



MARIA DAS GRAÇAS FREITAS GONDIM

RETORNO E RISCO DO MERCADO DO CEARÁ: UMA APLICAÇÃO DA
TEORIA DO PORTFÓLIO

**RETORNO E RISCO DO MERCADO DE FRUTAS SELECIONADAS
NO ESTADO DO CEARÁ: UMA APLICAÇÃO DA
TEORIA DO PORTFÓLIO**

UFC/BIJ/BEA 02/05/2002



R1489569 Retorno e risco do mercado de
C730211 frutas sel
634 G635r

Fortaleza - Ceará
2002

**RETORNO E RISCO DO MERCADO DE FRUTAS SELECIONADAS
NO ESTADO DO CEARÁ: UMA APLICAÇÃO DA
TEORIA DO PORTFÓLIO**

MARIA DAS GRAÇAS FREITAS GONDIM

Dissertação submetida à Coordenação do Curso de Mestrado em
Economia Rural, do Departamento de Economia Agrícola, do Centro de
Ciências Agrárias da Universidade Federal do Ceará,
como parte das exigências para obtenção do
Título de Mestre.

Fortaleza – Ceará

2002



A Deus.

À minha mãe, Eliza de Freitas Gondim

Ao papai (in memoriam)

E aos meus irmãos, pelo apoio na conquista de mais uma meta.

DEDICO



AGRADECIMENTOS

A Deus, pela força e luz que me proporcionou para superar todas as dificuldades durante a realização do curso de mestrado.

À Professora Lúcia Maria Ramos Silva, minha incansável, dedicada e constante orientadora, pelas sugestões e ajuda oferecidas durante a consecução deste estudo.

Ao Professor Dr Ahmad Saeed Khan, pelo apoio, amizade e sugestões a este estudo.

Ao Dr. e Pesquisador da EMBRAPA/CNPAT, José de Souza Neto, pelas críticas e sugestões apresentadas neste trabalho.

Ao Fábio Lanhoso de Mattos, Mestre pela ESAIQ-USP, que mesmo não me conhecendo pessoalmente se colocou à minha disposição e me cedeu as referências bibliográficas fundamentais, sem as quais não teria sido possível a realização deste trabalho.

Ao Josimar e ao Gerlan, por sua ajuda na confecção dos gráficos e em outras etapas da digitação deste trabalho.

Ao diretor técnico da CEASA, Dr. Flávio Barreto e ao chefe do SIMA Odálio Girão e aos técnicos Lucineide de Barros Lima, Damiana Garcia e Angelina do DITEP, que não impuseram limites no fornecimento de informações para a elaboração deste estudo.

A todos os funcionários do Departamento de Economia Agrícola (DEA), que direta ou indiretamente contribuíram para realização deste estudo, destacando-se Maria Dermivan Nogueira, pela sua presteza e ajuda incondicional.

A João Beserra Neto, Ricardo e Margareth, pelo apoio na consecução deste estudo.

À Dona Valda, pela força e coragem transmitidas ao longo de todo o período.

Enfim, a todos os estudantes do Curso de Mestrado que de alguma forma me ajudaram na confecção deste ensaio.



SUMÁRIO

	Página
LISTAS DE TABELAS	viii
LISTA DE FIGURAS	ix
RESUMO	x
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 O Problema e sua Importância	3
1.2 Hipóteses	3
2 OBETIVOS	7
2.1 Objetivo Geral	7
2.2 Objetivos Específicos	7
3 METODOLOGIA.....	8
3.1 Referencial Teórico	8
3.2 Críticas à Teoria do Portfólio.....	20
3.3 Instrumental Analítico	21
3.3.1 Análise do comportamento do risco de uma carteira com dois ativos	25
3.3.2 Fronteira eficiente de nativos com risco.....	32
3.4 Fonte dos Dados.....	36
3.4.1 Ativos considerados no trabalho.....	37
4 RESULTADOS E DISCUSSÕES	41
4.1 Análises dos Ativos.....	41
4.2 Análise da Carteira Formada por dois Ativos.....	44
4.3 Análise da Carteira Formada por três Ativos.....	48
4.4 Análise da Carteira Formada por quatro e cinco Ativos.....	51

	Página
5 CONCLUSÕES E SUGESTÃO	54
5.1 Conclusões	54
5.2 Sugestões.....	55
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	56



LISTA DE TABELAS

TABELA		Página
1	Procedência, freqüência absoluta e relativa de abacate, banana, laranja, mamão e maracujá comercializados na CEASA no período de 1997 a 2001.....	38
2	Taxas de retornos esperados, riscos e o percentual investido em cada ativo.....	42
3	Taxas de retornos esperados, riscos e coeficiente de correlação das taxas de retornos de cada ativo.....	45
4	Composições dos portfólios formados pelas combinações de duas frutas que minimizam o risco de investimento.....	45
5	Matriz de covariâncias entre os cinco ativos considerados neste trabalho.....	46
6	Taxas de retornos esperados e riscos das carteiras formadas por três ativos.....	48
7	Composições dos portfólios formados pelas combinações de três frutas que minimizam o risco do investimento.....	48
8	Taxas de retornos esperados e riscos das carteiras formadas por quatro ativos.....	51
9	Composições dos portfólios formados por quatro ativos que minimizam o risco do investimento.....	52
10	Taxas de retornos esperados e riscos e composições do portfólio formado por cinco ativos.....	52

LISTA DE FIGURAS

FIGURA		Página
1	Curva de investimentos equivalentes.....	12
2	Mapas de indiferenças para dois investidores.....	13
3	Fronteira eficiente para uma carteira com dois ativos.....	15
4	Fronteira eficiente de uma carteira formada por n ativos.....	17
5	Hipérbole risco-retorno de uma carteira com dois ativos.....	31
6	Curva representativa da fronteira eficiente de ativos	33
7	Hipérbole de risco-retorno de uma carteira contendo banana e maracujá.....	47



RESUMO

A fruticultura é um dos segmentos do setor da agricultura que tem crescido substancialmente no Nordeste e no Ceará. Ademais o Governo Estadual tem incentivado setores dinâmicos, dentre os quais sobressai a cadeia agroalimentar, com foco nos pólos agroindustriais, sendo a fruticultura uma das atividades em destaque neste contexto.

