

# Modelagem computacional do golpe de aríete em adutoras considerando a cavitação no fluido com a fração de vazio

*Computational modeling of water hammer in pipelines considering cavitation in the fluid with a fraction of void*

• **Data de entrada:**  
19/05/2020

• **Data de aprovação:**  
04/08/2020

Bruno Araújo Paiva<sup>1\*</sup> | Vicente de Castro Sanders Neto<sup>1</sup> | João Marcelo Costa Barbosa<sup>1</sup> | Marco Aurelio Holanda de Castro<sup>1</sup>

DOI: <https://doi.org/10.36659/dae.2021.088>

## ORCID ID

Paiva BA  <https://orcid.org/0000-0002-6971-6184>

Sanders Neto VC  <https://orcid.org/0000-0002-1106-0880>

Barbosa JMC  <https://orcid.org/0000-0003-0559-0516>

Castro MAH  <https://orcid.org/0000-0001-5134-7213>

## Resumo

O presente trabalho visa analisar o regime transiente em condutos forçados, considerando um fluxo bifásico através do DGCM com a celeridade e fator de atrito variável. Realizou-se uma mudança na equação da celeridade variável, unificando o ar e o gás da mistura bifásica em uma variável adimensional chamada de fração de vazio,  $\epsilon_0$ . Utilizaram-se dois modelos para a modelagem computacional do golpe de aríete: o Modelo 1 (MOC) e o Modelo 2 (MOC, incluindo o fator de atrito variável e DGCM com celeridade variável modificado). Verificaram-se três valores de frações de vazios iniciais, buscando o mais adequado para cada experimento. Analisou-se a influência do  $\epsilon_0$  na modelagem do golpe de aríete, comparando com dados experimentais. O Modelo 2 retornou valores mais próximos dos dados observados dos experimentos. Este estudo mostrou a acurácia do novo modelo proposto, com o auxílio dos indicadores estatísticos ER, EQM e NSE.

**Palavras-chave:** Método das Características. Celeridade Variável. Fração de Vazio.

## Abstract

*This paper aims to analyze the transient flow in forced conduits, considering a two-phase flow through the DGCM with wave speed and friction factor variable. A change was made to the variable wave speed equation, unifying the air and gas of the two-phase mixture into a dimensionless variable called the void fraction,  $\epsilon_0$ . Two models were used for the computational modeling of the water hammer: Model 1 (MOC); and Model 2 (MOC, including variable friction factor and DGCM with modified variable wave speed). Three values of initial void fractions were found, looking for the best value for each experiment. The influence of  $\epsilon_0$  in the modeling of the water hammer was analyzed, comparing it with experimental data. Model 2 returned values closer to the observed data of the experiments. This study showed the accuracy of the proposed new model, with the aid of the statistical indicators RE, RMSE and NSE.*

**Keywords:** Water treatment. Rapid filtration. Direct filtration. Biflow filtration. Biflow filter.

<sup>1</sup> Universidade Federal do Ceará - Fortaleza - Ceará - Brasil.

\* **Autor correspondente:** [brunoaraujoengenheiro@gmail.com](mailto:brunoaraujoengenhheiro@gmail.com).

## 1 INTRODUÇÃO

A modelagem computacional de um sistema de adução de água é responsável por prever possíveis falhas e fenômenos, como o transiente hidráulico ou golpe de aríete, que por sua vez, são fundamentados numericamente pelas equações de momentum e continuidade. Assim, os modelos matemáticos surgem para incorporar o entendimento mais aprofundado do fenômeno (AZEVEDO NETTO & FERNÁNDEZ, 2018).

O transitório hidráulico, ou golpe de aríete, é definido como qualquer variação de pressão em um sistema hidráulico, normalmente associado a uma mudança no gradiente de velocidade, podendo ser provocado, por exemplo, pelo fechamento ou abertura de válvula, partida ou parada de uma bomba ou na mudança operacional de turbinas (KARADŽIĆ et al., 2018).

Nesse sentido, esse fenômeno transitório pode provocar um colapso nesses sistemas, com variações de pressão maiores do que o limite suportado pela tubulação. Nesse contexto, os bolsões de ar presos e os gases dissolvidos podem intensificar o golpe, pois os gases podem se expandir quando submetidos a baixas pressões e se comprimir em altas pressões (TWYMAN, 2018).

Os efeitos do ar aprisionado podem depender das características do fluido, natureza e causa do transitório, topologia do sistema envolvido, baixa carga no sistema ou situações de rápido transitório (IVLJANIN et al., 2018). Desse modo, as baixas pressões ocorrem em toda a seção da tubulação, formando uma cavidade de vapor e ocasionando eventualmente uma separação de coluna no líquido. Posteriormente, na junção da coluna líquida, pressões altas são formadas, prejudicando significativamente a tubulação (SANTORO et al., 2018).

Adamkowski & Lewandowski (2009), Soares et al. (2015), Bergant et al. (2017), Pezzinga & Santoro (2017) e Daude et al. (2018) afirmam que a

propriedade de compressibilidade dos gases na mistura (gás e líquido) diminui a velocidade da onda (celeridade) e conseqüentemente há uma dispersão nas ondas de pressão geradas pelo transitório. A velocidade da onda pode diminuir até 75% dependendo do teor de gás no líquido (CHAUDHRY, 2014).

Os métodos numéricos, por meio da modelagem computacional, permitem compreender as principais características das variações de pressão durante o golpe de aríete. Nesse ínterim, os dois modelos mais utilizados para simulação computacional em um fluxo bifásico são o Modelo de Cavidade de Vapor Discreto (DVCM) e o Modelo de Cavidade de Gás Livre Discreto (DGCM), ambos utilizando o Método das Características como base numérica (ZHOU et al., 2018). Soares et al. (2015) relatam que o DGCM reproduz resultados mais aceitáveis, pois as cavidades formadas pelos gases são distribuídas ao longo de cada seção da tubulação.

Visando a uma melhor compreensão do fenômeno, utilizam-se modelos complementares aos modelos de fluxo bifásico, tais como modelos viscoelásticos (ZHU et al., 2018), modelos com fator de atrito variável (KJERRUMGAARD et al., 2018) e modelos com celeridade variável (NGUYEN, 2009). No entanto, um modelo que incorpora um fluxo bifásico com celeridade e fator de atrito variável, acrescido à consideração dos vazios dentro da tubulação, ainda não foi estudado.

