (51) seja alcançada
10. Recupere a estrutura tensorial – forçando a igualdade entre os elementos presentes na diagonal e a conservação da energia.

$$k_{1,1,n_i}^{(i)}, k_{2,2,n_i}^{(i)} \leftarrow \left(k_{1,1,n_i}^{(i)} + k_{2,2,n_i}^{(i)} \right) / 2,$$

$$k_{1,2,n_i}^{(i)}, k_{2,1,n_i}^{(i)} \leftarrow \left(k_{1,2,n_i}^{(i)} + k_{2,1,n_i}^{(i)} \right) / 2,$$

$$\hat{\mathbf{K}}_{\cdot \cdot n_i}^{(i)} \leftarrow \left(\det \hat{\mathbf{K}}_{\cdot \cdot n_i}^{(i)} \right)^{-1/2} \hat{\mathbf{K}}_{\cdot \cdot n_i}^{(i)}.$$

Fonte: Elaboração própria, 2022.

4.5.2 Análise das condições de identificabilidade e complexidade

A identificabilidade dos parâmetros do sistema com o algoritmo proposto depende da unicidade das soluções LS. De fato, para calcular as pseudoinversas em (48)-(50), bem como para o cálculo de $\hat{\mathcal{G}}$ em (41), algumas condições devem ser satisfeitas para garantir a unicidade dos inversos à esquerda ou à direita. As condições necessárias estão diretamente ligadas ao posto das matrizes. Em (41), o argumento do operador pseudoinverso tem dimensões $P_1 N_1 \times T$ e deve ser invertível à direita, ou seja, deve ser classificação de linha completa. Em (48)-(50), os argumentos têm dimensões $N_2 J_2 N_1 P_1 \times N_2 P_2 N_1 J_1$, $N_2 N_1 P_1 \times N_2 P_2$ e $N_2 N_1 J_2 \times N_1 J_1$, respectivamente, e devem ser invertíveis à esquerda, ou seja, devem estar cheios classificação da coluna. Isso implica que as condições seguintes são necessárias (mas não suficientes)

$$T \geq P_1 N_1, \quad \frac{P_1}{J_1} \geq \frac{P_2}{J_2}, \quad N_1 \geq \frac{P_2}{P_1} \text{ e } N_2 \geq \frac{J_1}{J_2}. \quad (52)$$

Essas condições levam a algumas restrições nos valores de os parâmetros da rede. As três últimas condições são diretamente satisfeitas para os valores de P_i e J_i definidos na Tabela 2 e considerando pelo menos um acoplador em cada salto. A primeira condição fornece uma restrição no tamanho da janela tempo T . Por exemplo, um acoplador de 4x4 estrelas leva a $N_1 = 2$ e, portanto, uma sequência mínima de 4 bits deve ser utilizada.

A complexidade computacional do algoritmo ALS proposto está essencialmente ligado ao cálculo de pseudoinversas em (48)-(50). Como os termos entre parênteses são diagonais em bloco, as complexidades individuais são muito reduzidas, levando a custos não dominantes. Assim, estabelecemos a complexidade computacional do algoritmo proposto do custo das multiplicações de matrizes, o que resulta $\mathcal{O}(N_1^2 N_2^2 P_1 P_2 J_1 J_2) + \mathcal{O}(N_2^2 N_1 P_1 P_2 J_2) + \mathcal{O}(N_1^2 N_2 P_1 J_1 J_2)$. Assumindo que $N_1 = N_2 = N$ e $P_1 = P_2 = J_1 = J_2 = P$, torna-se $\mathcal{O}(N^4 P^4)$.

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

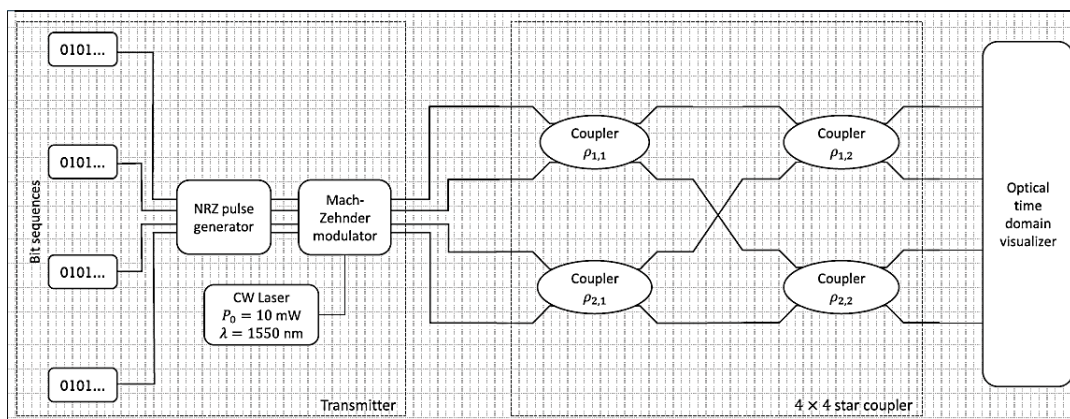
Neste Capítulo, apresentamos alguns resultados de experimentos numéricos para validar o modelo tensorial proposto para uma rede de acopladores estrela e para avaliar a eficácia do algoritmo de estimativa proposto.

Foram gerados sinais de entrada CW ($\lambda = 1550\text{nm}$) com modulação on-off keying (OOK) e não-retorno a zero (NRZ). A potência $P_0 = 10\text{ mW}$ foi usada para transmitir cada bit 1 no fluxo de dados. Nas próximas subseções, várias configurações, definidas em termos do tamanho do fluxo de bits, constantes de acoplamento e topologias de conexão, são discutidos. Os detalhes de cada experimento são apresentados. Vale a pena lembrar, como anteriormente mencionado, os efeitos de propagação linear e não linear são ignorados.

5.1 EXPERIMENTO DE TRANSMISSÃO PARA UM ACOPLADOR ESTRELA 4X4

Em primeiro lugar, apresentamos um experimento de transmissão com o objetivo de validação do modelo. Traçamos os sinais de saída de um acoplador estrela 4x4 (ver Figura 11) usando dois métodos diferentes. Na primeira, os sinais são modelados com a proposta do modelo tensorial na forma escalar (25). Na segunda, para comparação, usamos um simulador de circuito óptico integrado (OptiSystem® da Optiwave Systems Inc.) para simular o mesmo acoplador estrela. A configuração de simulação usada no OptiSystem software é mostrado na Figura 15.

Figura 15 – Layout da simulação do acoplador estrela 4x4 no software de simulações OptiSystem®.



Fonte: Elaboração própria, 2022.

A Figura 16(a) mostra as sequências de bits transmitidas de cada porta de entrada do acoplador estrela. Um *Bit slot* $T=4$ foi usado para o fluxo de dados, enviando um único bit 1 em cada porta durante cada intervalo de tempo. O objetivo é ilustrar a o poder de divisão nas portas de saída. Como mencionado anteriormente, um acoplador em estrela deve dividir qualquer potência de entrada entre todas as portas de saída igualmente.

