UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ (UFC)

FACULDADE DE ECONOMIA, ADMINISTRAÇÃO, ATUÁRIAS, CONTÁBEIS E SERETARIADO (FEAACS)

UM MODELO MACROECONOMÉTRICO PARA O ESTADO DO CEARÁ

Cibely Maria Ferreira de Abreu

Fortaleza
Janeiro 2000

99-2

UM MODELO MACROECONOMÉTRICO PARA O ESTADO DO CEARÁ

Cibely Maria Ferreira de Abreu

Monografia submetida ao Curso de Ciências Econômicas- UFC, como requisito principal para obtenção de graduação.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ

Fortaleza - 2000

Esta Monografia foi submetida como parte necessária dos requisitos à graduação do curso de Ciências Econômicas, outorgado pela Universidade Federal do Ceará, encontra-se à disposição dos interessados na Biblioteca Central da referida Universidade.

Cibely Maria Ferreira de Abreu

Dissertação aprovada em ___/___ /___

Prof. Luiz Ivan de Melo Castelar, Dr.
(Orientador da Monografia)

Prof. Fabrício Carneiro Linhares
(CAEN)

Prof. Sérgio Aquino de Souza
(DEA)

Agradeço em especial aos meus pais, Maria Fátima Ferreira de Abreu e Luiz Sebastião de Abreu

Agradecimentos:

Ao meu orientador, Professor Luiz Ivan de Melo Castelar, muito obrigada pela excelente orientação e também pela paciência, interesse e apoio a mim dispensados durante a elaboração deste trabalho.

Agradeço aos membros da banca examinadora, Professor Sérgio Aquino de Souza e, principalmente , Professor Fabrício Carneiro Linhares, a atenção e as valiosas contribuições a esta Monografia.

Aos meus amigos, que com muita paciência, dedicação e disponibilidade souberam contribuir para o bom desempenho e conclusão deste trabalho.

SUMÁRIO

Introdução

1.Modelo Macroeconométrico

1.1 Modelo Proposto

2. Metodologia

2.1 Modelo de Equações Simultâneas

2.2 Métodos de Estimação

2.3 equações em Diferenças Lineares

2.3.1 Solução Particular

2.3.2 Solução Homogênea

2.3.3 Convergência Temporal

3. Resultados Empíricos

4. Conclusões

Bibliografia

Anexos

INTRODUÇÃO

O presente trabalho procura, através de um modelo econométrico, analisar o comportamento de algumas variáveis econômicas do estado do Ceará, que podem influenciar nas decisões do poder público.

É importante ressaltar que um modelo econométrico explicativo com variáveis como renda, investimento, consumo, importação e exportação, pode agregar informações consideráveis para as estratégias aplicadas pelo governo no que se referente à recuperação de setores debilitados, às novas metas e estratégias de planejamento que visem o desenvolvimento do Estado, para fomentar áreas que se mostrem importantes no processo de crescimento da região. Isto, porque ao analisar tais variáveis, através de determinadas técnicas econométricas, que formulem um modelo bem ajustado da economia em questão, pode-se observar com maior clareza as conexões entre os setores, facilitando a avaliação dos indicadores sócio- econômicos, além de auxiliar em previsões de possíveis choques que venham ocorrer na economia.

Para compor este trabalho, é proposto um modelo macroeconométrico para o estado do Ceará. Estruturado com base na teoria Keynesiana, a qual procura mostrar o relacionamento entre variáveis de um determinado sistema econômico considerando o princípio do multiplicador.

De acordo com o princípio do multiplicador, à medida que a demanda agregada sofre aumentos, estes geram aumentos mais que proporcionais (na renda ou oferta da economia). O valor do multiplicador seria o montante pelo qual a produção varia quando a demanda agregada aumenta em uma unidade.

Observe-se que, pelo princípio utilizado no estudo em questão, a dinâmica da renda é um fator relevante para a avaliação do modelo após sua estimação, visto que, o princípio do multiplicador é baseado no comportamento da renda em um determinado período. Sendo assim, após a construção e estimação dos parâmetros do modelo, o mesmo terá sua performance preditiva e seu ajuste avaliado pela dinâmica da renda do estado.

O presente estudo é composto de quatro partes. Primeiramente, especifica-se a formalização do modelo, ou seja, sua teorização, expondo-se assim suas características estruturais, as hipóteses nas quais o modelo alicerçou sua estrutura, além de fazer uma relação com a dinâmica da renda, possibilitando uma melhor compreensão quando for feita a análise de seus resultados.

A segunda parte do modelo apresenta a metodologia utilizada para desenvolver este trabalho, ou seja, procura esclarecer quais os instrumentos econométricos utilizados, o período amostral e a descrição do comportamento da renda.

Na terceira parte, analisa-se os ajustes do modelo e sua capacidade preditiva. Procura-se verificar os resultados do mesmo, tendo em vista, que foram obtidos através de uma solução estática, onde os valores previstos são gerados diretamente pelas equações estimadas e de uma solução dinâmica, que demonstra a análise da trajetória temporal da variável renda e sua convergência para o Estado Estacionário.

Finalmente, na quarta parte, expõe-se as principais conclusões do desenvolvimento do modelo, partindo delas, faz-se uma adequação à economia do estado do Ceará.

1. MODELO PROPOSTO

O modelo macroeconométrico proposto descreve o processo dinâmico da renda tendo como base o princípio do multiplicador Keynesiano. É composto de um sistema de equações que representa a estrutura da economia do estado do Ceará, que identificam: a renda, o consumo, o investimento e o saldo da balança comercial (exportação menos importação).

A equação de identidade assume que a renda é composta por três fluxos, onde teríamos: o consumo privado, o investimento e o saldo da balança comercial. A hipótese considerada sob a economia, é a de ser uma economia aberta, onde os gastos e investimentos públicos são representados por uma constante K. Desta forma, a identidade da renda pode ser representada por:

(E1-1) $Y_t = C_t + I_t + SLD_t + K$; onde;

Y_t é a oferta (ou renda) agregada da economia no tempo t;
C_t é o consumo privado da economia no tempo t;
I_t é o investimento agregado da economia no tempo t;
SLD_t é o saldo da balança comercial, que seria a diferença entre exportações agregadas da economia no momento t e as importações agregadas da economia no momento t;
K são os gastos e investimentos público.

A Equação1-1 é considerada como uma equação identidade e descreve o comportamento da renda com relação as demais variáveis. As demais equações referentes ao consumo, investimento e o saldo da balança comercial, são descritas abaixo.

O modelo considera o consumo como uma função da renda em períodos passados, pois apresentando um comportamento crescente ao longo do tempo, a renda afetará diretamente o consumo, uma vez que, quanto maior for a renda disponível maior será o consumo. Entretanto, apresentando um comportamento decrescente, a tendência é que haja redução no consumo ao longo do período. Observa-se, que o consumo apresenta um comportamento diretamente proporcional ao da renda.

(E1-2) $C_t = \propto Y_{t-1}$

O investimento aparece como função do consumo no momento anterior, pois admitindo-se que o consumo aumentará, isso provocará um aquecimento na economia, o que criará um cenário propício ao investidor, estimulando- o a investir. Contudo, se ao longo do período, o consumo apresentar-se em declínio, os investidores não terão incentivo a investir, já que ocorrerá um acúmulo de estoque, provocando uma retração nos investimentos. Observa-se, uma relação indireta entre renda e investimento, onde uma variação qualquer na renda afetará os investimentos através da variável consumo.

(E1- 3) $I_t = I_0 + \theta C_{t-1}$

A Equação1-4 procura expressar a relação entre a exportação e importação, considerado que o saldo da balança comercial seria a diferença entre estas duas variáveis. Prevalece na primeira parte da equação a renda do Nordeste em períodos passados, excluindo a renda do Ceará. O coeficiente δ representa o líquido das importações e exportações do resto do Nordeste em períodos passados.

(E1-4) $SLD_t = \delta\,(Y^{NE-CE}_{t-1}) + \rho\,(Y_{CET-1} - Y_{CET-2})$

A segunda parte da equação, está se referindo à renda do estado em períodos passados. O coeficiente ρ representa o líquido das importações e exportações do Ceará em períodos passados.

1.1 O MODELO

(E1-5)

$Y_t = C_t + I_t + SLD_t + K$

$C_t = \propto Y_{t-1}$

$I_t = I_0 + \theta C_{t-1}$

$SLD_t = \delta \, (Y^{NE\text{-}CE}{}_{t-1}) + \rho \, (Y_{CET-1} - Y_{CET-2})$

As equações que compõe o modelo estão compostas até a segunda ordem, considerando que a função investimento envolve a defasagem de mais um período da função consumo.

Notadamente, espera-se que o sinal do coeficiente da função consumo seja positivo, quando ocorrer um aumento da renda em períodos passados, tendo em vista, uma relação direta entre renda e consumo .

Na equação investimento, é esperado que o coeficiente θ seja positivo, quando ocorrer uma variação uma variação positiva na renda, assumindo a relação indireta existente entre a renda e o investimento. De forma que ao sofrer aumento em períodos passados a renda afetará diretamente o consumo, provocando seu aumento e este afetará o investimento, que consequentemente aumentará, levando θ a ser positivo.

Referente aos coeficientes δ e ρ da equação do saldo da balança comercial espera-se que apresentem um sinal negativo, caso as importações superem as exportações. Ao assumir uma variação positiva na renda do Ceará em períodos passados, admiti-se que seu consumo e o nível de produto aumente, provocando uma aumento nas importações e exportações. Entretanto, se o aumento das exportações não conseguir superar o aumento das importações o sinal do coeficiente δ será negativo, o mesmo pode ser aplicado para o resto do Nordeste, onde assumindo as hipóteses mencionadas anteriormente o sinal do coeficiente ρ será negativo.