Este estudo objetivou determinar o retorno e o risco de frutas (ativos) selecionadas e comercializadas no Estado do Ceará, utilizando-se para tanto a Teoria do Portfólio defendida por Markowitz (1952), a qual sugere que a diversificação das carteiras compostas por diferentes ativos reduz o risco dos investimentos. Os dados utilizados foram obtidos na Central de Abastecimento do Estado do Ceará e correspondem aos preços semanais em atacado, no período de junho de 1997 a setembro de 2001, das principais frutas comercializadas no referido entreposto, ou seja, banana (selecionada como a fruta básica na formação das carteiras), abacate, laranja, mamão e maracujá. Com base nos resultados, concluiu-se: a) não se aconselha investimentos em banana e abacate isoladamente ou na combinação destes em uma carteira, uma vez que apresentaram individualmente ou combinados retornos esperados negativos, enquanto que a laranja apresentou o maior retorno, contudo, risco mais elevado do que o dos outros ativos (exceto o risco do mamão) ou das suas combinações; b) existem opções de se melhorar os resultados encontrados para a banana. Para tanto, deve-se incluir outras frutas na carteira, pois este fato reduz o risco da comercialização e em geral aumenta o retorno esperado; c) a diversificação reduz o risco, contudo, o retorno do portfólio poderá variar em função dos retornos esperados de cada um dos ativos considerados isoladamente. Esta não é uma regra geral, pois, dependendo das magnitudes dos diferentes retornos esperados dos ativos, uma maior diversificação poderá resultar em aumento do risco, ou seja, a diversificação deverá ocorrer até quando o retorno for compensatório para o investidor. Assim, recomenda-se que não se invista, no caso das frutas selecionadas na carteira formada pelo conjunto das cinco frutas em análise.

1 INTRODUÇÃO

1.1 Considerações sobre a Fruticultura

Nas últimas décadas, têm ocorrido grandes mudanças nas sociedades modernas. A população demonstra maior conscientização dos seus direitos, preocupação com a preservação do meio ambiente e com a qualidade de vida, conseqüentemente, mudanças nos hábitos alimentares, o que tem levado a priorizar alimentos mais saudáveis e mais ricos em nutrientes importantes para uma vida mais saudável.

Em razão de mudanças nos hábitos alimentares, o setor da fruticultura tem se destacado como um dos mais importantes segmentos agrícolas em todo o mundo. O Brasil atualmente é um dos grandes produtores de frutas, contudo, tem apresentado, historicamente, participação insignificante no mercado mundial de frutas frescas, com participação de menos de 1% no comércio internacional. Por outro lado, o consumo de frutas *per capita* no País é de 40 kg/hab/ano, enquanto nos países europeus é de 100 kg/hab/ano, o que demonstra o potencial de crescimento não só do mercado externo como interno (PIMENTEL, 1998). Estas estatísticas contribuíram para aumentar o interesse, não só de empresários como também de classes diferentes de produtores que procuram aproveitar o mercado propulsor da fruticultura.

A emergência do agronegócio de frutas tropicais encontrou o respaldo necessário para o seu incremento junto aos órgãos responsáveis pela implementação de políticas de desenvolvimento na Região Nordeste, uma vez que tem sido dada prioridade à atividade por parte de instituições governamentais responsáveis, através de programas tais como o PADEFIN – Programa de Apoio e Desenvolvimento da Fruticultura Irrigada do Nordeste, e do PROCEAGRI - Programa Cearense de Agricultura Irrigada, criado através da SEAGRI – Secretaria de Agricultura Irrigada do Estado do Ceará.

Ademais, com o intuito da promoção do desenvolvimento sustentado nos últimos anos, o Banco do Nordeste vem aplicando recursos em financiamento nos pólos de fruticultura irrigada com o objetivo de expandir a produção de frutas para exportação, fato este que está contribuindo para geração de muitos empregos e capacitação de agentes produtivos e técnicos da Região. Além destes incentivos, a Região vem experimentando crescente desenvolvimento, pois conta ainda com projetos de irrigação do Governo Federal, através da CODEVASF (Companhia de Desenvolvimento do Vale do São Francisco), que tem estimulado empreendimentos privados, entre os quais a fruticultura para atendimento ao mercado interno e ao processamento agroindustrial (BN, 2001).

+ De acordo com a Secretaria de Agricultura Irrigada do Estado do Ceará, com a implantação do PROCEAGRI, o Ceará poderá vir a se tornar o grande celeiro da produção mundial de frutas, em razão de suas potencialidades para a produção de uma extensa variedades de frutas com qualidade superior em virtude dos altos teores de brix, além do desenvolvimento rápido das plantas, graças ao elevado teor de insolação e evapotranspiração, características dessa região. Faz-se necessário, assim, transformar esta vantagem comparativa em vantagem competitiva. +

+ A fruticultura apresenta forte potencial para o desenvolvimento no Estado, uma vez que: i) tem se destacado, como a excelente alternativa às culturas habitualmente cultivadas, mas que apresentam pouca competitividade ii) produz, relativamente às culturas tradicionais, maior número de empregos e de renda por hectare, contribuindo para uma vida digna no setor agrícola; iii) aumenta a possibilidade de exportações e de receitas tributárias; e iv) possibilita a retenção do homem no setor rural e o uso intensivo da mão-de-obra feminina, contribuindo para a promoção da mulher no setor. *



1.2 O Problema e sua Importância

A produção de alimentos em países em desenvolvimento e com características essencialmente agrícolas, como o Brasil, constitui um desafio e a oportunidade de promover o crescimento, haja vista a necessidade de produzir para atender a demanda crescente da população, gerar emprego e renda, fundamentais para a melhoria da qualidade de vida da população.

