



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA HIDRÁULICA E AMBIENTAL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

JUBEMAR SABINO DA SILVA JÚNIOR

AVALIAÇÃO DO RISCO DE RUPTURA EM TALUDES ROCHOSOS FRATURADOS
HIPOTÉTICOS UTILIZANDO MÉTODOS PROBABILÍSTICOS E CONCEITOS DA
LÓGICA FUZZY

FORTALEZA

2022

JUBEMAR SABINO DA SILVA JÚNIOR

AVALIAÇÃO DO RISCO DE RUPTURA EM TALUDES ROCHOSOS FRATURADOS
HIPOTÉTICOS UTILIZANDO MÉTODOS PROBABILÍSTICOS E CONCEITOS DA
LÓGICA FUZZY

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil do Centro de Tecnologia da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil. Área de concentração: Geotecnia.

Orientador: Prof. Dr. Silvrano Adonias Dantas Neto.

FORTALEZA

2022

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Biblioteca Universitária
Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

- S58a Silva Júnior, Jubemar Sabino da.
Avaliação do risco de ruptura em taludes rochosos fraturados hipotéticos utilizando métodos probabilísticos e conceitos da lógica fuzzy / Jubemar Sabino da Silva Júnior. – 2022.
140 f. : il. color.
- Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil: Geotecnia, Fortaleza, 2022.
Orientação: Prof. Dr. Silvrano Adonias Dantas Neto.
1. Análise de estabilidade de taludes. 2. Abordagem probabilística. 3. Lógica Fuzzy. I. Título.
CDD 624.15
-

JUBEMAR SABINO DA SILVA JÚNIOR

AVALIAÇÃO DO RISCO DE RUPTURA EM TALUDES ROCHOSOS FRATURADOS
HIPOTÉTICOS UTILIZANDO MÉTODOS PROBABILÍSTICOS E CONCEITOS DA
LÓGICA FUZZY

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil do Centro de Tecnologia da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil. Área de concentração: Geotecnia.

Orientador: Prof. Dr. Silvrano Adonias Dantas Neto.

Aprovado em: 22 de julho de 2022.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Silvrano Adonias Dantas Neto (Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dra. Mariana Vella Silveira
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Adriano Frutuoso da Silva
Universidade Federal de Roraima (UFRR)

À minha mãe Cássia, minha irmã Rayane, ao meu tio José Midel, e à minha avó Josefa Roberto (*in memoriam*).

AGRADECIMENTOS

A Deus por ter me dado força, coragem e saúde para que eu pudesse alcançar mais um sonho.

À minha família, especialmente à minha mãe Rita de Cássia por toda ajuda, carinho, compreensão, incentivo e pelas inúmeras orações, sem ela esta conquista seria impossível.

À minha companheira Marina Rolim, carinho, compreensão e por todo o apoio.

À todos os professores do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (Geotecnia) da UFC, pelos ensinamentos.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Silvrano Adonias Dantas Neto, pela paciência, disponibilidade, orientações, e por todo o conhecimento transmitido ao longo da minha passagem pelo mestrado.

À professora Dra. Mariana Vela e ao professor Dr. Adriano Frutuoso por aceitarem fazer parte da banca examinadora e pelas suas valiosas contribuições.

Aos colegas Felipe Oscar, João Firmino, Jorge Henrique e Victor Levi pelos bons momentos vividos.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

“O que importa não é o que acontece, mas como você reage.”

Epíteto

RESUMO

Os parâmetros de resistência ao cisalhamento utilizados nas análises de estabilidade de maciços rochosos muito fraturados são determinados a partir de classificações geomecânicas. O GSI (Índice de Resistência Geológica) proposto por Hoek (1994) permite classificar a qualidade do maciço rochoso e realizar estimativas para os parâmetros de resistência ao cisalhamento. O valor do GSI está relacionado ao grau de fraturamento e às condições das superfícies das fraturas e pode ser obtido de duas formas: a) por meio de uma avaliação visual do maciço rochoso e comparação com o ábacos; ou b) correlações com os sistemas de classificação geomecânica RMR (*Rock Mass Rating*) ou o Sistema Q. Apesar do GSI ser um método moderno, a precisão da avaliação visual depende da experiência e julgamento do especialista envolvido no mapeamento de campo e da escolha da região correta para o GSI. Neste trabalho será apresentado um procedimento para avaliar a influência das incertezas existentes na estimativa dos parâmetros de resistência ao cisalhamento nos resultados das análises de estabilidade de maciços rochosos pela aplicação de métodos probabilísticos e conceitos da lógica *fuzzy*. Para aplicação dos métodos probabilísticos e modelo *fuzzy*, foi adotado um talude natural hipotético de 50 m, composto de rocha calcária, extremamente fraturado e com às condições da superfícies das fraturas podendo variar de boa a moderada. O comportamento do maciço em termos de estabilidade global foi analisado para as alturas de 50, 100, 150 e 200 m. Dos quatro cenários analisados utilizando os métodos probabilísticos, apenas o talude de 200 metros apresentou probabilidade de ruptura não nula. Os níveis de desempenho obtidos em função da probabilidade de ruptura foram ruim (5,21%) estimado pelo método de Monte Carlo e insatisfatório (8,67% e 8,13%) estimado pelos métodos aproximados FOSM (Primeira Ordem e Segundo Momento) e PEM (Método das Estimativas Pontuais), respectivamente. O índice de falha estimado para o talude de 200 metros pelo modelo *fuzzy* foi de 18,61%, equivalente a um nível de desempenho perigoso. Além disso, o modelo *fuzzy* foi o único método a apontar a possibilidade de ocorrência de ruptura para o talude de 150 metros, indicando um índice de falha de 1,95% (abaixo da média). A teoria dos conjuntos fuzzy é uma opção com bastante potencial para analisar a possibilidade de ocorrência de eventos de ruptura em taludes rochosos fraturados, visto que demanda menos tempo computacional e a base de dados é limitada.

Palavras-chave: Análise de estabilidade de taludes rochosos, abordagem probabilística, lógica *Fuzzy*.

ABSTRACT

The shear strength parameters used in the stability analysis of heavily fractured rock masses are determined from geomechanical classifications. The GSI (Geological Strength Index) proposed by Hoek (1994) allows classifying the quality of the rock mass and making estimates for the parameters of shear strength. The GSI value is related to the degree of fracturing and the conditions of the fracture surfaces and can be obtained in two ways: a) through a visual assessment of the rock mass and comparison with the abacuses; or b) correlations with the RMR (Rock Mass Rating) geomechanical classification systems or the Q System. Although the GSI is a modern method, the accuracy of the visual assessment depends on the experience and judgment of the specialist involved in the field mapping and the choice of the correct region for the GSI. In this work, a procedure will be presented to evaluate the influence of the existing uncertainties in the estimation of the shear strength parameters in the results of the stability analyzes of rock masses by the application of probabilistic methods and concepts of fuzzy logic. For the application of the probabilistic methods and fuzzy model, a hypothetical natural slope of 50 m was adopted, composed of limestone rock, extremely fractured and with the conditions of the fracture surfaces that can vary from good to moderate. The massif behavior in terms of global stability was analyzed for heights of 50, 100, 150 and 200 m. Of the four scenarios analyzed using probabilistic methods, only the 200-meter slope showed a non-zero failure probability. The performance levels obtained as a function of the rupture probability were bad (5.21%) estimated by the Monte Carlo method and unsatisfactory (8.67% and 8.13%) estimated by the approximate FOSM (First Order and Second Moment) methods. and PEM (Point Estimation Method), respectively. The failure rate estimated for the 200-meter slope by the fuzzy model was 18.61%, equivalent to a dangerous performance level. In addition, the fuzzy model was the only method to point out the possibility of failure for the 150-meter slope, indicating a failure rate of 1.95% (below average). The theory of fuzzy sets is an option with great potential to analyze the possibility of occurrence of failure events in fractured rocky slopes, since it requires less computational time and the database is limited.

Keywords: Rock slope stability analysis, probabilistic approach, Fuzzy Logic.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 - Mecanismos simplificados de ruptura para taludes rochosos e seus respectivos estereogramas.	28
Figura 2.2 - Mecanismo de ruptura planar.	29
Figura 2.3 - Condições para ruptura por cunha.	29
Figura 2.4 - Condições para tombamento.....	30
Figura 2.5 - Intensidade de fraturamento devido ao efeito escala para um talude rochoso.....	31
Figura 2.6 - Comparação entre duas curvas de distribuição do fator de segurança.	32
Figura 2.7 - Localização dos pontos de amostragem de duas variáveis aleatórias pelo PEM..	38
Figura 2.8 - Correlação entre o índice de confiabilidade (RI) e a probabilidade de ruptura ou falha (PF) para uma distribuição normal.....	40
Figura 2.9 - Funções de pertinência triangular.	42
Figura 2.10 - Função de pertinência trapezoidal.	43
Figura 2.11 - Definição de um intervalo de análise para um grau de pertinência h	44
Figura 2.12 – Representação do resultado de saída por diferentes métodos.	46
Figura 3.1 - Representação esquemática do processo de análise.	47
Figura 3.2 - Geometria adotada para os taludes hipotéticos.....	48
Figura 3.3 - Forças atuantes numa fatia e na massa deslizante para uma superfície circular...	53
Figura 3.4 - Função de pertinência adotada para o GSI.	62
Figura 4.1 - Resultado da análise determinística para o talude de 50 m.	64
Figura 4.2 - Resultado da análise determinística para o talude de 100 m.	64
Figura 4.3 - Resultado da análise determinística para o talude de 150 m.	64
Figura 4.4 - Resultado da análise determinística para o talude de 200 m.	65
Figura 4.5 - Resultados probabilísticos (MCS).	66
Figura 4.6 - Histograma do fator de segurança para o talude de 50 m (MCS).....	67
Figura 4.7 - Histograma do fator de segurança para o talude de 100 m (MCS).....	67
Figura 4.8 - Histograma do fator de segurança para o talude de 150 m (MCS).....	67
Figura 4.9 - Histograma do fator de segurança para o talude de 200 m (MCS).....	68
Figura 4.10 - Influência na variabilidade do FS.	70
Figura 4.11 - Funções de distribuição segundo os métodos MCS, FOSM e PEM para o talude de 50m.	72

Figura 4.12 - Funções de distribuição segundo os métodos MCS, FOSM e PEM para o talude de 100m.	73
Figura 4.13 - Funções de distribuição segundo os métodos MCS, FOSM e PEM para o talude de 150m.	73
Figura 4.14 - Funções de distribuição segundo os métodos MCS, FOSM e PEM para o talude de 200m.	73
Figura 4.15 - Parâmetro mb no formato de número <i>fuzzy</i>	74
Figura 4.16 - Funções de pertinência para coesão e ângulo de atrito.....	75
Figura 4.17 - Funções de pertinência obtidas pelo modelo <i>fuzzy</i> de Bishop Simplificado (1955).	76
Figura 4.18 - Função de distribuição acumulada obtida via abordagens probabilísticas e fuzzy, para o talude de 50 metros.....	77
Figura 4.19 - Função de distribuição acumulada obtida via abordagens probabilísticas e fuzzy, para o talude de 100 metros.....	77
Figura 4.20 - Função de distribuição acumulada obtida via abordagens probabilísticas e fuzzy, para o talude de 150 metros.....	77
Figura 4.21 - Função de distribuição acumulada obtida via abordagens probabilísticas e fuzzy, para o talude de 200 metros.....	78

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 - Correlações entre RMR e Q.	25
Tabela 2.2 - Obtenção do desvio padrão normal em função do nível de confiança.	34
Tabela 2.3 - Níveis de desempenho para usos em engenharia geotécnica.	40
Tabela 3.1 - Resistência à compressão simples da rocha intacta para o calcário.	48
Tabela 3.2 - Tipo de rocha e parâmetros empregados nas análises de estabilidade.	49
Tabela 3.3 – Parâmetros de resistência.	49
Tabela 3.4 - Cálculo do valor p a partir da estatística modificada de Anderson-Darling.	51
Tabela 3.5 - Valor crítico ($AD_{Crítico}$) para a estatística de teste de Anderson-Darling.	51
Tabela 3.6 - Valores das estatísticas de teste.	52
Tabela 3.7 - Valores médios e desvios-padrão dos parâmetros de resistência.	52
Tabela 3.8 – Definição estatística das variáveis utilizadas no Método de Monte Carlo.	55
Tabela 3.9 - Definição dos parâmetros geotécnicos.	56
Tabela 3.10 - Parâmetros geotécnicos utilizados nas análises determinísticas (FOSM).	56
Tabela 3.11 - Definição das variáveis aleatórias e pontos particulares.	57
Tabela 3.12 - Pontos particulares das variáveis aleatórias independentes (PEM).	57
Tabela 4.1 - Parâmetros utilizados nas análises determinísticas.	63
Tabela 4.2 - Resultados obtidos na análise probabilística (MCS).	65
Tabela 4.3 - Fatores de segurança para n+1 simulações (FOSM).	69
Tabela 4.4 - Cálculo da variância pelo método FOSM.	69
Tabela 4.5 - Índice de confiabilidade (RI) e probabilidade de falha (PF) pelo método FOSM.	70
Tabela 4.6 - Estimativas pontuais, média e variância do fator de segurança.	71
Tabela 4.7 - Estimativa do índice de confiabilidade e probabilidade de falha (PEM).	71
Tabela 4.8 - Compilado dos resultados obtidos via abordagem probabilística.	72
Tabela 4.9 - Probabilidades de ruptura (MCS, FOSM e PEM) e índices de falha (Fuzzy) pelo método de Bishop Simplificado (1955).	78

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

- A - Subconjunto do conjunto universal (U)
- AD - Estatística de teste Anderson-Darling
- BoA - *Bisector of Area* (bissetor de área)
- CDF - *Cumulative Distribution Function* (Função de densidade acumulada)
- CoA - *Center of Area* (centro de área)
- CoS - *Center of Sums* (centro de soma)
- $E[x]$ - Primeiro momento, média ou valor esperado para uma variável aleatória
- $E[FS]$ - Primeiro momento, média ou valor esperado para o fator de segurança
- FoM - *First of Maxima* (primeiro dos máximos)
- FOSM - *First Order, Second Moment* (Primeira Ordem, Segundo Momento)
- FS - Fator de segurança
- GSI - *Geological Strength Index* (Índice de Resistência Geológica)
- LoM - *Last of Maxima* (último dos máximos)
- MCS - *Monte Carlo Simulation* (Simulações de Monte Carlo)
- MF - *Membership Function* (função de pertinência)
- MoM - *Mean of Maxima* (média dos máximos)
- PDF - *Probability Density Function* (Função de densidade de probabilidade)
- PEM - *Point Estimate Method* (Método das Estimativas Pontuais)
- PF - Probabilidade de ruptura ou falha
- RF - *Fuzzy Reability Index* (Índice de falha)
- RI - *Reliability Index* (Índice de confiabilidade)
- RMR - *Rock Mass Rating* (Classificação Geomecânica de Bieniawski)
- RQD - *Rock Quality Designation* (Índice de qualidade da rocha)
- $s[x]$ - Desvio padrão para uma variável aleatória
- $s[FS]$ - Desvio padrão para o fator de segurança
- U - Conjunto Universal
- UCS - *Uniaxial Compressive Strength* (Resistência à Compressão Uniaxial)
- $V[x]$ - Segundo momento ou desvio padrão para uma variável aleatória
- $V[FS]$ - Segundo momento para o fator de segurança
- W - Estatística de teste de Shapiro-Wilk
- WA - *Weighted Average* (média ponderada)

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	17
1.1	Motivação da pesquisa	17
1.2	Objetivos.....	19
1.2.1	<i>Objetivos específicos.....</i>	<i>19</i>
1.3	Metodologia empregada.....	20
1.4	Estrutura do trabalho	20
2	FUNDAMENTAÇÃO TÉORICA.....	22
2.1	Sistemas de classificação de maciços rochosos.....	22
2.1.1	<i>Sistema RMR</i>	<i>23</i>
2.1.2	<i>Sistema Q.....</i>	<i>23</i>
2.1.3	<i>Sistema GSI (Geological Strength Index)</i>	<i>25</i>
2.1.4	<i>Critério de ruptura generalizado de Hoek-Brown</i>	<i>26</i>
2.2	Mecanismos de ruptura de taludes rochosos	28
2.2.1	<i>Ruptura planar</i>	<i>28</i>
2.2.2	<i>Ruptura por cunha</i>	<i>29</i>
2.2.3	<i>Tombamento</i>	<i>30</i>
2.2.4	<i>Ruptura circular.....</i>	<i>30</i>
2.2.5	<i>Análise de estabilidade de taludes.....</i>	<i>31</i>
2.3	Análises probabilísticas em mecânica das rochas	32
2.3.1	<i>Simulações de Monte Carlo</i>	<i>33</i>
2.3.2	<i>First-Order Second-Moment (FOSM).....</i>	<i>35</i>
2.3.3	<i>Point Estimate Method (PEM).....</i>	<i>37</i>
2.3.4	<i>Índice de confiabilidade</i>	<i>39</i>
2.4	Teoria dos conjuntos <i>Fuzzy</i>	41
2.4.1	<i>Representação de conjuntos fuzzy</i>	<i>42</i>

2.4.2	<i>Funções de pertinência</i>	42
2.4.3	<i>Números fuzzy</i>	43
2.4.4	<i>Operações com números fuzzy</i>	44
2.4.5	<i>Defuzzificação</i>	45
3	METODOLOGIA	47
3.1	Adoção da geometria dos taludes	47
3.2	Classificação geomecânica dos maciços rochosos	48
3.3	Definição dos parâmetros estatísticos	49
3.3.1	<i>Teste Shapiro-Wilk (SW)</i>	49
3.3.2	<i>Teste Anderson-Darling (AD)</i>	50
3.3.3	<i>Parâmetros probabilísticos</i>	52
3.4	Modelo determinístico de Bishop Simplificado (1955)	53
3.5	Análise probabilística	55
3.5.1	<i>Aplicação do método de Monte Carlo</i>	55
3.5.2	<i>Aplicação do método FOSM (First-Order Second-Moment)</i>	55
3.5.3	<i>Aplicação do Point Estimate Method (PEM)</i>	57
3.6	Lógica Fuzzy	57
3.6.1	<i>Fuzzificação do critério de ruptura de Hoek-Brown generalizado (2002)</i>	57
3.6.2	<i>Fuzzificação do modelo determinístico de Bishop Simplificado</i>	60
3.6.3	<i>Fuzzificação e operações com números fuzzy</i>	61
4	APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS E DISCUSSÕES	63
4.1	Análise determinística	63
4.2	Abordagem probabilística	65
4.2.1	<i>Método de Monte Carlo</i>	65
4.2.2	<i>FOSM</i>	68
4.2.3	<i>PEM</i>	70
4.2.4	<i>Comparação entre os métodos probabilísticos</i>	71

4.3	Abordagem <i>Fuzzy</i>	74
4.4	Comparação entre os resultados da abordagem probabilística e lógica <i>fuzzy</i>	76
5	CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS.....	79
5.1	Conclusões.....	79
5.2	Sugestões para pesquisas futuras.....	80
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	81
	APÊNDICE A – Resultados dos Testes W e AD.....	88
	APÊNDICE B – Análises determinísticas FOSM.....	90
	APÊNDICE C – Análises determinísticas PEM	96
	APÊNDICE D – Valores fuzzificados dos parâmetros de resistência dos critérios de Hoek-Brown e Mohr-Coulomb	104
	APÊNDICE E – Cálculo do FS pelo modelo <i>Fuzzy</i> (memorial de cálculo)	105
	ANEXO A - RMR.....	130
	ANEXO B - Sistema Q	132
	ANEXO C - GSI para Maciços Rochosos Homogeneamente Fraturados.....	135
	ANEXO D - Intervalos de GSI mais comuns para o calcário.....	136
	ANEXO E – Estimativa de campo para UCS	137
	ANEXO F – Constante m_i para rocha intacta	138
	ANEXO G – Valores típicos de densidade para diversos tipos rocha intacta	139
	ANEXO H – Coeficientes para a estatística de teste W	140
	ANEXO I – Valores críticos para o teste de Shapiro Wilk.....	142

1 INTRODUÇÃO

Neste primeiro capítulo será apresentado a motivação da pesquisa, assim como, as principais questões que serão respondidas ao longo da dissertação. Além disso, será apresentado o objetivo geral e específicos, bem como, um resumo da metodologia e estrutura do trabalho.

1.1 Motivação da pesquisa

Os maciços rochosos possuem seu comportamento governado pelas discontinuidades. Para rochas sãs as análises de estabilidades dependem apenas dos parâmetros de resistência (coesão e ângulo de atrito) da rocha sã, obtidos em ensaios de laboratório realizados em corpos de prova extraídos de sondagem rotativas. Quando há presença de uma família de discontinuidade formando um plano que intercepta a face do talude o mecanismo de ruptura será o de escorregamento planar, caso duas famílias de discontinuidades formem dois planos oblíquos em relação à face do talude o mecanismo de ruptura será o de escorregamento em cunha.

Os parâmetros de resistência para estes dois tipos de mecanismo de ruptura dependerá de como se dá o contato entre a massa deslizante e a massa estável. Duas situações podem ocorrer: a) contato parede/parede, cujo os parâmetros JRC (*Joint Roughness Coefficient*) e JCS (*Joint Compressive Strength*) dos critérios de resistência clássicos (Barton, 1973; Barton e Choubey, 1977) podem ser obtidos de forma semi-direta através de ensaios simples de campo; e b) podem existir discontinuidades com preenchimento. Segundo Barton e Choubey (1977), as propriedades físicas e mineralógicas deste material (*gouge*) exercem maior influência no comportamento mecânico das discontinuidades que a rugosidade das paredes e o critério de resistência utilizado é o de Mohr-Coulomb, cujos parâmetros de resistência (coesão e ângulo de atrito) podem ser obtidos de forma direta através de ensaios de cisalhamento com o material de preenchimento.

No caso de maciços rochosos muito fraturados, as discontinuidades são aleatoriamente distribuídas (não há um padrão estrutural dominante) conferindo ao material um certo grau de isotropia, fazendo com que o seu mecanismo de ruptura se aproxime do circular.

Tendo em vista as dificuldades técnicas e econômicas associadas à determinação dos parâmetros de resistência dos maciços rochosos fraturados por meio de ensaios *in situ*, Hoek (1994) desenvolveu o Índice de Resistência Geológica (GSI – *Geological Strength Index*) para

classificar a qualidade do maciço rochoso e realizar estimativas para os parâmetros de resistência ao cisalhamento. O valor do GSI está relacionado ao grau de fraturamento e às condições das superfícies das fraturas e pode ser obtido de duas formas: a) por meio de uma avaliação visual do maciço rochoso e comparação com ábacos apresentados por Marinós e Hoek (2000); ou b) correlações com os sistemas de classificação geomecânica RMR (Rock Mass Rating) proposto por Bieniawski (1989) ou Sistema Q proposto por Barton *et al.* (1974).

Apesar do GSI ser um método moderno para classificar e estimar os parâmetros de resistência para os maciços rochosos fraturados a precisão da avaliação visual depende da experiência e julgamento do especialista envolvido no mapeamento de campo e da escolha da região correta para o GSI.

As análises de estabilidade de taludes visam determinar o fator de segurança à ruptura para maciços de solo ou rocha. Estas análises podem ser feitas por diferentes metodologias, tais como: métodos baseados na condição de equilíbrio limite da massa deslizante e no comportamento tensão-deformação do talude.

A avaliação da condição de equilíbrio limite pode ser feita através de uma abordagem determinística, que consiste em alimentar os modelos com valores únicos (geralmente adota-se a média). Desta forma, o produto da análise determinística fornece apenas o valor da relação entre a resistência oferecida pelo material e as tensões atuantes, ou seja, o fator de segurança.

Torna-se evidente, portanto, que através de uma análise determinística não é possível avaliar o risco de ruptura dos taludes rochosos fraturados, pois o fator de segurança em si não consegue expressar as incertezas que são inerentes ao certo grau de subjetividade que há na determinação do valor do GSI.

Uma abordagem mais completa da estabilidade de taludes pode ser feita através de uma análise probabilística, pois permite que as incertezas associadas às variáveis do modelo sejam consideradas e representadas por variáveis aleatórias contínuas com funções de distribuição de probabilidade. Como resultado, este tipo de abordagem consegue fornecer a função de distribuição de probabilidade para o fator de segurança, de onde é possível determinar elementos importantes, tais como: o valor médio, medida de dispersão, índice de confiabilidade e a probabilidade de desempenho insatisfatório (ruptura), que geralmente ocorre quando o fator de segurança é inferior a 1,0.

Como alternativa aos métodos probabilísticos, a lógica *fuzzy* apresentada por Zadeh (1965) permite considerar as incertezas inerentes às variáveis de entrada transformando-as em números *fuzzy*. A partir da fuzzificação dos modelos que representam o comportamento do

material é possível quantificar o risco de desempenho insatisfatório para o fator de segurança, desde que sejam respeitadas propriedades e operações entre os números *fuzzy*. A técnica não requer inferência estatística para determinar o tipo de função de densidade de probabilidade para os parâmetros geotécnicos de entrada, demanda um tempo computacional menor, necessitando apenas de uma planilha de cálculo (Excel).

Neste contexto, este trabalho busca contribuir com um procedimento baseado nos conceitos da lógica *fuzzy* como uma alternativa aos métodos probabilísticos no que se refere à avaliação do risco de ruptura de taludes rochosos fraturados.

1.2 Objetivos

O objetivo geral desta pesquisa é descrever um procedimento para avaliação do risco de ruptura de taludes rochosos fraturados em termos de estabilidade global, por meio de uma abordagem *fuzzy*, capaz de incorporar as incertezas existentes na obtenção do valor do GSI.

1.2.1 Objetivos específicos

Como objetivos específicos, propõe-se:

- a) Realizar uma análise probabilística utilizando o método de Monte Carlo (MCS) em taludes rochosos fraturados hipotéticos;
- b) Realizar análises probabilísticas utilizando os métodos aproximados FOSM (*First Order Second Moment*) e PEM (*Point Estimate Method*) em taludes rochosos fraturados hipotéticos;
- c) Aplicar a teoria dos conjuntos *fuzzy* para a obtenção de números *fuzzy* que representem os parâmetros de resistência de maciços rochosos fraturados;
- d) Fuzzificar as expressões para o fator de segurança do método de Bishop Simplificado (1955);
- e) Aplicar a teoria dos conjuntos *fuzzy* para obtenção de números *fuzzy* que representem o fator de segurança;
- f) Comparar as metodologias e os resultados obtidos.

1.3 Metodologia empregada

A metodologia adotada para a realização desta pesquisa buscou fornecer os subsídios necessários para avaliar o risco de ruptura de taludes rochosos fraturados por meio da abordagem probabilística e Lógica *Fuzzy*. Para isso, foi feita uma fundamentação teórica sobre: sistemas de classificação de maciços rochosos, análise de estabilidade de taludes, teoria da probabilidade e lógica *fuzzy*.

Em seguida, foi definido o objeto de estudo, realizados testes de normalidade com os parâmetros de coesão e ângulo de atrito, definidos os métodos probabilísticos e os parâmetros estatísticos para as variáveis aleatórias contínuas independentes (coesão e ângulo de atrito) utilizados no método de Monte Carlo. Para os métodos aproximados (FOSM e PEM) foram definidos todos os parâmetros geotécnicos de entrada para cada simulação determinística.

Na etapa seguinte, foram aplicadas as propriedades da matemática intervalar para fuzzificar as expressões para obtenção dos parâmetros *fuzzy* de resistência do critério de Hoek-Brown generalizado ($\widetilde{m_b}$, \widetilde{s} e \widetilde{a}) e Mohr-Coulomb (\widetilde{c} e $\widetilde{\phi}$) e a expressão do método de Bishop Simplificado (1955).

Após a fuzzificação de todas as expressões, foi adotado um número *fuzzy* para representar a incerteza presente na determinação do GSI (\widetilde{GSI}). As operações aritméticas intervalares feitas com o \widetilde{GSI} retornaram os parâmetros *fuzzy* de resistência do critério de Mohr-Coulomb (\widetilde{c} e $\widetilde{\phi}$). Aplicando-se \widetilde{c} e $\widetilde{\phi}$ na expressão fuzzificada do método de Bishop Simplificado obtém-se o número *fuzzy* para o fator de segurança (\widetilde{FS}). O \widetilde{FS} representado graficamente é chamado de função de pertinência. O processo de defuzzificação consistiu em converter a função de pertinência do \widetilde{FS} para uma forma nítida (*crisp*) que corresponde a um valor numérico (escalar). Além da forma nítida foi possível extrair o índice de falha para os taludes.

Por fim, após a realização de todas as análises, foram feitas comparações entre os resultados obtidos via métodos probabilísticos e entre os métodos probabilísticos e modelo *fuzzy*.

1.4 Estrutura do trabalho

Esta dissertação está dividida em cinco capítulos. Neste primeiro capítulo foi apresentada a motivação para o desenvolvimento deste trabalho, enfatizando a importância de

se considerar as incertezas associadas à determinação dos parâmetros de resistência dos maciços rochosos fraturados, em especial, os valores do GSI, que muitas vezes são obtidos por meio de avaliação visual da face do talude. Além disso, foram esclarecidos os objetivos gerais e específicos, bem como a estrutura do trabalho.

No Capítulo dois é feita uma fundamentação teórica, onde são introduzidos os sistemas de classificação dos maciços rochosos, conceitos de análise de estabilidade de taludes rochosos, descrição dos métodos probabilísticos e da lógica *fuzzy*.

No Capítulo três é apresentada toda a metodologia utilizada, podendo-se citar: definição do objeto de estudo e suas características, testes de normalidade realizados com os dados obtidos da caracterização do maciço rochoso fraturado e definição das variáveis de entrada para utilização nos métodos probabilísticos. Na segunda etapa do capítulo são apresentadas as expressões fuzzificadas para a obtenção dos parâmetros de resistência de Hoek-Brown generalizado e Mohr-Coulomb e para o modelo de Bishop Simplificado (1955) que fornece o número *fuzzy* para o fator de segurança.

No Capítulo quatro são apresentados os resultados obtidos por meio das duas abordagens e comparações entre os métodos probabilísticos (MCS e aproximados) e entre as abordagens probabilísticas e a lógica *fuzzy*.

No Capítulo cinco, são apresentadas as conclusões obtidas com esta pesquisa, destacando os resultados obtidos e os objetivos alcançados, além de sugestões para pesquisas futuras.

2 FUNDAMENTAÇÃO TÉORICA

Neste capítulo serão apresentados os pontos mais relevantes que servirão de embasamento teórico para análise da metodologia proposta e interpretação dos resultados que venham a ser obtidos com a sua utilização.

O capítulo comenta brevemente as principais metodologias utilizadas para a classificação de maciços rochosos, apresentando os sistemas de classificação mais utilizados: *Rock Mass Rating* (RMR), proposto por Bieniawski (1974 e 1989), Sistema Q, proposto por Barton *et al.* (1974) e o GSI, proposto por Hoek (1994). Este último será a principal ferramenta para a obtenção dos parâmetros geomênicos de entrada para os modelos utilizados neste trabalho.

Também são apresentadas duas alternativas aos métodos determinísticos que permitem levar em consideração as incertezas inerentes aos valores dos parâmetros de entrada, por meio da abordagem probabilística e lógica *fuzzy*. Para isso, serão apresentados os conceitos básicos da Teoria das Probabilidades e dos conjuntos *fuzzy*.

2.1 Sistemas de classificação de maciços rochosos

A partir da caracterização geológico-geotécnica da matriz rochosa e das descontinuidades pode-se avaliar a qualidade do maciço rochoso através da divisão em zonas de comportamento similar. As classificações permitem propor soluções de engenharia baseadas na experiência adquirida com outras obras, orientações para projetos, determinar parâmetros de resistência e deformabilidade de maciços rochosos e o tempo auto sustentação (túneis).

Para Hoek (2007), a utilização de mais de um sistema de classificação do maciço é apropriado, tendo em vista que cada um dá ênfase para uma determinada característica, portanto, utilizar mais de uma classificação torna-se ideal para que a caracterização seja mais completa e possa fornecer uma boa estimativa para os parâmetros de resistência e deformabilidade, fundamentais para o prosseguimento de análises e elaboração de projetos.

Além disso, Bieniawski (1984), sugere que devem ser somadas aos resultados obtidos com as classificações as observações de campo e a de outros engenheiros para uma melhor interpretação dos resultados.

2.1.1 Sistema RMR

O sistema RMR (*Rock Mass Rating*), proposto por Bieniawski (1973) foi sendo revisado ao longo do tempo, destacando-se a versão apresentada em 1989, desenvolvida com base na experiência obtida em 351 casos históricos. O sistema engloba dimensionamento e execução de obras subterrâneas e aplicações em estabilidades de taludes.

A classificação geomecânica leva em consideração seis parâmetros, que para Bieniawski são os mais relevantes para o comportamento do maciço rochoso, são eles:

- Resistência à compressão uniaxial da rocha intacta (P_A);
- Qualidade da rocha, expressa pelo RQD (P_B);
- Espaçamento entre descontinuidades (P_C);
- Condições das superfícies das descontinuidades (P_D);
- Condições de água subterrânea (P_E);
- Orientação das descontinuidades em relação à estrutura (P_F).

Como foi dito anteriormente, para que se possa avaliar a qualidade do maciço rochoso deve ser feita a divisão do maciço rochoso em zonas de comportamento similar, ou seja, em termos de características geológico-estruturais sejam similares e uniformes. A nota que corresponde a qualidade do maciço pode ser calculada conforme Equação 2.1 e os valores para os pesos podem ser obtidos por meio do Anexo A.

$$RMR = P_A + P_B + P_C + P_D + P_E + P_F \quad (2.1)$$

O valor final do RMR é associado a uma das cinco classes possíveis de maciços rochosos, conforme apresentado no item D do Anexo A. Cada classe oferece uma estimativa preliminar para a coesão, ângulo de atrito, tempo de auto sustentação e o vão livre da seção, sendo estes dois últimos, dados importantes para a concepção de túneis.

2.1.2 Sistema Q

O sistema Q, proposto por Barton *et al.* (1974) foi baseado na análise de 212 casos históricos em túneis. O método busca avaliar numericamente a qualidade do maciço, através do

índice de qualidade Q. Este índice engloba seis aspectos relevantes para a caracterização do maciço e pode ser calculado conforme a Equação 2.2.

$$Q = \frac{RQD J_r J_w}{J_n J_a SRF} \quad (2.2)$$

em que:

RQD – índice de qualidade da rocha (*Rock Quality Designation*);

J_n – índice de influência do número de famílias;

J_r – índice de influência da rugosidade das paredes;

J_a – índice de influência da alteração das paredes;

J_w – índice de influência da pressão de água subterrânea;

SRF – fator de redução devido as tensões no maciço (*Stress Reduction Factor*).

O índice de qualidade Q, obtido seguindo as diretrizes apresentadas no Anexo B, pode ser relacionado com uma das nove classes de maciço rochoso, com valores de Q podendo variar de 0,001 a 1000. De acordo com Barton *et al.* (1974), cada um dos três quocientes (RQD/J_n), (J_r/J_a) e (J_w/SRF) podem ser interpretados como parâmetros quantitativos, que são: tamanho dos blocos, a resistência ao cisalhamento entre blocos e as tensões efetivas no maciço, respectivamente.

Para Hoek (2007), a principal diferença entre os sistemas RMR e o Q é que o primeiro não possui um parâmetro diretamente associado à tensão confinante *in situ*. No entanto, ambos os sistemas são semelhantes, tendo em vista que consideram a geologia e geometria dos maciços rochosos. Hoek e Brown (1980) apontam que o sistema Q não considera diretamente a influência das descontinuidades como o RMR, no entanto, observa-se que o parâmetro encontra-se implícito no índice de rugosidade (J_r) e índice de alteração (J_a), visto que a avaliação das propriedades da família de descontinuidades é feita para o caso mais desfavorável.

Para estabelecer uma relação entre os sistemas RMR e Q, diversos autores propuseram equações com o intuito de conseguir um bom ajuste, tendo em vista que o RMR e Q utilizam, respectivamente, escala linear e logarítmica. Destacam-se as equações apresentadas na Tabela 2.1.

Tabela 2.1 - Correlações entre RMR e Q.

Referência	Correlação
Bieniawski (1976)	$RMR = 9 \ln Q + 44$
Rutledge e Preston (1978)	$RMR = 5,9 \ln Q + 43$
Moreno (1980)	$RMR = 5,4 \ln Q + 55,2$
Cameron-Clarke e Budavari (1981)	$RMR = 5 \ln Q + 60,8$
Abad <i>et al.</i> (1984)	$RMR = 10,5 \ln Q + 41,8$

2.1.3 Sistema GSI (*Geological Strength Index*)

Diferentemente dos sistemas de classificação RMR e Q, o GSI (*Geological Strength Index*), proposto por Hoek e Brown (1994), tem como objetivo estimar os parâmetros geomecânicos de maciços rochosos. O seu desenvolvimento foi motivado pelas dificuldades técnicas e econômicas inerentes à determinação desses parâmetros por meio de ensaios *in situ*.

Marinos *et al.* (2005), apontam que o GSI é um sistema de caracterização de maciços rochosos que foi desenvolvido para atender a necessidade da confiabilidade dos dados de entrada, especialmente aqueles associados às propriedades geomecânicas do maciço, que são de suma importância para análises numéricas, concepção de túneis, análise de estabilidade taludes e fundações em rocha.

Este índice segundo Marinos *et al.* (2005), é baseado em uma avaliação da litologia, estrutura e condição das superfícies das discontinuidades e é estimada a partir do exame da massa rochosa exposta em afloramentos, em escavações de superfície, como cortes de estradas, faces de túneis e núcleos de poços. Para Morelli (2015), a precisão da avaliação visual da qualidade da superfície rochosa e do maciço depende da experiência e julgamento do especialista envolvido no mapeamento de campo.

O GSI pode ser determinado comparando-se as condições observadas no campo com as apresentadas no Anexo C ou através das correlações para os seguintes casos:

- a) O cálculo do Índice de Resistência Geológica pode ser feito através da Equação 2.3, desde que o $RMR_{89} > 23$, maciço seco e não seja feita a correção devido à orientação das discontinuidades.

$$GSI = RMR_{89} - 5 \quad (2.3)$$

- b) Caso contrário, ou seja, $RMR_{89} < 23$, pode-se utilizar a Equação 2.4, desde que não se considere a parcela devido às tensões efetivas (J_w/SRF), conforme apresentado na Equação 2.5.

$$GSI = 9 \ln Q' + 44 \quad (2.4)$$

$$Q' = \frac{RQD J_r}{J_n J_a} \quad (2.5)$$

Embora existam estas equações que permitam correlacionar os sistemas de classificações com o GSI, observa-se que o Índice de Resistência Geológica é normalmente obtido pelo ábaco, por meio de avaliação visual, o que confere ao valor uma elevada incerteza.

2.1.4 Critério de ruptura generalizado de Hoek-Brown

Uma vez determinado o GSI, os parâmetros (m_b , s e a) que descrevem as características de resistência do maciço rochoso, utilizados no critério de ruptura de Hoek-Brown, são calculados conforme a partir das Equações 2.6, 2.7 e 2.8, apresentadas por Hoek *et al.* (2002). Quando não é possível realizar os ensaios triaxiais para obtenção do m_i , recorre-se aos valores típicos obtidos em função da litologia da rocha intacta, conforme apresentado no Anexo E. O fator D representa o nível de perturbação sofrido pelo maciço quando submetido por desmonte de rocha a fogo e varia de 0 (para maciços sem perturbação) a 1 (para maciços muito perturbados).

$$m_b = m_i \cdot e^{\left(\frac{GSI-100}{28-14D}\right)} \quad (2.6)$$

$$s = e^{\left(\frac{GSI-100}{9-3D}\right)} \quad (2.7)$$

$$a = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} \left(e^{-\left(\frac{GSI}{15}\right)} - e^{-\left(\frac{20}{3}\right)} \right) \quad (2.8)$$

O critério originalmente proposto por Hoek e Brown (1980a, b) foi revisado por Hoek *et al.* (2002) com o intuito de ampliar a sua aplicação, possibilitando a determinação dos parâmetros de resistência dos maciços rochosos, conforme apresentado na Equação 2.9. Em que, σ'_1 e σ'_3 são, respectivamente, a tensão principal maior e menor e σ_c (ou UCS) é a

resistência à compressão simples da rocha intacta que pode ser obtida em função da litologia quando não for possível realizar os ensaios de laboratório, conforme apresentado no Anexo E.

$$\sigma'_1 = \sigma'_3 + \sigma_c \left(m_b \cdot \frac{\sigma'_3}{\sigma_c} + s \right)^a \quad (2.9)$$

Os parâmetros do critério de Mohr-Coulomb (coesão e o ângulo de atrito) são obtidos conforme apresentado nas Equações 2.10 e 2.11, respectivamente.

$$c' = \frac{\sigma_c [(1 + 2a)s + (1 - a)m_b \sigma'_{3n}] (s + m_b \sigma'_{3n})^{a-1}}{(1 + a)(2 + a) \sqrt{1 + \frac{[6am_b(s + m_b \sigma'_{3n})^{a-1}]}{[(1 + a)(2 + a)]}}} \quad (2.10)$$

$$\phi' = \sin^{-1} \left[\frac{(6am_b(s + m_b \sigma'_{3n})^{a-1})}{2(1 + a)(2 + a) + 6am_b(s + m_b \sigma'_{3n})^{a-1}} \right] \quad (2.11)$$

O σ_c (ou UCS) é a resistência à compressão simples da rocha intacta e o σ'_{3n} pode ser obtido em função da tensão confinante máxima ($\sigma'_{3máx}$) para taludes, calculado por meio das Equações 2.12 e 2.13.

$$\sigma_{cm} = \sigma_c \frac{[m_b + 4s - a(m_b - 8s)] \left(\frac{m_b}{4} + s \right)^{a-1}}{2(1 + a)(2 + a)} \quad (2.12)$$

$$\sigma'_{3máx} = 0,72 \sigma_{cm} \left(\frac{\sigma_{cm}}{\gamma H} \right)^{-0,91} \quad (2.13)$$

$$\sigma'_{3n} = \frac{\sigma'_{3máx}}{\sigma_c} \quad (2.14)$$

em que:

γ – peso específico do maciço rochoso (kN/m³);

H – altura do talude em metros.

As incertezas inerentes a obtenção do GSI se estendem a todos os parâmetros que encontram-se nas equações apresentadas neste item. Para lidar com estas incertezas utiliza-se abordagens que permitem contabilizar o grau de incerteza e oferecer como resposta um valor

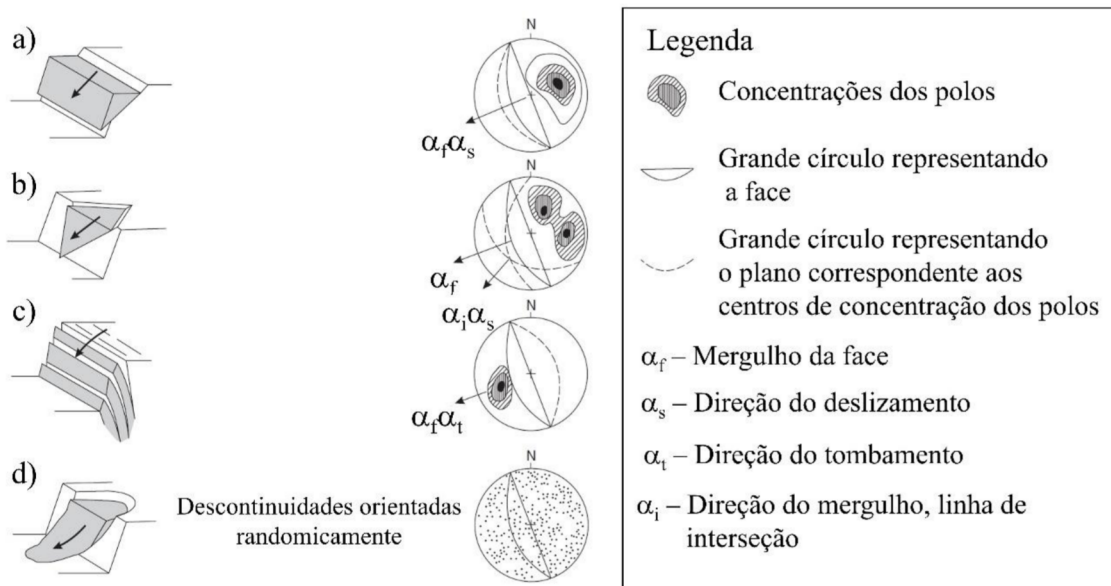
para a possibilidade de ocorrência de ruptura, podendo-se destacar os métodos probabilísticos que se baseiam na teoria da probabilidade e a lógica *fuzzy* que se baseia na teoria dos conjuntos *fuzzy*.

2.2 Mecanismos de ruptura de taludes rochosos

Normalmente as rupturas de taludes rochosos compostos por rochas competentes, passam a ter seus mecanismos de ruptura controlados pelas discontinuidades, enquanto que para maciços muito fraturados/alterados os mecanismos são controlados pelo padrão de fraturamento.

Uma análise geológico-geotécnica do maciço rochoso fornece informações cruciais que auxiliam na identificação do provável mecanismo de ruptura. Hoek e Bray (1981), apresentaram quatro formas tradicionais de ruptura: planar, cunha, tombamento e circular, conforme ilustrado na Figura 2.1 a, b, c e d, respectivamente.

Figura 2.1 - Mecanismos simplificados de ruptura para taludes rochosos e seus respectivos estereogramas.



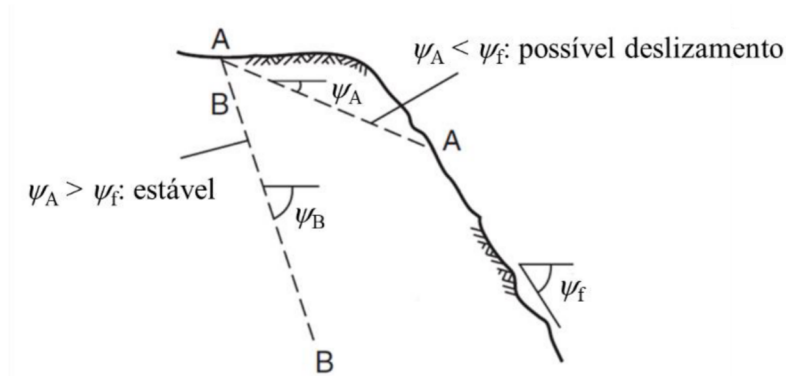
Fonte: Modificado de Wyllie e Mah (2004).

2.2.1 Ruptura planar

As rupturas planares ocorrem quando um plano de descontinuidade intercepta a face de um talude. Wyllie e Mah (2004) apontam que o deslizamento ocorre para uma diferença inferior

a 20° entre a face do talude e o mergulho do plano da descontinuidade ($\psi_F - \psi_A < 20^\circ$), conforme ilustrado na Figura 2.1a e Figura 2.2. Tal valor é justificado para situações em que o a diferença entre os ângulo é maior que 20° , resultando num aumento da espessura da massa instável, fazendo com que não haja o deslizamento. Além disso, a inclinação da descontinuidade deve maior que o ângulo de atrito do plano ($\psi_F > \phi$).

Figura 2.2 - Mecanismo de ruptura planar.

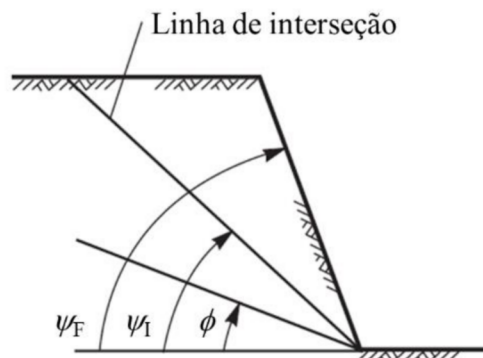


Fonte: Modificado de Wyllie e Mah (2004).

2.2.2 Ruptura por cunha

Este tipo de ruptura corresponde ao deslizamento de uma massa rochosa, formada pela interseção de dois planos de descontinuidades com direções opostas. A inclinação da linha de interseção deve ser maior que o ângulo de atrito do plano da descontinuidade, devendo interceptar a face do talude e ser menor que a sua inclinação ($\psi_F < \psi_I < \phi$), conforme ilustrado na Figura 2.1b e Figura 2.3.

Figura 2.3 - Condições para ruptura por cunha.



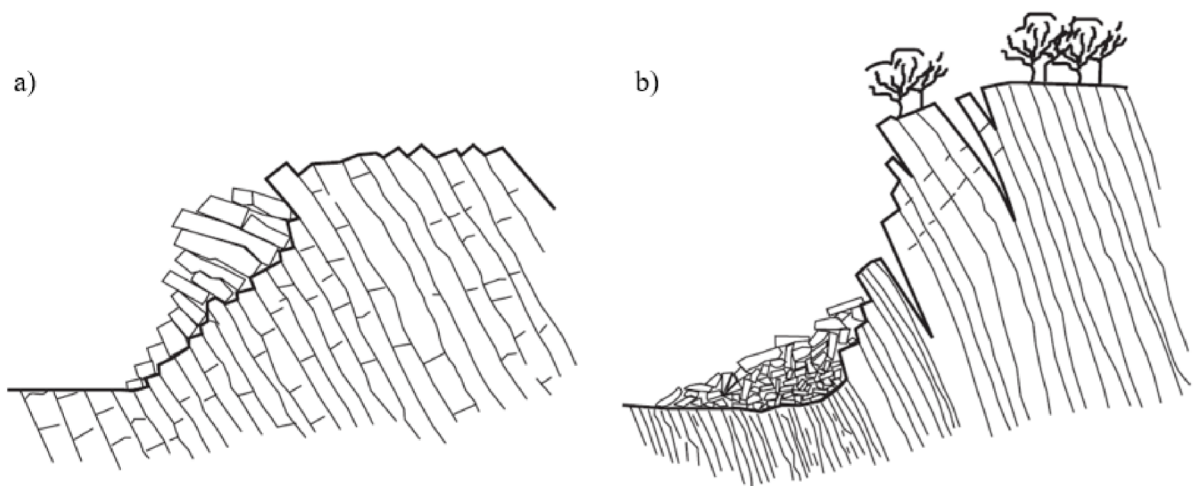
Fonte: Modificado de Wyllie e Mah (2004).

2.2.3 Tombamento

Rupturas por tombamento ocorrem em maciços rochosos cujas descontinuidades apresentam praticamente a mesma direção da face do talude, mas com mergulho contrário, conforme apresentado na Figura 2.1c e Figura 2.4.

Goodman e Bray (1976 *apud* WYLLIE e MAH, 2004), destacam que o movimento tem como característica o colapso progressivo do material rochoso do talude, causando esforços que provocam a rotação e/ou flexão. A Figura 2.4a ilustra o tombamento de blocos formados por dois conjuntos de descontinuidades, uma mergulhando paralelamente, mas com sentido contrário e outra interceptando ortogonalmente, sendo esta última responsável pela quebra das colunas, formando blocos de tamanhos variados. A Figura 2.4b ilustra a quebra das colunas por flexão, devido à ausência de descontinuidades ortogonais.

Figura 2.4 - Condições para tombamento.



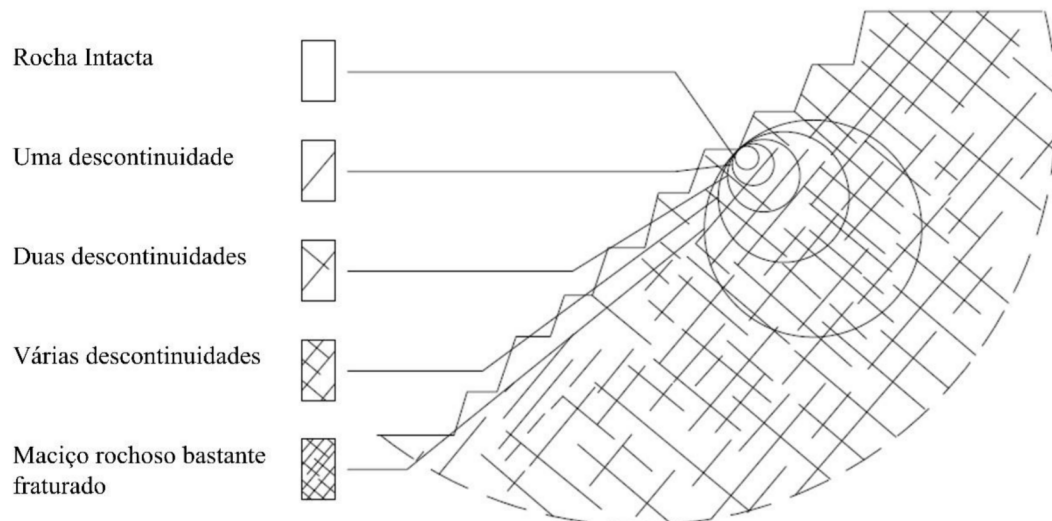
Fonte: Wyllie e Mah (2004).

2.2.4 Ruptura circular

Ruptura circular (ver Figura 2.1d) ocorre em maciços rochosos cujas descontinuidades estão orientadas randomicamente (intensamente fraturado), fazendo com que o maciço passe a apresentar um comportamento isotrópico. Kanji (2004) aponta que as rochas brandas também estão susceptíveis a este mecanismo de ruptura, sendo a sua forma progressivamente mais profunda com a redução da resistência da rocha intacta. Estas rochas são classificadas como de baixa competência, pois possuem resistência menor que 25 MPa, sendo que as muito brandas podem alcançar valores inferiores a 5 MPa.

Hoek *et al.* (1995) apontam que o critério de Hoek-Brown pode ser aplicado quando as propriedades do material forem as mesmas em todas as direções, ou seja, só é aplicado para rocha intacta ou maciços altamente fraturados que podem ser considerados homogêneo e isotrópico, conforme ilustrado na Figura 2.5.

Figura 2.5 - Intensidade de fraturamento devido ao efeito escala para um talude rochoso.



Fonte: Adaptado de Hoek *et al.* (1995).

