

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ – UFC  
Curso de Pós-Graduação em Economia – CAEN

**Luiz Eduardo Magalhães de Freitas**

RISCOS OPERACIONAIS – UMA APLICAÇÃO DO MÉTODO DE  
DISTRIBUIÇÃO DE PERDAS AGREGADAS: UM ESTUDO DE  
CASO EM INSTITUIÇÃO FINANCEIRA

FORTALEZA  
2005

**LUIZ EDUARDO MAGALHÃES DE FREITAS**

**RISCOS OPERACIONAIS – UMA APLICAÇÃO DO MÉTODO DE DISTRIBUIÇÃO DE  
PERDAS AGREGADAS: UM ESTUDO DE CASO EM INSTITUIÇÃO FINANCEIRA**

Dissertação submetida à Coordenação do  
Curso de Pós-Graduação em Economia, da  
Universidade Federal do Ceará, como requisito  
parcial para obtenção do título de Mestre em  
Economia.

Orientador: Prof. Dr. Emerson Luís Lemos  
Marinho

FORTALEZA  
2005

**LUIZ EDUARDO MAGALHÃES DE FREITAS**

**RISCOS OPERACIONAIS – UMA APLICAÇÃO DO MÉTODO DE DISTRIBUIÇÃO DE PERDAS AGREGADAS: UM ESTUDO DE CASO EM INSTITUIÇÃO FINANCEIRA**

Dissertação submetida à Coordenação do Curso de Pós-Graduação em Economia, da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Economia.

APROVADA EM \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_\_\_

**BANCA EXAMINADORA**

---

Prof. Dr. Emerson Luís Lemos Marinho  
Universidade Federal do Ceará – UFC

---

Prof. Dr. Ronaldo de Albuquerque e Arraes  
Universidade Federal do Ceará – UFC

---

Prof. Dr. Almir Bittencourt da Silva  
Universidade Federal do Ceará – UFC

À minha esposa, Fernanda, e aos  
meus filhos, Eduardo Filho, Caio,  
Calina e Lucas.

## **AGRADECIMENTOS**

Ao Banco do Nordeste, pelo apoio financeiro com o ressarcimento das mensalidades e com investimentos na pesquisa bibliográfica.

Aos professores do CAEN, com os quais tive oportunidade de grandes aprendizados.

Aos colegas da turma de mestrado, pelos bons momentos de convivência e companheirismo.

Aos amigos do Banco do Nordeste – Controladoria e Projeto de Risco Operacional – pelas valiosas contribuições, diretas ou indiretas, nas discussões diárias.

À minha esposa e aos meus filhos, pela paciência demonstrada nas privações impostas por esse trabalho.

Em especial, à minha esposa Fernanda, por compartilhar comigo as conquistas e pela força nos momentos mais difíceis.

## RESUMO

Esta dissertação demonstra a aplicação do processo estocástico Método de Distribuição de Perdas Agregadas para mensuração de riscos operacionais em uma instituição financeira, segundo os requisitos mínimos do Novo Acordo de Capital da Basileia. A mensuração tem por objeto o comportamento histórico de perdas operacionais específicas, ocorridas no período de jan/2001 a dez/2004 e decorrentes de fraudes de origem interna e externa à empresa.

O processo envolve o ajuste de distribuições de probabilidade aos dados de perdas históricas, frequência e severidade, a validação do ajuste mediante a aplicação de testes estatísticos e a composição de distribuições de frequência e severidade para geração da distribuição das perdas anuais agregadas, através de simulação de Monte Carlo. Aborda, ainda, um modelo de *backtest* para validação dos resultados e o desenvolvimento de cenários de stress para verificação de impactos na alocação de capital.

Evidencia-se, nesse trabalho, a aplicabilidade do Método de Distribuição de Perdas Agregadas na mensuração de riscos operacionais, com características objetivas de validação em todas as etapas do processo, e a sua utilização como instrumento de avaliação dos efeitos de riscos extremos e de direcionamento de ações mitigadoras de riscos – através do desenvolvimento de cenários para teste de *stress*.

Palavras-chave: Risco operacional. Distribuição de perdas agregadas. Distribuições de probabilidade. Frequência. Severidade. Composição. Simulação. Alocação de Capital. Basileia.

## **ABSTRACT**

This paper demonstrates the application of stochastic process Aggregate Loss Distribution Approach for measure of operational risk in a financial institution in according with the minimal requirement of Basel New Adequacy Capital Framework. The measure uses the historical behaviour of specific operational losses wich happened in the period from 2001,jan to 2004, dec, caused by frauds in and out the company.

The process involves the probability distributions fit to frequency and severity historic loss data, the adjustment validation through the application statistical tests and the compound of frequency and severity distributions for production of aggregate yearly loss distribution using Monte Carlo simulation. It approaches either a backtest model for result validation and the stress scenarios development for impacts verification in the capital allocation.

This paper clarifies the application of Aggregate Loss Distribution Approach to mesure operational risks, with objective features of validation at every process stages as well as its use as a tool of evaluation from the extreme risk efects and focus in risks mitigation actions through the development scenarios for stresstesting.

Keys words: Operational risk. Aggregated loss distribution. Probability distributions. Frequency. Severity. Compound. Simulation. Capital Allocation. Basel.

## LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – Tipos de eventos de perdas.....	28
TABELA 2 – Fatores de controle do ambiente e indicadores chaves de risco. ....	29
TABELA 3 – Exemplos de perdas diretas e indiretas.....	31
TABELA 4 – Valores críticos para Kolmogorov-Smirnov.....	43
TABELA 5 – Sumário estatístico das perdas históricas – linha de negócio: Banco Comercial. .....	51
TABELA 6 – Resultados dos melhores ajuste de distribuições aos dados de frequência.....	52
TABELA 7 – Resultados dos melhores ajuste de distribuições aos dados de severidade.....	52
TABELA 8 – Resultados dos cenários de <i>stress</i> .....	62



## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 – Modelo de banco de dados de perdas operacionais.....	28
FIGURA 2 – Função densidade de probabilidade – discreta e contínua.....	39
FIGURA 3 – Função distribuição acumulada – discreta e contínua.....	40
FIGURA 4 – Composição das distribuições de freqüência e severidade.....	46
FIGURA 5 – Simulação da distribuição de perdas anuais.....	48
FIGURA 6 – Número de eventos/mês (freqüência) - fraude interna.....	50
FIGURA 7 – Valor das perdas individuais (severidade) - fraude interna.....	50
FIGURA 8 – Número de eventos/mês (freqüência) - fraude externa.....	50
FIGURA 9 – Valor das perdas individuais (severidade) - fraude externa.....	51
FIGURA 10 – Teste gráfico QQ-Plot para ajuste de severidade – fraude interna.....	53
FIGURA 11 – Ajuste de distribuições de probabilidade aos dados históricos – fraude interna. .....	53
FIGURA 12 – Ajuste de distribuições de probabilidade aos dados históricos – fraude externa. .....	54
FIGURA 13 – Distribuição de perdas anuais – fraude interna.....	55
FIGURA 14 – Distribuição de perdas anuais – fraude externa.....	56
FIGURA 15 – Resultados da simulação para a linha de negócio Banco Comercial.....	57
FIGURA 16 – Teste de hipótese de uma amostra para médias.....	60

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>10</b>
1.1 O Contexto .....	10
1.2 Objetivo Geral e Estrutura do Trabalho .....	13
<b>2 DEFINIÇÕES DE RISCO OPERACIONAL .....</b>	<b>14</b>
<b>3 REFERENCIAL REGULATÓRIO.....</b>	<b>18</b>
3.1 Antecedentes .....	18
3.2 Novo Acordo de Capital da Basileia.....	20
3.2.1 A Estrutura Básica.....	20
3.2.2 Métodos para Cálculo de Encargo de Capital de Risco Operacional.....	21
3.2.2.1 Método do Indicador Básico .....	22
3.2.2.2 Método Padronizado .....	23
3.2.2.3 Métodos de Mensuração Avançada.....	24
<b>4 TEORIAS AVANÇADAS PARA MENSURAÇÃO DE RISCO OPERACIONAL .....</b>	<b>27</b>
4.1 Modelagem de Dados.....	27
4.2 Modelos Avançados para Cálculo de <i>VaR (Value at Risk)</i> .....	31
4.3 Modelos Avançados para Análise de Causa-efeito. ....	34
<b>5 MÉTODO DE DISTRIBUIÇÃO DE PERDAS AGREGADAS .....</b>	<b>37</b>
5.1 Modelos de Frequência e Severidade.....	37
5.1.1 Variáveis Aleatórias e Funções de Probabilidade .....	38
5.1.2 Métodos para Estimativa de Parâmetros .....	41
5.1.3 Testes Estatísticos de Ajustes.....	42
5.2 A Agregação de Distribuições de Frequência e Severidade.....	44
<b>6 UM ESTUDO DE CASO EM INSTITUIÇÃO FINANCEIRA .....</b>	<b>49</b>
6.1 Aplicação do Método de Distribuição de Perdas Agregadas .....	49
6.2 Validação dos Resultados – <i>Backtest</i> .....	58
6.3 Desenvolvendo Cenários para Teste de <i>Stress</i> .....	60
<b>7 CONCLUSÃO.....</b>	<b>63</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>65</b>
<b>APÊNDICE A - Classificação por Tipo de Evento de Perda.....</b>	<b>68</b>
<b>APÊNDICE B - Princípios para Representação das Linhas de Negócios. ....</b>	<b>71</b>
<b>APÊNDICE C - Sumário de Distribuições de Funções .....</b>	<b>72</b>

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 O CONTEXTO

Riscos operacionais vêm se constituindo em um dos temas de grande preocupação para o mercado financeiro internacional há pelo menos 5 anos. A divulgação de colapsos financeiros, envolvendo bancos e instituições do bloco dos países ricos e de economias emergentes, vem chamando a atenção de organismos de supervisão bancária sobre tipos de riscos que até então eram negligenciados ou, em princípio, eram considerados irrelevantes. Esclarece-se, de início, que não se trata de um assunto totalmente novo. Risco operacional já está associado à opção de existência de qualquer empresa. Lewis citou que “Qualquer instituição financeira se defrontará com o risco operacional muito antes de se decidir pelo seu primeiro negócio de mercado ou transação de crédito.” (LEWIS, 2004, p. 1).

Sobre a evolução desse tema, convém destacar que a ocorrência desses eventos de perdas de grande impacto tem impulsionado a comunidade acadêmica e os profissionais de mercado a uma ampla discussão e a uma vasta produção de trabalhos, voltados para uma visão mais ampla de se avaliar os riscos. Verifica-se que as abordagens acerca desses estudos têm demonstrado uma dimensão de aplicações que vai muito mais além do propósito inicial, o qual, aparentemente, era de identificar fragilidades e falhas de controle que levavam às fraudes ou ao mau uso de recursos em grandes empresas, mas que apontam para novos modelos de gestão de riscos aplicáveis às empresas de um modo geral.

O que se vê é um envolvimento cada vez mais amplo de diversos ramos de pesquisa, tais como a Administração Financeira, a Estatística, a Atuária e a Economia com importantes contribuições para uma gestão de recursos mais eficiente.

A realidade da maioria das empresas inseridas em economias altamente competitivas e em mercados cada vez mais globalizados é a convivência com margens de ganhos progressivamente menores. A melhoria da eficiência de processos e da gestão ótima de recursos, nesse contexto, ganha espaço de maior relevância, constituindo-se em fator que diferencia os melhores no mercado, sendo em muitos casos questão de sobrevivência. Para ilustrar a importância, Carvalho menciona que “Empregados, empresários, acionistas e clientes quase sempre desconhecem o preço que pagam pelas perdas operacionais advindas da ineficiência na administração financeira de suas organizações.” (CARVALHO, 2003, p. 457).

Percebe-se que a ocorrência de perdas está presente em quase todas as atividades operacionais de qualquer empresa.

Modelos matemáticos e estatísticos estão a cada dia mais presentes nas empresas, revelando-se como ferramentas indispensáveis à tomada de decisão, principalmente no que se refere a antever as conseqüências de eventos futuros indesejados, inesperados e que possam acarretar desde o aumento de custos até o comprometimento da continuidade dos negócios.

A teoria atuarial aplicada a seguros, que tem evoluído desde o século XVIII, com destaque para métodos de distribuições probabilísticas de perdas e que passa pela análise quantitativa de ocorrência de fenômenos de frequência e severidade de perdas, é mencionada com relevância por quase todos os autores no assunto como carro-chefe, quando se trata de mensurar e avaliar riscos operacionais, podendo, portanto, ser utilizada em todo e qualquer tipo de empresa e em todos os setores da economia.

As ocorrências de perdas no mercado financeiro internacional, oriundas de riscos operacionais, têm sido uma das grandes preocupações das instituições de supervisão, tanto pelas cifras envolvidas, quanto pelos impactos econômicos em grandes corporações e conglomerados financeiros, algumas delas vindo até a desestabilizar a economia de países e mercados globalizados.

Segundo ressaltou Cruz (2003), o termo “Risco Operacional” foi provavelmente utilizado pela primeira vez pelo mercado financeiro após o colapso do Banco Barings no ano de 1995, em Cingapura, com perdas da ordem de US\$ 1,600 milhões, evento no qual um banqueiro negociou posições de futuros e derivativos nas bolsas asiáticas, fora de sua alçada.

Muitos exemplos de perdas significantes, identificados na comunidade bancária internacional, decorrentes de riscos operacionais, vêm sendo citados na literatura e a lista aumenta a cada publicação. Lewis (2004) ilustra eventos de risco operacional recentes que provocaram perdas econômicas devastadoras, como o ataque terrorista ao World Trade Center em setembro de 2001, os \$691 milhões em perdas devidos à fraude reportada pelo Allied Irish Bank em 2002 e o Black-Out que deixou mais de 50 milhões de pessoas sem energia elétrica no nordeste dos Estados Unidos e Canadá em 2003.

Mais recentemente, o mundo ficou estarecido com a catástrofe ocorrida em 26 de dezembro de 2004 no Oceano Índico, onde um terremoto no fundo do mar provocou uma onda de devastação nas regiões litorâneas de dezenas de países. A extensão das perdas econômicas desse evento ainda é incalculável. O setor de turismo está no mínimo seriamente

abalado. Indiretamente, outros setores econômicos desses países envolvidos estão sofrendo severas perdas, a capacidade produtiva das regiões afetadas está reduzida e, portanto, a geração de riqueza anda a passos mais lentos. A dimensão das perdas é global pela característica de destino turístico internacional desses países e em face, também, de milhares de mortes, cuja origem é atribuída a todos os continentes. Sobre o risco em questão, de natureza extrema, não há como eliminá-lo, mas a ciência estatística dispõe de modelos capazes de dar informação de onde ele irá ocorrer com maior probabilidade e, com isso, contribuir para a eliminação ou minimização das conseqüências.

Sobre casos reais como os até aqui comentados, associados a riscos operacionais, destacam-se as seguintes características comuns (MARSHAL, 2002, p. IX):

- a) os eventos são inesperados;
- b) o risco de perda pode ser medido e avaliado;
- c) algumas das perdas podem ser evitadas;
- d) algumas das perdas podem ser menos prováveis se forem tomadas medidas de melhoria de controles e processos;
- e) outras perdas podem ser transferidas mediante mecanismo de seguro, *hedging* ou terceirização;
- f) capital adicional pode ser alocado para perdas não esperadas.

Um dos grandes desafios para as empresas que se propõem a gerenciar riscos operacionais é desenvolver e aplicar modelos de mensuração em bases sólidas e confiáveis com objetivos de alocação de capital.

A presença do risco operacional no contexto das instituições financeiras tem levado as entidades de supervisão bancária internacional, representadas no Comitê de Basileia<sup>1</sup>, a exigir dos bancos a alocação de capital visando proteger o sistema financeiro contra os efeitos dessa categoria de riscos.

---

<sup>1</sup> O Comitê da Basileia sobre a Supervisão Bancária é um comitê de autoridades de supervisão bancária que foi estabelecido pelos presidentes dos bancos centrais do Grupo dos Dez (Bélgica, Canadá, França, Alemanha, Itália, Japão, Luxemburgo, Holanda, Espanha, Suécia, Suíça, Reino Unido e Estados Unidos) em 1975. Ele geralmente se reúne no Bank for International Settlements (Banco de Compensações Internacionais) na cidade de Basileia-Suíça. Maiores informações, consultar web: [www.bis.org](http://www.bis.org).

## 1.2 OBJETIVO GERAL E ESTRUTURA DO TRABALHO

O propósito geral dessa dissertação é demonstrar a aplicação do Método de Distribuição de Perdas Agregadas<sup>2</sup> para mensuração de riscos operacionais em uma instituição financeira e o cálculo de capital econômico para cobertura desses riscos, segundo as regras e exigências do Comitê Basileia. O método será avaliado em todas as suas etapas, compreendendo a análise de dados, o ajuste de modelo de frequência e severidade, a composição dos modelos através de simulação de Monte Carlo<sup>3</sup>, o cálculo do *VaR*<sup>4</sup> (*Value at Risk*), a validação dos resultados – *Backtest*<sup>5</sup> – e o desenvolvimento de Cenários de *Stress*<sup>6</sup>. A base de confiabilidade do método consiste na objetividade de sua aplicação e na validação com base em testes estatísticos de hipótese.

A estrutura do trabalho está assim composta: o capítulo 2 apresenta uma breve evolução do desenvolvimento conceitual de risco operacional ocorrido nos últimos anos; em seguida, no capítulo 3, aborda-se o novo acordo de capital da Basileia – antecedentes, sua estrutura e modelos de alocação de capital para risco operacional – e os desdobramentos na legislação doméstica; no capítulo 4 estão reunidos os modelos avançados que vem sendo propostos para mensuração e avaliação de riscos operacionais, segregados em modelos para cálculo de *VaR* (*Value at Risk*) e modelos causais, e a formação das bases de dados para utilização desses modelos; o capítulo 5 apresenta a base teórica do modelo de distribuição de perdas agregadas – estatísticas básicas, modelos de frequência e severidade, simulação de Monte Carlo e cálculo do *VaR*, uma abordagem de *Backtest* e de Cenários de *Stress*; demonstra-se, no capítulo 6, uma aplicação desse modelo, utilizando-se de dados de perdas históricas de eventos de risco operacional; e, por fim, no capítulo 7, apresentam-se as conclusões e considerações finais sobre o estudo.

---

<sup>2</sup> Método de Distribuição de Perdas – processo estocástico bastante utilizado na avaliação de riscos de seguros – BÜHLMANN (1996), DAYKIN (1996) e HOGG & KLUGMAN (1984) – e aplicado para avaliação de riscos operacionais – ALEXANDER (2003), CRUZ (2003) e LEWIS (2004).

<sup>3</sup> Simulação de Monte Carlo – técnica tradicional que utiliza números aleatórios ou pseudo-aleatórios para gerar amostras de distribuições de probabilidade. O termo Monte Carlo foi introduzido na segunda guerra mundial como um código para simulação de problemas associados ao desenvolvimento da bomba atômica.

<sup>4</sup> *VaR* (*Value at Risk*) - é a perda máxima esperada para uma carteira de investimentos com um dado nível de confiança e um dado período de tempo.

<sup>5</sup> *Backtest* - é uma denominação utilizada para verificação da aderência do modelo de previsão de riscos à realidade das perdas ocorridas.

<sup>6</sup> Cenários de *Stress* – alternativas de resultados do modelo de previsão de riscos, em que as premissas utilizadas sofrem variações extremas.

## 2 DEFINIÇÕES DE RISCO OPERACIONAL

O propósito deste capítulo é apresentar uma breve evolução do desenvolvimento conceitual ocorrido nos últimos anos sobre risco operacional.

Há uma vasta percepção sobre o que seja risco operacional na comunidade financeira, o que demonstra não haver consenso sobre sua natureza. De qualquer modo, a compreensão para tamanha multiplicidade de visões vem de encontro à constatação que ele está presente, sob variadas formas, em todas as atividades de negócio e permeia todas as áreas de uma organização.

A mais elementar definição foi atribuída como sendo “Todo risco cuja fonte está fora das áreas cobertas pelos riscos de crédito e de mercado.” (JAMESON, 1998 *apud* LEWIS, 2004, p. 2).

Objetivando clarificar a divisão dos riscos em três categorias, convém apresentar o seguinte exemplo: Considera-se que uma empresa investiu parte de seu patrimônio em *bonds*<sup>7</sup> de uma companhia de extração de petróleo e comercialização de derivados e que o valor desses *bonds* pode mudar ao longo do tempo; Se o valor cai por conta de uma mudança no preço de mercado dos *bonds*, a perda é resultante de risco de mercado; Se o valor do investimento “vira pó” em decorrência de um colapso na empresa de petróleo que não mais pode honrar com a liquidação dos *bonds* no vencimento, a perda é resultante de risco de crédito. Se o valor do investimento cai por causa de uma falha na liquidação dos *bonds*, a perda é resultante de risco operacional.

A definição por ser muito abrangente é criticada por muitos autores por não ser específica o suficiente para auxiliar no gerenciamento desses riscos. Por outro lado, a definição tem apelo popular na comunidade financeira, pela visão de que riscos operacionais estão entre os mais difíceis de medir e de se avaliar, sendo, pois, tratados como resíduos quantitativos, isto é, representam as flutuações no lucro líquido não explicadas pelos riscos de crédito e de mercado.

Definições mais “estritas” com o proposto de ampliar a discussão e contribuir para uma melhor identificação de perdas decorrentes de riscos operacionais foram apresentadas por diversos autores/instituições, destacando-se as seguintes:

---

<sup>7</sup> *bonds* – títulos de crédito de longo prazo emitidos no mercado internacional.

[...] se relacionam a todas as fases do processo de negócios, desde sua originação até sua execução e entrega, abrangendo a linha de frente, o apoio intermediário e o back-office. (HOFFMAN, 1996 *apud* MARSHALL, 2002, p. 21).

Os riscos associados com erros humanos, inadequação de controles e procedimentos, atividades fraudulentas e criminais; os riscos causados por deficiências de tecnologia, colapsos de sistemas; todos os riscos que surgem de decisões de negócios como ações competitivas, precificação, etc.; risco legal e risco de relações comerciais, falhas no cumprimento de obrigações legais; fatores externos incluindo: desastres naturais, ataques terroristas e atividades fraudulentas, etc. (BRITISH BANKERS' ASSOCIATION, 1997 *apud* LEWIS, 2004, p.2).

Risco operacional é o potencial de flutuações adversas no demonstrativo de resultados (lucros e perdas) ou no fluxo de caixa de uma empresa devido a efeitos atribuíveis a clientes, controles inadequadamente definidos e eventos incontroláveis. (LAYCOCK, 1998, *apud* MARSHALL, 2002, P. 21)

É uma medida numérica de incerteza dos retornos de uma instituição, caso seus sistemas, práticas e medidas de controle não sejam capazes de resistir a falhas humanas, danos à infra-estrutura de suporte, utilização indevida de modelos matemáticos ou produtos, alterações no ambiente dos negócios ou situações adversas do mercado. (DUARTE JR., 1999 *apud*, CARVALHO, 2003, p. 459).