O presente trabalho visa analisar o transitório em condutos forçados, considerando um fluxo bifásico através do DGCM com a celeridade e fator de atrito variável. Para esse modelo, realizou-se uma mudança na equação da celeridade de onda variável (NGUYEN, 2009), unificando o ar e o gás da mistura bifásica em uma variável adimensional chamada de fração de vazio,  $\epsilon_v$ .

Serão verificados três valores de frações de vazios iniciais, buscando a mais adequada para

cada experimento. Por fim, será analisada a influência do  $\varepsilon_0$  na modelagem do transitório hidráulico, comparando com dados experimentais.

### 1.1 Equações Fundamentais e Método das Características (MOC)

As equações momentum e da continuidade (Eq. 1 e 2) são desenvolvidas com base no teorema fundamental de Reynolds, formando um par de equações diferenciais parciais lineares de 2ª ordem quase-hiperbólicas por meio do método de diferenças finitas, transformando-as em um par de equações homogêneas. Essas equações compõem a Teoria da Coluna Elástica ou Teoria do Golpe de Aríete:

$$L_1 = gH_x + V_t + \frac{f}{2D} V|V| = 0 \quad (1)$$

$$L_2 = H_t + \frac{a^2}{g} V_x = 0 \quad (2)$$

Em que,

$g$ , é a aceleração gravitacional [ $L.T^{-2}$ ];

$f$ , é o fator de atrito;

$V$ , é a velocidade do fluido [ $L.T^{-1}$ ];

$D$ , é o diâmetro nominal [ $L$ ];

$H$ , é a carga piezométrica [ $L$ ];

$a$ , é a celeridade [ $L.T^{-1}$ ].

O Método das Características (MOC) destaca-se como o método mais utilizado para a modelagem do golpe de aríete. Para que esse método seja estável, a condição de estabilidade de Courant-Friedrich-Lewy deve ser satisfeita (WYLIE et al., 1993).

## 2 MATERIAIS E MÉTODOS

Este trabalho utilizará dois modelos para a realização da modelagem computacional do golpe de aríete: o Modelo 1, composto apenas pelo MOC; e o Modelo 2, utilizando o MOC, incluindo o fator de atrito vari-

ável (BRUNONE et al., 1991) e o modelo DGCM, com celeridade variável modificada (NGUYEN, 2009).

Conforme Nguyen (2009), em um mesmo instante é possível ter variações de velocidade de onda devido à propriedade do fluido. Assim, considera-se nesse método a variação local da celeridade da onda com a pressão e conteúdo de ar pontuais. Além disso, o coeficiente politrópico utilizado foi ( $n = 1,34$ ) conforme trabalho experimental realizado por Magalhães et al. (2003), admitindo a proposição de Chaudhry (2014) para câmaras de ar de pequeno tamanho e transientes rápidos.

Nguyen (2009) utilizou considerações de fração de vazio separadas para ar e para gás. No novo método proposto neste trabalho, tudo o que não é líquido é incorporado em  $\varepsilon_0$ , e essa consideração foi implementada no Modelo 2.

Nesse sentido, a equação da fração de vazio (Eq. 3) implementada no Modelo 2 foi baseada na propriedade adiabática do fluido e no desenvolvimento da equação de Laplace-Poisson. Assim, toda a dilatação dos vazios durante o transiente é respeitada, pois os vazios se expandem e se contraem dependendo da pressão atuante na seção computacional.

$$\varepsilon_i^{k+1} = \left( \frac{P_i^k}{P_i^{k+1}} \right)^{\left(\frac{1}{n}\right)} \cdot (\varepsilon_i^k) \quad (3)$$

Em que,

$\varepsilon_i^k$ , é a fração de vazio no passo de tempo  $k$  (anterior) em um trecho  $i$ ;

$P_i^k$ , é a pressão no passo de tempo  $k$  (anterior) em um trecho  $i$  - [ $ML^{-1}T^{-2}$ ];

$\varepsilon_i^{k+1}$ , é a fração de vazio no passo de tempo  $k+1$  (atual) em um trecho  $i$ ;

$P_i^{k+1}$ , é a pressão no passo de tempo  $k+1$  (atual) em um trecho  $i$  - [ $ML^{-1}T^{-2}$ ];

$n$ , é a Constante Anisotrópica ou Coeficiente Politrópico.

Entretanto, o valor de  $\varepsilon_0$  é uma incógnita do problema, que deve ser definido inicialmente para a modelagem do golpe de aríete. Nisso, serão arbitrados três valores de  $\varepsilon_0$  para cada teste, em torno de 0,0001, conforme proposto por Chaudhry (2014).

Para a verificação dos modelos propostos neste trabalho, utilizaram-se os resultados experimen-

tais de Soares et al. (2015) (Casos 1 e 2) e Chaudhry et al. (1990) (Caso 3), ambos com tubulação na posição horizontal, em um sistema Reservatório-Tubulação-Válvula (Tabela 01). O transitório será modelado por meio do fechamento de uma válvula a jusante do sistema.

**Tabela 1** - Dados dos casos experimentais, 1 e 2 referem-se a Soares et al. (2015) e 3 a Chaudhry et al. (1990).

ID.	Carga no Reservatório à Montante (m)	Velocidade Inicial (m/s)	Comprimento da Tubulação (m)	Diâmetro da Tubulação (m)	Espessura da Tubulação (m)	Celeridade da Onda (m/s)
1	46.00	0.424	15.22	0.020	0.001	1255
2	46.00	0.497	15.22	0.020	0.001	1255
3	18.46	2.420	30.6	0.026	0.001	715

A análise dos resultados dos modelos supracitados será realizada por meio dos indicadores estatísticos: Erro Relativo (ER), Erro Quadrático Médio (EQM) e Coeficiente de Nash-Sutcliffe (NSE), de acordo com os trabalhos de Martins et al. (2014) e Saemi et al. (2018). Com esses indicadores, será verificada, em relação aos resultados experimentais de cada teste, a acurácia entre Modelos 1 e 2 e entre os  $\varepsilon_0$  que serão arbitrados para o teste do Modelo 2.