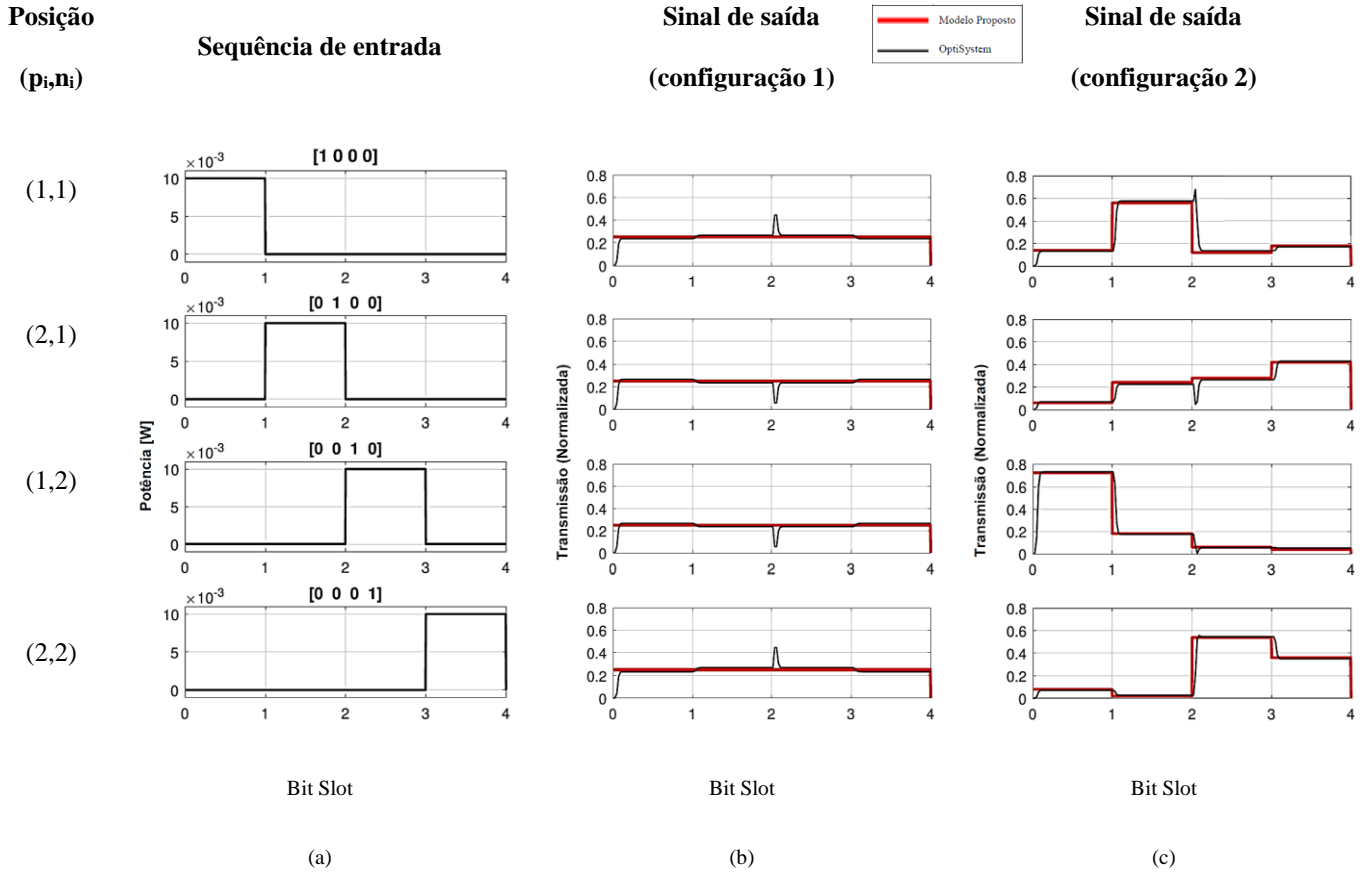
A intensidade dos sinais em cada saída depende da combinação da taxa de divisão dos acopladores. Várias configurações foram testadas. Apenas para ilustração, aqui estão dois cenários diferentes. Configuração 1: todos os quatro acopladores têm a mesma constante de acoplamento e são acopladores de 3dB, ou seja, $\rho_{1,1} = \rho_{2,1} = \rho_{1,2} = \rho_{2,2} = 0,5$. Essa configuração resulta em uma distribuição equilibrada (mesma intensidade) da potência de entrada em todas as saídas. Configuração 2: cada acoplador tem um constante de acoplamento (distribuição desequilibrada). Os valores de as constantes de acoplamento aplicadas foram $\{\rho_{1,1}, \rho_{2,1}, \rho_{1,2}, \rho_{2,2}\} = \{0,2, 0,4, 0,7, 0,9\}$.

As Figuras 16(b) e 16(c) mostram a potência de transmissão normalizada $\left| \frac{y_{j_2, n_2}(t)}{x_{p_1, n_1}(t)} \right|^2$ para as duas configurações. O acoplador estrela balanceado (configuração 1) mostra que as potências de saída correspondem a 25% da potência de entrada energia, independentemente da porta para a qual o sinal foi transmitido. Com um acoplador em estrela não balanceado (configuração 2), uma fração de potência diferente é direcionada para cada porta de saída e dependente da porta de entrada do sinal.

As frações de potência transmitidas pelo acoplador estrela desbalanceado referentes aos sinais de entrada [1 0 0 0] na porta (1,1), [0 1 0 0] na porta (2,1), [0 0 1 0] na porta (1,2) e [0 0 0 1] na porta (2,2) podem ser calculados usando as equações de transferência dos acopladores de forma individual e seus resultados são respectivamente [0,14 0,56 0,12 0,18] na porta de saída (1,1), [0,06 0,24 0,28 0,42] na porta de saída (2,1), [0,72 0,18 0,06 0,04] na porta de saída (1,2) e [0,08 0,02 0,54 0,36] na porta (2,2).

Nas Figuras 16(b) e 16(c), as intensidades dos sinais de saída simulados usando o modelo tensor proposto foram semelhantes aos sinais fornecidos pelo software OptiSystem e em consonância com os valores calculados, validando assim modelo proposto.

Figura 16 – Resultado da experiência de transmissão. (a) Sequência de bits de entrada; (b) sinais de saída para o acoplador estrela balanceado; e (c) sinais de saída para o acoplador estrela não balanceado.



Fonte: Elaboração própria, 2022.

5.2 AVALIAÇÃO DE DESEMPENHO DO ALGORITMO DE ESTIMATIVA

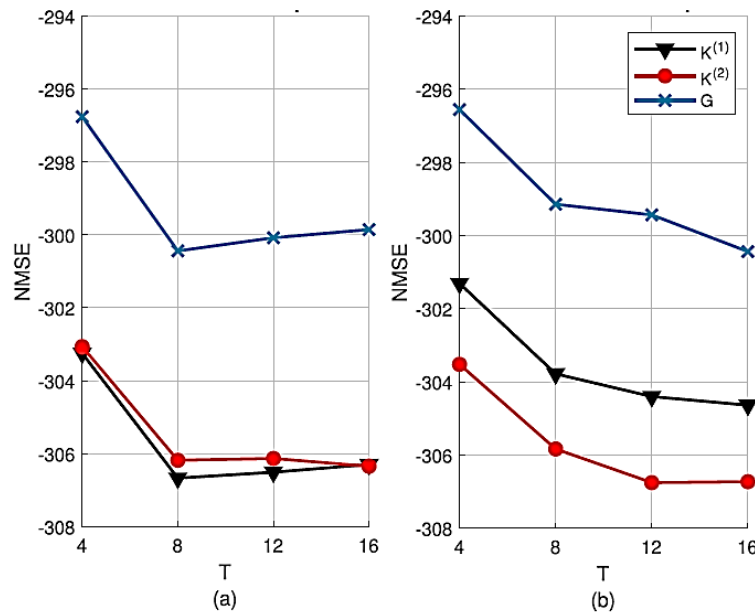
O algoritmo de estimativa baseado em ALS proposto também foi avaliado. Os tensores \mathcal{W} , $\mathcal{K}^{(1)}$ e $\mathcal{K}^{(2)}$ foram estimados usando os tensores de entrada e saída \mathcal{X} e \mathcal{Y} . Para mostrar a eficácia e aplicabilidade do algoritmo proposto para projetar redes ópticas, vários esquemas de configuração foram testados por meio de simulações de Monte Carlo. A avaliação de desempenho das estimativas foi realizada usando a média normalizada dos erros quadrados (NMSE) dos parâmetros estimados, definida como

$$NMSE = 10 \log_{10} \left(\frac{1}{MC} \sum_{mc=1}^{MC} \frac{\|\mathcal{J}_{mc} - \hat{\mathcal{J}}_{mc}\|_F^2}{\|\mathcal{J}_{mc}\|_F^2} \right). \quad (53)$$

Com $MC = 5 \times 10^3$, denotando o número de implementações de Monte Carlo. \mathcal{T}_{mc} e $\hat{\mathcal{T}}_{mc}$ representam, respectivamente, o tensor simulado e o tensor estimado na mc-ésima implementação de Monte Carlo. A velocidade de convergência também foi avaliada. A convergência é confirmada quando o critério definido em (51) for menor ou igual a $1,0 \times 10^{-5}$.

Primeiro, aplicamos o algoritmo baseado em ALS para estimar os tensores de transferência $\mathcal{K}^{(1)}$ e $\mathcal{K}^{(2)}$ nas duas configurações descritos na seção 5.1. A conexão cruzada entre as camadas do acoplador estrela 4x4 em ambos os casos são os mesmos. Assim, nesta primeira avaliação, o tensor \mathcal{W} foi considerado conhecido pelo algoritmo e os passos 4 e 5 da Tabela 4 foram suprimidos. Os resultados NMSE são plotados em função de T para analisar o impacto do tamanho das sequências de bits transmitidas na estimativa. Além disso, T deve assumir valores maiores ou iguais a 4 para o acoplador estrela 4x4 cumprir a condição de identificabilidade (52).

Figura 17 – NMSE dos tensores de transferência versus T para o acoplador estrela 4x4 (a) balanceado e (b) não balanceado.