2.2.5 Análise de estabilidade de taludes

As análises de estabilidade de taludes podem ser feitas por metodologias que se baseiam na teoria do equilíbrio limite ou no comportamento tensão-deformação do talude. Uma análise feita com base na teoria do equilíbrio limite tem como hipóteses: a adoção de uma superfície de escorregamento (plana, circular ou generalizada) que delimita, acima dela, a porção instável; o comportamento mecânico do material é do tipo rígido-perfeitamente plástico; e o fator de segurança é o mesmo ao longo de toda a superfície de ruptura.

Uma abordagem por equilíbrio limite, consiste basicamente na adoção de uma superfície de escorregamento, divisão da porção instável em lamelas e avaliação quantitativa do equilíbrio da massa de solo ou rocha, expresso sob a forma de fator de segurança (FS), calculado a partir de um ou mais métodos, podendo-se destacar: Bishop Simplificado (1955), Morgenstern e Price (1965) e Spencer (1967).

Todos os métodos de análise de estabilidade mencionados no parágrafo anterior utilizam o critério de ruptura de Mohr-Coulomb cujos parâmetros de resistência são a coesão e o ângulo de atrito. Nos maciços rochosos fraturados estes parâmetros são obtidos a partir da classificação

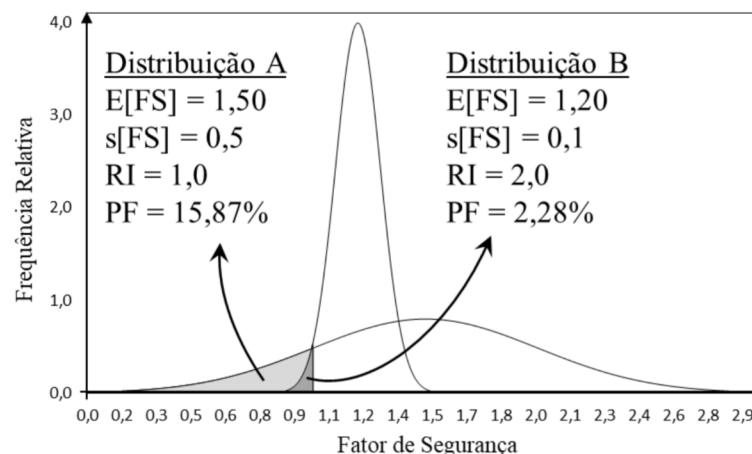
geomecânica, normalmente em função do GSI, devido as dificuldades técnicas (amostragem e equipamentos de laboratório que permitam realizar ensaios em escala) e econômicas associadas à determinação dos parâmetros por meio de ensaios *in situ*.

2.3 Análises probabilísticas em mecânica das rochas

Numa análise de estabilidade probabilística, o fator de segurança (FS), o índice de confiabilidade (RI – *Reliability Index*) e a probabilidade de ruptura (PF) são obtidos considerando a incerteza geotécnica que é dividida em três categorias distintas: incerteza dos parâmetros, incerteza do modelo e erro humano (Baecher, 1987; Morgenstern, 1995; Lacasse e Nadim, 1996 e EL-Ramly, 2001).

A Figura 2.6 ilustra a comparação entre duas curvas de distribuição do fator de segurança. Nota-se que devido à uma investigação insuficiente (em termos quantitativos e/ou qualitativos) a elevada dispersão dos parâmetros geotécnicos adotados no modelo podem implicar numa probabilidade de falha (PF) maior (Distribuição A), quando comparado a Distribuição B, que mesmo possuindo um fator de segurança médio inferior, possui uma probabilidade de falha menor, provavelmente devido à uma melhor investigação.

Figura 2.6 - Comparação entre duas curvas de distribuição do fator de segurança.



Fonte: Modificado de Christian, Ladd e Baecher (1994).

Deste modo, observa-se que as análises probabilísticas complementam o resultado obtido por meio de uma análise determinística. Whitman (1984), aponta algumas aplicações das análises probabilísticas, tais como:

- a) Otimizar a pesquisa, investigação geotécnica e ensaios de campo, minimizando os erros sistemáticos e aleatórios nas análises realizadas em solos e rochas;
- b) Avaliar a segurança dos componentes, subestruturas, instalações e recursos de maneira lógica e consistente, por meio da teoria da confiabilidade;
- c) A avaliação do risco envolve uma gama de conceitos e procedimentos, como árvore de falha e árvore de eventos para o estudo das estruturas, instalações e recursos que apresentem muitas formas diferentes de falha.

Os três métodos probabilísticos frequentemente utilizados em práticas geotécnicas são: simulações de Monte Carlo (MCS), *First Order Second Moment* (FOSM) e *Point Estimate Method* (PEM) (Park *et al.*, 2005; Mat Radhi *et al.*, 2008; Basahel e Mitri, 2019; Abdulai e Sharifzadeh, 2021).

2.3.1 Simulações de Monte Carlo

O método de Monte Carlo (MCS – *Monte Carlo Simulations*) foi formalizado por John Von Neumann e Stanislav Ulam em 1949 por meio do artigo “*The Monte Carlo Method*” e consiste em realizar simulações com um conjunto de valores gerados aleatoriamente para as variáveis independentes, mantendo-se a uniformidade de acordo com a função de densidade de probabilidade (PDF – *Probability Density Function*) assumidas para estas variáveis. Como resultado do elevado número de simulações, a técnica permite calcular a PDF que descreve o comportamento do sistema, permitindo calcular a probabilidade de um determinado evento acontecer – em estabilidade de taludes, o desempenho insatisfatório (falha).

Este método requer um elevado número de simulações, pois, teoricamente quanto maior o número de avaliações mais precisa será a resposta final. Harr (1987) sugeriu a utilização da Equação 2.15 para determinar um número mínimo de simulações.

$$N = \left[\frac{d^2}{4(1 - \varepsilon)^2} \right]^n \quad (2.15)$$

sendo:

N = Número mínimo de simulações;

n = número de variáveis aleatórias;

d = desvio padrão correspondente ao nível de confiança para a distribuição normal padrão $N(0;1)$, conforme apresentado na Tabela 2.2;

ε = nível de confiança desejado.

Tabela 2.2 - Obtenção do desvio padrão normal em função do nível de confiança.

Nível de Confiança (%) (1 - α)	d
85	1,44
90	1,64
95	1,96
95,45	2,00
98	2,33
99	2,58
99,5	2,81
99,73	3
99,9	3,29
99,99	3,89
99,994	4

Fonte: Harr (1987).

A aplicação do método de Monte Carlo em análise de estabilidade de taludes pode ser feita por meio do software comercial *Slide2 (Rocscience)*, que permite o uso de diferentes tipos de distribuição probabilística para os parâmetros geotécnicos. A técnica permite analisar maciços de solo ou rocha, inclusive os estratificados, sendo capaz de fornecer a PDF para o fator de segurança, a curva de convergência da probabilidade de ruptura, e construir correlações entre as variáveis envolvidas nas análises.

Costa (2005) apresentou os passos necessários para a aplicação do método de Monte Carlo para análise de estabilidade de taludes:

- Seleção de um método de equilíbrio limite para a solução determinística (Bishop, Spencer, Morgenstern-Price, etc.) e obtenção da superfície crítica;
- Escolher quais parâmetros geotécnicos terão a sua variabilidade representada por um modelo de distribuição normal $N \sim [E(x_i), s(x_i)]$;
- Estimar através de um gerador de números aleatórios um número finito de valores para cada parâmetro geotécnico envolvido no problema ou para aqueles que mais contribuam para a variabilidade do FS. O conjunto de valores aleatórios gerados para cada parâmetro geotécnico deve ser baseado na sua respectiva distribuição de probabilidade, ou seja, mantendo-se a média e desvio padrão amostral. Os

- respectivos fatores de segurança são normalmente obtidos considerando-se a superfície crítica obtida através da análise determinística realizada na primeira etapa;
- d) Realização das simulações para obtenção da PDF do fator de segurança, a probabilidade de falha ou desempenho insatisfatório do talude ($FS < 1$) e o índice de confiabilidade (RI).

O Procedimento para estimativa da probabilidade de desempenho insatisfatório é calculado conforme Equação 2.16.

$$PF(\%) = \frac{n^\circ \text{ falhas } (FS < 1)}{\text{Total de simulações}} \cdot 100 \quad (2.16)$$

2.3.2 *First-Order Second-Moment (FOSM)*

O método FOSM é uma técnica simples, aproximada e que não exige o conhecimento da função de densidade de probabilidade para as variáveis aleatórias independentes. O método baseia-se no termo linear da expansão da série de Taylor para determinar os dois primeiros momentos (média e variância) da variável dependente, em função dos momentos estatísticos das variáveis aleatórias independentes, que devem ser conhecidos (Christian *et al.*, 1994; Guedes, 1997).

Segundo Fenton e Griffiths (2008), a Série de Taylor para a expansão da função $F(x)$ em torno do ponto $x = E(x)$, será dada pela Equação 2.17. Como mencionando anteriormente, o método FOSM conserva somente os termos de primeira ordem para obtenção dos dois primeiros momentos da variável dependente, logo, a Equação 2.17 passa a ser a Equação 2.18.

$$F(x) = F[E(x)] + \frac{\delta F}{\delta x} [x - E(x)] + \frac{\delta^2 F}{2\delta x^2} [x - E(x)]^2 \dots \quad (2.17)$$

$$F(x) = F[E(x)] + \frac{\delta F}{\delta x} [x - E(x)] \quad (2.18)$$

Este método probabilístico exige a adoção uma função de desempenho $F(x)$, que neste caso é um método de análise de estabilidade de taludes (Fellenius, Bishop Simplificado, Morgenstern e Price, entre outros). O valor esperado para o fator de segurança poderá ser

calculado em função do valor esperado para as variáveis aleatórias independentes, conforme Equação 2.19.

$$E(FS) = F[E(x_1), E(x_2), \dots, E(x_n)] \quad (2.19)$$

Para as variáveis que não apresentem correlação, o segundo momento poderá ser obtido por meio da Equação 2.20.

$$V[FS] = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\delta F}{\delta x_i} \right)^2 V(x_i) \quad (2.20)$$

Christian *et al.* (1994) apontam que uma segunda abordagem é necessária para a solução das derivadas parciais ($\delta g/\delta x_i$) presente na Equação 2.20. Os autores recomendam que as aproximações para as derivadas parciais sejam feitas por diferenças divididas.

A solução para as derivadas parciais é obtida através da variação (acréscimo ou decréscimo) no valor de cada variável aleatória (δx_i) e do seu respectivo efeito no valor do fator de segurança para $n+1$ análises determinísticas, que pode ser calculado através da Equação 2.21.

$$\frac{\delta g}{\delta x_i} = \frac{FS(x_i \pm \delta x_i) - E(FS)}{\delta x_i} \quad (2.21)$$

Dell'Avanzi (1995) sugere que a variação (δx_i) apresentada na Equação 2.21 não exceda 10%. Este limite na variação dos parâmetros é importante para que a aproximação da derivada parcial ($\delta g/\delta x_i$) seja independente da variação (δx_i) para que possa ser considerada constante.

A seguir serão apresentados alguns dos passos citados por Christian *et al.* (1994) necessários para se considerar as incertezas presentes nas variáveis independentes que afetam a variável dependente (FS), são eles:

- a) Identificar todas as variáveis que afetam a estabilidade do talude;
- b) Determinar o valor esperado para cada variável $E(x_i)$ e usá-las para o cálculo do valor esperado para o fator de segurança $E(FS)$, conforme Equação 2.19;
- c) Estimar a incerteza para cada uma das variáveis aleatórias independentes $V(x_i)$;

- d) Realizar análises de sensibilidade, calculando as mudanças no fator de segurança devido à variação (δx_i) para cada variável e calcular as derivadas parciais ($\delta FS/\delta x_i$), conforme Equação 2.21;
- e) Calcular a variância do fator de segurança $V(FS)$, conforme Equação 2.20;
- f) Calcular o índice de confiabilidade (RI) e a probabilidade de ruptura (PF).

Destacam-se como vantagens que não é necessário conhecer a função de densidade de probabilidade das variáveis aleatórias e a função de performance, tendo em vista que geralmente essa PDF é assumida como distribuição normal. Além disso, é possível através de uma avaliação dos resultados obtidos com a aproximação das derivadas parciais, verificar quais parâmetros contribuem mais significativamente para a variância do fator de segurança.

2.3.3 *Point Estimate Method (PEM)*

O método das estimativas pontuais (PEM), também conhecido como método de Rosenblueth (1975, 1981) é, assim como o FOSM, uma técnica simples, aproximada e que não exige o conhecimento da função de densidade de probabilidade para as variáveis aleatórias independentes (FENTON e GRIFFITHS, 2008).

Para Fenton e Griffiths (2008), o PEM é um método de média ponderada remanescente de fórmulas de integração numérica que envolvem pontos de amostragem e parâmetros de ponderação. O método consiste em transformar uma PDF contínua em uma função discreta que tenha os mesmos momentos centrais.

A estimativa para os dois primeiros momentos probabilísticos, considerando n variáveis aleatórias independentes, será feita por meio dos resultados obtidos após a realização de 2^n análises determinísticas. Para cada análise determinística os parâmetros geotécnicos de entrada deverão ser compostos pelo seu valor médio e acrescido ou reduzido do seu desvio padrão, de forma que todas as combinações possíveis totalizem um número de simulações igual a 2^n .

Para ilustrar, tomemos como exemplo o caso particular apresentado por Fenton e Griffiths (2008), em que a função de desempenho (neste trabalho é o fator de segurança) é simétrica, depende de duas variáveis aleatórias independentes e estas são não correlacionáveis. Dessa forma, existem 4 (2^2) combinações possíveis (pontos de amostragem) que servirão de dados de entrada para as respectivas análises determinísticas, conforme apresentado a seguir:

$$FS_{++} = F[E(x_1) + s(x_1), E(x_2) + s(x_2)] \quad (2.22)$$

$$FS_{+-} = F[E(x_1) + s(x_1), E(x_2) - s(x_2)] \quad (2.23)$$

$$FS_{-+} = F[E(x_1) - s(x_1), E(x_2) + s(x_2)] \quad (2.24)$$

$$FS_{--} = F[E(x_1) - s(x_1), E(x_2) - s(x_2)] \quad (2.25)$$

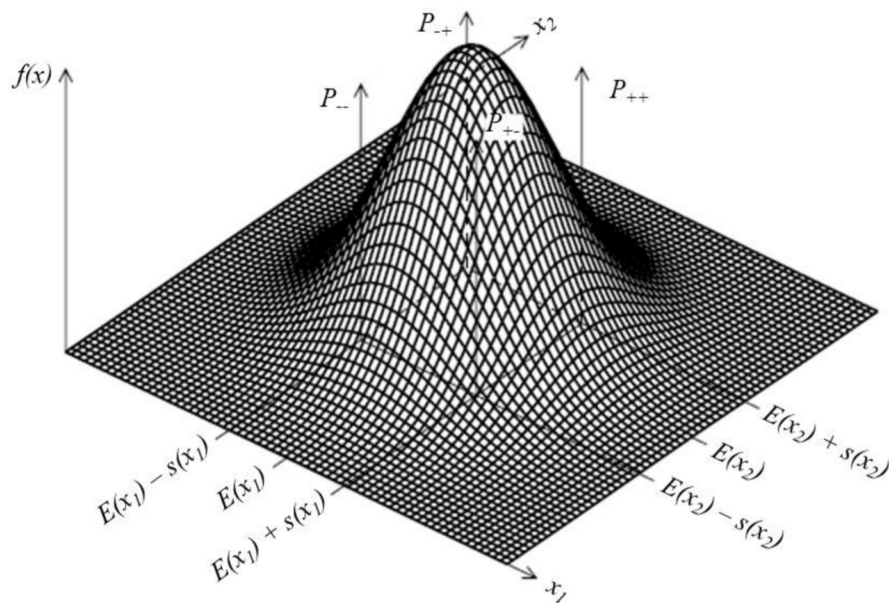
O primeiro momento poderá, portanto, ser calculado por meio da Equação 2.26 ou para um caso com n variáveis aleatórias, por meio da Equação 2.27. Os valores de P presentes nestas duas equações, representam a sua localização e a probabilidade de ocorrência simultânea dos valores das variáveis serem acrescidos ou reduzidos do desvio padrão, conforme ilustrado na Figura 2.7. Para este caso particular o valor da probabilidade de ocorrência poderá ser obtido conforme Equação 2.28.

$$E[FS] = P_{++}FS_{++} + P_{+-}FS_{+-} + P_{-+}FS_{-+} + P_{--}FS_{--} \quad (2.26)$$

$$E[FS] = \sum_{i=1}^{2^n} P_i FS_i \quad (2.27)$$

$$P_{++} = P_{+-} = P_{-+} = P_{--} = \frac{1}{2^n} = \frac{1}{4} \quad (2.28)$$

Figura 2.7 - Localização dos pontos de amostragem de duas variáveis aleatórias pelo PEM.



Fonte: Modificado de Fenton e Griffiths (2008).

O segundo momento será obtido por meio da Equação 2.29 ou para um caso com n variáveis aleatórias, conforme Equação 2.30.

$$V[FS] = P_{++}FS_{++} + P_{+-}FS_{+-} + P_{-+}FS_{-+} + P_{--}FS_{--} - [E(FS)]^2 \quad (2.29)$$

$$V[FS] = \sum_{i=1}^{2^n} P_i FS_i^2 - [E(FS)]^2 \quad (2.30)$$

2.3.4 Índice de confiabilidade

O Índice de Confiabilidade (RI - *Reliability Index*) é outra aplicação da teoria da probabilidade que permite avaliar a segurança do projeto geotécnico, considerando a magnitude das incertezas envolvidas na análise de estabilidade de taludes (CHRISTIAN *et al.*, 1994).

O RI é calculado diretamente dos dois primeiros momentos estatísticos, obtidos previamente por qualquer um dos três métodos probabilísticos apresentados anteriormente. Este índice pode ser definido como sendo a distância entre o valor esperado para o FS (melhor estimativa) e a iminência de ruptura ($FS = 1,0$), expresso em unidades de desvio padrão, conforme apresentado na Equação 2.31.

$$\beta = \frac{E[FS] - 1,0}{\sqrt{V[FS]}} \quad (2.31)$$

A aplicação da relação acima é válida para variáveis dependentes cujos dados seguem distribuição normal. Segundo Dell'Avanzi e Sayão (1998 *apud* COSTA, 2005), caso as variáveis de entrada possuam função de densidade de probabilidade normal, pode-se supor que o fator de segurança também terá a mesma distribuição.

Dado o exposto, a PF poderá ser obtida em função do valor de RI, conforme apresentado na Equação 2.32 ou através de uma função do Excel, como mostra as Equação 2.33. Outra forma de calcular a probabilidade de ruptura é por meio das estimativas para a média ($E[FS]$) e desvio padrão ($s[FS]$), como mostra a Equação 2.34.

$$PF = 1 - \Phi(\beta) = \Phi(-\beta) \quad (2.32)$$

$$PF = DIST. NORMP. N(-\beta; VERDADEIRO) \quad (2.33)$$

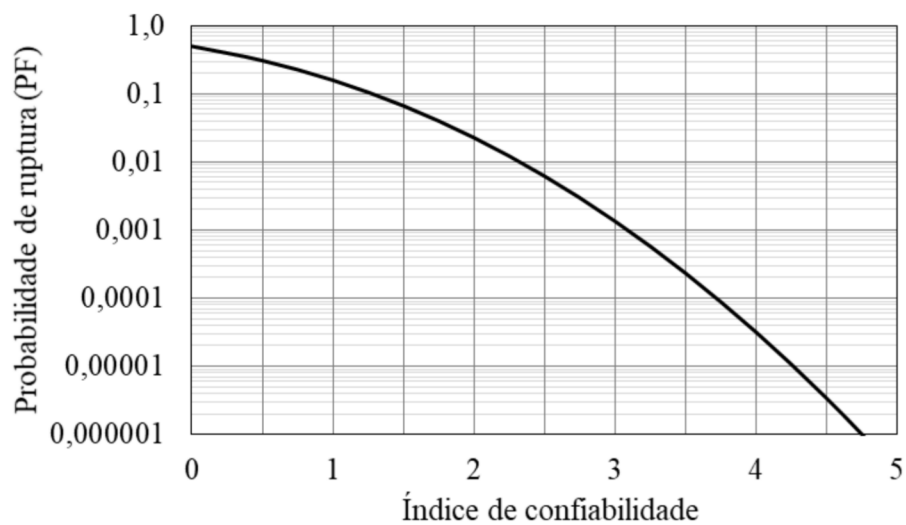
$$PF = DIST. NORM. N(1,0; E[FS]; s[FS]; Verdadeiro) \quad (2.34)$$

em que:

$\Phi(\beta)$ é a função de distribuição acumulada normal padrão.

A Figura 2.8 ilustra a relação entre o índice de confiabilidade e a probabilidade para a distribuição normal. O Corpo de Engenheiros do Exército dos Estados Unidos (USACE, 1995), apresenta classificações para o nível de desempenho em função do índice de confiabilidade ou probabilidade de ruptura para engenharia geotécnica, como mostra a Tabela 2.3.

Figura 2.8 - Correlação entre o índice de confiabilidade (RI) e a probabilidade de ruptura ou falha (PF) para uma distribuição normal.



Fonte: Modificado de Baecher e Christian (2003).

Tabela 2.3 - Níveis de desempenho para usos em engenharia geotécnica.

Nível de Desempenho Esperado	RI	Probabilidade de Desempenho Insatisfatório
Alto	5	0,0000003
Bom	4	0,00003
Acima da média	3	0,001
Abaixo da media	2,5	0,006
Pobre	2	0,023
Insatisfatório	1,5	0,07
Perigoso	1	0,16

Fonte: USACE, 1995.

2.4 Teoria dos conjuntos *Fuzzy*

Os conceitos utilizados na lógica clássica ou lógica booleana são, em geral, descritos de forma exata, através de uma linguagem natural, tais como: *pertence* ou *não pertence*, *verdadeiro* ou *falso*, *certo* ou *errado*, entre outros. Logo, pode-se observar que a lógica clássica admite apenas dois graus de pertinência (verdade): verdadeiro (1) ou falso (0) (ABAR, 2004).

Lukasiewicz (1920 *apud* DUBOIS *et al.*, 2007), apresentou os primeiros conceitos da lógica trivalorada, que consiste na adição de um grau de pertinência intermediário ($\frac{1}{2}$) aos já utilizados pela lógica booleana. Posteriormente, o mesmo autor propõe a lógica multivalorada, em que os valores de pertinência podem assumir qualquer valor entre 0 e 1.

A lógica *fuzzy* desenvolvida por Zadeh (1965), também conhecida como lógica difusa ou lógica nebulosa, é baseada na lógica multivalorada de Lukasiewicz e foi apresentada como alternativa para representar e tratar as informações julgadas como imprecisas, incertas ou vagas, permitindo que uma verdade parcial também seja aceita.

Uma abordagem probabilística realizada sob perspectiva *fuzzy* permite uma análise lógica e sistemática das incertezas inerentes às variáveis do problema. A teoria dos conjuntos *fuzzy* é uma alternativa, principalmente quando a base de dados é limitada, dificultando a caracterização das incertezas por meio das medidas estatísticas comumente utilizadas na estimativa de distribuição de frequências (Ganoulis, 1994; Dodagoudar e Venkatachalam, 2000).

A lógica *fuzzy* foi usada com maior importância em aplicações industriais que ocorreram entre 1970 e 1980 na Europa. No Japão, ainda na década de 1980, as aplicações mais significativas foram feitas pela Fuji Electric no tratamento de água em 1983 e pela Hitachi em um sistema de metrô inaugurado em 1987 (ABAR, 2004).

Em geotecnia, a lógica *fuzzy* foi aplicada em diversos temas, por exemplo, para avaliar áreas susceptíveis a escorregamentos (Juang *et al.*, 1992), classificação dos solos (Juang *et al.*, 1996), previsão de erosão no solo (Mitra *et al.*, 1998), análise de confiabilidade de taludes (Dodagoudar e Venkatachalam, 2000), classificação de maciços rochosos (Aydin, 2004), avaliação da probabilidade de ruptura de taludes rochosos (Park *et al.*, 2008), avaliação do risco de ruptura em taludes de barragens de terra (Dantas Neto *et al.*, 2016), análise de estabilidade em barragens de gravidade (Haghighi e Ayati, 2016), quantificação do risco de *piping* em barragens de terra (Gomes, 2019).

2.4.1 Representação de conjuntos fuzzy

Zadeh (1965), define conjuntos *fuzzy* como um grupo de objetos em que é caracterizado por uma função de pertinência. Para cada objeto atribui-se um grau de pertinência que representa a relação de existência entre o objeto e um determinado conjunto, variando no intervalo contínuo entre 0 e 1. Os extremos do intervalo correspondem ao *pertence* e *não pertence* da lógica clássica.

Em vista disso, um conjunto universal (U) que contém um subconjunto A pode ser caracterizado por pares ordenados com valores da variável de domínio x e o respectivo grau de pertinência $\mu_A(x)$, conforme apresentado na Equação 2.35.

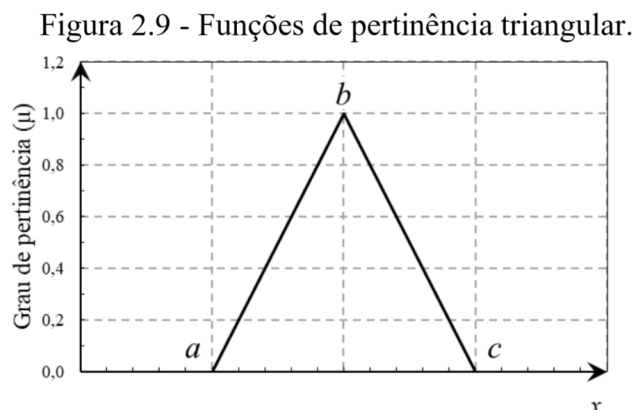
$$A = \{[x, \mu_A(x)] \mid x \in U, \mu_A(x) \in [0,1]\} \quad (2.35)$$

2.4.2 Funções de pertinência

As funções de pertinência ou *membership function* (MF) podem ser representadas de diferentes formas, por exemplo: triangular, trapezoidal, Gaussiana, sino generalizado e sigmoideal (SAMANTA, 2015).

Em geotecnia, há uma tendência de que as incertezas sejam representadas por funções de pertinência do tipo triangular ou trapezoidal, como pode-se constatar nos trabalhos apresentados por Juang *et al.*, 1992; Juang *et al.*, 1996; Mitra *et al.*, 1998; Dodagoudar e Venkatachalam, 2000; Aydin, 2004; Park *et al.*, 2008; Silva *et al.*, 2016, entre outros.

A função de pertinência triangular (Figura 2.9) possui três parâmetros escalares (a , b , c), em que $a \leq b \leq c$. Sua função pode ser escrita como mostrado na Equação 2.36.

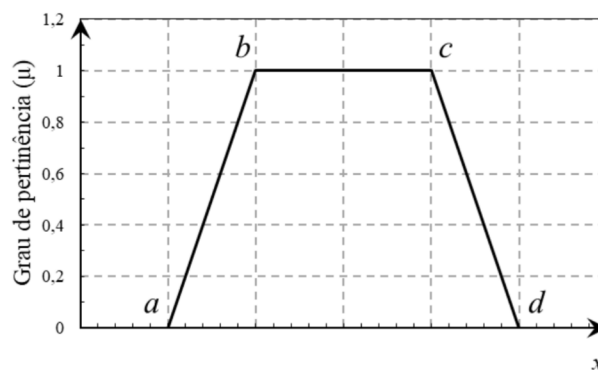


Fonte: Elaborado pelo autor.

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a} & \text{se } a < x \leq b \\ \frac{c-x}{c-b} & \text{se } b < x \leq c \\ 0 & \text{se } x > c \end{cases} \quad (2.36)$$

A função de pertinência trapezoidal possui quatro parâmetros escalares (a, b, c, d), em que $a \leq b, c \leq d$. Sua função pode ser escrita como mostrado na Equação 2.37.

Figura 2.10 - Função de pertinência trapezoidal.



Fonte: Elaborado pelo autor.

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a} & \text{se } a < x \leq b \\ 1 & \text{se } b < x \leq c \\ \frac{d-x}{d-c} & \text{se } c < x \leq d \\ 0 & \text{se } x > d \end{cases} \quad (2.37)$$

2.4.3 Números fuzzy

Segundo Ganoulis (1994), um número *fuzzy* é um caso especial do conjunto *fuzzy*, possuindo as seguintes propriedades:

- Ao invés de um conjunto com propriedades linguísticas, um número *fuzzy* é definido no conjunto dos números reais;
- Sua função de pertinência sempre atinge o valor máximo de 1, ou seja, é um conjunto *fuzzy* normal;

c) Sua função é considerada unimodal, ou seja, é completamente convexa, apresenta um trecho crescente antes do pico e outro decrescente após o pico;

d) Operações aritméticas podem ser utilizadas para combinar números *fuzzy*, tornando possível uma análise fuzzy de risco e confiabilidade.

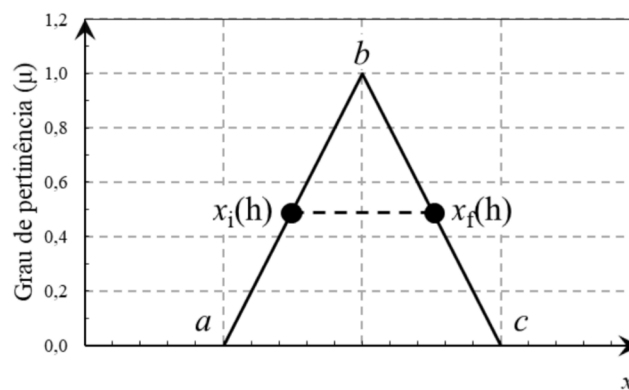
Portanto, se uma dada variável atender aos critérios mencionados, é possível representá-la como um número *fuzzy* a partir da Equação 2.38.

$$\tilde{X} = \{[x, \mu_{\tilde{X}}(x)] \mid x \in U, \mu_{\tilde{X}}(x) \in [0,1]\} \quad (2.38)$$

Segundo Ganoulis (1994), o método mais simples de se considerar as incertezas no modelo de previsão é definindo um intervalo de análise para cada grau de pertinência h . Portanto, o número *fuzzy* definido na Equação 2.38 pode ser representado como mostra a Equação 2.39, em que $x_i(h)$ e $x_f(h)$ são, respectivamente, o limite esquerdo e direito, conforme ilustrado na Figura 2.11.

$$\tilde{X}(h) = [x_i(h), x_f(h)] \quad (2.39)$$

Figura 2.11 - Definição de um intervalo de análise para um grau de pertinência h .



Fonte: Elaborado pelo autor.

2.4.4 Operações com números *fuzzy*

A representação dos números *fuzzy* no formato intervalar permite que operações aritméticas (soma, subtração, multiplicação e divisão) sejam realizadas a partir da extensão de operações realizadas com números reais, conforme apresentado a seguir.

Dados os conjuntos *fuzzy* $\tilde{A}(h) = [a_i(h), a_f(h)]$ e $\tilde{B}(h) = [b_i(h), b_f(h)]$, cuja soma, subtração, multiplicação e divisão também será um número *fuzzy* $\tilde{C}(h)$, este pode ser calculado para cada grau de pertinência desejado, através das seguintes expressões:

A soma dos números *fuzzy* $\tilde{A}(h)$ e $\tilde{B}(h)$, denotada por $\tilde{C}(h) = \tilde{A}(h) \oplus \tilde{B}(h)$ será dada conforme Equação 2.40.

$$\tilde{C}(h) = \tilde{A}(h) \oplus \tilde{B}(h) = (a_i(h) + b_i(h), a_f(h) + b_f(h)) \quad (2.40)$$

A subtração entre os números *fuzzy* $\tilde{A}(h)$ e $\tilde{B}(h)$, denotada por $\tilde{C}(h) = \tilde{A}(h) \ominus \tilde{B}(h)$ exige a manipulação do intervalo de $\tilde{B}(h)$ para o seu oposto, ou seja, $-\tilde{B}(h) = [-b_f(h), -b_i(h)]$. Portanto, a subtração entre números *fuzzy* para cada grau de pertinência h desejado será dada conforme Equação 2.41.

$$\tilde{C}(h) = \tilde{A}(h) \ominus [-\tilde{B}(h)] = (a_i(h) - b_f(h), a_f(h) - b_i(h)) \quad (2.41)$$

O produto entre dois números *fuzzy* $\tilde{A}(h)$ e $\tilde{B}(h)$, denotada por $\tilde{C}(h) = \tilde{A}(h) \otimes \tilde{B}(h)$, calculada para cada grau de pertinência h desejado, é obtido fazendo-se o produto entre os intervalos, como mostra a Equação 2.42.

$$\tilde{C}(h) = \tilde{A}(h) \otimes \tilde{B}(h) = (a_i(h) \cdot b_i(h), a_f(h) \cdot b_f(h)) \quad (2.42)$$

A razão entre os números *fuzzy* $\tilde{A}(h)$ e $\tilde{B}(h)$, denotada por $\tilde{C}(h) = \tilde{A}(h) \otimes [\tilde{B}(h)^{-1}]$, onde $\tilde{B}(h)^{-1} = (1/b_f(h), 1/b_i(h))$. Logo, a razão entre os números *fuzzy* para cada grau de pertinência h desejado será calculada como mostrado na Equação 2.43.

$$\tilde{C}(h) = \tilde{A}(h) \otimes [\tilde{B}(h)^{-1}] = \left(\frac{a_i(h)}{b_f(h)}, \frac{a_f(h)}{b_i(h)} \right) \quad (2.43)$$

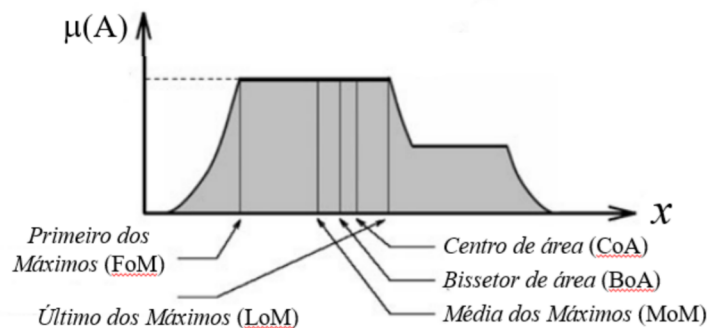
2.4.5 Defuzzificação

Os resultados obtidos com inferência *fuzzy* ou com operações entre conjuntos resultam num conjunto *fuzzy*, como apresentado anteriormente. Nesta etapa encerra-se o raciocínio *fuzzy*,

ou seja, converte-se a MF (conjunto de saída) para a forma nítida ou determinística (*crisp*), que corresponde ao valor numérico (escalar).

Alguns dos métodos disponíveis para defuzzificação (Figura 2.12) do conjunto de saída são: centro de soma (*Center of Sums – CoS*), centroide de área (*Center of Area – CoA*), bissetor de área (*Bisector of Area – BoA*), média ponderada (*Weighted Average – WA*), primeiro dos máximos (*First of Maxima – FOM*), último dos máximos (*Last of Maxima – LoM*), média dos máximos (*Mean of Maxima – MoM*), sendo o centroide de área o método mais utilizado, devido a sua simplicidade, praticidade e precisão (Hamidi *et al.*, 2010; Samanta, 2015).

Figura 2.12 – Representação do resultado de saída por diferentes métodos.



Fonte: Modificado de Hamidi *et al.* (2010).

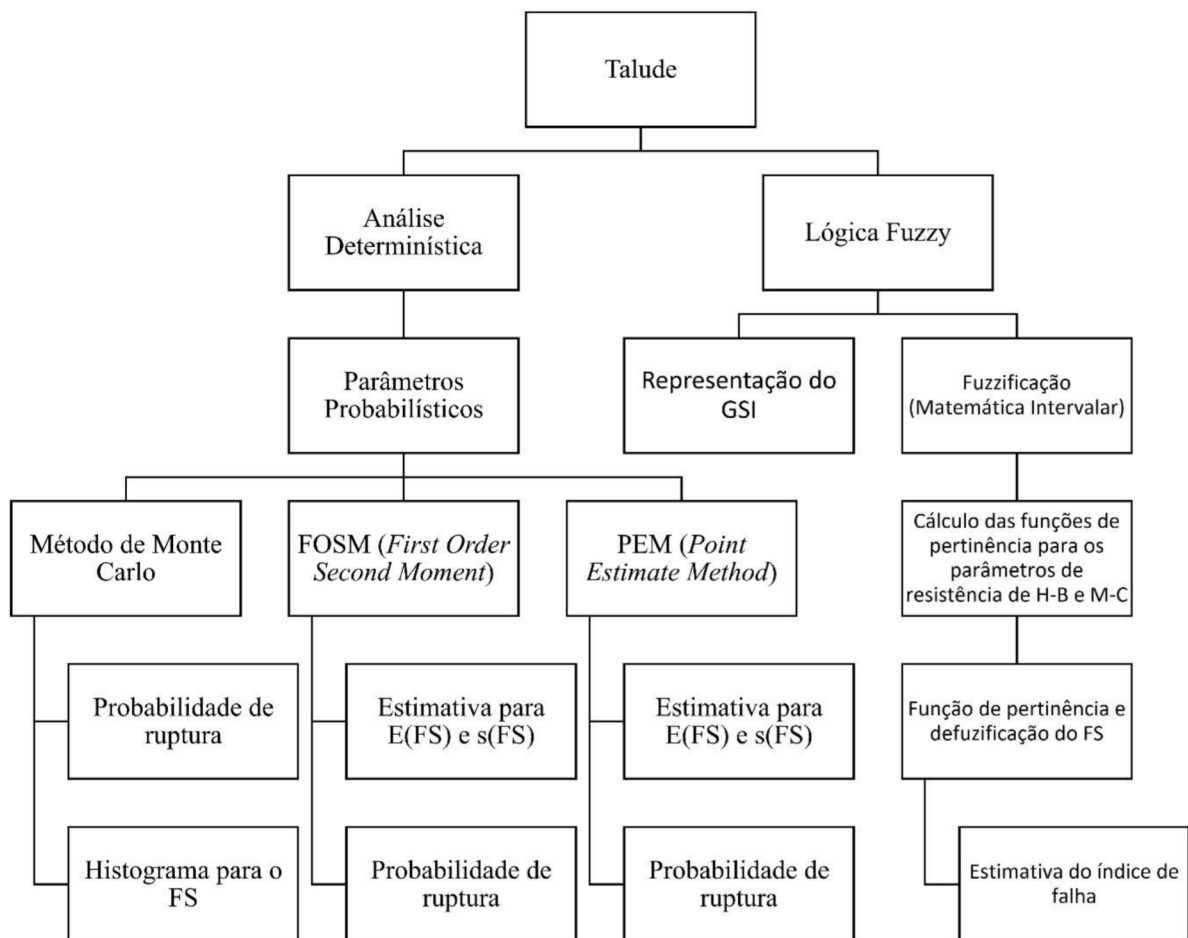
A defuzzificação será feita neste trabalho pelo método do centroide de área (CoA), escolhido devido à sua simplicidade. A técnica consiste em calcular a coordenada “x” do centroide da área delimitada pela função de pertinência correspondente ao conjunto *fuzzy* de saída. Para uma função de pertinência contínua o valor CoA é obtido conforme mostrado na Equação 2.44.

$$x^*_{CoA} = \frac{\int_{min}^{max} \mu_A(x) \cdot x dx}{\int_{min}^{max} \mu_A(x) dx} \quad (2.44)$$

3 METODOLOGIA

Neste capítulo serão apresentadas as etapas para avaliar o risco de ruptura em taludes rochosos fraturados hipotéticos, comparando os resultados obtidos por métodos que se baseiam na teoria da probabilidade (MCS, FOSM e PEM) e a abordagem *fuzzy*. A Figura 3.1 mostra o fluxograma para as duas abordagens utilizadas neste trabalho.

Figura 3.1 - Representação esquemática do processo de análise.

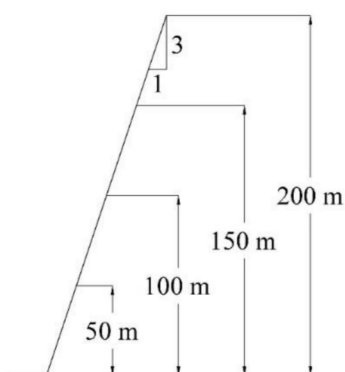


Fonte: Elaborado pelo autor.

3.1 Adoção da geometria dos taludes

Para a avaliação do risco de ruptura serão utilizados quatro taludes hipotéticos extremamente fraturados e com condição de superfície podendo variar de boa a moderada. Os taludes naturais de calcário não perturbado possuem uma inclinação fixa de 3(V):1(H), com alturas de 50, 100, 150 e 200 metros.

Figura 3.2 - Geometria adotada para os taludes hipotéticos.



Fonte: Elaborado pelo autor.

3.2 Classificação geomecânica dos maciços rochosos

O maciço rochoso fraturado hipotético utilizado para obtenção dos parâmetros de resistência de Hoek-Brown possui uma altura de 50 metros, inclinação 3(V):1(H) e é constituído por rocha calcária. Baseado na sua litologia, no padrão de fraturamento elevado e na condição da qualidade da superfície das descontinuidades (podendo variar de boa a moderada), atribuiu-se ao talude um intervalo de GSI de 30 a 40. Embora o intervalo adotado seja de 30 a 40, de acordo com Marinós e Hoek (2000) o GSI para estas condições (grau de fraturamento e qualidade da superfície das descontinuidades) pode assumir qualquer valor entre 28 e 45. Todas as regiões para os possíveis valores de GSI para maciços rochosos constituídos por rocha calcária podem ser encontradas no Anexo D.

A estimativa dos parâmetros de resistência do critério de Mohr-Coulomb é feita por meio do critério generalizado de Hoek-Brown que exige o conhecimento da resistência à compressão simples da rocha intacta (σ_c), da litologia e da condição do maciço rochoso.

Alguns valores para a variável σ_c podem ser encontrados na Tabela 3.1 e Anexo E. A constante do material m_i , foi adotada seguindo os valores recomendados por Hoek (2007), que podem ser encontrados no Anexo F. O peso específico adotado para o material foi obtido baseado nos valores de densidade sugeridos no Anexo G.

Tabela 3.1 - Resistência à compressão simples da rocha intacta para o calcário.

Referências	UCS (MPa)
Hoek (2007)	50 - 250
Ersoy e Kanik (2012)	25 - 162
Haftani <i>et al.</i> (2013)	30 - 280
Ghafoori <i>et al.</i> (2017), Rastegarnia e Lashkaripour (2017)	28 - 170

A Tabela 3.2 apresenta um resumo dos valores adotados e que classificam o maciço rochoso. Estes valores foram utilizados para estimar os parâmetros de resistência (com as equações apresentadas no item 2.1.4) do critério de Hoek-Brown Generalizado e Mohr-Coulomb e são mostrados na Tabela 3.3.

Tabela 3.2 - Tipo de rocha e parâmetros empregados nas análises de estabilidade.

Tipo de rocha	Calcário
Resistência à compressão uniaxial da rocha intacta	35 MPa
GSI	[30, 40]
Constante do material, m_i	10
Fator de perturbação D	0
Peso específico	27 kN/m ³

Tabela 3.3 – Parâmetros de resistência.

GSI	Hoek-Brown			Mohr-Coulomb	
	m_b	s	a	c' (MPa)	ϕ' (°)
30	0,821	0,0004	0,522	0,355	43,83
31	0,851	0,0005	0,521	0,364	44,18
32	0,882	0,0005	0,520	0,374	44,53
33	0,914	0,0006	0,518	0,384	44,87
34	0,947	0,0007	0,517	0,395	45,21
35	0,981	0,0007	0,516	0,405	45,54
36	1,017	0,0008	0,515	0,416	45,86
37	1,054	0,0009	0,514	0,427	46,17
38	1,092	0,0010	0,513	0,439	46,48
39	1,132	0,0011	0,512	0,450	46,78
40	1,173	0,0013	0,511	0,463	47,07

3.3 Definição dos parâmetros estatísticos

A PDF para o GSI pode ser assumida como distribuição normal e conseqüentemente os parâmetros de coesão e ângulo atrito também poderão (Sonmez e Ulusay, 1999; Hoek, 2007). Apesar disso, optou-se neste trabalho por se fazer uma inferência estatística para verificar a normalidade dos dados.

3.3.1 Teste Shapiro-Wilk (SW)

O teste Shapiro-Wilk (Shapiro e Wilk, 1965), tem como o objetivo verificar o ajustamento de uma variável aleatória com função de distribuição desconhecida à distribuição normal. O teste de hipótese é definido da seguinte forma:

- H_0 : A hipótese nula será aceita caso $W \geq W_{\text{crítico}}$, ou seja, não há evidência para rejeitar a hipótese de que os dados da amostra seguem uma distribuição normal para um determinado nível de significância (α);
- H_1 : A hipótese alternativa será aceita caso $W < W_{\text{crítico}}$, ou seja, os dados não provêm de uma distribuição normal.

Para uma variável aleatória x , com n dados, a estatística de teste W será calculada pela Equação 3.1.

$$W = \frac{b^2}{\sum_{i=1}^n [x_{(i)} - E(x)]^2} \quad (3.1)$$

Onde:

x_i = valores ordenados de forma crescente ($x_1 < x_2 < \dots < x_{n-1} < x_n$);

$E(x)$ = média dos valores.

O valor de b^2 pode ser obtido conforme a Equação 3.2. Os valores tabelados para as constantes $a_{(n-i+1)}$ de uma amostra de dimensão n com função de distribuição normal podem ser encontradas no Anexo H.

$$b^2 = \begin{cases} \sum_{i=1}^{n/2} a_{(n-i+1)} (x_{(n-i+1)} - x_{(i)}), & \text{se } n \text{ é par} \\ \sum_{i=1}^{(n+1)/2} a_{(n-i+1)} (x_{(n-i+1)} - x_{(i)}), & \text{se } n \text{ é ímpar} \end{cases} \quad (3.2)$$

Após o cálculo da estatística de teste (W), este deverá ser comparado com o valor crítico da estatística de Shapiro-Wilk ($W_{\text{crítico}}$), como mostra o Anexo I. O $W_{\text{crítico}}$ é obtido em função do nível de significância (α) adotado e da dimensão (n) da amostra.

3.3.2 Teste Anderson-Darling (AD)

O teste de Anderson-Darling, permite avaliar a hipótese nula e alternativa, afim de constatar se uma determinada amostra aleatória contínua, de dimensão n , retirada de uma

população com função de distribuição desconhecida provém de uma distribuição normal. A estatística de teste de Anderson-Darling é descrita por Razali e Wah (2011), conforme Equação 3.3.

$$AD^2 = -n - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (2i - 1) [\ln F_{(i)} + \ln(1 - F_{(n-i+1)})] \quad (3.3)$$

Onde:

n = Tamanho da amostra;

$F(x)$ = Função de distribuição acumulada assumida para os dados (distribuição normal).

Para a obtenção do valor p, a estatística de teste AD^2 obtida por meio da equação anterior deverá ser corrigida, conforme mostrado na Equação 3.4.

$$AD^* = AD^2 \left[1 + \left(\frac{0,75}{n} \right) + \left(\frac{2,25}{n^2} \right) \right] \quad (3.4)$$

Para obtenção do valor p, deve-se identificar em qual das faixas a estatística modificada (AD^*) se encontra e utilizar a equação correspondente, conforme apresentado na Tabela 3.4. O valor crítico ($AD_{\text{crítico}}$) para o caso em que os dois primeiros momentos (média e desvio-padrão) sejam desconhecidos será ser obtido em função do nível de significância (α) adotado, conforme apresentado na Tabela 3.5.

Tabela 3.4 - Cálculo do valor p a partir da estatística modificada de Anderson-Darling.

AD*	Valor p
$AD^* < 0,20$	$1 - \exp[-13,436 + 101,14(AD^*) - 223,73(AD^*)^2]$
$0,20 < AD^* < 0,34$	$1 - \exp[8,318 + 42,796(AD^*) - 59,938(AD^*)^2]$
$0,34 < AD^* < 0,60$	$\exp[0,9177 - 4,279(AD^*) - 1,38(AD^*)^2]$
$AD^* > 0,60$	$\exp[1,2937 - 5,709(AD^*) + 0,0186(AD^*)^2]$

Fonte: D'Agostino e Stephens (1986).

Tabela 3.5 - Valor crítico ($AD_{\text{Crítico}}$) para a estatística de teste de Anderson-Darling.

Caso	Nível de significância (α)				
	1%	2,5%	5%	10%	15%
Média e desvio-padrão desconhecidos	1,035	0,873	0,752	0,631	0,561

Fonte: D'Agostino e Stephens (1986).

O teste de hipótese em termos da estatística de teste AD^* é definido da seguinte forma:

- $H_0: AD^* \leq AD_{crítico}$ aceita-se a hipótese nula, ou seja, há evidência que os dados provêm de uma distribuição normal;
- $H_1: AD^* > AD_{crítico}$ aceita-se a hipótese alternativa, ou seja, os dados não pertencem a uma distribuição normal.

O teste de hipótese em termos do valor p é definido da seguinte forma:

- $H_0: \text{valor } p > \alpha$, aceita-se a hipótese nula, ou seja, há evidência que os dados provêm de uma distribuição normal;
- $H_0: \text{valor } p \leq \alpha$, aceita-se a hipótese alternativa, ou seja, os dados não pertencem a uma distribuição normal.

3.3.3 Parâmetros probabilísticos

Os testes de normalidade (SW e AD) realizados considerando um nível de significância de 5%, mostraram que as distribuições de probabilidade da coesão e ângulo de atrito podem ser consideradas como normal. Os valores das estatísticas de teste e os seus respectivos valores críticos encontram-se resumidos na Tabela 3.6.

Tabela 3.6 - Valores das estatísticas de teste.

Parâmetro	Shapiro-Wilk		Anderson-Darling		
	W	W _{CRÍTICO}	AD*	AD* _{CRÍTICO}	Valor-p
Coesão	0,967	0,85	0,164	0,751	0,94
Ângulo de Atrito	0,968	0,85	0,162	0,751	0,95

Fonte: Elaborado pelo Autor

Na Tabela 3.7 são apresentados os valores dos dois primeiros momentos que caracterizam as variáveis aleatórias (coesão e ângulo de atrito) com distribuição normal. Estes valores serão utilizados posteriormente como dados de entrada para as Simulações de Monte Carlo e os métodos aproximados (FOSM e PEM).

Tabela 3.7 - Valores médios e desvios-padrão dos parâmetros de resistência.

Teste	Coesão (kPa)		Âng. Atrito (°)	
	E	s	E	s
Shapiro-Wilk				
Anderson-Darling	347,36	28,21	42,93	1,09

Fonte: Elaborado pelo Autor.

Em que:

FS_m = fator de segurança em relação ao equilíbrio de momentos;

c' = coesão efetiva do material (parâmetro de resistência, em kPa);

ϕ' = ângulo de atrito efetivo do material (parâmetros de resistência, em kPa);

L = comprimento da base de cada fatia (m);

α = ângulo que a base da fatia faz com a horizontal ($^\circ$);

R = raio da provável superfície de ruptura (m);

N = força normal atuante na base da fatia (kN);

u = poropressão atuante na base da fatia (kPa);

W = peso de cada fatia (kN);

kW = força horizontal para incorporar efeitos sísmicos (kN);

D = força aplicada na superfície do talude (kN);

A = forças externas atuantes (kN);

x, e, d e a = braços de alavanca para as forças W, kW, D e A , respectivamente (m).

O método proposto por Bishop tem como hipótese simplificadora a inexistência de esforços cisalhantes, ou seja, a resultante das forças interfatias é horizontal ($X_L - X_R = 0$). A Equação 3.6 fornece o valor da componente normal (N), obtida fazendo-se o equilíbrio de forças na vertical.

$$N = \frac{W - \frac{c' \cdot L \cdot \sin \alpha - u \cdot L \cdot \sin \alpha \cdot \tan \phi'}{FS_i} + D \cdot \sin \omega}{\cos \alpha + \frac{\sin \alpha \cdot \tan \phi'}{FS_i}} \quad (3.6)$$

A solução da Equação 3.5 resulta de um processo iterativo, onde na primeira iteração arbitra-se um valor inicial para FS_i na Equação 3.6. O FS obtido da primeira iteração é utilizado como o novo valor para o FS_i na segunda iteração e assim sucessivamente até que ambos converjam.

Todo o processo descrito anteriormente pode ser realizado através de uma planilha do Excel, no entanto, como o objetivo é buscar o menor fator de segurança possível, o processo deve ser repetido para um número considerável de superfícies. Tendo em vista que o processo manual é dispendioso, são comumente utilizados softwares que auxiliam no cálculo do fator de segurança. Neste trabalho foi utilizado o software comercial *Rocscience Slide2*.

3.5 Análise probabilística

3.5.1 Aplicação do método de Monte Carlo

As simulações de Monte Carlo foram feitas via *Rocscience Slide2* após habilitar nas configurações de projeto a opção de análise probabilística. Como visto anteriormente, serão utilizadas duas variáveis aleatórias com distribuição do tipo normal. A Tabela 3.8 traz a definição estatística das duas variáveis aleatórias que mais contribuem para a variância do fator de segurança. Os valores relativos mínimos e máximos foram calculados considerando que dois desvios-padrão cobrem 95,45% das amostras (Tabela 2.2).

Tabela 3.8 – Definição estatística das variáveis utilizadas no Método de Monte Carlo.

Variável	Distribuição	Média	Desvio padrão	Relativo Mínimo	Relativo Máximo
Coesão (kPa)	Normal	347,36	28,21	56,42	56,42
Ângulo de atrito (°)	Normal	42,93	1,09	2,18	2,18

Fonte: Elaborado pelo autor.

A ferramenta exige que o usuário estipule o número de amostras (N) que devem ser criadas para cada conjunto de parâmetro geotécnico. Estes valores serão criados por meio de um gerador de números aleatórios, respeitando a definição estatística fornecida pelo usuário. O número de amostras resulta no número de simulações realizadas para que a variável independente seja estabilizada ou estimada.