Um problema crucial enfrentado pela agricultura, ao lado de muitos, refere-se as grandes variações de renda decorrentes de fatores aleatórios. Explicitamente, esses fatores afetam a produtividade e os preços, os quais transmitem suas variações ao comportamento da renda do agricultor.

É sabido que a rentabilidade dos investimentos agrícolas no Brasil é, em média, comparável ao que se obtém no setor industrial. No entanto, as variações dessa rentabilidade, decorrente dos riscos, é muito mais acentuada nas atividades agrícolas.

Como já amplamente discutido, os investimentos realizados no setor agrícola estão, em geral, associados a elevados graus de risco, o que torna difícil a tarefa de decidir, considerando que os indivíduos buscam sempre maximizar suas funções de utilidade, embora para isto tenham de submeter-se a certo risco para alcançar uma determinada renda, ou a máxima renda que ele pode conseguir ao aceitar certo nível de risco (BITTENCOURT *et al.* 1998).

Por conseguinte, políticas agrícolas que visem a reduzir as incertezas na agricultura são de grande importância. Naturalmente, o ideal é que, ao mesmo tempo, haja redução de risco e aumento da rentabilidade. Ademais, neste contexto, aumentar a produtividade física, por si, não representa questão relevante. De fato, nem sempre aumento de produtividade leva a aumentar a rentabilidade (MENEZES, 1981). Conforme este autor, a avaliação em termos de renda e risco das principais atividades agrícolas desenvolvidas em uma região mostra-se como um dos requisitos básicos para reduzir riscos na agricultura.

Deve-se mencionar que, além do risco e da rentabilidade, outro fator importante que influencia na tomada de decisão no que respeita aos investimentos no setor é a fonte dos recursos para realizar as inversões. Historicamente, a disponibilidade de financiamento por parte dos órgãos públicos tem incentivado ou desestimulado vários empreendimentos.

Segundo SILVA *et al.* (1997), as ações da política de teor agrícola no Brasil acompanham de perto as alterações ocorridas na percepção do Estado na Economia. Na década de 1980, houve uma dramática mudança nas ações governamentais. Considera-se que as forças de mercado são mais eficazes para promover a prosperidade econômica. O setor público deixa de ser um agente superavitário capaz de estimular as atividades privadas, eliminam-se os subsídios e reduz-se sua importância na oferta de crédito, procurando-se transferir para o mercado as tarefas antes exercidas pelo governo.

ARAÚJO e ALMEIDA (1996), citados por SILVA *et al.* (1997, p. 286), destacam, entre as propostas de financiamento que não oneram os cofres públicos, algumas formas de emprego de capital via bolsas de físico e de futuros, mecanismos que transferem ao mercado a tarefa de promover recursos para o financiamento da atividade produtiva. Para a agricultura comercial, uma das possibilidades de aplicação dos recursos é apresentada pelos fundos - um conjunto de ativos¹ que apresentam diferentes graus de retornos, destacando-se as *commodities*², formadas pelos produtos agrícolas e que também são vistas como importantes ativos. Seus retornos, entretanto, dependem exclusivamente do mercado, sendo apurados pela diferença entre os preços de compra e de venda dos mesmos.

◊ Neste contexto, a fruticultura é um dos segmentos do setor da agricultura que tem crescido substancialmente na Região e no Estado do Ceará. O Nordeste apresenta vantagem comparativa na produção de frutas em

¹ Conjunto de bens, valores, créditos e semelhantes, que formam o patrimônio de uma firma.

² *Commodities*: termo utilizado nas relações comerciais internacionais. Designa um tipo particular de mercadoria em estado bruto ou produto primário de importância comercial, como é o caso do café, do chá, do algodão, do cobre etc.

relação a outras áreas do mundo, por situar-se na única região semi-árida do planeta, o que possibilita a produção de uma extensa variedade de frutas de qualidade superior, reconhecidas mundialmente pelas suas qualidades e sabor. Este fato tem estimulado as exportações e conseqüentemente investimentos em tecnologias modernas para incrementar a produção de que se trata. *

x Ademais, em virtude do grande potencial de terras irrigáveis, das condições edafoclimáticas e do mercado promissor o Governo do Ceará tem demonstrado interesse em promover o desenvolvimento de setores dinâmicos, dentre os quais se destaca a cadeia agroalimentar, com foco nos pólos agroindustriais, sendo a fruticultura uma das atividades em destaque neste contexto. ↓

↓ Paralelamente à expansão do setor de produção de frutas, outros setores têm se desenvolvido, tais como a agroindústria, com o processamento de polpas e outros subprodutos, e o próprio comércio da fruta *in natura*, para os outros estados bem como também para fora do País. A comercialização das frutas constitui importante fonte de investimento, gerando emprego e renda para outros elos da cadeia produtiva como para o próprio produtor que, em parte das vezes, assume o papel de comercializar, ele próprio, o produto. *

Não são conhecidos até o momento estudos no Estado do Ceará que visem a determinar e comparar os retornos e os riscos das principais frutas comercializadas, ou ainda, qual a combinação destas que proporcionem maior retorno associado a um determinado nível de risco ou vice-versa, fixando-se um nível aceitável de risco e qual o maior retorno que poderá ser obtido. Acredita-se que os resultados deste tipo de pesquisa sejam muito importantes para orientar àqueles que pretendam investir nesta atividade, como também servir de base para o incentivo à produção de frutas que garantam menor nível de risco e retornos mais elevados.



