



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
FACULDADE DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

JOSÉ AIRTON DE OLIVEIRA FAUSTINO

**CAMINHOS E DESCAMINHOS COM A SEQUÊNCIA FEDATHI PARA A
CONSTRUÇÃO DA EXPERTISE DO DOCENTE FEDATHIANO**

FORTALEZA

2022

JOSÉ AIRTON DE OLIVEIRA FAUSTINO

CAMINHOS E DESCAMINHOS COM A SEQUÊNCIA FEDATHI PARA A
CONSTRUÇÃO DA EXPERTISE DO DOCENTE FEDATHIANO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Brasileira da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Educação Brasileira. Área de concentração: Novas Tecnologias e Educação a Distância.

Orientador: Prof. Dr. Hermínio Borges Neto.

FORTALEZA

2022

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Sistema de Bibliotecas

Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

- F271c Faustino, José Airton de Oliveira.
Caminhos e descaminhos com a Sequência Fedathi para a construção da expertise do docente fedathiano / José Airton de Oliveira Faustino. – 2022.
88 f. : il.
- Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Faculdade de Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação, Fortaleza, 2022.
Orientação: Prof. Dr. Herminio Borges Neto.
1. metodologia de ensino. 2. prática docente. 3. ensino de matemática. I. Título.

CDD 370

JOSÉ AIRTON DE OLIVEIRA FAUSTINO

CAMINHOS E DESCAMINHOS COM A SEQUÊNCIA FEDATHI PARA A
CONSTRUÇÃO DA EXPERTISE DO DOCENTE FEDATHIANO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Educação. Área de concentração: Novas Tecnologias e Educação a Distância.

Aprovada em: 26/10/2020.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Hermínio Borges Neto (Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dra. Antônia Lis de Maria Martins Torres
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dra. Ana Cláudia Uchôa Araújo
Instituto Federal do Ceará (IFCE)

A Deus.

À minha mãe, Maria Adionete, por ter me incentivado desde o começo.

À Cristina, por ter me acompanhado de perto e me apoiado nesta empreitada.

Ao meu filho do coração, Jonathan, por toda ajuda concedida.

Ao meu companheiro canino, Snow Mendel, por ter estado sempre perto no momento solitário que é a escrita.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por toda a força para realizar esta tarefa.

Ao Prof. Dr. Hermínio Borges Neto, pela excelente orientação, compreensão nos momentos complicados e oportunidade de poder conviver com uma pessoa que busca por uma educação de qualidade na prática.

Ao Professor Dr. e amigo Daniel Brandão Menezes, por toda a ajuda com a compreensão da metodologia Sequência Fedathi e a metodologia científica que nortearam este trabalho e as oportunidades de crescimento acadêmico.

À professora Dra. Ana Uchôa, pela colaboração em tornar o texto mais compreensível.

À minha mãe, por me apoiar, desde a tenra idade, a perseguir meus objetivos.

Ao meu pai, que, a seu modo, incentivou-me.

À minha companheira, Cristina, que me apoiou em todos os momentos e acreditou em mim nas diversas situações.

Ao meu filho do coração, Jonathan, pelo apoio com o manuseio das tecnologias digitais.

Ao meu companheiro canino, Snow Mendel, pelo companheirismo e amor incondicional.

À amiga Milinia, pelos momentos de descontração e colaboração nos trabalhos acadêmicos.

Ao amigo Carlos, pelos momentos de descontração e coautoria no primeiro trabalho submetido no Encontro Nacional de Educação Matemática.

À professora participante da banca examinadora, professora Lis de Maria, pelas valorosas contribuições.

Aos esbeltos: Dani, Lara, Wesley, André e Fernanda! Obrigado por toda a descontração, colaboração e aprendizado.

A todos que fazem o Laboratório de Pesquisa Multimeios, em especial à Angela e à Monalisa, pelas conversas confortantes e ensinamentos.

Ao amigo Moribe, por ter me falado sobre o Laboratório de Pesquisa Multimeios.

Ao meu tio Erisnaldo, pelas contribuições na minha formação.

À minha tia Lucimar, pelas palavras de incentivo.

Aos colegas que compõem o grupo de pesquisa GEM², por todo aprendizado e pelo apoio durante a pesquisa.

Aos colegas da turma de mestrado e da Linha de História e Educação Comparada (LHEC), pelas reflexões, críticas e sugestões recebidas.

Aos professores, servidores e funcionários do PPGE-UFC, em especial à professora Fátima Nobre e professor Luís Távora, pelo exemplo de empatia no ensino.

Ao Sérgio, Morgana e Helcio, que sempre davam leveza aos trâmites burocráticos, dando muita atenção às solicitações dos estudantes.

À minha coordenadora escolar Enedina, pelo apoio para cursar as disciplinas em 2018.

À Fundação Cearense de Apoio ao Desenvolvimento Científico e Tecnológico (FUNCAP), pelo apoio financeiro com a manutenção da bolsa de auxílio durante a pesquisa.

Enfim, agradeço a todos que contribuíram de alguma forma para que eu conseguisse chegar até aqui.

“Nos acertos repetimos, enquanto nos erros criamos.” (BORGES NETO, 2019).

RESUMO

Professores, em especial aqueles que lecionam a disciplina de matemática, têm sentido dificuldades em encontrar uma metodologia de ensino que possa guiar, de forma efetiva, a sua prática em sala de aula. Esses docentes, muitas vezes, tomam como método de ensino a prática de seus professores antigos, geralmente baseada em repetições e aplicações de exercícios. Com isso, poucas mudanças são vistas no âmbito educacional. No entanto, os discentes estão, cada vez mais, sentindo necessidade de uma aula diferente, que não seja pautada na repetição, mas na construção do conhecimento. Por esse motivo, o sujeito desta pesquisa buscou conhecer a metodologia Sequência Fedathi e aplicá-la como metodologia de ensino em suas sessões didáticas. Contudo, ao fazer isso, cometeu algumas falhas em sua execução. Por isso, objetivou-se conhecer o percurso docente tomado na aplicação da Sequência Fedathi, evidenciando, por meio de erros e acertos, como o professor pode aplicá-la como metodologia de ensino. Além disso, é apresentada uma postura do professor com expertise na aplicação dessa metodologia de ensino e as noções elementares que favorecem uma aplicação satisfatória da Sequência Fedathi. Este trabalho foi realizado por meio de uma metodologia exploratória e descritiva, apresentando a postura de um professor *expert* na aplicação da Sequência Fedathi e comparando-a com a prática docente de um professor com pouca experiência no uso da referida metodologia. Nessas aulas, ambos aplicaram a Sequência Fedathi, tendo como conteúdo base as permutações simples. Assim, pode-se concluir que, para a boa execução de uma sessão didática, baseada na sequência Fedathi, é preciso que tanto o professor quanto os discentes estejam imersos nessa metodologia. Para pesquisas futuras, fica o desafio de apreciar esse percurso docente durante um período maior, para que se possa compreender os estágios de evolução de um professor que utiliza a Sequência Fedathi como metodologia de ensino.

Palavras-chave: metodologia de ensino; prática docente; ensino de matemática.

ABSTRACT

Teachers, especially those who teach the subject of Mathematics, have experienced difficulties in finding a teaching methodology that can effectively guide their classroom practice. These teachers often take as their teaching method the practice of their old teachers, usually based on repetitions and applications of exercises. With this, few changes are seen in the educational field, however, students are increasingly feeling the need for a different class that is not based on repetition, but on the construction of knowledge. For this reason, the subject of this research sought to know the Fedathi Sequence methodology and apply it as a teaching methodology in his didactic sessions, however, in doing so, he committed some failures in its execution. For this reason, the objective was to get to know the teaching path taken in the application of the Fedathi Sequence, highlighting, through mistakes and successes, how the teacher can apply, with expertise, the Fedathi Sequence as a teaching methodology. In addition, a position of the teacher with expertise in the application of this teaching methodology and the elementary notions that favor a satisfactory application of the Fedathi Sequence will be presented. This work was carried out by means of an exploratory and descriptive methodology, presenting the posture of an expert teacher in the application of the Fedathi Sequence and comparing it with the teaching practice of a teacher with little experience in the use of the Fedathi Sequence. In these classes, both applied the Fedathi Sequence, having as base content the Simple Permutations. Thus, it can be concluded that for a good execution of a didactic session, based on the Fedathi sequence, both the teacher and the students must be immersed in this methodology. For future researches, the challenge remains to appreciate this teaching path for a longer period of time, so that you can understand the stages of evolution of a teacher who uses the Fedathi Sequence as a teaching methodology.

Keywords: teaching methodology; teaching practice; teaching of mathematics.

LISTA DE FIGURAS

| | |
|---|----|
| Figura 1 – Etapas da metodologia de pesquisa Sequência Fedathi..... | 26 |
| Figura 2 – Resolução por meio do digrama de árvore..... | 56 |
| Figura 3 – Polígono de Fedathi..... | 79 |

LISTA DE QUADROS

| | |
|--|----|
| Quadro 1 – Trabalhos que tratam da mediação de professores que utilizam a Sequência Fedathi..... | 18 |
| Quadro 2 – Descrição das etapas da metodologia de pesquisa Sequência Fedathi..... | 27 |
| Quadro 3 – Correntes filosóficas e seus objetivos para a matemática..... | 38 |
| Quadro 4 – Obstáculo que dificultou o objetivo de cada corrente..... | 39 |
| Quadro 5 – Principal influência na educação matemática..... | 39 |
| Quadro 6 – Cenários possíveis do resultado da eleição do exemplo..... | 55 |
| Quadro 7 – Atitudes do professor <i>fedathiano</i> | 77 |
| Quadro 8 – Postura docente segundo a Sequência Fedathi..... | 77 |
| Quadro 9 – Atitudes de um aluno <i>fedathiano</i> | 78 |

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

| | |
|-------|--|
| EJA | Educação de jovens e adultos |
| FACED | Faculdade de Educação |
| GEEM | Grupo de Estudos do Ensino de Matemática |
| IBICT | Instituto Brasileiro de Informação em Ciência e Tecnologia |
| IFCE | Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará |
| IMPA | Instituto de Matemática Pura e Aplicada |
| MMM | Movimento da Matemática Moderna |
| PFC | Princípio Fundamental da Contagem |
| PMA | Pensamento matemático avançado |
| SF | Sequência Fedathi |
| SMSG | School Mathematics Study Group |
| UFC | Universidade Federal do Ceará |
| UNB | Universidade de Brasília |

SUMÁRIO

| | | |
|--------------|--|-----------|
| 1 | INTRODUÇÃO..... | 13 |
| 1.1 | Justificativa..... | 17 |
| 1.2 | Problemática e delimitação do tema..... | 22 |
| 1.3 | Perguntas norteadoras e objetivos..... | 24 |
| 2 | PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS..... | 26 |
| 3 | FILOSOFIAS DA MATEMÁTICA E SUAS INFLUÊNCIAS NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA..... | 32 |
| 3.1 | Intuicionismo..... | 33 |
| 3.2 | Logicismo..... | 34 |
| 3.3 | A corrente formalista..... | 35 |
| 3.3.1 | <i>Influência da corrente formalista no ensino de matemática.....</i> | 35 |
| 4 | SEQUÊNCIA FEDATHI..... | 41 |
| 4.1 | Fundamentos da Sequência Fedathi..... | 44 |
| 4.1.1 | <i>Pedagogia mão no bolso.....</i> | 44 |
| 4.1.2 | <i>Situação adidática.....</i> | 44 |
| 4.1.3 | <i>Pergunta.....</i> | 45 |
| 4.1.4 | <i>Mediação.....</i> | 46 |
| 4.1.5 | <i>Contraexemplo.....</i> | 47 |
| 4.1.6 | <i>Acordo didático.....</i> | 47 |
| 4.1.7 | <i>Concepção do erro.....</i> | 48 |
| 4.1.8 | <i>Plateau.....</i> | 49 |
| 4.2 | Construtivismo, aprendizagem significativa e sociointeracionismo..... | 50 |
| 5 | CAMINHOS E DESCAMINHOS COM A SEQUÊNCIA FEDATHI..... | 53 |
| 5.1 | Ensino de permutação nos livros..... | 55 |
| 5.2 | Primeira aplicação..... | 58 |
| 5.3 | Segunda aplicação..... | 65 |
| 5.4 | Comparação entre as duas aplicações..... | 67 |
| 6 | POSTURA DO PROFESSOR FEDATHIANO E DO ALUNO FEDATHIANO..... | 74 |
| | REFERÊNCIAS..... | 84 |

1 INTRODUÇÃO

Ingressei no curso de licenciatura em Matemática no ano de 2006. Antes desse período, minha experiência com o ensino se resumia a alguns auxílios para colegas de sala que não atingiam a média estabelecida pelo sistema educacional na disciplina de matemática, tanto no ensino fundamental quanto no ensino médio.

O meu percurso na educação básica se deu, na maior parte, em escola pública (da alfabetização até a primeira metade do ensino médio), enquanto a segunda metade do ensino médio cursei em uma escola filantrópica mantida por uma instituição privada. Com isso, a minha mudança de escola não trouxe nenhum ônus financeiro à minha família.

Os professores que mais tenho lembranças são aqueles com os quais estudei nos anos finais do ensino fundamental e no ensino médio. Neste breve relato, darei ênfase ao comportamento dos professores de matemática, haja vista que segui essa profissão e a atitude deles influenciaram minha prática docente, principalmente no início da carreira.

Os docentes dos anos finais do ensino fundamental eram mais distantes dos alunos, e, em relação à sua postura, o que mais me chamou a atenção foi o fato deles não ministrarem integralmente os conteúdos do livro didático que utilizavam. Naquela época, tinha em mente que um bom profissional era aquele que cumpria todo o conteúdo do livro, pois o parâmetro que tinha era dos professores que ministravam aulas nas melhores escolas privadas do município de Fortaleza, capital do estado do Ceará. Eram levadas em consideração as muitas propagandas dessas instituições, que mostravam altos índices de aprovação nos exames de ingresso das universidades públicas. Assim, trago outro elemento do meu imaginário de adolescente, que era o de considerar uma boa escola aquela que aprovava mais alunos em um vestibular de instituições mantidas pelo governo federal ou estadual.

Tendo esse referencial, considerava que minha escola não preparava para essa etapa da vida estudantil e, em consequência, considerava que meus professores não executavam com excelência a sua função de ensinar.

No ensino médio, o professor do primeiro ano desta etapa era mais próximo da turma. Porém, percebi que ele também não cumpria integralmente o conteúdo do livro didático. Por isso, em determinada situação, questionei-o por qual motivo ele não fazia o que eu achava que deveria ser feito e a sua resposta foi: “não posso ministrar o conteúdo completo do livro didático, pois a turma não acompanharia o ritmo frenético dessa prática e a reprovação seria exorbitante”. O que me provocou fazer essa pergunta a esse docente é porque eu o considerava

um bom professor, mas, na minha percepção, ele estava executando uma prática errônea.

No primeiro semestre do segundo ano do ensino médio, o professor era próximo à turma e solícito no esclarecimento de dúvidas, porém, sua formação era em agronomia. Este docente também tinha a prática de não seguir o conteúdo do livro didático de forma integral. No segundo semestre do segundo ano do ensino médio e no terceiro ano da mesma etapa, o docente era licenciado em matemática, mas sua proximidade com os alunos era quase inexistente, o que dificultava a ação dos discentes de esclarecerem suas dúvidas com ele.

Na educação básica, minha dificuldade com a disciplina de matemática era mínima, instigando em mim a vontade de seguir na área de exatas. Essa facilidade foi percebida por alguns colegas de sala que, em alguns momentos, pediam ajuda no entendimento da disciplina. Para ajudá-los, o meu método de ensino se resumia em imitar o modo como os meus professores lecionavam, que era: definição do conteúdo, exemplos de aplicação do conteúdo por meio de resolução de problemas e a proposição de exercícios aos alunos, semelhantes aos exemplos apresentados pelo docente.

As experiências seguintes foram proporcionadas pelo ingresso no Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Ceará (UFC), no ano de 2007, enquanto cursava as disciplinas de Estágio Supervisionado I e II. Nessa ocasião, observei as aulas de um professor de uma escola estadual do ensino médio, localizada no município de Fortaleza. Em alguns momentos, ministrei aulas, supervisionadas por esse docente, que me observava e, logo após, orientava-me a respeito de como deveria ser minha conduta em relação ao conteúdo e ao domínio de sala. Essas orientações ocorriam sempre após as aulas que eu ministrava e elas consistiam na correção de algumas falhas que eram percebidas por ele, que eram, principalmente, falhas de gestão de sala de aula, relacionadas ao conteúdo matemático e algumas inseguranças que eram demonstradas no momento de tirar as dúvidas dos alunos.

No ano de 2008, concomitante à graduação, comecei a trabalhar como docente regente da área de conhecimento de matemática, em uma escola particular, localizada no município de Caucaia, região metropolitana do município de Fortaleza. Durante essa experiência, cometi muitos erros, principalmente, em relação à gestão de sala, em que senti muitas dificuldades em lidar com os alunos dos anos finais do ensino fundamental. Essa falta de habilidade no trato com a turma implicou o nosso distanciamento, culminando no desinteresse desses discentes em participarem da aula. Essa dificuldade atrapalhou muito o processo de ensino e a aprendizagem dos educandos. Devido a esses obstáculos, cogitei desistir do magistério, pois as frustrações vivenciadas me fizeram refletir se realmente a docência era a

profissão que eu deveria exercer. Com isso, questioneimei-me se teria capacidade de ser um professor que colaborasse para o aprendizado dos discentes.

No final do ano de 2008, pedi demissão da escola e fiquei afastado da função por todo o primeiro semestre do ano de 2009, devido a problemas de saúde, voltando a exercer a atividade docente em setembro do mesmo ano, na rede pública de ensino do município de Caucaia, como professor com contrato por tempo determinado.

A segunda experiência ocorreu em uma escola pública municipal e trouxe muito aprendizado, tornando evidente a importância do magistério. Esse trabalho como docente na rede pública me propiciou ter contato com uma realidade diferente da rede particular, a qual eu estava habituado, pois os alunos tinham uma situação financeira muito precária. Devido à essa situação, tinham uma preocupação maior com a própria subsistência do que com a sua aprendizagem.

Até esse momento, não havia parado para pensar a minha prática de ensino, pois ministrava minhas aulas tendo como meio principal a exposição do conteúdo com resolução de exercícios e repetição desses métodos por parte do aluno e sem a mínima preocupação com o planejamento das aulas. Percebi o respeito que eles tinham por aquele momento na classe, mas não pela aprendizagem. Isso é evidenciado quando, no momento da explanação do conteúdo, eles ficavam em silêncio, porém, absortos, e no momento de se comprometerem ativamente com as atividades propostas, o que iria consolidar a sua aprendizagem, ficava nítida uma negligência com essas atividades, o que refletia diretamente nos seus resultados. Com isso, passei a me preocupar em tornar aquele momento em sala mais atraente e, que essa mudança, fizesse-os ter um maior compromisso com a aquisição do conhecimento, que, na minha concepção, aconteceria quando houvesse um envolvimento com as atividades propostas.

Para isso, outra ideia foi executada para tornar as aulas mais envolventes na perspectiva dos educandos. Essa ideia consistiu em levar, uma vez ou outra, um vídeo para fixar a atenção dos alunos para o conteúdo. No entanto, não tinha a preocupação com a mediação do conhecimento por meio desse recurso didático, também não conhecia uma metodologia que pudesse me orientar a tornar a ideia dos vídeos mais educativas, levando apenas o lúdico e deixando-os, ainda, na passividade na relação de ensino e aprendizagem. O primeiro vídeo que levei para a sala de aula era um desenho animado que trazia aplicações de frações em um jogo de sinuca. Além disso, mostrava padrões matemáticos encontrados na natureza. Porém, pela falta de uma metodologia de mediação, a sessão didática acabava sendo “vídeo pelo vídeo”, sem fazer uma ligação com os conhecimentos dos alunos.

Com a implementação dos vídeos, notei que um número maior de discentes começou a se envolver nas aulas. No entanto, a qualidade do envolvimento e a quantidade de alunos ainda não eram suficientes para considerar a experiência exitosa. Na época, acreditava que a falta de sucesso na empreitada de melhoria da aula ocorria somente pelo fato de os discentes terem que se preocupar em trabalhar para garantir o próprio sustento.

Todavia, mesmo com a utilização de novos instrumentos pedagógicos, a falta de planejamento persistia e ficava evidente que a escassez da sistematização das atividades era um dos elementos que contribuía para que se dificultasse lidar com as situações complicadas que surgiam no decorrer da aula. Isso, muitas vezes, inviabilizava o bom andamento do trabalho docente.

No entanto, o fato de estar trabalhando com educandos na faixa etária de 11 a 18 anos, que não sabiam o básico de matemática, incomodava-me, o que trouxe a mim a seguinte reflexão: o que está faltando nas minhas aulas para que esses alunos passem a se interessar pela matemática?

Nessa constante busca, com a finalidade de preencher as lacunas que tornavam as minhas aulas desinteressantes, encontrei uma formação oferecida pelo Laboratório de Pesquisa Multimeios, localizado na Faculdade de Educação (FACED) da UFC. Esse curso era semipresencial, no qual tínhamos o primeiro encontro presencial para definir os seus trâmites burocráticos. O segundo e último encontro, também presencial, era destinado à avaliação dessa formação por parte dos cursistas e pelos professores. Nessa oportunidade, os formandos descreveram suas dificuldades quando foram planejar e executar uma das principais atividades para conclusão do curso, que era uma sessão didática, que é o termo que conceitua uma aula fundamentada na Sequência Fedathi (SF). No meu caso, tive dificuldades em colocar em prática os fundamentos e etapas dessa metodologia de ensino, principalmente pelo fato de ter estudado a teoria, mas não ter colocado em prática até então.

A SF é uma metodologia de ensino criada pelo professor Hermínio e será detalhada mais à frente. Outra atividade que ocorreu, nesse segundo encontro, foi a apresentação por parte de uma cursista de uma sessão didática que ela planejou e executou em sua sala de aula. Após a exposição, os professores do curso apontaram o que poderia ser melhorado nessa sessão para que ela fosse executada de maneira correta sob a perspectiva da SF.

Após conhecer a metodologia de ensino SF, na experiência do curso de formação, participei das reuniões do grupo de pesquisa. Essas reuniões ocorrem às segundas-feiras, no horário de 14 horas, na FACED-UFC, denominada Segunda Multimeios. Nela, são debatidas

sessões didáticas que são executadas utilizando a SF, em que os integrantes procuram identificar os erros cometidos, sendo dadas sugestões para a melhoria da sessão didática que foi apresentada.

Após frequentar as reuniões do grupo, por todo o ano de 2017, senti-me confiante para planejar e aplicar aulas fundamentadas na SF e apresentá-las durante as Segundas Multimeios. Para isso, foi escolhida uma, em especial, que abordou o conteúdo de permutações simples. Diante disso, levei essa sessão para ser observada pelos integrantes do grupo de pesquisa, eles fizeram suas considerações sobre ela e, por conseguinte, foi o germe da ideia desta pesquisa.

1.1 Justificativa

A experiência com a utilização da metodologia de ensino SF inspirou o começo deste projeto, pois a prática em sala de aula fundamentada na SF requer uma mudança na atuação tanto do docente quanto dos discentes, porém, essa mudança não ocorre de forma instantânea. Para justificar essa afirmação, evoca-se a fala de Borges Neto (2019), quando ele afirma que a SF é fácil de estudar, mas difícil de concretizar. Esses obstáculos de concretização da SF foram vivenciados por um dos sujeitos desta pesquisa.