Os três casos experimentais foram simulados utilizando os Modelos 1 e 2 implementados no módulo UFC7, que consiste em um programa de modelagem computacional ao Golpe de Aríete, do Sistema UFC, desenvolvido pelo Laboratório de Hidráulica Computacional (LAHC) do Departamento de Engenharia Hidráulica e Ambiental (DEHA), da Universidade Federal do Ceará (UFC).

### 3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Para compreender melhor o fenômeno, é fundamental a utilização de métodos complementares ao modelo elástico clássico, e com isso autores

(SOARES, 2015; FERREIRA et al., 2015; BERGANT et al., 2017 e KJERRUMGAARD, 2018) unificaram modelos com suas devidas adequações ao sistema hidráulico simulado.

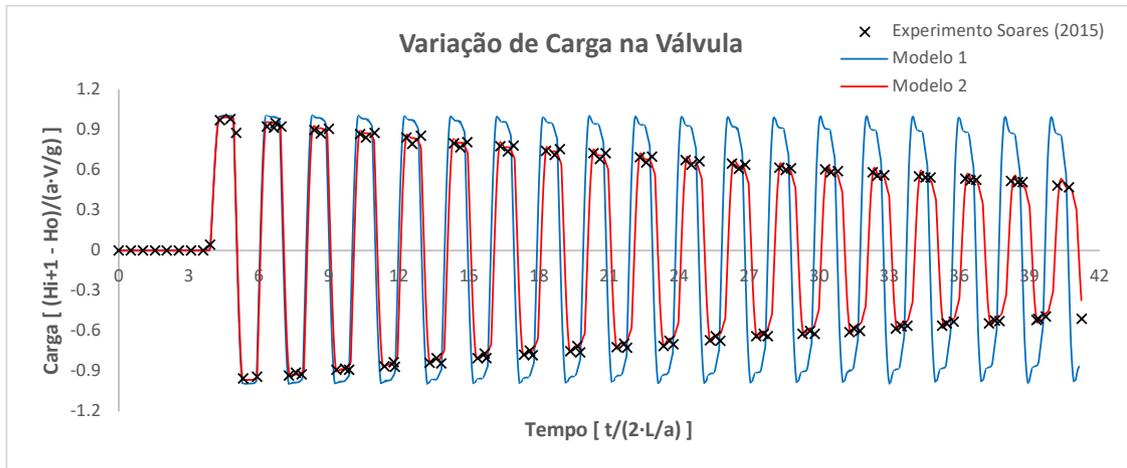
Os Modelos 1 e 2 foram submetidos a simulações de diferentes diâmetros, vazões e cargas hidráulicas, arbitrando-se três valores de frações de vazios iniciais, buscando-se o mais adequado para cada caso experimental. O golpe de aríete foi devidamente simulado, plotando-se os gráficos de variação de carga na seção computacional que representa a válvula de fechamento a jusante do sistema hidráulico para cada caso.

A variação de carga na seção computacional da válvula de fechamento foi normalizada em todas as simulações, com a finalidade de simplificar a análise dos resultados. Com isso, no eixo das ordenadas, utilizou-se a carga de pressão na seção atual ( $H_{i+1}$ ), a carga hidráulica inicial do trecho ( $H_0$ ) e a equação de Joukowski ( $aV/g$ ). No eixo das abscissas utilizou-se o tempo computacional na seção e o tempo de viagem da onda ( $2L/a$ ).

### 3.1 Caso 1 - Experimento Soares (2015)

Na Fig. 1, o Modelo 1 reproduz bem o primeiro pico de carga hidráulica, porém ao longo do tempo não há uma atenuação desses picos em relação aos dados experimentais. Também se percebe que esse modelo, que utiliza apenas o MOC,

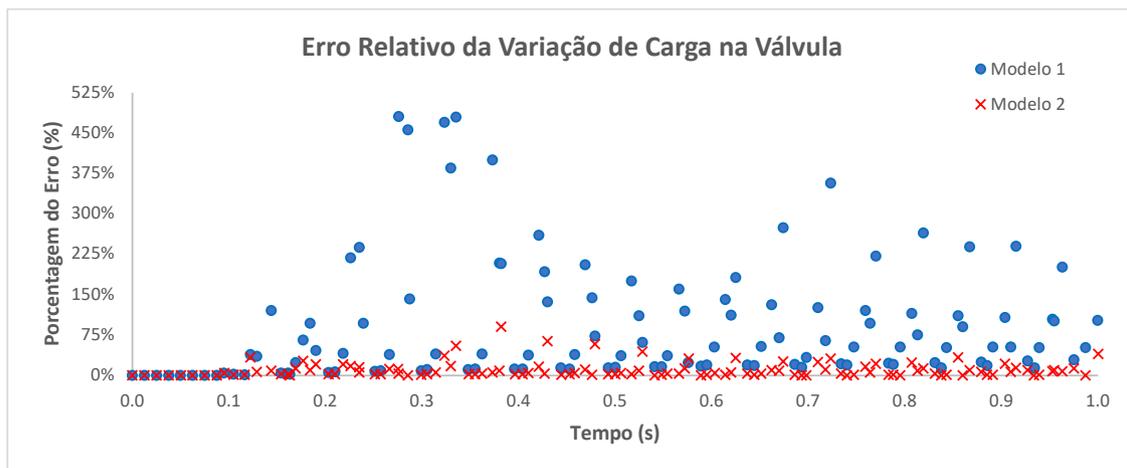
resulta em variações de carga fora de fase em relação aos dados obtidos no Caso 1. Por outro lado, o Modelo 2 mostrou um melhor ajuste aos dados observados, tanto em relação aos picos de carga como na fase entre os resultados, revelando uma melhor aproximação devido à nova consideração da fração de vazios.



**Figura 1** - Variação da Carga na Válvula do 1º Caso (Experimental, Modelo 1 e Modelo 2).

Por meio da análise do Erro Relativo (ER), o Modelo 2 apresentou uma menor porcentagem de erros com uma média de 10,14%, enquanto o Modelo 1 obteve uma média de 90,93% (Fig. 2). Nos indicadores do Erro Quadrático Médio

(EQM) e do Coeficiente Nash-Sutcliffe (NSE), o Modelo 2 apresentou resultados mais relevantes, pois o EQM foi menor e o NSE se aproximou mais do valor 1, entre os dois modelos (Tabela 2).



