

Uma equação para a estimativa da eficiência em bombas de velocidade variável

An equation for the estimation of the efficiency of variable speed pumps

• **Data de entrada:**
30/01/2018

• **Data de aprovação:**
21/09/2018

José Nilton de Abreu Costa^{1*} | Marco Aurélio Holanda de Castro¹ |
Luís Henrique Magalhães Costa² | João Marcelo Costa Barbosa¹

DOI: <https://doi.org/10.36659/dae.2020.034>

ORCID ID

Costa JN  <https://orcid.org/0000-0001-9691-8067>

Castro MAH  <https://orcid.org/0000-0001-5134-7213>

Costa LHM  <https://orcid.org/0000-0002-1781-4188>

Barbosa JMC  <https://orcid.org/0000-0003-0559-0516>

Resumo

Em sistemas de abastecimento de água dotados de aparato de bombeamento, as bombas de velocidade variável (BVV) têm sido comumente utilizadas como alternativa de redução dos custos energéticos. Por meio da variação na velocidade, uma bomba muda as suas condições de funcionamento, passando a trabalhar sob novos valores de vazão, carga manométrica e rendimento. O presente trabalho objetiva realizar uma análise da acurácia de duas equações existentes para estimar o rendimento de uma BVV: a Equação de Sârbu e Borza e a Equação Comolet, propondo conseqüentemente uma nova equação para o mesmo propósito, denominada Equação de Costa e Castro. Para avaliar a precisão das equações mencionadas, tomaram-se os catálogos de cinquenta bombas previamente escolhidas e, em cada uma delas, fizeram-se três testes, nos quais a velocidade foi reduzida a 90%, 80% e 70% da rotação nominal. Os resultados dos testes indicaram menores valores de erros nas estimativas de rendimento pela equação ora proposta em relação às referidas equações antecessoras.

Palavras-chave: Abastecimento de Água. Bombas Hidráulicas. Eficiência Energética.

Abstract

In water supply systems equipped with a pumping mechanism, variable speed pumps (VSP) have been commonly used as an alternative to reduce energy costs. Through the variation in speed, a pump changes its operating conditions, starting to work under new values of flow, gauge and performance. The present work aims to perform an analysis of the accuracy of two existing equations to estimate the efficiency of a VSP: the Sârbu and Borza Equation and the Comolet Equation, thus proposing a new equation for the same purpose, called the Costa e Castro Equation. To evaluate the accuracy of the mentioned equations, the catalogs of fifty previously selected pumps were taken and in each of them three tests were performed in which the speed was reduced to 90%, 80% and 70% of the nominal speed. The results of the tests indicated lower values of errors in the yield estimates by the equation now proposed in relation to the aforementioned predecessor equations.

Keywords: Water Supply. Hydraulic Pumps. Energy Efficiency.

¹ Universidade Federal do Ceará - Fortaleza - CE - Brasil.

² Universidade Estadual Vale do Acaraú - Sobral - CE - Brasil.

* **Autor correspondente:** nilton_deha@yahoo.com.br.

1 INTRODUÇÃO

A consciência ambiental do homem sobre a limitação da disponibilidade dos recursos naturais e o aumento da demanda pelos mesmos têm evidenciado a importância da utilização eficiente de tais recursos. Conforme Anunciação (2016), esse cenário se verifica nos sistemas de distribuição de água do Brasil e de outros países, o que estimula o desenvolvimento de estratégias de análise de desempenho por parte de muitas companhias, de seus serviços e produtos, do ponto de vista técnico e financeiro.

Um sistema de abastecimento de água, para a normalidade de sua execução, comumente depende do funcionamento e da manutenção de bombas hidráulicas, que desempenham o papel de conduzir a água em condições específicas de vazão e pressão até o consumidor final. Na maioria dos casos, esses sistemas poderiam ter uma redução no consumo energético por meio de estratégias de melhor eficiência. James et al. (2002) estimam que um percentual que oscila entre 2% e 3% da energia elétrica consumida do mundo é gasto somente com o bombeamento e o tratamento de água para residências e indústrias.

Os custos relativos ao consumo energético configuram valiosos recursos orçamentários para diversas funções importantes na gestão pública como educação, transporte público e assistência médica. Em regiões de alto desenvolvimento, as despesas com energia destinada ao abastecimento de água podem facilmente representar até metade do orçamento dos órgãos gestores. Em países desenvolvidos, os sistemas de água e energia são, tradicionalmente, o segundo maior custo depois da folha dos servidores (SILVA et al., 2013).

Marchi et al. (2012) apontam que a tarefa de diminuir os custos relativos à operação das bombas pode ser executada pela redução do consumo de energia. Para que essa meta seja atingida, pode-se aplicar uma alternativa que consiste na uti-

lização de bombas de velocidade variável (BVV) no lugar de bombas de velocidade fixa (BVF). As BVVs são bombas com acoplamento a um motor que trabalha de maneira controlada por meio de uma unidade de frequência variável, que tem por função modificar a velocidade de rotação da bomba e, conseqüentemente, induzi-la a operar com o máximo rendimento.

Quando ocorre uma mudança na velocidade de rotação, promove-se imediatamente o deslocamento do ponto de operação da bomba, impulsionando variações nos valores de vazão, altura manométrica, potência e rendimento. Assim, evidencia-se a necessidade de estimar, com a máxima precisão possível, o rendimento da bomba nas suas novas condições de funcionamento, uma vez que o próprio está diretamente relacionado com o consumo de energia do sistema (COSTA et al., 2017). Para a realização de tais estimativas, podem-se encontrar na literatura duas fórmulas empíricas, cujos resultados serão analisados na execução desta investigação.

