UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE TELEINFORMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE TELEINFORMÁTICA

Estudos sobre Sistemas de Comunicação com Sinais Não-Ortogonais Superpostos em Freqüência

Autor
Antônio Macílio Pereira de Lucena

Orientador
Prof. Dr. João César Moura Mota

Co-Orientador
Prof. Dr. Charles Casimiro Cavalcante

Tese apresentada à Coordenação do Programa de Pós-graduação em Engenharia de Teleinformática da Universidade Federal do Ceará como parte dos requisitos para obtenção do grau de Doutor em Engenharia de Teleinformática.

FORTALEZA-CEARÁ
DEZEMBRO DE 2006

Sumário

À minha mãe,

Antonia Lucena de Morais,

e ao meu pai,

Sebastião Pereira de Morais.

Agradecimentos

Quero agradecer ao meu orientador Prof. João César Moura Mota e ao meu co-orientador Prof. Charles Casimiro Cavalcante pelas discussões técnicas e inestimável apoio recebido.

Gostaria de expressar meus agradecimentos ao Prof. Élvio César Giraudo pelas inúmeras e valiosas discussões técnicas sobre o sistema de modulação $\{m\text{-}QAM\}^2$.

Agradeço em especial à minha esposa Maria da Penha e às minhas filhas Bárbara, Rebeca, e Victória pelo apoio e compreensão.

Finalmente agradeço ao INPE pelo suporte que tem sido dado para execução deste trabalho.

Resumo

Este trabalho apresenta estudos sobre sistemas de comunicação cujos sinais utilizados para a transmissão das informações são não-ortogonais, superpostos em freqüência, e com espaçamento entre portadoras menor do que a taxa de símbolo. As pesquisas estão focadas na definição das configurações de transmissor e receptor, na modelagem e análise matemática dos sistemas incluindo o canal, em propostas de estratégias para detecção de símbolo, e na avaliação de desempenho.

Faz-se uma revisão crítica da modulação $\{m\text{-QAM}\}^2$ e apresentam-se sugestões de modificação. Deriva-se o receptor de máxima-verossimilhança para detecção de dois sinais m-QAM, não-ortogonais, modulados com pulsos retangulares, e com espaçamento entre portadoras menor do que a taxa de símbolo, em canal AWGN. É desenvolvido um modelo matemático e são discutidas estratégias de detecção para o caso em que os dois sinais m-QAM são limitados em banda.

O modelo para dois sinais m-QAM de banda limitada é particularizado para a modulação m-PAM. Novas técnicas de detecção para dois sinais m-PAM não-ortogonais são propostas e analisadas. Os desempenhos dos novos detectores são avaliados. Das estratégias de detecção estudadas, destacam-se aquelas baseadas no critério de máxima-verossimilhança e a nos conceitos de separação de fontes.

Conclui-se o trabalho, registrando-se as conclusões, as contribuições, e perspectivas de novas pesquisas relacionadas ao tema.

Palavras-chave: Superposição espectral, sinais não-ortogonais, detecção, máxima verossimilhança, cancelamento de interferência, modulação multiportadora.

Abstract

This work presents studies about communications systems where non-orthogonal signals with spectral overlapping, and carrier frequency separation less than the symbol rate, are used to transmit information. The research is focused on the definition of transmitter and receiver architecture, the modeling and mathematical analysis of the system including the channel, symbol detection strategies, and performance evaluation.

A review of $\{m\text{-QAM}\}^2$ modulation is performed and a modification to the original $\{m\text{-QAM}\}^2$ system is suggested and discussed. The maximum-likelihood receiver to detect two m-QAM non-orthogonal signals, with spectral overlapping, and carrier frequency separation less than the symbol rate, is derived for an AWGN channel. A mathematical model and discussion about techniques of symbol detection are presented for the case where the *m*-QAM signal are band-limited.

The two non-orthogonal band limited m-QAM model is extended to non-orthogonal m-PAM signals. New detection techniques applied to non-orthogonal m-PAM signals are proposed and discussed. The performance of new detectors are evaluated. The new proposed detection strategies are based on maximum-likelihood criterion and source separation concepts.

Finally, the conclusions, the contributions, and new investigation perspectives are presented.

Index Terms: Spectral overlapping, non-orthogonal signal, detection, maximum-likelihood, interference cancellation, multicarrier modulation.

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

Lista de Abreviações

2-PAM	2-*Pulse Amplitude Modulation*
4-QAM	4-*Quadrature Amplitude Modulation*
64-QAM	64-*Quadrature Amplitude Modulation*
256-QAM	256-*Quadrature Amplitude Modulation*
512-QAM	512-*Quadrature Amplitude Modulation*
1024-QAM	1024-*Quadrature Amplitude Modulation*
2048-QAM	2048- *Quadrature Amplitude Modulation*
4096-QAM	4096- *Quadrature Amplitude Modulation*
m-QAM	m-*Quadrature Amplitude Modulation*
m-PAM	m-*Pulse Amplitude Modulation*
M-QAM	M-*Quadrature Amplitude Modulation*
AWGN	*Additive White Gaussian Noise*
BPSK	*Biphase Shift Keying*
BER	*Bit Error Rate*
CDMA	*Code Division Multiple Access*
dB	Decibel
DFE	*Decision Feedback Equalizer*
FBP	Filtro Passa-Baixas
FDM	*Frequency Division Multiplex*
ICI	*Intercarrier Interference*
IES	Interferência Entre Símbolos
FIR	*Finite Impulse Response*
LMS	*Least Mean Square*
MLSE	*Maximum Likelihood Sequence Estimator*
MAI	*Multiple Access Interference*
MUI	*Multi-User Interference*
MSE	*Mean Square Error*
MV	*Máxima Verossimilhança*
OFDM	*Orthogonal Frequency Division Multiplexing*
PSK	*Phase Shift Keying*
QPSK	*Quadriphase Shift Keying*
TES	Taxa de Erro de Símbolo
ZF	*Zero-Forcing*

Símbolos e Notações

$\hat{a}$	(transformada de Hilbert de a)
$E[.]$	(operador esperança)
$\mathsf{F}\{.\}$	(transformada de Fourier)
$\mathbf{M}$	matriz (letra maiúscula em negrito)
$\mathbf{M}^H$	(Hermitiano da matriz **M**)
$\mathbf{M}^T$	(transposta da matriz **M**)
$\mathbf{M}^{-1}$	(inversa da matriz **M**)
$p_x(.)$	(função densidade de probabilidade da variável x)
$R_n(\tau)$	(autocorrelação do processo $n(t)$: $E[n(t+\tau)n(t)]$)
$R_{xy}(\tau)$	(correlação cruzada dos processo $x(t)$ e $y(t)$: $E[x(t+\tau)y(t)]$)
$S_n(f)$	(densidade espectral de potência do processo $n(t)$)
$\mathbf{v}$	vetor (letra minúscula em negrito)
x ou X	variável real ou complexa (letra maiúscula ou minúscula em itálico)
x^*	(conjugado de x)

Capítulo 1

Introdução

Sistemas de comunicação tais como OFDM (do inglês *Orthogonal Frequency Division Multiplexing*) [1, 2, 3] e CDMA (do inglês *Code Division Multiple Access*) [4, 5] empregam sinais com formas de onda ortogonais para transmitir paralelamente informações de diferentes fontes. A ortogonalidade permite a superposição do espectro dos sinais simultaneamente, resultando num aumento da eficiência espectral do sistema. A eficiência espectral (R) de um sistema de comunicação é definida como sendo a razão entre a taxa de bit (R_b) transmitida e a largura de banda (W) utilizada. A modulação QPSK (do inglês *Quadriphase Shift Keying*), na qual dois sinais BPSK (do inglês *Biphase Shift Keying*) com portadoras em quadratura são adicionados, também faz uso da ortogonalidade para dobrar a eficiência espectral com relação à modulação BPSK.

Por outro lado, há várias referências na literatura de sistemas de comunicação digital que utilizam intencionalmente sinais não-ortogonais para transmitir informações [6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 14, 15, 16, 17]. Normalmente esta solução é adotada em sistemas em que, devido às imperfeições do canal, não é possível manter a ortogonalidade dos sinais transmitidos e o emprego de sinais não-ortogonais representa um aumento de flexibilidade ou de eficiência em algum aspecto.

Um sistema CDMA que usa seqüências de espalhamento não-ortogonais é proposto por J. H. M. Sau *et al.* em [6]. O sistema descrito ganha maior flexibilidade no que diz respeito ao número de códigos de espalhamento, à taxa de dados e à taxa do código de canal. Este ganho de flexibilidade compensa o aumento da interferência de multiacesso (MAI, do inglês *Multiple Access Interference*) introduzida pelos códigos de espalhamento não-ortogonais.

No contexto de comunicação multiusuário não-coerente, em que, por causa da distorção de canal, é difícil garantir que as formas de ondas recebidas sejam

estritamente ortogonais, a transmissão de pulsos não-ortogonais pode permitir uma maior eficiência de banda [7, 8, 9].

A técnica de modulação multiportadoras OFDM tem sido uma opção eficiente para comunicação em canais sem fio de banda larga [2]. Entretanto, conforme as referências [10, 11, 12, 13, 14], o sistema OFDM padrão com pulsos retangulares e portadoras ortogonais não é a melhor escolha para canais com dispersão no tempo e na freqüência. A modulação multiportadora com sinais não-ortogonais apresenta as seguintes vantagens potenciais quando comparada ao sistema OFDM tradicional operando em canais duplamente dispersivos [10,12]: maior eficiência de banda; sensibilidade reduzida a desvio de freqüência de portadora, a ruído de fase, e a interferência banda estreita; e menor interferência entre símbolos (IES) e interferência entre portadoras (ICI, do inglês *Intercarrier Interference*).

Para um sistema de modulação multiportadora com K portadoras, período de símbolos T, e espaçamento de portadora Δf, o sinal de banda-base equivalente transmitido $s(t)$ pode ser expresso por

$$s(t) = \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \sum_{k=0}^{K-1} a_{l,k} g_{l,k}(t), \tag{1.1}$$

em que $a_{l,k}$ é um número complexo e denota o símbolo transmitido pela k-ésima portadora no instante l, e $g_{l,k}(t)$ é dado por

$$g_{l,k}(t) = g(t - lT) e^{j2\pi k \Delta f t}, \quad l, k \in \mathbb{Z}, \tag{1.2}$$

em que $g(t)$ é o pulso de banda-base transmitido o qual tem energia finita. O conjunto de funções definidas pela eq. (1.2) para l e k inteiros é sempre referenciado na literatura como sistema de funções *Weyl-Heisenberg* [10]. A condição necessária para a perfeita reconstrução dos dados no receptor, sem interferência entre símbolos e entre portadoras, é que as funções $g_{l,k}(t)$ sejam linearmente independentes [10, 12, 13, 14]. Esta condição de independência linear é garantida quando $\Delta f T \geq 1$ [10, 12, 13, 14]. Por isso quase a totalidade dos sistemas de comunicação com modulação multiportadora funciona com $\Delta f T \geq 1$. Claramente a eficiência espectral máxima do

sistema é conseguida quando $\Delta fT = 1$. Sistemas OFDM com extensão cíclica normalmente operam na prática com ΔfT na faixa de 1,03 até 1,25 [12]. É interessante ainda destacar, que em um conjunto de funções ortogonais, as funções são sempre linearmente independentes entre si, enquanto em um conjunto de funções não-ortogonais, as funções tanto podem ser linearmente independentes como dependentes.

De um modo diferente das referências já citadas, o sistema $\{m\text{-QAM}\}^2$, proposto por E. C. Giraudo *et al.* em [15] e [16], transmite simultaneamente através de um canal AWGN (do inglês *Additive White Gaussian Noise*) duas portadoras não-ortogonais com modulação m-QAM (do inglês m-*Quadrature Amplitude Modulation*) mas com um espaçamento na freqüência menor do que a taxa de símbolo, ou seja, $\Delta fT < 1$. Até o início deste trabalho, a modulação $\{m\text{-QAM}\}^2$, e sua variante $\{m\text{-PSK}\}^2$ [17], eram as únicas referências na literatura sobre sistemas de comunicação com múltiplas portadoras e $\Delta fT < 1$, que utilizam sinais não-ortogonais superpostos em freqüência de forma intencional para melhorar o desempenho com relação a R. Conforme por E. C. Giraudo *et al.* em [15] e [16], o sistema $\{m\text{-QAM}\}^2$ pode apresentar ganhos expressivos de potência quando comparado ao sistema M-QAM convencional de mesma eficiência espectral.

Ilustra-se na Figura 1.1 as possíveis situações em termos de superposição espectral para um sistema com duas portadoras. Supõe-se que a largura de banda dos sinais transmitidos é igual a $2/T$. A parte (a) da Figura 1.1 representa um sistema FDM (do inglês *Frequency Division Multiplex*) convencional em que os espectros estão separados. Em (b) mostra-se um sistema OFDM no qual $\Delta fT = 1$. E finalmente em (c) tem-se um sistema com $\Delta fT < 1$ que é o caso de interesse neste trabalho.

A proposta original do Projeto de Tese era o de desenvolver receptores adaptativos para sistemas de comunicação com modulação $\{m\text{-QAM}\}^2$ tanto para canais AWGN como para canais dispersivos no tempo. No entanto, durante a fase de revisão bibliográfica, verificou-se que o sistema $\{m\text{-QAM}\}^2$, com as configurações de transmissor e receptor tais como apresentadas por E. C. Giraudo *et al.* em [16], precisaria de uma largura de banda de canal teoricamente infinita para que a distorção de sinal não provocasse perda de potência no sistema [18]. Com isto, a eficiência espectral do sistema $\{m\text{-QAM}\}^2$, como concebido por E. C. Giraudo *et al.* em [16],

torna-se praticamente nula e sua aplicação restrita aos casos em que não há limitação de banda. Este fato alterou o foco e os objetivos da pesquisa.

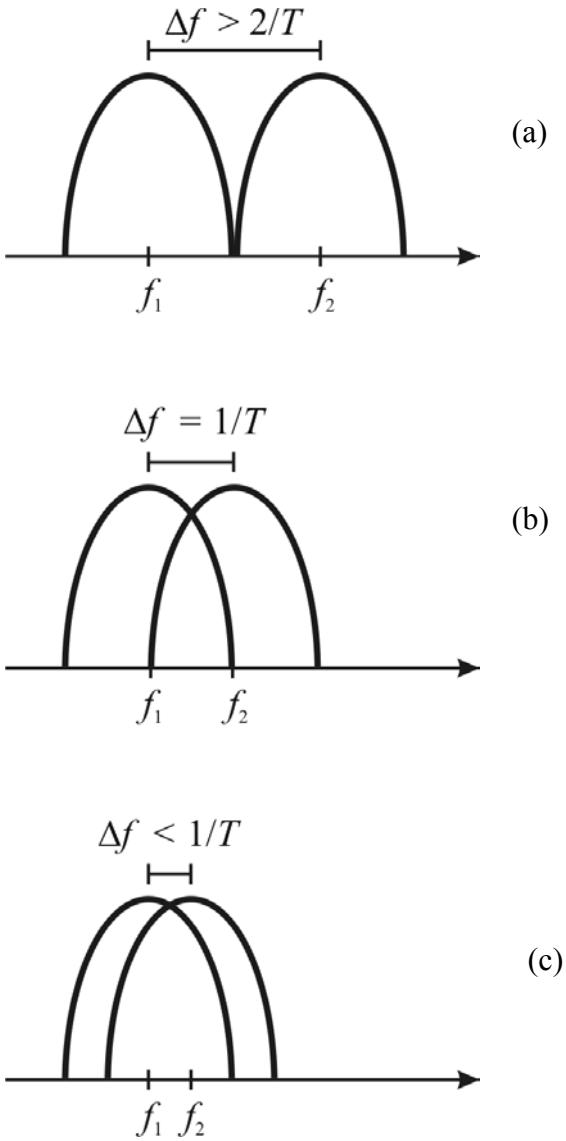

Figura 1.1: diversas situações de superposição espectral para um sistema com duas portadoras.

Nesta Tese, estudam-se sistemas de comunicação cujos sinais utilizados para a transmissão das informações são não-ortogonais, superpostos em freqüência e com separação de portadora menor do que a taxa de símbolo. É interessante destacar novamente que, fora os trabalhos já citados [15], [16], e [17], e algumas contribuições

já desta pesquisa [18, 19, 20, 21], este problema não tem sido estudado na literatura. A pesquisa engloba, de uma forma geral, a definição das configurações de transmissor e receptor, a modelagem e análise matemática dos sistemas incluindo o canal, propostas de estratégias para detecção de símbolo, e a avaliação de desempenho.

Este trabalho está organizado da maneira que se segue.

- *Capítulo 2: O Sistema de Modulação {m-QAM}² Revisitado*

  Neste capítulo, inicialmente, descreve-se o sistema {m-QAM}² tal como é proposto por E. C. Giraudo *et al*. em [16]. Apresenta-se os diagramas de bloco do sistema, as equações que descrevem os sinais e o desempenho, e os resultados de ganho de potência do sistema $\{64\text{-QAM}\}^2$ quando comparado com as modulações M-QAM convencionais de mesma eficiência espectral. Questiona-se algumas hipóteses adotadas por E. C. Giraudo *et al*. em [16], propõe-se uma modificação no sistema $\{m\text{-QAM}\}^2$, determina-se a potência de ruído, e mostra-se alguns resultados de desempenho do novo sistema. Finalmente, conclui-se o capítulo listando-se as contribuições, e mencionando-se algumas perspectivas de pesquisas sobre o assunto.

- *Capítulo 3: Detecção Ótima para Dois Sinais m-QAM Não-Ortogonais Modulados com Pulsos Retangulares em Canal AWGN*

  Deriva-se o receptor de máxima-verossimilhança para detecção de dois sinais m-QAM, não-ortogonais, modulados com pulsos retangulares, e com espaçamento entre portadoras menor do que a taxa de símbolo, através de um canal AWGN. Também apresentam-se análise de desempenho do sistema com a determinação de um limitante superior para a probabilidade de erro de símbolo, os resultados de simulação computacional da taxa de erro de símbolo (TES), e comparação com o sistema $\{m\text{-QAM}\}^2$ banda larga.

- *Capítulo 4: Sistema com Dois Sinais m-QAM Não-Ortogonais, Superpostos em Freqüência, para Canal AWGN de Banda Limitada*

  Define-se o sistema em termos funcionais, derivam-se as expressões para os sinais do receptor, e apresenta-se um modelo matemático do sistema. Discutem-se possíveis estratégias para detecção dos sinais. Apresenta-se um sistema

realimentado para detecção e cancelamento de interferência baseado na minimização do erro quadrático médio. Alguns resultados de simulação são apresentados para ilustrar o desempenho do sistema proposto. Conclui-se o capítulo com o resumo das principais contribuições.

- *Capítulo 5: Detector de Máxima-Verossimilhança para Dois Sinais PAM Não-Ortogonais, Limitados em Banda, e com Superposição Espectral*

  Descreve-se um sistema de comunicação que transmite dois sinais m-PAM, não-ortogonais, banda limitada, e com espaçamento entre portadoras menor do que a taxa de símbolo. Apresenta-se um modelo matemático para canal AWGN e para canal linear com ruído aditivo caracterizado por uma resposta impulsiva $c(t)$. Discutem-se os fundamentos da solução de máxima-verossimilhança (MV) para a detecção de seqüência de símbolos a partir de somente um dos sinais demodulados e apresenta-se o algoritmo de Viterbi utilizado na implementação do detector. Também apresenta-se um segundo detector de máxima verossimilhança que é baseado na otimização conjunta dos dois sinais demodulados e determina-se analiticamente um limitante superior para a probabilidade de erro de símbolo do sistema. Os resultados de simulações computacionais são apresentados para ilustrar o desempenho das duas propostas de detecção. Conclui-se o capítulo com a lista de contribuições e algumas propostas de futuras investigações.

- *Capítulo 6: Técnicas Sub-Ótimas de Detecção para Dois Sinais PAM Não-Ortogonais, Limitados em Banda, e com Superposição Espectral*

  Apresentam-se o modelo do sistema, as expressões dos sinais e dos ruídos. As estratégias para separação e detecção de símbolo são discutidas e propõem-se duas estruturas de detectores baseadas em separação de fontes, apresentando-se alguns resultados de desempenho do sistema. Conclui-se o capítulo com discussão sobre as perspectivas de novos estudos e um resumo das contribuições.

- *Capítulo 7: Conclusões, Contribuições, Novos Estudos e Perspectivas*

  Neste capítulo, apresentam-se as conclusões dos estudos realizados, as contribuições resultantes destes estudos, e novas perspectivas de pesquisas relacionadas a esta Tese.

Capítulo 2

O Sistema de Modulação {m-QAM}^{2} Revisitado

O sistema de modulação {m-QAM}^{2} é caracterizado pela transmissão simultânea de dois sinais m-QAM não-ortogonais com superposição espectral e espaçamento entre portadoras menor do a taxa de símbolos através de um canal AWGN. Conforme a literatura existente [15, 16], o sistema {m-QAM}^{2} pode apresentar ganho de potência maior do que 4dB, quando comparado com o desempenho de um sistema M-QAM de mesma eficiência espectral.

A partir deste ponto, convenciona-se representar por m-QAM os sinais QAM, com m possíveis símbolos, que constituem o sinal da modulação {m-QAM}^{2}, enquanto o sinal QAM convencional, com M símbolos, é indicado por M-QAM.

Neste capítulo, descreve-se inicialmente na seção 2.1 o sistema {m-QAM}^{2} tal como é encontrado na literatura [16]. Apresentam-se os diagramas de bloco do sistema, as equações que descrevem os sinais, o desempenho e os resultados de ganho de potência do sistema {64-QAM}^{2}, quando comparado com as modulações M-QAM convencionais de mesma eficiência espectral. Em seguida, na seção 2.2, algumas hipóteses, que são adotadas na definição do sistema [16] e reproduzidas na seção 2.1, são questionadas e discutidas [18]. Na seção 2.3, propõe-se um novo sistema {m-QAM}^{2}, dentro de um cenário mais realista, e apresentam-se análises inéditas para avaliação da potência de ruído e alguns resultados de desempenho. Nas análises da seção 2.3, adota-se uma abordagem diferente daquela encontrada em [15, 16]. Finalmente, na seção 2.4, listam-se as contribuições do capítulo e mencionam-se algumas perspectivas de pesquisas sobre o assunto.

2.1- Sistema {m-QAM}^{2}

Descrição Funcional

O sistema de modulação {m-QAM}² consiste na transmissão de dois sinais m-QAM com portadoras nas freqüências f_1 e f_2, escolhidas de forma que o espaçamento entre elas seja menor do que a taxa de símbolo. Há portanto superposição espectral dos sinais m-QAM constituintes, e sem existir necessariamente uma relação de ortogonalidade entre eles [15, 16].

O diagrama de blocos do transmissor está representado na Figura 2.1. Os sinais $x_1(k)$, $y_1(k)$, $x_2(k)$, e $y_2(k)$ pertencentes ao alfabeto {+/-1, +/-3, +/-5, ...}, são estatisticamente independentes, identicamente distribuídos, e definem o símbolo {m-QAM}² transmitido no instante k. A duração de cada símbolo é T, sendo portanto a taxa de transmissão de símbolos r_s igual a $1/T$. Com relação às freqüências das portadoras, supõe-se $f_2 > f_1$ e $\Delta f = f_2 - f_1 < 1/T$. O valor de Δf define assim o grau de superposição espectral do sistema {m-QAM}². O bloco simbolizado por TH na Figura 2.1 representa a operação transformada de Hilbert. O filtro formatador do pulso de banda-base é representado por $g(t)$ que é assumido, nesta seção, como sendo um pulso retangular de amplitude unitária e duração T tal como feito na literatura [16].

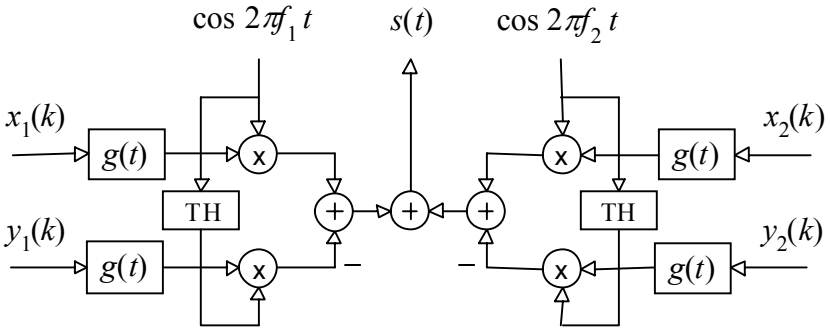

Figura 2.1: transmissor {m-QAM}².

A Figura 2.2 mostra o diagrama de blocos do receptor proposto por E. C. Giraudo *et al*. em [15, 16]. Os circuitos A_i e B_i com i = 1 ou 2, são detalhados na Figura 2.3. Tais circuitos (A_1, B_1, A_2, e B_2) operam como conversores que convertem

o sinal passa-faixa recebido em sinais de banda-base que passam pelos filtros casados e depois são amostrados em cada instante kT. O filtro casado é implementado com um integrador chaveado que integra o sinal por um período de duração T. Os sinais amostrados, como detalhados a seguir, são uma combinação linear dos sinais $x_1(k)$, $y_1(k)$, $x_2(k)$, e $y_2(k)$, que definem o símbolo {m-QAM}² transmitido, adicionado a ruído gaussiano. Uma transformação linear separa as componentes em fase e em quadratura dos sinais recebidos nas freqüências f_1 e f_2, e em seguida os sinais $\tilde{x}_1(k)$, $\tilde{y}_1(k)$, $\tilde{x}_2(k)$, e $\tilde{y}_2(k)$ são detectados pelos circuitos de decisão, na expectativa de serem réplicas perfeitas dos sinais transmitidos $x_1(k)$, $y_1(k)$, $x_2(k)$, e $y_2(k)$ respectivamente.

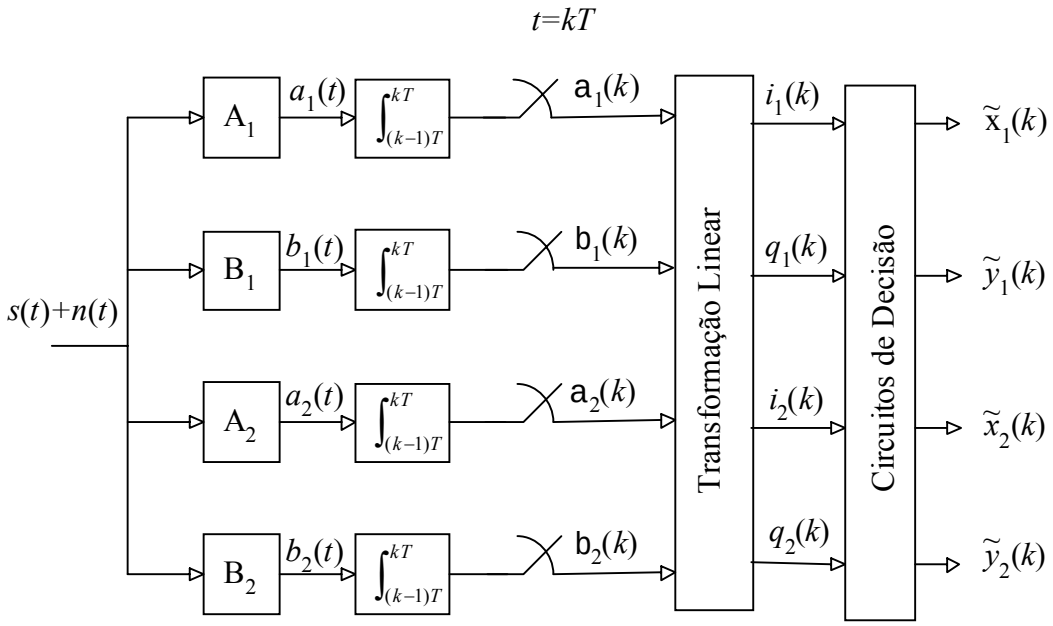

Figura 2.2: diagrama de blocos do receptor {m-QAM}².

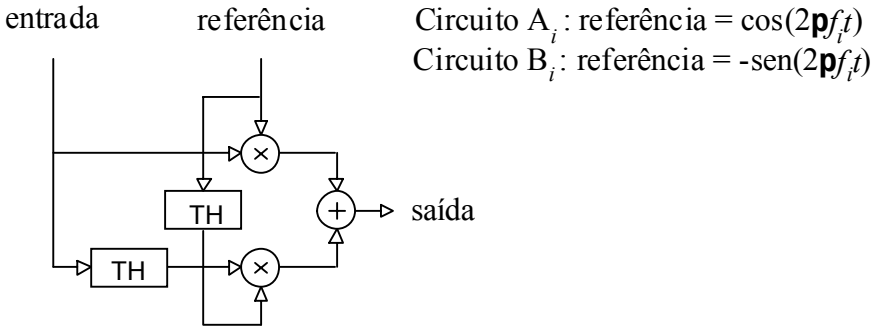

Figura 2.3: circuitos conversores no receptor.

O sinal $s(t)$, indicado na Figura 2.2, é o sinal {m-QAM}² transmitido e, supondo a transmissão do k-ésimo símbolo, ele pode ser expresso, para $(k\text{-}1)T \leq t \leq kT$, por

$$s(t)=x_1(k)\cos(2\pi f_1 t)-y_1(k)\text{sen}(2\pi f_1 t)+ x_2(k)\cos(2\pi f_2 t)-y_2(k)\text{sen}(2\pi f_2 t). \qquad (2.1)$$

Eficiência Espectral

Apesar de que o espectro de potência de cada sinal m-QAM constituinte tem a forma de uma função $\text{sinc}^2(f)$, neste ponto, tal como feito na literatura [16], supõe-se que cada sinal ocupa uma banda de freqüência igual à taxa de símbolos $r_s = 1/T$. Esta consideração é o ponto chave da discussão na próxima seção. Mas por enquanto, nesta seção, assume-se esta suposição e continua-se a apresentar o sistema {m-QAM}² conforme a proposta original [16]. Desde que a largura de banda de cada sinal m-QAM é r_s, o espectro do sinal {m-QAM}² ocupa uma banda igual a $W = r_s + \Delta f$, centrado na freqüência $f_0 = (f_1 + f_2)/2$.

Como cada sinal m-QAM constituinte carrega $\log_2 m$ bits de informação, a eficiência espectral R do sistema {m-QAM}² é dada por

$$R = 2\log_2 m[\, r_s / (r_s + \Delta f)] = (2\log_2 m) / (1 + \Delta f / r_s). \qquad (2.2)$$

Nota-se que pela eq. 2.2 a eficiência espectral de um sistema {64-QAM}² com $\Delta f / r_s = 1/3$ é aproximadamente 9 bit/s/Hz. Esta eficiência é comparável à eficiência de um sistema 512-QAM cuja formatação é dada por um pulso raiz de cosseno levantado com *roll-off* zero [22].

Ruído na Entrada do Receptor

O canal é considerado AWGN e, de acordo com E. C. Giraudo *et al*. em [16] o ruído na entrada do receptor é suposto gaussiano, branco, passa-faixa, banda estreita, de média nula, densidade espectral $N_0/2$, centrado na freqüência $f_0 = (f_1 + f_2)/2$ e com largura de banda igual a $W = r_s + \Delta f$. O ruído $n(t)$ pode ser representado pela seguinte função amostra

$$n(t) = n_x(t)\cos(2\pi f_0 t) - n_y(t)\mathrm{sen}(2\pi f_0 t), \tag{2.3}$$

em que $n_x(t)$ e $n_y(t)$ são as componentes em fase e em quadratura de $n(t)$. Pode-se mostrar [23] que as funções de autocorrelação e correlação cruzadas destas componentes são dadas por

$$R_{n_x}(\tau) = R_{n_y}(\tau) = N_0 W \mathrm{sinc}(W\tau), \tag{2.4}$$

$$R_{n_x n_y}(\tau) = 0. \tag{2.5}$$

Sinal Demodulado

Verifica-se facilmente que os sinais a_1(t), b_1(t), a_2(t), e b_2(t) nas saídas dos conversores (Figura 2.2), para a recepção do k-ésimo símbolo, $(k\text{-}1)T \leq t \leq kT$, são dados por

$$a_1(\mathrm{t}) = x_1(k) + x_2(k)\cos(2\pi\Delta ft) - y_2(k)\mathrm{sen}(2\pi\Delta ft) + u_1(t), \tag{2.6}$$

$$b_1(\mathrm{t}) = y_1(k) + x_2(k)\mathrm{sen}(2\pi\Delta ft) + y_2(k)\cos(2\pi\Delta ft) + p_1(t), \tag{2.7}$$

$$a_2(\mathrm{t}) = x_2(k) + x_1(k)\cos(2\pi\Delta ft) + y_1(k)\mathrm{sen}(2\pi\Delta ft) + u_2(t), \tag{2.8}$$

$$b_2(\mathrm{t}) = y_2(k) - x_1(k)\mathrm{sen}(2\pi\Delta ft) + y_1(k)\cos(2\pi\Delta ft) + p_2(t), \tag{2.9}$$

em que

$$u_1(t) = n(t)\cos(2\pi f_1 t) + \hat{n}(t)\mathrm{sen}(2\pi f_1 t) = n_x(t)\cos(\pi\Delta ft) - n_y(t)\mathrm{sen}(\pi\Delta ft), \tag{2.10}$$

$$p_1(t) = \hat{n}(t)\cos(2\pi f_1 t) - n(t)\mathrm{sen}(2\pi f_1 t) = n_x(t)\mathrm{sen}(\pi\Delta ft) + n_y(t)\cos(\pi\Delta ft), \tag{2.11}$$

$$u_2(t) = n(t)\cos(2\pi f_2 t) + \hat{n}(t)\mathrm{sen}(2\pi f_2 t) = n_x(t)\cos(\pi\Delta ft) + n_y(t)\mathrm{sen}(\pi\Delta ft), \tag{2.12}$$

$$p_2(t) = \hat{n}(t)\cos(2\pi f_2 t) - n(t)\,\mathrm{sen}(2\pi f_2 t) = -n_x(t)\,\mathrm{sen}(\pi\Delta f t) + n_y(t)\cos(\pi\Delta f t), \quad (2.13)$$

são processos gaussianos de banda-base e $\hat{n}(t)$ representa a transformada de Hilbert do sinal $n(t)$.

As amostras de sinais $\mathsf{a}_1(T)$, $\mathsf{b}_1(T)$, $\mathsf{a}_2(T)$, e $\mathsf{b}_2(T)$ na saída dos integradores da Figura 2.3, para o primeiro símbolo (k=1) recebido no instante $t = T$, podem ser representadas na forma matricial como segue

$$\begin{bmatrix} \mathsf{a}_1(T) \\ \mathsf{b}_1(T) \\ \mathsf{a}_2(T) \\ \mathsf{b}_2(T) \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} 1 & 0 & K_1 & K_2 \\ 0 & 1 & -K_2 & K_1 \\ K_1 & -K_2 & 1 & 0 \\ K_2 & K_1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(1) \\ y_1(1) \\ x_2(1) \\ y_2(1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathsf{r}_1(T) \\ \mathsf{s}_1(T) \\ \mathsf{r}_2(T) \\ \mathsf{s}_2(T) \end{bmatrix}, \quad (2.14)$$

em que $K_1 = \mathrm{sen}(2\pi\Delta fT) / 2\pi\Delta fT$, $K_2 = [\cos(2\pi\Delta fT)-1] / 2\pi\Delta fT$, e

$$\mathsf{r}_1(T) = \int_0^T u_1(t)dt, \qquad \mathsf{s}_1(T) = \int_0^T p_1(t)dt,$$
$$\mathsf{r}_2(T) = \int_0^T u_2(t)dt, \qquad \mathsf{s}_2(T) = \int_0^T p_2(t)dt. \quad (2.15)$$

Usando-se as eqs. (2.4), (2.10)-(2.13), e a eq. (2.15), chega-se às seguintes expressões para média, variância, e correlação cruzada das variáveis $\mathsf{r}_1(T)$, $\mathsf{s}_1(T)$, $\mathsf{r}_2(T)$, e $\mathsf{s}_2(T)$:

$$E[\mathsf{r}_1(T)]=E[\mathsf{s}_1(T)]=E[\mathsf{r}_2(T)]=E[\mathsf{s}_2(T)]=0, \quad (2.16)$$

$$E[\mathsf{r}_1^2(T)]=E[\mathsf{s}_1^2(T)]= E[\mathsf{r}_2^2(T)]= E[\mathsf{s}_2^2(T)], \quad (2.17)$$

$$E[\mathsf{r}_1^2(T)] = \frac{N_0}{\pi}\int_0^T\int_0^T \frac{\mathrm{sen}[\pi W(t_2-t_1)]\cos[\pi\Delta f(t_2-t_1)]}{(t_2-t_1)}dt_1 dt_2, \quad (2.18)$$

$$E[\mathsf{r}_1(T)\mathsf{s}_1(T)] = E[\mathsf{r}_2(T)\mathsf{s}_2(T)] = \frac{N_0}{\pi}\int_0^T\int_0^T \frac{\text{sen}[\pi W(t_2-t_1)]\text{sen}[\pi\Delta f(t_2-t_1)]}{(t_2-t_1)}dt_1dt_2 = 0, \tag{2.19}$$

$$E[\mathsf{r}_1(T)\mathsf{r}_2(T)] = E[\mathsf{s}_1(T)\mathsf{s}_2(T)] = \frac{N_0}{\pi}\int_0^T\int_0^T \frac{\text{sen}[\pi W(t_2-t_1)]\cos[\pi\Delta f(t_2+t_1)]}{(t_2-t_1)}dt_1dt_2, \tag{2.20}$$

$$E[\mathsf{r}_1(T)\mathsf{s}_2(T)] = -E[\mathsf{r}_2(T)\mathsf{s}_1(T)] = -\frac{N_0}{\pi}\int_0^T\int_0^T \frac{\text{sen}[\pi W(t_2-t_1)]\text{sen}[\pi\Delta f(t_2+t_1)]}{(t_2-t_1)}dt_1dt_2, \tag{2.21}$$

As integrais das eqs. (2.18), (2.20), e (2.21) podem ser resolvidas na forma de séries infinitas [15] e [16], ou calculadas numericamente.