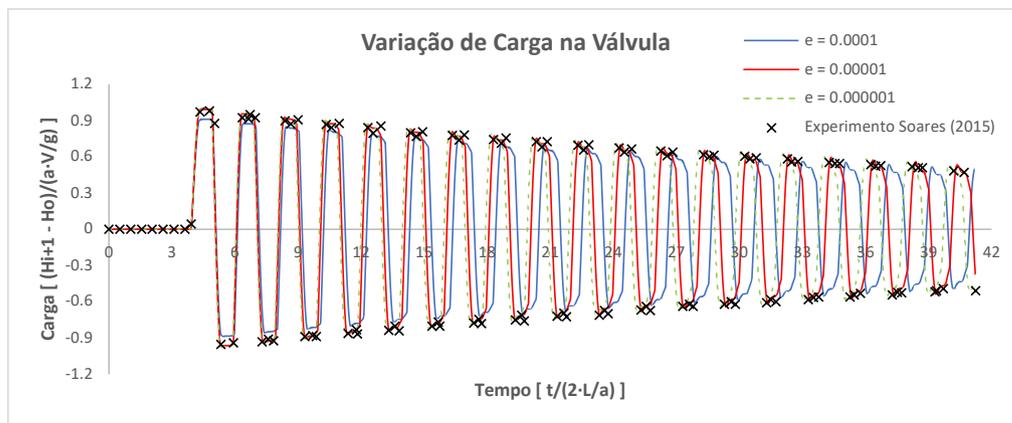
**Figura 2** - Comparações do Erro Relativo do 1º Caso (Modelo 1 e Modelo 2).

**Tabela 2** - EQM e NSE do 1º Caso (Modelo 1 e Modelo 2).

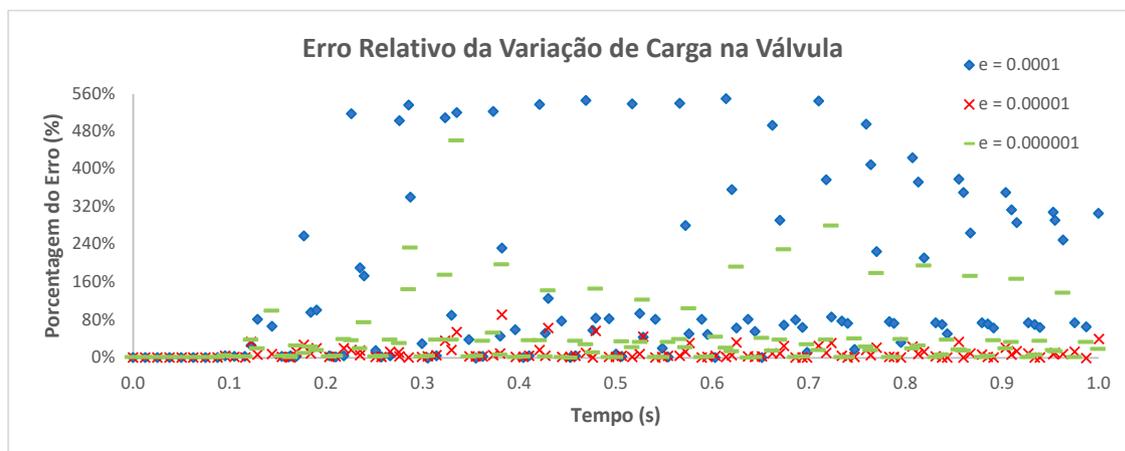
Método	EQM	NSE
Modelo 1	19.614	0.724
Modelo 2	4.337	0.987

Também se pode constatar que o fenômeno transiente permanece por um período mais lon-

go quando se aumenta a quantidade de vazios (Fig. 3), porém os picos apresentaram valores de carga mais baixos. Analisando os indicadores de ER (Fig. 4), EQM e NSE (Tabela 3), constata-se que o valor  $\epsilon_0 = 0,00001$  resulta em valores de carga mais próximos aos dados experimentais.



**Figura 3** - Variação da Carga na Válvula do 1º Caso ( $e = 0,0001$ ,  $e = 0,00001$ ,  $e = 0,000001$ ).



**Figura 4** - Comparações do Erro Relativo do 1º Caso ( $e = 0,0001$ ,  $e = 0,00001$ ,  $e = 0,000001$ ).

**Tabela 3** - EQM e NSE do 1º Caso ( $e = 0,0001$ ,  $e = 0,00001$ ,  $e = 0,000001$ )

Fração de Vazio Inicial	EQM	NSE
$e = 0.0001$	34.876	0.129
$e = 0.00001$	4.337	0.987
$e = 0.000001$	14.109	0.857

### 3.2 2º Caso - Experimento Soares (2015)

Nessa simulação ocorreu a separação de coluna líquida devido a um acréscimo na velocidade inicial do fluido (Tabela 1). Apesar disso, não houve um aumento de carga no segundo pico de pressão como descrito por Soares (2015);

no entanto, o modelo 2 apresentou uma atenuação considerável dos picos de pressão (Fig. 5). Na Fig. 6, percebe-se uma descrição mais

ajustada dos dados observados no Modelo 2 (Tabela 4), porém a precisão foi menor em relação ao Caso 1.

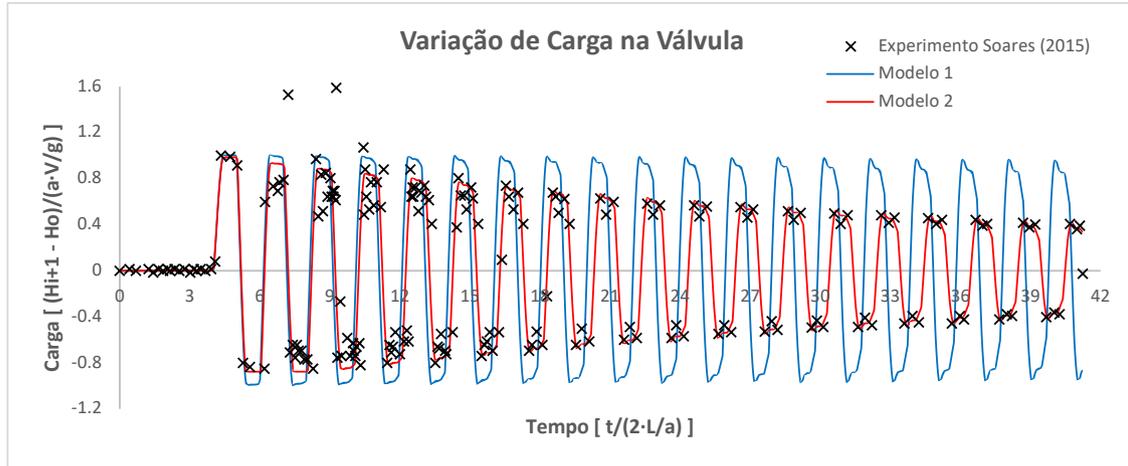


Figura 5 - Variação da Carga na Válvula do 2º Caso (Experimental, Modelo 1 e Modelo 2).