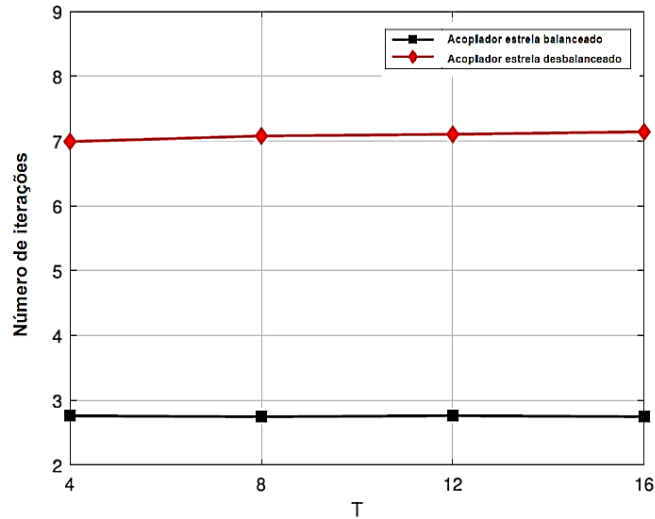


Fonte: Elaboração própria, 2022.

A Figura 17 mostra o NMSE de $\mathcal{K}^{(1)}$ e $\mathcal{K}^{(2)}$ e \mathcal{G} versus T , para $T \in \{4, 8, 12, 16\}$. A cada implementação de Monte Carlo, um novo bit sequências são geradas aleatoriamente. De um modo geral, os níveis de NMSE obtidos foram bastante baixos para as configurações usadas aqui, indicando uma boa aproximação da estimativa parâmetros. Além disso, há uma diminuição no NMSE quando tamanhos de fluxo de bits maiores foram usados, apontando para uma melhor aproximação dos parâmetros desconhecidos para maiores valores de T .

Embora a estimativa dos tensores $\mathcal{K}^{(1)}$ e $\mathcal{K}^{(2)}$ com (49) e (50) não dependam diretamente de T , a estimativa de \mathcal{G} depende de T e, como demonstrado pela curva azul na Figura 17, isso melhora quando mais sinais de entrada-saída as medidas são usadas em (41).

Figura 18 – Comparativo da relação entre o número de iterações versus T para acopladores estrela 4×4 .



Fonte: Elaboração própria, 2022.

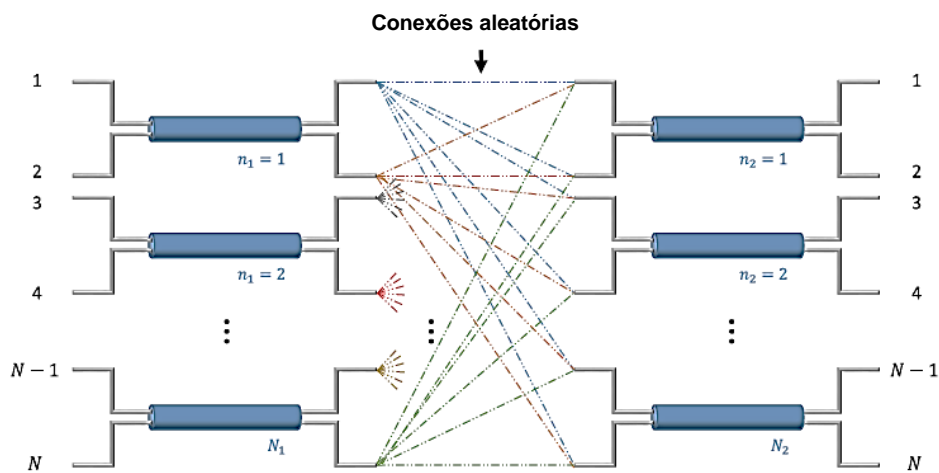
A Figura 18 mostra o número médio de iterações necessárias para alcançar a convergência versus T ao longo de todas as amostras Monte Carlo. Como esperado, uma vez que $\mathcal{K}^{(1)}$ e $\mathcal{K}^{(2)}$ são independentes de T , os resultados mostram que o tamanho da sequência de bits não afeta a velocidade de convergência do algoritmo, ou seja, o número necessário de iterações permanece constante com um aumento de T . Isso pode ser visto como uma vantagem, uma vez que melhor desempenhos são obtidos com um maior valor de T , sem degradar a taxa de convergência.

5.3 COMPARAÇÃO DE DESEMPENHO PARA REDES DE ACOPLADORES $N \times N$

Nos resultados a seguir, será avaliado o desempenho do algoritmo para casos mais complexos, estimando os parâmetros de redes de acopladores maiores. A Figura 19 ilustra uma estrutura genérica para redes de acopladores $N \times N$ compostas por duas camadas, com $N = 2N_i$, onde $N_i \geq 2$ denota o número de acopladores na i -ésima camada. Configurações com $N_i = 2, 3, 4$ e 5 acopladores em cada camada são considerados, levando à análise de redes 4×4 , 6×6 , 8×8 e 10×10 . O modelo tensorial proposto, inicialmente descrito para um acoplador estrela de

4x4, foi estendido para as redes de acopladores em consideração. maior número de acopladores em cada camada, as possibilidades de as conexões entre os acopladores aumentam. Cada porta de saída de um determinado acoplador n_1 na primeira camada pode se conectar a qualquer entrada de qualquer acoplador n_2 na segunda camada. Lembrando que os sinais de saída dependem da conexão entre os acopladores e é impossível obter as configurações do acoplador em estrela para casos onde $N_i > 2$ quando apenas duas camadas são usadas.

Figura 19 – Esquema de uma rede de acopladores estrela $N \times N$.



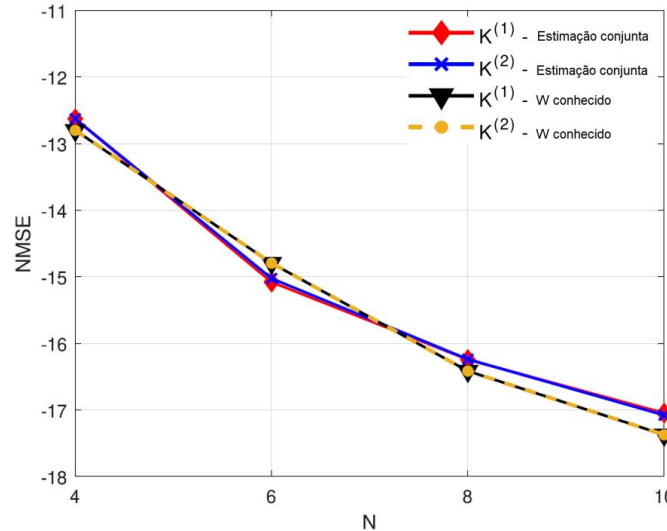
Fonte: Elaboração própria, 2022.

A topologia das conexões foi desenhada aleatoriamente em cada execução das simulações Monte Carlo e as constantes de acoplamento $\rho_{n_i,i}$ também foram escolhidos aleatoriamente dentro do intervalo $[0; 1]$, permitindo assim que várias configurações sejam analisadas. Desde que \mathcal{W} , $\mathcal{K}^{(1)}$ e $\mathcal{K}^{(2)}$ possuam entradas aleatórias, estimamos esses três tensores sem conhecimento da topologia de conexão (\mathcal{W}), diferentemente dos experimentos realizados na seção 5.2. Usamos sequências de bits aleatórios com $T = 16$, a fim de satisfazerem a condição (52) para todos os casos.

A Figura 20 mostra o NMSE de $\mathcal{K}^{(1)}$ e $\mathcal{K}^{(2)}$ versus N (número de portas de entrada e saída). Em primeiro lugar, o NMSE, média ao longo das configurações aleatórias, é visivelmente degradado comparativamente ao da Figura 17, onde configurações fixas foram usadas em todas as implementações de Monte Carlo. Esse aumento do NMSE pode ser explicado pelo fato de que mínimos locais podem ser alcançados, uma vez que algumas combinações de parâmetros de rede podem levar a sinais de saída semelhantes. No entanto, uma melhoria no desempenho da estimativa é vista quando o número de portas (e acopladores) é

aumentado. Nota-se que uma rede mais complexa reduz as possibilidades de resultados semelhantes, levando a estimativas com maior precisão.

Figura 20 – NMSE dos tensores de transferência versus N para uma rede de acopladores.



Fonte: Elaboração própria, 2022.

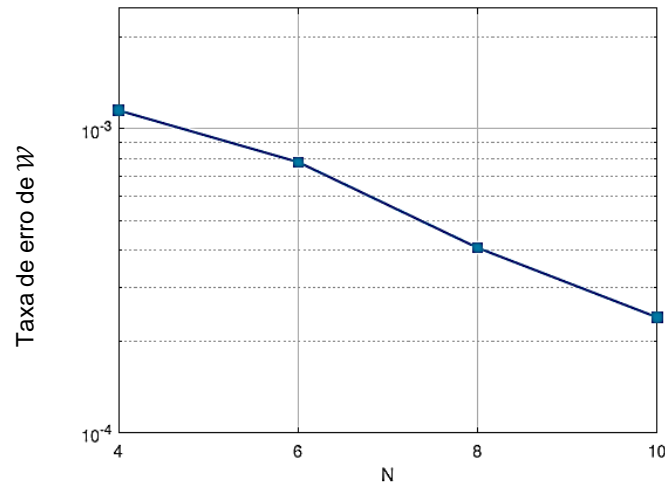
Ainda na Figura 20, o desempenho da estimativa para o caso em que o tensor aleatório \mathcal{W} é conhecido é plotado em comparação com o caso de estimação conjunta dos três tensores. Notavelmente, a falta de conhecimento da topologia \mathcal{W} não impacta o desempenho do algoritmo.