Tendo como justificativa inicial as dificuldades sentidas com a aplicação de uma aula sobre o conteúdo de permutação simples assentada na SF, evidencia-se que o uso de uma nova metodologia pode ajudar o docente a diminuir os percalços do ensino e da aprendizagem em sala de aula. No entanto, ao iniciar a mudança de metodologia de ensino, pode acontecer de o professor encontrar dificuldades em organizar e explicar sua nova aula, de forma que esses obstáculos causem desânimo.

Portanto, o docente precisa entender que essa transformação de postura deve acontecer paulatinamente, isto é, o docente não deve desistir, caso sua tentativa de mudança não se concretize na primeira experiência. Não obstante, deve persistir na sua transição e aprimorar sua prática com a nova metodologia adotada, buscando alcançar uma expertise. Dessa forma, alcançará que seus discentes modifiquem sua prática, agindo conforme a nova metodologia preconiza que eles procedam.

Acredita-se que a SF permita ao professor elaborar e desenvolver um curso que não seja alicerçado no treinamento, mas na formação do senso crítico do discente. Pauta-se em Freire (2011) para justificar essa afirmativa quando ele ratifica que o professor deve embasar

sua prática na construção da autonomia do aluno, possibilitando-o analisar metodicamente não só o conteúdo estudado, mas as diversas situações do seu cotidiano que necessitem de uma observação mais cuidadosa.

No entanto, para que a construção dessa autonomia seja praticada de maneira efetiva, é necessário que o professor gere uma aula fundamentada na SF da melhor maneira possível. Assim, espera-se que este trabalho possa contribuir para o aprimoramento do educador que aspira se tornar um docente *fedathiano*. Por docente *fedathiano*, entende-se aquele professor que utiliza a SF como metodologia de ensino predominante na sua prática.

Para justificar esta pesquisa, foram buscados trabalhos acadêmicos que tratassem da mediação docente praticada por aqueles profissionais que utilizam a SF, focando nas dificuldades sentidas pelos professores iniciantes e na prática de professores mais experientes no manejo dessa metodologia, tendo em vista que essa mediação é o objeto de pesquisa deste trabalho.

Os trabalhos escolhidos tiveram como critério de inclusão as teses e dissertações elaboradas e apresentadas no período de 2015 a 2019. Elas foram pesquisadas no Banco digital de teses e dissertações do Instituto Brasileiro de Informação em Ciência e Tecnologia (IBICT). Foram escolhidas teses e dissertações, pois esses trabalhos têm espaço para tratarem as experiências com mais detalhes, estabelecendo relações entre prática e teoria.

Inicialmente, foram encontrados 23 trabalhos. Após a exclusão daqueles repetidos e a leitura dos resumos, foram eleitos dez trabalhos que tratavam da mediação do professor que utiliza a SF. Os selecionados estão listados no quadro abaixo com seus objetivos gerais e o título:

Quadro 1— Trabalhos que tratam da mediação de professores que utilizam a Sequência Fedathi

| Autor/Ano | Título | Objetivo Geral |
|------------------------------------|--|--|
| Magalhães (2015) Dissertação | A Sequência Fedathi na deficiência visual | Investigar se a Sequência Fedathi possibilitará a elaboração de conceitos do sistema de numeração decimal aos discentes cegos com a utilização do recurso QVL. |
| Silva (2015) Tese | Formação do professor reflexivo com a metodologia Sequência Fedathi para o uso das tecnologias digitais | Promover a inserção da Metodologia SF, no trabalho pedagógico do professor, visando a contribuir com o desenvolvimento de sua postura, como professor reflexivo, para contexto digital. |

| | | |
|------------------------------------|---|---|
| Sousa (2015) Tese | A pergunta como estratégia de mediação didática no ensino de matemática por meio da Sequência Fedathi | Analisar as contribuições do uso da pergunta como estratégia de mediação didática no ensino de matemática em turmas iniciais do Ensino Fundamental, a partir da vivência da metodologia de ensino Sequência Fedathi. |
| Costa (2016) Dissertação | A formação de conceitos científicos para sujeitos com deficiência visual: Sequência Fedathi como aporte metodológico no ensino de química | Observar a formação de conceitos científicos para sujeitos com deficiência visual e utilizar a Sequência Fedathi como aporte metodológico para o ensino da química. |
| Pinheiro (2016) Tese | Concepção e desenvolvimento de uma formação continuada de professores de matemática baseado na sequência Fedathi | Elaborar uma proposta de formação continuada de professores de matemática do ensino fundamental II, baseada na Sequência Fedathi e nas dimensões teórica, prática, cultural e relacional para a valorização pessoal e profissional docente. |
| Mendonça (2017) Dissertação | Sequência Fedathi na formação docente: o conceito de função | Verificar se a proposta de ensino Sequência Fedathi contribui para o ensino do conceito de função. |
| Rodrigues (2017) Dissertação | Sequência Fedathi e aprendizagem cooperativa no ensino de matemática: reflexões metodológicas sobre a postura docente | Analisar as implicações existentes entre a Sequência Fedathi e a Aprendizagem Cooperativa no ensino de matemática, destacando a mudança, ou não, de postura do professor em sala de aula. |
| Fontenele (2018) Tese | Contribuições da Sequência Fedathi para o desenvolvimento do pensamento matemático avançado: uma análise da mediação docente em aulas de álgebra linear | Compreender como a mediação docente apoiada na Sequência Fedathi influencia no desenvolvimento do pensamento matemático avançado de alunos de licenciatura em matemática em aulas de álgebra linear. |
| Menezes (2018a) Tese | O ensino do cálculo diferencial e integral na perspectiva da Sequência Fedathi: caracterização do comportamento de um bom professor | Investigar o ensino da disciplina Cálculo Diferencial e Integral, em particular, o conteúdo de taxas relacionadas, e o comportamento do professor, sob a perspectiva da proposta metodológica Sequência Fedathi, Teoria do Pensamento Matemático Avançado e o uso do <i>software</i> Geogebra no curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual Vale do Acaraú. |

| | | |
|-----------------------|---|--|
| Magalhães (2019) Tese | Formação de professores de matemática que atuam na educação de jovens e adultos com discentes cegos por meio da Sequência Fedathi | Verificar a contribuição da metodologia Sequência Fedathi sobre as práticas pedagógicas de docentes que lecionam para discentes cegos. |
|-----------------------|---|--|

Fonte: Pesquisa direta (2020).

A seguir, tem-se uma breve análise dos pontos principais de cada uma das pesquisas listadas no quadro acima, oriundas do estado da arte sobre a mediação do professor que utiliza a SF como metodologia de ensino.

O trabalho de Magalhães (2015) trata do ensino de matemática para alunos com deficiência visual, objetivando colaborar com a aprendizagem dos conceitos do sistema de numeração decimal utilizando um objeto concreto, que é o quadro de valor e lugar. Nesse trabalho, a pesquisadora trata da mediação fundamentada na SF, evidenciando a relação da professora com os alunos e o bom aproveitamento deles, porém, sem dar destaque às dificuldades sentidas pelo professor ao utilizar a metodologia.

Na tese de Silva (2015), a autora traz o trabalho que foi feito com um docente do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE). O sujeito da pesquisa utilizou o *software Winplot* para o ensino de funções, tendo como metodologia a SF. Em seu percurso de pesquisa, evidencia-se a primeira aula que o professor utilizou a SF e cometeu erros ao utilizar os seus princípios. Em seguida, é descrita a sessão em que o professor conseguiu aplicar, de maneira satisfatória, os princípios da metodologia utilizada, concluindo que a SF colabora para a diminuição do imprevisto no trabalho docente. Depois, a pesquisadora constata que a SF permite que o professor se torne reflexivo e um constante investigador de meios que tornem sua sessão didática mais habilitada para a participação dos alunos e que possibilitem que eles construam o seu conhecimento.

Na tese de Sousa (2015), a pergunta é trabalhada como técnica de mediação. Em sua pesquisa, o autor traz a adaptação de educadores do ensino fundamental em seus anos iniciais a uma nova metodologia de ensino assentada sobre a pergunta como essência da mediação, que é a SF. Em seu trabalho, ele detectou que uma parte dos professores, antes da formação oferecida, não possuía um planejamento organizado de suas aulas, alguns planos de trabalho, analisados pelo pesquisador, não continham o conteúdo e o objetivo da aula. Após essa observação das atitudes dos professores, foi feita uma formação fundamentada na SF, na qual o formador (o próprio pesquisador) deu ênfase que o principal da SF é a mudança da postura do professor em relação à turma, colocando-se como mediador e não como detentor do

conhecimento. Após a formação, os sujeitos da pesquisa foram aplicar a SF em suas aulas, que foram analisadas pelo pesquisador, que destacou seus erros e acertos, porém, sem comparar com a prática de um professor mais experiente. Ademais, foi destacada a experiência favorável dos professores com a mediação por meio da pergunta.

O trabalho de Costa (2016) utilizou a SF para ensinar conceitos da química como densidade. É perceptível que, para isso, a professora utilizou os princípios *fedathianos* da pergunta e a pedagogia “mão no bolso”. Por meio desses fundamentos, ela atraiu a participação dos alunos para o momento de ensino e eles conseguiram fazer reflexões sobre o conceito, chegando a concluir as relações entre densidade, massa e volume. Apesar de descrever a mediação, não houve relatos sobre dificuldades da professora com a SF.

Por Pinheiro (2016), foi elaborada uma formação assentada sobre a SF. Ela destaca que o professor deve estabelecer uma boa relação com o discente para a mediação da SF. Além disso, a pesquisadora afirma que uma formação continuada valoriza o docente e pode incentivá-lo a ser um pesquisador da sua prática. Todavia, a pesquisadora não teve a possibilidade de aplicar o seu construto. Por isso, não foi possível perceber as dificuldades dos docentes com a utilização da SF.

Acerca do trabalho de Mendonça (2017), pode-se afirmar que a autora pretendeu verificar se a SF contribui para o ensino do conceito de função. Para atingir o seu propósito, a pesquisadora fez uma formação sobre a SF com os docentes de uma escola pública, destacando os princípios da metodologia e, também, as suas etapas. Após essa formação, os professores foram utilizar a SF em suas aulas e registraram sua experiência. A autora analisou esses apontamentos e encontrou alguns problemas de execução, mas concluiu que, apesar dos percalços, a utilização da SF contribuiu para o ensino de funções. No entanto, Mendonça (2017) não deu ênfase às dificuldades dos professores, pois esse não era seu objetivo.

Em Rodrigues (2017), a SF é associada à aprendizagem cooperativa em sala de aula. A pesquisadora elaborou e aplicou uma formação sobre as duas metodologias com a professora que foi sujeito da pesquisa. Após a formação, a docente foi aplicar a SF em sua aula e apontou como principal vantagem a participação dos alunos e, como dificuldade, a criação de uma situação generalizável. Com isso, a autora concluiu que a combinação da SF com a aprendizagem cooperativa colabora para a aprendizagem do educando. Rodrigues (2017) observou a postura da professora em sala antes da formação e as mudanças de procedimento, no entanto, sem evidenciar detalhadamente as dificuldades.

A pesquisadora Fontenele (2018) trata da possibilidade de a SF ajudar o professor

a elaborar e coordenar uma sessão didática que possibilite o aluno a desenvolver o pensamento matemático avançado (PMA), pois a autora acredita que fica muito difícil de o aluno desenvolver esse pensamento sem a devida mediação do professor. A SF é uma opção para a mediação que a pesquisadora acredita ser possível de ajudar o aluno a construir esse conhecimento. Para comprovar sua tese, a autora observou as aulas de álgebra linear de um professor experiente com a utilização da SF, enfocando a mediação satisfatória desse docente, deixando de lado as dificuldades que um docente pode sentir ao utilizar essa metodologia.

Em Menezes (2018a), o autor visa conciliar o PMA, a SF e o Geogebra no ensino de cálculo diferencial e integral. Tendo em vista que o cálculo diferencial e integral é uma disciplina com alto índice de reprovação, o pesquisador encontrou em seus estudos que uma das causas dessa taxa elevada de resultados negativos é a mediação conduzida pelo docente. Para isso, descreveu uma aula executada por um professor iniciante na utilização da SF, destacando os erros desse educador, porém, evidenciando que, apesar desses deslizes, houve uma melhora significativa da participação dos alunos na aula. Além disso, são trazidas características de um bom professor na perspectiva da SF.

Para Magalhães (2019), a SF possibilita aos professores de turmas de educação de jovens e adultos (EJA) com discentes cegos a reflexão em relação à sua mediação. Por isso, a pesquisadora propôs apurar quais elementos a SF agrega ao arcabouço teórico do professor que o habilite a proporcionar a seus alunos uma participação ativa em suas aulas, em especial os discentes com deficiência visual. Para fazer a averiguação desses elementos, a autora fez cinco oficinas com os sujeitos da pesquisa, que eram professores da EJA. Essas oficinas foram as seguintes: Metodologia Sequência Fedathi, Medidas e Grandezas, Geometria, Estatística e Práticas de Ensino. Após a formação e análise dos dados, a autora confirmou sua tese. No entanto, não retratou dificuldades vivenciadas na utilização dessa metodologia.

Após o estudo desses trabalhos, foi possível perceber a lacuna que existe em relação à análise das dificuldades que um docente iniciante pode enfrentar na utilização da SF, comparando com a atuação de um docente com expertise na aplicação dela. Tendo essa lacuna posta, este trabalho procurou trazer essas experiências para que futuros usuários da metodologia de ensino SF possam ter uma orientação de como iniciar os seus trabalhos com ela, adaptando-a à sua realidade.

1.2 Problemática e delimitação do tema

O trabalho docente é fundamental para que a relação entre ensino e aprendizagem seja satisfatória. Um dos elementos essenciais para que isso aconteça é a sistematização de uma

metodologia e que ela possa guiar o professor em seu trabalho, contribuindo para que suas aulas sejam desenvolvidas a contento, em relação aos seus objetivos, em especial o principal deles, que é a internalização do conhecimento por parte do discente.

No entanto, é necessário que o docente esteja sempre em busca do aperfeiçoamento de suas práticas, como bem afirma Tardif e Lessard (2011, p. 175): “[...] Os professores são tão ávidos por novos materiais pedagógicos, novas habilidades, novos procedimentos, pois seus instrumentos se gastam na medida em que são usados, perdem sua força de impacto e precisam, portanto, ser remodelados, substituídos, adaptados”. Por essa afirmação, pode-se concluir que o professor deve estar, constantemente, refletindo sobre sua ação e verificando as necessidades de seus alunos, tendo em vista que essas necessidades mudam de acordo com o passar do tempo.

Segundo Becker (2012), a prática do magistério necessita de modificação, mas quem deve chegar a essa conclusão é o próprio docente. Ele deve reconhecer suas limitações, buscando novos meios de propiciar uma boa aula para seu discente, apesar de todos os empecilhos pessoais e institucionais. Portanto, o professor deve ser incentivado a fazer formações com a finalidade de aperfeiçoar sua prática, pois essa formação só surtirá efeito quando o professor tiver disposto a colocá-la em prática.

Outra dificuldade apontada por Becker (2012) é o fato de muitos professores estarem resistentes a mudanças, atribuindo a não ocorrência da aprendizagem, simplesmente, ao discente. Outrossim, alguns professores procuram mudar, mas, diante da primeira dificuldade, desistem e retornam às suas práticas antigas, mostrando um desconhecimento a respeito do que afirma Becker (2012): o conhecimento nasce da interiorização das ações, e não da abstração das propriedades dos objetos. Portanto, podemos transpor essa ideia para o aprendizado de uma nova metodologia de ensino, isto é, para o professor ter conhecimento satisfatório sobre determinada metodologia, é necessário que ele coloque o uso dela em prática e reflita sobre as suas ações, procurando corrigir os equívocos cometidos.

Portanto, tem-se o seguinte problema: quais possíveis erros podem ser evitados por um iniciante na utilização da SF e quais elementos essenciais ele pode agregar à sua prática para desenvolver a metodologia da melhor maneira possível? A partir desse problema, acredita-se que, ao conhecer alguns dos possíveis erros que um docente comete ao iniciar na utilização da SF e, também, as noções elementares que um professor *expert* possui para a aplicação satisfatória dessa metodologia, ele terá menos dificuldades em se adaptar a essa mudança e incorporá-la à sua prática.

Diante dessas observações, pode-se perceber, neste trabalho, a possibilidade de os

professores terem um norte na utilização da metodologia de ensino SF, aprendendo com as dificuldades aqui relatadas e adaptando esse aprendizado à sua realidade, considerando as suas particularidades e as de seus aprendentes.

1.3 Perguntas norteadoras e objetivos

Diante das dificuldades sentidas na aplicação da SF e das leituras realizadas em outros trabalhos, têm-se às seguintes perguntas norteadoras:

- Quais os possíveis caminhos (acertos sob a perspectiva da Sequência Fedathi) e descaminhos (erros sob a perspectiva de Sequência Fedathi) do percurso docente tomado na aplicação da Sequência Fedathi como metodologia de ensino?
- Quais as principais concepções sobre o conhecimento matemático que fundamentam a ação docente do professor de matemática?
- Quais alguns dos possíveis erros cometidos por um professor iniciante na utilização da Sequência Fedathi?
- Qual a postura de um professor que aplica com expertise a Sequência Fedathi?

A partir das perguntas de pesquisa, delinearam-se os seguintes objetivos:

Objetivo geral

Identificar noções elementares que favoreçam a expertise da aplicação da Sequência Fedathi (caminhos) e algumas dificuldades enfrentadas por professores iniciantes na Sequência Fedathi (descaminhos).

Objetivos específicos

- Conhecer as principais concepções sobre o conhecimento matemático que fundamentam a ação docente do professor de matemática.
- Indicar alguns possíveis erros que podem ser cometidos por um professor iniciante na utilização da Sequência Fedathi.
- Apresentar a postura de um professor com expertise na aplicação da Sequência Fedathi como metodologia de ensino.

No próximo capítulo, serão tratados os procedimentos metodológicos que guiaram o percurso deste trabalho.

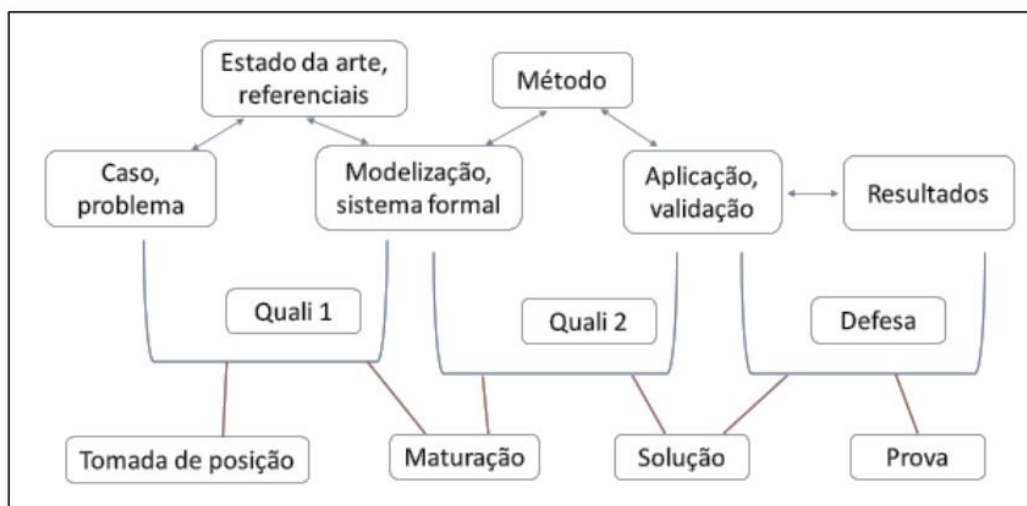
2 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Este capítulo é dedicado à descrição dos procedimentos metodológicos que foram a base das observações de campo, desde a fase de coleta dos dados até a análise e interpretação deles. Todos os procedimentos foram delineados em concordância com os objetivos da investigação, de modo que cada um pudesse ser alcançado no decorrer de cada etapa deste estudo. Fundamentando-se em Menezes (2018a), que traz a metodologia de pesquisa SF, uma metodologia de pesquisa criada no Laboratório de Pesquisa Multimeios, localizado na FACED da UFC, e em Gil (2008), referência em pesquisa na área das ciências humanas.

Com o propósito de sistematizar e tornar imparcial os passos a serem seguidos nesta pesquisa, optou-se por utilizar a metodologia de pesquisa SF, pois é uma metodologia de pesquisa criada no âmbito do Laboratório Multimeios e propicia aos seus pesquisadores uma ordenação dos seus atos e pensamentos diante dos problemas que eles estudam e se propõem a resolver (MENEZES, 2018a). Esses critérios de sistematização, imparcialidade e ordenação são necessários para que a pesquisa tenha um caráter científico e o pesquisador consiga direcionar de forma satisfatória a sua caminhada.

Na figura que segue, pode-se entender o fluxo de uma pesquisa guiada pela metodologia de pesquisa Sequência Fedathi.

Figura 1 – Etapas da metodologia de pesquisa Sequência Fedathi



Fonte: Borges Neto (2018).

No caso da dissertação de mestrado, tem-se apenas a 1ª qualificação (Quali 1) e, a partir dela, deve-se seguir para a aplicação e, em seguida, para os resultados. A descrição das etapas da metodologia de pesquisa SF pode ser resumida no quadro abaixo:

Quadro 2 – Descrição das etapas da metodologia de pesquisa Sequência Fedathi

| | |
|-------------|--|
| Problema | Nesta primeira etapa, de forma resumida, é o momento em que o pesquisador apresenta o seu problema e justifica-o. Além disso, são descritos a relevância do tema e os passos que serão seguidos para atingir os objetivos específicos e, conseqüentemente, o objetivo geral. |
| Modelização | Nesta fase, após conhecer o problema, o objeto de pesquisa é traçado, juntamente com os objetivos. O pesquisador irá criar um modelo formal para resolver o seu problema e aplicá-lo. |
| Aplicação | O modelo criado na etapa passada é constituído pelos instrumentos metodológicos elencados para conseguir coletar os dados. Na aplicação, será utilizado esse modelo e serão verificados os seus impactos na situação investigada. |
| Resultados | Nos resultados, serão elaboradas as análises e reflexões acerca dos dados coletados no instante da validação. Ocorrerá o retorno de maneira cíclica às fases anteriores sempre que necessário para consolidar as reflexões. |

Fonte: adaptado de Menezes (2018a).

Após a breve explanação da metodologia de pesquisa SF, segue-se a sua aplicação neste trabalho, como guia dos passos da pesquisa.

No caso deste estudo, tinha-se a intenção de compreender noções elementares que devem ser incorporadas à postura do professor a fim de proporcionarem uma aplicação satisfatória da metodologia de ensino SF. Isto é, o objeto de pesquisa deste trabalho é a mediação promovida por professores que utilizam a SF, tendo como objetivo principal a identificação de noções elementares que favoreçam a aplicação da SF com expertise e algumas dificuldades enfrentadas por professores iniciantes na SF. Dessa forma, apresenta o propósito de auxiliar os professores que se empenham na empreitada de mudança de metodologia e, principalmente, de postura em sala de aula, tendo como metodologia a ser alcançada a SF.

O objetivo maior desta investigação surgiu do seguinte problema: quais possíveis erros podem ser evitados por um iniciante na utilização da SF e quais elementos essenciais ele pode agregar à sua prática para desenvolver a metodologia da melhor maneira possível? Com isso, acredita-se que se tem a primeira etapa da metodologia de pesquisa SF, que é a apresentação do problema.