2 OBJETIVOS

O presente trabalho tem por objetivos avaliar a acurácia de duas equações de estimativa de rendimento existentes na literatura e, ainda, propor uma equação alternativa para calcular o rendimento final de uma BVV, comparando seus resultados com os das mencionadas fórmulas empíricas existentes.

3 BOMBAS DE VELOCIDADE VARIÁVEL

A curva de performance de uma bomba, ou simplesmente curva da bomba, mostra como varia a carga manométrica em função da vazão. Para uma determinada velocidade v_1 , a sua lei matemática é uma expressão de segundo grau representada pela Eq. 1, em que as constantes a , b e

c são específicas para cada bomba em questão (SANTOS, 2007).

$$H = aQ^2 + bQ + c \quad (1)$$

Conforme Santos (2007), pode-se dizer que uma bomba que trabalha numa velocidade é semelhante a si própria funcionando em outra velocidade. Logo, um ponto qualquer da sua curva de performance a uma rotação v_1 (Q_1, H_1) está associado a outro ponto na curva de performance da mesma bomba a uma rotação v_2 (Q_2, H_2). Tais pontos são denominados homólogos ou pontos de mesmo rendimento.

Dois pontos homólogos satisfazem as Eq. 2, 3 e 4, conhecidas como relações de semelhança ou leis de afinidade. Tais equações apontam que a vazão (Q), a altura manométrica (H) e a potência (P) são funções linear, quadrática e cúbica, respectivamente, da velocidade rotativa da bomba (v) (SIMPSON, MARCHI, 2013).

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{v_2}{v_1} \quad (2)$$

$$\frac{H_2}{H_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \quad (3)$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^3 \quad (4)$$

Com auxílio das Eq. 2 e 3, pode-se deduzir que a expressão matemática da curva de performance da bomba para a velocidade v_2 é dada pela Eq. 5 (RODRIGUES, 2007).

$$H = aQ^2 + b\frac{v_2}{v_1}Q + c\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \quad (5)$$

A curva característica da instalação (CCI), ou simplesmente curva do sistema, exprime a carga manométrica que será demandada para a instalação em função da vazão a ser recalçada (SANTOS, 2007). Segundo Mesquita et al. (2006), sendo m e n constantes que dependem da geometria do sistema e do material que constitui a tubulação, a Eq. 6 modela matematicamente a referida curva.

$$H = m + nQ^2 \quad (6)$$

De acordo com Santos (2007), enquanto a curva da bomba representa uma disponibilidade de energia, a curva do sistema traduz uma necessidade de energia. Desse modo, o ponto de intersecção entre as referidas curvas é o par ordenado (Q, H) formado pelos valores de vazão e altura manométrica segundo os quais a bomba trabalha, denominado ponto de operação.

Por intermédio do controle da velocidade de rotação do motor, o inversor de frequência provoca uma modificação da curva de performance da bomba enquanto a curva característica da instalação se mantém constante. Assim, o consumo energético é proporcional à velocidade do motor e, portanto, exatamente o necessário, sem falta ou excesso (RODRIGUES, 2007).

Na Fig. 1 observam-se as curvas de performance da bomba para duas velocidades distintas v_1 e v_2 , e a curva da instalação intersecta-as nos pontos de operação inicial (Q_i, H_i) e final (Q_f, H_f), respectivamente. A curva menos espessa, que passa na origem, é chamada curva de afinidade e intersecta as curvas de performance em dois pontos homólogos, significando que os pontos (Q_i, H_i) e (Q_i', H_i') possuem o mesmo valor de rendimento.

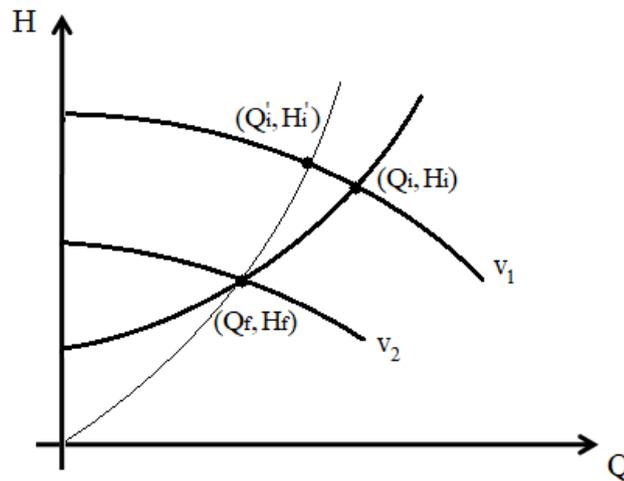


Figura 1 – Curvas de performance, curva da instalação e pontos de operação de uma bomba.

Fonte: Adaptado de Sârbu e Borza (1998).

A curva de rendimento de uma bomba, representada na Fig. 2, mostra como varia a sua eficiência em função da vazão. Percebe-se que há uma vazão para a qual a bomba opera com rendimento máximo. O par ordenado (Q, H) formado por essa

vazão e a sua respectiva altura manométrica é um ponto da curva de performance conhecido como ponto de máximo rendimento, comumente designado pela sigla BEP (Best Efficiency Point). (MARCHI; SIMPSON, 2013).