As análises probabilísticas foram realizadas baseadas na opção *global minimum*, onde o fator de segurança será calculado N vezes (neste trabalho, 20.000) para uma única superfície de deslizamento (mínima global determinística).

3.5.2 Aplicação do método FOSM (First-Order Second-Moment)

O método FOSM apresentado no Capítulo 2 permite: estimar os dois primeiros momentos (média e desvio padrão) da variável aleatória dependente (FS); estimar a probabilidade de um evento de falha ocorrer; estimar o índice de confiabilidade geotécnica e verificar quais das variáveis aleatórias contribuem mais significativamente com a variância do fator de segurança.

O cálculo do primeiro e segundo momento da variável dependente é feito conforme as Equações 2.19 e 2.20, respectivamente. A solução da Equação 2.19 consiste em calcular o fator de segurança determinístico utilizando os valores médios dos parâmetros geotécnicos (coesão, ângulo de atrito e peso específico). A solução da derivada parcial presente na Equação 2.20 é obtida através da Equação 2.21 por meio das diferenças divididas, considerando um acréscimo de 10% nas médias das variáveis aleatórias. A Tabela 3.9 apresenta um resumo das características das variáveis aleatórias que serão utilizadas nas etapas de simulações determinísticas.

Na aplicação do método FOSM o cálculo do FS para cada simulação foi feito baseado na superfície de deslizamento crítica obtida para o seu respectivo conjunto de parâmetros geotécnicos de entrada.

Tabela 3.9 - Definição dos parâmetros geotécnicos.

Parâmetro	E(X)	1,1*E(X)	s(X)
Coesão (kPa)	347,36	382,10	28,21
Ângulo de atrito (°)	42,93	47,22	1,09

Fonte: Elaborado pelo Autor.

Sendo o número de variáveis aleatórias independentes igual a “n”, serão necessárias n + 1 simulações determinísticas, totalizando 3 simulações. A primeira simulação determinística é realizada atribuindo a cada parâmetro geotécnico de entrada o seu respectivo valor médio. Para cada simulação seguinte (n) deve haver uma combinação dos parâmetros geotécnicos de forma que um dos parâmetros geotécnicos sofra um acréscimo de 10% enquanto os demais valores permanecem inalterados. A Tabela 3.10 apresenta os parâmetros geotécnicos de entrada para cada análise determinística realizada.

Tabela 3.10 - Parâmetros geotécnicos utilizados nas análises determinísticas (FOSM).

Parâmetro	Análises de estabilidade		
	Simulações (n + 1)		
	1	2	3
Coesão (kPa)	347,36	382,10	347,36
Ângulo de Atrito (°)	42,93	42,93	47,22
Peso Específico (kN/m ³)	27	27	27

Fonte: Elaborado pelo Autor.

3.5.3 Aplicação do Point Estimate Method (PEM)

No método das estimativas pontuais, apresentado no Capítulo 2, para o caso de “n” variáveis aleatórias não correlacionadas os fatores de ponderação são calculados conforme Equação 2.28. Em seguida, estima-se os 2ⁿ pontos particulares.

O primeiro passo para construir os pontos particulares para os parâmetros geotécnicos de entrada foi gerar dois valores para cada parâmetro: 1) valor da média somado do desvio padrão; 2) valor da média subtraído o desvio padrão, conforme mostrado na Tabela 3.11. A Tabela 3.12 traz o compilado da combinação dos pontos particulares como dados de entrada para as 2ⁿ simulações determinísticas.

Tabela 3.11 - Definição das variáveis aleatórias e pontos particulares.

Variável aleatória	E	s	E+s	E-s
Coesão (kPa)	347,36	28,20	375,57	319,16
Ângulo de Atrito (°)	42,93	1,09	44,02	41,84

Fonte: Elaborado pelo Autor.

Tabela 3.12 - Pontos particulares das variáveis aleatórias independentes (PEM).

i	EP	c	ϕ
1	$c_+ \phi_+$	375,57	44,02
2	$c_+ \phi_-$	375,57	41,84
3	$c_- \phi_+$	319,16	44,02
4	$c_- \phi_-$	319,16	41,84

Fonte: Elaborado pelo Autor.

3.6 Lógica Fuzzy

3.6.1 Fuzzificação do critério de ruptura de Hoek-Brown generalizado (2002)

Para obtenção das funções de pertinência para os parâmetros de resistência do critério de Hoek-Brown e Mohr-Coulomb as equações apresentadas no Item 2.1.4 foram reescritas, mostrando quais parâmetros são números *fuzzy*.

$$\tilde{m}_b = m_i \cdot e^{\left(\frac{\tilde{GSI}-100}{28-14D}\right)} \quad (3.7)$$

$$\tilde{s} = e^{\left(\frac{G\tilde{S}I-100}{9-3D}\right)} \quad (3.8)$$

$$\tilde{a} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} \left(e^{-\left(\frac{G\tilde{S}I}{15}\right)} - e^{-\left(\frac{20}{3}\right)} \right) \quad (3.9)$$

$$\tilde{c}' = \frac{\sigma_c [(1 + 2\tilde{a})\tilde{s} + (1 - \tilde{a})\tilde{m}_b \sigma'_{3n}] (\tilde{s} + \tilde{m}_b \sigma'_{3n})^{\tilde{a}-1}}{(1 + \tilde{a})(2 + \tilde{a}) \sqrt{1 + \frac{[6\tilde{a}\tilde{m}_b (\tilde{s} + \tilde{m}_b \sigma'_{3n})^{\tilde{a}-1}]}{[(1 + \tilde{a})(2 + \tilde{a})]}}} \quad (3.10)$$

$$\tilde{\phi}' = \sin^{-1} \left[\frac{6\tilde{a}\tilde{m}_b (\tilde{s} + \tilde{m}_b \sigma'_{3n})^{\tilde{a}-1}}{2(1 + \tilde{a})(2 + \tilde{a}) + 6\tilde{a}\tilde{m}_b (\tilde{s} + \tilde{m}_b \sigma'_{3n})^{\tilde{a}-1}} \right] \quad (3.11)$$

$$\tilde{\sigma}_{cm} = \sigma_c \frac{[\tilde{m}_b + 4\tilde{s} - \tilde{a}(\tilde{m}_b - 8\tilde{s})] \left(\frac{\tilde{m}_b}{4} + \tilde{s}\right)^{\tilde{a}-1}}{2(1 + \tilde{a})(2 + \tilde{a})} \quad (3.12)$$

$$\sigma'_{3m\acute{a}x} = 0,72 \tilde{\sigma}_{cm} \left(\frac{\tilde{\sigma}_{cm}}{\gamma H} \right)^{-0,91} \quad (3.13)$$

$$\sigma'_{3n} = \frac{\sigma'_{3m\acute{a}x}}{\sigma_c} \quad (3.14)$$

Para a realizao das operaoes com os numeros *fuzzy* todas as equaoes acima devem estar no formato intervalar conforme mostrado abaixo.

$$\overline{m}_{b_i}(h) = m_i \cdot e^{\left(\frac{G\tilde{S}I_i(h)-100}{28-14D}\right)} \quad (3.15)$$

$$\overline{m}_{b_f}(h) = m_i \cdot e^{\left(\frac{G\tilde{S}I_f(h)-100}{28-14D}\right)} \quad (3.16)$$

$$\overline{s}_i(h) = e^{\left(\frac{G\tilde{S}I_i(h)-100}{9-3D}\right)} \quad (3.17)$$

$$\bar{s}_f(h) = e^{\left(\frac{\overline{GSI}_f(h)-100}{9-3D}\right)} \quad (3.18)$$

$$\bar{a}_i(h) = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} \left(e^{-\left(\frac{\overline{GSI}_i(h)}{15}\right)} - e^{-\left(\frac{20}{3}\right)} \right) \quad (3.19)$$

$$\bar{a}_f(h) = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} \left(e^{-\left(\frac{\overline{GSI}_f(h)}{15}\right)} - e^{-\left(\frac{20}{3}\right)} \right) \quad (3.20)$$

$$\begin{aligned} \bar{c}'_i(h) = & \\ \sigma_c \left\{ [1 + 2\bar{a}_i(h)]\bar{s}_i(h) + \overline{m}_{b_i}(h)\overline{\sigma}'_{3n_i}(h) - \bar{a}_f(h)\overline{m}_{b_f}(h)\overline{\sigma}'_{3n_f}(h) \right\} & \left[\bar{s}_i(h) + \overline{m}_{b_i}(h)\overline{\sigma}'_{3n_i}(h) \right]^{\bar{a}_i(h)-1} \\ \frac{\left\{ 6\bar{a}_f(h)\overline{m}_{b_f}(h) \left[\bar{s}_f(h) + \overline{m}_{b_f}(h)\overline{\sigma}'_{3n_f}(h) \right]^{\bar{a}_f(h)-1} \right\}}{\left\{ [1 + \bar{a}_i(h)][2 + \bar{a}_i(h)] \right\}} & \sqrt{1 + \frac{\left\{ 6\bar{a}_f(h)\overline{m}_{b_f}(h) \left[\bar{s}_f(h) + \overline{m}_{b_f}(h)\overline{\sigma}'_{3n_f}(h) \right]^{\bar{a}_f(h)-1} \right\}}{\left\{ [1 + \bar{a}_i(h)][2 + \bar{a}_i(h)] \right\}}} \end{aligned} \quad (3.21)$$

$$\begin{aligned} \bar{c}'_f(h) = & \\ \sigma_c \left\{ [1 + 2\bar{a}_f(h)]\bar{s}_f(h) + \overline{m}_{b_f}(h)\overline{\sigma}'_{3n_f}(h) - \bar{a}_i(h)\overline{m}_{b_i}(h)\overline{\sigma}'_{3n_i}(h) \right\} & \left[\bar{s}_f(h) + \overline{m}_{b_f}(h)\overline{\sigma}'_{3n_f}(h) \right]^{\bar{a}_f(h)-1} \\ \frac{\left\{ 6\bar{a}_i(h)\overline{m}_{b_i}(h) \left[\bar{s}_i(h) + \overline{m}_{b_i}(h)\overline{\sigma}'_{3n_i}(h) \right]^{\bar{a}_i(h)-1} \right\}}{\left\{ [1 + \bar{a}_f(h)][2 + \bar{a}_f(h)] \right\}} & \sqrt{1 + \frac{\left\{ 6\bar{a}_i(h)\overline{m}_{b_i}(h) \left[\bar{s}_i(h) + \overline{m}_{b_i}(h)\overline{\sigma}'_{3n_i}(h) \right]^{\bar{a}_i(h)-1} \right\}}{\left\{ [1 + \bar{a}_f(h)][2 + \bar{a}_f(h)] \right\}}} \end{aligned} \quad (3.22)$$

$$\bar{\phi}'_i(h) = \sin^{-1} \left\{ \frac{6\bar{a}_i(h)\overline{m}_{b_i}(h) \left[\bar{s}_i(h) + \overline{m}_{b_i}(h)\overline{\sigma}'_{3n_i}(h) \right]^{\bar{a}_i(h)-1}}{2[1 + \bar{a}_f(h)][2 + \bar{a}_f(h)] + 6\bar{a}_f(h)\overline{m}_{b_f}(h) \left[\bar{s}_f(h) + \overline{m}_{b_f}(h)\overline{\sigma}'_{3n_f}(h) \right]^{\bar{a}_f(h)-1}} \right\} \quad (3.23)$$

$$\bar{\phi}'_f(h) = \sin^{-1} \left\{ \frac{6\bar{a}_f(h)\overline{m}_{b_f}(h) \left[\bar{s}_f(h) + \overline{m}_{b_f}(h)\overline{\sigma}'_{3n_f}(h) \right]^{\bar{a}_f(h)-1}}{2[1 + \bar{a}_i(h)][2 + \bar{a}_i(h)] + 6\bar{a}_i(h)\overline{m}_{b_i}(h) \left[\bar{s}_i(h) + \overline{m}_{b_i}(h)\overline{\sigma}'_{3n_i}(h) \right]^{\bar{a}_i(h)-1}} \right\} \quad (3.24)$$

$$\overline{\sigma}_{cm_i}(h) = \sigma_c \frac{\left\{ \overline{m}_{b_i}(h) + 4\bar{s}_i(h) + 8\bar{a}_i(h)\bar{s}_i(h) - \bar{a}_f(h)\overline{m}_{b_f}(h) \right\} \left[\frac{\overline{m}_{b_i}(h)}{4} + \bar{s}_i(h) \right]^{\bar{a}_i(h)-1}}{2[1 + \bar{a}_f(h)][2 + \bar{a}_f(h)]} \quad (3.25)$$

$$\overline{\sigma}_{cm_f}(h) = \sigma_c \frac{\left\{ \overline{m}_{b_f}(h) + 4\bar{s}_f(h) + 8\bar{a}_f(h)\bar{s}_f(h) - \bar{a}_i(h)\overline{m}_{b_i}(h) \right\} \left[\frac{\overline{m}_{b_f}(h)}{4} + \bar{s}_f(h) \right]^{\bar{a}_f(h)-1}}{2[1 + \bar{a}_i(h)][2 + \bar{a}_i(h)]} \quad (3.26)$$

$$\overline{\sigma}'_{3m\acute{a}x_i}(h) = 0,72\overline{\sigma}_{cm_i}(h) \left[\frac{\overline{\sigma}_{cm_i}(h)}{\gamma H} \right]^{-0,91} \quad (3.27)$$

$$\overline{\sigma'_{3máx_f}}(h) = 0,72 \overline{\sigma_{cm_f}}(h) \left[\frac{\overline{\sigma_{cm_f}}(h)}{\gamma H} \right]^{-0,91} \quad (3.28)$$

$$\overline{\sigma'_{3n_i}}(h) = \frac{\overline{\sigma'_{3máx_i}}(h)}{\sigma_c} \quad (3.29)$$

$$\overline{\sigma'_{3n_f}}(h) = \frac{\overline{\sigma'_{3máx_f}}(h)}{\sigma_c} \quad (3.30)$$

3.6.2 Fuzzificação do modelo determinístico de Bishop Simplificado

Na lógica *fuzzy* as variáveis de entrada serão representadas por números *fuzzy*, portanto, deve haver um ajuste (fuzzificação) no modelo determinístico de Bishop para que as operações com os números *fuzzy* sejam possíveis. Dado o exposto, a Equação 3.5 passa a ser a Equação 3.31 e a Equação 3.6 passa ser a Equação 3.32.

$$\overline{FS} = \frac{\sum [\tilde{c}' \cdot L \cdot R + (\tilde{N} - u \cdot L) R \cdot \tan \tilde{\phi}']}{\sum W \cdot x + \sum kW \cdot e \pm D \cdot d \pm A \cdot a} \quad (3.31)$$

$$\tilde{N} = \frac{W - \frac{\tilde{c}' \cdot L \cdot \sin \alpha - u \cdot L \cdot \sin \alpha \cdot \tan \tilde{\phi}'}{\overline{FS}} + D \cdot \sin \omega}{\cos \alpha + \frac{\sin \alpha \cdot \tan \phi'}{\overline{FS}}} \quad (3.32)$$

Sendo $\tilde{c}(h) = [c_i(h), c_f(h)]$ e $\tilde{\phi}(h) = [\phi_i(h), \phi_f(h)]$ a representação dos parâmetros geotécnicos no formato intervalar, a extensão das Equações 3.31 e 3.32 para um determinado grau de pertinência (*h-level*), será:

$$\overline{FS}_i(h) = \frac{\sum [\overline{c}'_i(h) \cdot L \cdot R + \overline{N}_i(h) \cdot R \cdot \tan \overline{\phi}'_i(h) - u \cdot L \cdot R \cdot \tan \overline{\phi}'_f(h)]}{\sum W \cdot x + \sum kW \cdot e \pm D \cdot d \pm A \cdot a} \quad (3.33)$$

$$\overline{FS}_f(h) = \frac{\sum [\overline{c}'_f(h) \cdot L \cdot R + \overline{N}_f(h) \cdot R \cdot \tan \overline{\phi}'_f(h) - u \cdot L \cdot R \cdot \tan \overline{\phi}'_i(h)]}{\sum W \cdot x + \sum kW \cdot e \pm D \cdot d \pm A \cdot a} \quad (3.34)$$

$$\bar{N}_i(h) = \frac{W \cdot \bar{FS}_i(h) - \bar{c}'_f(h) \cdot L \cdot \sin \alpha + u \cdot L \cdot \sin \alpha \cdot \tan \bar{\phi}'_i(h)}{\cos \alpha \cdot \bar{FS}_f(h) + \sin \alpha \cdot \tan \bar{\phi}'_f(h)} \quad (3.35)$$

$$\bar{N}_f(h) = \frac{W \cdot \bar{FS}_f(h) - \bar{c}'_i(h) \cdot L \cdot \sin \alpha + u \cdot L \cdot \sin \alpha \cdot \tan \bar{\phi}'_f(h)}{\cos \alpha \cdot \bar{FS}_i(h) + \sin \alpha \cdot \tan \bar{\phi}'_i(h)} \quad (3.36)$$

A convergência do fator de segurança quando calculada por meio das operações aritméticas com números *fuzzy* é comprometida, tendo em vista que para cada iteração uma alteração no limite inferior do FS (FS_i) afeta o limite superior do FS (FS_f) e vice-versa. Para contornar este problema SILVA (2015), propôs que o fator de segurança considerado no cálculo das componentes normais em cada nova iteração será a média entre o limite inferior e o superior, como mostram as Equações 3.37, 3.38 e 3.39.

$$\bar{FS}_M(h) = \frac{\bar{FS}_i(h) + \bar{FS}_f(h)}{2} \quad (3.37)$$

$$\bar{N}_i(h) = \frac{W \cdot \bar{FS}_M(h) - \bar{c}'_f(h) \cdot L \cdot \sin \alpha + u \cdot L \cdot \sin \alpha \cdot \tan \bar{\phi}'_i(h)}{\cos \alpha \cdot \bar{FS}_M(h) + \sin \alpha \cdot \tan \bar{\phi}'_f(h)} \quad (3.38)$$

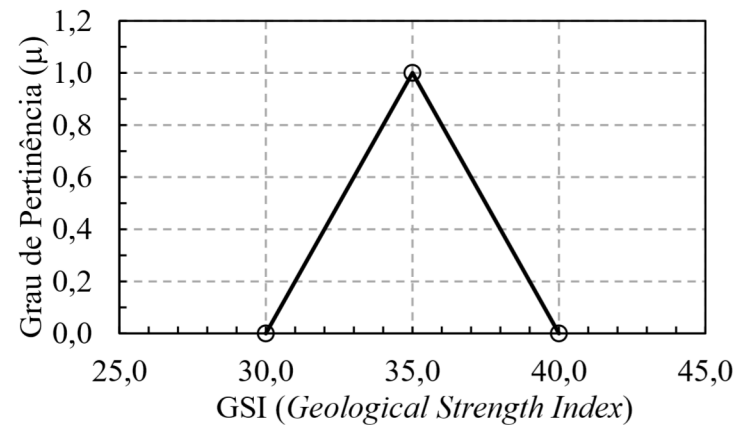
$$\bar{N}_f(h) = \frac{W \cdot \bar{FS}_M(h) - \bar{c}'_i(h) \cdot L \cdot \sin \alpha + u \cdot L \cdot \sin \alpha \cdot \tan \bar{\phi}'_f(h)}{\cos \alpha \cdot \bar{FS}_M(h) + \sin \alpha \cdot \tan \bar{\phi}'_i(h)} \quad (3.39)$$

3.6.3 Fuzzificação e operações com números fuzzy

A função de pertinência adotada para representar o GSI (parâmetro de incerteza) foi a triangular, com grau de pertinência igual a 1,0 para o valor médio e zero para os valores extremos (máximo e mínimo) da função. Além disso, foram considerados seis níveis de pertinência múltiplos de 0,20, contados a partir do zero. A função de pertinência para o GSI é caracterizada pela Equação 3.40 e é representada graficamente como mostra a Figura 3.4.

$$\widetilde{GSI} = \{(30,0); (35,1); (40,0)\} \quad (3.40)$$

Figura 3.4 - Função de pertinência adotada para o GSI.



Fonte: Elaborado pelo autor.

4 APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo serão apresentados os resultados da avaliação do risco de ruptura para os taludes rochosos fraturados apresentados neste trabalho. A avaliação do risco de ruptura foi feita em termos de estabilidade global, por meio de duas abordagens: a) probabilística e b) lógica *fuzzy*.

No primeiro momento será apresentado os resultados obtidos por meio da análise determinística, destacando os parâmetros de resistência utilizados. Este tipo de análise fornece apenas a provável superfície de ruptura e o fator de segurança.

Em seguida, serão apresentados os resultados obtidos por meio da abordagem probabilística, pelos métodos MCS, FOSM e PEM. Estes métodos conseguem fornecer estimativas para os dois primeiros momentos da PDF para o fator de segurança (FS), a probabilidade de falha (PF) e o índice de confiabilidade (RI).

Por último, serão apresentados os resultados obtidos por meio da lógica *fuzzy*, sendo eles: o fator de segurança (FS) e o índice de falha (RF) para o talude. Ao final, será apresentado uma comparação entre as abordagens probabilísticas e entre as abordagens probabilísticas e a lógica *fuzzy*.

4.1 Análise determinística

A análise de equilíbrio limite para os taludes foi feita utilizando o software comercial *Slide2* (roscience). O método de análise de estabilidade de taludes (AET) utilizado foi o de Bishop Simplificado (1955).

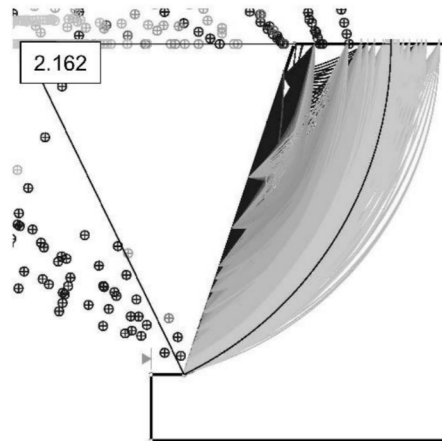
O software analisou 4500 superfícies críticas em potencial, dentre elas a superfície crítica (mínimo global determinística) é a que fornece o menor FS. Os parâmetros utilizados nas análises determinísticas são mostrados na Tabela 4.1. As Figuras 4.1, 4.2, 4.3 e 4.4 mostram os fatores de segurança para cada talude e a sua respectiva superfície de ruptura.

Tabela 4.1 - Parâmetros utilizados nas análises determinísticas.

Material	Calcário
Coesão (kPa)	347,36
Ângulo de atrito (°)	42,93
Peso específico (kN/m³)	27

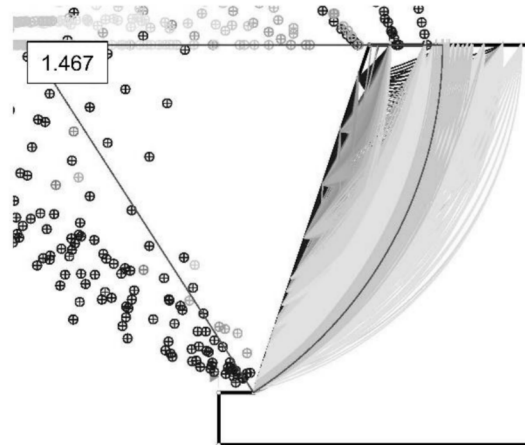
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 4.1 - Resultado da análise determinística para o talude de 50 m.



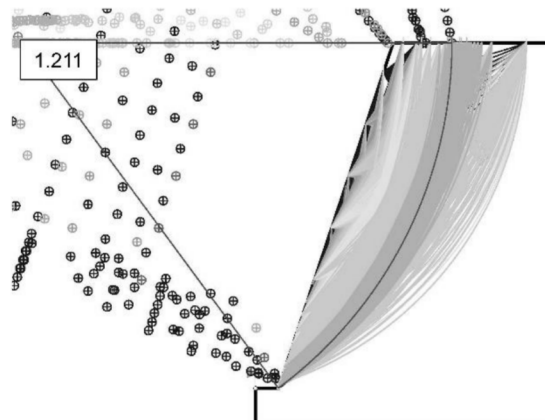
Fonte: Elaborado pelo Autor.

Figura 4.2 - Resultado da análise determinística para o talude de 100 m.



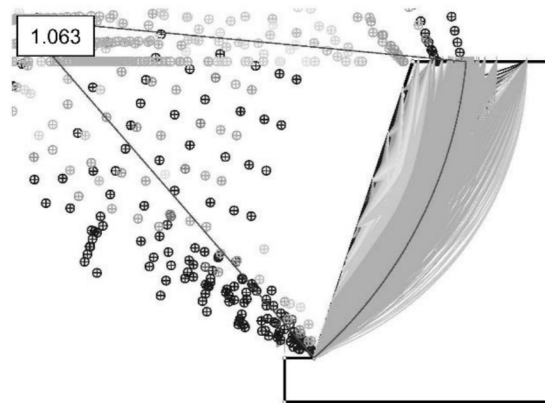
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 4.3 - Resultado da análise determinística para o talude de 150 m.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 4.4 - Resultado da análise determinística para o talude de 200 m.



Fonte: Elaborado pelo autor.

4.2 Abordagem probabilística

A análise probabilística consegue fornecer resultados que complementam aqueles obtidos pela análise determinística. Considerar as incertezas presentes na determinação dos parâmetros de resistência permite contabilizar o grau de incerteza, tendo como resultado a probabilidade de ruptura do talude.

4.2.1 Método de Monte Carlo

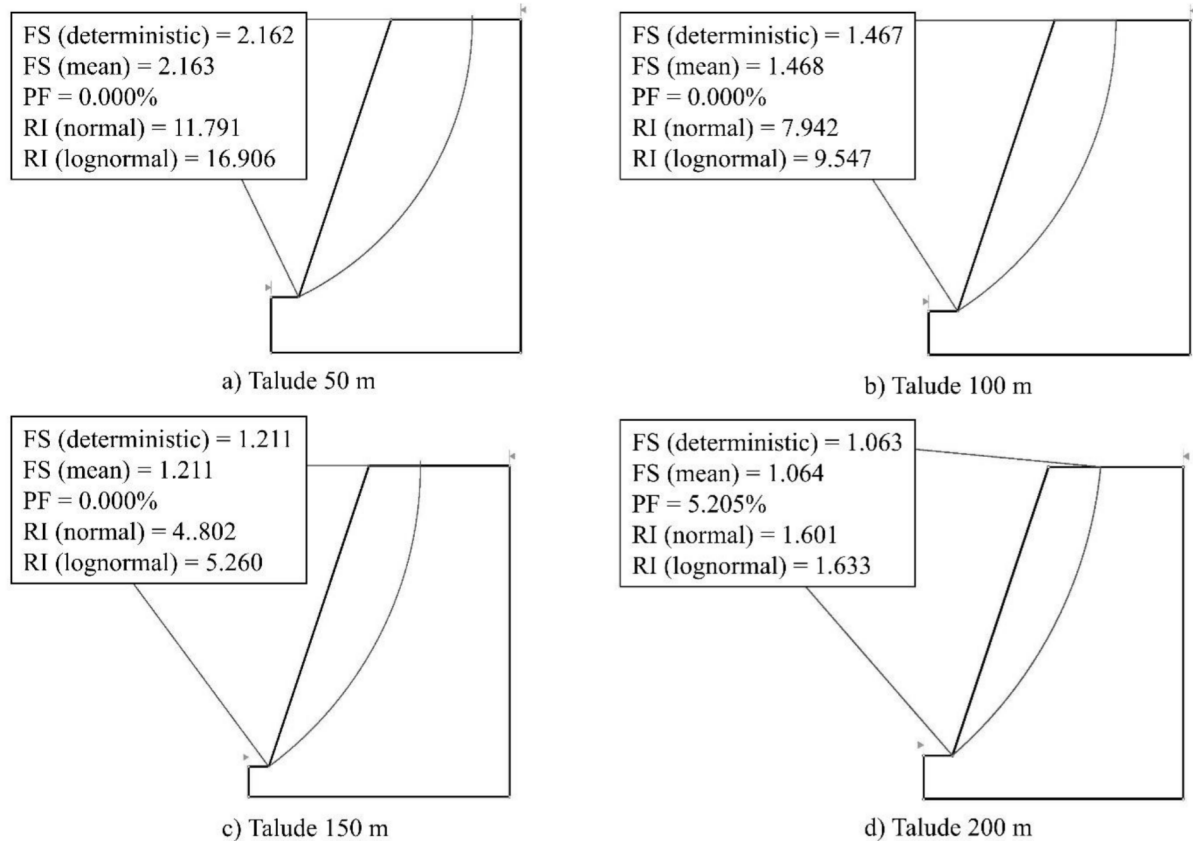
No método de Monte Carlo, as análises probabilísticas foram realizadas baseadas na opção *global minimum*, onde o fator de segurança foi calculado 20.000 vezes para uma única superfície de deslizamento (mínima global determinística). Para cada repetição foi gerado aleatoriamente (dentro da condição estabelecida de média e desvio padrão, obtida no item 3.3) um conjunto diferente de parâmetros de resistência (coesão e ângulo de atrito). A Tabela 4.2 apresenta um resumo dos fatores de segurança, probabilidades de ruptura e índices de confiabilidade para os taludes de 50, 100, 150 e 200 metros. A Figura 4.5 ilustra estes resultados.

Tabela 4.2 - Resultados obtidos na análise probabilística (MCS).

Tipo	Altura dos taludes			
	50 m	100 m	150 m	200 m
FS (determinístico)	2,162	1,467	1,211	1,063
FS (médio)	2,163	1,468	1,211	1,064
PF	0%	0%	0%	5,21%
RI (normal)	11,79	7,942	4,802	1,601
FS (desvio padrão)	0,09867	0,05891	0,04395	0,04008

Fonte: Elaborado pelo autor, obtido no *Slide2*.

Figura 4.5 - Resultados probabilísticos (MCS).



Fonte: Elaborado pelo autor.

Dos quatro taludes analisados apenas o talude de 200 metros apresentou probabilidade de ruptura não-nula. Das 20.000 simulações probabilísticas realizadas para este talude 1041 resultados apresentaram FS menor que 1,0.

Dos resultados obtidos em termos de fator de segurança médio, pode-se observar que não necessariamente o FS probabilístico será o mesmo para o FS determinístico, apesar dos valores estarem próximos. Este fato se dá, pois o FS determinístico leva em consideração apenas a média dos parâmetros de resistência e é calculado uma única vez enquanto que o FS médio probabilístico leva em consideração os dois primeiros momentos das variáveis aleatórias contínuas (média e desvio padrão da coesão e ângulo de atrito) e é a média dos 20.000 resultados gerados.

Além dos valores resumidos mostrados na Tabela 4.2 e ilustrado na Figura 4.5, outros resultados podem ser obtidos, podendo-se destacar o histograma “FS x Frequência relativa”. Este gráfico é comumente utilizado como uma das formas de representar a função de uma função de distribuição de probabilidade, podendo inclusive representar a PDF do fator de segurança, como mostram as Figuras 4.6, 4.7, 4.8 e 4.9.

Figura 4.6 - Histograma do fator de segurança para o talude de 50 m (MCS).

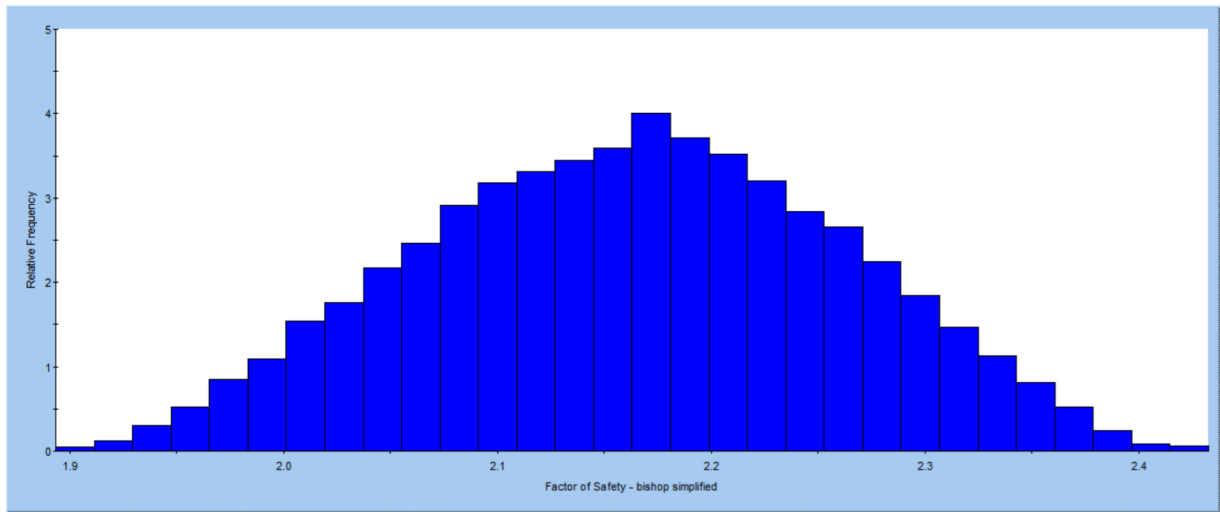


Figura 4.7 - Histograma do fator de segurança para o talude de 100 m (MCS).

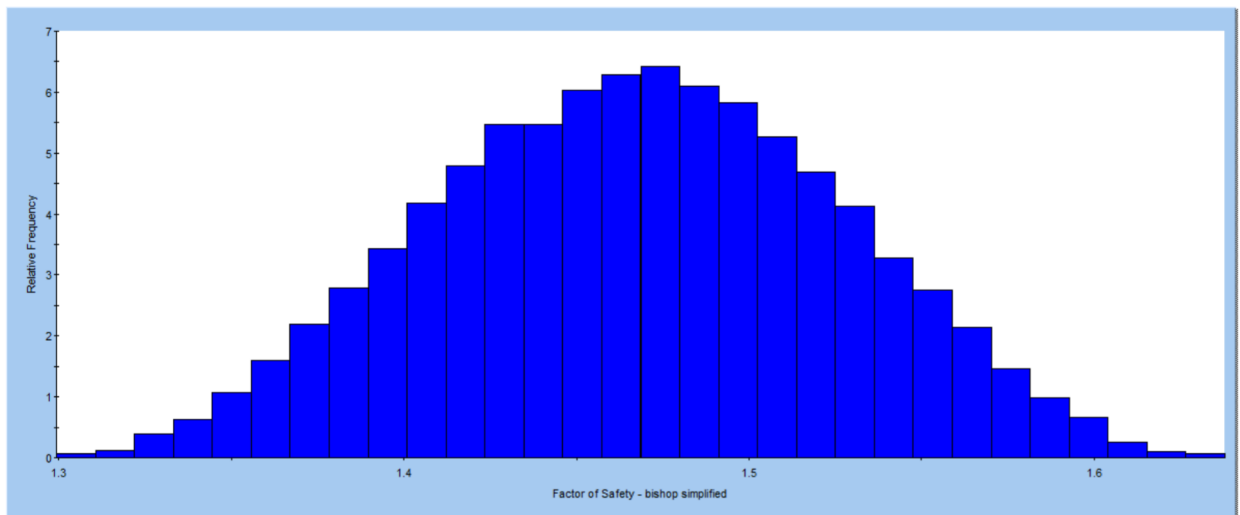


Figura 4.8 - Histograma do fator de segurança para o talude de 150 m (MCS).

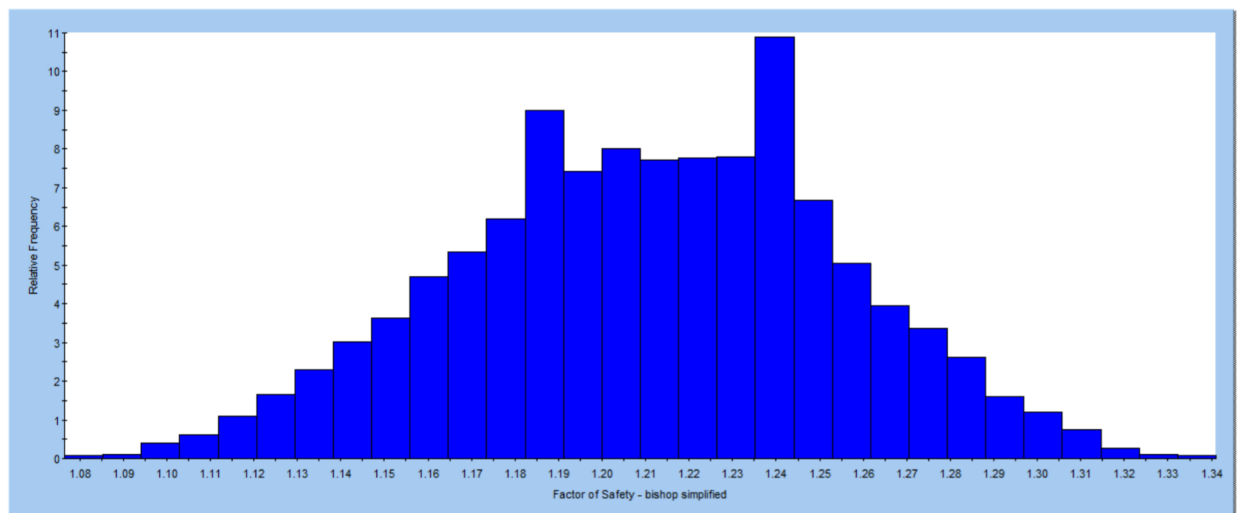
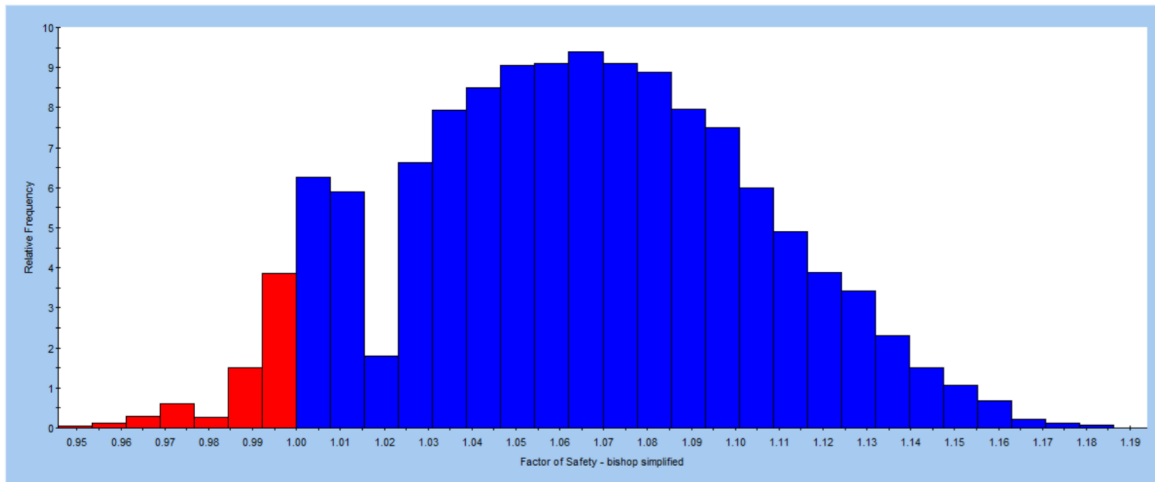


Figura 4.9 - Histograma do fator de segurança para o talude de 200 m (MCS).



Dos histogramas apresentados acima é possível ver que apenas o talude de 200 metros apresentou fatores de segurança menor que 1,0. O cálculo da probabilidade de ruptura no MCS é a razão entre o número de falhas e o número total de simulações, como mostra a Equação 4.1.

$$PF(\%) = 100 \cdot \frac{n^{\circ} \text{ falhas } (FS < 1)}{n^{\circ} \text{ total de simulações}} \quad (4.1)$$

Neste trabalho o método de Monte Carlo foi utilizado para obter uma estimativa para a média e desvio padrão da variável dependente, índice de confiabilidade, probabilidade de ruptura e obter os histogramas para o fator de segurança. Além destes resultados o método permite obter outros, tais como: curva de convergência da probabilidade de ruptura e correlações entre as variáveis envolvidas. Como vantagens, pode-se destacar: permite um número elevado de simulações (o que contribui para a acurácia); permite o uso de diferentes tipos de distribuição estatística para os parâmetros geotécnicos de entrada; e fornece a curva de distribuição acumulada.

4.2.2 FOSM

Para a estimativa dos dois primeiros momentos da PDF do fator de segurança, foram realizadas para cada talude três simulações (análises determinísticas). A Tabela 4.3 apresenta os valores de cada parâmetro geotécnico de entrada e seus respectivos valores de FS para as n+1 simulações.

Tabela 4.3 - Fatores de segurança para n+1 simulações (FOSM).

H (m)	Variável	$\Delta\bar{x}$ (%)	Simulações (n + 1)		
			1	2	3
50	Coesão (kPa)	10	347,36	382,10	347,36
	Âng. Atrito (°)	10	42,93	42,93	47,22
	Peso Específico (kN/m ²)	cte	27	27	27
	FS	–	2,162	2,293	2,296
100	Coesão (kPa)	10	347,36	382,10	347,36
	Âng. Atrito (°)	10	42,93	42,93	47,22
	Peso Específico (kN/m ²)	cte	27	27	27
	FS	–	1,467	1,542	1,585
150	Coesão (kPa)	10	347,36	382,10	347,36
	Âng. Atrito (°)	10	42,93	42,93	47,22
	Peso Específico (kN/m ²)	cte	27	27	27
	FS	–	1,211	1,261	1,314
200	Coesão (kPa)	10	347,36	382,10	347,36
	Âng. Atrito (°)	10	42,93	42,93	47,22
	Peso Específico (kN/m ²)	cte	27	27	27
	FS	–	1,063	1,111	1,167

Fonte: Elaborado pelo autor.

Os valores de FS obtidos na primeira simulação de cada talude correspondem aos resultados encontrados no item 4.1 (análise determinística) e corresponde ao primeiro momento do FS, conforme mostrado anteriormente na Equação 2.19. A Tabela 4.4 mostra o cálculo da variância (segundo momento) e o desvio padrão, conforme mostrado anteriormente na Equação 2.20.

Tabela 4.4 - Cálculo da variância pelo método FOSM.

H (m)	Variável (X _i)	E(X _i)	ΔX_i	s(X _i)	i	FS _i	$\left(\frac{\Delta FS}{\Delta X_i}\right)^2 \cdot s^2(X_i)$	Part. (%)	V[FS]	s[FS]
50	E[FS]	-	-	-	1	2,16	-	-	0,0125	0,1117
	Coesão (kPa)	347,36	34,74	28,20	2	2,29	0,0113	90,70		
	Âng. Atrito (°)	42,93	4,29	1,09	3	2,30	0,0012	9,30		
100	E[FS]	-	-	-	1	1,47	-	-	0,0045	0,0668
	Coesão (kPa)	347,36	34,74	28,20	2	1,54	0,0036	80,86		
	Âng. Atrito (°)	42,93	4,29	1,09	3	1,58	0,0009	19,14		
150	E[FS]	-	-	-	1	1,21	-	-	0,0023	0,0479
	Coesão (kPa)	347,36	34,74	28,20	2	1,26	0,0016	71,84		
	Âng. Atrito (°)	42,93	4,29	1,09	3	1,31	0,0006	28,16		
200	E[FS]	-	-	-	1	1,06	-	-	0,0021	0,0463
	Coesão (kPa)	347,36	34,74	28,20	2	1,11	0,0015	68,00		
	Âng. Atrito (°)	42,93	4,29	1,09	3	1,17	0,0007	32,00		

Fonte: Elaborado pelo autor.

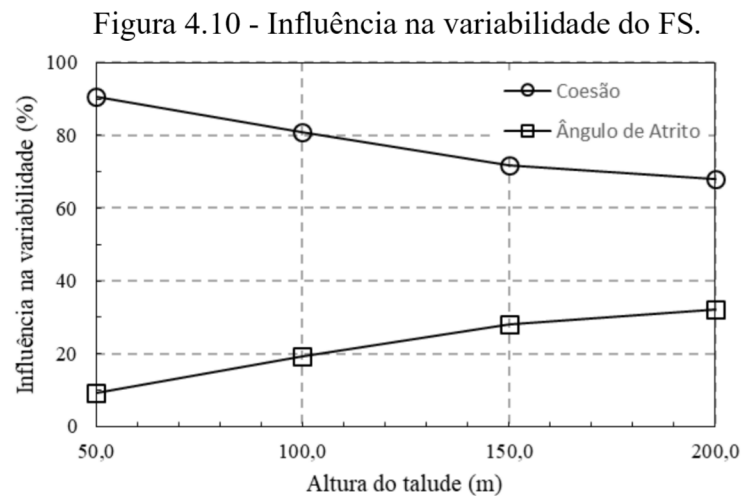
Conhecidos os valores da média e desvio padrão pode-se calcular o RI e a probabilidade de ruptura (PF), como mostram as Equações 2.31 e 2.33. Para o cálculo da probabilidade de falha assumiu-se que a PDF para a variável dependente (FS) é a distribuição normal. A Tabela 4.5 mostra os valores de RI e PF para os taludes analisados.

Tabela 4.5 - Índice de confiabilidade (RI) e probabilidade de falha (PF) pelo método FOSM.

H (m)	E[FS]	s[FS]	RI	PF (%)
50	2,16	0,1117	10,40	0,00
100	1,47	0,0668	6,99	0,00
150	1,21	0,0479	4,41	0,00
200	1,06	0,0463	1,36	8,67

Fonte: Elaborado pelo autor.

A Figura 4.10 foi construída com os resultados apresentados na coluna 9 da Tabela 4.4. Estes dados nos mostram a influência que a coesão e o ângulo de atrito exercem sob a variabilidade do fator de segurança para cada talude analisado.



Fonte: Elaborado pelo Autor.

4.2.3 PEM

As simulações foram realizadas com combinações pontuais de coesão e ângulo de atrito. A Tabela 4.6 apresenta as estimativas pontuais para o FS e os dois primeiros momentos para o FS, calculados conforme as Equações 2.26 e 2.29. Estes valores são importantes pois permitem que sejam calculados os RI e as PF para cada talude.

Tabela 4.6 - Estimativas pontuais, média e variância do fator de segurança.

H (m)	n	FS _{ij}	P	FS _i	E[FS]	V[FS]	s[FS]
50	1	FS++	0,25	2,302	2,162	0,0126	0,1122
	2	FS+-	0,25	2,237			
	3	FS-+	0,25	2,086			
	4	FS--	0,25	2,023			
100	1	FS++	0,25	1,555	1,467	0,0044	0,0665
	2	FS+-	0,25	1,499			
	3	FS-+	0,25	1,433			
	4	FS--	0,25	1,379			
150	1	FS++	0,25	1,277	1,210	0,0025	0,0501
	2	FS+-	0,25	1,23			
	3	FS-+	0,25	1,19			
	4	FS--	0,25	1,141			
200	1	FS++	0,25	1,126	1,063	0,0021	0,0453
	2	FS+-	0,25	1,077			
	3	FS-+	0,25	1,049			
	4	FS--	0,25	1,001			

Fonte: Elaborado pelo autor.

A Tabela 4.7 mostra as estimativas para o índice de confiabilidade (RI) e probabilidade de falha (PF), calculados por meio das Equações 2.31 e 2.33 utilizando os dados disponíveis na Tabela 4.6.

Tabela 4.7 - Estimativa do índice de confiabilidade e probabilidade de falha (PEM).

H (m)	E[FS]	s[FS]	RI	PF (%)
50	2,16	0,1122	10,36	0,00
100	1,47	0,0665	7,02	0,00
150	1,21	0,0501	4,18	0,00
200	1,06	0,0453	1,40	8,13

Fonte: Elaborado pelo autor.

4.2.4 Comparação entre os métodos probabilísticos

Apesar dos métodos aproximados (FOSM e PEM) terem fornecido boas estimativas para a média e desvio padrão para a função de densidade de probabilidade do fator de segurança, o uso das técnicas pode se tornar menos atrativa se houverem muitas variáveis aleatórias a serem consideradas, principalmente para o método PEM (2ⁿ, sendo “n” o número de variáveis aleatórias utilizadas).

Uma comparação entre os resultados revela que os métodos aproximados tendem a fornecer valores mais próximos de média para o FS do que medidas de dispersão quando

comparado com os resultados obtidos pelo método de Monte Carlo, mais robusto, do ponto de vista computacional. Este afastamento está relacionado com o fato dos métodos FOSM e PEM serem aproximados, portanto, é de se esperar que forneçam resultados mais conservadores, pois o número de simulações realizadas pelos métodos aproximados (FOSM = 3 e PEM = 4) é muito inferior ao número de simulações realizadas pelo método de Monte Carlo (20.000).

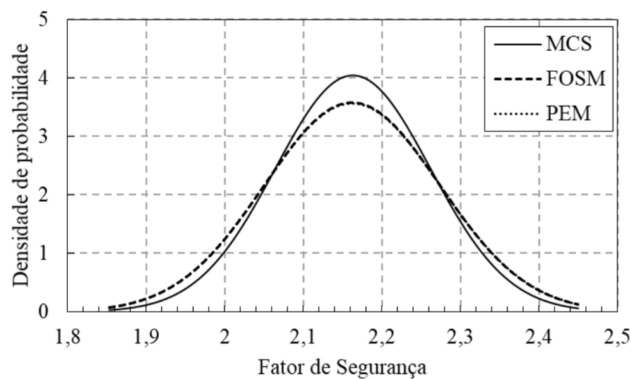
A Tabela 4.8 apresenta um compilado dos valores de média ($E[FS]$), desvio padrão ($s[FS]$), índice de confiabilidade (RI) e probabilidade de ruptura (PF) obtidos pelos três métodos probabilísticos utilizados neste trabalho.

Tabela 4.8 - Compilado dos resultados obtidos via abordagem probabilística.

Método	H (m)	$E[FS]$	$s[FS]$	RI	PF (%)
MCS	50	2,163	0,0987	11,79	0,00
	100	1,468	0,0589	7,94	0,00
	150	1,211	0,0440	4,80	0,00
	200	1,064	0,0401	1,60	5,21
FOSM	50	2,162	0,1117	10,40	0,00
	100	1,467	0,0668	6,99	0,00
	150	1,211	0,0479	4,41	0,00
	200	1,063	0,0463	1,36	8,67
PEM	50	2,162	0,1122	10,36	0,00
	100	1,467	0,0665	7,02	0,00
	150	1,210	0,0501	4,18	0,00
	200	1,063	0,0453	1,40	8,13

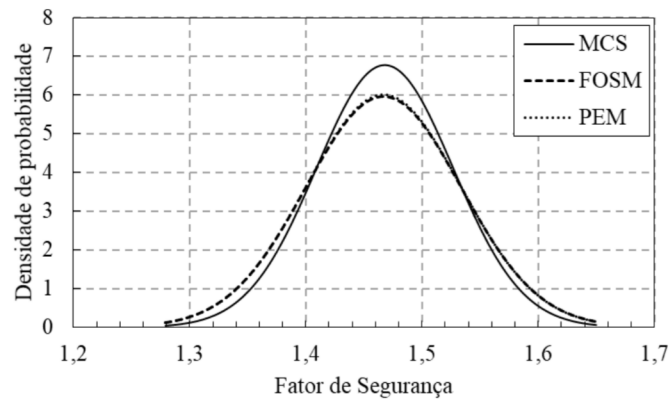
Fonte: Elaborado pelo Autor.

Figura 4.11 - Funções de distribuição segundo os métodos MCS, FOSM e PEM para o talude de 50m.



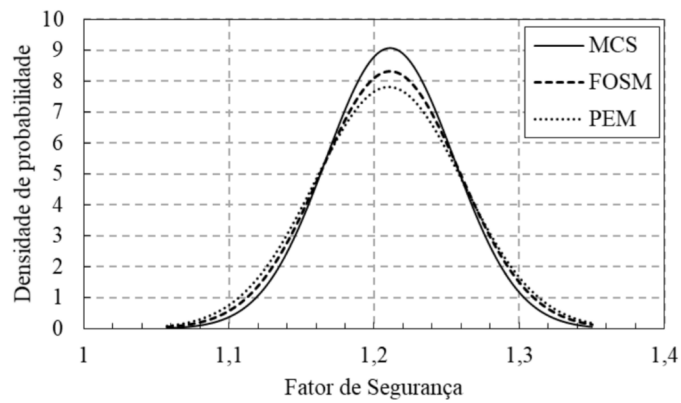
Fonte: Elaborado pelo Autor.

Figura 4.12 - Funções de distribuição segundo os métodos MCS, FOSM e PEM para o talude de 100m.



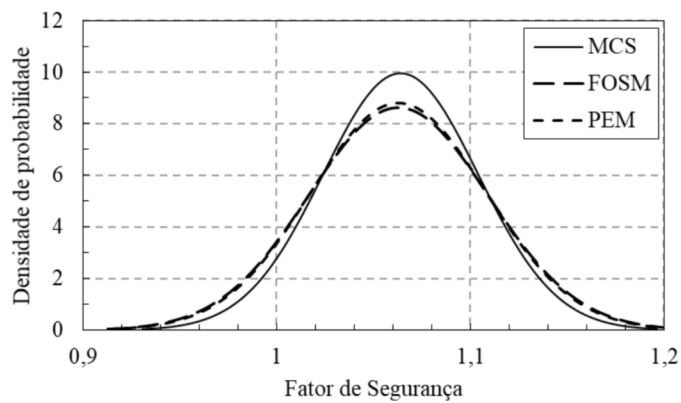
Fonte: Elaborado pelo Autor.

Figura 4.13 - Funções de distribuição segundo os métodos MCS, FOSM e PEM para o talude de 150m.



Fonte: Elaborado pelo Autor.

Figura 4.14 - Funções de distribuição segundo os métodos MCS, FOSM e PEM para o talude de 200m.