Ao deparar-se com esse problema, foi necessário realizar a procura do estado da arte em busca de trabalhos que tenham tratado desse problema ou que tratassem da mediação

empregada pelo professor que utiliza a SF como metodologia de ensino. Ao terminar o estado da arte, foram encontrados dez trabalhos que tratavam da mediação buscada, porém, não solucionavam o problema fomentador desta pesquisa, o que deu ênfase à justificativa de realizá-la.

Tendo em vista que este trabalho é justificável, chega-se à segunda etapa da metodologia de pesquisa SF, que é a modelização, ou seja, era preciso encontrar um modelo formal para realizar a pesquisa. Para fazer essa modelização, acredita-se ser necessário classificar a pesquisa quanto ao objetivo geral, pois, com essa especificação, consegue-se identificar os melhores procedimentos para delinear a pesquisa. Nesse ponto, convergiu-se para as ideias de Gil (2008), quando ele classifica os níveis de trabalhos de pesquisa quanto aos objetivos em exploratórios, descritivos e explicativos.

Ao analisar essas classificações, encontrou-se que a mais adequada a esta investigação científica é a exploratória, pois Gil (2008) afirma que um trabalho é exploratório quando são detectados poucos relatos sobre o problema proposto, exigindo maior esclarecimento sobre ele para realizar hipóteses mais precisas. A escassez de trabalhos sobre o problema foi comprovada por meio do estado da arte.

Ao encontrar a classificação do nível da pesquisa, buscou-se delinear os procedimentos de coleta de dados. Decidiram-se como métodos: a pesquisa bibliográfica para entender elementos que influenciam a postura atual dos professores de matemática e, também, compreender as etapas e fundamentos da SF. Ademais, optou-se pela observação participante da aula do professor iniciante para compreender a sua postura e a observação direta para compreender a postura do professor *expert*.

Ao encontrar os métodos adequados para esta pesquisa, chega-se à etapa da aplicação da SF. Nesta etapa, após escolhidos os métodos, outro nível da pesquisa aparece, que é o nível descritivo, pois foi considerado que este trabalho procura entender um fenômeno de natureza prática. Segundo Gil (2008), as pesquisas descritivas e exploratórias são utilizadas, geralmente, por pesquisadores das áreas de ciências humanas para cumprir suas pesquisas. Portanto, esse nível se enquadra para esta investigação científica, objetivando-se observar a atuação dos professores iniciantes e *experts* na utilização da SF.

Após a coleta de dados por meio da observação e descrição das atividades dos sujeitos deste trabalho, chega-se à etapa dos resultados. Nesse ponto da pesquisa, necessita-se analisar e refletir acerca das ações desses indivíduos, porém, esses procedimentos devem ser concretizados à luz de categorias de análise. As categorias escolhidas foram os fundamentos da

SF, pois o professor que utiliza essa metodologia de ensino deve aplicá-los da maneira correta para que seus objetivos de ensino sejam alcançados de maneira satisfatória, isto é, o discente deve atingir o conhecimento proposto na sessão didática com o mínimo de lacunas possível.

Foi feita a análise dessas aulas sob a perspectiva dos fundamentos da SF. Ressalta-se que a sessão didática (aula planejada para aplicar as sequências de ensino (SOARES, 2016) feita pelo docente mais experiente, com a utilização da SF, teve o objetivo de corrigir os equívocos cometidos na aula do docente iniciante que tratava sobre o conteúdo de permutação simples. Com isso, foi comparado como os professores desempenharam suas aulas e quais as diferenças entre a prática de ambos.

Assim, as categorias de análise foram as seguintes: *plateau*, situação generalizável, pergunta, acordo didático, contraexemplo e a concepção do erro. Para que essas categorias sejam melhor entendidas, foi feita uma descrição delas abaixo:

Categoria 1: *Plateau*

O *plateau* é o nível de segurança do conhecimento dos alunos, do qual o professor deve partir para iniciar a sua sessão didática. Segundo Bezerra (2018), o *plateau* é fundamental para que o professor faça seu planejamento conforme o nível dos seus alunos, propiciando um momento de aprendizagem favorável.

Categoria 2: situação generalizável

Em sua explicação sobre a etapa da tomada de posição, Souza (2013) afirma que a situação generalizável é o tipo de problema que o professor deve trabalhar com a sua turma, pois, com esse problema, o aluno pode mobilizar seus conhecimentos prévios para construir o novo conhecimento.

Categoria 3: pergunta

As perguntas são utilizadas durante toda a sessão didática pautada na SF, podendo ser considerada o elemento da SF que mais instiga a participação do aluno.

Conforme Sousa (2015), as perguntas podem ser esclarecedoras (são aplicadas com o propósito de entender como os alunos estão se situando na sessão didática, dando oportunidade ao professor de verificar se suas estratégias estão lhe ajudando a atingir os seus objetivos), estimuladoras (são feitas com o propósito de estimular a participação do aluno na sessão didática, tornando-o um sujeito ativo na construção do seu conhecimento por meio do estímulo à criatividade e descoberta) e orientadoras (têm a finalidade de estabelecer uma conexão entre o problema proposto e os conhecimentos do aluno, com o intuito de levar o discente a criar um caminho que o levará à resolução da situação proposta em aula).

Categoria 4: acordo didático

O acordo didático, de acordo com Sousa (2015), é o princípio da SF que serve para definir as regras da sessão didática, isto é, definir as funções de cada sujeito. Com essas posições definidas, o trabalho de mediar do professor é facilitado e a aprendizagem vai acontecer por meio da posição investigativa do aluno.

Categoria 5: contraexemplo

Na sua explanação sobre o contraexemplo, Ferreira (2018) afirma que esse fundamento é utilizado pelo professor para colocar o aluno em situação de reflexão sobre sua resposta com a finalidade de que o discente desenvolva argumentos para defender a sua solução.

Categoria 6: concepção do erro

Esse fundamento é um dos grandes diferenciais da SF, pois, de acordo com Melo (2018), o trabalho do erro pelo professor conduzirá o aluno a repensar as suas soluções para o problema dado e proporcionará ao professor compreender a lacuna que o discente possui em seu arcabouço.

O *locus* da pesquisa foi feito em dois lugares: Escola Estadual de Educação Profissional Dona Creusa do Carmo Rocha (professor iniciante) e (UFC (professor experiente). Na escola estadual, o conteúdo foi trabalhado com alunos do ensino médio, na faixa etária de 15 a 18 anos, e com pouca vivência com a nova metodologia de ensino (SF) adotada pelo docente. Ao passo que, na UFC, os alunos eram de faixa etária diversa e bem familiarizados com essa metodologia de ensino por participarem do grupo de pesquisa do Laboratório Multimeios.

Para fazer o planejamento da aula, utilizaram-se obras de autores brasileiros de livros didáticos do ensino médio que tratam do conteúdo de permutações simples – Hazzan (2004), Morgado *et al.* (2006), Iezzi *et al.* (2016) e Dante (2016). Esses autores foram escolhidos devido à sua constatada qualidade perante os professores desse conteúdo no ensino médio.

Por fim, de forma geral, será apresentada uma síntese de como deve ser a postura de um professor *fedathiano* para que ele consiga envolver seus alunos na sessão didática que será proposta e, com isso, atinja o seu foco, que é a aprendizagem de todos os discentes ou, pelo menos, grande parte da turma.

Posto isso, serão descritos, em poucas palavras, o que consta em cada uma das partes desta dissertação: o primeiro capítulo consta da introdução, na qual é trazida a contextualização do tema, a justificativa e os objetivos da pesquisa.

No segundo módulo, é abordado o percurso metodológico, no qual é tratada a SF enquanto metodologia de pesquisa, que guiou o pesquisador na modelagem e solução do problema. Para isso, foi elaborada uma relação do processo formal de fazer ciência SF com as pesquisas exploratória e descritiva, partindo do pressuposto de que essas metodologias trazem métodos adequados para viabilizar este trabalho.

O terceiro módulo traz as principais correntes da filosofia da matemática: Intuicionismo, Logicismo e Formalismo, também seus objetivos para a matemática e qual obstáculo fez com que suas intenções não fossem alcançadas. Além disso, a influência de cada corrente no ensino dessa disciplina.

A quarta parte trata da SF, buscando entender como os fundamentos dessa metodologia influenciam a atividade do professor que a adota como elemento norteador e como alguns desses fundamentos foram influenciados pela postura do pesquisador matemático.

No quinto capítulo, são relatadas, em detalhes, as duas aplicações que foram feitas. A primeira aplicação foi elaborada e efetuada pelo professor iniciante na utilização da SF. A falta de imersão na metodologia desse docente provocou alguns distanciamentos da SF durante a sua sessão didática. Já a segunda, foi efetuada pelo professor *expert* com a intenção de corrigir os afastamentos da metodologia que aconteceram na aula do professor iniciante. Além disso, é mostrado como o conteúdo de permutações simples é apresentado nos livros, pois essas foram as principais fontes utilizadas pelo professor iniciante para planejar a sua aula, além de uma definição de situação generalizável.

No sexto capítulo, são tratadas a postura esperada do professor *fedathiano* e a postura esperada pelo aluno *fedathiano*, buscando sintetizar as características fundamentais que esses sujeitos devem incorporar por meio da imersão na metodologia para que os objetivos de uma aula fundamentada na SF sejam atingidos.

No sétimo capítulo, são trazidas as considerações finais, em que são revisitadas as principais repercussões identificadas na pesquisa, tendo como cerne os questionamentos primordiais que nortearam os objetivos e a metodologia, como também são evidenciados os desafios e limitações vivenciados.

3 FILOSOFIAS DA MATEMÁTICA E SUAS INFLUÊNCIAS NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Neste capítulo, serão apresentadas as principais correntes da filosofia da matemática. Além disso, será feita uma breve explanação acerca da influência dessas correntes da filosofia da matemática no ensino de matemática. Outro ponto destacado é o Movimento da Matemática Moderna, que deixou marcas profundas nos métodos de ensino utilizados pelos professores de matemática. Este capítulo tem o objetivo de trazer o entendimento da predominância de um método de ensino em detrimento de outro, destacando que o legado deixado por essas correntes da filosofia da matemática colabora para que o professor tenha dificuldades de transformar a sua postura. Para isso, a discussão foi embasada em Kline (1976), Silva (2007), Machado (2001), Davis e Hersh (1986) e Soares (2001). O objetivo deste capítulo é identificar como as correntes da filosofia da matemática influenciam a postura docente predominante, atualmente, entre os professores de matemática.

Conforme Silva (2007), a crise dos fundamentos da matemática surgiu no final do século XIX com a tentativa de Frege de reduzir a matemática à lógica. No início do século seguinte, Bertrand Russel (1901) encontrou alguns paradoxos na teoria de Frege. Dentre eles, o mais conhecido, o paradoxo de Russel¹.

Com isso, Russell e Whitehead (1901) criaram uma nova versão do logicismo. Nesse mesmo período, meados do século XX, surgiram outras formas de explicar os fundamentos da matemática, que foram o intuicionismo, tendo Brouwer como seu principal entusiasta, e o formalismo, fundado por Hilbert. Essas correntes da filosofia da matemática são: logicismo, formalismo e intuicionismo.

Na realidade brasileira, uma parte considerável dos professores de matemática são formados por matemáticos. Por isso, é válido destacar que a educação matemática sofre influência das correntes filosóficas que buscaram explicar os fundamentos da matemática. Afinal, os professores fundamentam sua prática, muitas vezes, na conduta em sala de aula de

¹Em uma pequena cidade, os homens são divididos em dois grupos: aqueles que não fazem a própria barba e aqueles que vão ao único barbeiro da cidade. Aqueles que fazem a própria barba, não vão ao barbeiro, e aqueles que vão ao barbeiro, não fazem a própria barba. Porém, qual seria a resposta à seguinte pergunta: quem faz a barba do barbeiro? Para tentar responder a esse questionamento, vamos fazer o seguinte raciocínio: o barbeiro deve pertencer a um dos conjuntos, já que ele mora na cidade. No entanto, esses conjuntos não possuem intercessão, logo, se o barbeiro faz a própria barba, ele está indo ao barbeiro, o que é uma contradição, pois quem vai ao barbeiro não faz a própria barba (APROSIO, 2015).

seus professores antigos. Borges Neto (2019) e Davis e Hersh (1986) afirmam que, em algum momento, o matemático se comporta de acordo com as diretrizes dessas concepções do conhecimento matemático. Portanto, pode-se concluir que podem ser encontradas influências dessas correntes no ensino de matemática.

3.1 Intuicionismo

O intuicionismo é uma vertente do construtivismo, com suas raízes em Kant, e faz apelo à intuição. De acordo com Silva (2007), na visão dos construtivistas, não há como definir os números naturais de forma lógica sem cair em círculos viciosos ou sentenças impredicativas. Por isso, os construtivistas apelam para a intuição para explicar os números naturais. De acordo com Silva (2007):

Os construtivistas em filosofia da matemática são anti-realistas quer em ontologia, quer em epistemologia, quer em ambos. Eles não acreditam que os objetos matemáticos existam “em si”, independentemente de qualquer construção, ou que os enunciados matemáticos sejam determinadamente verdadeiros ou falsos independentemente de qualquer verificação efetiva. Em poucas palavras, para o construtivista a existência ou a verdade depende da atividade matemática. Não se descobrem entidades ou verdades matemáticas, se as criam (SILVA, 2007, p. 147).

A vertente mais conhecida do construtivismo é o intuicionismo, criado pelo holandês Brouwer. De acordo com Silva (2007), este filósofo descarta qualquer objeto matemático que não possa ser construído, isto é, não existe um ente matemático que exista sem ser construído. Além disso, aquele que cria matemática não deve recorrer a técnicas que empreguem processos infinitos para fazer a construção de um elemento, mas pode utilizar espaços de tempos finitos ilimitados, que ele chama de intuição fundamental.

Essa filosofia da matemática revisita a percepção de que é necessário compreender que o indivíduo é elemento central na construção da matemática. Tal influência do aprendente como ator principal da construção do conhecimento matemático pode ser percebida nas ideias de alguns educadores matemáticos, tais como o professor D'Ambrósio (2005), com a sua etnomatemática, que preconiza a ideia de trazer a realidade do aluno para sala de aula; as professoras Kaleff e Garcia (2019), com a ideia de utilizar laboratórios de matemática para que o aluno experiencie a matemática; e o professor Borges Neto e Santana (2001), com a SF, que acredita em formar o professor com habilidades para colocar o aluno como agente principal da construção do conhecimento como fator essencial para a melhoria no ensino de matemática.

3.2 Logicismo

A corrente logicista pode ser dividida em dois principais períodos: o primeiro período das influências de Frege e o segundo período, cujos principais expoentes foram Bertrand Russell e Whitehead, que procuraram corrigir os paradoxos encontrados na teoria de Frege, como, o mais famoso deles, o paradoxo de Russell. De acordo com Machado (2001), o logicismo tem suas raízes na ideia de Leibniz, quando equipara o raciocínio dedutivo com o cálculo de predicados.

O logicismo de Frege surgiu devido aos problemas em matemática surgirem da imprecisão da linguagem natural. Conforme Silva (2007), por ser um filósofo analítico (filósofo que se ocupa da linguagem), Frege procurou resolver os problemas da aritmética criando uma lógica simbólica, na qual os elementos têm regras de inferência bem definidas. A meta de Frege era reduzir a matemática à lógica usando apenas proposições lógicas. No entanto, Bertrand Russell descobriu falhas no programa de Frege e explicitou-as por meio do paradoxo que ficou conhecido como paradoxo de Russell.

Para corrigir as contradições do programa de Frege, Russell e Whitehead criaram a obra *Principia Mathematica* (1910; 1912; 1913), uma obra de lógica matemática dividida em três volumes. De acordo com Silva (2007), na *Principia Mathematica* (1910; 1912; 1913), Russell e Whitehead corrigiram os problemas do logicismo Fregeano, criando a teoria dos tipos. No entanto, os matemáticos e lógicos da época não aceitaram essa forma de correção, pois a teoria dos tipos recorre a proposições fora da lógica. Com isso, pôde-se perceber que a ideia do logicismo de reduzir a matemática à lógica, recorrendo apenas a princípios lógicos, não teve sucesso.

Essa corrente deixou marcas no modo de fazer e ensinar matemática, como, por exemplo, o fato de as verdades matemáticas serem demonstradas por meios de argumentações lógico-dedutivas e regras de inferência bem definidas (SNAPPER, 1979). Essa afirmação pode ser constatada quando se percebe uma preocupação dos professores com a linguagem matemática, e, algumas vezes, desprezando a solução do discente, por não estar apresentada na linguagem matemática formal.

Outra influência deixada pelos logicistas nas concepções do conhecimento matemático é que, para essa corrente, os elementos matemáticos existiriam fora da realidade e que, ao matemático, cabe descobrir esses elementos (SNAPPER, 1979). Essa percepção logicista deixou fortes marcas, tanto no matemático quanto no professor de matemática, quando, até no aparecimento dos teoremas de Kurt Gödel, acreditava-se, sem sombra de

dúvidas, que todos os problemas de matemática possuíam soluções.

De acordo com Davis e Hersh (1986), muitos matemáticos, ao se depararem com um problema, não se preocupavam muito com os teoremas da incompletude e prosseguiram à procura da respectiva solução. Essa falta de preocupação pode ter como exemplo o matemático Andrew Wiles, que provou o resultado conhecido como o último Teorema de Fermat, mesmo essa questão tendo ficado sem solução por mais de 300 anos. Ainda hoje, vê-se matemáticos tentando resolver problemas há muito tempo sem solução.

3.3 A corrente formalista

A corrente formalista tem suas bases na filosofia kantiana, que assume verdades sintéticas a priori. Para Kant, verdades sintéticas a priori são aquelas que não precisam de experiência sensorial para a sua validação (MACHADO, 2001). O maior expoente da corrente formalista é David Hilbert, que se propôs, no início do século XX, a organizar todos os fundamentos da matemática e montar um sistema formal completo (MACHADO, 2001).

No formalismo, a matemática é feita pela matemática, sem se preocupar muito com a sua aplicabilidade. Portanto, nessa corrente filosófica, a demonstração feita por encadeamentos lógicos de raciocínios é o pilar que sustenta toda a experiência matemática e, sem ela, não tem como fazer uma teoria respeitável aceita entre os especialistas (DAVIS; HERSH, 1986). Um ponto a ser destacado é que, nessa corrente, o processo de construção do conhecimento é omitido, mostrando, apenas, o resultado.

O formalismo surgiu do positivismo lógico, uma corrente filosófica da Filosofia da Ciência, que encara a matemática como uma mera ferramenta para que as outras ciências exponham as suas teorias. Para o positivismo lógico, a matemática não é ciência, pois não tem um objeto de estudo observável e experimental (DAVIS; HERSH, 1986). Com isso, o estilo formalista atingiu o ensino da matemática na educação básica, fazendo com que os profissionais desse nível de ensino passassem a ter uma postura extremamente formal, a ponto de desconsiderar qualquer resposta que diferisse daquelas admitidas no meio acadêmico.

3.3.1 Influência da corrente formalista no ensino de matemática

Deve-se entender que toda mudança no paradigma de ensino acontece quando certos grupos prezam pela melhoria dos resultados. Isso pode ser visto na seguinte afirmação

de Kline (1976), quando diz que, na década de 1950, nos Estados Unidos, houve uma preocupação com o ensino de matemática, pois se percebia que os alunos americanos estavam menos qualificados do que os soviéticos. Para eles, a prova disso foi o lançamento da *Sputnik* pelos cientistas da potência antagonista à Nação americana, no período histórico denominado Guerra Fria.

Para tentar resolver isso, alguns grupos criaram o Movimento da Matemática Moderna (MMM). Esse movimento recebeu a influência da corrente formalista da matemática e, conseqüentemente, houve uma repercussão nas práticas pedagógicas dos professores de matemática.

O MMM surgiu nos Estados Unidos com a intenção de melhorar o ensino de matemática que vigorava à época, focando, unicamente, no currículo, como pode ser visto em Kline (1976), quando ele afirma que, segundo os entusiastas do MMM, os alunos se negavam a aprender matemática, pois consideravam o currículo antiquado.

A influência da corrente formalista no MMM pode ser vista quando Kline (1976) evidencia que, para alguns grupos do movimento, o ideal é que o estudante possa ver a disciplina como o pesquisador matemático a vê, porém, desprezando a parte em que o matemático utiliza sua intuição e focando na parte do rigor. Com isso, é percebido que o novo currículo tem a intenção de formar novos matemáticos. No entanto, os criadores do MMM se esqueceram que poucos alunos escolhem a carreira de pesquisador em matemática (KLINE, 1976).

Conforme explicado acima, fica claro que o MMM focou muito no currículo e acabou deixando de lado a formação do professor, esquecendo que a principal intenção de uma reforma é atingir a figura principal do processo de ensino e aprendizagem, sendo esta o aluno. Isso fica evidente quando os grupos criaram currículos baseados na nova matemática, mas pensando em fazer da educação básica um treinamento prévio para matemáticos, sem lembrar que a maioria dos jovens não tem interesse em se tornar matemático e essa inovação acaba afastando os discentes, causando neles um desinteresse.

De acordo com Soares (2001), o MMM sofreu grande influência do grupo de matemáticos que usavam o pseudônimo de Nicholas Bourbaki². Para esse grupo, a única forma

² De acordo com Boyer (2011), Nicholas Bourbaki trata-se do pseudônimo de um grupo de matemáticos cuja nacionalidade da maioria era francesa. Esses matemáticos se reumatematicaniram com a intenção de criar um livro didático que atendesse as necessidades de seus alunos. No entanto, eles decidiram por criar uma coletânea de volumes que procuraram escrever os conteúdos matemáticos aderindo às ideias da corrente formalista. Esse grupo foi o principal difusor do MMM na Europa.

de ensinar a verdadeira matemática era por meio do método axiomático. Essa crença trata-se de uma influência herdada da corrente formalista da matemática.

Na dissertação de Soares (2001), pode-se verificar que os criadores do MMM queriam implantar a noção de teoria dos conjuntos e de estruturas algébricas para modernizar o ensino de matemática. No entanto, o que foi visto na prática, como deixa claro a autora, foi um uso excessivo da linguagem formal em matemática.

Portanto, através dos estudos das obras de Kline (1976) e Soares (2001), fica claro que o MMM falhou em sua intenção de fazer uma reforma no ensino de matemática. Isso ocorreu devido ao esquecimento de preparar os professores para a tarefa de implantar essas mudanças, como pode ser visto em Kline (1976, p. 40): “[...] Como o professor é, pelo menos, tão importante quanto o currículo, o dinheiro, tempo e energia dedicados à reforma do currículo poderia muito bem ter sido dedicado à melhoria do professorado”. Com essa informação, é percebido que, sem a preparação do professor, isto é, com a falta de investimento na mudança de postura do professor, não é possível obter êxito com as mudanças pretendidas.

Outra variável que causou o insucesso do MMM foi o fato dele promover uma mudança que não ia ao encontro dos anseios dos jovens. Como pode ser visto em Kline (1976):

[...] Das crianças da escola elementar, nenhuma em mil será um matemático; e dos estudantes da escola secundária, nenhum em cem o será também. É claro, pois que um currículo que poderia ser um ideal para o treinamento de matemáticos ainda não estaria certo para esses níveis de educação (KLINE, 1976, p. 39).