A cada implementação MC, o tensor estimado $\hat{\mathcal{W}}$ é comparado com o valor original tensor \mathcal{W} . Além disso, cada fatia da matriz frontal de \mathcal{W} tem apenas uma entrada igual a 1. Assim, as conexões incorretamente estimadas são contadas e então a taxa de erro é definida como

$$taxa\ de\ erro = \frac{1}{MC} \sum_{mc=1}^{MC} \frac{\omega_{mc}}{P_2 N_2 N_1 J_1}, \quad (54)$$

na qual ω_{mc} denota o número de estimativas incorretas em cada MC executado, ou seja, $\hat{\omega}_{p_2, n_2, n_1, j_1} \neq \omega_{p_2, n_2, n_1, j_1}, \forall (p_2, n_2, n_1, j_1)$. A Figura 21 mostra a taxa de erro de \mathcal{W} versus N . Como esperado, os resultados seguem a mesma tendência de melhora observada em Figura 20 quando N é aumentado, ilustrando a eficácia de o algoritmo de estimativa.

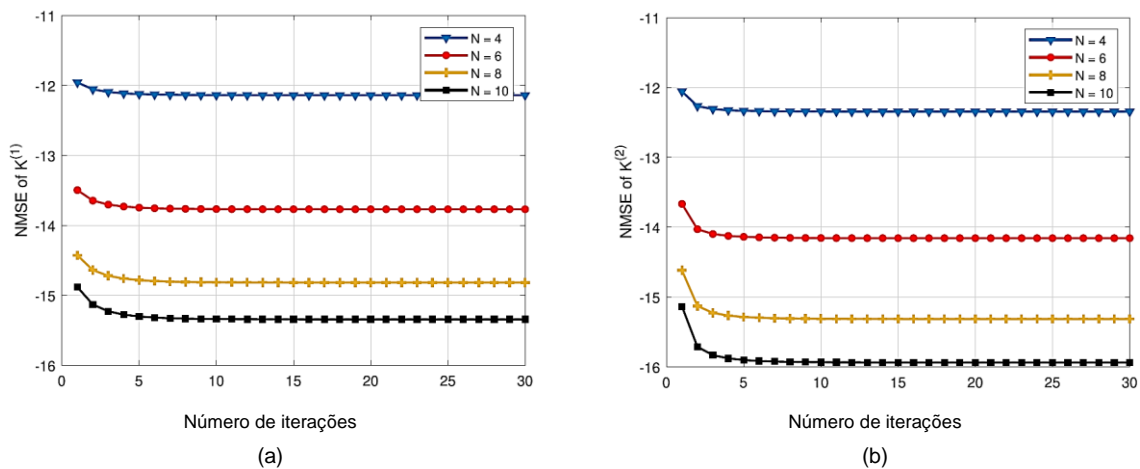
Figura 21 – Taxa de erro da topologia de conexão versus N de uma rede de acopladores $N \times N$.



Fonte: Elaboração própria, 2022.

O algoritmo iterativo proposto também foi avaliado em termos de velocidade de convergência. A Figura 22 mostra o NMSE de $\mathcal{K}^{(1)}$ e $\mathcal{K}^{(2)}$ versus o número de iterações. Os resultados mostram que, para todos os valores de N testados, a convergência é alcançada em poucas iterações. Pode-se notar também que com um aumento de N , a NMSE diminui, corroborando os resultados mostrados na Figura 20. Por outro lado, é possível notar que a inclinação da curva aumenta mais lentamente para maiores valores de N , indicando a necessidade de mais iterações para alcançar a convergência em redes mais complexas. Na média, o número de iterações aumenta quando N é aumentado, com uma convergência mais rápida para redes menos complexas. No entanto, a variação entre as velocidades de convergência é pequena (poucas iterações) quando N aumenta, demonstrando a robustez do algoritmo proposto quando considerando a complexidade da rede.

Figura 22 – Velocidade de convergência para diferentes configurações em relação ao NMSE dos tensores de transferência (a) $\mathcal{K}^{(1)}$ e (b) $\mathcal{K}^{(2)}$.



Fonte: Elaboração própria, 2022.

5.4 AVALIAÇÃO DE DESEMPENHO NA PRESENÇA DE RUÍDO

Neste tópico, avaliamos a precisão e a convergência do algoritmo ALS na presença de adição de ruído. O objetivo deste experimento é analisar o comportamento do algoritmo de estimativa em um ambiente ruidoso correspondente para uma modificação de (28) como

$$\tilde{\mathcal{Y}} = \mathcal{G} *_{4,3}^{1,2} \mathcal{X} + \mathcal{N}, \quad (55)$$

onde $\tilde{\mathcal{Y}}$ denota a versão ruidosa de \mathcal{Y} e $\mathcal{N} \in \mathbb{C}^{J_2 \times N_2 \times T}$ é um tensor que representa o ruído gaussiano adicionado ao nó final da rede com uma potência de ruído de N_0 . Em cada implementação, N_0 foi fixado de acordo com o valor desejado para que a relação sinal-ruído óptico (OSNR), onde os níveis de OSNR utilizados variam de 0 dB a 30 dB.

Lembrando que a definição de OSNR é dada por

$$OSNR = \frac{P_0}{N_0}, \quad (56)$$

onde P_0 e N_0 representam respectivamente as intensidades (potência) do sinal e do ruído. Também pode-se escrever a OSNR em dB ($OSNR_{dB}$), através da expressão:

$$OSNR_{dB} = 10 \log \left(\frac{P_0}{N_0} \right). \quad (57)$$

O que, em termos algébricos, nos permite relacionar OSNR com $OSNR_{dB}$, através da expressão:

$$OSNR_{dB} = 10 \log(OSNR)$$

ou

(58)

$$OSNR = 10^{\left(\frac{OSNR_{dB}}{10}\right)}.$$

Dessa forma, na tabela 5 são apresentados alguns valores da intensidade do ruído N_0 , que foram adicionados ao sinal, tomando como referência a potência do sinal de entrada P_0 de $10mW$, em função de alguns valores de $OSNR_{dB}$ que foram utilizadas nessa Tese.

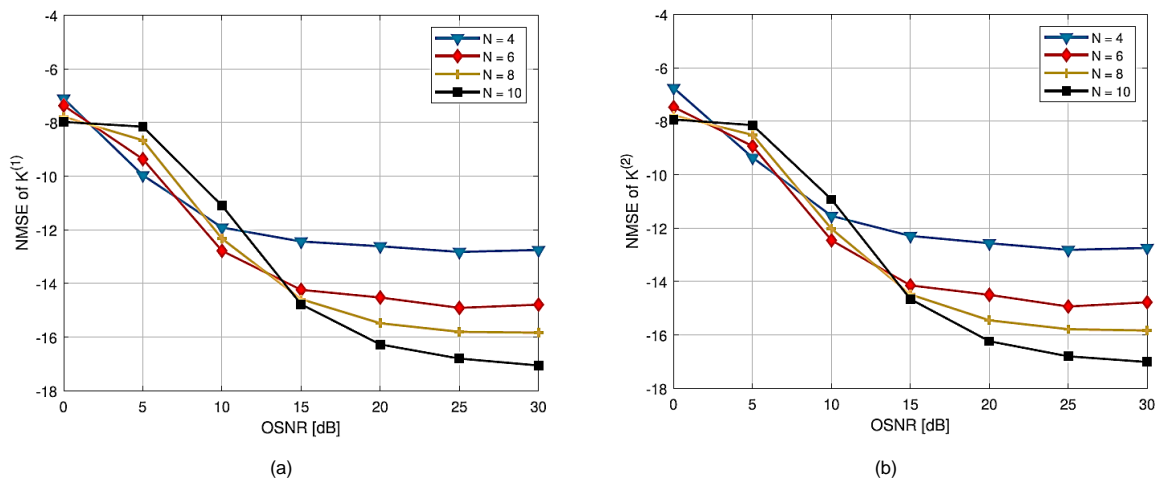
Tabela 5 – Relações entre os valores de $OSNR_{dB}$ e a intensidade do ruído considerado.

OSNR (dB)	OSNR	Intensidade do Ruído (mW)
0	1,0	10,0
3	2,0	5,0
5	3,16	3,16
10	10	1,0
15	31,6	0,316
20	100	0,100
25	316	0,032
30	1000	0,010

Fonte: Elaboração própria, 2022.