Separação dos Sinais Demodulados

Para separar os sinais $x_1(1)$, $y_1(1)$, $x_2(1)$, e $y_2(1)$, a transformação linear que é aplicada ao vetor $[\mathsf{a}_1(T)\ \mathsf{b}_1(T)\ \mathsf{a}_2(T)\ \mathsf{b}_2(T)]^T$, onde o sobrescrito $(\cdot)^T$ representa o transposto do vetor, é definida pela matriz

$$\mathbf{M} = \frac{1}{T}\begin{bmatrix} 1 & 0 & K_1 & K_2 \\ 0 & 1 & -K_2 & K_1 \\ K_1 & -K_2 & 1 & 0 \\ K_2 & K_1 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{[1-(K_1^{\ 2}+K_2^{\ 2})]T}\begin{bmatrix} 1 & 0 & -K_1 & -K_2 \\ 0 & 1 & K_2 & -K_1 \\ -K_1 & K_2 & 1 & 0 \\ -K_2 & -K_1 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \tag{2.22}$$

É interessante observar que esta operação, para separar os símbolos, é análoga a uma equalização ZF (do inglês *Zero-Forcing*) em que minimizam-se os termos interferentes sem levar em conta o ruído gaussiano.

A decisão acerca de qual símbolo foi recebido é feita a partir do vetor transformado $[i_1(T)\ q_1(T)\ i_2(T)\ q_2(T)]^T$ que é dado pela seguinte expressão

$$\begin{bmatrix} i_1(T) \\ q_1(T) \\ i_2(T) \\ q_2(T) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1(1) \\ y_1(1) \\ x_2(1) \\ y_2(1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathsf{x}_1(T) \\ \mathsf{z}_1(T) \\ \mathsf{x}_2(T) \\ \mathsf{z}_2(T) \end{bmatrix}, \tag{2.23}$$

em que

$$\begin{bmatrix} \mathsf{x}_1(T) \\ \mathsf{z}_1(T) \\ \mathsf{x}_2(T) \\ \mathsf{z}_2(T) \end{bmatrix} = \frac{1}{[1-(K_1{}^2+K_2{}^2)]T} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -K_1 & -K_2 \\ 0 & 1 & K_2 & -K_1 \\ -K_1 & K_2 & 1 & 0 \\ -K_2 & -K_1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathsf{r}_1(T) \\ \mathsf{s}_1(T) \\ \mathsf{r}_2(T) \\ \mathsf{s}_2(T) \end{bmatrix}. \tag{2.24}$$

A matriz da transformação linear **M,** na eq. (2.22), é válida para k=1. Neste caso o período de integração utilizado no receptor é de 0 a T. Por outro lado, para um dado instante genérico k, os elementos K_1 e K_2 da matriz são dados por

$$K_1^k = \frac{1}{T}\int_{(k-1)T}^{kT} \cos(2\pi\Delta ft)dt, \quad \text{e} \quad K_2^k = -\frac{1}{T}\int_{(k-1)T}^{kT} \text{sen}(2\pi\Delta ft)dt. \tag{2.25}$$

Estas expressões evidenciam que a matriz **M** é variante no tempo e muda de símbolo a símbolo.

Avaliação do Desempenho

As variáveis de decisão $i_1(T)$, $q_1(T)$, $i_2(T)$, e $q_2(T)$, expressas pela eq. (2.23), são o resultado da adição dos símbolos unidimensionais transmitidos $x_1(1)$, $y_1(1)$, $x_2(1)$, e $y_2(1)$ com variáveis aleatórias gaussianas definidas pelas amostras de ruído $\mathsf{x}_1(T)$, $\mathsf{z}_1(T)$, $\mathsf{x}_2(T)$, e $\mathsf{z}_2(T)$ que apresentam as seguintes medidas estatísticas [15]:

$$E[\mathsf{x}_1(T)]=E[\mathsf{z}_1(T)]= E[\mathsf{x}_2(T)]= E[\mathsf{z}_2(T)]=0, \tag{2.26}$$

$$E[\mathsf{x}_1{}^2(T)]=E[\mathsf{z}_1{}^2(T)]= E[\mathsf{x}_2{}^2(T)]= E[\mathsf{z}_2{}^2(T)], \tag{2.27}$$

$$E[x_1^2(T)]=\{ E[r_1^2(T)]+ K_1^2\, E[r_2^2(T)] + K_2^2\, E[s_2^2(T)]+$$

$$2[-K_1E[r_1(T)r_2(T)]- K_2E[r_1(T)s_2(T)]+$$

$$K_1K_2\, E[r_2(T)s_2(T)]]\}/\{[1-(K_1^2+ K_2^2)]T\}^2, \qquad (2.28)$$

$$E[x_1(T)z_1(T)]= E[x_2(T)z_2(T)]=0, \qquad (2.29)$$

$$E[x_1(T)x_2(T)]= E[z_1(T)z_2(T)]=\{(1+ K_1^2- K_2^2)E[r_1(T)r_2(T)]+$$

$$2K_1K_2E[r_1(T)s_2(T)]-2K_1E[r_1^2(T)]\}/\{[1-(K_1^2+ K_2^2)]T\}^2, \qquad (2.30)$$

$$E[x_1(T)z_2(T)]= - E[z_1(T)x_2(T)]=\{(1-K_1^2+ K_2^2)\, E[r_1(T)s_2(T)]+$$

$$2K_1K_2E[r_1(T)s_2(T)]-2K_2E[[r_1^2(T)]\}/\{[1-(K_1^2+ K_2^2)]T\}^2. \qquad (2.31)$$

Usando as eqs. (2.18)-(2.21), pode-se expressar a equação (2.28), que representa a variância da variável de decisão $i_1(k)$, para k=1, como sendo [15, 16]

$$E[x_1^2(T)]= N_0(r_s+ \Delta f)\, f(\Delta fT), \qquad (2.33)$$

em que o termo $f(\Delta fT)$ é uma função de ΔfT , que indica o *grau de superposição* dos dois sinais m-QAM, e o produto $N_0(r_s+ \Delta f)$ é a potência de ruído na entrada do receptor. É demonstrado por E. C. Giraudo em [15] que a variâncias das variáveis de decisão $i_1(kT)$, $q_1(kT)$, $i_2(kT)$, e $q_2(kT)$ assumem o mesmo valor dado pela eq. (2.28) independente do instante k. A Tabela 2.1 ilustra o comportamento da função $f(\Delta fT)$ para diferentes situações de superposição espectral [15].

Tabela 2.1: valores de $\mathsf{f}(\Delta fT)$ versus ΔfT.

ΔfT	$\mathsf{f}(\Delta fT)$
1	0.4262
5/7	0.4758
1/2	0.6301
1/3	1.0190
1/5	2.1868
1/11	8.6745

Supondo que as constelações dos sinais m-QAM constituintes são retangulares com $\mathsf{m} = 2^p$ em que p é par, a probabilidade média de erro do símbolo unidimensional $x_1(k)$ é dada por [24]

$$P_e = 2\left(1-\frac{1}{\sqrt{\mathsf{m}}}\right)Q\left(\sqrt{\frac{3}{\mathsf{m}-1}\frac{E_m/T}{E[\mathsf{x}_1^2(T)]}}\right) = 2\left(1-\frac{1}{\sqrt{\mathsf{m}}}\right)Q\left(\sqrt{\frac{3}{\mathsf{m}-1}\frac{E_m/T}{N_0 W\phi(\Delta fT)}}\right), \quad (2.33)$$

em que E_m é a energia média do sinal m-QAM, e $Q(\,.\,)$ é a função erro. Desde que $\mathsf{x}_1(T)$ é independente de $\mathsf{z}_1(T)$ bem como $\mathsf{x}_2(T)$ é independente de $\mathsf{z}_2(T)$, conforme eq. (2.29), a probabilidade de erro de símbolo P_{m} para cada m-QAM é dada por

$$P_{\mathsf{m}} = 1 - (1 - P_{\mathrm{e}})^2. \quad (2.34)$$

Para a situação de alta relação sinal-ruído, como mostrado em [15], as correlações cruzadas entre as parcelas de ruído das variáveis de decisão dos dois m-QAM constituintes do sinal $\{\mathsf{m}\text{-QAM}\}^2$, dadas pelas eqs. (2.30) e (2.31), são praticamente desprezíveis. Portanto, a probabilidade de erro de símbolo para o sistema $\{\mathsf{m}\text{-QAM}\}^2$ P_s pode ser aproximada por

$$P_s = (P_{\mathsf{m}})^2 \;@\; 4\,P_{\mathrm{e}}. \quad (2.35)$$

Desde que cada símbolo $\{\mathsf{m}\text{-QAM}\}^2$ carrega $2\log_2\mathsf{m}$ bits de informação, pelas eqs. (2.33) e (2.35), a probabilidade de erros de bits (P_b) do sistema $\{\mathsf{m}\text{-QAM}\}^2$ é dada por [18]

$$P_b = \frac{4}{\log_2 \mathsf{m}}\left(1-\frac{1}{\sqrt{\mathsf{m}}}\right)Q\left(\sqrt{\frac{3\log_2 \mathsf{m}}{(\mathsf{m}-1)(1+\Delta f / r_s)\phi(\Delta fT)}\frac{E_b}{N_0}}\right), \tag{2.36}$$

em que E_b é a energia média por bit.

Resultados

A Tabela 2.2 mostra os ganhos em termos da relação E_b/N_0 necessária para se obter uma taxa de erro de bits, BER= 10^{-5}, para o sistema $\{64\text{-QAM}\}^2$ com diferentes graus de superposição, ΔfT =1, 5/7, 1/2, 1/3, 1/5, e 1/11, comparados aos sistemas de modulação 64-, 128-, 256-, 512-, 1024-, e 2048-QAM, respectivamente que são os equivalentes M-QAM de mesma eficiência espectral. Foi utilizado a eq. (2.36) no cálculo de E_b/N_0 para o sistema $\{64\text{-QAM}\}^2$ e as equações presentes na literatura [24] para as modulações M-QAM equivalentes.

Tabela 2.2: ganho do sistema $\{64\text{-QAM}\}^2$ comparado com modulações M-QAM com mesma eficiência espectral.

ΔfT	M-QAM	Ganho(dB)
1	64	0.69
5/7	128	3.25
1/2	256	4.96
1/3	512	5.87
1/5	1024	5.50
1/11	2048	2.49

Observe pela Tabela acima que o sistema {64-QAM}² apresenta ganhos expressivos quando comparado com as modulações M-QAM convencionais de mesma eficiência espectral. Conforme será visto posteriormente, os resultados da Tabela. 2.2 não se verificam para a condição de banda larga discutida na seqüência.

2.2- Efeito da limitação de banda do sinal {m-QAM}²

A suposição adotada na seção anterior de que a largura de banda de um sinal m-QAM modulado com pulso retangular seja igual a taxa de símbolos r_s não é rigorosa. Conforme afirmado anteriormente, a densidade espectral de potência do sinal m-QAM com filtro de formato retangular tem a forma da função sinc(f) ao quadrado e é dada pela seguinte expressão [24] :

$$\Phi(f) = C\{\mathrm{sinc}^2[(f - f_i)/r_s] + \mathrm{sinc}^2[(-f - f_i)/r_s]\}, \tag{2.37}$$

em que C é uma constante, e f_i é a freqüência da portadora do sinal m-QAM. A Figura 2.4 mostra um gráfico da densidade espectral de potência em torno da freqüência da portadora. Note pela Figura 2.4 que somente o lóbulo principal do espectro ocupa uma largura de banda igual a $2r_s$. Portanto, rigorosamente falando, a largura de banda necessária para o sinal {m-QAM}² em questão é teoricamente infinita.

Qualquer limitação de banda provoca alguma distorção no sinal. É bem conhecido na literatura [25, 26] que a limitação de banda em sinais QAM, com pulso modulante retangular, causa distorção de amplitude em cada pulso demodulado, bem como interferência intersimbólica devido ao espalhamento no tempo do pulso recuperado. No caso {m-QAM}², no qual dois sinais m-QAM são adicionados, a situação é ainda pior porque além das distorções e interferência intersimbólica, surge ainda interferência entre os dois sinais m-QAM constituintes [18]. Mostra-se a seguir o efeito que a limitação de banda causa no sinal demodulado para o sistema {m-QAM}² introduzido na seção 2.1. Do modelo apresentado, está implícito a existência de um filtro passa-faixa ideal $h(t)$ na entrada do receptor com largura de banda $W = r_s + \Delta f$ e centrado na freqüência $f_0 = (f_1 + f_2)/2$. Observe que se o sinal {m-QAM}²

tivesse restrito a banda $W = r_s + \Delta f$, como foi assumido na seção 2.1, este filtro não teria qualquer efeito sobre o sinal.

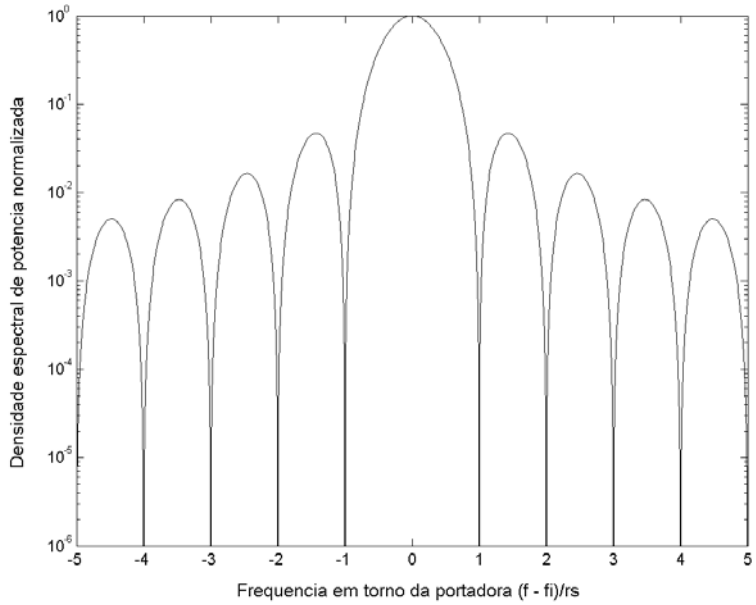

Figura 2.4: densidade espectral de potência do sinal m-QAM.

Supondo que um único símbolo {m-QAM}² é transmitido no instante k, pode-se verificar [18] que o sinal demodulado $a_1(t)$ indicado no diagrama de bloco do receptor, Figura 2.2, para os instantes $(k\text{-}1)T \le t \le kT$, é dado por

$$a_1(t)=x_1(k)g(t)*h_e(t)+x_2(k)[g(t)\cos(2\pi f_2 t)]*h_e(t)-y_2(k)[g(t)\mathrm{sen}(2\pi f_2 t)]*h_e(t)+u_1(t), \quad (2.38)$$

em que o símbolo * indica convolução, $g(t)$ representa o pulso retangular, e $h_e(t)$ é o filtro passa-baixas equivalente que está relacionado com o filtro $h(t)$ na entrada do receptor representado pela seguinte equação:

$$H_e(f)=H(f\text{-}f_1)/2+H(f+f_1)/2, \text{ para } |f| \le f_0, \quad (2.39)$$

em que $H_e(f)$ e $H(f)$ são as transformadas de Fourier de $h_e(t)$ e $h(t)$, respectivamente.

O primeiro termo $x_1(k)g(t)*h_e(t)$ da eq. (2.38) é o pulso de banda-base demodulado que carrega a informação sobre $x_1(k)$. Observe que, se a largura de banda

de $h(t)$ fosse infinita teríamos $x_1(k)g(t)*h_e(t) = x_1(k)g(t)$, o que significa que o pulso demodulado seria exatamente o mesmo pulso transmitido. Entretanto, devido a imposição da limitação de banda proporcionada por $h(t)$, o pulso demodulado $x_1(k)g(t)*h_e(t)$, pode ser muito diferente do pulso transmitido. Para ilustrar este fato, supõe-se que a banda de $h(t)$ é $W = 2r_s$ ($\Delta f = r_s$), que é a condição de banda máxima para o modelo apresentado em [16]. Supondo ainda que somente um único símbolo {m-QAM}² é transmitido no instante k=1, com $x_1(1) = y_1(1) = x_2(1) = y_2(1) = 1$, o pulso demodulado está mostrado na Figura 2.5.

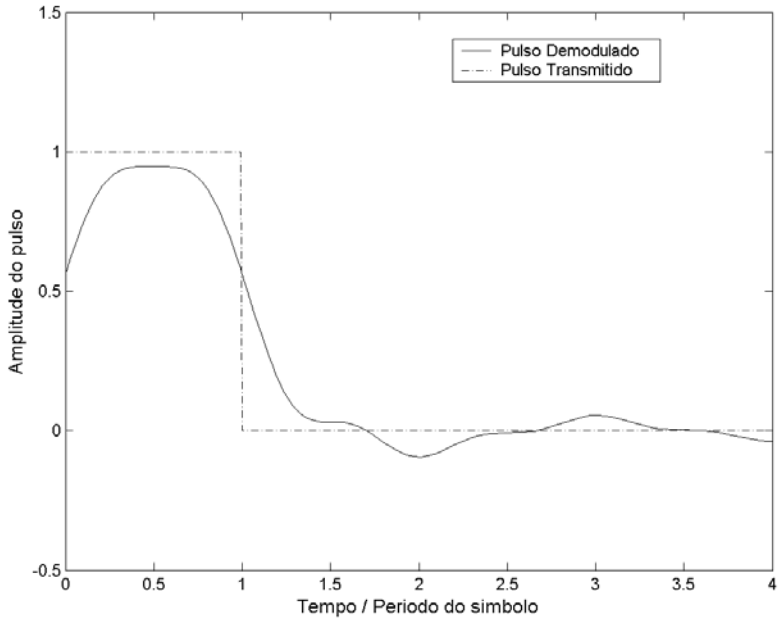

Figura 2.5: pulso demodulado e pulso transmitido.

É facilmente notada da Figura 2.5 uma forte distorção de amplitude e um espalhamento no tempo do pulso demodulado. A distorção de amplitude reduz a energia do pulso e o espalhamento no tempo provoca interferência entre símbolos. Estes efeitos degradam fortemente o desempenho do sistema. Neste exemplo, em particular, a distorção de amplitude representa uma redução de 1,39 dB na potência do sinal e a relação potência do símbolo pela potência da interferência dos símbolos vizinhos é aproximadamente 14,29 dB.

Note pela eq. (2.38) que o filtro de entrada também afeta do mesmo modo os pulsos demodulados do outro sinal m-QAM que são expressos pelo segundo e terceiro termo da eq. (2.38). Isto significa mais perda de potência e mais interferência, tanto entre símbolos do mesmo sinal m-QAM como entre os símbolos dos dois sinais m-QAM constituintes, o que resulta em aumento na degradação de desempenho do sistema.

A Figura 2.6 ilustra o efeito das distorções provocadas pelo filtro de entrada na taxa de erro de bit (BER, do inglês *Bit Error Rate*) de um sistema $\{64\text{-QAM}\}^2$. Apresenta-se o resultado da simulação da BER de um sistema $\{64\text{-QAM}\}^2$ com $\Delta fT = 1/3$, levando-se em conta o efeito da interferência dos símbolos vizinhos, comparado com o desempenho obtido através da eq. (2.36) que não considera qualquer distorção. Fica evidente o efeito extremamente severo da limitação de banda no desempenho do sistema.

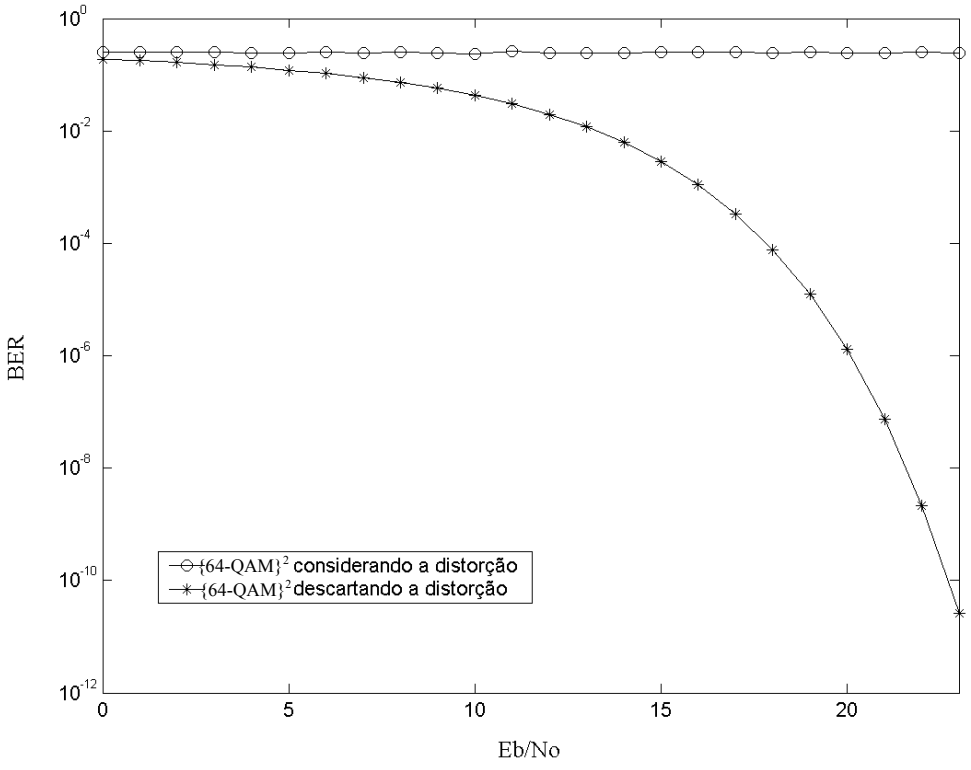

Figura 2.6: BER do sistema $\{64\text{-QAM}\}^2$ com ou sem distorção do pulso demodulado.

Um modo de evitar a distorção do sinal, e manter a mesma estrutura de receptor concebido em [15] e [16], é não usar qualquer filtro de entrada ou mais realisticamente utilizar um filtro de largura de banda muito maior do que a taxa de símbolos. Apesar de reduzir a distorção de sinal, o uso de um filtro mais largo causa um incremento na potência de ruído que vai se refletir no desempenho do sistema. Esta solução também altera a eficiência espectral do sistema $\{m\text{-QAM}\}^2$ que fica praticamente nula. Portanto, a aplicação do sistema $\{m\text{-QAM}\}^2$ fica restrita aos casos em que não há limitação de banda.

Na próxima sessão, calcula-se o desempenho do sistema $\{m\text{-QAM}\}^2$ quando nenhum filtro ou um filtro de largura muito maior do que a taxa de símbolo é utilizado na entrada do receptor. Denomina-se este novo sistema de $\{m\text{-QAM}\}^2$ *de banda larga*.

2.3- Desempenho em termos de potência do sistema $\{m\text{-QAM}\}^2$ de banda larga

Nesta seção avalia-se o desempenho do sistema $\{m\text{-QAM}\}^2$ de banda larga em termos de potência. Supõe-se que não há qualquer filtro na entrada do receptor. Desta forma, o ruído na entrada do sistema é modelado como sendo gaussiano e branco com banda infinita. Nestas condições, a representação em fase e quadratura para o ruído de entrada, feita na seção 2.1, não pode mais ser aplicada porque o ruído não é de banda estreita. Assim, uma análise original para avaliação das parcelas de ruído foi desenvolvida. Esta análise é uma das partes cruciais desta seção.

Já está evidenciado que o desempenho do sistema em termos da taxa de erro de bits depende das variâncias $E[x_1^2(T)]$, $E[z_1^2(T)]$, $E[x_2^2(T)]$, e $E[z_2^2(T)]$, que por sua vez, conforme as eqs. (2.28) e (2.29), são funções de $E[r_1^2(T)]$, $E[s_1^2(T)]$, $E[r_2^2(T)]$, $E[r_2^2(T)]$, $E[r_1(T)r_2(T)]$, $E[r_1(T)s_2(T)]$, e $E[r_2(T)s_2(T)]$. Portando, nesta seção, deriva-se primeiro as expressões para as variâncias e correlações cruzadas das variáveis $r_1(T)$, $s_1(T)$, $r_2(T)$, e $s_2(T)$, depois calcula-se o novo fator de superposição $f(\Delta fT)$ para o sistema $\{m\text{-QAM}\}^2$ de banda larga, e finalmente, compara-se o ganho do sistema $\{64\text{-QAM}\}^2$ com seus equivalentes convencionais M-QAM. No fechamento da seção, menciona-se como estender alguns resultados da seção 2.1 para

o sistema de banda larga, discute-se também a aplicabilidade do novo sistema {m-QAM}^{2} e algumas perspectivas de pesquisas.

2.3.1- Determinação de $E[\mathbf{r}_1^2(T)]$, $E[\mathbf{s}_1^2(T)]$, $E[\mathbf{r}_2^2(T)]$, $E[\mathbf{s}_2^2(T)]$

As funções amostras de ruído nas entradas dos quatro integradores do receptor, Figura 2.2, podem ser representadas por

$$u_1(t) = n(t)\cos(2\pi f_1 t) + \hat{n}(t)\,\mathrm{sen}(2\pi f_1 t), \tag{2.40}$$

$$p_1(t) = \hat{n}(t)\cos(2\pi f_1 t) - n(t)\,\mathrm{sen}(2\pi f_1 t), \tag{2.41}$$

$$u_2(t) = n(t)\cos(2\pi f_2 t) + \hat{n}(t)\,\mathrm{sen}(2\pi f_2 t), \tag{2.42}$$

$$p_2(t) = \hat{n}(t)\cos(2\pi f_2 t) - n(t)\,\mathrm{sen}(2\pi f_2 t), \tag{2.43}$$

em que $n(t)$ é um ruído gaussiano, branco, com média nula, e função de autocorrelação dada por $R_n(\tau) = N_0\delta(\tau)/2$, sendo $\delta(\tau)$ a função impulso e $\hat{n}(t)$ a transformada de Hilbert de $n(t)$.

O sinal analítico $z(t)$ associado ao ruído $n(t)$ é dado pela expressão

$$z(t) = n(t) + j\hat{n}(t). \tag{2.44}$$

O que permite a partir das eqs. (2.40)-(2.43), e também da eq. (2.44), que $u_1(t)$, $p_1(t)$, $u_2(t)$, e $p_2(t)$ possam ser representados como

$$u_1(t) = \mathrm{Re}[z(t)e^{-j2\pi f_1 t}], \tag{2.45}$$

$$p_1(t) = \mathrm{Im}[z(t)e^{-j2\pi f_1 t}], \tag{2.46}$$

$$u_2(t) = \mathrm{Re}[z(t)e^{-j2\pi f_2 t}], \tag{2.47}$$

$$p_2(t) = \mathrm{Im}[z(t)e^{-j2\pi f_2 t}], \tag{2.48}$$

em que Re[.], e Im[.] são os operadores de extração das partes real e imaginária respectivamente de um sinal complexo.

Partindo das eqs. (2.45)-(2.48), e considerando que para qualquer complexo C tem-se Re[C] = (C + C*)/2, e Im[C] =(C - C*)/2j, em que o sobrescrito $(\cdot)^*$ denota a operação conjugada complexa, chega-se facilmente as funções de autocorrelação dos processos $u_1(t)$, $p_1(t)$, $u_2(t)$, e $p_2(t)$:

$$R_{u_1}(\tau) = R_{p_1}(\tau) = \mathrm{Re}[R_z(\tau)e^{-j2\pi f_1\tau}], \tag{2.49}$$

$$R_{u_2}(\tau) = R_{p_2}(\tau) = \mathrm{Re}[R_z(\tau)e^{-j2\pi f_2\tau}], \tag{2.50}$$

em que $R_z(\tau) = \mathrm{E}[z(t+\tau)z^*(t)] / 2$ é a função de autocorrelação de $z(t)$. Aplicando-se a transformada de Fourier nas eqs. (2.49) e (2.50), tem-se as densidades espectrais de potência de $u_1(t)$, $p_1(t)$, $u_2(t)$, e $p_2(t)$ dadas por

$$S_{u_1}(f) = S_{p_1}(f) = [S_z(f+f_1) + S_z(-f-f_1)]/2, \tag{2.51}$$

$$S_{u_2}(f) = S_{p_2}(f) = [S_z(f+f_2) + S_z(-f-f_2)]/2, \tag{2.52}$$

em que $S_z(f)$ é a densidade espectral de potência de $z(t)$, a qual se relaciona com a densidade espectral do ruído $n(t)$ na entrada do receptor $S_n(f)$, da seguinte forma [27]:

$$S_z(f) = 2\, S_n(f).U(f) = N_0.U(f), \tag{2.53}$$

e $U(f)$ é a função degrau unitário no domínio da freqüência. A Figura 2.7 ilustra a densidade espectral de potência do ruído $u_1(t)$, $S_{u1}(f)$.

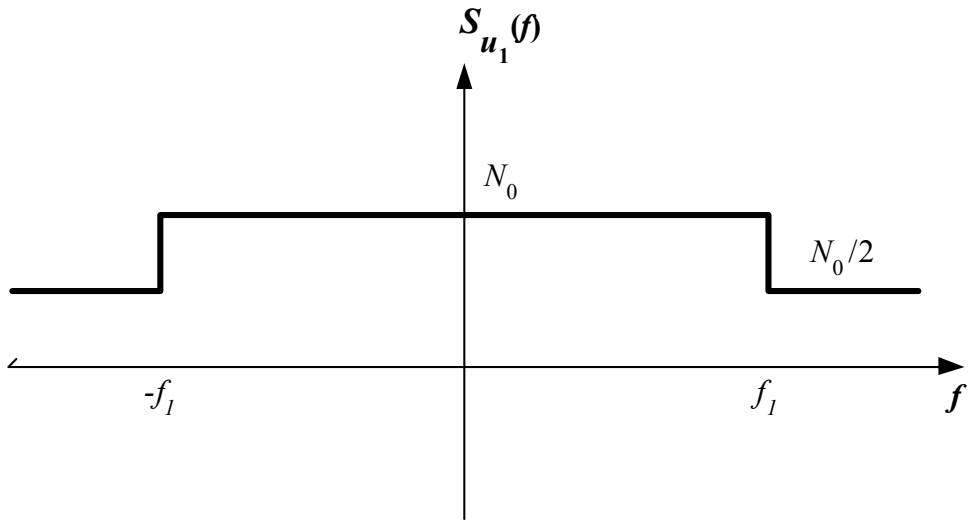

Figura 2.7: densidade espectral do ruído na entrada do integrador.

Uma vez que os circuitos integradores podem ser modelados como filtros com resposta em freqüência dada por

$$H_c(f) = T.\text{sinc}(Tf).e^{-j\pi Tf}, \tag{2.54}$$

então as variâncias dos processos $r_1(t)$, $s_1(t)$, $r_2(t)$, e $s_2(t)$, na saída dos integradores, para qualquer t, são calculadas como segue:

$$E[r_l^2(T)] = E[s_l^2(T)] = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{u_l}(f)\,|H_c(f)|^2\, df, \quad \text{com} \quad l = 1, 2. \tag{2.55}$$

Das eqs. (2.51)-(2.55), e supondo que $f_i >> 1/T$, obtêm-se o seguinte resultado

$$E[r_1^2(T)]=E[s_1^2(T)]= E[r_2^2(T)]= E[s_2^2(T)]=N_0T. \tag{2.56}$$

2.3.2- Determinação de E[$r_1(T)s_1(T)$] e $E[r_2(T)s_2(T)]$

A Figura 2.8 mostra o diagrama de blocos parcial do receptor com os ruídos de interesse para esta análise.

Das eqs.(2.40)-(2.43), verifica-se que $p_l(t)$ é o simétrico da transformada de Hilbert de $u_l(t)$ para l =1 ou 2. Mas é bem conhecido da literatura [27] que se dois processos $a(t)$ e $b(t)$ são tais que $b(t) = \hat{a}(t)$, então $E[a(t)b(t)] = R_{ab}(0) = 0$. Deste fato decorre que $E[u_l(t)p_l(t)] = 0$, para l =1 ou 2. Por outro lado, a partir da Figura 2.8, temos as seguintes identidades [27]:

$$R_{\mathsf{r}_l \mathsf{s}_l}(\tau) = [R_{u_l p_l}(\tau) * h_c(\tau)] * h_c(-\tau), \text{ para } l = 1 \text{ ou } 2. \tag{2.57}$$

Tornando $\tau = 0$ na eq. (2.57), resulta

$$R_{\mathsf{r}_l \mathsf{s}_l}(0) = 0, \text{ para } l = 1 \text{ ou } 2,$$

e conseqüentemente

$$E[\mathsf{r}_1(T)\mathsf{s}_1(T)] = E[\mathsf{r}_2(T)\mathsf{s}_2(T)] = 0.$$

E desde que as variáveis $\mathsf{r}_1(T)$, $\mathsf{s}_1(T)$, $\mathsf{r}_2(T)$, e $\mathsf{s}_2(T)$ são gaussianas, conclui-se que $\mathsf{r}_1(T)$ é independente de $\mathsf{s}_1(T)$ bem como $\mathsf{r}_2(T)$ é independente de $\mathsf{s}_2(T)$.

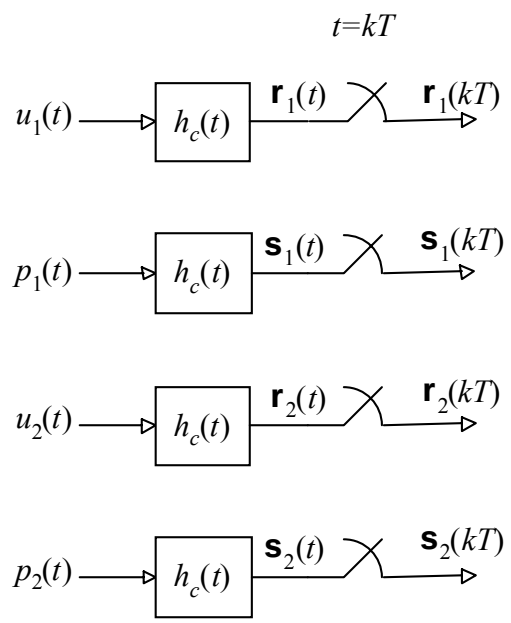

Figura 2.8: diagrama parcial do receptor.

2.3.3- Determinação de E[$r_1(T)r_2(T)$] e $E[r_1(T)s_2(T)]$

Observa-se que, a partir da Figura 2.8, $r_1(t)$ *e* $r_2(t)$ podem ser expressos como

$$r_1(t) = u_1(t) * h_c(t) \text{ e } r_2(t) = u_2(t) * h_c(t). \tag{2.58}$$

Por outro lado, tem-se que $u_1(t)$ *e* $u_2(t)$, cujos espectros são dados pelas eqs. (2.51) e (2.52), são processos derivados de $n(t)$ através de translação de freqüência e soma apenas. Portanto a Figura 2.9 mostra um sistema equivalente que gera $r_1(t)$ *e* $r_2(t)$ a partir de $n(t)$. Os filtros h_1(t), h_2(t), h_3(t), e h_4(t), da Figura 2.9, são equivalentes ao filtro h_c(t) transladado para as freqüências $+f_1$, $-f_1$, $+f_2$, e $-f_2$, respectivamente. As respostas impulsivas destes filtros e são dados por:

$$h_1(t) = h_c(t)\, e^{+j2\pi f_1 t},$$

$$h_2(t) = h_c(t)\, e^{-j2\pi f_1 t},$$

$$h_3(t) = h_c(t)\, e^{+j2\pi f_2 t},$$

$$h_4(t) = h_c(t)\, e^{-j2\pi f_2 t}. \tag{2.59}$$

Os processos $r_1(t)$ *e* $r_2(t)$ podem ser expressos como:

$$r_1(t) = e^{-j2\pi f_1 t}\int_{-\infty}^{+\infty} n(\tau)h_1(t-\tau)d\tau + e^{+j2\pi f_1 t}\int_{-\infty}^{+\infty} n(\tau)h_2(t-\tau)d\tau, \tag{2.60}$$

$$r_2(t) = e^{-j2\pi f_2 t}\int_{-\infty}^{+\infty} n(\tau)h_3(t-\tau)d\tau + e^{+j2\pi f_2 t}\int_{-\infty}^{+\infty} n(\tau)h_4(t-\tau)d\tau. \tag{2.61}$$

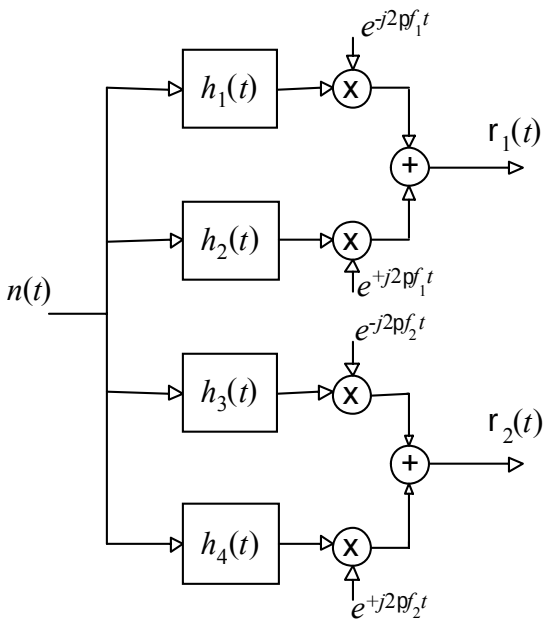

Figura 2.9: sistema equivalente para geração de $r_1(t)$ *e* $r_2(t)$.