Com essa afirmação de Kline, vê-se que a reforma tentou focar no discente, porém, não obteve êxito e parece não ter pesquisado sobre os reais anseios dos alunos, permanecendo o mau desempenho dos discentes na disciplina. Os estudos de Soares (2001) apontam que, no Brasil, o MMM também surgiu com o descontentamento de muitos professores com o ensino tradicional. Entre eles, o professor Ubiratan D'Ambrósio, ao ler o trabalho da autora, constatou-se que os grandes nomes da educação matemática da época consideravam o ensino secundário, que é o equivalente ao ensino médio de hoje, um gargalo, isto é, o nível de ensino com os maiores problemas de aprendizagem por parte dos alunos, assim como é considerado o ensino médio atual.

No entanto, não pode ser deixado de lado o fato de o MMM ter desencadeado um processo importantíssimo, que foi a preocupação com o ensino de matemática. Isso pode ser percebido com a criação, nos Estados Unidos, do grupo *School Mathematics Study Group* (SMSG), fundado no ano de 1958, com o propósito de melhorar o ensino de matemática por meio da mudança do currículo daquele país (SOARES, 2001), que difundiu o pensamento de um ensino de matemática fundamentado na teoria dos conjuntos e nas estruturas algébricas. De

acordo com Soares (2001), para difundir suas ideias, o SMSG investiu no treinamento de professores e na fabricação de material didático para todas as etapas de ensino.

No Brasil, o Grupo de Estudos do Ensino de Matemática (GEEM), em São Paulo, foi referência do MMM no país, pois promoveu formação de professores e material didático fundamentados na influência do SMSG (SOARES, 2001). A criação desse grupo de estudos colaborou para que os professores compartilhassem suas angústias e seus anseios, além de colocar suas práticas sob a apreciação de seus pares, que poderão colaborar com a eventual mudança que seja necessária.

Apesar das contribuições sobre a preocupação com o ensino de matemática, o MMM, com sua influência formalista, dotou o professor, que se deixou influenciar por suas diretrizes, de uma postura autoritária em sala de aula, na qual a matemática é feita pela matemática, sem considerar a bagagem do aluno, cujo objetivo é formar um matemático (FIORENTINI, 2009).

Tendo em vista que os professores, muitas vezes, pautam sua prática em suas experiências, é possível deduzir que essa postura ainda pode ser encontrada em alguns docentes, mesmo tendo passado tanto tempo após o auge do MMM.

Para facilitar o entendimento das ideias principais deste capítulo, pode-se inferir os resultados contidos nos quadros que seguem:

Quadro 3 – Correntes filosóficas e seus objetivos para a matemática

| CORRENTE | Formalismo | Intuicionismo | Logicismo |
|--------------------|---|---|---|
| Objetivo principal | Demonstrar os teoremas por meio de uma linguagem clara e objetiva, utilizando deduções lógicas e rigorosas partindo de um axioma ou teorema já demonstrado. Assim, isso acabaria com as inconsistências encontradas, pois essas demonstrações seriam fundamentadas nas relações entre os objetos, e não em ideias intuitivas do objeto. | Demonstrar os teoremas matemáticos utilizando apenas processos finitos, partindo da intuição, ou seja, da ideia ingênua do teorema. | Demonstrar que a matemática nada mais é do que uma parte da lógica. |

Fonte: elaborado pelo autor.

No Quadro 3, é apresentado o principal objetivo de cada corrente da filosofia da

matemática, isto é, o projeto de cada uma das correntes para o conhecimento matemático, como os defensores de cada corrente pensavam ser a melhor forma de se fazer matemática.

No entanto, os objetivos de cada uma dessas teorias sobre o conhecimento matemático não foram atingidos, pois se depararam com um obstáculo que as impediu de concretizarem seus anseios. No Quadro 4, são apresentados os obstáculos enfrentados por cada corrente.

Quadro 4 – Obstáculo que dificultou o objetivo de cada corrente

| CORRENTE | Formalismo | Intuicionismo | Logicismo |
|--|--|---|--|
| Principal obstáculo enfrentado por cada corrente | Os teoremas da incompletude de Gödel mostraram que alguns resultados, em um sistema axiomático, não podem ser ditos verdadeiros ou falsos. | A perda de ideias que foram demonstradas de maneira consistente, mas de forma não construtiva, como o teorema de Fermat ou o teorema que mostra que existe uma infinidade de números primos, mas não demonstra como obtê-los. | A descoberta de paradoxos, como os de Russell e outros, que tornam a teoria inconsistente. |

Fonte: elaborado pelo autor.

Esses obstáculos, apresentados no Quadro 3, atrapalharam os planos dos defensores de cada corrente a atingir os seus objetivos. Apesar de terem seus planos frustrados, cada corrente deixou suas contribuições para a matemática e para o ensino de matemática, que ajudam os matemáticos e os professores de matemática a compreenderem o conteúdo dessa disciplina e a forma de produzir esse conhecimento.

No Quadro 5, são sintetizadas as contribuições das correntes para a educação matemática.

Quadro 5 – Principal influência na educação matemática

| CORRENTE | Formalismo | Intuicionismo | Logicismo |
|---|--|--|---|
| Principal influência na educação matemática | É a corrente que mais influenciou a educação matemática vigente, tendo como principal difusor no ensino o MMM, o SMSG no E.U.A, o grupo BOURBAKI na Europa e o GEEM no Brasil. A sua principal contribuição é a imagem | Contribui com a ideia de que o professor deve iniciar a aula a partir dos conhecimentos prévios do aluno e que deve evitar questões demasiadamente particulares. | Sua principal contribuição para a educação matemática é uma linguagem clara e objetiva (a mesma do formalismo) para a apresentação de uma solução e o fato de acreditar que os objetos matemáticos são descobertos, e não |

| | | | |
|--|---|--|---------------------|
| | de que a matemática é uma ciência pronta e acabada, livre de erros e contradições, além de implementar a utilização do rigor matemático e de uma linguagem precisa. | | criados pelo homem. |
|--|---|--|---------------------|

Fonte: elaborado pelo autor.

Tendo em vista que as ideias dessas correntes são complementares, acredita-se que uma alternativa para a aprendizagem da disciplina de matemática é uma metodologia de ensino que tenha uma abordagem lógico-dedutiva-constructiva.

No próximo capítulo, a metodologia de ensino SF tem um pouco da sua história contada e uma descrição das suas etapas e fundamentos, pois a SF é uma metodologia que possui as suas bases assentadas sobre o lógico-dedutivo-constructivo, colaborando com o professor para que ele consiga auxiliar os seus alunos a atingirem a sua aprendizagem nessa disciplina.

4 SEQUÊNCIA FEDATHI

Neste capítulo, é tratada a origem da SF, as suas etapas e seus fundamentos. Além disso, é descrita a atitude esperada do professor que resolve adotar a SF como metodologia de ensino, isto é, aquele docente que sabe conduzir uma boa aula sob as perspectivas das etapas e fundamentos dessa metodologia, levando o discente a refletir e a participar da aula, chegando à construção da sua aprendizagem. Os autores que dão suporte teórico a esta discussão são, principalmente, Menezes (2018a) e Sousa (2015).

A SF é uma metodologia de ensino que foi criada pelo professor Hermínio Borges Neto, em meados dos anos de 1980, porém, com raízes em suas experiências como docente na Universidade de Brasília (UNB). No entanto, a formalização dessa metodologia se deu em 1996, quando o professor Hermínio Borges Neto fez seu pós-doutorado na Universidade de Paris VII (MENEZES, 2018a).

Vale ressaltar que a SF não nasceu com esse nome, isso é constatado em Menezes (2018a). O professor Hermínio, em suas palestras iniciais sobre a SF, usou o nome de Sequência de Mac Lane, pois tirou essa ideia de um livro de Álgebra Moderna, em que um dos autores é Saunders Mac Lane. O objetivo da utilização desse nome era se desviar da valorização exagerada das teorias estrangeiras em detrimento das teorias brasileiras. No entanto, logo após seu pós-doutoramento, na França, em 1997, ele definiu SF como o nome da sua metodologia de ensino. Vale ressaltar que o nome Fedathi surgiu da aglutinação das sílabas iniciais dos nomes dos filhos do professor Hermínio.

Ainda conforme Menezes (2018a), a SF surgiu como metodologia de ensino para as disciplinas dos cursos de bacharelado e licenciatura em matemática e, também, para a disciplina de matemática na educação básica. Após 30 anos de sua criação, a SF está, cada vez mais, sendo utilizada para a mediação por parte dos professores de outras disciplinas, como a física e a pedagogia, segundo Sousa (2013).

A SF é composta por níveis, etapas e fundamentos. Os níveis são os seguintes: preparação, vivência e análise; as etapas são: tomada de posição, maturação, solução e prova (SOUSA, 2015). Com isso, o professor tem um aparato para mobilizar sua turma a participar da construção do aprendizado dela.

São descritas as etapas e os fundamentos da SF com a finalidade de esclarecer detalhes sobre a execução dessa metodologia de ensino. Primeiramente, deve ficar claro que a SF está em constante evolução e, nos estudos atuais, os pesquisadores do Laboratório de

Pesquisa Multimeios que participam dos encontros às segundas-feiras, na segunda metade do ano de 2018, e com o aval do professor Hermínio, entraram em consenso e consideraram que o docente *fedathiano* deve se preocupar mais em internalizar os princípios da metodologia do que procurar dividir a sessão didática nas quatro etapas. Porém, esse consenso ainda não foi sistematizado em um trabalho formal. Ele ocorreu, pois, os pesquisadores chegaram à conclusão de que as fases são consequência da aplicação dos princípios durante a execução da aula. Essa conclusão aconteceu após a apresentação de algumas vivências e nelas serem percebidas que os iniciantes na SF se preocupam em dividir as sessões didáticas nas etapas. Como consequência desse comportamento, a aula ficava muito artificial e perdia a sua fluidez.

A descrição é iniciada pelas etapas, que, segundo Sousa (2015), compõem a parte da vivência de uma sessão didática alicerçada na SF.

Conforme Silva (2018), a tomada de posição é a primeira etapa do nível de vivência da sessão didática, que está fundamentada na SF. Nessa etapa, acontece o acordo didático (princípio da SF). Na etapa “tomada de posição”, o professor apresenta uma situação contextualizada, desafiadora e generalizável – um problema cuja solução pode ser utilizada para resolver uma mesma classe de situações –, pois essa característica, em particular, é necessária para que o aluno desenvolva o raciocínio dedutivo e, assim, haja a aprendizagem na matemática. Esse raciocínio dedutivo é aquele que parte de verdades universais e vai ao encontro de verdades particulares. É o raciocínio empregado na matemática pelos matemáticos. Diante disso, o professor que aplica a SF visa estimular o aluno a percorrer o mesmo caminho que o profissional que faz matemática.

Essas verdades universais são os conhecimentos prévios e pré-requisitos que o discente deve possuir, pois, assim, ao deparar-se com a situação generalizável, o educando vai utilizar sua experiência matemática para fazer argumentações lógicas e chegar à solução do problema proposto no início da sessão didática, com a consequente sistematização desses argumentos lógicos na etapa da prova.

Com isso, pode-se concluir que o raciocínio que o professor *fedathiano* busca desenvolver em seu aluno é o raciocínio dedutivo e a situação generalizável, apresentada pelo docente, deve ser um problema sob os moldes defendidos pela corrente intuicionista, isto é, não deve possuir solução que envolva passos ditos infinitos, mas, sim, finitos.

Quando o professor, por exemplo, quer abordar com sua turma o conteúdo de permutação simples e quer caracterizar seu problema inicial com uma situação generalizável, poderia apresentar: “quantas filas podemos formar com 3 pessoas?”. Em contrapartida, deve-se

ter cuidado com o uso de questões com muitas particularidades no momento inicial da abordagem de um novo conceito, tal como: “quantas filas podemos formar com três mulheres e dois homens, sabendo que os homens não podem ficar juntos?”, pois poderá gerar dificuldades e, talvez, a turma nem consiga começar a pensar na resolução do problema, devendo, portanto, ser deixado esse tipo de problema para os exercícios de treinamento.

A forma de apresentação da atividade desafiadora pode ser feita de diversas formas. Dentre as mais conhecidas, temos as seguintes: escrita, verbal e aplicação de jogos. No entanto, o professor vai saber qual a melhor forma de inserção, prezando pela sua resolução generalizável e dentro dos limites cognitivos da turma, isto é, ao planejar essa atividade o docente se preocupa em organizá-la de tal forma que não seja muito difícil nem muito fácil, com o propósito de evitar o desinteresse dos educandos em relação ao problema.

A segunda etapa, trazida em Fontenele (2018), é a maturação. Essa etapa foi, inicialmente, chamada de debruçamento, referindo-se à posição que o indivíduo faz sobre a mesa ao se deparar com um problema e iniciar sua resolução. Mais tarde, passou a ser chamada de maturação. Esse nome faz mais sentido, pois o objetivo principal a ser alcançado pelo professor *fedathiano* nessa fase é incentivar o aluno a ter uma postura investigativa diante do problema proposto, percorrendo os passos do matemático ou do especialista do assunto que está sendo trabalhado na sessão didática.

A terceira etapa, chamada de solução (MENEZES, 2018b), é quando o aprendente irá apresentar os resultados encontrados após a sua maturação. Nesse ponto, o professor irá fazer intervenções por meio de perguntas e contraexemplos, procurando levar o aluno a refletir sobre sua solução. Nessa etapa, o professor detectará os erros cometidos pela turma e procurará trabalhá-los de maneira construtiva, levando-a refletir sobre os erros e construir o conhecimento.

Segundo Menezes (2018c), a etapa da prova tem como objetivo central sistematizar as ideias dos discentes sobre o problema proposto na tomada de posição, que foram sendo elaboradas durante a maturação e a solução. Por isso, nessa etapa, o professor não pode desprezar as soluções encontradas pelos alunos nas etapas anteriores. Pelo contrário, essa formalização dos conceitos deve partir do trabalho dos aprendentes, valorizando o esforço deles, procurando esclarecer algum conceito que, ainda, não tenha sido consolidado.

De acordo com Sousa (2015), esse momento é quando o professor vai fazer a conexão entre o saber científico e o saber escolar com leveza, mas sem a perda do rigor exigido pela comunidade científica de determinada área, isto é, o docente irá utilizar a culminância

dessa etapa para verificar a solução dos alunos, procurando utilizar aquela mais parecida com a esperada pelo professor para sistematizar o saber.

Entretanto, nas fases, o professor deve conduzir a sua postura por meio dos princípios, que serão descritos nas próximas subseções.

4.1 Fundamentos da Sequência Fedathi

De acordo com Borges Neto (2019), os princípios *fedathianos* são os principais responsáveis por guiar a ação docente. Ainda, segundo o pesquisador, para que o professor possa desempenhar de forma satisfatória uma sessão didática fundamentada nessa metodologia, é necessário que ele faça a imersão na metodologia de tal forma a internalizar esses fundamentos, a tal ponto que eles sejam naturais à sua postura. No entanto, é necessário entendê-los. Para esse fim, eles serão descritos nas próximas seções.

4.1.1 Pedagogia mão no bolso

Na SF, o professor deve assumir uma postura denominada pedagogia mão no bolso. Esse comportamento permite ao docente deixar com que o aluno desenvolva o raciocínio matemático, obtendo o prazer da descoberta. Apesar da expressão “mão no bolso”, para o bom andamento da aula, a participação do docente é indispensável. Por isso, deve-se entender a mudança na postura do professor, abandonando aquele hábito de que, quando o aluno faz uma pergunta, o professor ir até à mesa do aluno, pegar o lápis e resolver o problema, dando para o discente a resposta pronta.

Esse fundamento possui influência das três correntes da filosofia da matemática, ao passo que o intuicionismo, formalismo e logicismo fundamentam sua prática na resolução de problemas. Isto é, o matemático coloca a “mão na massa” para fazer matemática e a SF se coaduna com a ideia de que a melhor forma de ajudar o aluno a construir o seu conhecimento dessa disciplina é o aluno percorrer os passos feitos pelo matemático.

4.1.2 Situação adidática

O nome situação adidática pode trazer a ideia de algo ruim, como um mau comportamento do discente, uma falta de comprometimento do aluno com a sua aprendizagem

ou algo parecido. No entanto, Brousseau (2006) deixa claro que a situação adidática é aquele momento em que o aluno se interessa pelo aprendizado, mas que leva esse assunto para uma abordagem diferente daquela que é planejada pelo professor.

Essa abordagem diferenciada do aluno é um momento em que o professor deve aproveitar para instigá-lo a assumir uma posição investigativa, colaborando para que o discente assuma uma posição ativa na construção do seu aprendizado. Com isso, o docente utilizará a sua experiência e domínio do conteúdo para fazer a mediação entre o aluno e o conhecimento.

Nesse ponto, a situação adidática se alia aos princípios da pedagogia mão no bolso e a mediação para que o aluno possa criar em cima da situação generalizável. O professor passa a ser observador da postura do aluno, como bem percebeu Mendonça (2018), no trabalho de Silva (2015). A autora percebeu que o sujeito da pesquisa de Silva (2015) assumiu uma postura de observador-mediador, proporcionando a descoberta por parte do aluno. Com isso, a pesquisadora definiu uma das posturas evidentes do professor *fedathiano*, que é a experiência de saber o momento certo de intervir na aprendizagem, conforme a necessidade de seu aluno.

4.1.3 Pergunta

Esse princípio nos remete à filosofia de Sócrates, que acreditava que, por meio da pergunta (maiêutica de Sócrates), o pupilo poderia chegar mais facilmente à sabedoria. Segundo Sousa (2015), a pergunta é a essência da mediação feita pelos professores que utilizam a SF, pois ela é uma ferramenta eficiente na execução da ideia de trazer o aluno para participar da aula. Vale salientar que a pergunta deve ser realizada tanto pelo aluno quanto pelo professor. Porém, cabe ao professor gerenciar esse momento para que os alunos não percam o foco.

Portanto, para a SF, a participação do professor deve ocorrer por perguntas que, de acordo com Souza (2013), podem ser classificadas em: perguntas esclarecedoras, perguntas estimuladoras e perguntas orientadoras.

Conforme Souza (2013), todas essas classes de perguntas feitas pelo docente levam-no a ter uma postura de mediador entre o aluno e o objeto de aprendizagem. Esse processo é essencial para que o discente se sinta parte do processo de ensino e aprendizagem, para que, com isso, sinta-se estimulado a resolver os problemas propostos em sala de aula e, por conseguinte, aprender o conteúdo desejado.

A pergunta possui, também, influências das três correntes, tendo em vista que a pesquisa em matemática parte de diversos questionamentos que o matemático faz a si próprio

no decorrer da construção de um conhecimento matemático, como afirmam Davis e Hersh (1986).

4.1.4 Mediação

No livro, "O Último Teorema de Fermat: a história do enigma que confundiu as maiores mentes do mundo durante 358 anos", Singh (1998) faz um relato da trajetória percorrida pelo matemático Andrew Wales para provar o teorema conhecido como o Último Teorema de Fermat.

A intenção de citar esse livro nessa passagem é mostrar o fato, relatado por Singh (1998) em seu livro, de Andrew Wales ter recorrido aos seminários promovidos, em Cambridge, por matemáticos para finalizar o seu trabalho. Essa situação deixa clara a necessidade que o profissional que faz matemática tem de valer-se da ajuda de seus pares para a resolução de algum problema.

Outro ponto que deixa clara essa peculiaridade dos matemáticos é quando Singh (1998) descreve o ambiente dos corredores de Cambridge que foi projetado para incentivar essa colaboração. O autor narra que os corredores e, até mesmo, o elevador possuem lousas e que os profissionais são estimulados a deixarem as portas dos gabinetes abertas.

Esta prática pode ser percebida, também, nos corredores do departamento de matemática da UFC, onde o professor Dr. Herminio Borges Neto fez sua graduação em matemática. Nesse lugar, podem ser encontradas lousas pelos corredores e alunos reunidos estudando algum conteúdo matemático. Em Torres (2014), podem ser encontrados relatos dessa influência quando a autora descreve que foi ao Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), localizado no Rio de Janeiro, e narra que encontrou semelhanças da organização do IMPA com a organização do Laboratório de Pesquisa Multimeios.

Outro ponto que deixa clara essa influência da atividade matemática no princípio da mediação é o fato de o professor Hermínio estar sempre insistindo que os pesquisadores devem frequentar e se reunir no Laboratório de Pesquisa Multimeios para colaborarem nos trabalhos uns dos outros. A partir daí, pode ser percebida a influência da atividade matemática na criação desse princípio *fedathiano*, tendo em vista que, ao cobrar a presença dos pesquisadores no laboratório, o professor descreve como foi sua experiência de colaboração no período do seu doutoramento no IMPA.

Portanto, pode-se afirmar que não importa a corrente filosófica da matemática que

o matemático se fundamenta, a colaboração é utilizada por eles como forma de avançar em seus trabalhos, aprendendo com seus pares novas técnicas por meio de seminários e colaborações.

No entanto, a mediação é um fator considerado decisivo para a aprendizagem, tanto para matemáticos como para teóricos da educação. Nesse ponto, deve-se destacar que, apesar de o princípio da mediação ter raízes no fazer matemático, ele possui interfaces com Freire (2011), como afirmam Rodrigues e Soares (2019), que tanto as ideias apresentadas na teoria da SF quanto em Freire (2011) têm a função de proporcionar ao aluno um ambiente favorável à investigação, tendo o professor como facilitador por meio do planejamento adequado e do diálogo fundamentado nos princípios *freireanos*.

4.1.5 Contraexemplo

O contraexemplo, de acordo com Sousa (2015), é uma pergunta que vai de encontro a uma certeza do aluno com a finalidade de desestabilizá-lo. No entanto, essa desestabilização não é feita sem nenhum propósito. Pelo contrário, sua função é fazer com que o aluno reflita sobre a sua ação.

Essa reflexão estimulada pelo contraexemplo, conforme Sousa (2015), pode fazer com que o discente encontre um erro ou estabeleça argumentos que defendam suas certezas. Deve ficar claro que o aluno que ainda não tem prática com a posição que deve assumir na SF terá dificuldades tanto em perceber o erro quanto em desenvolver argumentos. Por isso, cabe ao professor fazer a mediação que ajudará o discente a desenvolver essas habilidades.

Devido a essa característica, Ferreira (2018) afirma que o contraexemplo, dentro de uma sessão didática fundamentada na SF, é considerado uma das ferramentas mais utilizadas pelo professor para ajudar o aluno a reelaborar o seu conhecimento e, também, não responder às perguntas dos discentes de uma maneira direta, mas de uma forma que eles tenham que pensar sobre a própria pergunta e os seus conhecimentos sobre a pergunta que fizeram.

4.1.6 Acordo didático

Segundo Sousa (2015), pelo fato do contrato didático ser multilateral, ou seja, estar pautado na relação professor e aluno, ele é mais flexível, corroborando com a ideia de que o professor deve conduzir os alunos à boa convivência para o êxito do trabalho.

Borges Neto (2019) compara a ação do professor à ação de um maestro. Essa comparação é consolidada quando percebemos que o bom desempenho da orquestra depende da condução do maestro, assim, também, é a turma, que depende da condução do professor.

Não queremos colocar toda a responsabilidade do processo ensino e aprendizagem para o professor. Pelo contrário, queremos que o docente conclame a turma para a participação ativa nesse processo. Para isso, a SF traz o princípio do acordo didático.

Portanto, para que ao final da sessão didática os objetivos sejam alcançados, é necessário que o professor entre em combinação com a turma em todos os aspectos. Com mais clareza, podemos dizer que o docente e os discentes entram em concordância para que a aprendizagem seja satisfatória. Esse ajuste de posturas (comportamentos) é definido por Sousa (2015) como acordo didático.

