UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ

UNIVERSIDADE ABERTA DO BRASIL

INSTITUTO UFC VIRTUAL

LICENCIATURA EM MATEMÁTICA – SEMIPRESENCIAL

JOSÉ EDILTON HOLANDA DE MIRANDA

USO DO SOFTWARE GEOGEBRA COMO FERRAMENTA NA APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA EM RELAÇÕES MÉTRICAS NOS TRIANGULOS RETANGULOS PARA O 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

FORTALEZA-CEARÁ

2020

JOSÉ EDILTON HOLANDA DE MIRANDA

USO DO SOFTWARE GEOGEBRA COMO FERRAMENTA NA APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA EM RELAÇÕES MÉTRICAS NOS TRIANGULOS RETANGULOS PARA O 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Trabalho de Conclusão de Curso

Licenciatura em Matemática EaD

Universidade Federal do Ceará

Universidade Aberta do Brasil

Orientador: Mr. Elizeu Nascimento Silva

FORTALEZA

2020

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Biblioteca Universitária
Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

M643 José Edilton Holanda de Miranda.

USO DO SOFTWARE GEOGEBRA COMO FERRAMENTA NA APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA EM RELAÇÕES MÉTRICAS NOS TRIANGULOS RETANGULOS PARA O 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL : USO DO SOFTWARE GEOGEBRA COMO FERRAMENTA NA APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA EM RELAÇÕES MÉTRICAS NOS TRIANGULOS RETANGULOS PARA O 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL / José Edilton Holanda de Miranda Miranda. – 2020.
41 f.
Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) – Universidade Federal do Ceará, Instituto UFC Virtual, Curso de Matemática, Fortaleza, 2020.
Orientação: Prof. Me. Mr.Elizeu Nascimento Silva.
Coorientação: Prof. Me. Jorge Carvalho Brandão.

Software GeoGebra, 9ª ano Ensino Fundamental, Geometria.. I. Título.

CDD 510

JOSÉ EDILTON HOLANDA DE MIRANDA

USO DO SOFTWARE GEOGEBRA COMO FERRAMENTA NA APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA EM RELAÇÕES MÉTRICAS NOS TRIANGULOS RETANGULOS PARA O 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Trabalho de Conclusão de Curso
Licenciatura em Matemática EaD
Universidade Federal do Ceará
Universidade Aberta do Brasil

Aprovada em ____/_____/2020.

BANCA EXAMINADORA

____

Prof.: Mr. Elizeu Nascimento Silva (Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

____

Prof.: Mr. Jorge Carvalho Brandão (Prof. Titular)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Dedico este trabalho a Deus que nos guiou para chegarmos até aqui e a minha família.

AGRADECIMENTOS

A DEUS primeiramente, pois sem ele nada disso seria possível, sempre nas dificuldades consegui resisti. A vontade de vencer, porém, foi maior para superar os momentos difíceis.

Aos colegas de turma, que juntos, com os mesmos propósitos vencíamos as dificuldades que iam aparecendo no decorrer do curso.

Aos funcionários do Polo de Quixadá que sempre nos ajudaram nas nossas dificuldades, com respeito e dignidade, para chegarmos até aqui.

Gratidão imensa ao nosso Tutor Presencial do Polo de Quixadá, Adaílson Ramon Pinheiro de Oliveira, que sempre tirava as nossas dúvidas nos ensinando um pouco do que aprendeu também nesse Polo.

A Universidade Federal do Ceará e todo o corpo docente, que não mediram esforços para o êxito da nossa formação acadêmica.

“Não venci todas as vezes que lutei, mas perdi todas as vezes que deixei de lutar”.
Cecília Meireles

RESUMO

Muitas foram as mudanças metodológicas apontadas como tendências de ensino que buscam melhorar a participação do aluno, para a construção do conhecimento como uma forma de aprendizagem e o software Geogebra tem um método inovador para auxiliar na aprendizagem dos discentes, facilitando o ensino da geometria. Este trabalho tem, por objetivo expor atividades de conteúdos geométricos do Ensino Fundamental 2 com o auxílio do software Geogebra. com objetivos específicos em apresentar o software, mostrando sua tela de apresentação e as funções de seus botões, com construções geométricas utilizando o software e auxiliar o aluno na manipulação do software de forma que ele entenda o conteúdo. Trata-se de um estudo bibliográfico, em que não foi realizada pesquisa com professores de matemática atuantes, pois representa um tema que poderá ser desenvolvido posteriormente com aplicações práticas, de forma a estimular os demais formandos a desenvolver um estudo de campo nesse sentido. São explanações com alternativas para trabalhar alguns conteúdos da geometria utilizando o software com o auxílio da essência de como o conteúdo vem exposto nos livros didáticos e a forma de aprendizagem dos próprios professores.

Palavraschave: Software Geogebra; Triângulo; Retângulo.

ABSTRACT

Many methodological changes were pointed out as teaching trends that seek to improve student participation, for the construction of knowledge as a form of learning and Geogebra has an innovative method to assist students in learning, facilitating the teaching of geometry. This work has, as a general objective, to expose geometric content activities of Elementary School 2 with the help of Geogebra software. with specific objectives in presenting the software, showing its presentation screen and the functions of its buttons, with geometric constructions using the software and assist the student in handling the software so that he understands the content. This is a bibliographic study, in which no research was conducted with working mathematics teachers, as it represents a theme that can be developed later with practical applications, in order to stimulate the other trainees to develop a field study in this sense. These are explanations with alternatives to work some contents of geometry using the software with the help of the essence of how the content is exposed in the textbooks and the way of learning of the teachers themselves.Keywords: Geogebra Software; rectangle; triangle

LISTA DE FIGURAS

Figura 22 – Voltando ao cálculo de Y da figura 14

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

NTICs	Novas Tecnologias da informática e comunicações
TecMEM	Tecnológicas e Meios de Expressão em Matemática
PUC-SP	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
UVA	Universidade Vale do Acaraú

LISTA DE SÍMBOLOS

Δ	Delta
90°	Ângulo reto.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

A cada dia nos deparamos com novos meios de comunicação e de entretenimento, a sociedade esta cada vez mais ligada a essas novas tecnologias, e realmente elas vieram para dar auxílio em nosso cotidiano e deixar nossas vidas um pouco mais fáceis. Já que elas estão tão presente em nosso cotidiano devemos aprender a utilizá-las de maneira ainda mais produtiva, em sala de aula, pois a metodologia de ensino ainda tem certa resistência a aderir a esses meios tecnológicos, porém uma maneira de mudar um pouco esse cenário é a utilização de software aplicada na metodologia de ensino no campo da educação.

Essas novas tecnologias estão cada vez mais presentes em nossas vidas e é fácil observar que elas estão cada vez mais acessíveis, pois notamos que quase todas as crianças e adolescentes possuem um dispositivo móvel, o famoso celular, que é um instrumento de comunicação visado para aproximar e interagir com outras pessoas independentes da distância, e podemos observar em sala de aula alguns alunos que parecem está distante mesmo estando na sala, então devemos pensar em uma maneira de chamar a atenção do aluno para a aprendizagem, e por que não utilizar essa realidade de aproximação que o celular proporciona. Assim poderíamos ter a atenção deles e quem sabe assim possa garantir uma educação de qualidade.

Atualmente os professores de matemática enfrentam o desafio de tornar o conteúdo que será visto em sala de aula mais atrativo, e seria uma excelente opção inserir na dinâmica, as (NTICs) novas tecnologias de informática e comunicação, que,sem dúvidas, serão uma grande aliada, o software geobebra que combina conceitos de geometria e álgebra.

Para melhorar a aprendizagem nas formas práticas e teóricas, apresento o software livre GeoGebra que os professores de matemáticacom certa facilidade irão assimilar o seu uso,com certeza o software Geogebra oferece um suporte à educação, é sugerido para aplicação, em todas as turmas do ensino fundamental dos anos iniciais até os finais, sendo também indicado satisfatoriamente para o ensino médio, até os cursos específicos universitários e de pós-graduação, ou outros.

Este trabalho é direcionado as turmas, de 9° ano, do ensino fundamental, onde será mostrado com exemplos elaborados com o software GeoGebra; as relações métricas nos triângulos retângulos.

2 REFERÊNCIAL TEÒRICO

2.1 GEOMETRIA: HISTÓRIA DA GEOMETRIA

A geometria nos acompanha desde a Antiguidade, tudo isso começou com a necessidade de medir terras, pois no Egito nas cheias anuais provocadas pelo rio Nilo destruíam as demarcações dos campos e plantações. Quando as águas voltavam ao seu nível normal, não se tinha, mas divisões aí eles dividiam novamente então foi daí que nasceu a geometria que ficou conhecida como geometria euclidiana por causa de Euclides que foi o primeiro matemático a apresentar a geometria de uma forma mais organizada, através das publicações em seu livro os elementos.

Um dos exemplos da geometria Egípcia são as construções das pirâmides, e templos pelas civilizações egípcias e babilônias, sendo as provas mais antigas sobre o conhecimento de geometria. Porém, outros povos já utilizavam de teoremas como o de Pitágoras. foi um filósofo e matemático grego que fundou a Escola Pitagórica, localizada no sul da Itália. Também chamada de Sociedade Pitagórica, incluía estudos de Matemática, Astronomia e Música.

https://brasilescola.uol.com.br/filosofia/pitagoras-1.htm

Principal obra e contribuição para a matemática de Pitágoras foi a descoberta da relação de igualdade entre a soma dos quadrados dos catetos e o quadrado da hipotenusa de um triângulo retângulo que ficou conhecido como o Teorema de Pitágoras sendo um dos assuntos mais conhecidos da Matemática. Ele é uma das primeiras coisas que lembramos quando falamos sobre geometria ou trigonometria. Sua descoberta foi importante para a época, pois impulsionou inúmeros outros estudos, os quais fizeram com que a matemática avançasse até os dias atuais. Seu enunciado é simples, assim como os cálculos envolvidos.

O teorema de Pitágoras afirma que é válida a relação a seguir: $a^2=b^2+c^2$

2.1.1 A CRIAÇÃO DO SOFTWARE GEOGEBRA

O software GeoGebra é de uso gratuito, bastante dinâmico indicado para todos os níveis de ensino, que associa geometria, álgebra, tabelas e gráficos, estatísticas e cálculos, em uma única aplicação, sendo a sua primeira versão lançada em 2001 por seu idealizador e criador Markus Hohenwarter, sendo um projeto para a sua dissertação de mestrado, com uma excelente aprovação de suas pesquisas ganhou muitas premiações e patrocínios em academias e instituições internacionais.

A popularidade do GeoGebra, cresceu bastante por adquirir em pouco tempo aqueles que buscam respostas rápidas para resoluções matemáticas. Sendo atualmente usado em 190 países e traduzido para 55 idiomas e mais de 300.000 downloads mensais, 62 Institutos GeoGebra em 44 países para auxiliar no seu uso. Tendo essa vasta aceitação no âmbito mundial e tendo recebido vários prêmios de software educacional no continente Europeu e nos estados Unidos da América, sendo assim instalado em milhões de laptops no mundo todo.

Os Institutos GeoGebra têm por finalidade, através do software GeoGebra dividir experiências na capacitação para o seu uso, dando suporte para o desenvolvimento de ferramentas virtuais para os estudantes.

Em linhas gerais os Institutos GeoGebra por meio do software GeoGebra, compartilha experiências sobre capacitação para o uso do GeoGebra, oferecendo suporte para o desenvolvimento de materiais por estudantes e professores para o aprimoramento da Educação Matemática, Ciência e Tecnologia, promovendo a colaboração entre os profissionais e pesquisadores, também buscando estabelecer parcerias e a formação de uma comunidade de usuária do GeoGebra.