Aplicando o operador esperança $E[.]$ sobre o produto $r_1(t)r_2(t)$ tem-se:

$$
\begin{aligned}
E[r_1(t)r_2(t)] = {} & e^{-j2\pi(f_1+f_2)} \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} E[n(\tau_1)n(\tau_2)]h_1(t-\tau_1)h_3(t-\tau_2)d\tau_1 d\tau_2 + \\
& e^{+j2\pi(f_2-f_1)} \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} E[n(\tau_1)n(\tau_2)]h_1(t-\tau_1)h_4(t-\tau_2)d\tau_1 d\tau_2 + \\
& e^{-j2\pi(f_2-f_1)} \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} E[n(\tau_1)n(\tau_2)]h_2(t-\tau_1)h_3(t-\tau_2)d\tau_1 d\tau_2 + \\
& e^{+j2\pi(f_1+f_2)} \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} E[n(\tau_1)n(\tau_2)]h_2(t-\tau_1)h_4(t-\tau_2)d\tau_1 d\tau_2. \qquad (2.62)
\end{aligned}
$$

Substituindo $E[n(\tau_1)n(\tau_2)] = N_0\delta(\tau_1-\tau_2)/2$ na eq. (2.62) e fazendo algumas manipulações matemáticas tem-se:

$$
\begin{aligned}
E[r_1(t)r_2(t)] = {} & \frac{N_0}{2}\{\int_{-\infty}^{+\infty} h_c^{\,2}(t-\tau_2)e^{-j2\pi(f_1+f_2)}d\tau_2 + \int_{-\infty}^{+\infty} h_c^{\,2}(t-\tau_2)e^{-j2\pi(f_2-f_1)}d\tau_2 + \\
& \int_{-\infty}^{+\infty} h_c^{\,2}(t-\tau_2)e^{+j2\pi(f_2-f_1)}d\tau_2 + \int_{-\infty}^{+\infty} h_c^{\,2}(t-\tau_2)e^{+j2\pi(f_1+f_2)}d\tau_2\}. \qquad (2.63)
\end{aligned}
$$

Lembrando que

$$h_c(t) = \begin{cases} 1, & \text{para } 0 \le t \le T, \\ 0, & \text{para } t < 0 \text{ ou } t > T, \end{cases}$$

a expressão para correlação cruzada se reduz a expressão

$$E[\mathsf{r}_1(T)\,\mathsf{r}_2(T)] = N_0\{\int_0^T \cos(2\pi\Delta f\tau_2)d\tau_2 + \int_0^T \cos[2\pi(f_1+f_2)\tau_2]d\tau_2\}. \qquad (2.64)$$

Desde que $f_1 + f_2 >> \Delta f$, nos sistemas aqui estudados, a segunda integral da eq. (2.64) é desprezível se comparada a primeira. Daí resulta:

$$E[\mathsf{r}_1(T)\,\mathsf{r}_2(T)] \cong \frac{N_0 T\,\mathrm{sen}(2\pi\Delta f T)}{2\pi\Delta f T}. \qquad (2.65)$$

O sistema equivalente para geração de $\mathsf{r}_1(t)$ e $\mathsf{s}_2(t)$ a partir de $n(t)$ é mostrado na Figura 2.9.

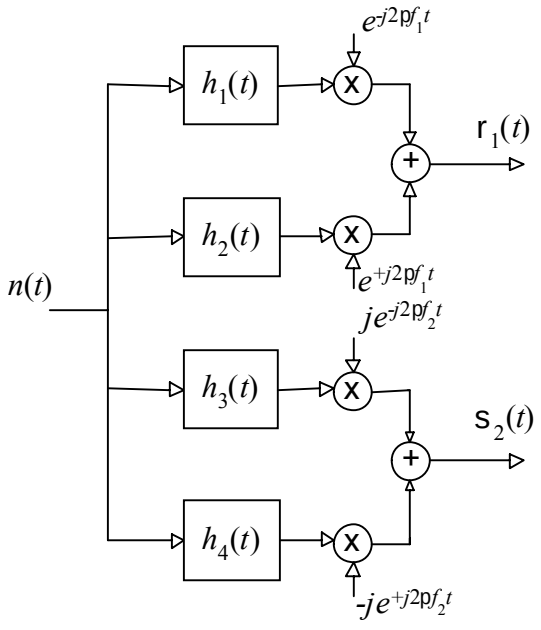

Figura 2.10: sistema equivalente para geração de $\mathsf{r}_1(t)$ e $\mathsf{s}_2(t)$.

Para a avaliação de $E[\mathsf{r}_1(T)\mathsf{s}_2(T)]$, adota-se a mesma metodologia empregada para o cálculo de $E[\mathsf{r}_1(T)\mathsf{r}_2(T)]$. Seguindo os mesmo passos dos cálculos anteriores, e fazendo as mesmas considerações, produz-se:

$$E[\mathsf{r}_1(T)\mathsf{s}_2(T)] \cong -N_0\int_0^T \mathrm{sen}(2\pi\Delta f\tau_2)d\tau_2 = \frac{N_0T[\cos(2\pi\Delta fT)-1]}{2\pi\Delta fT}. \qquad (2.66)$$

2.3.4- Probabilidade de Erro de Bits

A variância da variável de decisão dada pela eq. (2.28) pode, de forma análoga ao caso de banda estreita, ser colocado na forma:

$$E[\mathsf{x}_1^2(T)] = N_0(r_s + \Delta f)\mathsf{f}(\Delta fT).$$

A Tabela 2.3 mostra o novo fator de superposição $\mathsf{f}(\Delta fT)$ para o $\{\mathsf{m}\text{-QAM}\}^2$ de banda larga que foi calculado a partir das novas expressões para $E[\mathsf{r}_1^2(T)]$, $E[\mathsf{r}_2^2(T)]$, $E[\mathsf{s}_2^2(T)]$, $E[\mathsf{r}_1(T)\mathsf{r}_2(T)]$, $E[\mathsf{r}_1(T)\mathsf{s}_2(T)]$, e $E[\mathsf{r}_2(T)\mathsf{s}_2(T)]$.

Tabela 2.3: fator de superposição $\mathsf{f}(\Delta fT)$ para $\{\mathsf{m}\text{-QAM}\}^2$ de banda larga.

ΔfT	$\mathsf{f}(\Delta fT)$
1	0.4989
5/7	0.6615
1/2	1.1156
1/3	2.3598
1/5	6.6351
1/11	33.8778

Comparando-se estes valores com aqueles apresentados na Tabela 2.1, nota-se um expressivo aumento no fator de superposição $\mathsf{f}(\Delta fT)$. Este efeito é explicável pelo incremento na potência de ruído que decorre do aumenta da largura de banda na entrada do receptor.

A eq. (2.36) que dá a taxa de erro de bits do sistema $\{m\text{-QAM}\}^2$, obtida para a faixa estreita, é igualmente válida para a faixa larga, tendo apenas o fator de superposição $f(\Delta fT)$ alterado. A Tabela 2.4 mostra os ganhos do sistema $\{64\text{-QAM}\}^2$ banda larga comparados com os sistemas M-QAM convencionais usados na comparação feita na Tabela 2.2.

Tabela 2.4: ganho do sistema $\{64\text{-QAM}\}^2$ banda larga comparado com M-QAM.

ΔfT	M-QAM	Ganho(dB)
1	64	0
5/7	128	1.82
1/2	256	2.48
1/3	512	2.22
1/5	1024	0.68
1/11	2048	-3.42

É interessante notar da Tabela 2.4 que apesar de redução significativa de ganho, se confrontado com os valores da Tabela 2.2, o sistema $\{64\text{-QAM}\}^2$ banda larga ainda apresenta ganhos razoáveis para valores de ΔfT iguais a 5/7, 1/2, e 1/3. Outro ponto a ser observado é que o desempenho do sistema $\{64\text{-QAM}\}^2$ com $\Delta fT = 1$ é idêntico ao sistema 64-QAM. Este resultado já era esperado porque para $\Delta fT = 1$ as portadoras são ortogonais e o sistema $\{64\text{-QAM}\}^2$ é equivalente a um sistema OFDM com duas portadoras com modulação 64-QAM. Diferentemente deste resultado, na Tabela 2.2, para $\Delta fT = 1$, está apontado um ganho.

2.4- Discussões e perspectivas

Há um outro modo de calcular as variâncias $E[x_1^2(T)]$, $E[z_1^2(T)]$, $E[x_2^2(T)]$, e $E[z_2^2(T)]$ do sistema {m-QAM}² de banda larga. As eqs. (2.17)-(2.21) da seção 2.1, embora tenham sido derivadas para o caso de banda estreita, podem ser estendidas para este caso. Para todos efeitos práticos o sistema banda larga é equivalente a um receptor com um filtro na entrada de largura W muitas vezes maior do que a taxa de símbolos de forma a prevenir distorção no sinal. Assim é suficiente refazer os cálculos para a nova condição de W. São feitos os cálculos para $W = 50r_s$ e os resultados de desempenho são muito próximos daqueles apresentados nas Tabelas 2.3 e 2.4.

A eficiência espectral de um sistema com modulação multiportadora é proporcional a $1/\Delta fT$ [12, 28]. Seja, por exemplo, um sistema com l portadoras m-QAM, moduladas com pulsos retangulares, espaçadas de Δf, e com taxa de símbolo por portadora igual $1/T$. Considere ainda que as portadoras nos extremos da faixa de freqüência do canal dispõe de uma largura de banda de pelo menos $10/T$ para garantir pouca distorção. Nestas condições, a eficiência espectral R do sistema é

$$R = \frac{(\lambda \log_2 m)/T}{\lambda \Delta f + 10/T} = \frac{\lambda \log_2 m}{\lambda \Delta fT + 10} \cong \frac{\log_2 m}{\Delta fT}, \text{ se } \lambda \Delta fT >> 10. \qquad (2.67)$$

Portanto, se a mesma idéia do sistema $\{m\text{-QAM}\}^2$ banda larga se estende para um sistema $\{m\text{-QAM}\}^l$, com $l >> 10/\Delta fT$, em que l portadoras não-ortogonais com $\Delta fT < 1$ dividem subfaixas de um canal de banda larga, tem-se um sistema mais eficiente em banda do que o sistema OFDM convencional que opera com ΔfT ¥ 1 [12]. Note, pela eq. (2.67), que um sistema $\{64\text{-QAM}\}^l$ com $\Delta fT = 1/2$, por exemplo, tem a mesma eficiência espectral de um sistema OFDM ($\Delta fT = 1$) com portadoras moduladas em 4096-QAM. Por outro lado, é fácil verificar pela eq. (2.36) que o sistema {64-QAM}² apresenta um ganho de potência de aproximadamente 12,5 dB com relação ao 4096-QAM na condição de BER=10^{-5}. A questão que se coloca é se ao passar de $l=2$ para $l >> 10/\Delta fT$ ainda há ganho. Caso positivo, tem-se concebido

um sistema de desempenho superior ao OFDM convencional. A confirmação destas conjecturas é ainda objeto de pesquisas e está além do escopo deste trabalho.

Registram-se aqui as seguintes contribuições apresentadas neste capítulo:

- discussão sobre a inconsistência da largura de banda do sinal m-QAM adotada em [16] e o seu impacto no desempenho do sistema $\{m\text{-QAM}\}^2$ original;
- reformulação do receptor do sistema $\{m\text{-QAM}\}^2$ de forma a minimizar as distorções de sinal;
- análise de desempenho do novo sistema $\{m\text{-QAM}\}^2$ banda larga proposto;
- apresentação de resultados para o sistema reformulado;
- conjecturas sobre um novo sistema $\{m\text{-QAM}\}^1$.

Apresenta-se no próximo capítulo o receptor de máxima-verossimilhança para o problema de detecção de dois sinais m-QAM não-ortogonais modulados com pulsos retangulares, através de canal AWGN, e na condição em que a separação entre as portadoras é menor do que a taxa de símbolo.

Capítulo 3

Detecção Ótima para Dois Sinais m-QAM Não-Ortogonais Modulados com Pulsos Retangulares em Canal AWGN

O receptor $\{m\text{-QAM}\}^2$ banda larga apresentado no capítulo anterior, empregando uma equalização ZF, detecta dois sinais m-QAM não-ortogonais, com superposição espectral, e modulados com pulso retangular através de um canal AWGN. Uma questão importante a ser respondida está associada à configuração do sistema ótimo de detecção para este tipo de sinal.

Neste capítulo, deriva-se de forma original o receptor de máxima-verossimilhança para o problema de detecção de dois sinais m-QAM não-ortogonais com superposição espectral através de canal AWGN [18] na condição em que a separação entre as portadoras é menor do que a taxa de símbolo. Também apresentam-se análise de desempenho do sistema, resultados de simulação computacional e comparação com o sistema $\{m\text{-QAM}\}^2$ banda larga apresentado no capítulo anterior.

O capítulo está organizado na forma como segue. Na seção 3.1 introduzem-se as suposições básicas acerca do problema. Apresentam-se os fundamentos do receptor ótimo na seção 3.2. A análise de desempenho é feita na seção 3.3. Na seção 3.4, apresentam-se e discutem-se alguns resultados experimentais de simulação. A conclusão do Capítulo é apresentada na seção 3.5.

3.1- Definição do problema e modelo do sistema

Dois sinais m-QAM são combinados para formar o sinal transmitido $s(t)$ que pode expresso por

$$s(t) = x_1(k)g(t)\cos(2\pi f_1 t) - y_1(k)g(t)\,\mathrm{sen}(2\pi f_1 t) + \\ x_2(k)g(t)\cos(2\pi f_2 t) - y_2(k)g(t)\,\mathrm{sen}(2\pi f_2 t), \qquad (3.1)$$

para, $(k\text{-}1)T \leq t \leq kT$, correspondendo ao intervalo de transmissão do k-ésimo símbolo. Os sinais discretos $x_1(k)$, $y_1(k)$, $x_2(k)$, e $y_2(k)$ pertencentes ao alfabeto {+/-1, +/-3, +/-5, ...}, são estatisticamente independentes, identicamente distribuídos, e definem o símbolo transmitido com os dois sinais m-QAM combinados no instante discreto k. Denota-se o pulso formatador de banda-base por $g(t)$ e supõe-se que ele seja retangular no tempo com amplitude unitária e duração T. Portanto, a duração de símbolo é T, e f_1 e f_2 são as freqüências das portadoras de cada um dos sinais m-QAM. Considera-se $f_2 > f_1$ e $\Delta f = f_2 - f_1 < 1/T$ de tal modo que há uma superposição espectral sem ortogonalidade entre os sinais m-QAM em condição supercrítica conforme definido em [10].

O canal é considerado AWGN e o sinal recebido na entrada do receptor é dado por $r(t) = s(t) + n(t)$, em que $n(t)$ é o ruído gaussiano e branco com densidade espectral de potência $N_0 / 2$, com média zero.

O problema discutido neste capítulo é como fazer a detecção ótima dos símbolos transmitidos a partir do sinal recebido $r(t)$. Entenda-se por detecção ótima aquela que objetiva resultar na menor probabilidade de erro de detecção.

3.2- Fundamentos

O sinal recebido que corresponde ao k-ésimo símbolo transmitido, $(k\text{-}1)T \leq t \leq kT$, pode ser expresso por

$$r(t) = s_i(t) + n(t), \qquad (3.2)$$

em que $s_i(t)$, $i = 1, 2\ldots, J$, com $J = \mathrm{m}^2$, representa todos as possíveis formas de onda dos dois sinais m-QAM combinados, conforme eq. (3.1), e n(t) é o ruído gaussiano. Desde que o pulso formatador de banda-base $g(t)$ é retangular de amplitude unitária, o sinal $s_i(t)$ para o k-ésimo símbolo, $(k\text{-}1)T \leq t \leq kT$, pode ser escrito como

$$s_i(t) = x_{1i}(k)\cos(2\pi f_1 t) - y_{1i}(k)\,\mathrm{sen}(2\pi f_1 t) + \\ x_{2i}(k)\cos(2\pi f_2 t) - y_{2i}(k)\,\mathrm{sen}(2\pi f_2 t), \tag{3.3}$$

em que $x_{1i}(k)$, $y_{1i}(k)$, $x_{2i}(k)$, e $y_{2i}(k)$ definem o símbolo transmitido correspondente à forma de onda $s_i(t)$.

Desde que o canal é AWGN, o receptor de máxima-verossimilhança pode ser implementado pelo detector de mínima distância [24]. Define-se a distância entre $r(t)$ e $s_i(t)$, no k-ésimo instante, como sendo

$$D_i[r(t), s_i(t)] = \int_{(k-1)T}^{kT} [r(t) - s_i(t)]^2\, dt. \tag{3.4}$$

O detector de mínima distância calcula em cada intervalo de tempo T um conjunto de J distâncias $D_i[r(t), s_i(t)]$, definida pela eq. (3.4), para $i = 1, 2,\ldots, J$, e seleciona como sinal transmitido aquele que resulta na menor distância.

Pode-se verificar que uma otimização equivalente à minimização da distância definida pela eq. (3.4) é maximizar, para cada k-ésimo símbolo recebido, a métrica de correlação $C[r(t), s_i(t)]$, $i = 1,2,\ldots, J$, definida como

$$C_i[r(t), s_i(t)] = 2\int_{(k-1)T}^{kT} r(t)s_i(t)dt - \int_{(k-1)}^{kT} s_i^2(t)dt. \tag{3.5}$$

Note que o segundo termo da eq. (3.5) representa a energia $E_i(k)$ associada a forma de onda $s_i(t)$ quando transmitida no intervalo de tempo $(k\text{-}1)T < t < kT$. Usando a eq. (3.3) é fácil verificar a seguinte expressão para energia $E_i(k)$

$$E_i(k) = \frac{E_g}{2}\{[x_{1i}^2(k) + y_{1i}^2(k) + x_{2i}^2(k) + y_{2i}^2(k)] + \\ 2[x_{1i}(k)x_{2i}(k) + y_{1i}(k)y_{2i}(k)][\frac{\sin(2\pi\Delta fTk) - \sin[2\pi\Delta fT(k-1)]}{2\pi\Delta fT}] + \\ 2[x_{1i}(k)y_{2i}(k) - y_{1i}(k)x_{2i}(k)][\frac{\cos(2\pi\Delta fTk) - \cos[2\pi\Delta fT(k-1)]}{2\pi\Delta fT}]\}, \tag{3.6}$$

em que E_g é a energia do pulso de banda-base $g(t)$. Observe da eq. (3.6) que a energia $E_i(k)$ associada a forma de onda $s_i(t)$ não é somente função dos sinais $x_{1i}(k)$, $y_{1i}(k)$, $x_{2i}(k)$, e $y_{2i}(k)$ que definem o símbolo transmitido, mas também depende do tempo k e de Δf que indica o grau de superposição em freqüência dos dois sinais m-QAM.

O diagrama de blocos de uma possível configuração para implementar o receptor de máxima-verossimilhança está mostrado na Figura 3.1.

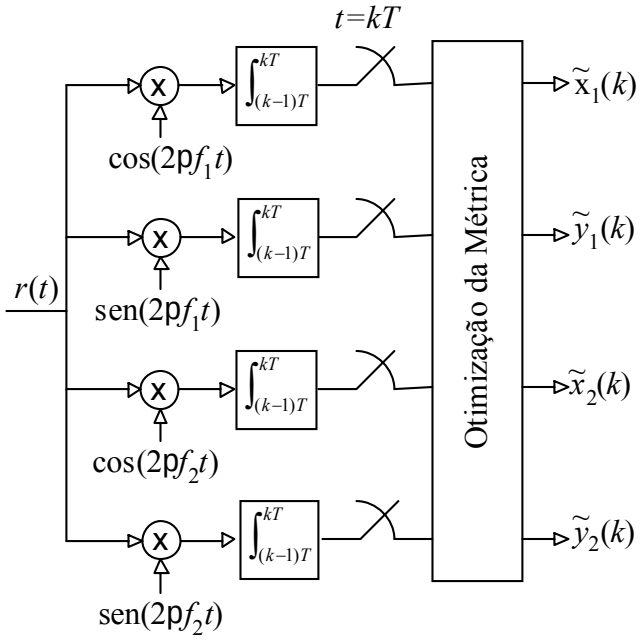

Figura 3.1: Diagrama de blocos do receptor ótimo.

É interessante notar pelas eqs. (3.3) e (3.5), e a Figura 3.1, que as amostras das saídas dos integradores formam estatísticas suficientes para a detecção de símbolo. Portanto, estas saídas são entregues ao bloco denominada *otimização da métrica*, como indicado na Figura 3.1, que computa J métricas, definidas pela eq. (3.5), e encontra o conjunto de sinais detectados $\tilde{x}_1(k)$, $\tilde{y}_1(k)$, $\tilde{x}_2(k)$, e $\tilde{y}_2(k)$ que maximiza a métrica.

3.3- Análise de desempenho

Suponha que a forma de onda $s_i(t)$, correspondendo a um dado símbolo definido pelos sinais $x_{1i}(k)$, $y_{1i}(k)$, $x_{2i}(k)$, e $y_{2i}(k)$, é transmitida no instante $(k\text{-}1)T < t < kT$. O evento de erro ε_j é definido como sendo a ocorrência da desigualdade $C[r(t),s_j(t)] > C[r(t),s_i(t)]$ para $i \int j$. Portanto a probabilidade de erro de símbolo condicionada a transmissão de $s_i(t)$ no tempo k, definida como $P_i(k)$, pode ser expressa por

$$P_i(k) = P\left[\bigcup_{j\neq i}\varepsilon_j\right] \leq \sum_{j\neq i} P[\varepsilon_j], \tag{3.7}$$

em que o primeiro termo no lado direito da igualdade representa a probabilidade da união de todos eventos ε_j para $j \int i$, e $P[\varepsilon_j]$, no segundo termo, é a probabilidade do evento ε_j.

Para determinar o limitante superior da probabilidade condicional de erro de símbolo descrita pela eq. (3.7) avalia-se primeiro a probabilidade de evento de erro $P[\varepsilon_j]$. Das eqs. (3.2) e (3.5), verifica-se que o evento de erro ε_j ocorre quando tem-se

$$v = \int_{(k-1)T}^{kT} n(t)[s_j(t) - s_i(t)]dt > \frac{1}{2}\int_{(k-1)T}^{kT}[s_j(t) - s_i(t)]^2\,dt. \tag{3.8}$$

Veja que a integral no lado direito da eq. (3.8) representa a distância entre os sinais $s_i(t)$ e $s_j(t)$, $D[s_i(t), s_j(t)]$, exatamente como definido pela eq. (3.4). Para $s_i(t)$ e $s_j(t)$ definidos pela eq. (3.3), a distância entre eles pode se escrita como

$$\begin{aligned}
&D[s_i(t),s_j(t)] = E_i(k) + E_j(k) - E_g\{[x_{1i}(k)x_{1j}(k) + y_{1i}(k)y_{1j}(k) + \\
&x_{2i}(k)x_{2j}(k) + y_{2i}(k)y_{2j}(k)] + [x_{1i}(k)x_{2j}(k) + x_{2i}(k)x_{1j}(k) + \\
&y_{1i}(k)y_{2j}(k) + y_{2i}(k)y_{1j}(k)][\frac{\sin(2\pi\Delta fTk) - \sin[2\pi\Delta fT(k-1)]}{2\pi\Delta fT}] + \\
&[x_{1i}(k)y_{2j}(k) + x_{1j}(k)y_{2i}(k) - y_{1i}(k)x_{2j}(k) - \\
&y_{1j}(k)x_{2i}(k)][\frac{\cos(2\pi\Delta fTk) - \cos[2\pi\Delta fT(k-1)]}{2\pi\Delta fT}]\}.
\end{aligned} \tag{3.9}$$

Note pela eq. (3.9) que a distância para um mesmo par de símbolos é também dependente do instante k.

Desde que $n(t)$ é um processo gaussiano e branco, o termo no lado esquerdo da eq. (3.8), a variável aleatória gaussiana v, tem média m_v e variância s_v^2 determinadas como

$$m_v = 0, \text{ e } s_v^2 = N_0 D[s_i(t), s_j(t)] / 2. \tag{3.10}$$

Finalmente, usando as eqs. (3.8) e (3.10), tem-se a probabilidade do evento de erro ε_j dada por [29]

$$P[\varepsilon_j] = Q\left(\sqrt{\frac{D[s_i(t), s_j(t)]}{2N_0}}\right), \tag{3.11}$$

e o limitante da probabilidade condicional de erro de símbolo $P_i(k)$ expresso por

$$P_i(k) \leq \sum_{j \neq i} Q\left(\sqrt{\frac{D[s_i(t), s_j(t)]}{2N_0}}\right). \tag{3.12}$$

Note pela eq. (3.12) que quanto menor for a distância entre os símbolo $D[s_i(t), s_j(t)]$ maior é sua contribuição no somatório. Portanto, a distância mínima é o fator determinante na probabilidade de erro de símbolo.

Desde que $D[s_i(t), s_j(t)]$ depende de k e que todos os sinais $s_i(t)$ são equiprováveis com probabilidade $1/J$, a probabilidade média de erro de símbolo P_s pode ser avaliada como

$$P_s = \lim_{L \to \infty} [\sum_{k=1}^{L} \sum_{i=1}^{J} (P_i(k) / J)] / L. \tag{3.13}$$

Deste modo, a partir das eqs. (3.12) e (3.13), pode-se calcular um limitante superior da probabilidade média de erro de símbolo. Ressalta-se que este cálculo é tedioso principalmente para valores elevados de J.

3.4- Exemplo numérico

Calculou-se a partir das eqs. (3.12) e (3.13) o limitante superior da probabilidade média de erro de símbolos P_s para o caso de dois sinais 4-QAM com $\Delta fT = 1/3$ transmitidos simultaneamente. Na Figura 3.2, está mostrado o limitante da probabilidade de erro de bit, $P_b = P_s/\log_2 J$, bem como a BER simulada, ambas comparadas a BER de um sistema 4-QAM convencional e a BER do $\{4\text{-QAM}\}^2$ banda larga apresentado no Cap. 2. Observa-se na Figura 3.2 que a curva referente ao limitante superior teórico de P_b está condizente com os resultados de simulação e a perda de desempenho do detector ótimo para dois sinais 4-QAM superpostos com $\Delta fT = 1/3$ quando comparado ao 4-QAM convencional é cerca de 2.5 dB para $P_b = 10^{-4}$. Por outro lado, o ganho do receptor ótimo, se comparado com o sistema $\{4\text{-QAM}\}^2$ banda larga, é de aproximadamente 2 dB.

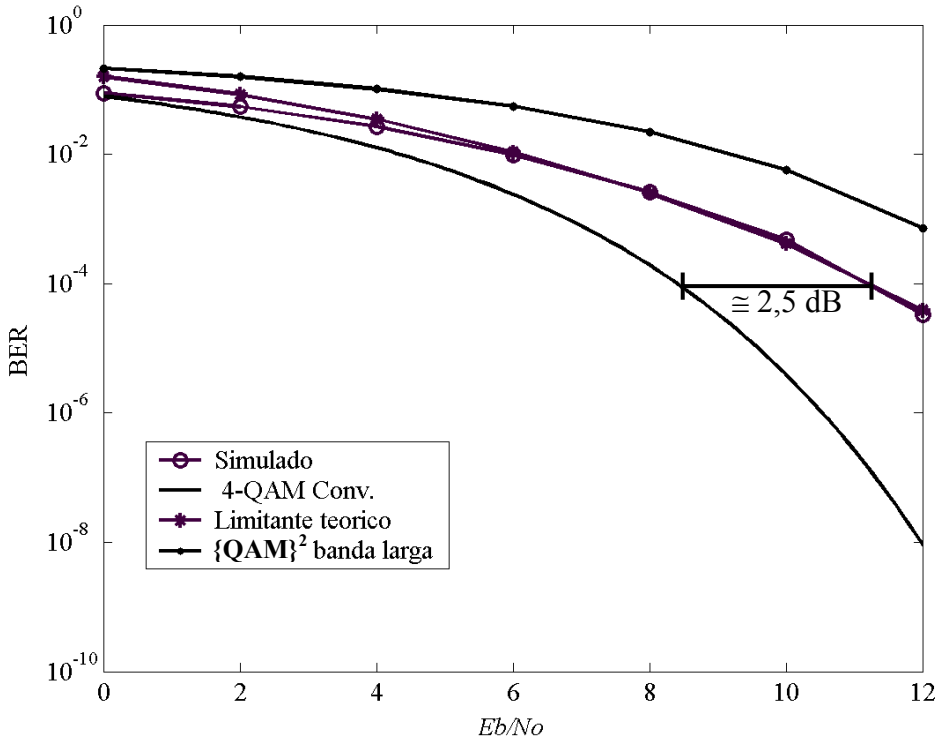

Figura 3.2: BER teórico e BER simulado do receptor ótimo para dois sinais 4-QAM, $\Delta fT = 1/3$, comparadas a BER de um 4-QAM convencional e $\{4\text{-QAM}\}^2$ banda larga.

Das eqs. (3.6) e (3.9), é fácil verificar que a distância mínima entre as 16 possíveis formas de onda $s_i(t)$ para dois sinais 4-QAM superpostos, com ΔfT = 1/3, em qualquer instante k, é aproximadamente $0.69E_g$. Sendo portanto, neste caso, menor do que a distância mínima dos símbolos de um sistema 4-QAM convencional que é $2E_g$. Tal fato explica os resultados apresentados na Figura 3.2.

É interessante observar, ainda com relação ao exemplo apresentado, que devido às funções seno e cosseno presentes na eq. (3.9), e sendo ΔfT = 1/3, as distâncias entre cada par de símbolos podem assumir ciclicamente três diferentes valores em função de k.

A Figura 3.3 apresenta resultados de simulação da BER do receptor ótimo para dois sinais 16-QAM, com ΔfT =1/5, 1/3, 3/5, 2/3, e 1, comparados com um sistema 16-QAM convencional. Pode-se observar que a BER do detector ótimo com ΔfT = 1 é similar ao 16-QAM convencional. Este resultado é esperado porque dois sinais m-QAM são ortogonais quando ΔfT = 1. Entretanto não é esperado que os desempenhos do receptor ótimo para ΔfT = 3/5 e 2/3 sejam também similares ao 16-QAM como mostrado na Figura 3.3. Isto significa que houve uma maior superposição entre os dois sinais não-ortogonais 16-QAM sem qualquer sacrifício na BER. Note também da Figura 3.3 que o detector ótimo para ΔfT = 1/3 precisa de aproximadamente 3 dB na condição de $P_b = 10^{-4}$ para atingir o mesmo desempenho do 16-QAM convencional. Está evidente uma troca entre potência e banda de freqüência.

Os resultados mostrados na Figura 3.3 podem ser explicados quando se analisam as distâncias mínimas entre os símbolos para os dois sinais 16-QAM, nas diversas condições de superposição simuladas. Na Figura 3.4, está mostrado a distância mínima (D_{min}) entre os 256 possíveis símbolos para 0 b ΔfT b1 e k variando de 1 até 5. Observa-se que para ΔfT < 0,6, a distância mínima começa a decrescer e torna-se zero quando ΔfT = 0, com um pequeno intervalo em torno de ΔfT =0,25 em que há um rápido aumento na distância mínima. Este máximo local, para ΔfT =0,25, está relacionado aos valores que assumem as funções seno e cosseno nas eqs. (3.6) e (3.9). Por outro lado, de ΔfT = 1 até 0,6, a distância mínima é praticamente igual a $2E_g$ que é o mesmo valor do caso ortogonal. Este fato indica uma

alternativa importante para aumentar a eficiência espectral de sistema multiportadora sem sacrifício de potência.

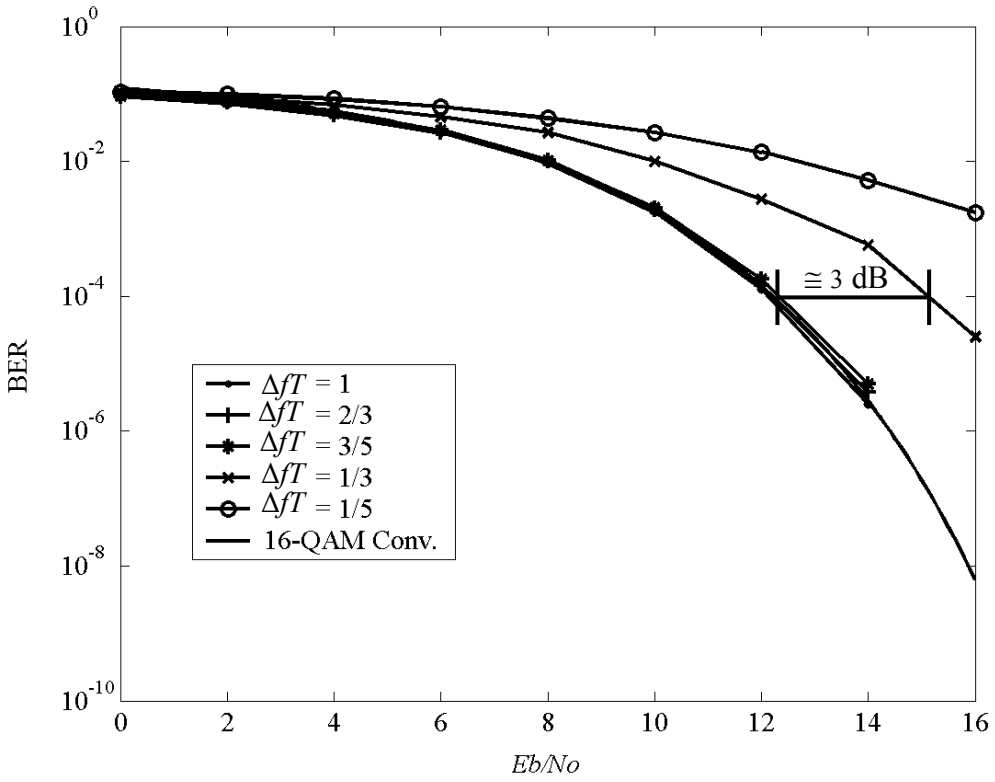

Figura 3.3: BER simulada do receptor ótimo para dois sinais 16-QAM com ΔfT = 1, 2/3, 3/5, 1/3, e 1/5 comparadas com o sistema 16-QAM convencional.

É interessante destacar que estes resultados, bem como aqueles apresentados no Cap. 2, mostram que é possível recuperar as informações transmitidas em um sistema que utiliza duas portadoras com $\Delta fT < 1$. Há indicações na literatura, que a recuperação dos dados, em sistema multiportadora cuja separação entre elas é menor do que a taxa de símbolo ($\Delta fT < 1$), pode ser difícil [13] ou até mesmo impossível [10].

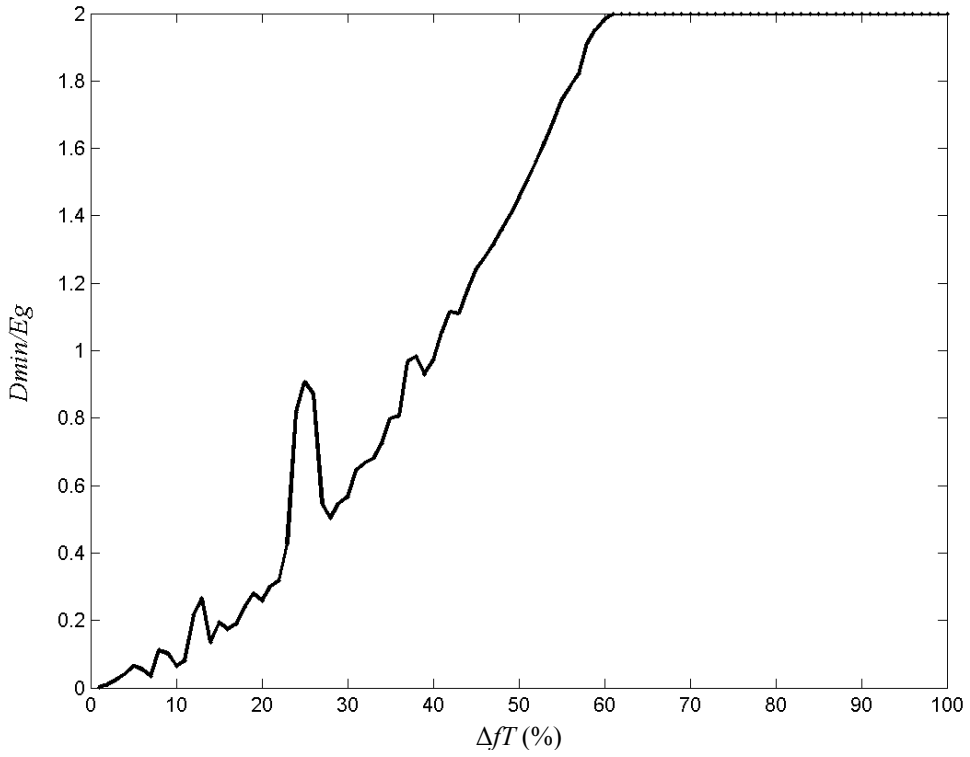

Figura 3.4: distância mínima entre símbolos em função de ΔfT para dois sinais 16-QAM superpostos.

3.5- Conclusões e perspectivas

Neste Capítulo, é derivado o receptor de máxima-verossimilhança ótimo para detecção de dois sinais m-QAM não-ortogonais com superposição espectral transmitidos simultaneamente através de canal AWGN, de tal maneira que a separação entre as portadoras é menor do que a taxa de símbolo. Um limitante superior para a probabilidade de erro de bit é encontrado analiticamente. Resultados de simulação mostram que tal limitante representa uma boa aproximação da BER.

É mostrado ainda por meio de simulação, que o desempenho, em termos de BER do receptor ótimo para detectar dois sinais 16-QAM não-ortogonais, é similar ao sistema 16-QAM convencional na condição em que $1 > \Delta fT > 0{,}6$. Isto evidencia um ganho em largura de banda sem sacrifício de potência. Além disso, é mostrado

que para $\Delta fT < 0{,}6$ há uma troca entre potência e largura de banda. Para $\Delta fT = 1/3$, por exemplo, a detecção de dois sinais 16-QAM não-ortogonais, com receptor ótimo, precisa de cerca de 3 dB para ter desempenho comparável ao caso ortogonal na condição de BER=10^{-4}.

Uma investigação interessante relacionada ao assunto abordado neste capítulo poderia avaliar a extensão do receptor ótimo para sistemas com mais de duas portadoras.

Registram-se aqui as seguintes contribuições apresentadas neste Capítulo:

- derivação do receptor ótimo para detecção de dois sinais m-QAM não-ortogonais com superposição espectral através de canal AWGN na condição específica de separação entre as portadoras inferior à taxa de símbolo;
- análise de desempenho do receptor ótimo sob critério de máxima-verossimilhança;
- apresentação de resultados da BER para o novo receptor e comparação com sistemas existentes;
- descoberta de condições especiais de superposição espectral ($1 > \Delta fT > 0{,}6$) sem sacrifício na BER.

Até aqui, foi realizada a análise sobre a recepção de dois sinais não-ortogonais e com espectros superpostos transmitidos em canal AWGN de faixa ilimitada. A seguir, no próximo capítulo, estuda-se um sistema similar porém com os sinais m-QAM não-ortogonais modulados com pulsos estritamente limitados em banda.