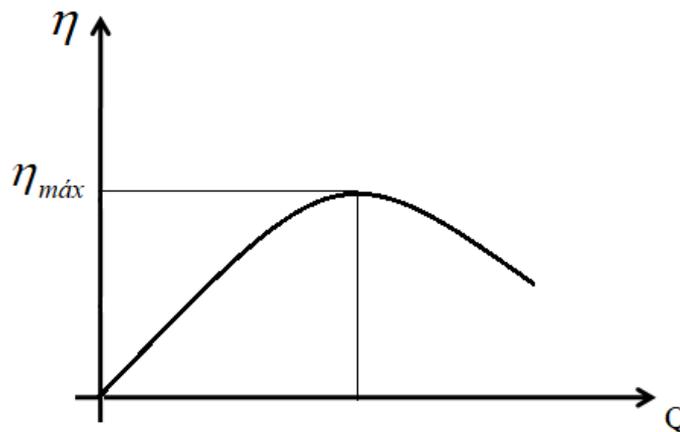


Figura 2 – Curva de rendimento de uma bomba.

Fonte: Adaptado de Santos (2007)

Para a velocidade nominal de rotação, a equação da curva de rendimento é dada por uma expressão de segundo grau, conforme a Eq. 7, em que os coeficientes r, s e t são peculiares de cada bomba (SANTOS, 2007).

$$\eta = rQ^2 + sQ + t \quad (7)$$

Como se pode observar, devido à variação na velocidade de rotação da bomba, ocorre o des-

locamento do seu ponto de funcionamento, provocando variações nos valores de vazão, carga manométrica, potência e rendimento. Dessa forma, torna-se evidente a importância de calcular o rendimento da bomba em seu novo ponto de operação com a máxima precisão possível, pois este influencia diretamente a energia consumida no sistema.

Há na literatura referente ao assunto duas equações empíricas que foram propostas com o objetivo de realizar uma estimativa do rendimento de uma BVV quando a sua velocidade é modificada. A primeira é a Eq. 8, sugerida por Comolet (1961).

$$\eta_2 = \frac{\eta_1}{\eta_1 + (1 - \eta_1) \cdot \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{0,17}} \quad (8)$$

A segunda é a Eq. 9, sugerida por Sârbu e Borza (1998).

$$\eta_2 = 1 - (1 - \eta_1) \cdot \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{0,1} \quad (9)$$

Nas duas referidas equações, η é o rendimento (ou eficiência) da bomba, v é a sua velocidade de rotação e os índices 1 e 2 reportam-se aos estados inicial e final de funcionamento.

4 METODOLOGIA

Inicialmente, demonstrar-se-á uma nova proposta de equação para o cálculo do rendimento de uma BVV em seu novo ponto de operação após uma mudança ocorrida na sua velocidade de rotação. A equação demonstrada a seguir, denominada Equação de Costa e Castro, é fundamentada nas leis de afinidade, nas equações das curvas de performance e rendimento de uma bomba e, ainda, em hipóteses levantadas durante a demonstração.

De acordo com a Fig. 1, o rendimento da bomba em seu ponto de operação inicial é calculado substituindo a vazão inicial Q_i na Eq. 7. Assim, obtém-se:

$$\eta_1 = rQ_i^2 + sQ_i + t \quad (10)$$

O rendimento no ponto de operação final (Q_f, H_f) é igual ao ponto rendimento no ponto (Q_i', H_i') pois trata-se de pontos homólogos. Tem-se, portanto:

$$\eta_2 = rQ_i'^2 + sQ_i' + t \quad (11)$$

Representando simplesmente por R a razão entre as velocidades v_2/v_1 , pode-se dizer com base nas leis de afinidade que:

$$Q_f = R \cdot Q_i' \quad (12)$$

Na Fig. 1, observa-se que o valor de Q_i' está localizado entre Q_f e Q_i , o que é suficiente para afirmar que Q_i' pode ser expresso por uma média aritmética ponderada entre Q_f e Q_i . Admitindo-se a hipótese de que tal média seja a aritmética simples, segue que:

$$Q_i' = \frac{Q_i + Q_f}{2} \quad (13)$$

A partir das Eq. 12 e 13, pode-se isolar Q_i' no primeiro membro da seguinte forma:

$$Q_i' = \frac{Q_i}{2 - R} \quad (14)$$

Subtraindo-se, membro a membro, as Eq. 11 e 10, chega-se a:

Trocar
"Atrav
(e out

$$\eta_2 - \eta_1 = r(Q_i'^2 - Q_i^2) + s(Q_i' - Q_i) \quad (15)$$

Combinando as Eq. 14 e 15, elimina-se o termo Q_i' e obtém-se a seguinte equação:

$$\eta_2 - \eta_1 = \left(\frac{1}{2-R} - 1 \right) \left(\frac{rQ_i^2}{2-R} + rQ_i^2 + sQ_i \right) \quad (16)$$

Admita-se a aproximação a seguir, que consiste em afirmar que o coeficiente t na equação da curva de rendimento é consideravelmente próximo de zero, uma vez que quando a velocidade da bomba é nula o seu rendimento também o será.

$$\eta_1 \cong rQ_i^2 + sQ_i \quad (17)$$

Assim, a Eq. 16 resume-se a:

$$\eta_2 - \eta_1 = \left(\frac{1}{2-R} - 1 \right) \left(\frac{rQ_i^2}{2-R} + \eta_1 \right) \quad (18)$$