1.2 DINÂMICA DA RENDA

O modelo apresentado possui quatro equações. Tem capacidade para prever as variáveis endógenas utilizadas no mesmo, entretanto, este estudo concentra-se apenas na análise da renda do estado, Y_t.

Para cada estrutura definida no modelo, pode extrair-se um comportamento particular para a variável Y_t. Este comportamento é gerado através de uma equação em diferenças, após os parâmetros do modelo terem sido estimados. Esta equação em diferença é constituída a partir da junção de todas as equações em uma só e eliminação das variáveis que não sejam a renda.

Sendo assim, o que chamamos de dinâmica da renda, nada mais é do que a trajetória temporal gerada pela equação em diferença lineares proposta no modelo. A dinâmica aqui descrita pelas equações do modelo tem como fundamento as hipóteses assumidas para o mesmo.

Se o modelo partir da equação de identidade $Y_t = C_t + I_t + SLD_t + K$ e nela substituir as equações correspondentes a cada uma das variáveis, obter-se-ia a expressão;

(E1.2- 1) $Y_t = \propto Y_{t-1} + I_0 + \theta C_{t-1} + \delta\,(Y^{NE\text{-}CE}{}_{t-1}) + \rho\,(Y_{CET-1} - Y_{CET-2}) + K$

Para obter-se o resultado desta equação é necessário substituir a equação 1-2 defasada na equação geral, onde teríamos;

(E1.2-2) $Y_t = \propto Y_{t-1} + I_0 + \theta \propto Y_{t-2} + \delta\,(Y^{NE\text{-}CE}{}_{t-1}) + \rho\,(Y_{CET-1} - Y_{CET-2}) + K$

Resolvendo esta equação a renda passará a ser uma equação em diferença de segunda ordem.

Se $Y_{cet} = Y_t$; então

(E1.2–3) $Y_t = \propto Y_{t-1} + I_0 + \theta\propto Y_{t-2} + \delta\,(Y^{NE\text{-}CE}{}_{t-1}) + \rho\,(Y_{T-1} - Y_{T-2}) + K$

A equação geral que reflete a dinâmica da renda seria:

(E1.2-4) $Y_t - \propto Y_{t-1} - \theta\propto Y_{t-2} - \rho\, Y_{T-1} + \rho Y_{T-2} = \vartheta + K$

ou

$Y_t + (- \propto - \rho)\, Y_{t-1} + (\rho - \theta\propto)\, Y_{t-2}$

Onde; $\vartheta = I_0 + \delta\,(Y^{NE\text{-}CE}{}_{t-1})$

$K = G + I_G$

2. METODOLOGIA

O modelo utilizado fundamenta-se na teoria Keynesiana, consistindo em um sistema de equações no qual se procura, através de instrumentos econométricos, demonstrar o comportamento das variáveis econômicas de um determinado local. Tendo como principal objetivo representar da melhor forma a estrutura e a dinâmica do sistema econômico.

Para efeito de simplificação, as variáveis utilizadas no modelo são os principais agregados macroeconômicos, tais como; renda, investimento, consumo e o saldo da balança comercial (exportações menos importações). Estas variáveis são relacionadas através de equações, onde a estrutura é definida de acordo com as hipóteses que assumimos para explicitar a economia.

O modelo compõe-se de variáveis exógenas e endógenas. Entendendo-se por variável endógena aquela determinada dentro do modelo, ou seja, é a variável que tem seu comportamento descrito através da solução do modelo. As variáveis exógenas, são aquelas determinadas fora do modelo, tendo seu comportamento desvinculado da solução do modelo. Entretanto, algumas variáveis podem ser consideradas como exógenas para um sistema de equações e endógenas para outro, vai depender do que o modelo está procurando explicar.

O sistema de equações em destaque, irá gerar a simulação de cenários futuros para as variáveis endógenas, considerando que seu comportamento pode sofrer alterações decorrente de alguma modificação no comportamento das variáveis exógenas.

2.1 MODELOS DE SIMULAÇÃO

Considerando que um modelo pode ser composto por um sistema de equações, que descreverá as relações entre as variáveis aleatórias endógenas e as variáveis exógenas. A simulação de um modelo como este, consiste em estimar todos os coeficientes destas equações simultaneamente. De tal forma que, a solução conjunta destas equações gerem estimativas para as trajetórias de tempo das variáveis previstas no modelo.

Assumindo o modelo como uma descrição do comportamento das variáveis endógenas, vale lembrar, que são aquelas variáveis que possuem seus valores previstos de acordo com a solução do sistema de equações. Já as variáveis exógenas, que também fazem parte do modelo, entretanto, possuem seus valores previamente determinados, ou seja, seus valores são determinados fora do modelo. Quando se considera uma variável endógena defasada em uma equação, ela poderá ser considerada como exógena, porque seus valores já foram determinados em períodos passados.

A construção de um modelo que envolve um conjunto de equações simultâneas, necessita de técnicas de estimação mais complexas, pois utilizando-se o modelo de regressão, mesmo que bem ajustado, o resultado obtido poderá perder a conexão com os dados históricos. Esta perda de conexão com os dados históricos, provém da estrutura dinâmica das equações, que não é identificada por intermédio da combinação das equações individuais.

Para compreender a diferença entre um modelo de equações simultâneas e o modelo de regressão, utiliza-se um diagrama de influências; supondo-se um modelo simplificado de equações, onde observa-se:

(E2-1) $Y_t = C_t + I_t$

(E2-2) $C_t = \beta_1 + \beta_2 Y_1 + e_i$

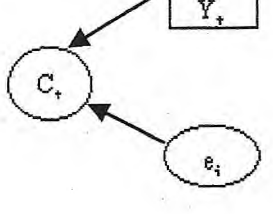


Figura 2.1

No diagrama, acima referido, os círculos representam as variáveis aleatórias e os quadrados as grandezas fixas, exógenas. Na análise de regressão, a direção da influência tem sentido único: da variável explicativa e do termo estocástico para variável dependente. Quando se refere às equações simultâneas o diagrama de influência passa a assumir outro sentido, pois a influência entre o consumo C_t e a renda Y_t, são determinados conjuntamente. Já o termo estocástico e_i afeta diretamente C_t, logo, indiretamente afetará Y_t, o que sugere uma correlação entre Y_t e e_i. O investimento é uma variável exógena, que influência tanto a renda como o consumo, contudo não é influenciada por nenhuma delas. O diagrama a seguir expressará melhor esta relação;

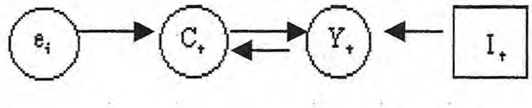


Figura 2.2

Como a variável Y_1é uma variável aleatória e aparece na função consumo no lado direito, isso implica, ter uma variável aleatória como explicativa, contrariando a suposição que costuma ser feita em modelos de regressão, onde as variáveis explicativas geralmente são fixas. Como já foi sugerido Y_t e e_i são correlacionados, de forma que poderá provocar um efeito negativo no processo usual de estimação de mínimos quadrados para β_1 e β_2

2.2 ESTIMAÇÃO DOS MODELOS

Quando se deseja estimar um sistema de equações, o passo inicial é identificá-las. Isto é possível quando o número N de equações existentes no modelo é equivalente ao número N de variáveis endógenas, tendo ao menos N-1 variáveis ausentes em uma equação. Se N-1 ou mais variáveis são omitidas, esta equação se diz identificada, e seus parâmetros podem ser estimados consistentemente.

Se o modelo apresentar um número de equações inferior ao número de variáveis endógenas não existe solução para o sistema, não obstante, se o número de equações for maior que o número de variáveis endógenas, o sistema passa a possuir infinitas soluções. Esta condição é básica, uma vez que cada equação deve determinar o valor de uma variável endógena.

O modelo pode se apresentar de três formas distintas: quando não for possível calcular seus coeficientes, estas equações são subindentificadas,. Dispondo de diferentes valores para um único coeficiente da forma estrutural, pode-se dizer que as equações apresentam-se na forma superindentificada,. Quando os coeficientes puderem ser calculados e assumirem apenas um valor, a equação mostra-se na forma identificada.

Relembrando, que o modelo de multi - equações é um sistema de equações interdependentes, que ao serem identificadas sua solução só pode ser calculada conjuntamente. Esta interdependência das equações, tendo variáveis exógenas correlacionadas indiretamente com perturbações aleatórias das outras equações, implica no descarte do uso dos estimadores de mínimos quadrados, sendo neste caso viesados e inconsistentes. Tome-se como base o modelo simplificado das Equeação2-1 e Equação2-2, para visualizar falha existente na estimação de mínimos quadrados em modelos de equações simultâneas, observe a demonstração;

$$(E2\text{-}3) \qquad \Delta C_t = \beta_1 + \beta_2 \Delta Y_1 + e_i$$

$$\Delta Y_t = \Delta C_t + I_t$$

Figura2.3

A demonstração feita acima tem caracter intuitivo, ou seja, para explicar a correlação existente entre a variável explanatória do lado direito e o termo estocástico e_i, primeiro a variação no termo estocástico da Equação2-2 é transmitida diretamente ao membro esquerdo da equação, produzindo a variação ΔC_t, em seguida, como o consumo está na identidade da renda, ΔC_t também aparece ali, sendo assim, ao utilizar esta identidade, a variação em C_t ocasiona a variação em $Y_t(\Delta Y_t)$, no membro esquerdo da Equação2-1, o que faz com que o ΔY_t retorne ao membro direito da Equação2-2

Conclui-se que existindo uma variação em e_i ter-se-á uma variação associada em Y_t, , na mesma direção , considerando-se esta correlação positiva.