Capítulo 4

Sistema com Dois Sinais m-QAM Não-Ortogonais, Superpostos em Freqüência, para Canal AWGN de Banda Limitada

Estudou-se nos Caps. 2 e 3 sistemas de comunicação com dois sinais m-QAM não-ortogonais superpostos em freqüência e modulados por pulso de banda-base retangular, resultando em um sinal transmitido ilimitado em banda. Um modo trivial de aumentar a eficiência espectral de tais sistemas é trocar o pulso modulante de formato retangular para um pulso cujo espectro fosse estritamente limitado em banda. Neste Capítulo, estuda-se um sistema com dois sinais m-QAM não-ortogonais que emprega um pulso formatado com espectro na forma da raiz do cosseno levantado em um canal AWGN de banda limitada.

As análises apresentadas são inéditas e resultam em um modelo matemático de sistema que é aplicável, de uma forma geral, em situações em que sinais não-ortogonais, limitados em banda, superpostos em freqüência, e com separação de portadora menor do que a taxa de símbolo, são adicionados de uma forma síncrona para compartilhar um mesmo canal AWGN. Embora no sistema apresentado as informações transmitidas são provenientes de um usuário apenas, o modelo também se aplica ao caso em que as informações são geradas por dois usuários.

O Capítulo está organizado como se segue. Na seção 4.1, define-se o sistema em termos funcionais, derivam-se as expressões para os sinais do receptor, e apresenta-se um modelo matemático pioneiro do sistema. Na seção 4.2, discutem-se possíveis estratégias para a detecção dos sinais. Apresenta-se na seção 4.3 um sistema realimentado para detecção e cancelamento de interferência baseado na minimização do erro quadrático médio. Discutem-se também a funcionalidade e as limitações

desse sistema de cancelamento. Na seção 4.4, alguns resultados de simulação são apresentados. A conclusão do capítulo é apresentada na seção 4.5.

4.1- Modelo do sistema

O transmissor do sistema é idêntico ao sistema apresentado nos Capítulos 2 e 3, exceto pelo filtro formatador $g(t)$, que tem o espectro de potência na forma da raiz do cosseno levantado com *roll-off* zero, e portanto, é expresso por $g(t) = \text{sinc}(t/T)/T^{1/2}$, em que T é a duração de símbolo. O diagrama de blocos do transmissor está representado na Figura 4.1. As freqüências das portadoras dos sinais m-QAM são f_1 e f_2.

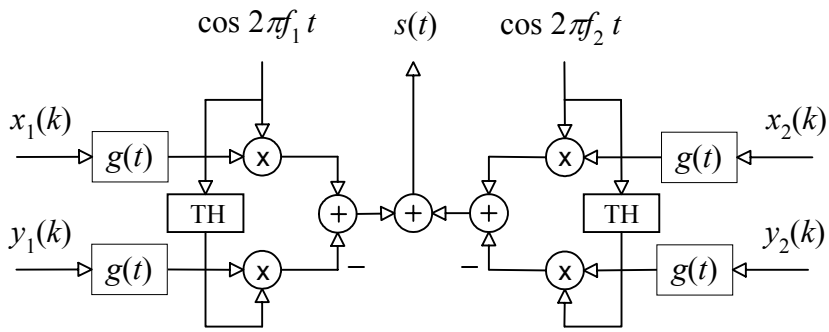

Figura 4.1: diagrama de blocos do transmissor.

O sinal transmitido é dado por:

$$s(t) = [\sum_{k=0}^{\infty} x_1(k) g(t-kT)]\cos(2\pi f_1 t) - [\sum_{k=0}^{\infty} y_1(k) g(t-kT)]\text{sen}(2\pi f_1 t) + [\sum_{k=0}^{\infty} x_2(k) g(t-kT)]\cos(2\pi f_2 t) - [\sum_{k=0}^{\infty} y_2(k) g(t-kT)]\text{sen}(2\pi f_2 t). \quad (4.1)$$

A Figura 4.2 mostra o diagrama de blocos do receptor. Esta configuração de receptor gera as estatísticas suficientes para detecção [24, 38]. Os circuitos A_i e B_i, com i=1 ou 2, são conversores de freqüência que estão detalhados na Figura 4.3. O bloco indicado por FPB é um filtro passa-baixas, com largura de banda muito maior do que $1/T$, cuja função é eliminar o espectro em torno das freqüências $2f_1$, $2f_2$, e f_1+f_2. Supõe-se que este filtro não provoca qualquer distorção no sinal de banda-base

convertido. Assume-se um perfeito sincronismo de portadora e símbolo no receptor. Os filtros $g(t)$ são filtros casados idênticos ao filtro formatador de pulso do transmissor. O canal é AWGN com banda $B=1/T+\Delta f$, em que $f_2 - f_1 = \Delta f < 1/T$. O ruído $n(t)$ é aditivo, gaussiano e branco de média nula e densidade espectral $N_0/2$.

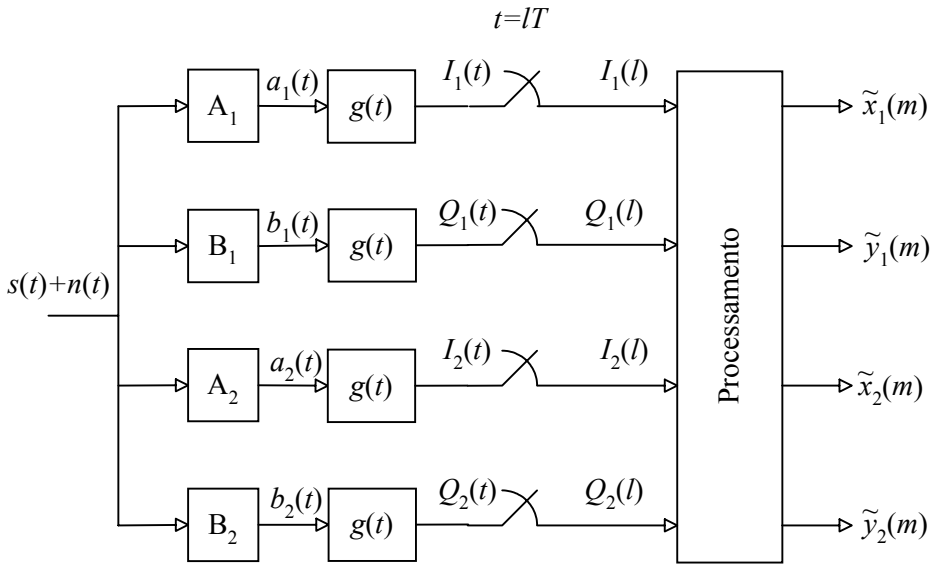

Figura 4.2: diagrama de blocos do receptor $\{m\text{-QAM}\}^2$.

Circuito A_i : OL = $2\cos(2\pi f_i t)$
Circuito B_i : OL = $-2\text{sen}(2\pi f_i t)$

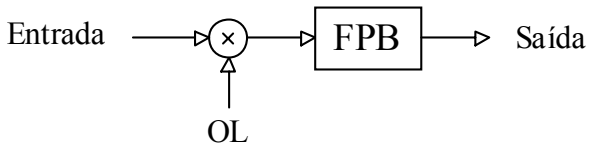

Figura 4.3: circuitos conversores.

Os sinais demodulados $I_1(t)$, $Q_1(t)$, $I_2(t)$, e $Q_2(t)$, depois de amostrados, são as entradas de um sistema de processamento de sinais que tem como função detectar os símbolos recebidos.

O sinal na entrada do receptor é $r(t) = s(t) + n(t)$, em que $s(t)$ é o sinal transmitido e $n(t)$ é ruído gaussiano, branco, com média nula, e função de autocorrelação dada por $R_n(\tau) = N_0\delta(\tau) / 2$. Partindo-se das Figuras. 4.2 e 4.3 e da eq. 4.1, chegam-se as seguintes expressões para os sinais nas saídas dos conversores:

$$a_1(t) = \sum_{k=0}^{\infty} x_1(k) g(t-kT) + \cos(2\pi\Delta ft)[\sum_{k=0}^{\infty} x_2(k)\, g(t-kT)]$$
$$- \operatorname{sen}(2\pi\,\Delta ft)[\sum_{k=0}^{\infty} y_2(k)\, g(t-kT)] + u_1(t), \tag{4.2}$$

$$b_1(t) = \sum_{k=0}^{\infty} y_1(k) g(t-kT) + \operatorname{sen}(2\pi\Delta ft)[\sum_{k=0}^{\infty} x_2(k)\, g(t-kT)]$$
$$+ \cos(2\pi\,\Delta ft)[\sum_{k=0}^{\infty} y_2(k)\, g(t-kT)] + p_1(t), \tag{4.3}$$

$$a_2(t) = \sum_{k=0}^{\infty} x_2(k) g(t-kT) + \cos(2\pi\Delta ft)[\sum_{k=0}^{\infty} x_1(k)\, g(t-kT)]$$
$$+ \operatorname{sen}(2\pi\,\Delta ft)[\sum_{k=0}^{\infty} y_1(k)\, g(t-kT)] + u_2(t), \tag{4.4}$$

$$b_2(t) = \sum_{k=0}^{\infty} y_2(k) g(t-kT) - \operatorname{sen}(2\pi\Delta ft)[\sum_{k=0}^{\infty} x_1(k)\, g(t-kT)]$$
$$+ \cos(2\pi\,\Delta ft)[\sum_{k=0}^{\infty} y_1(k)\, g(t-kT)] + p_2(t), \tag{4.5}$$

em que $u_1(t)$, $p_1(t)$, $u_2(t)$, e $p_2(t)$ são parcelas de ruído.

O sinal $I_1(t)$ na saída de $g(t)$ do primeiro ramo do receptor é calculado como:

$$I_1(t) = \sum_{k=0}^{\infty} x_1(k) g(t-kT) * g(t) +$$
$$\{\cos(2\pi\Delta ft)[\sum_{k=0}^{\infty} x_2(k)\, g(t-kT)]\} * g(t) -$$
$$\{\operatorname{sen}(2\pi\,\Delta ft)[\sum_{k=0}^{\infty} y_2(k)\, g(t-kT)]\} * g(t) + \gamma_1(t), \tag{4.6}$$

em que a operação simbolizada por * representa convolução. A variância da parcela de ruído da eq. (4.6), $g_1(t) = [2\cos(2\pi f_1 t) n(t)] * g(t)$, pode facilmente ser avaliada. Considerando que $f_1 >> 1/T$, tem-se $E[g_1^2(t)] = N_0$. De forma análoga, chega-se ao

mesmo resultado para as demais parcelas de ruído dos outros ramos do receptor, ou seja

$$E[g_1^2(t)] = E[h_1^2(t)] = E[g_2^2(t)] = E[h_2^2(t)] = N_0. \tag{4.7}$$

Avalia-se agora cada um dos termos da eq. (4.6). Como $g(t)$ é raiz do cosseno levantado com *roll-off* igual a zero, tem-se o seguinte para o primeiro termo

$$\sum_{k=0}^{\infty} x_1(k) g(t-kT) * g(t) = \sum_{k=0}^{\infty} x_1(k) \mathrm{sinc}[(t-kT)/T]. \tag{4.8}$$

Para avaliar o segundo termo, aplica-se a transformada de Fourier na expressão e obtém-se

$$\begin{aligned} F\{\{\cos(2\pi\Delta f t)[\sum_{k=0}^{\infty} x_2(k)\, g(t-kT)]\} * g(t)\} &= \frac{1}{2}\sum_{k=0}^{\infty} x_2(k) G(f) G(f-\Delta f) e^{-j2\pi kT(f-\Delta f)} \\ &+ \frac{1}{2}\sum_{k=0}^{\infty} x_2(k) G(f) G(f+\Delta f) e^{-j2\pi kT(f+\Delta f)}, \end{aligned} \tag{4.9}$$

em que $F\{.\}$ indica a transformada de Fourier, e $G(f)$ é a transformada de Fourier de $g(t)$. Desde que as anti-transformadas dos produtos $G(f)G(f-\Delta f)$ e $G(f)G(f+\Delta f)$ são dadas por

$$F^{1}\{G(f)G(f-\Delta f)\} = (1-T\Delta f)\mathrm{sinc}[(1/T-\Delta f)t]e^{+j\pi\Delta f t} \quad \text{e}$$

$$F^{1}\{G(f)G(f+\Delta f)\} = (1-T\Delta f)\mathrm{sinc}[(1/T-\Delta f)t]e^{-j\pi\Delta f t},$$

e aplicando-se a anti-transformada em (4.9), e com algumas manipulações matemáticas, chega-se a

$$\begin{aligned} &\cos(2\pi\Delta f t)[\sum_{k=0}^{\infty} x_2(k)\, g(t-kT)] = \\ &\qquad (1-T\Delta f)\sum_{k=0}^{\infty} \mathrm{sinc}[(1/T-\Delta f)(t-kT)]\cos[\pi\Delta f(t+kT)]x_2(k). \end{aligned} \tag{4.10}$$

Aplicando-se a mesma sistemática para o cálculo do terceiro termo resulta em

$$\text{sen}(2\,\pi\Delta ft)\,[\sum_{k=0}^{\infty} y_2(k)\;g(t-kT)] =$$

$$(1-T\Delta f)\sum_{k=0}^{\infty}\text{sinc}[(1/T-\Delta f)(t-kT)]\,\text{sen}[\pi\Delta f(t+kT)]y_2(k). \qquad (4.11)$$

Juntando-se os resultados das eqs. (4.8), (4.10), e (4.11), deriva-se a seguinte expressão para o sinal $I_l(t)$ amostrado nos instante $t = lT$, em que $l = 0, 1, 2...$,

$$I_1(l) = x_1(l) + (1-T\Delta f)\sum_{k=0}^{\infty}\text{sinc}[(1-T\Delta f)(l-k)].$$
$$\cos[\pi T\Delta f(l+k)].x_2(k) - (1-T\Delta f)\sum_{k=0}^{\infty}\text{sinc}[(1-T\Delta f)(l-k)].$$
$$\text{sen}[\pi T\Delta f(l+k)].y_2(k) + \mathsf{g}_1(l). \qquad (4.12)$$

Note que a função sinc[(1-$T\Delta f$)(l-k)], dentro dos somatórios da eq. (4.12), é máxima para $l = k$ e decai quando $|l-k|$ cresce. Assim, os somatórios infinitos podem ser aproximadas como a soma de termos não desprezíveis dentro de uma janela de tempo de largura $2L+1$ e centrada no instante l (amostragem ótima para o símbolo desejado). Então a eq. (4.12) assume a forma:

$$I_1(l) = x_1(l) + (1-T\Delta f)\sum_{k=l-L}^{l+L}\text{sinc}[(1-T\Delta f)(l-k)].$$
$$\cos[\pi T\Delta f(l+k)]x_2(k) - (1-T\Delta f)\sum_{k=l-L}^{l+L}\text{sinc}[(1-T\Delta f)(l-k)].$$
$$\text{sen}[\pi T\Delta f(l+k)]y_2(k) + \mathsf{g}_1(l). \qquad (4.13)$$

Supondo um processamento causal, e mudando a referência de tempo, de tal forma que, o símbolo recebido mais avançado no tempo seja o presente símbolo no instante m, a expressão para o sinal discreto no tempo $I_1(m)$, pode ser rescrita na seguinte forma causal:

$$I_1(m) = x_1(m-L) + (1-T\Delta f)\sum_{i=0}^{2L} \text{sinc}[(1-T\Delta f)(i-L)].$$
$$\cos[\pi T\Delta f(2m+L-i)]x_2(m-i) - (1-T\Delta f)\sum_{i=0}^{2L} \text{sinc}[(1-T\Delta f)(i-L)].$$
$$\text{sen}[\pi T\Delta f(2m+L-i)]y_2(m-i) + \mathsf{g}_1(m-L). \tag{4.14}$$

De maneira análoga, chega-se as seguintes expressões para os sinais amostrados contidos na Figura 4.2:

$$Q_1(m) = y_1(m-L) + (1-T\Delta f)\sum_{i=0}^{2L} \text{sinc}[(1-T\Delta f)(i-L)].$$
$$\text{sen}[\pi T\Delta f(2m+L-i)]x_2(m-i) + (1-T\Delta f)\sum_{i=0}^{2L} \text{sinc}[(1-T\Delta f)(i-L)].$$
$$\cos[\pi T\Delta f(2m+L-i)]y_2(m-i) + \mathsf{h}_1(m-L); \tag{4.15}$$

$$I_2(m) = x_2(m-L) + (1-T\Delta f)\sum_{i=0}^{2L} \text{sinc}[(1-T\Delta f)(i-L)].$$
$$\cos[\pi T\Delta f(2m+L-i)]x_1(m-i) + (1-T\Delta f)\sum_{i=0}^{2L} \text{sinc}[(1-T\Delta f)(i-L)].$$
$$\text{sen}[\pi T\Delta f(2m+L-i)]y_1(m-i) + \mathsf{g}_2(m-L); \tag{4.16}$$

$$Q_2(m) = y_2(m-L) - (1-T\Delta f)\sum_{i=0}^{2L} \text{sinc}[(1-T\Delta f)(i-L)].$$
$$\text{sen}[\pi T\Delta f(2m+L-i)]x_1(m-i) + (1-T\Delta f)\sum_{i=0}^{2L} \text{sinc}[(1-T\Delta f)(i-L)].$$
$$\cos[\pi T\Delta f(2m+L-i)]y_1(m-i) + \mathsf{h}_2(m-L). \tag{4.17}$$

É interessante observar que as eqs. (4.14)-(4.17), que descrevem o sistema em estudo, são também adequadas para descrever situações semelhantes de superposição espectral que utilizem sinais com outras modulações tais como PAM e PSK. Como já mencionado, o modelo também se aplica para o caso de dois usuários dividindo o mesmo canal AWGN e transmitindo sinais QAM não-ortogonais com superposição espectral e espaçamento menor que a taxa de símbolo.

4-2 -Sobre a detecção de símbolos

Vê-se das eqs. (4.14)-(4.17), que os sinais unidimensionais demodulados contêm os símbolos desejados adicionados a ruído gaussiano e mais $4L+2$ termos interferentes originados do outro sinal m-QAM constituinte. Estes $4L+2$ termos representam a interferência entre portadoras (ICI - *Intercarrier Interference*). Note que diferente do sistema $\{\text{m-QAM}\}^2$ de banda larga, em que os símbolos unidimensionais interferentes eram apenas dois e estavam no mesmo instante do símbolo desejado (eqs. (2.6)-(2.9)), neste caso, têm-se $4L+2$ termos interferentes que estão espalhados no tempo nos instantes de m até m-$2L$. Deste modo, não é possível separar os sinais demodulados através de uma simples transformação linear como é feito no caso de $\{\text{m-QAM}\}^2$ banda larga, conforme eq. (2.23).

Por outro lado, é evidente que se a detecção das seqüências de símbolos transmitidas $\{x_1\}$, $\{y_1\}$, $\{x_2\}$, e $\{y_2\}$ é feita diretamente a partir dos sinais demodulados $I_1(m)$, $Q_1(m)$, $I_2(m)$, $Q_2(m)$ utilizando-se um simples circuito decisor de limiar, o desempenho do sistema, em termos de taxa de erro de símbolo (TES), é muito pobre por causa da ICI. A Figura 4.4 confirma este fato ilustrando o resultado de simulação da taxa de erro de x_1 comparada ao caso sem ICI para um sistema com dois sinais 4-QAM com $\Delta fT = 1/3$ e $L = 10$.

Desta forma, está clara a necessidade de se buscar alguma técnica de cancelamento de interferência antes da detecção de símbolos para solução deste problema em particular. Na próxima seção, discute-se a aplicação da técnica de cancelamento de interferência (ICI) baseado na minimização do erro quadrático médio [30, 31, 32, 33, 34].

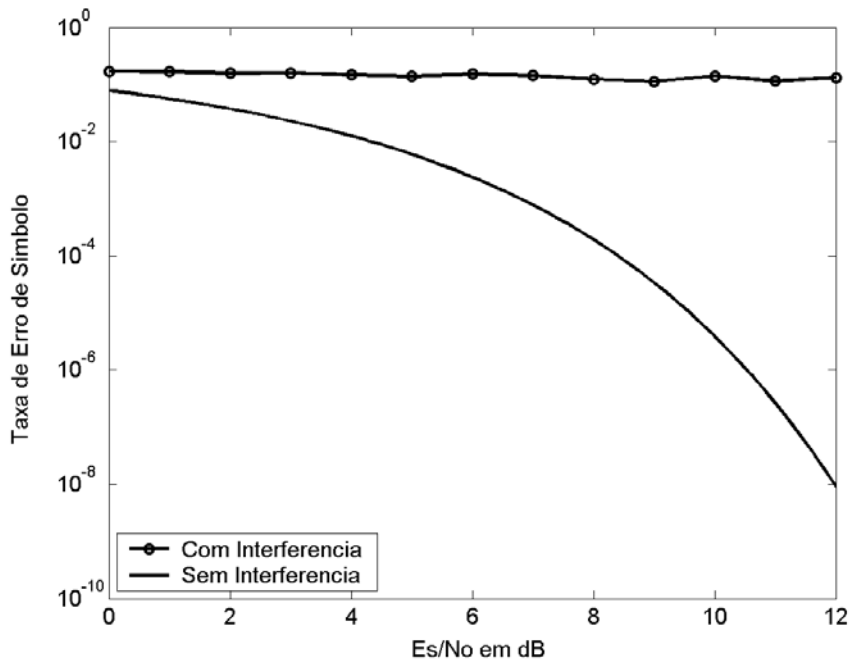

Figura 4.4: comparação da TES para sistema $\{4\text{-QAM}\}^2$ com e sem interferência.

4-3 –Cancelamento de interferência

De forma a tornar a notação mais compacta, define-se as seguintes variáveis complexas:

$$D_1(m) = I_1(m)+jQ_1(m), \qquad D_2(m) = I_2(m)+jQ_2(m),$$

$$s_1(m) = x_1(m)+jy_1(m), \qquad s_2(m) = x_2(m)+jy_2(m),$$

$$n_1(m) = g_1(m)+jh_1(m), \qquad n_2(m) = g_2(m)+jh_2(m).$$

Usando as eqs. (4.14)-(4.17), pode-se expressar os sinais demodulados na forma que se segue

$$D_1(m) = s_1(m-L) + \sum_{i=0}^{2L} h_1(i) e^{+j2\pi T\Delta f(m-i)} s_2(m-i) + n_1(m-L), \tag{4.18}$$

$$D_2(m) = s_2(m-L) + \sum_{i=0}^{2L} \mathsf{h}_2(i) e^{-j2\pi T\Delta f(m-i)} s_1(m-i) + n_2(m-L), \qquad (4.19)$$

em que os coeficientes $\mathsf{h}_1(i)$ e $\mathsf{h}_2(i)$, para $i = 0,..., 2L$, são dados por:

$$\mathsf{h}_1(i) = (1\text{-}T\Delta f)\mathrm{sinc}[(1\text{-}\ T\Delta f)(i\ \text{-}\ L)]e^{+j\pi T\Delta f(i\text{-}L)},$$
$$\mathsf{h}_2(i) = (1\text{-}T\Delta f)\mathrm{sinc}[(1\text{-}\ T\Delta f)(i\ \text{-}\ L)]e^{-j\pi T\Delta f(i\text{-}L)}.$$

Observe que a parcela interferente em ambos os sinais demodulados é equivalente à saída de um filtro linear de coeficientes complexos com resposta impulsiva finita (FIR, do inglês *Finite Impulse Response*), e variante no tempo cujas entradas são os símbolos do outro usuário, $s_1(m)$ ou $s_2(m)$. Para um dado instante m, os coeficientes dos filtros equivalentes $\mathsf{f}_1(i)$ e $\mathsf{f}_2(i)$ para cada parcela interferente nos sinais $D_1(m)$ e $D_2(m)$ são respectivamente:

$$\mathsf{f}_1(i)=\mathsf{h}_1(i).e^{+j2\pi T\Delta f(m\text{-}i)}, \text{ e } \mathsf{f}_2(i)=\mathsf{h}_2(i).e^{-j2\pi T\Delta f(m\text{-}i)}, \qquad \text{para } i = 0,..., 2L.$$

Uma outra abordagem do problema, para contornar a questão do sistema variante no tempo, é supor que as interferências são geradas a partir de novas fontes de referência $\mathsf{S}_1(m)$ e $\mathsf{S}_2(m)$ que incorporam a variação temporal [35] e são definidas pelas seguintes equações:

$$\mathsf{S}_1(m) = s_1(m)\, e^{-j2\pi T\Delta f\, m}, \qquad \text{e} \qquad \mathsf{S}_2(m) = s_2(m)\, e^{+j2\pi T\Delta f\, m}.$$

Assim, de acordo com as eqs. (4.18) e (4.19), estas novas fontes passam por filtros equivalentes para gerar os sinais interferentes, cujas componentes de FIR são $\mathsf{h}_1(i)$ e $\mathsf{h}_2(i)$, com $i = 0,...2L$.

O diagrama de blocos representando a idéia inicial para o sistema de detecção de símbolo e cancelamento de interferência está mostrado na Figura 4.5. O funcionamento do sistema é descrito a seguir. Supondo, por exemplo, que a decisão acerca de $s_2(m\text{-}L\text{-}1)$ esteja correta, a interferência de $D_1(m)$ é cancelada através uma réplica do sinal interferente que é gerada a partir de $\mathsf{S}_2(m\text{-}L\text{-}1)$ por meio do filtro $g_1(m)$ que tem resposta finita (FIR) e coeficientes complexos. Do mesmo modo, a

interferência de $D_2(m)$ é cancelada a partir de $S_1(m\text{-}L\text{-}1)$ utilizando o filtro $g_2(m)$ também de resposta finita (FIR) e coeficientes complexos. Esta técnica de cancelamento de interferência, que emprega um sinal de referência para gerar uma réplica do sinal indesejado, está bem fundamentada na literatura [30, 31, 32, 33, 34].

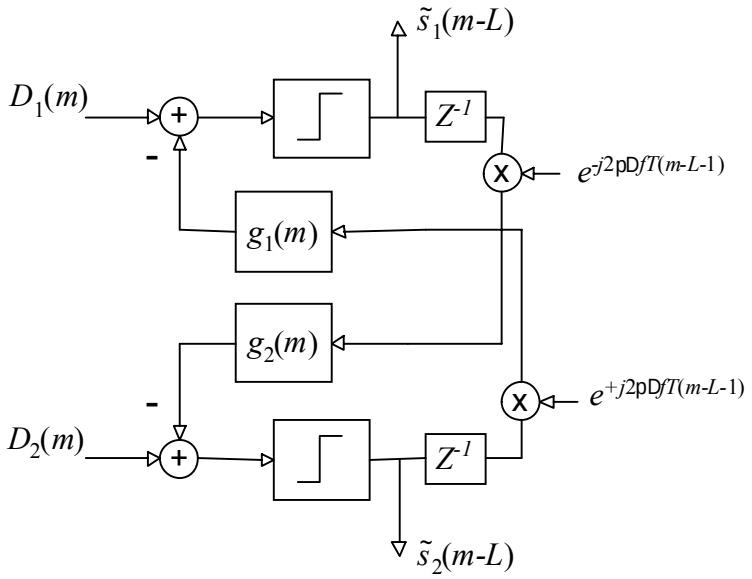

Figura 4.5- Sistema de cancelamento de interferência

Uma questão fundamental é saber se existem os filtros $g_1(m)$ e $g_2(m)$ capazes de gerar as réplicas de interferência a partir das referências $S_2(m\text{-}L\text{-}1)$ e $S_1(m\text{-}L\text{-}1)$. A Figura 4.6 ilustra o sistema individual para cancelamento da interferência sobre o sinal $D_1(m)$, supondo que no presente instante m o receptor tem conhecimento de $s_2(m\text{-}d)$, em que d é um dado atraso. Ressalta-se que, para este sistema, havendo o cancelamento completo dos termos interferentes, tem-se $e_1(m) = s_1(m\text{-}L) + n_1(m\text{-}L)$.

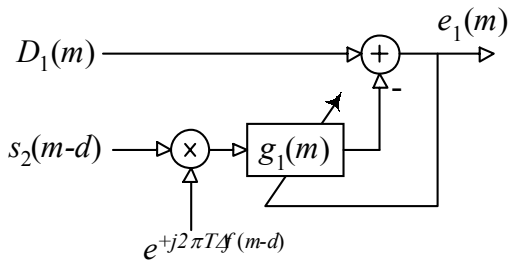

Figura 4.6- Cancelamento de interferência do sinal $D_1(m)$.

Considera-se o filtro $g_1(m)$ de resposta finita com $2L+1$ coeficientes e representado pelo vetor:

$$\mathbf{g_1}^{\boldsymbol{T}} = [g_0, g_1, \ldots, g_{2L}]. \tag{4.20}$$

O filtro de Wiener $\mathbf{g_{1O}}$, que minimiza o erro quadrático médio $E[e_1^2(m)]$, e também minimiza a interferência [32], é determinado pela seguinte expressão [33]

$$\mathbf{g_{1O}} = E[\mathbf{S_2}(m\text{-}d)\ \mathbf{S_2}^H(m\text{-}d)]^{-1}.\ E[\mathbf{S_2}(m\text{-}d)\ D^*_1\ (m)],$$

em que $\mathbf{S_2}(m\text{-}d) = [\mathsf{S}_2(m\text{-}d), \mathsf{S}_2(m\text{-}d\text{-}1), \ldots, \mathsf{S}_2(m\text{-}d\text{-}2L)]^T$ e o sobrescrito $(\cdot)^H$ indica transposto conjugado.

Assumindo-se que os símbolos $\{x_1\}$, $\{y_1\}$, $\{x_2\}$, e $\{y_2\}$ são independentes e identicamente distribuídos, e também independentes do ruído gaussiano $\{n_1\}$, facilmente deriva-se o filtro ótimo:

$$\mathbf{g}_{1O}^T = [\mathsf{h}_1^*(d), \mathsf{h}_1^*(d+1), \ldots, \mathsf{h}_1^*(2L), 0, \ldots, 0]. \tag{4.21}$$

Usando-se o filtro ótimo, o sinal de erro $e_1(m)$ é dado por

$$e_1(m) = D_1(m) - \mathbf{g}_{1O}^H \mathbf{S}_2(m-d) = s_1(m-L) + \sum_{i=0}^{d-1} \mathsf{h}_1(i) e^{+j2\pi T\Delta f(m-i)} s_2(m-i) + n_1(m-L). \tag{4.22}$$

Note que nem todos os termos interferentes são cancelados. Restam d termos que correspondem aos símbolos $s_2(m)$, $s_2(m\text{-}1)$, ..., $s_2(m\text{-}d+1)$. Portanto, não existe filtro capaz de gerar uma réplica perfeita do sinal interferente a partir de $\mathsf{S}_2(m\text{-}L\text{-}1)$. O melhor que se consegue com esta técnica, partindo do conhecimento de $\mathsf{S}_2(m\text{-}L\text{-}1)$ e dos símbolos anteriores, é eliminar L termos interferentes do sinal $D_1(m)$. A razão é simples. Como os símbolos $s_2(m)$ são independentes para diferentes instantes m, os termos interferentes canceláveis ou previsíveis são somente aqueles gerados a partir de símbolos s_2 em instantes tais que o receptor tenha conhecimento deles. Assim, por

exemplo, só é possível cancelar completamente a interferência de $D_1(m)$, caso o receptor conheça $s_2(m)$, $s_2(m\text{-}1)$, ..., e $s_2(m\text{-}2L)$. Isto na prática só pode ocorrer com o receptor na fase de treinamento. Desta forma, conclui-se que o sistema apresentado na Figura 4.5 não resolve satisfatoriamente o problema de detecção de símbolo para o receptor funcionando em fase não-supervisionada.

A habilidade para supressão de interferência de co-canal e de canal adjacente através de equalizadores lineares e equalizadores com decisão realimentada (DFE, do inglês *decision-feedback equalizer*) tem sido estudada por B. R. Petersen *et al*. em [36, 37]. O nosso problema é semelhante à interferência de canal adjacente em que a separação (Δf) entre a portadora do canal adjacente e a portadora do sinal desejado é menor do que a taxa de símbolos. Os resultados apresentados por B. R. Petersen *et al*. em [36, 37] indicam a impossibilidade da supressão de interferência de canal adjacente para o caso em que se utiliza apenas uma antena na recepção e $\Delta f < 1/T$. É preciso ter mais de uma antena no receptor para possibilitar o completo cancelamento da interferência de canal adjacente. O estudo de sistema com diversidade espacial é uma linha de pesquisa interessante, mas está além do escopo deste trabalho.

Embora o sistema de cancelamento ilustrado na Figura 4.6 só possa eliminar completamente a interferência com o pleno conhecimento dos outros símbolos, ele pode ser útil em situações de treinamento nas quais haja, por exemplo, necessidade de estimativa do canal.

4.4-Resultados de simulação

Realiza-se algumas simulações computacionais com um sistema de cancelamento de interferência adaptativo, na configuração mostrada na Figura 4.6, supondo conhecimento dos símbolos $s_2(m)$ na entrada do filtro equivalente $\{f_1(i)\}$, com $i = 0, 2L$, por onde ele passa. Simula-se a modulação $\{4\text{-QAM}\}^2$, com $\Delta fT = 1/3$, e $L = 10$. Para o filtro adaptativo do cancelador é escolhido um filtro FIR com 21 coeficientes ajustados com o algoritmo LMS (do inglês, *Least Mean Square*) [33].

A Figura 4.7 mostra a curva de aprendizagem do algoritmo para uma relação sinal ruído de 10dB. Desde que o sinal de erro $e_1(m)$, indicado na Figura 4.6, contem

o símbolo de interesse $s_1(m\text{-}L)$, o erro quadrático médio mostrado na Figura 4.7 é na verdade o resultado da média do erro quadrático $e_q=[e_1(m)]^2$, sobre 1.000 realizações, subtraído da energia média do símbolo $s_1(m\text{-}L)$.

Na Figura 4.8, a taxa de erro para o símbolo $x_1(m)$ está comparada ao caso sem interferência para o esquema de cancelamento mostrado na Figura 4.6. Destaca-se que os 21 coeficientes do filtro $g_1(m)$ são estimados como sendo a média dos valores encontrados em 500 realizações. Por outro lado, cada realização é feita utilizando-se 600 iterações.

Observa-se na Figura 4.8 que o desempenho do cancelador de interferência é comparável ao resultado teórico sem interferência. Isto indica que a interferência foi cancelada satisfatoriamente, sendo, desta forma, o esquema adaptativo mostrado na Figura 4.6 adequado para a estimativa do canal em fase de treinamento.

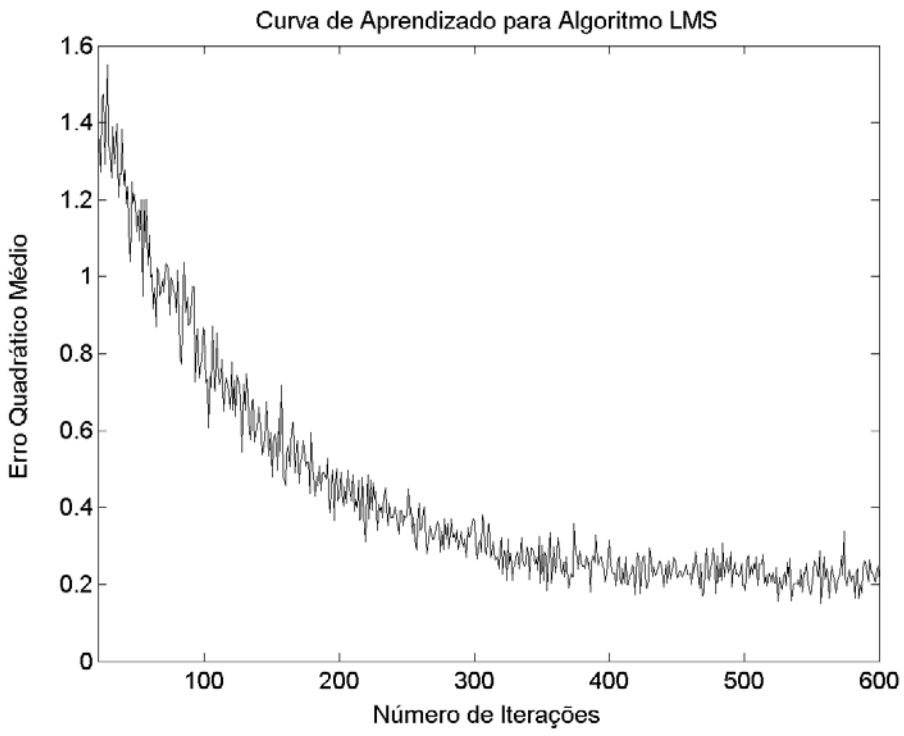

Figura 4.7: curva de aprendizagem.

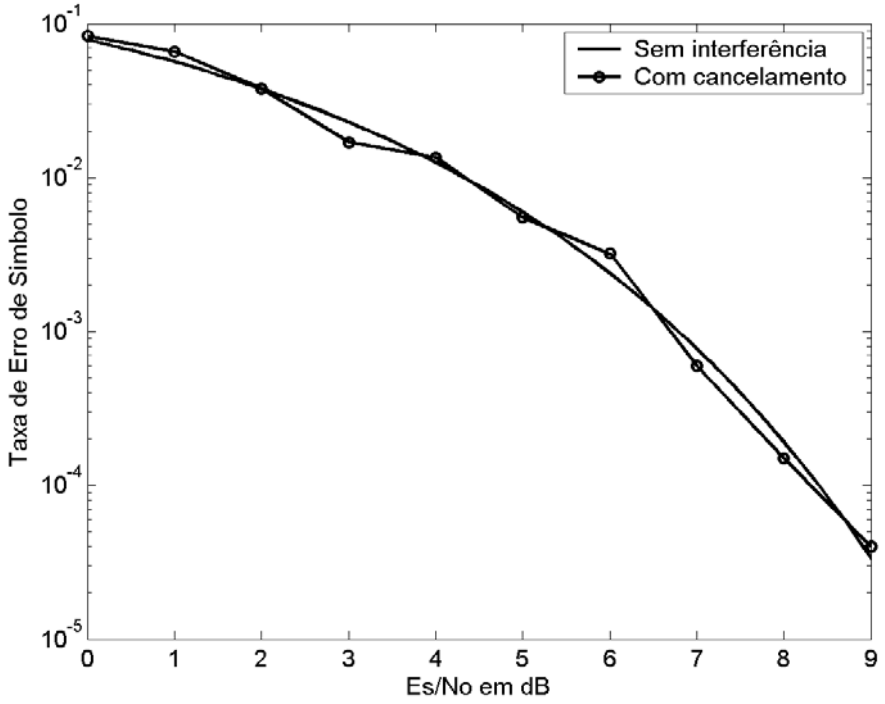

Figura 4.8: TES com cancelamento comparada a condição sem interferência.