Finalmente, considere-se a seguinte aproximação:

$$\eta_1 \cong rQ_i^2 \quad (19)$$

O propósito da consideração desta última hipótese é pôr em evidência η_1 no segundo membro da Eq. 18. A imprecisão decorrente dessa aproximação é avaliada em momento posterior, na ocasião da realização dos testes realizados na presente investigação. Segue, então, que:

$$\eta_2 - \eta_1 = \left(\frac{1}{2-R} - 1 \right) \left(\frac{1}{2-R} + 1 \right) \eta_1 \quad (20)$$

Simplificando, vem:

$$\eta_2 = \frac{\eta_1}{(2-R)^2} \quad (21)$$

Durante a realização desta pesquisa, a Eq. 21 foi avaliada juntamente com as equações de Comollet e de Sârbu e Borza. Verificou-se que os valores de rendimento final calculados por ela eram bem mais imprecisos do que os das outras duas referidas fórmulas. No entanto, objetivando tornar os seus resultados mais bem acurados, foram propostas algumas alterações, como a inserção de um fator multiplicando η_1 no segundo membro da equação e um expoente no denominador que, por hipótese, não seria constante mas uma função da razão R entre as velocidades final e inicial da bomba. Finalmente, demonstrou-se a seguinte fórmula, denominada Equação de Costa e Castro:

$$\eta_2 = \frac{1,005 \cdot \eta_1}{(2-R)^{\frac{0,1}{\sqrt{R}}}} \quad (22)$$

Num segundo momento, foram escolhidas cinco marcas fabricantes de bombas hidráulicas e, em seguida, tomaram-se dez unidades de cada uma delas. Dos catálogos dessas cinquenta bombas, foram retiradas as suas curvas de performance e de rendimento relativas à velocidade nominal de rotação. A partir dos gráficos disponibilizados nos catálogos, foram obtidas as equações das curvas mencionadas e, com o auxílio da Eq. 5, determinaram-se as equações das curvas de performance relativas às velocidades de 90%, 80% e 70% do valor de rotação nominal.

Em seguida, para cada bomba foi atribuída uma curva da instalação que pudesse intersectar as quatro curvas de performance até então conhecidas e, assim, determinando quatro pontos de operação: PO_1 , PO_2 , PO_3 e PO_4 . Na Fig. 3, observam-se essas informações referentes a uma das bombas utilizadas na ocasião dos testes.

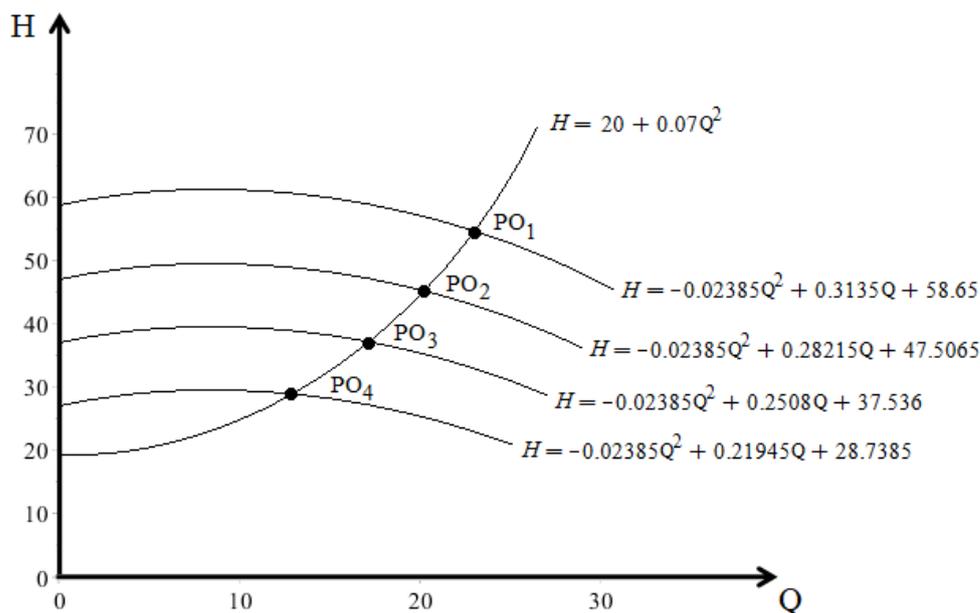


Figura 3 – Pontos de operação de uma bomba para as quatro velocidades consideradas.
 Fonte: Autor (2018)

Desta forma, em cada uma das cinquenta bombas escolhidas realizaram-se três testes de redução de velocidade: de PO₁ a PO₂, de PO₁ a PO₃ e de PO₁ a PO₄, totalizando cento e cinquenta testes. Em cada teste, os rendimentos nos pontos de operação PO₂, PO₃ e PO₄ foram estimados pelas equações de Comolet, de Sârbu e Borza e de Costa e Castro e, ainda, calculados por intermédio das leis de afinidade. Enfim, verificou-se a cada teste realizado qual das três referidas equações fornece valor de rendimento final mais próximo àquele calculado pelas leis de afinidade, comparando-se assim a precisão das mesmas.

5 RESULTADOS

Os valores de rendimento estimados pelas equações de Comolet, de Sârbu e Borza e de Costa e Castro foram comparados com aqueles calculados com o auxílio das leis de afinidade. A precisão de cada uma das três equações de estimativa de rendimento foi medida pelas Eq. 23, 24 e 25, que definem o erro de cada uma delas em relação ao

cálculo efetuado pelas mencionadas relações de semelhança. Assim, quanto menor é o módulo do erro do rendimento estimado por uma equação num determinado teste, mais precisa é considerada essa equação na ocasião desse teste.

$$E_C = \eta_C - \eta_{LA} \tag{23}$$

$$E_{SB} = \eta_{SB} - \eta_{LA} \tag{24}$$

$$E_{CC} = \eta_{CC} - \eta_{LA} \tag{25}$$

Nas Eq. 23, 24 e 25, tem-se que η_C , η_{SB} e η_{CC} significam os valores de rendimento estimados, respectivamente, pelas fórmulas de Comolet, Sârbu e Borza e Costa e Castro. Ressalta-se, ainda, que nas três equações supracitadas, η_{LA} simboliza o valor do rendimento calculado com base nas leis de afinidade.