O grupo de pesquisa Tecnológicas e Meios de Expressão em Matemática (TecMEM) do Programa de Estudos Pós Graduados em Educação Matemática da PUC/SP e o curso de Ciências da Computação Tem sob sua responsabilidade o Instituto GeoGebra de São Paulo com sede na Faculdade de Ciências Exatas e tecnológicas da PUC-SP.

http://www2.uesb.br/institutogeogebra/?page_id=9

2.1.1.1 APRESENTAÇÃO DO SOFTWARE GEOGEBRA: GEOMETRIA.

O uso do software GeoGebra é iniciando com a sua tela principal de apresentação, sendo do lado esquerdo superior, o menu, calculadora e as ferramentas para executar a Álgebra, que não é o caso desse trabalho. Logo abaixo, temos às ferramentas básicas para fazer as formas geométricas e a interatividade é uma das realidades que o usuário poderá usufruir, ao clicar na palavra “mais” aparecerá o restante das ferramentas que serão usadas para cada forma de acordo com a necessidade do usuário, no lado direito das ferramentas encontra-se a barra de rolagem no sentido vertical para visualizar e alcançar a ferramenta desejada, ao lado direito superior esta o símbolo de configurações que ao ser clicado, remete ao plano, onde se desenham as formas geométricas com as opções de exibir ou não; eixos, malhas etc..., e abaixo está às ferramentas de zoom e tela cheia.

Formas Geométricas

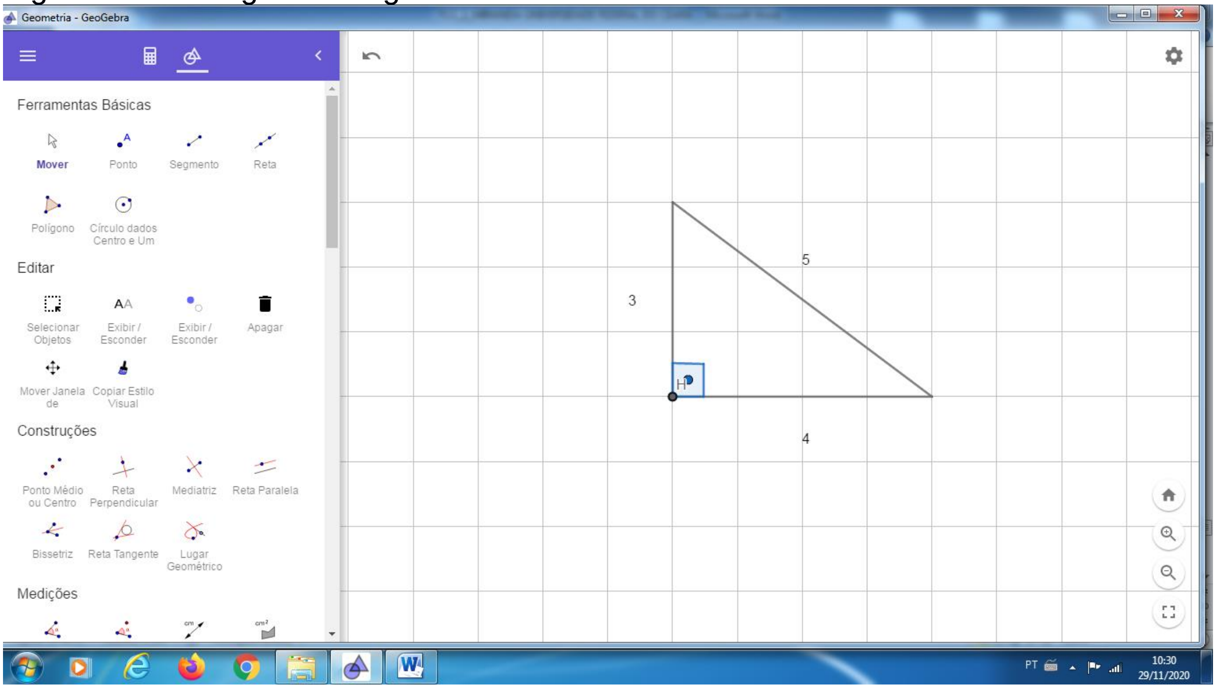
Definição: qualquer conjunto de pontos.

Fonte: https://www.youtube.com/watch?reload=9&v=XAK7m6SRLPw (vídeo acesso em 30/11/2020)

3 RELAÇÕES MÉTRICAS NOS TRIÂNGULOS RETÂNGULOS.

3.1 O TEOREMA DE PITÁGORAS.

Figura: 1 - Triângulo retângulo.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Execução: com o cursor clica nas configurações, abrindo a caixa de ferramentas clica em exibir malha, depois, em malha principal, fazendo a construção do triângulo com a ferramenta segmento. A indicação de perpendicularidade para indicar que é um triângulo retângulo faz com a ferramenta polígono, coloca o ponto dentro do quadrado. E indo na ferramenta texto clica no ponto que deseja coloca as medidas dos catetos e hipotenusa, digitando a medida na caixa de ferramenta que se abre sobre o plano e depois em OK.Fazendo uma medida de cada vez, depois, apagaas letras de execução com as ferramentas: exibir/esconder (A) Nas letras primeiramente, e para apagar os pontos clica sobre a ferramenta Exibir/Esconder (.), clica sobre os pontos depois sobre a ferramenta Exibir esconder(A), e assim, excluem os pontos de construção.

Vamos examinar o triângulo de lados 3, 4,e 5.

Há uma relação entre as medidas dos lados desse triângulo.

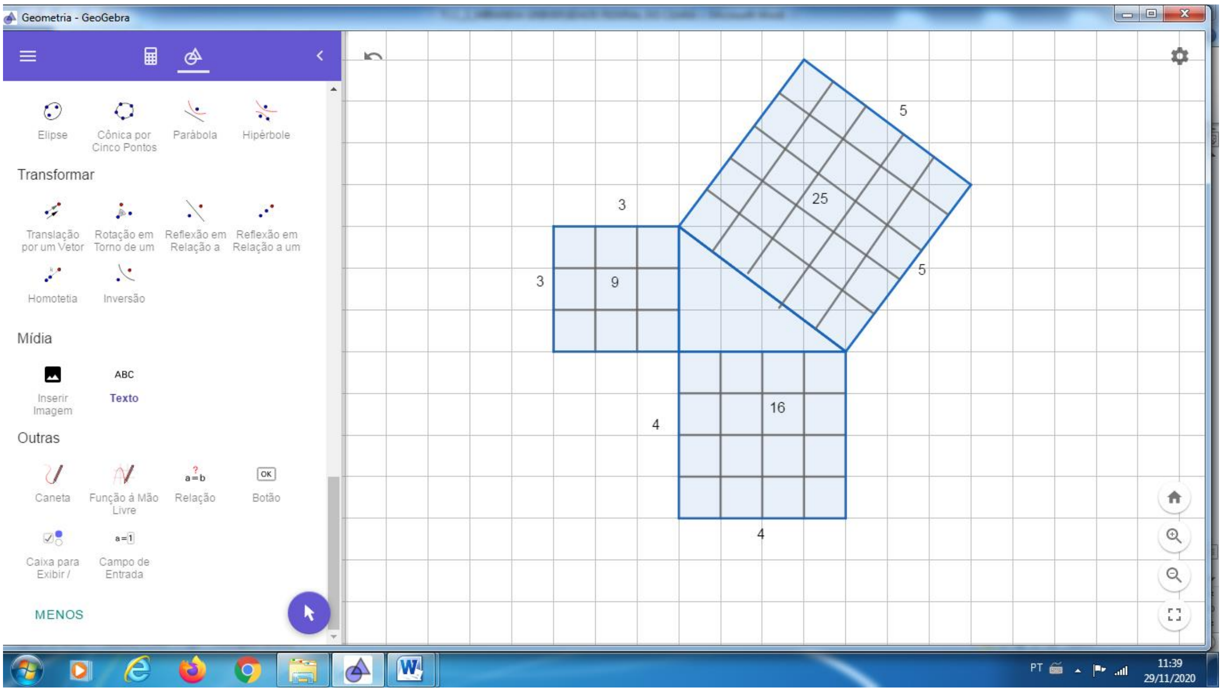
$5^2 = 4^2 + 3^2$

25 = 16 + 9

O quadrado das medidas do lado maior é igual à soma dos quadrados das medidas dos lados menores.

Observando os quadrados que foram construídos sobre cada lado do triângulo de lados 3, 4, 5. **Na Figura– 2**

Figura 2 - Relação métrica do triângulo retângulo.



Elaborada pelo autor.

Execução: existem várias formas de fazer determinadas figuras geométricas, esta foi feita sobre uma malha para facilitar os dimensionamentos. O triângulo foi feito com a ferramenta segmento de reta, após os quadrados, com a ferramenta polígono regula, clicando em dos vértices do triângulo aparece a caixa de texto e já aparece o número 4 clica em Ok e aparece o quadrado, após fazer os três quadrados, executa os quadrados internos com a ferramenta segmento de reta apaga todos os pontos de construção como foi explicado na figura anterior. Por fim, digita dentro dos quadrados maiores a quantidade de quadrados internos existentes em cada um, e a quantidade de quadrados internos nas laterais dos quadrados maiores.

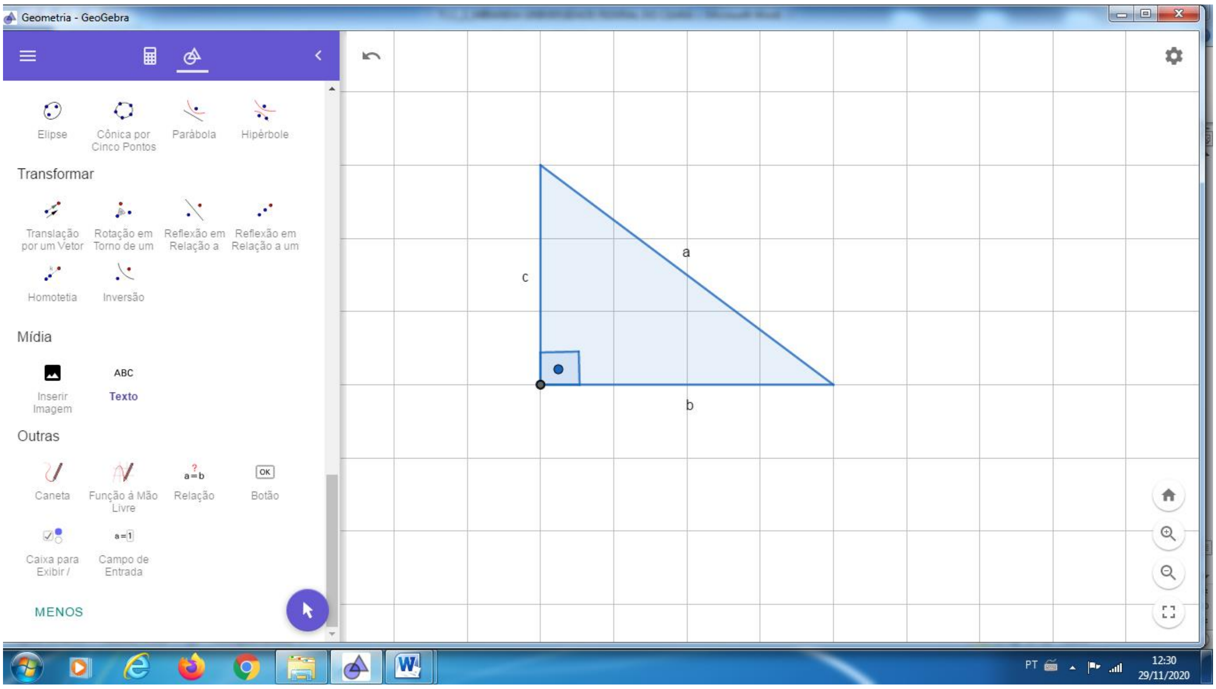
Explicação: Somando as áreas dos quadrados construídos sobre os outros dois lados. Deve-se notar que:

$16 + 9 = 25$

A área do quadrado construído sore o maior lado é igual à soma das áreas dos outros dois quadrados, a relação entre as medidas dos lados de um triângulo retângulo específico, de lados 3 , 4 e 5. Vale para qualquer triângulo retângulo.