O acordo didático é multilateral, isto é, parte dos educandos e do docente, porém o professor é quem deve orquestrar esse acordo. Essa conformidade deve ser estabelecida pelo docente, pois ele é o responsável em criar as condições necessárias para o bom andamento da sessão didática. Essa responsabilidade advém da experiência do professor com o conteúdo e por ser a pessoa com formação adequada para detectar se a aprendizagem, de fato, ocorreu.

4.1.7 Concepção do erro

O erro é constantemente apontando por Borges Neto (2019) como algo inerente ao trabalho do matemático. No entanto, muitas vezes, essa parte deixa de ser apresentada à comunidade em geral. Os matemáticos Davis e Hersh (1986), em seu livro a “Experiência Matemática”, narram como os matemáticos ocultam a parte da tentativa e erro e apresentam apenas os seus bons resultados. Essa atitude dos matemáticos pode passar a impressão de que a matemática é infalível e o lar do rigor e da certeza.

Essa forma de apresentar a matemática foi muito difundida pelo MMM, segundo Kline (1976). Ainda por Kline (1976), pode-se perceber que alguns professores só aceitavam como resposta correta o modo como eles ensinavam o aluno a responder o problema proposto por eles. Portanto, qualquer outra resposta que tenha a configuração diferente daquela apresentada pelo docente é considerada um erro.

Conforme Melo (2018), esse modo de tratar o erro como algo ruim surge no momento em que o professor precisa avaliar o aluno, isto é, precisa atribuir um valor ao erro cometido pelo discente. Em consequência desse momento em que o erro é apresentado, ele fica

associado ao sentimento de fracasso. Esse sentimento de fracasso pode causar no aluno um medo de errar e, conseqüentemente, ele pode sentir desânimo em participar da aula.

No entanto, Melo (2018) afirma que a SF procura tirar o lado bom do erro, que é o sentido de ferramenta para fazer um diagnóstico do que falta para melhorar o aprendizado. Com isso, a autora afirma que o papel de mediador do professor deve ser acentuado ao encontrar um erro, pois, conforme os pressupostos da SF, o professor deve instigar o aluno a refletir sobre o seu erro, e não afirmar que o discente errou.

4.1.8 Plateau

É a averiguação do nível de conhecimentos dos alunos e a acomodação desses conhecimentos ao nível necessário para a escolha da situação generalizável que será aplicada na tomada de posição, isto é, o nível de partida, em que o discente tenha segurança do entendimento dos conceitos, sem muito comprometimento com conhecimentos formais, mas com a sua experiência e maturidade cognitiva. Segundo Bezerra (2018, p. 69), “Plateau é o conjunto de conhecimentos compreendidos entre os alunos e dominados pelo professor”. Esse conceito traz duas ideias, que são: os conhecimentos prévios do aluno e o domínio do conteúdo por parte do docente. Isso implica dizer que, ao planejar a sua sessão didática, o professor deve considerar se os alunos já têm uma base consistente para que o novo conteúdo seja aplicado para os discentes.

Outro ponto a ser considerado é o domínio do conteúdo por parte do professor, pois não tem como o docente fazer a mediação por meio de contraexemplos e de perguntas, se ele não tiver segurança do que sabe. Afinal, ao perguntar ou dar um contraexemplo para o aluno, ele pode ser indagado sobre uma situação que desconhece e essa situação pode fazer com que ele perca o envolvimento dos alunos por duvidarem do conhecimento do professor sobre o tema.

Portanto, deve ficar claro que o conhecimento técnico do professor deve ser bem sólido para que o docente não tenha dificuldades para ajudar os alunos no seu caminho de aprendizagem. No entanto, isso não impede que o professor aprenda novas soluções com os discentes, mas o seu conhecimento deve permitir que ele perceba a validade do novo caminho de resolução proposto pelo estudante.

Ao trazer os conhecimentos prévios do aluno para o planejamento, o *plateau* levanta dois conceitos importantes do construtivismo que o professor deve ter noção, sendo: a zona de desenvolvimento proximal, criado por Vygotsky, e os subsunçores, criados por Ausubel. Ambos deixam explícito que não adianta levar para o aluno um conhecimento que não tem conexão

com seus conhecimentos prévios, nos quais pode se apoiar para ter uma melhor assimilação. Portanto, o docente deve ter a ideia clara sobre o conceito de *plateau*, essencial para o bom andamento de uma sessão didática, baseada na perspectiva da SF.

Outro ponto que deve ser esclarecido é que, alguns professores, ao lerem, a fase da tomada de posição, que deve ser levantado o *plateau*, é no começo da aula. Segundo Sousa (2015), isso é um equívoco, pois o *plateau*, feito na tomada de posição, é uma retomada breve dos conhecimentos que serão indispensáveis para o bom desenvolvimento daquele conteúdo que será apresentado. Por isso, deve ficar claro que, se o professor fizer uma aula só para retomar os conhecimentos essenciais para o próximo conteúdo, na SF, ele está fazendo uma aula de revisão, e não o *plateau*. Essa ideia é importante, pois caso o professor sempre faça uma sessão tomando todo o tempo da aula para fazer o que ele chama de *plateau*, mas, na verdade, é uma aula de revisão, ele se perderá no cumprimento do currículo, de forma que prejudicará os discentes.

O *plateau* possui influência logicista, tendo em vista que Polya (*apud* DAVIS; HERSH, 1986) afirma que um matemático, ao se deparar com um problema, deve decompô-lo em problemas menores que ele conhece a solução. Pode ser percebido com essa afirmação que o matemático, ao se deparar com um problema, não cogita a possibilidade de ele não ter solução de pronto, ele sai em busca dela, traçando as mais diversas estratégias. O mesmo acontece com o aluno quando o professor lhe apresenta a situação a ser resolvida.

4.2 Construtivismo, aprendizagem significativa e sociointeracionismo

No decorrer da sua trajetória, os pesquisadores da SF perceberam que, mesmo ela tendo sido criada com bases nas filosofias da matemática, seus fundamentos possuíam muitas interfaces com algumas das principais teorias de aprendizagem, como o construtivismo de Piaget, a aprendizagem significativa de Ausubel e o sociointeracionismo de Vygotsky.

O construtivismo não é uma metodologia de ensino, mas uma teoria de aprendizagem, pois, segundo Santomauro (2010), Jean Piaget criou esse termo para designar a sua teoria que explica como o indivíduo aprende. Ou seja, a intenção de Piaget não era criar uma forma de ensinar, mas descobrir como o ser humano adquire conhecimento. No entanto, os teóricos da educação incorporaram seus conceitos, pois perceberam ser de grande valia para desenvolver sessões didáticas que tivessem melhor êxito no objetivo de atingir a aprendizagem dos alunos.

A teoria de Piaget, de acordo com Santomauro (2010), é baseada na ideia de desequilíbrio-assimilação-equilíbrio, ou seja, o indivíduo parte de um conhecimento simples para um conhecimento mais complexo. Assim sendo, a teoria piagetiana foi um campo fértil para criação de métodos de ensinar matemática, já que, nessa disciplina, a utilização dos conhecimentos anteriores é muito importante para apreensão dos novos conteúdos.

Uma interface da teoria piagetiana com a SF é o fundamento do contraexemplo, tendo em vista que uma das finalidades desse fundamento é causar um desequilíbrio no aluno perante a sua solução para que ele busque argumentos para conseguir se equilibrar e, assim, construir, de maneira sólida, o seu conhecimento.

Segundo Fernandes (2011), para Ausubel, para que a aprendizagem seja significativa, é necessário que o novo conteúdo seja proposto de forma que esteja baseado em conhecimentos prévios (subsunçores), cujo novo conteúdo possa ser relacionado com eles. Se a aprendizagem não estiver baseada nesse pressuposto, para o autor, dificilmente o discente conseguirá aprender o novo assunto, pois, sem associação, o conteúdo não faz sentido, portanto, vazio.

O *plateau* é o fundamento que faz a ligação lógica entre a SF e a aprendizagem significativa, pois esse fundamento é o que orienta o professor a ter a realidade do seu aluno com um dos fundamentos para a elaboração do planejamento da sua aula, proporcionando ao aluno liberdade de criar em cima do problema proposto pelo professor durante a aula.

Lev Vygotsky é um psicólogo que criou uma teoria de aprendizagem que rejeitava tanto o empirismo quanto inatismo. Para ele, o indivíduo só aprende se tiver em contato com outro homem (FERRARI, 2008). Segundo Ferrari (2008), uma contribuição de Vygotsky para a prática do professor são os conceitos de zona de desenvolvimento proximal e zona de desenvolvimento potencial. Em outras palavras, esses conceitos trazem em si a ideia do que a criança pode aprender, a qual é a zona de desenvolvimento potencial, e a zona de desenvolvimento proximal é a distância entre o que a criança sabe e a zona de desenvolvimento potencial. Tendo isso em vista, para Ferrari (2008), cabe à escola, mais precisamente ao professor, desenvolver atividades que possibilitem a transição, por parte do aluno, da zona de desenvolvimento proximal para a zona de desenvolvimento real.

O fundamento da SF que se conecta com teoria de Vygotsky é a mediação, pois é por meio dela que o professor visa ajudar o aluno a conectar os conhecimentos que ela já possui com o conhecimento que será construído na sessão didática. Essa mediação, na SF, será efetuada por meio dos outros fundamentos e caberá ao professor julgar qual o momento adequado para

aplicá-los com o propósito de orientar o aluno nessa construção.

Nesta seção, foram vistas algumas teorias de aprendizagem que influenciam a prática dos professores, em especial, os de matemática. No entanto, Becker (2012) nos traz que muitos docentes não têm noção em que está baseada a sua prática e repetem, de maneira automática, como foram ensinados. Porém, as necessidades de cada geração diferem e um dos fundamentos do fazer docente é a mudança. Logo, sabendo que as concepções de aprendizagem mudaram, não adianta seguir a mesma prática de ensino.

A seguir, serão relatados os caminhos e descaminhos de dois professores que utilizaram a SF como metodologia de ensino.

5 CAMINHOS E DESCAMINHOS COM A SEQUÊNCIA FEDATHI

Neste capítulo, são descritas as aulas sobre permutações simples, que foram executadas pelo professor *expert* na utilização da SF e pelo professor iniciante. Esses professores foram, assim, qualificados sob a perspectiva do manejo de cada um deles com as etapas e fundamentos da SF. Além disso, contém uma breve análise de como as permutações simples são trabalhadas nos livros que o professor iniciante utilizou para fundamentar o conhecimento matemático da sua sessão didática.

O professor *expert* é professor universitário no nível de graduação e pós-graduação, desde meados da década de 1970. Além disso, ele possui muita experiência com a metodologia SF, utilizando-a em suas aulas há mais de 20 anos. Sua vasta experiência lhe permitiu aplicar a metodologia com várias gerações de educandos, observar o comportamento de muitos deles na adaptação à metodologia e elaborar os devidos ajustes dela ao perfil de cada turma.

O professor iniciante na utilização dessa metodologia trabalha na educação básica desde o ano de 2008. Ademais, o docente estuda a SF há pouco mais de um ano. Porém, adota-a em suas sessões didáticas há sete meses. Portanto, essa outra forma de fazer pedagógico é nova para os discentes desse educador e para ele. Consequentemente, o docente e a turma estão aprendendo a transformar as suas posturas, de tal forma que a ação docente e a ação discente se adequem às exigências que a SF requer de cada um dos perfis (professor e aprendentes) de uma sala de aula.

Nessa perspectiva, tem-se a intenção de identificar os elementos essenciais da postura docente exigidas pela SF para que a aula seja exitosa no alcance dos objetivos de ensino do professor e aprendizagem dos discentes, caracterizando um caminho a ser seguido. Para mais, outro ponto importante é reconhecer possíveis erros cometidos por um sujeito iniciante na aplicação da SF, evidenciando os descaminhos com a finalidade de ajudar professores iniciantes a percorrerem os caminhos e desviarem dos descaminhos.

Na aula ministrada pelo professor *expert*, são evidenciados os possíveis caminhos gerados por uma execução com poucas ou nenhuma falha cometida na perspectiva da metodologia. Por falha, caracteriza-se a utilização errônea das etapas e princípios da SF, na mediação conhecimento-aluno, que tem suas especificidades de aplicação descritas nas obras que tratam da SF.

Na lição trabalhada pelo docente inexperiente, pode-se perceber os descaminhos, ou seja, alguns erros que podem ser cometidos por um professor que está começando a utilizar

essa metodologia. Os erros descritos na atividade desse sujeito têm o mesmo sentido de falha delineado no parágrafo anterior. Deve-se entender que esses erros e falhas são notados e classificados, principalmente, por indivíduos com conhecimento teórico sobre a SF e vivência ampla com ela em suas experiências de ensino. Diante disso, relatou-se uma experiência sobre a postura de um professor em sala de aula, de acordo com a proposta metodológica SF, objetivando trabalhar o conceito de permutação simples.

A importância de ter o saber sobre o conteúdo “permutações” se dá pelo fato de que tal raciocínio pode auxiliar na resolução de anagramas (são palavras, que não precisam ter sentido, formadas pela troca de posição das letras da palavra original), preenchimento de cartelas de loteria, organização das máquinas de costura de uma fábrica de roupas, maneiras de vestir um número de calças e camisas sem repetição de peças e na formulação de placas de automóveis. Essas são algumas situações em que o conhecimento de permutações auxilia na resolução de problemas.

Para a elaboração do planejamento da aula ministrada pelo professor iniciante, utilizou-se um levantamento bibliográfico de obras brasileiras do ensino médio – Hazzan (2004), Morgado *et al.* (2006), Iezzi *et al.* (2016) e Dante (2016). A sessão didática foi realizada em 18/09/2018, na Escola Estadual de Educação Profissional Dona Creusa do Carmo Rocha. No seu planejamento, foi utilizado apenas o conhecimento matemático sem fundamentá-lo em um documento oficial de currículo, evidenciando sua influência formalista. Os livros didáticos foram analisados segundo os pressupostos da SF.

Na primeira seção, será mostrado como os livros utilizados para a elaboração da sessão didática tratam o conteúdo de permutações simples, com intuito de entender as influências que ainda permaneciam na prática do professor iniciante. Na segunda parte do capítulo, será descrita a primeira aplicação efetuada pelo professor iniciante com a especificação de suas falhas sob a perspectiva da SF. Na terceira parte, será detalhada a segunda aplicação efetuada pelo professor *expert*, analisando sua mediação por meio dos fundamentos da SF, que são as categorias de análise. Além disso, também serão feitas as comparações entre as duas aplicações sob a luz da SF, destacando: o papel do professor, dos estudantes, do ensino e dos resultados alcançados.

5.1 Ensino de permutação nos livros

A permutação simples trata do agrupamento dos elementos de um conjunto, no qual a troca de posição de um elemento que modifica o agrupamento, isto é, a ordem do elemento modifica o agrupamento. Por exemplo: em uma sala de aula devem ser eleitos um líder, um vice-líder e um secretário. Sabendo que os estudantes têm três candidatos, que são: Luís, Maria e João disputando esses cargos, quais são os possíveis cenários de resultado dessa eleição?

Para ficar melhor de entender, foi feito um quadro explicitando os possíveis resultados dessa eleição.

Quadro 6 – cenários possíveis do resultado da eleição do exemplo

| Cargos | Resultados | | | | | |
|------------|------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Líder | Luís | Luís | João | João | Maria | Maria |
| Vice-líder | Maria | João | Luís | Maria | Luís | João |
| secretário | João | Maria | Maria | Luís | João | Luís |

Fonte: elaborado pelo autor.

Pelo quadro, é possível perceber que, ao trocar apenas um elemento de posição, o agrupamento é modificado. Essa característica evidencia as permutações simples como uma ferramenta da matemática que desenvolve o raciocínio combinatório e que pode utilizá-lo para entender um fato do cotidiano.

Para planejar sua sessão didática, além de se fundamentar na SF, o professor iniciante se pautou nos livros que estão relacionados. O objetivo desta seção é entender um pouco das influências que sugestionam a postura desse docente, pois é possível perceber que os livros carregam uma herança intensa do ensino tradicional, por mais que esse professor tenha tentado transformar sua prática, alguns detalhes da sua antiga prática ainda podem ser vistos no seu planejamento e na aplicação dele, o que será visto mais à frente na descrição da sua aula.

Em Hazzan (2004, p.16), primeiramente, o autor define o que é um arranjo: “Seja M um conjunto com m elementos, isto é, $M = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$. Chamamos de arranjo dos m elementos tomados r a r ($1 \leq r \leq m$) a qualquer r -upla (sequência de r elementos) formada com elementos de M , todos distintos.”

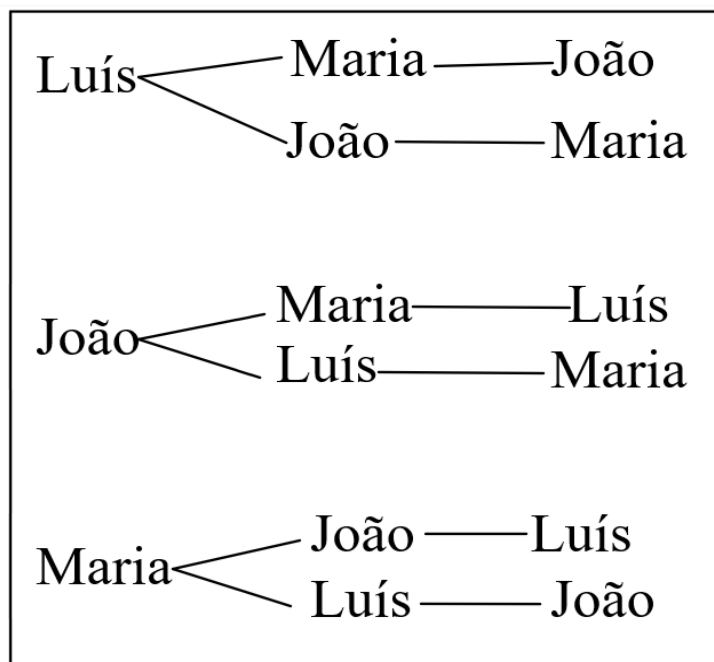
A partir daí, ele define uma fórmula para arranjos e mostra um exemplo de aplicação de arranjos para, depois, definir uma permutação como um arranjo em que o número de elementos do conjunto é o mesmo número de elementos que serão arranjados, isto é, $m = r$, onde m é o número de elementos do conjunto e r é o número de elementos a serem arranjados.

Em seguida, ele traz a fórmula de como calcular uma permutação e exemplos de aplicação da mesma. Essa abordagem de Hazzan (2004) é semelhante ao conceito de ensino tradicional da SF, tratado em Souza (2013). No âmbito do ensino de matemática, a SF conceitua o ensino tradicional como sendo aquele em que o professor apresenta o problema para a turma e, logo em seguida, resolve-o, inibindo a participação do educando e tolhendo o momento de raciocínio do indivíduo, tornando-o passivo na construção do conhecimento.

No livro de Dante (2016), a abordagem segue com a definição de permutação simples, como sendo as várias formas de ordenar todos os elementos de um mesmo conjunto. Com isso, ele apresenta um exemplo de aplicação e o resolve, usando o diagrama de árvores, para, depois, definir uma fórmula para o número de permutações simples. Essa fórmula é introduzida após o autor generalizar o problema. Além disso, as atividades propostas não fogem muito do escopo da atividade resolvida, evidenciando a ideia de treinamento.

Um exemplo que pode ser mostrado com relação à resolução de um problema envolvendo a permutação simples com a utilização do diagrama de árvore é o seguinte: segundo o exemplo dado no início da seção, “em uma sala de aula devem ser eleitos um líder, um vice-líder e um secretário. Sabendo que os estudantes têm três candidatos que são: Luís, Maria e João disputando esses cargos, quais são os possíveis cenários de resultado dessa eleição?”

Figura 2 – Resolução por meio do digrama de árvore



Fonte: criação do autor.

É possível perceber que se obtém a mesma solução, sendo seis formas de compor os cargos de líder, vice-líder e secretário, porém, por outro método conhecido como diagrama de árvore.

Essa abordagem traz alguns elementos da SF, como a tomada de posição. Isso pode ser ratificado, conforme Silva (2018), quando explica que essa etapa é iniciada por meio de uma situação generalizável. No caso do livro, essa situação é apresentada por meio de um exemplo de aplicação do conteúdo.

Outro elemento percebido é a prova. De acordo com Menezes (2018c), essa fase tem como uma de suas características a sistematização do conteúdo, que, nesse caso, foi efetuada ao final da solução do autor. Porém, falta a fase da maturação e da solução, nas quais são trabalhados o erro e a criatividade do aluno, por exemplo. Para introduzir essas fases, o autor poderia ter levantado algumas perguntas antes de iniciar a sua solução a fim de simular a mediação, com o intuito de gerar a reflexão do aluno e do docente sobre o problema proposto.

Em Iezzi *et al.* (2016), podemos observar que o conteúdo é introduzido mediante a apresentação de um problema seguido de sua resolução, usando como método de resolução o Princípio Fundamental da Contagem (PFC), cujos autores afirmam ser um dos métodos mais eficazes para a resolução de problemas de contagem e, também, para definir uma fórmula para permutação simples. Em relação às atividades propostas, têm-se problemas semelhantes ao problema resolvido.

A abordagem de permutações simples em Morgado *et al.* (2006) é feita pela introdução através de um problema que parte do geral para o particular. Logo em seguida, é resolvido e, depois, os autores definem uma fórmula para a sistematização das ideias.

Após a análise do conteúdo de permutação simples contido nos livros utilizados no planejamento do professor iniciante, pode-se perceber que o professor ainda é influenciado pela concepção tecnicista de ensino e aprendizagem da matemática, definida por Fiorentini (2009) como aquela em que são priorizados os aspectos de aplicação de fórmulas e treinamento, no qual, ao professor, cabe dar um exemplo e passar atividades semelhantes ao exemplo resolvido e, aos alunos, cabe reproduzir a solução apresentada pelo docente. Essa concepção pode ser percebida nos livros analisados quando eles apresentam um exemplo resolvido e as atividades propostas são semelhantes ao exemplo.

5.2 Primeira aplicação

A aula foi planejada conforme os moldes da SF, orientando as etapas de acordo o modelo geral em Borges Neto (2018). Essa sugestão de elaboração de uma sessão didática é vivenciada pelo docente pela análise ambiental, análise teórica, vivência e referências, como mencionado.

Essa aplicação foi feita pelo professor que está iniciando na utilização da SF. Ele trabalha na educação básica desde 2008. Ademais, o público da sessão didática dessa aplicação é composto por alunos de uma turma do segundo ano do ensino médio da Escola Estadual de Educação Profissional Dona Creusa do Carmo Rocha, do curso Técnico em Administração, com a média de idade de 16 anos. No momento da aplicação da sessão didática, a sala estava com 35 alunos e a estrutura física estava passando por adaptações para receber aparelhos de ar condicionado, pois o ambiente, ainda, era refrigerado por ventiladores de parede.

Esta turma é heterogênea quanto ao rendimento na disciplina de matemática, tendo alunos que compreendem bem o conteúdo, chegando a se empolgarem com o aprendizado da disciplina, discentes que tinham dificuldade, mas conseguiam compreender a maior parte do conteúdo e as atividades propostas, e havia aqueles que sentiam muita dificuldade na aprendizagem da disciplina. Essa turma foi escolhida, pois tinha a característica de cooperação, isto é, estudantes com menos dificuldades costumavam ajudar alunos com mais dificuldades.