As Tabelas 1, 2 e 3 apresentam os valores de η_C , η_{SB} e η_{CC} nos pontos de operação PO₂, PO₃ e PO₄

e de η_{LA} para cada teste, bem como o módulo do erro referente a cada estimativa de rendimento. Na bomba 1, realizaram-se os testes 1, 2 e 3, na

bomba 2 procederam-se os testes 4, 5 e 6 e assim por diante até a bomba 50, na qual se executaram os testes 148, 149 e 150.

Tabela 1. Rendimentos e erros nos testes 1 a 50.

Teste	Rendimento (%)				[Erro] (%)		
	η_{LA}	η_c	η_{SB}	η_{CC}	E_c	E_{SB}	E_{CC}
1	81.78	82.40	82.47	82.24	0.62	0.69	0.46
2	80.36	82.11	82.27	81.39	1.75	1.91	1.03
3	77.80	81.77	82.03	80.51	3.97	4.23	2.71
4	62.80	62.70	62.73	62.80	-0.10	-0.07	0.00
5	62.04	62.23	62.29	62.16	0.19	0.24	0.11
6	60.13	61.70	61.78	61.48	1.57	1.65	1.34
7	82.52	82.43	82.51	82.27	-0.09	-0.01	-0.25
8	81.91	82.14	82.30	81.43	0.23	0.39	-0.49
9	80.59	81.80	82.06	80.54	1.22	1.47	-0.05
10	84.46	84.84	84.91	84.64	0.38	0.45	0.18
11	83.40	84.58	84.73	83.77	1.18	1.33	0.37
12	81.33	84.28	84.53	82.85	2.95	3.20	1.53
13	63.34	62.78	62.81	62.88	-0.56	-0.54	-0.47
14	63.07	62.31	62.37	62.23	-0.76	-0.70	-0.84
15	61.10	61.77	61.86	61.55	0.68	0.76	0.45
16	79.40	78.93	79.00	78.83	-0.47	-0.39	-0.57
17	79.28	78.59	78.76	78.01	-0.68	-0.52	-1.26
18	78.28	78.21	78.47	77.16	-0.07	0.19	-1.12
19	84.66	84.22	84.29	84.03	-0.44	-0.37	-0.63
20	84.76	83.95	84.10	83.16	-0.81	-0.66	-1.60
21	84.46	83.64	83.89	82.25	-0.82	-0.57	-2.20
22	80.20	80.26	80.34	80.14	0.06	0.13	-0.07
23	79.60	79.94	80.10	79.31	0.34	0.50	-0.29
24	78.41	79.57	79.84	78.45	1.16	1.42	0.03
25	77.62	78.07	78.15	77.98	0.45	0.52	0.36
26	76.35	77.73	77.89	77.18	1.37	1.54	0.83
27	73.97	77.33	77.59	76.34	3.36	3.62	2.36
28	84.73	85.02	85.09	84.81	0.29	0.36	0.08
29	83.85	84.76	84.91	83.94	0.91	1.06	0.09
30	82.16	84.47	84.71	83.03	2.31	2.55	0.87
31	57.07	57.66	57.66	57.81	0.59	0.59	0.74
32	55.04	57.17	57.15	57.21	2.13	2.11	2.17
33	50.32	56.62	56.58	56.59	6.30	6.26	6.27
34	67.21	66.86	66.91	66.92	-0.35	-0.30	-0.30
35	66.73	66.42	66.52	66.23	-0.31	-0.21	-0.50
36	64.89	65.91	66.07	65.51	1.02	1.18	0.62
37	74.12	74.46	74.53	74.42	0.34	0.41	0.30
38	72.69	74.08	74.23	73.65	1.39	1.54	0.97
39	69.24	73.64	73.88	72.85	4.40	4.64	3.61
40	57.96	57.60	57.59	57.74	-0.36	-0.37	-0.22
41	57.64	57.11	57.09	57.15	-0.53	-0.55	-0.49
42	56.61	56.55	56.51	56.53	-0.05	-0.09	-0.08
43	60.97	61.41	61.43	61.53	0.45	0.47	0.56
44	59.34	60.94	60.98	60.89	1.60	1.63	1.55
45	55.86	60.40	60.45	60.23	4.54	4.59	4.37
46	73.74	74.24	74.31	74.20	0.50	0.57	0.46
47	72.32	73.85	74.01	73.44	1.53	1.69	1.12
48	69.63	73.41	73.66	72.64	3.78	4.02	3.00
49	77.87	78.06	78.14	77.97	0.19	0.27	0.10
50	76.91	77.72	77.88	77.17	0.81	0.98	0.27

Tabela 2. Rendimentos e erros nos testes 51 a 100.