O risco de erro humano ou fraude, ou de que sistemas falharão em adequadamente registrar, monitorar e contabilizar transações ou posições. (CONSELHO DIRETOR DO MANUAL DE ATIVIDADES DE NEGOCIAÇÃO POR SISTEMA DO FEDERAL RESERVE, *apud* MARSHALL, 2002, p. 20)

A definição mais influente no mercado financeiro e que tem sido referencial de muitos bancos internacionais foi apresentada no documento *New Capital Adequacy Framework* (conhecido como Novo Acordo de Capital da Basiléia), proposto pelo Comitê de Basiléia, como sendo: “Risco de perdas resultante de inadequações ou falhas de processos internos, pessoas, sistemas ou de eventos externos”. A referência foi adaptada da definição publicada no relatório intitulado *Riscos Operacionais: A Próxima Fronteira* (ROBERTS MORRIS ASSOCIATES *ET AL* 1999, *apud* HADJIEMMANUIL, 2003, p. 74) – “É a perda direta ou indireta resultante de inadequações ou falhas de processos internos, pessoas, sistemas ou de eventos externos”. A menção às perdas indiretas foi eliminada pelo Comitê de Basiléia com o propósito de nortear à alocação de capital regulatório mínimo, uma vez que esses riscos são os mais difíceis de mensurar e, ainda, quando relacionados ao custo de oportunidade, ganham maior complexidade.

O Comitê de Basiléia tem estabelecido padrões mínimos obrigatórios, ao sistema bancário dos países participantes, de requerimento de capital para suportar perdas advindas de riscos de crédito, de mercado e operacionais, daí a influência e a difusão dos conceitos praticados pelo comitê. Bancos centrais do mundo todo estão adotando os padrões do Comitê,



pois avaliam que se não o fizerem estarão sendo avaliados negativamente no mercado externo, com reflexos na diminuição de fluxos de capitais, aumento no custo de captação de recursos e impactos na expansão de suas economias.

A classificação de risco operacional adotada pelo Comitê de Basiléia está centrada na intenção da investigação das causas e está relacionada a vários fatores, incluindo-se: risco de transação – associado com erros de liquidação, execução, arquivo e de controle operacional; risco de processo – enganos em metodologias de modelagem, em políticas, compliance, com clientes e produtos; risco de sistema – riscos associados com falhas de computador e de sistemas de telecomunicações e erros de programa; e risco de pessoas – fraudes internas e ações não autorizadas. Uma classificação mais detalhada de eventos de perdas foi divulgada pelo Comitê (vide Apêndice A) com o propósito de contribuir para uma melhor investigação e validação, pelas entidades de supervisão, dos modelos de mensuração de perdas que vierem a ser adotados pelos bancos, assunto este que será abordado mais adiante.

Propondo-se a ampliar essa visão mais aceita de risco operacional, Carvalho (2003) ressaltou a necessidade da compreensão de alguns fatores de risco necessários a uma melhor investigação, ao controle e à tomada de ações preventivas e mitigadoras, são eles:

- a) Fatores internos – o risco operacional está associado a potenciais falhas nos fatores de produção, que são as decisões, os projetos, os processos e os controles utilizados por uma organização. Estabelecida uma decisão, projetos são definidos para dar curso às metas traçadas e, por conseguinte, processos de trabalhos são executados. Controles devem ser implementados a fim de que o processo funcione bem. Qualquer falha em um elo da seqüência implicará em perdas. A origem das falhas nas decisões, projetos, processos e controles está no fator humano, nos recursos materiais inadequados, incluindo-se os recursos tecnológicos;
- b) Fatores externos – relacionados a causas não gerenciáveis, restam a organização tomar medidas de melhor convivência. Muitas delas se concentram nos meios de segurança física e lógica, no acompanhamento dos atos da concorrência, dos cenários político e comercial;
- c) Fatores acidentais – são os acidentes provocados pelo homem, por falhas de equipamentos ou por atos da natureza. Entende-se por acidental o evento

fortuito, inesperado, aleatório e alheio à vontade do homem. Muitos dos fatores acidentais também permitem a adoção de medidas de proteção ou ações para minimização dos efeitos.

As definições até aqui expostas são consideradas essenciais para se dar os primeiros passos no conhecimento dos riscos operacionais. Contribuições relevantes relacionados com a classificação, gerenciamento e supervisão do risco operacional têm sido divulgadas pelo próprio Comitê, constituindo-se atualmente no referencial regulatório dos bancos centrais de todo o mundo. No capítulo seguinte abordar-se-á as principais medidas do Comitê de Basileia com maior foco naquelas voltadas para risco operacional.

Metodologias para identificação de riscos operacionais vêm sendo desenvolvidas, baseadas em auto-avaliação de processos, atividades e estruturas de trabalho nas instituições financeiras e em grandes empresas. Algumas dessas metodologias foram reunidas, em um estudo introdutório, publicado pela Federação Brasileira de Bancos, em dezembro de 2004, sob o título “Análise de Ferramentas de Auto-avaliação na Gestão do Risco Operacional”.

O presente trabalho não tem por objetivo explorar a abordagem de identificação de riscos, mas demonstrar casos práticos de utilização de modelos estatísticos para mensuração de riscos operacionais, portanto, parte da premissa que os riscos estão devidamente mapeados e identificados. Maiores informações acerca de conceitos, metodologias para identificação, definição de estrutura organizacional e gerenciamento de riscos operacionais, mapeamento de processos e análises de ambiente interno e externo podem ser aprofundadas consultando-se Marshall (2002), Carvalho (2003), Alexander (2003) e na publicação *Sounds Practices for the Management and Supervision of Operational Risk* (2003) do Comitê de Basileia.

### 3 REFERENCIAL REGULATÓRIO

O acordo de Basiléia tem se constituído na base das boas práticas de gestão de riscos no mundo globalizado. Os antecedentes que marcaram o desenvolvimento e a conclusão do novo acordo, sua estrutura básica e os métodos definidos para alocação de capital para riscos operacionais serão o foco deste capítulo. O título referencial regulatório é oportuno, uma vez que o Basiléia II encoraja as entidades de supervisão bancária do mundo todo a adotarem os padrões mínimos acordados entre os membros do G-10.

#### 3.1 ANTECEDENTES

O Comitê de Basiléia introduziu em 1988 um sistema de mensuração de capital que foi a base para a implementação de uma estrutura de mensuração de riscos com um mínimo de encargo de capital. O documento conhecido como Acordo de Basiléia, ou Basiléia I, estabeleceu um nível mínimo de requerimento de capital de 8% dos ativos dos bancos, ponderados segundo diferentes níveis de risco (alguns exemplos: títulos públicos – 0%; compensação de cheques – 20%; investimentos privados – 50%; e operações de crédito – 100%) para suportar perdas originadas de risco de crédito. Isso quer dizer que para cada \$ 100 emprestados pelo sistema bancário há a necessidade de constituição \$ 8 de capital próprio.

O Banco Central do Brasil veio a tornar obrigatório ao sistema financeiro nacional os padrões do Basiléia I, em 1994, através da Resolução nº 2099. No entanto, foi mais conservador, na avaliação dos riscos domésticos, estabelecendo um nível de requerimento de capital de 11%.

O acordo de 1988 teve o propósito de estabelecer uma regulação prudente e padrões internacionais de convergência de procedimentos, em face do crescimento de operações internacionais com novos riscos. Por outro lado, era considerado bastante rígido, pois tratava as instituições e os países igualmente em termos de exposição ao risco.

Em 1996 o Comitê deu um grande passo ao propor uma regulamentação para tratamento de risco de mercado, baseado em modelos mais sofisticados de avaliação de risco – no modelo anterior não havia tratamento para risco de mercado e o risco de crédito acobertava implicitamente todos os demais riscos. Embora tenha sido mantido o requerimento mínimo de 8% sobre o total de ativos, o capital mínimo para ativos de mercado poderia ser

mensurado com base na realidade de exposição de cada carteira, como tem sido bastante difundido os modelos para cálculo de *VaR* (*Value at Risk*) para riscos de mercado.

As primeiras publicações do comitê que introduziram elementos relacionados a riscos operacionais ocorreram em 1997 – *Core Principles for Effective Banking Supervision* (princípios essenciais para uma supervisão bancária eficaz), e em 1998 – *Framework for Internal Systems in Banking Organizations* (Instrumentos para os Sistemas Internos nas Organizações Bancárias). Ambas vêm contribuindo para uma melhor eficácia na supervisão dos serviços bancários. O documento de 1998 veio a estabelecer as bases para um efetivo sistema de controles internos em instituições financeiras.

Em decorrência dessas publicações, o Banco Central do Brasil veio a divulgar a Resolução 2.554, em 24 de setembro de 1998, estabelecendo exigências de controles internos para as instituições financeiras. As instituições foram obrigadas a definir atividades de controle para todos os níveis de negócio, o estabelecimento de objetivos e procedimentos relativos aos mesmos e a verificação sistemática da adoção e cumprimento desses procedimentos.

A década de 90 foi marcada por avanços tecnológicos, aumento na competitividade no mercado internacional, busca de novos negócios e desenvolvimento de técnicas mais sofisticadas para gestão de riscos. Necessidades de revisão do acordo de 1988 eram visíveis e inevitáveis. A rigidez das faixas de ponderação de riscos não estava condizente com o aumento de operações mais rentáveis em todas as faixas e com a complexidade das operações.

Representantes das entidades de Supervisão Bancária e dos bancos centrais do Grupo dos Dez chegaram a um consenso de que os riscos de crédito deveriam passar por tratamento mais rigoroso e sofisticado e de que os riscos operacionais deveriam merecer acompanhamento à parte.

O desenho de um novo acordo tomou espaço nas discussões do Comitê e em 1999 foi emitida a primeira proposta de uma nova estrutura de adequação de capital conhecida como Basiléia II. O “Novo Acordo”, como também ficou conhecido, trouxe como grande novidade a institucionalização explícita de Risco Operacional como uma categoria de risco a ser gerenciada separadamente de outros riscos e com conteúdo regulatório próprio. A estrutura proposta instituiu a necessidade de requerimento de capital mínimo específico para risco operacional.

A partir de 1999, o Comitê desencadeou um processo consultivo envolvendo não somente os países do Grupo dos Dez, mas entidades de supervisão de todo o mundo. Como resultado, o Comitê liberou propostas adicionais revisadas e enriquecidas com contribuições valiosas em janeiro de 2001, abril de 2003 e, por fim, veio a consolidar um documento endossado por todos os participantes, intitulado *International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards – A Revised Framework* (Convergência Internacional de Mensuração de Capital e Padrões de Capital – Uma Estrutura Revisada) em junho de 2004.

## **3.2 NOVO ACORDO DE CAPITAL DA BASILÉIA**

### **3.2.1 A Estrutura Básica**

O novo acordo de Basileia, a exemplo do que ocorreu em 1996, introduziu novos elementos e aprimorou outros, tendo por objetivo desenvolver uma estrutura mais sólida e mais estável ao sistema financeiro internacional. Um dos benefícios foi eliminar a possibilidade do regulamento de adequação do capital se constituir numa fonte significativa de desigualdade competitiva entre os bancos internacionalmente ativos. A base dessa fonte era a rigidez na ponderação dos ativos.

A nova estrutura está baseada em três pilares:

- a) exigências mínimas de capital para Risco de Crédito, Risco de Mercado e Risco Operacional;
- b) supervisão bancária; e
- c) disciplina de mercado.

O modelo atual será aplicado de forma consolidada a bancos internacionalmente ativos. Isto significa que a alavancagem dupla é eliminada. Bancos com subsidiárias poderiam alavancar suas operações ativas apenas com a participação acionária entre empresas do mesmo grupo, o que elevava o risco sistêmico. Neste aspecto é interesse das entidades de supervisão não assumir perdas no dever de salvaguardar os interesses dos depositantes.

A supervisão bancária foi aprimorada e objetiva elevar a eficiência das entidades de supervisão bancária na constatação do cumprimento das exigências mínimas de capital pelos bancos, tendo ainda, como papel indutor, contribuir para uma melhoria contínua na gestão de riscos e de processos.

A disciplina de mercado representa outra novidade no novo acordo e está relacionado a exigências e recomendações de divulgação no mercado das práticas de gestão e do perfil de risco das empresas.

Os maiores avanços estão presentes no pilar 1, de exigência de capital, representados pela introdução de métodos de mensuração de riscos para cálculo de capital mínimo em escala contínua de sofisticação e sensibilidade ao risco. Isso quer dizer que foi mantido o modelo rígido do primeiro acordo e foram acrescentados outros modelos que evoluem até a adoção de métodos avançados de mensuração, baseados em metodologias de avaliação interna das próprias instituições. A proposta é que as empresas sejam encorajadas a adotar gradativamente modelos do tipo *tailor-made*<sup>8</sup> na avaliação de seus riscos. Referidos modelos, todavia, deverão ser validados pelas autoridades de supervisão para que possam ser utilizados. Mesmo que instituições estejam aptas a utilizar modelos avançados, as entidades de supervisão deverão estabelecer nos primeiros anos de implementação do acordo pisos mínimos para capital regulatório, até que estejam seguras de que a solidez do sistema não seja comprometida.

Na prática, o risco de mercado foi mantido, sem inovações, o risco de crédito foi aprimorado com a inclusão de novos modelos de mensuração de capital mínimo, e a grande novidade com a introdução do risco operacional como uma nova categoria, para o qual a nova estrutura delineou três métodos para cálculo de capital mínimo, ordenados em uma escala contínua de sofisticação e sensibilidade ao risco, são eles: a) Método do Indicador Básico (BIA<sup>9</sup>); b) Método Padronizado (TSA<sup>10</sup>); e c) Método de Mensuração Avançada (AMA<sup>11</sup>).

### **3.2.2 Métodos para Cálculo de Encargo de Capital de Risco Operacional**

Os métodos adotados estão em ordem de sofisticação e, em princípio, proporcionarão menor encargo de capital, na medida em que os bancos caminhem em direção ao AMA. Um interesse natural em adotar modelos mais avançados é esperado, uma vez que um menor encargo de capital permite uma maior alavancagem de operações e, por conseguinte, o alcance de maiores ganhos e melhores rentabilidades sobre capital próprio.

---

<sup>8</sup> *Tailor-made* – sob medida, isto é, de acordo com a realidade de riscos da empresa.

<sup>9</sup> Abreviatura da expressão em inglês *Basic Indicator Approach* - BIA.

<sup>10</sup> *Idem Standard Approach* - TSA.

<sup>11</sup> *Idem Advanced Measurement Approachs* - AMA.

Ao optar por métodos mais avançados, inclusive podendo combinar a utilização de mais de um método, os bancos deverão cumprir determinados critérios, os quais serão adiante explicitados.

### 3.2.2.1 Método do Indicador Básico

Pelo Método do Indicador Básico o capital para risco operacional deve ser igual a média de uma porcentagem fixa (denominada alfa) da receita bruta anual positiva dos três anos anteriores. Ocorrendo receita zero ou negativa, em qualquer dos anos, elas devem ser excluídas tanto do numerado quanto do denominador ao calcular a média. O encargo de capital pode ser expresso da seguinte forma:

$$K_{BIA} = \left[ \sum_{i=1}^n (GI_i \times \alpha) \right] / n \quad (3.2.2.1.1)$$

em que:

$K_{BIA}$  = Capital total alocado de acordo com o Método do Indicador Básico.

$GI_i$  = Receita bruta anual<sup>12</sup>, quando positiva, dos três últimos anos.

$n$  = número de anos anteriores para o qual a receita for positiva, máximo de três anos.

$\alpha$  = 15%, que é estabelecido pelo Comitê, em relação ao nível de todo o setor do capital exigido para o nível de todo o setor do indicador.

A opção pelo Método do Indicador Básico não está sujeita ao cumprimento de critérios, no entanto, os bancos são encorajados a cumprir as orientações do Comitê contidas no documento *Sounds Practices for the Management and Supervision of Operational Risk* (Práticas Sólidas para a Administração e Supervisão de Risco Operacional) (2003).

Há críticas ao Método do Indicador Básico, notadamente à escolha de receita bruta em vez de, por exemplo, despesas operacionais que está mais relacionada a perdas por riscos operacionais. Na forma definida, incrementar receitas significa alocar mais capital para risco operacional. O fato é que receita bruta é um bom indicador para tamanho de atividades, já vem sendo disponibilizado pelos bancos, é razoavelmente consistente e comparável entre instituições e, possivelmente, esses fatores influenciaram os membros do Comitê na decisão.

<sup>12</sup> A receita bruta é definida como receita financeira líquida mais receita não-financeira líquida. Pretende-se que esta mensuração: (i) inclua quaisquer provisões (por exemplo: juros não pagos); (ii) inclua despesas operacionais, incluindo as taxas pagas para prestadores de serviços terceirizados; (iii) exclua os lucros/perdas realizados da venda de títulos mobiliários no registro bancário; e (iv) exclua os itens extraordinários ou irregulares bem como a receita originada de seguro.

O que se espera em relação à opção do mercado pelo método é uma adesão maior dos pequenos, em face dos custos que envolvem a utilização de modelos mais avançados, e uma tendência dos bancos internacionalmente ativos caminharem, no mínimo, em direção ao próximo nível, o Método Padronizado.

### 3.2.2.2 Método Padronizado

O Método Padronizado é um aperfeiçoamento do Método do Indicador Básico e a diferença básica está segregação da receita bruta em oito linhas de negócio, cada linha com o seu fator (porcentagem fixa) que simboliza a exposição ao risco. Os percentuais também foram definidos pelo Comitê a partir da experiência dos bancos participantes, com base na relação entre as perdas operacionais em cada linha de negócios e o respectivo nível agregado de receita bruta. Outras diferenças estão relacionadas à fórmula de cálculo, em que é permitida a compensação de encargos de capital negativo (oriundo de receita bruta negativa), em qualquer linha de negócio, com encargos de capital positivo de outras linhas de negócio e à atribuição de receita zero a um dado ano, quando a soma das receitas das oito linhas de negócio for negativa. O encargo de capital pode ser expresso da seguinte forma:

$$K_{TSA} = \left[ \sum_{j=1}^3 \max \left[ \sum_{i=1}^8 (GI_i \times \beta_i), 0 \right] \right] / 3 \quad (3.2.2.2.1)$$

em que:

$K_{TSA}$  = Capital total alocado de acordo com o Método do Padronizado.

$GI_i$  = Receita bruta anual da  $i$ -ésima linha de negócio, de um total de oito linhas, dos três últimos anos.

$\beta_i$  = uma porcentagem fixa, estabelecida pelo Comitê, em relação ao nível de capital exigido para o nível da receita bruta para cada uma das oito linhas de negócios. As linhas de negócio e os valores dos betas estão detalhados abaixo:

Linhas de Negócios	Fatores de Capital
Finanças corporativas ( $\beta_1$ )	18%
Negociação e vendas ( $\beta_2$ )	18%
Banco de varejo ( $\beta_3$ )	12%
Banco comercial ( $\beta_4$ )	15%
Pagamento e liquidação ( $\beta_5$ )	18%
Serviços de agência ( $\beta_6$ )	15%
Administração de ativos ( $\beta_7$ )	12%
Corretagem no varejo ( $\beta_8$ )	12%

Os princípios para a representação das linhas de negócio estão descritos no Apêndice B. Os requisitos a serem cumpridos para os bancos que optarem pela utilização do



Método Padronizado podem ser consultados no documento *International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards – A Revised Framework* (Convergência Internacional de Mensuração de Capital e Padrões de Capital – Uma Estrutura Revisada) (2004, §§ 660 a 663).

As críticas atribuídas ao Método do Indicador Básico são estendidas ao Método Padronizado. Acrescenta-se a dificuldade de segregar a receita bruta em oito linhas de negócio, principalmente nos casos de eventos não mutuamente excludentes, isto é, haverá casos em que uma dada receita possa ser atribuída a mais de uma linha de negócio.

A utilização do Método padronizado pode não significar redução no encargo de capital, quando comparado ao Método do Indicador Básico. A redução ocorrerá quando o peso da receita bruta for maior nas linhas de negócio com Beta inferior a 15%, comparativamente àquelas com 18%.

Há uma variação do Método Padronizado denominado Método Padronizado Alternativo, em que as receitas brutas das linhas de negócio Banco Comercial e Banco de Varejo podem ser substituídas por uma fração correspondente a 3,5% dos volumes de empréstimos e adiantamentos dessas linhas.

Por fim, destaca-se uma omissão no acordo, em relação aos dois métodos, que é a não redução do encargo de capital pelos riscos tradicionalmente cobertos por produtos de seguro, tais como danos aos ativos físicos e seguro pessoal.

### **3.2.2.3 Métodos de Mensuração Avançada**

A exigência de Capital regulamentar no AMA<sup>13</sup> será determinada por modelos de mensuração interna desenvolvidos pelos bancos optantes. Admitindo-se a evolução dos modelos em termos de sofisticação e sensibilidade ao risco, o Comitê, nesse caso, foi mais fiel ao não especificar nenhum método ou premissas de distribuição usadas para mensuração de capital regulamentar para risco operacional. Explicitamente, o Comitê está concedendo ampla flexibilidade para os bancos desenvolverem seus sistemas de administração e gerenciamento de risco operacional e reconhece isso como base para o desenvolvimento e aperfeiçoamento de melhores práticas de gestão de riscos.

---

<sup>13</sup> Vide nota na página 21.

Todavia, para os bancos que adotarem o AMA, será requerido, fundamentalmente, manter procedimentos rigorosos no desenvolvimento e validações de métodos independentes e que sejam capazes de demonstrar que seus modelos proprietários registram eventos de perda final potencialmente críticos. O uso do AMA por um banco está sujeito a um período de verificação a ser feita por sua autoridade de supervisão, a qual determinará se o modelo é confiável e adequado.