4.5-Conclusão

É estabelecido um modelo matemático para um sistema de comunicação em um canal AWGN que utiliza dois sinais m-QAM não-ortogonais, limitados em banda, com superposição espectral e separação de portadoras menor que a taxa de símbolos. O modelo é perfeitamente aplicável para o caso de dois usuários sincronizados e também para modulações PAM e PSK.

Por causa do espalhamento no tempo da interferência da outra portadora, o sistema de detecção de símbolo utilizado para o sistema $\{m\text{-QAM}\}^2$ de banda larga, e apresentado no Capítulo 2, não se aplica como detector para este caso do canal limitado em banda. Demonstra-se também que o sistema clássico de cancelamento de interferência [30, 31, 32, 33, 34], baseado na minimização do erro quadrático médio, só é eficiente na condição particular de conhecimento pleno dos símbolos da outra

portadora. Por outro lado, é evidenciado, através de simulações, que tal sistema de cancelamento de interferência pode ser utilizado na determinação de canal.

Resume-se a seguir as principais contribuições deste Capítulo:

- proposta de transmissor e receptor para comunicação com dois sinais m-QAM não-ortogonais, limitados em banda, com superposição espectral e separação de portadoras menor que a taxa de símbolos em canal AWGN;
- desenvolvimento de modelo matemático para o novo sistema;
- demonstração teórica da impossibilidade de redução eficaz da interferência no sistema em questão através da técnica clássica de cancelamento baseado na minimização do erro quadrático médio [30, 31, 32, 33, 34];
- resultados de simulação para estimativa de canal no contexto de sistema com sinais superpostos.

Nos Capítulos seguintes, continuam-se as investigações sobre a detecção de símbolos em sistemas de comunicação com sinais não-ortogonais, limitados em banda, e com superposição espectral. O modelo matemático desenvolvido neste Capítulo, para representar o sistema, serve de suporte para os estudos seguintes que são basicamente a detecção empregando as técnicas de separação de fonte e também a implementação de detectores baseados no critério de máxima-verossimilhança.

Capítulo 5

Detector de Máxima-Verossimilhança para Dois Sinais PAM Não-Ortogonais, Limitados em Banda, e com Superposição Espectral

Este Capítulo apresenta um sistema de comunicação que transmite ao mesmo tempo dois sinais m-PAM não-ortogonais, com bandas limitadas, e com separação entre portadoras menor do que a taxa de símbolos. Ressalta-se, que em termos práticos, não faz sentido usar dois sinais m-PAM não-ortogonais para um sistema de comunicação pois o sistema QAM, que é constituído de dois sinais PAM ortogonais, é a melhor escolha em duas dimensões. Entretanto, o estudo da detecção de dois sinais PAM não-ortogonais se justifica porque há uma redução importante na complexidade do problema original abordado no Cap. 4, e além disto, as soluções resultantes podem ser aplicadas ao caso QAM.

Determinam-se os sinais e ruídos no receptor, o que resulta na derivação de um modelo matemático representando o sistema, desde a transmissão até a demodulação. A extensão do modelo para um canal linear e invariante no tempo com resposta impulsiva $c(t)$ é apresentada. Investiga-se o uso de um detector de símbolos baseado no critério de máxima-verossimilhança (MV) [20] aplicado a cada um dos sinais demodulados isoladamente, bem como o critério MV conjuntamente aplicado aos dois sinais demodulados [21]. Para o caso em que se considera apenas um sinal demodulado, é possível a implementação do detector MV como uma extensão do algoritmo de Viterbi [24, 38]. Apresentam-se resultados de desempenho obtidos a partir de simulação computacional em termos da taxa de erro de símbolo para ambos casos. Mostra-se também análise de desempenho para a detecção conjunta.

O Capítulo se encontra organizado da maneira que segue. Na seção 5.1, descreve-se o sistema, e apresenta-se um modelo matemático que inclui o

transmissor, o canal, e parte do receptor até a demodulação tanto para canal AWGN como para canal não-ideal. Na seção 5.2, discutem-se os fundamentos da solução MV para a detecção de símbolo considerando apenas um sinal demodulado e apresenta-se o algoritmo de Viterbi utilizado. Os conceitos básicos da aplicação conjunta do critério MV aos dois sinais demodulados, bem como a análise teórica de desempenho do sistema são apresentados na seção 5.3. Os resultados de simulações computacionais da taxa de erro de símbolo para as duas técnicas de detecção são apresentados na seção 5.4. Conclui-se o capítulo na seção 5.5 com a lista de contribuições e algumas propostas de futuras investigações.

5.1 – Modelo do sistema

Canal AWGN

O diagrama de blocos do transmissor está representado na Figura 5.1. Os sinais $x_1(k)$ e $x_2(k)$ são estatisticamente independentes, equiprováveis, pertencentes ao alfabeto {+/-1, +/-3, +/-5, ...}, e definem o símbolo transmitido pelos dois sinais m-PAM combinados no instante discreto k. A duração de símbolo é T, q é a fase das portadoras, sendo aleatória e uniformemente distribuída entre 0 e 2π, e as freqüências de transmissão dos sinais m-PAM são f_1 e f_2. Supõe-se $f_2 > f_1$ e $\Delta f = f_2 - f_1 < 1/T$ de maneira que se tenha um sinal transmitido $s(t)$ composto de dois sinais m-PAM com superposição espectral. O filtro formatador do pulso é representado por $g(t)$ e o espectro dele tem a forma de raiz de cosseno levantado com *roll-off* zero, ou seja, $g(t)=\text{sinc}(t/T)/T^{1/2}$.

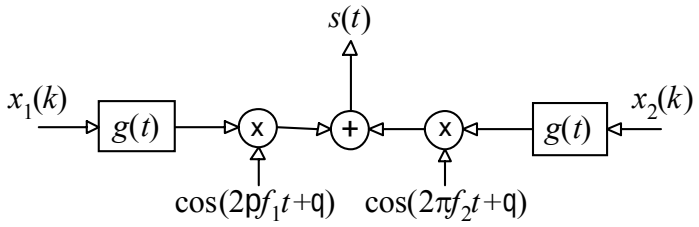

Figura 5.1: digrama de blocos do transmissor.

A Figura 5.2 mostra o diagrama de blocos do receptor. Assume-se um perfeito sincronismo de portadora e de símbolo no receptor. A função dos filtros passa-baixas (FPB) é eliminar os sinais em torno das freqüências $2f_1$, $2f_2$, e f_1+f_2. Os filtros $g(t)$ são filtros casados e idênticos ao filtro formatador de pulso do transmissor. Neste sub-item, o canal é considerado AWGN com banda $B = 1/T+\Delta f$. O ruído $n(t)$ é aditivo, gaussiano e branco, com densidade espectral $N_0/2$ e média nula.

Os sinais demodulados e amostrados $d_1(m)$ e $d_2(m)$, como indicados na Figura 5.2, passam por um sistema de detecção de símbolos que resulta na estimativa dos símbolos transmitidos $x_1(m)$ e $x_2(m)$, dada por $\tilde{x}_1(m)$ e $\tilde{x}_2(m)$, respectivamente.

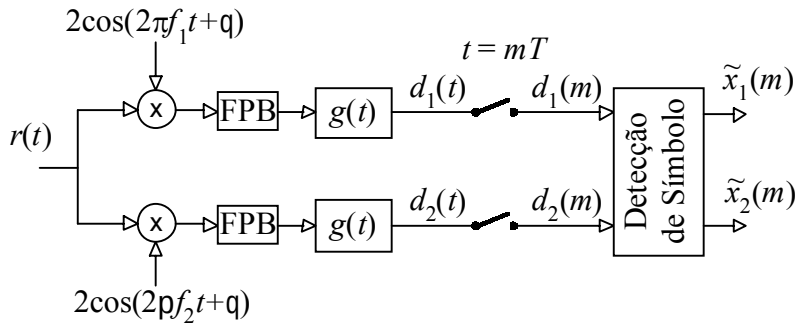

Figura 5.2: diagrama de blocos do receptor.

O sinal $r(t)$, a entrada do receptor, é dado por:

$$r(t) = \left[\sum_{k=0}^{\infty} x_1(k) g(t-kT)\right] \cos(2\pi f_1 t + \theta) + \left[\sum_{k=0}^{\infty} x_2(k) g(t-kT)\right] \cos(2\pi f_2 t + \theta) + n(t). \qquad (5.1)$$

Com isso, os sinais $d_1(t)$ e $d_2(t)$ na saída dos filtros casados são dados por

$$\begin{aligned} d_1(t) &= \sum_{k=0}^{\infty} x_1(k) g(t-kT) * g(t) + \\ &\left\{\cos(2\pi \Delta f t)\left[\sum_{k=0}^{\infty} x_2(k)\, g(t-kT)\right]\right\} * g(t) + n_1(t), \end{aligned} \qquad (5.2)$$

$$d_2(t) = \sum_{k=0}^{\infty} x_2(k) g(t-kT) * g(t) +$$
$$\left\{ \cos(2\pi \Delta f t) \left[\sum_{k=0}^{\infty} x_1(k)\, g(t-kT) \right] \right\} * g(t) + n_2(t), \tag{5.3}$$

em que os termos de ruído $n_1(t)$ e $n_2(t)$ podem ser escritos como

$$n_1(t)=[2n(t)\cos(2\pi f_1 t+\mathrm{q})]*g(t), \tag{5.4}$$

$$n_2(t)=[2n(t)\cos(2\pi f_2 t+\mathrm{q})]*g(t). \tag{5.5}$$

Desde que $g(t)=\mathrm{sinc}(t/T)/T^{1/2}$ e a densidade espectral de potência de $n(t)$ é $N_0/2$, a partir das eqs. (5.4) e (5.5), chega-se aos seguintes resultados para as medidas estatísticas de $n_1(t)$ e $n_2(t)$ [27]:

$$E[n_1(t)]= E[n_2(t)] = 0, \tag{5.6}$$

$$E[n_1(t)^2]= E[n_2(t)^2] = N_0, \tag{5.7}$$

$$E[n_1(t+\tau)n_1(t)]= E[n_2(t+\tau)n_2(t)] = N_0\mathrm{sinc}(\tau/T), \tag{5.8}$$

$$E[n_1(t+\tau)n_2(t)] = \frac{N_0}{T}\int_{-\infty}^{\infty} \cos(2\pi\Delta f\lambda)\mathrm{sinc}[(t-\lambda)/T]\mathrm{sinc}[(t+\tau-\lambda)/T]d\lambda. \tag{5.9}$$

Observa-se a semelhança entre as eqs. (5.2) e (5.3), que fornecem os sinais demodulados, com a eq. (4.6) do Capítulo anterior. Fazendo o desenvolvimento análogo ao que foi feito para o caso de sinais m-QAM, na seção 4.1, ou simplesmente anulando-se a parte imaginária nas eqs. (4.18) e (4.19), chega-se às seguintes expressões para os sinais demodulados e amostrados nos instantes mT, $d_1(m)$ e $d_2(m)$

$$d_1(m) = x_1(m-L) +$$
$$(1-T\Delta f)\sum_{i=0}^{2L} \mathrm{sinc}[(1-T\Delta f)(i-L)]\cos[\pi T\Delta f(2m+L-i)]x_2(m-i)$$
$$+ n_1(m-L), \tag{5.10}$$

$$d_2(m) = x_2(m-L) + \\ (1-T\Delta f)\sum_{i=0}^{2L}\text{sinc}[(1-T\Delta f)(i-L)]\cos[\pi T\Delta f(2m+L-i)]x_1(m-i) \\ + n_2(m-L), \tag{5.11}$$

em que $2L+1$ é o número de termos significativos da seqüência em k sinc[(1-$T\Delta f$)(m-k)] para cada instante m, e $n_1(m\text{-}L)$ e $n_2(m\text{-}L)$ são ruídos gaussianos brancos e estacionários com as seguintes características estatísticas que são derivadas das eqs. (5.6)-(5.9):

$$E[n_1(m)] = E[n_2(m)] = 0, \tag{5.12}$$

$$E[n_1(m)^2] = E[n_2(m)^2] = N_0, \tag{5.13}$$

$$E[n_1(l)n_1(k)] = E[n_2(l)n_2(k)] = 0, \text{ para } l \neq k\ , \tag{5.14}$$

$$E[n_1(l)n_2(k)] = N_0\int_{-\infty}^{\infty}\cos(2\pi\Delta fTx)\text{sinc}(l-x)\text{sinc}(k-x)dx. \tag{5.15}$$

Observa-se pelas eqs. (5.12)-(5.15) que os processos gaussianos $\{n_1\}$ e $\{n_2\}$ são independentes com variância N_0 e média nula. No entanto, eles são correlacionados e conjuntamente não-estacionários. O fator T é retirado dos argumentos dos sinais em (5.10) e (5.11) por questão de simplificação da notação. De fato, $d_1(m)$ e $d_2(m)$ indicam os sinais $d_1(t)$ e $d_2(t)$ amostrados no tempo $t = mT$.

Nota-se pelas eqs. (5.10) e (5.11) que cada um dos sinais demodulados $d_1(m)$ e $d_2(m)$ contém o símbolo desejado somado ao ruído gaussiano e aos $2L+1$ termos de interferência (ICI) originados pelo outro sinal m-PAM. Como já mencionado anteriormente, este modelo também é adequado para um sistema com dois usuários.

É evidente que os termos de ICI dificultam a detecção do símbolo desejado e degradam o desempenho do sistema. Observa-se também que o sinal de interferência é equivalente à saída de um filtro linear de resposta finita e variante no tempo que tem como entrada os símbolos do outro sinal PAM.

A Figura 5.3 mostra o modelo, desenvolvido originalmente neste trabalho, representando o sistema desde a transmissão até a demodulação.

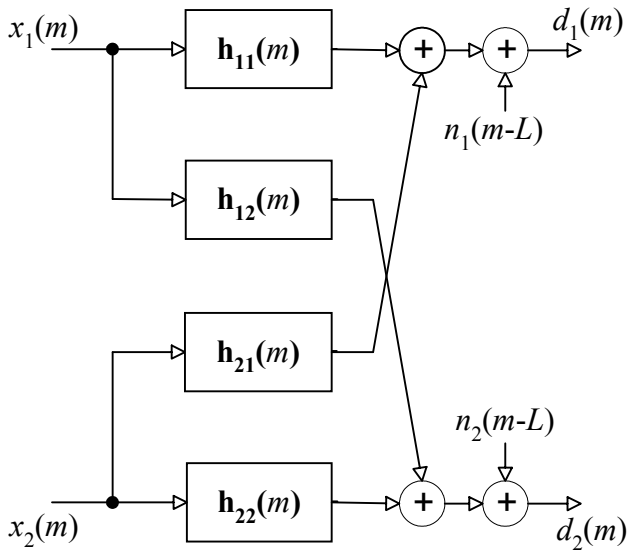

Figura 5.3: modelo do sistema.

Os filtros $\mathbf{h_{11}}(m)$, $\mathbf{h_{21}}(m)$, $\mathbf{h_{12}}(m)$, e $\mathbf{h_{22}}(m)$ podem ser descritos na forma vetorial como segue

$$\mathbf{h_{11}}(m) = \mathbf{h_{22}}(m) = [\ 0\ \ 0\ \ \ldots\ \ 1\ \ \ldots\ 0\ \ 0\ ], \tag{5.16}$$

$$\mathbf{h_{12}}(m) = \mathbf{h_{21}}(m) = [\ h_0(m)\ \ \ldots\ \ h_j(m)\ \ \ldots\ h_{2L}(m)\ ], \tag{5.17}$$

em que

$$h_i(m) = (1\text{-}T\Delta f)\ \mathrm{sinc}[(1\text{-}T\Delta f)(i\text{-}L)]\cos\pi T\Delta f(2m+L\text{-}i), \quad i = 0,\ldots,2L. \tag{5.18}$$

Nota-se que cada componente h_i dos vetores $\mathbf{h_{21}}(m)$ e $\mathbf{h_{12}}(m)$ é função de m. Mas, desde que haja um perfeito sincronismo de portadora e símbolo, os coeficientes $h_i(m)$ são completamente conhecidos pelo receptor.

Canal linear invariante no tempo

Receptor com somente uma conversão de freqüência

Supõe-se que $c(t)$ representa a resposta impulsiva do canal banda-base equivalente para a freqüência f_1. O sinal banda-base equivalente transmitido $s_b(t)$ pode ser expresso como sendo

$$s_b(t) = \sum_{k=0}^{\infty} x_1(k) g(t-kT) + \sum_{k=0}^{\infty} x_2(k) g(t-kT) e^{j2\pi\Delta f t}, \tag{5.19}$$

enquanto o sinal banda-base equivalente recebido $r_b(t)$ é dado por

$$r_b(t) = \sum_{k=0}^{\infty} x_1(k) g(t-kT) * c(t) + \sum_{k=0}^{\infty} x_2(k) [g(t-kT) e^{j2\pi\Delta f t}] * c(t) + z(t), \tag{5.20}$$

em que $z(t)$ é o ruído banda-base equivalente sendo portanto gaussiano, branco, complexo, média nula e função de autocorrelação dada por $R_z(\tau) = N_0\delta(\tau)$.

A Figura 5.4 ilustra o diagrama de blocos de uma primeira idéia de receptor que utiliza apenas um conversor de freqüência. O sinal banda-base recebido passa pelos filtros $p_1^*(-t)$ e $p_2^*(-t)$ que estão casados aos pulsos $g(t-kT)*c(t)$ e $[g(t-kT)e^{j2\pi\Delta f t}]*c(t)$ respectivamente e são dados por

$$p^*_1(-t) = g^*(-t) * c^*(-t), \tag{5.21}$$

$$p^*_2(-t) = [g^*(-t)\, e^{j2\pi\Delta f(t-kT)}] * c^*(-t). \tag{5.22}$$

Os sinais $d_1(t)$ e $d_2(t)$ resultantes são por sua vez amostrados a uma taxa $1/T$ para gerar os sinais demodulados $d_1(m)$ e $d_2(m)$. Os sinais demodulados $d_1(m)$ e $d_2(m)$ são finalmente entregues ao detector de símbolos.

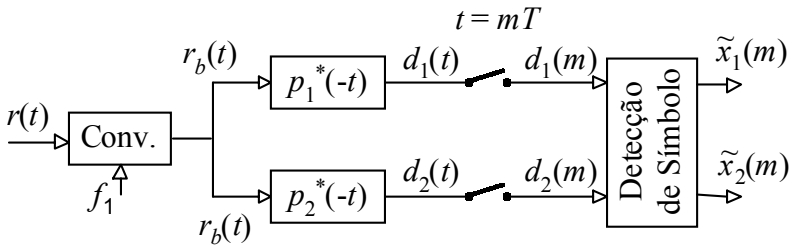

Figura 5.4: diagrama de blocos do receptor para canal não-ideal.

Nota-se pela eq. 5.22 que o filtro casado $p^*_2(-t)$, devido à função exponencial que multiplica $g^*(-t)$, é variante no tempo. Para cada valor de k tem-se um pulso com forma de onda diferente. Esta característica não é desejável para um receptor porque aumenta em demasia a complexidade. Portanto, esta arquitetura de receptor é descartada.

Em seguida, apresenta-se outra estrutura de receptor para o caso, em estudo, em que dois sinais m-PAM não-ortogonais com superposição espectral são transmitidos em um canal com dispersão temporal.

Receptor com duas conversões de freqüência

Supõe-se que o transmissor é o mesmo representado na Figura 5.1 e que $c(t)$ representa a resposta impulsiva do canal banda-base equivalente tanto para freqüência f_1 como para f_2. Portanto os sinais de banda-base equivalentes recebidos $r_{b1}(t)$ e $r_{b2}(t)$, para as portadoras f_1 e f_2 respectivamente, podem ser expressos como sendo

$$r_{b1}(t) = \sum_{k=0}^{\infty} x_1(k) g(t-kT) * c(t) + \sum_{k=0}^{\infty} x_2(k)[g(t-kT)e^{j2\pi\Delta f t}] * c(t) + z_1(t), \quad (5.23)$$

$$r_{b2}(t) = \sum_{k=0}^{\infty} x_1(k)[g(t-kT)e^{-j2\pi\Delta f t}] * c(t) + \sum_{k=0}^{\infty} x_2(k) g(t-kT) * c(t) + z_2(t), \quad (5.24)$$

em que $z_1(t)$ e $z_2(t)$ são os ruídos de banda-base equivalentes sendo portanto gaussianos, brancos, complexos, média nula e função de autocorrelação dada por $R_{z1}(\tau) = R_{z2}(\tau) = N_0\delta(\tau)$.

O receptor emprega dois conversores de freqüência para gerar os sinais de banda-base que são processados conforme o diagrama de blocos ilustrado na Figura 5.5. Os sinais recebidos $r_{b1}(t)$ e $r_{b2}(t)$ passam pelo filtro casado $[g^*(-t)*c^*(-t)]$, resultando nos sinais $d_1(t)$ e $d_2(t)$, que por sua vez são amostrados a uma taxa $1/T$ para gerar os sinais demodulados $d_1(m)$ e $d_2(m)$. Os sinais demodulados $d_1(m)$ e $d_2(m)$ são finalmente entregues ao detector de símbolo. Destaca-se que esta configuração de demodulador gera as estatísticas suficientes para detecção dos símbolos $x_1(k)$ e $x_2(k)$ [38, 39].

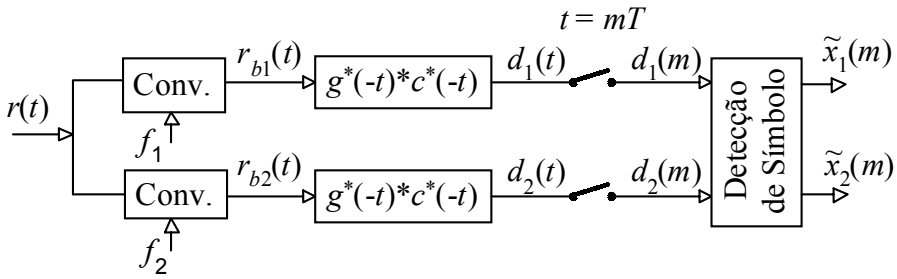

Figura 5.5: diagrama de blocos do receptor com duas conversões para canal não-ideal.

As expressões matemáticas dos sinais demodulados $d_1(m)$ e $d_2(m)$ são

$$d_1(m) = \sum_{k=0}^{+\infty} x_1(k)h_{11}(m-k) + \sum_{k=0}^{+\infty} x_2(k)h_{21}(m-k) + w_1(m), \tag{5.25}$$

$$d_2(m) = \sum_{k=0}^{+\infty} x_1(k)h_{12}(m-k) + \sum_{k=0}^{+\infty} x_2(k)h_{22}(m-k) + w_2(m), \tag{5.26}$$

em que $h_{11}(m\text{-}k)$, $h_{12}(m\text{-}k)$, $h_{21}(m\text{-}k)$, e $h_{22}(m\text{-}k)$ são amostras nos instantes $t=(m\text{-}k)T$ dos seguintes filtros respectivamente:

$$h_{11}(t\text{-}kT) = [g(t\text{-}kT)*g^*(-t)]*[c(t)*c^*(-t)],$$

$$h_{12}(t\text{-}kT) = \{[g(t\text{-}kT)e^{-j2\pi\Delta ft}] *g^*(-t)\}*[c(t) * c^*(-t)],$$

$$h_{21}(t\text{-}kT) = \{[g(t\text{-}kT)e^{j2\pi\Delta ft}]* g^*(-t)\}*[c(t)*c^*(-t)],$$

$$h_{22}(t\text{-}kT) = [g(t\text{-}kT)*\, g^*(\text{-}t)]*[c(t)*c^*(\text{-}t)].$$

A seqüências $\{w_1\}$ e $\{w_2\}$ são também amostras a cada período T dos processos

$$w_1(t) = z_1(t)*\, [c^*(\text{-}t)*g^*(\text{-}t)],$$

$$\text{e} \quad w_2(t) = z_2(t)*\, [c^*(\text{-}t)*g^*(\text{-}t)].$$

Desde que $g(t) = \text{sinc}(t/T)/T^{½}$, pode-se chegar às seguintes expressões para os filtros equivalentes ao sistema completo incluindo o transmissor, o canal e receptor:

$$h_{11}(t-kT) = \text{sinc}[(t-kT)/T]*\{c(t)*c^*(-t)\}, \tag{5.27}$$

$$h_{21}(t-kT) = \{(1-T\Delta f)\text{sinc}[(1/T-\Delta f)(t-kT)]e^{j\pi\Delta f(t+kT)}\}*\{c(t)*c^*(-t)\}, \tag{5.28}$$

$$h_{12}(t-kT) = \{(1-T\Delta f)\text{sinc}[(1/T-\Delta f)(t-kT)]e^{-j\pi\Delta f(t+kT)}\}*\{c(t)*c^*(-t)\}, \tag{5.29}$$

$$h_{22}(t-kT) = \{\text{sinc}[(t-kT)/T]\}*\{c(t)*c^*(-t)\}. \tag{5.30}$$

Supondo que o canal tem a resposta ao impulso $c(t)$ de duração finita, das equações (5.27)-(5.30), conclui-se que, para um dado instante $t=mT$, existe um número inteiro L tal que para $|m\text{-}k| > L$, k=0,1,2,...+¶, todos os termos das seqüências $\{h_{11}(mT\text{-}kT)\}$, $\{h_{12}(mT\text{-}kT)\}$, $\{h_{21}(mT\text{-}kT)\}$, e $\{h_{22}(mT\text{-}kT)\}$ são nulos. Ou seja, os filtros digitais equivalentes têm respostas finitas com no máximo $2L$+1 termos não-nulos. Portanto o modelo apresentado na Figura 5.3 para o canal ideal também serviria para descrever este tipo de canal. As componentes dos vetores $\mathbf{h_{11}}(m)$, $\mathbf{h_{21}}(m)$, $\mathbf{h_{12}}(m)$, e $\mathbf{h_{22}}(m)$**,** representando os filtros na Figura 5.3, são os $2L$+1 coeficientes não-nulos das seqüências $\{h_{11}(mT\text{-}kT)\}$, $\{h_{21}(mT\text{-}kT)\}$, $\{h_{12}(mT\text{-}kT)\}$, e $\{h_{22}(mT\text{-}kT)\}$ respectivamente. As eqs. (5-27)-(5-30) também permitem concluir que as componentes de $\mathbf{h_{11}}(m)$ e $\mathbf{h_{22}}(m)$ são invariantes com relação a m, pois depende somente de $(m\text{-}k)$, enquanto as componentes de $\mathbf{h_{21}}(m)$ e $\mathbf{h_{12}}(m)$ são variantes no

tempo pois dependem de (m+k)**.** Uma diferença importante com relação ao canal ideal é a existência de mais de um coeficiente não-nulo nos filtros $\mathbf{h_{11}}(m)$ e $\mathbf{h_{22}}(m)$**.** Isto significa que além da interferência ICI há também interferência intersimbólica, como esperado.

Exemplo

Neste exemplo, para um canal de banda-base com resposta impulsiva dada por $c(t)= \delta(t)+ a\delta(t\text{-}T)$, em que a é uma constante real, determina-se os coeficientes dos filtros $\mathbf{h_{11}}(m)$, $\mathbf{h_{21}}(m)$, $\mathbf{h_{12}}(m)$, e $\mathbf{h_{22}}(m)$ do modelo equivalente bem como as propriedades estatísticas dos ruído $w_1(m)$ e $w_2(m)$.

Desde que

$$[c(t)*c^*(-t)]= (1+a^2)\delta(t)+ a\delta(t\text{-}T)+ a\delta(t+T), \tag{5.31}$$

pelas eqs. (5.23)-(5.26), tem-se

$$\begin{aligned} h_{11}(t-kT) = (1+a^2)\text{sinc}[(t-kT)/T] + a\text{sinc}[(t-kT-T)/T] + \\ a\text{sinc}[(t-kT+T)/T], \end{aligned} \tag{5.32}$$

$$\begin{aligned} h_{21}(t-kT) = (1-\Delta fT)\{(1+a^2)\text{sinc}[(1/T-\Delta f)(t-kT)]e^{\pi\Delta f(t+kT)} \\ + a\text{sinc}[(1/T-\Delta f)(t-kT-T)]e^{\pi\Delta f(t+kT-T)} + \\ a\text{sinc}[(1/T-\Delta f)(t-kT+T)]e^{\pi\Delta f(t+kT+T)}\}, \end{aligned} \tag{5.33}$$

$$\begin{aligned} h_{12}(t-kT) = (1-\Delta fT)\{(1+a^2)\text{sinc}[(1/T-\Delta f)(t-kT)]e^{-\pi\Delta f(t+kT)} \\ + a\text{sinc}[(1/T-\Delta f)(t-kT-T)]e^{-\pi\Delta f(t+kT-T)} + \\ a\text{sinc}[(1/T-\Delta f)(t-kT+T)]e^{-\pi\Delta f(t+kT+T)}\}, \end{aligned} \tag{5.34}$$

$$\begin{aligned} h_{22}(t-kT) = (1+a^2)\text{sinc}[(t-kT)/T] + a\text{sinc}[(t-kT-T)/T] + \\ a\text{sinc}[(t-kT+T)/T]. \end{aligned} \tag{5.35}$$

Portanto, desde que o valor assumido pela função sinc[(1-$T\Delta f$)(m-k)], presente nas eqs. (5.33) e (5.34), pode ser considerada desprezível para |m-k| maior que um dado L, os sinais demodulados $d_1(m)$ e $d_2(m)$ podem ser expressos por

$$d_1(m) = \sum_{i=-1}^{+1} h_{11}(i,m)x_1(m-i) + \sum_{i=-L}^{+L} h_{21}(i,m)x_2(m-i) + w_1(m), \qquad (5.37)$$

$$d_2(m) = \sum_{i=-1}^{+1} h_{22}(i,m)x_2(m-i) + \sum_{i=-L}^{+L} h_{12}(i,m)x_1(m-i) + w_2(m), \qquad (5.38)$$

em que os coeficientes $h_{11}(i,m)$, $h_{21}(i,m)$, $h_{12}(i,m)$, e $h_{22}(i,m)$ são assim definidos:

$h_{11}(i,m)= h_{11}(t-kT)$, para $t=mT$ e $k=(m-i)T$,

$h_{21}(i,m)= h_{21}(t-kT)$, para $t=mT$ e $k=(m-i)T$,

$h_{12}(i,m)= h_{12}(t-kT)$, para $t=mT$ e $k=(m-i)T$,

$h_{22}(i,m)= h_{22}(t-kT)$, para $t=mT$ e $k=(m-i)T$.

É interessante observar das eqs. (5.37) e (5.38) que os sinais demodulados $d_1(m)$ e $d_2(m)$ contêm os símbolos desejados $x_1(m)$ e $x_2(m)$ respectivamente e também seus pré e pós-cursores que representam IES. Além da IES, as eqs. (5.37) e (5.38) também evidenciam a existência $2L$+1 termos de ICI. Note que se ΔfT =1, toda ICI se anula.

Desde que neste exemplo $[g^*(-t)*c^*(-t)] = g(t) + g(t+T)$ e $g(t) = \text{sinc}(t/T)/T^{1/2}$, facilmente verifica-se que as funções de autocorrelação de $w_1(t)$ e $w_2(t)$, $R_{w1}(\tau)$ e $R_{w2}(\tau)$ respectivamente, são dadas por

$$R_{w1}(\tau) = R_{w2}(\tau) = (1+a^2)\text{sinc}(\tau/T)+ a\text{sinc}[(\tau-T)/T]+ a\text{sinc}[(\tau+T)/T]. \qquad (5.39)$$

A partir da eq. (5.39) deriva-se as seguintes expressões para a autocorrelação dos processos discretos $w_1(m)$ e $w_2(m)$:

$$E[w_1(l)w_1(k)] = E[w_2(l)w_2(k)] = \begin{cases} (1+a^2), & \text{se } l = k, \\ a, & \text{se } |l\text{-}k| = 1, \\ 0, & \text{se } |l\text{-}k| > 1. \end{cases} \tag{5.40}$$

Os ruídos de banda-base equivalentes $z_1(t)$ e $z_2(t)$ podem se escritas como sendo

$$z_1(t) = 2n(t)\, e^{-j2\pi f_1 t},$$

$$z_2(t) = 2n(t)\, e^{-j2\pi f_2 t},$$

em que $n(t)$ é o ruído na entrada do receptor sendo aditivo, gaussiano e branco, com densidade espectral $N_0/2$ e média nula. Por outro lado, as parcelas de ruídos $w_1(t)$ e $w_2(t)$ estão relacionadas com $z_1(t)$ e $z_2(t)$ da seguinte forma:

$$w_1(t) = z_1(t)*[\, g(t) + g(t+T)], \tag{5.41}$$

$$w_2(t) = z_2(t)*[\, g(t) + g(t+T)]. \tag{5.42}$$

A partir das eqs. (5.41) e (5.42), chega-se a expressão abaixo para correlação cruzada dos processos discretos no $w_1(m)$ e $w_2(m)$:

$$\begin{aligned} E[w_1(l)w_2(k)] = N_0 \int_{-\infty}^{+\infty} e^{j2\pi\Delta f x} \{&\text{sinc}(k-x)\text{sinc}(l-x) + a\,\text{sinc}(k-x)\text{sinc}(l-x+1) \\ &+ a\,\text{sinc}(k-x+1)\text{sinc}(l-x) + a^2\text{sinc}(k-x+1)\text{sinc}(l-x+1)\}dx. \end{aligned} \tag{5.43}$$

Este exemplo ilustra que o modelo discreto no tempo mostrado na Figura 5.3 é perfeitamente adequado para representar o sistema tanto para canal AWGN como o para canal linear com dispersão temporal. Portanto, as técnicas de detecção de símbolo, que serão apresentadas neste capítulo, podem ser, a princípio, aplicadas aos dois casos de canais.

Sobre o valor de L

Uma questão importante sobre o modelo para o canal apresentado na Figura 5.3 é definir qual o valor de L a ser utilizado. O valor de $2L+1$ representa o número de termos interferentes. Quanto maior for o valor de L maior a complexidade do modelo.

Simulou-se o sistema 2-PAM em um canal AWGN com diferentes valores de L (L=1, ..., 5) e ΔfT=1/3 para determinar a taxa de erro de símbolo (TES) quando a detecção é feita com um circuito decisor de limiar. Como era de se esperar, observa-se que a taxa de erro de símbolo é bastante elevada devido à ICI. No entanto, observa-se também que o resultado praticamente não se altera para os diferentes valores de L conforme é mostrado na Figura 5.6, na qual está ilustrado o resultado de simulação da taxa de erro de símbolo para o caso de PAM binário sem (ΔfT = 1) e com superposição espectral (ΔfT =1/3) e L=1, 3, 5. Estes resultados indicam que os termos interferentes mais significativos estão nos instantes do (m-L-1), (m-L), e (m-L+1) que correspondem aos instantes do símbolo desejado, (m-L), e os instantes vizinhos.

Na próxima seção discute-se a adoção de um estimador de seqüência de máxima verossimilhança (MLSE, do inglês *Maximum-Likelihood Sequence Estimator*) como a solução para detecção de símbolos.

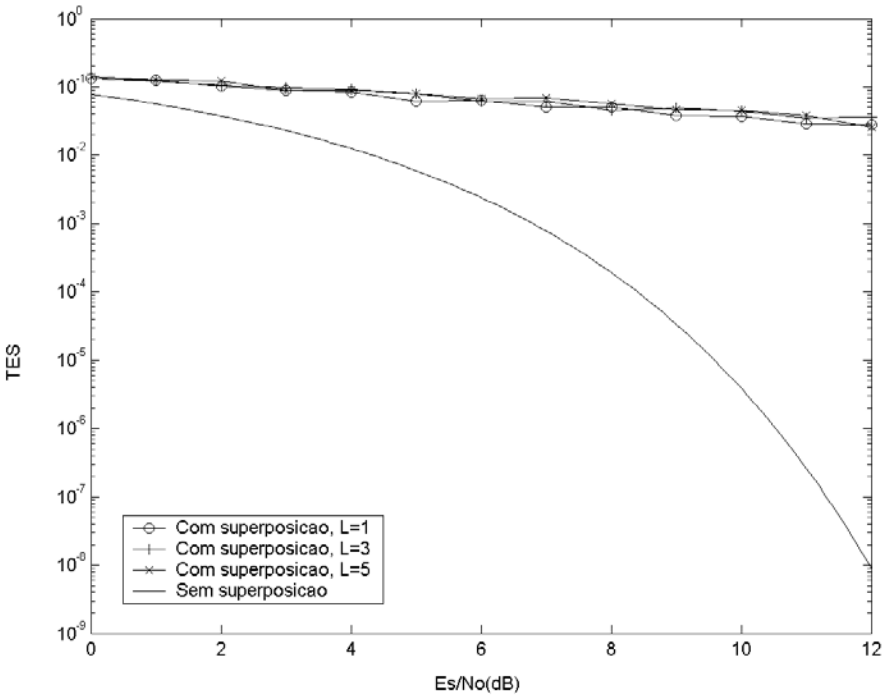

Figura 5.6: TES para dois sinais 2-PAM sem ($T\Delta f$ =1) e com ($T\Delta f$ =1/3) superposição.

5.2 – Detecção de símbolo aplicando-se o critério de máxima-verossimilhança aos sinais demodulados de forma disjunta

O estimador de seqüência de máxima verossimilhança para detecção de símbolos em sistema PAM com interferência intersimbólica tem sido apresentado na literatura [24, 38, 43]. O presente problema de detecção se diferencia da situação convencional porque há também interferência entre portadoras e o canal equivalente apesar de linear com resposta finita é variante no tempo. Mesmo assim, este problema pode ser resolvido de uma forma análoga ao que é delineado em [24, 38] através da otimização de uma dada métrica. Técnica semelhante tem sido apresentada em [40, 41, 42] para cancelamento de interferência de co-canal.