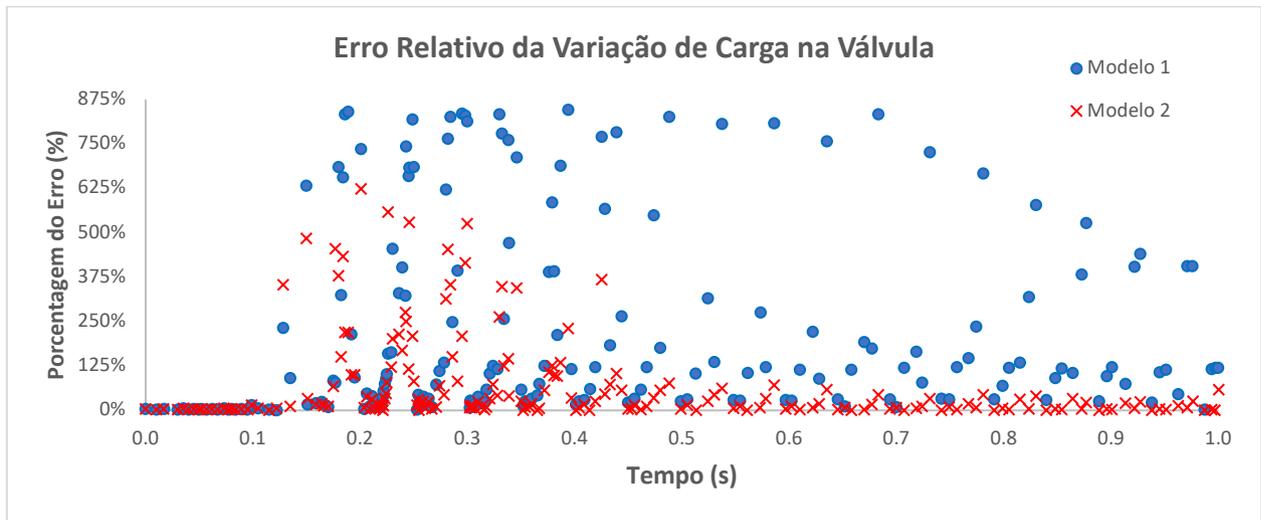


Figura 6 - Comparações do Erro Relativo do 2º Caso (Modelo 1 e Modelo 2).

Tabela 4 - EQM e NSE do 2º Caso (Modelo 1 e Modelo 2).

Método	EQM	NSE
Modelo 1	45.235	-0.412
Modelo 2	17.349	0.792

As Fig. 7 e 8 e a Tabela 5 mostram que o valor  $\epsilon_0 = 0,000017$  apresenta uma descrição mais ajustada

dos dados modelados em relação ao observado. Isso é refletido pela correlação entre a pressão e a fração de vazio próximas à válvula. As oscilações observadas nos segundo e terceiro picos de carga experimentais podem estar ligadas à vibração da válvula e à propagação de ondas no tubo a jusante, o que não foi levado em consideração no Modelo 2.

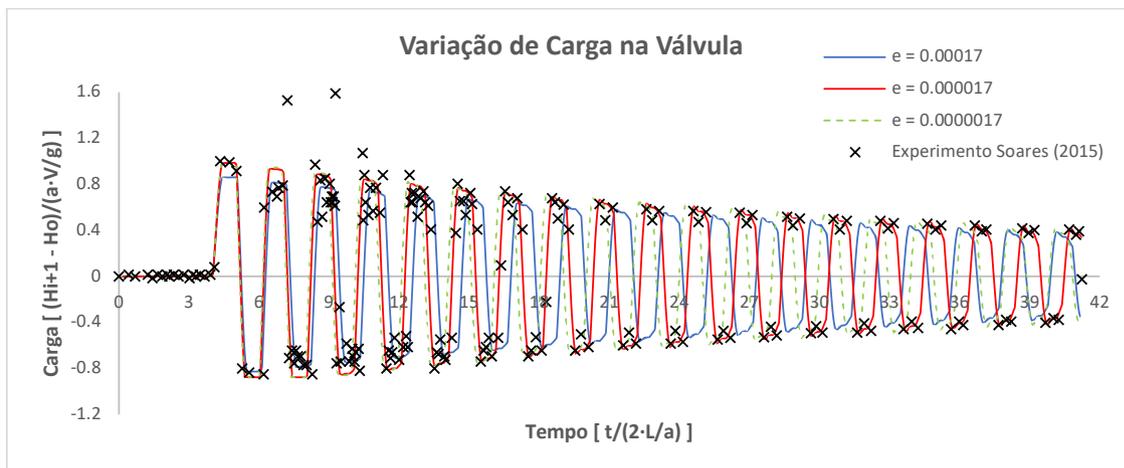


Figura 7 - Variação da Carga na Válvula do 2º Caso (e = 0,00017, e = 0,000017, e = 0,0000017).