A utilização do AMA também sujeita os banco ao cumprimento de critérios qualitativos e quantitativos, padrões de dados internos e externos, conforme explicita o novo acordo, parágrafos 664 a 676. Convém, para os desdobramentos deste trabalho, destacar alguns deles:

- a) os bancos deverão estruturar um banco de dados de perdas internas como pré-requisito essencial para o desenvolvimento e funcionamento de um sistema de mensuração de risco operacional confiável;
- b) as avaliações de risco geradas internamente e usadas para fins de cálculo de capital regulamentar devem estar baseadas em um período mínimo de observação de cinco anos de dados de perdas internas. Quando um banco adotar inicialmente o AMA, um período de três anos é aceitável;
- c) para auxiliar na validação de supervisão, o banco deve ser capaz de mapear seus dados de perdas segundo critérios de segregação em linhas de negócio e tipos de eventos de perdas, conforme explicitado nos apêndices A e B;
- d) o banco deverá ser capaz de demonstrar que o método adotado para mensuração de risco operacional cumpre um padrão de solidez comparável ao período de manutenção do investimento de um ano e um intervalo de confiança de 99,9% - que o capital alocado é suficiente para suportar a perda máxima num período de um ano com um nível de confiança de 99,9% (*Value At Risk* operacional);
- e) considerando que o capital regulamentar apurado na forma do item precedente corresponde à soma das perdas esperadas (EL) e das perdas imprevistas (UL), se o banco puder demonstrar que está constituindo provisões em sua demonstração de resultado anual para suportar EL (mensurado e totalizado adequadamente), o capital regulamentar poderá corresponder à diferença entre o *VaR* operacional e EL;

- f) as mensurações de risco para diferentes estimativas de risco operacional devem ser somadas para fins de apuração da exigência de capital mínimo regulamentar. Entretanto, o banco pode ser autorizado a usar correlações determinadas internamente em perdas de risco operacional em estimativas de risco operacional individuais, desde que ele possa demonstrar, para a satisfação da autoridade de supervisão nacional, que seus sistemas para determinar as correlações são sólidos, implementados com integridade e consideram a incerteza que rodeia quaisquer estimativas de correlação (especialmente nos períodos de *stress*);
- g) o sistema de mensuração de risco operacional de um banco deve usar dados externos pertinentes (dados públicos e/ou dados do setor adquiridos por empresas de pesquisa), especialmente quando há motivo para acreditar que o banco está exposto a perdas, não freqüentes, porém potencialmente graves. Esses dados externos devem incluir os dados sobre os valores de perdas reais, informações sobre a escala de operações comerciais na qual o evento ocorreu, informações sobre as causas e as circunstâncias de eventos de perda, ou outras informações que auxiliariam na avaliação da relevância do evento de perda para outros bancos.

O Comitê pretende que as regras do novo acordo sejam implantadas pelos países do Grupo dos Dez até o final de 2006 e estabelece um prazo adicional até fins de 2007 para as entidades que adotarem inicialmente métodos avançados para mensuração de risco de crédito e risco operacional.

O Banco Central do Brasil, através do Comunicado 12.746 de 09 de dezembro de 2004, divulgou o cronograma de procedimentos para a implementação da nova estrutura de capital do Basileia II no Brasil. Para o tratamento de risco operacional, o Bacen pretende até o final de 2007 estabelecer o requerimento mínimo de capital para as abordagens do Indicador Básico e do Padronizado, iniciar a divulgação de critérios para reconhecimento de modelo internos no período 2008-2009, estabelecer cronograma de validação de modelos avançados no período 2009-2010 e validá-los no período 2010-2011.

## 4 TEORIAS AVANÇADAS PARA MENSURAÇÃO DE RISCO OPERACIONAL

O objetivo deste capítulo é realizar um compêndio de modelos avançados, citados na literatura, que já vem sendo utilizados para mensuração e avaliação de riscos operacionais. Apresentam-se, inicialmente, as orientações básicas para modelagem de dados necessários à utilização desses modelos. Em seguida, abordam-se os modelos em dois grupos, àqueles destinados a cálculo de *VaR* e os voltados para análise de causa-efeito.

### 4.1 MODELAGEM DE DADOS

É requisito fundamental para a utilização de modelos avançados para mensuração de risco operacional no Basileia II, que tenha por objetivo a adequada constituição de provisões para perdas esperadas ou a alocação de capital para suportar perdas imprevistas, a constituição de banco de dados de perdas históricas em bases sólidas e confiáveis.

A legislação do Basileia II, como foi percebida no capítulo anterior, é muito genérica, tanto em relação à exigência de bases de dados históricas confiáveis, quanto à escolha de modelos avançados de mensuração de risco. Restam aos bancos decidirem e proporem que tipos de informações deverão conter essas bases e quais modelos são mais adequados à análise dessas informações. Se o objetivo é calcular um *VaR* operacional, necessário à cobertura de perdas esperadas e perdas imprevistas, então, dados sobre a ocorrência de perdas e seus impactos nos demonstrativos de ganhos e perdas da instituição serão por si só suficientes. Mas se o objetivo for ir muito mais além e investigar as causas, identificar riscos potenciais, fatores que sensibilizam as perdas e implementar ações mitigadoras, outras informações serão necessárias. Uma estrutura básica de modelagem de banco de dados está simbolizada na figura 1 (CRUZ, 2003).

No modelo, as informações de interesse são as perdas individuais históricas de mesma natureza e isso inclui dados de frequência com que os eventos de perdas ocorrem (número de eventos de perdas durante um certo período de tempo) e a severidade (o impacto do evento individual em termos de perdas financeiras). Frequência e severidade constituem-se nos elementos essenciais para a utilização de modelos avançados para cálculo de *VaR* operacional. A partir da análise desses fenômenos combinados, é possível conhecer o comportamento de perdas agregadas para um dado evento de perda.

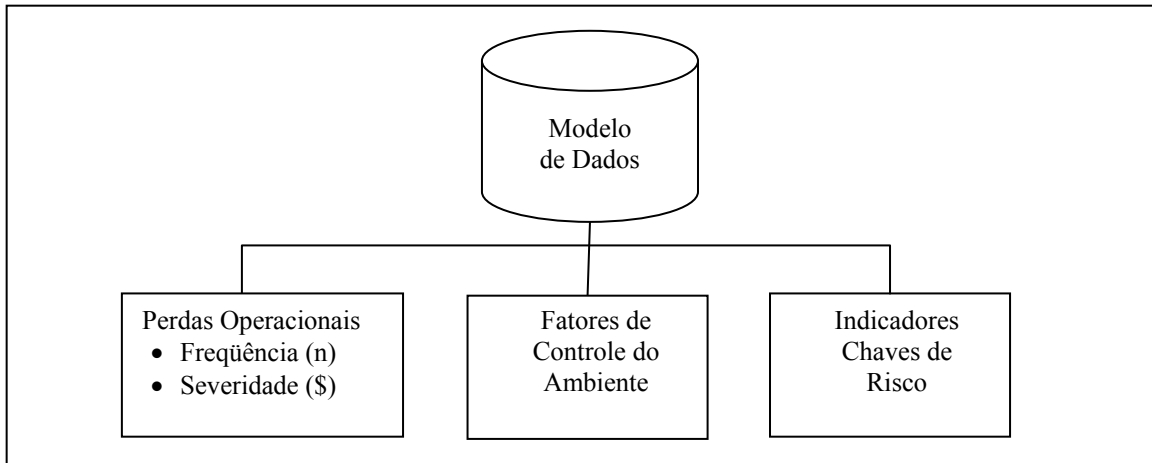


FIGURA 1 – Modelo de Banco de Dados de Perdas Operacionais.

O conhecimento de freqüência e severidade de perdas para fins de análise de perdas agregadas será tanto objetivo e preciso, quanto mais detalhada for a categorização das perdas em tipos de eventos que contribuam para o mapeamento de suas causas e efeitos. Isto quer dizer que, quanto melhor for caracterizado um evento de perdas, mais informações objetivas serão obtidas sobre a sua origem, seu comportamento e os impactos monetários que produz. A tabela 1 mostra alguns exemplos de tipos de perdas.

TABELA 1 – Tipos de Eventos de Perdas.

<b>Tipo de Perda</b>	<b>Causas</b>	<b>Efeitos (Valor Monetário)</b>
Legal	Processos judiciais perdidos	Valor da causa paga e outros custos relacionados ao evento.
Compliance e multas a título de penalidades	Penalidades pagas ao regulador por descumprimento de dispositivo legal.	Multas pagas.
Danos aos ativos físicos	Negligência, incêndio, acidentes humanos e fenômenos naturais acidentais.	Redução do valor da firma de ativos não financeiros e da propriedade.
Fraudes	Atos ou intenções de apropriação indevida de bens.	Redução do valor de ativos financeiros ou outros bens.
Práticas Trabalhistas e Segurança no Ambiente de Trabalho	Reclamações decorrentes de atos inconsistentes com contratos ou leis trabalhistas, de saúde ou de segurança.	Indenizações pagas
Ruptura nos negócios e falhas no sistema	Falhas de sistemas que redundam em perdas transacionais.	Restituições de perdas.
Clientes, Produtos e Práticas Comerciais	Reclamações de clientes decorrentes de uma falha não-intencional ou negligente para cumprir uma obrigação profissional.	Reposições de produtos, restituição de valor monetário ou ainda indenizações pagas.

Fonte: Cruz (2003).

Outras informações sobre o ambiente de origem das perdas completam o modelo básico de dados que são os “Fatores de Controle do Ambiente” e os “Indicadores Chaves de Risco”. Representam informações complementares relacionadas a ocorrências de perdas que se propõem a colaborar na investigação e utilização de modelos avançados para análise de causa-efeito, no conhecimento das forças que comandam o *VaR* e na construção do elo que relaciona o *VaR* a fatores causais administráveis. Conceitualmente:

- a) **Fatores de Controle do Ambiente** – são elementos quantitativos importantes que retratam a qualidade do controle do ambiente de negócios. Por exemplo, para avaliar a qualidade no atendimento de transações realizadas via home-banking poderiam ser criados fatores de controle do ambiente como “tempo médio diário do sistema fora do ar”, “quantidade de vezes em que o sistema caiu”, “tempo total diário para realização de transações on-line”; “tempo médio em que o sistema funcionou muito lento”.
- b) **Indicadores Chaves de Risco** – são índices representados em sua maioria por relações entre Fatores de Controle do Ambiente e sinalizam mais fortemente a potencialidade de ocorrência de riscos. Por exemplo, para a mesma situação citada no item anterior, um Indicador Chave de Risco poderia ser a relação entre “tempo médio em que o sistema funcionou muito lento” sobre “tempo total diário para realização de transações on-line”

A tabela 2 dá alguns exemplos de Fatores de Controle do Ambiente e Indicadores Chaves de Risco.

TABELA 2 – Fatores de Controle do Ambiente e Indicadores Chaves de Risco.

<b>Ambiente de negócios</b>	<b>Fatores de Controle do Ambiente</b>	<b>Indicadores Chaves de Risco</b>
Sistemas	Sistema fora do ar. Sistema lento. Número de breakdowns. Transações com erros. Total de ataques de vírus. Número de ataques de vírus debelados.	Sistema fora do ar/tempo total de funcionamento de sistema. Número de transações não completadas/nr. de breakdowns. Número de ataques de vírus debelados/total de ataques. Transações com erros/total de transações.
Pessoas	Número de empregados. Número de empregados com baixa qualificação. Número de empregados com pouca experiência. Clima organizacional e Nível de satisfação (pesquisa).	Número de empregados com baixa qualificação/número total de empregados.

<b>Ambiente de negócios</b>	<b>Fatores de Controle do Ambiente</b>	<b>Indicadores Chaves de Risco</b>
Processos	Número de processos auditados. Número de pontos de controle por etapa do processo.	Número de processos não auditados/ total de processos.
Ambiente externo	Número de mudanças na legislação. Quantidade total de reclamações. Quantidade de reclamações esclarecidas com satisfação do cliente. Quantidade de novos processos judiciais por período.(de clientes) Tempo de atendimento do cliente. Número de produtos devolvidos.	Quantidade de clientes não atendidos. Quantidade de reclamações esclarecidas com satisfação do cliente/ Quantidade total de reclamações.

Fonte: adaptado de Cruz (2003).

Outros elementos importantes devem ser observados na construção da base de perdas, são eles:

- a) **perdas diretas x indiretas** – perdas diretas são aquelas que afetam diretamente os resultados e se caracterizam por valores monetários identificados e relacionados diretamente ao evento de perda. As perdas indiretas são quase sempre imperceptíveis monetariamente, ou se revestem de avaliação monetária subjetiva com base em estimativas. O novo acordo de capital da Basileia definiu como obrigatório para os bancos a alocação de capital apenas para perdas diretas. Alguns exemplos, ver tabela 3.
- b) **duração dos eventos de perdas** – algumas perdas diretas nem sempre são conhecidas no momento da ocorrência do evento, podendo levar dias, meses ou anos até que sejam devidamente apuradas. Um exemplo conhecido no mercado foi a perda da plataforma P-36 da Petrobrás, cuja avaliação levou mais de 6 meses para ser concluída. Para efeito de alocação de capital, recomenda-se adotar metodologia de avaliação que estabeleça um “valor presente” para as perdas.
- c) **categorização em unidades de negócio** – é a divisão das perdas por unidades de negócio da empresa. A premissa é que unidades de negócio com características divergentes apresentam perfis de risco também distintos. O Basileia II padronizou a necessidade de caracterização das perdas em unidades de negócio, segundo as especificações constantes do Apêndice B.

TABELA 3 – Exemplos de perdas diretas e indiretas.

<b>Evento</b>	<b>Perdas diretas</b>	<b>Perdas indiretas</b>
Assalto de numerário a uma agência bancária	Valor do numerário e dos equipamentos roubados.	Despesas adicionais com pagamento de vigilância extra, reparos, perdas por negócios não realizados até retorno de pleno funcionamento.
Fraude na Internet – cliente não reconhece determinado lançamento em sua conta	Valor da perda ressarcida ao cliente.	Despesas de pessoal e material envolvidas na solução do problema.
Fraude interna -Apropriação indébita de recursos por funcionário da empresa.	Valor da apropriação, deduzidas as possíveis recuperações.	Valor das despesas que envolveram o processo administrativo que culminou com a demissão do funcionário.

Fonte: elaboração própria.

## 4.2 MODELOS AVANÇADOS PARA CÁLCULO DE *VAR* (*VALUE AT RISK*)

Os processos estocásticos construídos a partir de técnicas de simulação são os mais utilizados para retratar fenômenos do mundo real, relacionados a ocorrências de perdas por riscos operacionais. São modelos que se propõem a calcular *VaR* operacional com base na experiência histórica de eventos de perdas operacionais. Os métodos básicos são:

- a) **Método de Distribuição de Perdas** – utiliza-se de dados de frequência e severidade com as especificidades já comentadas para simular a ocorrência de perdas agregadas para um dado evento de perda. O processo se inicia por encontrar uma função de distribuição de probabilidade que melhor se ajusta aos dados de frequência e uma outra que melhor se ajusta aos dados de severidade para, em seguida, combiná-las, a partir da utilização de técnica de simulação de Monte Carlo, tendo por objetivo final encontrar a distribuição da soma dessas perdas. Conhecida a distribuição de perdas agregadas, calcula-se a perda máxima para um intervalo de confiança  $(100-\alpha)\%$  desejado, num dado período de tempo, que é o conceito de *VaR* operacional. Este método será mais bem detalhado no capítulo seguinte quando se mostrará a aplicação de um estudo de caso real em uma instituição financeira;
- b) **Método do Valor Extremo** – baseado no método de distribuição de perdas, utiliza-se de distribuições de probabilidades específicas que apresentam caldas mais gordas – *Fat Tails* – e que possibilitam a obtenção de *VaR* operacional para suportar perdas extremas, catastróficas ou potencialmente críticas.



Maiores informações ver Cruz (2003), Lewis (2004) e Embrechts et al. (1998) e Longin (1997) citados por Cruz (2003).

Outros processos estocásticos são mencionados na literatura como importantes ferramentas na avaliação complementar de *Var* Operacional, pois se prestam à compreensão de muitos problemas enfrentados no gerenciamento desses riscos.

São exemplos de métodos complementares:

- a) **Teoria da Ruína** – é considerada um dos processos estocásticos básicos para utilização no ramo de seguros. Objetiva ajudar a definir o grau de ruína de um portfólio e influenciar decisões de *hedging*<sup>14</sup>. A técnica se mostra também bastante útil em quantificar necessidade de *hedging* em riscos operacionais, notadamente em poder demonstrar se, num dado período de tempo, em algum momento a empresa poderá não reunir recursos suficientes para cobrir o montante das perdas agregadas. Maiores informações, consultar autores Rolski et al. (1999) e Embrechts et al (1997) citados por Cruz (2003);
- b) **Teoria da Fila** – processo estocástico também conhecido como processo de chegadas. Muito utilizada para otimizar processamento de transações. As transações são avaliadas segundo a chegada, o processamento e a saída. Os exemplos mais comuns de aplicação são àqueles voltados para simular, por exemplo, o comportamento de filas de banco, o atendimento em restaurante, as chegadas de navio em um porto, o atendimento hospitalar de emergência e eventos similares. O propósito da técnica em risco operacional poderia ser visualizado como sendo simular a ocorrência de evento de perda em intervalos de tempo. Maiores informações, ver Cruz (2003) e Rolski et al. (1999) e Embrechts et al (1997) citados por Cruz (2003);
- c) **Cadeias de Markov** – processo estocástico baseado em cálculos de probabilidade condicional em cadeia. O fenômeno probabilístico a ser estudado pode ser visualizado em estágios de transição, em que cada estágio seguinte tem probabilidade que depende do estágio atual, mas não depende dos demais estágios passados. O poder da ferramenta é demonstrar uma visão conjunta do processo e as probabilidades de ocorrências combinadas em todos os estágios.

---

<sup>14</sup> *Hedging* – significa proteção. Operações de hedging são bastantes utilizadas no mercado financeiro para equalização de ativos e passivos.

A teoria pode ser aplicada largamente na avaliação de processos operacionais, cujas ocorrências de interesse podem ser visualizadas em estágios. Maiores informações, ver Bühlmann (1996. Cap. 2) e Cruz (2003);

- d) **Teoria da Credibilidade** – a teoria baseia-se no estudo de confiabilidade de elementos de um sistema. É considerada, por exemplo, uma particularidade de extrema importância na construção de aeronaves, em que partes específicas não devem falhar. Provê estatística para avaliar a probabilidade de um componente funcionar adequadamente, se num dado instante ou durante um intervalo de tempo, ele é requerido. Através da teoria pode se implementar soluções que garantam a confiabilidade de funcionamento de um sistema em 100%, mesmo quando falhas ocorrem. Conhecendo-se as probabilidades de ocorrências de falhas, adotam-se alternativas de acionamento de componentes de *backup*<sup>15</sup>, por exemplo, para manter o sistema funcionando, enquanto os reparos são efetuados. A teoria da credibilidade pode ser amplamente utilizada em avaliações de riscos operacionais em instituições financeiras. Um exemplo são as rupturas de transações comerciais devidas a falhas de sistemas eletrônicos, como no caso das operações de *home banking*<sup>16</sup>. Maiores informações, ver Cruz (2003);
- e) **Mix de Distribuições de Probabilidade** – há situação em que uma variável aleatória, caracterizada por um evento probabilístico de perda, possa não ser explicada por uma única distribuição de probabilidade, como foi visto no método de distribuição de perda em que a frequência ou a severidade é representada por uma distribuição de probabilidade. Nesse caso, ela pode necessitar de uma outra ou de uma combinação de distribuições para explicar o processo. Trata-se da utilização de algoritmos mais complexos. Maiores informações podem ser consultadas nos autores Panjer & Willmot (1992), Daykin (1996), Hogg & Klugman (1984) e Bowers (1986).

---

<sup>15</sup> *Backup* – significa cópia de segurança. Componente de backup é um componente de segurança que substitui um componente principal, quando este apresenta defeito ou mau funcionamento.

<sup>16</sup> *Home banking* – sistema que permite ao usuário, através de um computador conectado à Internet, realizar consultas a contas bancárias e transações em dinheiro, como pagamentos de contas e transferência de recursos.

### 4.3 MODELOS AVANÇADOS PARA ANÁLISE DE CAUSA-EFEITO.

Utilizar-se de modelos avançados para cálculo de *VaR* não é o bastante para um eficiente gerenciamento de riscos operacionais. Acrescenta-se, portanto, a necessidade de conhecer que variáveis comandam o *VaR*, o que equivale a entender quais elementos explicam a ocorrência de perdas e como poder melhor gerenciá-los.

Os métodos avançados para análise de causa-efeito se propõem a colaborar no entendimento da influência de fatores causais sobre o *VaR* Operacional, como sistemas, pessoas, processos e eventos externos. A matéria prima utilizada nos modelos de causa-efeito são as informações construídas a partir dos fatores causais que são os “Fatores de Controle do Ambiente” e os “Indicadores Chaves de Risco”, mencionados na fase de modelagem de dados, e as perdas operacionais verificadas. O objetivo é estabelecer uma relação entre eles.

A literatura tem abordado esses modelos basicamente em dois grupos, os modelos econométricos e de séries de tempo e os modelos não-lineares.

Alguns exemplos de modelos econométricos:

- a) **Análise de Regressão** – o modelo busca estudar a relação linear de dependência entre uma variável, denominada dependente, e uma ou mais outras variáveis, atribuídas como explicativas. Em análises causais de risco operacional, a variável dependente são as perdas operacionais e as variáveis explicativas podem ser representadas por um ou mais fatores de controle do ambiente e indicadores chaves de risco. Os resultados causais obtidos na utilização desses modelos devem ser criteriosamente avaliados sob o ponto de vista da significância estatística e de problemas usuais no uso desses modelos tais como a autocorrelação, multicolinearidade e homocedasticidade, conceitos que podem ser mais aprofundados com os autores Gujarati (2000), Lewis (2003) e Cruz (2003);
- b) **Análise Multivariada** – um número considerável de fatores poderão explicar um evento de perda operacional, alguns com maior relevância, sobre os quais deverão se concentrar as ações mitigadoras de risco, e outros com menor intensidade, o quais poderão ser desprezados. O modelo tem por objetivo estabelecer uma combinação linear entre o maior número possível de variáveis que afetam as perdas e extrair um subconjunto menor desses fatores que

explica a maior parte da variância das perdas numa matriz de correlação. Maiores informações, consultar Cruz (2003);

- c) **Análise Discriminante** – a técnica objetiva ajudar a transformar a análise qualitativa de risco em método mais quantitativo possível na tarefa de melhor gerenciar os riscos. Objetiva encontrar um peso para cada fator de risco considerado e produzir um *rating* de risco para um específico tipo de evento de perda em uma dada linha de negócio da empresa. A análise discriminante tem sido largamente utilizada em todo o mundo para o gerenciamento de risco de crédito, em que classificações de *rating* do tipo AAA, AA, B, etc., são atribuídas às exposições de risco, as quais retratam as potencialidades de perdas sob diferentes fatores e indicadores de risco considerados. Em se tratando de riscos operacionais, a técnica pode ser extremamente útil no gerenciamento das mudanças que ocorrem em um ambiente de riscos ao longo do tempo, a partir da montagem de uma matriz de migração de classificação de risco, também bastante utilizada em risco de crédito. O propósito da matriz é indicar, por exemplo, qual a probabilidade de um tipo de risco classificado como A, em um período atual, venha a ser classificado como BBB, em um período seguinte. Maiores informações, consultar Cruz (2003).