Os resultados apresentados nas Figuras 23, 24 e 25 mostram, respectivamente, o NMSE de $\mathcal{K}^{(1)}$ e $\mathcal{K}^{(2)}$, a taxa de erro de \mathcal{W} e o número de iterações versus OSNR para os diferentes formatos da rede de acopladores estrela.

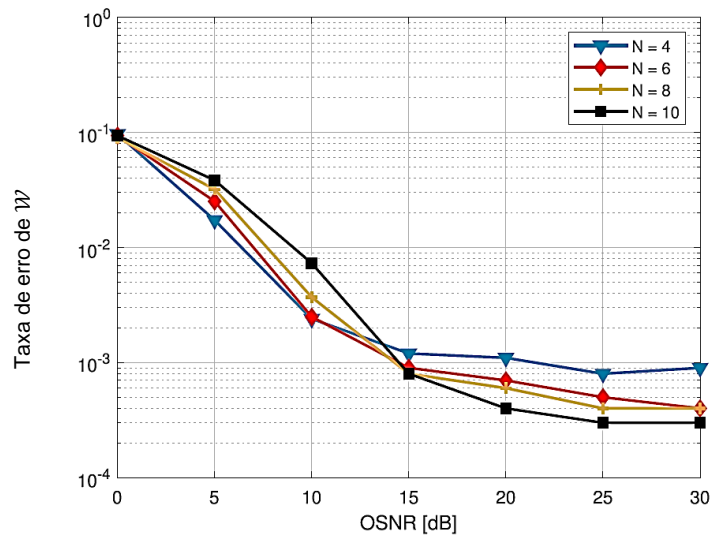
Figura 23 – NMSE dos tensores de transferência (a) $\mathcal{K}^{(1)}$ e (b) $\mathcal{K}^{(2)}$ versus OSNR para uma rede de acopladores $N \times N$.



Fonte: Elaboração própria, 2022.

Como esperado, as Fig. 23 e 24 mostram uma maior degradação na precisão das estimativas de $\mathcal{K}^{(1)}$, $\mathcal{K}^{(2)}$ e \mathcal{W} para valores baixos de OSNR, o que corresponde a situações com ruídos de maior intensidade. A Figura 25 indica que há uma convergência rápida para esses níveis de OSNR. Isso nos leva a concluir que, em situações adversas, o critério de convergência adotado é rapidamente alcançado devido à existência dos mínimos locais mencionados em (escrever aqui). Dessa forma, a estimativa dos parâmetros desconhecidos melhora significativamente quando o nível de OSNR aumenta, ao custo de um aumento no número de iterações. Valores de OSNR mais elevados mostram uma tendência de melhora nas estimativas e na velocidade de convergência para todos os casos testados. Sobre a comparação de desempenho entre redes de diferentes tamanhos (valores de N) testadas, os resultados indicados nas Figuras 23,24 e 25 mostram um melhor desempenho quando N é aumentado, como discutido anteriormente.

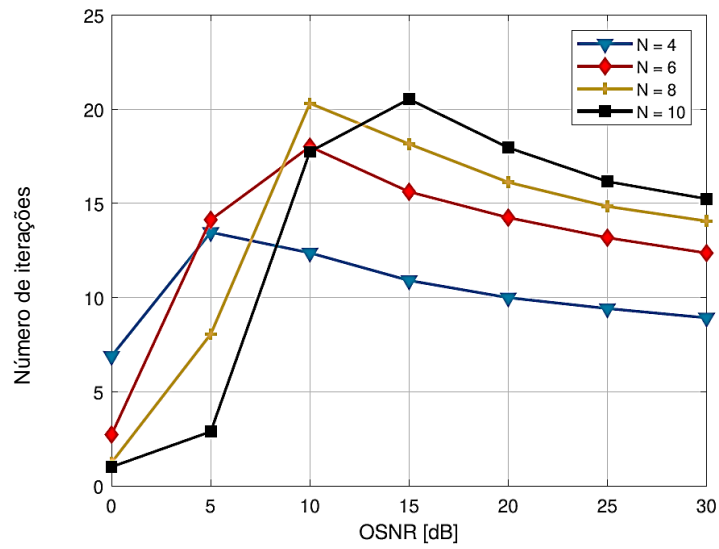
Figura 24 – Taxa de erro de W versus OSNR para uma rede de acopladores $N \times N$.



Fonte: Elaboração própria, 2022.

Além disso, a Figura 25 nos mostra um padrão de comportamento das curvas em relação ao número de iterações versus OSNR. Para todos os valores de N estudados, inicialmente o número de iterações aumenta com o aumento da OSNR, atingindo um máximo e depois inicia uma redução, indicando que o número de iterações converge para um valor com o aumento da OSNR, o que está de acordo com o fato de que o ruído vai perdendo seu efeito com o aumento da OSNR.

Para $N=10$, o número de iterações atinge seu maior valor para $OSNR = 15\text{dB}$, já para $N=6$ e $N=8$, o pico do número de iterações ocorre quando $OSNR=10\text{dB}$ e 5dB quando $N=4$. Também é possível depreender da Figura 25 que o número de iterações converge pra um valor inferior a 10 se $N=4$, entre 10 e 15 se $N=6$ e 8 e para 15 iterações se $N=10$.

Figura 25 – Número de iterações versus OSNR para uma rede de acopladores $N \times N$.

Fonte: Elaboração própria, 2022.

7 CONCLUSÃO

Nesta tese, propomos o uso de Tensores como um novo método para estudar e projetar redes ópticas. Importante lembrar que não foram feitas comparações dos resultados aqui obtidos com outras metodologias ou outros autores pois não foram encontrados trabalhos envolvendo o uso de tensores para a modelagem de uma rede de comunicação com fio, no caso, rede de acopladores.

O cenário considerado para este primeiro estudo é baseado em um acoplador estrela 4x4, que pode ser estendido para redes mais complexas, composto por um número maior de acopladores ópticos em cascata. Um modelo tensorial foi desenvolvido para descrever os sinais transmitidos ao longo dessa rede em regime linear. Depois de modelar os sinais para um acoplador estrela 4x4, o modelo proposto foi estendido para uma rede de acopladores estrela NxN, com $N \in \{4,6,8,10\}$.

Os sinais de entrada \mathcal{X} e saída \mathcal{Y} foram modelados como tensores de terceira ordem. Isso permitiu, após desdobramentos adequados em suas estruturas, obter um tensor \mathcal{G} que, pode ser “fatorado” através de uma decomposição generalizada de Tucker, permitindo o desenvolvimento de um algoritmo iterativo para estimar os parâmetros desconhecidos dessa rede.

Com o conhecimento dos dados de entrada e saída, o modelo tensorial proposto de uma rede de acopladores com dois saltos foi aplicado para desenvolver um algoritmo de estimação iterativo para estimar os parâmetros desconhecidos da rede.

A avaliação de desempenho do algoritmo foi realizada usando a média normalizada dos erros quadrados (NMSE) dos parâmetros estimados, para os casos balanceado e não balanceado para conexões fixas e sem ruído os valores de NMSE foram próximos de -300dB para ambos e sofrendo pouca variação em relação aos valores de T analisados.

No caso de redes mais complexas, com um número maior de acopladores e, com conexões aleatórias, mas ainda sem ruído, o valor do NMSE varia entre -12dB a -18dB, mostrando valores menor de NMSE para redes com mais acopladores por camada.(N maior). Para cenários com ruído, observa-se valores de NMSE variando entre -7dB ate -13dB, para N=4 e -8dB a -17dB para N=10 para valores de OSNR variando entre 0dB e 30dB, o que evidencia que o ruído praticamente não altera a eficácia do algoritmo.

Dessa forma, podemos concluir que o uso de tensores se mostra como uma abordagem promissora para estudar e projetar estruturas de redes ópticas.

8 PERSPECTIVAS FUTURAS

O presente trabalho é uma abordagem original para o estudo e modelagem de dispositivos ópticos. Nesta seção, vamos apontar algumas perspectivas para trabalhos futuros explorando a modelagem tensorial no campo das comunicações ópticas. Embora tenhamos proposto um modelo tensorial para um acoplador genérico de rede, no Capítulo 4, experimentos numéricos foram realizados apenas para redes de acoplador de dois saltos. Visamos estender as aplicações de modelos de tensor para mais complexas redes ópticas para endereçar acopladores em estrela de ordem superior e/ou dispositivos interferométricos, associando vários acopladores em cascata.