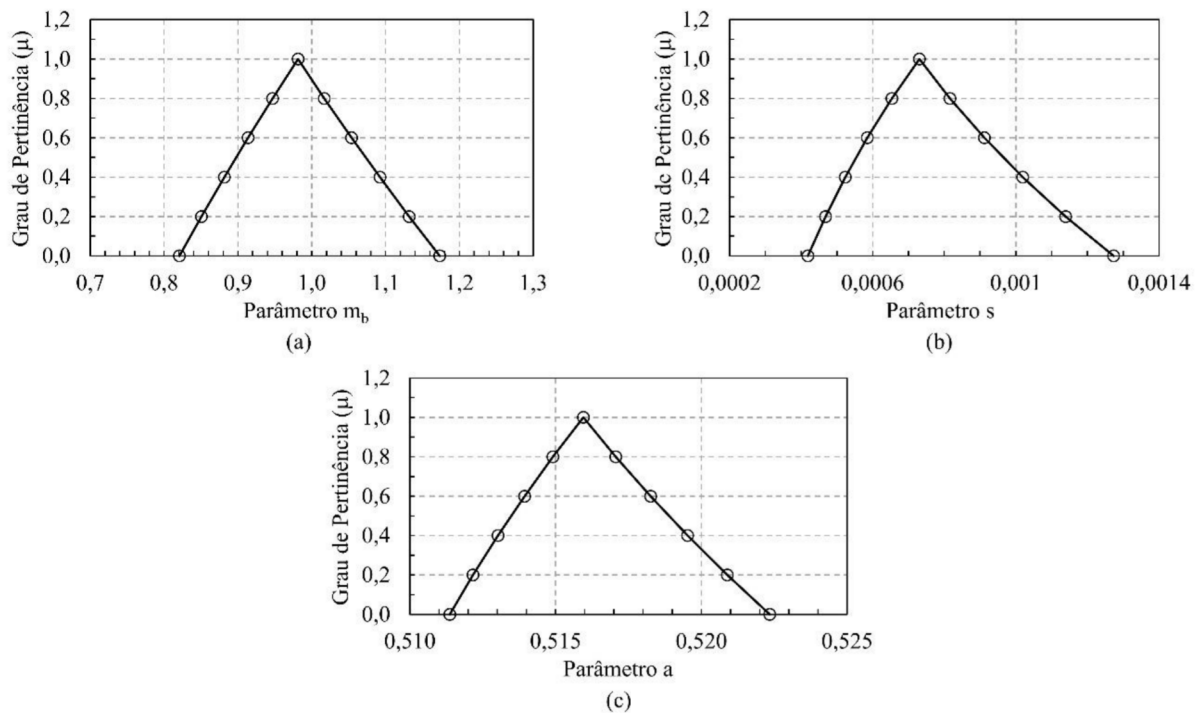


Fonte: Elaborado pelo Autor.

4.3 Abordagem Fuzzy

Após a fuzzificação de todas equações que permitem obter os parâmetros de resistência (Hoek-Brown e Mohr-Coulomb) e o fator de segurança (método de Bishop Simplificado), foram calculadas por meio da aritmética intervalar as funções de pertinência para os parâmetros *fuzzy* \tilde{m}_b , \tilde{s} e \tilde{a} que descrevem as características de resistência do maciço rochoso, como mostra a Figura 4.15a, b e c.

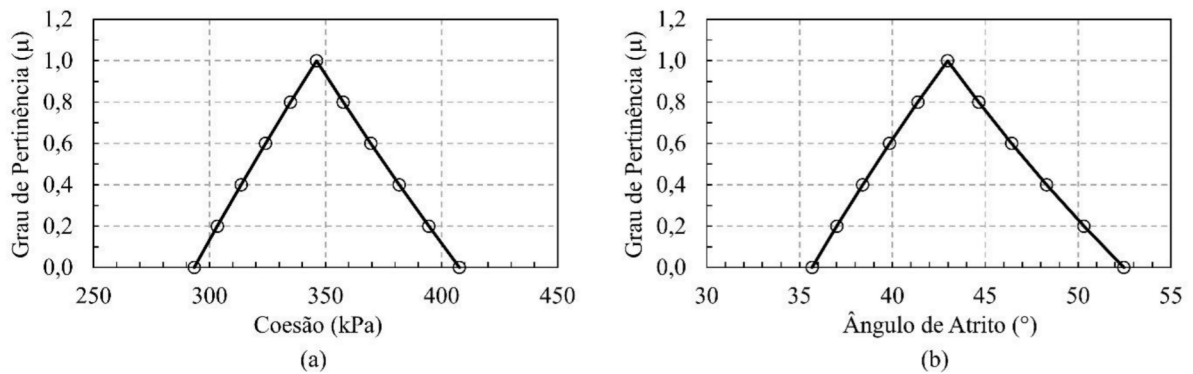
Figura 4.15 - Parâmetro m_b no formato de número *fuzzy*.



Fonte: Elaborado pelo Autor.

As funções de pertinência para os números *fuzzy* \tilde{m}_b , \tilde{s} e \tilde{a} do critério de Hoek-Brown, obtidas anteriormente, são agora utilizadas para caracterizar as funções de pertinência que representam a coesão e o ângulo de atrito. Os números *fuzzy* \tilde{c} e $\tilde{\phi}$ foram calculados aplicando-se novamente os conceitos da aritmética intervalar apresentados no Item 3.6.1. A Figura 4.16a e b mostra graficamente as funções de pertinência calculadas para coesão e ângulo de atrito.

Figura 4.16 - Funções de pertinência para coesão e ângulo de atrito.

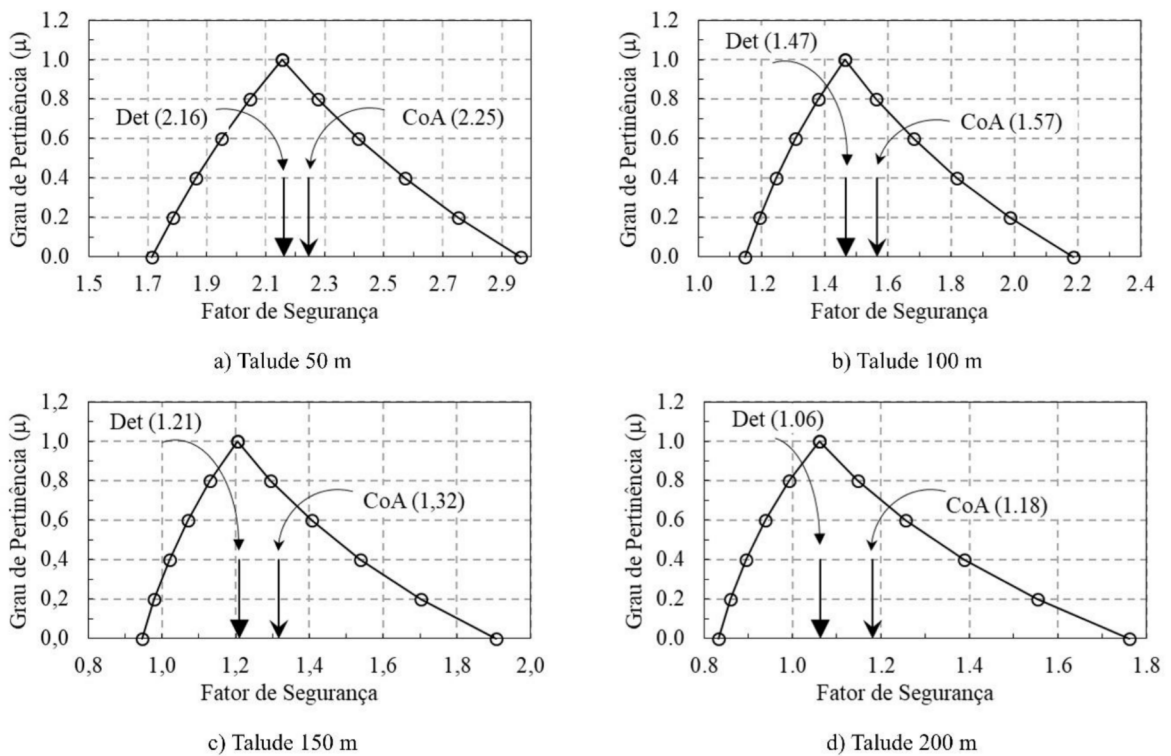


Fonte: Elaborado pelo autor.

A avaliação da segurança à ruptura dos taludes rochosos foi feita a partir da implementação da técnica *fuzzy* para a obtenção do modelo *fuzzy* de Bishop Simplificado (1955), conforme apresentado no Item 3.6.2. A implementação deste modelo utilizando os parâmetros fuzzificados para a coesão e ângulo de atrito permitiu calcular a função de pertinência que descreve a incerteza referente ao FS. Para o processo de *defuzzificação* (conversão do conjunto *fuzzy* para a forma nítida) optou-se por utilizar o método do centroide de área (CoA), descrito no item 2.4.5 do Capítulo 2. A Figura 4.17 mostra para cada talude analisado as funções de pertinência obtidas com o modelo *fuzzy* e os seus respectivos fatores de segurança, obtidos utilizando o método CoA (*defuzzificação*) e o método determinístico (item 4.1). Para efeito de comparação, as avaliações da segurança à ruptura por meio da lógica *fuzzy* foram realizadas nas mesmas superfícies de deslizamento utilizadas na abordagem probabilística, a mínima global determinística.

As análises determinísticas utilizando apenas os valores médios tendem a fornecer valores de FS mais conservadores quando comparados com aqueles obtidos pelo modelo *fuzzy*. As diferenças aumentam à medida que o FS se aproxima da iminência de ruptura, podendo variar de 3,91% a 9,92%, para os taludes de 50 e 200 metros, respectivamente. Pode-se atribuir a esta característica o fato de que nas análises determinísticas as incertezas relacionadas aos parâmetros geotécnicos não são levadas em consideração, resultando, portanto, em valores mais conservadores.

Figura 4.17 - Funções de pertinência obtidas pelo modelo *fuzzy* de Bishop Simplificado (1955).



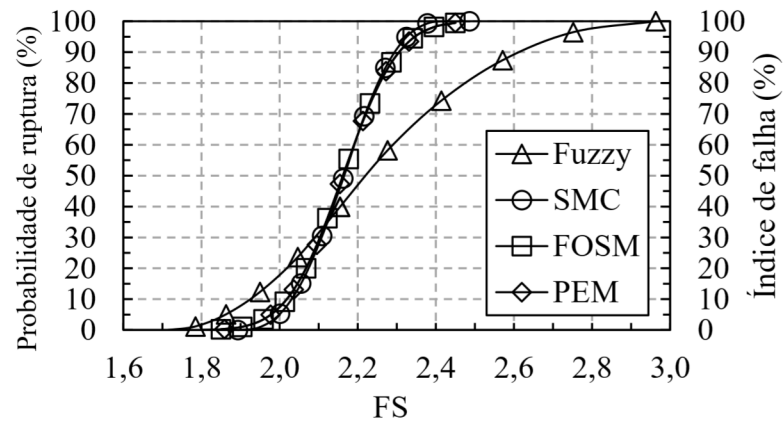
Fonte: Elaborado pelo Autor.

4.4 Comparação entre os resultados da abordagem probabilística e lógica *fuzzy*

Para comparar os resultados obtidos por meio das abordagens probabilísticas e a lógica *fuzzy*, pode ser utilizada a função de distribuição acumulada (CDF – *Cumulative Density Function*). A CDF permite extrair os valores de probabilidade de um evento ser menor ou igual a um determinado valor, que pode ser a iminência de ruptura ($FS = 1,0$). Na lógica *fuzzy* o índice de falha (equivalente à probabilidade de ruptura) foi definido por Ganoulis (1994) como sendo a razão entre a área delimitada pela função de pertinência até um determinado valor e a área total da função de pertinência, como mostra a Equação 4.2. Dado o exposto, as Figuras 4.18, 4.19, 4.20 e 4.21 exibem para os taludes analisados as CDF obtidas via análises probabilísticas e *fuzzy* pelo método de Bishop Simplificado (1955). Além das figuras um resumo das probabilidades e índices de falha pode ser encontrado na Tabela 4.9.

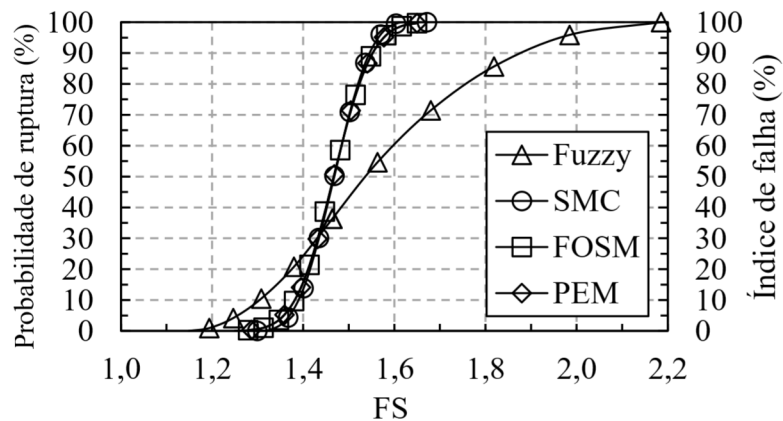
$$RF = \frac{\int_{FS=0}^1 \mu_{\bar{FS}} dFS}{\int_{FS=0}^{FS=\infty} \mu_{\bar{FS}} dFS} \quad (4.2)$$

Figura 4.18 - Função de distribuição acumulada obtida via abordagens probabilísticas e fuzzy, para o talude de 50 metros.



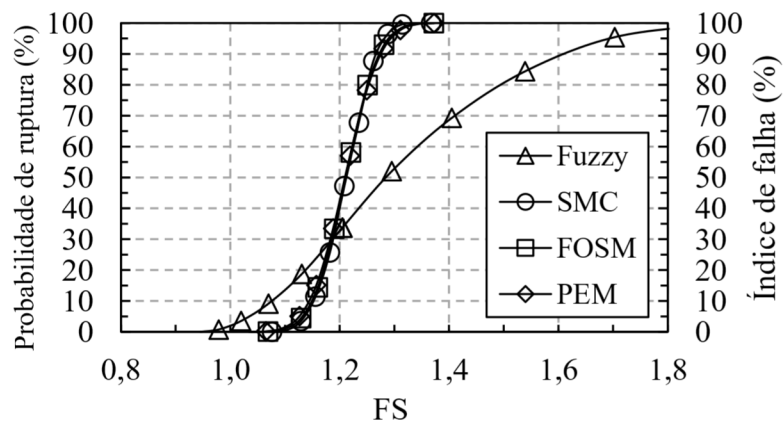
Fonte: Elaborado pelo Autor.

Figura 4.19 - Função de distribuição acumulada obtida via abordagens probabilísticas e fuzzy, para o talude de 100 metros.



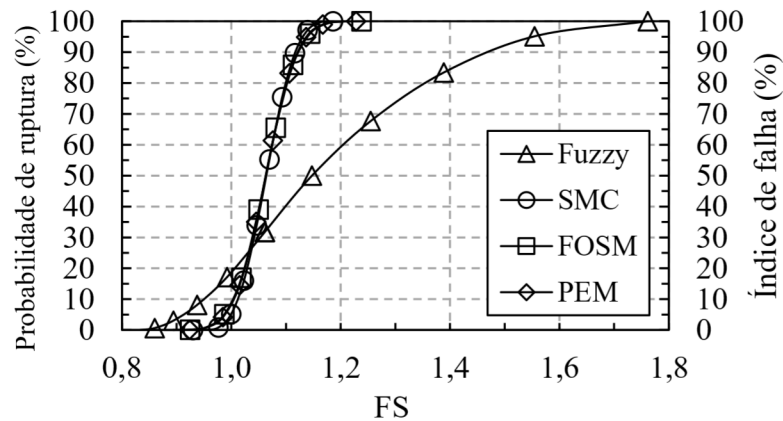
Fonte: Elaborado pelo Autor.

Figura 4.20 - Função de distribuição acumulada obtida via abordagens probabilísticas e fuzzy, para o talude de 150 metros.



Fonte: Elaborado pelo Autor.

Figura 4.21 - Função de distribuição acumulada obtida via abordagens probabilísticas e fuzzy, para o talude de 200 metros.



Fonte: Elaborado pelo Autor.

Uma afirmativa preliminar, em termos da avaliação do índice de falha, mostra que os resultados obtidos por meio da análise *fuzzy* foram mais conservadores, tendo em vista que foi o único a apontar um risco de ruptura para o talude de 150 metros. Além disso, seus valores foram ligeiramente maiores que os obtidos pelas Simulações de Monte Carlo para o talude de 200 metros.

Tabela 4.9 - Probabilidades de ruptura (MCS, FOSM e PEM) e índices de falha (Fuzzy) pelo método de Bishop Simplificado (1955).

H	MCS	FOSM	PEM	FUZZY
50	0%	0%	0%	0%
100	0%	0%	0%	0%
150	0%	0%	0%	1,95%
200	5,21%	8,67%	8,13%	18,61%

Fonte: Elaborado pelo Autor.

Estes dados mostram que embora os resultados em termos de índice de falha, obtidos pelo método de Bishop fuzzificado tenham sido mais conservadores até que os métodos aproximados, estes valores foram coerentes e mostram-se sensíveis à forma como as incertezas foram consideradas (função de pertinência triangular para os valores do GSI).

5 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS

Este capítulo tem por finalidade apresentar as conclusões finais, destacando os resultados obtidos com os métodos probabilísticos MCS, FOSM e PEM, que compõem a abordagem probabilística utilizada nesta pesquisa e com a lógica *fuzzy*.

Por último, são apontadas as sugestões para as pesquisas futuras que possam complementar e validar os procedimentos propostos nesta pesquisa.

5.1 Conclusões

Este trabalho teve por finalidade propor um procedimento para avaliar o risco de ruptura de taludes rochosos, em termos de estabilidade global, por meio de uma avaliação visual do talude natural composto de rocha calcária extremamente fraturado. Para avaliar o risco foram utilizadas duas abordagens: probabilística e *fuzzy*, capazes de incorporar as incertezas existentes na classificação do GSI.

O método de Monte Carlo apresentou os maiores índices de confiabilidade e consequentemente as menores probabilidades de ocorrência de um fenômeno de ruptura quando comparados com os métodos aproximados. Este fato pode ser explicado, pois no FOSM o número de simulações (n) e no PEM (2^n) é muito inferior ao utilizado pelo método de Monte Carlo, resultando, neste trabalho, em índices de confiabilidade menores e consequentemente maiores probabilidades de ruptura.

Embora a sequência de cálculo neste trabalho tenha sido MCS, FOSM e PEM, sugere-se iniciar pelo FOSM, pois, o método permite verificar quais dos parâmetros possuem menor influência na variância do fator de segurança. Esta informação permite decidir acerca da permanência de alguma variável aleatória.

Com base na relação entre o nível de desempenho, índice de confiabilidade e probabilidade de ruptura (PF) apresentada pelo *U. S. Army Corps of Engineers* (1995) o desempenho esperado para o talude 200 m seria ruim (RI = 1,60 e PF = 5,21%) segundo MCS, insatisfatório (RI = 1,36 e PF = 8,67%) pelo FOSM e insatisfatório (RI = 1,40 e PF = 8,13%) pelo PEM.

A função de pertinência calculada para o fator de segurança não apresenta relação com uma função de distribuição de probabilidade, portanto, o cálculo do índice de confiabilidade (RI) pela definição não é possível. Apesar disso, foi possível através do índice de falha (RF) e

da classificação apresentada pelo USACE (1995) caracterizar o nível de desempenho dos taludes de 200 e 150 metros como sendo perigoso (RF = 18,61%) e abaixo da média (RF = 1,95%), respectivamente.

O método de Monte Carlo possui muitas vantagens, podendo-se destacar: permite um número muito maior de simulações e quanto maior o número maior a acurácia; permite o uso de diferentes tipos de distribuição estatística para os parâmetros geotécnicos de entrada; fornece a curva de distribuição de probabilidade e a de distribuição acumulada; fornece a curva de convergência da probabilidade de ruptura e correlações entre as variáveis envolvidas.

Os métodos aproximados conseguem fornecer boas aproximações para os primeiros dois momentos da variável dependente (FS), principalmente para a média. No entanto, apesar da eficácia, dependendo do número de variáveis aleatórias utilizadas e camadas o número de simulações (análises determinísticas) a serem realizadas pode crescer consideravelmente, principalmente para o método PEM (2^n , sendo “n” o número de variáveis aleatórias utilizadas), tornando-o pouco prático.

A teoria dos conjuntos fuzzy mostrou ser uma opção com potencial para analisar a possibilidade de ocorrência de eventos de ruptura em taludes rochosos, principalmente quando a base de dados é limitada.

5.2 Sugestões para pesquisas futuras

Como sugestões para pesquisas futuras que complementem o estudo iniciado com este trabalho, pode-se sugerir:

- Realizar análises similares para taludes rochosos que apresentaram problemas de estabilidade global e incertezas inerentes aos parâmetros geotécnicos;
- Levar em consideração a variabilidade do peso específico da rocha intacta, da resistência à compressão uniaxial da rocha intacta e da constante m_i ;
- Comparar os resultados probabilísticos (MCS) obtidos com a escolha da opção *Global Minimum* e *Overall Slope*;
- Considerar outros tipos de função de pertinência;
- Expandir o modelo *fuzzy* para outros mecanismos de ruptura de taludes rochosos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABAR, C. A. A. P. **O Conceito “Fuzzy”. Noções de Lógica Matemática.** Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia da PUC. São Paulo: 2011. Disponível em: <<https://www.pucsp.br/~logica/Fuzzy.htm>>. Acesso: 10 nov. 2020.
- ABDULAI, M.; SHARIFZADEH, M. Probability Methods for Stability Design of Open Pit Rock Slopes: An Overview. **Geosciences**, v. 11, Issue 8, p. 20, 2021.
- ALE, BEN J. M. **Risk: an introduction the concepts of risk, danger and chance.** 1st ed., Published by Routledge, New York, 2009.
- ANDERSON, T. W.; DARLING, D. A. A Test of Goodness of Fit. **Journal of the American Statistical Association**, v 49, n. 268, 765-769. 1954.
- ARNAUD, A. **La logique, ou l’art de penser.** 1662.
- AYDIN, A. Fuzzy set approaches to classification of rock masses. **Engineering Geology**, v. 74, p. 227-245, 2004.
- BARTON, N.; LIEN, R.; LUNDE, J. Engineering classification of rock masses for the design of tunnel support. **Rock Mechanics and Rock Engineering**, v. 6, p. 189-236, 1974.
- BARTON, N. R. Review of new shear-strength criterion for rock joints. **Engineering Geology**, v. 7, p. 287-332, 1973.
- BARTON, N.; CHOUBEY, V. **The shear strength of rock joints in theory and practice.** **Rock Mechanics**, Springs, Viena, p. 1-54, 1977.
- BARTON, N.; LIEN, R.; LUNDLE, J. Engineering classification of rock masses for the design of rock support. **Rock Mechanics** v. 6, p. 189-236, 1974.
- BASAHHEL, H.; MITRI, H. Probabilistic assessment of rock slopes stability using the response surface approach – A case study. **International Journal of Mining Science and Technology**, v. 29, Issue 3, p. 357-370, 2019.
- BASU, A.; AYDIN, A. Predicting uniaxial compressive strength by joint load test: Significance of cone penetration. **Rock Mechanics and Rock Engineering**, v. 39, n. 5, p. 483-490, 2006.
- BIENIAWSKI, Z. T. **Geomechanics Classification of Rock Masses and Its Application in Tunneling.** 3rd Congress of the International Society of Rock Mechanics, Denever National Academy of Sciences, Washington DC, p. 27-32, 1974.
- BIENIAWSKI, Z. T. **Rock mechanics design in mining and tunneling.** Boston: Balkema, 1984, 272 p.
- BIENIAWSKI, Z. T. **Engineering rock mass classification: a complete manual for engineers and geologists in mining, civil, and petroleum engineering.** New York: John Wiley & Sons, 1989. 251 p.

BIENIAWSKI, Z. T. **Rock mass classification in rock engineering**. *In: Exploration for rock engineering, proc. of the symp.*, (Ed. Z. T. Bieniawski) Cape Town: Balkema, v. 1, p. 97-106, 1976.

BISHOP, A. W. The use of the slip circle in the stability analysis of slopes. **Geotechnique**, v. 5, n. 1, p. 7-17, 1955.

BUSSAB, W. O.; MORETTIN, P. A. **Estatística Básica**. 6 ed., São Paulo: Saraiva, 2009, 557 p.

CAMERON-CLARKE, I. S.; BUDAVARI, S. Correlation of Rock Mass Classification Parameters Obtained from Borecore and In-Situ Observation. **Engineering Geology**. v. 17, p. 19-53, 1981.

CHRISTIAN, J. T.; LADD, C. C.; BAECHER, G. B. Reliability Applied to Slope Stability Analysis. **Journal of Geotechnical Engineering**, v. 120, n. 12, 1994.

COSTA, E. A. **Avaliação de ameaças e risco geotécnico aplicados à estabilidade de taludes**. Dissertação de Mestrado – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Escola de Engenharia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Porto Alegre, BR-RS, 2005. Disponível em: <<https://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/6150/000481611.pdf?sequence=1>>. Acessado em: 18/06/2020.

D'AGOSTINO, R. B.; STEPHENS, M. A. **Goodness-of-Fit Techniques**. Marcel Dekker, New York, v. 68, 1986, 589 p.

DANTAS NETO, S. A.; SOUZA FILHO, F. A.; SILVA, A. V. Avaliação da influência do nível de incerteza existente nos parâmetros geotécnicos no risco de falha em barragens de terra utilizando operações com números fuzzy. *In: CONGRESSO BRASILEIRO DE MECÂNICA DOS SOLOS E ENGENHARIA GEOTÉCNICA*. n. 18, 2016, Belo Horizonte. **Anais [...]** Belo Horizonte: COBRAMSEG, 2016.

DELL'AVANZI, E. **Confiabilidade e probabilidade em análises de estabilidade de taludes**. Dissertação (Mestrado), Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1995.

DELL'AVANZI, E.; SAYÃO, A. S. F. J. Avaliação da probabilidade de ruptura de taludes. *In: Congresso Brasileiro De Mecânica Dos Solos E Engenharia Geotécnica*, 11, COBRAMSEG, **Anais[...]**, Brasília, v. 2, p. 1289-1295, 1998.

DODAGOUDAR, G. R.; VENKATACHALAM, G. Reliability analysis of slopes using fuzzy sets theory. **Computer and Geotechnics**, n° 27, Issue 2, p. 101-115, Elsevier, 2000.

DUBOIS, D.; ESTEVA, F.; GODO, L.; PRADE, H. **Fuzzy-set Based Logics – An History-oriented Presentation of Their Main Developments**. Handbook of the History of Logic, v. 1, 8, Elsevier, 2007.

DUNCAN, C. W.; CHRISTOPHER, W. M. **Rock Slope Engineering, Civil and Mining**. Based on the third edition by E. Hoek and J. Bray. 4th Edition Spons Press. Taylor & Francis Group, London and New York, 2004.

EL-RAMLY, H. **Probabilistic Analyses of Landslide Hazards and Risks: Bridging Theory and Practice**. PhD. Thesis, University of Alberta, Edmonton, Canada, 2001.

FENTON, G. A.; GRIFFITHS, D. V. **Risk assessment in Geotechnical Engineering**. New Jersey: John Wiley & Sons, 2008. 461 p.

GANOULIS, J. G. **Engineering Risk Analysis of Water Pollution. Probabilities and Fuzzy Sets**. New York: VCH Publishers, 1994.

GHAFOORI, M.; RASTERGARNIA, A.; LASHKARIPOUR, G. R. Estimation of static parameters based on dynamical and physical properties in limestone rocks. **Journal of African Earth Sciences**, v. 137, p. 22-31, 2018.

GEO-SLOPE International LTD. **Stability modeling with Slope/W**. An Engineering Methodology, Ed. 2012.

GOMES, F. H. de S. **Quantificação de risco de piping em barragens de terra via abordagens probabilística e fuzzy**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Centro de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil: Geotecnia, Universidade Federal do Ceara, Fortaleza, 2019.

GOODMAN, R. E.; BRAY, J. **Toppling of rock slopes**. ASCE, Proc Specialty Conf. on Rock Eng. for Foundations and Slopes, Boulder, CO, v. 2, p. 201-34, 1976.

GUEDES, M. C. S. **Considerações sobre Análises Probabilísticas de Estabilidade de Taludes**. Dissertação de mestrado, Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 1997.

HAFTANI, M.; BOHLOLI B.; NOURI, A.; JAVAN, M. R. M.; MOOSAVI, M. Size Effect in Strength Assessment by Indentation Testing on Rock Fragments. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, v. 65. p. 141-148, 2014.

HAGHIGHI, A.; AYATI, A. H. Stability analysis of gravity dams under uncertainty using the fuzzy sets theory and a many-objective GA. **Journal of Intelligent & Fuzzy Systems**, v. 30, n. 3, p. 1857-1868, 2016.

HARR, M. E. **Reliability-based design in civil engineering**. McGraw-Hill Inc, USA, 1987.

HOEK, E. Strength of rock and rock masses. **International Society for Rock Mechanics**, v. 2, n. 2, p. 4-16, 1994.

HOEK, E. **Practical Rock Engineering**. Edition by Dr. E. Hoek, 2007, 341p. Disponível em: <<https://www.roscience.com/learning/hoeks-corner/course-notes-books>> Acesso em: 10 de setembro de 2020.

HOEK, E.; BRAY, J. **Rock Slope Engineering**, 3rd ed, Inst. Mining and Metallurgy, London, UK, 1981.

HOEK E., BROWN E. T. **Underground excavations in rock**. Institution of Mining and Metallurgy, 1980a, 557 p.

HOEK E., BROWN E. T. Empirical strength criterion for rock masses. **Journal of the Geotechnical Engineering Division**, London, v. 106, Issue 9, p. 1013-1035, 1980b.

HOEK, E.; KAISER, P. K.; BAWDEN, W. F. **Support of Underground Excavations in Hard Rock**. Rotterdam: Balkema, 1995, 210 p.

HOEK, E.; TORRES, C. C.; CORKUN, B. **Hoek-Brown failure criterion – 2002 edition**. 7p, 2002.

JUANG, C. H.; HUANG, X. H.; HOLTZ, R. D.; CHEN, J. W. Determining relative density of sands from CPT using fuzzy sets. **Journal of Geotechnical engineering**, v. 118, n. 1, p. 1-6, 1996.

JUANG, C. H.; LEE, D. H.; SHEU, C. Mapping Slope Failure Potential Using Fuzzy Sets. **Journal of Geotechnical Engineering**, v. 118, n. 3, p. 475-494, 1992.

KANJI, M. A. **Geologic Factors in Slope Stability (Cap. 2)**. In: Handbook of slope stabilization, Ed. J.A.R. Ortigão e A.S.F.J. Sayão, Springer, p. 5-25, 2004.

HAMIDI, K.; J.; SHARIAR, K.; REZAI, B.; BEJARI, H. Application of fuzzy set theory to rock engineering classification systems: an illustration of rock mass excavability index. **Rock Mechanics and Rock Engineering**. v. 43. p. 355-350, 2009.

LUMB, P. The variability of natural soils. **Canadian Geotechnical Journal**, v. 3, n. 2, p. 74-97, 1966.

MAT RADHI, M. S.; MOHD PAUZI, N. I.; OMAR, H. **Probabilistic approach of rock slope stability analysis using Monte Carlo simulation**. Proceedings of the international conference on construction and building technology, Al-Mattarneh H, Kamaruddin I, Resheidat M (eds.) Advanced research in transportation and geotechnical engineering. Kuala Lumpur, Malaysia, E (37), pp 449–469, 2008.

MARINOS, P.; HOEK, E. **A Geologically Friendly Tool for Rock Mass Strength Estimation**. Proceedings of the International Conference on Geotechnical and Geological Engineering – GeoEng2000, J. L. Briaud (ed.), Institution of Engineers, Melbourne, Australia, p. 19, 2000.

MARINOS, V.; MARINOS, P.; HOEK, E. The geological strength index: applications and limitations. **Bulletin of Engineering Geology and the Environment**. v. 64, p. 55-65, 2005.

MITRA, B.; SCOTT, H. D.; DIXON, J. C.; MICKIMMEY, J. M. Application of fuzzy logic to the prediction of soils erosion in a large watershed. **Geoderma**, v. 86, p. 183-209, 1998.

MORELLI, G. L. Variability of the GSI index estimated from different quantitative methods. **Geotechnical and Geological Engineering**. Switzerland: Springer, v. 33, p. 983-995, 2015.

MORENO, T. E. **Aplicación de las clasificaciones Geomecánicas a los Túneles de Pajares**. Curso de Sostenimientos Activos em Galerías y Túneles. Fundación Gomez-Parto, Madrid, 1980.

MORGENSTERN, N. R. **Managing risk in geotechnical engineering**. Proceeding of the 10st Pan American Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, v. 4, in press, 1995.

MORGENSTERN, N. R.; PRICE, V. E. The Analysis of the Stability of General Slope Surface. **Geotechnique**, v. 15, n. 1, p. 79-93, 1965.

PARK, HJ.; WEST, T. R.; WOO, I. Probabilistic analysis of rock slope stability and random properties of discontinuity parameters, Interstate Highway 40, Western North Carolina, USA. **Engineering Geology**, v. 79, p. 230-250, 2005.

PARK, HJ.; UM, JG.; WOO, I. **The evaluation of failure probability for rock slope based on fuzzy set theory and Monte Carlo simulation landslides and engineered slopes**. In: Proceedings of the 10th international symposium on landslides and engineered slopes, v. 2, p. 1943-1949, 2008.

RAZALI, N. M.; WAH, Y. B. Power comparisons of Shapiro-Wilk, Kolmogorov-Smirnov, Lilliefors and Anderson-Darling Testes. **Journal of Statistical Modeling and Analytics**, Malaysia, v. 2, n. 1, p. 21-23, 2011.

ROSENBLUETH, E. Point estimates for probability moments. **Proceedings of National Academy of Sciences**, USA: v. 72, n. 10, p. 3812-3814, 1975.

ROSENBLUETH, E. Two-point estimates in probabilities. **Applied Mathematical Modeling**, v. 5, p. 329-335, 1981.

RUTLEDGE, J. C.; PRESTON, R. L. Experience with Engineering Classifications of Rock. **Proc. Int. Tunnelling Syrup.**, Tokyo, A3, p. 1-7, 1978.

SAMANTA, D. **Soft computing applications**. School of Information Technology. Indian Institute of Tecnology Kharagpur. Kharagpur: 2015. Disponível em: <<https://cse.iitkgp.ac.in/~dsamanta/courses/archive/sca/Archives.htm>>. Acesso em: 11 de novembro de 2020.

SHAPIRO, S. S.; WILK, M. B. An analysis of variance test for normality (complete sample). **Biometrika**, v. 52, n. 3/4, p. 591-611, 1965.

SILVA, A. V. **Avaliação do risco de ruptura em análises de estabilidade de taludes de barragens de terra utilizando números fuzzy**. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil – Geotecnia, Departamento de Engenharia Hidráulica e Ambiental, Universidade Federal do Ceará, 2015.

SONMEZ, H.; ULUSAY, R. Modifications to the geological strength index (GSI) and their applicability to stability of slopes. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, v. 36, p. 743-760, 1999.

SPENCER, E. A Method of Analysis of the Stability of Embankments Assuming Parallel Inter-Slice Forces. **Geotechnique**, v. 17, p. 11-26, 1967.

U. S. ARMY CORPS OF ENGINEERS. **Introduction to probability and reliability methods for use in geotechnical engineering**. Engineering Technical Letter, n. 1110-2-547, p. 14, 1995.

WHITMAN, V. W. Evaluating calculated risk in geotechnical engineering. **Journal of Geotechnical Engineering Division**, ASCE, v. 110, n. 2, p. 145-188, 1984.

WYLLIE, D. C.; MAH C. C. 2004. **Rock Slope Engineering Civil and Mining**. Spon Press: New York.

ZADEH, L. A. **Fuzzy Sets. Information and Control**, v. 8, p. 338-353, 1965.

ZHANG, L. **Engineering Properties of Rocks**. J. A. Hudson (Ed.) 2 ed. Oxford: Elsevier, 2017.

APÊNDICES

APÊNDICE A – Resultados dos Testes W e AD.

Teste W – Análise da coesão.

n°	X _(i)	a _{i,n}	X _(n-i+1) -X _(i)
1	306	0,5601	85
2	314	0,3315	68
3	322	0,226	51
4	330	0,1429	34
5	338	0,0695	17
6	346	0	0
7	355		
8	364		
9	373		
10	382		
11	391		

Resumo			
E[c']	V[c']	W	W _{CRIT}
347,36	795,45	0,962	0,887

Fonte: Elaborado pelo Autor.

Teste AD – Análise da Coesão.

n°	x _(i)	F(x _i)	ln(F(x _i))	ln(1-F(x _i))	D
1	306	0,0712	-2,6417	-0,0739	-4,1937
2	314	0,1184	-2,1336	-0,1260	-8,7953
3	322	0,1842	-1,6915	-0,2036	-11,9193
4	330	0,2691	-1,3128	-0,3134	-13,8911
5	338	0,3699	-0,9944	-0,4619	-14,9549
6	346	0,4807	-0,7325	-0,6553	-15,2656
7	355	0,6067	-0,4997	-0,9332	-14,8950
8	364	0,7224	-0,3252	-1,2814	-13,8485
9	373	0,8183	-0,2005	-1,7055	-11,9360
10	382	0,8903	-0,1162	-2,2099	-8,8377
11	391	0,9391	-0,0628	-2,7984	-4,1181

Resumo					
E[c']	s[c']	Caso	A ² _m	AD*	AD* _{CRIT}
347,36	28,21	3	0,164	0,150	0,751

Fonte: Elaborado pelo Autor.

Teste W – Análise do ângulo de atrito.

n°	$x_{(i)}$	$a_{i,n}$	$x_{(n-i+1)}-x_{(i)}$
1	41,24	0,5601	3,29
2	41,60	0,3315	2,63
3	41,95	0,226	1,97
4	42,29	0,1429	1,32
5	42,63	0,0695	0,66
6	42,96	0	0
7	43,29		
8	43,61		
9	43,92		
10	44,23		
11	44,53		

Resumo			
$E[\hat{\phi}]$	$s[\hat{\phi}]$	W	W_{CRIT}
42,93	1,19	0,968	0,85

Fonte: Elaborado pelo Autor.

Teste AD – Análise do ângulo de atrito.

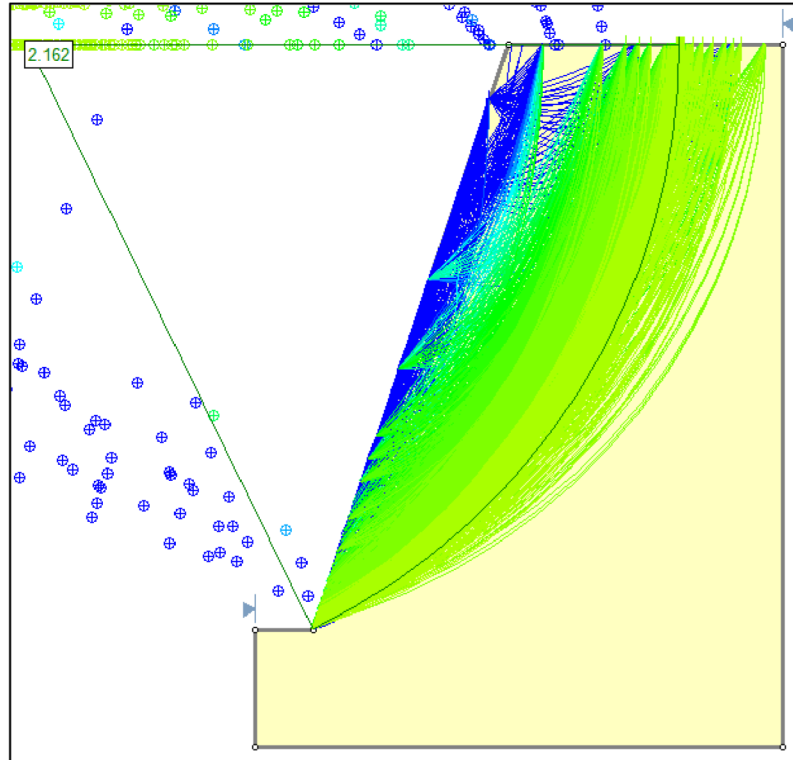
N°	$x_{(i)}$	$F(x_i)$	$\ln(F(x_i))$	$\ln(1-F(x_i))$	D
1	41,24	0,0605	-2,8047	-0,0624	-4,1158
2	41,60	0,1111	-2,1969	-0,1178	-8,8294
3	41,95	0,1841	-1,6921	-0,2035	-11,9201
4	42,29	0,2782	-1,2794	-0,3260	-13,8460
5	42,63	0,3910	-0,9389	-0,4960	-14,8985
6	42,96	0,5103	-0,6728	-0,7140	-15,2539
7	43,29	0,6286	-0,4642	-0,9906	-14,9498
8	43,61	0,7329	-0,3108	-1,3200	-13,9019
9	43,92	0,8174	-0,2016	-1,7005	-11,9300
10	44,23	0,8829	-0,1245	-2,1448	-8,8005
11	44,53	0,9285	-0,0742	-2,6378	-4,1961

Resumo					
$E[\hat{\phi}]$	$s[\hat{\phi}]$	Caso	A^2_m	AD*	AD^*_{CRIT}
42,93	1,09	3	0,162	0,149	0,751

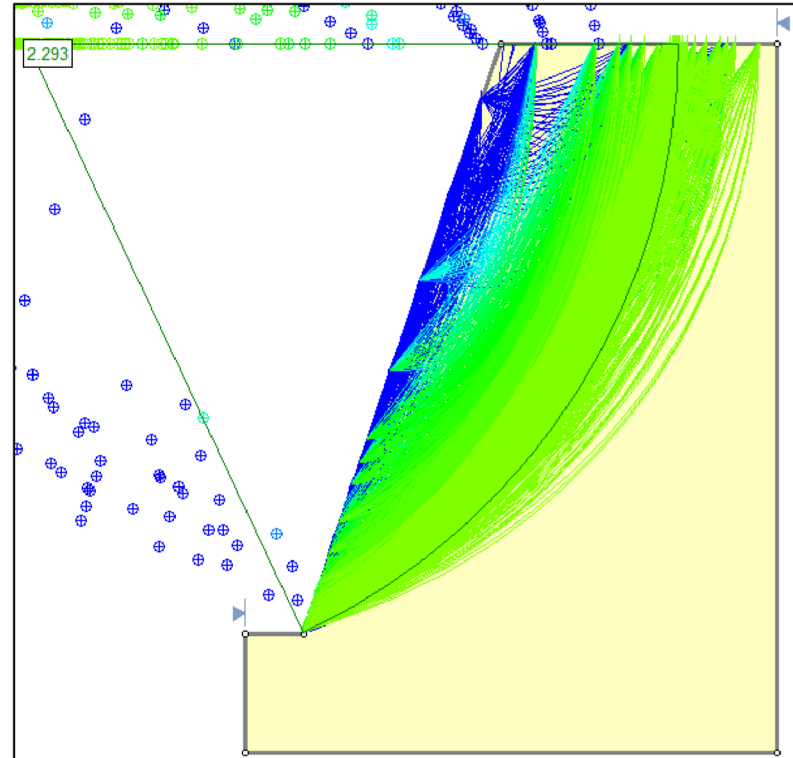
Fonte: Elaborado pelo Autor.

APÊNDICE B – Análises determinísticas FOSM

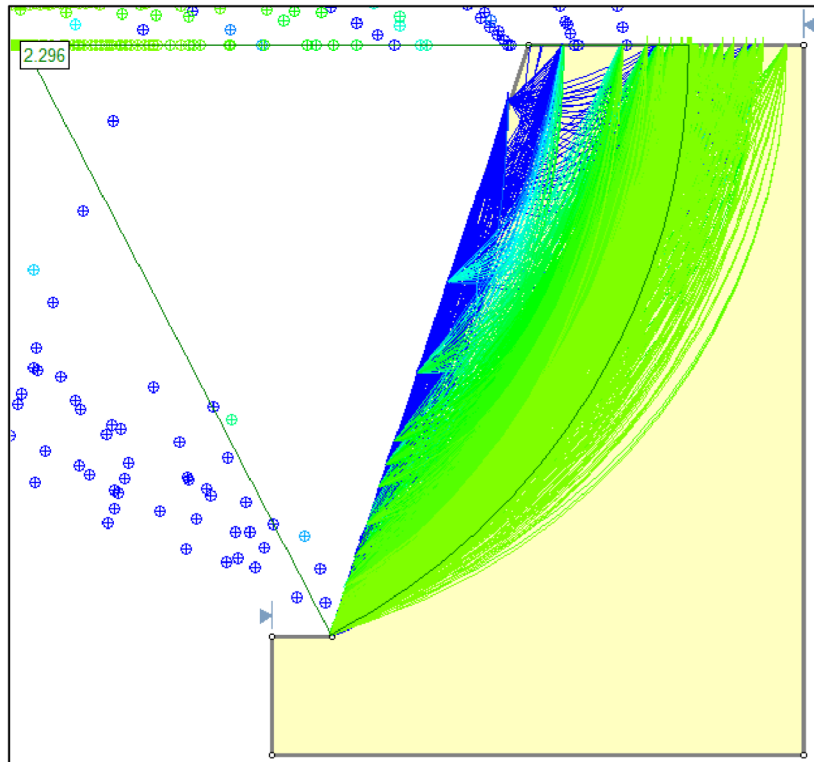
Resultado da simulação 1 – Talude 50 m (FOSM).



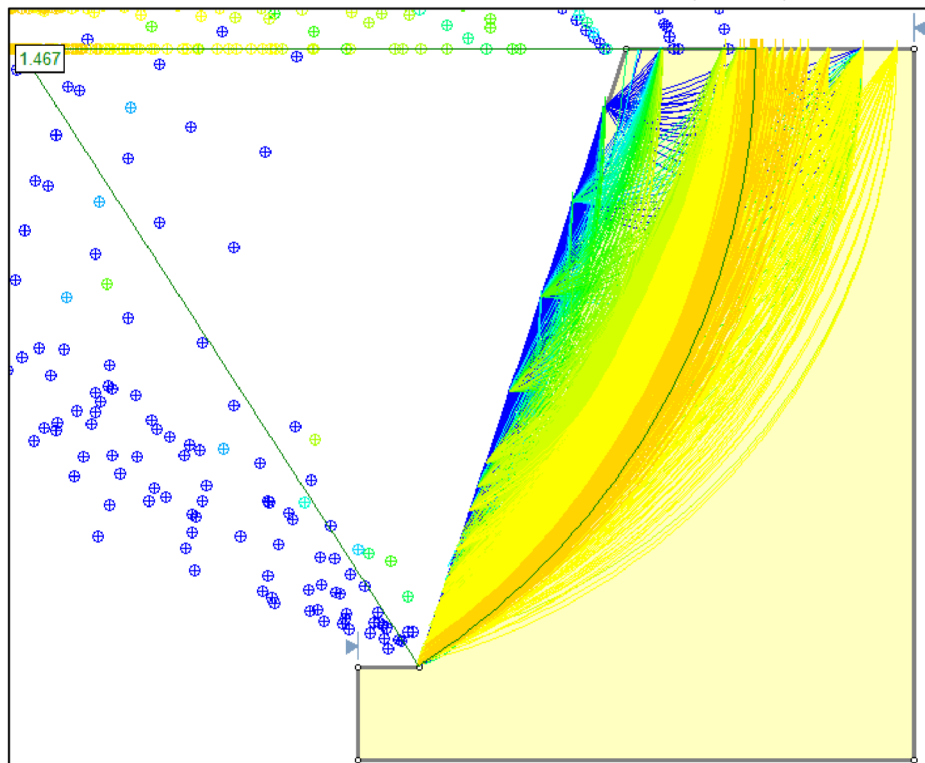
Resultado da simulação 2 – Talude 50 m (FOSM).



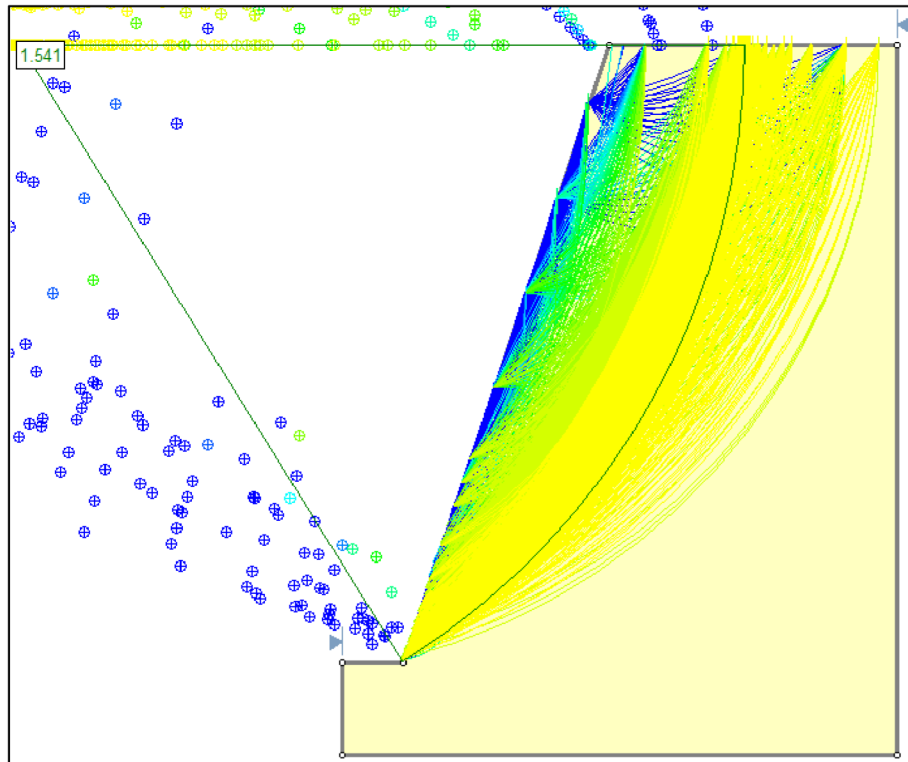
Resultado da simulação 3 – Talude 50 m (FOSM).



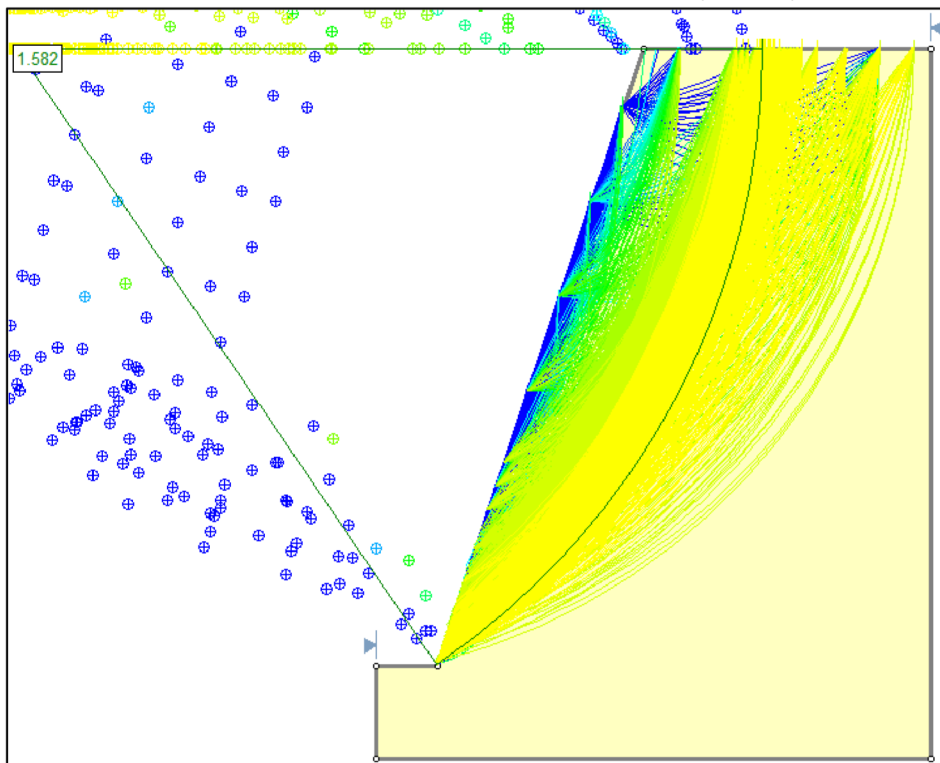
Resultado da simulação 1 – Talude 100 m (FOSM).



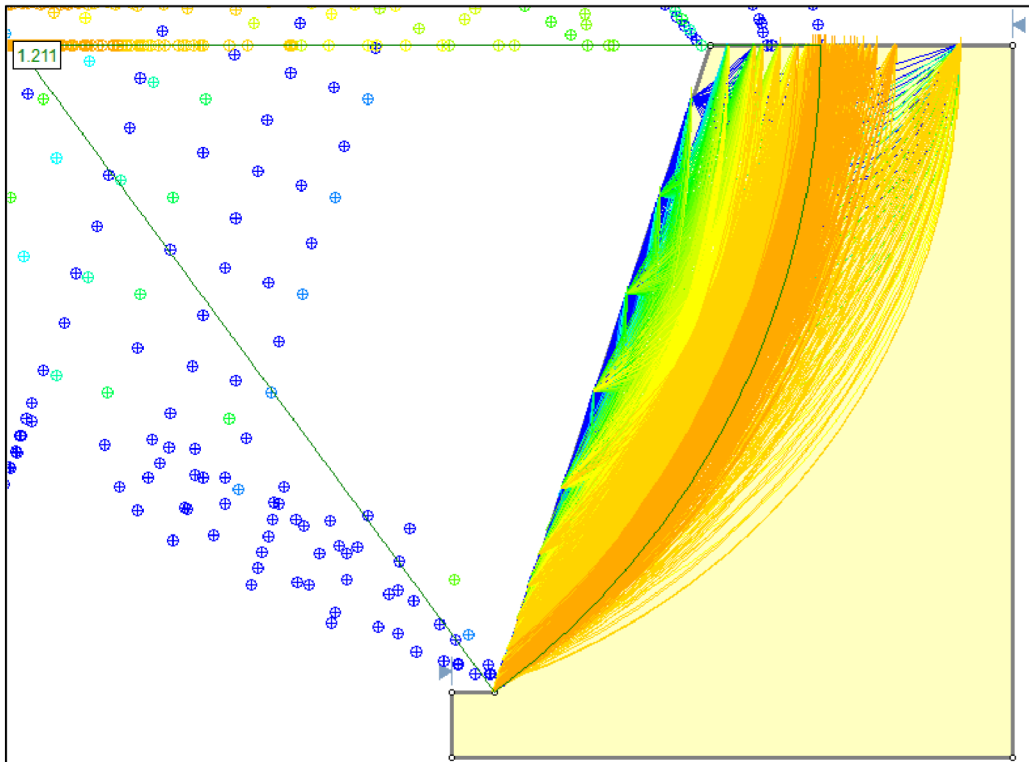
Resultado da simulação 2 – Talude 100 m (FOSM).