A falha da estimação ordinária de mínimos quadrados no sistema de equações simultâneas é explicada porque ao se estimar a relação entre C_t e Y_1, atribui-se à renda o efeito de variações nas perturbações, isso se justifica porque, não se observa a variação na perturbação e sim a variação de Y_1, resultante de sua correlação com a perturbação. Sendo assim, pode-se dizer que este estimador é tendencioso e inconsistente, em virtude da correlação entre o erro aleatório e as variáveis endógenas no lado direito da equação, considerando a cor $(Ct,Y_1) \neq 0$.

Entretanto, como o método dos Mínimos Quadrados de Dois Estágios consiste num processo de eliminação da correlação entre as variáveis exógenas de uma equação e as perturbações aleatórias das outras equações, a metodologia mais comum de estimação dos modelos de equações simultâneas são as dos métodos dos mínimos quadrados de dois ou três estágios.

Para compreender melhor o que é o método dos Mínimos Quadrados de Dois Estágios, supõe-se o sistema de equações já utilizado anteriormente; (Equação2-1) $Y_t = C_t + I_t$ e (Equação2-2) $C_t = \beta_1 + \beta_2 Y_1 + e_i$.

Tendo-se a equação identificada, o passo seguinte é estimar os parâmetros que deve ser feito através dos Mínimos Quadrados de Dois Estágios.

1. Deve-se resolver a equação estrutural, para expressar-se as variáveis endógenas como função das variáveis exógenas, a nova forma assumida pela equação estrutural chama-se de equação reduzida

   1.1→ Como primeiro passo substitui-se o termo Y_t da Equação2-1 por Equação2-2, obtendo-se

$$\begin{aligned}(E2\text{-}4)\ C_t &= \beta_1 + \beta_2(C_t + I_t) + e_i \\ &= \beta_1 / 1-\beta_2 + (\beta_2 / 1-\beta_2)\, I_t + 1/1-\beta_2\, e_i \\ &= \pi_{11} + \pi_{21} I_t + v_t\end{aligned}$$

onde:

$$\pi_{11} = \beta_1 / 1-\beta_2 \qquad \pi_{21} = \beta_2 / 1-\beta_2$$

são os parâmetros em forma reduzida e

$$v_t = 1/\ 1\text{-}\beta_2\ e_i$$

Este último parâmetro é a forma reduzida do termo estocástico. Por hipótese o erro aleatório e_i deve-se assumir, $E(e_i) = 0$, $var(e_i) = \sigma^2$ e $cov(e_i, e_s) = 0$. Como pode-se verificar as propriedades de v são:

$$E(v_i) = 0,\ var(v_i) = \sigma^2/(1\text{-}\beta_2)^2 = \sigma^2\ cov(v_i, v_s) = 0$$

Na forma reduzida tem-se a seguinte equação para C_t

$$\text{(E2-5)}\ C_t = \pi_{11} + \pi_{21}\ I_t + v_t$$

Para encontrar a equação reduzida do termo Y_t, toma-se a expressão de C_t (Equação2-4), substituindo-a na Equação2-1 e simplifica-se, para obter:

$$\begin{aligned}\text{(E2-6)}\ Y_t &= (\beta_1/\ 1\text{-}\beta_2 + (\beta_2/\ 1\text{-}\beta_2)\ I_t + 1/\ 1\text{-}\beta_2\ e_i) + I_t \\ &= \beta_1/\ 1\text{-}\beta_2 + (\beta_2/\ 1\text{-}\beta_2)\ I_t + 1/\ 1\text{-}\beta_2\ e_i \\ &= \pi_{12} + \pi_{22}\ I_t + v_t\end{aligned}$$

Neste caso os parâmetros da forma reduzida são:

$$\pi_{11} = \beta_1/\ 1\text{-}\beta_2 \qquad \pi_{21} = 1/\ 1\text{-}\beta_2$$

A equação da forma reduzida para Y_t, pode ser representada por:

$$\text{(E2-7)}\ \pi_{11} + \pi_{21}\ I_t + v_t$$

Estas equações reduzidas, tanto a da renda como a do consumo, podem estimar-se por Mínimos Quadrados, e esta estimação que constitui o primeiro estágio do método dos Mínimos Quadrados de Dois Estágios.

(E2-8) $\hat{C}_t = \hat{\pi}_{11} + \hat{\pi}_{21} I_t$

(E2-9) $\hat{Y}_t = \hat{\pi}_{12} + \hat{\pi}_{22} I_t$

2 → Em seguida substitui-se o valor das variáveis estimadas no lado direito das equações Equação2-1 e Equação2-2, obtendo-se:

(E2-10) $C_t = \beta_1 + \beta_2 + \hat{Y}_t + e_i^*$

(E2-11) $Y_t = \hat{C}_t + I_t$

Pode-se resumir o método dos Mínimos Quadrados de Dois Estágios, como sendo o primeiro estágio a regressão de cada uma das variáveis endógenas, pelo método dos mínimos quadrados, em todas as variáveis pré- determinadas. Quando se faz a primeira regressão o valor estimado para a variável endógena já não contém o erro, Sendo assim, ao substituir este valor estimado, no lugar dos valores reais das variáveis exógenas na segunda regressão, não existirá mais problema de correlação entre a variável exógena e as perturbações aleatórias, executa-se aqui o segundo estágio deste método.

As propriedades dos estimadores de mínimos quadrados de dois estágios, podem ser agrupadas da seguinte maneira: o estimador 2SLS é um estimador tendencioso, mas consistente. Em grandes amostras, o estimador 2SLS tem distribuição aproximadamente normal.

No caso da técnica dos Mínimos Quadrados de Três Estágios, tendo sido efetivado o último estágio do processo 2SLS, calcula-se as covariâncias e variâncias transversais (entre as equações) com base em seus resíduos e no último estágio estes valores irão compor a matriz de informação na qual se baseia o método dos mínimos quadrados generalizados.

2.3 EQUAÇÕES EM DIFERENÇAS LINEARES

Estimando-se o modelo, o passo seguinte é solucionar e apresentar o resultado sob a forma de uma equação em diferença para a variável Y_t.

Existe uma diferença entre uma série temporal contínua e uma série temporal discreta. Lidando-se com equações diferenciais, utiliza-se séries temporais contínuas, implicando que uma variação, por menor que seja, no tempo poderá provocar uma alteração considerável na sua trajetória. Entretanto, quando se trabalha com as equações em diferenças, usa-se séries temporais discretas, onde valores inteiros são utilizados, consequentemente, a variável t só muda de um valor inteiro para outro; por exemplo, de t=1 a t=2.

Como um dos principais objetivos da solução de qualquer equação destas é precisar a trajetória de uma determinada variável no tempo, por conseguinte o tipo de equação a ser utilizada para solucionar o modelo fará diferença graficamente pode-se perceber melhor tal diferença;

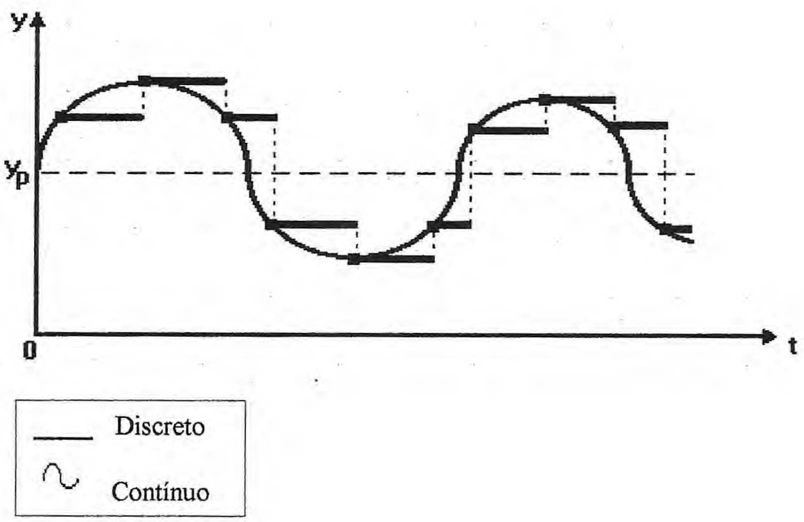


Figura 2.4

Como o modelo lida com séries temporais utiliza-se as equações em diferença, tendo em vista que as mesmas trabalham com o conceito de tempo discreto, portanto processos contínuos não seriam adequados para este tipo de análise, advertindo-se, que no modelo as variações no tempo são feitas em períodos, ou seja, não utiliza-se frações de tempo como no caso contínuo.

O conceito de derivada *dy/dt* (utilizado nas equações diferenciais) dá lugar as "diferenças temporais", representadas pelo termo Δ. Estas diferenças temporais podem ser expressadas por;

$$\text{(E2-12)} \quad \Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1}$$

ou

$$\Delta Y_t = Y_{t+1} - Y_t$$

onde Y_t indica o valor do *t-ésimo* período e Y_{t-1} o seu valor no período imediatamente anterior ou no caso Y_{t+1} imediatamente posterior. A ordem na qual este relação é feita não altera o resultado, estes termos podem ser substituídos por Y_{t-1} e Y_{t-2}, que também são períodos consecutivos.