Este estudo pretende verificar o desempenho, em termos de retorno e risco de um conjunto de frutas selecionadas, doravante chamado de portfólio³ ou carteira. A idéia é analisar o desempenho de um conjunto de produtos agrícolas (frutas), sob o ponto de vista do retorno e do risco, com o auxílio da Teoria do Investimento. A escolha deste portfólio decorre não só a importância da fruticultura como fonte importante de alimentos, que a cada dia vem obtendo preferência dos consumidores, como também por ser atividade com incentivos à produção por parte do Governo com vistas também às exportações. Além do mais é, também, um determinante importante de geração de renda e emprego.

³A palavra portfólio tem sua origem no latim e deriva de *postare*, que significa carregar, e *foglio*, que significa folha ou papel. Portfólio passou então a ser entendido como um conjunto de ativos possuído por um indivíduo. Estes podem ser ativos reais, como uma casa ou carro, ou ativos financeiros, como ações e títulos. Assim, Portfólio (ou carteira de títulos) é um conjunto de títulos e valores que um investidor possui, seja pessoa física ou jurídica, podendo estar concentrado em alguns títulos selecionados ou diversificar-se numa grande variedade, passando dos mais aos menos rentáveis.

2 OBJETIVOS

2.1 Objetivo Geral

O objetivo geral deste estudo é determinar o retorno e o risco de frutas (ativos) selecionadas e comercializadas no Estado do Ceará, utilizando-se para tanto a estratégia de diversificação defendida por MARKOWITZ (1952) na formação de carteiras com diferentes combinações de ativos

2.2 Objetivos Específicos

- Calcular o retorno esperado e o risco de cada ativo isoladamente;
- calcular o retorno esperado e o risco dos portfólios ou carteiras compostas pelas combinações de dois, três quatro e cinco ativos;
- verificar a participação de cada ativo no portfólio, de forma a obter um mínimo risco;
- determinar quais as melhores combinações entre ativos que resultem em maior retorno com mínimo risco; e
- analisar as covariâncias entre os ativos nas carteiras mencionadas.

3 METODOLOGIA

3.1 Referencial Teórico

Em geral, as variáveis que interagem num sistema econômico são, de certa forma, aleatórias. Por essa razão, modelos matemáticos determinísticos vão cedendo lugar para os modelos estocásticos, segundo os quais no mundo real os fenômenos ocorrem aleatoriamente, isto é, estão sujeitos a riscos e incertezas (BISERRA, 1991).

Segundo PINDYCK (1994), os termos risco e incerteza são amplamente discutidos dentro da teoria econômica. O risco é caracterizado por situações que ocorrem com probabilidade conhecida, enquanto incerteza é caracterizada por situações nas quais a probabilidade de ocorrência do fenômeno não pode ser prevista. SALOMON E PRINGLE, citados por SECURATO (1996), consideram risco como o grau de incerteza a respeito de um evento. Em relação a investimentos financeiros, o termo risco, em sentido fundamental, pode ser definido como a possibilidade de prejuízo financeiro. Os ativos que possuem grande probabilidade de prejuízo são vistos mais arriscados do que aqueles com menor possibilidade de danos financeiros. Apesar da diferença mencionada, mais formalmente o termo risco é usado alternativamente como incerteza, ao referir-se à variabilidade de retornos associados a um dado ativo (GITMAN, 1997).

A análise de riscos é bastante utilizada quando se pretende fazer investimentos, podendo auxiliar os empresários em aspectos, tais como, planejamento das atividades, especialmente no que diz respeito à alocação dos recursos e níveis de investimentos (SILVA, 1998).

De acordo com MATTOS (2000), toda decisão financeira envolve dois componentes básicos: risco e retorno. Por natureza, tais decisões implicam a escolha de oportunidades de investimentos com diferentes taxas de retorno e níveis de risco, cabendo aos investidores escolher uma combinação de ambos

que melhor satisfaça suas aspirações. Os investidores possuem diferentes preferências relativas à combinação risco-retorno de seus investimentos, sendo que um dos principais determinantes do comportamento do consumidor, sem qualquer dúvida, são seus gostos e preferências.

MARKOWITZ (1959), apresentou uma das principais contribuições à Teoria do Portfólio, quando sugeriu nova metodologia para determinar o comportamento dos investidores, ou seja, em vez de assumir a idéia de que os investidores preocupam-se apenas em maximizar o retorno esperado de seus investimentos, o autor propôs que se pensasse em termos de utilidade esperada, por exemplo, a obtenção de um retorno mais elevado não significa necessariamente que a utilidade esperada associada a este retorno seja da mesma magnitude e vice-versa. Isso dependeria das preferências do investidor, expressas pela sua função utilidade.

A Teoria do Portfólio proporciona os fundamentos para a introdução e aplicação de modelos estocásticos a problemas econômicos agrícolas, portanto, representa um avanço considerável no processo de tomada de decisão frente ao risco. A análise desta teoria se baseia no princípio de Bernoulli, também conhecido como Teorema da Utilidade Esperada, o qual sugere que o empresário tende à maximização da utilidade em vez do lucro. A utilidade esperada é função da renda e do grau de risco de tais retornos. A estimativa do risco representa o problema central, pois a expectativa da função de utilidade esperada, expandida pela série de Taylor, mostra que esta é uma função da renda esperada e de $n-1$ parâmetros que representam o risco. Se a função de utilidade do tomador de decisão é quadrática e se a distribuição de freqüência dos retornos é normal, então levar-se-á apenas em consideração dois parâmetros a saber, retorno esperado e a variância do retorno esperado (PORTO *et al.*, 1982).