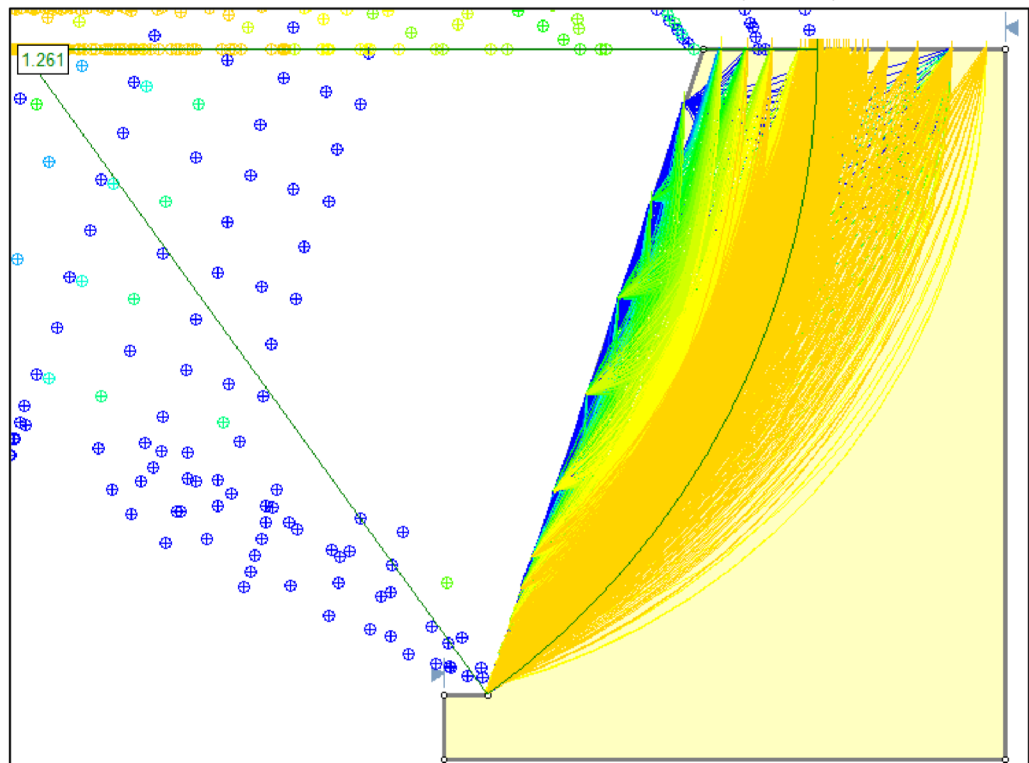
Resultado da simulação 3 – Talude 100 m (FOSM).



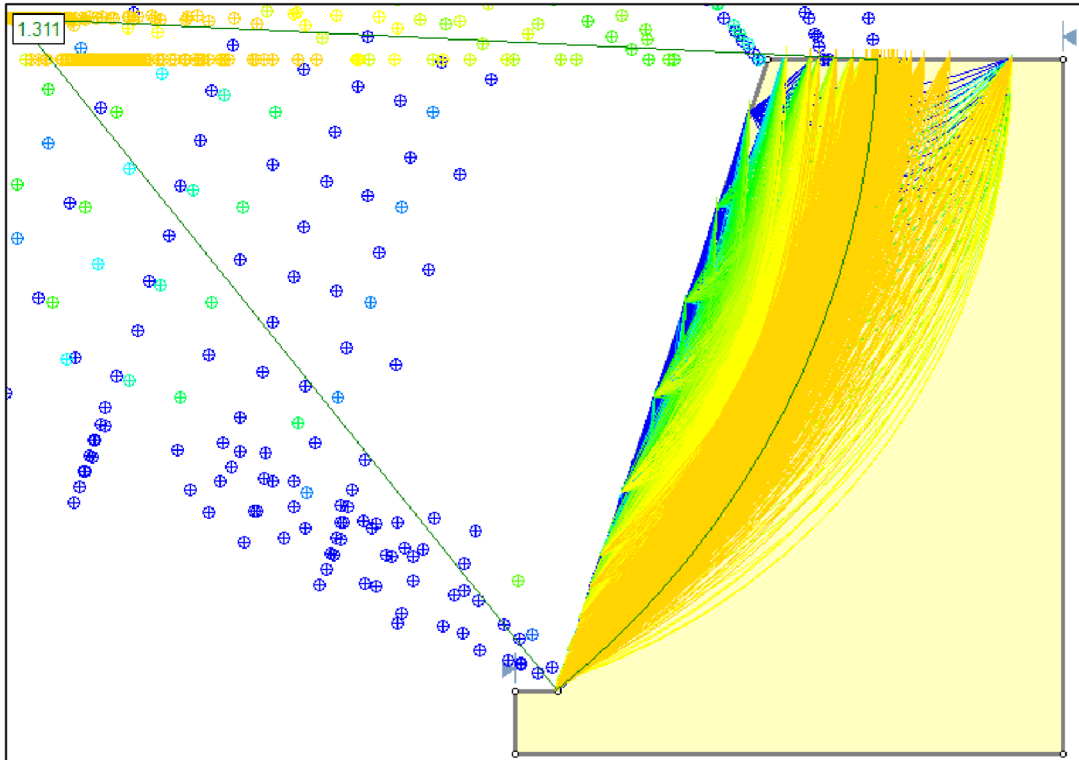
Resultado da simulação 1 – Talude 150 m (FOSM).



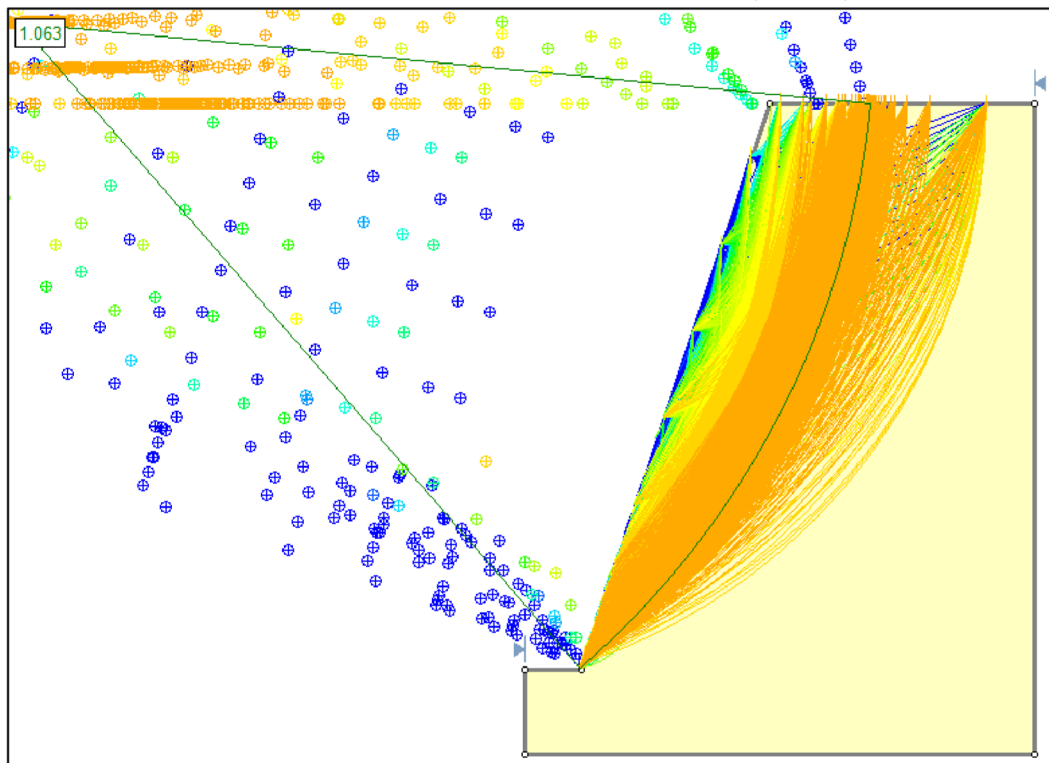
Resultado da simulação 2 – Talude 150 m (FOSM).



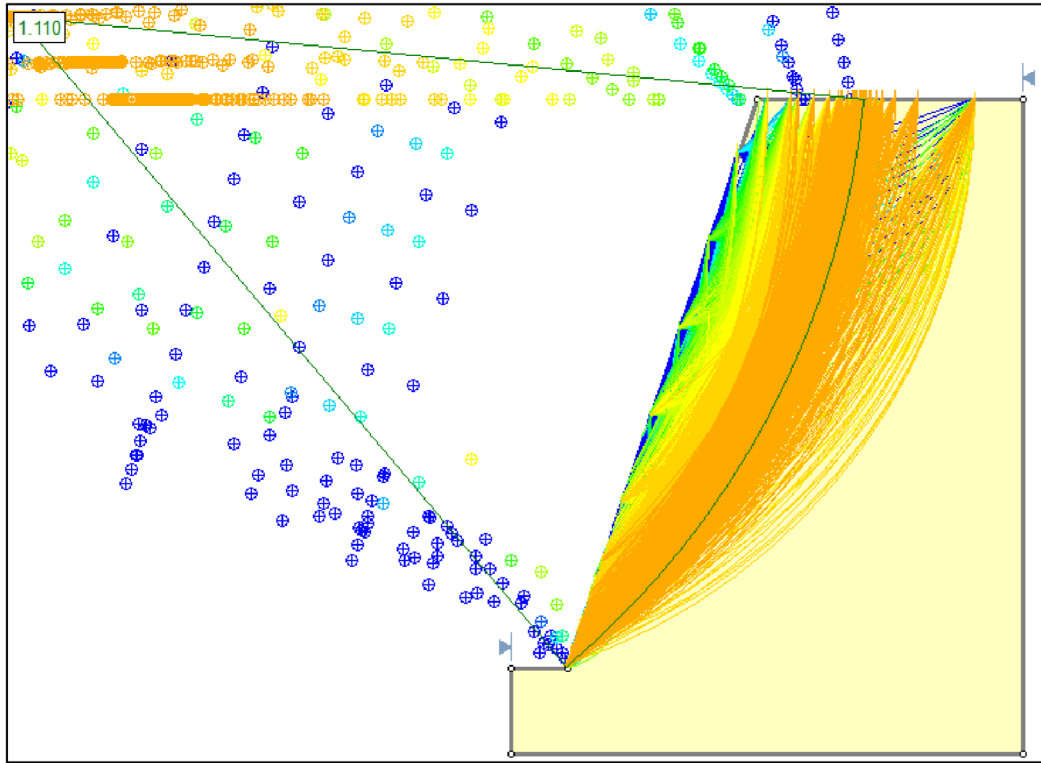
Resultado da simulação 3 – Talude 150 m (FOSM).



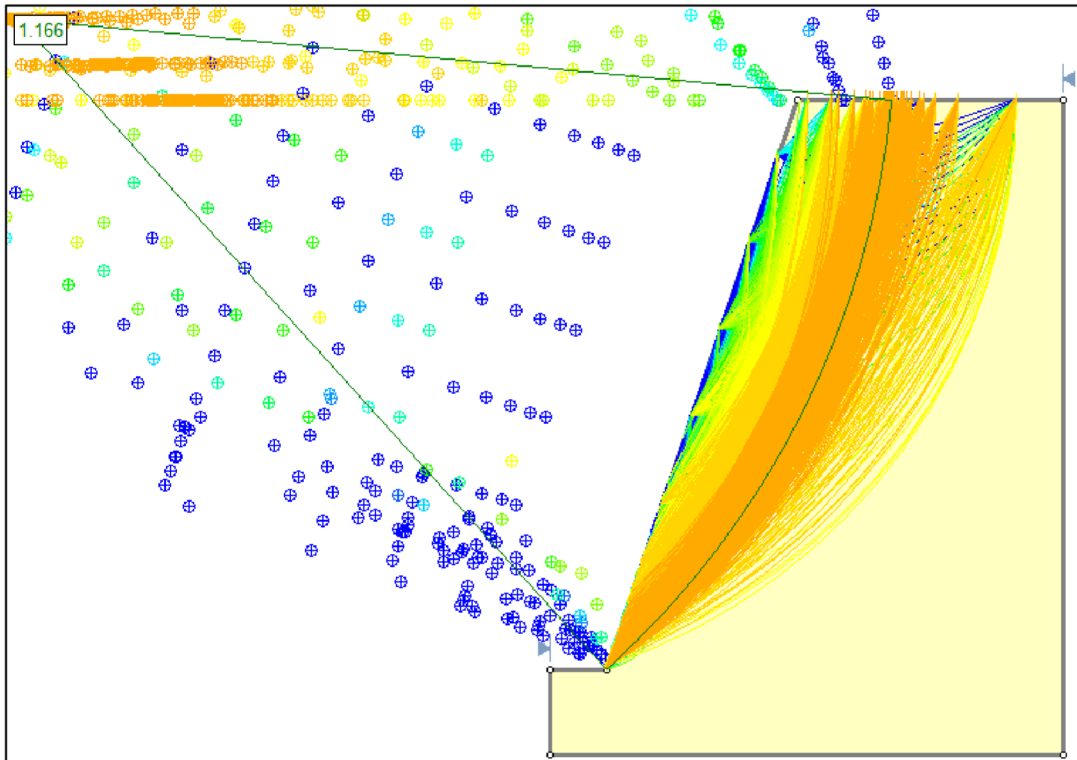
Resultado da simulação 1 – Talude 200 m (FOSM).



Resultado da simulação 2 – Talude 200 m (FOSM).

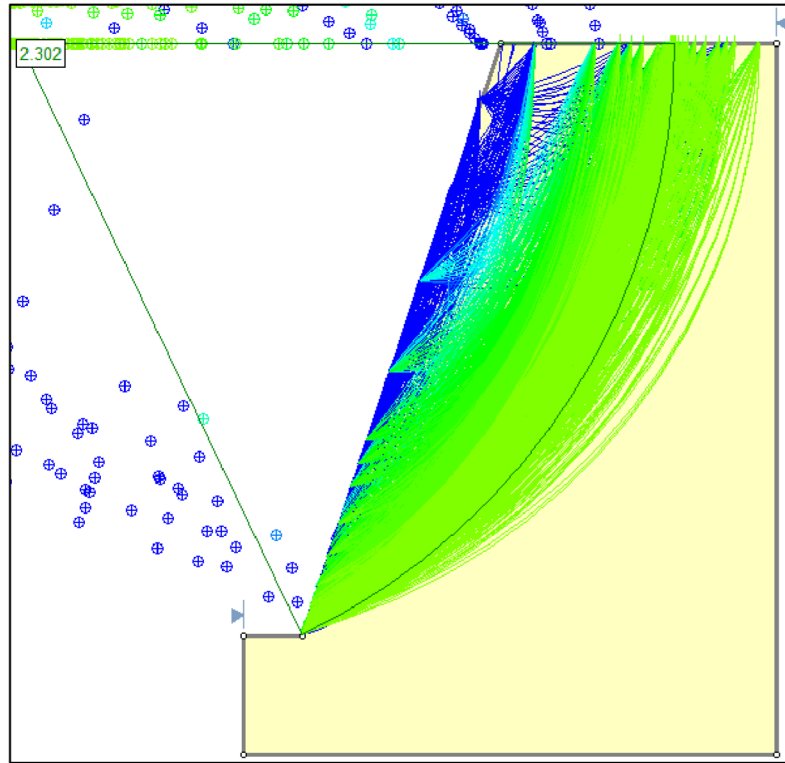


Resultado da simulação 3 – Talude 200 m (FOSM).

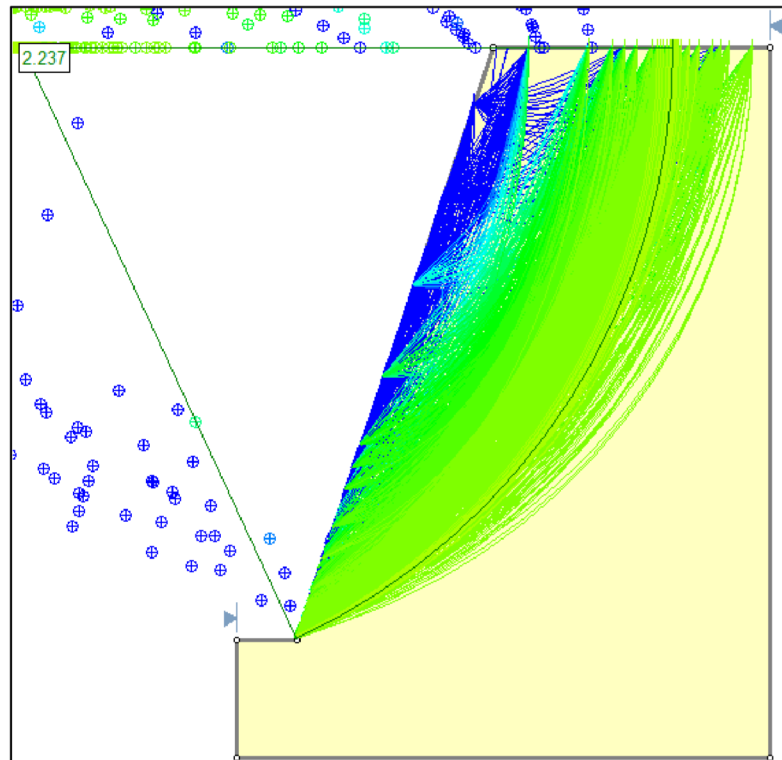


APÊNDICE C – Análises determinísticas PEM

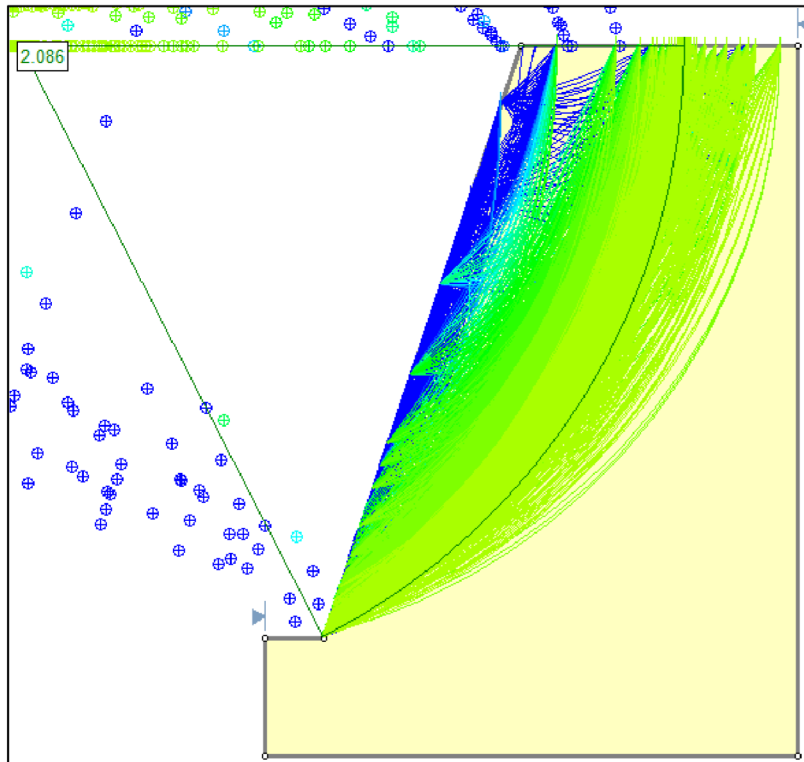
Resultado da simulação 1 – Talude 50 m (PEM).



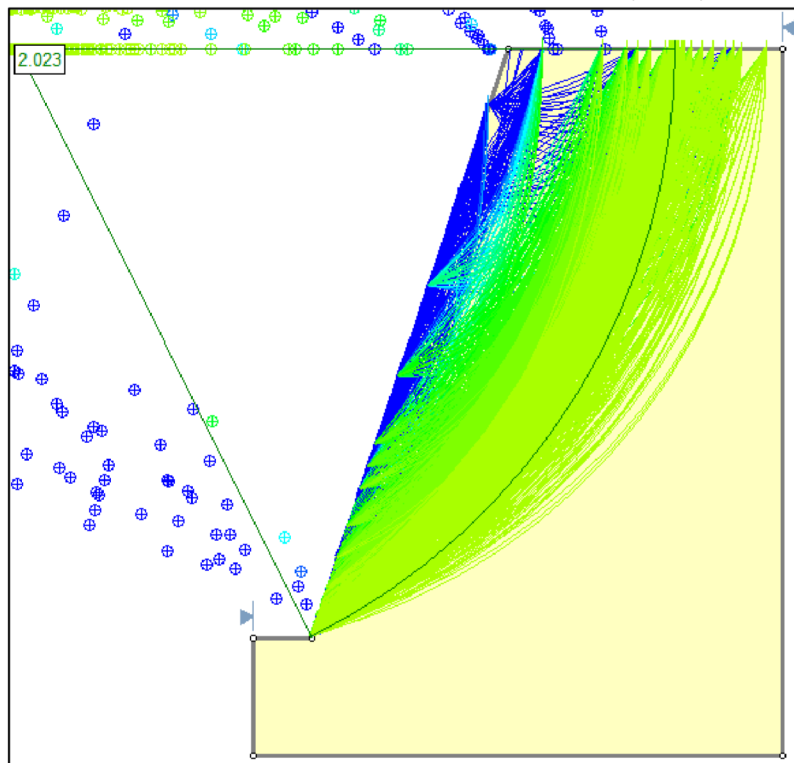
Resultado da simulação 2 – Talude 50 m (PEM).



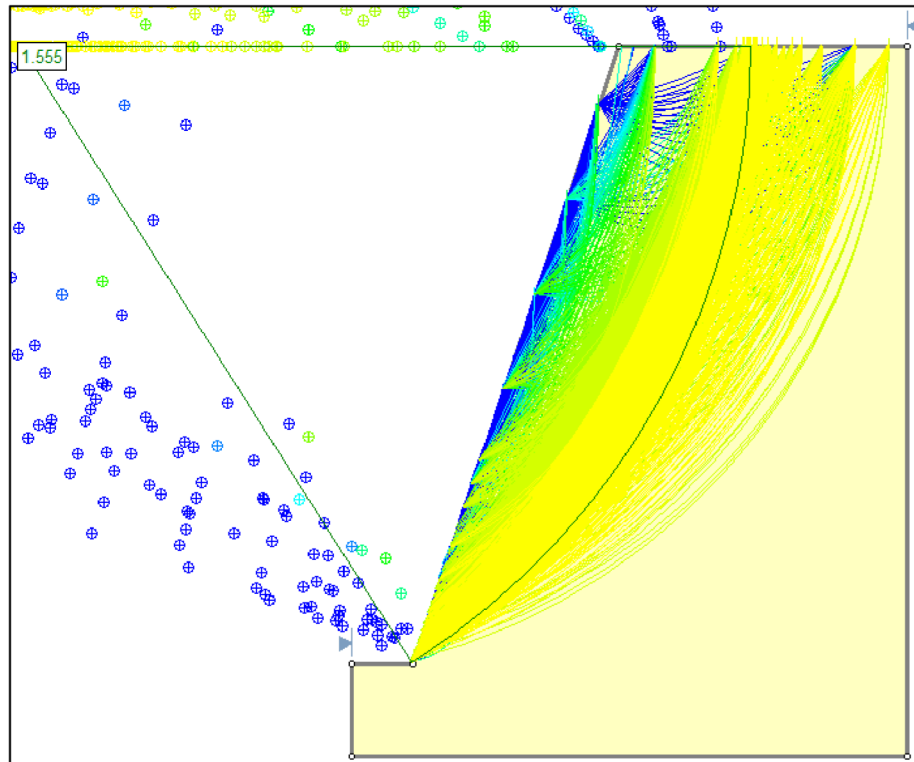
Resultado da simulação 3 – Talude 50 m (PEM).



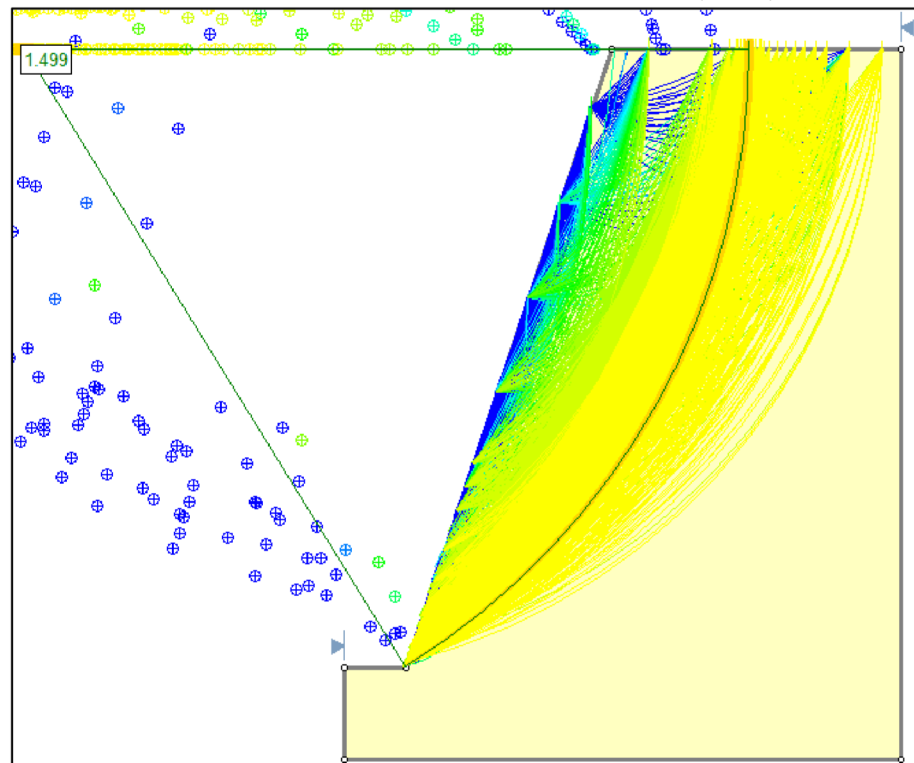
Resultado da simulação 4 – Talude 50 m (PEM).



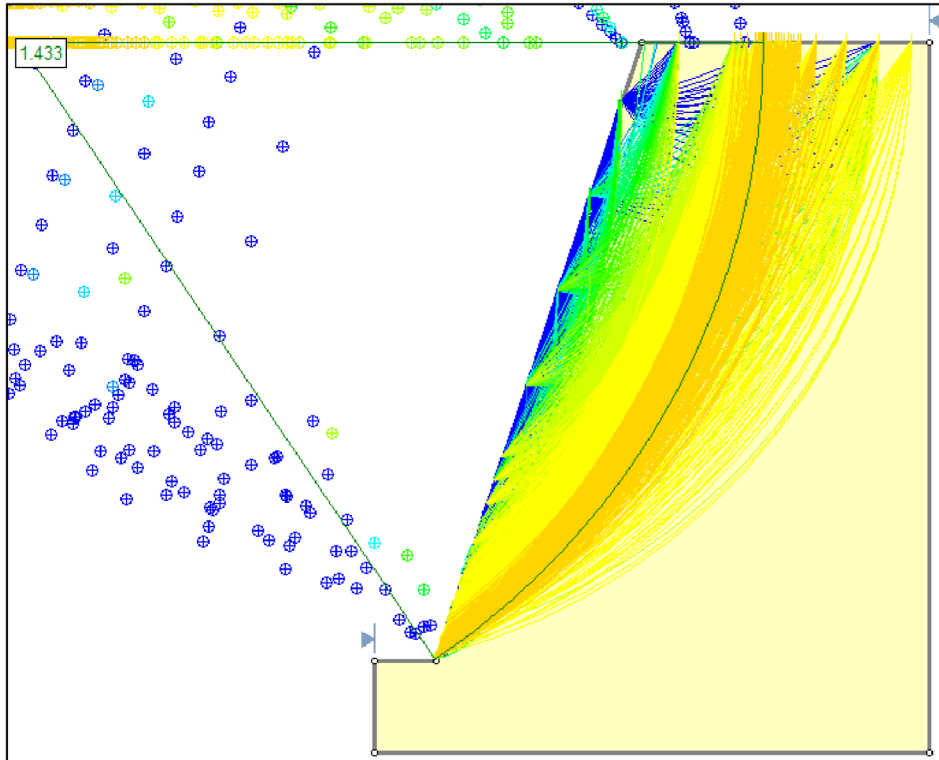
Resultado da simulação 1 – Talude 100 m (PEM).



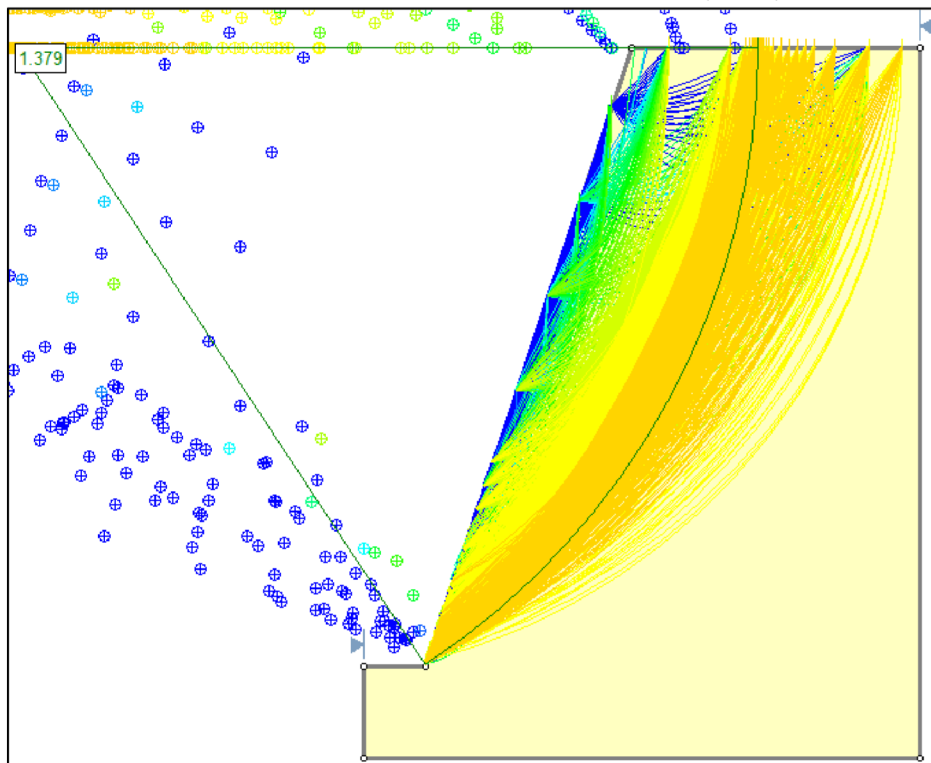
Resultado da simulação 2 – Talude 100 m (PEM).



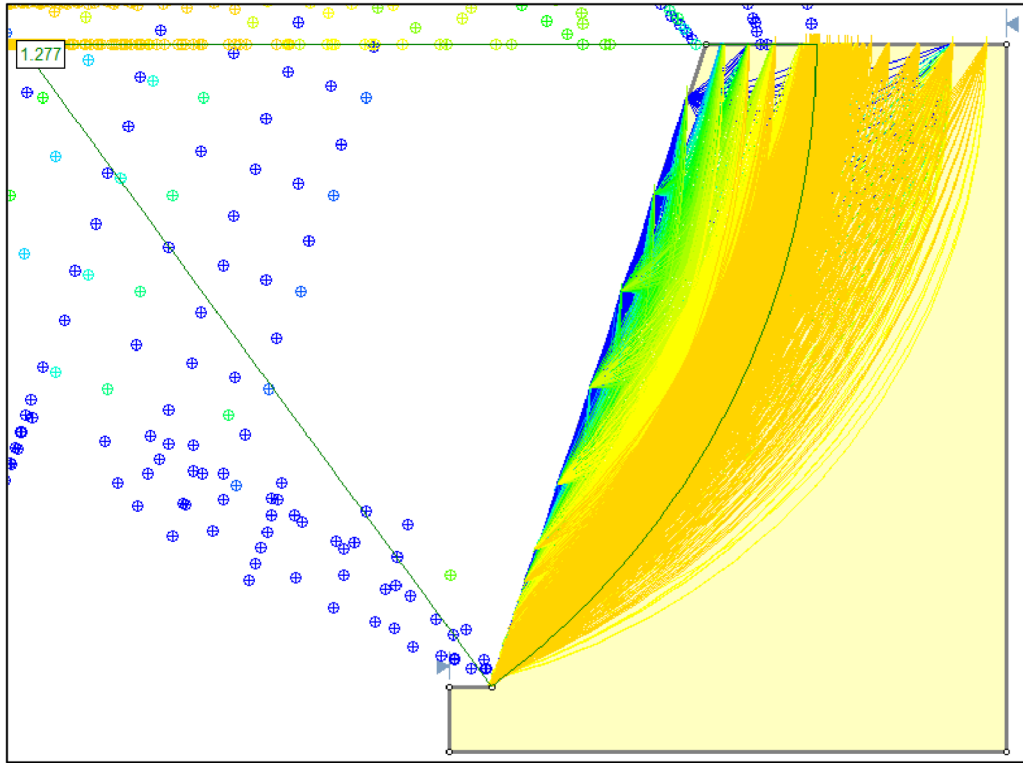
Resultado da simulação 3 – Talude 100 m (PEM).



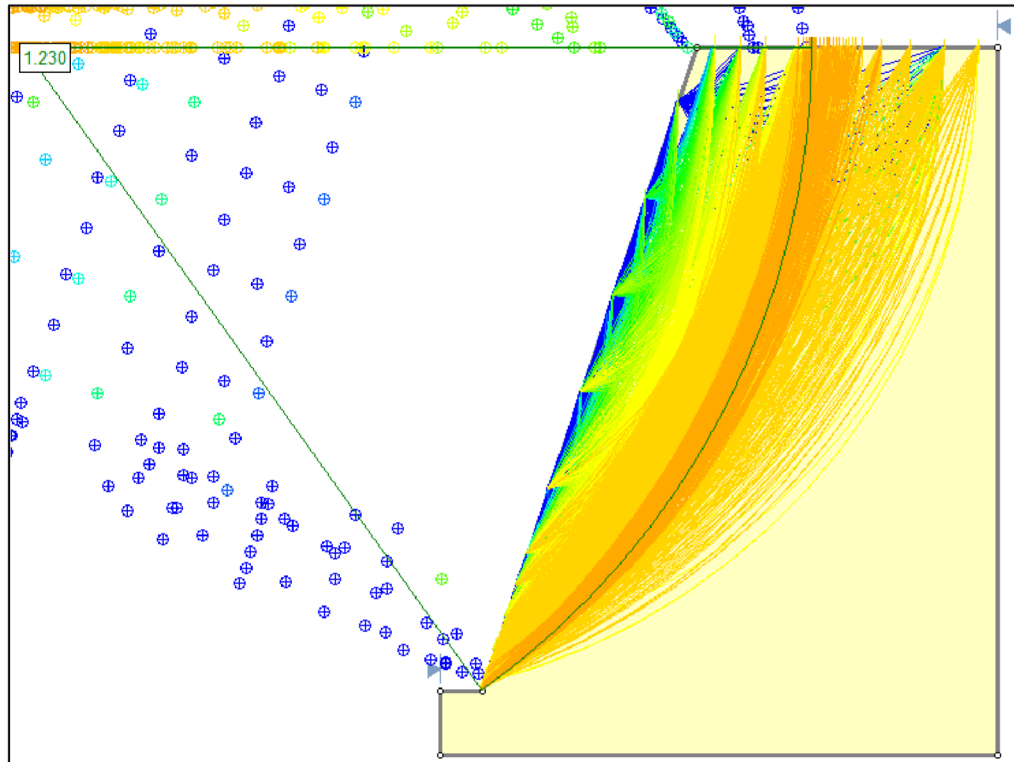
Resultado da simulação 4 – Talude 100 m (PEM).



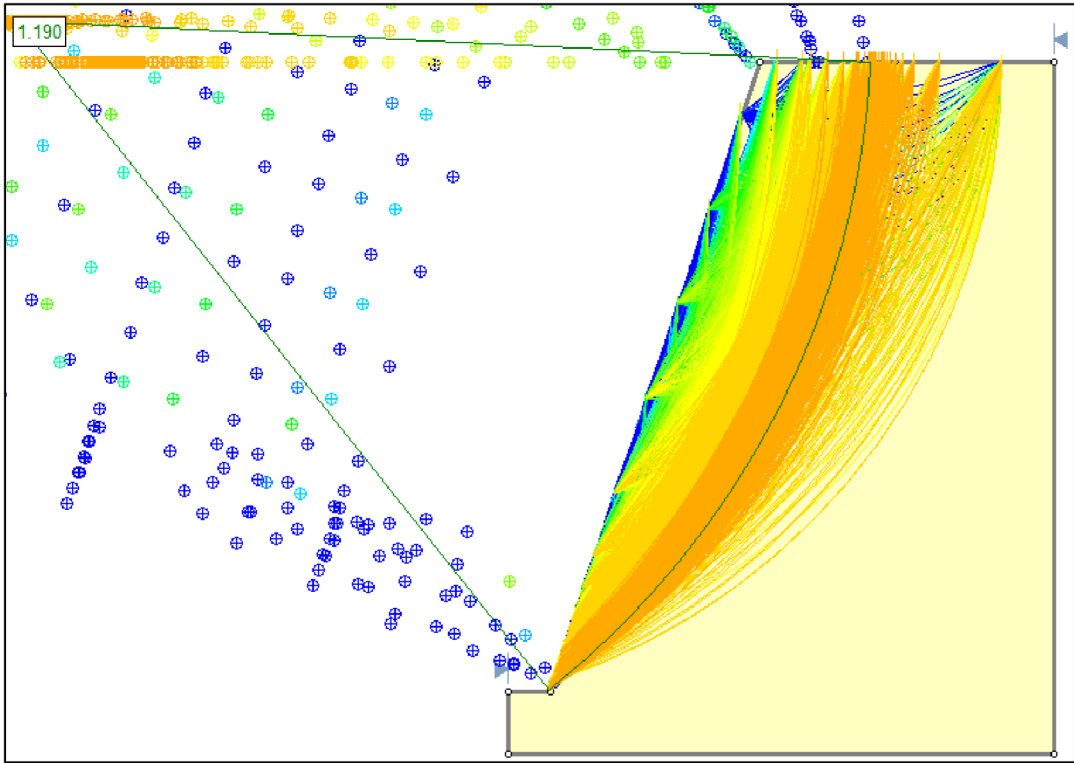
Resultado da simulação 1 – Talude 150 m (PEM).



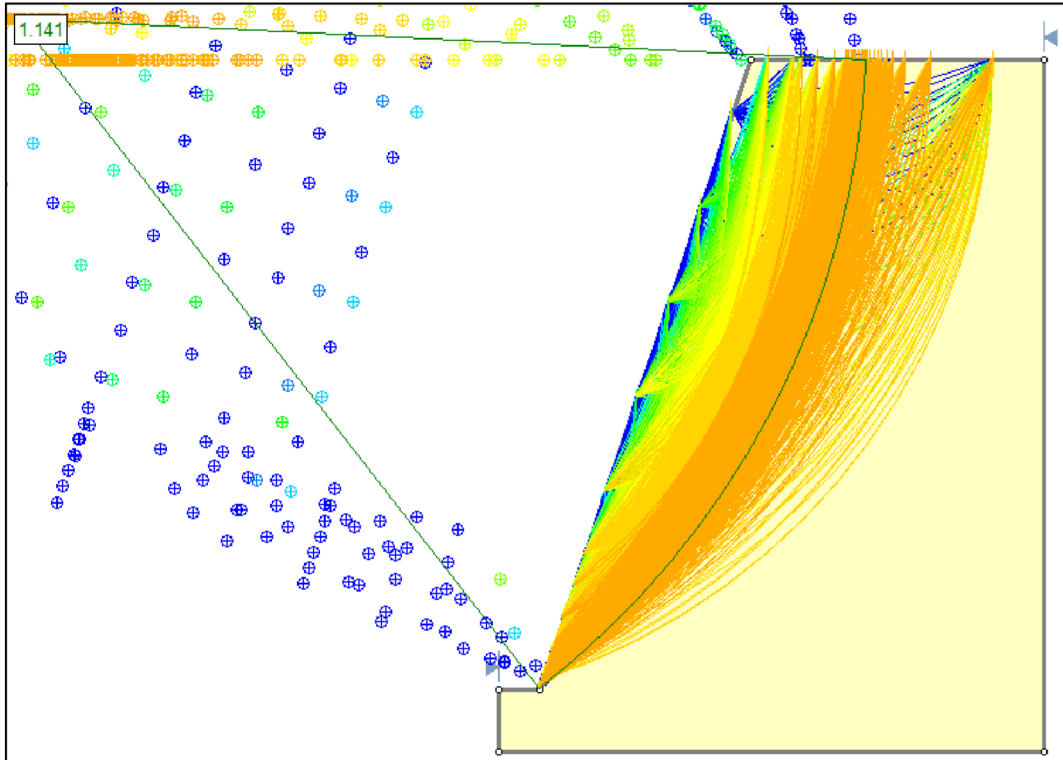
Resultado da simulação 2 – Talude 150 m (PEM).



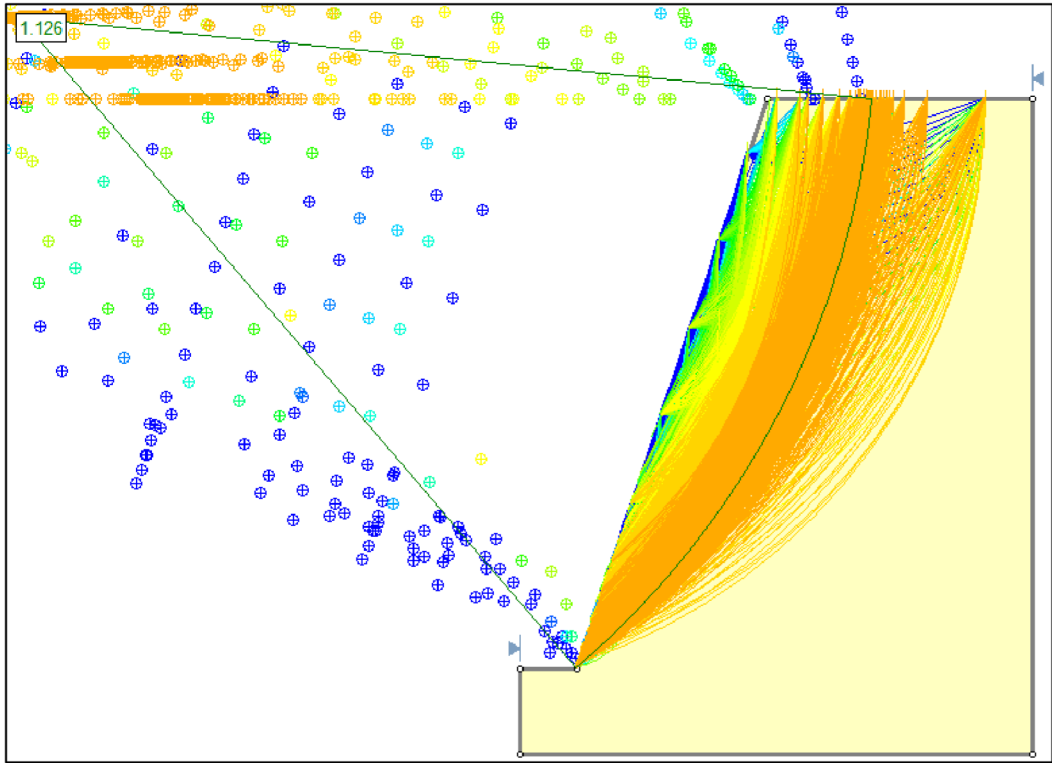
Resultado da simulação 3 – Talude 150 m (PEM).



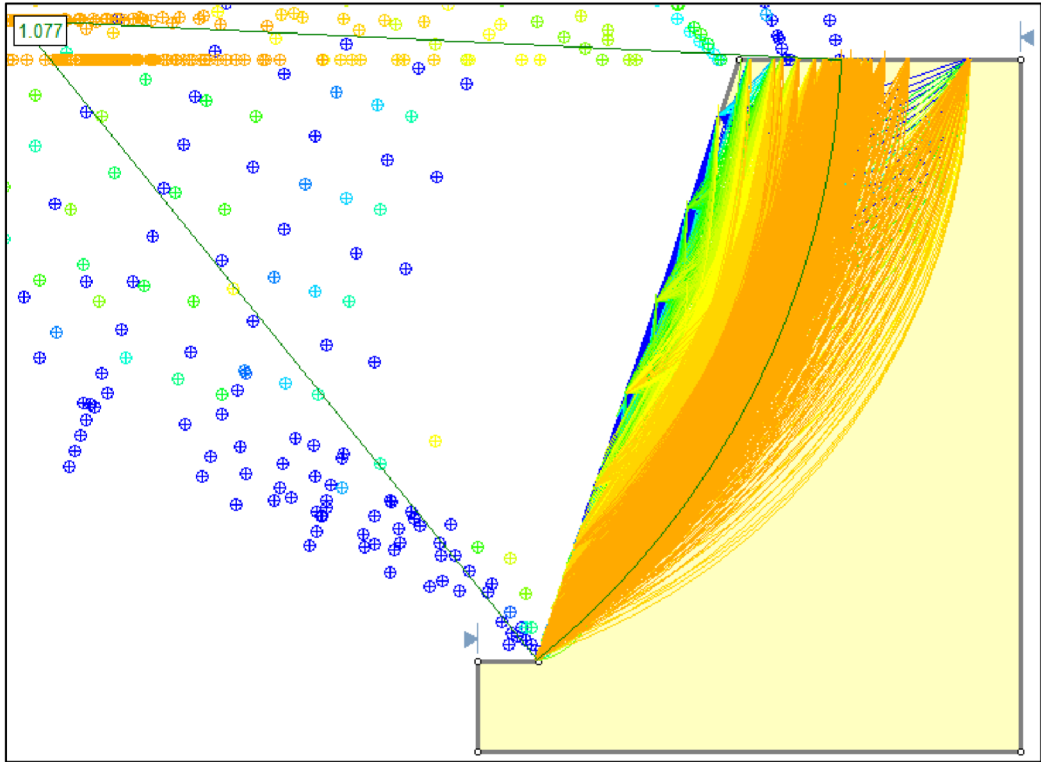
Resultado da simulação 4 – Talude 150 m (PEM).



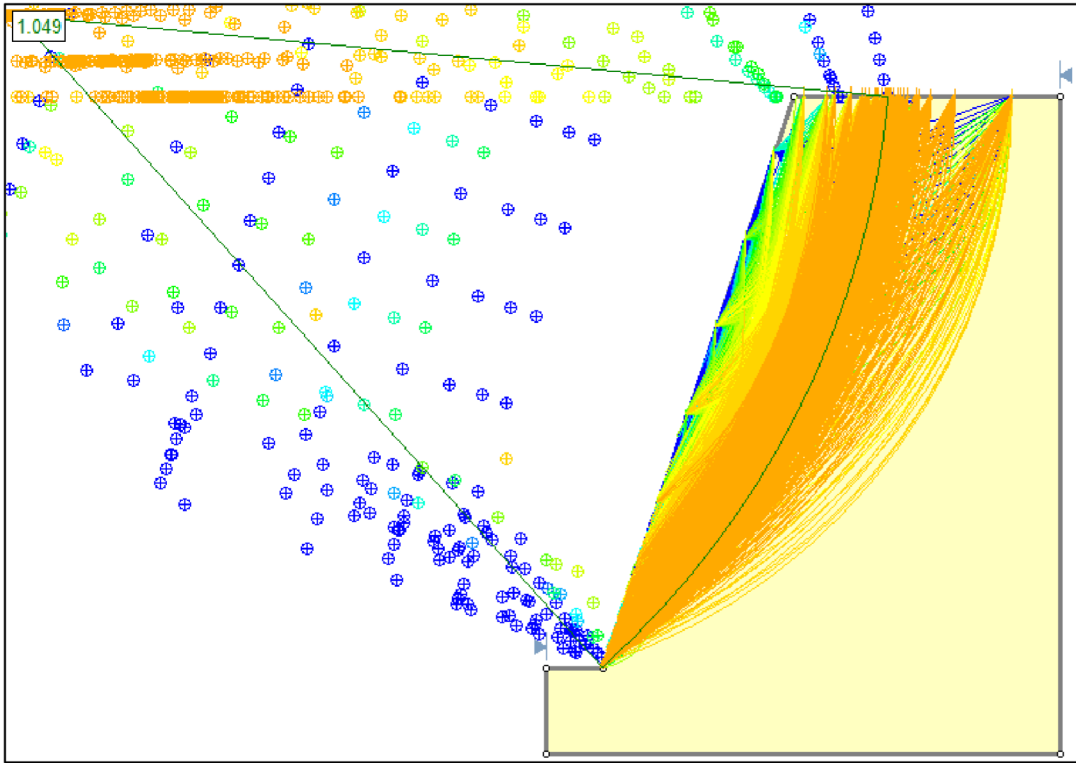
Resultado da simulação 1 – Talude 200 m (PEM).



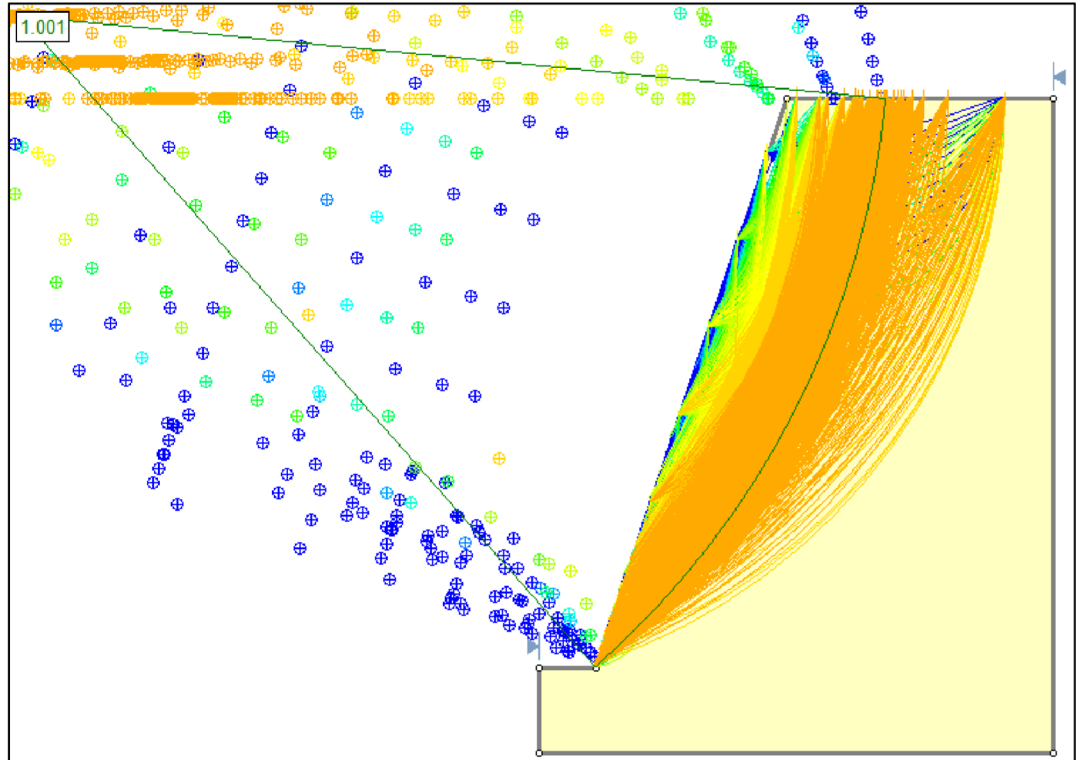
Resultado da simulação 2 – Talude 200 m (PEM).



Resultado da simulação 3 – Talude 200 m (PEM).



Resultado da simulação 4 – Talude 200 m (PEM).