A ordem destas equações é determinada pelo número de períodos consecutivos que serão utilizados, no caso da Equação 2-12, a equação em diferença apresentada é de primeira ordem, entretanto, tendo-se

$$\text{(E2-13)} \quad \Delta^2 Y_t = Y_t - Y_{t-1} - Y_{t-2}$$

esta equação é considerada de segunda ordem, envolve pois uma defasagem de dois períodos de tempo na variável Y_t.

As equações em diferença procuram achar a trajetória temporal a partir de mudanças da variável Y no tempo, ou seja descrevem o padrão de mudança de Y entre períodos consecutivos, consequentemente, uma vez especificado este padrão de mudanças e dado um valor inicial Y_0 , os demais períodos (Y_1 , Y_2,...) facilmente são encontrados, com a aplicação repetida do padrão de mudança especificado, estes resultados demonstram a série temporal procurada. Dado o padrão temporal, tem-se;

$$(E2\text{-}14)\quad Y_{t+1} = Y_t + \eta, \quad \text{com } Y_0 = \Omega$$

$$Y_0 + 2\,(\eta)$$

$$Y_2 = Y_1 + \eta = (Y_0 + \eta) + \eta = Y_0 + 2\,(\eta)$$

$$Y_3 = Y_2 + \eta = [\,Y_0 + \eta(\eta)\,] + \eta = Y_0 + 3\,(\eta)$$

$$\begin{array}{cccc} \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \end{array}$$

em geral para qualquer período t,

$$(E2\text{-}15)\quad Y_t = Y_0 + t\,(\eta) = \Omega + t\eta$$

Esta última equação indica o valor de Y para qualquer período do tempo, incluindo o período inicial *t=0*, este é um método interativo para solucionar este tipo de equação.

O modelo apresentado neste trabalho considera o princípio do multiplicador da renda , que nas equações em diferenças pode ser descrito por uma equação do tipo;

$$(E2\text{-}16)\quad Y_{t+1} = \sigma\, Y_t$$

onde σ , exerce o efeito multiplicador e para saber a magnitude do acréscimo de renda em cada período de tempo t, poder – se- ia representar;

$$(E2\text{-}17)\quad Y_t = (\sigma)^t\, Y_0$$

As equações podem apresentar-se tanto na forma homogênea, como na forma não – homogênea. No caso das equações homogêneas, que possuem seu termo constante do lado direito igual a zero; por conveniência chama-se equação reduzida e o termo chamado de função complementar Y_c, é a solução geral da equação reduzida, pode-se descrever a equação homogênea ou reduzida como:

(E2-18) $\vartheta Y_{t+1} - \varphi Y_t = 0$

podendo ser escrita;

(E2-19) $Y_{t+1} = (\vartheta / \varphi)^t Y_t$

Esta é a mesma Equação 2-17, apenas o termo σ foi substituído por ϑ/φ e quando o eleva-se a t, à medida que ele vai assumindo os diversos valores no tempo *(t= 0, 1, 2,...)* vão conduzir aos valores correspondentes de Y.

Utilizando-se os conceitos de equações em diferenças, este termo ϑ/φ, passa a ser chamado de b^t, (b, base) e ao invés de utilizar-se de um Y_n qualquer, passa-se a utilizar uma constante multiplicativa *A*, onde a solução da equação em diferenças homogênea, é expressa por;

(E2-20) $Y_t = A\, b^t$

Se $b = \vartheta/\varphi = 1/1 = 1$, o termo $A\, b^t$ se reduz apenas a uma constante, como é o caso da Equação2-15 que não contém o termo na forma $A\, b^t$.

As equações ditas não – homogêneas, são também conhecidas como equações completas, seu termo do lado direito é uma constante $\phi \neq 0$, e a solução particular seria uma solução qualquer encontrada para esta equação, podendo ser expressa:

$$(E2\text{-}21)\ Y_t + \mu Y_{t-1} = \phi$$

Entretanto, para solucionar-se uma equação em diferença, primeiramente se deve saber, que a sua solução geral é composta por uma solução particular e uma solução complementar (homogênea) . A solução particular representa o nível de equilíbrio intertemporal de Y, já a solução complementar (homogênea) indica os desvios da trajetória temporal em relação ao equilíbrio, sendo assim, tem-se:

$$(E2\text{-}22)\ Y_t = Y^P + Y^H$$

Os exemplos de equações citados até o presente momento, correspondem às equações em diferenças de primeira ordem, pois a variável Y_t possui defasagem de apenas um período, neste caso a função complementar, cujos valores são válidos a equação homogênea assume a seguinte forma;

$$(E2\text{-}23)\ A\,b^{t+1} + aA\,b^t. = 0$$

onde o *a* representa apenas uma constante multiplicativa, após a eliminação do fator comum não nulo $A\,b^t$, geraria;

$$(E2\text{-}24)\ b + a = 0 \quad \text{ou} \quad b = -a$$

Para que a solução tentativa funcione, é necessário que b = - a, assim, a função complementar é escrita como :

$$(E2\text{-}25)\ Y_c(= A\,b^t) = A\,(-a)^t$$

Se as equações assumem a segunda ordem, ou seja, a variável tempo fosse defasada dois períodos, para se achar a função complementar deve-se concentrar na equação reduzida;

(E2- 26) $Y_t - a_1Y_{t-1} - a_2Y_{t-2} = 0$

Nas equações de primeira ordem, foi observado que a expressão $A\ b^t$, faz parte da solução destas equações, portanto:

(E2-27) $A\ b^t + a_1 A\ b^t + a_2 A\ b^t = 0$

No caso das equações não – homogêneas ou equação completa, quando aparecem na forma de primeira ordem, podem ser expressas por;

(E2-28) $Y_{t+1} + a_1Y_t = c$

Caso assumisse a segunda ordem, ou seja, defasasse mais um período, obtería-se;

(E2-29) $Y_{t+2} + a_1Y_{t+1} + a_2Y_t = c$

Um detalhamento maior sob a forma de solucionar este tipo de equação será feito em seções posteriores, quando tanto a solução particular como a homogênea serão explicadas mais detalhadamente.

Generalizando o que foi dito anteriormente, suponha uma equação em diferenças linear de ordem n com coeficientes constantes, onde;

(E2-30) $\theta_0Y_t + \theta_1Y_{t-1} + \theta_2Y_{t-2} + \ldots + \theta_nY_{t-n} = f(t)$

ou

$$(E2\text{-}31)\quad \sum_{i=0}^{n} \theta_i Y_{t-i} = f(t)$$

onde $\theta_0 = 1$

O modelo utilizado no presente trabalho assumirá basicamente esta expressão geral na sua análise.

2.3.1 SOLUÇÃO PARTICULAR

Aqui será detalhado o processo de solução particular, que é definida de acordo com o termo f(t). Assumindo que este termo é constante, f(t) = k. Consequentemente, a solução particular encontrada a partir da variável Y_t é constante em cada período, ou seja, $Y_t = Y_{t-1} = Y_{t-2} = \ldots = Y_{t-n} = P$. Substituindo as variáveis Y_t por P na Equação 2-12 obtém-se o seguinte resultado:

$$(E2\text{-}32)\quad \sum_{i=0}^{n} \theta_i P = k$$

$$(E2\text{-}33)\quad P = \frac{k}{\sum_{i=0}^{n} \theta_i} \quad \text{onde} \quad \sum_{i=0}^{n} \theta_i \neq 0$$

Se a equação em diferença descrever um processo convergente, esta solução é conhecida como Estado Estacionário.

Entretanto o termo f(t) nem sempre é constante, em alguns casos pode se apresentar como uma função do tempo (não autônoma). Se em um caso particular a função f(t) for linear em relação ao tempo, $f(t) = a + b\,t$, e a e b são conhecidos. Para encontrar a primeira parte da solução assume-se que cada variável Y_t tem a mesma forma no termo f(t), ou seja, (E2-34) $Y_{t-1} = \alpha + \beta(t - i)$, onde $i = 0,1,2,...n$

Substituindo todos os termos Y_{t-1} na Equação 2-12 obtém-se

$$\text{(E2-34)} \quad \sum_{i=0}^{n} \theta_i [\alpha + \beta(t - i)] = a + bt$$

$$\alpha \sum_{i=0}^{n} \theta_i - \beta \sum_{i=0}^{n} \theta_i i + \beta t \sum_{i=0}^{n} \theta_i = a + bt$$

Partindo deste resultado encontra-se um sistema de duas equações onde são determinados os valores de α e β; ou seja,

$$\text{(E2-36)} \quad \begin{cases} \beta = \dfrac{b}{\sum_{i=0}^{n} \theta_i} \\[2em] \alpha = \dfrac{\alpha + \beta \sum_{i=0}^{n} \theta_i i}{\sum_{i=0}^{n} \theta_i} \end{cases}$$

2.3.2 SOLUÇÃO HOMOGÊNIA

Tento em vista todos os comentários anteriores, foi feita uma síntese da segunda parte da solução, chamada solução homogênea, assumindo que f(t) = 0. Isto é;

(E2-37) $\theta_0 Y_t + \theta_1 Y_{t-1} + \theta_2 Y_{t-2} + ... + \theta_n Y_{t-n} = 0$

Em geral, a solução Y^H, possui um conhecido termo $A\ b^t$, que será alterado, pois o b será substituído pelo valor das raízes (r_n) encontradas na solução da equação em diferença e quem determinará o número de raízes é a ordem assumida pela equação, nesse caso pode-se representá-la da seguinte forma;

(E2-38) $Y_t^H = A_1 r_1^{\ t} + A_2 r_2^{\ t} + ... + A_n r_n^{\ t}$

onde os termos r_i^t, $i = 1,2, ..., n$, são raízes do polinômio característico

(E2-39) $\theta_0 r^n + \theta_1 r^{n-1} + \theta_2 r^{n-2} + ... + \theta_{n-1} r^1 + \theta_n = 0$,

os coeficientes A_1 são constantes e cada termo de expressão é linearmente independente dos termos restantes.