Com base nos conhecidos Teorema de Roller e Teorema do Valor Médio e finalmente na expansão da Série de Taylor, a função de utilidade do consumidor pode ser expressa como a seguir: BARTLE (1983), LEITHOLD (1978).

$$U = U(E) + \frac{U(E)'}{1!}(r - \bar{R}) + \frac{U(E)''}{2!}(r - \bar{R})^2 + \frac{\sum_{i=3}^{\infty} U(E)^i (r - \bar{R})^i}{i!} \quad (01)$$

Aplicando-se o operador de esperança matemática à referida equação, resultará em uma função com os dois principais momentos da distribuição de probabilidade normal:

$$E(U) = U(E) + \frac{U(E)'E(r - \bar{R})}{1!} + \frac{U(E)''E(r - \bar{R})^2}{2!} + \frac{\sum_{i=3}^{\infty} U(E)^i E(r - \bar{R})^i}{i!} \quad (02)$$

Onde:

r = retorno dos ativos;

$U(E)$ = valor da função utilidade em $E(r)$;

$E(r - \bar{R})$ = valor esperado dos desvios;

$E(r - \bar{R})^2$ = variância.

Sendo a função de utilidade quadrática, a derivada dos momentos de ordem igual ou superior a três é igual a zero, conclui-se daí que o último termo da Equação (02) é igual a zero. Resulta, então, na função $U(E,V)$, que é uma boa aproximação da função utilidade do consumidor [MATTOS (2000), MARKOWITZ (1952)].

$$U(E,V) = U(E) + 1/2U''(E) V \quad (03)$$

Onde:

$U(E)$ = o valor esperado da função utilidade;

$U''(E)$ = a derivada de segunda ordem da função utilidade;

V = variância do retorno esperado.



A derivada da função $U(E,V)$, equação de utilidade do consumidor em relação a sua média e variância, expressa a taxa marginal de substituição do investidor, desta forma,

$$-\frac{\frac{\partial U}{\partial V}}{\frac{\partial U}{\partial E}} = \frac{\frac{\partial U(E)}{\partial R}}{\frac{\partial V}{\partial R}}$$

Com base no resultado da taxa marginal de substituição mencionada, classifica-se o investidor em três categorias, segundo CRUZ (1980):

- (a) **propenso ao risco**: investidores que aceitam maior risco para ter a chance de obter ganhos bastante elevados (taxa marginal menor do que zero);
- (b) **averso ao risco**: investidores que não aceitam riscos elevados, a não ser que possam também obter maior retorno esperado (taxa marginal positiva);
- (c) **indiferente ao risco**: investidores que aceitam qualquer risco para um mesmo retorno esperado (taxa marginal igual a zero).

Em geral, a literatura financeira assume o argumento de que o comportamento-padrão dos investidores é somente aceitar maiores níveis de risco quando for possível obter maior retorno esperado, ou seja, os investidores aversos ao risco são considerados como a maioria dos agentes econômicos (SÍMONSEN, 1983).

A construção das curvas de indiferença de um investidor é fundamental para o desenvolvimento da Teoria do Portfólio. Estas, por sua vez baseiam-se na Teoria da Escolha ou da Preferência e na Teoria da Utilidade e permitem avaliar as suas preferências em condição de incerteza. Para maior compreensão deste assunto ARCHER e D'AMBROSIO, citados por SECURATO (1996), construíram as curvas de indiferença da seguinte maneira: consideraram um investidor, pessoa física ou representante de uma empresa, e idealizaram um investimento I , onde estão fixados o risco S e o retorno R . Indagaram ao investidor sobre toda uma série de oportunidades de investimentos que julgassem equivalentes ao investimento I . Denominaram por I_1, I_2, I_3, I_4 , algumas destas oportunidades equivalentes ao investimento I , seguindo a visão do investidor. Cada uma destas oportunidades equivalentes

apresenta diferentes riscos e retornos, tanto entre si quanto em relação ao investimento I (FIGURA 1).

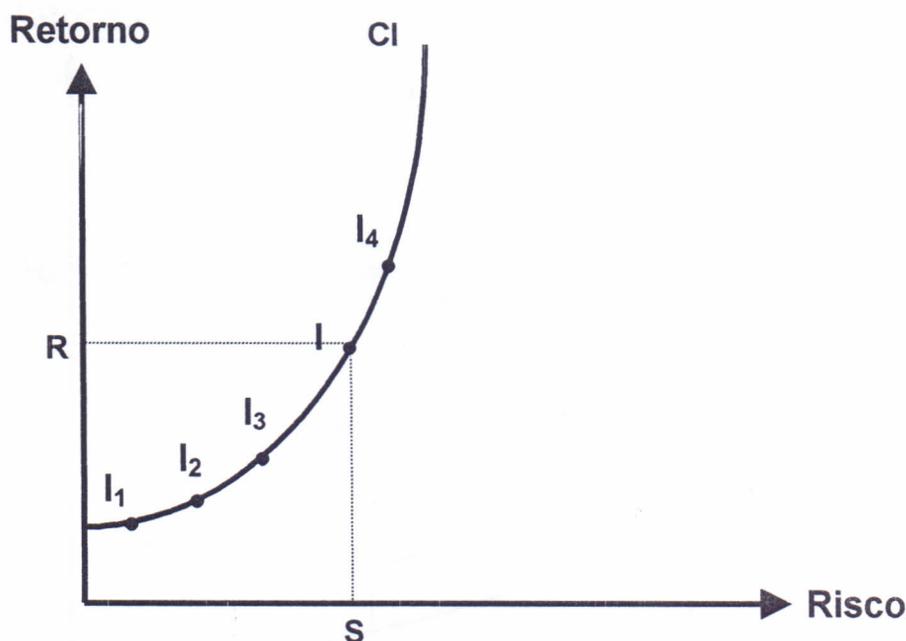


FIGURA 1 - Curva de investimentos equivalentes.

A curva CI (curva de investimentos equivalentes) apresenta pontos de combinações diferentes de risco e retorno, porém com investimentos equivalentes ao investimento I.

Pode-se repetir este processo a partir de investimento I_5 , I_6 , I_7 e assim por diante, obtendo uma família de curvas características do investidor, ou seu mapa de indiferença (FIGURA 2).