APÊNDICE D – Valores fuzzificados dos parâmetros de resistência dos critérios de Hoek-Brown e Mohr-Coulomb

	h(x)	m _b	s	a	c' (kPa)	φ' (°)
TRECHO ASCENDENTE	0,0	0,821	0,000	0,522	293	35,67
	0,2	0,851	0,000	0,521	303	37,01
	0,4	0,882	0,001	0,520	314	38,40
	0,6	0,914	0,001	0,518	324	39,85
	0,8	0,947	0,001	0,517	335	41,37
PICO	1,0	0,981	0,001	0,516	346	42,97
TRECHO DESCENDENTE	0,8	1,017	0,001	0,515	358	44,65
	0,6	1,054	0,001	0,514	369	46,43
	0,4	1,092	0,001	0,513	382	48,31
	0,2	1,132	0,001	0,512	394	50,32
	0,0	1,173	0,001	0,511	408	52,47

APÊNDICE E – Cálculo do FS pelo modelo Fuzzy (memorial de cálculo)

MODELO FUZZY DE BISHOP SIMPLIFICADO (1955) -TALUDE 50 m

Grau de pertinência $\rightarrow \mu = 0,0$

FS_m = 2,339

Ita	c' (kPa)		ϕ' (°)	α (°)	L (m)	R (m)	W (kN)	N _{NUMERADOR}		N _{DENOMINADOR}		u (kPa)	x (m)	Wx (kNm)	FS				
	c _i	c _f						Num _i	Num _f	Den _i	Den _f				N _i	N _f	Num _i	Num _f	
1	293	408	35,67	52,47	26,62	1,40	55,57	52,89	-132,11	-60,42	2,41	2,67	-49,40	-25,04	0	24,90	1316,88	20868,41	29919,90
2	293	408	35,67	52,47	28,07	1,42	55,57	157,99	97,29	173,58	2,40	2,68	36,35	72,28	0	26,15	4131,53	24591,22	37378,96
3	293	408	35,67	52,47	29,54	1,44	55,57	261,70	322,76	403,84	2,39	2,68	120,58	169,06	0	27,40	7171,33	28281,22	44837,73
4	293	408	35,67	52,47	31,04	1,46	55,57	363,95	544,07	630,16	2,37	2,68	203,37	265,42	0	28,66	10429,35	31944,79	52309,52
5	293	408	35,67	52,47	32,56	1,49	55,57	464,69	760,95	852,29	2,36	2,67	284,80	361,49	0	29,91	13898,08	35588,45	59808,32
6	293	408	35,67	52,47	34,10	1,51	55,57	563,84	973,12	1069,99	2,34	2,67	364,94	457,42	0	31,16	17569,44	39219,14	67349,55
7	293	408	35,67	52,47	35,68	1,54	55,57	661,30	1180,23	1282,94	2,32	2,66	443,85	553,32	0	32,41	21434,57	42844,22	74949,99
8	293	408	35,67	52,47	37,28	1,57	55,57	756,98	1381,89	1490,80	2,30	2,65	521,57	649,35	0	33,67	25483,94	46471,70	82628,38
9	293	408	35,67	52,47	38,93	1,61	55,57	850,77	1577,63	1693,16	2,27	2,64	598,16	745,67	0	34,92	29706,62	50110,19	90405,39
10	293	408	35,67	52,47	40,61	1,65	55,57	942,52	1766,90	1889,53	2,24	2,62	673,64	842,42	0	36,17	34090,97	53769,57	98305,15
11	293	408	35,67	52,47	42,33	1,69	55,57	1032,09	1949,04	2079,34	2,21	2,61	748,00	939,78	0	37,42	38623,39	57460,84	106354,94
12	293	408	35,67	52,47	44,10	1,74	55,57	1119,29	2123,27	2261,90	2,18	2,59	821,23	1037,94	0	38,68	43288,55	61196,65	114586,60
13	293	408	35,67	52,47	45,93	1,80	55,57	1203,91	2288,61	2436,37	2,14	2,56	893,26	1137,08	0	39,93	48069,29	64992,39	123038,96
14	293	408	35,67	52,47	47,82	1,86	55,57	1255,39	2372,99	2530,84	2,10	2,54	936,04	1203,70	0	41,18	51697,42	67751,01	129319,86
15	293	408	35,67	52,47	49,78	1,94	55,57	1213,08	2233,75	2402,89	2,06	2,50	891,98	1167,29	0	42,43	51474,77	67205,63	128370,69
16	293	408	35,67	52,47	51,82	2,03	55,57	1161,14	2066,66	2248,58	2,01	2,47	837,06	1118,67	0	43,69	50725,64	66428,54	126817,96
17	293	408	35,67	52,47	53,96	2,13	55,57	1105,13	1883,20	2079,82	1,96	2,43	775,43	1063,02	0	44,94	49663,63	65643,43	125117,54
18	293	408	35,67	52,47	56,22	2,25	55,57	1044,40	1679,66	1893,51	1,90	2,38	705,04	998,10	0	46,19	48243,55	64852,98	123224,64
19	293	408	35,67	52,47	58,62	2,40	55,57	978,05	1450,60	1685,16	1,83	2,33	622,81	920,48	0	47,45	46404,79	64062,28	121069,37
20	293	408	35,67	52,47	61,20	2,60	55,57	904,84	1187,78	1448,00	1,76	2,27	523,85	824,68	0	48,70	44066,30	63285,34	118545,09
21	293	408	35,67	52,47	64,01	2,86	55,57	822,91	877,44	1170,93	1,67	2,19	399,77	701,12	0	49,96	41109,40	62552,66	115466,25
22	293	408	35,67	52,47	67,15	3,22	55,57	729,26	494,26	833,74	1,57	2,11	234,49	531,12	0	51,21	37347,59	61939,27	111477,57
23	293	408	35,67	52,47	70,77	3,80	55,57	618,34	-17,44	392,74	1,45	2,00	-8,72	271,22	0	52,47	32446,86	61658,50	105767,51
24	293	408	35,67	52,47	75,27	4,93	55,57	477,11	-826,28	-282,01	1,29	1,85	-445,81	-218,81	0	53,75	25644,21	62542,33	95774,71
25	293	408	35,67	52,47	83,91	11,80	55,57	198,29	-4318,43	-2978,29	0,96	1,54	-2799,52	-3095,70	0	55,26	10957,54	80689,19	43339,08

$\Sigma = 784995,62$ 1345949,94 2326163,67
FS 1,71 2,96

MODELO FUZZY DE BISHOP SIMPLIFICADO (1955) - TALUDE 50 m

Grau de pertinência $\rightarrow \mu = 0,2$

FS_m = 2,269

n	c' (kPa)		ϕ (°)	ϕ	α (°)	L (m)	R (m)	W (kN)		N _{denominador}		N (kN)		u (kPa)	x (m)	Wx (kNm)		FS		
	c _i	c _f						Num _i	Num _f	Den _i	Den _f	N _i	N _f			Num _i	Num _f	Num _i	Num _f	
1	303	394	37,01	50,32	26,62	1,40	55,57	52,89	-127,55	-70,39	2,37	2,57	-49,67	-29,75	0	24,90	1316,88	21533,62	28711,91	
2	303	394	37,01	50,32	28,07	1,42	55,57	157,99	94,99	155,82	2,36	2,57	36,98	66,13	0	26,15	4131,53	25474,94	35539,14	
3	303	394	37,01	50,32	29,54	1,44	55,57	261,70	313,71	378,36	2,35	2,57	122,17	161,33	0	27,40	7171,33	29384,32	42358,93	
4	303	394	37,01	50,32	31,04	1,46	55,57	363,95	528,40	597,05	2,33	2,57	205,99	255,98	0	28,66	10429,35	33268,43	49183,23	
5	303	394	37,01	50,32	32,56	1,49	55,57	464,69	738,81	811,64	2,32	2,56	288,52	350,19	0	29,91	13898,08	37134,13	56024,56	
6	303	394	37,01	50,32	34,10	1,51	55,57	563,84	944,64	1021,88	2,30	2,55	369,84	444,09	0	31,16	17569,44	40988,72	62896,65	
7	303	394	37,01	50,32	35,68	1,54	55,57	661,30	1145,57	1227,47	2,28	2,55	450,00	537,80	0	32,41	21434,57	44839,94	69814,40	
8	303	394	37,01	50,32	37,28	1,57	55,57	756,98	1341,21	1428,06	2,26	2,54	529,06	631,44	0	33,67	25483,94	48696,24	76794,39	
9	303	394	37,01	50,32	38,93	1,61	55,57	850,77	1531,12	1623,24	2,24	2,52	607,07	725,15	0	34,92	29706,62	52566,72	83854,81	
10	303	394	37,01	50,32	40,61	1,65	55,57	942,52	1714,75	1812,53	2,21	2,51	684,05	819,07	0	36,17	34090,97	56461,79	91016,87	
11	303	394	37,01	50,32	42,33	1,69	55,57	1032,09	1891,48	1995,38	2,18	2,49	760,02	913,33	0	37,42	38623,39	60393,07	98304,46	
12	303	394	37,01	50,32	44,10	1,74	55,57	1119,29	2060,54	2171,07	2,15	2,47	834,95	1008,08	0	38,68	43288,55	64373,89	105745,34	
13	303	394	37,01	50,32	45,93	1,80	55,57	1203,91	2220,98	2338,80	2,12	2,44	908,80	1103,46	0	39,93	48069,29	68420,49	113373,36	
14	303	394	37,01	50,32	47,82	1,86	55,57	1255,39	2302,90	2428,77	2,08	2,42	953,02	1166,61	0	41,18	51697,42	71360,39	119017,15	
15	303	394	37,01	50,32	49,78	1,94	55,57	1213,08	2167,94	2302,81	2,04	2,39	908,92	1128,56	0	42,43	51474,77	70766,60	118098,52	
16	303	394	37,01	50,32	51,82	2,03	55,57	1161,14	2005,98	2151,04	1,99	2,35	853,73	1078,34	0	43,69	50725,64	69916,99	116635,79	
17	303	394	37,01	50,32	53,96	2,13	55,57	1105,13	1828,16	1984,94	1,94	2,31	791,68	1020,98	0	44,94	49663,63	69047,99	115043,97	
18	303	394	37,01	50,32	56,22	2,25	55,57	1044,40	1630,88	1801,40	1,89	2,26	720,65	954,22	0	46,19	48243,55	68158,61	113284,92	
19	303	394	37,01	50,32	58,62	2,40	55,57	978,05	1408,88	1595,91	1,82	2,21	637,45	874,60	0	47,45	46404,79	67248,29	111299,51	
20	303	394	37,01	50,32	61,20	2,60	55,57	904,84	1154,17	1361,67	1,75	2,15	537,07	776,59	0	48,70	44066,30	66321,99	108998,55	
21	303	394	37,01	50,32	64,01	2,86	55,57	822,91	853,44	1087,46	1,67	2,08	410,84	650,59	0	49,96	41109,40	65394,37	106228,35	
22	303	394	37,01	50,32	67,15	3,22	55,57	729,26	482,15	752,85	1,58	1,99	242,10	477,84	0	51,21	37347,59	64509,49	102698,30	
23	303	394	37,01	50,32	70,77	3,80	55,57	618,34	-13,57	313,49	1,46	1,89	-7,20	214,90	0	52,47	32446,86	63808,58	97754,24	
24	303	394	37,01	50,32	75,27	4,93	55,57	477,11	-797,00	-363,00	1,31	1,74	-457,44	-278,02	0	53,75	25644,21	63891,32	89369,90	
25	303	394	37,01	50,32	83,91	11,80	55,57	198,29	-4177,63	-3109,02	0,99	1,44	-2902,75	-3139,52	0	55,26	10957,54	77309,15	48347,18	
$\Sigma =$																784995,62	1401270,04	2160394,43		
$\Sigma =$																FS	1,79	2,75		

MODELO FUZZY DE BISHOP SIMPLIFICADO (1955) - TALUDE 50 m

Grau de pertinência → $\mu = 0,4$

FS_m = 2,217

n	c' (kPa)		φ (°)		α (°)	L (m)	R (m)	W (kN)	N _{NUMERADOR}		N _{DENOMINADOR}		N (kN)		u (kPa)	x (m)	Wx (kNm)	FS	
	c _i	c _f	φ _i	φ _f					Num _i	Num _f	Den _i	Den _f	N _i	N _f				Num _i	Num _f
1	314	382	38,40	48,31	26,62	1,40	55,57	52,89	-122,28	-79,52	2,34	2,49	-49,20	-34,02	0	24,90	1316,88	22242,90	27591,58
2	314	382	38,40	48,31	28,07	1,42	55,57	157,99	95,38	140,89	2,33	2,48	38,39	60,48	0	26,15	4131,53	26422,98	33880,67
3	314	382	38,40	48,31	29,54	1,44	55,57	261,70	309,32	357,69	2,32	2,48	124,59	154,19	0	27,40	7171,33	30572,28	40156,53
4	314	382	38,40	48,31	31,04	1,46	55,57	363,95	519,33	570,68	2,31	2,48	209,51	247,21	0	28,66	10429,35	34697,84	46429,99
5	314	382	38,40	48,31	32,56	1,49	55,57	464,69	725,15	779,63	2,30	2,47	293,22	339,66	0	29,91	13898,08	38806,87	52712,39
6	314	382	38,40	48,31	34,10	1,51	55,57	563,84	926,51	984,29	2,28	2,47	375,79	431,64	0	31,16	17569,44	42907,11	59016,07
7	314	382	38,40	48,31	35,68	1,54	55,57	661,30	1123,09	1184,36	2,26	2,46	457,29	523,28	0	32,41	21434,57	47006,77	65354,40
8	314	382	38,40	48,31	37,28	1,57	55,57	756,98	1314,52	1379,49	2,24	2,44	537,79	614,67	0	33,67	25483,94	51114,78	71742,16
9	314	382	38,40	48,31	38,93	1,61	55,57	850,77	1500,35	1569,26	2,22	2,43	617,32	705,94	0	34,92	29706,62	55240,83	78195,60
10	314	382	38,40	48,31	40,61	1,65	55,57	942,52	1680,07	1753,22	2,20	2,41	695,92	797,20	0	36,17	34090,97	59396,00	84733,52
11	314	382	38,40	48,31	42,33	1,69	55,57	1032,09	1853,06	1930,78	2,17	2,40	773,62	888,56	0	37,42	38623,39	63592,61	91377,05
12	314	382	38,40	48,31	44,10	1,74	55,57	1119,29	2018,57	2101,26	2,14	2,37	850,41	980,14	0	38,68	43288,55	67844,87	98150,74
13	314	382	38,40	48,31	45,93	1,80	55,57	1203,91	2175,69	2263,83	2,11	2,35	926,24	1072,04	0	39,93	48069,29	72169,99	105084,39
14	314	382	38,40	48,31	47,82	1,86	55,57	1255,39	2256,09	2350,26	2,08	2,32	972,07	1132,00	0	41,18	51697,42	75313,28	110194,14
15	314	382	38,40	48,31	49,78	1,94	55,57	1213,08	2124,56	2225,46	2,04	2,29	928,11	1092,53	0	42,43	51474,77	74672,63	109308,68
16	314	382	38,40	48,31	51,82	2,03	55,57	1161,14	1966,68	2075,20	1,99	2,25	872,86	1040,96	0	43,69	50725,64	73750,48	107930,46
17	314	382	38,40	48,31	53,96	2,13	55,57	1105,13	1793,37	1910,66	1,95	2,21	810,61	982,18	0	44,94	49663,63	72797,34	106440,06
18	314	382	38,40	48,31	56,22	2,25	55,57	1044,40	1601,13	1728,70	1,89	2,17	739,20	913,91	0	46,19	48243,55	71808,46	104805,31
19	314	382	38,40	48,31	58,62	2,40	55,57	978,05	1384,84	1524,76	1,83	2,11	655,37	832,68	0	47,45	46404,79	70777,44	102976,64
20	314	382	38,40	48,31	61,20	2,60	55,57	904,84	1136,75	1291,97	1,76	2,05	553,96	732,97	0	48,70	44066,30	69699,93	100880,39
21	314	382	38,40	48,31	64,01	2,86	55,57	822,91	843,92	1018,99	1,68	1,98	426,06	605,14	0	49,96	41109,40	68574,20	98391,00
22	314	382	38,40	48,31	67,15	3,22	55,57	729,26	482,56	685,07	1,59	1,90	254,56	430,50	0	51,21	37347,59	67412,25	95274,65
23	314	382	38,40	48,31	70,77	3,80	55,57	618,34	0,40	245,07	1,48	1,79	0,22	165,76	0	52,47	32446,86	66280,39	91014,45
24	314	382	38,40	48,31	75,27	4,93	55,57	477,11	-760,85	-436,18	1,33	1,65	-461,26	-327,92	0	53,75	25644,21	65536,29	84046,82
25	314	382	38,40	48,31	83,91	11,80	55,57	198,29	-4038,54	-3239,12	1,02	1,35	-2987,58	-3165,04	0	55,26	10957,54	74019,66	52796,41
Σ =															784995,62	1462658,19	2018484,08		
															FS		1,86		
															FS		2,57		

MODELO FUZZY DE BISHOP SIMPLIFICADO (1955) - TALUDE 50 m

Grau de pertinência $\rightarrow \mu = 0,6$

FS_m = 2,182

n	c' (kPa)		ϕ (°)		α (°)	L (m)	R (m)	W (kN)	N _{NUMERADOR}		N _{DENOMINADOR}		N (kN)		u (kPa)	x (m)	Wx (kNm)	FS	
	c _i	c _f	ϕ_i	ϕ_f					Num _i	Num _f	Den _i	Den _f	N _i	N _f				Num _i	Num _f
1	324	369	39,85	46,43	26,62	1,40	55,57	52,89	-116,42	-87,96	2,32	2,42	-48,07	-37,83	0	24,90	1316,88	22998,27	26547,89
2	324	369	39,85	46,43	28,07	1,42	55,57	157,99	98,06	128,34	2,32	2,42	40,52	55,36	0	26,15	4131,53	27440,65	32371,37
3	324	369	39,85	46,43	29,54	1,44	55,57	261,70	308,88	341,07	2,31	2,42	127,80	147,64	0	27,40	7171,33	31853,77	38176,93
4	324	369	39,85	46,43	31,04	1,46	55,57	363,95	515,85	550,02	2,30	2,41	213,88	239,12	0	28,66	10429,35	36245,09	43974,46
5	324	369	39,85	46,43	32,56	1,49	55,57	464,69	718,71	754,96	2,29	2,40	298,84	329,89	0	29,91	13898,08	40622,25	49774,30
6	324	369	39,85	46,43	34,10	1,51	55,57	563,84	917,19	955,65	2,27	2,40	382,75	420,07	0	31,16	17569,44	44993,48	55587,66
7	324	369	39,85	46,43	35,68	1,54	55,57	661,30	1110,99	1151,76	2,26	2,39	465,68	509,74	0	32,41	21434,57	49367,54	61426,64
8	324	369	39,85	46,43	37,28	1,57	55,57	756,98	1299,74	1342,97	2,24	2,37	547,71	599,02	0	33,67	25483,94	53753,97	67304,57
9	324	369	39,85	46,43	38,93	1,61	55,57	850,77	1483,00	1528,86	2,22	2,36	628,88	687,99	0	34,92	29706,62	58163,12	73236,04
10	324	369	39,85	46,43	40,61	1,65	55,57	942,52	1660,27	1708,95	2,20	2,34	709,24	776,77	0	36,17	34090,97	62606,86	79237,92
11	324	369	39,85	46,43	42,33	1,69	55,57	1032,09	1830,95	1882,67	2,18	2,32	788,81	865,43	0	37,42	38623,39	67098,41	85329,11
12	324	369	39,85	46,43	44,10	1,74	55,57	1119,29	1994,30	2049,33	2,15	2,30	867,60	954,05	0	38,68	43288,55	71652,96	91531,49
13	324	369	39,85	46,43	45,93	1,80	55,57	1203,91	2149,44	2208,10	2,12	2,27	945,60	1042,72	0	39,93	48069,29	76288,98	97871,63
14	324	369	39,85	46,43	47,82	1,86	55,57	1255,39	2229,13	2291,79	2,08	2,24	993,25	1099,75	0	41,18	51697,42	79661,45	102527,38
15	324	369	39,85	46,43	49,78	1,94	55,57	1213,08	2100,30	2167,44	2,05	2,21	949,59	1059,07	0	42,43	51474,77	78975,47	101677,60
16	324	369	39,85	46,43	51,82	2,03	55,57	1161,14	1945,61	2017,83	2,01	2,18	894,47	1006,37	0	43,69	50725,64	77980,39	100380,08
17	324	369	39,85	46,43	53,96	2,13	55,57	1105,13	1775,84	1853,89	1,96	2,13	832,24	946,43	0	44,94	49663,63	76942,37	98985,98
18	324	369	39,85	46,43	56,22	2,25	55,57	1044,40	1587,58	1672,47	1,91	2,09	760,70	876,96	0	46,19	48243,55	75852,75	97468,56
19	324	369	39,85	46,43	58,62	2,40	55,57	978,05	1375,84	1468,95	1,85	2,03	676,53	794,50	0	47,45	46404,79	74699,04	95786,89
20	324	369	39,85	46,43	61,20	2,60	55,57	904,84	1133,06	1236,36	1,78	1,97	574,47	693,52	0	48,70	44066,30	73467,19	93881,30
21	324	369	39,85	46,43	64,01	2,86	55,57	822,91	846,69	963,19	1,71	1,90	445,39	564,44	0	49,96	41109,40	72138,31	91651,43
22	324	369	39,85	46,43	67,15	3,22	55,57	729,26	493,55	628,31	1,62	1,82	271,78	388,66	0	51,21	37347,59	70690,69	88914,08
23	324	369	39,85	46,43	70,77	3,80	55,57	618,34	22,87	185,69	1,51	1,71	13,36	123,24	0	52,47	32446,86	69111,81	85273,90
24	324	369	39,85	46,43	75,27	4,93	55,57	477,11	-719,01	-502,96	1,36	1,57	-457,59	-369,28	0	53,75	25644,21	67503,40	79573,68
25	324	369	39,85	46,43	83,91	11,80	55,57	198,29	-3901,35	-3369,36	1,06	1,28	-3055,61	-3173,86	0	55,26	10957,54	70758,08	56834,14
$\Sigma =$															784995,62	1530866,32	1895325,01		
															FS		1,95	2,41	

MODELO FUZZY DE BISHOP SIMPLIFICADO (1955) - TALUDE 50 m

Grau de pertinência $\rightarrow \mu = 0,8$

n	c' (kPa)		ϕ (°)	α (°)	L (m)	R (m)	W (kN)	N _{NUMERADOR}		N _{DENOMINADOR}		N (kN)	u (kPa)	x (m)	Wx (kNm)	FS _m = 2,162		
	c _i	c _f						Num _i	Num _f	Den _i	Den _f					Num _i	Num _f	
	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ														
1	335	358	41,37	44,65	26,62	1,40	55,57	52,89	-110,05	-95,83	2,33	2,38	-46,33	0	24,90	1316,88	23802,54	25572,59
2	335	358	41,37	44,65	28,07	1,42	55,57	157,99	102,77	117,89	2,32	2,37	43,32	0	26,15	4131,53	28534,74	30988,15
3	335	358	41,37	44,65	29,54	1,44	55,57	261,70	311,98	328,05	2,32	2,37	131,75	0	27,40	7171,33	33239,65	36381,97
4	335	358	41,37	44,65	31,04	1,46	55,57	363,95	517,38	534,44	2,31	2,36	219,07	0	28,66	10429,35	37925,17	41763,17
5	335	358	41,37	44,65	32,56	1,49	55,57	464,69	718,73	736,84	2,30	2,35	305,35	0	29,91	13898,08	42599,50	47141,25
6	335	358	41,37	44,65	34,10	1,51	55,57	563,84	915,77	934,97	2,28	2,34	390,68	0	31,16	17569,44	47271,41	52526,48
7	335	358	41,37	44,65	35,68	1,54	55,57	661,30	1108,19	1128,55	2,27	2,33	475,15	0	32,41	21434,57	51950,32	57929,88
8	335	358	41,37	44,65	37,28	1,57	55,57	756,98	1295,62	1317,22	2,25	2,32	558,81	0	33,67	25483,94	56646,47	63363,59
9	335	358	41,37	44,65	38,93	1,61	55,57	850,77	1477,66	1500,56	2,24	2,30	641,74	0	34,92	29706,62	61371,02	68840,84
10	335	358	41,37	44,65	40,61	1,65	55,57	942,52	1653,80	1678,11	2,21	2,28	723,98	0	36,17	34090,97	66136,77	74376,87
11	335	358	41,37	44,65	42,33	1,69	55,57	1032,09	1823,45	1849,28	2,19	2,26	805,58	0	37,42	38623,39	70957,99	79988,77
12	335	358	41,37	44,65	44,10	1,74	55,57	1119,29	1985,89	2013,37	2,17	2,24	886,56	0	38,68	43288,55	75851,12	85696,22
13	335	358	41,37	44,65	45,93	1,80	55,57	1203,91	2140,25	2169,55	2,14	2,21	966,90	0	39,93	48069,29	80836,08	91523,15
14	335	358	41,37	44,65	47,82	1,86	55,57	1255,39	2219,94	2251,24	2,10	2,18	1016,57	0	41,18	51697,42	84468,05	95788,73
15	335	358	41,37	44,65	49,78	1,94	55,57	1213,08	2093,14	2126,68	2,07	2,15	973,39	0	42,43	51474,77	83738,33	94976,93
16	335	358	41,37	44,65	51,82	2,03	55,57	1161,14	1940,84	1976,91	2,03	2,11	918,58	0	43,69	50725,64	82669,60	93757,43
17	335	358	41,37	44,65	53,96	2,13	55,57	1105,13	1773,75	1812,73	1,98	2,07	856,59	0	44,94	49663,63	81545,53	92455,90
18	335	358	41,37	44,65	56,22	2,25	55,57	1044,40	1588,51	1630,91	1,93	2,02	785,18	0	46,19	48243,55	80353,34	91050,60
19	335	358	41,37	44,65	58,62	2,40	55,57	978,05	1380,28	1426,78	1,88	1,97	700,98	0	47,45	46404,79	79074,13	89508,50
20	335	358	41,37	44,65	61,20	2,60	55,57	904,84	1141,67	1193,26	1,81	1,91	598,62	0	48,70	44066,30	77683,62	87782,66
21	335	358	41,37	44,65	64,01	2,86	55,57	822,91	860,42	918,61	1,74	1,84	468,83	0	49,96	41109,40	76144,74	85795,62
22	335	358	41,37	44,65	67,15	3,22	55,57	729,26	513,98	581,29	1,65	1,75	293,73	0	51,21	37347,59	74400,02	83409,82
23	335	358	41,37	44,65	70,77	3,80	55,57	618,34	52,91	134,24	1,54	1,64	32,17	0	52,47	32446,86	72352,79	80338,97
24	335	358	41,37	44,65	75,27	4,93	55,57	477,11	-672,14	-564,23	1,40	1,50	-446,61	0	53,75	25644,21	69830,70	75787,54
25	335	358	41,37	44,65	83,91	11,80	55,57	198,29	-3766,02	-3500,32	1,11	1,21	-3107,86	0	55,26	10957,54	67467,59	60570,74
													$\Sigma =$	784995,62	1606851,22	1787316,36		
														FS	2,05	2,28		

MODELO FUZZY DE BISHOP SIMPLIFICADO (1955) - TALUDE 50 m

Grau de pertinência $\rightarrow \mu = 1,0$

FS_m = 2,155

n	c' (kPa)		ϕ (°)	ϕ	ϕ	α (°)	L (m)	R (m)	W (kN)	N _{NUMERADOR}		N _{DENOMINADOR}		N (kN)		u (kPa)	x (m)	Wx (kNm)	FS					
	c _i	c _f								Num _i	Num _f	Den _i	Den _f	N _i	N _f				Num _i	Num _f				
1	346	346	42,97	42,97	26,62	1,40	55,57	52,89	-103,18	-103,18	2,34	2,34	-44,02	-44,02	0	24,90	1316,88	24659,21	24659,21					
2	346	346	42,97	42,97	28,07	1,42	55,57	157,99	109,39	109,39	2,34	2,34	46,75	46,75	0	26,15	4131,53	29713,72	29713,72					
3	346	346	42,97	42,97	29,54	1,44	55,57	261,70	318,38	318,38	2,33	2,33	136,39	136,39	0	27,40	7171,33	34743,40	34743,40					
4	346	346	42,97	42,97	31,04	1,46	55,57	363,95	523,60	523,60	2,33	2,33	225,02	225,02	0	28,66	10429,35	39756,73	39756,73					
5	346	346	42,97	42,97	32,56	1,49	55,57	464,69	724,81	724,81	2,32	2,32	312,71	312,71	0	29,91	13898,08	44762,49	44762,49					
6	346	346	42,97	42,97	34,10	1,51	55,57	563,84	921,74	921,74	2,31	2,31	399,57	399,57	0	31,16	17569,44	49770,15	49770,15					
7	346	346	42,97	42,97	35,68	1,54	55,57	661,30	1114,09	1114,09	2,29	2,29	485,66	485,66	0	32,41	21434,57	54789,85	54789,85					
8	346	346	42,97	42,97	37,28	1,57	55,57	756,98	1301,51	1301,51	2,28	2,28	571,08	571,08	0	33,67	25483,94	59832,71	59832,71					
9	346	346	42,97	42,97	38,93	1,61	55,57	850,77	1483,59	1483,59	2,26	2,26	655,89	655,89	0	34,92	29706,62	64910,83	64910,83					
10	346	346	42,97	42,97	40,61	1,65	55,57	942,52	1659,82	1659,82	2,24	2,24	740,16	740,16	0	36,17	34090,97	70038,12	70038,12					
11	346	346	42,97	42,97	42,33	1,69	55,57	1032,09	1829,65	1829,65	2,22	2,22	823,94	823,94	0	37,42	38623,39	75230,13	75230,13					
12	346	346	42,97	42,97	44,10	1,74	55,57	1119,29	1992,34	1992,34	2,20	2,20	907,28	907,28	0	38,68	43288,55	80504,76	80504,76					
13	346	346	42,97	42,97	45,93	1,80	55,57	1203,91	2147,06	2147,06	2,17	2,17	990,18	990,18	0	39,93	48069,29	85883,75	85883,75					
14	346	346	42,97	42,97	47,82	1,86	55,57	1255,39	2227,42	2227,42	2,14	2,14	1042,07	1042,07	0	41,18	51697,42	89811,08	89811,08					
15	346	346	42,97	42,97	49,78	1,94	55,57	1213,08	2102,04	2102,04	2,10	2,10	999,54	999,54	0	42,43	51474,77	89039,36	89039,36					
16	346	346	42,97	42,97	51,82	2,03	55,57	1161,14	1951,38	1951,38	2,06	2,06	945,24	945,24	0	43,69	50725,64	87895,96	87895,96					
17	346	346	42,97	42,97	53,96	2,13	55,57	1105,13	1786,13	1786,13	2,02	2,02	883,70	883,70	0	44,94	49663,63	86684,22	86684,22					
18	346	346	42,97	42,97	56,22	2,25	55,57	1044,40	1603,04	1603,04	1,97	1,97	812,68	812,68	0	46,19	48243,55	85387,03	85387,03					
19	346	346	42,97	42,97	58,62	2,40	55,57	978,05	1397,34	1397,34	1,92	1,92	728,74	728,74	0	47,45	46404,79	83978,68	83978,68					
20	346	346	42,97	42,97	61,20	2,60	55,57	904,84	1161,80	1161,80	1,85	1,85	626,46	626,46	0	48,70	44066,30	82423,96	82423,96					
21	346	346	42,97	42,97	64,01	2,86	55,57	822,91	884,45	884,45	1,78	1,78	496,43	496,43	0	49,96	41109,40	80666,39	80666,39					
22	346	346	42,97	42,97	67,15	3,22	55,57	729,26	543,27	543,27	1,70	1,70	320,45	320,45	0	51,21	37347,59	78610,09	78610,09					
23	346	346	42,97	42,97	70,77	3,80	55,57	618,34	90,06	90,06	1,59	1,59	56,67	56,67	0	52,47	32446,86	76067,65	76067,65					
24	346	346	42,97	42,97	75,27	4,93	55,57	477,11	-620,54	-620,54	1,45	1,45	-428,33	-428,33	0	53,75	25644,21	72569,54	72569,54					
25	346	346	42,97	42,97	83,91	11,80	55,57	198,29	-3632,43	-3632,43	1,16	1,16	-3144,91	-3144,91	0	55,26	10957,54	64091,95	64091,95					
															$\Sigma =$		784995,62		1691821,79		1691821,79			
															FS		2,16		2,16					

MODELO FUZZY DE BISHOP SIMPLIFICADO (1955) - TALUDE 100 m

Tala	c' (kPa)		ϕ (°)	α (°)	L (m)	R (m)	W (kN)	N _{NUMERADOR}		N _{DENOMINADOR}		N (kN)	u (kPa)	x (m)	Wx (kNm)	FS _m = 1,667			
	c _i	c _f						Num _i	Num _f	Den _i	Den _f					Num _i	Num _f		
1	294	408	35,64	52,50	33,48	2,61	119,03	149,85	-337,97	-173,48	1,79	2,11	-160,22	-97,14	0	65,66	9839,21	77667,07	111762,23
2	294	408	35,64	52,50	34,75	2,65	119,03	447,47	129,53	302,03	1,78	2,11	61,31	169,84	0	67,84	30356,92	97948,80	155093,38
3	294	408	35,64	52,50	36,03	2,69	119,03	740,86	588,61	769,52	1,77	2,11	278,33	434,80	0	70,02	51875,14	117958,01	198268,30
4	294	408	35,64	52,50	37,34	2,74	119,03	1029,82	1038,77	1228,50	1,76	2,12	490,93	697,93	0	72,20	74351,67	137715,60	241333,15
5	294	408	35,64	52,50	38,67	2,79	119,03	1314,10	1479,42	1678,47	1,75	2,12	699,18	959,40	0	74,38	97739,66	157241,93	284334,98
6	294	408	35,64	52,50	40,03	2,85	119,03	1593,45	1909,93	2118,82	1,74	2,11	903,14	1219,40	0	76,56	121989,01	176558,65	327325,77
7	294	408	35,64	52,50	41,41	2,90	119,03	1867,56	2329,52	2548,87	1,72	2,11	1102,81	1478,07	0	78,74	147043,35	195686,56	370357,94
8	294	408	35,64	52,50	42,83	2,97	119,03	2136,11	2737,34	2967,85	1,71	2,11	1298,17	1735,60	0	80,91	172842,26	214649,31	413492,53
9	294	408	35,64	52,50	44,27	3,04	119,03	2398,70	3132,35	3374,82	1,69	2,10	1489,14	1992,11	0	83,09	199316,54	233469,75	456791,54
10	294	408	35,64	52,50	45,76	3,12	119,03	2654,89	3513,38	3768,74	1,68	2,10	1675,59	2247,73	0	85,27	226389,64	252173,62	500326,07
11	294	408	35,64	52,50	47,28	3,21	119,03	2904,15	3878,96	4148,30	1,66	2,09	1857,32	2502,55	0	87,45	253973,41	270787,72	544172,52
12	294	408	35,64	52,50	48,85	3,31	119,03	3145,89	4227,42	4512,02	1,64	2,08	2034,02	2756,65	0	89,63	281969,70	289343,93	588421,77
13	294	408	35,64	52,50	50,47	3,42	119,03	3379,36	4556,62	4858,02	1,61	2,07	2205,23	3009,99	0	91,81	310260,58	307875,13	633169,70
14	294	408	35,64	52,50	52,15	3,55	119,03	3603,71	4863,97	5184,02	1,59	2,05	2370,33	3262,49	0	93,99	338712,90	326423,30	678535,72
15	294	408	35,64	52,50	53,89	3,70	119,03	3817,85	5146,15	5487,13	1,56	2,04	2528,38	3513,87	0	96,17	367161,67	345034,50	724649,28
16	294	408	35,64	52,50	55,71	3,87	119,03	3926,35	5241,97	5606,75	1,53	2,02	2600,27	3661,18	0	98,35	386155,33	357127,67	755777,17
17	294	408	35,64	52,50	57,62	4,07	119,03	3748,64	4847,51	5239,78	1,50	1,99	2431,81	3497,61	0	100,53	376850,51	349787,26	740167,87
18	294	408	35,64	52,50	59,64	4,31	119,03	3538,19	4381,11	4805,72	1,46	1,97	2227,13	3289,02	0	102,71	363409,85	340781,61	719556,52
19	294	408	35,64	52,50	61,79	4,61	119,03	3309,37	3860,33	4323,93	1,42	1,94	1993,39	3045,44	0	104,89	347126,50	331254,40	696234,67
20	294	408	35,64	52,50	64,10	4,99	119,03	3058,00	3267,86	3779,98	1,37	1,90	1719,36	2752,86	0	107,07	327433,60	321112,65	669233,06
21	294	408	35,64	52,50	66,62	5,49	119,03	2777,87	2575,32	3150,56	1,32	1,86	1386,18	2387,54	0	109,26	303505,94	310259,13	636966,99
22	294	408	35,64	52,50	69,43	6,20	119,03	2458,91	1730,63	2393,45	1,26	1,81	958,33	1904,35	0	111,45	274035,34	298636,06	596562,53
23	294	408	35,64	52,50	72,69	7,32	119,03	2082,59	620,61	1418,51	1,18	1,74	356,60	1201,62	0	113,64	236666,19	286440,60	541909,44
24	294	408	35,64	52,50	76,74	9,49	119,03	1605,24	-1094,01	-38,98	1,08	1,65	-662,62	-36,08	0	115,86	185978,84	275493,88	455464,00
25	294	408	35,64	52,50	84,51	22,77	119,03	666,72	-8136,36	-5548,41	0,87	1,46	-5585,09	-6355,12	0	118,49	78997,60	319811,75	119961,53
$\Sigma =$													5563981,37	6391238,89	12159868,64				
													FS	1,15	2,19				

Grau de pertinência $\rightarrow \mu = 0,0$

MODELO FUZZY DE BISHOP SIMPLIFICADO (1955) - TALUDE 100 m

Grau de pertinência $\rightarrow \mu = 0,2$

$FS_m = 1,589$

Falta	c' (kPa)		ϕ (°)		α (°)	L (m)	R (m)	W (kN)	N _{NUMERADOR}		N _{DENOMINADOR}		N (kN)		u (kPa)	x (m)	Wx (kNm)	FS	
	c _i	c _f	ϕ_i	ϕ_f					Num _i	Num _f	Den _i	Den _f	N _i	N _f				Num _i	Num _f
1	304	395	36,98	50,34	33,48	2,61	119,03	149,85	-330,60	-199,44	1,74	1,99	-166,05	-114,56	0	65,66	9839,21	79543,23	106276,66
2	304	395	36,98	50,34	34,75	2,65	119,03	447,47	114,67	252,22	1,73	1,99	57,52	145,37	0	67,84	30356,92	101004,16	145449,73
3	304	395	36,98	50,34	36,03	2,69	119,03	740,86	551,89	696,14	1,73	1,99	276,67	402,84	0	70,02	51875,14	122184,54	184419,23
4	304	395	36,98	50,34	37,34	2,74	119,03	1029,82	980,59	1131,88	1,72	2,00	491,48	657,99	0	72,20	74351,67	143105,95	223225,08
5	304	395	36,98	50,34	38,67	2,79	119,03	1314,10	1400,20	1558,91	1,71	1,99	702,03	910,98	0	74,38	97739,66	163789,40	261907,54
6	304	395	36,98	50,34	40,03	2,85	119,03	1593,45	1810,11	1976,68	1,70	1,99	908,36	1161,95	0	76,56	121989,01	184257,21	300510,78
7	304	395	36,98	50,34	41,41	2,90	119,03	1867,56	2209,58	2384,48	1,69	1,99	1110,47	1411,01	0	78,74	147043,35	204530,76	339078,75
8	304	395	36,98	50,34	42,83	2,97	119,03	2136,11	2597,79	2781,60	1,68	1,99	1308,35	1658,29	0	80,91	172842,26	224634,31	377662,48
9	304	395	36,98	50,34	44,27	3,04	119,03	2398,70	2973,76	3167,10	1,66	1,98	1501,92	1903,86	0	83,09	199316,54	244591,19	416312,96
10	304	395	36,98	50,34	45,76	3,12	119,03	2654,89	3336,34	3539,96	1,65	1,97	1691,05	2147,78	0	85,27	226389,64	264427,58	455088,37
11	304	395	36,98	50,34	47,28	3,21	119,03	2904,15	3684,15	3898,91	1,63	1,96	1875,51	2390,07	0	87,45	253973,41	284170,55	494050,40
12	304	395	36,98	50,34	48,85	3,31	119,03	3145,89	4015,56	4242,50	1,61	1,95	2055,01	2630,70	0	89,63	281969,70	303852,20	533272,19
13	304	395	36,98	50,34	50,47	3,42	119,03	3379,36	4328,54	4568,86	1,59	1,94	2229,07	2869,51	0	91,81	310260,58	323505,13	572829,46
14	304	395	36,98	50,34	52,15	3,55	119,03	3603,71	4620,59	4875,79	1,57	1,93	2397,06	3106,27	0	93,99	338712,90	343170,85	612816,45
15	304	395	36,98	50,34	53,89	3,70	119,03	3817,85	4888,52	5160,42	1,54	1,91	2558,03	3340,52	0	96,17	367161,67	362894,08	653333,34
16	304	395	36,98	50,34	55,71	3,87	119,03	3926,35	4978,66	5269,53	1,52	1,89	2631,60	3472,92	0	98,35	386155,33	375647,50	680350,60
17	304	395	36,98	50,34	57,62	4,07	119,03	3748,64	4601,21	4913,99	1,49	1,87	2460,93	3304,98	0	100,53	376850,51	367624,25	665689,13
18	304	395	36,98	50,34	59,64	4,31	119,03	3538,19	4154,93	4493,50	1,45	1,84	2253,16	3092,83	0	102,71	363409,85	357750,49	646595,52
19	304	395	36,98	50,34	61,79	4,61	119,03	3309,37	3656,46	4026,12	1,41	1,81	2015,45	2845,82	0	104,89	347126,50	347217,56	625130,36
20	304	395	36,98	50,34	64,10	4,99	119,03	3058,00	3089,16	3497,52	1,37	1,78	1736,18	2550,13	0	107,07	327433,60	335879,17	600467,25
21	304	395	36,98	50,34	66,62	5,49	119,03	2777,87	2425,72	2884,40	1,32	1,74	1395,82	2182,26	0	109,26	303505,94	323548,23	571267,05
22	304	395	36,98	50,34	69,43	6,20	119,03	2458,91	1615,98	2144,50	1,26	1,69	957,54	1697,66	0	111,45	274035,34	309997,93	535126,95
23	304	395	36,98	50,34	72,69	7,32	119,03	2082,59	550,88	1187,10	1,19	1,62	339,11	996,13	0	113,64	236666,19	295048,85	487006,67
24	304	395	36,98	50,34	76,74	9,49	119,03	1605,24	-1096,85	-255,60	1,10	1,54	-712,85	-232,90	0	115,86	185978,84	279368,31	412693,83
25	304	395	36,98	50,34	84,51	22,77	119,03	666,72	-7888,81	-5825,25	0,90	1,35	-5831,89	-6462,05	0	118,49	78997,60	300661,04	142254,33
$\Sigma =$															5563981,37	6642404,46	11042815,11		
$\Sigma =$															FS	1,19	1,98		

MODELO FUZZY DE BISHOP SIMPLIFICADO (1955) -TALUDE 100 m

Grau de pertinência → $\mu = 0,4$

$FS_m = 1,533$

Falta	c' (kPa)		ϕ (°)		α (°)	L (m)	R (m)	W (kN)	N _{NUMERADOR}		N _{DENOMINADOR}		N (kN)		u (kPa)	x (m)	Wx (kNm)	FS	
	c _i	c _f	ϕ_i	ϕ_f					Num _i	Num _f	Den _i	Den _f	N _i	N _f				Num _i	Num _f
1	314	382	38,37	48,32	33,48	2,61	119,03	149,85	-320,73	-222,62	1,72	1,90	-168,98	-129,80	0	65,66	9839,21	81668,08	101411,51
2	314	382	38,37	48,32	34,75	2,65	119,03	447,47	108,58	211,48	1,71	1,90	57,16	123,63	0	67,84	30356,92	104454,34	137088,52
3	314	382	38,37	48,32	36,03	2,69	119,03	740,86	530,13	638,04	1,71	1,90	278,98	374,18	0	70,02	51875,14	126953,98	172527,77
4	314	382	38,37	48,32	37,34	2,74	119,03	1029,82	943,45	1056,63	1,70	1,90	496,59	621,99	0	72,20	74351,67	149189,45	207764,41
5	314	382	38,37	48,32	38,67	2,79	119,03	1314,10	1348,01	1466,74	1,69	1,90	710,04	867,20	0	74,38	97739,66	171182,57	242833,60
6	314	382	38,37	48,32	40,03	2,85	119,03	1593,45	1743,20	1867,81	1,68	1,90	919,38	1109,91	0	76,56	121989,01	192956,56	277773,63
7	314	382	38,37	48,32	41,41	2,90	119,03	1867,56	2128,32	2259,16	1,67	1,89	1124,62	1350,21	0	78,74	147043,35	214533,57	312622,13
8	314	382	38,37	48,32	42,83	2,97	119,03	2136,11	2502,58	2640,08	1,66	1,89	1325,75	1588,19	0	80,91	172842,26	235938,82	347422,65
9	314	382	38,37	48,32	44,27	3,04	119,03	2398,70	2865,01	3009,65	1,65	1,88	1522,68	1823,87	0	83,09	199316,54	257196,37	382218,08
10	314	382	38,37	48,32	45,76	3,12	119,03	2654,89	3214,52	3366,85	1,64	1,87	1715,28	2057,27	0	85,27	226389,64	278333,26	417057,11
11	314	382	38,37	48,32	47,28	3,21	119,03	2904,15	3549,78	3710,44	1,62	1,87	1903,34	2288,32	0	87,45	253973,41	299377,19	451990,72
12	314	382	38,37	48,32	48,85	3,31	119,03	3145,89	3869,21	4038,98	1,60	1,85	2086,55	2516,92	0	89,63	281969,70	320361,00	487079,22
13	314	382	38,37	48,32	50,47	3,42	119,03	3379,36	4170,84	4350,63	1,59	1,84	2264,44	2742,82	0	91,81	310260,58	341317,56	522383,93
14	314	382	38,37	48,32	52,15	3,55	119,03	3603,71	4452,28	4643,19	1,57	1,83	2436,39	2965,67	0	93,99	338712,90	362288,63	557981,24
15	314	382	38,37	48,32	53,89	3,70	119,03	3817,85	4710,42	4913,82	1,54	1,81	2601,43	3184,86	0	96,17	367161,67	383318,36	593950,93
16	314	382	38,37	48,32	55,71	3,87	119,03	3926,35	4797,07	5014,66	1,52	1,79	2677,71	3304,39	0	98,35	386155,33	396874,83	617682,48
17	314	382	38,37	48,32	57,62	4,07	119,03	3748,64	4432,74	4666,73	1,49	1,77	2505,26	3133,32	0	100,53	376850,51	388138,50	603954,48
18	314	382	38,37	48,32	59,64	4,31	119,03	3538,19	4001,98	4255,26	1,46	1,74	2294,86	2918,89	0	102,71	363409,85	377347,27	586283,53
19	314	382	38,37	48,32	61,79	4,61	119,03	3309,37	3520,82	3797,36	1,42	1,71	2053,68	2669,93	0	104,89	347126,50	365748,49	566542,61
20	314	382	38,37	48,32	64,10	4,99	119,03	3058,00	2973,16	3278,65	1,38	1,68	1769,76	2372,79	0	107,07	327433,60	353138,47	544029,65
21	314	382	38,37	48,32	66,62	5,49	119,03	2777,87	2332,62	2675,76	1,33	1,64	1422,95	2004,32	0	109,26	303505,94	339233,53	517618,07
22	314	382	38,37	48,32	69,43	6,20	119,03	2458,91	1550,71	1946,09	1,28	1,59	975,21	1520,68	0	111,45	274035,34	323625,37	485310,22
23	314	382	38,37	48,32	72,69	7,32	119,03	2082,59	521,97	997,92	1,21	1,53	341,49	823,37	0	113,64	236666,19	305730,94	442979,62
24	314	382	38,37	48,32	76,74	9,49	119,03	1605,24	-1070,05	-440,72	1,12	1,44	-740,52	-392,68	0	115,86	185978,84	284984,71	379236,73
25	314	382	38,37	48,32	84,51	22,77	119,03	666,72	-7637,89	-6094,17	0,93	1,26	-6039,00	-6519,44	0	118,49	78997,60	281776,47	163832,94
$\Sigma =$															5563981,37	6935668,31	10119575,75		
FS															1,25	1,82			

MODELO FUZZY DE BISHOP SIMPLIFICADO (1955) -TALUDE 100 m

Grau de pertinência → $\mu = 0,6$

FS_m = 1,494

Falta	c' (kPa)		ϕ' (°)	α (°)	L (m)	R (m)	W (kN)	N _{NUMERADOR}		N _{DENOMINADOR}		N (kN)		u (kPa)	x (m)	Wx (kNm)	FS	
	c _i	c _f						Num _i	Num _f	Den _i	Den _f	N _i	N _f				Num _i	Num _f
1	324	370	39,83	46,43	33,48	119,03	149,85	-308,80	-243,51	1,71	1,83	-169,11	-142,71	0	65,66	9839,21	84067,05	97086,23
2	324	370	39,83	46,43	34,75	119,03	447,47	109,89	178,36	1,70	1,83	60,15	104,73	0	67,84	30356,92	108349,99	129785,46
3	324	370	39,83	46,43	36,03	119,03	740,86	521,03	592,84	1,70	1,83	285,24	348,96	0	70,02	51875,14	132342,81	162223,03
4	324	370	39,83	46,43	37,34	119,03	1029,82	924,16	999,47	1,69	1,83	506,25	590,09	0	72,20	74351,67	156069,00	194430,49
5	324	370	39,83	46,43	38,67	119,03	1314,10	1318,75	1397,76	1,69	1,82	723,24	828,23	0	74,38	97739,66	179551,45	226439,08
6	324	370	39,83	46,43	40,03	119,03	1593,45	1704,23	1787,15	1,68	1,82	936,29	1063,46	0	76,56	121989,01	202814,55	258282,64
7	324	370	39,83	46,43	41,41	119,03	1867,56	2079,90	2166,97	1,67	1,82	1145,38	1295,86	0	78,74	147043,35	225881,53	289994,09
8	324	370	39,83	46,43	42,83	119,03	2136,11	2445,00	2536,50	1,66	1,81	1350,52	1525,47	0	80,91	172842,26	248778,88	321611,37
9	324	370	39,83	46,43	44,27	119,03	2398,70	2798,59	2894,84	1,65	1,80	1551,62	1752,29	0	83,09	199316,54	271531,87	353171,38
10	324	370	39,83	46,43	45,76	119,03	2654,89	3139,61	3240,98	1,64	1,80	1748,56	1976,28	0	85,27	226389,64	294168,76	384715,83
11	324	370	39,83	46,43	47,28	119,03	2904,15	3466,75	3573,67	1,63	1,79	1941,13	2197,33	0	87,45	253973,41	316718,50	416287,94
12	324	370	39,83	46,43	48,85	119,03	3145,89	3778,51	3891,48	1,61	1,77	2129,05	2415,29	0	89,63	281969,70	339215,25	447938,72
13	324	370	39,83	46,43	50,47	119,03	3379,36	4072,94	4192,58	1,59	1,76	2311,83	2629,82	0	91,81	310260,58	361692,90	479719,28
14	324	370	39,83	46,43	52,15	119,03	3603,71	4347,73	4474,77	1,58	1,75	2488,87	2840,48	0	93,99	338712,90	384194,34	511693,40
15	324	370	39,83	46,43	53,89	119,03	3817,85	4599,87	4735,22	1,55	1,73	2659,22	3046,54	0	96,17	367161,67	406764,19	543926,80
16	324	370	39,83	46,43	55,71	119,03	3926,35	4684,89	4829,69	1,53	1,71	2739,31	3155,06	0	98,35	386155,33	421296,39	565005,94
17	324	370	39,83	46,43	57,62	119,03	3748,64	4330,38	4486,09	1,50	1,69	2565,56	2981,89	0	100,53	376850,51	411813,72	552189,46
18	324	370	39,83	46,43	59,64	119,03	3538,19	3911,22	4079,77	1,47	1,66	2352,97	2766,28	0	102,71	363409,85	400048,77	535854,02
19	324	370	39,83	46,43	61,79	119,03	3309,37	3443,08	3627,10	1,44	1,63	2108,84	2516,57	0	104,89	347126,50	387314,67	517718,00
20	324	370	39,83	46,43	64,10	119,03	3058,00	2910,35	3113,64	1,40	1,60	1820,86	2219,34	0	107,07	327433,60	373345,23	497188,34
21	324	370	39,83	46,43	66,62	119,03	2777,87	2287,41	2515,75	1,36	1,56	1468,30	1851,86	0	109,26	303505,94	357751,53	473323,99
22	324	370	39,83	46,43	69,43	119,03	2458,91	1527,23	1790,33	1,31	1,51	1011,98	1371,08	0	111,45	274035,34	339927,69	444479,08
23	324	370	39,83	46,43	72,69	119,03	2082,59	527,55	844,27	1,24	1,45	364,27	680,38	0	113,64	236666,19	318851,73	407316,14
24	324	370	39,83	46,43	76,74	119,03	1605,24	-1018,37	-599,58	1,15	1,37	-745,49	-519,29	0	115,86	185978,84	292620,12	352868,65
25	324	370	39,83	46,43	84,51	119,03	666,72	-7384,97	-6357,69	0,97	1,19	-6209,12	-6533,01	0	118,49	78997,60	262931,26	184710,20
$\Sigma =$																5563981,37	7278042,18	9347959,58
$\Sigma =$																FS	1,31	1,68