Para facilitar a análise desta parte da solução considera-se uma equação em diferença linear homogênea de segunda ordem.

(E2-40) $Y_t + \theta_1 Y_{t-1} + \theta_2 Y_{t-2} = 0$

A solução homogênea é dada pela equação $Y_t^H = A_1 r_1^{\ t} + A_2 r_2^{\ t}$, onde r_1 e r_2 são raízes do polinômio de segundo grau $r^2 + \theta_1 r + \theta_2 = 0$. Ou seja;

(E2-41) $r_1, r_2 = ½ [-\theta_1 \pm (\theta_1^2 - 4\theta_2)^{1/2}]$

Tem-se então três possíveis resultados:

(i) Raízes Reais Distintas - ocorre quando $\theta_1^2 > 4\theta_2$

(ii) Raízes Reais Iguais – ocorre quando $\theta_1^2 = 4\theta_2$. Como resultado temos

$$r_1 = r_2 = r = \frac{-\theta_1}{2}$$

Empregando-se o resultado acima encontra-se uma forma reduzida para expressar a Equação 2-20 sugerida como solução homogênea.

(E2-42) $A_1 r^t + A_2 r^t = (A_1 + A_2)\, r^t = B_1 r^t$

Para se obter o complemento da solução homogênea, que deve ser linearmente independente de $B_1 r^t$, emprega-se o artifício de multiplicar o termo r^t pela variável t. Assim a solução homogênea resultante tem a seguinte forma:

(E2-43) $Y_t^H = B_1 r^t + B_2\, t r^t$

(iii)Raízes Complexas - ocorre quando $\theta_1^2 < 4\theta_2$. As raízes desta equação são descritas como

(E2-44) $r_1, r_2 = h \pm vi$,

onde

(E2-45) $h = \frac{-\theta_1}{2}$

(E2 –46) $v = ½ (4\theta_2 - \theta_1^2)^{1/2}$

Considerando-se estas raízes na solução homogênea obtém-se;

(E2-47) $Y_t^H = A_1(h + vi)^t + A_2 (h - vi)^t$

A solução final apresentada na forma da Equação 2-30 é de difícil interpretação. Uma forma de contornar este problema, será empregar o teorema Da Moivre, onde admitindo-se um número complexo elevado a n-ésima potência, $(a + b\, i)^n$, ao representar este número em sua forma exponencial,

(E2-48) $(a \pm b\, i) = Re^{\pm i\varphi}$, onde $b = R\, sen\, \varphi$ e $a = R \cos \varphi$,

podendo-se escrever sua potência como :

(E2-49) $(a + b\, i)^n = R^n\, e^{in\varphi}$

Se optar pela forma polar,

(E2-50) $(a \pm b\, i) = R\, (\cos \varphi \pm sen\, \varphi\, i)$

ou

(E2-51) $(a + b\, i)^n = R^n\, (\cos n\varphi \pm sen\, \varphi\, n\, i)$

Utilizando-se a demonstração do teorema de Da Moivre , expressa-se esta equação em termos trigonométricos, os quais facilitam a interpretação de seu comportamento.

De acordo com o teorema, escreve-se as raízes de outra forma

(E2-52) $(h \pm vi)^t = R^t\,(cos\ \varphi t \pm\ sen\varphi t\ i)$

onde o valor de R é dado por:

(E2-53) $R = \sqrt{h^2 + v^2} = \sqrt{\dfrac{\theta_1^2 + 4\theta_2 - \theta_1^2}{4}}$ onde; $R = \sqrt{\theta_2}$

e φ é medida em radianos do ângulo no intervalo *[0, 2π)* que é a solução do sistema

(E2-54) $\begin{cases} \cos\varphi = \dfrac{h}{R} \\ \text{sen}\varphi = \dfrac{v}{R} \end{cases}$

A solução homogênea resultante desta transformação pode então ser escrita de outra maneira

$$Y_t^H = A_1 R^t\,(cos\ \varphi t\ + sen\varphi t\ i) + A_2 R^t\,(cos\ \varphi t - \ sen\ \varphi t\ i)$$

(E2-55) $$Y_t^H = R^t\,(A_1 + A_2)\ cos\ \varphi t + R^t\,(A_1 + A_2) i\ sen\varphi t$$

$$Y_t^H = R^t\ (\ B_1\ cos\ \varphi t\ + B_2\ sen\ \varphi t\,)$$

Onde $B_1 = (A_1 + A_2)$ e $B_2 = (A_1 + A_2)\,i$.

2.3.1 CONVERGÊNCIA TEMPORAL

O termo convergência temporal é utilizado para expressar o caminho percorrido, ao longo de um período amostral, pela variável Y_t para um determinado nível onde não se modifiquem mais.

Este nível para onde a variável tendem a convergir é o chamado Estado Estacionário, que é obtido através da solução particular. Para analisar-se o processo de convergência de uma equação em diferença toma-se como base a composição da solução homogênea, onde se observa:

(E2-56) $Y_t^H = A_1 r_1^t + A_2 r_2^t$

(E2-57) $Y_t^H = A_1 r^t + A_2 t r^t$

(E2-58) $Y_t^H = R^t\ (B_1 \cos \varphi t + B_2 \operatorname{sen} \varphi t)$

Considerando que a composição da solução homogênea influenciará no processo de convergência, é importante compreender o papel que cada componente desta função desempenha no caminho da convergência.

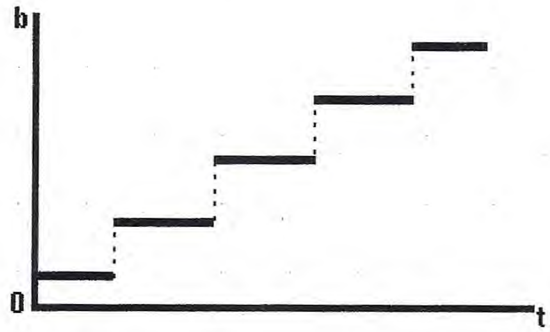
Ao analisarmos o termo $A\ b^t$, que compõe a equação homogênea, inicia-se pelo significado do b, onde a questão primordial a saber é se o equilíbrio é dinamicamente estável ou não, implica investigar se a função complementar tende a zero quando $t \to \infty$, ou seja, analisar a trajetória do termo $A\ b^t$ quando o t aumenta indefinidamente. Logo, inicia-se a análise pelo valor do b isoladamente, assumindo que A=1.

Como b é um termo elevado a t (b^t), deve-se analisar o comportamento de b dentro de um intervalo que t poderá assumir na trajetória, ou seja, $(-\infty, +\infty)$. Para uma melhor compreensão do leitor a análise será feita em uma escala onde o b varia de –1 a 1, assumindo a seguinte ordem: $b > +1 > b > 0 > b > -1 > b$.

Considerando que cada expressão exponencial b^t gera um tipo diferente de trajetória temporal. Inicialmente, analisa-se o comportamento na região I, onde b>1, neste gráfico a trajetória percorrida por b, apresenta-se em uma função escalonada ao invés de uma curva regular, este comportamento é proveniente de se estar trabalhando com a análise de período. Outra observação importante é que a trajetória apresenta um comportamento explosivo.

Região I

(b>1)



2SLS *Figura 2.5*

Na região II, onde b=1, t assume o valor igual a uma unidade em qualquer período do tempo e o gráfico se mostrar-se-á como uma linha reta horizontal.

Região II

(b=1)

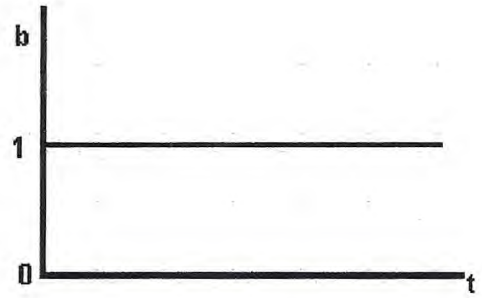


Figura 2.6

Na região III, onde 1 > b > 0, b^t representa um fração positiva elevada a potências inteiras, sendo assim à medida que a potência cresce, b^t deve diminuir embora permaneça sempre positivo.

Região III

(1 > b>0)

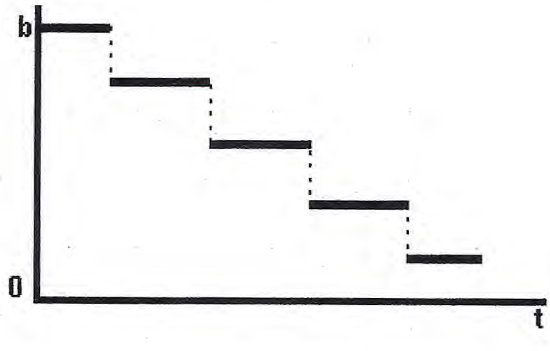


Figura2.7

A região IV, onde b=0, este caso seria similar o b=1, a trajetória será representada no gráfico por uma reta que coincide com o eixo horizontal. Este caso interessa apenas sob o ponto de vista marginal, já que $A\ b^t \neq 0$, o que implica em b≠0.