Teste	Rendimento (%)				Erro (%)		
	η_{LA}	η_C	η_{SB}	η_{CC}	E_C	E_{SB}	E_{CC}
51	74.79	77.32	77.58	76.33	2.53	2.79	1.54
52	66.53	66.68	66.73	66.74	0.15	0.20	0.21
53	65.48	66.23	66.33	66.05	0.75	0.85	0.57
54	63.22	65.72	65.88	65.33	2.50	2.65	2.10
55	80.45	81.30	81.38	81.16	0.85	0.92	0.71
56	78.41	80.99	81.15	80.32	2.58	2.74	1.91
57	74.14	80.64	80.90	79.45	6.50	6.76	5.31
58	82.69	83.62	83.69	83.44	0.93	1.00	0.75
59	80.59	83.34	83.50	82.58	2.76	2.91	2.00
60	76.23	83.03	83.28	81.68	6.79	7.05	5.45
61	34.06	33.89	33.60	34.12	-0.17	-0.46	0.06
62	33.40	33.44	32.81	33.77	0.04	-0.59	0.37
63	31.53	32.94	31.91	33.40	1.41	0.38	1.87
64	33.73	33.36	33.06	33.59	-0.37	-0.67	-0.14
65	33.46	32.92	32.27	33.25	-0.54	-1.19	-0.22
66	32.48	32.42	31.36	32.88	-0.06	-1.12	0.40
67	62.54	62.21	62.24	62.32	-0.33	-0.31	-0.23
68	62.27	61.74	61.79	61.68	-0.53	-0.48	-0.59
69	61.50	61.20	61.28	61.00	-0.30	-0.23	-0.50
70	60.81	60.41	60.42	60.53	-0.39	-0.38	-0.27
71	60.62	59.93	59.95	59.91	-0.69	-0.66	-0.71
72	60.00	59.38	59.42	59.25	-0.62	-0.58	-0.75
73	60.26	61.24	61.26	61.36	0.99	1.01	1.10
74	57.87	60.77	60.80	60.73	2.90	2.94	2.86
75	53.25	60.23	60.28	60.06	6.98	7.03	6.81
76	56.64	57.14	57.12	57.28	0.49	0.48	0.64
77	55.13	56.64	56.62	56.69	1.52	1.49	1.56
78	52.39	56.09	56.03	56.08	3.69	3.64	3.68
79	28.24	27.95	27.55	28.17	-0.29	-0.69	-0.07
80	28.05	27.55	26.69	27.88	-0.51	-1.36	-0.17
81	27.56	27.10	25.71	27.57	-0.46	-1.85	0.01
82	32.73	32.22	31.90	32.45	-0.51	-0.83	-0.28
83	32.67	31.79	31.10	32.12	-0.89	-1.58	-0.56
84	32.00	31.30	30.17	31.77	-0.71	-1.84	-0.24
85	38.13	37.67	37.44	37.90	-0.46	-0.69	-0.23
86	38.09	37.20	36.70	37.51	-0.89	-1.39	-0.58
87	37.82	36.67	35.84	37.10	-1.15	-1.97	-0.72
88	35.50	35.50	35.24	35.73	0.01	-0.26	0.24
89	34.75	35.05	34.47	35.37	0.30	-0.28	0.62
90	33.26	34.53	33.59	34.98	1.28	0.33	1.72
91	38.69	38.33	38.11	38.56	-0.36	-0.58	-0.13
92	38.38	37.86	37.38	38.17	-0.52	-1.00	-0.21
93	37.35	37.33	36.53	37.75	-0.03	-0.82	0.39
94	40.47	39.81	39.61	40.04	-0.66	-0.86	-0.43
95	40.70	39.33	38.89	39.63	-1.37	-1.81	-1.08
96	40.85	38.79	38.07	39.19	-2.06	-2.78	-1.66
97	51.84	51.08	51.01	51.26	-0.77	-0.83	-0.58
98	52.14	50.58	50.43	50.74	-1.57	-1.71	-1.41
99	52.24	50.01	49.76	50.18	-2.23	-2.47	-2.05
100	47.61	47.17	47.06	47.38	-0.44	-0.55	-0.23

Tabela 3. Rendimentos e erros nos testes 101 a 150.