A aplicação de métodos tensoriais para modelagem multi-core acopladores também é um possível trabalho futuro. Com um acoplador multinúcleo, as interações entre núcleos adjacentes podem ocorrer de diferentes maneiras, dependendo do número de núcleos e seus arranjos. Além disso, pode-se considerar também a aplicação desse método combinado com redes neurais, a fim de se obter parâmetros de acopladores ópticos. No processamento de sinal para comunicações ópticas, como Sistemas WDM e DWDM, decomposições de tensores prometem ser uma ferramenta interessante para desenvolver algoritmos de receptor, produzindo bons desempenhos para a estimativa de canal e transmissão e recuperação de símbolos, superando os resultados obtidos por métodos convencionais. Como pode ser visto nos trabalhos [45], [69], [48], entre outros, abordagens baseadas em tensores já são amplamente aplicadas para resolver tarefas de processamento de sinal, no contexto de comunicações sem fio.

O estudo dos dispositivos e redes mencionados, com efeitos não lineares, também são considerados como uma perspectiva. Por essa razão, modelos tensoriais devem ser apropriados para representar sistemas não lineares. Modelos tensores já foram aplicados ao modelo sistemas não lineares, como mostrado em [88]-[90]. Nesses trabalhos, explorando-se os modelos Volterra para modelar canais em sistemas de comunicação não lineares, dessa forma, eles podem ser considerados como um caminho para estudos futuros.

TRABALHOS DECORRENTES DESSA TESE

IEEE Access
Publications | Handbooks | Webinars | More

Received December 27, 2021, accepted January 11, 2022, date of publication January 18, 2022, date of current version January 27, 2022.

Digital Object Identifier 10.1109/ACCESS.2022.3143589

Optical Coupler Network Modeling and Parameter Estimation Based on a Generalized Tucker Train Decomposition

DANILO S. ROCHA¹, FRANCISCO T. C. B. MAGALHÃES^{1,2}, GÉRARD FAVIER³, ANTONIO S. B. SOMBRA^{1,2}, AND GLENDO F. GUIMARÃES¹

¹Photonics Laboratory, Federal Institute of Education, Science and Technology of Ceará, Fortaleza 60040-531, Brazil

²LOCEM, Federal University of Ceará, Fortaleza 60440-900, Brazil

³ES Laboratory, Côte d'Azur University, 06903 Sophia Antipolis, France

Corresponding author: Danilo S. Rocha (danilo@fisica.ufc.br)

This work was supported in part by the Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE) under Grant nº PRPI/ARINTER 01/2018, in part by the Fundação Cearense de Apoio ao Desenvolvimento Científico e Tecnológico (FUNCAP) under Process DEP-0164-00304.01.00/19, and in part by the Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES).

ABSTRACT Tensor models have been used extensively in signal processing applications to design different types of communication systems. This paper proposes, for the first time, the use of tensor models for optical communications. The signals of an optical dual-core coupler network are modeled as a multiway array (tensor), which satisfies a generalized Tucker train decomposition. This tensor model is then used to develop an estimation algorithm that enables the network parameters to be estimated from the input and output signals. The performance of this algorithm was evaluated by means of computer simulations, in terms of NMSE of the estimated parameters and convergence speed. For the tested configurations, good levels of NMSE with fast convergence were obtained, demonstrating the effectiveness of the proposed method as a promising tool for studying and designing optical devices, with a wide range of applications in the context of lightwave systems.

INDEX TERMS Alternating least squares, multidimensional signal processing, multilinear algebra, optical arrays, optical directional coupler, optical fiber devices, optical switches, parameter estimation, systems modeling, tensor analysis.

I. INTRODUCTION

Over the last three decades, communications based on lightwave systems have developed rapidly. The worldwide demand for information technology has been increasing constantly and requires a continuous growth in connectivity of data center networks (DCNs). The scalability of a DCN is limited by the total capacity of the switching and multiplexing devices it uses. Since the fourth generation of lightwave systems, wavelength division multiplexing (WDM) techniques have been widely used to increase the bit rate [1].

The most common optical devices used in power switching are optical couplers. These are devices that function as optical beam splitters, and are used to design interferometric systems such as Mach-Zehnder (MZI) and Sagnac interferometers, as considered in several works [2]–[5]. The combination of several optical couplers in an arranged

network provides the design of devices such as star couplers, routers, switches, in addition to the interferometers already mentioned.

Recently, new topologies using (star) couplers have been presented targeting gains in transmission rates compared to conventional architectures. The works [6], [7] designed flexible high port count stars for optical circuit switches (OCS). In [7], the authors presented the design of a flexible optical star by adding reconfigurable switching elements to the core of the topology, without significantly increasing the power consumption. The results showed an increase of 26–40% in the transmission rate per node. In [6], a WDM star coupler architecture was proposed for the construction of high-radius optical switches to improve DCN scalability.

To study such optical devices, it is necessary to solve the nonlinear Schrödinger's equations (NLS), since they govern the signal propagation in optical fibers and in fiber-based devices. However, NLS equations only have possible

The associate editor coordinating the review of this manuscript and approving it for publication was Gerard-Andre Capolino.

REFERÊNCIAS

- [1] Agrawal, G. P. Fiber-optic communication systems. [S.l.]: John Wiley & Sons, v. 222, 2012.
- [2] Holzmann, g. J.; Pehrson, B. The early history of data networks. Hoboken: Wiley, 2003.
- [3] Jones, A. Historical Sketch of the Electric Telegraph: Including Its Rise and Progress in the United States. New York: GP Putnam, 1852.
- [4] Kao, K. C.; Hockham, G. A. Dielectric-fibre surface waveguides for optical frequencies. Proceedings of the Institution of Electrical Engineers, p. 1151-1158, 1966.
- [5] Kapron, F. P.; Keck, D. B.; Maurer, R. D. Radiation losses in glass optical waveguides. Applied Physics Letters, v. 17, n. 10, p. 423-425, 1970.
- [6] Willner, A. E. Millennium Issue Editorial. IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics, p. 827-828, 2000.
- [7]Gnauck, A. H. et al. 4-Gbit/s transmission over 103 km of optical fiber using a novel electronic multiplexer/demultiplexer. Journal of lightwave technology, p. 1032-1035, 1985.
- [8] Davoodi, F., Granpayeh, N. All Optical Logic Gates: A Tutorial. International Journal of Information & Communication Technology Research, 4 (3), 65-98, 2012.
- [9] P. A. Govind, Applications of Nonlinear Fiber Optics. Amsterdam, The Netherlands: Elsevier, 2006.
- [10] J. C. Sales, A. F. G. F. Filho, A. C. Ferreira, J. R. R. Sousa, C. S. Sobrinho, J. W. M. Menezes, G. F. Guimarães, and A. S. B. Sombra, ``All-optical XOR and OR by Mach_Zehnder interferometer engineered photonic Crystal fibers," Opt. Laser Technol., vol. 94, pp. 128_137, Sep. 2017.
- [11] G. S. B. Filho, D. G. Correia, W. B. de Fraga, and G. F. Guimarães, ``Obtaining optical logic gates_OR, XOR, AND and logic functions using asymmetric Mach_Zehnder interferometer based on photonic Crystal fiber," Opt. Laser Technol., vol. 97, pp. 370_378, Dec. 2017.
- [12] S. Kumar, L. Singh, and N.-K. Chen, ``Design of all-optical universal gates using plasmonics Mach_Zehnder interferometer for WDM applications," Plasmonics, vol. 13, no. 4, pp. 1277_1286, Aug. 2018.

- [13] F. T. C. B. Magalhães, H. A. Pinho, D. N. S. Cavalcante, A. C. Ferreira, J. W. M. Menezes, G. F. Guimarães, and W. B. Fraga, "Unbalance of the Sagnac interferometer through nonlinear asymmetry," *J. Electromagn. Waves Appl.*, vol. 30, no. 9, pp. 1227_1239, Jun. 2016.
- [14] J. L. Benjamin and G. Zervash, "Parallel star-coupler OCS architectures using distributed hardware schedulers," in *Proc. Photon. Switching Comput. (PSC)*, Sep. 2018, pp. 1_3.
- [15] A. C. Funnell, D. Butler, and G. Zervas, "Reconfigurable optical star network architecture for multicast media production data centres," *Opt. Switching Netw.*, vol. 36, Feb. 2020, Art. no. 100556.
- [16] J. R. R. Sousa, A. F. G. F. Filho, A. C. Ferreira, G. S. Batista, C. S. Sobrinho, A. M. Bastos, M. L. Lyra, and A. S. B. Sombra, "Generation of logic gates based on a photonic crystal fiber Michelson interferometer," *Opt. Commun.*, vol. 322, pp. 143_149, Jul. 2014.
- [17] A. Araújo, A. Oliveira, F. Martins, A. Coelho, Jr., W. Fraga, and J. Nascimento, "Two all-optical logic gates in a single photonic interferometer," *Opt. Commun.*, vol. 355, pp. 485_491, Nov. 2015.
- [18] T. Uthayakumar, R. Vasantha Jayakantha Raja, and K. Porsezian, "Realization of all-optical logic gates through three core photonic crystal fiber," *Opt. Commun.*, vol. 296, pp. 124_131, Jun. 2013.
- [19] A. C. Ferreira, A. G. Coelho, J. R. R. Sousa, C. S. Sobrinho, F. T. C. B. Magalhães, G. F. Guimarães, J. C. Sales, J.W. M. Menezes, and A. S. B. Sombra, "PAM-ASK optical logic gates in an optical fiber Sagnac interferometer," *Opt. Laser Technol.*, vol. 77, pp. 116_125, Mar. 2016.
- [20] A. Ghadi and S. Sohrabfar, "All-optical multiple logic gates based on spatial optical soliton interactions," *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 30, no. 6, pp. 569_572, Mar. 15, 2018.
- [21] W. Liu, D. Yang, G. Shen, H. Tian, and Y. Ji, "Design of ultra compact alloptical XOR, XNOR, NAND and OR gates using photonic crystal multimode interference waveguides," *Opt. Laser Technol.*, vol. 50, pp. 55_64, Sep. 2013.
- [22] A. Mohebzadeh-Bahabady and S. Olyaei, "All-optical NOT and XOR logic gates using photonic crystal nano-resonator and based on an interference effect," *IET Optoelectron.*, vol. 12, no. 4, pp. 191_195, 2018.