Alguns exemplos de modelos não-lineares:

- a) **Redes Neurais** – é um modelo alternativo de regressão não-paramétrica. A técnica baseia-se no funcionamento das células nervosas do corpo humano. As células podem ser representadas por fatores de controle do ambiente e indicadores chaves de risco. A volatilidade desses fatores e índices nem sempre estabelecem padrões lineares com o comportamento das perdas. A técnica baseia-se em relacionar o conectar indicadores e/ou índices e verificar o resultado, peso ou soma dessa relação. Num passo seguinte, referidos pesos são combinados para identificação dos efeitos sobre as perdas operacionais. Rede Neural é uma matriz dos pesos das conexões entre todos os fatores e índices representativos de risco do ambiente. Maiores informações, ver Cruz (2003);
- b) **Redes de Crenças Bayesianas** – a técnica baseia-se no estudo das relações de dependência probabilística entre eventos e os efeitos de propagação dessas relações de dependência sobre o objeto fim que se deseja conhecer. Em termos de risco operacional, propõe-se estudar as relações de dependência

probabilística entre diferentes indicadores chaves de risco ou fatores de controle do ambiente, identificar quais deles possuem relações de dependência e os efeitos dessa relação sobre as perdas operacionais e, também, identificar quais não possuem relação de dependência, mas produzem efeitos diretos sobre as perdas. O modelo pode ser representado por um diagrama, em que indicadores ou fatores estão ligados por relações de dependência, que por sua vez estão ligados com as perdas. Mais informações, consultar Lewis (2004) e Alexander (2003);

- c) **Data Mining** – é o processo de análise de dados sob diferentes perspectivas e resumos que podem identificar informações úteis direcionadas para redução de custos, elevação de receitas ou diminuição de riscos. A tarefa basicamente é sumarizar informações de grandes bases de dados com o propósito de localizar padrões de comportamento ou correlações muito fortes entre eventos. O setor de informática tem crescido bastante nos últimos anos, no que se refere a soluções tecnológicas de armazenagem e integração de banco de dados e análise de informações, o que tem contribuído para a utilização e disseminação da técnica. Os eventos de perdas operacionais, por exemplo, podem estar associados a um número muito grande de fatores que estejam relacionados a diferentes áreas ou unidades de negócio da empresa e, portanto, sem sempre são avaliados conjuntamente. Com o uso de ferramentas de maior poder de armazenagem e processamento e de softwares de análise estatística e tendo por objeto de estudo uma base dados única (integrada), as sumarizações podem gerar informações úteis que de outra forma não era possível conhecer. Maiores informações, consultar Cruz (2003).

## 5 MÉTODO DE DISTRIBUIÇÃO DE PERDAS AGREGADAS

O objetivo deste capítulo é demonstrar as bases teóricas do modelo de distribuição de perdas agregadas, considerado aqui o processo estocástico essencial para mensuração de necessidades de alocação de capital para suportar perdas provenientes de riscos operacionais.

O processo inicia-se pela definição de modelos de representação de dados de frequência e severidade das perdas históricas, identificadas segundo a classificação em diferentes tipos de perdas e linhas de negócio da empresa. Em seguida, referidos modelos são compostos através de técnica de simulação para geração das perdas totais em um dado período de tempo. Sobre as perdas totais consolidadas, demonstrar-se-á o uso de estatísticas básicas para cálculo de *VaR* operacional e a interpretação desse valor como indicador de alocação de capital. Ao final, realiza-se uma abordagem de validação do modelo e o desenvolvimento de cenários de stress.

### 5.1 MODELOS DE FREQUÊNCIA E SEVERIDADE

Os modelos para representação de dados de frequência e severidade de perdas são largamente citados na literatura atuarial de modelos para precificação de prêmios de seguro. Os modelos são baseados no uso de distribuições de probabilidade. O processo de utilização de distribuições de probabilidade para representar dados de frequência e severidade é citado por diversos autores. Ver, por exemplo, Cruz (2003) e Lewis (2004). É composto basicamente das seguintes passos:

- a) levantamento dos dados de frequência e severidade a partir do banco de dados de perdas históricas;
- b) escolha da distribuição de probabilidade candidata a representar os dados;
- c) estimativa dos parâmetros da distribuição de probabilidade com base nos dados de perdas;
- d) ajuste do modelo que é a geração do formato da distribuição com base nos parâmetros estimados;
- e) realização de testes estatísticos para aceitação ou rejeição do modelo. No caso de rejeição, retoma-se o processo a partir do passo (b).

A compreensão do processo de representação de frequência e severidade requer a revisão de alguns conceitos básicos da teoria da probabilidade, os quais serão mostrados a seguir. As definições seguem as mesmas especificações constantes das publicações de Bühlmann (1970), Bowers (1996), Cruz (2003), Daykin (1996), Hogg & Klugman (1984), Hossack, Pollard & Zehnwirth (1992), Panjer & Willmot (1992) e Lewis (2004).

### 5.1.1 Variáveis Aleatórias e Funções de Probabilidade

Uma variável aleatória (V.A.), denotada por  $X$ , representa valores numéricos hipotéticos, tomados por  $x_N$ , extraídos como resultado de um experimento, onde  $x$  é o valor que ela assume e  $N$  é período de tempo em que foi observada. A variável aleatória é chamada discreta quando assume valores inteiros, isto é, representa um experimento que envolve contagem. A variável aleatória é chamada contínua quando assume valores que podem ser medidos com um certo grau de precisão, tais como peso, tempo, valores monetários, etc.

A quantidade de assaltos a caixas eletrônicos durante um período de um mês é um exemplo de variável aleatória discreta. Se num período de 6 meses foram observadas as seguintes frequências [3, 5, 2, 2, 1, 4], a variável aleatória assume os seguintes valores [ $x_1 = 3$ ,  $x_2 = 5$ ,  $x_3 = 2$ ,  $x_4 = 2$ ,  $x_5 = 1$ ,  $x_6 = 4$ ]. Um exemplo de variável aleatória contínua pode ser representado pelas perdas monetárias individuais decorrentes de assaltos a caixas eletrônicos. Se no primeiro mês as perdas observadas foram as seguintes [\\$ 50.000, \\$ 201.400, \\$ 23.200], a variável aleatória poderia assumir os seguintes intervalos [ $0 < x_1 \leq \$ 50.000$ ,  $\$200.000 < x_2 \leq \$ 250.000$ ,  $0 < x_3 \leq \$ 50.000$ ].

O estudo de dados de eventos de perdas – frequência e severidade – quase sempre envolve um grande número de observações, relacionados a períodos de no mínimo 3 anos. A estatística fornece as funções de probabilidade para uma melhor representação desses eventos. As funções de probabilidade demonstram os resultados possíveis de uma variável aleatória e o quanto prováveis eles são. O conhecimento os resultados possíveis e das probabilidades de ocorrência é a base do processo de quantificação de risco operacional.

É denominada Função Densidade de Probabilidade (FDP) a distribuição das frequências relativas para os resultados de uma variável aleatória. A FDP pode ser representada graficamente conforme figura 2.

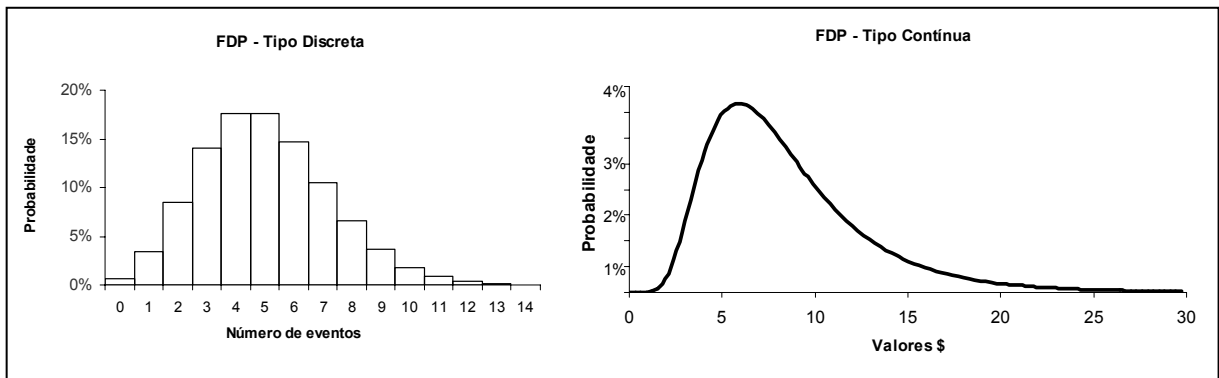


FIGURA 2 – Função Densidade de Probabilidade – Discreta e Contínua.

A FDP, representada por  $f(x)$ , é definida como sendo:

$$f(x) = \text{Pr ob}(X = x), \text{ se } X \text{ é discreta, e} \quad (5.1.1.1)$$

$$f(x) = \frac{d}{dx} F(x), \text{ sendo } F(x) = \text{Pr ob}(X \leq x), \text{ se } X \text{ é contínua.} \quad (5.1.1.2)$$

Verifica-se na FDP, para o caso da V.A. discreta, que a probabilidade de  $X$  tomar um valor  $x$  qualquer é conhecida e está representada pela frequência relativa que cada valor assume na variável. Para o caso de  $X$  ser uma V.A. contínua, a probabilidade de assumir um certo valor  $x$  é infinitamente pequena ou igual a zero, dada a característica de poder assumir infinitos valores com probabilidade entre 0 e 1. Nessa situação, as probabilidades são obtidas por intervalos de valores. Dada que  $X$  é uma V.A. contínua, a área entre dois pontos  $x_1$  e  $x_2$  representa a probabilidade da variável aleatório estar entre esses dois valores e é definida por:

$$\text{Pr ob}(x_1 \leq X \leq x_2) = \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx \quad (5.1.1.3)$$

As probabilidades acumuladas de uma variável aleatória  $X$  qualquer são obtidas pela Função Distribuição Acumulada (FDA). É definida como sendo:

$$F(x) = \text{Pr ob}(X \leq x) = \begin{cases} \sum_{x \leq k} p(x) & \text{se } X \text{ é discreta} \\ \int_{-\infty}^x f(x) dx & \text{se } X \text{ é contínua} \end{cases} \quad (5.1.1.4)$$

A Função distribuição Acumulada pode ser representada graficamente conforme figura 3.



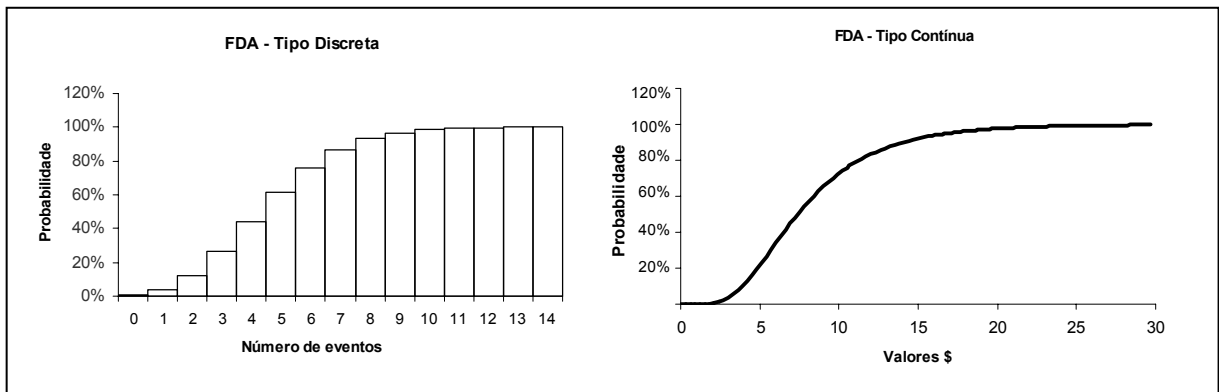


FIGURA 3 – Função Distribuição Acumulada – Discreta e Contínua.

Algumas propriedades importantes das funções de probabilidade:

a)  $F(x)$  é sempre não decrescente, i.e.  $\frac{d}{dx} F(x) \geq 0$ ;

b)  $F(x) = 0$ , para  $x = -\infty$ ;

c)  $F(x) = 1$ , para  $x = \infty$ ;

d)  $\sum_x p(x) = 1$ ;

e)  $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$

Um conceito importante relacionado às funções de distribuição é a função percentil. O  $\alpha$ -ésimo percentil ( $0 \leq \alpha \leq 1$ ) é o valor de uma variável aleatória  $X$ , dito  $x_\alpha$ , o qual indica a percentagem da função distribuição que é igual ou menor que  $x_\alpha$ . Dado uma Função Distribuição  $F(x)$ , a função percentil é definida como sendo  $F^{-1}(1-\alpha)$ .

Este conceito será bastante útil para o cálculo do *VaR* (*Value at Risk*) Operacional, o qual será explorado ao final deste capítulo. O Comitê de Basileia definiu que o capital a ser alocado para risco operacional deve ser suficiente para suportar a perda máxima num período de um ano com um nível de confiança de 99,9%. Uma medida para apuração desse capital é o *VaR* Operacional. Sendo  $F(x)$  a função distribuição das perdas agregadas para o período de um ano, o *VaR* Operacional pode ser calculado encontrando-se o percentil  $F^{-1}(1-\alpha)$  para  $\alpha = 99,9\%$ , isto é,  $VaR \text{ Operacional} = F^{-1}(1-0,999) = F^{-1}(0,001)$ .

### 5.1.2 Métodos para Estimativa de Parâmetros

Como foi visto anteriormente neste capítulo, o processo de ajuste de distribuições de probabilidade aos dados empíricos de frequência e severidade passa por selecionar um conjunto de distribuições de probabilidade, encontrar os valores dos parâmetros dessas distribuições e então verificar qual distribuição é a mais adequada a representar os dados observados.

A tarefa, portanto, que antecede o ajuste da distribuição aos dados empíricos é a estimativa dos parâmetros da distribuição. A razão disso é decorrente do postulado de que uma distribuição de probabilidade é determinada por seus parâmetros. A escolha de um adequado estimador é o passo inicial para isso. Dentre os métodos mais utilizados, destacam-se os métodos dos momentos, dos mínimos quadrados e da máxima verossimilhança.

O método dos momentos envolve a geração de um sistema de equações em número igual ao número de parâmetros a serem estimados. Demonstrar-se-á a seguir o processo de estimativa pelo método dos momentos. Inicialmente, apresentam-se os conceitos de Função Geradora de Momentos e Função Geradora de Cumulantes. Os conceitos a seguir apresentados estão de acordo com as especificações de Panjer & Willmot (1992, cap. 2) A função geradora de momentos de uma variável aleatória  $X$  qualquer é definida como sendo:

$$M_x(z) = E[e^{zx}] = \sum e^{zx} f(x), \text{ se } X \text{ é discreta} \quad (5.1.2.1)$$

$$M_x(z) = E[e^{zx}] = \int e^{zx} f(x), \text{ se } X \text{ é contínua} \quad (5.1.2.2)$$

$M_x(z)$  existe para os casos em que a integral acima converge.

A função geradora de cumulantes é definida como sendo o logaritmo da função geradora de momentos:

$$C_x(z) = \text{Log } M_x(z) \quad (5.1.2.3)$$

A equação (5.1.1.2.3) pode ser expressa como uma série em  $z$ , da seguinte forma:

$$C_x(z) = k_1 z + k_2 \frac{z^2}{2!} + k_3 \frac{z^3}{3!} + \dots \quad (5.1.2.4)$$

Os valores de  $k_r$  ( $r = 1, 2, 3, \dots$ ) são chamados os cumulantes da distribuição e definidos como:

$$k_r = \frac{d^r}{dz^r} C_x(z) |_{z=0} \quad (5.1.2.5)$$

Os dois primeiros cumulantes são respectivamente a média e variância:

$$k_1 = \frac{d^1}{dz^1} \log M_x(z) |_{z=0} = \frac{d}{dz} \log E[e^{zx}] = E[X] \quad (5.1.2.6)$$

$$k_2 = \frac{d^2}{dz^2} \log E[e^{zx}] = \sigma^2$$

A maior parte das funções de probabilidade tem no máximo dois parâmetros e, sendo assim, o sistema de equações para solução dos estimadores pode ser composto pelos dois primeiros cumulantes, representados pelas equações de média e variância. Caso se utilize uma função com três parâmetros, acrescenta-se ao sistema a equação correspondente ao terceiro cumulante e assim por diante.

Um grande número de modelos de funções de probabilidade é citado na literatura mencionada neste capítulo. Referidos modelos são amplamente utilizados no processo de ajuste de dados. Um compêndio dessas funções pode ser vista no Apêndice C – Funções de Probabilidade. Trata-se de um conjunto de 37 funções classificadas em ordem alfabética de denominação, contendo informações sobre a função densidade de probabilidade, Função distribuição acumulada, média, variância e os parâmetros distribucionais.

### 5.1.3 Testes Estatísticos de Ajustes

A fase de teste de ajuste dos modelos é o passo final para escolha daquele que melhor representa os dados de frequência e severidade. Há uma família de testes citados na literatura estatística e atuarial. Alguns autores os dividem em dois grupos, os testes gráficos e os testes formais.

Os testes formais são testes de hipótese para aceitação ou rejeição do modelo. São considerados mais acurados por se basearem em avaliações quantitativas, portanto são mais objetivos. Quanto aos testes gráficos, são mais visuais, menos precisos e quase sempre são utilizados de forma complementar aos testes formais, quando estes não são conclusivos, ou ainda para ratificar o grau de ajuste do modelo.

O teste gráfico mais utilizado é o QQ-Plot. É um gráfico dos quartis ou percentis dos pontos abaixo de um dado valor do conjunto dos dados da amostra, contra os quartis ou percentis da distribuição de probabilidade que está sendo ajustada. Os pontos dos dados amostrais são representados no gráfico por uma linha reta, denomina linha de referência. Para a avaliação do método, quanto mais próximos os pontos da distribuição estiverem da linha de referência, melhor o ajuste. Embora tenha um caráter subjetivo de avaliação, contribui de forma complementar na análise do modelo de ajuste.

Os principais ou mais citados testes formais na literatura estatística são os seguintes: Kolmogorov-Smirnov e Qui-Quadrado. Os conceitos adiante demonstrados estão de acordo com as especificações de Hogg & Klugman (1984, cap. 3), Cruz (2003, cap. 3-5) e Lewis (2004, cap.7-8).

### **Kolmogorov-Smirnov**

O teste Kolmogorov-Smirnov verifica basicamente a máxima distância entre as duas funções de distribuição acumulada (FDA), a dos dados empíricos e a do ajuste. O teste estatístico é definido como sendo:

$$D_n = \max[|F_n(x) - F(x)|] \quad (5.1.3.1)$$

em que:

$D_n$  é a distância máxima;

$n$  é o número de pontos dos dados empíricos;

$F_n(x)$  é a probabilidade acumulada dos dados empíricos correspondente ao número de pontos  $n$ ;

$F(x)$  é a probabilidade acumulada da função distribuição ajustada.

O resultado do teste estatístico é confrontado com os valores críticos da tabela 4 para aceitação ou não do modelo. Teste estatístico abaixo do valor crítico indica que estatisticamente a função distribuição postulada representa bem os dados observados.

TABELA 4 – Valores críticos para Kolmogorov-Smirnov

Valores Críticos	Nível de significância( $\alpha$ )
$1.07/\sqrt{n}$	0,20
$1.22/\sqrt{n}$	0,10
$1.36/\sqrt{n}$	0,05
$1.63/\sqrt{n}$	0,01

### Qui-Quadrado

Utilizado basicamente para testar ajuste de distribuições de frequência, o teste compara discrepâncias entre os dados reais observados e os dados que foram previstos pela distribuição ajustada. O Qui-Quadrado é definido como sendo:

$$Q = \sum_{k=0}^n \frac{(n_k - E_k)^2}{E_k} \quad (5.1.3.2)$$

em que:

$n_k$  são os valores dos dados observados;

$E_k$  são os dados esperados atribuídos pela distribuição ajustada.

Os resultados do teste são confrontados com os valores críticos de  $\chi^2_{d,\alpha}$  com  $d = k - r - 1$  graus de liberdade. A hipótese é rejeitada se a estatística superar o valor crítico. Os valores críticos podem ser obtidos a partir de tabelas de valores críticos publicadas na literatura estatística, ou calculados utilizando-se de aplicativos de planilha. Ver exemplo de tabela de valores críticos para o teste do Qui-Quadrado em Stevenson (2001).

## 5.2 A AGREGAÇÃO DE DISTRIBUIÇÕES DE FREQUÊNCIA E SEVERIDADE

Concluída a fase de modelagem de dados de frequência e severidade e definidas as funções de probabilidade que melhor representam esses dados, a próxima etapa é criar valores amostrais que representam as perdas agregadas para um dado tipo de perda e linha de negócio da empresa e para um período de tempo fixado (O novo acordo de Basiléia estabeleceu período de um ano).

A distribuição das perdas agregadas pode ser obtida pela composição das distribuições de frequência e de severidade, conforme ilustra a figura 4.

Objetivando tornar mais compreensível o processo de composição, suponha  $N$  uma variável aleatória que representa o número de eventos de perdas durante um ano, associada a um função densidade de probabilidade  $\Pr(N=n)$  e  $X$  a variável aleatória que representa o valor das perdas, associada a uma função densidade de probabilidade  $f(x)$ . Assume-se que os eventos de frequência ( $N$ ) são independentes dos eventos de severidade ( $X$ ) e que as perdas anuais para um dado tipo de perda e linha de negócio é definida pela soma:

$$S = X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_N \quad (5.2.1)$$

A função distribuição de probabilidade de S é a distribuição de probabilidade composta G(s), assim demonstrada, ver Bowers, N. L. Jr et al (1986, cap 11) e Panjer, H & Wilmot G. (1992, cap.2):

$$\begin{aligned}
 G(s) &= \Pr\{S \leq s\} \\
 G(s) &= \sum_{n=0}^{\infty} \Pr(N = n) \Pr(S \leq s / N = n) \\
 G(s) &= \sum_{n=0}^{\infty} \Pr(N = n) \Pr(X_1 + X_2 + \dots + X_n \leq s) \\
 G(s) &= \sum_{n=0}^{\infty} \Pr(N = n) (P * P * \dots * P(x)) \\
 G(s) &= \sum_{n=0}^{\infty} \Pr(N = n) P_x^{*n}(x) \tag{5.2.2}
 \end{aligned}$$

E a função densidade de probabilidade de S é dada por  $g(s) = \Pr(S=s)$ , que demonstrada da mesma forma, equivale a:

$$g(s) = \sum_{n=0}^{\infty} \Pr(N = n) p_x^{*n}(x)$$

em que:

$\Pr(N=n)$  é probabilidade da frequência das perdas ser igual a n;

$P^{*n}(s)$  é a n-ésima convolução de P, isto é, é a probabilidade agregada de n perdas ser menor ou igual a s.

$p^{*n}(s)$  é a n-ésima convolução de p, isto é, é a probabilidade agregada de n perdas ser igual a s.