Teste	Rendimento (%)				Erro (%)		
	η_{LA}	η_c	η_{SB}	η_{CC}	E_c	E_{SB}	E_{CC}
101	47.33	46.67	46.44	46.89	-0.65	-0.89	-0.44
102	46.21	46.11	45.72	46.38	-0.10	-0.50	0.17
103	46.36	46.01	45.89	46.22	-0.35	-0.47	-0.14
104	45.94	45.52	45.25	45.75	-0.43	-0.69	-0.19
105	44.59	44.95	44.51	45.25	0.37	-0.07	0.66
106	64.13	63.90	63.93	63.98	-0.23	-0.19	-0.14
107	63.73	63.43	63.50	63.33	-0.29	-0.22	-0.40
108	62.80	62.91	63.01	62.64	0.10	0.21	-0.17
109	64.45	65.04	65.08	65.11	0.59	0.63	0.67
110	62.73	64.58	64.66	64.44	1.85	1.94	1.72
111	59.35	64.06	64.19	63.74	4.71	4.84	4.39
112	48.91	48.92	48.83	49.12	0.01	-0.08	0.21
113	48.05	48.42	48.23	48.62	0.37	0.18	0.56
114	46.27	47.86	47.53	48.09	1.58	1.26	1.81
115	70.88	70.95	71.01	70.95	0.06	0.13	0.07
116	69.92	70.53	70.67	70.23	0.61	0.75	0.31
117	67.59	70.06	70.27	69.46	2.47	2.69	1.87
118	51.98	51.37	51.31	51.56	-0.61	-0.68	-0.43
119	52.06	50.87	50.73	51.03	-1.19	-1.33	-1.04
120	51.80	50.30	50.07	50.47	-1.50	-1.73	-1.33
121	45.21	45.02	44.89	45.24	-0.19	-0.32	0.02
122	44.70	44.53	44.24	44.77	-0.17	-0.46	0.08
123	43.54	43.97	43.49	44.28	0.43	-0.05	0.75
124	53.23	52.44	52.39	52.62	-0.78	-0.84	-0.60
125	53.58	51.94	51.83	52.08	-1.64	-1.76	-1.50
126	53.84	51.38	51.18	51.51	-2.46	-2.66	-2.32
127	58.60	58.40	58.40	58.54	-0.20	-0.20	-0.06
128	58.06	57.91	57.90	57.93	-0.15	-0.15	-0.12
129	56.75	57.36	57.34	57.30	0.61	0.59	0.55
130	63.71	63.53	63.57	63.62	-0.18	-0.15	-0.09
131	63.25	63.07	63.13	62.97	-0.19	-0.12	-0.28
132	62.26	62.54	62.64	62.28	0.27	0.37	0.02
133	54.84	54.43	54.40	54.60	-0.41	-0.44	-0.24
134	54.54	53.93	53.85	54.03	-0.61	-0.68	-0.50
135	53.47	53.37	53.23	53.45	-0.10	-0.23	-0.02
136	54.53	54.04	54.00	54.21	-0.49	-0.53	-0.32
137	54.33	53.54	53.46	53.65	-0.79	-0.88	-0.68
138	53.35	52.98	52.83	53.07	-0.37	-0.52	-0.28
139	54.89	54.77	54.74	54.93	-0.13	-0.16	0.04
140	54.01	54.27	54.20	54.37	0.26	0.19	0.36
141	51.57	53.71	53.58	53.77	2.13	2.01	2.20
142	77.81	78.49	78.56	78.39	0.68	0.76	0.58
143	76.16	78.15	78.31	77.59	1.99	2.15	1.42
144	73.05	77.76	78.02	76.74	4.70	4.97	3.69
145	69.48	69.07	69.13	69.10	-0.41	-0.35	-0.38
146	69.18	68.64	68.76	68.39	-0.54	-0.42	-0.79
147	67.84	68.15	68.34	67.65	0.31	0.50	-0.20
148	62.80	63.28	63.31	63.37	0.48	0.51	0.57
149	61.31	62.81	62.87	62.72	1.50	1.56	1.41
150	58.52	62.28	62.37	62.03	3.76	3.85	3.51

Ao final dos testes, observou-se que, dentre os 150 testes feitos, em 105 deles a equação de Costa e Castro foi mais precisa que a equação de Comolet, e em 111 ocasiões mais precisa do que a equação de Sârbu e Borza.

Evidenciou-se, ainda, que em 102 dos testes feitos a fórmula proposta no presente trabalho fornece estimativas de rendimento mais acuradas do que as das duas fórmulas previamente

existentes na literatura. Salientam-se na cor vermelha nas Tabelas 1, 2 e 3 os rendimentos e erros referentes a Equação de Costa e Castro nos testes em que aconteceu este fato.

Finalmente, calcularam-se e exibiram-se na Tabela 4 o somatório e a média dos erros (em valores absolutos) de cada uma das três equações testadas nesta investigação.

Tabela 4. Somatório e média dos erros absolutos das fórmulas analisadas.

[Erros] (%)	Comolet	Sârbu e Borza	Costa e Castro
Soma	171.74	190.38	147.58
Média	1.14	1.27	0.98

Conforme os dados exibidos, a equação de Costa e Castro mostrou-se mais precisa do que as outras duas equações analisadas também pelo fato de apresentar menores valores de soma e média de erros absolutos.

6 CONCLUSÕES

As bombas de velocidade variável, quando utilizadas em sistemas de abastecimento, consistem numa estratégia interessante para a otimização do custo energético relativo ao bombeamento. Conseqüentemente, a utilização de uma BVV acarreta na imprescindibilidade de fazer uma estimativa precisa do rendimento da bomba em seu novo ponto de operação. Tendo em vista que a energia consumida pelo sistema de bombeamento está diretamente vinculada ao rendimento das bombas, este trabalho propôs uma alternativa para realizar tal estimativa.

Inicialmente, a realização dos testes tinha o único intuito de avaliar a acurácia dos valores de rendimento estimados pelas equações empíricas conhecidas na literatura: a equação de Comolet

(1961) e a equação de Sârbu e Borza (1998). Contudo, após a realização dos referidos testes e a análise dos resultados, verificou-se ser propícia a ideia de deduzir uma nova proposta de equação para a determinação do rendimento de uma BVV.

A Equação de Costa e Castro, aqui apresentada, foi analisada para reduções de velocidade em até 70% da rotação nominal de cada bomba utilizada. Em seus resultados, os testes evidenciaram uma maior acurácia da equação proposta em relação às outras duas equações anteriores, tanto pelos seus valores menores de somatório e média dos módulos dos erros como pelo número de ocasiões em que suas estimativas de rendimento forneceram valores mais precisos.

A utilização da Equação de Costa e Castro mostrou-se, portanto, vantajosa em relação às equações de Comolet e Sârbu e Borza para a determinação do rendimento da bomba em seu novo ponto de operação. Essa vantagem se verifica devido ao fato de que as suas estimativas mais precisas proporcionam um cálculo mais acurado da potência e, conseqüentemente, do consumo energético no sistema de bombeamento.