Com base no pressuposto da racionalidade, o investidor INV-1, com curvas de indiferença CI_1 , CI_2 , CI_3 , e CI_4 , preferirá os investimentos da curva CI_1 em relação às demais; se estes não forem possíveis, preferirá os da curva CI_2 , em seguida os da curva CI_3 e, finalmente, os da curva CI_4 . Este fato é fácil de ser observado no gráfico mencionado, onde existe na curva CI_1 um investimento com a mesma rentabilidade R_A do investimento A, mas com risco S_1 menor do que S_3 . Como pode ser observado, dois investidores poderão ter diferentes famílias de curvas de indiferença. Vê-se na figura 2 as curvas de

um investidor, INV-2, que aceita maior risco para diferentes retornos, comparativamente ao investidor INV-1.

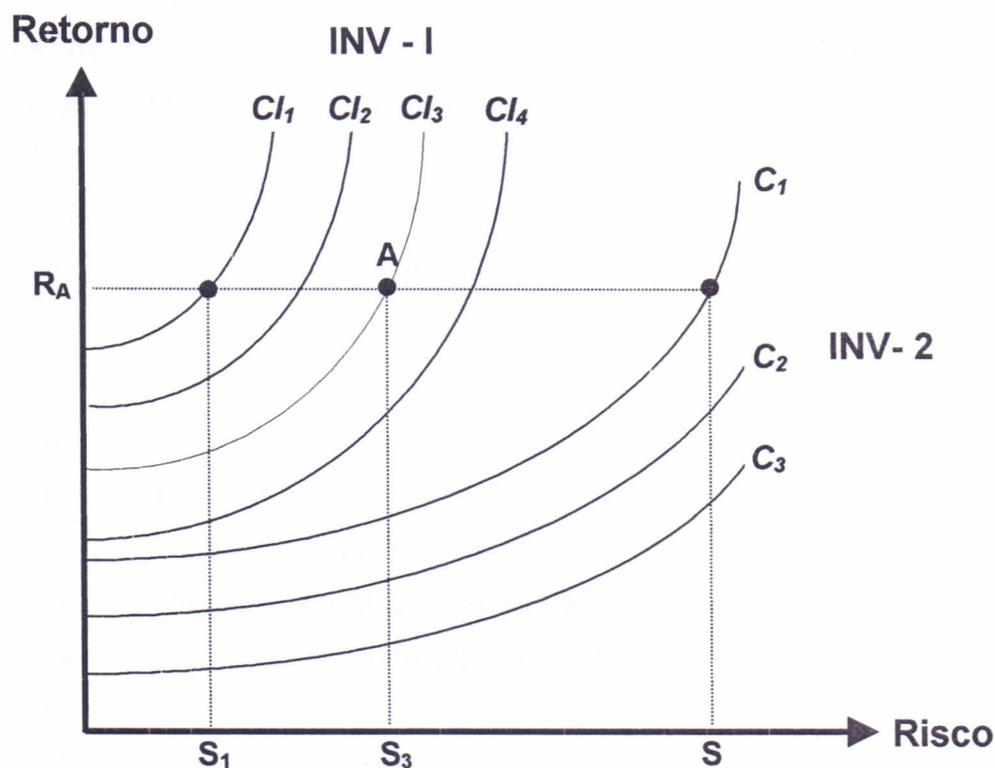


FIGURA 2 - Mapas de indiferenças para dois investidores.

Com base, ainda, nesses autores, enumeram-se as principais características das curvas de indiferença do investidor:

- ◆ as curvas têm inclinação positiva, ou seja, as retas tangentes são inclinadas para a direita, caracterizando que, para maiores riscos, terão maiores retornos;
- ◆ as curvas caminham para uma assíntota vertical à medida que cresce o risco, mostrando que os retornos devem ter acréscimos crescentes em relação a um aumento do risco;
- ◆ deslocando-se os pontos horizontalmente, para esquerda, obtém-se curvas de maior conforto em relação ao risco, para um mesmo retorno estabelecido;
- ◆ deslocando-se os pontos para cima, segundo uma linha vertical, consegue-se maiores níveis de retorno em relação a um mesmo nível de risco.

Como referido, a Teoria do Portfólio assume a idéia de que, ao montar uma carteira, um investidor busca minimizar o risco de seu investimento. Vale ressaltar que o risco pode ser minimizado, mas dificilmente eliminado. Os trabalhos de MARKOWITZ (1952, 1959) expressam fundamentalmente a noção de que o risco de uma carteira de investimentos poderia ser minimizado através da chamada diversificação científica de investimentos. O princípio básico considera que os comportamentos seguidos pelos retornos de cada ativo deveriam ser diferentes. A redução de um retorno esperado de um ativo provocado por qualquer fenômeno aleatório não afetaria da mesma forma o retorno dos outros ativos de uma carteira, o que poderia compensar o efeito do primeiro ativo. A medida utilizada para avaliar se os retornos de dois ativos se comportam de maneiras distintas ao longo do tempo é a covariância, que mensura a relação entre os retornos de dois ativos. Se valores crescentes dos retornos de um ativo estiverem associados a valores crescentes dos retornos do outro ativo, a covariância será positiva. Já se retornos crescentes de um ativo estiverem associados com retornos decrescentes de outro ativo, a covariância será negativa. No âmbito da Teoria do Portfólio, à medida que se passa da correlação positiva perfeita dos retornos dos ativos para retornos não correlacionados e para a correlação negativa perfeita dos retornos, a capacidade para reduzir o risco é melhorada, ou seja, à medida que a correlação se torna menos positiva e mais negativa, melhora a capacidade de redução do risco.

A moderna Teoria do Investimento teve início com uma publicação de Henry C. Markowitz, datada 1952, na qual demonstrava teoricamente como estimar uma função formada por ativos que apresentavam a maior taxa de retorno esperado possível, dado um nível de risco. Essa função ficou conhecida como *mínimo variance set* (fronteira eficiente de ativos com risco). Na prática, entretanto, ela não pôde ser estimada na época, porque envolvia cálculos muito complexos que só puderam ser executados a partir dos anos 1970, com o auxílio dos computadores.