No triângulo retângulo, chamamos os lados que formam o ângulo reto de catetos. O lado oposto ao ângulo reto de (lado de maior medida) chama-se hipotenusa**.**

Figura 3 - Triângulo retângulo



Fonte: Elaborada pelo autor.

Execução: explicação na figura 1.

a: Medida da hipotenusa.

b: Medida de um cateto

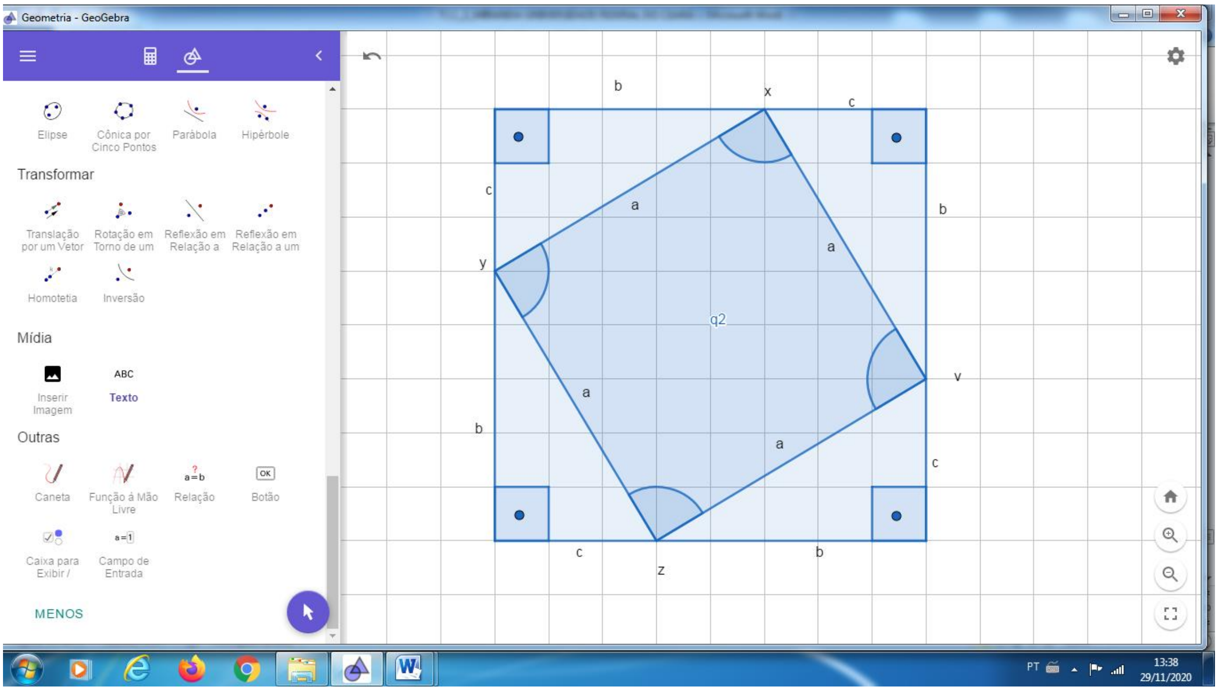
c: medida de outro cateto

Mostrando que, num triângulo retângulo qualquer, temos que:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Construindo um quadrado de lado (b+c) e unindo os pontos e unindo os pontos xyzv fica determinado quatro triângulos retângulos congruentes de catetos b e c e hipotenusa a**. conforme a figura 4.**

Figura 4 – Demonstração do Teorema de Pitágoras.



Fonte: elaborada pelo auto

Execução: Usando a ferramenta polígonos nos quadrados, nos arcos de ângulos a ferramenta setor circular e nas identificações a ferramenta texto.E ponto.

A área do quadrado de lado (b + c) é igual soma das área dos quatro triângulos com a área do quadrado xyzv. Isto é:

$$(b + c)^2 = 4.A_\Delta + a^2$$

$$b^2 + 2bc + c^2 = 4.\frac{b.c}{2} + a^2$$

$$b^2 + 2bc + c^2 = 2bc + a^2$$

Substituindo 2bc de ambos os membros da igualdade.

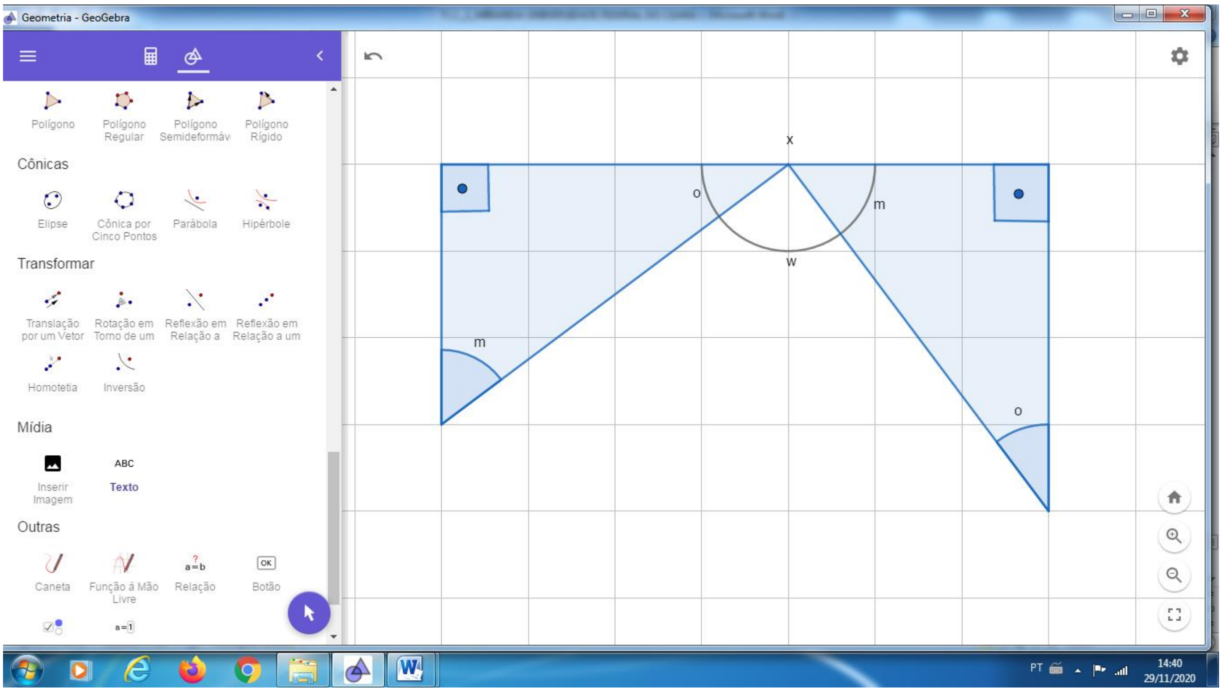
$$b^2 + c^2 = a^2 ou a^2 = b^2 + c^2$$

Provando que em todo triângulo retângulo, o quadrado da medida da hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas dos catetos.

Essa relação é conhecida como Teorema de Pitágoras. (filósofo e matemático grego).

O Quadrilátero xyzv é também um quadrado, **(vejamos na figura 4)**

Figura 5–Demonstração Teorema de Pitágoras.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Execução: Ferramenta, polígono, semicírculo, setor circula, ponto e texto. Esses meios de elaboração já foram explicados.

O quadrilátero xyzv da figura 4,é um quadrado porque tem quatro lados com medida igual à hipotenusa dos triângulos congruentes.

Tem quatro ângulos retos, pois nos triângulos m + o + 90° = 180°, ou seja, m + o =90°. Por outro lado, vemos no detalhe que o + w + m = 180° (ângulo raso). Conclusão: w = 90°

A reciproca do teorema de Pitágoras também é verdadeira: Se em um triângulo, o quadrado da medida do maior lado é igual à soma dos quadrados das medidas dos outros dois lados, então este triângulo é retângulo

Supondo que o triângulo de lados 17cm, 15cm e 8cm, para descobrir se é um triângulo retângulo, basta verificar se as medidas representam o teorema de Pitágoras:

Medida maior lado 17 cm.

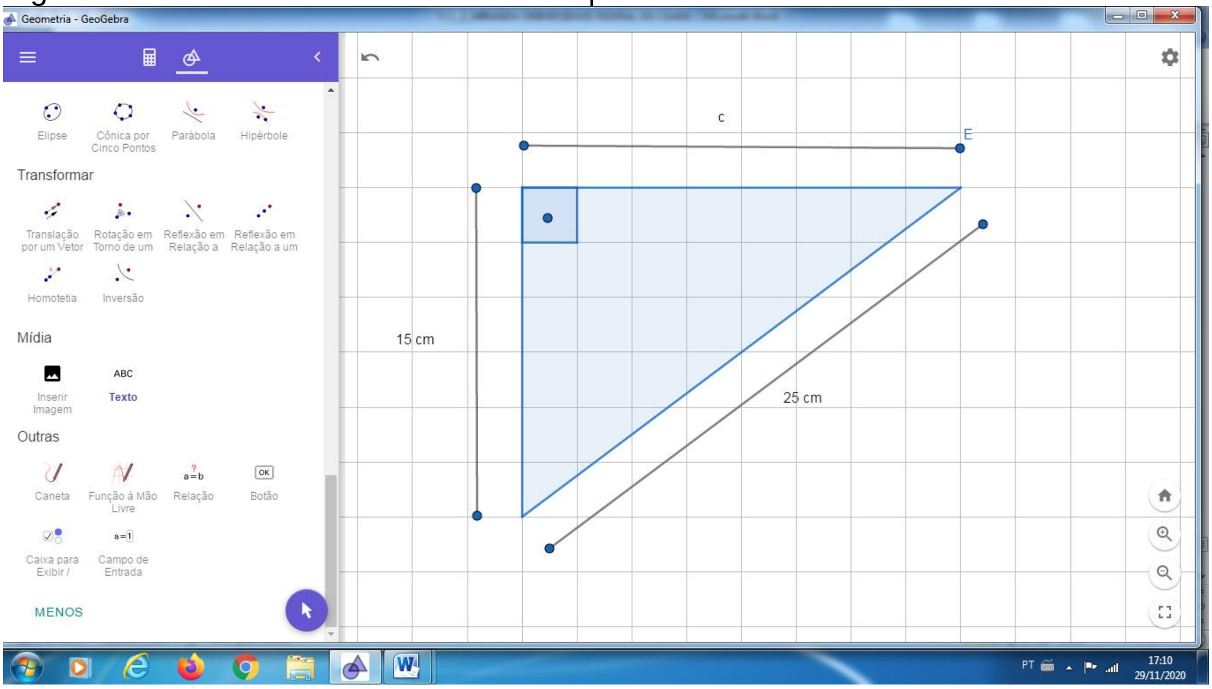
È só verificar se $17^2 + 15^2 = 8^2$

$17^2 = 289$

$15^2 = 225e8^2 = 64$

Sendo 289 = 225 + 64, concluindo que o triângulo é retângulo.

Figura 6 – Determinar medida do cateto que está faltando.



Fonte; Elaborada pelo autor.

Execução: Mostrada em outras figuras.

a = 25 cm

b = 15 cm

c = ?