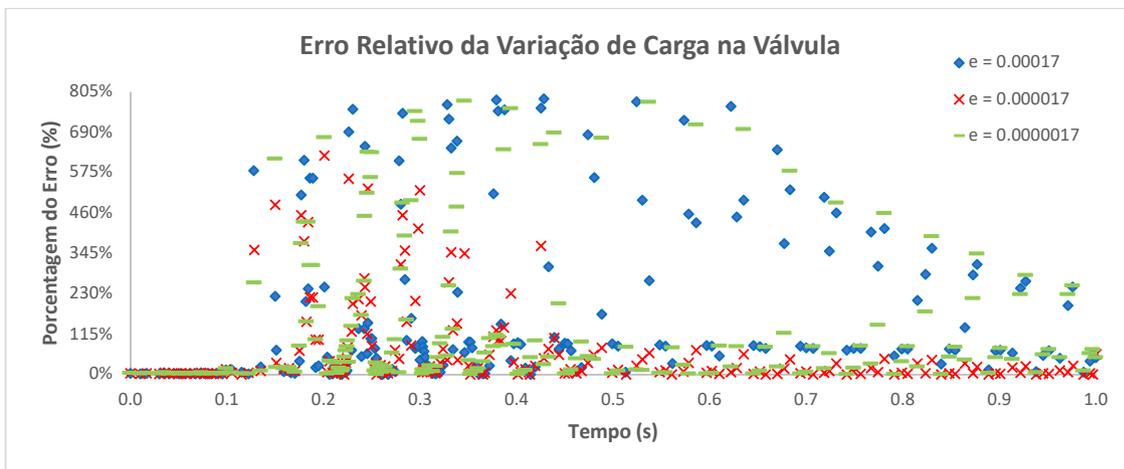


Figura 8 - Comparações do Erro Relativo do 2º Caso (e = 0,00017, e = 0,000017, e = 0,0000017).

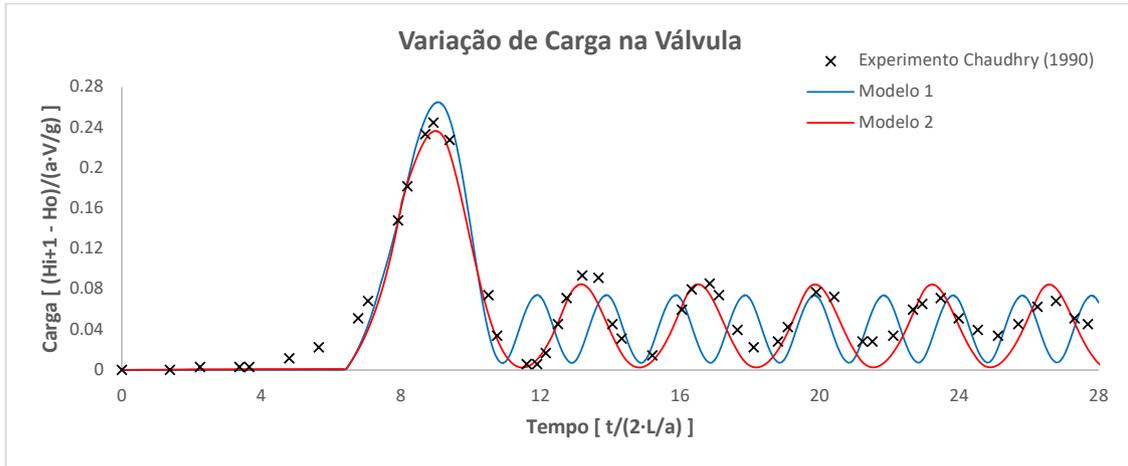
Tabela 5 - EQM e NSE do 2º Caso (e = 0,00017, e = 0,000017, e = 0,0000017)

Fração de Vazio Inicial	EQM	NSE
e = 0.00017	37.106	0.048
e = 0.000017	17.349	0.792
e = 0.0000017	33.980	0.201

### 3.3 3º Caso - Experimento Chaudhry (1990)

O Caso 3 é caracterizado por um fluxo com

bolhas de ar, pois Chaudhry (1990), ao realizar o experimento, injetou ar a montante da tubulação do sistema. Nesse contexto, o Modelo 2 apresentou um comportamento diferente dos casos anteriores. Não houve a atenuação dos picos de carga de hidráulica ao longo do Regime Transiente. No entanto, os picos gerados pelo Modelo 2 mantiveram a fase em relação aos dados observados (Fig. 9).



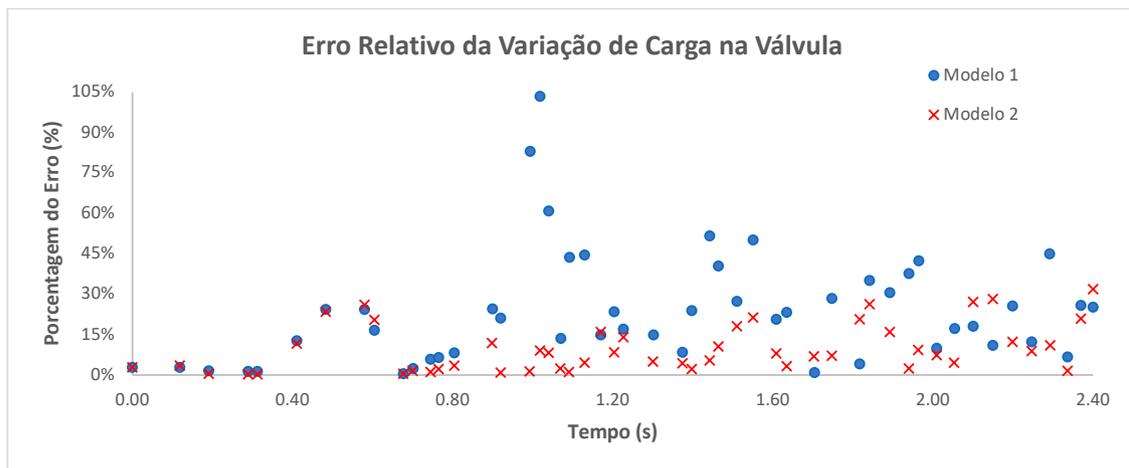
**Figura 9** - Variação da Carga na Válvula do 3º Caso (Experimental, Modelo 1 e Modelo 2).

Apesar da injeção de bolhas de ar, não ocorreu separação de coluna devido ao fechamento não instantâneo da válvula a jusante. Conforme a Fig. 10 e a Tabela 6, apesar da não atenuação dos picos de carga hidráulica, os indicadores ainda retornaram os valores do Modelo 2 melhores em relação ao do Modelo 1. O Modelo 1 apresentou

erro relativo médio de 23,52%, enquanto o Modelo 2 resultou em uma média de 9,76%.