Para o canal AWGN, suponha que uma seqüência de N símbolos demodulados, representada pelo vetor $\mathbf{d_1} = [\ d_1(1), d_1(2), \ \ldots\ , d_1(N)\ ]^T$, é observada

pelo sistema de detecção de símbolos. Desde que o ruído $n_1(m\text{-}L)$, eq. (5.10), é gaussiano e branco, a função de densidade de probabilidade de $\mathbf{d_1}$ condicionada ao conhecimento de $\mathbf{x_1} = [\, x_1(1\text{-}L), x_1(2\text{-}L), \ \ldots \ , x_1(N\text{-}L)\,]^T$ e $\mathbf{x_2} = [\, x_2(1\text{-}2L), x_2(2\text{-}2L), \ \ldots \ , x_2(N)\,]^T$ é dada por

$$p_{\mathbf{d}_1}(\mathbf{d_1} \mid \mathbf{x_1}, \mathbf{x}_2) = \prod_{m=1}^{N} p_{n_1}\left\{ d_1(m) - \left[x_1(m-L) + \sum_{i=0}^{2L} h_i(m) x_2(m-i) \right] \right\}, \quad (5.44)$$

em que

$$p_{n_1}(n_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi N_0}} \exp\left(-{n_1^2}/{2N_0} \right) \quad (5.45)$$

e os coeficientes $h_i(m)$ são dados pela eq. (5.18). Como já observado anteriormente, na hipótese de perfeito sincronismo de símbolo e portadora, embora os coeficientes h_i sejam variantes com o tempo, eles são disponíveis no receptor. Entretanto, havendo alguma imperfeição no sincronismo, os valores de $h_i(m)$ podem desviar significativamente daqueles definidos pela eq. (5.18). Isto pode provocar um grande impacto no desempenho do sistema. Uma maneira de contornar este problema é o emprego de seqüências de treinamento para determinar os coeficientes do canal.

O detector MLSE escolhe entre as possíveis seqüências de símbolos transmitidos $\mathbf{x_1}$ e $\mathbf{x_2}$ aquelas que maximizam a função densidade de probabilidade definida pela eq. (5.44), ou de forma equivalente, minimizam a métrica W dada por

$$\Omega = \sum_{m=1}^{N} \{ d_1(m) - [x_1(m-L) + \sum_{i=0}^{2L} h_i(m) x_2(m-i)] \}^2. \quad (5.46)$$

O algoritmo de Viterbi [24, 38, 43] é uma técnica numericamente eficiente para a minimização da métrica W sobre todas as possíveis combinações das seqüências $\mathbf{x_1}$ e $\mathbf{x_2}$. Na verdade, o algoritmo a ser utilizado aqui é uma extensão do algoritmo de Viterbi convencional [24, 38, 43], considerando que os símbolos interferentes são também incluídos na definição dos estados da treliça associados ao algoritmo e os coeficientes do filtro equivalente do canal são variantes no tempo.

Apresentam-se a seguir os detalhes do algoritmo utilizado no qual adota-se L=1 e a modulação 2-PAM. Assim, o canal equivalente para o sinal demodulado $d_1(m)$ é representado pela Figura 5.7.

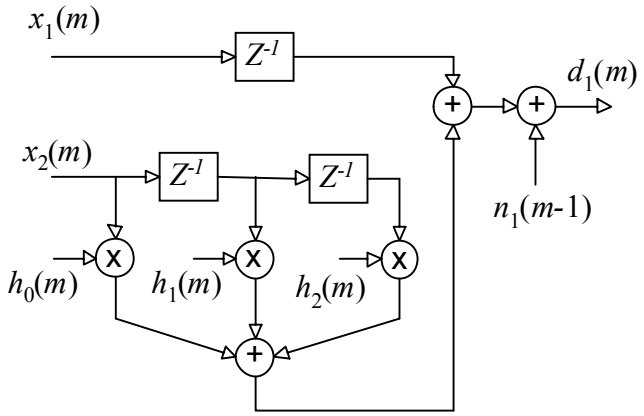

Figura 5.7: Canal equivalente para 2-PAM e L=1.

Definindo o estado do canal no instante m, como sendo o vetor $\mathbf{E}(m)$ = [$x_1(m\text{-}1)$, $x_2(m\text{-}1)$, $x_2(m\text{-}2)$], e reconhecendo que a entrada do canal é o vetor [$x_1(m)$, $x_2(m)$], o diagrama de treliça do algoritmo de Viterbi tem a forma indicada na Figura 5.8. Destaca-se nesta figura que o canal é constituído de 8 estados, pois o mesmo tem o memória total igual a 3 e a modulação é 2-PAM.

Sendo m o total dos possíveis símbolos do sinal m-PAM, pode-se verificar que o número de estados da treliça do algoritmo de Viterbi para este modelo de canal é dado por m^{2L+1}. Portanto, a complexidade do detector cresce exponencialmente com o valor de L.

A métrica associada a cada estado l no instante m é dada por [43]

$$\Upsilon_m(l) = \min[\Upsilon_{m-1}(i) + \Gamma_m(i,l)], \quad i = 1,..8,$$

em que $\Gamma_m(i,l)$ é a métrica incremental para passar do estado i no tempo m-1 para o estado l no tempo m e é definida como:

$$\Gamma_m(i,l) = \{d_1(m) - [x_1(m-1) + \sum_{j=0}^{2} h_j(m) x_2(m-j)]\}^2.$$

Se a estrutura da treliça é tal que o estado i no tempo m-1 não está conectado ao estado l no tempo m, define-se métrica incremental como sendo $G_m(i,l) = \P$.

A inicialização do algoritmo (m=1) se dá com a seguinte métrica:

$$Y_1(\, i\,) = G_1(\, 1,\, i\,), \quad i = 1, ..., 8.$$

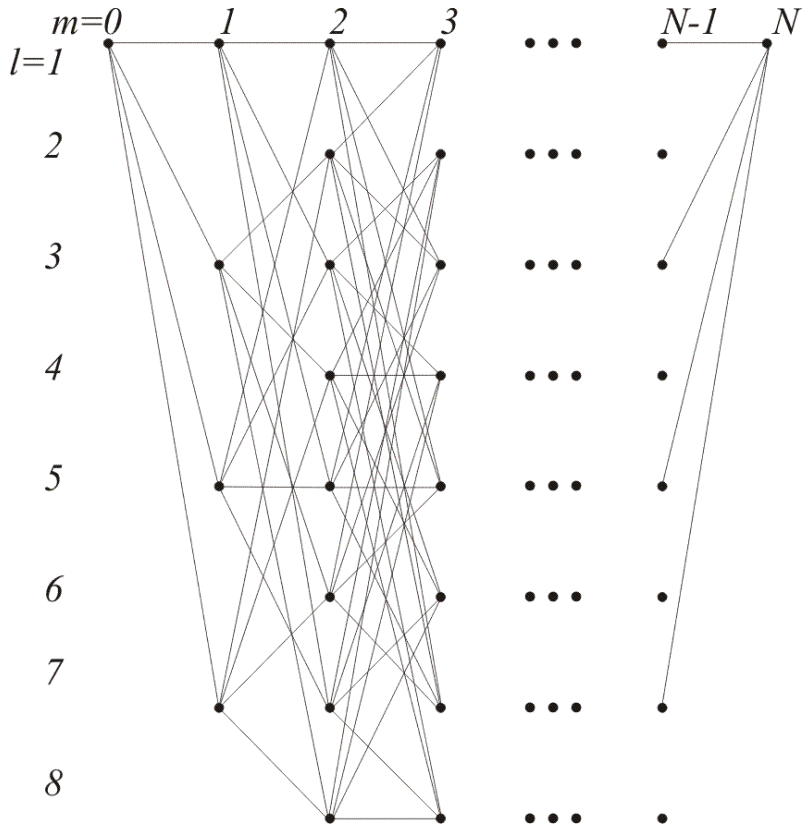

Figura 5.8- Treliça do algoritmo de Viterbi.

Na próxima seção, estuda-se um novo detector em que o critério de máxima-verossimilhança é aplicado conjuntamente ao dois sinais demodulados.

5.3 – Detecção de símbolo aplicando-se o critério de máxima-verossimilhança conjuntamente aos dois sinais demodulados

Fundamentos

A técnica de detecção de símbolo proposta na seção anterior, baseada no critério de máxima-verossimilhança aplicado individualmente a cada seqüência de símbolo, embora eficiente, não é ótima porque somente metade das informações disponíveis é utilizada no processo de otimização. O segundo sinal demodulado também traz informações relevantes para a detecção do primeiro. Nesta seção, apresenta-se o estimador MLSE, em que as seqüências de sinais demodulados $\{d_1(m)\}$ e $\{d_2(m)\}$ são conjuntamente consideradas. Infelizmente, neste caso, não é possível empregar o algoritmo de Viterbi para a detecção de símbolo porque os processos $\{n_1(m)\}$ e $\{n_2(m)\}$, inerentes aos sinais demodulados, não são independentes. No entanto, esta estratégia de otimização conjunta é globalmente ótima e minimiza a probabilidade de erro de detecção [24, 44].

Para o canal AWGN, suponha que uma seqüência de N símbolos de cada um dos sinais demodulados $\{d_1(m)\}$ e $\{d_2(m)\}$, representadas pelos vetores, $\mathbf{d_1} = [\ d_1(1), d_1(2), \ \ldots\ , d_1(N)\ ]^T$ e $\mathbf{d_2} = [\ d_2(1), d_2(2), \ \ldots\ , d_2(N)\ ]^T$, são observadas pelo sistema de detecção. Desde que os processos $n_1(m)$ e $n_2(m)$ são gaussianos, a função densidade de probabilidade condicional conjunta de $\mathbf{d_1}$ e $\mathbf{d_2}$, supondo que $\mathbf{x_1} = [\ x_1(1\text{-}L), x_1(2\text{-}L), \ \ldots\ , x_1(N)\ ]^T$ e $\mathbf{x_2} = [\ x_2(1\text{-}2L), x_2(2\text{-}2L), \ \ldots\ , x_2(N)\ ]^T$ são conhecidos, pode ser escrita como [24]

$$p(\mathbf{d_1}, \mathbf{d_2} \mid \mathbf{x_1}, \mathbf{x_2}) = \frac{1}{(2\pi)^N (\det \mathbf{C})^{1/2}} \exp[-(\mathbf{d}-\boldsymbol{\mu})^{\mathrm{T}} \mathbf{C}^{-1} (\mathbf{d}-\boldsymbol{\mu})/2], \qquad (5.47)$$

em que

$$\mathbf{d}=[d_1(1), d_1(2),\ldots,d_1(N), d_2(1), d_2(2),\ldots,d_2(N)\ ]^T,$$

$$\boldsymbol{\mu}= [\mu_1(1), \mu_1(2),\ldots, \mu_1(\mathrm{N}), \mu_2(1), \mu_2(2), \ \ldots\ , \mu_2(\mathrm{N})\ ]^T,$$

sendo $\mu_1(m)$, $\mu_2(m)$ as médias de $d_1(m)$ e $d_2(m)$, e $\mathbf{C}$ denota a matriz de covariância do vetor $\mathbf{d}=\boldsymbol{\mu}+\mathbf{n}$, em que

$$\mathbf{n} = [\, n_1(1\text{-}L), n_1(2\text{-}L), \ldots , n_1(N\text{-}L),\ n_2(1\text{-}L), n_2(2\text{-}L),\ \ldots\ , n_2(N\text{-}L)]^T.$$

A matriz de covariância **C** é quadrada de dimensão $2N$ x $2N$ com a seguinte forma:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} N_0\mathbf{I} & \mathbf{R} \\ \mathbf{R}^T & N_0\mathbf{I} \end{bmatrix},$$

em que **I** denota a matriz identidade com dimensão NxN e os elementos r_{ij} da matriz **R** (NxN) são dados por

$$r_{ij} = E[n_1(i)n_2(j)], \tag{5.48}$$

e podem ser avaliados pela eq. (5.15). As médias $\mu_1(m)$ e $\mu_2(m)$, componentes do vetor $\boldsymbol{\mu}$, conforme eqs. (5.10) e (5.11), são dadas por

$$\begin{aligned} \mu_1(m) &= x_1(m-L) + \sum_{j=0}^{2L} h_j(m) x_2(m-j), \\ \mu_2(m) &= x_2(m-L) + \sum_{j=0}^{2L} h_j(m) x_1(m-j), \end{aligned} \tag{5.49}$$

em que os coeficientes $h_j(m)$ são dados pela eq. (5.18).

O detector MLSE decide, entre todas as possíveis seqüências de símbolos transmitidas $\mathbf{x_1}$ e $\mathbf{x_2}$, por aquelas que maximizam a função densidade de probabilidade definida pela eq. (5.47), ou de forma equivalente, minimizam a métrica W dada por:

$$\mathsf{W} = (\mathbf{d} - \boldsymbol{\mu})^{\mathrm{T}} \mathbf{C}^{-1} (\mathbf{d} - \boldsymbol{\mu}). \tag{5.50}$$

É interessante mencionar que esta métrica W é chamada de distância de Mahalanobis [45, 46].

Para dois sinais m-PAM, o detector MLSE tem que calcular a métrica definida pela eq. (5.50) para m^{2N} seqüências antes de fazer a decisão. Obviamente a complexidade deste detector é proibitiva na prática. Mas é interessante estudá-lo e conhecer seu desempenho porque ele representa uma referência do que melhor pode-

se alcançar com o presente sistema que transmite dois sinais m-PAM não-ortogonais, banda limitada, e com separação entre portadoras menor do que a taxa de símbolos.

Análise de desempenho

Determina-se, nesta análise, um limitante superior para a probabilidade de erro de símbolo para o detector MLSE.

Suponha que sejam transmitidas duas seqüências de N símbolos $\{x_1\}$ e $\{x_2\}$ representadas pelo vetor $\mathbf{x}_i = [x_{1i}(1), x_{1i}(2),..., x_{1i}(N), x_{2i}(1), x_{2i}(2),..., x_{2i}(N)]^T$, com $i = 1, 2, ..., m^{2N}$. A métrica associada ao vetor $\mathbf{x}_i$, que é computada pelo detector MLSE no receptor, é dada por

$$W_i = (\mathbf{d} - \boldsymbol{\mu}_i)^T \mathbf{C}^{-1} (\mathbf{d} - \boldsymbol{\mu}_i), \tag{5.51}$$

em que $\mathbf{d}$ é o vetor de símbolos demodulados e $\boldsymbol{\mu}_i$ é o vetor média, calculado a partir de $\mathbf{x}_i$ e da eq. (5.49). Desde que $\mathbf{d} = \boldsymbol{\mu}_i + \mathbf{n}$, tem-se que a métrica W_i, associada ao vetor $\mathbf{x}_i$, representando as seqüência corretas, se reduz a

$$W_i = \mathbf{n}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{n}. \tag{5.52}$$

Por outro lado, tem-se que a métrica W_j associada a qualquer outro vetor $\mathbf{x}_j \neq \mathbf{x}_i$ é dado por

$$W_j = (\mathbf{n} - \boldsymbol{\mu}_D)^T \mathbf{C}^{-1} (\mathbf{n} - \boldsymbol{\mu}_D), \tag{5.53}$$

em que $\boldsymbol{\mu}_D = \boldsymbol{\mu}_j - \boldsymbol{\mu}_i$.

Define-se o evento de erro ε_j como sendo a detecção de $\mathbf{x}_j$ ∫ $\mathbf{x}_i$ no receptor quando é transmitido $\mathbf{x}_i$. Claramente, pelo funcionamento do detector MLSE, a probabilidade de ε_j, indicada por $P[\varepsilon_j]$, é igual a probabilidade de se ter $W_j < W_i$, para i ∫ j. Portanto, a probabilidade de erro de detecção quando o vetor $\mathbf{x}_i$ é transmitido, definida como P_i, pode ser expressa por

$$P_i = P\left[\bigcup_{j \neq i} \varepsilon_j\right],$$

em que o termo no lado direito da igualdade representa a probabilidade da união de todos eventos ε_j para $j \int i$. Desde que os eventos ε_j são não-disjuntos, tem-se

$$P_i \leq \sum_{j \neq i} P[\varepsilon_j]. \tag{5.54}$$

Note que a expressão (5.54) define um limitante superior para a probabilidade de erro de detecção P_i que é dado pelo somatório das probabilidades de cada evento de erro ε_j. Por outro lado, para ocorrência de ε_j deve-se ter $W_j < W_i$ o que resulta, considerando as eqs. (5.52) e (5.53), em

$$P[\varepsilon_j] = P[\, \boldsymbol{\mu}_D^{\mathrm{T}} \mathbf{C}^{-1} \mathbf{n} > \boldsymbol{\mu}_D^{\mathrm{T}} \mathbf{C}^{-1} \boldsymbol{\mu}_D / 2], \tag{5.55}$$

sendo $\boldsymbol{\mu}_D = \boldsymbol{\mu}_j - \boldsymbol{\mu}_i$. Reconhecendo que o vetor $\mathbf{n}$ é gaussiano, tem-se que $\boldsymbol{\mu}_D^{\mathrm{T}} \mathbf{C}^{-1} \mathbf{n}$ é uma variável aleatória gaussiana com variância $\boldsymbol{\mu}_D^{\mathrm{T}} \mathbf{C}^{-1} \boldsymbol{\mu}_D$ e média nula. Portanto, de (5.55) deriva-se [29]

$$P[\varepsilon_j] = Q\left(\frac{\boldsymbol{\mu}_D^T \mathbf{C}^{-1} \boldsymbol{\mu}_D}{4}\right). \tag{5.56}$$

É interessante observar que $\boldsymbol{\mu}_D^{\mathrm{T}} \mathbf{C}^{-1} \boldsymbol{\mu}_D$ indica a distância de Mahalanobis para o vetor $\boldsymbol{\mu}_D = \boldsymbol{\mu}_j - \boldsymbol{\mu}_i$. Portanto, quanto maior for esta distância menor será $P[\varepsilon_j]$.

A probabilidade média de erro de detecção de seqüência P_m para o detector MLSE em estudo, considerando que todas as seqüências são equiprováveis, é dado por

$$P_m = \frac{1}{m^{2N}} \sum_{i=1}^{m^{2N}} P_i. \tag{5.57}$$

Usando as eqs. (5.54), (5.56) e (5.57), e reconhecendo que cada seqüência recebida transporta $2N$ símbolos, e ainda que a probabilidade de ocorrência de erro em apenas um símbolo numa seqüência detectada incorretamente é muito maior do que a

ocorrência de erro em mais de um símbolo, pode-se aproximar a probabilidade média de erro de símbolo P_s por

$$P_s \cong \frac{P_m}{2N} \leq \frac{1}{2N}\left[\frac{1}{\mathrm{m}^{2N}}\sum_{i=1}^{\mathrm{m}^{2N}}\sum_{j\neq i} Q\left(\sqrt{\frac{\boldsymbol{\mu}_D^T \mathbf{C}^{-1}\boldsymbol{\mu}_D}{4}}\right)\right] \tag{5.58}$$

5.4 – Resultados numéricos

Detecção usando um sinal demodulado

Apresenta-se a seguir alguns resultados de simulações do sistema em que o algoritmo de Viterbi, como descrito na Seção 5.2, é usado como o sistema de detecção de símbolos para um canal AWGN. No exemplo simulado, adota-se PAM binário com símbolos independentes, identicamente distribuídos e equiprováveis, e canal equivalente com L=1.

Avalia-se a taxa de erro de símbolo para diferentes condições de superposição espectral. A Figura 5.8 compara a TES para o caso sem ($T\Delta f$ = 1) e com superposição espectral ($T\Delta f$ = 8/9, 3/4, e 1/3).

Os resultados da Figura 5.9 mostram claramente que o desempenho piora à medida que o grau de superposição aumenta, como era esperado.

A Figura 5.10 mostra a curva de desempenho do sistema para as seguintes alternativas de detecção: (a)- algoritmo de Viterbi, e (b)-decisor de limiar. Vê-se pelos resultados que o detector (a) apresenta um desempenho bem superior ao detector (b) quando a relação sinal-ruído cresce. Isto indica que a técnica de detecção aqui proposta é capaz de reduzir o efeito da ICI. Desde que o detector MLSE utilizado neste caso é derivado, usando-se apenas um dos sinais demodulados ($d_1(m)$ ou $d_2(m)$), não é aproveitada toda a informação disponível. É de se esperar que uma otimização conjunta de $\mathbf{d_1}$ e $\mathbf{d_2}$, cujos resultados apresenta-se em seguida, tenha um desempenho melhor do que o aqui encontrado. No entanto, não é possível utilizar diretamente o algoritmo de Viterbi numa otimização conjunta porque os ruídos n_1 e n_2 são correlacionados.

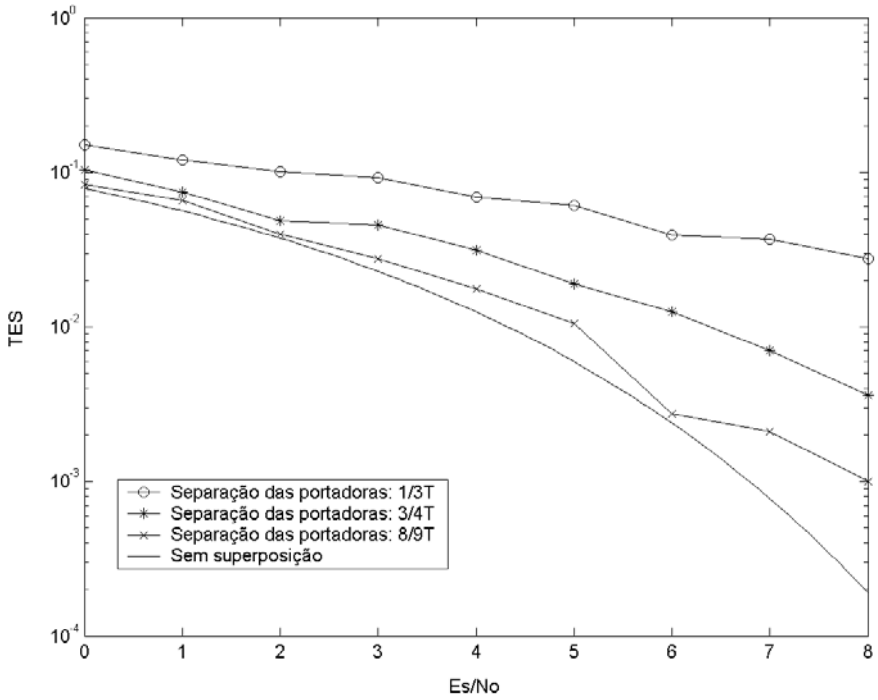

Figura 5.9: TES para diferentes condições de superposição espectral.

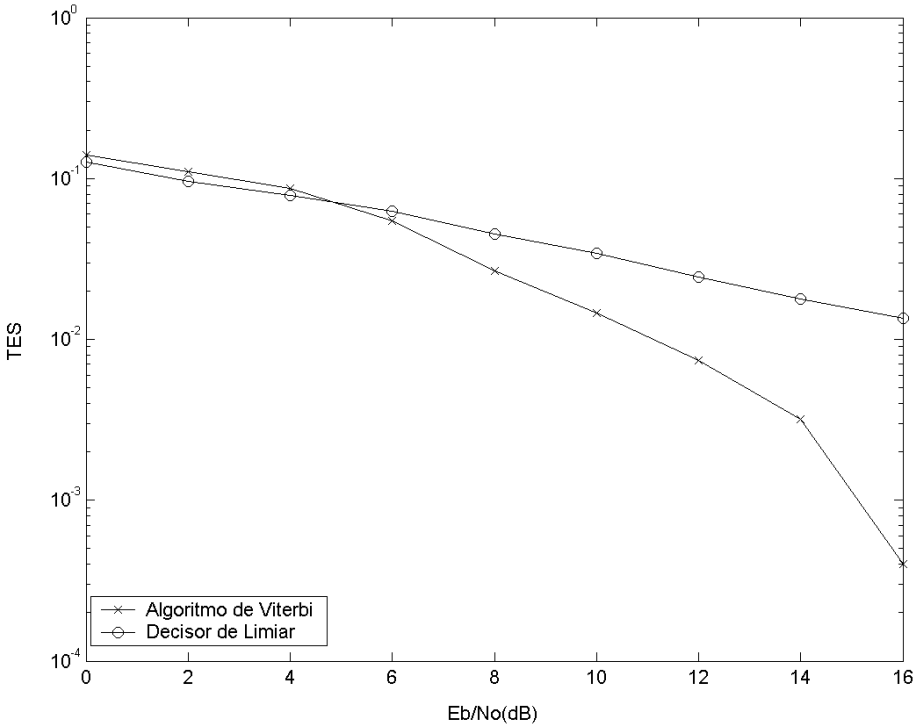

Figura 5.10: comparação entre detecção com Viterbi e decisor de limiar.

Detecção conjunta dos dois sinais demodulados

Canal AWGN

Simula-se um sistema com dois sinais PAM binários, ΔfT=1/3, and L=1 em um canal AWGN. Neste caso, os filtros do modelo equivalente do sistema, descritos na Figura 5.3 são

$$\mathbf{h_{11}}(m) = \mathbf{h_{22}}(m) = [0\ 1\ 0]\ ,$$

$$\mathbf{h_{12}}(m) = \mathbf{h_{21}}(m) = [h_0(m)\ \ h_1(m)\ \ h_2(m)],$$

em que

$$h_0(m)=0{,}2757\cos[\pi(2m+1)/3],$$

$$h_1(m)=0{,}6667\cos[\pi(2m)/3],$$

$$h_2(m)=0{,}2757\cos[\pi(2m-1)/3].$$

Nota-se que os coeficientes dos filtros $h_0(m)$, $h_1(m)$, e $h_2(m)$, embora sejam dependentes de m, são periódicos com período P = 3, resultando em somente três possíveis filtros:

$$\mathbf{h}_{12}(0) = \mathbf{h}_{21}(0) = [\ 0{,}1379 \quad 0{,}6667 \quad 0{,}1379],$$
$$\mathbf{h}_{12}(1) = \mathbf{h}_{21}(1) = [-0{,}2757 \quad -0{,}3333 \quad 0{,}1379],$$
$$\mathbf{h}_{12}(2) = \mathbf{h}_{21}(2) = [\ 0{,}1379 \quad -0{,}3334 \quad -0{,}2757].$$

De forma a reduzir a complexidade e o tempo de computação, o detector implementado na simulação usa seqüências com comprimento N igual a 5. É esperado um melhor desempenho se o comprimento das seqüências for maior. Uma particularidade do detector implementado na simulação é que, do bloco de cinco símbolos detectados para cada portadora, apenas os quatro primeiros são considerados. Por exemplo, supondo que $x_1(1)$, $x_1(2)$, $x_1(3)$, $x_1(4)$, e $x_1(5)$ sejam os

símbolos detectados pela aplicação do critério de máxima-verossimilhança, apenas $x_1(1)$, $x_1(2)$, $x_1(3)$, e $x_1(4)$ são aproveitados. Descarta-se $x_1(5)$. A razão para este procedimento é melhorar o desempenho do sistema. Pelas eqs. (5.10) e (5.11) pode-se verificar que $x_1(5)$ praticamente não contribui na formação dos símbolos demodulados entregues ao detector. Ele só é utilizado em $d_2(5)$, mas entra de uma forma bastante atenuada. Esta estratégia aumenta bastante o valor mínimo da métrica $\boldsymbol{\mu}_D^{\mathrm{T}}\mathbf{C}^{-1}\boldsymbol{\mu}_D$ que indica a distância entre a seqüência correta e uma seqüência que resulte em erro.

A Figura 5.11 mostra a taxa de erro de símbolo (TES) obtida para o detector MLSE conjunto em função da energia de símbolo por densidade de ruído (E_s/N_0). Nesta Figura apresenta-se também o desempenho de um sistema PAM convencional, do detector implementado com o decisor de limiar, bem como o limitante superior da probabilidade de erro de símbolo derivado na seção anterior.

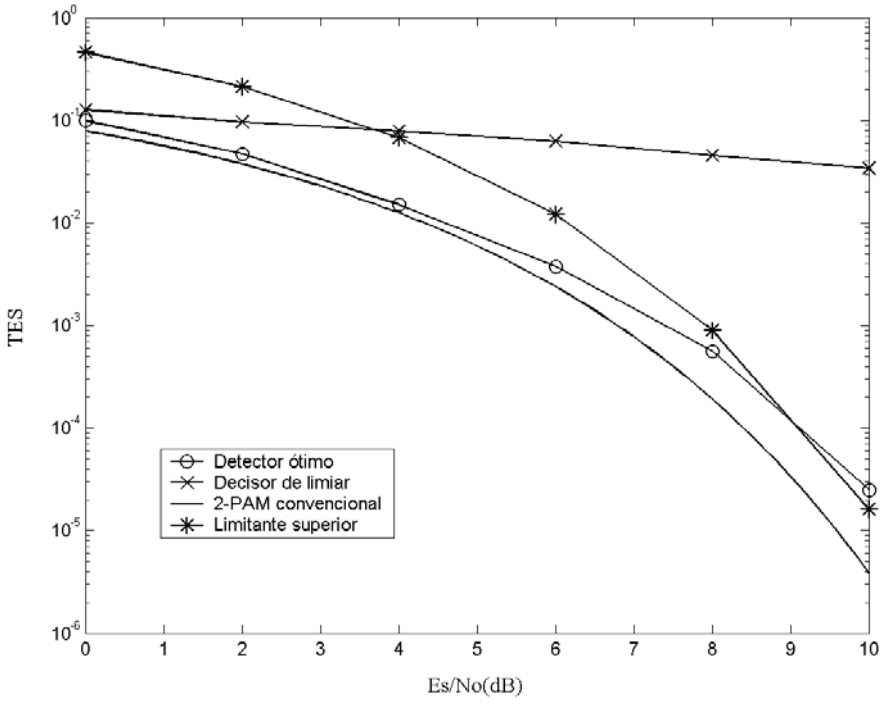

Figura 5.11: TES para sistema com dois 2-PAM superpostos, $T\Delta f$ =1/3, usando detector ótimo e decisor de limiar comparados ao 2-PAM convencional.

Os resultados mostrados na Figura 5.11 indicam claramente que o detector MLSE conjunto tem um ótimo desempenho. A perda comparada com o sistema PAM convencional é inferior a 1dB para a condição de TES = 10^{-5}. A discrepância entre o limitante superior da probabilidade de erro de símbolo e a TES simulada para valores reduzidos de relação sinal ruído é uma característica deste tipo de limitante [48].

Resultados comparando a taxa de erro de símbolo do detector MLSE que usa só um sinal demodulado, e o que usa os dois sinais estão mostrados na Figura 5.12 para a detecção de dois sinais 2-PAM com ΔfT =1/3.

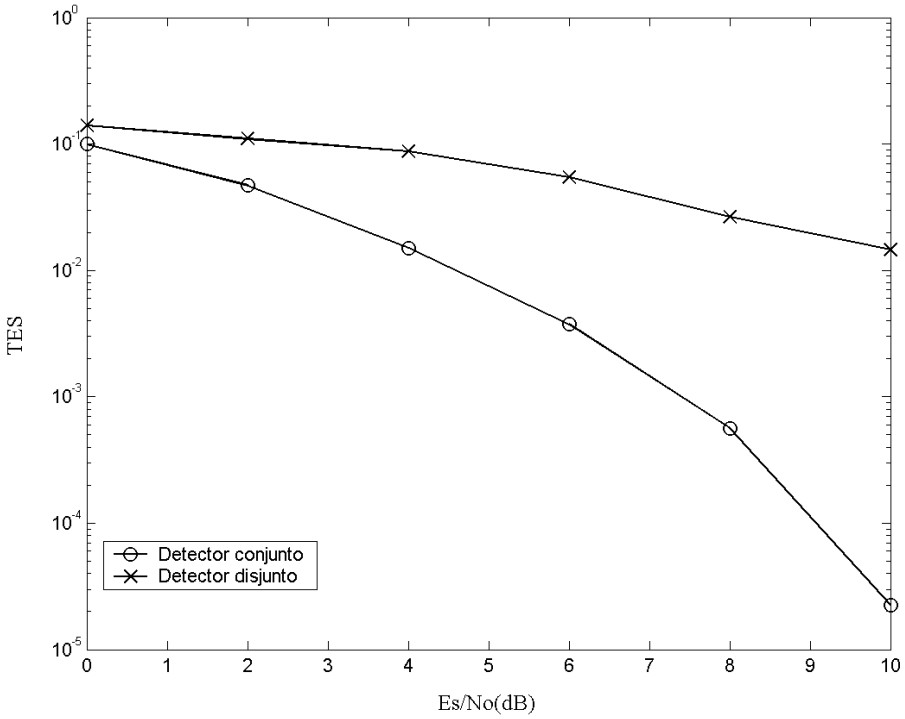

Figura 5.12: Comparação da TES entre o detector MLSE que utiliza os dois sinais demodulados e aquele que só utiliza um sinal.

Canal não-ideal

Simulou-se um sistema com dois sinais PAM binários, ΔfT=1/3, e L=2 em um canal com resposta impulsiva $c(t)= \delta(t)+ a\delta(t-T)$. A partir das eqs. (5.37) e (5.38) determina-se os coeficientes dos filtros equivalentes que são dados por

$$h_{11}(i,m) = h_{22}(i,m) = (1+a^2)\text{sinc}(i-2) + a\text{sinc}(i-3) + a\text{sinc}(i-1), \quad i = 0,...,4,$$

$$\begin{aligned} h_{12}(m,i) = h_{21}(m,i) = (1-\Delta fT)\{&(1+a^2)\text{sinc}[(1/T-\Delta f)(i-2)]\cos[\pi\Delta f(2m+2-i)] \\ &+ a\text{sinc}[(1/T-\Delta f)(i-3)]\cos[\pi\Delta f(2m+1-i)] + \\ &a\text{sinc}[(1/T-\Delta f)(i-1)]\cos[\pi\Delta f(2m+3-i)]\}, \quad i = 0,...,4. \end{aligned}$$

A Figura 5.13 mostra a taxa de erro de símbolos do detector MLSE conjunto, com N = 5, para um canal AWGN e um canal cuja resposta impulsiva é $c(t) = \delta(t) + a\delta(t-T)$ com a = 0,5 e 0,7.

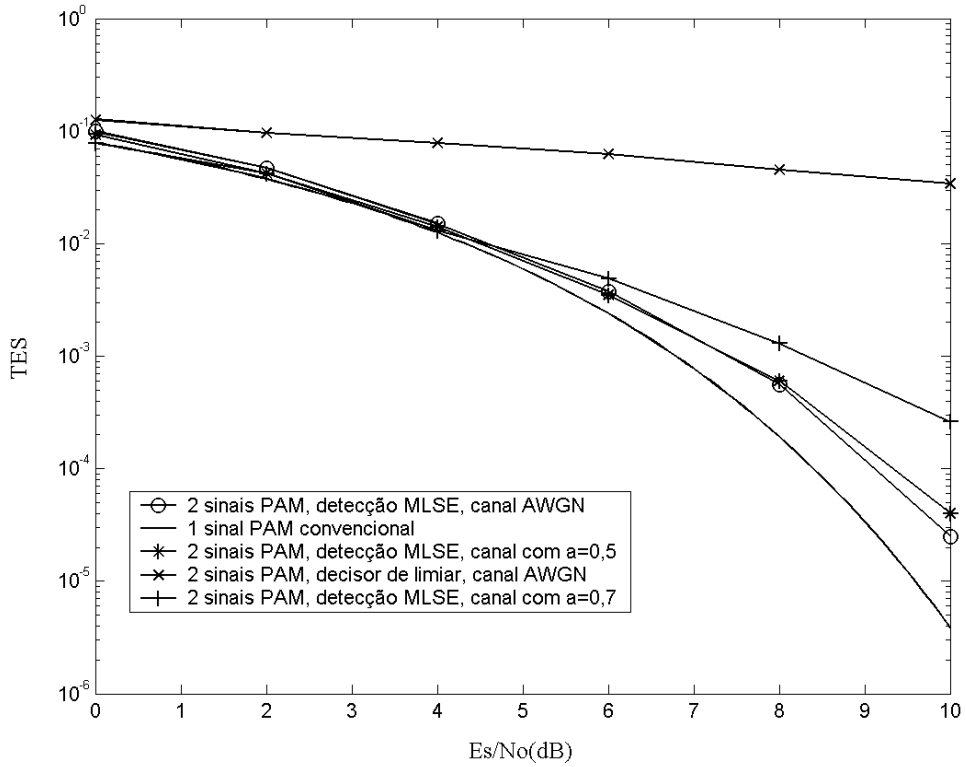

Figura 5.13: TES para detecção ótima de dois 2-PAM superpostos, $T\Delta f$ =1/3, em canal não-ideal, comparada ao caso de canal AWGN com detector ótimo e com decisor de limiar, além do sistema 2-PAM convencional.

É evidente pelos resultados apresentados na Figura 5.13 que a técnica de detecção conjunta é também eficiente para o caso do canal não-ideal.

O desempenho excelente do detector MLSE conjunto, e a grande diferença da taxa de erro de símbolo entre o ótimo e o proposto na seção 5.2, sugere que podem existir outras estratégias sub-ótimas de detecção de baixa complexidade com desempenho mais próximo do ótimo. O presente resultado também sugere a possibilidade de dois sinais de banda limitada, não-ortogonais, dividirem a mesma faixa de freqüência e serem recuperados praticamente sem degradação.

5.5 – Conclusão e perspectivas

É mostrado que o detector MLSE resultante da extensão do algoritmo de Viterbi, que utiliza só metade das informações disponíveis, é eficiente ao ser aplicado na detecção de dois sinais m-PAM não-ortogonais, banda limitada e com superposição espectral. Já o detector MLSE com otimização conjunta apresenta um excelente desempenho e quase elimina completamente o efeito da interferência para o sistema estudado. Infelizmente o detector MLSE com otimização conjunta não pode ser implementado pelo algoritmo de Viterbi por causa da correlação dos ruídos inerentes aos sinais demodulados e, por conseguinte tem uma complexidade proibitiva na prática.

A grande diferença de desempenho entre os dois detectores estudados sugere a possibilidade existir outras estratégias sub-ótimas de detecção de baixa complexidade com desempenho mais próximo do ótimo. Portanto uma linha de pesquisa interessante seria a busca destas técnicas de detecção sub-ótimas.

Outros tópicos de estudo de interesse são a extensão da técnica para modulação complexa e para sistemas com mais de duas portadoras.