Um exemplo discreto:

Suponha frequências de 0, 1, 2 e 3 eventos de perdas com probabilidades de 1/10, 5/10, 3/10 e 2/10, respectivamente, e que uma perda individual assuma os valores de \$1000, \$2000 e \$3000, com probabilidades de 7/10, 2/10 e 1/10, respectivamente, calcular  $p^{*n}(s=3000)$  para todos os valores de n e calcular  $g(s=3000)$ :

$$p^{*n=1}(s=3000) = 1/10;$$

$$p^{*n=2}(s=3000) = \Pr(X_1 + X_2 = 3000) = 7/10 \cdot 2/10 + 2/10 \cdot 7/10 = 28/100;$$

os resultados possíveis de  $p^{*n=2}(s=3000)$  são: a primeira perda no valor de \$1000 e a segunda perda no valor de \$2000, ou a primeira perda no valor de \$2000 e a segunda perda no valor de \$1000;

$$p^{*n=3}(s=3000) = \Pr(X_1 + X_2 + X_3 = 3000) = 1/10 \cdot 1/10 \cdot 1/10 = 1/1000;$$

nesse caso só há um resultado possível para  $p^{*n=3}(s=3000)$  que seriam as três perdas no valor de \$1000 cada uma;

$$g(s = 3000) = \sum_{n=0}^3 \Pr(N = n) p_x^{*n}(x) = \frac{5}{10} \cdot \frac{1}{10} + \frac{3}{10} \cdot \frac{28}{100} + \frac{2}{10} \cdot \frac{1}{1000} = 0,1342.$$

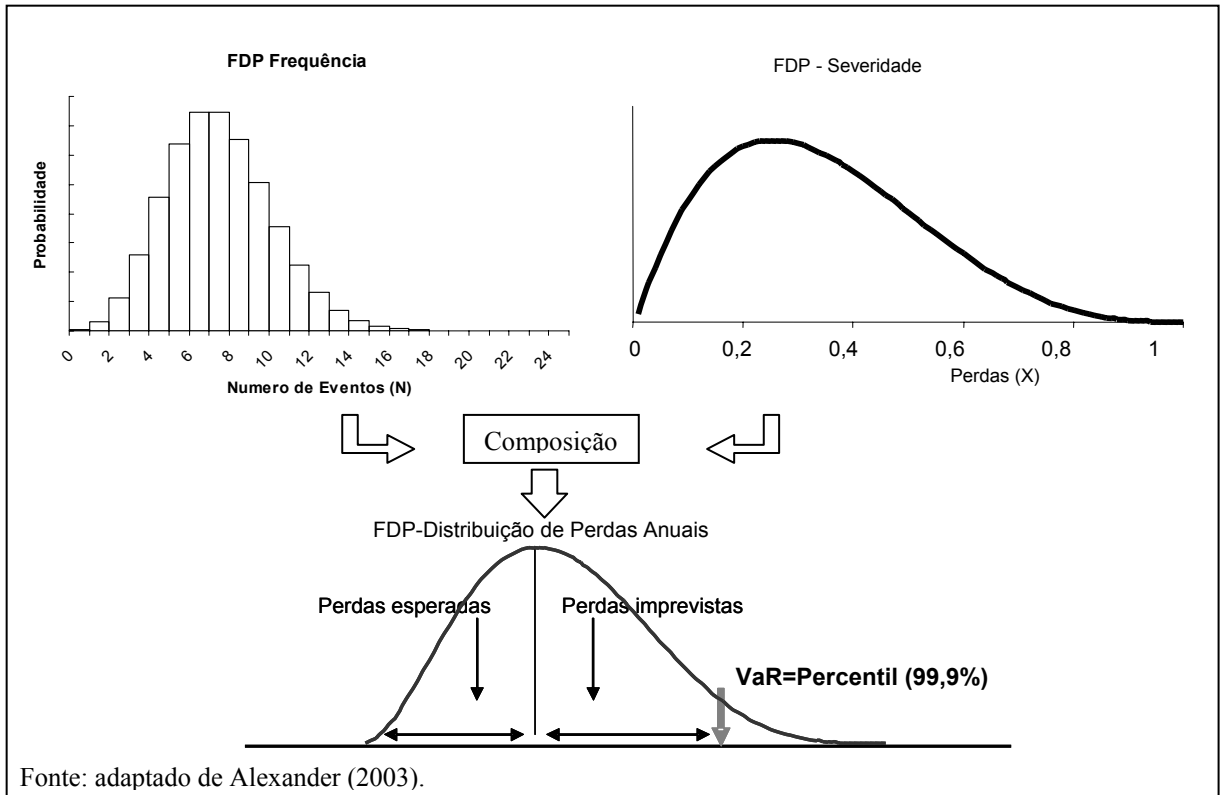


FIGURA 4 – Composição das Distribuições de Freqüência e Severidade.

O valor esperado da distribuição  $S$  é o resultado do produto do número esperado de eventos,  $N$ , pela esperança do valor das perdas,  $E[X/N=n]$ , ver Bowers, N. L. Jr et al (1986, cap 11) e Daykin, C.D. et al (1992, cap. 3):

$$E(S) = E[E(X/N=n)]$$

$$E(S) = E[E(X_1+X_2+X_3+\dots+X_N)]$$

$$E(S) = E[N E(X)]$$

$$E(S) = E(N) E(X) \quad (5.2.3)$$

A distribuição composta definida pela equação (5.2.2) não pode ser obtida algebricamente, mas pode ser avaliada numericamente utilizando-se de métodos tais como o método recursivo de Panjer (PANJER *apud* LEWIS, 2004), ou através de simulação de Monte Carlo. Este último é amplamente abordado pela literatura e é o método que será utilizado neste trabalho no estudo de caso adiante.

O processo de simulação de Monte Carlo é um algoritmo – ver Daykin (1996, p.139-140) e Alexander (2003, p. 156) – que tem por objetivo final gerar amostras aleatórias de valores de perdas anuais para cada tipo de evento de perda e linha de negócio, a partir da

composição das distribuições de frequência e severidade. As etapas do algoritmo são as seguintes:

- a) gerar um número aleatório entre 0 e 1, cujos resultados sejam independentes e identicamente distribuídos. Tomar esse valor como sendo a imagem na função distribuição de frequência e obter o correspondente domínio, cujo valor representa  $n$  eventos de perdas por ano;
- b) gerar  $n$  (valor obtido no passo 1) números aleatórios, tomar esses valores na imagem da função distribuição da severidade e obter os correspondentes valores de perdas, denotados por  $X_1, X_2, \dots, X_N$ ;
- c) somar as  $n$  perdas simuladas para obter as perdas anuais, denotadas por  $S = X_1 + X_2 + \dots + X_N$ ;
- d) retornar ao passo (a) e repetir o processo durante um grande número de vezes para obter uma amostra de perdas anuais  $S_1, S_2, \dots, S_N$ , em que  $N$  é um número muito grande;
- e) formar um histograma desses valores  $S_1, S_2, \dots, S_N$ , o qual representará a distribuição das perdas anuais simuladas;
- f) obter na função distribuição das perdas anuais simuladas o 99,9-ésimo percentil (VaR operacional com nível de significância de 99,9%) e o valor médio das perdas. O requerimento de capital mínimo, para cobertura de perdas imprevistas, conforme o novo acordo de Basileia, pode ser proposto como sendo a diferença entre essas duas grandezas, partindo da premissa de que as perdas esperadas estão adequadamente cobertas por provisões. Ver figura 4, FDP-Distribuição de Perdas Anuais.

A figura 5 ilustra os primeiros quatro passos do algoritmo de simulação.



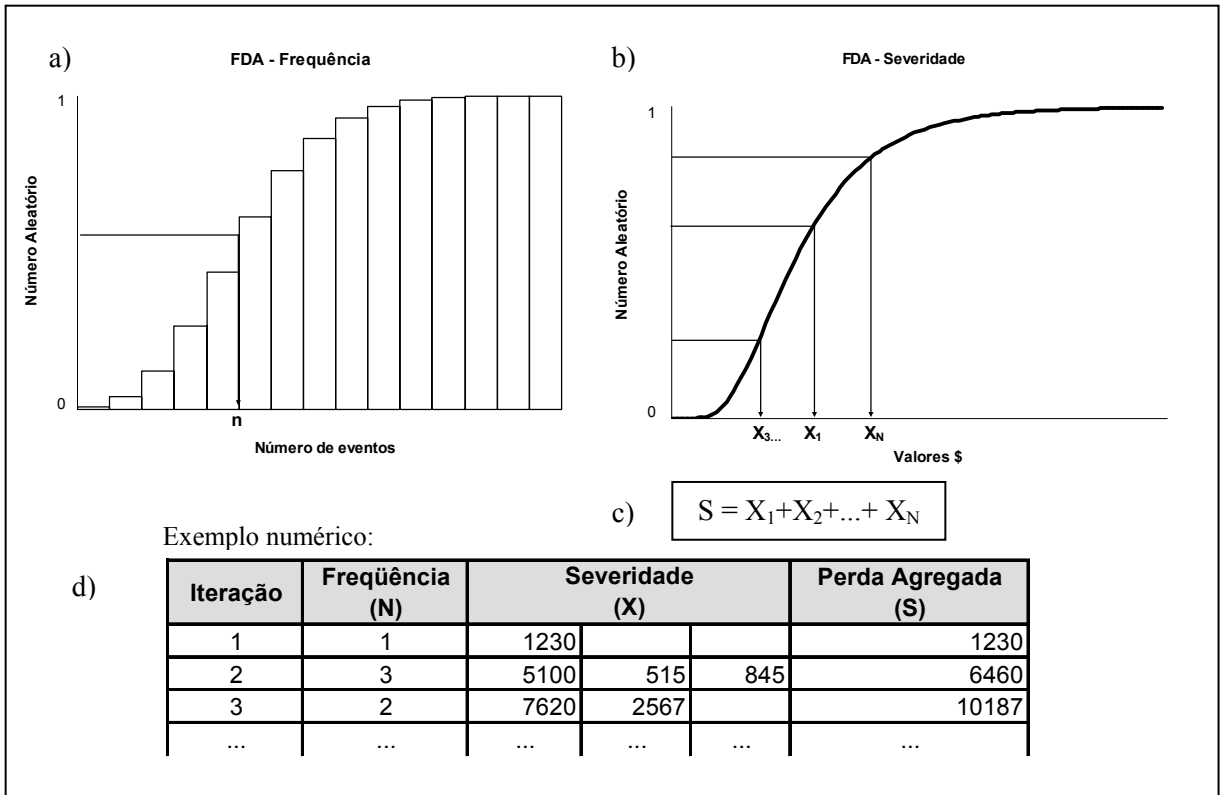


FIGURA 5 – Simulação da Distribuição de Perdas Anuais.

## **6 UM ESTUDO DE CASO EM INSTITUIÇÃO FINANCEIRA**

### **6.1 APLICAÇÃO DO MÉTODO DE DISTRIBUIÇÃO DE PERDAS AGREGADAS**

O objetivo do estudo é mensurar riscos operacionais específicos do Banco do Nordeste do Brasil S.A., mediante a aplicação do método de distribuição de perdas agregadas para um conjunto de dados reais de perdas históricas, dos últimos cinco anos, extraídas dos registros contábeis da instituição. Com base nesse método, calcula-se a perda máxima, com nível de significância de 99,9% e período de um ano, em atendimento às regras do Basileia II, o qual servirá de referência para a constituição de capital mínimo para suportar as perdas decorrentes desses riscos.

Conforme requisitos mínimos para implantação de modelos avançados, vistos na seção 3.2.2.3 - Métodos de Mensuração Avançada, os bancos deverão segregar as perdas históricas, segundo determinadas linhas de negócio e tipos de eventos de perdas, definidas no novo acordo, as quais estão explicitadas nos apêndices A e B.

Os dados, objeto do estudo de caso, estão categorizados na linha de negócio Banco Comercial e divididos em dois tipos de eventos de perdas: Fraude Interna e Fraude Externa. O tipo de evento de perda Fraude Interna está representado pelas multas pagas por penalidades atribuídas por órgãos reguladores e fiscalizadores. Enfatiza-se que as multas foram tratadas pelo acordo de Basileia como sendo decorrentes de atividades não autorizadas e classificadas como Fraude Interna. Os dados referentes à Fraude Externa estão representados por perdas de capital, decorrentes de assaltos a agências, ao transporte de numerário e a caixas eletrônicos.

Os dados de frequência e severidade das perdas históricas objeto do estudo estão ilustradas adiante nas figuras 6, 7, 8 e 9. Um sumário estatístico para essas perdas pode ser visualizado na tabela 5. Essas perdas referem-se ao período de jan/2000 a dez/2004 e suas grandezas estão modificadas em termos proporcionais, por questões de confidencialidade.

A próxima etapa, após a categorização das perdas históricas, é encontrar uma distribuição de probabilidade que melhor se ajusta aos dados, tanto para a frequência, como para a severidade. O processo de ajuste consiste na escolha de um conjunto de distribuições de probabilidade – distribuições discretas para ajuste de frequência e distribuições contínuas para ajuste de severidade –, no cálculo de parâmetros e na realização de testes estatísticos para determinar quais modelos melhor se ajustam aos dados.

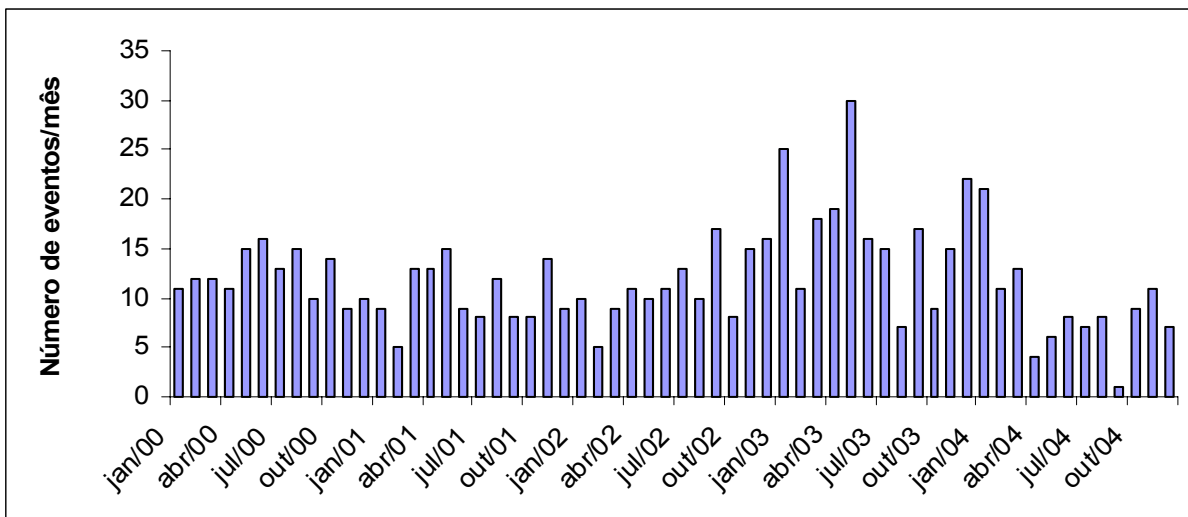


FIGURA 6 – Número de eventos/mês (frequência) - Fraude Interna.

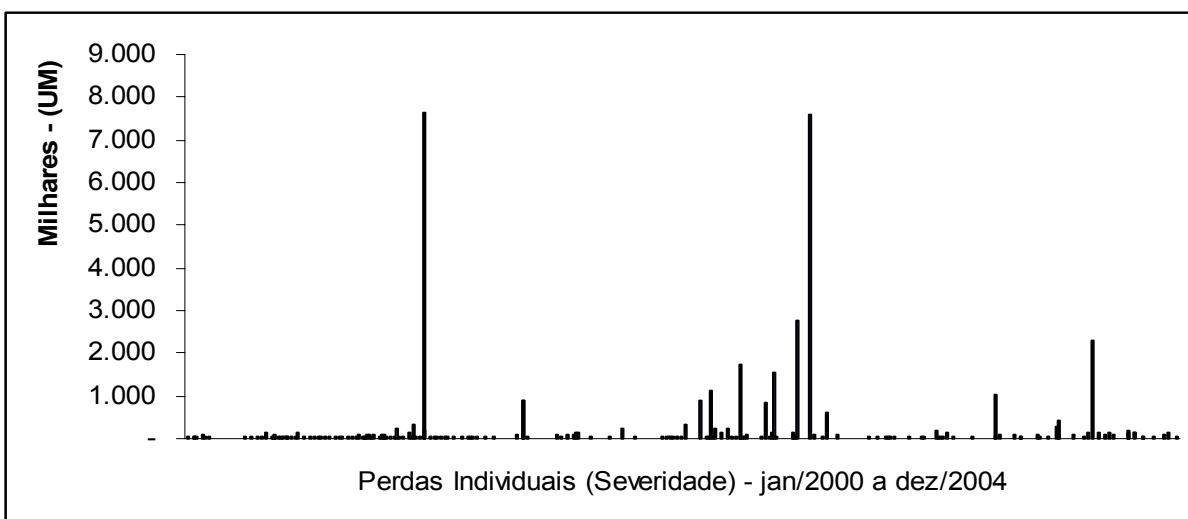


FIGURA 7 – Valor das perdas individuais (severidade) - Fraude Interna.

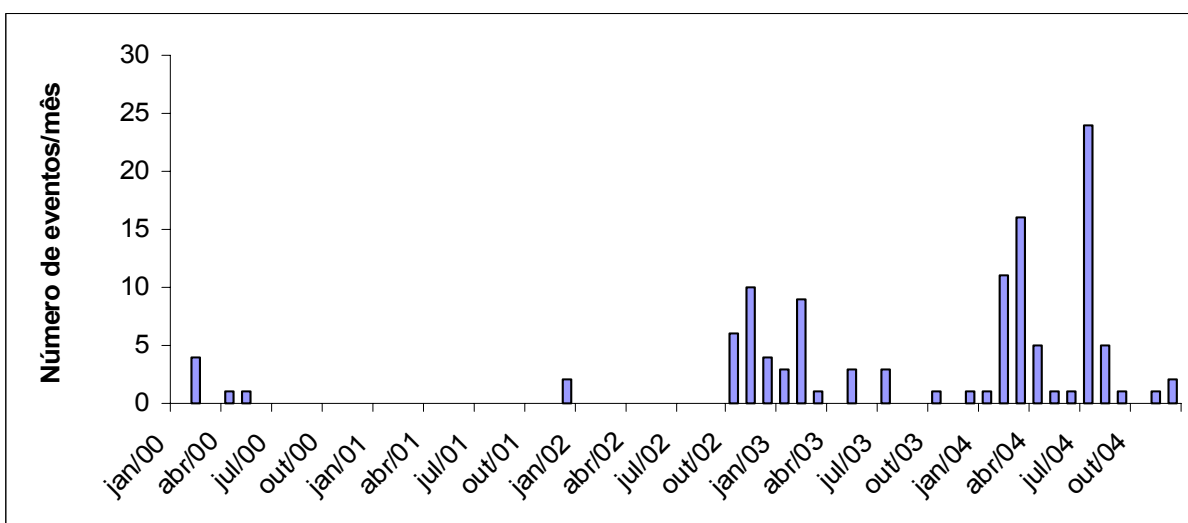


FIGURA 8 – Número de eventos/mês (frequência) - Fraude Externa.

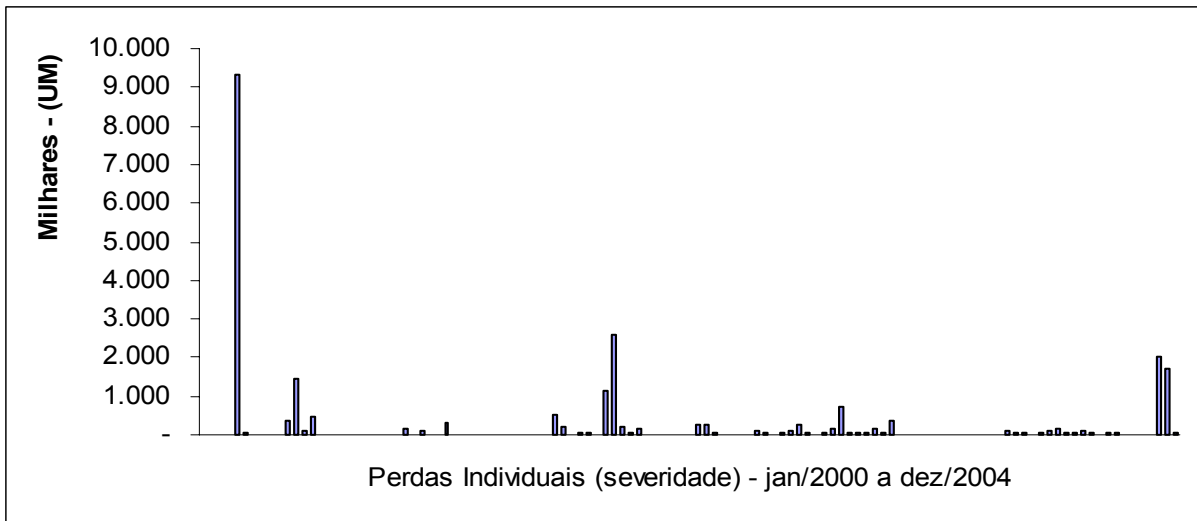


FIGURA 9 – Valor das perdas individuais (severidade) - Fraude Externa.

TABELA 5 – Sumário estatístico das perdas históricas – Linha de negócio: Banco Comercial.

	Fraude Interna		Fraude Externa	
	Frequência	Severidade	Frequência	Severidade
Nº de eventos	716	716	109	109
Média	11,90	62.768,91	3,02	216.449,43
Desvio-padrão	5,05	441.095,82	5,19	933.033,53
Mínimo	1	1.001,55	0	550,00
Máximo	30	7.644.564,51	24	9.306.497,86

O processo de ajuste de modelos de frequência e severidade pode se tornar bastante exaustivo e sujeito a erros, se não forem usadas as ferramentas computacionais adequadas. Para esse propósito, utilizou-se de software estatístico BestFit 4.5<sup>17</sup>, reconhecido como um das aplicações mais populares para ajustes de funções de probabilidades a dados empíricos.

O software calcula os parâmetros para um conjunto de distribuições de probabilidade selecionadas, catalogadas no apêndice C, realiza os testes estatísticos Kolmogorov Smirnov e Qui-Quadrado e classifica as funções em ordem de melhor ajuste.

Os melhores ajustes de distribuições aos dados de frequência estão demonstrados na tabela 6. A distribuição Binomial Negativa foi a que apresentou o melhor ajuste aos dados do tipo de perda fraude interna. Quanto ao tipo de perda fraude externa, os melhores ajustes

<sup>17</sup> Software da Palisade Corporation. Maiores informações consultar endereço web <http://www.palisade.com>.

estão representados pelas distribuições Geométrica e Binomial Negativa. O teste do Qui-Quadrado, em ambos os casos, mostrou-se inferior ao valor crítico, demonstrando que os ajustes são muito bons.

TABELA 6 – Resultados dos melhores ajuste de distribuições aos dados de frequência.