Deve-se mencionar o fato de que, quando se analisa a questão do risco-retorno de investimentos, admite-se que o investidor é racional. Assim, os

investidores procuram “deslocar-se para as alternativas de investimentos com a máxima rentabilidade esperada e o mínimo de risco possível”.

Conforme caracteriza BRITO (1989), a estrutura de preferência dos investidores tem as seguintes propriedades:

i) entre combinações de investimento com o mesmo nível de risco, o investidor sempre escolherá aquele que oferece a máxima rentabilidade esperada; e

ii) entre combinações de investimento com a mesma rentabilidade esperada, o investidor sempre escolherá aquela que oferece o mínimo risco.

Na FIGURA 3, consideram-se um gráfico de risco-retorno e as curvas de indiferença de um investidor e a hipérbole representativa das possíveis composições de uma carteira C, como segue:

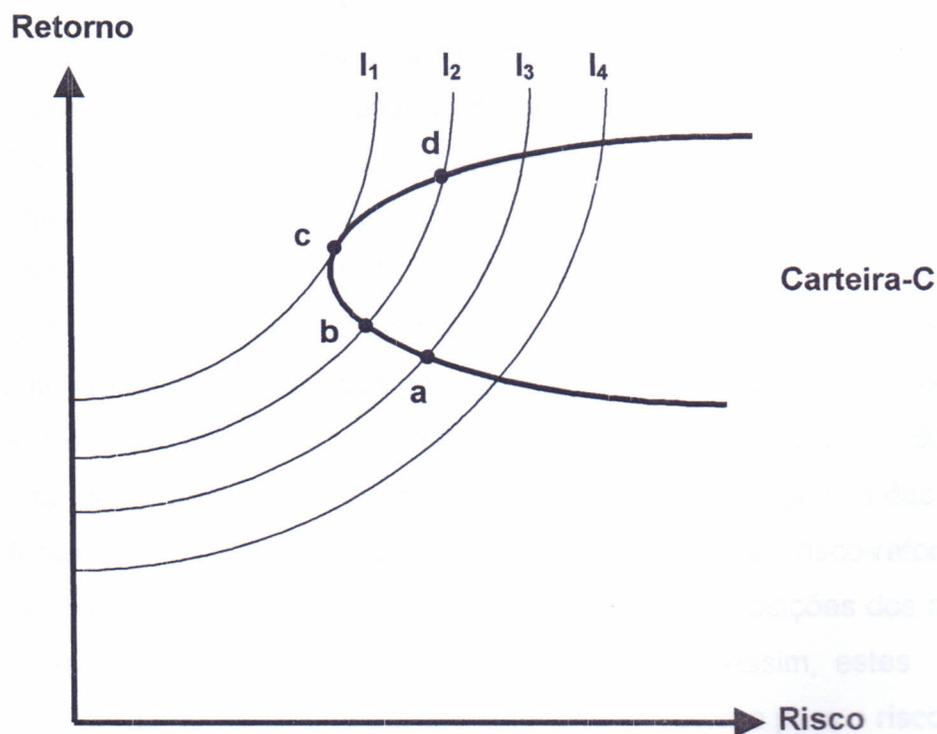


FIGURA 3 - Fronteira eficiente para uma carteira com dois ativos.

A Figura 3 representa uma carteira C formada por apenas dois ativos. A composição ótima, como referido, será a do ponto “c”, exatamente na tangência entre a curva de indiferença e a hipérbole da carteira, ou seja, o

ponto "c" tem a composição mais eficiente da carteira C, segundo a visão do investidor.

Desta forma, admite-se que o investidor racional respeitará o princípio de dominância, segundo o qual se espera que o investidor tenha preferência por curvas de indiferença mais inclinadas para o eixo dos retornos; assim dará preferência aos pontos da curva I_1 , seguidos dos pontos da curva I_2 , I_3 , e finalmente I_4 . Então, sendo a, b, c e d os pontos que correspondem a possíveis composições da carteira C, a composição escolhida será a correspondente ao ponto "c".

Considera-se a seguir o caso de a carteira C constituir-se por n ativos A_1, \dots, A_n . Se considerarmos a composição relativa de $n-1$ ativos, por exemplo A_2, A_3, \dots, A_n , que formam uma subcarteira ou que podem ser entendidos como um novo ativo B, pode-se examinar a composição da carteira formada pelos ativos A_1 e B. Assim, obtém-se uma hipérbole representativa da relação risco-retorno, conforme é variada a composição dos ativos A_1 e B.

Tomando-se por base os n ativos da referida carteira, pode-se obter uma família de hipérbolas como representação da carteira C. Cada uma dessas hipérbolas pertencentes à família destas que representa a carteira C terá um ponto de tangência com uma curva de indiferença. Este ponto representa uma das composições da fronteira eficiente de ativos com risco.

A fronteira eficiente de investimentos expressa-se através do lugar geométrico dos investimentos mostrados pelos pontos de tangência das curvas de indiferença com as hipérbolas representativas da relação risco-retorno das carteiras. Os pontos y_1, y_2, y_3 e y_4 são exemplos de composições dos n ativos da carteira C com a máxima eficiência risco-retorno. Assim, estes pontos correspondem às carteiras que apresentam o maior retorno para o risco fixado e o menor risco para o retorno fixado (FIGURA 4).

As composições que resultam em risco mínimo indicam a preferência dos diferentes investidores, resultando assim em uma região hiperbólica denominada de fronteira eficiente de investimentos com risco. É a envoltória da família de hipérbolas da carteira C.