- [23] H. M. E. Hussein, T. A. Ali, and N. H. Rafat, "New designs of a complete set of photonic crystals logic gates," *Opt. Commun.*, vol. 411, pp. 175_181, Mar. 2018.
- [24] T. G. Kolda and B. W. Bader, "Tensor decompositions and applications," *SIAM Rev.*, vol. 51, no. 3, pp. 455_500, 2009.
- [25] A. Cichocki, D. Mandic, L. de Lathauwer, G. Zhou, Q. Zhao, C. Caiafa, and H. A. Phan, "Tensor decompositions for signal processing applications: From two-way to multiway component analysis," *IEEE Signal Process. Mag.*, vol. 32, no. 2, pp. 145_163, Mar. 2014.
- [26] A. L. F. de Almeida, G. Favier, J. C. M. Mota, and J. P. C. L. da Costa, "Overview of tensor decompositions with applications to communications," in *Signals and Images: Advances and Results in Speech, Estimation, Compression, Recognition, Filtering, and Processing*. Boca Raton, FL, USA: CRC Press, 2016, ch. 12, pp. 325_356.
- [27] N. D. Sidiropoulos, L. De Lathauwer, X. Fu, K. Huang, E. E. Papalexakis, and C. Faloutsos, "Tensor decomposition for signal processing and machine learning," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 65, no. 13, pp. 3551_3582, Jan. 2017.
- [28] Y. Ji, Q. Wang, X. Li, and J. Liu, "A survey on tensor techniques and applications in machine learning," *IEEE Access*, vol. 7, pp. 162950_162990, 2019.
- [29] Singh, K., Kaur, G. Interferometric architectures based All-Optical logic design methods and their implementations. *Optics & Laser Technology*, 69, 122–132, 2015.
- [30] Stubkjaer, K.E. Semiconductor Optical Amplifier-Based All-Optical Gates for High-Speed Optical Processing. *IEEE Journal on Selected Topics in Quantum Electronics*, 6 (6), 1428-1435, 2000.
- [31] Garipelly, R., Kiran, P.M., Kumar, A.S. A Review on Reversible Logic Gates and their Implementation. *International Journal of Emerging Technology and Advanced Engineering*, 3 (3), 417-423, 2013.
- [32] Singh, P., Tripathi, D.K., Jaiswal, S., Dixit, H.K. All-Optical Logic Gates: Designs, Classification and Comparison. *Advances in Optical Technologies*, 2014.
- [33] Soma, S., Gowre, S. A Review on all optical Logic Gate using 2-D Photonic Crystal. In *National conference on Advances in Computing and Communications*, 2016.

- [34] Agrawal, G.P., Kelley, P.L., Kaminov, I.P. Applications of Nonlinear Fiber Optics. Optics and Photonics, 2001.
- [35] Bontempi, F., Pinna, S., Andriolli, N., Bogoni, A., Leijtens, X. J., Bolk, J., Contestabile, G. Multifunctional Current-Controlled InP Photonic Integrated Delay Interferometer. IEEE Journal of Quantum Electronics, 48 (11), 1453-1461, 2012.
- [36] Uthayakumar, T., Raja, R.V.J., Porsezian, K. Realization of alloptical logic gates through three core photonic crystal fiber. Optics Communications, 296, 124-131, 2013.
- [37] Li, Q., Yuan, H. All-optical logic gates based on cross-phase modulation in an asymmetric coupler. Optics Communications, 319, 90-94, 2014.
- [38] Li, Q., Zhang, Z., Li, S., Hu, M., Wei, Y., Lu, Y. All-optical logic gates based on wavelength conversion in a nonlinear directional coupler. Optics Communications, 354, 246-249, 2015.
- [39] Liu, L., Yue, J., Li, Z. All-optical switch based on a fiber-chip-fiber opto-mechanical system with ultrahigh extinction ratio. IEEE Photonics Journal, 9 (3),1-8, 2017.
- [40] Martins, F.L.B., Rodrigues, J.P.T., Neto, F.G.M., Nascimento, J.C., Coelho Jr, A.G., Fraga, W.B. Two and three-input all-optical logic gates on a planar three-core photonic crystal fiber. Optik, 154, 516-523, 2018.
- [41] Chandra, S.K., Mukhopadhyay, S. All optical alternative approach of conducting NAND and NOR logic gates with phase encoding principle. Optik, 123, 1022-1025, 2012.
- [42] Gayen, D.K., Bhattachryya, A., Chattopadhyay, T., Roy, J.N. Ultrafast All-Optical Half Adder Using Quantum-Dot Semiconductor Optical Amplifier-Based Mach-Zehnder Interferometer. Journal of Lightwave Technology, 30 (21), 3387-3393, 2012.
- [43] Chattopadhyay, T. All-Optical Modified Fredkin Gate. IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics, 18 (2), 585-592, 2012.
- [44] Wang, G., Yang, X., Hu, W. All-optical logic gates for 40 Gb/s NRZ signals using complementary data in SOA-MZIs. Optics Communications, 290, 28-32, 2013.
- [45] Singh, P., Dixit, H.K., Tripathi, D.K., Mehra, R. Design and analysis of all-optical inverter using SOA-based Mach-Zehnder interferometer. Optik, 124 (14), 1926-1929, 2013.

- [46] Mehra, R., Jaiswal, S., Dixit, H. K. Parity checking and generating circuit with semiconductor optical amplifier in all-optical domain. *Optik*, 124 (21), 4744-4745, 2013.
- [47] Liu, W., Yang, D., Shen, G., Tian, H., Ji, Y. Design of ultra compact all-optical XOR, XNOR, NAND and OR gates using photonic crystal multi-mode interference waveguides, *Optics & Laser Technology*, 50, 55-64, 2013.
- [48] Kumar, A., Kumar, S., Raghuwanshi, S. K. Implementation of XOR/XNOR and AND logic gates by using Mach-Zehnder interferometers. *Optik*, 125 (19), 5764-5767, 2014.
- [49] Nurmohammadi, T., Abbasian, K., As'Adi, M. J., Jafari, D. Design of an ultrafast all-optical NOR logic gate based on Mach-Zehnder interferometer using quantum-dot SOA. *Optik*, 125 (15), 4023-4029, 2014.
- [50] Singh, P., Tripathi, D.K, Dixit, H.K. Designs of all-optical NOR gates using SOA based MZI. *Optik*, 125 (16), 4437-4440, 2014.
- [51] Kotiyal, S., Thapliyal, H., Ranganathan, N. Efficient reversible NOR gates and their mapping in optical computing domain. *Microelectronics Journal*, 45 (6), 825-834, 2014.
- [52] Datta, K., Chattopadhyay, T., Sengupta, I. All optical design of binary adders using semiconductor optical amplifier assisted Mach-Zehnder interferometer. *Microelectronics Journal*, 46, 839-847, 2015.
- [53] Araújo, A., Oliveira, A., Martins, F., Coelho, A., Fraga, W., Nascimento, J. Two all-optical logic gates in a single photonic interferometer. *Optics Communications*, 355, 485-491, 2015.
- [54] Reis, C., Chattopadhyay, T., Parca, G., Dionísio, R., André, P., Teixeira, A. All-optical multifunctional logic operations using simultaneously both interferometric output ports in a symmetric SOA-MZI. *Optics & Laser Technology*, 68, 175-181, 2015.
- [55] Singh, P., Tripathi, D.K., Jaiswal, S., Dixit, H.K. Design and analysis of all-optical AND, XOR and OR gates based on SOA-MZI configuration. *Optics & Laser Technology*, 66, 35-44, 2015.
- [56] Chanalia, P., Gupta, A. Realization of High Speed All-Optical Logic Gates based on the Nonlinear Characteristics of a SOA. *Indian Journal of Science and Technology*, 9 (36), 2016.
- [57] Kotb, A. Simulation of high quality factor all-optical logic gates based on quantum-dot semiconductor optical amplifier at 1 Tb/s. *Optik*, 127 (1), 320-325, 2016.