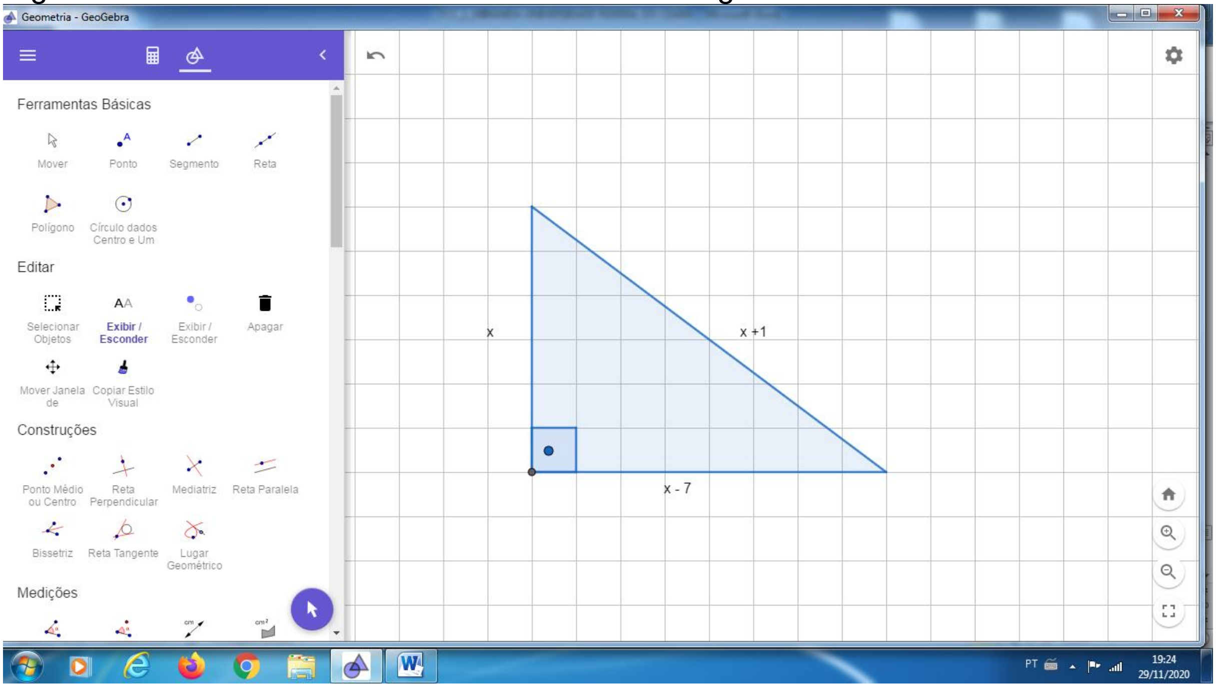
$a^2 + b^2 = c^2 \quad \rightarrow 625 = 225 + c^2$

$c^2 = 625 - 225c^2 = 400$

c = √400

c = 20 cm

Figura 7 – Determinar medidas dos lados do Triângulo.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Execução: Mostrada figuras 01

Hipotenusa; a = x+ 1

Catetos: b = x e c = x – 7

Usando o teorema de Pitágoras:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$x^2 + 2x + 1 = x^2 + x^2 - 14x + 49$$

$$2x + 1 = x^2 - 14x + 49$$

$$x^2 - 16x + 48 = 0$$

Usando a Fórmula de Bhaskara; $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$\Delta = 256 - 192 = 64$

$x = \frac{16 \pm 8}{2} \rightarrow x_1 = 12$

$x_2 = 4$

x = 4 não serve, pois teríamos x – 7 = -3, não existe medida de comprimento negativa.

Então o valor de x = 12

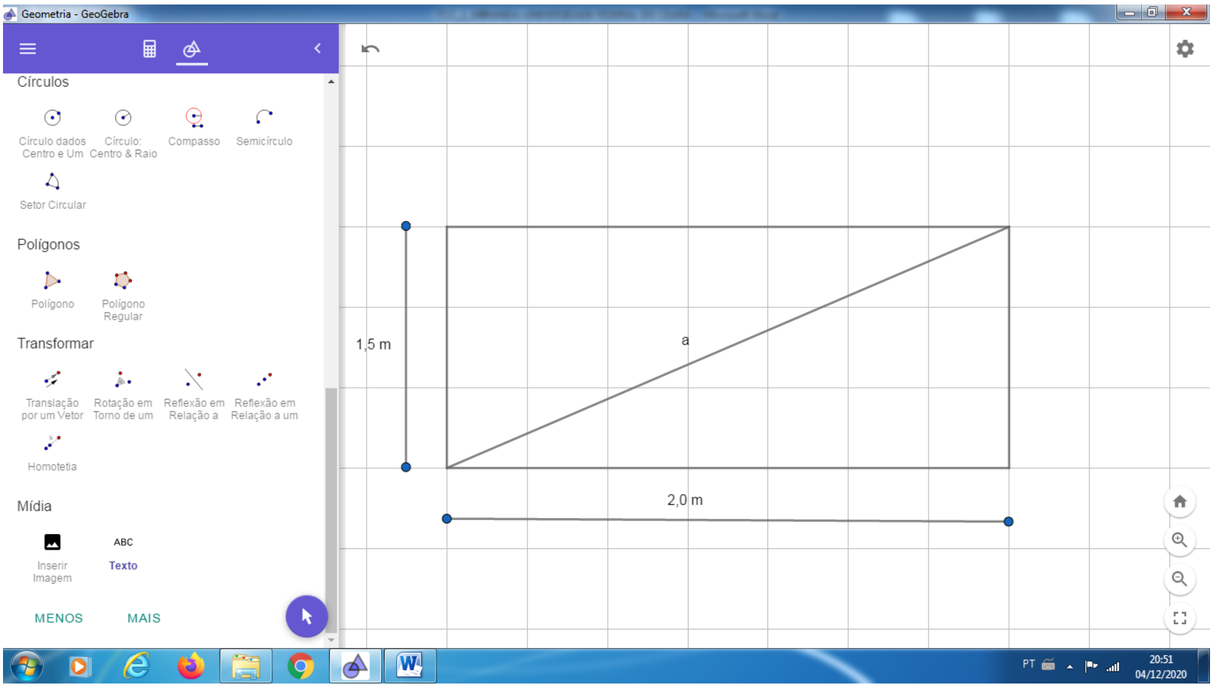
Substituindo o x por 12 nas medidas do triângulo temos:

a = 12 +1 =13

b = 12

c = 12 – 7 = 5

Figura 8 – Calculo da diagonal de um retângulo.



Fonte – Elaborada pelo autor.

Elaboração: fazendo com as ferramentas segmento, texto. Traça o retângulo a diagonal e linhas de cota, com o auxílio da malha para os dimensionamentos.

a = ?

b = 2,0 m

c = 1,5 m

Usando o Teorema de Pitágoras: $a^2 + b^2 = c^2$

$a^2 = 2^2 + 1{,}5^2$

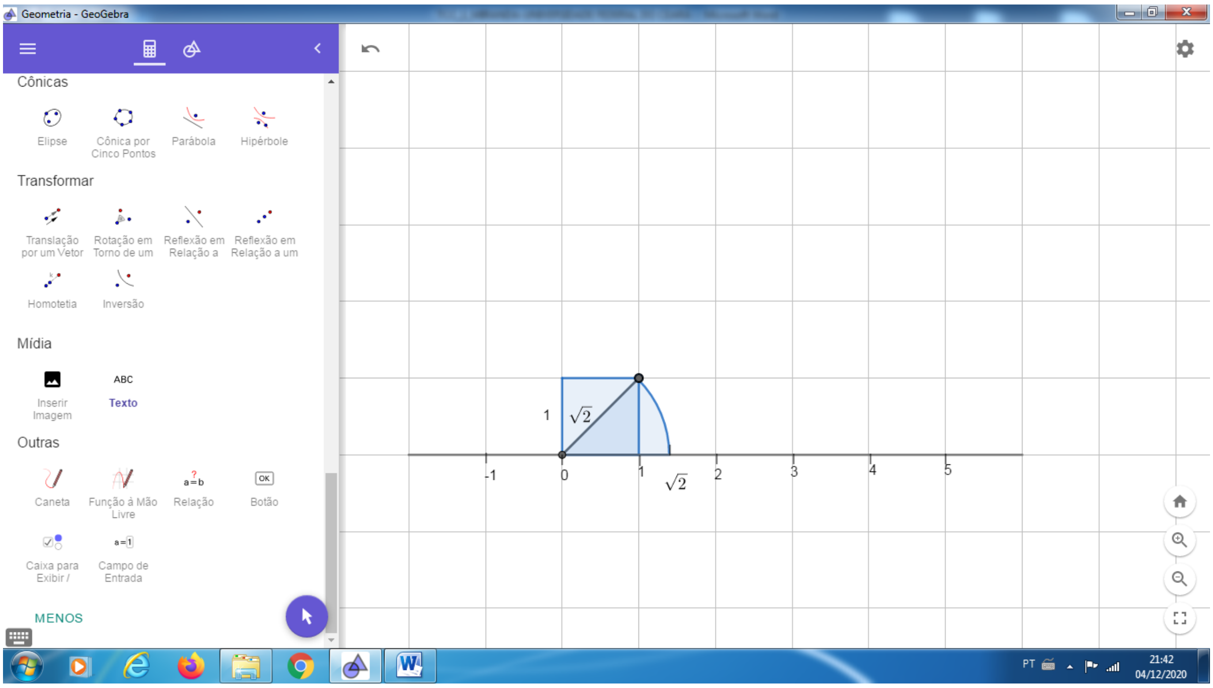
$a^2 = 4 + 2{,}25 = 6{,}25$

a $= \sqrt{6{,}25}$

a = 2,5 m

A Diagonal deve ter 2,5m de comprimento.

Figura 9 – Unidade de Medida √2 na régua numérica.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Execução: Com o auxílio da malha para o dimensionamento e a ferramenta segmento, traça a reta numérica, com a ferramenta polígono, faz o quadrado e a diagonal e com a de texto faz os números, letras e raiz quadrada, e o ângulo com a ferramenta setor circular, O software GeoGebra vai sempre interagindo para que a execução seja eficaz.

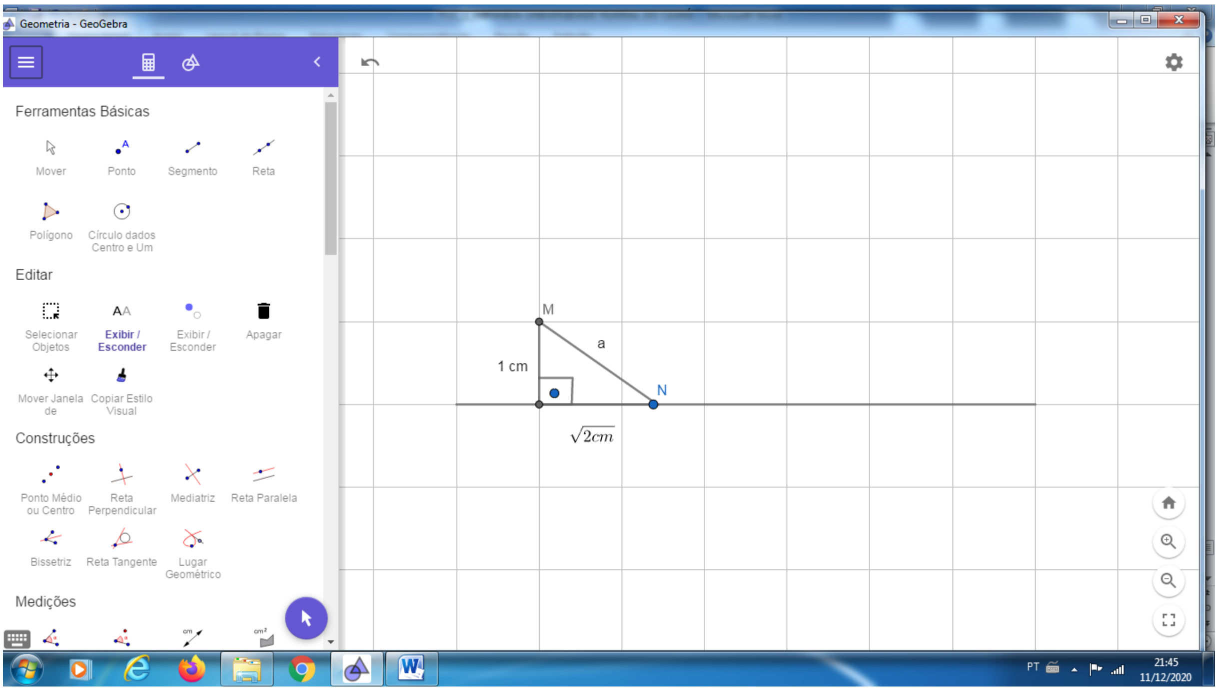
Usando o teorema de Pitágoras e traçando um triângulo retângulo em que os catetos tem a medida de 1 cm, a hipotenusa desse triângulo mede √2 cm.

$$a^2 = 1^2 + 1^2$$

$$a^2 = 2$$

$$a = \sqrt{2}\text{ cm}$$

Figura 10 – Segmento de medida √3



Fonte: Elaborada pelo autor.