O conhecimento prévio necessário para essa nova aprendizagem é a noção da operação de multiplicação e noções intuitivas (não formais) de ordenação de pessoas ou objetos. Ressalta-se que o professor não fez o nivelamento do *plateau* com a turma, pois já tinha ciência do seu conhecimento em relação à operação de multiplicação.

Na tomada de posição, foi apresentado o seguinte problema: “Quantas filas podemos formar com n pessoas?”. Após a tomada de posição, os alunos, inicialmente, não tiveram a ideia de trabalhar com casos particulares, isto é, atribuir valores a n para raciocinar de maneira mais experimental sobre a situação. Por outro lado, especularam trabalhar diretamente com a variável n , o que resultou em “chutes” para deduzir uma fórmula, porém, sem justificativas lógicas. Nesse ponto, percebe-se a primeira falha do professor em relação à SF, pois o docente confundiu problema generalizável com problema formalizado, enquanto o que acontece em uma boa execução da metodologia é que o problema deve ser generalizável.

Essa dificuldade com a questão apresentada na tomada de posição da SF é relatada pelos sujeitos da pesquisa de Mendonça (2017) e Rodrigues (2017), quando, ao serem

questionados sobre suas dificuldades com a SF, afirmaram que uma de suas dificuldades é apresentar um problema generalizável. Esse relato evidencia que a situação generalizável é uma dificuldade que pode ser enfrentada por professores que estão iniciando na utilização da metodologia de ensino SF.

A situação generalizável é uma situação que possui as características essenciais da teoria a ser estudada, permitindo ao aluno ou professor fazer hipóteses e deduções, podendo chegar a uma generalização.

Um exemplo de situação generalizável é quando o professor trabalha uma divisão inexata, isto é, uma divisão cujo resto difere de zero, pois essa situação traz a relação essencial entre divisor, dividendo, quociente e resto, a qual é a seguinte: $\text{dividendo} = \text{quociente} \times \text{divisor} + \text{resto}$. Por outro lado, ao começar a trabalhar a operação de divisão por uma divisão exata, isto é, aquela que possui resto zero.

O problema generalizado é aquele que passou por um processo de generalização, isto é, a busca de padrões e regularidades na situação trabalhada. Esses padrões e regularidades podem ser utilizados na abordagem para resolver outros problemas. No entanto, essa busca não é apresentada no decorrer da resolução. Ao ocultar esse processo, a experimentação de conjecturas e deduções fica dificultada. Davis e Hersh (1986) alertam que, ao partir de casos particulares para caso gerais, a abordagem pode ser completamente diferente para cada caso. Essa abordagem individualizada pode tornar a aprendizagem fragmentada e tecnicista.

Deve-se perceber que a abordagem de ensino do professor pode tornar o problema generalizado ou generalizável. Por exemplo, ao ensinar a resolução de equações do segundo grau, o professor pode fazer a abordagem por meio da completude de quadrados que mostra o processo que leva à busca de padrões e regularidades (processo de generalização) até a forma generalizada, que é a fórmula de radicais, tornando o problema generalizável. Como exemplo dessa abordagem, pode-se empregar a seguinte situação: resolva a equação $2x^2 + 4x - 6 = 0$.

Resolução:

Dividindo a equação por dois temos

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

Tem-se o objetivo de chegar à forma $(X + d)^2 = 0$, onde x é a incógnita e d é um número real. Para isso, será utilizado o método de completamento de quadrado.

Para completar o quadrado e chegar à forma acima, será realizado o seguinte procedimento:

$$x^2 + 2x + 3 + 1^2 - 1^2 = 0 \tag{1}$$

Somou-se 1^2 e subtraiu-se o mesmo termo para não alterar a equação. Agora, será feito o seguinte:

$$(X + 1)^2 \quad X^2 + 2X + 1^2 = (X + 1)^2 \quad (2)$$

Substituindo (2) em 1

$$\begin{aligned} (x + 1)^2 - 1^2 - 3 &= 0 \\ (X + 1)^2 - 1 - 3 &= 0 \\ (x + 1)^2 - 4 &= 0 \\ (x + 1)^2 &= 4 \\ (x + 1) &= \pm\sqrt{4} \\ X + 1 = 2 &\rightarrow x = 2 - 1 \rightarrow x = 1 \end{aligned}$$

e

$$X + 1 = -2 \rightarrow x = -2 - 1 \rightarrow x = -3$$

Perceba que, nessa resolução, em nenhum momento foi utilizada a celebrada expressão conhecida como fórmula de *Baskhara*, que é $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$. No entanto, se o docente optar por utilizar a SF, ele pode deixar a apresentação dessa fórmula para a etapa da prova, quando ele pode fazer a demonstração dela, que pode ser feita da seguinte forma:

$$ax^2 + bx + C = 0$$

Primeiramente, a equação será dividida por a ,

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

Logo após a divisão, será somado o termo $\left(\frac{b}{2a}\right)^2$, que, logo em seguida, será subtraído para não alterar o resultado da equação

$$x^2 + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = 0$$

Em seguida, será colocada na forma $(x + a)^2$ e somado o termo $\left(\frac{b}{2a}\right)^2$ em ambos os lados da igualdade e subtraído o termo $\frac{c}{a}$.

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}$$

Em seguida, será extraída a raiz quadrada em ambos os membros

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}}$$

Resolve-se a potência $\left(\frac{b}{2a}\right)^2$ dentro do radical

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}}$$

Resolve-se a subtração de fração $\frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}$

$$x = \pm \sqrt{\frac{b^2a - 4a^2c}{4a^3}} - \frac{b}{2a}$$

Coloca-se o a em evidência na expressão $\frac{b^2a - 4a^2c}{4a^3}$

$$x = \pm \sqrt{\frac{a(b^2 - 4ac)}{4a^3}} - \frac{b}{2a}$$

Divide-se o denominador e o numerador da expressão $\frac{a(b^2 - 4ac)}{4a^3}$ por a

$$x = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} - \frac{b}{2a}$$

Extrai-se a raiz quadrada da expressão $4a^2$

$$x = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} - \frac{b}{2a}$$

Ao organizar a expressão anterior, é obtida a fórmula de resolução de uma equação do segundo grau

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (3)$$

Essa abordagem conecta a resolução de uma equação do segundo grau com a solução da equação do primeiro grau, evitando a fragmentação do conhecimento, isto é, o aluno pode empregar as ideias que ele utiliza na resolução de uma equação do primeiro grau para resolver uma equação do segundo grau. Essa ideia é a de que em uma igualdade podem ser feitas as mesmas operações matemáticas em ambos os lados da igualdade, que ela não é alterada. Por meio da aplicação dessa propriedade, o aluno consegue chegar à fórmula conhecida como fórmula de *Hasteara*, que é a equação 3. Por meio dessa abordagem, o professor consegue conectar os conhecimentos prévios do aluno com o conhecimento a ser construído.

Outra abordagem possível é apresentar a fórmula 3 de radicais (conhecida como fórmula de *Bhaskara*) e aplicar uma abordagem que, segundo Borges Neto (2020), trabalha o

tecnicismo, ou seja, é fornecida uma fórmula para resolver uma questão posta e passa a ser estimulado o treinamento da utilização desse algoritmo, impossibilitando a experimentação e levantamento de conjecturas por parte do aluno. Para comprovar essa ideia, o problema dado como exemplo, anteriormente, pode ser aproveitado. Portanto, segue-se: resolva a equação $2x^2 + 4x - 6 = 0$.

Resolução:

Para essa abordagem, voltada para o treinamento, será utilizada a fórmula 3, que é a seguinte:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Nessa fórmula, as letras a, b, c representam os coeficientes da equação do segundo grau e x a incógnita que deve ser encontrada.

Na equação dada como exemplo, tem-se que: $a = 2$, $b = 4$ e $c = -6$.

Substituindo esses dados na fórmula, tem-se: $x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-6)}}{2 \cdot 2}$

Resolvendo os devidos cálculos, tem-se: $x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 48}}{4}$

Continuando a resolução: $x = \frac{-4 \pm 8}{4}$

Portanto, $x = \frac{-4+8}{4} \rightarrow x = 1$ e $x = \frac{-4-8}{4} \rightarrow x = -3$

É possível perceber que essa abordagem está pautada na utilização de um algoritmo, com poucas reflexões regradas por substituições e sem conexão com a resolução de equações do primeiro grau, tornando o conhecimento de resoluções de equações do segundo e do primeiro grau desconexos.

Voltando à descrição da primeira aplicação, o docente iniciou a sua mediação e reiniciou a sessão didática a partir das demandas dos discentes, por meio de perguntas, no intuito de incentivar a iniciar a maturação e encontrar uma solução. As perguntas foram: (i) “o que é preciso para formar uma fila?”; (ii) “qual a quantidade mínima de pessoas para formar uma fila?”; (iii) “existe alguma forma de simplificar este problema?”; (iv) “quantas filas podemos formar com uma pessoa?”; (v) “e com duas?”; e (vi) “com três?”.

Como resposta para a (i), foi dito que precisamos de pessoas para formar uma fila; no caso de (ii), houve um consenso, entre os discentes, de que são necessárias duas pessoas para formar uma fila, pois, no senso comum, é preciso mais de uma pessoa para se ter uma fila. Porém, eles ficaram surpresos quando o professor lhes disse que basta uma pessoa para se ter uma fila. Para (iii), foi afirmado pelos discentes que seria melhor se o n fosse substituído por

um número. Incentivado pela reflexão dos alunos, o professor começou a fazer as perguntas (iv), (v) e (vi).

As respostas dadas pela turma, nesse caso, apresentam as características da segunda fase da SF, que é a maturação. Fontenele (2018) aponta que, nessa etapa, o aluno vai fazer uma investigação sobre o problema e traçar métodos para resolvê-lo. No entanto, o formato em que foi apresentada a situação problema dificultou a experimentação e, conseqüentemente, as estratégias de resolução por parte da turma. Ao perceber a dificuldade de experimentação com o problema por parte dos educandos, o docente passou a instigá-los por meio das perguntas (i), (ii), (iii), (iv), (v) e (vi), fazendo a mediação e incentivando os alunos a fazerem conjecturas sobre o problema.

Após as conjecturas dos alunos, chegou-se à etapa da solução, pois, de acordo com Menezes (2018b), nessa etapa, o professor pede aos discentes que apresentem os esquemas encontrados por eles para resolver o problema proposto na tomada de posição. No entanto, na etapa da solução, o professor deve fazer perguntas e contraexemplos para ajudar a turma na consolidação do conhecimento, pois eles terão que desenvolver argumentos para defender a sua estratégia de solução. Com isso, eles poderão consolidar o seu conhecimento ou perceber alguma falha no processo, tendo que estabelecer outra maneira de solucionar o problema, sempre com a mediação do professor.

Para (iv), (v) e (vi), os estudantes fizeram a mesma experimentação, isto é, utilizaram os colegas para montar a fila, obtendo as respostas satisfatórias para cada indagação. Mediante essas respostas, o professor fez, novamente, a pergunta da tomada de posição, que era: “Quantas filas podemos formar com n pessoas?” O docente repetiu a pergunta com intuito de fechar a aula fazendo a generalização e sistematização do conteúdo, caracterizando a etapa da prova da SF.

Porém, mesmo tendo refletido para os casos particulares, a maioria da turma não conseguiu fazer a generalização do problema. Mas, um deles conseguiu chegar ao resultado esperado pelo professor, que era o produto de n pelos seus antecessores, ou seja, $n.(n-1) \dots 3.2.1$. Esse aluno conseguiu fazer essa generalização, pois ele tem certa facilidade com a disciplina. Segundo esse professor, esse discente consegue compreender as relações entre os elementos da situação proposta ao invés de se apegar, simplesmente, aos elementos. Por isso, sua principal estratégia foi perceber que, em uma permutação simples, as possibilidades de agrupamentos são obtidas por meio do produto das quantidades de elementos que podem ocupar determinada posição sem a possibilidade de repetição.

Desse relato, pode-se averiguar que muitos dos alunos da turma não conseguem fazer a transição dos casos particulares para a generalização, mesmo tendo os conhecimentos prévios necessários para o entendimento do conteúdo. Ao perceber essa dificuldade da turma, o professor deve trabalhar atividades que ajudem seus discentes a desenvolver essa habilidade, tendo em vista que ela é essencial não só para a aprendizagem de matemática, mas para situações do seu cotidiano, as quais se tenha que analisar casos particulares e encontrar semelhanças e padrões desses casos e tirar uma conclusão geral.

Diante de tal resposta generalizada do aluno, o professor iniciou a fase denominada prova, em que sistematizou o conteúdo abordado através da definição formal encontrada no livro didático. Aqui, pôde-se perceber que o professor cometeu a falha de iniciar a nova etapa fundamentada na resposta de um único aluno sem ter verificado se os outros discentes haviam entendido a generalização feita pelo colega de sala. Nesse momento, é possível perceber que um dos motivos de o professor ter iniciado a nova etapa é a preocupação com o tempo de aula. O ideal teria sido o docente utilizar os fundamentos da SF, como: a pergunta, o contraexemplo e a mediação para envolver a maioria da turma, de preferência todos os estudantes, para, depois, iniciar a fase da prova.

Segundo os fundamentos da SF, a sessão didática começou a se afastar dos preceitos da metodologia a partir da escolha do problema apresentado na tomada de posição, que foi generalizado e não generalizável. Por não ser generalizável, os alunos tiveram mais dificuldade em pôr a mão na massa, pois, de acordo com Borges Neto (2020), um problema não generalizável dificulta o levantamento de hipóteses. Esse levantamento de hipóteses permite ao aluno experimentar e verificar o que ele está pensando sobre o problema. A ideia de problemas generalizáveis se dá, principalmente, pelo fato de serem manipuláveis, contribuindo para uma maior interação da turma com o problema, conduzindo à fase de maturação.

Esse obstáculo da dificuldade de levantar hipóteses exigiria do professor uma mediação mais intensa. Portanto, a mediação poderia superar o fato de o problema não ser generalizável, pois, de acordo com Pinheiro (2018), a intervenção do professor é crucial para que os alunos consigam superar suas dificuldades de aprendizagem. A falta de prática do professor com os fundamentos *fedathianos* dificultou a sua intervenção perante a turma e o fato de o professor não ter conseguido envolver a turma na resolução do problema.

5.3 Segunda aplicação

Em outro momento, houve a aplicação de uma segunda sessão didática semelhante à primeira na FACED/UFC, na disciplina intitulada “Sequência Fedathi: na pesquisa e no ensino”, disciplina optativa no nível de mestrado e doutorado, ofertada no semestre 2019.1. Ela foi planejada pelo docente mais experiente com a utilização da SF com a intenção de corrigir os equívocos cometidos na aula do docente iniciante que tratava sobre o conteúdo de permutação simples. A sala de aula em que ocorreu essa aplicação era climatizada e espaçosa. Outro ponto a ser destacado é que os discentes estavam motivados a compreender o funcionamento da metodologia, fato que colabora para o êxito da sessão didática, isto é, trabalhar com alunos motivados proporciona ao docente uma melhor gestão de sala, ocasionando uma facilidade de mediação do professor e participação dos educandos.

Conforme Bezerra (2018), o *plateau* é o nível de segurança de conhecimentos da turma, de onde o professor deve partir com a consciência de que a situação problema apresentada não está muito acima do nível da turma e nem abaixo, fomentando descoberta e participação por parte dela. Como *plateau* da turma, o professor tinha em mente que todos os presentes sabiam a operação multiplicação e, com isso, não necessitou de um nivelamento desse *plateau*. Porém, foi definido que bastava uma pessoa para formar uma fila. Esse professor é aquele que tem mais experiência com a SF, tendo mais de 20 anos de experiência com a aplicação da metodologia. Além disso, esse docente conhece bem a turma em que trabalhou essa sessão didática.

Essa turma era formada por alunos da graduação, pós-graduação e participantes do grupo de estudo da Sequência Fedathi, alguns com experiência na utilização da metodologia, pois já trabalham como professores, e outros sem tanta experiência de aplicação, mas com um tempo de participação no grupo de estudos que os permite conhecer a metodologia, de forma teórica, compreendendo bem o seu papel na aplicação de uma sessão didática fundamentada na SF.

Partindo para a vivência, o professor teve como tomada de posição o seguinte problema: com duas pessoas é possível formar quantas filas? A turma, de imediato, respondeu que apenas duas filas. Diante disso, o professor convidou duas alunas para ficarem na frente da turma e exemplificar como elas poderiam formar duas filas. Perante a certeza da turma, o professor perguntou: “se, permutando a posição das duas alunas, não poderia formar infinitas

filas?”. Com isso, a turma definiu que não poderia ocorrer repetição de filas. Nesse momento, pode-se perceber a utilização de um contraexemplo.

De acordo com Ferreira (2018), o contraexemplo tem a finalidade de desestabilizar os alunos e os incentivar a criar reflexões e argumentos que fundamentem a defesa de sua solução. Essas reflexões contribuem para que o discente desenvolva um raciocínio científico e uma postura de investigação.

Em seguida, o professor fez um novo questionamento: “e com três pessoas, quantas filas são possíveis formar?”. Novamente, a maioria da turma foi convicta em responder que poderiam formar, neste caso, 6 filas. No entanto, uma discente respondeu que poderia formar 8 filas, pois o caso geral seria 2 elevado ao número de pessoas. Ao analisar essa resposta, o professor questionou para a educanda se essa generalização que ela fez servia para o caso de duas pessoas.

Perante o questionamento, a aluna identificou o seu equívoco, tendo em vista que, anteriormente, a turma havia concluído que duas pessoas podem formar duas filas. Nessa passagem, é possível perceber que o professor utilizou o contraexemplo para que a estudante percebesse o erro e concluísse que sua generalização não solucionava o problema. De acordo com Melo (2018), ao perceber o erro, o aluno está adquirindo autonomia e senso crítico, solidificando a sua aprendizagem.

Dando continuidade à sessão didática, o professor indagou a turma da seguinte forma: “e com quatro pessoas, teremos quantas filas?”. Este foi o momento de maior discussão entre os alunos. Até então, com duas ou três pessoas, os discentes tiveram facilidade, em geral, para manipular e encontrar a solução do problema. Porém, com quatro pessoas, ocorreram diversas divergências em respostas. Alguns alunos responderam bastar multiplicar o número de pessoas atual com o número de pessoas que utilizou no caso anterior, ou seja, para quatro pessoas, bastava multiplicar 4 por 3, que resultaria em 12 filas. Diante de um debate intenso da turma, o professor pediu a palavra e os indagou novamente, questionando-os que, se fixasse uma pessoa, teria o grupo de 3, e com 3 pessoas, todos saberiam responder. Com tal mediação e reflexões, a turma chegou ao consenso de que com 4 pessoas seria possível formar 24 filas.

Antes mesmo de uma nova pergunta do professor, a turma deduziu que bastava, então, multiplicar o número de pessoas atual pelo resultado anterior de filas. Por exemplo, tomando duas pessoas, tínhamos o G2, com três pessoas, o G3, com quatro pessoas, o G4, e assim por diante. Em G2, vimos que podemos formar 2 filas. No raciocínio da turma, em G3, basta multiplicar 3 (número de pessoas) pelo resultado de G2, ou seja, 3 vezes 2, que resulta

em 6. Para G_4 , 4 (número de pessoas) vezes 6 (número de filas possíveis do caso anterior). Isto caracterizou a fase de solução, na SF.

Por fim, na prova, utilizando o último raciocínio exposto pela turma, o professor afirmou que, para o G_n , isto é, para n pessoas, bastava fazer n vezes $G(n - 1)$. Como $G(n - 1)$ é igual a $(n - 1)$ vezes $G(n - 2)$, e seguindo por indução, concluíram o caso geral $G_n = 2.3. \dots (n - 1). n = n. (n - 1). \dots 3.2.1 = n!$

5.4 Comparação entre as duas aplicações

Analisando a primeira aplicação sob a perspectiva da categoria da situação generalizável, pode-se perceber que o professor se distanciou de dois conceitos importantes, que foram: a situação ser generalizável e, além disso, essa situação estar na realidade dos alunos, aspectos recomendados por Souza (2013). Esse professor utilizou a situação generalizada, conseqüentemente, o problema ficou distante da realidade dos discentes, dificultando o levantamento de hipóteses por parte deles.

Por não ter começado por um problema generalizável, o professor iniciante teve que reiniciar a tomada de posição, substituindo o problema generalizado por um problema generalizável, ocasionando uma perda de tempo, mas necessária para que os alunos assumissem uma postura ativa.

Ao analisar a segunda aplicação na perspectiva, também, da situação generalizável, é possível perceber que o professor utilizou uma situação que se coadunou com a indicação de Souza (2013), isto é, a questão proposta possuía uma solução que poderia ser utilizada para resolver uma classe de problemas e se enquadrava nas possibilidades da sua turma. Conseqüentemente, a turma, prontamente, assumiu uma postura ativa e respondeu ao questionamento do professor. Ao iniciar a etapa da tomada de posição com uma situação generalizável, o professor facilitou a sua mediação e o processo de construção do conhecimento por parte da sua turma.

Com essa atitude, o professor da segunda aplicação possui a característica de incentivar os seus alunos a progredirem, segundo Borges Neto (2016) e Menezes (2018a), característica inerente ao bom professor. Portanto, é imprescindível que ele seja o principal incentivador da sua turma, impelindo-a a se tornar construtora do seu próprio conhecimento.

Quanto à categoria da mediação, o professor iniciante se distanciou desse fundamento da metodologia de ensino SF quando focou sua atenção somente nos alunos que

estavam respondendo às suas perguntas. Ao utilizar esse fundamento, de acordo com Pinheiro (2018), o professor deve procurar envolver toda a turma por meio de outros fundamentos, como a pergunta, o contraexemplo, estabelecendo um diálogo com a turma com o propósito de torná-los sujeitos ativos na sessão didática.

Do ponto de vista da mediação, o professor *expert* (professor da segunda aplicação) envolveu toda a turma, procurando voltar o seu diálogo para aqueles alunos que estavam menos envolvidos na sessão didática. De acordo com Menezes (2018a), o bom professor está sempre em diálogo com o seu aluno, colocando-o em situação de aprendizagem e procurando envolver toda a turma na construção do conhecimento. Essas atitudes foram percebidas na mediação utilizada pelo professor da segunda aplicação.

Quanto à categoria pergunta, foi possível perceber que tanto o professor iniciante quanto o professor *expert* utilizaram esse fundamento, porém, o docente iniciante não conseguiu envolver toda a turma e direcionou sua pergunta aos alunos que estavam se saindo bem pelo seu ponto de vista. Essa postura foi contra a ideia de Soares e Nobre (2018), quando os autores afirmam que a pergunta é um dos fundamentos que deve ser utilizado na mediação para envolver a turma na totalidade.

O fundamento da pergunta foi utilizado pelo professor *expert* de maneira satisfatória quando envolveu a turma com os seus questionamentos, principalmente quando chamou os alunos à frente da sala para formar filas e promover a visualização das suas perguntas, proporcionando o envolvimento de todos os discentes.

Em relação ao *plateau*, ambos os professores procuraram pautar suas ações na bagagem cultural de seus discentes. Conforme Bezerra (2018), o *plateau* é um elemento de reflexão do professor que o permite melhorar suas ações e tornar a aprendizagem significativa para uma turma. Por isso, é mediante ele que o professor vai iniciar o planejamento da sua sessão didática.