Região IV

(b=0)

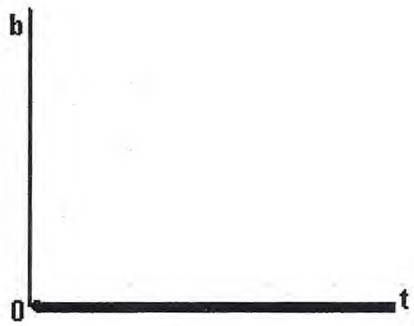


Figura 2.8

Até o presente momento só foi trabalhado as regiões positivas, entretanto, quando se passa para as regiões negativas observa-se um fenômeno novo, assim o valor de b^t assume valores positivos e negativos de forma alternada, de período a período.

Na região V, onde $0 > b > -1$, neste caso b é uma fração negativa, a trajetória temporal alternada tende a se tornar cada vez mais próxima do eixo, este comportamento assemelha-se com o da região III, entretanto, o comportamento nesta região apesar de tender a aproximar-se do eixo, apresenta movimentos oscilatórios entre frações positivas e negativas, enquanto na região III o comportamento oscila apenas no eixo positivo.

Região V

(0 > b > -1)

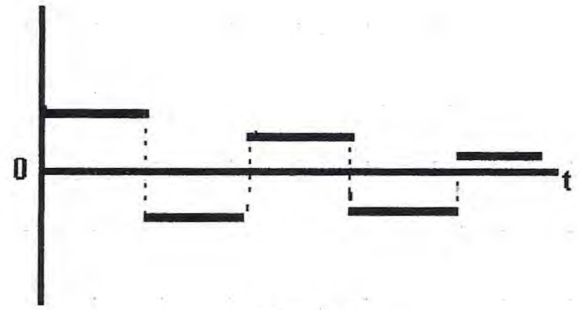


Figura 2.9

A região VI, onde b=-1, apresenta um comportamento que contrasta com os demais, isso porque resultará em uma oscilação perpétua entre +1 e –1, obedecendo à seguinte trajetória:

Região VI

(b=-1)

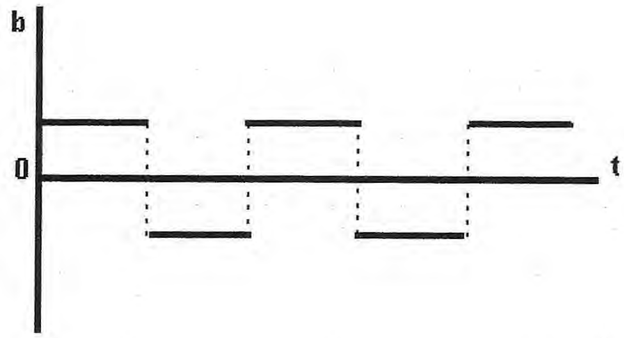


Figura 2.10

E, finalmente, a região VII, onde b < -1, a trajetória temporal neste caso também apresenta um comportamento alternado, contudo, desvia-se cada vez mais do eixo horizontal.

Região VII

(b < -1)

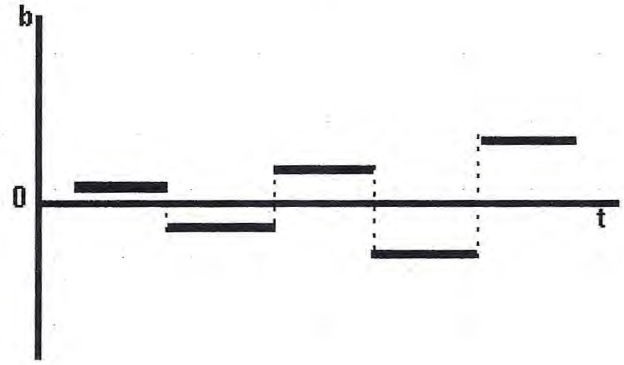


Figura.2.11

Ao observar-se o carácter das flutuações destes gráficos, em relação aos das equações diferenciais, pode-se constatar que o padrão não é de uma função circular, por isso, emprega-se o termo oscilação, para expressar este novo tipo não regular de flutuação.

Deve-se considerar que a convergência nas equações em diferença é determinada pelo valor absoluto de b, por conseguinte, ao assumir b≠0 sua trajetória temporal será representada por;

$$\begin{array}{ll} \text{Não –oscilatória} & \left\{ \begin{array}{l} b>0 \\ b<0 \end{array} \right. \\ \text{Oscilatória} & \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{Explosivas} & \left\{ \begin{array}{l} |b|>1 \\ |b|<1 \end{array} \right. \\ \text{Amortecidas} & \end{array}$$

Tendo sido examinado o papel de b no processo de estabilidade dinâmica do equilíbrio, analisa-se então o papel da constante multiplicativa A, que basicamente resume-se em dois efeitos. Primeiramente, a grandeza A pode servir para inflar ou reduzir os valores de b^t, caso seu valor seja elevado b^t sofrerá aumentos consideráveis, contudo, à medida que vai reduzindo-se, b^t também reduzirá seu valor. O segundo ponto, diz respeito ao sinal de A, que afeta diretamente a forma da trajetória, pois quando b^t é multiplicado por A=-1, então cada uma das trajetórias mostradas é substituída pela sua imagem invertida com referência ao eixo horizontal. Sendo assim, um A negativo pode produzir tanto um efeito de inversão como um efeito –de – escala.

Destacou - se a interpretação do termo A b^t da função complementar, que representa os desvios em relação ao nível de equilíbrio intertemporal. Passando para a questão da convergência propriamente dita, relacionado ao aspecto da equação complementar, supõe-se que um termo $Y_p = \zeta$ seja somado a $A\ b^t$, assumindo que o valor somado seja um número inteiro e positivo, a trajetória temporal deverá deslocar-se verticalmente por um valor constante igual ζ, não afetando a convergência ou divergência da trajetória temporal, mas altera o *nível* em relação ao qual converge ou diverge.

Concluindo-se Y_p, a questão da convergência da trajetória temporal passa a ser analisada com base na equação ;

(E2-59) $Y_t = A\, b^t + Y_p$

Caso o termo b =1, não provocará nenhum efeito explosivo, não obstante, o valor Y_t será representado pela equação ($A + Y_p$), logo, o equilíbrio Y_p só será atingido, quando A = 0. Quando se toma como exemplo um caso onde t apareça na integral particular (Y_p= ct), a trajetória temporal deverá ser considerada divergente, isso porque, se o A for não nulo, existe um desvio constante em relação ao equilíbrio móvel. Sendo assim, a condição de convergência da trajetória temporal Y_t ao equilíbrio Y_p é preciso eliminar o caso de b=1. Concluí-se, que a solução Equação2-59 é convergente se $|b| < 1$.

Nesta etapa verifica-se o processo de convergência dos termos Y_t , caracterizando-os pela convergência dos termos dependentes do tempo, presentes nestas funções, quando estes tendem a zero e o tempo vai para o infinito. As raízes da equação característica vão ser um forte instrumento para determinação da convergência destas séries, pois estão relacionadas com as diversas forma que esta função pode assumir. A Equação2-59 terá seu termo b substituído pelo valor das raízes (r_1, r_2...) encontradas no polinômio Equação2-40, que também representa uma equação homogênea.

No caso de convergência, se as raízes $r_1 \neq r_2$ forem menores que um, o termo Y^H vai tender a convergir, pois os valores menores que um elevados a um expoente cada vez maior vão tender a zero, quando isso ocorre as variáveis caminham para o Estado Estacionário. Se houver, pelo menos, uma raiz (desde que seja maior em termos absolutos) e seja menor que um existirá convergência.

Se $r_1 = r_2$, neste caso existe uma única raiz real, onde na solução homogênea tem-se a seguinte equação $Y_t^H = B_1 r^t + B_2\, t r^t$, pode-se dizer que o primeiro termo da solução tende a zero, de acordo com a análise feita anteriormente. O segundo termo desenvolve-se no tempo sob duas forças contrárias, t que tende ao infinito e r^t que tende a zero. No entanto este termo também converge a zero já que a velocidade de convergência é mais rápida em r^t. Coso contrário $| r | > 1$, a série é convergente.

No que se refere às raízes complexas, a solução homogênea representada por $Y_t^H = R^t$ (B_1 *cos* φt + B_2 *sen* φt), na parte que fica dentro do parêntese, gera uma trajetória caracterizada por um padrão de flutuações. O que determina se estas flutuações vão aumentar ou diminuir com o passar do tempo é o termo R^1. Se $|R|<1$, logo estas flutuações vão diminuir à medida que aumentamos o tempo até que a série permaneça no nível de sua solução particular.

3.RESULTADOS EMPÍRICOS

O modelo foi estimado com base no período 1970-1996, empregando para isso o método da minimização do quadrado dos erros em dois estágios.[1]

Os resultados obtidos estão apresentados em duas partes. Na primeira, as estimativas da renda são calculadas pela simples adição das estimativas do consumo, do investimento, do saldo da balança comercial e do valor da constante K na equação identidade.

A segunda parte é composta pelo ajuste dinâmico do modelo, onde é encontrada a equação em diferença para renda, solucionada e calculada suas estimativas para o período no qual os valores da renda são conhecidos. Feito isto, apresenta-se a trajetória temporal da renda retirada da solução do modelo e partindo deste ponto é analisado se o processo é convergente ou divergente.

Lembrando que, no referente à avaliação do modelo, não existe um consenso na literatura sobre previsões econométricas, informações mais aprofundadas sobre o que seriam previsões acuradas ou o erro máximo permitido para que o poder de previsão fosse considerado bom. Por isso, o trabalho limita-se em transcrever os resultados obtidos das previsões resultantes do modelo.