Execução: Toda a figura foi feita com as ferramentas segmento, ponto e texto.

Para traçar um segmento MN de medida √3 ´será construído um triângulo retângulo de catetos 1cm e √2 cm, sendo assim a hipotenusa desse triângulo mede

√3 cm.

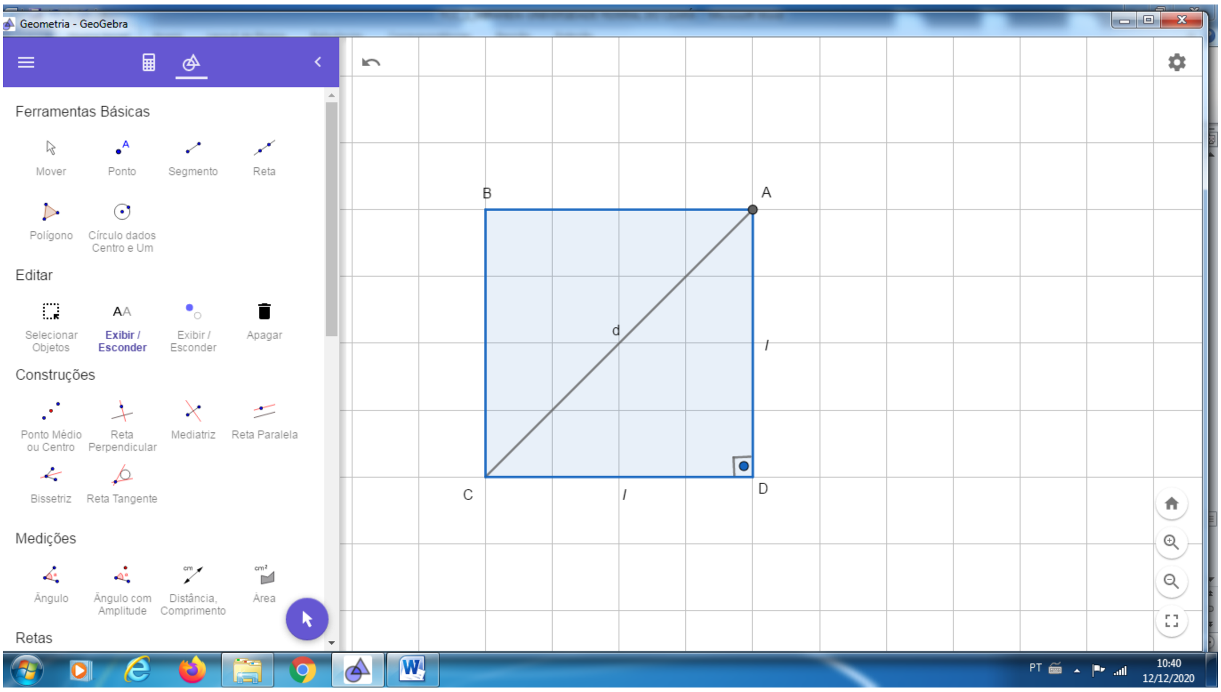
$$a^2 = 1^2 +$$

$$a^2 = 3$$

$$a = \sqrt{3}cm$$

3.1.1 Teorema de Pitágoras, quadrados e triângulos.

Figura 11 – Diagonal de um quadrado.



Fonte: Elaborada Pelo autor.

Execução: ferramentas usadas; polígono regular para o quadrado, segmento para a diagonal o quadrado simbolizando a perpendicular, ponto e texto, apaga os pontos excedentes.

Traçando uma diagonal d do quadrado ABCD de lado L. Usando o teorema de Pitágoras ao triângulo ADC:

$$d^2 = l^2 + l^2$$

$$d^2 = 2l^2$$

$$d = \sqrt{2l^2}$$

$$d = \sqrt{2}\ .\ \sqrt{l^2}$$

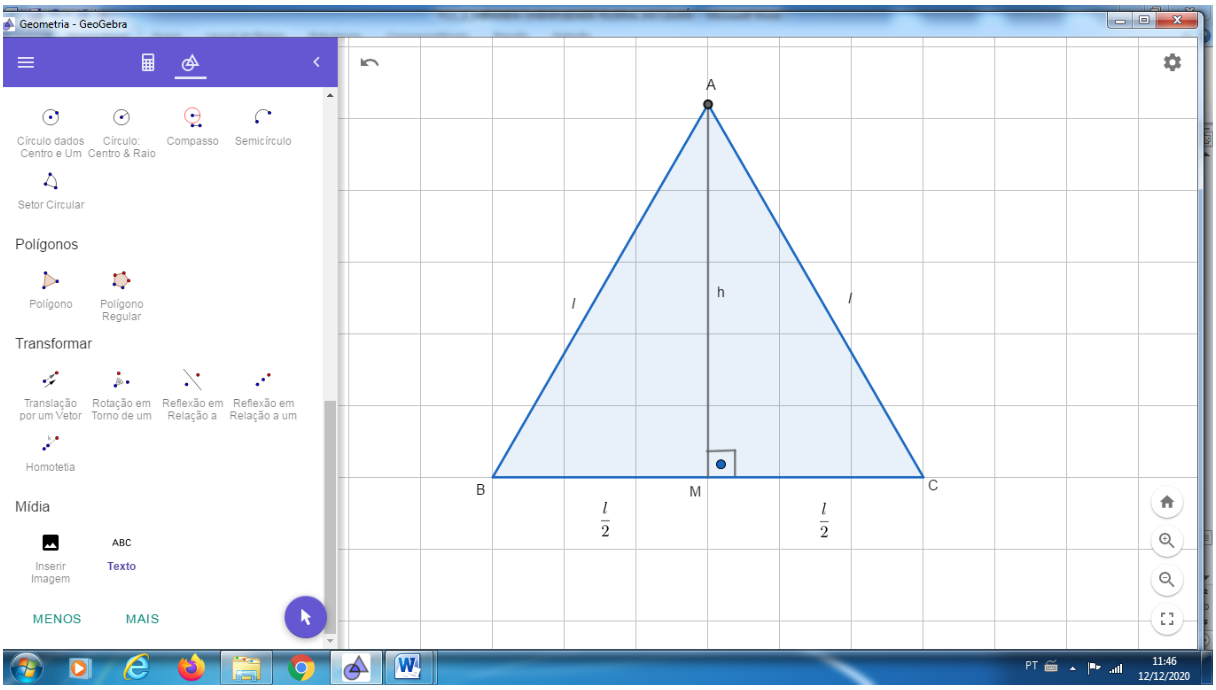
$d = \sqrt{2}.l$ ou $d = l.\sqrt{2}$

Se $d = l.\sqrt{2}$; então $\frac{d}{l} = \sqrt{2} = 1{,}414213$ ....

Ou seja, essa razão entre a medida da diagonal de um quadrado e a medida de seu lado é constante e não é um número racional.

> Os seguidores de Pitágoras não usavam a notação de raiz, nem a notação decimal, mas, por mais que tentassem, não conseguiram expressar essa relação por meio do quociente entre números naturais. Isso os intrigava muito!
>
> Fonte: Livro; Título; Praticando Matemática; 9º ano do ensino Fundamental. Pag.192;.paragrafo:1°; aa. AlvároAndrini / Maria Jose Vasconcelos. Editora do Brasil. 4ªEdição: 2018; www.editoradobrasil.com.brAcesso: 28/11/2020

Figura 12 – Altura de um triângulo equilátero.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Traçando um eixo de simetria no triângulo equilátero ABC, cujo lado l. A altura h fica determinada e termos BM = MC = $\frac{l}{2}$

O triângulo AMC é retângulo. Aplicando o teorema da Pitágoras temos:

$l^2 = \left(\frac{l}{2}\right)^2 + h^2$. “Nesse caso o símbolo ^ (acento circunflexo) foi usado para indicar a potência de 2”

$l^2 = \frac{l^2}{4} + h^2$. Usando frações equivalentes, podemos escrever:

$$\frac{4l^2}{4} = \frac{l^2}{4} + \frac{4h^2}{4}$$

Multiplicando ambos os membros da igualdade por 4:

$4l^2 = l^2 + 4h^2$.   Subtraindo l^2 de ambos os membros da igualdade:

$$3l^2 = 4h^2$$

$$\frac{3l^2}{4} = h^2 \rightarrow h = \sqrt{\frac{3l^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}.\sqrt{l^2}}{\sqrt{4}}$$

$h = \frac{l.\sqrt{3}}{2} \leftrightarrow$ Para obter a medida da altura de um triângulo equilátero, multiplicamos a medida do lado por$\sqrt{3}$ e dividimos por 2.

Figura 13 – O diâmetro de uma circunferência é igual a diagonal de um quadrado.

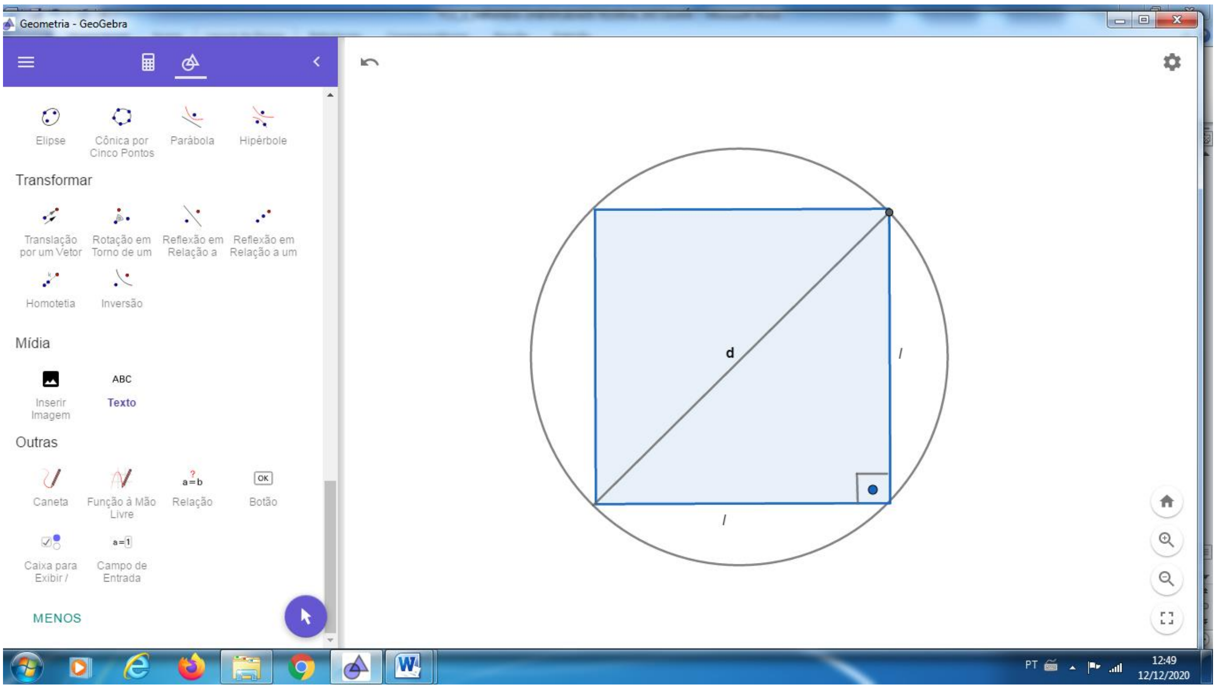


Figura: Elaborada pelo autor.