- [58] Gupta, U., Jaiswal, A.K., Agarwal, N., Sinha, A. Performance Analysis of SOA-MZI based All-Optical AND & XOR Gate. *International Journal of Current Engineering and Technology*, 6 (3), 1-5, 2016.
- [59] Marwaha, A. Design of photonics half subtractor logics for photonics signal processing. *Optik*, 127 (14), 5647-5653, 2016.
- [60] Sales, J. C., Furtado Filho, A.F.G., Ferreira, A.C., Sousa, J.R.R., Saraiva Sobrinho, C., Menezes, J.W.M., Guimarães, G.F., Sombra, A.S.B. All-optical XOR and OR by Mach-Zehnder Interferometer engineered photonic crystal fibers. *Optics & Laser Technology*, 94, 128-137, 2017.
- [61] Bezerra Filho, G.S.B.; Correia, D.G.; Fraga, W.B.; Guimarães, G.F. Obtaining optical logic gates – OR, XOR, AND and logic functions using asymmetric Mach-Zehnder interferometer based on photonic crystal fiber. *Optics & Laser Technology*, 97, 370-378, 2017.
- [62] Kumar, S., Singh, L., Chen, N.K. Design of all-optical universal gates using plasmonics mach-zehnder interferometer for WDM applications. *Plasmonics*, 13 (4), 1277-1286, 2018.
- [63] Cavalcante, D. N. S., Negreiros, J. S., Marcelino, L. R., Miranda, J. I. S., Barboza, R. R., Maia, L. S. P., Guimarães, G. F. Experimental AND and OR logic gates with MZI and SOA using PAM modulation. *IEEE Photonics Technology Letters*, 31 (1), 11-14, 2018.
- [64] Correia, D.G., Avila, K.M.V., Cavalcante, D.N.S., Ferreira, A.C., Menezes, J.W.M., Guimarães, G.F. Non-linear switching based on dual-core non-linear optical fiber couplers with XPM and Raman intrapulse applied to femtosecond pulse propagation. *Journal of Modern Optics*, 63 (5), 477-483, 2016.
- [65] G. Favier and A. L. de Almeida, "Overview of constrained PARAFAC models," *EURASIP J. Adv. Signal Process.*, vol. 2014, no. 1, pp. 1_25, Dec. 2014.
- [66] I. M. Gelfand, M. M. Kapranov, and A. V. Zelevinsky, "Hyperdeterminants," *Adv. Math.*, vol. 96, no. 2, pp. 226_263, Dec. 1992.
- [67] A. Cichocki, "Era of big data processing: A new approach via tensor networks and tensor decompositions," in *Proc. Int. Workshop Smart Info- Media Syst. Asia (SISA)*, Nagoya, Japan, 2013.
- [68] T. G. Kolda and B. W. Bader, "Tensor decompositions and applications," *SIAM Rev.*, vol. 51, no. 3, pp. 455_500, 2009.

- [69] A. L. F. de Almeida, G. Favier, J. C. M. Mota, and J. P. C. L. da Costa, "Overview of tensor decompositions with applications to communications," in *Signals and Images: Advances and Results in Speech, Estimation, Compression, Recognition, Filtering, and Processing*. Boca Raton, FL, USA: CRC Press, 2016, ch. 12, pp. 325_356.
- [70] G. Favier, C. A. R. Fernandes, and A. L. F. de Almeida, "Nested Tucker tensor decomposition with application to MIMO relay systems using tensor space_time coding (TSTC)," *Signal Process.*, vol. 128, pp. 318_331, Nov. 2016.
- [71] L. R. Tucker, "Some mathematical notes on three-mode factor analysis," *Psychometrika*, vol. 31, no. 3, pp. 279_311, Sep. 1996.
- [72] R. A. Harshman, "Foundations of the PARAFAC procedure: Models and conditions for an 'explanatory' multimodal factor analysis," in *Proc. UCLA Work. Papers Phonetics*, vol. 16, 1970, pp. 1_84.
- [73] G. Favier, M. N. Costa, A. L. F. de Almeida, and J. M. T. Romano, "Tensor space_time (TST) coding for MIMO wireless communication systems," *Signal Process.*, vol. 92, no. 4, pp. 1079_1092, 2012.
- [74] A. L. F. de Almeida and G. Favier, "Double Khatri_Rao space-timefrequency coding using semi-blind PARAFAC based receiver," *IEEE Signal Process. Lett.*, vol. 20, no. 5, pp. 471_474, May 2013.
- [75] M. Sorensen and L. De Lathauwer, "Coupled tensor decompositions for applications in array signal processing," in *Proc. 5th IEEE Int. Workshop Comput. Adv. Multi-Sensor Adapt. Process. (CAMSAP)*, Dec. 2013, pp. 228_231.
- [76] G. Favier and A. L. F. de Almeida, "Tensor space-time-frequency coding with semi-blind receivers for MIMO wireless communication systems," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 62, no. 22, pp. 5987_6002, Nov. 2014.
- [77] D. S. Rocha, C. A. R. Fernandes, and G. Favier, "MIMO multi-relay systems with tensor space-time coding based on coupled nested Tucker decomposition," *Digit. Signal Process.*, vol. 89, pp. 170_185, Jun. 2019.
- [78] D. S. Rocha, "Nested tensor decomposition applied to cooperative MIMO communication systems," Ph.D. dissertation, Dept. Teleinformatics Eng., Federal Univ. Ceará, Fortaleza, Brazil, 2019.

- [79] D. S. Rocha, G. Favier, and C. A. R. Fernandes, "Tensor coding for three-hop MIMO relay systems," in Proc. IEEE Symp. Comput. Commun. (ISCC), Jun. 2018, pp. 00384_00389.
- [80] I. V. Oseledets, "Tensor-train decomposition," *SIAM J. Sci. Comput.*, vol. 33, no. 5, pp. 2295_2317, Sep. 2011.
- [81] A. Kumar, S. Kumar, and S. K. Raghuwanshi, "Implementation of XOR/XNOR and AND logic gates by using Mach_Zehnder interferometers," *Optik*, vol. 125, no. 19, pp. 5764_5767, 2014.
- [82] S. K. Raghuwanshi, A. Kumar, and S. Kumar, "1_4 signal router using three Mach_Zehnder interferometers," *Opt. Eng.*, vol. 52, no. 3, pp. 1_10, 2013.
- [83] A. C. Ferreira, A. G. Coêlho, J. R. R. Sousa, C. S. Sobrinho, F. T. C. B. Magalhães, G. F. Guimarães, J. C. Sales, J.W. M. Menezes, and A. S. B. Sombra, "PAM_ASK optical logic gates in an optical fiber Sagnac interferometer," *Opt. Laser Technol.*, vol. 77, pp. 116_125, Mar. 2016.
- [84] C. Peng, J. Li, H. Liao, Z. Li, C. Sun, J. Chen, and Q. Gong, "Universal linear-optical logic gate with maximal intensity contrast ratios," *ACS Photon.*, vol. 5, no. 3, pp. 1137_1143, Mar. 2018.
- [85] R. M. Younis, N. F. F. Areed, and S. S. A. Obayya, "Fully integrated AND and OR optical logic gates," *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 26, no. 19, pp. 1900_1903, Oct. 1, 2014.
- [86] K. Fasihi, "Design and simulation of linear logic gates in the twodimensional square-lattice photonic crystals," *Optik*, vol. 127, no. 11, pp. 4669_4674, Jun. 2016.
- [87] R. Chipalkatti, Z. Zhang, and A. S. Acampora, "Protocols for optical starcouplernetwork using WDM: Performance and complexity study," *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol. 11, no. 4, pp. 579_589, May 1993.
- [88] A. Y. Kibangou and G. Favier, "Matrix and tensor decompositions for identification of block-structured nonlinear channels in digital transmission systems," in Proc. IEEE 9th Workshop Signal Process. Adv. Wireless Commun., Jul. 2008, pp. 281_285.
- [89] A. Y. Kibangou and G. Favier, "Blind equalization of nonlinear channels using a tensor decomposition with code/space/time diversities," *Signal Process.*, vol. 89, no. 2, pp. 133_143, Feb. 2009.

[90] C. A. Fernandes, G. Favier, and J. C. M. Mota, "Blind identification of multiuser nonlinear channels using tensor decomposition and precoding," *Signal Process.*, vol. 89, no. 12, pp. 2644_2656, Dec. 2009.