7 CONTRIBUIÇÃO DOS AUTORES

Concepção do Artigo, Costa JNA e Costa LHM; **Metodologia**, Costa JNA e Costa LHM; **Demonstração da Equação**, Costa JNA e Castro, MAH; **Redação – Primeira Versão**, Costa JNA; **Redação – Revisão & Edição**, Costa JNA e Barbosa JMC.

8 REFERÊNCIAS

ANUNCIACÃO, T. S. Proposição de critérios para a hierarquização de softwares utilizados na avaliação de perdas e indicadores de desempenho em sistemas de abastecimento de água. **Revista DAE**, v. 65, n. 208, p. 83-87, out. 2017. Disponível em: <http://revistadae.com.br/downloads/edicoes/Revista-DAE-208.pdf>. Acesso em: 21 out. 2017.

JAMES, K.; CAMPBELL, S. L.; GODLOVE, C. E. **Água e Energia – Aproveitando as oportunidades de eficiência de água e energia não exploradas nos sistemas municipais**. Washington D.C. Alliance to Save Energy, 2002.

COMOLET, R. **Mécanique expérimentale des fluides. Tome I, Statique et dynamique des fluides non visqueux**. Paris: Masson & Cie, 1961. 244 p.

COSTA, J. N. A.; CASTRO, M. A. H.; COSTA, L. H. M.; BARBOSA, J. M. C. Ajuste da Fórmula de Comolet para a Determinação do Rendimento de Bombas de Rotação Variável. In: Xv Serea – Seminário Iberoamericano De Redes De Agua Y Drenaje, Bogotá, nov. 2017. **Anais...**

DANCOR. **Catálogo geral de produtos 60 Hz**. Rio de Janeiro – RJ. 2014. Disponível em: <http://www.dancor.com.br/dancor-site-novo/public/biblioteca/catalogos>. Acesso em: 12 nov. 2017.

EH BOMBAS HIDRÁULICAS. **Bombas centrífugas normalizadas, para águas servidas, esgotos com alguns sólidos em suspensão ou mais densos**. Belo Horizonte – MG. 2015. Disponível em: <http://ehbombas.com.br/bomba-modelo-eha.php>. Acesso em: 3 dez. 2017.

IMBIL. **Catálogo de bombas da série INI/ INI-Bloc**. Itapira – SP. 2015. Disponível em: <http://www.imbil.com.br/Imbil/Portugues/>. Acesso em: 21 out. 2017.

MARCHI, A.; SIMPSON, A. R. Correction of the EPANET inaccuracy in computing the efficiency of variable speed pumps. **Journal of Water Resources Planning and Management**, v. 139, n. 4, p. 456-459, 2013.

KSB BOMBAS HIDRÁULICAS. **Folheto de curvas características MegaCPK, Meganorm, Megabloc 60 Hz**. Várzea Paulista – SP. 2014. Disponível em: <http://www.ksb.com.br/ksb-br-pt/tipos.php?codtipo=1>. Acesso em: 17 nov. 2017.

MARCHI, A.; SIMPSON, A. R.; ERTUGRUL, N. Assessing variable speed pump efficiency in water distribution systems. **Engineering and Science**, v. 5, n. 1, p. 15-21, jul. 2012. Disponível em: http://digital.library.adelaide.edu.au/dspace/bitstream/2440/77225/1/hdl_77225.pdf. Acesso em: 3 dez. 2016.

MARK. **Catálogo técnico bombas monoestágio 60 Hz**. São Bernardo do Campo – SP. 2009. Disponível em: <https://www.bombas-mark.com.br/produtos/bombas-monoestagio/>. Acesso em: 13 out. 2017.

MESQUITA, A. L. A.; SILVA, L. J. S.; ABRAHIM JÚNIOR, O.; PEREIRA, J. A. R.; SILVA, A. C. P. Aspectos importantes na utilização de bombas centrífugas em velocidade variável para a redução do consumo de energia. VI SEREA - Seminário Iberoamericano sobre Sistemas de Abastecimento Urbano de Água João Pessoa (Brasil), **Anais...** p. 1-15, 2006.

RODRIGUES, W. **Critérios para o uso eficiente de inversores de frequência em sistemas de bombeamento de água**. 2007. 208 p. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2007. Disponível em: http://repositorio.unicamp.br/bitstream/REPOSIP/258179/1/Rodrigues_Wlamir_D.pdf. Acesso em: 12 nov. 2016.

SANTOS, S. L. **Bombas & Instalações Hidráulicas**. São Paulo: LTC Editora, 2007.

SÂRBU, I.; BORZA, I. Energetic optimization of water pumping in distribution systems. **Mechanical Engineering**, v. 42, n. 2, p. 141-152, 1998. Disponível em: <https://search.proquest.com/openview-w/13a9be084dac4fc2fb93fe0e5129adee>. Acesso em: 3 jul. 2017.

SIMPSON, A. R.; MARCHI, A. Evaluating the approximation of the affinity laws and improving the efficiency estimate for variable speed pumps. **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 139, n. 12, p. 1314-1317, dez. 2013. Disponível em: [https://ascelibrary.org/doi/abs/10.1061/\(ASCE\)HY.1943-7900.0000776](https://ascelibrary.org/doi/abs/10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0000776). Acesso em: 22 dez. 2017.

SILVA, A. F.; MELO, N. R.; MENDES, R. A. Adequação do contrato de energia no sistema de abastecimento de água. II SIC – Seminário de Iniciação Científica IFMG, Formiga, 2013. **Anais...**