Execução: Usando a ferramenta; polígono regular para fazer o quadrado, depois traça duas diagonais para definir o ponto médio, que é o mesmo centro do circulo, e com a ferramenta; círculo dado o centro e um ponto; executa o círculo. Apagando os pontos e representação com exibir/esconder.

Área de um quadrado inscrito numa circunferência de raio 2cm. Precisamos determinar a área do quadrado, ou seja, precisamos determinar: $A = l^2$

Descobrindo que $d = l.\sqrt{2}$, temos $4 = l.\sqrt{2}$, ou ainda elevando ambos os membros da igualdade ao quadrado:

$$16 = (l.\sqrt{2}).^2$$

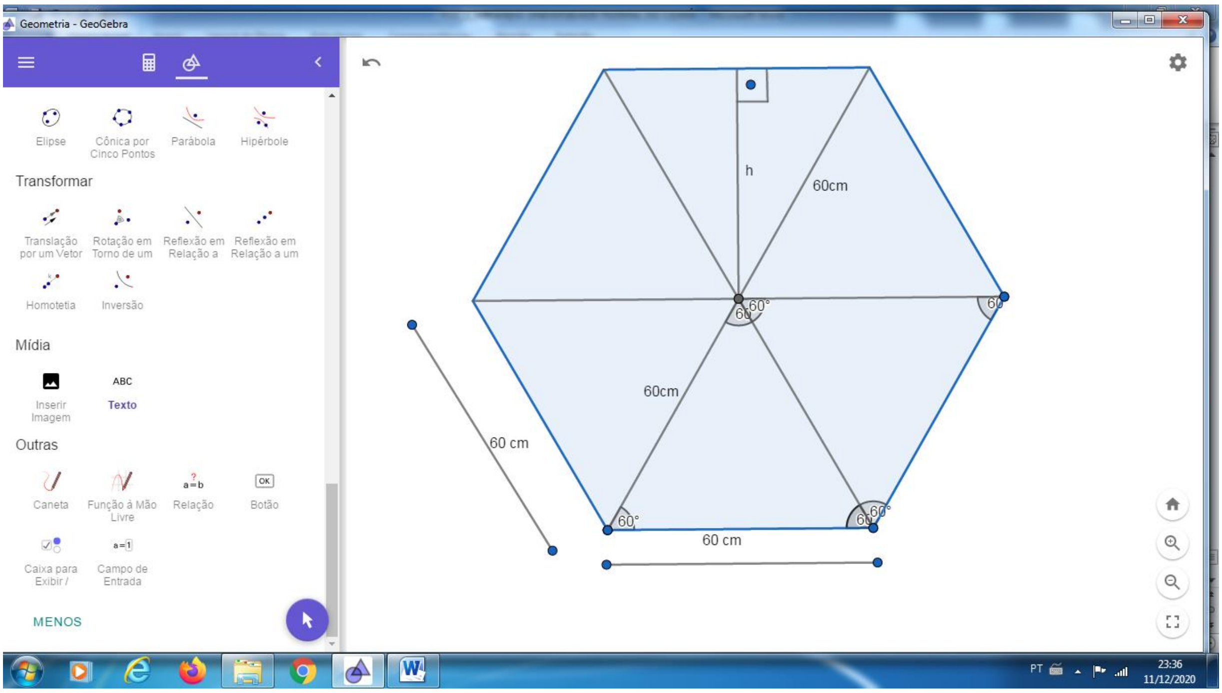
$$16 = l^2.(\sqrt{2}).^2$$

$16 = l^{2}.2 \leftrightarrow \frac{16}{2} = l^2$ n

$$l^2 = 8$$

Sendo assim, l^2 é a área do quadrado.

Figura 14 – Área quadrada de um hexágono



Fonte: Elaborada pelo autor.

Execução: Fazendo o hexágono com a ferramenta polígono regular, as diagonais e a bissetriz e o quadrado de perpendicularidade com a ferramenta segmento, e os ângulos com a ferramenta ângulo e com a de texto coloca as identificações necessárias.

O hexágono regular tem de lado 60 cm. Podendo decompor o hexágono em seis triângulos equiláteros congruentes, de lado 60 cm.

A altura do triângulo equilátero pode ser calculada fazendo:

$h = \frac{l.\sqrt{3}}{2}$. como $l = 60cm$, temos:

$h = \frac{60.\sqrt{3}}{2} = 30\sqrt{3}$ cm

A área de cada triângulo é:

$A = \frac{b.h}{2} = \frac{60.30\sqrt{3}}{2} = 900\sqrt{3}cm^2$

A área do hexágono é seis vezes a área de um triângulo, após a decomposição.

$A_{hexágono} = 6.900\sqrt{3} = 5400\sqrt{3}$. Fazendo $\sqrt{3} \cong 1{,}73$, obtem: $A = 9342cm^2$.

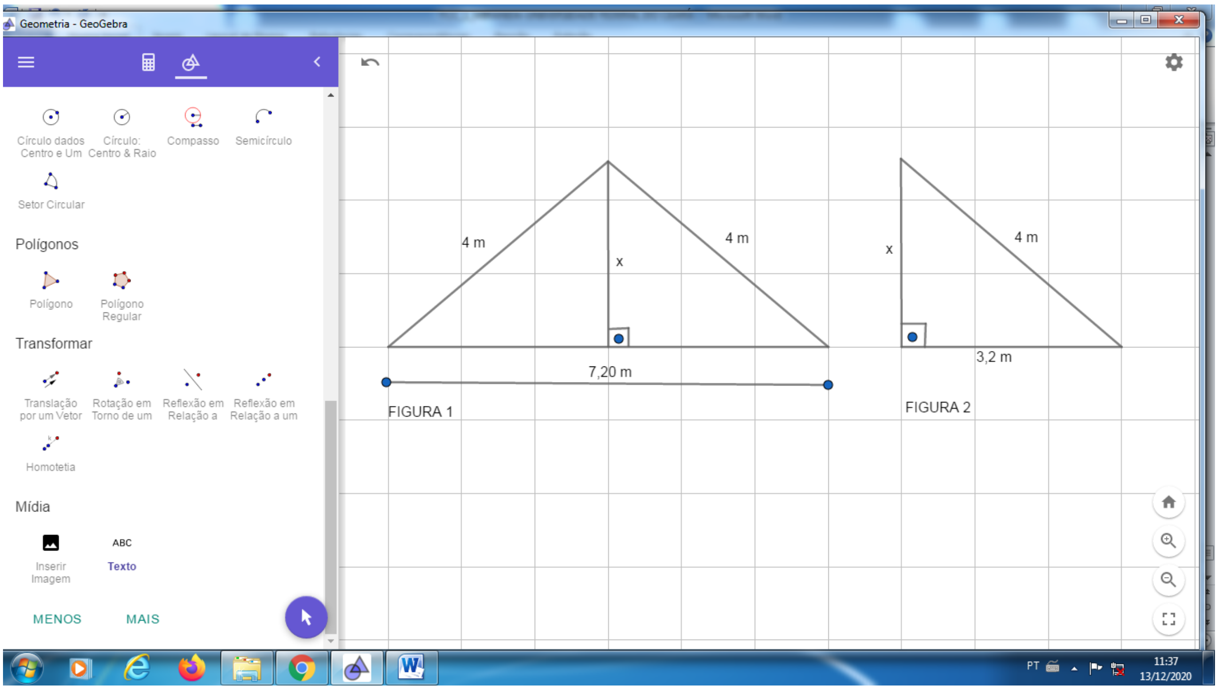
Como$1m^2 = 10000cm^2$, convertendo a área para metros quadrados:

$$9342cm^2 = 0{,}9342m^2.$$

Portanto, fica concluído que a área quadrada é de $0{,}94m^2$.

3.1.1.1 RELAÇÕES MÉTRICAS DOS TRIÂNGULOS RETÂNGULOS.

Figura 15 – Triângulos e cálculos da altura x.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Execução: Usando a ferramenta segmento para elaborar os triângulos, linha de cotas, quadrado de perpendicularidade, e o ponto com a ferramenta ponto, e com a de texto para a parte escrita. Para calcular o valor de x já se tem alguns dados importantes.

Usando o teorema de Pitágoras para descobrir valor de x.

Dados:

Hipotenusa: 4m.

Catetos: x cm e 3,2 m.

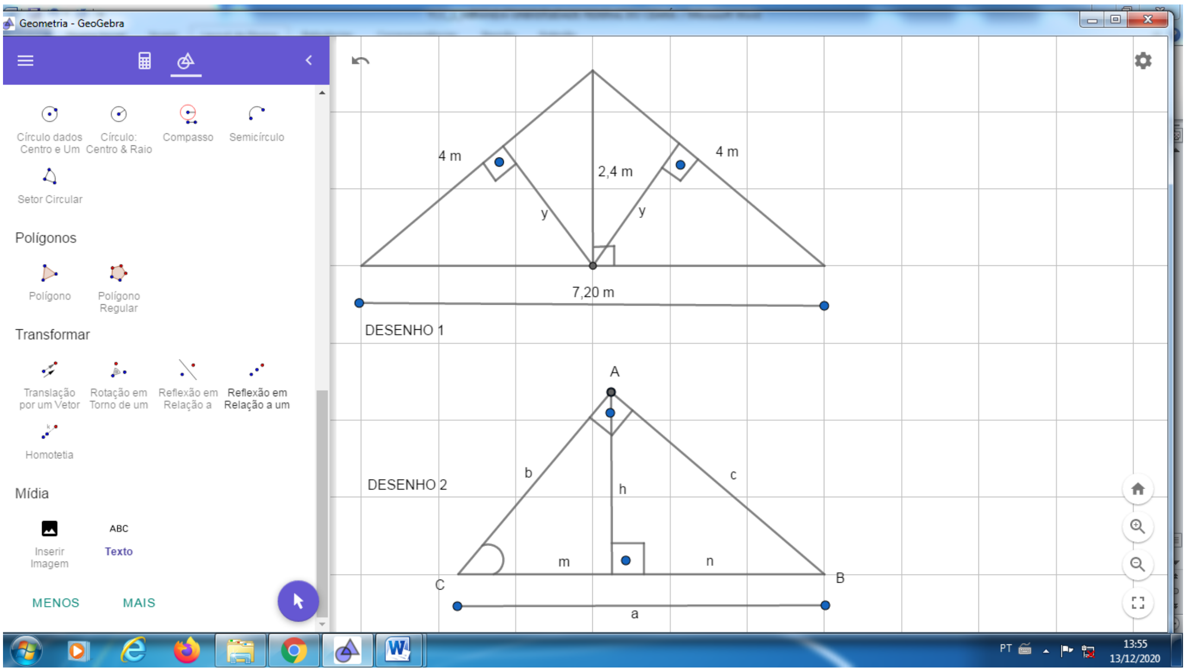
$4^2 = x^2 + 3{,}2^2$

$16 = x^2 + 10{,}24$

$$x^2 = 5{,}76$$

$x = \sqrt{5{,}76} \leftrightarrow x = 2{,}4$; Portanto a medida de x = 2,4 m.