MODELO FUZZY DE BISHOP SIMPLIFICADO (1955) -TALUDE 100 m

Grau de pertinência $\rightarrow \mu = 0,8$

$FS_m = 1,472$

Falta	c' (kPa)		ϕ (°)		α (°)	L (m)	R (m)	W (kN)	N _{NUMERADOR}		N _{DENOMINADOR}		N (kN)		u (kPa)	x (m)	Wx (kNm)	FS		
	c _i	c _f	ϕ_i	ϕ_f					Num _i	Num _f	Den _i	Den _f	N _i	N _f				Num _i	Num _f	
1	335	358	41,36	44,65	33,48	2,61	119,03	149,85	-295,05	-262,44	1,71	1,77	-166,47	-153,20	0	65,66	9839,21	86770,78	93237,95	
2	335	358	41,36	44,65	34,75	2,65	119,03	447,47	117,79	151,99	1,71	1,77	66,47	88,84	0	67,84	30356,92	112751,98	123375,81	
3	335	358	41,36	44,65	36,03	2,69	119,03	740,86	523,22	559,08	1,71	1,77	295,41	327,35	0	70,02	51875,14	138442,80	153236,34	
4	335	358	41,36	44,65	37,34	2,74	119,03	1029,82	920,77	958,39	1,70	1,77	520,46	562,45	0	72,20	74351,67	163868,10	182848,26	
5	335	358	41,36	44,65	38,67	2,79	119,03	1314,10	1309,95	1349,41	1,70	1,77	741,68	794,23	0	74,38	97739,66	189052,12	212239,86	
6	335	358	41,36	44,65	40,03	2,85	119,03	1593,45	1690,18	1731,60	1,69	1,76	959,14	1022,77	0	76,56	121989,01	214020,75	241441,58	
7	335	358	41,36	44,65	41,41	2,90	119,03	1867,56	2060,79	2104,27	1,69	1,76	1172,85	1248,11	0	78,74	147043,35	238798,73	270482,81	
8	335	358	41,36	44,65	42,83	2,97	119,03	2136,11	2421,02	2466,72	1,68	1,75	1382,80	1470,27	0	80,91	172842,26	263414,27	299397,28	
9	335	358	41,36	44,65	44,27	3,04	119,03	2398,70	2769,96	2818,03	1,67	1,74	1588,94	1689,23	0	83,09	199316,54	287894,32	328217,47	
10	335	358	41,36	44,65	45,76	3,12	119,03	2654,89	3106,57	3157,19	1,66	1,73	1791,14	1904,91	0	85,27	226389,64	312269,03	356979,99	
11	335	358	41,36	44,65	47,28	3,21	119,03	2904,15	3429,57	3482,97	1,65	1,72	1989,21	2117,17	0	87,45	253973,41	336569,24	385722,43	
12	335	358	41,36	44,65	48,85	3,31	119,03	3145,89	3737,48	3793,91	1,63	1,71	2182,88	2325,80	0	89,63	281969,70	360831,28	414489,14	
13	335	358	41,36	44,65	50,47	3,42	119,03	3379,36	4028,42	4088,17	1,62	1,70	2371,70	2530,41	0	91,81	310260,58	385091,00	443324,07	
14	335	358	41,36	44,65	52,15	3,55	119,03	3603,71	4300,11	4363,56	1,60	1,68	2555,06	2730,49	0	93,99	338712,90	409393,59	472282,24	
15	335	358	41,36	44,65	53,89	3,70	119,03	3817,85	4549,62	4617,22	1,58	1,67	2732,05	2925,22	0	96,17	367161,67	433785,52	501419,89	
16	335	358	41,36	44,65	55,71	3,87	119,03	3926,35	4634,68	4707,00	1,56	1,65	2817,17	3024,42	0	98,35	386155,33	449503,75	520342,94	
17	335	358	41,36	44,65	57,62	4,07	119,03	3748,64	4287,02	4364,79	1,53	1,62	2642,62	2850,07	0	100,53	376850,51	439239,63	508410,15	
18	335	358	41,36	44,65	59,64	4,31	119,03	3538,19	3875,95	3960,14	1,50	1,60	2428,34	2634,17	0	102,71	363409,85	426438,57	493328,51	
19	335	358	41,36	44,65	61,79	4,61	119,03	3309,37	3417,01	3508,92	1,47	1,57	2181,79	2384,72	0	104,89	347126,50	412491,04	476687,69	
20	335	358	41,36	44,65	64,10	4,99	119,03	3058,00	2894,97	2996,50	1,43	1,53	1890,36	2088,54	0	107,07	327433,60	397062,03	457990,87	
21	335	358	41,36	44,65	66,62	5,49	119,03	2777,87	2284,89	2398,94	1,39	1,49	1532,76	1723,34	0	109,26	303505,94	379646,77	436460,03	
22	335	358	41,36	44,65	69,43	6,20	119,03	2458,91	1540,99	1672,40	1,34	1,44	1068,77	1246,96	0	111,45	274035,34	359421,70	410757,41	
23	335	358	41,36	44,65	72,69	7,32	119,03	2082,59	563,81	722,00	1,28	1,38	408,27	564,79	0	113,64	236666,19	334881,47	378233,58	
24	335	358	41,36	44,65	76,74	9,49	119,03	1605,24	-944,63	-735,46	1,19	1,30	-727,14	-615,72	0	115,86	185978,84	302650,43	332026,04	
25	335	358	41,36	44,65	84,51	22,77	119,03	666,72	-7130,64	-6617,56	1,02	1,12	-6343,68	-6506,68	0	118,49	78997,60	243943,38	204954,46	
$\Sigma =$																		5563981,37	7678232,29	8697886,80
FS																		1,38	1,56	1,56

MODELO FUZZY DE BISHOP SIMPLIFICADO (1955) -TALUDE 100 m

Grau de pertinência $\rightarrow \mu = 1,0$

$FS_m = 1,464$

Folha	c' (kPa)		ϕ (°)	α (°)	L (m)	R (m)	W (kN)	N _{NUMERADOR}		N _{DENOMINADOR}		N (kN)	u (kPa)	x (m)	Wx (kNm)	FS		
	c _i	c _f						Num _i	Num _f	Den _i	Den _f					N _i	N _f	Num _i
1	346	346	42,96	33,48	2,61	119,03	149,85	-279,59	1,74	1,74	-161,15	-161,15	0	65,66	9839,21	89814,49	89814,49	
2	346	346	42,96	34,75	2,65	119,03	447,47	131,86	1,73	1,73	76,05	76,05	0	67,84	30356,92	117732,19	117732,19	
3	346	346	42,96	36,03	2,69	119,03	740,86	535,97	1,73	1,73	309,47	309,47	0	70,02	51875,14	145363,43	145363,43	
4	346	346	42,96	37,34	2,74	119,03	1029,82	932,29	1,73	1,73	539,21	539,21	0	72,20	74351,67	172734,75	172734,75	
5	346	346	42,96	38,67	2,79	119,03	1314,10	1320,30	1,73	1,73	765,36	765,36	0	74,38	97739,66	199872,16	199872,16	
6	346	346	42,96	40,03	2,85	119,03	1593,45	1699,47	1,72	1,72	987,98	987,98	0	76,56	121989,01	226803,53	226803,53	
7	346	346	42,96	41,41	2,90	119,03	1867,56	2069,10	1,71	1,71	1207,09	1207,09	0	78,74	147043,35	253555,56	253555,56	
8	346	346	42,96	42,83	2,97	119,03	2136,11	2428,47	1,71	1,71	1422,71	1422,71	0	80,91	172842,26	280158,86	280158,86	
9	346	346	42,96	44,27	3,04	119,03	2398,70	2776,68	1,70	1,70	1634,78	1634,78	0	83,09	199316,54	306642,67	306642,67	
10	346	346	42,96	45,76	3,12	119,03	2654,89	3112,70	1,69	1,69	1843,21	1843,21	0	85,27	226389,64	333039,86	333039,86	
11	346	346	42,96	47,28	3,21	119,03	2904,15	3435,27	1,68	1,68	2047,83	2047,83	0	87,45	253973,41	359384,05	359384,05	
12	346	346	42,96	48,85	3,31	119,03	3145,89	3742,94	1,66	1,66	2248,38	2248,38	0	89,63	281969,70	385714,83	385714,83	
13	346	346	42,96	50,47	3,42	119,03	3379,36	4033,84	1,65	1,65	2444,45	2444,45	0	91,81	310260,58	412071,29	412071,29	
14	346	346	42,96	52,15	3,55	119,03	3603,71	4305,76	1,63	1,63	2635,46	2635,46	0	93,99	338712,90	438502,46	438502,46	
15	346	346	42,96	53,89	3,70	119,03	3817,85	4555,80	1,62	1,62	2820,54	2820,54	0	96,17	367161,67	465058,48	465058,48	
16	346	346	42,96	55,71	3,87	119,03	3926,35	4642,46	1,59	1,59	2911,99	2911,99	0	98,35	386155,33	482220,32	482220,32	
17	346	346	42,96	57,62	4,07	119,03	3748,64	4298,88	1,57	1,57	2737,21	2737,21	0	100,53	376850,51	471139,17	471139,17	
18	346	346	42,96	59,64	4,31	119,03	3538,19	3892,61	1,54	1,54	2521,79	2521,79	0	102,71	363409,85	457234,16	457234,16	
19	346	346	42,96	61,79	4,61	119,03	3309,37	3439,28	1,51	1,51	2273,44	2273,44	0	104,89	347126,50	441986,97	441986,97	
20	346	346	42,96	64,10	4,99	119,03	3058,00	2923,99	1,48	1,48	1979,24	1979,24	0	107,07	327433,60	424986,19	424986,19	
21	346	346	42,96	66,62	5,49	119,03	2777,87	2322,33	1,44	1,44	1617,39	1617,39	0	109,26	303505,94	405598,23	405598,23	
22	346	346	42,96	69,43	6,20	119,03	2458,91	1589,60	1,39	1,39	1146,67	1146,67	0	111,45	274035,34	382757,33	382757,33	
23	346	346	42,96	72,69	7,32	119,03	2082,59	628,80	1,32	1,32	474,65	474,65	0	113,64	236666,19	354419,76	354419,76	
24	346	346	42,96	76,74	9,49	119,03	1605,24	-850,23	1,24	1,24	-684,37	-684,37	0	115,86	185978,84	315570,25	315570,25	
25	346	346	42,96	84,51	22,77	119,03	666,72	-6874,96	1,07	1,07	-6443,06	-6443,06	0	118,49	78997,60	224661,16	224661,16	
$\Sigma =$																5563981,37	8147022,14	8147022,14
FS																1,46	1,46	1,46

MODELO FUZZY DE BISHOP SIMPLIFICADO (1955) -TALUDE 150 m

Grav de pertinência → $\mu = 0,0$

Folha	c' (kPa)		ϕ (°)		α (°)	L (m)	R (m)	W (kN)	N _{NUMERADOR}		N _{DENOMINADOR}		u (kPa)	x (m)	Wx (kNm)	FS _m = 1,425			
	c _i	c _f	ϕ	ϕ_f					Num _i	Num _f	Den _i	Den _f				N (kN)		Num _i	Num _f
																N _i	N _f		
1	294	408	35,64	52,50	37,07	3,79	186,56	277,34	-536,88	-276,00	1,57	1,92	0	112,44	31184,48	170453,27	245780,34		
2	294	408	35,64	52,50	38,24	3,85	186,56	827,97	207,70	479,86	1,56	1,93	0	115,47	95604,41	225521,77	367764,82		
3	294	408	35,64	52,50	39,43	3,92	186,56	1370,32	938,44	1222,46	1,56	1,93	0	118,49	162375,09	279739,21	489068,57		
4	294	408	35,64	52,50	40,65	3,99	186,56	1903,97	1654,54	1951,04	1,55	1,93	0	121,52	231369,99	333144,63	609779,88		
5	294	408	35,64	52,50	41,88	4,06	186,56	2428,44	2355,02	2664,71	1,54	1,93	0	124,55	302451,30	385775,35	729987,53		
6	294	408	35,64	52,50	43,14	4,15	186,56	2943,18	3038,78	3362,46	1,53	1,93	0	127,57	375465,16	437666,51	849779,93		
7	294	408	35,64	52,50	44,43	4,24	186,56	3447,59	3704,59	4043,16	1,52	1,93	0	130,60	450245,24	488854,67	969253,50		
8	294	408	35,64	52,50	45,75	4,34	186,56	3940,97	4351,00	4705,48	1,51	1,93	0	133,62	526603,95	539374,18	1088504,28		
9	294	408	35,64	52,50	47,09	4,44	186,56	4422,55	4976,35	5347,94	1,50	1,93	0	136,65	604336,90	589262,29	1207640,40		
10	294	408	35,64	52,50	48,48	4,56	186,56	4891,39	5578,66	5968,72	1,48	1,92	0	139,67	683204,53	638551,14	1326762,45		
11	294	408	35,64	52,50	49,90	4,70	186,56	5346,44	6155,58	6565,72	1,47	1,92	0	142,70	762942,85	687277,63	1445987,49		
12	294	408	35,64	52,50	51,37	4,85	186,56	5786,46	6704,35	7136,45	1,45	1,91	0	145,73	843244,76	735478,53	1565435,65		
13	294	408	35,64	52,50	52,88	5,01	186,56	6209,96	7221,50	7677,81	1,43	1,90	0	148,75	923753,90	783191,40	1685232,17		
14	294	408	35,64	52,50	54,45	5,20	186,56	6615,15	7702,79	8186,05	1,41	1,89	0	151,78	1004049,58	830456,56	1805508,23		
15	294	408	35,64	52,50	56,08	5,42	186,56	6999,86	8142,89	8656,46	1,39	1,88	0	154,81	1083627,88	877319,20	1926399,74		
16	294	408	35,64	52,50	57,78	5,67	186,56	7361,38	8534,86	9082,95	1,37	1,86	0	157,83	1161878,25	923832,52	2048046,53		
17	294	408	35,64	52,50	59,57	5,97	186,56	7613,37	8751,38	9339,40	1,34	1,85	0	160,86	1224701,44	961498,41	2149136,16		
18	294	408	35,64	52,50	61,46	6,33	186,56	7278,79	8106,24	8741,33	1,31	1,83	0	163,89	1192922,01	940787,71	2103384,26		
19	294	408	35,64	52,50	63,48	6,77	186,56	6804,05	7226,34	7918,29	1,28	1,80	0	166,92	1135727,46	907374,12	2021986,24		
20	294	408	35,64	52,50	65,64	7,34	186,56	6283,60	6231,12	6993,96	1,24	1,78	0	169,95	1067897,50	871444,69	1928526,57		
21	294	408	35,64	52,50	68,01	8,08	186,56	5704,74	5075,91	5931,12	1,20	1,74	0	172,98	986822,64	832421,71	1818099,16		
22	294	408	35,64	52,50	70,65	9,13	186,56	5046,92	3679,46	4663,05	1,15	1,70	0	176,02	888360,56	789597,64	1681993,88		
23	294	408	35,64	52,50	73,71	10,79	186,56	4272,21	1866,40	3048,33	1,09	1,65	0	179,07	765014,68	742357,25	1502141,57		
24	294	408	35,64	52,50	77,52	14,00	186,56	3291,25	-883,43	676,71	1,01	1,58	0	182,15	599489,15	692382,25	1228451,95		
25	294	408	35,64	52,50	84,83	33,60	186,56	1366,56	-7882,24	11702,15	0,84	1,43	0	185,80	253904,32	744162,85	281662,62		
$\Sigma =$													17357178,00	16407925,51	33076313,92				
													FS		0,95	1,91			

MODELO FUZZY DE BISHOP SIMPLIFICADO (1955) -TALUDE 150 m

Grau de pertinência $\rightarrow \mu = 0,2$

Falta	c' (kPa)		ϕ (°)	α (°)	L (m)	R (m)	W (kN)	N _{NUMERADOR}		N _{DENOMINADOR}		N (kN)		u (kPa)	x (m)	Wx (kNm)	FS _m = 1,341		
	c _i	c _f						Num _i	Num _f	Den _i	Den _f	N _i	N _f				Num _i	Num _f	
	1	304	395	36,98	50,34	37,07	3,79	186,56	277,34	-530,11	-322,09	1,52	1,80	-294,98	-211,37	0	112,44	31184,48	173379,53
2	304	395	36,98	50,34	38,24	3,85	186,56	827,97	169,29	386,31	1,52	1,80	94,06	254,27	0	115,47	95604,41	231443,46	340858,76
3	304	395	36,98	50,34	39,43	3,92	186,56	1370,32	855,63	1082,10	1,51	1,80	474,84	714,73	0	118,49	162375,09	288614,90	449268,51
4	304	395	36,98	50,34	40,65	3,99	186,56	1903,97	1528,12	1764,54	1,51	1,80	847,44	1170,17	0	121,52	231369,99	344933,64	556934,88
5	304	395	36,98	50,34	41,88	4,06	186,56	2428,44	2185,85	2432,79	1,50	1,80	1211,87	1620,71	0	124,55	302451,30	400437,45	663930,43
6	304	395	36,98	50,34	43,14	4,15	186,56	2943,18	2827,78	3085,87	1,49	1,80	1916,01	2507,38	0	127,57	375465,16	455161,65	770325,95
7	304	395	36,98	50,34	44,43	4,24	186,56	3447,59	3452,73	3722,70	1,48	1,80	2255,45	2943,55	0	130,60	450245,24	509142,76	876197,60
8	304	395	36,98	50,34	45,75	4,34	186,56	3940,97	4059,33	4341,99	1,48	1,80	2586,16	3374,88	0	133,62	526603,95	562414,61	981619,26
9	304	395	36,98	50,34	47,09	4,44	186,56	4422,55	4646,01	4942,31	1,46	1,80	2586,16	3374,88	0	136,65	604336,90	615013,61	1086673,07
10	304	395	36,98	50,34	48,48	4,56	186,56	4891,39	5210,88	5521,91	1,45	1,79	2907,73	3801,20	0	139,67	683204,53	666970,16	1191431,83
11	304	395	36,98	50,34	49,90	4,70	186,56	5346,44	5751,72	6078,75	1,44	1,78	3219,63	4222,25	0	142,70	762942,85	718318,81	1295979,29
12	304	395	36,98	50,34	51,37	4,85	186,56	5786,46	6265,88	6610,42	1,43	1,78	3521,13	4637,61	0	145,73	843244,76	769092,85	1400398,01
13	304	395	36,98	50,34	52,88	5,01	186,56	6209,96	6750,08	7113,93	1,41	1,77	3811,22	5046,64	0	148,75	923753,90	819324,76	1504769,60
14	304	395	36,98	50,34	54,45	5,20	186,56	6615,15	7200,28	7585,62	1,39	1,76	4088,53	5448,37	0	151,78	1004049,58	869047,67	1609174,43
15	304	395	36,98	50,34	56,08	5,42	186,56	6999,86	7611,41	8020,92	1,37	1,75	4351,16	5841,43	0	154,81	1083627,88	918296,62	1713688,93
16	304	395	36,98	50,34	57,78	5,67	186,56	7361,38	7976,87	8413,90	1,35	1,74	4596,46	6223,74	0	157,83	1161878,25	967110,12	1818381,59
17	304	395	36,98	50,34	59,57	5,97	186,56	7613,37	8176,73	8645,60	1,33	1,72	4756,00	6508,50	0	160,86	1224701,44	1006448,62	1904463,70
18	304	395	36,98	50,34	61,46	6,33	186,56	7278,79	7565,28	8071,68	1,30	1,70	4449,32	6199,09	0	163,89	1192922,01	983714,21	1861276,99
19	304	395	36,98	50,34	63,48	6,77	186,56	6804,05	6732,03	7283,77	1,27	1,68	4011,62	5723,87	0	166,92	1135727,46	947263,85	1786868,23
20	304	395	36,98	50,34	65,64	7,34	186,56	6283,60	5788,95	6397,22	1,24	1,65	3504,34	5163,37	0	169,95	1067897,50	907794,28	1702045,64
21	304	395	36,98	50,34	68,01	8,08	186,56	5704,74	4693,29	5375,21	1,20	1,62	2896,00	4478,34	0	172,98	986822,64	864501,12	1602681,29
22	304	395	36,98	50,34	70,65	9,13	186,56	5046,92	3367,22	4151,51	1,15	1,58	2127,95	3595,47	0	176,02	888360,56	816256,09	1481515,77
23	304	395	36,98	50,34	73,71	10,79	186,56	4272,21	1642,51	2584,95	1,10	1,53	1070,79	2352,53	0	179,07	765014,68	761518,72	1323666,83
24	304	395	36,98	50,34	77,52	14,00	186,56	3291,25	-980,75	263,26	1,02	1,47	-668,29	256,85	0	182,15	599489,15	699179,45	1088536,71
25	304	395	36,98	50,34	84,83	33,60	186,56	1366,56	-11375,54	-8329,65	0,87	1,32	-8604,41	-9567,99	0	185,80	253904,32	695044,45	321081,57
$\Sigma =$																	17357178,00	16990423,40	29563400,99
$\Sigma =$																	FS	0,98	1,70

MODELO FUZZY DE BISHOP SIMPLIFICADO (1955) -TALUDE 150 m

Grau de pertinência $\rightarrow \mu = 0,4$

FS_m = 1,280

Folha	c' (kPa)		ϕ (°)		α (°)	L (m)	R (m)	W (kN)	N _{NUMERADOR}		N _{DENOMINADOR}		N (kN)		u (kPa)	x (m)	Wx (kNm)	FS	
	c _i	c _f	ϕ	ϕ_f					Num _i	Num _f	Den _i	Den _f	N _i	N _f				Num _i	Num _f
1	314	382	38,37	48,32	37,07	3,79	186,56	277,34	-518,06	-362,45	1,50	1,70	-305,09	-241,92	0	112,44	31184,48	176957,43	219492,60
2	314	382	38,37	48,32	38,24	3,85	186,56	827,97	148,73	311,08	1,50	1,70	87,48	208,07	0	115,47	95604,41	238481,60	318095,05
3	314	382	38,37	48,32	39,43	3,92	186,56	1370,32	803,04	972,46	1,49	1,70	471,88	652,12	0	118,49	162375,09	299076,15	415790,68
4	314	382	38,37	48,32	40,65	3,99	186,56	1903,97	1444,11	1620,97	1,49	1,70	848,20	1090,37	0	121,52	231369,99	358781,89	512642,54
5	314	382	38,37	48,32	41,88	4,06	186,56	2428,44	2071,06	2255,79	1,48	1,70	1216,43	1522,89	0	124,55	302451,30	417637,37	608711,82
6	314	382	38,37	48,32	43,14	4,15	186,56	2943,18	2682,89	2875,96	1,48	1,70	1928,42	2370,85	0	127,57	375465,16	475678,39	704057,13
7	314	382	38,37	48,32	44,43	4,24	186,56	3447,59	3278,48	3480,44	1,47	1,70	2271,89	2786,20	0	130,60	450245,24	532941,82	798740,67
8	314	382	38,37	48,32	45,75	4,34	186,56	3940,97	3856,52	4067,97	1,46	1,70	2606,70	3195,67	0	133,62	526603,95	589461,39	892821,23
9	314	382	38,37	48,32	47,09	4,44	186,56	4422,55	4415,49	4637,15	1,45	1,69	2606,70	3195,67	0	136,65	604336,90	645273,17	986363,37
10	314	382	38,37	48,32	48,48	4,56	186,56	4891,39	4953,58	5186,26	1,44	1,69	2932,43	3598,98	0	139,67	683204,53	700406,33	1079421,47
11	314	382	38,37	48,32	49,90	4,70	186,56	5346,44	5468,68	5713,33	1,43	1,68	3248,54	3995,77	0	142,70	762942,85	754893,68	1172057,38
12	314	382	38,37	48,32	51,37	4,85	186,56	5786,46	5958,23	6215,98	1,42	1,68	3554,29	4385,51	0	145,73	843244,76	808765,73	1264329,35
13	314	382	38,37	48,32	52,88	5,01	186,56	6209,96	6419,09	6691,28	1,40	1,67	3848,63	4767,40	0	148,75	923753,90	862050,63	1356291,33
14	314	382	38,37	48,32	54,45	5,20	186,56	6615,15	6847,38	7135,65	1,39	1,66	4130,18	5140,32	0	151,78	1004049,58	914775,17	1447992,21
15	314	382	38,37	48,32	56,08	5,42	186,56	6999,86	7238,23	7544,58	1,37	1,65	4397,01	5502,67	0	154,81	1083627,88	966965,22	1539472,63
16	314	382	38,37	48,32	57,78	5,67	186,56	7361,38	7585,30	7912,24	1,35	1,63	4646,41	5852,10	0	157,83	1161878,25	1018645,63	1630759,53
17	314	382	38,37	48,32	59,57	5,97	186,56	7613,37	7774,13	8124,88	1,33	1,62	4808,89	6105,45	0	160,86	1224701,44	1060146,47	1705146,58
18	314	382	38,37	48,32	61,46	6,33	186,56	7278,79	7188,50	7567,33	1,31	1,60	4498,12	5790,40	0	163,89	1192922,01	1035264,69	1664710,26
19	314	382	38,37	48,32	63,48	6,77	186,56	6804,05	6390,79	6803,54	1,28	1,58	4053,80	5315,79	0	166,92	1135727,46	995500,32	1596730,16
20	314	382	38,37	48,32	65,64	7,34	186,56	6283,60	5487,62	5942,66	1,25	1,55	3538,01	4757,78	0	169,95	1067897,50	952157,53	1519764,82
21	314	382	38,37	48,32	68,01	8,08	186,56	5704,74	4437,86	4948,00	1,21	1,52	2918,28	4078,07	0	172,98	986822,64	904182,30	1430345,93
22	314	382	38,37	48,32	70,65	9,13	186,56	5046,92	3166,57	3753,28	1,17	1,48	2134,12	3205,23	0	176,02	888360,56	849984,69	1322436,66
23	314	382	38,37	48,32	73,71	10,79	186,56	4272,21	1511,62	2216,64	1,12	1,44	1051,86	1981,11	0	179,07	765014,68	787013,52	1183824,35
24	314	382	38,37	48,32	77,52	14,00	186,56	3291,25	-1009,13	-78,51	1,05	1,37	-734,82	-74,79	0	182,15	599489,15	711130,17	981815,31
25	314	382	38,37	48,32	84,83	33,60	186,56	1366,56	-11033,51	-8754,91	0,90	1,23	-8941,60	-9686,93	0	185,80	253904,32	646701,11	364330,87
$\Sigma =$															17357178,00	17702872,40	26716143,90		
															FS		1,02		
															FS		1,54		

MODELO FUZZY DE BISHOP SIMPLIFICADO (1955) -TALUDE 150 m

Grau de pertinência $\rightarrow \mu = 0,6$

$FS_m = 1,238$

Folha	c' (kPa)		ϕ (°)		α (°)	L (m)	R (m)	W (kN)	N _{NUMERADOR}		N _{DENOMINADOR}		N (kN)		u (kPa)	x (m)	Wx (kNm)	FS		
	c _i	c _f	ϕ_i	ϕ_f					Num _i	Num _f	Den _i	Den _f	N _i	N _f				Num _i	Num _f	
1	324	370	39,83	46,43	37,07	3,79	186,56	277,34	-501,61	-398,05	1,49	1,62	-309,41	-267,10	0	112,44	31184,48	181299,23	209110,42	
2	324	370	39,83	46,43	38,24	3,85	186,56	827,97	143,32	251,35	1,49	1,62	88,32	168,88	0	115,47	95604,41	246840,22	298781,85	
3	324	370	39,83	46,43	39,43	3,92	186,56	1370,32	776,16	888,89	1,49	1,62	478,03	598,31	0	118,49	162375,09	311420,63	387492,25	
4	324	370	39,83	46,43	40,65	3,99	186,56	1903,97	1396,19	1513,88	1,48	1,62	859,81	1021,28	0	121,52	231369,99	375082,71	475297,26	
5	324	370	39,83	46,43	41,88	4,06	186,56	2428,44	2002,56	2125,50	1,48	1,62	1233,67	1437,84	0	124,55	302451,30	437866,13	562250,18	
6	324	370	39,83	46,43	43,14	4,15	186,56	2943,18	2594,32	2722,80	1,47	1,62	1599,54	1848,00	0	127,57	375465,16	499807,67	648401,24	
7	324	370	39,83	46,43	44,43	4,24	186,56	3447,59	3170,36	3304,76	1,47	1,62	1957,35	2251,71	0	130,60	450245,24	560945,04	733803,11	
8	324	370	39,83	46,43	45,75	4,34	186,56	3940,97	3729,42	3870,14	1,46	1,62	2306,90	2648,85	0	133,62	526603,95	621312,46	818504,50	
9	324	370	39,83	46,43	47,09	4,44	186,56	4422,55	4270,05	4417,55	1,45	1,61	2647,94	3039,26	0	136,65	604336,90	680946,35	902558,23	
10	324	370	39,83	46,43	48,48	4,56	186,56	4891,39	4790,47	4945,30	1,44	1,61	2980,04	3422,61	0	139,67	683204,53	739875,35	986006,84	
11	324	370	39,83	46,43	49,90	4,70	186,56	5346,44	5288,64	5451,44	1,44	1,60	3302,67	3798,45	0	142,70	762942,85	798131,42	1068898,15	
12	324	370	39,83	46,43	51,37	4,85	186,56	5786,46	5762,10	5933,62	1,42	1,59	3615,08	4166,18	0	145,73	843244,76	855743,20	1151275,24	
13	324	370	39,83	46,43	52,88	5,01	186,56	6209,96	6207,81	6388,94	1,41	1,59	3916,23	4524,89	0	148,75	923753,90	912735,62	1233175,37	
14	324	370	39,83	46,43	54,45	5,20	186,56	6615,15	6622,01	6813,84	1,40	1,57	4204,71	4873,34	0	151,78	1004049,58	969130,34	1314629,08	
15	324	370	39,83	46,43	56,08	5,42	186,56	6999,86	6999,99	7203,85	1,38	1,56	4478,56	5209,76	0	154,81	1083627,88	1024945,38	1395657,12	
16	324	370	39,83	46,43	57,78	5,67	186,56	7361,38	7335,62	7553,19	1,37	1,55	4735,06	5531,65	0	157,83	1161878,25	1080193,53	1476264,77	
17	324	370	39,83	46,43	59,57	5,97	186,56	7613,37	7518,18	7751,59	1,35	1,53	4903,36	5759,07	0	160,86	1224701,44	1124466,34	1541478,36	
18	324	370	39,83	46,43	61,46	6,33	186,56	7278,79	6951,65	7203,75	1,32	1,51	4589,15	5440,96	0	163,89	1192922,01	1097300,27	1503850,12	
19	324	370	39,83	46,43	63,48	6,77	186,56	6804,05	6179,97	6454,64	1,30	1,49	4138,41	4969,02	0	166,92	1135727,46	1053896,99	1441758,62	
20	324	370	39,83	46,43	65,64	7,34	186,56	6283,60	5306,26	5609,07	1,27	1,47	3614,29	4415,67	0	169,95	1067897,50	1006286,51	1371921,08	
21	324	370	39,83	46,43	68,01	8,08	186,56	5704,74	4290,72	4630,19	1,24	1,44	2983,35	3743,63	0	172,98	986822,64	953135,83	1291431,35	
22	324	370	39,83	46,43	70,65	9,13	186,56	5046,92	3060,83	3451,26	1,20	1,40	2183,30	2883,29	0	176,02	888360,56	892340,47	1195290,38	
23	324	370	39,83	46,43	73,71	10,79	186,56	4272,21	1459,73	1928,89	1,15	1,36	1076,34	1680,64	0	179,07	765014,68	820227,30	1073542,43	
24	324	370	39,83	46,43	77,52	14,00	186,56	3291,25	-979,17	-359,88	1,08	1,29	-756,75	-332,65	0	182,15	599489,15	729314,16	900152,96	
25	324	370	39,83	46,43	84,83	33,60	186,56	1366,56	-10679,53	-9163,22	0,94	1,16	-9218,87	-9726,20	0	185,80	233904,32	598779,93	409753,75	
$\Sigma =$																17357178,00	18572023,08	24391284,68		
FS																1,07	1,41			

MODELO FUZZY DE BISHOP SIMPLIFICADO (1955) -TALUDE 150 m

Grau de pertinência $\rightarrow \mu = 0,8$

Folha	c' (kPa)		ϕ (°)	α (°)	L (m)	R (m)	W (kN)	N _{NUMERADOR}		N _{DENOMINADOR}		N (kN)	u (kPa)	x (m)	Wx (kNm)	FS _m = 1,213			
	c _i	c _f						Num _i	Num _f	Den _i	Den _f					Num _i	Num _f		
	ϕ_i	ϕ_f																	
1	335	358	41,36	44,65	37,07	3,79	186,56	277,34	-481,23	-429,51	1,50	1,56	-307,80	-286,60	0	112,44	31184,48	186534,80	200277,24
2	335	358	41,36	44,65	38,24	3,85	186,56	827,97	151,42	205,37	1,50	1,56	96,80	137,12	0	115,47	95604,41	256757,14	282393,32
3	335	358	41,36	44,65	39,43	3,92	186,56	1370,32	772,25	828,55	1,50	1,56	493,61	553,78	0	118,49	162375,09	325996,63	363521,69
4	335	358	41,36	44,65	40,65	3,99	186,56	1903,97	1380,54	1439,33	1,49	1,56	882,73	963,45	0	121,52	231369,99	394297,42	443712,83
5	335	358	41,36	44,65	41,88	4,06	186,56	2428,44	1975,49	2036,88	1,49	1,56	1264,14	1366,17	0	124,55	302451,30	461700,93	523014,51
6	335	358	41,36	44,65	43,14	4,15	186,56	2943,18	2556,13	2620,30	1,48	1,56	1637,81	1761,92	0	127,57	375465,16	528245,49	601471,32
7	335	358	41,36	44,65	44,43	4,24	186,56	3447,59	3121,40	3188,52	1,48	1,56	2003,65	2150,63	0	130,60	450245,24	593970,46	679129,51
8	335	358	41,36	44,65	45,75	4,34	186,56	3940,97	3670,07	3740,35	1,48	1,55	2361,48	2532,16	0	133,62	526603,95	658911,33	756031,20
9	335	358	41,36	44,65	47,09	4,44	186,56	4422,55	4200,71	4274,38	1,47	1,55	2711,04	2906,29	0	136,65	604336,90	723105,84	832221,59
10	335	358	41,36	44,65	48,48	4,56	186,56	4891,39	4711,60	4788,94	1,46	1,54	3051,93	3272,65	0	139,67	683204,53	786583,14	907735,94
11	335	358	41,36	44,65	49,90	4,70	186,56	5346,44	5200,75	5282,07	1,45	1,54	3383,60	3630,75	0	142,70	762942,85	849375,54	982613,51
12	335	358	41,36	44,65	51,37	4,85	186,56	5786,46	5665,75	5751,42	1,45	1,53	3705,33	3979,93	0	145,73	843244,76	911511,24	1056888,53
13	335	358	41,36	44,65	52,88	5,01	186,56	6209,96	6103,64	6194,11	1,43	1,52	4016,07	4319,21	0	148,75	923753,90	973013,48	1130589,04
14	335	358	41,36	44,65	54,45	5,20	186,56	6615,15	6510,75	6606,56	1,42	1,51	4314,41	4647,25	0	151,78	1004049,58	1033900,60	1203736,15
15	335	358	41,36	44,65	56,08	5,42	186,56	6999,86	6882,49	6984,31	1,41	1,50	4598,41	4962,21	0	154,81	1083627,88	1094184,81	1276341,43
16	335	358	41,36	44,65	57,78	5,67	186,56	7361,38	7212,88	7321,55	1,39	1,48	4865,34	5261,44	0	157,83	1161878,25	1153869,22	1348401,70
17	335	358	41,36	44,65	59,57	5,97	186,56	7613,37	7393,44	7510,02	1,37	1,47	5042,66	5467,88	0	160,86	1224701,44	1201675,98	1406393,24
18	335	358	41,36	44,65	61,46	6,33	186,56	7278,79	6839,98	6965,89	1,35	1,45	4725,76	5148,72	0	163,89	1192922,01	1172082,47	1371542,87
19	335	358	41,36	44,65	63,48	6,77	186,56	6804,05	6085,81	6222,99	1,33	1,43	4268,86	4680,92	0	166,92	1135727,46	1124668,86	1314822,29
20	335	358	41,36	44,65	65,64	7,34	186,56	6283,60	5232,18	5383,42	1,30	1,40	3736,61	4133,75	0	169,95	1067897,50	1072334,58	1251431,24
21	335	358	41,36	44,65	68,01	8,08	186,56	5704,74	4240,40	4409,95	1,27	1,37	3094,66	3470,91	0	172,98	986822,64	1013431,07	1178945,33
22	335	358	41,36	44,65	70,65	9,13	186,56	5046,92	3039,93	3234,93	1,23	1,33	2278,89	2624,65	0	176,02	888360,56	945273,01	1093252,53
23	335	358	41,36	44,65	73,71	10,79	186,56	4272,21	1478,38	1712,71	1,19	1,29	1147,43	1445,03	0	179,07	765014,68	862924,29	986321,90
24	335	358	41,36	44,65	77,52	14,00	186,56	3291,25	-897,20	-587,89	1,12	1,23	-731,41	-524,10	0	182,15	599489,15	755157,20	837790,84
25	335	358	41,36	44,65	84,83	33,60	186,56	1366,56	-10315,40	-9558,07	0,99	1,09	-9437,38	-9694,10	0	185,80	253904,32	551087,37	456362,68
$\Sigma =$																17357178,00	19630592,91	22484942,43	
																FS		1,13	1,30

MODELO FUZZY DE BISHOP SIMPLIFICADO (1955) -TALUDE 150 m

Talaia		c' (kPa)		ϕ (°)	α (°)	L (m)	R (m)	W (kN)	N _{NUMERADOR}		N _{DENOMINADOR}		u (kPa)	x (m)	Wx (kNm)	FS _m = 1,205			
		c _i	c _f						Num _i	Num _f	Den _i	Den _f				N _i	N _f	Num _i	Num _f
1	346	346	42,96	42,96	37,07	3,79	186,56	277,34	-457,19	-457,19	1,52	1,52	-300,20	-300,20	0	112,44	31184,48	192808,49	192808,49
2	346	346	42,96	42,96	38,24	3,85	186,56	827,97	172,18	172,18	1,52	1,52	113,06	113,06	0	115,47	95604,41	268504,60	268504,60
3	346	346	42,96	42,96	39,43	3,92	186,56	1370,32	789,85	789,85	1,52	1,52	518,84	518,84	0	118,49	162375,09	343207,47	343207,47
4	346	346	42,96	42,96	40,65	3,99	186,56	1903,97	1395,13	1395,13	1,52	1,52	917,23	917,23	0	121,52	231369,99	416963,85	416963,85
5	346	346	42,96	42,96	41,88	4,06	186,56	2428,44	1987,19	1987,19	1,52	1,52	1308,25	1308,25	0	124,55	302451,30	489817,77	489817,77
6	346	346	42,96	42,96	43,14	4,15	186,56	2943,18	2565,11	2565,11	1,51	1,51	1691,85	1691,85	0	127,57	375465,16	561810,02	561810,02
7	346	346	42,96	42,96	44,43	4,24	186,56	3447,59	3127,84	3127,84	1,51	1,51	2067,96	2067,96	0	130,60	450245,24	632982,64	632982,64
8	346	346	42,96	42,96	45,75	4,34	186,56	3940,97	3674,15	3674,15	1,51	1,51	2436,41	2436,41	0	133,62	526603,95	703373,59	703373,59
9	346	346	42,96	42,96	47,09	4,44	186,56	4422,55	4202,65	4202,65	1,50	1,50	2796,95	2796,95	0	136,65	604336,90	773023,34	773023,34
10	346	346	42,96	42,96	48,48	4,56	186,56	4891,39	4711,64	4711,64	1,50	1,50	3149,20	3149,20	0	139,67	683204,53	841963,01	841963,01
11	346	346	42,96	42,96	49,90	4,70	186,56	5346,44	5199,16	5199,16	1,49	1,49	3492,64	3492,64	0	142,70	762942,85	910227,07	910227,07
12	346	346	42,96	42,96	51,37	4,85	186,56	5786,46	5662,84	5662,84	1,48	1,48	3826,55	3826,55	0	145,73	843244,76	977845,27	977845,27
13	346	346	42,96	42,96	52,88	5,01	186,56	6209,96	6099,77	6099,77	1,47	1,47	4149,92	4149,92	0	148,75	923753,90	1044841,51	1044841,51
14	346	346	42,96	42,96	54,45	5,20	186,56	6615,15	6506,34	6506,34	1,46	1,46	4461,35	4461,35	0	151,78	1004049,58	1111233,51	1111233,51
15	346	346	42,96	42,96	56,08	5,42	186,56	6999,86	6878,05	6878,05	1,45	1,45	4758,95	4758,95	0	154,81	1083627,88	1177030,78	1177030,78
16	346	346	42,96	42,96	57,78	5,67	186,56	7361,38	7209,02	7209,02	1,43	1,43	5040,00	5040,00	0	157,83	1161878,25	1242230,44	1242230,44
17	346	346	42,96	42,96	59,57	5,97	186,56	7613,37	7391,57	7391,57	1,41	1,41	5229,89	5229,89	0	160,86	1224701,44	1294527,17	1294527,17
18	346	346	42,96	42,96	61,46	6,33	186,56	7278,79	6845,54	6845,54	1,39	1,39	4911,25	4911,25	0	163,89	1192922,01	1262366,60	1262366,60
19	346	346	42,96	42,96	63,48	6,77	186,56	6804,05	6100,90	6100,90	1,37	1,37	4448,58	4448,58	0	166,92	1135727,46	1210527,21	1210527,21
20	346	346	42,96	42,96	65,64	7,34	186,56	6283,60	5258,59	5258,59	1,35	1,35	3908,57	3908,57	0	169,95	1067897,50	1152952,24	1152952,24
21	346	346	42,96	42,96	68,01	8,08	186,56	5704,74	4280,75	4280,75	1,31	1,31	3255,89	3255,89	0	172,98	986822,64	1087632,65	1087632,65
22	346	346	42,96	42,96	70,65	9,13	186,56	5046,92	3098,49	3098,49	1,28	1,28	2424,64	2424,64	0	176,02	888360,56	1011220,12	1011220,12
23	346	346	42,96	42,96	73,71	10,79	186,56	4272,21	1563,13	1563,13	1,23	1,23	1268,90	1268,90	0	179,07	765014,68	917339,91	917339,91
24	346	346	42,96	42,96	77,52	14,00	186,56	3291,25	-766,50	-766,50	1,17	1,17	-655,29	-655,29	0	182,15	599489,15	790512,82	790512,82
25	346	346	42,96	42,96	84,83	33,60	186,56	1366,56	-9941,71	-9941,71	1,04	1,04	-9596,52	-9596,52	0	185,80	253904,32	503577,22	503577,22
$\Sigma =$																17357178,00	20918519,30	20918519,30	
																FS		1,21	1,21

MODELO FUZZY DE BISHOP SIMPLIFICADO (1955) -TALUDE 200 m

Grau de pertinência $\rightarrow \mu = 0,0$

$FS_m = 1,297$

Folha	c' (kPa)		ϕ (°)		α (°)	L (m)	R (m)	W (kN)	N _{NUMERADOR}		N _{DENOMINADOR}		N (kN)		u (kPa)	x (m)	Wx (kNm)	FS		
	c _i	c _f	ϕ_i	ϕ_f					Num _i	Num _f	Den _i	Den _f	N _i	N _f				Num _i	Num _f	
1	294	408	35,64	52,50	41,51	5,50	303,03	483,52	-858,64	-442,79	1,45	1,84	-467,83	-306,08	0	200,85	97114,51	387644,92	558519,18	
2	294	408	35,64	52,50	42,56	5,59	303,03	1442,99	330,57	761,99	1,44	1,84	179,93	528,97	0	204,96	295760,41	536496,96	899607,47	
3	294	408	35,64	52,50	43,63	5,69	303,03	2386,90	1496,69	1944,50	1,43	1,84	814,13	1356,21	0	209,08	499051,65	682999,62	1238445,04	
4	294	408	35,64	52,50	44,71	5,79	303,03	3314,42	2638,32	3103,42	1,43	1,84	1434,67	2175,71	0	213,20	706618,05	827199,45	1575147,58	
5	294	408	35,64	52,50	45,82	5,90	303,03	4224,61	3753,85	4237,25	1,42	1,84	2041,37	2987,46	0	217,31	918054,24	969136,14	1909822,52	
6	294	408	35,64	52,50	46,95	6,03	303,03	5116,44	4841,49	5344,34	1,41	1,84	2633,97	3791,41	0	221,43	1132917,41	1108846,47	2242578,36	
7	294	408	35,64	52,50	48,10	6,16	303,03	5988,72	5899,18	6422,76	1,40	1,84	3212,10	4587,42	0	225,54	1350714,79	1246356,80	2573507,26	
8	294	408	35,64	52,50	49,28	6,31	303,03	6840,12	6924,57	7470,33	1,39	1,83	3775,25	5375,23	0	229,66	1570894,65	1381687,44	2902693,12	
9	294	408	35,64	52,50	50,48	6,47	303,03	7669,12	7914,92	8484,54	1,38	1,83	4322,75	6154,50	0	233,78	1792849,48	1514851,51	3230211,90	
10	294	408	35,64	52,50	51,72	6,64	303,03	8473,96	8867,03	9462,42	1,37	1,83	4853,72	6924,66	0	237,89	2015884,40	1645849,44	3556114,03	
11	294	408	35,64	52,50	53,00	6,84	303,03	9252,60	9777,12	10400,55	1,35	1,82	5367,03	7684,94	0	242,01	2239203,02	1774668,36	3880420,24	
12	294	408	35,64	52,50	54,31	7,05	303,03	10002,70	10640,74	11294,84	1,34	1,82	5861,21	8434,34	0	246,12	2461910,88	1901290,13	4203141,31	
13	294	408	35,64	52,50	55,67	7,30	303,03	10721,40	11452,41	12140,32	1,32	1,81	6334,33	9171,33	0	250,24	2682935,91	2025663,48	4524198,60	
14	294	408	35,64	52,50	57,07	7,57	303,03	11405,30	12205,40	12930,90	1,31	1,80	6783,81	9893,87	0	254,36	2901033,92	2147721,23	4843461,27	
15	294	408	35,64	52,50	58,54	7,88	303,03	12050,40	12891,51	13659,24	1,29	1,79	7206,37	10599,21	0	258,48	3114734,17	2267383,09	5160726,92	
16	294	408	35,64	52,50	60,06	8,25	303,03	12651,60	13500,03	14315,76	1,27	1,78	7597,42	11283,34	0	262,59	3322228,14	2384518,60	5475607,39	
17	294	408	35,64	52,50	61,66	8,67	303,03	12760,40	13443,46	14314,52	1,25	1,76	7625,30	11480,39	0	266,71	3403347,96	2428269,43	5605774,09	
18	294	408	35,64	52,50	63,35	9,17	303,03	11907,70	12105,03	13041,04	1,22	1,75	6929,68	10665,53	0	270,83	3224971,55	2322085,42	5346340,87	
19	294	408	35,64	52,50	65,14	9,79	303,03	10958,70	10595,25	11609,19	1,20	1,73	6131,52	9707,39	0	274,95	3013105,89	2203440,94	5043949,62	
20	294	408	35,64	52,50	67,06	10,56	303,03	9924,99	8910,09	10020,28	1,17	1,71	5223,10	8594,92	0	279,07	2769793,32	2074737,90	4699898,13	
21	294	408	35,64	52,50	69,15	11,56	303,03	8784,26	6988,16	8222,01	1,13	1,68	4160,39	7265,55	0	283,20	2487678,74	1933370,80	4299138,45	
22	294	408	35,64	52,50	71,47	12,95	303,03	7501,57	4723,46	6125,35	1,09	1,65	2866,12	5609,30	0	287,33	2155400,35	1775613,72	3816378,49	
23	294	408	35,64	52,50	74,12	15,04	303,03	6015,70	1904,12	3555,48	1,04	1,61	1183,72	3403,85	0	291,47	1753372,32	1596027,79	3203478,54	
24	294	408	35,64	52,50	77,31	18,74	303,03	4196,49	-2012,45	74,42	0,98	1,56	-1292,98	75,60	0	295,63	1240620,69	1387241,15	2346193,75	
25	294	408	35,64	52,50	81,82	28,92	303,03	1590,46	-9614,96	-6346,79	0,89	1,47	-6520,13	-7097,76	0	299,95	477056,31	1158397,08	772139,43	
$\Sigma =$																47627252,76	39681497,87	83907493,56		
FS																0,83				
FS																		1,76		

MODELO FUZZY DE BISHOP SIMPLIFICADO (1955) -TALUDE 200 m

Grau de pertinência → $\mu = 0,2$

$FS_m = 1,207$

Folha	c' (kPa)		ϕ (°)		α (°)	L (m)	R (m)	W (kN)	N _{NUMERADOR}		N _{DENOMINADOR}		N (kN)		u (kPa)	x (m)	Wx (kNm)	FS		
	c _i	c _f	ϕ_i	ϕ_f					Num _i	Num _f	Den _i	Den _f	N _i	N _f				Num _i	Num _f	
1	304	395	36,98	50,34	41,51	5,50	303,03	483,52	-854,08	-522,50	1,40	1,70	-501,36	-372,39	0	200,85	97114,51	391419,41	521286,66	
2	304	395	36,98	50,34	42,56	5,59	303,03	1442,99	250,49	594,49	1,40	1,71	146,90	425,09	0	204,96	295760,41	547726,18	823709,70	
3	304	395	36,98	50,34	43,63	5,69	303,03	2386,90	1333,47	1690,55	1,39	1,71	781,55	1213,24	0	209,08	499051,65	701546,01	1123528,24	
4	304	395	36,98	50,34	44,71	5,79	303,03	3314,42	2393,55	2764,41	1,39	1,71	1402,49	1992,07	0	213,20	706618,05	852924,51	1420828,35	
5	304	395	36,98	50,34	45,82	5,90	303,03	4224,61	3429,19	3814,65	1,38	1,71	2009,52	2761,48	0	217,31	918054,24	1001899,51	1715685,50	
6	304	395	36,98	50,34	46,95	6,03	303,03	5116,44	4438,75	4839,71	1,37	1,71	2602,39	3521,33	0	221,43	1132917,41	1148505,19	2008172,61	
7	304	395	36,98	50,34	48,10	6,16	303,03	5988,72	5420,26	5837,74	1,37	1,70	3180,68	4271,37	0	225,54	1350714,79	1292763,89	2298343,82	
8	304	395	36,98	50,34	49,28	6,31	303,03	6840,12	6371,51	6806,68	1,36	1,70	3743,89	5011,25	0	229,66	1570894,65	1434690,69	2586241,80	
9	304	395	36,98	50,34	50,48	6,47	303,03	7669,12	7289,94	7744,13	1,35	1,70	4291,32	5740,46	0	233,78	1792849,48	1574291,62	2871895,67	
10	304	395	36,98	50,34	51,72	6,64	303,03	8473,96	8172,52	8647,27	1,34	1,69	4822,06	6458,29	0	237,89	2015884,40	1711557,74	3155305,91	
11	304	395	36,98	50,34	53,00	6,84	303,03	9252,60	9015,71	9512,81	1,33	1,69	5334,94	7163,79	0	242,01	2239203,02	1846464,02	3436439,45	
12	304	395	36,98	50,34	54,31	7,05	303,03	10002,70	9815,31	10336,87	1,32	1,68	5828,46	7855,73	0	246,12	2461910,88	1978976,75	3715244,03	
13	304	395	36,98	50,34	55,67	7,30	303,03	10721,40	10566,14	11114,66	1,30	1,68	6300,61	8532,35	0	250,24	2682935,91	2109023,56	3991578,16	
14	304	395	36,98	50,34	57,07	7,57	303,03	11405,30	11261,87	11840,37	1,29	1,66	6748,78	9191,30	0	254,36	2901033,92	2236509,55	4265238,95	
15	304	395	36,98	50,34	58,54	7,88	303,03	12050,40	11894,75	12506,92	1,27	1,66	7169,57	9829,47	0	258,48	3114734,17	2361318,62	4535944,56	
16	304	395	36,98	50,34	60,06	8,25	303,03	12651,60	12454,67	13105,10	1,25	1,65	7558,27	10442,40	0	262,59	3322228,14	2483270,01	4803225,71	
17	304	395	36,98	50,34	61,66	8,67	303,03	12760,40	12394,69	13089,25	1,24	1,63	7581,86	10591,81	0	266,71	3403347,96	2527622,22	4908486,16	
18	304	395	36,98	50,34	63,35	9,17	303,03	11907,70	11140,60	11886,95	1,21	1,62	6878,41	9787,58	0	270,83	3224971,55	2413580,64	4674894,55	
19	304	395	36,98	50,34	65,14	9,79	303,03	10958,70	9725,33	10533,81	1,19	1,60	6070,65	8846,70	0	274,95	3013105,89	2285886,49	4404541,66	
20	304	395	36,98	50,34	67,06	10,56	303,03	9924,99	8144,42	9029,67	1,16	1,58	5150,24	7758,21	0	279,07	2769793,32	2146853,09	4098900,79	
21	304	395	36,98	50,34	69,15	11,56	303,03	8784,26	6339,57	7323,41	1,13	1,56	4071,95	6462,40	0	283,20	2487678,74	1993361,35	3745503,19	
22	304	395	36,98	50,34	71,47	12,95	303,03	7501,57	4209,86	5327,69	1,10	1,53	2756,34	4854,35	0	287,33	2155400,35	1820783,23	3323542,34	
23	304	395	36,98	50,34	74,12	15,04	303,03	6015,70	1553,25	2870,00	1,05	1,49	1042,06	2721,60	0	291,47	1753372,32	1621850,50	2793754,43	
24	304	395	36,98	50,34	77,31	18,74	303,03	4196,49	-2149,05	-485,04	1,00	1,44	-1490,40	-485,20	0	295,63	1240620,69	1384442,23	2063988,26	
25	304	395	36,98	50,34	81,82	28,92	303,03	1590,46	-9380,11	-6774,17	0,92	1,37	-6868,21	-7387,19	0	299,95	477056,31	1094823,59	759426,48	
$\Sigma =$																47627252,76	40962090,59	74045706,98		
FS																0,86			1,55	