Tipo de Perda	Distribuições Probabilidade	Parâmetros	Qui-Quadrado	Valor crítico ( $\alpha=5\%$ )
Fraude Interna	Negativa Binomial	( $s=12$ ; $p=0,50139$ )	4,08	14,067
	Poisson	( $\lambda=11,933$ )	5,20	12,592
	Uniforme (Vr.Inteiros)	( $\min=1$ ; $\max=30$ )	58,33	16,919
Fraude Externa	Geométrica	( $p=0,24828$ )	9,924	11,071
	Negativa Binomial	( $s=1$ ; $p=0,24828$ )	9,924	11,071
	Poisson	( $\lambda=1,95$ )	103,1	9,488

Dentre os bons ajustes, para o caso do evento fraude externa, opta-se pela distribuição Geométrica para representar os dados, pela simplicidade de ter um único parâmetro. O melhor ajuste, nesse caso, foi obtido com dados dos últimos 3 anos.

Os melhores ajustes de distribuições aos dados de severidade estão demonstrados na tabela 7. A distribuição Inversa de Gaussian apresentou o melhor ajuste nas duas situações – fraude interna e fraude externa, em razão do menor valor do teste estatístico. O teste formal para fraude interna, todavia, mostra resultado um pouco superior ao valor crítico. Acrescenta-se, para uma melhor conclusão do ajuste, o teste gráfico QQ-Plot. Os resultados dos testes podem ser vistos na figura 10.

TABELA 7 – Resultados dos melhores ajuste de distribuições aos dados de severidade.

Tipo de Perda	Distribuições Probabilidade	Parâmetros	Kolmogorov Smirnov	Valor crítico ( $\alpha=5\%$ )
Fraude Interna	Inversa de Gaussian	( $\mu=61951$ ; $\lambda=1443,1$ )	0,1350	0,0508
	Lognormal	( $\mu=1,065e10$ ; $\sigma=440620$ )	0,4443	0,0508
	Exponencial	( $\beta=61767$ )	0,4848	0,0508
Fraude Externa	Inversa de Gaussian	( $\mu=216907$ ; $\lambda=7137,9$ )	0,0746	0,1302
	Pareto	( $\theta=0,27224$ ; $a=550$ )	0,2132	0,1302
	Exponencial	( $\beta=215899$ )	0,4833	0,1302

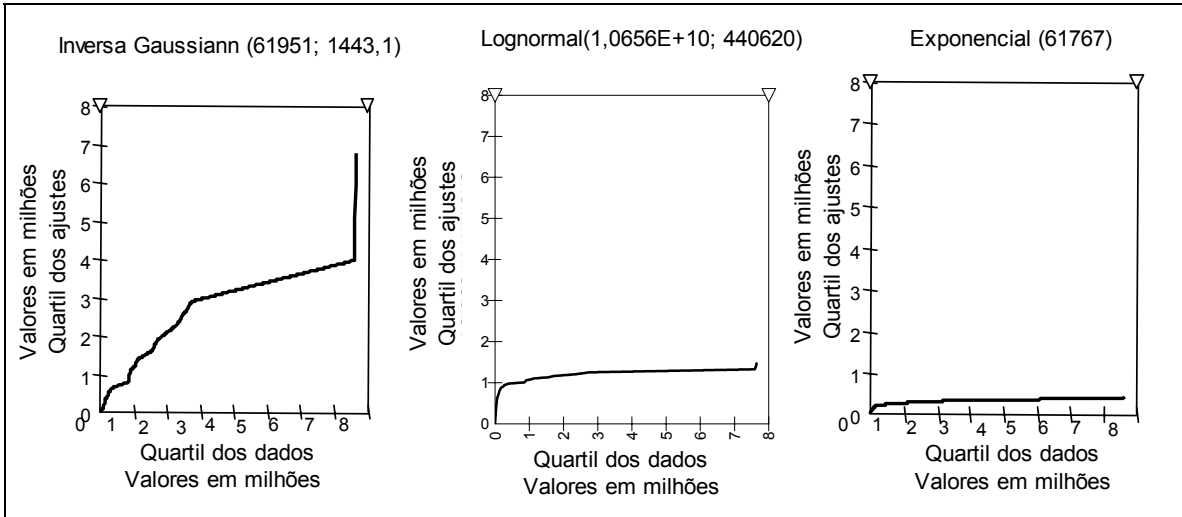


FIGURA 10 - Teste gráfico QQ-Plot para ajuste de severidade – fraude interna.

O teste gráfico – figura 10 – demonstra que o ajuste da distribuição Inversa de Gaussian é muito bom para valores de perdas até o montante de UM 4 milhões, mas se desvia um pouco para perdas acima desse valor. Cruz (2003, p.56-60) deparou-se com situação semelhante e sugere não invalidar o teste, mas complementar o estudo com modelos apropriados para avaliação de eventos extremos – ver teoria do valor extremo, capítulo 4, seção 4.2.

Os resultados consolidados dos melhores ajustes para frequência e severidade estão demonstrados na figuras 11 e 12, conjuntamente com a representação dos histogramas dos dados históricos.

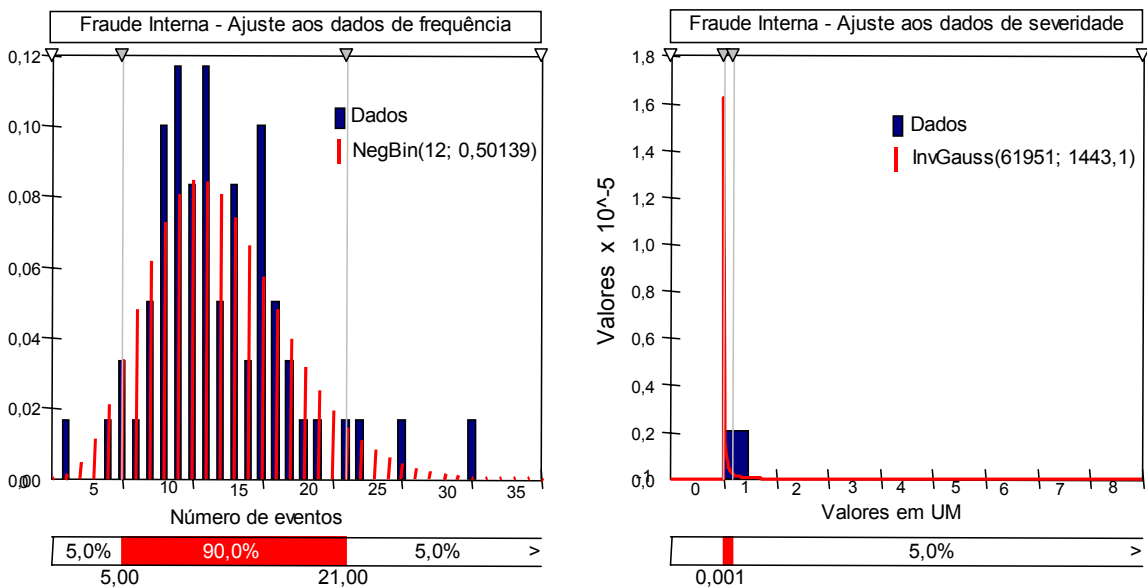


FIGURA 11 – Ajuste de distribuições de probabilidade aos dados históricos – Fraude Interna.

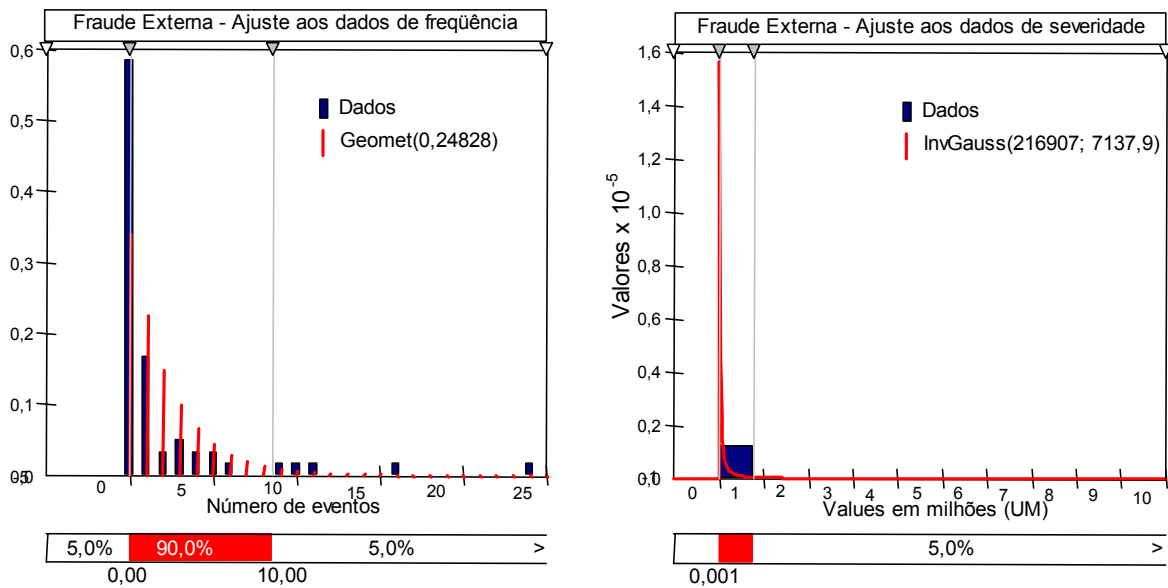


FIGURA 12 – Ajuste de distribuições de probabilidade aos dados históricos – Fraude Externa.

Conhecidas as distribuições de probabilidade que melhor ajustam os dados, a tarefa seguinte é realizar a composição das distribuições de frequência e severidade para geração da distribuição de perdas anuais. A técnica utilizada para composição é o algoritmo de Simulação Monte Carlo citado na seção 5.2. Utilizou-se para esse fim a ferramenta computacional @Risk<sup>18</sup>, cuja função principal é gerar amostras aleatórias com base em simulação de Monte Carlo para distribuições de probabilidade selecionadas.

Adicionalmente, para implementação do algoritmo de composição, desenvolveu-se cálculo recursivo em VBA – Aplicação em linguagem *Visual Basic* – para permitir que cada item da amostra gerada para a distribuição de perdas anuais corresponda à soma de  $n$  amostras da distribuição severidade, sendo  $n$  a amostra gerada pela distribuição de frequência. Através do cálculo recursivo, obtém-se a distribuição  $S$  de perdas anuais, ver equações 5.2.1 e 5.2.2.

Ressalta-se, que para obter amostras de perdas anuais, os dados de frequência também devem estar expressos em número de eventos por ano, em vez de número de eventos por mês, como estão demonstrados nas figuras 6 e 8. No entanto, não foram utilizados os dados anuais, uma vez que, em se tratando de período de apenas 5 anos, os dados estariam resumidos em 5 observações, o que se constitui numa amostra pouco significativa para a realização de um bom ajuste de distribuição de frequência. Adotou-se representar a frequência em número de eventos por mês, de forma a aumentar o tamanho da amostra dos dados, e

<sup>18</sup> Ibidem.

permitir encontrar um bom ajuste de distribuição de frequência. Quanto ao processo de simulação, a solução foi gerar doze itens amostrais independentes para frequência e somar os resultados para encontrar a frequência anual.

Executando-se os passos do algoritmo da simulação de Monte Carlo, explicitado no capítulo anterior, a partir da utilização das funções que melhor se ajustaram aos dados históricos, ver figuras 11 e 12, foram geradas duas amostras, suficientemente representativas, de observações de perdas anuais para os eventos de fraude interna e fraude externa e construiu-se os respectivos histogramas desses valores.

A amostra é suficientemente representativa quando é finalizada com base numa verificação de convergência. A convergência dos resultados é verificada a cada número de  $n$  observações geradas e consiste em calcular as mudanças ocorridas nos percentis (com intervalos de 5%) na média e no desvio padrão. Se as mudanças ocorridas são inferiores a um  $\alpha(\%)$  estipulado, o processo é encerrado. A verificação de convergência para as amostra sob estudo ocorreu a cada 100 observações geradas, com  $\alpha$  de 1,5%. Com base nesse critério, o processo de simulação de Monte Carlo para as duas amostras citadas foi encerrado com 1100 observações. Os Resultados estão representados a seguir nas figuras 13 e 14.

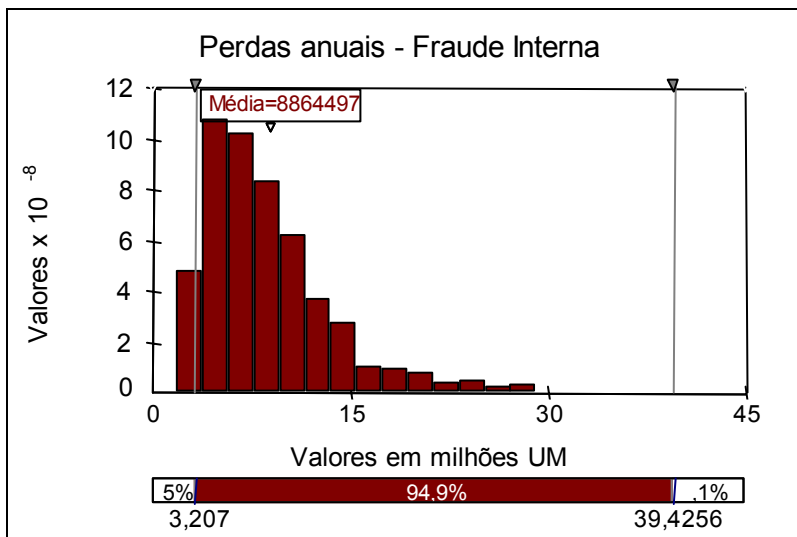


FIGURA 13 – Distribuição de perdas anuais – Fraude Interna



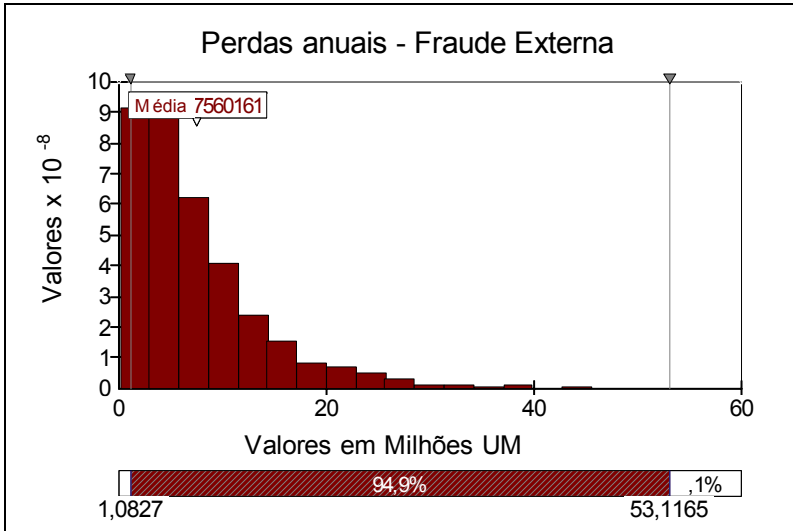


FIGURA 14 – Distribuição de perdas anuais – Fraude Externa

Finalizando o processo de agregação de distribuições de frequência e severidade, para o estudo de caso em questão, calcula-se o *VaR* (*Value at Risk*) operacional que é a perda máxima para o período de um ano com nível de significância de 99,9% (recomendação do Basileia II). Obtém-se o *VaR* através da função percentil, definida como  $F^{-1}(1-99,9\%)$ .

Conforme explicitado na seção 3.2.2.3 sobre os requisitos mínimos para adoção pelos bancos de modelos avançados, o capital mínimo a ser alocado para suportar perdas decorrentes de riscos operacionais pode corresponder a diferença entre o *VaR* operacional e o valor esperado das perdas anuais, na condição de que o valor esperado seja coberto por provisões.

As estatísticas *VaR* operacional e valor esperado estão identificadas nas distribuições de perdas anuais – figuras 13 e 14. O *VaR* está representado por uma linha vertical à direita do gráfico que identifica o ponto de localização da perda máxima com nível de confiança de 99,9%, enquanto o valor esperado está destacado no canto superior esquerdo, o qual aponta para o intervalo do histograma em que está localizado. Os resultados com mais detalhes estão sumarizados na figura 15.

Dados de Perdas Históricas			
Estatísticas	Fraude Interna	Fraude Externa	Total
Frequência Anual (Quant.)	143	36	-
Média das Perdas (UM)	62.768,91	216.449,43	-
Média das Perdas Anuais (UM)	8.975.953,90	7.792.179,36	16.768.133,26
Premissas da Simulação			
Estatísticas	Fraude Interna	Fraude Externa	Total
Nº Iterações	1100	1100	-
Ajuste Frequência	FDP Negativa Binomial parâmetros(12; 0,50139)	FDP Geométrica Parâmetro(0,24828)	-
Ajuste Severidade	FDP Inversa de Gaussian Parâmetros(61951; 1443,1)	FDP Inversa de Gaussian Parâmetros(216907; 7137,9)	-
Resultados das Simulações (Valores em UM)			
Estatísticas	Fraude Interna	Fraude Externa	Total
Valor Esperado	8.864.497,00	7.560.161,00	16.424.658,00
Desvio Padrão	5.080.645,00	6.878.111,00	-
VaR 95%	19.177.310,00	21.480.710,00	40.658.020,00
VaR 99%	27.066.690,00	33.168.730,00	60.235.420,00
VaR 99,9%	39.425.630,00	53.116.490,00	92.542.120,00
Capital Mínimo	30.561.133,00	45.556.329,00	76.117.462,00

Fonte: elaboração própria.

FIGURA 15 – Resultados da simulação para a linha de negócio Banco Comercial

O capital mínimo, então, é obtido da seguinte forma:

Fraude Interna= UM 39,425 milhões - UM 8,864 milhões = UM 30,561 milhões;

Fraude Externa=UM 53,116 milhões - UM 7,560 milhões = UM 45,556 milhões.

O capital mínimo total deve corresponder à soma dos capitais mínimos de cada linha de negócio e cada tipo de risco, conforme classificação do Basileia II. O capital mínimo total, portanto, para o caso em estudo, equivale a

UM 30,561 milhões + UM 45,556 milhões = UM 76,117 milhões.

Da mesma forma, o volume total a ser coberto por provisões deve corresponder à soma dos valores esperados de cada tipo de evento de perda e linha de negócio e equivale a

UM 8,864 milhões + UM 7,560 milhões = UM 16,424 milhões.

## 6.2 VALIDAÇÃO DOS RESULTADOS – *BACKTEST*

O *VaR* é uma medida de risco que sintetiza o quanto um banco pode perder com um dado nível de confiança e durante um período de tempo estabelecido. Avaliar a adequação desse *VaR* é verificar se suas premissas estão sendo confirmadas, isto é, se as perdas estão sendo cobertas com o nível de confiança desejado e período de tempo do modelo.

Essa avaliação recebe a denominação na literatura de *backtest*, que é um teste seqüencial de comparação das perdas reais ocorridas contra as projeções do modelo durante um certo período de tempo. A análise básica do *backtest*, segundo Cruz (2003, p. 109) é comparar o número de violações ocorridas – quantidade de períodos em que a perda foi superior ao *VaR* – com o número de violações esperadas, definido como sendo [(1-nível de confiança) \* tempo considerado na análise]. Exemplificando, cita-se a situação em que após definição de *VaRs* durante 60 períodos, com nível de confiança de 95%, espera-se que no máximo em 3 desses períodos [(1-0,95) \* 60], as perdas superem o capital alocado. Caso as violações ocorridas sejam maiores, o modelo é rejeitado.

O *backtest*, nas bases expostas, para *VaR* de mercado é bastante utilizado pelos bancos. Considerando que o *VaR* de mercado é atribuído diariamente e tendo como premissa um nível de confiança de 95%, o teste pode ser realizado em períodos curtos de tempo e os resultados são quase sempre objetivos e precisos. Para o caso de risco operacional, o fato do *VaR* ser atribuído para o período de um ano e considerando o nível de confiança mínimo estabelecido em 99,9%, serão necessários longos períodos de tempo para a realização do *backtest*. Vale dizer que a violação esperada para um nível de confiança de 99% é de uma vez a cada cem anos. A Realização do teste, então, para 99,9% é totalmente impraticável.

Admitindo-se a limitação do uso do *backtest* nas bases propostas, para validação de *VaR* operacional, Cruz (2003, p. 117) sugere que o modelo seja testado contra as próprias perdas. A sugestão, todavia, requer ainda longos períodos para a realização do teste. Uma alternativa seria a decomposição do *VaR* anual em períodos menores – mês ou dia – e mesmo assim, considerando um nível de confiança de 99,9%, haveria a necessidade de longos períodos de perdas ocorridas para a validação do modelo – no mínimo 10 anos.

Haubensstock & Hardin (In: Alexander, 2003) sugerem, também, que os números gerados pela simulação de Monte Carlo sejam validados contra as observações históricas. Para eles, um exemplo de validação é comparar a média da distribuição simulada de perdas anuais com a média das perdas anuais históricas para cada linha de negócio e tipo de perda.

Se as médias estão próximas é indicativo de que os parâmetros da simulação estão corretos e de que os resultados são válidos.

Objetivando validar estatisticamente o quanto essas médias estão próximas, propõe-se a realização de teste de hipótese de uma amostra para médias. Pretende-se avaliar os desvios entre a média da distribuição de perdas anuais simulada e a média anual das perdas históricas e verificar se as diferenças são decorrentes de uma variação casual na amostra. Se as diferenças não são estatisticamente significantes, aceita-se a hipótese de que as médias são semelhantes, caso contrário, a hipótese é rejeitada. O processo segue as especificações de Stevenson (2001, cap. 10), como se segue:

- a) estabelecer uma hipótese nula ( $H_0$ ) e uma hipótese alternativa ( $H_1$ ). A hipótese  $H_0$  é afirmar que as médias são iguais e a hipótese  $H_1$  é a alternativa de que a média da distribuição de perdas anuais simulada é diferente da média da distribuição de perdas históricas. Representa-se da seguinte forma:

$$H_0: \mu_x = \mu \quad \text{e} \quad H_1: \mu_x \neq \mu, \text{ em que:}$$

$\mu_x$  é a média da distribuição de perdas anuais simulada;  
 $\mu$  é a média das perdas anuais históricas.

- b) identificar uma distribuição amostral adequada. A maior parte dos testes envolve a distribuição normal ou a distribuição t. utilizar-se-á a distribuição normal, uma vez que o tamanho da amostra é considerado bastante grande<sup>19</sup>;
- c) escolher um nível de significância e particionar a distribuição amostral em regiões de aceitação e de rejeição da hipótese, isto é, para um nível de significância  $\alpha = 0,05$ , deseja-se aceitar um risco de 5% de rejeitar a hipótese  $H_0$  quando ela é verdadeira;
- d) calcular uma estatística teste. O teste para o caso de variância populacional desconhecida é o seguinte:

$$t_{teste} = \frac{\mu_x - \mu}{s_x / \sqrt{n}}$$

em que:

$\mu_x$  é a média da distribuição de perdas anuais simulada;

$\mu$  é a média das perdas anuais históricas;

$s_x$  é o desvio padrão da amostra – distribuição simulada;

<sup>19</sup> Teorema do Limite Central – “...se a população básica é não-normal, a distribuição de médias amostrais será aproximadamente normal para grandes amostras.” (STEVENSON, 2001, p. 181)

$n$  é o tamanho da amostra

e) verificar se a estatística amostral encontra-se na região de aceitação da hipótese.