Figura 16 – Relações métricas nos triângulos retângulos. Medida de y



Fonte: Elaborada pelo autor.

Elaboração: As figuras seguem o mesmo esquema da figura anterior.

Para calcular o y da figura 1, tem que ser usado as relações entre medidas nos triângulos retângulos, pois não dar para calcular usando o teorema de Pitágoras, usando a figura 2 para concluir e usar essas relações.

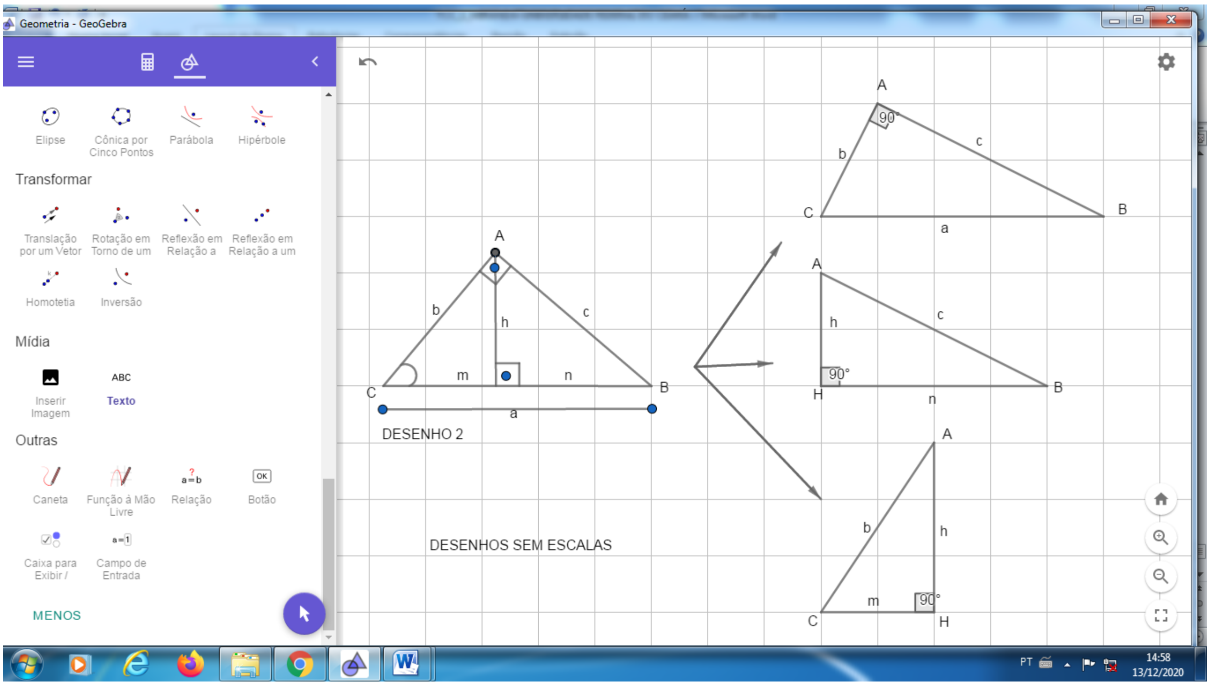
Traçando a altura AH relativaa Hipotenusa do triângulo retângulo ABC. Sua medida é h. Repare que AH determina dois segmentos sobre a hipotenusa. Eles recebem nomes especiais:

CH: Projeção do cateto AC sobre a hipotenusa. Medida: m

BH: Projeção do cateto AB sobre a hipotenusa. Medida: n

Visualizando os três triângulos do desenho 2 na figura 15.

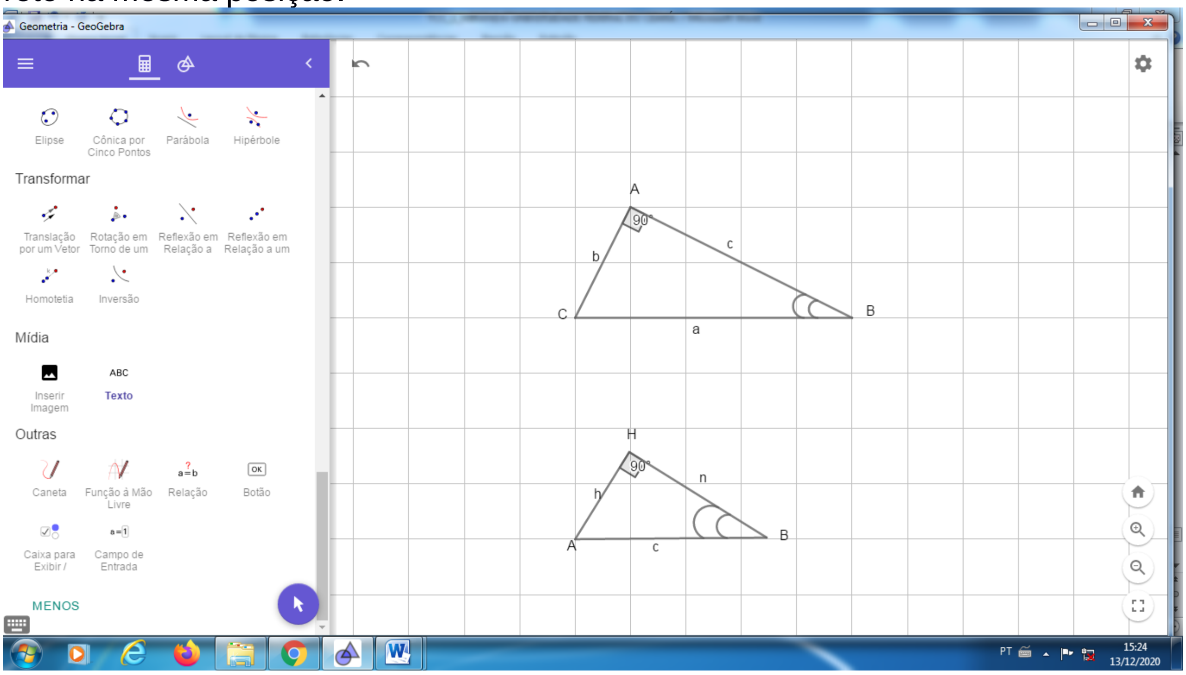
Figura 17 – Visualizando os três triângulos retângulos.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Elaboração; O ângulo reto e o triângulo usa a ferramenta ângulo depois para o resto da construção usa as ferramentas de segmento, texto, e vetor.

Figura 18 - Comparando os triângulos ABC e HBA. Para facilitar, colocando o ângulo reto na mesma posição.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Â ≡ ^H (Ambos são ângulos retos)

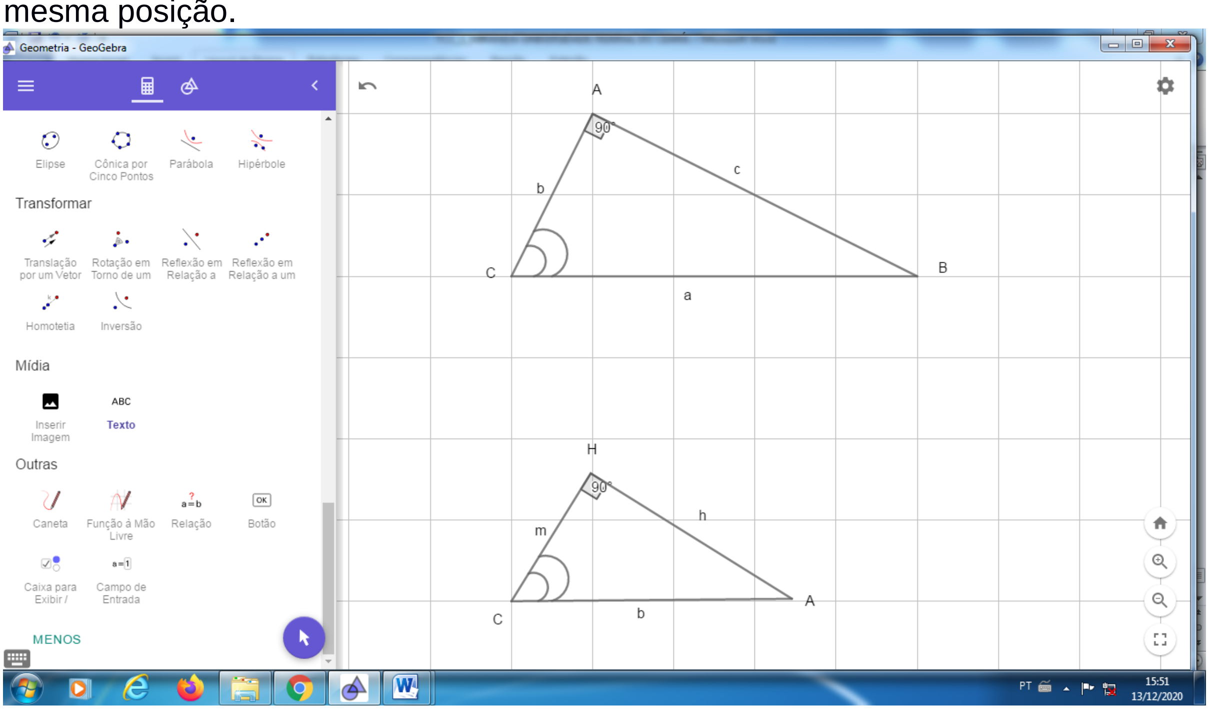
^B é ângulo comum aos dois triângulos.

O símbolo de acento (^) circunflexo será usado para representa o ângulo. Os triângulos apresentam dois ângulos correspondentes congruentes. O terceiro, co9nsequentemente também será. Os triângulos são semelhantes, ou seja, as medidas dos lados correspondentes são proporcionais.

Podendo ser escritos assim:

$\frac{a}{c} = \frac{c}{n}$, multiplicando os termos da proporção em cruz $c^2 = a.n$

Figura 19 – Comparando os triângulos ABC e HAC, colocando os ângulos retos na mesma posição.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Execução: Foram usadas as mesmas ferramentas das figuras anteriores, acrescentando, portanto, a ferramenta semicírculo para fazer os semicírculos dos ângulos.

Â≡^{H} $(sãoretos)$

^C é ângulo comum aos dois Triângulos retângulos, dois ângulos correspondentes congruentes.