Registra-se a seguir as contribuições apresentadas neste Capítulo:

- desenvolvimento de um modelo matemático para representar um sistema de comunicação que emprega dois sinais m-PAM não-ortogonais, limitados em banda, superpostos em freqüência com espaçamento menor que a taxa de símbolo, para canal AWGN e para canal linear com resposta impulsiva $c(t)$;

- derivação de um detector de símbolo para o sistema em estudo baseado no critério de máxima-verossimilhança, aplicado a somente um dos sinais demodulados;
- concepção e desenvolvimento de uma extensão do algoritmo de Viterbi para implementação do detector de símbolo MLSE aplicado a cada um dos sinais demodulados;
- derivação de um detector de máxima-verossimilhança com otimização conjunta dos sinais demodulados e determinação de limitante superior da probabilidade de erro de símbolo;
- avaliação de desempenho do sistema com os dois detectores propostos através de simulação computacional.

No capítulo seguinte, apresentam-se estratégias sub-ótimas de detecção para o sistema de comunicação que emprega dois sinais m-PAM não-ortogonais, limitados em banda, superpostos em freqüência com espaçamento menor que a taxa de símbolo, para canal AWGN.

Capítulo 6

Técnicas Sub-Ótimas de Detecção para Dois Sinais PAM Não-Ortogonais, Limitados em Banda, e com Superposição Espectral

Apresenta-se neste Capítulo dois novos detectores de símbolo para o sistema de comunicação estudado no Capítulo 5. As técnicas aqui propostas estão fundamentadas nos conceitos de separação de fontes [19, 47, 49]. O primeiro detector tem uma estrutura linear enquanto a outra abordagem de detecção emprega um sistema não-linear realimentado por decisão. Parte-se do modelo equivalente discreto no tempo derivado no Cap. 5 e chega-se às novas arquiteturas. Apresentam-se também alguns resultados de desempenho dos detectores.

Este Capítulo está organizado como se segue. Na seção 6.1, o modelo do sistema é descrito, as expressões dos sinais e dos ruídos são apresentadas. Na seção 6.2, discute-se as estratégias para separação e detecção de símbolo e propõem-se duas estruturas de detectores. Os resultados de simulação para avaliação de desempenho do sistema são apresentados na secção 6.3. Na seção 6.4, conclui-se o Capítulo com discussão sobre o tema e as perspectivas de novos estudos, bem como é apresentado um resumo das contribuições.

6.1 – Modelo do sistema

Neste ponto vale a pena apresentar novamente a Figura 5.3, aqui identificada por Figura 6.1, na qual é mostrado o modelo discreto proposto derivado no Cap. 5. representando o sistema desde a transmissão até a demodulação.

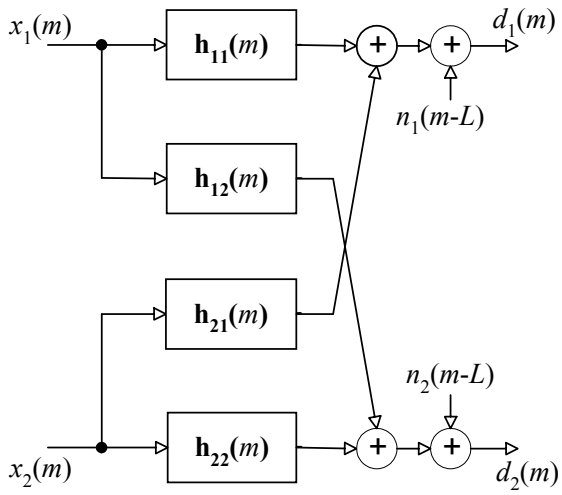

Figura 6.1: modelo do sistema.

As características dos sinais da Figura 6.1 são as mesmas apresentadas na seção 5.1 para transmissão em canal AWGN. Os sinais demodulados e amostrados $d_1(m)$ e $d_2(m)$, cujas expressões estão em (5.10) e (5.11), são também aqui repetidas

$$\begin{aligned} &d_1(m) = x_1(m-L) + \\ &(1-T\Delta f)\sum_{i=0}^{2L} sinc[(1-T\Delta f)(i-L)]\cos[\pi T\Delta f(2m+L-i)]x_2(m-i) \\ &+ n_1(m-L), \end{aligned} \tag{6.1}$$

$$\begin{aligned} &d_2(m) = x_2(m-L) + \\ &(1-T\Delta f)\sum_{i=0}^{2L} sinc[(1-T\Delta f)(i-L)]\cos[\pi T\Delta f(2m+L-i)]x_1(m-i) \\ &+ n_1(m-L), \end{aligned} \tag{6.2}$$

em que $2L+1$ é o número de termos significativos da seqüência em k sinc[(1-$T\Delta f$)(m-k)] para cada instante m, e $n_1(m\text{-}L)$ e $n_2(m\text{-}L)$ são ruídos gaussianos com as mesmas características que são apresentada pelas eqs. (5.12)-(5.15) e aqui são repetidas:

$$E[n_1(m)] = E[n_2(m)] = 0, \tag{6.3}$$

$$E[n_1(m)^2] = E[n_2(m)^2] = N_0, \tag{6.4}$$

$$E[n_1(l)n_1(k)] = E[n_2(l)n_2(k)] = 0, \text{ para } l \neq k\ , \tag{6.5}$$

$$E[n_1(l)n_2(k)] = N_0 \int_{-\infty}^{\infty} \cos(2\pi\Delta fTx)\text{sinc}(l-x)\text{sinc}(k-x)dx. \tag{6.6}$$

Os filtros $\mathbf{h_{11}}(m)$, $\mathbf{h_{21}}(m)$, $\mathbf{h_{12}}(m)$, e $\mathbf{h_{22}}(m)$ podem ser descritos em forma vetorial como segue:

$$\mathbf{h_{11}}(m) = \mathbf{h_{22}}(m) = [\ 0\ \ 0\ \ \ldots\ \ 1\ \ \ldots\ 0\ \ 0\ ] \tag{6.7}$$

$$\mathbf{h_{12}}(m) = \mathbf{h_{21}}(m) = [\ h_0(m)\ \ \ldots\ \ h_i(m)\ \ \ldots\ h_{2L}(m)\ ] \tag{6.8}$$

em que o elemento $h_i(m)$ é dada pela eq. (5.18).

Tendo-se caracterizado estatisticamente os sinais demodulados $d_1(m)$ e $d_2(m)$, e as parcelas de ruído a eles inerentes, o problema agora se resume em detectar as seqüências transmitidas $\{x_1\}$ e $\{x_2\}$ a partir das observações destas.

6.2 – Detecção de símbolo

Como já observado no Cap. 5, se a detecção de símbolo é feita diretamente em $d_1(m)$ e $d_2(m)$, sem qualquer cancelamento da interferência de um sinal no outro, a taxa de erro de símbolo é bastante elevada conforme mostrado na Figura 5.5. Nota-se que os filtros $\mathbf{h_{11}}(m)$, $\mathbf{h_{21}}(m)$, $\mathbf{h_{12}}(m)$, e $\mathbf{h_{22}}(m)$ do modelo proposto apesar de serem variantes no tempo, são conhecidos e seus coeficientes são dados pelas eqs. (6.7) e (6.8). São descritas na seqüência duas configurações de detector de símbolo para o sistema em questão.

6.2.1 – Detector com estrutura de separação linear

Está evidente que cada sinal demodulado pode ser pensado como uma mistura entre um sinal desejado de uma dada fonte e um segundo sinal que é o resultado da convolução do sinal de outra fonte com um filtro linear de resposta finita variante no tempo. Estratégias de separação de fontes para uma situação muito similar, exceto que os filtros são invariantes no tempo, têm sido discutida na literatura [50, 51, 52, 53, 54].

Se os sinais demodulados $d_1(m)$ e $d_2(m)$ passam através do sistema de duas entradas e duas saídas, conforme ilustrado pela Figura 6.2, pode-se verificar que os símbolos das duas fontes são separados quando as seguintes condições são satisfeitas:

$$\mathbf{f_{11}}(m) = \mathbf{f_{22}}(m) = \mathbf{h_{11}}(m) = \mathbf{h_{22}}(m)\ , \tag{6.9}$$

$$\mathbf{f_{12}}(m) = \mathbf{f_{21}}(m) = \mathbf{h_{12}}(m\text{-}1) = \mathbf{h_{21}}(m\text{-}1). \tag{6.10}$$

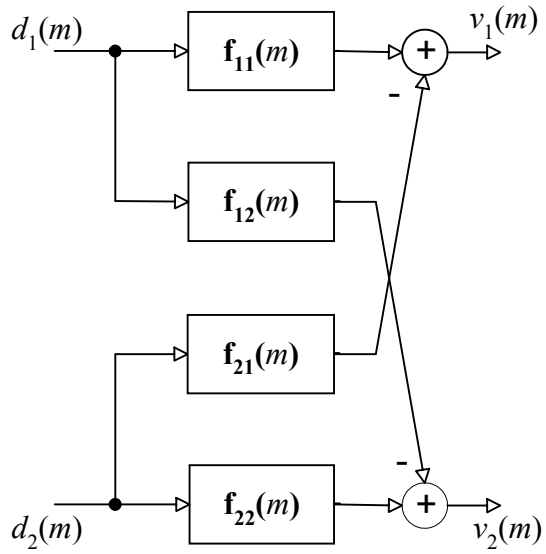

Figura 6.2: esquema de separação para de $\{x_1\}$ e $\{x_2\}$.

Usando as eqs. (6.9) e (6.10), e supondo L=1, pode-se escrever os sinais separados $v_1(m)$ e $v_2(m)$ como:

$$v_1(m) = \sum_{i=0}^{4} c_i(m) x_1(m-i) + \varphi_1(m), \tag{6.11}$$

$$v_2(m) = \sum_{i=0}^{4} c_i(m) x_2(m-i) + \varphi_2(m), \tag{6.12}$$

em que

$$c_0(m)=-h_0(m-1)h_0(m), \tag{6.13}$$

$$c_1(m)=-h_0(m-1)h_1(m)-h_1(m-1)h_0(m-1), \tag{6.14}$$

$$c_2(m)=1-[h_0(m-1)h_2(m)+h_1^2(m-1)+h_2(m-1)h_0(m-2)], \tag{6.15}$$

$$c_3(m)=-h_1(m-1)h_2(m-1)-h_2(m-1)h_1(m-2), \tag{6.16}$$

$$c_4(m)=-h_2(m-1)h_2(m-2), \tag{6.17}$$

$$j_1(m)=n_1(m-2)-h_0(m-1)n_2(m-1)- h_1(m-1)n_2(m-2)- h_2(m-1)n_2(m-3), \tag{6.18}$$

$$j_2(m)=n_2(m-2)-h_0(m-1)n_1(m-1)- h_1(m-1)n_1(m-2)-h_2(m-1)n_1(m-3). \tag{6.19}$$

Nota-se pelas eqs. (6.11) e (6.12) que os sinais $v_1(m)$ e $v_2(m)$ de saída do sistema de separação podem ser sintetizados como saídas de filtros transversais, e que, não são ainda adequados para detecção porque os símbolos transmitidos neles presentes estão dispersos no tempo, resultando em interferência intersimbólica. Observe também que os coeficientes que multiplicam os símbolos transmitidos são dependentes do tempo. A situação é similar à transmissão da seqüência de símbolos através de um filtro linear variante no tempo, cujos coeficientes podem ser representados pelo vetor $\mathbf{c}(m) = [c_0(m)\ c_1(m)\ c_2(m)\ c_3(m)\ c_4(m)]$ e em que as componentes do vetor são dadas pelas eqs. (6.13)-(6.17). Está evidente a necessidade

de equalização dos sinais $v_1(m)$ e $v_2(m)$ para eliminação da IES. O detector proposto é basicamente um sistema de separação como ilustrado na Figura 6.2 em série com um equalizador. A Figura 6.3 mostra a cadeia completa do sistema, incluindo a transmissão, canal, demodulação, separação, e equalização para cada sinal i, i=1,2.

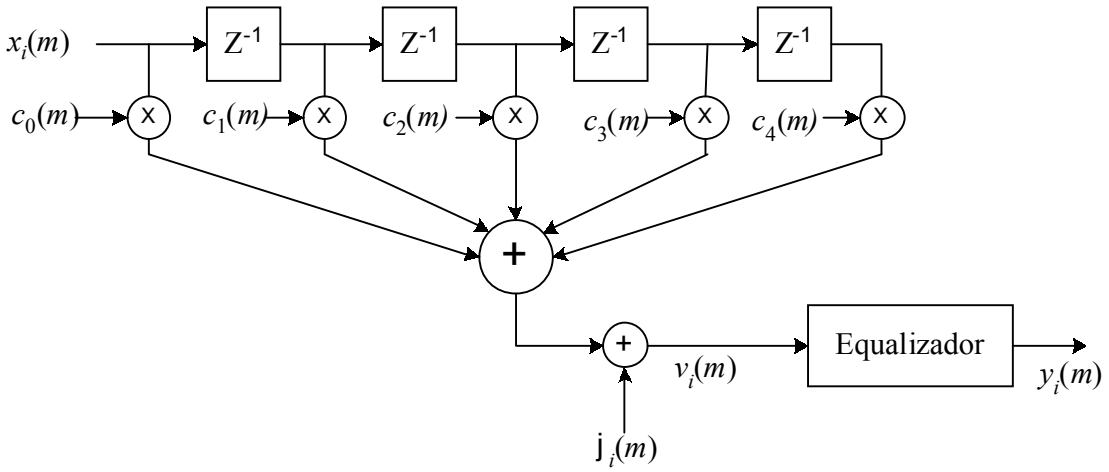

Figura 6.3: representação do sistema desde a transmissão até a equalização.

Equalização Transversal

A equalização pode ser feita usando-se um filtro linear de resposta finita, também variante no tempo, cujos coeficientes $\{w_k(m)\}$, para um dado instante m, sejam a solução que minimiza o valor quadrático médio do erro dado por

$$e_i(m)=x_i(m-A)-y_i(m),\ \ i = 1,2, \tag{6.20}$$

em que $y_i(m)$ é a saída do equalizador, $x_i(m-A)$ é a resposta desejada, e A é um dado atraso. É interessante notar que o critério assim definido resulta numa filtragem de Wiener para cada instante m. Desta forma, os coeficientes de um equalizador com resposta finita para o instante m, representado pelo vetor $\mathbf{w}_i(m)$, são dados pela seguinte equação [33]

$$\mathbf{w}_i(m)=E[\mathbf{v}_i(m)\mathbf{v}_i^T(m)]^{-1}E[\mathbf{v}_i(m)x_i(m-A)],\ i = 1,2, \tag{6.21}$$

em que $\mathbf{v}_i(m)=[v_i(m)\ldots v_i(m-N+1)]^T$, e N é o número de coeficientes do equalizador.

Usando as eqs. (6.11) e (6.18), e reconhecendo que símbolos $x_1(l)$ são independentes do ruído $\mathrm{j}_1(k)$ para qualquer l e k, a matriz de correlação N x N associada ao vetor $\mathbf{v}_1(m)$ pode ser expressa como

$$E[\mathbf{v}_1(m)\mathbf{v}_1^T(m)] = \begin{bmatrix} r_s^m(0,0) & r_s^m(0,1) & \cdots & r_s^m(0,\mathrm{N}-1) \\ r_s^m(1,0) & r_s^m(1,1) & \cdots & r_s^m(1,\mathrm{N}-1) \\ \vdots & & & \vdots \\ r_s^m(\mathrm{N}-1,0) & & \cdots & r_s^m(\mathrm{N}-1,\mathrm{N}-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r_n^m(0,0) & r_n^m(0,1) & \cdots & r_n^m(0,\mathrm{N}-1) \\ r_n^m(1,0) & r_n^m(1,1) & \cdots & r_n^m(1,\mathrm{N}-1) \\ \vdots & & & \vdots \\ r_n^m(\mathrm{N}-1,0) & & \cdots & r_n^m(\mathrm{N}-1,\mathrm{N}-1) \end{bmatrix}, \quad (6.22)$$

em que

$$r_s^m(j,l)+r_n^m(j,l) = E[v_1(m-j)v_1(m-l)], \quad (6.23)$$

$$r_n^m(j,l) = E[\mathrm{j}_1(m-j)\,\mathrm{j}_1(m-l)], \quad (6.24)$$

$$r_s^m(k,k) = c_0^2(m-k)+c_1^2(m-k)+c_2^2(m-k)+c_3^2(m-k)+c_4^2(m-k), \text{ para } k=0,\ldots N-1, \quad (6.25)$$

$$r_s^m(k,k-1) = r_s(k-1,k) = c_0(m-k)c_1(m-k+1)+c_1(m-k)c_2(m-k+1)+ c_2(m-k)c_3(m-k+1)+ c_3(m-k)c_4(m-k+1), \text{ para } k=1,\ldots N-1, \quad (6.26)$$

$$r_s^m(k,k-2) = r_s(k-2,k) = c_0(m-k)c_2(m-k+2)+c_1(m-k)c_3(m-k+2)+c_2(m-k)c_4(m-k+2), \text{ para } k=2,\ldots N-1, \quad (6.27)$$

$$r_s^m(k,k-3) = r_s(k-3,k) = c_0(m-k)c_3(m-k+3)+c_1(m-k)c_4(m-k+3), \text{ para } k=3,\ldots N-1, \quad (6.28)$$

$$r_s^m(k,k-4) = r_s(k-4,k) = c_0(m-k)c_4(m-k+4), \text{ para } k=4,\ldots N-1, \quad (6.29)$$

$$r_s^m(k,k\text{-}j) = r_s(k\text{-}j,k) = 0, \text{ para } k = j,\ldots N\text{-}1, \text{ e } N > j > 5, \tag{6.30}$$

$$\begin{aligned} r_n^m(k,k) = {} & N_0[1+ h_0^2(m\text{-}k\text{-}1)+ h_1^2(m\text{-}k\text{-}1)+h_2^2(m\text{-}k\text{-}1)]- \\ & h_0(m\text{-}k\text{-}1)E[n_1(m\text{-}k\text{-}2)n_2(m\text{-}k\text{-}1)]- h_1(m\text{-}k\text{-}1)E[n_1(m\text{-}k\text{-}2)n_2(m\text{-}k\text{-}2)] \\ & -h_2(m\text{-}k\text{-}1)E[n_1(m\text{-}k\text{-}2)n_2(m\text{-}k\text{-}3)], \text{ para } k=0,\ldots N\text{-}1, \end{aligned} \tag{6.31}$$

$$\begin{aligned} r_n^m(j,k) = {} & - h_0(m\text{-}k\text{-}1)E[n_1(m\text{-}j\text{-}2)n_2(m\text{-}k\text{-}1)]- h_1(m\text{-}k\text{-}1)E[n_1(m\text{-}j\text{-}2)n_2(m\text{-}k\text{-}2)]- \\ & h_2(m\text{-}k\text{-}1)E[n_1(m\text{-}j\text{-}2)n_2(m\text{-}k\text{-}3)]- h_0(m\text{-}j\text{-}1)E[n_1(m\text{-}k\text{-}2)n_2(m\text{-}j\text{-}1)] \\ & -h_1(m\text{-}j\text{-}1)E[n_1(m\text{-}k\text{-}2)n_2(m\text{-}j\text{-}2)]-h_2(m\text{-}j\text{-}1)E[n_1(m\text{-}k\text{-}2)n_2(m\text{-}j\text{-}3)], \\ & \text{para } j, k = 0, \ldots N\text{-}1, \text{ e } j \neq k. \end{aligned} \tag{6.32}$$

Por outro lado, o vetor de correlação cruzada de dimensão $1\text{x}N$, $E[\mathbf{v}_1(m)x_1(m\text{-}A)]$, também necessário para a determinação do filtro de Wiener , é dado por

$$E[\mathbf{v_1}(m)x_1(m\text{-}A)]=[0\ldots\ 0\ c_4(m\text{-}A+4)\ c_3(m\text{-}A+3)\ c_2(m\text{-}A+2)\ c_1(m\text{-}A+1)\ c_0(m\text{-}A)\ 0\ldots 0]. \tag{6.33}$$

Equalização realimentada

Um equalizador com realimentação de decisão (DFE, do inglês *Decision Feedback Equalizer*) com os filtros variantes no tempo obviamente também pode ser utilizado para equalização do sinal $v_1(m)$. O critério de mínimo erro quadrático médio (MSE, do inglês *Mean Square Error*) é usado para encontrar os coeficientes dos filtros para cada instante m. Neste caso, para equalização do sinal $v_1(m)$, os coeficientes do filtro direto, representado na forma vetorial por $\mathbf{F}(m)$, são dados pela seguinte equação [24]

$$\mathbf{F}(m)=E[\mathbf{v}_1(m)\mathbf{v}_1^T(m)]^{-1}E\{\mathbf{v}_1(m)x_1(m\text{-}\Delta)\}, \tag{6.34}$$

em que $\boldsymbol{v}_1(m)=[v_1(m)...v_1(m\text{-}\mathsf{D})]^T$, $x_1(m\text{-}\mathsf{D})$ é o sinal desejado, e D é o atraso de decisão. O filtro de realimentação, representado por $\mathbf{B}(m)$, tem os coeficientes $B_k(m)$ dados por [24]

$$B_k(m) = \sum_{i=0}^{\mathsf{D}} F_i(m) c_{\mathsf{D}+k-i}(m-i), \qquad k = 1,..., \mathsf{L}. \tag{6.35}$$

os quais $c_{\mathsf{D}+k\text{-}i}(m\text{-i})$ são definidos pelas eqs. (6.13)-(6.17), $F_i(m)$ são os coeficientes do filtro direto dados por (6.34) e L é o número de atrasadores de filtro $\mathbf{c}(m)$ que assume o valor L = 4 no presente exemplo.

Finalmente, os sinais $y_i(m)$, com i=1,2, nas saídas dos equalizadores, são usados para a detecção dos sinais $x_1(m)$ e $x_2(m)$ com o emprego de um decisor de limiar. No entanto, a estrutura DFE tem seu desempenho prejudicado quando há a realimentação de símbolos decididos erradamente [24].

A seguir, outra estrutura de separação de fontes é proposta.

6.2.2 – Detector com estrutura de separação não-linear

A Figura 6.4 mostra um detector não-linear realimentado por decisão, com filtros variantes no tempo, que também pode ser utilizado para a solução do problema.

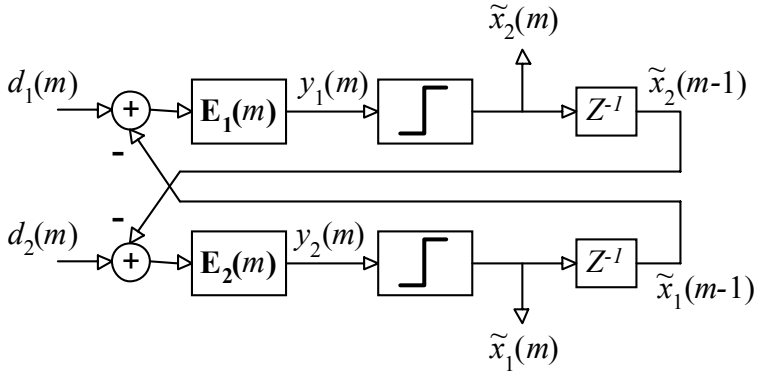

Figura 6.4: diagrama de blocos do detector com estrutura não-linear.

Das eqs. (6.1) e (6.2), e assumindo L=1, pode-se verificar que o sistema representado na Figura 6.4 também detecta os símbolos. Os símbolos originados de um dos usuários, presentes no sinal demodulado, são cancelados com a decisão realimentada. Os símbolos dispersos no tempo do outro usuário, que permanecem após o cancelamento, são equalizados pelos filtros variantes no tempo ($\mathbf{E_1}(m)$ ou $\mathbf{E_2}(m)$) antes da nova tomada de decisão. Nota-se que os equalizadores lineares $\mathbf{E_1}(m)$ e $\mathbf{E_2}(m)$ podem ser substituídos por equalizadores DFE.

Idealmente, pode-se supor serem obtidos os sinais $y_1(m)$ e $y_2(m)$ como sendo:

$$y_1(m)=x_2(m)h_0(m)+n_1(m-1), \tag{6.36}$$

$$y_2(m)=x_1(m)h_0(m)+n_2(m-1). \tag{6.37}$$

Observa-se da eq. (6.36) que, dependendo do valor de $h_0(m)$, pode haver um processo de amplificação do ruído e o desempenho do sistema em relação a TES fica prejudicado. É necessário utilizar uma maior potência na transmissão para compensar a perda ou usar uma estratégia de redução de ruído como descrito por J. F. Galdino *et al.* em [55]. A aplicação de tais estratégias não é implementada neste trabalho.

É verificado por simulação que esta detecção só funciona satisfatoriamente em condições de alta relação sinal-ruído. Mesmo assim, devido a sua estrutura simples e flexível, esta é uma arquitetura interessante quando se pensa em processamento adaptativo. Outra característica interessante é a obtenção de um canal AWGN para os sinais $y_1(m)$ e $y_2(m)$. Assim sendo, é possível melhorar ainda mais o desempenho deste receptor incluindo um algoritmo de controle automático de ganho (CAG), ou ainda um cancelador adaptativo de ruído, para atuar sobre estes sinais.

6.3 – Resultados de simulações computacionais

Simula-se um sistema PAM binário, com ΔfT=1/3, e L=1. Para esta simulação, assume-se que os ruídos $n_1(m)$ e $n_2(m)$, presentes nos sinais demodulados,

são descorrelacionados tal como é feito na referência [19]. Esta hipótese simplifica as simulações. Os filtros equivalentes no modelo ilustrado na Figura 6.1 são

$$\mathbf{h_{11}}(m) = \mathbf{h_{22}}(m) = [0, 1, 0] ,$$

$$\mathbf{h_{12}}(m) = \mathbf{h_{21}}(m) = [h_0(m), h_1(m), h_2(m)],$$

em que

$$h_0(m)=0{,}2757\cos[\pi(2m+1)/3],$$

$$h_1(m)=0{,}6667\cos[\pi(2m)/3],$$

$$h_2(m)=0{,}2757\cos[\pi(2m-1)/3].$$

Observa-se que os coeficientes $h_0(m)$, $h_1(m)$, e $h_2(m)$, embora variantes no tempo, são periódicos com período $P = 3$, resultando em somente três possíveis filtros. Este fato simplifica a implementação dos detectores. Para $m = 0$, 1, e 2 tem-se os seguintes filtros equivalentes:

$$\mathbf{h}_{12}(0) = \mathbf{h}_{21}(0) = [\ 0{,}1379 \quad 0{,}6667 \quad 0{,}1379],$$
$$\mathbf{h}_{12}(1) = \mathbf{h}_{21}(1) = [-0{,}2757 \quad -0{,}3333 \quad 0{,}1379],$$
$$\mathbf{h}_{12}(2) = \mathbf{h}_{21}(2) = [\ 0{,}1379 \quad -0{,}3334 \quad -0{,}2757].$$

Os filtros correspondentes à cadeia completa, incluindo a separação de fontes, $\mathbf{c}(m) = [c_0(m)\ c_1(m)\ c_2(m)\ c_3(m)\ c_4(m)]$, para $m = 0$, 1, e 2, são:

$$\mathbf{c}(0) = [-0{,}0190 \quad -0{,}0460 \quad 0{,}7939 \quad -0{,}1838 \quad 0{,}0380],$$
$$\mathbf{c}(1) = [0.0380 \quad -0.0460 \quad 0.5175 \quad -0.0460 \quad 0.0380],$$
$$\mathbf{c}(2) = [0.0380 \quad -0.1838 \quad 0.7939 \quad -0.0460 \quad -0.0190].$$

A Figura 6.5 mostra a taxa de erro de símbolo para as estratégias de detecção aqui propostas, comparadas com a estratégia de detecção que é feita diretamente, a partir do sinal demodulado, sem cancelamento da interferência. Para a primeira estratégia, item 6.2.1, utiliza-se um equalizador DFE com atraso de decisão igual a 2 amostras, um filtro direto de 3 coeficientes, um filtro de realimentação de 4 coeficientes, ambos variantes no tempo, e otimizados pelo critério MSE. Nota-se que atraso de decisão foi escolhido igual a 2 porque o coeficiente $c_2(m)$ do filtro equivalente tem amplitude máxima. O equalizador da segunda estratégia de detecção, item 6.2.2, também é DFE, otimizado pelo critério MSE com atraso de decisão igual a zero, um filtro direto de 1 coeficiente, e um filtro de realimentação de 2 coeficientes.

O melhor desempenho da primeira estratégia de detecção é evidente. A razão para este fato está no processo de cancelamento e equalização de cada detector. Na segunda estratégia, existe uma realimentação entre os usuários para fazer o cancelamento de interferência e, portanto, o símbolo detectado ($x_1(m)$ ou $x_2(m)$) deve ter atraso zero, de forma que o sistema seja causal. Mas por outro lado, o símbolo sem atraso, contido no sinal demodulado, está multiplicado pelo coeficiente $h_0(m)$, que é menor do que um, o que resulta em atenuação do sinal e conseqüente amplificação do ruído gaussiano. Não há esta limitação na primeira estratégia de detecção em que o melhor símbolo em termos de amplitude pode ser livremente escolhido.

A Figura 6.6 compara o desempenho do primeiro detector com o detectores apresentado no Cap. 5 e que é baseado no critério de máxima verossimilhança. Nota-se que a partir de $E_s/N_0 > 9$dB, o desempenho da primeira estratégia de detecção é superior a detecção MLSE que é derivado usando-se apenas um dos sinais demodulados ($d_1(m)$ ou $d_2(m)$). Já o desempenho do detector MLSE com a otimização conjunta é ainda bem superior ao detector com separação linear.

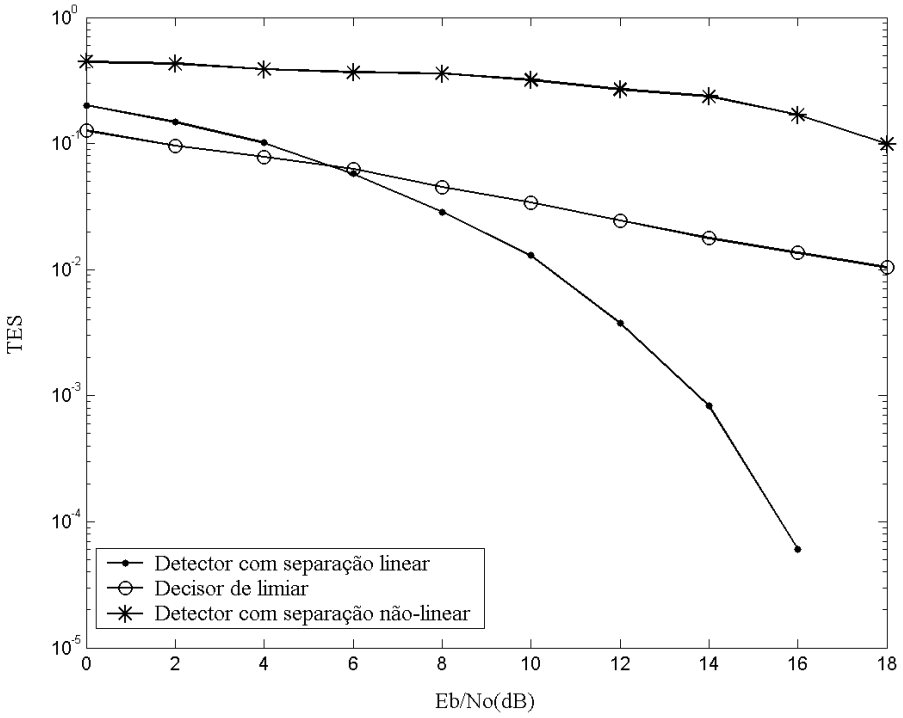

Figura 6.5: comparação da TES para as diversas estratégias de detecção.

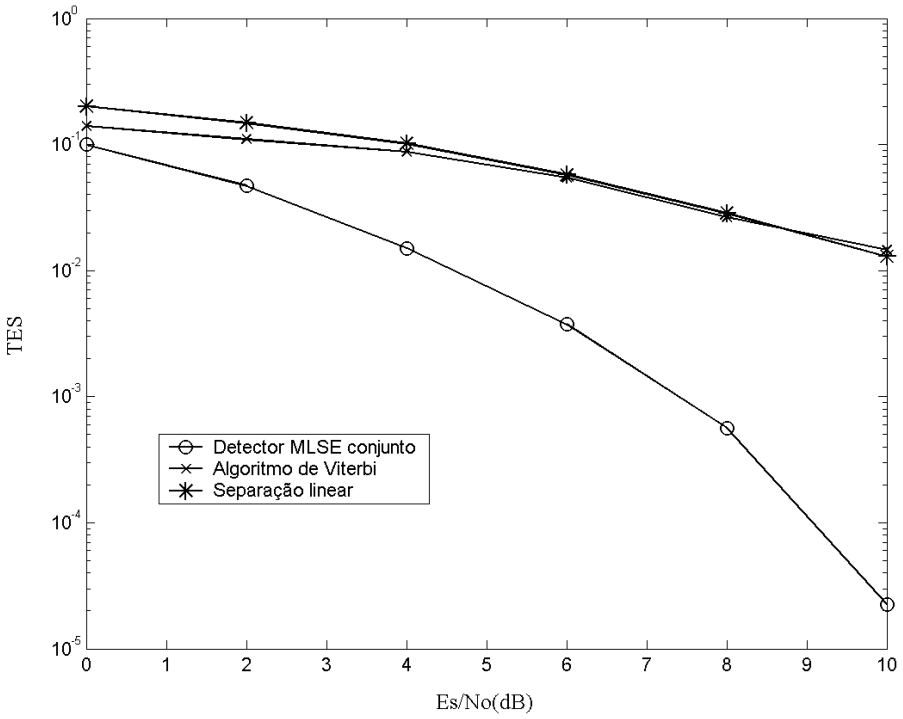

Figura 6.6: comparação de desempenho entre detectores.

6.4 Conclusões e perspectivas

Neste Capítulo, a detecção de símbolo para um sistema de comunicação com superposição espectral de dois sinais m-PAM, não-ortogonais, tendo portadoras com separação menor do que a taxa de símbolo, em canal AWGN limitado em banda é tratada como um problema de separação de fontes. Duas estratégias de detecção são propostas a partir desta nova abordagem, obtendo-se bom desempenho na recuperação dos sinais transmitidos.

Os resultados aqui apresentados mostram que as abordagens aqui adotadas promovem o cancelamento da interferência ICI, melhorando o desempenho em termos de taxa de erro de símbolos para condições específicas de relação sinal-ruído, e apresentam baixa complexidade, mesmo considerando que o sistema equivalente é variante no tempo.

Destacam-se aqui as seguintes contribuições do trabalho apresentadas neste Capítulo:

- concepção de duas estratégias de detecção de símbolo baseadas nos conceitos de separação de fontes para o sistema de comunicação em estudo;
- análise temporal de sinais dos dois detectores propostos;
- simulação computacional dos esquemas de detecção e discussão dos resultados obtidos.

Ressaltam-se a seguir algumas atividades de pesquisas relacionadas ao que é apresentado neste Capítulo:

- estudo de novas estruturas lineares de múltiplas entradas e múltiplas saídas para separação e detecção de símbolos aplicadas ao presente problema de comunicação com superposição espectral;
- aplicação das estratégias aqui abordadas para canais com memória no contexto de superposição espectral;
- investigação das técnicas de controle automático de ganho e cancelamento de ruído aplicadas ao detector proposto no item 6.2.2.

Capítulo 7

Conclusões, Contribuições, Novos Estudos e Perspectivas

Neste Capítulo, apresentam-se as conclusões dos estudos realizados, as contribuições resultantes destes estudos, e as novas pesquisas relacionadas com este trabalho.

Conclusões e contribuições

- É feita uma revisão sobre o sistema de modulação $\{m\text{-QAM}\}^2$ proposto em [16] e verifica-se que a largura de banda definida para o sistema deve ser muito maior do que a taxa de símbolo para evitar distorção de sinal e interferências que degradam completamente o desempenho do sistema. Como solução, é proposto o sistema $\{m\text{-QAM}\}^2$ banda larga, cuja análise evidencia que a BER é dependente do grau de superposição entre os dois sinais m-QAM. O melhor desempenho ocorre quando $\Delta fT = 1$. Nesta condição, a BER do sistema $\{m\text{-QAM}\}^2$ banda larga é igual ao do sistema m-QAM convencional. O desempenho cai à medida que ΔfT diminui.
- O receptor ótimo de máxima-verossimilhança para detecção de dois sinais m-QAM, não-ortogonais, modulados com pulso retangular, superpostos em freqüência com a separação entre as portadoras menor do que a taxa de símbolo, é derivado, analisado, e os resultados de simulação indicam que ele funciona sem sacrifício na BER, com desempenho igual ao m-QAM convencional, para $0{,}6 < \Delta fT < 1$. Por outro lado, há um crescimento não-monotônico da BER, à medida que ΔfT diminui dentro do intervalo $0 < \Delta fT < 0{,}6$.

- É mostrada claramente a possibilidade de recuperar as informações transmitidas em um sistema de duas portadoras com $\Delta fT < 1$ apesar da indicação em contrário feita na literatura [10, 13].
- Estuda-se um sistema com dois sinais m-QAM não-ortogonais, limitados em banda, superpostos em freqüência com separação entre portadoras inferior à taxa de símbolo, desenvolve-se um modelo matemático para representar o novo sistema, demonstra-se teoricamente a impossibilidade de redução eficaz da interferência ICI através da técnica clássica de cancelamento, baseado na minimização do erro quadrático médio [30, 31, 32, 33, 34], e apresenta-se uma estratégia para estimativa de canal neste contexto. A formulação desenvolvida é também adequada para modulações PAM e PSK. Para o caso PAM, o modelo discreto representando o sistema, desde a transmissão até a demodulação, é linear, variante no tempo, com duas entradas e duas saídas.
- Investiga-se um sistema de comunicação com dois sinais m-PAM não-ortogonais, limitados em banda, superpostos em freqüência com separação entre portadoras menor do que a taxa de símbolo. Deriva-se um modelo matemático para representar o sistema, operando em canal AWGN e em canal linear com dispersão temporal. Propõem-se duas técnicas de detecção de símbolo baseadas no critério de máxima-verossimilhança. Um dos detectores MLSE propostos, que utiliza isoladamente um dos sinais demodulados, é implementado por uma extensão do algoritmo de Viterbi e pelos resultados das simulações, mostra-se eficiente na detecção de símbolos. O segundo detector MLSE, que é derivado pela otimização conjunta, apresenta um excelente desempenho, e elimina quase completamente o efeito da ICI. Para o segundo detector, determina-se analiticamente um limitante superior para a probabilidade de erro de símbolo.
- Aplicam-se os conceitos de separação de fontes no problema de detecção de símbolo para o sistema de comunicação com dois sinais m-PAM não-ortogonais, limitados em banda, e superpostos em freqüência com separação entre portadoras menor do que a taxa de símbolo em um canal AWGN. Duas estratégias de detecção baseadas em separação de fontes são propostas.