No entanto, o professor iniciante se afastou desse fundamento quando escolheu uma situação que não era generalizada, pois a questão que ele apresentou para a turma dificultou a manipulação dela por parte dos alunos. Esse afastamento ocasionou a ruptura de uma das funções do professor *fedathiano*, que, de acordo com Menezes (2018a), é proporcionar uma situação que conecte os conhecimentos anteriores com os conhecimentos que serão construídos.

O professor da segunda aplicação se aproximou dos preceitos do *plateau* quando levou um problema que permitiu que toda a turma se envolvesse e manipulasse o problema proposto, coadunando-se com as ideias de Borges Neto (2016), quando o autor afirma que a

sessão didática para o ensino de um conteúdo, com planejamento fundamentado na SF, proporciona conteúdo e metodologia na dose adequada para o desenvolvimento do discente.

O professor *expert* utilizou o acordo didático para estabelecer os papéis do docente e dos alunos na sessão didática; além disso, definiu que bastava uma pessoa para constituir uma fila. Essa atitude facilitou a sua estratégia de ensino do conteúdo, pois, diante de cada indagação do professor, os discentes iniciavam a investigação com o propósito de encontrar a resposta do problema.

Em relação ao acordo didático, o professor iniciante não o estabeleceu. Isso pode ter iniciado em sua turma uma complicação, pois os alunos não faziam ideia de como agir diante da nova metodologia. Tendo em vista que, para Rodrigues (2018), o acordo didático, construído de um diálogo entre a turma e o professor, é essencial para que os discentes compreendam como o professor irá gerir a sua sessão didática.

Ao avaliar a primeira aplicação sob o aspecto do contraexemplo, é perceptível que o professor não utilizou esse fundamento. A falta desse fundamento ocasiona a ausência de oportunidade para reflexão por parte do aluno, pois, segundo Fontenele (2013), o contraexemplo permite ao professor uma mediação que causa o desequilíbrio das certezas dos discentes, que, por sua vez, deverão refletir sobre elas, buscando confirmá-las ou refutá-las.

O professor que geriu a segunda aplicação utilizou o contraexemplo com a intenção de levar o aluno a refletir sobre sua resposta, podendo perceber algum equívoco ou desenvolver argumentos que pudessem respaldar a sua solução. Ele utilizou essa estratégia para desestabilizar os alunos e/ou para responder às suas perguntas, colaborando com ideia de Sousa (2015), de que a utilização do contraexemplo é necessária para fazer o discente refletir, e não fornecer respostas, além de proporcionar a interação entre o professor e a turma.

Quanto ao erro, ambos os docentes utilizaram esse fundamento com o objetivo preconizado por Melo (2018), que é o de fazer o aluno perceber o seu erro e refletir sobre ele, adquirindo autonomia sobre as suas ações. Ao professor iniciante, faltou a utilização do contraexemplo para promover essa reflexão de forma mais consistente.

Por essa comparação, pode-se perceber que o professor deve ser o principal incentivador dos seus alunos e, como bem afirma Menezes (2018a), esse incentivo não deve ser feito com respostas prontas, mas com perguntas que façam brotar nos discentes as ideias que vão os ajudar a construir o próprio conhecimento.

O papel do aluno na SF é ser o investigador da situação generalizável, pois, ao se colocar nessa posição, a mediação do professor acontecerá de maneira fluida, tendo em vista

que ela será pautada nas necessidades dos discentes. Para Menezes (2018a), o aluno deve filtrar as informações do professor.

De acordo com Borges Neto (2019), a função da matemática é fornecer aos indivíduos ferramentas que os possibilitem exercer sua cidadania de forma plena, entendendo elementos, como taxa de juros, proporcionalidade, desenvolvendo a habilidade de reunir elementos que os possibilitem organizar uma argumentação consistente. Portanto, pode-se concluir que o conteúdo, na SF, é o elemento que faz a interação do indivíduo com a realidade. Assim, o conteúdo não é um fim, mas um meio.

A partir da análise das sessões didáticas e da comparação das posturas dos dois professores, foi possível elaborar um plano de aula sobre permutações simples fundamentado na SF. Esse plano não tem o objetivo de ser um modelo pronto e acabado, mas um guia que pode ser adequado e melhorado para atender as necessidades do professor que resolver utilizá-lo.

Após análise das aulas, foi possível chegar ao planejamento de uma sessão didática

PLANO DE AULA SOBRE PERMUTÇÕES SIMPLES FUNDAMENTADO NA SEQUÊNCIA FEDATHI

| |
|---|
| INSTITUIÇÃO: nome da instituição onde a aula será ministrada. |
| PROFESSOR: nome do professor que vai ministrar a aula. |
| NÍVEL/MODALIDADE DE ENSINO: nível ou modalidade de ensino para o/a qual a aula será planejada. |
| DISCIPLINA: nome da disciplina referente à aula planejada. |
| TURMA: turma em que a aula será ministrada. |
| DATA: data da aula. |
| TEMPO DIDÁTICO: tempo da aula, em horas e/ou minutos. |
| |

CONTEÚDO/TEMA: PERMUTAÇÃO SIMPLES

OBJETIVO(S)

Compreender a importância do princípio multiplicativo para resolver problemas de agrupamento; aplicar recursos diferentes para resolver o mesmo problema.

CONHECIMENTOS PRÉVIOS/PRÉ-REQUISITOS DOS ALUNOS

Para ter uma participação ativa de seus alunos na sessão didática, o professor vai precisar que eles dominem os princípios da operação de multiplicação, entendam o que é preciso para se formar filas e sejam capazes de fazer generalizações a partir das relações apresentadas pelos elementos de uma situação generalizável.

COMPORTAMENTOS ESPERADOS DOS ALUNOS: espera-se que os alunos se proponham a formar filas

Descrever possíveis comportamentos e dificuldades dos alunos frente à atividade proposta e atitudes que serão tomadas pelo professor em face desses comportamentos e dificuldades.

NECESSIDADES DO PROFESSOR

O professor necessita ter o domínio dos princípios da Sequência Fedathi como situação generalizável, pergunta, contraexemplo, acordo didático e pedagogia mão no bolso.

AMBIENTE

A atividade pode ser desenvolvida em sala de aula, porém, cabe ao professor escolher um ambiente que ele ache mais conveniente para aplicação da sessão didática.

PREPARAÇÃO DO AMBIENTE

O docente deve preparar o ambiente de tal forma que seja possível aos alunos fazerem filas com seus colegas com a finalidade de experimentar o problema.

TOMADA DE POSIÇÃO/APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA

Aqui, o professor deve estabelecer o conceito de fila e definir os papéis que devem ser exercidos pelos alunos durante a aula. Além disso, deixar os alunos cientes dos princípios que serão utilizados por ele para conduzir a sessão didática.

Logo após, deve apresentar a seguinte situação generalizável: quantas filas podem ser formadas com duas pessoas?

MATURAÇÃO/DEBRUÇAMENTO

Neste momento, o professor pode ajudar os alunos chamando-os à frente da sala e formando filas com eles, ajudando na visualização do problema.

O professor deve trabalhar os erros e acertos com os princípios da pergunta e contraexemplo, ou outro que achar conveniente utilizar, incentivando a participação do discente.

A sua mediação deve se fundamentar, principalmente, nas inquisições feitas pelos alunos e na necessidade deles, priorizando o auxílio ao discente, evitando a condução e, conseqüentemente, a repetição de suas ideias.

Aqui, o professor deve cobrar ao aluno uma postura investigativa e ativa para o bom andamento da sessão didática. Esse papel do aluno já foi estabelecido na tomada de posição durante o acordo didático.

SOLUÇÃO/APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS

Nesta etapa, o professor utilizará, o máximo que puder, os fundamentos, como a pergunta e o contraexemplo, com a finalidade de criar um ambiente reflexivo para seus discentes. Essas perguntas e contraexemplos podem colocar em dúvida as soluções dos alunos, instigando-os a elaborarem argumentações para defendê-las ou ajudando-os a identificarem os equívocos que cometeram e corrigi-los. O professor poderá pedir aos alunos que apresentem seus achados na lousa.

Ao aluno, cabe apresentar as soluções que encontrou e criar argumentações para defendê-las ou, então, corrigir os equívocos que encontrou por meio da mediação do professor.

PROVA/FORMALIZAÇÃO

Nesta etapa, o professor irá utilizar uma solução obtida pelos alunos para a situação proposta na tomada de posição. Seu objetivo nesta etapa é chegar à generalização das permutações simples, que é a seguinte: $n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \dots$ 3.2.1. Após essa generalização, pode formalizar o conceito de fatorial, que é o que segue: o fatorial de um número natural é o produto de um número por seus antecessores. É representado pelo símbolo $!$. Um exemplo de fatorial é: $5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$. Essa generalização pode ser obtida com a participação de um aluno por meio da mediação articulada pelo professor por meio dos fundamentos.

RECURSOS COMPLEMENTARES

Para complementar seus estudos, o professor poderá utilizar os livros listados abaixo e utilizar o aplicativo *YouTube* para pesquisar vídeos que possam mostrar problemas práticos de contagem para seus alunos.

Sugestões de fontes de pesquisa para o professor (livros, *sites* e recursos didáticos):

MORGADO, A. C. *et al.* **Análise combinatória e probabilidade**. 9. ed. Rio de Janeiro: Sbm, 2006.

DANTE, L. R. **Matemática: contexto & aplicações**. 3. ed. São Paulo: ática, 2016.

HAZZAN, S. **Fundamentos da matemática elementar: combinatória, probabilidade**. 7. ed. São Paulo: Atual, 2004.

IEZZI, G. *et al.* **Matemática: ciência e aplicações**. 9. ed. São Paulo: Saraiva, 2016.

AVALIAÇÃO

O professor deve desenvolver uma atividade avaliativa fundamentada nos dois objetivos apresentados neste planejamento. Essa avaliação deve ser formativa e pode se fundamentar na participação do aluno em sua sessão didática, isto é, a habilidade do discente de se colocar como investigador.

O próximo capítulo tem a intenção de caracterizar a postura do professor *fedathiano* e do aluno *fedathiano*, pois se acredita que os indivíduos, ao compreenderem seus papéis, terão menos dificuldade de ensinar e de aprender.

6 POSTURA DO PROFESSOR FEDATHIANO E DO ALUNO FEDATHIANO

Neste tópico, inicialmente, é apresentada uma explicação acerca do motivo da desnaturalização da prática docente para justificar a busca contínua por uma metodologia que torne a sala de aula um ambiente propício para aprendizagem. Em seguida, é descrita a postura do professor *fedathiano* e do aluno *fedathiano*, com a finalidade de esclarecer as posturas adequadas de ambos os sujeitos da sala de aula para uma aplicação favorável da SF.

Para embasar a caracterização desses sujeitos, recorreram-se aos seguintes autores: Sousa (2015), Menezes (2018a), Santos (2019) e Fontenele (2013). Além disso, a justificativa de desnaturalização da prática docente foi fundamentada em Giddens (2005).

A educação é uma construção humana, seja ela formal ou informal, portanto, quem for pesquisá-la necessita de uma ferramenta que consiga ajudá-lo a desnaturalizar o que é tido como padrão ou, em outras palavras, “normal”. Segundo Giddens (2005), em um hábito corriqueiro, como a simples ingestão de café, existe um contexto social, econômico e cultural. Nesse contexto, muitos indivíduos não conseguem enxergar essa teia complexa de relações, pois já internalizaram a prática de tomar café sem questionar os motivos que o levam a executá-la.

Na educação, essa naturalização também é fácil acontecer, pois, desde criança, as pessoas são enviadas à escola e acabam considerando o modo como ela se apresenta, o padrão imutável de construção do aprendizado, embora não se sintam motivadas a aprender pelo método empregado por ela. Neste ponto, o pesquisador em educação, em especial o educador matemático, tem que romper com as suas próprias crenças e começar a questionar as verdades postas. Afinal, há bilhões de seres humanos na Terra, logo, é, no mínimo, insensato achar que existe um único meio de construir o conhecimento.

O conceito de fato social de Durkheim (*apud* GIDDENS, 2005) é descrito como conjuntos de “regras” (culturais, científicas e econômicas) da sociedade, que justifica a postura de muitos professores em sua prática na sala de aula, haja vista que, segundo Durkheim, os fatos sociais exercem uma pressão sobre o indivíduo para que ele os internalize e os repita, muitas vezes, de maneira inconsciente, pois, de tanto ver aquela “regra” sendo repetida, ele a toma como verdade e não procura desnaturalizar o tal fato social.

Após a reflexão sobre a adoção de uma nova postura, sobre as teorias de aprendizagem e conhecer uma nova metodologia, o próximo passo do professor, em geral, é fazer um planejamento diferente do habitual. Neste trabalho, é ressaltada a postura inerente a

um professor que resolveu adotar a SF como nova metodologia de trabalho, descrevendo as características de um professor dito *fedathiano*, desde o planejamento até o fim da sessão didática.

Conforme Sousa (2015), no acordo didático, o professor *fedathiano* deve deixar claro que o objetivo principal da aula não é afirmar se a resposta está certa ou errada, mas levar os discentes a raciocinarem e construir o seu próprio conhecimento. Outro ponto salientado por Sousa (2015) é que o professor *fedathiano* deve planejar a aula com todos os princípios e etapas interligados, pois o ideal, por exemplo, é que a situação generalizável tenha como parte da resolução o saber que vai ser aprendido na sessão didática para que, na etapa da prova, ele possa fazer a sistematização do conteúdo, fazendo a conexão dos alicerces epistemológicos e experiências de vida dos alunos (apresentados na etapa da solução) com o novo conhecimento, aproveitando as soluções dos educandos.

O professor que adota a SF deve procurar conhecer muito bem as suas turmas, pois isso lhe dará suporte para executar todos os princípios da metodologia, para fazer uma boa pergunta ou um bom contraexemplo que ajudarão os alunos a construir o conhecimento deles.

Segundo Menezes (2018a), o professor na fase de maturação deve adotar a pedagogia mão no bolso. Esse princípio indica ao professor que ele deve deixar o aluno trabalhar no problema proposto, mas sob sua supervisão. Além disso, o docente deve intervir com sua orientação sempre que necessário, mas essa orientação deve ser feita de maneira cuidadosa, procurando despertar uma postura investigativa no discente. Para isso, ele deve usar os princípios do contraexemplo e da pergunta, mas nunca deve dar a resposta pronta e nem afirmar o erro cometido pelo estudante, ao contrário disso, as perguntas e contraexemplos devem levar o aluno a encontrar o seu erro, caso exista, e corrigi-lo.

Santos (2019) assegura que o professor *fedathiano* busca a intercessão do conhecimento acadêmico com a escola básica, buscando levar o aluno a seguir os passos de um matemático. Alguém pode levantar o seguinte questionamento: como o aluno segue os passos de um matemático se o conhecimento não é novo? No entanto, antes de levantar esse questionamento, a pessoa deve compreender que o conhecimento é novo para o discente. Portanto, cabe ao professor dar o direcionamento para o estudante percorrer o caminho que o matemático fez, mesmo que parcialmente. Nesse contexto, ele construirá o seu conhecimento como o matemático construiu o mesmo conhecimento para a humanidade.

Com isso, o docente tornará a sala de aula um ambiente que proporciona uma postura investigativa por parte dos alunos, e isso os levarão a seguir os mesmos passos que um

matemático seguiu anteriormente na descoberta do mesmo conteúdo.

Podemos, então, sintetizar que o professor *fedathiano* é um professor pesquisador, além de pesquisar uma metodologia que leve seus alunos a se tornarem estudantes investigadores. Eles pesquisam os conhecimentos prévios da sua turma e o meio que estão inseridos, tudo para que aula desperte o seu interesse e ele possa participar ativamente e de forma comprometida com a construção de seu conhecimento.

A mediação é a ação *in locus*, quando o professor *fedathiano* está planejando a sua mediação por meio dos princípios da SF. No entanto, ele deve estar preparado para situações adidáticas. Essa preparação ocorre por meio do conhecimento aprofundado do conteúdo.

Um professor não *fedathiano* pode até ter uma tomada de posição (situação generalizável, situação desafiadora e contextualizada), porém, não terá a prova da SF, pois esta etapa necessita da solução dos alunos para iniciar a sua sistematização. Além disso, temos a etapa da maturação, que é um diferencial na SF, que permite o aluno debruçar-se sobre o problema com o intuito de resolvê-lo, mobilizando os seus conhecimentos prévios.

Para ter uma sessão didática fundamentada na SF, não pode deixar de existir a solução do aluno, e não tem como ter solução sem ter maturação. Portanto, a essência de uma aula *fedathiana* é o discente ativo. No entanto, essa ação dele deve ser estimulada e guiada pela mediação do professor. Por isso, o foco da SF é trabalhar a postura docente, para que ela estimule o estudante a participar.

De acordo com Menezes (2018a), a etapa da maturação é o momento, principalmente, da aula em que o aluno vai mobilizar seus conhecimentos prévios e experiências anteriores na busca de estratégias para resolver o problema da tomada de posição. Em consequência disso, a interferência do docente só pode ocorrer diante da solicitação do discente.

A mobilização do *plateau* é a busca de alguma técnica para resolver o problema. De acordo com Menezes (2018a), essa busca vai caracterizar uma das premissas da SF, que é o aluno percorrer o caminho feito pelo cientista da área trabalhada na sessão didática, no caso da matemática, o matemático.

Deve ficar claro que o professor *fedathiano* não conduz, ele media, e, para realizar essa mediação, ele utiliza os fundamentos da SF. Podemos dizer que mediar é incentivar a reflexão dos alunos, mas, muitas vezes, o professor acaba confundindo mediar com conduzir, porém, ao conduzir, ele está promovendo a repetição dos passos do docente por parte do discente.

As etapas da maturação e da solução levam o aluno a converter forma em conteúdo. Por isso, elas são essenciais para a aprendizagem dos discentes, pois, segundo Piaget (*apud* BECKER, 2012), converter forma em conteúdo é responsabilidade do indivíduo. Acreditamos que, por meio da mediação, da pergunta e do contraexemplo, o docente pode ajudar o discente nessa transformação.

No Quadro 7, há o destaque às atitudes que o professor *fedathiano* deve cultivar a fim de atingir o seu principal objetivo, que é a aprendizagem do aluno, percorrendo todos os períodos (antes, durante e depois) de uma sessão didática, buscando, sempre, a melhoria do seu trabalho. No entanto, não podemos deixar de citar aquelas atitudes que devem ser renunciadas, pois essas posturas rejeitadas colaborarão para o mesmo objetivo das primeiras.

Quadro 7- Atitudes do professor *fedathiano*

| Atitudes cultivadas | Atitudes renunciadas |
|---|--|
| Fundamentar sua prática na criação. | Fundamentar sua prática na repetição. |
| Tornar todo o processo de aprendizagem importante. | Tornar a avaliação o ápice da sessão didática. |
| Valorizar as diversas resoluções. | Só existe uma forma de resolução. |
| Buscar o diálogo, incentivando a participação do discente. | Transmitir o conteúdo com pouco diálogo. |
| Planejar a sessão didática considerando os conhecimentos prévios. | Desconsiderar o conhecimento prévio dos discentes. |
| Criar um ambiente propício para a investigação e a aprendizagem. | Criar um ambiente de imposição de ideias. |

Fonte: elaborada pelo autor.

No Quadro 8, são descritas as posturas docentes que o professor deve assumir no decorrer da sessão didática para que o tempo didático seja aproveitado com maior eficiência e a plena participação dos discentes.

Quadro 8 - Postura docente segundo a Sequência Fedathi

| Postura Docente esperada em Cada Fase da Sequência Fedathi | | | |
|--|---|---|--|
| Tomada de posição | Maturação | Solução | Prova |
| Apresenta uma situação desafiadora que esteja no nível dos alunos. | Deixa os alunos pensarem sobre o problema/atividade proposto; observa o desempenho dos alunos | Chama os alunos para apresentarem suas respostas; faz questionamentos que suscitem discussões com | Formaliza os resultados matematicamente; faz generalizações; expõe as definições formais |

| | | | |
|--|--|--|--------------|
| | (postura mão no bolso); questionado-se, responde com perguntas que estimulem a curiosidade e o instinto investigativo do aluno; não fornece a resposta pronta; intervém quando necessário, caso o discente não consiga avançar. | a turma; aponta e discute os possíveis erros, de modo a favorecer a aprendizagem; compara os resultados apresentados. | ou teoremas. |
|--|--|--|--------------|

Fonte: Fontenele (2013).

Além da postura do professor, ressalta-se que o discente *fedathiano* também deve ter uma postura adequada para haver o bom andamento da aula fundamentada nessa metodologia. Afinal, com a consciência desse comportamento diferenciado, o acordo didático será cumprido de maneira efetiva, colaborando para o cumprimento do objetivo da aula.

Abaixo, tem-se um quadro com as atitudes essenciais que devem ser desenvolvidas em um aluno *fedathiano*.

Quadro 9- Atitudes de um aluno *fedathiano*

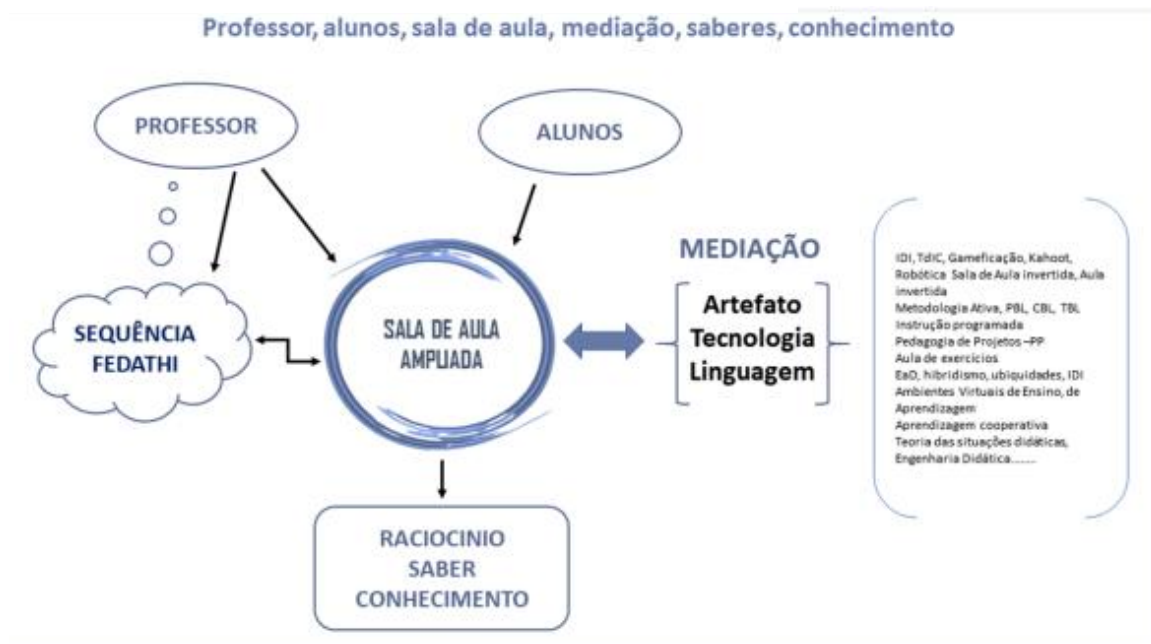
| Atitudes cultivadas | Atitudes renunciadas |
|---|---|
| Construtor do próprio conhecimento. | Não procurar solucionar a situação proposta. |
| Elaborar suas conclusões. | Esperar a conclusão do professor. |
| Questionar de forma a contribuir com a aula. | Não participar da aula. |
| Discutir a situação generalizável junto ao professor e a turma. | Aceitar, de forma passiva, as respostas do professor. |
| Reformular seu conhecimento de forma significativa. | Repetir a solução do professor de maneira acrítica. |

Fonte: elaborado pelo autor.