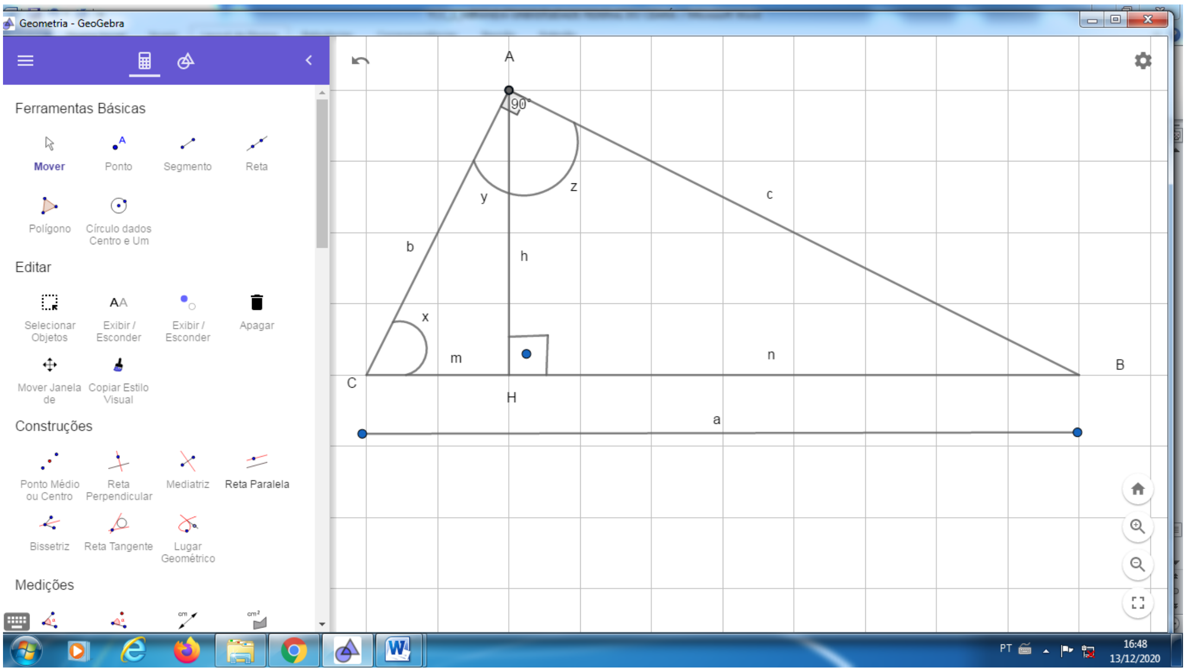
$\Delta ABC \Delta HAC$ (As medidas dos lados correspondentes são proporcionais)

Podendo ser escrita, assim:

$\frac{a}{b} = \frac{b}{m} e também: \frac{a}{b} = \frac{c}{h}$; Multiplicando os termos das proporções em cruz, temos:

$b^2 = a.m; e a.h = b.c$

Figura 20 - Examinando mais uma semelhança para obter a próxima relação. Observe:



Fonte: Elaborada pelo autor.

Execução: Mesmas ferramentas e processos das figuras anteriores.

Marcando as medidas x,y e z de ângulos que aparecem na figura acima e sabendo que a soma das medidas dos angulos internos de um triângulo é 180°, temos que no9 triângulo HAC,

$x + y + 90° = 180°$; ou seja,

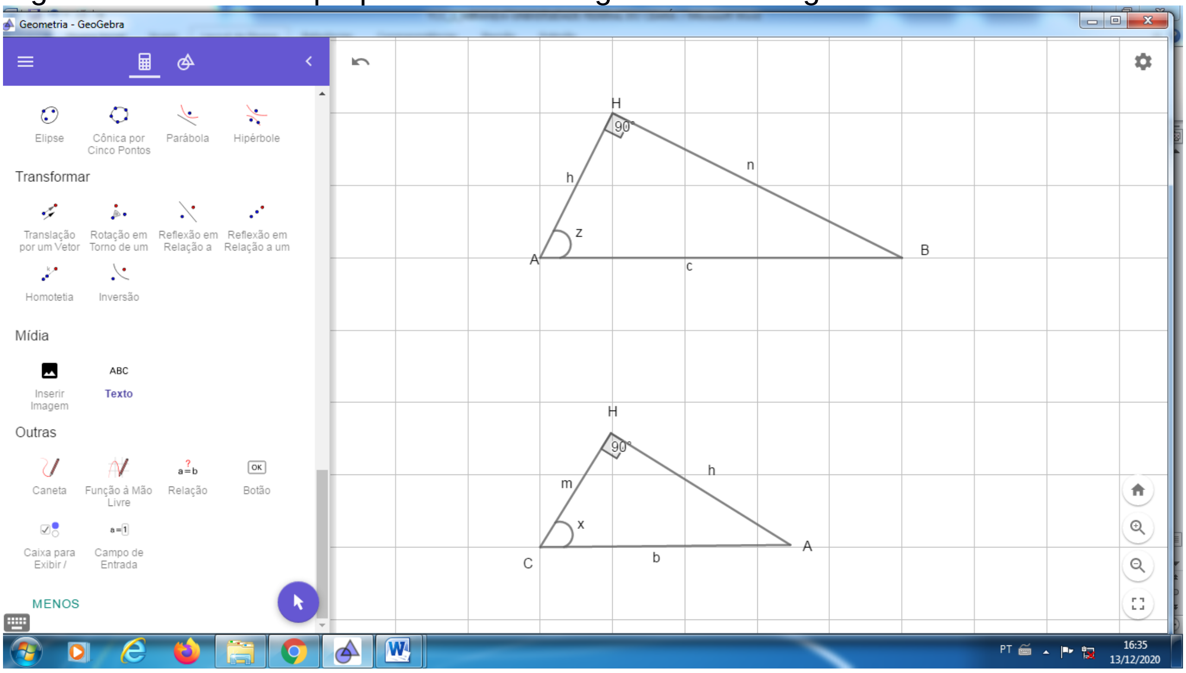
$x + y = 90°$; Também temos que, no triângulo ABC,

$z + y = 90°$; Dai, $x = z$

Concluirmos que os triângulos HBA e HAC têm dois ângulos correspondentes congruentes x = z, e 90° = 90° (ambos tem um ângulo reto). O terceiro ângulo será congruente, e temos $\Delta HBA \Delta HAC$.

Traçando esses triângulos com os ângulos correspondentes na mesma posição, fica mais fácil encontrar os lados correspondentes, que apresentam medidas proporcionais, e obtém mais uma fórmula. Como mostra a próxima figura.

Figura 21 – Medidas proporcionais de ângulos dos triângulos.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Execução: Todo o processo de elaboração são usadas as mesmas ferramentas de figuras anteriores.

Fórmula: $\frac{h}{m} = \frac{n}{h} \leftrightarrow h^2 = m.n$

As fórmulas que encontramos são chamadas de relações métricas no triângulo retângulo:

$c^2 = a.n$

$b^2 = a.m \rightarrow$ Essas duas fórmulas relacionam cateto, sua posição sobre a hipotenusa e a hipotenusa.

$a.h = b.c \rightarrow$ Relaciona hipotenusa, altura relativa à hipotenusa e catetos.

$h^2 = m.n \rightarrow$ Relaciona a altura relativa à hipotenusa com as projeções dos catetos sobre a hipotenusa.

Foi demostrado o teorema de Pitágoras usando equivalência entre áreas, e também se pode chegar a esse teorema a partir das relaões que foram descobertas.

Somando membro a membro as igualfades: colocando o fator comum “a” em evidência:

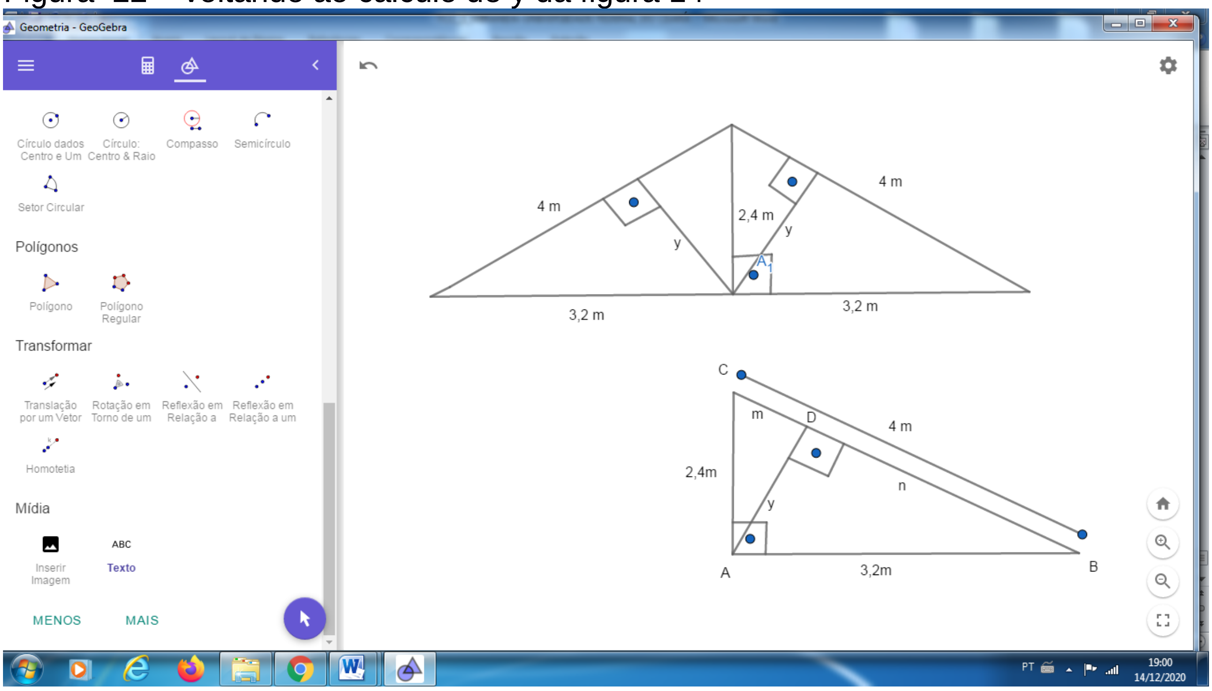
No entanto, (m+n) = a, A igualdade fica:

$$c^2 = a.n$$
$$b^2 = a.$$

$$c^2 + b^2 = a.n + a.m$$
$$c^2 + b^2 = a(m + n)$$
$$c^2 + b^2 = a.a$$

$c^2 + b^2 = a^2$; que é o teorema de Pitágoras.

Figura 22 – voltando ao cálculo de y da figura 14



Fonte:Elaborada pelo autor.

Execução: foram usadas as mesmas ferramentas das figuras anteriores.

y é a medida da altura relativa à hipotenusa do triângulo retângulo ABC

Foi visto que: $a.h = b.c$

Nesse problema: $a.y = b.c$

Dados:

$a = 44.\, y = 2{,}4.3.2$

$b = 2{,}44.\, y = 7{,}68$

$c = 3{,}2y = \frac{7{,}68}{4} \rightarrow y = 1{,}92$

Portanto, a medida de y = 1,92m de comprimento.

Ainda podemos determinar que a distância do ponto CD onde encosta na hipotenusa de segmento CB. Essa distância é a projeção m do cateto b sobre a hipotenusa.

Dados:

$b = 2{,}4$ Usando a relação: $b^2 = a.\, m$

$a = 42{,}4^2 = 4.\, m$

$5{,}76 = 4.\, m$

$m = \frac{5{,}76}{4} \rightarrow m = 1{,}44$

Portanto, o comprimento do seguimento CD = 1,44.

CONSIDERAÇÕES FINAIS.

Com a tecnologia hoje temos como fazer um círculo sem precisar de um compasso, através de softwares como o GeoGebra instalados nos computadores, tablets ou até mesmo em um celular. Esse trabalho pode servir como fonte de pesquisa tanto para professores quanto para alunos do 9º ano do ensino fundamental. Esse Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) é uma pesquisa bibliográfica. Pode ser um passo inicial para quem tem interesse em ter conteúdos elaborados conforme as novas tecnologias em suas aulas, inclusive para formação de alunos e auxiliar professores em geometria. Esses conhecimentos me ajudaram bastante para conclusão deste trabalho, e com certeza vai ajudar outros que fizerem o curso de Licenciatura em Matemática. Principalmente aos discentes e docentes. E fica aberta as variantes da matéria: Relações métricas nos triângulos retângulos, para uma melhor reflexão de complementação de estudos.

REFERÊNCIAS

https://brasilescola.uol.com.br/filosofia/pitagoras-1.htm;acesso: data; 20/10/1010.

http://www2.uesb.br/institutogeogebra/?page_id=9; acesso 20/10/2020

https://www.youtube.com/watch?reload=9&v=XAK7m6SRLPw (vídeo acesso em 30/11/2020)

Fonte: Livro; Título; Praticando Matemática; 9º ano do ensino Fundamental. Pag.185 a 199; aa. Alváro Andrini / Maria Jose Vasconcelos. Editora do Brasil. 4ªEdição: 2018; www.editoradobrasil.com.br Acesso: 28/11/2020