Apresenta-se uma análise matemática em termos de sinais dos dois detectores concebidos. Os resultados de simulação mostram que os detectores propostos promovem o cancelamento da interferência ICI, melhorando o desempenho em termos de taxa de erro de símbolos para condições específicas de relação sinal-ruído, e apresentam baixa complexidade, mesmo considerando que o sistema equivalente é variante no tempo.

Na Tabela 7.1, apresenta-se um resumo dos sistemas com sinais não-ortogonais e superposição espectral estudados neste trabalho bem como das técnicas de detecção propostas.

Novos estudos e perspectivas

- Estudo de um sistema em que l portadoras ($l >> 1$) m-QAM não-ortogonais, superpostas em freqüência, e com $\Delta fT < 1$, compartilham um canal AWGN.
- Aplicação das estratégias de detecção de sinais não-ortogonais e superpostos em freqüência aqui apresentadas para canal com dispersão temporal.
- Extensão das técnicas propostas nos Cap. 5 e 6 para modulação complexa.
- Investigação de detectores sub-ótimos de baixa complexidade para dois sinais não-ortogonais, limitados em banda, e com superposição espectral.
- Pesquisa sobre o uso de diversidade como técnica de cancelamento da ICI para sistema com múltiplas portadoras e com espaçamento $\Delta f < 1/T$.
- Estudo de novas estruturas lineares de múltiplas entradas e múltiplas saídas para separação e detecção de símbolos aplicadas ao problema de comunicação com dois sinais não-ortogonais e superpostos em freqüência.
- Investigação das técnicas de controle automático de ganho e cancelamento de ruído aplicadas ao detector proposto no item 6.2.2.
- Estudo de sistema com superposição espectral utilizando sinais não-ortogonais codificados.

Tabela 7.1: resumo dos sistemas e técnicas de detecção apresentados neste trabalho.

Sinais do Sistema	**Técnica de detecção**	**Comentários**
2 m-QAM banda ilimitada	Equalização ZF	Apresenta melhor eficiência espectral do que o sistema OFDM, mas tem pior desempenho em termos de BER.
	Máxima-Verossimilhança	Desempenho em termos BER superior a equalização ZF mas inferior ao sistema m-QAM convencional. Para $0,6 < \Delta fT < 1$, melhor eficiência espectral do que OFDM e mesmo desempenho em termos de BER.
2 m-PAM com banda limitada	MLSE disjunta	Pode ser implementado com algoritmo de Viterbi. O desempenho em termos de BER é inferior ao sistema m-PAM convencional mas tem maior eficiência espectral.
	MLSE conjunta	Desempenho em termos de BER é apenas um pouco inferior m-PAM convencional. Grande complexidade.
	Separação Linear	Tem BER comparável a técnica MLSE disjunta. Baixa complexidade.
	Separação Não-Linear	Desempenho em termos de BER é pior do que a separação linear, mas tem menor complexidade do que este.

Apêndice A

Modulação QAM

Faz-se neste Apêndice uma breve revisão dos conceitos básicos relativos ao sistema de modulação QAM. Apresentam-se a estrutura e as propriedades do sinal QAM, a configuração do transmissor e do receptor, e o desempenho do sistema em termos de taxa de erro de símbolo e de bit para um canal AWGN.

A.1- Características do sinal QAM

Definições

Um sinal $s(t)$ com modulação QAM pode ser representado como [56]

$$s(t) = [\sum_{k=0}^{\infty} x(k) g(t-kT)]\cos(2\pi f_0 t) - [\sum_{k=0}^{\infty} y(k) g(t-kT)]\mathrm{sen}(2\pi f_0 t), \tag{A.1}$$

em que f_0 é a freqüência da portadora do sinal, $g(t)$ denota o pulso formatador de banda-base, $1/T$ é a taxa de transmissão de símbolo, e os sinais discretos no tempo $x(k)$ e $y(k)$, estatisticamente independentes, equiprováveis, e pertencentes ao alfabeto A = {+/-1, +/-3, +/-5, ...}, definem o símbolo QAM transmitido no instante k.

O pulso de banda-base $g(t)$, nesta abordagem, é considerado uma função real qualquer com energia finita. Ele é uma peça chave no projeto do sistema QAM e deve ter um formato de modo a evitar a interferência intersimbólica (IES). Outra característica importante que depende de $g(t)$ é a largura de banda do sistema. O pulso retangular no tempo, por exemplo, com amplitude constante e duração T, embora não provoque interferência intersimbólica, e seja de fácil implementação, apresenta o grande inconveniente de não ser limitado em banda.

Normalmente na prática, para um dado sistema QAM, o número de elementos do alfabeto A é finito o que resulta em uma quantidade limitada de possíveis formas

de onda para representar os símbolos. Genericamente define-se um sistema como M-QAM quando há M possíveis símbolos para cada transmissão no instante k. Supondo M um quadrado perfeito, o alfabeto associado ao sistema M-QAM seria A = {+/-1, +/-3, ..., +/-($M^{1/2}$-1)}. Os sistemas 4-QAM e 16-QAM, por exemplo, se utilizam dos alfabetos A = {-1, +1} e {-3, -1, +1, +3} respectivamente.

Representação vetorial

A forma de onda $s_k(t)$ correspondente à transmissão de um único símbolo no instante k é dada por

$$s_k(t) = x(k)g(t-kT)\cos(2\pi f_0 t) - y(k)g(t-kT)\,\mathrm{sen}(2\pi f_0 t). \tag{A.2}$$

Claramente $s_k(t)$ é um sinal de duas dimensões que pode ser representado pela combinação linear de duas funções ortonormais $f_1(t)$ e $f_2(t)$ definidas por [24]

$$f_1(t) = \sqrt{\frac{2}{E_g}}\,g(t-kT)\cos(2\pi f_0 t) \quad \text{e} \quad f_2(t) = -\sqrt{\frac{2}{E_g}}\,g(t-kT)\,\mathrm{sen}(2\pi f_0 t), \tag{A.3}$$

em que E_g é a energia do pulso $g(t)$. Usando $f_1(t)$ e $f_2(t)$ como base do espaço vetorial formado pelos possíveis sinais transmitidos no instante k, o vetor $\mathbf{s}_k$, que representa o sinal $s_k(t)$, é dado por

$$\mathbf{s}_k = [\, x(k)(E_g/2)^{1/2}, y(k)(E_g/2)^{1/2}]. \tag{A.4}$$

Para ilustrar a representação vetorial, as constelações de símbolos para o sistema 4-QAM e 16-QAM estão mostradas na Figura A.1. Note, pela Figura A.1 e pela eq. A.4, que a distância mínima entre dois símbolos QAM quaisquer é dada por $(2E_g)^{1/2}$.

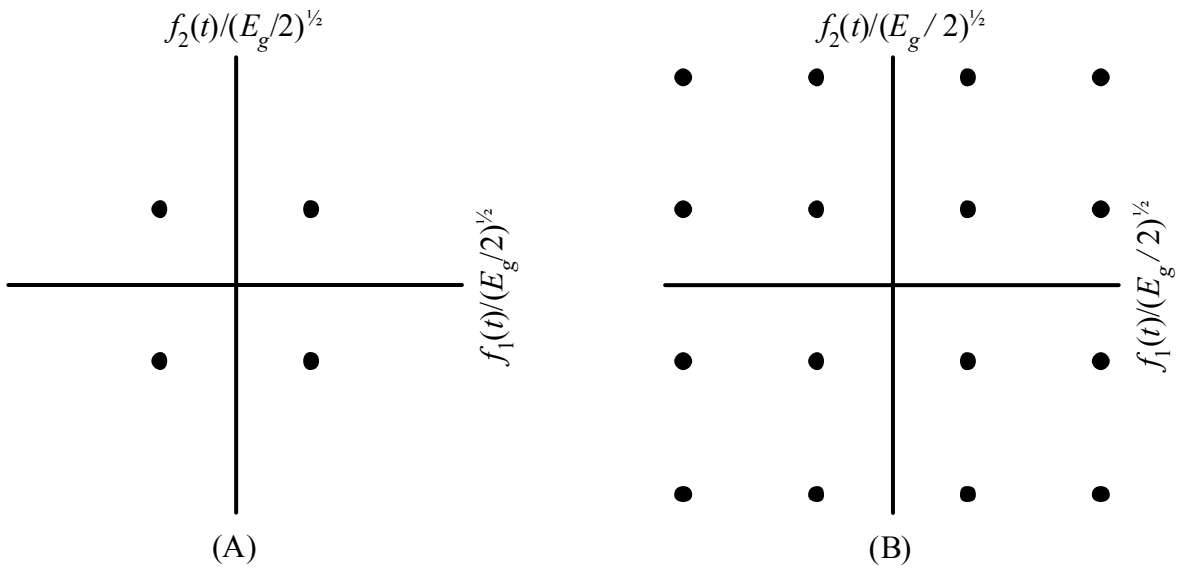

Figura A.1: constelações para 4-QAM (A) e 16-QAM (B).

Energia

A energia do sinal $s_k(t)$, definida como E_k, é facilmente determinada a partir da eq. A.2 e resulta em

$$E_k = \int_{-\infty}^{+\infty} s_k^2(t)dt = \frac{E_g}{2}[x^2(k) + y^2(k)].$$

A energia média de símbolo, E_{ms}, para uma constelação M-QAM, sendo M um quadrado perfeito, é dada pela seguinte equação [24]:

$$E_{ms} = (\mathsf{M} - 1)E_g / 3. \tag{A.5}$$

Largura de banda

A densidade espectral de potência do sinal $s(t)$ com modulação QAM, definido pela eq. A.1, é expressa por [57]

$$S_s(f) = C[|G(f - f_0)|^2 + |G(-f - f_0)|^2], \tag{A.6}$$

em que C representa uma constante, e $G(f)$ indica a transformada de Fourier de $g(t)$. Está evidente que a largura de banda do sinal com modulação QAM só depende do pulso de banda-base $g(t)$.

Para aplicações em que há restrição de largura de banda, comumente se adota um pulso de banda-base $g(t)$ cujo espectro é a raiz do cosseno levantado. Estes pulsos, além de serem estritamente limitados em banda, não geram interferência intersimbólica. Neste caso, tem-se que espectro de potência de $g(t)$ é [24]

$$|G(f)|^2 = \begin{cases} T, \quad \text{para } 0 \le |f| \le (1-\alpha)/2T, \\ \dfrac{T}{2}\{1+\cos[\dfrac{\pi T}{\alpha}(|f| - \dfrac{1-\alpha}{2T})]\}, \text{ para } \dfrac{1-\alpha}{2T} \le |f| \le \dfrac{1+\alpha}{2T}, \\ 0, \text{ para } |f| > (1+\alpha)/2T, \end{cases} \tag{A.7}$$

em que α é denominado *fator de roll-off* e pode assumir valores no intervalo de 0 até 1. Pelas eqs. (A.6) e (A.7), contata-se que largura de banda de um sinal QAM, com o pulso de banda-base definido pela eq. (A.7), é dada por

$$W = (1 + \alpha) / T. \tag{A.8}$$

Por outro lado, é interessante destacar que, para o pulso de banda-base retangular, a largura de banda do sinal QAM é teoricamente infinita. Isto acontece porque, para um pulso retangular, $|G(f)|^2$ tem a forma de $\text{sinc}^2(Tf)$. As Figuras. A.2 e A.3 ilustram os espectros de potência do sinal QAM para $g(t)$ retangular e raiz do cosseno levantado.

Eficiência Espectral

Em um sistema M-QAM, há M possíveis símbolos em cada transmissão. Portanto, o número total de bits de informação enviados por símbolo transmitido é $\log_2 \mathsf{M}$. Daí, a eficiência espectral R do sistema M-QAM, quando utiliza o pulso raiz do cosseno levantado com roll-off α, é

$$\mathsf{R} = \frac{\log_2 \mathsf{M}}{TW} = \frac{\log_2 \mathsf{M}}{(1+\alpha)}. \tag{A.9}$$

Já a eficiência espectral do sistema M-QAM, quando o pulso de banda-base é retangular, é praticamente nula porque W é teoricamente infinita.

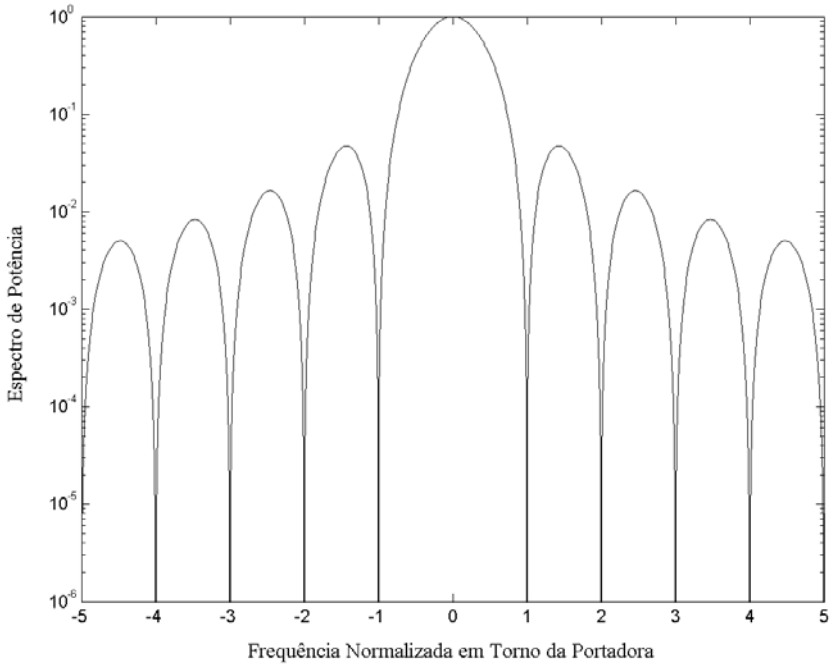

Figura A.2: espectro de potência do sinal QAM com pulso retangular.

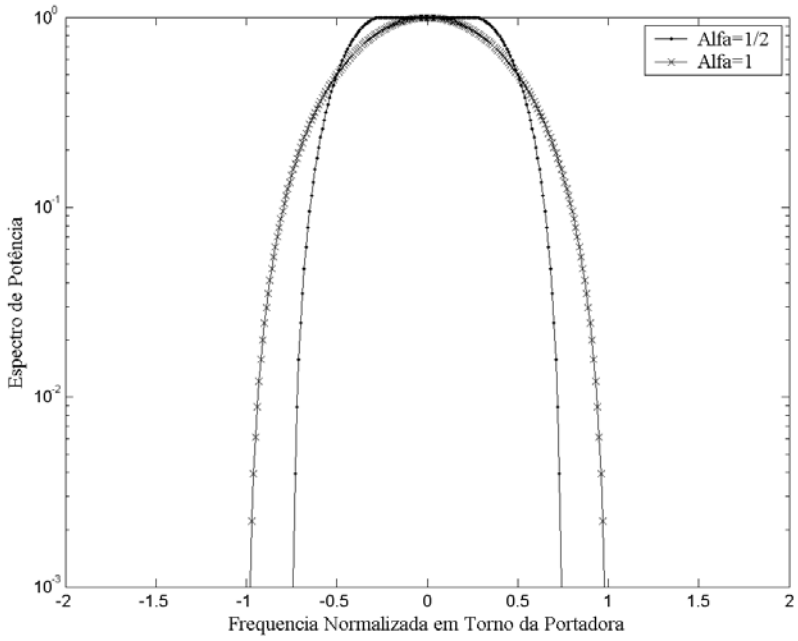

Figura A.3: espectro de potência do sinal QAM com pulso raiz do cosseno levantado.

A.2- Transmissor e receptor QAM

O diagrama de blocos do transmissor QAM está representado na Figura A.4. Os dados na forma binária e serial são convertidos a cada instante kT nos sinais $x(k)$ e $y(k)$ discretos no tempo e pertencentes a um dado alfabeto como definido na seção A.1. Os pulsos de banda-base $x(k)g(t\text{-}kT)$ e $y(k)g(t\text{-}kT)$, nas saídas dos filtros formatadores, modulam as respectivas portadoras em quadratura que em seguida são combinadas para formar o sinal modulado $s(t)$.

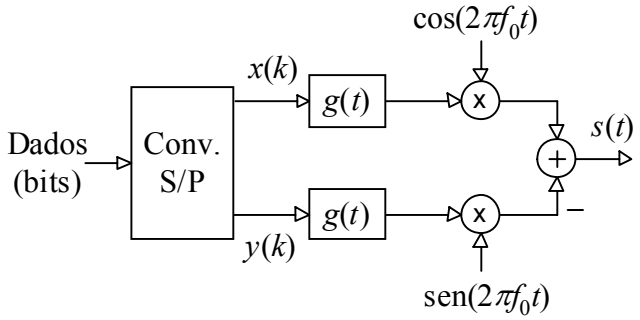

Figura A.4: diagrama de blocos do transmissor.

A Figura A.5 mostra o diagrama de blocos do receptor QAM. Supondo a canal AWGN, o sinal recebido é $r(t) = s(t) + n(t)$, em que $n(t)$ é ruído aditivo, gaussiano, branco como densidade espectral $N_0 / 2$ e média nula.

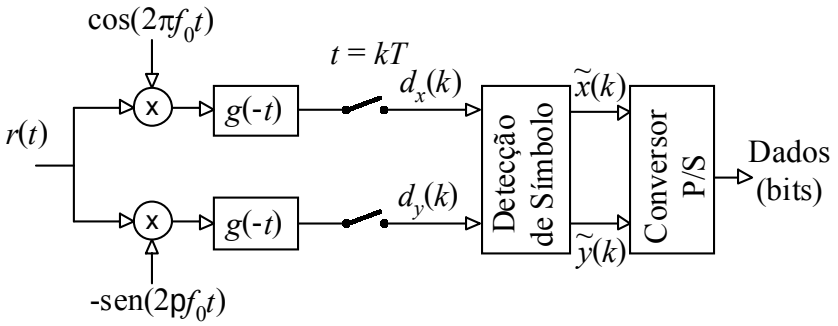

Figura A.5: diagrama de blocos do receptor.

O sinal $r(t)$ é convertido para banda-base em dois conversores operando em quadratura. Os sinais banda-base convertidos passam pelos filtros casados $g(-t)$, em cada ramo do receptor, e em seguida são amostrados na taxa $1/T$ para geração dos sinais demodulados $d_x(k)$ e $d_y(k)$. Supondo que o pulso de banda-base $g(t)$ não gera IES, os sinais demodulados $d_x(k)$ e $d_y(k)$ são dados por [57]

$$d_x(k) = \frac{E_g}{2} x(k) + n_x(k), \quad d_y(k) = \frac{E_g}{2} y(k) + n_y(k), \tag{A.11}$$

em que $n_x(k)$ e $n_y(k)$ representam ruído gaussiano, discreto, branco, mutuamente independentes, com variância igual a $E_g N_0/4$ e média nula. O detector de símbolo, implementado com simples decisores de limiar, decide qual sinal $x(k)$ e $y(k)$ foi transmitido a partir de $d_x(k)$ e $d_y(k)$. A decisão é feita em favor dos símbolos $x(k)$ e $y(k)$ que minimizam as métricas $|d_x(k)- E_g x(k)/2|$ e $|d_y(k)- E_g y(k)/2|$ respectivamente. Os sinais detectados são finalmente convertidos em bits pelo conversor paralelo/série de saída.

A.3 - Probabilidade de erro de bits

A probabilidade de erro de símbolo para o sistema M-QAM, que denota-se por P_s, pode ser facilmente determinada a partir da probabilidade de erro dos símbolos unidimensionais $x(k)$ e $y(k)$. Sejam P_x e P_y as probabilidades de erro de símbolo de $x(k)$ e $y(k)$ respectivamente. Desde que $n_x(k)$ e $n_y(k)$ são mutuamente independentes, e por conseqüência os erros de $x(k)$ são independentes dos erros de $y(k)$, tem-se que a probabilidade de erro de símbolo P_s é dada por

$$P_s = 1- (1-P_x)(1-P_y). \tag{A.12}$$

As condições necessárias para ocorrência de erro na detecção de $x(k)$ e $y(k)$ são facilmente visualizadas a partir da Eq . (A.11). Suponha que os números de elementos dos alfabetos $\mathsf{A}_x = \{+/-1, +/-3, ..., +/- a_{x\max}\}$ e $\mathsf{A}_y = \{+/-1, +/-3, ..., +/- a_{y\max}\}$ aos quais pertencem $x(k)$ e $y(k)$ são N_x e N_y respectivamente. Analisando a eq.

(A.11), contata-se que ocorreria um evento de erro na detecção de $x(k)$ se $|n_x(k)| > E_g/2$ para o caso em que o símbolo transmitido é qualquer elemento de A_x, exceto +/- $a_{x\max}$. Para $x(k) = +a_{x\max}$, haveria erro de detecção somente se $n_x(k) < -E_g/2$. Por outro lado, para $x(k) = -a_{x\max}$, haveria erro de detecção somente se $n_x(k) > E_g/2$. Desta forma, a probabilidade de erro de símbolo, P_x, pode ser calculada como a média das probabilidades dos eventos que resultam em erro de detecção. Desde que todos os símbolos são equiprováveis, tem-se [57]:

$$P_x = \frac{(\mathsf{N}_x - 1)}{\mathsf{N}_x} P[|n_x(k)| > E_g/2] = \frac{2(\mathsf{N}_x - 1)}{\mathsf{N}_x} Q(\sqrt{\frac{E_g}{N_0}}). \qquad \text{(A.13)}$$

Para o caso do símbolo $y(k)$, a situação é inteiramente análoga, e tem-se

$$P_y = \frac{2(\mathsf{N}_y - 1)}{\mathsf{N}_y} Q(\sqrt{\frac{E_g}{N_0}}). \qquad \text{(A.14)}$$

Supondo que M é um quadrado perfeito, $\mathsf{N}_x = \mathsf{N}_y = (\mathsf{M})^{1/2}$ e $P_x = P_y$. Portanto a expressão da probabilidade de erro de símbolo para o sistema M-QAM fica:

$$P_s = \{1 - [1 - \frac{2(\sqrt{\mathsf{M}} - 1)}{\sqrt{\mathsf{M}}} Q(\sqrt{\frac{E_g}{N_0}})]^2\}. \qquad \text{(A.15)}$$

Usando a eq. (A.5), lembrando que cada símbolo M-QAM transporta $\log_2 \mathsf{M}$ bits de informação, e aproximando a probabilidade de erro de bit por $P_b = P_s / \log_2 \mathsf{M}$, tem-se:

$$P_b = \{1 - [1 - \frac{2(\sqrt{\mathsf{M}} - 1)}{\sqrt{\mathsf{M}}} Q(\sqrt{\frac{3(\log_2 \mathsf{M}) E_{mb}}{(\mathsf{M} - 1) N_0}})]^2\} / \log_2 \mathsf{M}, \qquad \text{(A.16)}$$

em que E_{mb} é a energia média de bit. Mostra-se na Figura A.6 a probabilidade de erro de bit em função da relação sinal-ruído por bit, E_{mb}/N_0, para os sistemas 4-QAM, 16-QAM, e 64-QAM.

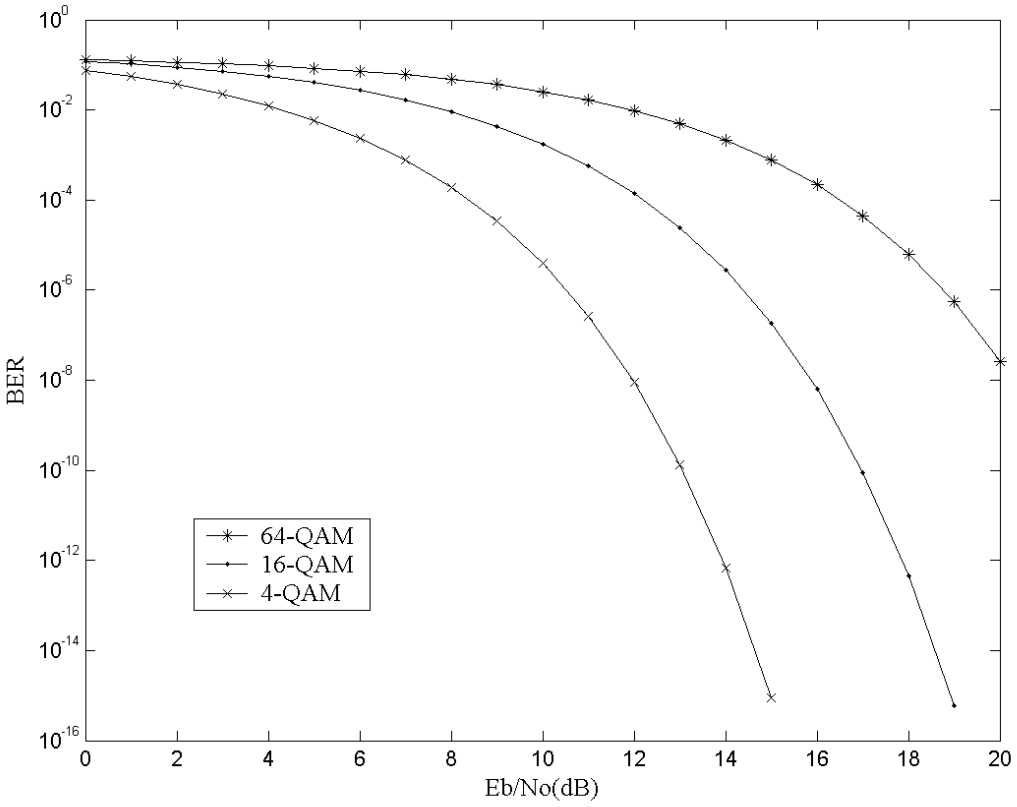

Figura A.6: BER dos sistemas 4-QAM, 16-QAM, e 64-QAM.

Referências Bibliográficas

[1] S. B. Weinstein and P. M . Ebert, "Data Transmission by Frequency Division Multiplexing Using the Discrete Fourier Transform", *IEEE Trans. Commun. Technol*. Vol. COM-19 no. 5, pp. 628-634, Oct. 1971.

[2] J. A. C. Binghan, "Multicarrier Modulation Data Transmission: an Idea Whose Time Has Come*", IEEE Commun. Mag*., pp. 5-14, May 1990.

[3] A. Pandharipande, "Principles of OFDM", *IEEE Potentials*, pp. 16-19, April/May 2002.

[4] R. L. Pickholtz, D. L. Schilling, L. B. Milstein, "Theory of Spread-Spectrum Communication-A tutorial", *IEEE Trans. On Commun*. Vol. COM-30, No. 5, pp. 313-322, May 1982.

[5] R. Kohno, R. Meidan, and L. B. Milstein, "Spread Spectrum Access Methods for Wireless Communications", *IEEE Commun. Magazine*, pp. 58-67, Jan. 1995

[6] J. H. M. Sau and E. S. Sousa, "Non-orthogonal CDMA Forward Link Offers Flexibility Without Compromising Capacity", *Proc. International Symposium on Spread Spectrum Techniques and Application*, pp.530-535, Mainz, Germany, 1996.

[7] M. K. Varanasi and A. Russ, "Noncoherent Decorrelative Detection for Nonorthogonal Multipulse Modulation over the Multiuser Gaussian Channel", *IEEE Trans. on Commun.* Vol. 46 no. 12 pp. 1675-1684, 1998.

[8] R. Sinha, A. Yener, and R. D. Yates, "Noncoherent Multiuser Communications: Multistage Detection and Selective Filtering", *Eurasip Journal on Applied Signal Precessing* 2002:12, 1415-1426, 2002.

[9] M. L. McCloud and L. L. Scharf, "MMSE Multiuser Detection for Noncoherent Non-Orthogonal Multipulse Modulation", *Proceeding of ISIT 2000*, pp. 354, Sorrento, Italy, 2000.

[10] W. Kozek and A. F Molish, "Nonorthogonal Pulseshapes for Multicarrier Communications in Doubly Dispersive Channels", *IEEE J. Select. Areas Commun*. Vol. 16, no.8 pp. 1579-1589, 1998.

[11] W. K. Ma, P. C. Ching, and K.M. Wong, "Maximum Likelihood Detection for Multicarrier Systems Employing Non-orthogonal Pulse Shapes", *Proc. 2000 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, pp. 2489-2492, Istanbum, Turkey, 2000.

[12] D. Schafhuber, G. Matz, and F. Hlawatsch, "Pulse-shaping OFDM/BFDM systems for time-varying channels: ISI/ICI analysis, optimal pulse design, and efficient implementation," *in Proceedings of 13th IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications (PIMRC '02)*, vol. 3, pp. 1012–1016, Lisbon, Portugal, September 2002.

[13] T. Hunziker and D. Dahlhaus, "Iterative Detection for Multicarrier Transmission Employing Time-Frequency Concentrated Pulses", *IEEE Trans. on Commun*., Vol. 51, No. 4, pp.641-651, April, 2003.

[14] T. Strohmer and S. Beaver, "Optimal OFDM design for time-frequency dispersive channels," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 51, no. 7, pp. 1111–1122, 2003.

[15] E.C. Giraudo. *Sistema de Transmissão Digital {QAM}²*. Tese de Doutorado, Unicamp, Campinas – SP, Brasil, Fevereiro 1995.

[16] E.C. Giraudo, R Baldini F. and R.R. Scarabucci, "On the $\{m\text{-QAM}\}^2$ Modulation", *IEEE - Communications Letters,* vol.5, nº. 10, pp. 426-428, October 2001.

[17] E.C. Giraudo, "{m-PSK}² : An Alternative Partial M-PSK Overlapping Modulation Scheme." *Proceedings of the XIX Brazilian Telecommunication Symposium (SBrT2001),* September 3th-6th, Fortaleza-CE, Brazil, 2001.

[18] A. M. P. de Lucena, J. C. M. Mota, C. C. Cavalcante, "Optimum Detection of Non-Orthogonal QAM Signals with Spectral Overlapping", *Artigo submetido a IEEE Transaction on Communications* em Outubro de 2006.

[19] A. M. P. de Lucena, J. C. M. Mota, C. C. Cavalcante, "Detection of Non-Orthogonal PAM Signal with Spectral Overlapping", *Proceedings of The Sixth IEEE International Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications*, pp. 425-428, New York, USA, June 2005.

[20] A. M. P. de Lucena, Charles Casimiro Cavalcante and João Cesar M. Mota, "Detecção de Sinais Não-Ortogonais com Superposição Espectral Usando o Critério MV", *Proceedings of the XXIII Brazilian Telecommunication Symposium (SBrT2005)*, September 4th-8th, Campinas-SP, Brazil, 2005.

[21] A. M. P. de Lucena, J. C. M. Mota, C. C. Cavalcante, "Optimum Detector to Non-Orthogonal PAM Signal with Spectral Overlapping", *IEEE VI International Telecommunications Symposium (ITS2006),* pp.734-737, Fortaleza-Brazil, September, 2006.

[22] Mathiopoulos, P. H. Ohnishi, Feher, K., "Study of 1024-QAM System Performance in the Presence of Filtering Imperfections*", IEE Proc., Vol.136, No. 2,* pp. 175-179, April, 1989.

[23] W. B. Davenport Jr., *Probability and Random Process*, Student Ed. McGrawHill, Tokyo, 1970.

[24] J. G. Proakis, "*Digital Communications*" , 3rd ed. New York, McGrawHill, 1995.

[25] J. Jay Jones, "*Filter Distortion and Intersymbol Interference Effects on PSK Signals*", IEEE Transactions on Communication Technology, Vol. Com-19, No 2, pp.120-132, April 1971.

[26] J. J. Spilker Jr. *Digital Communications by Satellite*, Englewood Cliffs, NJ, Prentice-Hall, 1997.

[27] Papoulis, A. *Probability*, *Random Variables, and Stochastic Process*, McGraw-Hill, International Student Edition,1965.

[28] H. Bolsckei, P. Duhamel, R. Hleiss, "Design of Pulse Shaping OFDM/OQAM System for High Data-Rate Transmission Over Wireless Channels", *Proceedings of IEEE ICC-99*, pp. 559-564, Vancouver, Canada, 1999.

[29] J. M. Wozencraft, I. M. Jacobs, *Principles of Communication Engineering*, Wiley, New York, 1965.

[30] J. R. Glover Jr., "Adaptive Noise Canceling Applied to Sinusoidal Inerferences", *IEEE Transaction on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, Vol. 25, No. 6, pp.484-478, December 1977.

[31] B. Widrow, K. M. Duvall, R. P. Gooch, W. C. Newman, "Signal Cancellation Phenomena in Adaptive Antennas: Cause and Cure", *IEEE Transaction on Antennas and Propagation,* Vol. 30, pp. 469-478, May 1982

[32] Widrow, B. and Stearns, S. D., "*Adaptive Signal Processing"*, Prentice-Hall, 1985.

[33] Haykin, S. *Adaptive Filter Theory*, Second Edition, Prentice-Hall, 1991.

[34] Qureshi, S.U.H., "Adaptive Equalization", *Proceeding of IEEE*, vol. 73, pp. 1349-1387, 1985.

[35] Ferréol, A., Chevalier, P., e Albera, L.. "Second-Order Blind Separation of First and Second-Order Cyclostationary Sources-Application to AM, FSK, CPFSK, and Deterministic Sources*"*, *IEEE Trans. On Signal Processing*, Vol. 52, No. 4, pp. 845-861, April 2004.

[36] B. R. Petersen, D.D. Falconer, "Supression of Adjacent-Channel, Cochannel, and Intersymbol Interference by Equalizers and Linear Combiners", *IEEE Trans. On Comm. ,* Vol. 42, n° 12, pp.3109-3118, December 1994.

[37] B. R. Petersen, D.D. Falconer, "Supression of Adjacent-Channel Interference in Digital Radio by Equalization", *Proceeding of IEEE International Conf. On Comunications (ICC)*, pp. 0657-0661, Chicago, 1992.

[38] G. D. Forney, "Maximum-Likelihood Sequence Estimation of Digital Sequences in the Presence of Intersymbol Interference". *IEEE Trans. on Infor. Theory*, Vol. IT-18, No. 3, pp. 363-378, May 1972.

[39] A. Duel-Hallen, J. Holtzman, Z. Zvonar, "Multiuser Detection for CDMA System", *IEEE Personal Communications*, pp. 46-58, April 1995

[40] S. W. Wales, "Technique for Cochannel Interference Suppression in TDMA Mobile Radio Systems", *IEE Proc. Commun*., Vol. 142, No. 2, pp.106-114, April 1995.

[41] N. Georganopoulos, A. H. Aghvami, "Evaluation of Techniques for Cochannel Interference Cancellation in TDMA Communication Systems", *The Ninth IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications, Conference Proceedings*, pp. 1226-1230, September 1998.

[42] B. C. W. Lo, K. B. Letaief, "Equalization and CCI Cancellation for Wireless Communications Using Blind Trellis Search Techniques", *Proc. 1998 IEEE Vehicular Technology Conference*, VTC'98, pp. 2013-1017, Ottawa, Canada, 1998.

[43] N. Seshadri, "Joint Data and Channel Estimation Using Blind Trellis Search Techniques", *IEEE Trans. On Com*. Vol. 42, No. 2/3/4, pp.1000-1010, Feb/Mar/April 1994.

[44] Verdu, S.; "Minimum Probability of Error for Asynchronous Gaussian Multiple-Access Channels", *IEEE Trans. on Information Theory*, Vol. IT-32, No. 1, pp.85-96, January 1986.

[45] J. R. Montalvão Filho, *Égalisation et Identification de Canaux de Communication Numerique: une Approche par Reconnaissance de Formes et Mélange de Gaussienes*, Docteur Thése, Université Paris-Sud, França, Nov. 2000.

[46] S. Haykin, *Redes Neurais: Princípios e Prática*, Ed. Bookman, 2^{a}. Ed., 2001.

[47] S. Haykin (Editor), *Unsupervised Signal Processing*, Vol 1, *Blind Source Separat*ion, John Wiley&Son, 2000.

[48] L.. Szczecinski, C. Gonzalez, S. Aissa, "Exact Expression for the BER of Rectangular QAM with Arbitrary Constellation Mapping", *IEEE Transactions on Communications,* Vol. 54, No. 3, pp.381-392, March 2006.

[49] C. C. Cavalcante, *Sobre Separação Cega de Fontes: Proposição e Análise de Estratégias para Processamento Multi-Usuário*, Tese de Doutorado, UNICAMP, Brasil, 2004.

[50] D. Yellin, and E. Weinstein, "Multichannel Signal Separation: Method and Analysis*", IEEE Trans. on Signal Processing,* Vol. 44, n° 1, pp.106-118, Jan. 1996.

[51] E. Weinstein. M. Feder, and A. V. Oppenheim, "Multichannel Signal Separation by Decorrelation", *IEEE Trans. on Speech and Audio Proc*. Vol. 1, n° 4, pp.405-413, Oct. 1993.

[52] R. H. Lambert, "A new Method for Source Separation", *Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1995. ICASSP-95., 1995 International Conference on*, pp.2116-2119, Detroit, 1995.

[53] K. Torkkola, "Blind Separation of Convolved Sources Based on Information Maximization", *IEEE Workshop on Neural Networks for Signal Processing*, pp. 1-10, Kyoto, Japan, 1996.

[54] T. Mei, F. Yin, "Blind Separation of Convolutive Mixtures by Decorrlation", *Signal Processing, Elsevier Science*, pp.2297-2313, Amsterdam, PAYS-BAS, 2003.

[55] J. F. Galdino, E.L. Pinto and M. S. Alencar, "Using Denoising at the Receiver Front-end for Frequency-Selective Channels", *IEEE Trans. On Commu. ,* Vol. 51, n° 5, pp.727-729, May 2003.

[56] T. Noguchi, Y.Daido, J. A. Nossek, "Modulation Techniques for Microwave Digital Radio", *IEEE Communications Magazine*, Vol. 24, No. 10, pp. 21-30, 1986.

[57] J. Proakis, M. Salehi, *Communication Systems Engineering*, Prentice-Hall Edition, 1994.