Os parâmetros e os resultados dos testes são os seguintes:

$\sigma_x$  é desconhecido  $\alpha = 0,05$   $\mu_x, \mu, s_x$  e  $n$  ver figura 15

Fraude Interna:

$$H_0: \mu_x = 8.975.953$$

$$H_1: \mu_x \neq 8.975.953$$

$$s_x = 5.080.645$$

$$n = 1100$$

Fraude Externa:

$$H_0: \mu_x = 7.792.179$$

$$H_1: \mu_x \neq 7.792.179$$

$$s_x = 6.878.111$$

$$n = 1100$$

$$t_{teste} = \frac{8864497 - 8975953}{5080645 / \sqrt{1100}} = -0,73$$

$$t_{teste} = \frac{7560161 - 7792179}{6878111 / \sqrt{1100}} = -1,12$$

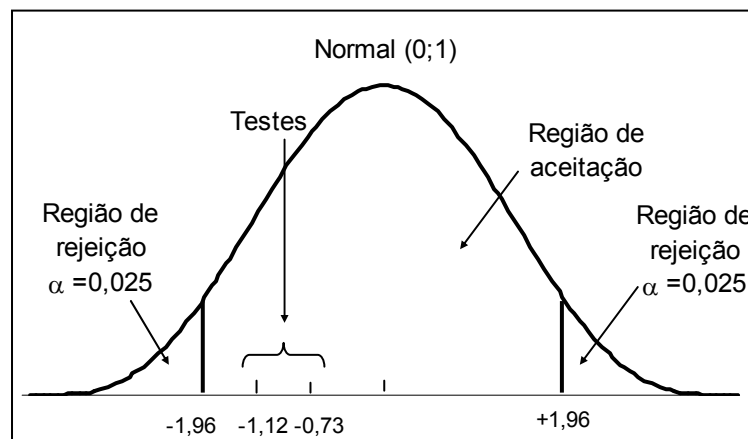


FIGURA 16 – Teste de hipótese de uma amostra para médias.

A conclusão final é que não há evidências para se rejeitar a hipótese  $H_0$  de que as médias são estatisticamente iguais, isto é, as diferenças são decorrentes de uma variação casual na geração da amostra. Portanto, os parâmetros da distribuição simulada de perdas anuais estão corretos e os resultados podem ser considerados válidos.

### 6.3 DESENVOLVENDO CENÁRIOS PARA TESTE DE *STRESS*

O método de distribuição de perdas agregadas, demonstrado nesse estudo, tem como premissas básicas as informações da experiência de perdas e por objetivo a mensuração de capital econômico mínimo para suportar perdas operacionais. Tais premissas foram feitas utilizando-se de distribuições de frequência e severidade para representar o comportamento de perdas passadas.

É fundamental, para uma gestão de risco eficiente, admitir que o comportamento dos fatores de risco formadores dessas premissas pode se modificar ao longo do tempo. Entender, pois, o quanto o capital econômico é sensibilizado por cada uma dessas premissas é a base para o desenvolvimento de cenários para teste de *stress*.

Desenvolver cenários para teste de *stress* é exercitar as possíveis variações que podem ocorrer nas variáveis de entrada do modelo e simular novos resultados. Em geral, as variações testadas são as seguintes:

- a) frequência – admite-se que o número de eventos de perdas pode oscilar significativamente, para mais ou para menos, em razão de novos fatores surgidos no ambiente de risco. Cita-se, por exemplo: a divulgação de novas obrigações legais para as quais o banco não está preparado e que podem elevar o número de multas; a implementação de novas medidas de segurança que implicará na redução do número de assaltos a agências bancárias;
- b) severidade – o montante das perdas pode sofrer mudanças significativas em razão de riscos potenciais, limites de perdas decorrentes de apólices de seguro ou em razão do volume de capital exposto a risco. Exemplos: uma medida administrativa que limita o volume diário de recursos em poder das agências bancárias, reduzindo-se a perda máxima por evento; o banco possui uma apólice de seguro, cuja cobertura abrange o que excede a um determinado limite.

Processou-se novas simulações, a título de verificação de impacto no capital econômico, a partir das seguintes variações:

- a) elevação da frequência dos dados em 20%;
- b) redução na frequência dos dados em 20%;
- c) limitação das perdas do evento Fraude Interna em UM 2.000.000 por ocorrência;
- d) acréscimo de uma observação de alta severidade – UM 5.000.000 – aos dados de perdas de Fraude Externa.

Os resultados das novas simulações de Monte Carlo estão demonstrados na tabela 8 com a implementação das variações mencionadas.

TABELA 8 – Resultados dos cenários de *Stress*

Tipos de Cenários de <i>Stress</i>	Capital Mínimo (VaR 99,9% - Valor Esperado) Valores em UM
Situação base - dados históricos	76.117.462,00
Aumento da frequência em 20%	88.407.517,00
Redução na frequência em 20%	57.841.328,00
Limite de perdas-Fraude Interna: UM 2.000.000	49.202.036,00
Alta Severidade-Fraude Externa: UM 5.000.000	93.229.500,00

Fonte: adaptado de Haubenstein & Hardin (In: Alexander, 2003).

A sensibilidade do montante do capital mínimo às variações processadas pode ser verificada pela diferença de valores em relação à situação base.

Avaliando-se os resultados, percebe-se, por exemplo, que a elevação no capital é significativa com o acréscimo de uma observação de alta severidade – UM 5.000.000 para Fraude Externa –, revelando que a ocorrência de uma perda extrema modifica sensivelmente o perfil potencial de riscos. Por outro lado, a imposição de um limite de perdas – UM 2.000.000 para Fraude Interna – reduz em muito o capital, o que demonstra a importância da adoção de medidas ou de controles limitadores de risco.

As situações demonstram que o desenvolvimento de cenários tem importância fundamental na gestão de riscos, por contribuir para o conhecimento da evolução do perfil de riscos assumidos, a partir das mudanças nos fatores do ambiente, e contribuir para antecipar medidas frente à possibilidade de riscos indesejados.

## 7 CONCLUSÃO

O método de distribuição de perdas agregadas, citado entre os modelos avançados, é considerado sem dúvida o modelo padrão para mensuração de capital de risco operacional. Sua aplicação em um estudo de riscos de perdas operacionais decorrentes de eventos de Fraude Interna<sup>20</sup> e Fraude Externa<sup>21</sup> no Banco do Nordeste foi o foco deste trabalho. As principais conclusões sobre o uso do método são:

- a) o ajuste de distribuições de probabilidade aos dados históricos de frequência e severidade das perdas mostrou que um modelo matemático específico pode representar bem um perfil singular de risco da empresa, isto é, o modelo foi capaz de capturar características únicas de comportamento dos fenômenos que caracterizam a ocorrência de perdas com fraude interna e fraude externa;
- b) o processo de simulação de Monte Carlo demonstrou ser capaz de retratar o comportamento das distribuições que representam os dados históricos e, com isso, gerar a distribuição de perdas anuais para cada tipo de risco – fraude interna e fraude externa - que é o retrato probabilístico do comportamento dessas perdas para o período de um ano;
- c) o método, em termos gerais, demonstrou ser factível de implementação e com características objetivas de validação em todas as etapas do processo, representadas por testes de hipóteses estatísticas – tanto para validar o ajuste das distribuições de probabilidade, como para validar o processo de simulação da distribuição de probabilidade das perdas anuais;
- d) os testes de hipóteses para validação dos ajustes de distribuições de probabilidade (testes de ajustes) e para validação dos resultados das simulações (*backtest*) apresentaram resultados bastante satisfatórios, o que significa que os números gerados estão coerentes com o comportamento das perdas históricas;
- e) o método apresenta uma estatística para cálculo do capital mínimo – *VaR* operacional – que é similar àqueles utilizados em risco de crédito e risco de mercado, contribuindo para a representação dos riscos da empresa em uma unidade de medida padrão;

---

<sup>20</sup> Fraude Interna - Multas imputadas por órgãos reguladores e fiscalizadores.

<sup>21</sup> Fraude Externa - Assaltos a agências bancárias, ao transporte de numerário, a caixas eletrônicos e perdas de caixa.



- f) o *VaR* operacional apurado a partir das distribuições de probabilidades anuais pôde ser decomposto em duas grandezas importantes para o gerenciamento dos riscos de fraude interna e fraude externa – as perdas esperadas e as perdas inesperadas. As perdas esperadas que podem ser suportadas por provisões, à medida que a empresa gera resultados, e as perdas inesperadas que deverão ser suportadas por alocação de capital – diferença entre o *VaR* operacional e o valor esperado das perdas.
- g) os resultados apresentados são baseados na experiência passada. Mudanças que, porventura, venham a interferir no comportamento desses riscos, tais como os decorrentes de implantação de novos produtos, nova regulamentação, novas estratégias de atuação, etc., poderão ser dimensionadas para revisão das premissas de frequência e severidade do modelo;

Portanto, a aplicação do método de distribuição de perdas agregadas representa um passo importante para mensuração de capital. Os resultados apurados para as perdas esperadas, no montante de UM 16,424 milhões, e para a alocação de capital, no montante de UM 76,117 milhões, são considerados objetivos, sólidos e confiáveis para suportar os riscos específicos de fraude interna e fraude externa, para o período de um ano, com intervalo de confiança de 99,9%, conforme exigências no novo acordo de Basileia.

O desenvolvimento de cenários para teste de *stress* demonstrou o quanto o capital econômico foi sensibilizado por variações significativas nas variáveis de entrada do modelo. Revela-se numa ferramenta de extrema importância para a verificação de impactos de medidas mitigadoras de riscos, bem como da ocorrência de fatores de risco indesejados.

Por fim, conclui-se que o método de distribuição de perdas agregadas é o ponto de partida para mensuração de capital mínimo para risco operacional. Outros estudos poderão ser realizados para o aprimoramento da gestão de riscos operacionais, principalmente os relacionados à utilização da Teoria do Valor Extremo para análise complementar de eventos potencialmente críticos e os métodos avançados de análise de causa-efeito, objetivando conhecer outras variáveis que comandam o *VaR*, o que equivale a ampliar os conhecimentos sobre fatores que explicam a ocorrência de perdas e como poder melhor gerenciá-los.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALEXANDER, Carol. Statistical models of operational loss. In: ALEXANDER, Carol (Edited). **Operational risk: regulation, analysis and management**. London: Prentice Hall, 2003. 336 p. cap. 7.

BANCO CENTRAL DO BRASIL. **Comunicado 12.746. Comunica os procedimentos para a implementação da nova estrutura de capital – Basiléia II**. Brasília, dezembro de 2004. Disponível em [www.bacen.gov.br](http://www.bacen.gov.br).

BANK FOR INTERNATIONAL SETTLEMENTS. **Core principles for effective banking supervision**. Produzido pelos membros do Comitê de Basiléia para a Supervisão Bancária. Basel, 1997. Disponível em [www.bis.org.br](http://www.bis.org.br).

\_\_\_\_\_. **Framework for internal systems in banking organizations**. Produzido pelos membros do Comitê de Basiléia para a Supervisão Bancária. Basel, 1998. Disponível em [www.bis.org.br](http://www.bis.org.br).

\_\_\_\_\_. **New capital adequacy framework**. Produzido pelos membros do Comitê de Basiléia para a Supervisão Bancária. Basel, 2001. Disponível em [www.bis.org.br](http://www.bis.org.br).

\_\_\_\_\_. **Operational risk**. Produzido pelos membros do Comitê de Basiléia para a Supervisão Bancária. Basel, 2001. Disponível em [www.bis.org.br](http://www.bis.org.br).

\_\_\_\_\_. **Sound practices for the management and supervision of operational risk**. Produzido pelos membros do Comitê de Basiléia para a Supervisão Bancária. Basel, 2003. Disponível em [www.bis.org.br](http://www.bis.org.br).

\_\_\_\_\_. **International convergence of capital measurement and capital standards**. Produzido pelos membros do Comitê de Basiléia para a Supervisão Bancária. Basel, 2004. Disponível em [www.bis.org.br](http://www.bis.org.br).

BOWERS, N. L. JR. ET AL. **Actuarial Mathematics**. Illinois: Society of Actuaries, 1986. 624 p.

BÜHLMANN, Hans. **Mathematical Methods in risk theory**. Berlin: Heidelberg; New York: Springer, 1996. 214 p.

CARVALHO, E. J. Lins. Gerenciamento do risco operacional em organizações financeiras. In: DUARTE JR., Antonio M.; VARGA, Gyorgy (Orgs.). **Gestão de riscos no brasil**. Rio de Janeiro: Financial Consultoria, 2003. cap. 27.

COPUTERWORLD. **Basiléia afetar TI dos bancos**. São Paulo, p. 30, fev. 2004.

CONSELHO MONETÁRIO NACIONAL. **Resolução 2.554, divulgada pelo Banco**

**Central do Brasil.** Estabelece exigências acerca da implantação de uma estrutura de controles internos. Brasília, 1998. Disponível em [www.bacen.gov.br](http://www.bacen.gov.br)

\_\_\_\_\_. **Resolução 2.099, divulgada pelo Banco Central do Brasil.** Estabelece exigências sobre o acesso ao sistema financeiro e valores mínimos de capital e patrimônio líquido ajustado compatível com o risco de operações ativas. Brasília, 1994. Disponível em [www.bacen.gov.br](http://www.bacen.gov.br)

CRUZ, Marcelo G. **Modeling, measuring and heading operational risk.** London: John Wiley & Sons, Ltd, 2003. 330 p.

\_\_\_\_\_. Modelagem quantitativa de risco operacional. In: DUARTE JR., Antonio M.; VARGA, Gyorgy (Org.). **Gestão de riscos no brasil.** Rio de Janeiro: Financial Consultoria, 2003. cap. 29.

DAYKIN, C.D.; PENTIKÄINEN T.; PESONEN M. **Practical risk theory for actuaries.** London: Chapman & Hall, 1996. 546 p.

DOWD, Victor. Measurement of operational risk: the basel approach. In: ALEXANDER, Carol (Edited). **Operational risk: regulation, analysis and management.** London: Prentice Hall, 2003. 336 p. cap. 3.

FEDERAÇÃO BRASILEIRA DOS BANCOS. **Análise de ferramentas de auto-avaliação na gestão do risco operacional.** São Paulo, 2004. 20 p.

FIGUEIREDO, R. P. **Gestão de riscos operacionais em instituições financeiras – uma abordagem qualitativa.** Dissertação de mestrado, Universidade da Amazônia, Belém, 2001.

GUIMARÃES, T. A. **Implementação do método de distribuição de perdas para risco operacional.** Dissertação de mestrado, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003.

GUJARATI, Damodar N. **Econometria básica.** Tradução Ernesto Yoshida. São Paulo: Makron Books, 2000. 846 p.

HADJIEMMANUIL, Christos. Legal risks and fraud: capital charges, control and insurance. In: ALEXANDER, Carol (Edited). **Operational risk: regulation, analysis and management.** London: Prentice Hall, 2003. 336 p. cap. 5.

HAUBENSTOCK, Michael; HARDIN, Lloyd. The loss distribution approach. In: ALEXANDER, Carol (Edited). **Operational risk: regulation, analysis and management.** London: Prentice Hall, 2003. 336 p. cap. 8.

HI-FINANCE. **Bancos mais sólidos: basiléia II.** São Paulo, p. 44-56, abr. 2004.

\_\_\_\_\_. **Globalização exige presença no basiléia II.** São Paulo, p. 18-20, mai. 2004.

HOGG, V. Robert & KLUGMAN, Stuart A. **Loss distributions**. New York: John Wiley & Sons, Ltd, 1984. 235 p.

HOSSACK, I. B.; POLLARD, J. H.; ZEHNWIRTH, B. **Introductory statistics with applications in general insurance**. New York: McGraw-Hill, 1992. 275 p.

LEWIS, Nigel Da Costa. **Operational risk with excel and vba**. New Jersey: John Wiley & Sons, Ltd, 2004. 267 p.

MARSHALL, Christopher. **Medindo e gerenciando riscos operacionais em instituições financeiras**. Tradução Bazán, Tecnologia e Lingüística. Revisão técnica João Carlos Douat. Rio de Janeiro: Qualitymark, 2002. 480 p.

NASH, Ralph. The three pillars of operational risk. In: ALEXANDER, Carol (Edited). **Operational risk: regulation, analysis and management**. London: Prentice Hall, 2003. 336 p. cap. 1.

PALISADE CORPORATION. **@Risk guia do usuário: risk analysis and simulation add-in for microsoft excel**. New York, february, 2004.

\_\_\_\_\_. **A concise summary of @risk probability distribution functions**. New York, 2002.

PANJER, Harry H. & WILLMOT, Gordon E. **Insurance risk models**. Schaumburg: Society of Actuaries, 1992. 442 p.

PEREIRA, L. C. **O risco operacional em instituições financeiras e a influência de fatores do ambiente externo**. Dissertação de mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2004.

PÉZIER, Jacques. A constructive review of the basel proposals on operational risk. In: ALEXANDER, Carol (Edited). **Operational risk: regulation, analysis and management**. London: Prentice Hall, 2003. 336 p. cap. 4.

RISCO OPERACIONAL – 4º ENCONTRO ANUAL. **Utilização de ferramentas e metodologias para a mitigação de riscos e otimização dos processos internos**. São Paulo: IBC, novembro de 2004.

STEVENSON, William J. **Estatística aplicada à administração**. São Paulo: Harbra Ltda, 2001. 495 p.

**APÊNDICE A - CLASSIFICAÇÃO POR TIPO DE EVENTO DE PERDA.**

<b>Categoria de Tipos de Evento (Nível 1)</b>	<b>Definição</b>	<b>Categorias (Nível 2)</b>	<b>Exemplos de Atividade (Nível 3)</b>
Fraude Interna	Perdas ocasionadas por atos de um tipo com intenção de fraudar, apropriar-se indevidamente ou burlar regulamentos, a lei ou a política de uma empresa, excluindo diversidade/ acontecimentos discriminatórios, que envolvam pelo menos uma parte interna	Atividade Não Autorizada	Transações não relatadas (intencional)
			Tipo de transação não autorizadas (com perda monetária)
			Registro enganoso de posição (intencional)
		Furto e Fraude	Fraude / fraude de crédito / depósitos sem valor
			Roubo / extorsão / desfalque / latrocínio
			Apropriação indébita de ativos
			Destruição mal-intencionada de ativos
			Falsificação
			Fraude com uso de cheques
			Contrabando
			Assumir controle de conta / imitação / etc.
			Não-cumprimento das normas fiscais/ evasão (intencional)
			Suborno / propinas
Negociação com funcionários com acesso a informações privilegiadas (que não seja no interesse da empresa)			
Fraude Externa	Perdas ocasionadas por atos de um tipo com intenção de fraudar, apropriar-se indevidamente ou burlar a lei, praticados por um terceiro indivíduo	Furto e Fraude	Furto/Roubo
			Falsificação
		Fraude com uso de cheques	
Segurança dos Sistemas	Danos causados por violação de sistema de computação		
	Roubo de informações (com perda monetária)		
Práticas Trabalhistas e Segurança no Ambiente de Trabalho	Perdas decorrentes de atos inconsistentes com contratos ou leis trabalhistas, de saúde ou segurança, do pagamento de reclamações por lesões corporais, ou de diversidade / eventos discriminatórios	Relações Trabalhistas	Remuneração, benefícios, questões relacionadas a término de vínculo empregatício
			Atividades sindicalizadas
		Ambiente Seguro	Responsabilidade Geral (escorregadela e queda, etc.)
			Acontecimentos relacionados à saúde dos empregados e normas de segurança
			Acidente de trabalho
		Diversidade e Discriminação	Todos os tipos de discriminação
Clientes, Produtos e Práticas Comerciais	Perdas decorrentes de uma falha não-intencional ou negligente para cumprir uma obrigação profissional para com	Adequação, Divulgação e Fiduciário	Violações Fiduciárias / violações de diretrizes
			Adequação/ problemas relacionados a divulgação (KYC etc.)
			Violações de divulgação de cliente de varejo

Categoria de Tipos de Evento (Nível 1)	Definição	Categorias (Nível 2)	Exemplos de Atividade (Nível 3)
	clientes específicos (incluindo exigências fiduciárias e de adequação), ou da natureza ou do <i>design</i> de um produto		Violações de privacidade Vendas agressivas Substituição de contas vencidas por novas contas Uso inadequado de informações confidenciais Responsabilidade do empregador
		Negócios ou Práticas de Mercado inadequados	Antitruste Negócios / práticas de mercado inadequados Manipulação de mercado Negociação com funcionário com acesso a informações privilegiadas (no interesse da empresa) Atividades não licenciadas Lavagem de dinheiro
		Falhas nos produtos	Produtos com defeitos (não autorizados, etc.)
		Escolha, Patrocínio e Exposição	Erros de modelos Falha ao investigar o cliente de acordo com as orientações Exceder os limites de exposição do cliente
		Atividades Consultivas	Controvérsias sobre o desempenho das atividades consultivas
Danos aos Ativos Físicos	Perdas decorrentes de danos ou prejuízos aos ativos físicos ocasionados por desastres naturais ou outros acontecimentos.	Desastres e outros acontecimentos	Perdas por desastres naturais Perdas humanas por fontes externas (terrorismo, vandalismo)
Ruptura nos negócios e falhas no sistema	Perdas decorrentes de ruptura nos negócios ou falhas no sistema	Sistemas	Hardware Software Telecomunicações Falta/interrupção nos serviços públicos
Administração de Execução, Entrega e Processo	Perdas decorrentes de administração de processo ou processamento de transação com problemas, de relações com contrapartes comerciais e vendedores	Registro, Execução e Manutenção da Transação	Má comunicação Erro no lançamento, na manutenção ou no carregamento de dados Perda de prazo ou responsabilidade Má operação do modelo / sistema Erro Contábil / atribuição do erro à empresa Outros desempenhos insuficientes de tarefas Falha na entrega Falha no gerenciamento paralelo Manutenção dos dados de referência
		Monitoramento e Apresentação de relatórios	Falha na apresentação de relatórios obrigatórios Relatórios externos imprecisos (perda incorrida)

<b>Categoria de Tipos de Evento (Nível 1)</b>	<b>Definição</b>	<b>Categorias (Nível 2)</b>	<b>Exemplos de Atividade (Nível 3)</b>
		Entrada e Documentação de Cliente	Ausência de autorizações de cliente / renúncias Documentos legais ausentes / incompletos
		Administração da conta do cliente	Acesso não aprovado às contas Registros incorretos sobre os clientes (perda incorrida) Perda por negligência ou danos aos ativos do cliente
		Contrapartes comerciais	Desempenho insuficiente da contraparte que não seja cliente Diversas controvérsias de contraparte que não seja um cliente.
		Vendedores & Fornecedores	Terceirização Controvérsias de vendedores

Fonte: BANK FOR INTERNATIONAL SETTLEMENTS - **International convergence of capital measurement and capital standards**. Produzido pelos membros do Comitê de Basileia para a Supervisão Bancária. Basel, 2004.