Ao incorporar essas atitudes às suas práticas, o educando *fedathiano* está transformando a sua maneira de aprender, deixando de ter uma prática passiva diante do conhecimento e tornando-se ativo e participante da sessão didática.

Para sintetizar essa ideia da dinâmica de uma sessão didática fundamentada na SF, Borges Neto, Pinheiro e Oliveira (2020) desenvolveram o polígono de Fedathi representado pela figura abaixo.

Figura 3 – Polígono de Fedathi



Fonte: Borges Neto, Pinheiro e Oliveira (2020).

Nessa figura, podem ser percebidos os elementos essenciais em uma sessão didática fundamentada na SF, que são: o professor, os alunos, o conhecimento a ser aprendido e a metodologia de ensino SF. Portanto, a sala de aula *fedathiana* pode ser ampliada com aparatos e outras metodologias de ensino, efetivando a versatilidade da SF em se associar com outras abordagens de ensino e aparatos tecnológicos. Assim, a metodologia de ensino SF, com seus fundamentos e etapas, é a ferramenta utilizada pelo docente para gerenciar a sua postura, a postura dos discentes e a utilização dos aparatos tecnológicos e outras metodologias.

A síntese apresentada na figura do polígono de Fedathi tem como pressuposto a imersão do aluno e do professor na utilização da metodologia SF, obtida por meio da internalização das atitudes apresentadas no Quadro 7 (atitudes do professor) e Quadro 9 (atitudes do aluno), que são atitudes que podem ser percebidas no bom professor e no bom aluno caracterizados por Menezes (2018a). Essa imersão facilita a associação da SF com outros elementos importantes para uma aula diferenciada com os aparatos tecnológicos digitais e analógicos, proporcionando ao docente uma direção de como utilizar esses elementos.

Na última parte deste trabalho, serão relatadas as conclusões inferidas deste estudo, que colaboram para uma prática *fedathiana* satisfatória, além das limitações e perspectivas futuras.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O professor iniciante na utilização da SF, um dos sujeitos desta pesquisa, procurou inovar suas aulas, levando vídeos para elas. No entanto, ele percebeu que não fez muita diferença no envolvimento dos alunos. Inicialmente, ele não percebeu o motivo da implantação dos vídeos não ter surtido um efeito considerável.

Com o passar do tempo, esse sujeito percebeu que, além de novos recursos, ele deveria mudar a sua postura em sala e a sua concepção de ensino e aprendizagem do conhecimento matemático. Por isso, o professor procurou uma forma de modificar a sua postura e encontrou a SF, que é uma metodologia de ensino criada por um matemático que se preocupa com o ensino de matemática. Por esse motivo, o docente aderiu à SF, pois na sua visão a respeito dela era feita por alguém que entendia de matemática e da forma como se ensina matemática.

Porém, antes de mudar a sua postura, o professor deve entender em quais bases epistemológicas sua postura inicial está assentada, com a finalidade de compreender como isso dificulta a aprendizagem dos alunos durante as suas aulas e como isso pode ajudar e agregar à sua prática uma nova metodologia de ensino como forma de procurar uma inovação para as suas aulas.

O estudo das correntes da filosofia da matemática permitiu perceber como o trabalho do matemático influenciou o trabalho do professor de matemática, evidenciado que a parte do erro em matemática, devido à predominância das ideias formalistas, desembocou no ensino de matemática, prejudicando a forma como professor lida com essa situação em sala de aula. Além disso, essa tradição ocasionou uma rigidez excessiva em relação à aceitação das respostas das atividades propostas pelo docente por parte dos alunos. Ou seja, muitos professores optam por aceitar apenas os métodos de resolução que ele apresentou em sala. Essa rigidez impede o desenvolvimento da criatividade dos discentes na resolução de problemas em matemática.

A corrente do intuicionismo evidencia que a matemática só existe vinculada ao indivíduo que a criou ou com o que trabalha com ela. No entanto, falha ao desprezar os achados de matemáticos que trabalharam com a ideia do infinito ou de resultado que tiveram sua construção feita por meio de uma prova por contradição, na qual o objeto matemático tem sua existência mostrada de forma indireta.

Já a educação matemática, esta corrente mostra a importância da centralidade do indivíduo, pois, com isso, o professor deve compreender que a aprendizagem ocorre de forma satisfatória quando o discente é incentivado a assumir um papel ativo na construção do

conhecimento.

A corrente logicista traz uma ideia de uma matemática existente fora do indivíduo, culminando em que os indivíduos devem partir em uma descoberta dos objetos dessa disciplina. Além disso, os criadores dessa corrente se preocuparam com a criação de uma linguagem objetiva e livre de contradições. Na educação matemática, essas características podem ser percebidas quando professores e alunos saem em busca da solução de um problema sem fazer uma análise crítica desse problema. Em relação à linguagem matemática, a sua utilização na educação matemática facilita a apresentação dos resultados. No entanto, deve-se ter cuidado com a utilização exagerada e vazia do simbolismo dessa linguagem.

A corrente formalista teve sua influência na educação matemática por meio do Movimento da Matemática Moderna. Esse movimento focou na linguagem dos conjuntos e em fornecer aos estudantes um treinamento matemático, supondo que grande parte dos estudantes se tornariam matemáticos ou trabalhariam em funções como a engenharia. Esse movimento se expandiu por diversos países e revisitou a preocupação com a aprendizagem dos conceitos matemáticos por parte dos discentes. No entanto, exageraram no rigor, que é necessário, mas não deve ser sobreposto à criatividade e à intuição, que são tão importantes quanto o rigor para a aprendizagem em matemática.

Com isso, pode-se inferir que essas correntes são complementares e que uma metodologia de ensino utilizada na matemática deve conter elementos que contemplem elementos do intuicionismo, do logicismo e do formalismo para que seus alunos atinjam a aprendizagem dessa disciplina, tendo em vista que os matemáticos se utilizam das ideias dessas correntes para fazer matemática e que educadores matemáticos concordam que a forma eficaz de aprender essa disciplina é percorrer os passos do matemático.

Na busca de uma aula de matemática na qual seus alunos conseguissem atingir a aprendizagem, um dos sujeitos desta pesquisa, após algum tempo de estudo, resolveu utilizar a SF, pois essa disciplina possui influências das correntes da filosofia da matemática.

Após a comparação das aulas, foi possível resolver o problema da pesquisa, que era: quais possíveis erros podem ser evitados por um iniciante na utilização da SF e quais elementos essenciais ele pode agregar à sua prática para desenvolver a metodologia da melhor maneira possível? Afinal, na aula do professor iniciante, foram executados alguns procedimentos que o distanciaram de uma aula fundamentada na SF, enquanto, na aula do professor *expert*, ocorreram aplicações de fundamentos da SF que o aproximaram de uma aula bem gerida, tendo a SF como metodologia de ensino.

Um dos principais pontos que diferenciaram as duas aplicações foi o fato de o professor iniciante não ter entendido com clareza o conceito de situação generalizável e, com isso, ter aplicado uma situação generalizada em seu lugar. Esse distanciamento da metodologia SF ocasionou a perda de tempo por parte do professor e a falta de envolvimento dos alunos na sessão didática, pois ele teve que recomeçar a etapa da tomada de posição com uma situação que permitisse a participação dos discentes.

No entanto, essa dificuldade enfrentada pelo professor iniciante ocorreu não só pela falta de maturidade do docente na utilização da metodologia, mas, também, pela falta de adaptação dos discentes a essa metodologia. Com isso, podemos inferir que professor e alunos precisam de tempo para compreender suas posições diante da mudança de metodologia, tendo em vista que essa transformação de postura leva tempo e exige imersão dos sujeitos na metodologia.

Na aplicação do professor *expert*, houve a utilização da situação generalizável. Com a aproximação da SF, o professor não perdeu tempo e conseguiu envolver a turma com o seu problema proposto. Essa postura permitiu que o docente prosseguisse a sua aula, utilizando os outros fundamentos da SF.

A fluidez da aula do professor *expert* aconteceu, pois, o docente e os seus alunos têm compreensão das suas funções determinadas pela metodologia. Essa compreensão se deve, principalmente, à experiência que professor e alunos possuem com a metodologia. Isto é, os sujeitos têm o entendimento que o docente irá fomentar a participação dos discentes e que estes devem procurar se debruçar sobre o problema com a intenção de resolvê-lo, mas não só isso, também refletir sobre quais conhecimentos prévios eles devem mobilizar para encontrar a solução a fim de expandir esses conhecimentos e assumir uma postura ativa na construção do conhecimento.

Diante dessa situação, foi encontrado um novo problema, que é o seguinte: quanto tempo um professor e sua turma levam para se adaptarem a essa nova postura que eles devem assumir para que ocorra uma execução favorável da SF em uma sessão didática?

Este trabalho evidenciou que um professor de matemática, ao procurar mudar a sua postura em sala de aula, pode encontrar dificuldades nessa transformação. No entanto, essas dificuldades não podem fazê-lo desistir de procurar inovar em suas sessões aulas, pois, com o tempo, tanto ele quanto seus alunos se adaptarão aos seus novos papéis, fazendo com que a aula flua. Essa contribuição para a educação matemática pode incentivar outros professores a mudarem sua postura em sala de aula. Aqueles docentes que escolherem a SF como

metodologia de ensino podem utilizar este trabalho para evitar os distanciamentos da SF cometidos pelo professor iniciante e cultivar as aproximações da SF do professor *expert*.

A lacuna deixada por esse trabalho é o fato da necessidade de observação de mais sessões didáticas do professor iniciante e do professor *expert* com a finalidade de entender o processo de imersão na metodologia de ensino SF por meio de suas posturas.

Com este trabalho, o Laboratório de Pesquisa Multimeios dá mais um passo em direção à compreensão de alguns distanciamentos da metodologia de ensino SF cometidos por um professor que está se iniciando na sua utilização. Além disso, fica um exemplo de uma aplicação bem-sucedida de uma sessão didática com o conteúdo de permutação simples e um planejamento, fundamentado na SF, com esse conteúdo como resultado da comparação entre as duas aplicações apresentadas nesta dissertação.

REFERÊNCIAS

- APROSIO, Alessio Palmero. **Pinóquio no País dos Paradoxos**: uma viagem pelos grandes problemas da lógica. [s.l.]: Zahar, 2015. Disponível em: <http://cabana-on.com/Ler/wp-content/uploads/2017/08/Alessio-Palmero-Aprosio-Pinoquio-no-Pais-dos-Paradoxos.pdf>. Acesso em: 15 fev. 2020.
- BECKER, Fernando. **Epistemologia do professor de matemática**. Petrópolis: Vozes, 2012.
- BEZERRA, Antonio Marcelo Araújo. O *plateau* como elemento de reflexão e melhoria das práticas escolares. In: BORGES NETO, Hermínio. (org.). **Sequência Fedathi**: fundamentos. Curitiba: Crv, 2018. p. 67-71.
- BORGES NETO, Hermínio. **Uma proposta lógico-constructiva-dedutiva para o ensino de Matemática**. 2016. Tese (Ascensão a Professor Titular) – Faculdade de Educação, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2016.
- BORGES, Neto Hermínio. **Tópicos especiais em educação IV- Docência Virtual**. Programa de Pós-Graduação em Educação Brasileira. Disciplina ministrada aos alunos do Curso de Mestrado e Doutorado em Educação Brasileira no semestre 2018.2. Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2018.
- BORGES, Neto Hermínio. **Tópicos especiais em educação II- Sequência Fedathi**. Programa de Pós-Graduação em Educação Brasileira. Disciplina ministrada aos alunos do Curso de Mestrado e Doutorado em Educação Brasileira no semestre 2019.2. Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2019.
- BORGES NETO, Herminio. **Exemplo de situação generalizável**. *WhatsApp*: orientação via mensagem pessoal. 1 mensagem de WhatsApp. 23 set. 2020. 12:53.
- BORGES NETO, Hermínio; SANTANA, José Rogério. A Sequência de Fedathi e sua relação com o institucionalismo e a lógica do desenvolvimento matemático no ensino. ENCONTRO DE PESQUISA EDUCACIONAL DO NORTE E NORDESTE, 15, 2001, São Luís. **Anais [...]**. São Luís: UFMA, 2001.
- BORGES NETO, Herminio; PINHEIRO, Ana Cláudia Mendonça; OLIVEIRA, Silvia Sales. **Polígono de Fedathi**: professor, alunos, sala de aula, mediação, saberes, conhecimento. Fortaleza: Imagem, 2020.
- BOYER, Carl B.; MERZBACH, Uta C. **História da Matemática**. 3. ed. São Paulo: Blucher, 2011.
- BROUSSEAU, Guy. **Theory of didactical situations in mathematics**: Didactique des mathématiques, 1970–1990. Springer Science & Business Media, 2006.
- COSTA, Emilia Lima da. **A formação de conceitos científicos para sujeitos com deficiência visual**: sequência fedathi como aporte metodológico no ensino de química. 2016. Dissertação (Mestrado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação Brasileira, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2016. Disponível em: <http://www.repositorio.ufc.br/handle/riufc/17654>. Acesso em: 25 fev. 2020.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. Sociedade, cultura, matemática e seu ensino. **Educação e Pesquisa**, v. 31, n. 1, p. 99-120, 2005.

DANTE, Luiz Roberto. R. **Matemática: contexto & aplicações**. 3. ed. São Paulo: ática, 2016.
DAVIS, Philip J.; HERSH, Ruben. Platonismo, Formalismo, Construtivismo. *In*: DAVIS, Philip J.; HERSH, Ruben. **A Experiência Matemática**, Rio de Janeiro: F. 1986.

FERNANDES, Elisângela. David Ausubel e a aprendizagem significativa. **Nova Escola**, São Paulo, v. 248, s.p, 1 nov. 2011. Disponível em:
<https://novaescola.org.br/conteudo/262/davidausubel-e-a-aprendizagem-significativa>. Acesso em: 16 jun. 2019.

FERRARI, Márcio. Lev Vygotsky, o teórico do ensino como processo social. **Nova Escola**, São Paulo, 1 out. 2008. Disponível em: <https://novaescola.org.br/conteudo/382/lev-vygotsky-o-teorico-do-ensino-como-processosocial>. Acesso em: 16 jun. 2019.

FERREIRA, Flávia Carvalho. Contraexemplo. *In*: BORGES NETO, Hermínio (org.). **Sequência Fedathi: fundamentos**. Curitiba: Crv, 2018. p. 49-53.

FIorentini, Dario. Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil. **Zetetiké**, v. 3, n. 1, 1995.

FONTENELE, Francisca Cláudia Fernandes. **A Sequência Fedathi no ensino da álgebra linear: o caso da noção de base de um espaço vetorial**. 2013. Dissertação (Mestrado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação Brasileira, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2013.

FONTENELE, Francisca Cláudia Fernandes. Maturação. *In*: BORGES NETO, Hermínio (org.). **Sequência Fedathi: fundamentos**. Curitiba: Crv, 2018. p. 87-92.

FREIRE, Paulo. Prática docente: primeira reflexão. *In*: FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia**. São Paulo: Paz e Terra, 2011. p. 23-27.

GIDDENS, Anthony. Um mundo em mudança. *In*: GIDDENS, Anthony. **Sociologia**. Porto Alegre: Artmed, 2005. p. 59-80.

GIL, Antônio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.
HAZZAN, Samuel. **Fundamentos da Matemática Elementar: combinatória, probabilidade**. 7. ed. São Paulo: Atual, 2004.

IEZZI, Gelson *et al.* **Matemática: ciência e aplicações**. 9. ed. São Paulo: Saraiva, 2016.
KLINE, Morris. **O fracasso da matemática moderna**. São Paulo: Ibrasa, 1976.

MACHADO, Nilson José. **Matemática e realidade: análise dos pressupostos filosóficos que fundamentam o ensino de matemática**. 5. ed. São Paulo: Cortez, 2001

MAGALHÃES, Elisângela Bezerra. **A Sequência Fedathi na deficiência visual**. 2015. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação Brasileira, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2015. Disponível em:

http://www.repositorio.ufc.br/bitstream/riufc/10934/1/2015_dis_ebmagalhaes.pdf. Acesso em: 02 mar. 2020.

MAGALHÃES, Elisângela Bezerra. **Formação de professores de matemática que atuam na Educação de Jovens e Adultos com discentes cegos por meio da Sequência Fedathi**. 2019. Tese (Doutorado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação Brasileira, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2019. Disponível em: <http://repositorio.ufc.br/handle/riufc/45103>. Acesso em: 02 mar. 2020.

MELO, Viriane Nogueira. A concepção do erro. *In*: BORGES NETO, Hermínio. (org.). **Sequência Fedathi: fundamentos**. Curitiba: Crv, 2018. p. 61-66.

MENDONÇA, Adriana Ferreira. **Sequência Fedathi na formação docente: o conceito de função**. 2017. Dissertação (Mestrado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação Brasileira, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2017. Disponível em: <http://www.repositorio.ufc.br/handle/riufc/22611>. Acesso em: 05 mar. 2020.

MENDONÇA, Adriana Ferreira. Situação Adidática. *In*: BORGES NETO, Hermínio. (org.). **Sequência Fedathi: fundamentos**. Curitiba: Crv, 2018. p. 23-35.

MENEZES, Daniel Brandão. **O ensino do cálculo diferencial e integral na perspectiva da Sequência Fedathi: caracterização do comportamento de um bom professor**. 2018. 127 f. Tese (Doutorado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação Brasileira, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2018a.

MENEZES, Daniel Brandão. Solução. *In*: BORGES NETO, Hermínio (Org.). **SEQUÊNCIA FEDATHI: fundamentos**. Curitiba: Crv, 2018b. p. 93-97.

MENEZES, Daniel Brandão. Prova. *In*: BORGES NETO, Hermínio (Org.). **SEQUÊNCIA FEDATHI: fundamentos**. Curitiba: Crv, 2018c. p. 99-104.

MORGADO, A. C. *et al.* **Análise Combinatória e Probabilidade**. 9. ed. Rio de Janeiro: Sbm, 2006.

PINHEIRO, Ana Cláudia Mendonça. A mediação. *In*: BORGES NETO, Hermínio. **Sequência Fedathi: fundamentos**. Curitiba: Crv, 2018. Cap. 4. p. 37-47.

PINHEIRO, Ana Cláudia Mendonça. **Concepção e desenvolvimento de uma formação continuada de professores de matemática baseado na sequência Fedathi**. 2016. Tese (Doutorado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação Brasileira, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2016. Disponível em: <http://www.repositorio.ufc.br/handle/riufc/20827>. Acesso em: 15 mar. 2020.

RODRIGUES, Iliane Maria Pimenta. **Sequência Fedathi e aprendizagem cooperativa no ensino de matemática: reflexões metodológicas sobre a postura docente fortaleza 2017**. 2017. Dissertação (Mestrado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação Brasileira, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2017. Disponível em: http://repositorio.ufc.br/bitstream/riufc/28939/1/2017_dis_improdrigues.pdf. Acesso em: 25 jan. 2020.

RODRIGUES, Iliane Maria Pimenta. Acordo didático. *In*: BORGES NETO, Hermínio. (org.). **Entre Freire e Fedathi**: fundamentos. Curitiba: Crv, 2018. p. 55-60.

RODRIGUES, Iliane Maria Pimenta; SOARES, Raianny Lima. **Entre Freire e Fedathi**: apontamentos e interlocuções sobre o processo de ensinar. *In*: BORGES NETO, Hermínio. (org.). **Sequência Fedathi**: interfaces com o pensamento pedagógico. Curitiba: Crv, 2019. Cap. 10. p. 155-171.

SANTOMAURO, Beatriz. Inatismo, empirismo e construtivismo: três ideias sobre a aprendizagem. **Nova Escola**, São Paulo, v. 327, 05 nov. 2010. Disponível em: <https://novaescola.org.br/conteudo/41/inatismoempirismo-e-construtivismo-tres-ideias-sobre-a-aprendizagem>. Acesso em: 16 jun. 2019.

SANTOS, Joelma Nogueira dos. O ensino de matemática e a relação entre a Sequência Fedathi e o Pensamento de Felix Klein: algumas interseções. *In*: BORGES NETO, Hermínio. (org.). **Sequência Fedathi**: interfaces com o pensamento pedagógico. Fortaleza: Crv, 2019. p. 55-70.

SILVA, Marta Alves da. **Formação do professor reflexivo com a metodologia Sequência Fedathi para o uso das tecnologias digitais**. 2015. Tese (Doutorado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação Brasileira, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2015. Disponível em: <http://www.repositorio.ufc.br/handle/riufc/11361>. Acesso em: 28 jan. 2020.

SILVA, Jairo José da. **Filosofias da matemática**. São Paulo: Editora Unesp, 2007.

SILVA, Miguel Angelo da. Tomada de posição. *In*: BORGES NETO, Hermínio. (org.). **Sequência Fedathi**: fundamentos. Curitiba: Crv, 2018. p. 81-85.

SINGH, Simon. **O Último Teorema de Fermat**: a história do enigma que confundiu as maiores mentes do mundo durante 358 anos. 2. ed. Rio de Janeiro: Record, 1998.

SNAPPER, Ernst. The Three Crises in Mathematics: Logicism, Intuitionism and Formalism. **Mathematics Magazine**, Washington, v. 52, n. 4, p. 207-216, 15 set. 1979.

SOARES, Flávia. **Movimento da Matemática no Brasil**: avanço ou retrocesso. 2001. Dissertação (Mestrado) - Curso de Matemática, Puc Rio, Rio de Janeiro, 2001. Disponível em: https://app.uff.br/riuff/bitstream/1/2191/1/DMA_SOARES_F_S_2001.pdf. Acesso em: 28 out. 2018.

SOARES, Thiago Arrais. **Sequências de ensino para o ensino de física**. 2016. (Dissertação) - Curso de Mestrado Profissional de Ensino de Física, Universidade Regional do Cariri, Juazeiro do Norte, 2016. Disponível em: <http://www.urca.br/mnpef/index.php/dissertacao-e-produtos/file/20-thiago-arrais-soares>. Acesso em: 20 mar. 2020.

SOARES, Thiago Arrais; NOBRE, Francisco Augusto Silva. A pergunta. *In*: BORGES NETO, Hermínio. (org.). **Sequência Fedathi**: fundamentos. Curitiba: Crv, 2018. p. 27-35.

SOUSA, Francisco Edisom Eugenio de. **A pergunta como estratégia de mediação didática no ensino de matemática por meio da sequência fedathi**. 2015. Tese (Doutorado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação Brasileira, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2015.

SOUSA, Francisco Edisom Eugênio de. Sequência Fedathi no ensino de matemática. *In*: BORGES NETO, Hermínio. (org.). **Sequência Fedathi no ensino de matemática**. Curitiba: Crv, 2017. p. 95-116.

SOUZA, Maria José Araújo. Sequência Fedathi: apresentação e caracterização. *In*: SOUSA, Francisco Edisom de *et al.* (org.). **Sequência Fedathi: uma proposta de ensino de Ciências e Matemática**. Fortaleza: UFC, 2013. p. 15-48.

TARDIF, Maurice; LESSARD, Claude. **O trabalho docente**: elementos para uma teoria da docência como profissão de interações humanas. 6. ed. Petrópolis: Vozes, 2011. TORRES, Antônia Lis de Maria Martins. **Sobre tecnologias, educação, formação e etnografia**: a experiência do Laboratório de Pesquisa Multimeios da Faculdade de Educação (UFC). 2014. 207f. – Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Educação Brasileira, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2014.