**Tabela 6** - EQM e NSE do 3º Caso (Modelo 1 e Modelo 2).

Método	EQM	NSE
Modelo 1	5.742	0.659
Modelo 2	2.440	0.938



**Figura 10** - Comparações do Erro Relativo do 3º Caso (Modelo 1 e Modelo 2).

De acordo com as Fig. 11 e 12 e a Tabela 7, o valor de  $\epsilon_0 = 0,0018$  apresentou resultados mais ajustados aos observados.

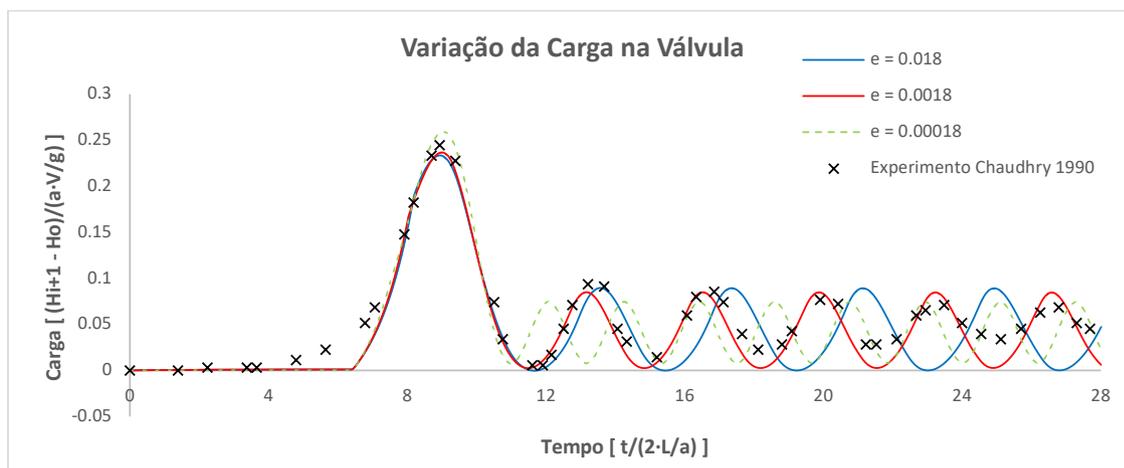


Figura 11 - Variação da Carga na Válvula do 3º Caso (e = 0,018, e = 0,0018, e = 0,00018).

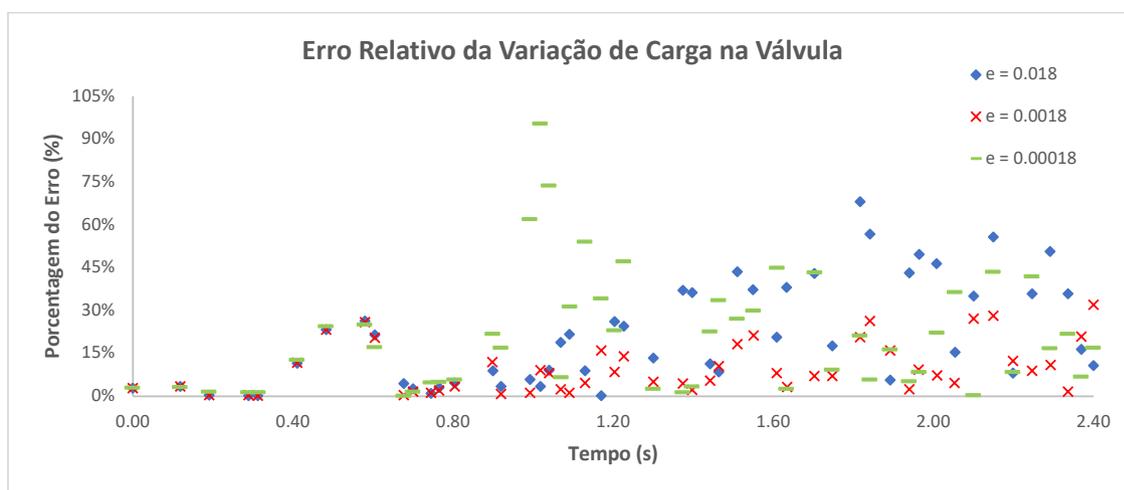


Figura 12 - Comparações do Erro Relativo do 3º Caso (e = 0,018, e = 0,0018, e = 0,00018).

Tabela 7 - EQM e NSE do 3º Caso (e = 0,018, e = 0,0018, e = 0,00018)

Fração de Vazio Inicial	EQM	NSE
e = 0.018	5.518	0.685
e = 0.0018	2.440	0.938
e = 0.00018	5.325	0.707

#### 4 CONCLUSÕES

Com base nos resultados apresentados, o Modelo 2, que utiliza o Método das Características (MOC) e a inclusão do fator de atrito variável e do modelo DGCM com celeridade variável modificado,

retornou valores mais próximos dos dados observados dos experimentos. Isso é caracterizado pela atenuação dos picos de carga hidráulica e a consideração do fluxo bifásico ao longo do Regime Transiente induzido pelo fechamento da válvula a jusante dos casos simulados neste trabalho.

Entretanto, para o funcionamento do Modelo 2, é necessário arbitrar valores de fração de vazio inicial,  $\epsilon_0$ , no qual pode-se perceber uma sensibilidade na variação desses adimensionais. Os valores de  $\epsilon_0$  podem ser ainda mais refinados dentro do modelo para obter indicadores melhores do que os apresentados neste trabalho. Nesse

contexto, o intuito neste estudo foi o de mostrar a acurácia do novo modelo proposto, com o auxílio dos indicadores estatísticos ER, EQM e NSE. Portanto, o Modelo 2 expõe a necessidade da união de métodos complementares ao modelo elástico padrão ou a utilização de novos métodos. Vale ressaltar que, com a consideração do fluxo bifásico em conjunto com o fator de atrito e celeridade variável adicionado a uma fração de vazio, obtiveram-se resultados com precisões de até 0.987, segundo o indicador NSE.

## 5 AGRADECIMENTOS

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), pelo apoio e financiamento desta pesquisa. Ao Laboratório de Hidráulica Computacional (LAHC) pelo suporte técnico.