## APÊNDICE B - PRINCÍPIOS PARA REPRESENTAÇÃO DAS LINHAS DE NEGÓCIOS.

Nível 1	Nível 2	Grupo de atividades
<i>Corporate Finance</i> [financiamento para pessoa jurídica]	<i>Corporate Finance</i>	Fusões e aquisições, <i>underwriting</i> , privatizações, securitização, pesquisa, dívida (governo, alto rendimento), participações patrimoniais, consórcios, IPO, colocações privadas secundárias
	Financiamento Municipal/ Governamental	
	Banco Mercantil	
	Serviços de Consultoria	
Negociação e Vendas	Vendas	Renda fixa, participações patrimoniais, operações de câmbio, commodities, crédito, financiamento, títulos de posição própria, empréstimo e recompra, corretagem, dívida, corretagem preferencial
	Manutenção do Mercado	
	Posições Proprietárias	
	Tesouraria	
Banco de Varejo	Banco de Varejo	Empréstimos e depósitos no varejo, serviços bancários, fidúcia e patrimônios
	<i>Private Banking</i>	Empréstimos e depósitos privados, serviços bancários, fidúcia e patrimônio, consultoria de investimento
	Serviços de Cartão	Cartões mercantil/comercial/empresarial, rótulos privados e varejo
Banco Comercial	Banco Comercial	Financiamento de projeto, bens imóveis, financiamento de exportação, financiamento de negócios, <i>factoring</i> , arrendamento, empréstimo, garantias, conhecimentos de embarque
Pagamento e Liquidação	Clientes Externos	Pagamentos e cobranças, transferência de fundos, compensação e liquidação
Serviços de Agência	Custódia	Conta de custódia, recibos de depósitos, empréstimos de títulos (clientes), medidas corporativas
	Agência Corporativa	Emissor e agente pagador
	Fidúcia Corporativa	
Administração de Ativos	Administração de Fundos Discricionários	Agrupados, segregados, de varejo, institucionais, fechados, abertos, participações patrimoniais privadas
	Administração de Fundos Não Discricionários	Agrupados, segregados, de varejo, institucionais, fechados, abertos
Corretagem de Varejo	Corretagem de Varejo	Execução e serviço completo

Fonte: BANK FOR INTERNATIONAL SETTLEMENTS - **International convergence of capital measurement and capital standards**. Produzido pelos membros do Comitê de Basileia para a Supervisão Bancária. Basel, 2004.



**APÊNDICE C - SUMÁRIO DE DISTRIBUIÇÕES DE FUNÇÕES**

Nº	Nome da Função (parâmetros)	Função Densidade e Acumulada	Média	Variância
01	<b>Beta</b> ( $\alpha_1, \alpha_2$ )	$f(x) = \frac{x^{\alpha_1-1} (1-x)^{\alpha_2-1}}{B(\alpha_1, \alpha_2)}$ $F(x) = \frac{B_x(\alpha_1, \alpha_2)}{B(\alpha_1, \alpha_2)} \equiv I_x(\alpha_1, \alpha_2)$ <p>em que <math>B</math> é a Função Beta e <math>B_x</math> é a Função Beta Incompleta</p>	$\frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2}$	$\frac{\alpha_1 \alpha_2}{(\alpha_1 + \alpha_2)^2 (\alpha_1 + \alpha_2 + 1)}$
02	<b>Beta</b> ( $\alpha_1, \alpha_1, \min, \max$ ) <b>(Generalizada)</b>	$f(x) = \frac{(x - \min)^{\alpha_1-1} (\max - x)^{\alpha_2-1}}{B(\alpha_1, \alpha_2)(\max - \min)^{\alpha_1 + \alpha_2 - 1}}$ $F(x) = \frac{B_z(\alpha_1, \alpha_2)}{B(\alpha_1, \alpha_2)} \equiv I_z(\alpha_1, \alpha_2) \text{ with } z \equiv \frac{x - \min}{\max - \min}$ <p>em que <math>B</math> é a Função Beta e <math>B_z</math> é a função Beta Incompleta</p>	$\text{Min} + \frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2} * (\text{Max} - \min)$	$\frac{\alpha_1 \alpha_2}{(\alpha_1 + \alpha_2)^2 (\alpha_1 + \alpha_2 + 1)} * (\max - \min)^2$
03	<b>Beta</b> ( $\min, m.\text{likely}, \text{mean}, \max$ ) <b>(Subjetiva)</b>	$f(x) = \frac{(x - \min)^{\alpha_1-1} (\max - x)^{\alpha_2-1}}{B(\alpha_1, \alpha_2)(\max - \min)^{\alpha_1 + \alpha_2 - 1}}$ $F(x) = \frac{B_z(\alpha_1, \alpha_2)}{B(\alpha_1, \alpha_2)} \equiv I_z(\alpha_1, \alpha_2) \text{ with } z \equiv \frac{x - \min}{\max - \min}$ <p>em que <math>B</math> é a Função Beta e <math>B_z</math> é a função Beta Incompleta</p>	mean	$\frac{(\text{mean} - \min)(\max - \text{mean})}{2.\text{mid} + \text{mean} - 3.\text{m.likely}} * (\text{mean} - m.\text{likely})$

Nº	Nome da Função (parâmetros)	Função Densidade e Acumulada	Média	Variância
04	<b>Binomial</b> (n, p)	$f(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$ $F(x) = \sum_{i=0}^x \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i}$	np	$np(1-p)$
05	<b>Qui-Quadrado</b> (v)	$f(x) = \frac{1}{2^{v/2} \Gamma(v/2)} e^{-x/2} x^{(v/2)-1} \text{ e } F(x) = \frac{\Gamma_{x/2}(v/2)}{\Gamma(v/2)}$ <p>em que <math>\Gamma</math> é a Função Gamma, e <math>\Gamma_x</math> é a Função Gamma Incompleta.</p>	v	2v
06	<b>Cumulativa</b> (min,max, {x}, {p}) <b>(Crescente)</b>	$f(x) = \frac{P_{i+1} - P_i}{x_{i+1} - x_i} \text{ para } x_i \leq x \leq x_{i+1}$ $F(x) = p_i + (p_{i+1} - p_i) \left( \frac{x - x_i}{x_{i+1} - x_i} \right) \text{ para } x_i \leq x \leq x_{i+1}$ <p>Com as premissas: 1.Os vetores são ordenados da esquerda para direita; 2.O índice i varia de 0 a N+1, com dois elementos extras: <math>x_0 \equiv \min, p_0 \equiv 0 \text{ e } x_{N+1} \equiv \max, p_{N+1} \equiv 1.</math></p>	—	—
07	<b>Cumulativa</b> (min,max, {x}, {p}) <b>(Decrescente)</b>	$f(x) = \frac{p_i - p_{i+1}}{x_{i+1} - x_i} \text{ para } x_i \leq x \leq x_{i+1}$ $F(x) = 1 - p_i + (p_i - p_{i+1}) \left( \frac{x - x_i}{x_{i+1} - x_i} \right) \text{ para } x_i \leq x \leq x_{i+1}$ <p>Com as premissas: 1.Os vetores são ordenados da esquerda para a direita; 2.O índice i varia de 0 para N+1, com dois elementos extras: <math>x_0 \equiv \min, p_0 \equiv 1 \text{ e } x_{N+1} \equiv \max, p_{N+1} \equiv 0.</math></p>	—	—

Nº	Nome da Função (parâmetros)	Função Densidade e Acumulada	Média	Variância
08	<b>Discreta</b> ( $\{x\}, \{p\}$ )	$f(x) = p_i \quad \text{para } x = x_i$ $f(x) = 0 \quad \text{para } x \notin \{x\}$ <hr/> $F(x) = 0 \quad \text{para } x < x_1$ $F(x) = \sum_{i=1}^s p_i \quad \text{para } x_s \leq x < x_{s+1}, s < N$ $F(x) = 1 \quad \text{para } x \geq x_N$ <p>Com as premissas:  1. Os vetores são ordenados da esquerda para a direita;  2. O vetor p é normalizado para 1.</p>	$\sum_{i=1}^N x_i p_i \equiv \mu$	$\sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2 p_i \equiv V$
09	<b>Discreta Uniforme</b> ( $\{x\}$ )	$f(x) = \frac{1}{N}$ <p>para <math>x \in \{x\}</math></p> $f(x) = 0$ <p>para <math>x \notin \{x\}</math></p> <hr/> $F(x) = 0$ <p>para <math>x &lt; x_1</math></p> $F(x) = \frac{i}{N}$ <p>para <math>x_i \leq x &lt; x_{i+1}</math></p> $F(x) = 1$ <p>para <math>x \geq x_N</math></p> <p>assumindo que os valores de <math>\{x\}</math> estão ordenados.</p>	$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \equiv \mu$	$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2 \equiv V$

Nº	Nome da Função (parâmetros)	Função Densidade e Acumulada	Média	Variância
10	“Função Erro” (h)	$f(x) = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-(hx)^2} \text{ e } F(x) = \Phi(\sqrt{2}hx)$ <p>em que <math>\Phi</math> é a Função Erro.</p>	0	$\frac{1}{2h^2}$
11	Erlang (m, $\beta$ )	$f(x) = \frac{1}{\beta(m-1)!} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{m-1} e^{-x/\beta}$ $F(x) = 1 - e^{-x/\beta} \sum_{i=0}^{m-1} (x/\beta)^i$	$m\beta$	$m\beta^2$
12	Exponencial ( $\beta$ )	$f(x) = \frac{e^{-x/\beta}}{\beta} \text{ e } F(x) = 1 - e^{-x/\beta}$	$\beta$	$\beta^2$
13	Valor Extremo (a, b)	$f(x) = \frac{1}{b} \left( \frac{1}{e^{z+\exp(-z)}} \right) \text{ e } F(x) = \frac{1}{e^{\exp(-z)}}, z \equiv \frac{(x-a)}{b}$ <p>em que <math>\Gamma'</math> é derivada da função gama</p>	$a - b\Gamma'(1) \approx a + .577b$	$\frac{\pi^2 b^2}{6}$
14	Gamma ( $\alpha, \beta$ )	$f(x) = \frac{1}{\beta\Gamma(\alpha)} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha-1} e^{-x/\beta}$ $F(x) = \frac{\Gamma_{x/\beta}(\alpha)}{\Gamma(\alpha)}$ <p>em que <math>\Gamma</math> é a Função Gamma e <math>\Gamma_x</math> é a Função Gamma Incompleta.</p>	$\beta\alpha$	$\beta^2\alpha$
15	Geral (min, max, {x}, {p})	$f(x) = p_i + \left[ \frac{x - x_i}{x_{i+1} - x_i} \right] (p_{i+1} - p_i) \text{ para } x_i \leq x \leq x_{i+1}$	—	—

Nº	Nome da Função (parâmetros)	Função Densidade e Acumulada	Média	Variância
		$F(x) = F(x_i) + (x - x_i) \left[ p_i + \frac{(p_{i+1} - p_i)(x - x_i)}{2(x_{i+1} - x_i)} \right]$ <p>para <math>x_i \leq x \leq x_{i+1}</math></p> <p>Com as premissas:  1. Os vetores são ordenados da esquerda para a direita;  2. O vetor {p} foi normalizado para dar a distribuição uma área unitária.  3. O índice i varia de 0 para N+1, com dois elementos extras:  <math>x_0 \equiv \min, p_0 \equiv 0</math> e <math>x_{N+1} \equiv \max, p_{N+1} \equiv 0</math>.</p>		
16	<b>Geométrica (p)</b>	$f(x) = p(1-p)^x$ $F(x) = 1 - (1-p)^{x+1}$	$\frac{1}{p} - 1$	$\frac{1-p}{p^2}$
17	<b>Histograma (min,max, {p})</b>	$f(x) = p_i \text{ para } x_i \leq x \leq x_{i+1}$ $F(x) = F(x_i) + p_i \left( \frac{x - x_i}{x_{i+1} - x_i} \right) \text{ para } x_i \leq x \leq x_{i+1}$ <p>em que <math>x_i \equiv \min + i \left( \frac{\max - \min}{N} \right)</math></p> <p>O vetor {p} foi normalizado para dar a distribuição uma área unitária.</p>	—	—
18	<b>Hipergeométrica (n, D, M)</b>	$f(x) = \frac{\binom{D}{x} \binom{M-D}{n-x}}{\binom{M}{n}} \text{ e } F(x) = \sum_{i=1}^x \frac{\binom{D}{i} \binom{M-D}{n-i}}{\binom{M}{n}}$	$\frac{nD}{M}$	$\frac{nD}{M^2} \left[ \frac{(M-D)(M-n)}{(M-1)} \right]$

Nº	Nome da Função (parâmetros)	Função Densidade e Acumulada	Média	Variância
19	<b>Uniforme (Valores Inteiros)</b> (min, max)	$f(x) = \frac{1}{\max - \min + 1} \text{ e } F(x) = \frac{x - \min + 1}{\max - \min + 1}$	$\frac{\min + \max}{2}$	$\left( \frac{\max - \min}{6} \right) \left( \frac{\max - \min}{2} + 1 \right)$
20	<b>Inversa Gaussian</b> ( $\mu, \lambda$ )	$f(x) = \sqrt{\frac{\lambda}{2\pi x^3}} e^{-\left[ \frac{\lambda(x-\mu)^2}{2\mu^2 x} \right]}$ $F(x) = \Phi \left[ \sqrt{\frac{\lambda}{x}} \left( \frac{x}{\mu} - 1 \right) \right] + e^{2\lambda/\mu} \Phi \left[ -\sqrt{\frac{\lambda}{x}} \left( \frac{x}{\mu} + 1 \right) \right]$	$\mu$	$\frac{\mu^3}{\lambda}$
21	<b>Logística</b> ( $\alpha, \beta$ )	$f(x) = \frac{\sec h^2 \left( \frac{1}{2} \left( \frac{x - \alpha}{\beta} \right) \right)}{4\beta}$ $F(x) = \frac{1 + \tan h \left( \frac{1}{2} \left( \frac{x - \alpha}{\beta} \right) \right)}{2}$ em que “sec h” é a Função Secante Hiperbólica e “tan h” é a Função Tangente Hiperbólica.	$\alpha$	$\frac{\pi^2 \beta^2}{3}$

Nº	Nome da Função (parâmetros)	Função Densidade e Acumulada	Média	Variância
22	<b>Log-Logística</b> $(\gamma, \beta, \alpha)$	$f(x) = \frac{\alpha t^{\alpha-1}}{\beta(1+t^\alpha)^2}$ $F(x) = \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{t}\right)^\alpha} \quad \text{com } t \equiv \frac{x-\gamma}{\beta}$	$\beta\theta \cos(\theta) + \gamma$ para $\alpha > 1$	$\beta^{2\theta} [2 \csc(2\theta) - \theta \csc^2(\theta)]$
23	<b>Lognormal</b> $(\mu, \sigma)$ (Formato 1)	$f(x) = \frac{1}{x\sqrt{2\pi}\sigma'} e^{-\frac{1}{2}\left[\frac{\ln x - \mu'}{\sigma'}\right]^2} \quad e \quad F(x) = \Phi\left(\frac{\ln x - \mu'}{\sigma'}\right)$ $\text{com } \mu' \equiv \ln \left[ \frac{\mu^2}{\sqrt{\sigma^2 + \mu^2}} \right] e \quad \sigma' \equiv \sqrt{\ln \left[ 1 + \left(\frac{\sigma}{\mu}\right)^2 \right]}$ <p>em que <math>\Phi</math> é a Função Erro</p>	$\mu$	$\sigma^2$
24	<b>Lognormal</b> $(\mu, \sigma)$ (Formato 2)	$f(x) = \frac{1}{x\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left[\frac{\ln x - \mu}{\sigma}\right]^2}$ $F(x) = \Phi\left(\frac{\ln x - \mu}{\sigma}\right)$ <p>em que <math>\Phi</math> é a Função Erro</p>	$e^{\mu + \frac{\sigma^2}{2}}$	$e^{2\mu} \varpi(\varpi - 1)$ com $\varpi \equiv e^{\sigma^2}$
25	<b>Binomial Negativa</b> $(s, p)$	$f(x) = \binom{s+x-1}{x} p^s (1-p)^x$ $F(x) = p^s \sum_{i=0}^x \binom{s+i-1}{i} (1-p)^i$ <p>em que <math>()</math> é Coeficiente Binomial</p>	$\frac{s(1-p)}{p}$	$\frac{s(1-p)}{p^2}$

Nº	Nome da Função (parâmetros)	Função Densidade e Acumulada	Média	Variância
26	<b>Normal</b> ( $\mu, \sigma$ )	$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$ $F(x) = \Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$ <p>em que <math>\Phi</math> é a função erro.</p>	$\mu$	$\sigma^2$
27	<b>Pareto</b> ( $\theta, a$ ) (Tipo 1)	$f(x) = \frac{\theta a^\theta}{x^{\theta+1}}$ $F(x) = 1 - \left(\frac{a}{x}\right)^\theta$	$\frac{a\theta}{\theta-1}$ para $\theta > 1$	$\frac{\theta a^2}{(\theta-1)^2(\theta-2)}$ para $\theta > 2$
28	<b>Pareto</b> ( $b, q$ ) (Tipo 2)	$f(x) = \frac{qb^q}{(x+b)^{q+1}} \text{ e } F(x) = 1 - \frac{b^q}{(x+b)^q}$	$\frac{b}{q-1}$ para $q > 1$	$\frac{b^2q}{(q-1)^2(q-2)}$ para $q > 2$
29	<b>Pearson Tipo V</b> ( $\alpha, \beta$ )	$f(x) = \frac{1}{\beta\Gamma[\alpha]} \cdot \frac{e^{-\beta/x}}{(x/\beta)^{\alpha+1}}$ $F(x) = \text{---}$	$\frac{\beta}{\alpha-1}$ para $\alpha > 1$	$\frac{\beta^2}{(\alpha-1)^2(\alpha-2)}$ para $\alpha > 2$
30	<b>Person Tipo VI</b> ( $\alpha_1, \alpha_2, \beta$ )	$f(x) = \frac{1}{\beta B(\alpha_1, \alpha_2)} \cdot \frac{(x/\beta)^{\alpha_1-1}}{\left(1 + \frac{x}{\beta}\right)^{\alpha_1+\alpha_2}}$ $F(x) = \text{---}$ <p>em que <math>B</math> é a Função Beta</p>	$\frac{\beta\alpha_1}{\alpha_2-1}$ para $\alpha_2 > 1$	$\frac{\beta^2\alpha_1(\alpha_1+\alpha_2-1)}{(\alpha_2-1)^2(\alpha_2-2)}$ para $\alpha_2 > 2$



Nº	Nome da Função (parâmetros)	Função Densidade e Acumulada	Média	Variância
31	<b>Pert(Beta)</b> (min, <i>m.likely</i> , max)	$f(x) = \frac{(x - \min)^{\alpha_1 - 1} (\max - x)^{\alpha_2 - 1}}{B(\alpha_1, \alpha_2) (\max - \min)^{\alpha_1 + \alpha_2 - 1}}$ $F(x) = \frac{B_z(\alpha_1, \alpha_2)}{B(\alpha_1, \alpha_2)} \equiv I_z(\alpha_1, \alpha_2)$ <p>em que <math>B</math> é a Função Beta e <math>B_z</math> é a Função Beta Incompleta.</p>	$\mu \equiv \frac{\min + 4 \cdot mlikely}{6} + \frac{\max}{6}$	$\frac{(\mu - \min)(\max - \mu)}{7}$
32	<b>Poisson</b> ( $\lambda$ )	$f(x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} \quad F(x) = e^{-\lambda} \sum_{n=0}^x \frac{\lambda^n}{n!}$	$\lambda$	$\lambda$
33	<b>Rayleigh</b> ( $b$ )	$f(x) = \frac{x}{b^2} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x}{b}\right)^2}$ $F(x) = 1 - e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x}{b}\right)^2}$	$b\sqrt{\frac{\pi}{2}}$	$b^2\left(2 - \frac{\pi}{2}\right)$
34	<b>“t” de Student</b> ( $\nu$ )	$f(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi\nu}} \cdot \frac{\Gamma\left(\frac{\nu+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)} \left[\frac{\nu}{\nu+x^2}\right]^{\frac{\nu+1}{2}}$ $F(x) = \frac{1}{2} \left[ 1 + I_s\left(\frac{1}{2}, \frac{\nu}{2}\right) \right]$ <p>em que <math>\Gamma</math> é a Função Gamma e <math>I_x</math> é a Função Beta Incompleta</p>	0 para $\nu > 1$	$\frac{\nu}{\nu-2}$ para $\nu > 2$

Nº	Nome da Função (parâmetros)	Função Densidade e Acumulada	Média	Variância
35	<b>Triangular</b> (min, <i>m.likely</i> , max)	$f(x) = \frac{2(x - \min)}{(m.likely - \min)(\max - \min)}$ para $\min \leq x \leq m.likely$ $f(x) = \frac{2(\max - x)}{(\max - m.likely)(\max - \min)}$ para $m.likely \leq x \leq \max$	$\frac{\max + m.likely + \min}{3}$	$\frac{\max^2 + m.likely^2 + \min^2}{18} - \frac{(\max)(m.likely)}{18} - \frac{(m.likely)(\min) - (\max)(\min)}{18}$
		$F(x) = \frac{(x - \min)^2}{(m.likely - \min)(\max - \min)}$ para $\min \leq x \leq m.likely$ $F(x) = \frac{(\max - x)^2}{(\max - m.likely)(\max - \min)}$ para $m.likely \leq x \leq \max$		
36	<b>Uniforme</b> (min, max)	$f(x) = \frac{1}{\max - \min}$ $F(x) = \frac{x - \min}{\max - \min}$	$\frac{\max + \min}{2}$	$\frac{(\max - \min)^2}{12}$
37	<b>Weibull</b> ( $\alpha, \beta$ )	$f(x) = \frac{\alpha x^{\alpha - 1}}{\beta^\alpha} e^{-(x/\beta)^\alpha}$ $F(x) = 1 - e^{-(x/\beta)^\alpha}$	$b\Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right)$ em que $\Gamma$ é Função Gamma	$\beta^2 \left[ \Gamma\left(1 + \frac{2}{\alpha}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right) \right]$ em que $\Gamma$ é a Função Gamma

Fonte: PALISADE CORPORATION. A concise summary of @risk probability distribution functions. New York, 2002.