[1] O modelo foi estimado através do programa econométrico Eviews

3.1 ESTIMATIVAS DO MODELO

As estimativas dos parâmetros para utilização no modelo, foram obtidas através do método dos mínimos quadrados de dois estágios. O modelo assumiu a seguinte forma estimada:

(E3-1) $Y_t^{CE} = C_{pr_t} + I_{pr_t} + SLD_t + K$

(E3-2) $C_{pr_t} = 0{,}831 Y_{t-1}^{CE}$
(42,59)

(E3-3) $I_{pr_t} = 499979{,}70 + 0{,}0853 C_{pr_{t-1}}$
(7,66) (10,92)

(E3-4) $SLD_t = -\ 0{,}013\ (Y^{NE\text{-}CE}_{t-1}) - 0{,}336\ (Y_{CET-1} - Y_{CET-2})$
(-5,13) (-2,47)

(E3-5) $K = G + I_G$ ou $K = C_{pu} + I_{pu}$

Todos os t estatísticos, encontram-se entre parênteses, foram significativos ao nível de 5% de confiança, evidenciando portanto a significância dos coeficientes estimados.

Referindo-se ao sinal dos coeficientes estimados, foi constatado na função consumo que a variável explicativa Y_{t-1}^{CE}, possui um coeficiente positivo no valor de 0,831. Este coeficiente assumindo sinal positivo, implica uma relação direta entre as variáveis renda e consumo. Havendo uma variação na renda de X unidades monetárias o consumo será afetado em 0,831X, ou seja, se a renda aumentar nos últimos anos, isso implica um aumento de 0,831 deste valor no consumo. O sinal positivo neste coeficiente era esperado, pois o consumo é uma variável que depende da renda

Na equação do investimento, a variável explicativa $C_{pr_{t-1}}$ possui um coeficiente positivo no valor de 0,0853, referindo-se ao impacto marginal do consumo em períodos passados no investimento privado. Este coeficiente assumindo sinal positivo expressa uma relação direta entre o consumo e o investimento, uma vez que o consumo aquece a economia, ou seja, se o consumo nos períodos passados vem aumentando provocará um aumento de 0,0853 deste valor na propensão a investir.

A equação do saldo da balança comercial apresenta seus coeficientes negativos, o que supõe uma relação inversa entre renda do Nordeste em períodos passados (Y^{NE-CE}_{t-1}) e a renda do estado em períodos passados$(Y^{CE}_{T-1} - Y^{CE}_{T-2})$ com o saldo da balança comercial. A renda do Nordeste, apresenta um coeficiente negativo de –0.013, ou seja, se houver um aumento na renda do Nordeste de X isso afetará o saldo da balança comercial em –0.013Y(negativamente). No caso da renda do estado, se ocorrer um aumento de K, o saldo da balança comercial será afetado em -0,336K (a menor), pois como o sinal é negativo provoca efeitos redutores, isso reflete um quadro de déficit na balança comercial do estado.

3.2 RESULTADO ESTÁTICO

Este modelo foi estimado para um período 1970-1992 e o seu resultado aplicado para previsão da renda no período 1993-1996. Lembrando que esta previsão é estática, ou seja, a renda futura é gerada pela soma das previsões individuais do consumo, da renda e do valor de K. Destas previsões, podemos verificar a capacidade preditiva do modelo avaliando o tamanho médio de seus erros percentuais. Os resultados estão descritos na Tabela1.

GRÁFICO DE AJUSTE DO MODELO

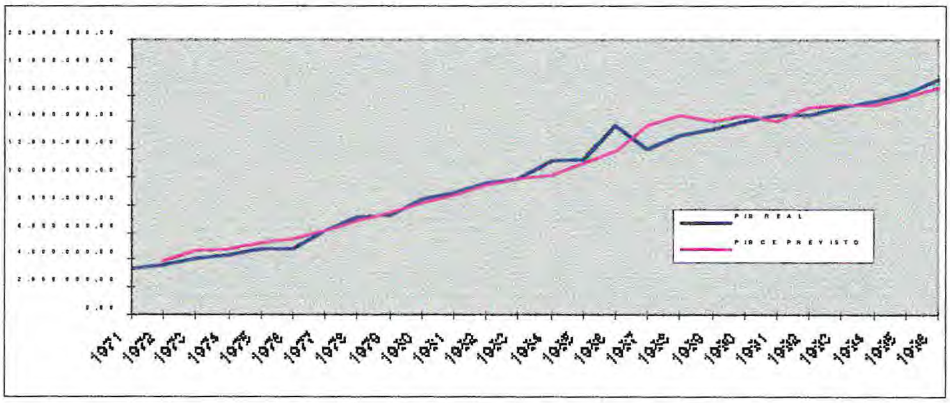


TABELA 1- ERROS DE PREVISÃO DO MODELO

ANO	1993	1994	1955	1996
RENDA	15.059.921,79	15.509.916,71	16.104.929,50	17.156.381,18
RENDA est	15.214.808,70	15.167.423,95	15.760.400,07	16.485.425,56
EPV	-154.886,91	342.492,76	344.529,43	67.095.562,00
EPM	-0.010	0.022	0.021	0.039
EPMM	0.023			

Na primeira linha da tabela tem-se os valores reais da renda e na segunda os valores previstos. Logo abaixo encontra-se os erros de previsão, seguidos pelos erros percentuais para cada período e por último a média de seus valores absolutos. Os erros percentuais de cada período indicam o quanto a previsão do modelo se distanciou do valor real, ou seja, no caso de 1993 a renda foi superestimada, pois enquanto o valor real é de **15.059.921,79,** o estimado é **15.214.808,70**, pressupõe - se que para o valor estimado ser igual ao valor real é necessário que haja uma redução de **-154.886,91,** isso equivale a 1% de diferença entre o valor real e o estimado. Concluí-se então que, partindo do erro percentual médio, o modelo apresentou um erro médio de previsão de 2,3% do valor real da renda no período 1993-1996.

3.3 RESULTADO DINÂMICO

De acordo com os valores estimados para os coeficientes, foi gerada a seguinte equação em diferença:

$$(E3\text{-}6)\quad \begin{cases} C_{pr} = 0{,}831 Y_{t-1} \\ I_t = 499979{,}70 + 0.0853 C_{t-1} \end{cases}$$

$$Y_t = 0{,}831\ Y_{t-1} + 499979{,}70 + 0.0853\ (\ 0{,}831\ Y_{t-2})$$
$$Y_t = 0{,}831\ Y_{t-1} + 499979{,}70 + 0.07\ Y_{t-2}$$

Substituindo, este resultado na equação do saldo da balança comercial, tem-se:

$$SLD_t = -0.013(\ Y^{Ne} - Y_{t-1}) - 0.336\ (Y_{t-1} - Y_{t-2})$$
$$SLD_t = -0{,}013\ Y^{Ne} + 0.013\ Y_{t-1} - 0.336\ Y_{t-1} + 0{,}336\ Y_{t-2}$$

Assumindo que $-0{,}013\ Y^{Ne} = K_2$ e $499979{,}70 = K_1$ tem-se:

$$Y_t = 0.831\ Y_{t-1} + K_1 + 0{,}07\ Y_{t-2} + K_2 - 0{,}323\ Y_{t-1} + 0{,}336\ Y_{t-2}$$
$$Y_t = (0{,}831 - 0{,}323)\ Y_{t-1} + 0{,}407\ Y_{t-2} + K_1 + K_2$$

Isolando Y_t :

$$Y_t - 0{,}508\ Y_{t-1} - 0{,}407\ Y_{t-2} = -\ 862311{,}32 + 2722737{,}00$$
$$Y_t\ - 0{,}508\ Y_{t-1} - 0{,}407\ Y_{t-2} = 1.860425{,}68$$

Vê-se na seção 2 que a solução para uma equação desta forma é composta de duas partes: a solução homogênea e uma solução particular. A solução particular revela o nível no qual a renda permanecerá se sua trajetória temporal for convergente. Para encontrar-se o valor desta solução particular, inicialmente, assume-se que a renda é constante ao longo do tempo, ou seja:

(E3-7) $Y_t = Y_{t-1} = Y_{t-2} = P$

Substituindo E3-7 em E3-6 ;

$P - 0.508P - 0,407P = 1.860425,68$

$(1 - 0.508 - 0.407)P = 1.860425,68$

$P = 21.857.608,89$

O complemento da solução particular é a solução de E3-6 quando seu termo independente é zero, ou seja;

(E3-8) $Y_t - 0,508\ Y_{t-1} - 0,407\ Y_{t-2} = 0$

Como se trata de uma equação em diferença de ordem 2, tem-se duas raízes na solução homogênea, dada pela solução da seguinte equação característica:

(E3-9) $r^2 + 0,508r + 0,407 = 0$

Onde as raízes encontradas são:

(E3-10) $r_1 = 0,940585974$

$r_2 = -0,432585974$

Como resultado da equação homogênea tem-se:

(E3-11) $Y_t = A_1(r_1)^t + A_2\ (r_2)^t$

$Y_t = A_1(0,940585974)^t + A_2\ (-0,432585974)^t$

Unindo os dois resultados anteriores obtém-se a seguinte solução geral:

(E3-12) $Y_t = A_1(0,940585974)^t + A_2\,(-\,0,432585974)^t + P$

$Y_t = A_1(0,940585974)^t + A_2\,(-\,0,432585974)^t + 21.857.608,89$

As constantes acima são calculadas assumindo duas condições iniciais:

(i)Condição inicial 1: $Y_0 = Y_{70} = 3990005$; t=0

(E3-13) $3990005 = A_1(0,940585974)^0 + A_2\,(-\,0,432585974)^0 + 21.857.608,89$

$A_1 + A_2 = 3990005 - 21.857.608,89$

(ii) Condição inicial 2: $Y_1 = Y_{71} = 4635188$; t = 1

(E3-14) $4635188 = A_1(0,940585974)^1 + A_2\,(-\,0,432585974)^1 + 21.857.608,89$

$A_1 0,940585974 - A_2\, 0,432585974 = 4635188 - 21.857.608,89$

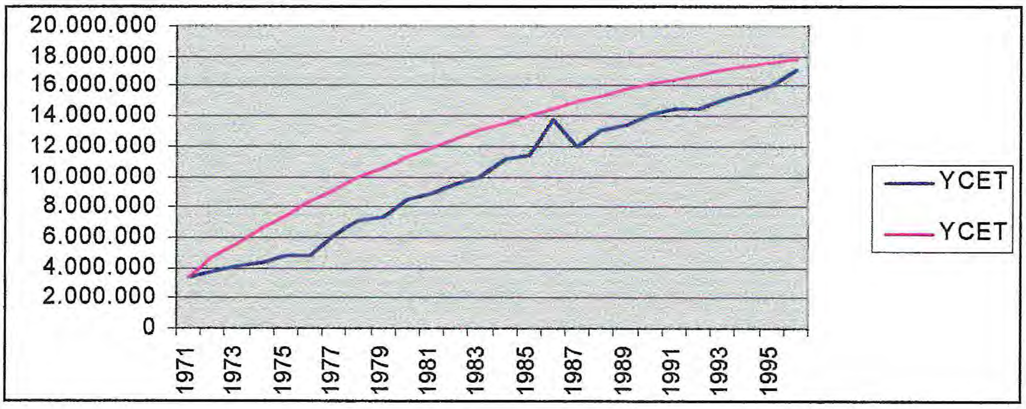
(E3-15) $\begin{cases} A_1 + A_2 = 3990005 - 21.857.608,89 \\ A_1 0,940585974 - A_2\, 0,432585974 = 4635188 - 21.857.608,89 \end{cases}$

As duas equações geram um sistema de equações E3-15, cujos valores são dados a seguir:

$$
\text{(E3-16)} \quad \begin{cases} A_1 = -\ 19546.757{,}00 \\ A_2 = 305.554{,}00 \end{cases}
$$

Através da equação em diferença determinamos o que seria a trajetória temporal da renda. Esta trajetória, descrita pela solução de E3-6, é o que denominaremos de previsão dinâmica. Da mesma forma que no caso estático, também verifica-se o ajuste dessas previsões para o período 1993-1996.

AJUSTE DINÂMICO DO MODELO

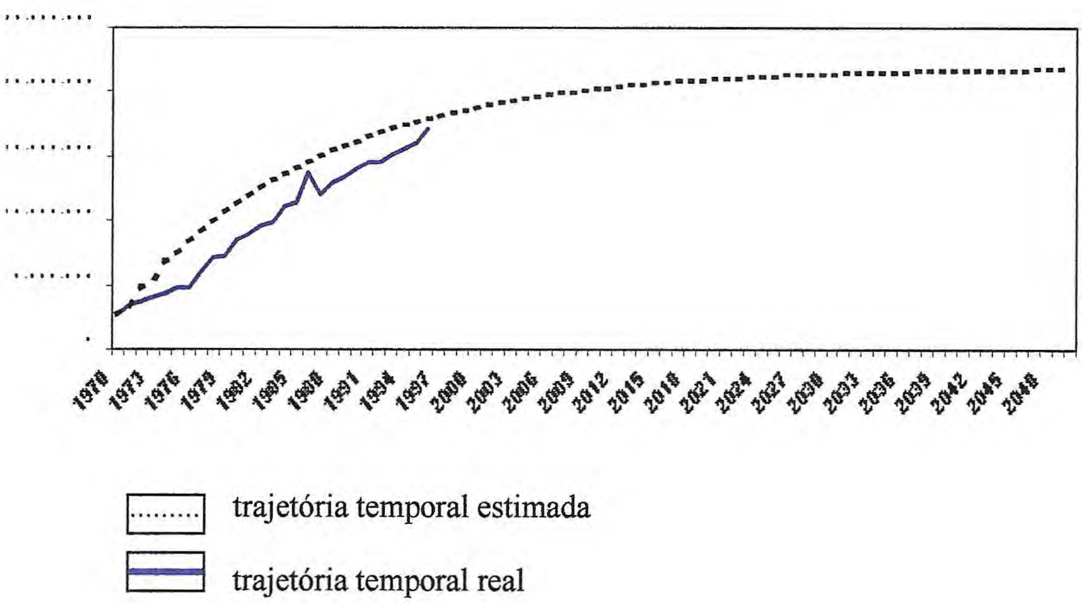


ERROS DE PRVISÃO DINÂMICA DO MODELO

ANOS	1993	1994	1995	1996
RENDA	15.059.922	15.509.917	16.104.930	17.156.381
RENDA est	17.079.674	17.363.551	17.630.561	17.881.707
EPV	-2.019.752	-1.853.634	-1.525.631	-725.326
EPM	-0,134	-0,120	-0,095	-0,042
EPMM	0,098			

Considerando que o modelo procura descrever a estrutura econômica do estado, o resultado dinâmico não objetiva fazer previsões de curto prazo, sendo assim, o que foi observado é que ele apresentou um erro percentual médio de 9,8%. Pode-se observar que a solução dinâmica do modelo mostrou uma trajetória temporal, onde o estado estacionário da renda seria R$ 21.712.078,00 que é atingido aproximadamente na segunda metade do século.

CONVERGÊNCIA TEMPORAL



4.CONCLUSÃO

Neste estudo foi apresentado um modelo econométrico para a economia do estado do Ceará, composto de várias equações descrevendo, sob dadas hipóteses, o funcionamento da economia estadual. Após a construção do modelo este teve suas equações estimadas conjuntamente por meio de técnicas econométricas. Na estimação simultânea do sistema de equações foram empregados os métodos de Mínimos Quadrados de Dois Estágios.

O modelo foi empregado para dois tipos de simulação: a estática e a dinâmica. Na simulação estática as equações do modelo são empregadas separadamente para previsão de cada componente da renda. Estas previsões são somadas e então geradas as previsões da renda do estado. Nesta simulação o modelo apresentou, em média 2.3% de erro quando aplicado para previsão no período 1993-1996.

A simulação dinâmica, parte da solução de uma equação em diferenças lineares, calculada pela junção de todas as equações do modelo na equação identidade da renda. A solução de tais equações sugerem uma determinada trajetória temporal, que descreve o processo de convergência ou divergência do modelo. Como foi observado a convergência sugerida pelo modelo no resultado dinâmico será atingida quando a renda do estado for de R$21.712.078,00, o que acontecerá aproximadamente na segunda metade deste século. Nesta simulação o modelo apresentou, em média 9,8% de erro quando aplicado na previsão do período 1993-1996.

BIBLIOGRAFIA

Chiang, Alpha C. "Matemática para Economistas" McGraw-Hill. São Paulo 1982

Gujarati, D.N. "Basic Econometrics". Third Edition. McGraw-Hill. USA. 1995

Kamenta, J. Elements of Econometrics. Macmillian Publishing. 1971

Johnston, J. Econometric Methods. McGraw-Hill. 1972

Madalla, G.S. Introduction to Econometrics. Macmillan Publishing Company. 1992

Simulação Estática da Renda

Date	YCET	YCETP
1971	3.340.024	
1972	3.684.079	3.980.106,90
1973	4.032.830	4.577.145,24
1974	4.348.549	4.780.110,25
1975	4.735.459	5.166.467,32
1976	4.808.111	5.470.785,46
1977	6.094.987	6.058.837,49
1978	7.058.495	6.825.475,30
1979	7.304.467	7.383.350,15
1980	8.475.699	8.140.483,81
1981	8.889.043	8.766.626,77
1982	9.498.338	9.488.003,34
1983	9.882.876	9.906.533,30
1984	11.123.212	10.073.231,42
1985	11.367.677	11.059.083,72
1986	13.748.094	11.896.748,53
1987	12.034.352	13.812.995,50
1988	13.012.941	14.435.655,51
1989	13.466.549	14.001.325,26
1990	14.087.287	14.560.226,09
1991	14.459.335	14.109.470,40
1992	14.525.078	15.015.466,18
1993	15.059.922	15.214.808,70
1994	15.509.917	15.167.423,95
1995	16.104.930	15.760.400,07
1996	17.156.381	16.485.425,56

Simulação para Dinâmica da Renda

Date	YCET	YCETP
1971	3.340.024	3.340.024
1972	3.684.079	4.621.733
1973	4.032.830	5.567.269
1974	4.348.549	6.567.269
1975	4.735.459	7.462.768
1976	4.808.111	8.324.379
1977	6.094.987	9.125.693
1978	7.058.495	9.883.337
1979	7.304.467	10.594.262
1980	8.475.699	11.263.685
1981	8.889.043	11.893.017
1982	9.498.338	12.485.095
1983	9.882.876	13.041.936
1984	11.123.212	13.565.718
1985	11.367.677	14.058.369
1986	13.748.094	14.521.755
1987	12.034.352	14.957.607
1988	13.012.941	15.367.564
1989	13.466.549	15.753.164
1990	14.087.287	16.115.853
1991	14.459.335	16.456.994
1992	14.525.078	16.777.867
1993	15.059.922	17.079.674
1994	15.509.917	17.363.551
1995	16.104.930	17.630.561
1996	17.156.381	17.881.707