MODELO FUZZY DE BISHOP SIMPLIFICADO (1955) -TALUDE 200 m

Grau de pertinência → $\mu = 0,4$

FS_m = 1,141

Folha	c' (kPa)		φ (°)		α (°)	L (m)	R (m)	W (kN)	N _{NUMERADOR}		N _{DENOMINADOR}		N (kN)		u (kPa)	x (m)	Wx (kNm)	FS	
	c _i	c _f	φ _i	φ _f					Num _i	Num _f	Den _i	Den _f	N _i	N _f				Num _i	Num _f
1	314	382	38,37	48,32	41,51	5,50	303,03	483,52	-839,57	-591,52	1,38	1,60	-524,98	-428,78	0	200,85	97114,51	396823,85	490240,71
2	314	382	38,37	48,32	42,56	5,59	303,03	1442,99	203,50	460,85	1,38	1,60	127,15	334,85	0	204,96	295760,41	561984,10	760754,06
3	314	382	38,37	48,32	43,63	5,69	303,03	2386,90	1226,10	1493,22	1,37	1,60	765,70	1087,92	0	209,08	499051,65	724526,58	1028451,42
4	314	382	38,37	48,32	44,71	5,79	303,03	3314,42	2226,97	2504,41	1,37	1,60	1390,58	1830,39	0	213,20	706618,05	884496,22	1293400,25
5	314	382	38,37	48,32	45,82	5,90	303,03	4224,61	3204,67	3493,02	1,36	1,60	2001,56	2562,10	0	217,31	918054,24	1041929,23	1555656,25
6	314	382	38,37	48,32	46,95	6,03	303,03	5116,44	4157,61	4457,56	1,36	1,60	2598,40	3282,86	0	221,43	1132917,41	1196857,48	1815270,62
7	314	382	38,37	48,32	48,10	6,16	303,03	5988,72	5083,94	5396,25	1,35	1,60	3180,65	3992,34	0	225,54	1350714,79	1349299,57	2072274,86
8	314	382	38,37	48,32	49,28	6,31	303,03	6840,12	5981,55	6307,10	1,34	1,60	3747,82	4690,11	0	229,66	1570894,65	1499265,64	2326687,66
9	314	382	38,37	48,32	50,48	6,47	303,03	7669,12	6848,00	7187,78	1,34	1,59	4299,16	5375,56	0	233,78	1792849,48	1646754,88	2578511,40
10	314	382	38,37	48,32	51,72	6,64	303,03	8473,96	7680,41	8035,57	1,33	1,59	4833,77	6047,88	0	237,89	2015884,40	1791749,23	2827719,22
11	314	382	38,37	48,32	53,00	6,84	303,03	9252,60	8475,41	8847,29	1,32	1,58	5350,43	6706,01	0	242,01	2239203,02	1934211,64	3074250,04
12	314	382	38,37	48,32	54,31	7,05	303,03	10002,70	9228,99	9619,16	1,31	1,58	5847,63	7348,55	0	246,12	2461910,88	2074092,98	3318019,35
13	314	382	38,37	48,32	55,67	7,30	303,03	10721,40	9936,23	10346,57	1,30	1,57	6323,30	7973,58	0	250,24	2682935,91	2211299,59	3558857,59
14	314	382	38,37	48,32	57,07	7,57	303,03	11405,30	10591,07	11023,83	1,29	1,56	6774,76	8578,55	0	254,36	2901033,92	2345708,48	3796531,78
15	314	382	38,37	48,32	58,54	7,88	303,03	12050,40	11186,14	11644,09	1,27	1,55	7198,56	9160,12	0	258,48	3114734,17	2477167,08	4030730,75
16	314	382	38,37	48,32	60,06	8,25	303,03	12651,60	11711,79	12198,37	1,26	1,54	7589,86	9713,55	0	262,59	3322228,14	2605442,99	4260964,51
17	314	382	38,37	48,32	61,66	8,67	303,03	12760,40	11650,81	12170,40	1,24	1,53	7612,30	9824,78	0	266,71	3403347,96	2651104,46	4347842,18
18	314	382	38,37	48,32	63,35	9,17	303,03	11907,70	10460,17	11018,50	1,22	1,52	6899,92	9033,79	0	270,83	3224971,55	2528185,89	4137013,60
19	314	382	38,37	48,32	65,14	9,79	303,03	10958,70	9116,13	9720,95	1,20	1,50	6081,11	8112,30	0	274,95	3013105,89	2390217,63	3894527,89
20	314	382	38,37	48,32	67,06	10,56	303,03	9924,99	7614,10	8276,34	1,17	1,48	5146,99	7049,51	0	279,07	2769793,32	2239426,13	3622007,08
21	314	382	38,37	48,32	69,15	11,56	303,03	8784,26	5898,22	6634,22	1,15	1,46	4051,10	5788,32	0	283,20	2487678,74	2072105,79	3309066,87
22	314	382	38,37	48,32	71,47	12,95	303,03	7501,57	3871,80	4708,03	1,11	1,43	2711,75	4228,31	0	287,33	2155400,35	1882603,96	2938510,51
23	314	382	38,37	48,32	74,12	15,04	303,03	6015,70	1340,94	2325,99	1,07	1,39	962,79	2165,90	0	291,47	1753372,32	1661589,89	2478191,78
24	314	382	38,37	48,32	77,31	18,74	303,03	4196,49	-2192,87	-948,04	1,02	1,35	-1628,48	-926,59	0	295,63	1240620,69	1391641,38	1853628,45
25	314	382	38,37	48,32	81,82	28,92	303,03	1590,46	-9120,40	-7170,93	0,95	1,27	-7157,26	-7579,08	0	299,95	477056,31	1033869,33	768097,96
Σ =																47627252,76	42592354,00	66137206,80	
FS																0,89	1,39		

MODELO FUZZY DE BISHOP SIMPLIFICADO (1955) -TALUDE 200 m

Grau de pertinência → $\mu = 0,6$

$FS_m = 1,096$

Folha	c' (kPa)		α (°)	L (m)	R (m)	W (kN)	N _{NUMERADOR}		N _{DENOMINADOR}		N (kN)		u (kPa)	x (m)	Wx (kNm)	FS			
	c _i	c _f					Num _i	Num _f	Den _i	Den _f	N _i	N _f				Num _i	Num _f		
	ϕ_i	ϕ_f																	
1	324	370	39,83	46,43	41,51	5,50	303,03	483,52	-816,60	-651,53	1,37	1,52	-538,03	-474,26	0	200,85	97114,51	404269,62	464643,01
2	324	370	39,83	46,43	42,56	5,59	303,03	1442,99	184,90	356,15	1,37	1,52	121,76	259,65	0	204,96	295760,41	580011,74	708677,77
3	324	370	39,83	46,43	43,63	5,69	303,03	2386,90	1166,71	1344,47	1,37	1,52	768,10	982,02	0	209,08	499051,65	753016,68	949792,30
4	324	370	39,83	46,43	44,71	5,79	303,03	3314,42	2127,63	2312,25	1,37	1,52	1400,90	1692,78	0	213,20	706618,05	923329,08	1188042,80
5	324	370	39,83	46,43	45,82	5,90	303,03	4224,61	3066,26	3258,15	1,36	1,52	2019,92	2391,75	0	217,31	918054,24	1090983,93	1423473,44
6	324	370	39,83	46,43	46,95	6,03	303,03	5116,44	3981,09	4180,70	1,36	1,52	2624,91	3078,69	0	221,43	1132917,41	1256011,27	1656122,87
7	324	370	39,83	46,43	48,10	6,16	303,03	5988,72	4870,33	5078,16	1,35	1,51	3215,42	3753,22	0	225,54	1350714,79	1418426,39	1886010,22
8	324	370	39,83	46,43	49,28	6,31	303,03	6840,12	5731,95	5948,58	1,35	1,51	3790,94	4414,87	0	229,66	1570894,65	1578234,99	2113141,55
9	324	370	39,83	46,43	50,48	6,47	303,03	7669,12	6563,59	6789,70	1,34	1,51	4350,73	5062,96	0	233,78	1792849,48	1735429,95	2337505,75
10	324	370	39,83	46,43	51,72	6,64	303,03	8473,96	7362,49	7598,84	1,33	1,50	4893,85	5696,61	0	237,89	2015884,40	1889984,55	2559063,34
11	324	370	39,83	46,43	53,00	6,84	303,03	9252,60	8125,40	8372,87	1,33	1,50	5419,08	6314,67	0	242,01	2239203,02	2041850,09	2777741,79
12	324	370	39,83	46,43	54,31	7,05	303,03	10002,70	8848,47	9108,11	1,32	1,49	5924,87	6915,65	0	246,12	2461910,88	2190962,46	2993444,20
13	324	370	39,83	46,43	55,67	7,30	303,03	10721,40	9526,95	9800,01	1,31	1,49	6409,14	7497,55	0	250,24	2682935,91	2337206,74	3205994,72
14	324	370	39,83	46,43	57,07	7,57	303,03	11405,30	10155,01	10442,99	1,30	1,48	6869,15	8057,67	0	254,36	2901033,92	2480431,78	3415156,48
15	324	370	39,83	46,43	58,54	7,88	303,03	12050,40	10725,54	11030,29	1,28	1,47	7301,39	8592,55	0	258,48	3114734,17	2620448,08	3620619,72
16	324	370	39,83	46,43	60,06	8,25	303,03	12651,60	11229,25	11553,05	1,27	1,46	7700,93	9097,27	0	262,59	3322228,14	2756970,31	3821910,01
17	324	370	39,83	46,43	61,66	8,67	303,03	12760,40	11169,33	11515,10	1,25	1,45	7725,74	9178,62	0	266,71	3403347,96	2804864,25	3895263,07
18	324	370	39,83	46,43	63,35	9,17	303,03	11907,70	10024,12	10395,67	1,24	1,43	7003,08	8402,15	0	270,83	3224971,55	2671824,89	3704448,21
19	324	370	39,83	46,43	65,14	9,79	303,03	10958,70	8731,26	9133,74	1,22	1,41	6171,44	7500,78	0	274,95	3013105,89	2522077,89	3486190,33
20	324	370	39,83	46,43	67,06	10,56	303,03	9924,99	7286,19	7726,88	1,20	1,40	5221,47	6463,86	0	279,07	2769793,32	2357762,99	3242238,38
21	324	370	39,83	46,43	69,15	11,56	303,03	8784,26	5635,06	6124,83	1,17	1,37	4105,39	5236,64	0	283,20	2487678,74	2174493,19	2963905,60
22	324	370	39,83	46,43	71,47	12,95	303,03	7501,57	3684,55	4241,03	1,14	1,35	2739,10	3722,75	0	287,33	2155400,35	1965430,73	2636927,00
23	324	370	39,83	46,43	74,12	15,04	303,03	6015,70	1247,54	1903,05	1,10	1,31	951,48	1726,52	0	291,47	1753372,32	1718875,38	2234928,10
24	324	370	39,83	46,43	77,31	18,74	303,03	4196,49	-2157,37	-1328,99	1,05	1,27	-1703,54	-1260,31	0	295,63	1240620,69	1411370,24	1697749,62
25	324	370	39,83	46,43	81,82	28,92	303,03	1590,46	-8840,23	-7542,94	0,98	1,20	-7387,92	-7684,47	0	299,95	477056,31	975808,67	792223,41
$\Sigma =$																47627252,76	44660075,88	59775213,68	
FS																0,94	1,26		

MODELO FUZZY DE BISHOP SIMPLIFICADO (1955) -TALUDE 200 m

Grau de pertinência → $\mu = 0,8$

$FS_m = 1,070$

Falta	c' (kPa)		α (°)	L (m)	R (m)	W (kN)	N _{NUMERADOR}		N _{DENOMINADOR}		N (kN)		u (kPa)	x (m)	Wx (kNm)	FS			
	c _i	c _f					Num _i	Num _f	Den _i	Den _f	N _i	N _f				Num _i	Num _f		
1	335	358	41,36	44,65	41,51	5,50	303,03	483,52	-786,04	-703,60	1,38	1,46	-539,87	-508,11	0	200,85	97114,51	414232,42	443845,20
2	335	358	41,36	44,65	42,56	5,59	303,03	1442,99	191,84	277,37	1,38	1,46	131,73	200,47	0	204,96	295760,41	602668,11	665857,47
3	335	358	41,36	44,65	43,63	5,69	303,03	2386,90	1150,52	1239,30	1,38	1,46	790,13	896,78	0	209,08	499051,65	788265,42	884924,85
4	335	358	41,36	44,65	44,71	5,79	303,03	3314,42	2088,84	2181,05	1,38	1,46	1435,21	1580,72	0	213,20	706618,05	971069,31	1101097,10
5	335	358	41,36	44,65	45,82	5,90	303,03	4224,61	3005,43	3101,27	1,38	1,45	2066,78	2252,08	0	217,31	918054,24	1151114,25	1314412,21
6	335	358	41,36	44,65	46,95	6,03	303,03	5116,44	3898,83	3998,52	1,37	1,45	2684,53	2910,61	0	221,43	1132917,41	1328429,29	1524902,30
7	335	358	41,36	44,65	48,10	6,16	303,03	5988,72	4767,27	4871,07	1,37	1,45	3288,06	3555,90	0	225,54	1350714,79	1503027,24	1732580,76
8	335	358	41,36	44,65	49,28	6,31	303,03	6840,12	5608,80	5717,00	1,37	1,45	3876,82	4187,43	0	229,66	1570894,65	1674910,19	1937448,38
9	335	358	41,36	44,65	50,48	6,47	303,03	7669,12	6421,12	6534,05	1,36	1,44	4450,09	4804,50	0	233,78	1792849,48	1844065,76	2139489,02
10	335	358	41,36	44,65	51,72	6,64	303,03	8473,96	7201,54	7319,58	1,35	1,44	5006,90	5406,19	0	237,89	2015884,40	2010459,49	2338659,93
11	335	358	41,36	44,65	53,00	6,84	303,03	9252,60	7946,88	8070,48	1,35	1,43	5546,05	5991,29	0	242,01	2239203,02	2174031,97	2534887,59
12	335	358	41,36	44,65	54,31	7,05	303,03	10002,70	8653,41	8783,09	1,34	1,43	6065,96	6558,28	0	246,12	2461910,88	2334705,20	2728075,02
13	335	358	41,36	44,65	55,67	7,30	303,03	10721,40	9316,50	9452,88	1,33	1,42	6564,52	7105,07	0	250,24	2682935,91	2492343,65	2918053,35
14	335	358	41,36	44,65	57,07	7,57	303,03	11405,30	9930,48	10074,31	1,32	1,41	7038,99	7628,92	0	254,36	2901033,92	2646768,61	3104597,56
15	335	358	41,36	44,65	58,54	7,88	303,03	12050,40	10488,44	10640,64	1,31	1,40	7485,80	8126,28	0	258,48	3114734,17	2797754,02	3287417,46
16	335	358	41,36	44,65	60,06	8,25	303,03	12651,60	10981,33	11143,05	1,30	1,39	7899,98	8592,16	0	262,59	3322228,14	2944961,11	3466074,93
17	335	358	41,36	44,65	61,66	8,67	303,03	12760,40	10924,30	11096,99	1,28	1,38	7931,19	8650,85	0	266,71	3403347,96	2996296,13	3529554,30
18	335	358	41,36	44,65	63,35	9,17	303,03	11907,70	9808,28	9993,85	1,27	1,36	7196,80	7889,15	0	270,83	3224971,55	2851654,30	3356274,19
19	335	358	41,36	44,65	65,14	9,79	303,03	10958,70	8548,49	8749,51	1,25	1,35	6350,36	7007,47	0	274,95	3013105,89	2688320,66	3159033,93
20	335	358	41,36	44,65	67,06	10,56	303,03	9924,99	7140,63	7360,74	1,23	1,33	5382,12	5995,42	0	279,07	2769793,32	2508346,64	2939693,14
21	335	358	41,36	44,65	69,15	11,56	303,03	8784,26	5532,37	5777,00	1,20	1,30	4242,85	4800,32	0	283,20	2487678,74	2306542,50	2690956,90
22	335	358	41,36	44,65	71,47	12,95	303,03	7501,57	3633,10	3911,03	1,17	1,28	2845,84	3329,39	0	287,33	2155400,35	2074679,59	2400961,32
23	335	358	41,36	44,65	74,12	15,04	303,03	6015,70	1261,14	1588,53	1,14	1,24	1014,66	1394,04	0	291,47	1753372,32	1798292,53	2048059,76
24	335	358	41,36	44,65	77,31	18,74	303,03	4196,49	-2050,60	-1636,86	1,09	1,20	-1710,67	-1496,45	0	295,63	1240620,69	1446939,18	1583846,54
25	335	358	41,36	44,65	81,82	28,92	303,03	1590,46	-8541,98	-7894,04	1,02	1,13	-7559,16	-7712,00	0	299,95	477056,31	921296,68	827650,81
$\Sigma =$															47627252,76	47271174,25	54658354,06		
FS															0,99	1,15			

MODELO FUZZY DE BISHOP SIMPLIFICADO (1955) - TALUDE 200 m

Grau de pertinência $\rightarrow \mu = 1,0$

$FS_m = 1,061$

Folha	c' (kPa)		ϕ (°)	α (°)	L (m)	R (m)	W (kN)	N _{NUMERADOR}		N _{DENOMINADOR}		N (kN)		u (kPa)	x (m)	Wx (kNm)	FS	
	c _i	c _f						Num _i	Num _f	Den _i	Den _f	N _i	N _f				Num _i	Num _f
1	346	346	42,96	42,96	41,51	5,50	303,03	483,52	-748,35	-748,35	1,41	1,41	-529,99	0	200,85	97114,51	427237,27	427237,27
2	346	346	42,96	42,96	42,56	5,59	303,03	1442,99	222,80	222,80	1,41	1,41	157,83	0	204,96	295760,41	630922,99	630922,99
3	346	346	42,96	42,96	43,63	5,69	303,03	2386,90	1174,97	1174,97	1,41	1,41	832,82	0	209,08	499051,65	831696,77	831696,77
4	346	346	42,96	42,96	44,71	5,79	303,03	3314,42	2107,00	2107,00	1,41	1,41	1494,89	0	213,20	706618,05	1029605,04	1029605,04
5	346	346	42,96	42,96	45,82	5,90	303,03	4224,61	3017,57	3017,57	1,41	1,41	2143,82	0	217,31	918054,24	1224683,00	1224683,00
6	346	346	42,96	42,96	46,95	6,03	303,03	5116,44	3905,21	3905,21	1,41	1,41	2779,34	0	221,43	1132917,41	1416960,06	1416960,06
7	346	346	42,96	42,96	48,10	6,16	303,03	5988,72	4768,19	4768,19	1,40	1,40	3401,02	0	225,54	1350714,79	1606448,04	1606448,04
8	346	346	42,96	42,96	49,28	6,31	303,03	6840,12	5604,59	5604,59	1,40	1,40	4008,34	0	229,66	1570894,65	1793147,02	1793147,02
9	346	346	42,96	42,96	50,48	6,47	303,03	7669,12	6412,14	6412,14	1,39	1,39	4600,57	0	233,78	1792849,48	1977041,14	1977041,14
10	346	346	42,96	42,96	51,72	6,64	303,03	8473,96	7188,19	7188,19	1,39	1,39	5176,76	0	237,89	2015884,40	2158090,13	2158090,13
11	346	346	42,96	42,96	53,00	6,84	303,03	9252,60	7929,63	7929,63	1,38	1,38	5735,70	0	242,01	2239203,02	2336225,71	2336225,71
12	346	346	42,96	42,96	54,31	7,05	303,03	10002,70	8632,75	8632,75	1,38	1,38	6275,82	0	246,12	2461910,88	2511358,29	2511358,29
13	346	346	42,96	42,96	55,67	7,30	303,03	10721,40	9293,03	9293,03	1,37	1,37	6795,03	0	250,24	2682935,91	2683333,62	2683333,62
14	346	346	42,96	42,96	57,07	7,57	303,03	11405,30	9904,88	9904,88	1,36	1,36	7290,55	0	254,36	2901033,92	2851947,50	2851947,50
15	346	346	42,96	42,96	58,54	7,88	303,03	12050,40	10461,51	10461,51	1,35	1,35	7758,81	0	258,48	3114734,17	3016939,31	3016939,31
16	346	346	42,96	42,96	60,06	8,25	303,03	12651,60	10954,04	10954,04	1,34	1,34	8194,82	0	262,59	3322228,14	3177918,18	3177918,18
17	346	346	42,96	42,96	61,66	8,67	303,03	12760,40	10901,64	10901,64	1,32	1,32	8237,07	0	266,71	3403347,96	3234281,00	3234281,00
18	346	346	42,96	42,96	63,35	9,17	303,03	11907,70	9799,53	9799,53	1,31	1,31	7489,57	0	270,83	3224971,55	3076308,74	3076308,74
19	346	346	42,96	42,96	65,14	9,79	303,03	10958,70	8555,81	8555,81	1,29	1,29	6626,38	0	274,95	3013105,89	2897257,44	2897257,44
20	346	346	42,96	42,96	67,06	10,56	303,03	9924,99	7166,58	7166,58	1,27	1,27	5637,39	0	279,07	2769793,32	2699086,20	2699086,20
21	346	346	42,96	42,96	69,15	11,56	303,03	8784,26	5580,64	5580,64	1,25	1,25	4471,74	0	283,20	2487678,74	2475649,19	2475649,19
22	346	346	42,96	42,96	71,47	12,95	303,03	7501,57	3709,38	3709,38	1,22	1,22	3039,87	0	287,33	2155400,35	2217065,47	2217065,47
23	346	346	42,96	42,96	74,12	15,04	303,03	6015,70	1375,39	1375,39	1,19	1,19	1159,56	0	291,47	1753372,32	1905599,78	1905599,78
24	346	346	42,96	42,96	77,31	18,74	303,03	4196,49	-1876,75	-1876,75	1,14	1,14	-1643,95	0	295,63	1240620,69	1502606,55	1502606,55
25	346	346	42,96	42,96	81,82	28,92	303,03	1590,46	-8226,64	-8226,64	1,07	1,07	-7668,47	0	299,95	477056,31	871395,50	871395,50
$\Sigma =$																47627252,76	50552803,92	50552803,92
FS																1,06	1,06	1,06

ANEXOS

ANEXO A - RMR

(Continua)

A. Parâmetros de classificação e seus respectivos pesos relativos		Faixa de valores					Para valores inferiores, recomenda-se o ensaio de compressão simples.
		Parâmetros	> 10	4 - 10	2 - 4	1 - 2	
1	Resistência da rocha íntacta	Índice de resistência à carga pontual (MPa)	> 10	4 - 10	2 - 4	1 - 2	5 - 25
		Compressão simples (MPa)	> 250	100 - 250	50 - 100	25 - 50	1 - 5
2	Peso relativo	Peso relativo	15	12	7	4	2
		RQD (%)	90 - 100	75 - 90	50 - 75	25 - 50	< 25
3	Espaçamento das descontinuidades	Peso relativo	20	17	13	8	3
		Peso relativo	> 2 m	0,6 - 2 m	200 - 600 mm	60 - 200 mm	< 60 mm
4	Condição das descontinuidades (ver Tabela E)	Superfícies muito rugosas, descontinuas, não abertas. Paredes de rocha não alteradas.	20	15	10	8	5
		Superfícies levemente rugosas, com abertura < 1 mm. Paredes levemente alteradas.	Superfícies levemente rugosas, com abertura < 1 mm. Paredes muito alteradas.	Superfícies levemente rugosas, com abertura < 1 mm. Paredes muito alteradas.	Superfícies levemente rugosas, com abertura < 1 mm. Paredes muito alteradas.	Superfícies estriadas ou com preenchimento com espessura < 5 mm ou abertura contínua de 1 a 5 mm.	Preenchimento mole com espessura > 5 mm ou abertura contínua > 5 mm.
5	Presença de água	Peso relativo	30	25	20	10	0
		Fluxo de entrada para cada 10 m de comprimento do túnel (L/min)	Nenhum	< 10	10 - 25	25 - 125	> 125
6	Condições gerais no maciço	(Pressão de água na junta) / (tensão principal maior)	0	< 0,1	0,1 - 0,2	0,2 - 0,5	> 0,5
		Completamente seco	Levemente úmido	Úmido	Gotejando	Fluindo	
B. Correção por direção e orientação das descontinuidades (ver Tabela F)		Peso relativo	15	10	7	4	0
6	Direção e mergulho	Muito favorável	Favorável	Regular	Desfavorável	Muito desfavorável	
		Túneis	0	-2	-5	-10	-12
		Fundações	0	-2	-7	-15	-25
Peso relativo	Encostas	0	-5	-25	-50	-60	

C. Determinação das classes maciço rochoso em função do somatório dos pesos relativos					(Conclusão)
Peso Relativo Total	100 - 81	80 - 61	60 - 41	40 - 21	< 21
Classe	I	II	III	IV	V
Descrição	Rocha de excelente qualidade	Rocha de boa qualidade	Rocha regular	Rocha fraca	Rocha muito fraca
D. Características das classes de maciços rochosos					
Classe	I	II	III	IV	V
Tempo médio de auto sustentação (stand-up time) / tamanho de vão	20 anos / 15 m	1 ano / 10 m	1 semana / 5 m	10 horas / 2,5 m	30 min / 1 m
Coesão do maciço rochoso (kPa)	> 400	300 - 400	200 - 300	100 - 200	< 100
Ângulo de atrito do maciço rochoso (°)	> 45	35 - 45	25 - 35	15 - 25	< 15
E. Diretrizes para a classificação das descontinuidades					
Persistência (m)	< 1	1 - 3	3 - 10	10 - 20	> 20
Peso Relativo	6	4	2	1	0
Abertura (mm)	Nenhuma	< 0,1 mm	0, 1 - 1,0	1 - 5	> 5
Peso Relativo	6	5	4	1	0
Rugosidade	Muito rugoso	Rugoso	Levemente rugoso	Suave	Polido
Peso Relativo	6	5	3	1	0
Preenchimento	Nenhum	Preenchimento rijo < 5 mm	Preenchimento rijo > 5 mm	Preenchimento brando < 5 mm	Preenchimento brando > 5 mm
Peso Relativo	6	4	2	2	0
Intemperismo	Não intemperizado	Levemente intemperizado	Moderadamente intemperizado	Muito intemperizado	Decomposto
Peso Relativo	6	5	3	1	0
F. Efeitos da direção e orientação das descontinuidades					
Direção perpendicular ao eixo do túnel					
Avanço a favor do mergulho Mergulho 45 - 90°	Avanço a favor do mergulho Mergulho 20 - 45°		Mergulho 45 - 90°	Mergulho 20 - 45°	
Muito favorável	Favorável		Muito desfavorável	Normal	
Avanço contra o do mergulho Mergulho 45 - 90°	Avanço contra o do mergulho Mergulho 20 - 45°		Mergulho 0 - 20° (independente da direção)		
Normal	Muito desfavorável		Normal		

Fonte: Bieniawski (1989).

ANEXO B - Sistema Q

(Continua)

A. Índice de Qualidade da Rocha (<i>Rock Quality Designation</i>)		RQD (%)	
A.1	Muito Ruim	0 - 25	
A.2	Ruim	25 - 50	
A.3	Regular	50 - 75	
A.4	Bom	75 - 90	
A.5	Excelente	90 - 100	
Observações: (i) Se $RQD \leq 10$, usar $RQD = 10$; (ii) Intervalos múltiplos de 5 são suficientemente precisos.			
B. Número de famílias de descontinuidades		J_n	
B.1	Maciço com nenhum ou poucas fraturas	0,5 - 1	
B.2	Uma família de juntas	2	
B.3	Uma família de juntas mais juntas aleatórias	3	
B.4	Dois famílias de juntas	4	
B.5	Dois famílias de juntas mais juntas aleatórias	6	
B.6	Três famílias de juntas	9	
B.7	Três famílias de juntas mais juntas aleatórias	12	
B.8	Quatro ou mais famílias, aleatórias, fortemente fraturadas, etc	15	
B.9	Pedra britada, similar a solo	20	
Observações: (i) Para interseção usar $(3,0 \times J_n)$; (ii) Para portais usar $(2,0 \times J_n)$.			
C. Condição de rugosidade das paredes		J_r	
(I) Contato entre as paredes e			
(II) Contato entre as paredes antes de 10 cm de cisalhamento			
C.1	Juntas descontínuas	4	
C.2	Rugosa e irregular, ondulada	3	
C.3	Lisa e ondulada	2	
C.4	Pré-deslizada, ondulada	1,5	
C.5	Rugosa ou irregular, planar	1,5	
C.6	Lisa, planar	1	
C.7	Pré-deslizada, planar	0,5	
(III) Sem contato entre as paredes cisalhadas			
C.8	Zona contendo argilominerais espessos o suficiente para impedir o contato das paredes da fraturas	1	
C.9	Zonas contendo material arenoso espesso o suficiente para impedir o contato das paredes da fratura	1	
Observações: (i) Adicionar 1,0 se a média dos conjuntos de fratura relevantes for superior a 3 m; (ii) $J_r = 0,5$ pode ser usado para rugosidade planar, lisa com lineações, desde que as lineações estejam orientadas favoravelmente.			
D. Condições de alteração das paredes		ϕ_r (aproximado)	J_a
(I) Contato entre as paredes e			
D.1	Fortemente fechada; dura; sem amolecimento; preenchimento impermeável	-	0,75
D.2	Paredes inalteradas; somente superfície manchada	25 - 35°	1
D.3	Paredes levemente alteradas com revestimento mineral, partículas de areia, rocha desintegrada sem argila e etc.	25 - 30°	2
D.4	Revestimento de silte ou arenoargiloso, pequena fração de argila (sem amolecimento)	20 - 25°	3
D.5	Amolecimento ou revestimento com argilomineral de baixo ângulo de atrito, isto é, caulinita, além de mica, clorita, talco, gipsita, grafite e pequenas quantidades de argila expansiva (revestimento descontínuo com 1 - 2 mm de espessura ou menos)	8 - 16°	4





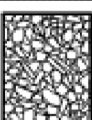

(Continua)

D. Condições de alteração das paredes		ϕ_r	J_a
(II) Contato entre as paredes antes de 10 cm de cisalhamento			
D.6	Partículas de areia, rocha desintegrada sem argila	25 - 30°	4
D.7	Forte consolidação ao longo da fratura, sem amolecimento do preenchimento com argilo mineral (contínuo, < 5 mm de espessura)	16 - 24°	6
D.8	Média ou baixa consolidação, amolecimento. Preenchida com material argiloso (contínuo, < 5 mm de espessura)	12 - 16°	8
D.9	Preenchimento com argila expansiva, isto é, montmorilonita (contínuo, < 5 mm de espessura). Valor de J_a depende da porcentagem de expansão das partículas da argila, condições de água e etc.	6 - 12°	8 - 12
(III) Sem contato entre as paredes cisalhadas e com deslocamento relativo entre as paredes			
D.10	Zonas de preenchimento com fragmentos de rocha, com argila (ver D.7, D.8 e D.9, para caracterizar as condições do material argiloso)	6 - 24°	6 - 8 ou 8 - 12
D.11	Zonas siltosas ou areno-argilosas com pequena quantidade de argila		5
D.12	Zonas contínuas de preenchimento com material argiloso (ver D.7, D.8 e D.9, para caracterizar as condições do material argiloso)	6 - 24°	10 - 13 ou 13 - 20
E. Fator de redução devido à presença de água		Pressão de água (kgf/cm ²)	J_w
E.1	Escavação seca ou com fluxo reduzido (< 5L/min localmente)	< 1	1
E.2	Vazão ou pressão média de fluxo, ocasional lavagem do preenchimento	1 - 2,5	0,66
E.3	Grande vazão ou alta pressão com juntas sem preenchimento	2,5 - 10	0,5
E.4	Grande vazão ou alta pressão, considerável lavagem dos preenchimentos	2,5 - 10	0,33
E.5	Vazão excepcional ou jatos de pressão, amenizados com o tempo	> 10	0,2 - 0,1
E.6	Vazão excepcional ou jatos de pressão, contínuo, sem amenização com o tempo	> 10	0,1 - 0,05
Observações:			
(i) Valores aproximados das pressões da água intersticial;			
(ii) Os fatores E.3 a E.5 são grosseiramente estimados. Aumentar J_w em condição de drenagem;			
(iii) Problemas especiais causados pela formação de gelo não são considerados.			
F. Fator de redução devido às tensões no maciço (<i>Stress Reduction Factor</i>)			SRF
(I) Escavação interceptando zonas de fraqueza, que podem causar relaxação do maciço quando o túnel é escavado			
F.1	Múltiplas ocorrências de zonas de fraqueza contendo argila ou rocha intemperizada, excesso de rocha desagregada no entorno (qualquer profundidade)		10
F.2	Única zona de fraqueza contendo argila ou rocha intemperizada (profundidade da escavação < 50 m)		/5
F.3	Única zona de fraqueza contendo argila ou rocha intemperizada (profundidade da escavação > 50 m)		2,5
F.4	Múltiplas zonas de cisalhamento em rocha competente, sem argila, rocha desagregada no entorno (qualquer profundidade)		7,5
F.5	Única zona de cisalhamento em rocha competente, sem argila (profundidade < 50 m)		5
F.6	Única zona de cisalhamento em rocha competente, sem argila (profundidade > 50 m)		2,5
F.7	Juntas abertas, muitas juntas profundas do tipo "cubo de açúcar" (qualquer profundidade)		5
(II) Rocha competente, problemas de tensões			
F.8	Tensões baixas, perto da superfície	σ_v/σ_1 >200	σ_v/σ_1 >13 2,5
F.9	Tensões intermediárias	200 - 10	13 - 0,66 1
F.10	Tensões altas, estrutura muito firme (normalmente favorável à estabilidade, pode ser desfavorável para estabilidade das paredes)	10 - 5	0,66 - 0,33 0,5 - 2
F.11	Ruptura (Rock Burst) com moderado deslocamento	5 - 2,5	0,33 - 0,16 5 - 10

			(Conclusão)
(II) Rocha competente, problemas de tensões	σ_c/σ_1	σ_t/σ_1	SRF
F.12 Ruptura (Rock Burst) com deslocamento após alguns minutos	< 2,5	< 0,16	10 - 20
(III) Condição de squeezing, fluxo plástico da rocha não competente sob influência de altas pressões do maciço			SRF
F.13 <i>Squeezing</i> brando			5 - 10
F.14 <i>Squeezing</i> forte			10 - 20
(IV) Rocha expansiva, dependendo da expansão química em presença de água			SRF
F.15 Leve expansão			5 - 10
F.16 Forte expansão			10 - 15
Observações:			
(i) No caso de ocorrência de zonas de baixa resistência, que sejam relevantes, mas que não interceptem a escavação, recomenda-se a redução dos valores de SRF de 25 a 50%;			
a) Quando $5 \leq \sigma_1/\sigma_3 \leq 10$, reduzir σ_c e σ_t para $0,8\sigma_c$ e $0,8\sigma_t$, respectivamente;			
b) Quando $\sigma_1/\sigma_3 > 10$, reduzir σ_c e σ_t para $0,6\sigma_c$ e $0,6\sigma_t$, respectivamente;			
(iii) Para os itens F.8 a F.12, σ_1 , σ_3 são tensões principais maior e menor, respectivamente. A resistência à compressão simples e à tração são, respectivamente, σ_c e σ_t ;			
(iv) Poucos casos foram relatados onde a profundidade da coroa abaixo da superfície é menor que a largura do vão livre. Sugere-se um aumento de SRF de 2,5 para 5 (para tais casos ver F.8)			

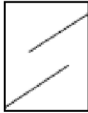
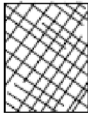




Fonte: Barton *et al.* (1974).

ANEXO C - GSI para Maciços Rochosos Homogeneamente Fraturados

<p>GEOLOGICAL STRENGTH INDEX FOR JOINTED ROCKS (Hoek and Marinos, 2000)</p> <p>From the lithology, structure and surface conditions of the discontinuities, estimate the average value of GSI. Do not try to be too precise. Quoting a range from 33 to 37 is more realistic than stating that GSI = 35. Note that the table does not apply to structurally controlled failures. Where weak planar structural planes are present in an unfavourable orientation with respect to the excavation face, these will dominate the rock mass behaviour. The shear strength of surfaces in rocks that are prone to deterioration as a result of changes in moisture content will be reduced if water is present. When working with rocks in the fair to very poor categories, a shift to the right may be made for wet conditions. Water pressure is dealt with by effective stress analysis.</p>		SURFACE CONDITIONS				
		VERY GOOD Very rough, fresh unweathered surfaces	GOOD Rough, slightly weathered, iron stained surfaces	FAIR Smooth, moderately weathered and altered surfaces	POOR Slickensided, highly weathered surfaces with compact coatings or fillings or angular fragments	VERY POOR Slickensided, highly weathered surfaces with soft clay coatings or fillings
STRUCTURE		DECREASING SURFACE QUALITY →				
	INTACT OR MASSIVE - intact rock specimens or massive in situ rock with few widely spaced discontinuities	90			N/A	N/A
	BLOCKY - well interlocked undisturbed rock mass consisting of cubical blocks formed by three intersecting discontinuity sets	80	70			
	VERY BLOCKY - interlocked, partially disturbed mass with multi-faceted angular blocks formed by 4 or more joint sets		60	50		
	BLOCKY/DISTURBED/SEAMY - folded with angular blocks formed by many intersecting discontinuity sets. Persistence of bedding planes or schistosity			40	30	
	DISINTEGRATED - poorly interlocked, heavily broken rock mass with mixture of angular and rounded rock pieces				20	
	LAMINATED/SHEARED - Lack of blockiness due to close spacing of weak schistosity or shear planes	N/A	N/A			10

Fonte: Marinos e Hoek (2000).

ANEXO D - Intervalos de GSI mais comuns para o calcário

GEOLOGICAL STRENGTH INDEX FOR JOINTED ROCKS (Hoek and Marinos, 2000)		SURFACE CONDITIONS				
<p>From the lithology, structure and surface conditions of the discontinuities, estimate the average value of GSI. Do not try to be too precise. Quoting a range from 33 to 37 is more realistic than stating that GSI = 35. Note that the table does not apply to structurally controlled failures. Where weak planar structural planes are present in an unfavourable orientation with respect to the excavation face, these will dominate the rock mass behaviour. The shear strength of surfaces in rocks that are prone to deterioration as a result of changes in moisture content will be reduced if water is present. When working with rocks in the fair to very poor categories, a shift to the right may be made for wet conditions. Water pressure is dealt with by effective stress analysis.</p>		VERY GOOD	GOOD	FAIR	POOR	VERY POOR
		Very rough, fresh unweathered surfaces	Rough, slightly weathered, iron stained surfaces	Smooth, moderately weathered and altered surfaces	Slickensided, highly weathered surfaces with compact coatings or fillings or angular fragments	Slickensided, highly weathered surfaces with soft clay coatings or fillings
STRUCTURE		DECREASING SURFACE QUALITY →				
	INTACT OR MASSIVE - intact rock specimens or massive in situ rock with few widely spaced discontinuities	90	80		N/A	N/A
	BLOCKY - well interlocked undisturbed rock mass consisting of cubical blocks formed by three intersecting discontinuity sets		70	50		
	VERY BLOCKY - interlocked, partially disturbed mass with multi-faceted angular blocks formed by 4 or more joint sets			40		
	BLOCKY/DISTURBED/SEAMY - folded with angular blocks formed by many intersecting discontinuity sets. Persistence of bedding planes or schistosity		2		30	
	DISINTEGRATED - poorly interlocked, heavily broken rock mass with mixture of angular and rounded rock pieces			3	20	
	LAMINATED/SHEARED - Lack of blockiness due to close spacing of weak schistosity or shear planes	N/A	N/A			10
		↓ DECREASING INTERLOCKING OF ROCK PIECES				

***WARNING:**
The shaded areas are indicative and may not be appropriate for site specific design purposes. Mean values are not suggested for indicative characterisation; the use of ranges is recommended

1. Massive
2. Thin bedded
3. Brecciated

Fonte: Marinos e Hoek (2000).

ANEXO E – Estimativa de campo para UCS

Grade*	Term	Uniaxial Comp. Strength (MPa)	Point Load Index (MPa)	Field estimate of strength	Examples
R6	Extremely Strong	> 250	>10	Specimen can only be chipped with a geological hammer	Fresh basalt, chert, diabase, gneiss, granite, quartzite
R5	Very strong	100 - 250	4 - 10	Specimen requires many blows of a geological hammer to fracture it	Amphibolite, sandstone, basalt, gabbro, gneiss, granodiorite, limestone, marble, rhyolite, tuff
R4	Strong	50 - 100	2 - 4	Specimen requires more than one blow of a geological hammer to fracture it	Limestone, marble, phyllite, sandstone, schist, shale
R3	Medium strong	25 - 50	1 - 2	Cannot be scraped or peeled with a pocket knife, specimen can be fractured with a single blow from a geological hammer	Claystone, coal, concrete, schist, shale, siltstone
R2	Weak	5 - 25	**	Can be peeled with a pocket knife with difficulty, shallow indentation made by firm blow with point of a geological hammer	Chalk, rocksalt, potash
R1	Very weak	1 - 5	**	Crumbles under firm blows with point of a geological hammer, can be peeled by a pocket knife	Highly weathered or altered rock
R0	Extremely weak	0.25 - 1	**	Indented by thumbnail	Stiff fault gouge

* Grade according to Brown (1981).

** Point load tests on rocks with a uniaxial compressive strength below 25 MPa are likely to yield highly ambiguous results.

Fonte: Hoek (2007).

ANEXO F – Constante m_i para rocha intacta

Tipo de rocha		Rocha e valores de m_i			
Ígneas	Intrusiva	Granito	Diorito	Gabro	Peridotito
		32 ± 3	25 ± 5	27 ± 3	25 ± 5
		Granodiorito	Dolerito	Norito	
		29 ± 3	16 ± 5	22 ± 5	
	Extrusiva	Riolito	Andesito	Basalto	Pórfiros
		16 ± 5	25 ± 5	16 ± 5	20 ± 5
				Diabásio	
			16 ± 5		
	Vulcânica		Aglomerado	Tufos	
		19 ± 3	13 ± 5		
Sedimentares	Clástica	Conglomerado	Arenito	Siltito	Argilito
		4 ± 18	17 ± 4	7 ± 2	4 ± 2
		Brecha		Margas	Folhelho
		4 ± 16		7 ± 2	6 ± 2
	Carbonática	Calcário Cristalino	Calcário Esparítico	Calcário Micrítico	Dolomito
		12 ± 3	10 ± 2	9 ± 2	9 ± 3
	Química		Gipso		
			8 ± 2		
			Anidrito		
			12 ± 2		
Orgânica			Carvão	Giz	
			8 ± 12	7 ± 2	
Metamórficas	Foliada	Gnaisse	Xisto	Filito	Ardósia
		28 ± 5	12 ± 3	7 ± 3	7 ± 4
	Levemente Foliada	Migmatito	Anfibolito		
		29 ± 3	26 ± 6		
	Sem foliação	Quartzito	Metarenito	Hornfels	Mármore
		20 ± 3	19 ± 3	19 ± 4	9 ± 3

Fonte: Hoek (2007).

ANEXO G – Valores típicos de densidade para diversos tipos rocha intacta

Rock Type	Range of Density (kg/m ³)	Mean Density (kg/m ³)
<i>Igneous rocks</i>		
Granite	2516–2809	2667
Granodiorite	2668–2785	2716
Syenite	2630–2899	2757
Quartz diorite	2680–2960	2806
Diorite	2721–2960	2839
Norite	2720–3020	2984
Gabbro	2850–3120	2976
Diabase	2804–3110	2965
Peridotite	3152–3276	3234
Dunite	3204–3314	3277
Pyroxenite	3100–3318	3231
Anorthosite	2640–2920	2734
<i>Sedimentary rocks</i>		
Sandstone	2170–2700	–
Limestone	2370–2750	–
Dolomite	2750–2800	–
Chalk	2230	–
Marble	2750	–
Shale	2060–2660	–
Sand	1920-1930	–
<i>Metamorphic rocks</i>		
Gneiss	2590–3060	2703
Schist	2700–3030	2790
Slate	2720–2840	2810
Amphibolite	2790–3140	2990
Granulite	2630–3100	2830
Eclogite	3338–3452	3392
<p><i>Note:</i> The values listed in the table are for the bulk density determined at natural water content. Modified from Lama, R.D., Vutukuri, V.S., 1978. Handbook on Mechanical Properties of Rocks. Trans Tech Publications, Clausthal.</p>		

Fonte: Zhang (2016).

ANEXO H – Coeficientes para a estatística de teste W

i\n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0,7071	0,7071	0,6872	0,6646	0,6431	0,6233	0,6062	0,5888	0,5739
2		0,0000	0,1677	0,2413	0,2806	0,3031	0,3164	0,3244	0,3291
3				0,0000	0,0875	0,1401	0,1743	0,1976	0,2141
4						0,0000	0,0561	0,0947	0,1224
5								0,0000	0,0399

i\n	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	0,5601	0,5475	0,5359	0,5251	0,515	0,5056	0,4968	0,4886	0,4808	0,4734
2	0,3315	0,3325	0,3325	0,3318	0,3306	0,329	0,3273	0,3253	0,3232	0,3211
3	0,226	0,2347	0,2412	0,246	0,2495	0,2521	0,254	0,2553	0,2561	0,2565
4	0,1429	0,1586	0,1707	0,1802	0,1878	0,1939	0,1988	0,2027	0,2059	0,2085
5	0,0695	0,0922	0,1099	0,124	0,1353	0,1447	0,1524	0,1587	0,1641	0,1686
6	0,0000	0,0303	0,0539	0,0727	0,0880	0,1005	0,1109	0,1197	0,1271	0,1334
7			0,0000	0,024	0,0433	0,0593	0,0725	0,0837	0,0932	0,1013
8					0,0000	0,0196	0,0359	0,0496	0,0612	0,0711
9							0,0000	0,0163	0,0303	0,0422
10									0,0000	0,014

i\n	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
1	0,4643	0,459	0,4542	0,4493	0,445	0,4407	0,4366	0,4328	0,4291	0,4254
2	0,3185	0,3156	0,3126	0,3098	0,3069	0,3043	0,3018	0,2992	0,2968	0,2944
3	0,2578	0,2571	0,2563	0,2554	0,2543	0,2533	0,2522	0,251	0,2499	0,2487
4	0,2119	0,2131	0,2139	0,2145	0,2148	0,2151	0,2152	0,2151	0,215	0,2148
5	0,1736	0,1764	0,1787	0,1807	0,1822	0,1836	0,1848	0,1857	0,1864	0,187
6	0,1399	0,1443	0,148	0,1512	0,1539	0,1563	0,1584	0,1601	0,1616	0,163
7	0,1092	0,115	0,1201	0,1245	0,1283	0,1316	0,1346	0,1372	0,1395	0,1415
8	0,0804	0,0878	0,0941	0,0997	0,1046	0,1089	0,1128	0,1162	0,1192	0,1219
9	0,053	0,0618	0,0696	0,0764	0,0823	0,0876	0,0923	0,0965	0,1002	0,1036
10	0,0263	0,0368	0,0459	0,0539	0,061	0,0672	0,0728	0,0778	0,0822	0,0862
11	0,0000	0,0122	0,0228	0,0321	0,0403	0,0476	0,0540	0,0598	0,0650	0,0697
12			0,0000	0,0107	0,02	0,0284	0,0358	0,0424	0,0483	0,0537
13					0,0000	0,0094	0,0178	0,0253	0,032	0,0381
14							0,0000	0,0084	0,0159	0,0227
15									0,0000	0,0076

(Continua)

i\n	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
1	0,422	0,4188	0,4156	0,4127	0,4096	0,4068	0,404	0,4015	0,3989	0,3964
2	0,2921	0,2898	0,2876	0,2854	0,2834	0,2813	0,2794	0,2774	0,2755	0,2737
3	0,2475	0,2463	0,2451	0,2439	0,2427	0,2415	0,2403	0,2391	0,238	0,2368
4	0,2145	0,2141	0,2137	0,2132	0,2127	0,2121	0,2116	0,211	0,2104	0,2098
5	0,1874	0,1878	0,188	0,1882	0,1883	0,1883	0,1883	0,1881	0,188	0,1878
6	0,1641	0,1651	0,166	0,1667	0,1673	0,1678	0,1683	0,1686	0,1689	0,1691
7	0,1433	0,1449	0,1463	0,1475	0,1487	0,1496	0,1505	0,1513	0,152	0,1526
8	0,1243	0,1265	0,1284	0,1301	0,1317	0,1331	0,1344	0,1356	0,1366	0,1376
9	0,1066	0,1093	0,1118	0,114	0,116	0,1179	0,1196	0,1211	0,1225	0,1237
10	0,0899	0,0931	0,0961	0,0988	0,1013	0,1036	0,1056	0,1075	0,1092	0,1108

(Conclusão)

i\n	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
11	0,0739	0,0777	0,0812	0,0844	0,0873	0,09	0,0924	0,0947	0,0967	0,0986
12	0,0585	0,0629	0,0669	0,0706	0,0739	0,077	0,0798	0,0824	0,0848	0,087

i\n	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
13	0,0435	0,0485	0,053	0,0572	0,061	0,0645	0,0677	0,0706	0,0733	0,0759
14	0,0289	0,0344	0,0395	0,0441	0,0484	0,0523	0,0559	0,0592	0,0622	0,0651
15	0,0144	0,0206	0,0262	0,0314	0,0361	0,0404	0,0444	0,0481	0,0515	0,0546
16	0,0000	0,0068	0,0131	0,0187	0,0239	0,0287	0,0331	0,0372	0,0409	0,0444
17			0,0000	0,0062	0,0119	0,0172	0,022	0,0264	0,0305	0,0343
18					0,0000	0,0057	0,011	0,0158	0,0203	0,0244
19							0,0000	0,0053	0,0101	0,0146
20									0,0000	0,0049

i\n	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
1	0,394	0,3917	0,3894	0,3872	0,385	0,383	0,3808	0,3789	0,377	0,3751
2	0,2719	0,2701	0,2684	0,2667	0,2651	0,2635	0,262	0,2604	0,2589	0,2574
3	0,2357	0,2345	0,2334	0,2323	0,2313	0,2302	0,2291	0,2281	0,2271	0,226
4	0,2091	0,2085	0,2078	0,2072	0,2065	0,2058	0,2052	0,2045	0,2038	0,2032
5	0,1876	0,1874	0,1871	0,1868	0,1865	0,1862	0,1859	0,1855	0,1851	0,1847
6	0,1693	0,1694	0,1695	0,1695	0,1695	0,1695	0,1695	0,1693	0,1692	0,1691
7	0,1531	0,1535	0,1539	0,1542	0,1545	0,1548	0,155	0,1551	0,1553	0,1554
8	0,1384	0,1392	0,1398	0,1405	0,141	0,1415	0,142	0,1423	0,1427	0,143
9	0,1249	0,1259	0,1269	0,1278	0,1286	0,1293	0,13	0,1306	0,1312	0,1317
10	0,1123	0,1136	0,1149	0,116	0,117	0,118	0,1189	0,1197	0,1205	0,1212
11	0,1004	0,102	0,1035	0,1049	0,1062	0,1073	0,1085	0,1095	0,1105	0,1113
12	0,0891	0,0909	0,0927	0,0943	0,0959	0,0972	0,0986	0,0998	0,101	0,102
13	0,0782	0,0804	0,0824	0,0842	0,086	0,0876	0,0892	0,0906	0,0919	0,0932
14	0,0677	0,0701	0,0724	0,0745	0,0765	0,0783	0,0801	0,0817	0,0832	0,0846
15	0,0575	0,0602	0,0628	0,0651	0,0673	0,0694	0,0713	0,0731	0,0748	0,0764
16	0,0476	0,0506	0,0534	0,056	0,0584	0,0607	0,0628	0,0648	0,0667	0,0685
17	0,0379	0,0411	0,0442	0,0471	0,0497	0,0522	0,0546	0,0568	0,0588	0,0608
18	0,0283	0,0318	0,0352	0,0383	0,0412	0,0439	0,0465	0,0489	0,0511	0,0532
19	0,0188	0,0227	0,0263	0,0296	0,0328	0,0357	0,0385	0,0411	0,0436	0,0459
20	0,0094	0,0136	0,0175	0,0211	0,0245	0,0277	0,0307	0,0335	0,0361	0,0386
21	0,0000	0,0045	0,0087	0,0126	0,0163	0,0197	0,0229	0,0259	0,0288	0,0314
22			0,0000	0,0042	0,0081	0,0118	0,0153	0,0185	0,0215	0,0244
23					0,0000	0,0039	0,0076	0,0111	0,0143	0,0174
24							0,0000	0,0037	0,0071	0,0104
25									0,0000	0,035

Fonte: Modificado de Shapiro e Wilk (1965).

ANEXO I – Valores críticos para o teste de Shapiro Wilk

(Continua)					(Conclusão)				
N	0,01	0,02	0,05	0,1	N	0,01	0,02	0,05	0,1
3	0,753	0,756	0,767	0,789	27	0,894	0,906	0,923	0,935
4	0,687	0,707	0,748	0,792	28	0,896	0,908	0,924	0,936
5	0,686	0,715	0,762	0,806	29	0,898	0,91	0,926	0,937
6	0,713	0,743	0,788	0,826	30	0,9	0,912	0,927	0,939
7	0,73	0,76	0,803	0,838	31	0,902	0,914	0,929	0,94
8	0,749	0,778	0,818	0,851	32	0,904	0,915	0,93	0,941
9	0,764	0,791	0,829	0,859	33	0,906	0,917	0,931	0,942
10	0,781	0,806	0,842	0,869	34	0,908	0,919	0,933	0,943
11	0,792	0,817	0,85	0,876	35	0,91	0,92	0,934	0,944
12	0,805	0,828	0,859	0,883	36	0,912	0,922	0,935	0,945
13	0,814	0,837	0,866	0,889	37	0,914	0,924	0,936	0,946
14	0,825	0,846	0,874	0,895	38	0,916	0,925	0,938	0,947
15	0,835	0,855	0,881	0,901	39	0,917	0,927	0,939	0,948
16	0,844	0,863	0,887	0,906	40	0,919	0,928	0,94	0,949
17	0,851	0,869	0,892	0,91	41	0,92	0,929	0,941	0,95
18	0,858	0,874	0,897	0,914	42	0,922	0,93	0,942	0,951
19	0,863	0,879	0,901	0,917	43	0,923	0,932	0,943	0,951
20	0,868	0,884	0,905	0,92	44	0,924	0,933	0,944	0,952
21	0,873	0,888	0,908	0,923	45	0,926	0,934	0,945	0,953
22	0,878	0,892	0,911	0,926	46	0,927	0,935	0,945	0,953
23	0,881	0,895	0,914	0,928	47	0,928	0,936	0,946	0,954
24	0,884	0,898	0,916	0,93	48	0,929	0,937	0,947	0,954
25	0,888	0,901	0,918	0,931	49	0,929	0,938	0,947	0,955
26	0,891	0,904	0,92	0,933	50	0,93	0,939	0,947	0,955

Fonte: modificado de Shapiro e Wilk (1965).