## 6 CONTRIBUIÇÃO DOS AUTORES

Resumo, Paiva BA e Sanders Neto VC; Introdução, Paiva BA; Materiais e Métodos, Paiva BA; Resultados e Discussões, Paiva BA; Redação – Primeira versão, Paiva BA; Redação – Revisão & Edição, Sanders Neto VC, Barbosa JMC e Castro MAH; Infraestrutura, Castro MAH.

## 7 REFERÊNCIAS

ADAMKOWSKI, A.; LEWANDOWSKI, M. A new method for numerical prediction of liquid column separation accompanying hydraulic transients in pipelines. *Journal of fluids engineering*, v. 131, n. 7, p. 071302, 2009. <https://doi.org/10.1115/1.3153365>

AZEVEDO NETTO, J. M.; FERNÁNDEZ, M. F. *Manual de hidráulica*. Editora Blucher, 632 p., 2018.

BERGANT, A.; KARADŽIĆ, U.; TIJSSELING, A. Developments in multiple-valve pipeline column separation control. In: *Journal of Physics: Conference Series*. IOP Publishing, 2017. p. 012015. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/813/1/012015>

BRUNONE, B.; GOLIA, U. M.; GRECO, M. Modelling of fast transients by numerical methods. In: *Proc. Int. Conf. on Hydr. Transients with Water Column Separation*. p. 273-280, 1991.

CHAUDHRY, M. H.; BHALLAMUDI, S. M.; MARTIN, C. S.; NAGHASH, M. Analysis of Transient Pressures in Bubbly, Homogeneous, Gas-Liquid Mixtures. *Journal of Fluids Engineering*, v. 112, n. 2, p. 225-231, 1990. <https://doi.org/10.1115/1.2909392>

CHAUDHRY, M. H. *Applied Hydraulic Transients*. 4ª Edição, Columbia, South Carolina, USA: Springer, 2014.

DAUDE, F.; TIJSSELING, A. J.; GALON, P. Numerical investigations of water-hammer with column-separation induced by vaporous cavitation using a one-dimensional Finite-Volume approach. *Journal of Fluids and Structures*. v. 83, p. 91-118, 2018. <https://doi.org/10.1016/j.jfluidstructs.2018.08.014>

MAGALHÃES, C. A. C.; ARENS, H. G.; PORTO, R. M. Determinação experimental do expoente politrópico em sistemas hidráulicos: escala piloto. *Revista Brasileira de Recursos Hídricos*, v. 8, n. 3, p. 41-46, 2003.

FERREIRA, F. E. F. R.; BARBOSA, J. M. C.; DE CASTRO, M. A. H. Modelagem computacional do golpe de aríete em condutos plásticos. *Revista DAE*. v. 64, n. 202, p. 20-31, 2015.

IVLJANIN, B.; STEVANOVIĆ, V. D.; GAJIC, A. Water hammer with non-equilibrium gas release. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, v. 165, p. 229-240, 2018. <https://doi.org/10.1016/j.ijpvp.2018.07.009>

KARADŽIĆ, U.; JANKOVIĆ, M.; STRUNJAŠ, F.; BERGANT, A. Water Hammer and Column Separation Induced by Simultaneous and Delayed Closure of Two Valves. *Strojnik Vestnik/Journal of Mechanical Engineering*, v. 64, n. 9, p. 525-535, 2018.

KJERRUMGAARD, R.; LARSEN, J. K.; LASSEN, K. L.; MANDØ, M.; ANDREASEN, A. Implementation and Validation of a Free Open Source 1D Water Hammer Code. *Fluids*, v. 3, n. 3, p. 64, 2018. <https://doi.org/10.3390/fluids3030064>

MARTINS, N. M.; CARRICO, N. J.; RAMOS, H. M.; COVAS, D. I. C. Velocity-distribution in pressurized pipe flow using CFD: Accuracy and mesh analysis. *Computers & Fluids*, v. 105, p. 218-230, 2014. <https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2014.09.031>

NGUYEN, D. T. *Fluid Transients in Complex Systems with Air Entrainment*. 2009. 161 f. Tese (Doutorado) – National University of Singapore, Singapore, 2009.

PEZZINGA, G.; SANTORO, V. C. Unitary framework for hydraulic mathematical models of transient cavitation in pipes: numerical analysis of 1D and 2D flow. *Journal of Hydraulic Engineering*, v. 143, n. 12, p. 04017053, 2017. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)HY.1943-7900.0001384](https://doi.org/10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0001384)

SAEMI, S.; RAISEE, M.; CERVANTES, M. J.; NOURBAKSH, A. Computation of two-and three-dimensional water hammer flows. *Journal of Hydraulic Research*, v. 57, n. 3, p. 386-404, 2019. <https://doi.org/10.1080/00221686.2018.1459892>

SANTORO, V. C.; CRIMÌ, A.; PEZZINGA, G. Developments and Limits of Discrete Vapor Cavity Models of Transient Cavitating

Pipe Flow: 1D and 2D Flow Numerical Analysis. **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 144, n. 8, p. 04018047, 2018. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)HY.1943-7900.0001490](https://doi.org/10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0001490)

SOARES, A. K.; MARTINS, N. M.; COVAS, D. I. C. Investigation of transient vaporous cavitation: experimental and numerical analyses. **Procedia Engineering**, v. 119, p. 235-242, 2015. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2015.08.881>

TWYMAN, J. Golpe de Ariete y Separación de la Columna Debido al Apagado de la Bomba. **Revista Ingeniería de Obras Civiles**, v. 8, n. 1, p. 28, 2018.

WYLIE, E. B.; STREETER, V. L.; SUO, L. **Fluid Transient in Systems**. Prentice Hall. New Jersey, USA., 1993.

ZHOU, L.; WANG, H.; BERGANT, A.; TIJSSELING, A. S.; LIU, D.; GUO, S. Godunov-Type Solutions with Discrete Gas Cavity Model for Transient Cavitating Pipe Flow. **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 144, n. 5, p. 04018017, 2018. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)HY.1943-7900.0001463](https://doi.org/10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0001463)

ZHU, Y.; DUAN, H. F.; LI, F.; WU, C. G.; YUAN, Y. X.; SHI, Z. F. Experimental and numerical study on transient air–water mixing flows in viscoelastic pipes. **Journal of Hydraulic Research**. p. 1-11, 2018. <https://doi.org/10.1080/00221686.2018.1424045>