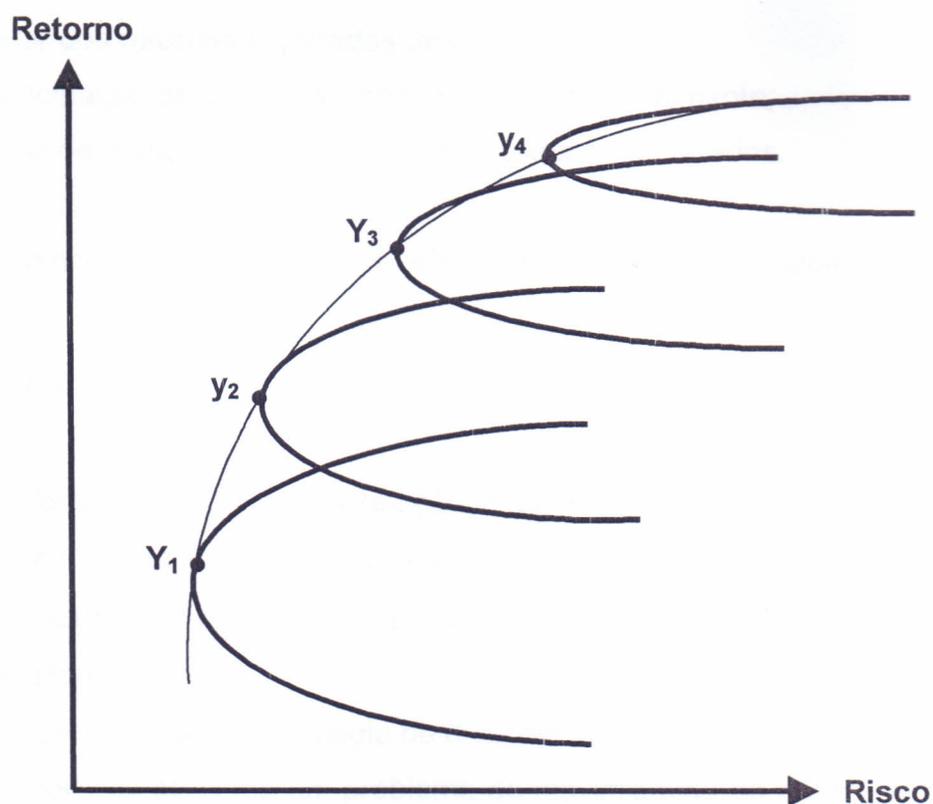


FIGURA 4 - Fronteira eficiente de uma carteira formada por n ativos.

Matematicamente, segundo SILVA *et al.* (1997), para obtenção de um portfólio com risco possível dado um certo retorno, minimiza-se a seguinte função:

$$\text{Mín } \sigma^2 = WAW'$$

Sujeito:

$$\alpha = Wr - e$$

$$\sum_{i=1}^n W_i = 1$$

Sendo:

α = um escalar que representa uma taxa arbitrária de retorno esperado do portfólio;

r = o vetor dos retornos esperados de cada ativo;

W = participação de cada ativo no montante do investimento;

A = matriz de variância e covariância dos retornos esperados.

Combinando as duas expressões acima, obtém-se a seguinte equação:

$$L(W) = WAW' - \lambda(Wr - \alpha)$$

Diferenciando $L(W)$ em relação a W_i e igualando o resultado a zero, teremos $n+1$ equações, incluindo $\lambda(Wr - \alpha) = 0$. A solução desse sistema para W e λ fornece a composição do portfólio de menor variância possível com taxa de retorno α .

Como se sabe, a estratégia de diversificação proposta por MARKOWITZ (1952) expressa-se como um problema de maximização do retorno esperado, dado um nível de risco; ou então como um problema de minimização de risco dado um certo nível de retorno esperado pelo investidor. Assim, para o caso de n ativos, ELTON & GRUBER (1995), citados por PIZZOL *et al.*, (1999), sugerem as seguintes opções:

$$i) \text{Máx} \quad W_1R_1 + W_2R_2 + \dots + W_nR_n = \sum_{i=1}^n W_iR_i$$

Sujeito a:

$$\text{Var}(R_i) = \sigma^2 = \sum_{i=1}^n (S_i^2)W_i + \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=2}^n W_iW_j \text{cov}(r_i, r_j)$$

Onde:

$\sum W_i = 1$, com

$0 \leq W_i \leq 1 \quad i = 1, \dots, n$.

r_i = i -ésimo retorno do portfólio;

r_j = j -ésimo retorno do portfólio;

W_i = i -ésima participação do retorno i ;

W_j = j -ésima participação do retorno j .

$$\text{ii) Min Var}(R_i) = \sigma^2 = \sum_{i=1}^n (S_i^2) W_i + \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=2}^n W_i W_j \text{cov}(r_i, r_j)$$

Sujeito a:

$$R_C = W_1 R_1 + W_2 R_2 + \dots + W_n R_n = \sum_{i=1}^n W_i R_i$$

Sendo:

$$\sum W_i = 1$$

$$0 \leq W_i \leq 1 \quad i = 1, \dots, n.$$

R_C , retorno esperado da carteira;

R_i , retornos esperados dos ativos $i=1, \dots, n$.

A solução desse sistema mostrará qual a participação de cada ativo no portfólio, de forma a atingir o maior retorno esperado para um dado nível de risco ou um menor risco dado um certo nível de retorno esperado.

De acordo com ALEXANDER & FRANCIS (1986), citados por MATTOS (2000), a Teoria do Portfólio estabelece as seguintes pressuposições:

- a) os investidores buscam maximizar suas utilidades esperadas;
- b) os investidores trabalham com um horizonte temporal;
- c) os investidores são aversos ao risco;
- d) os investidores escolherão suas carteiras ótimas com base nas médias e variâncias dos retornos dos ativos (ou seja, retorno esperado e risco);
- e) os mercados são perfeitos (custos operacionais e impostos não existem);
- f) os investidores são tomadores de preços;
- g) os ativos são infinitamente divisíveis, de modo que podem ser comprados em partes, se for necessário;
- h) a soma da participação de cada ativo na carteira deve ser igual a 1;
- i) a participação de cada ativo no portfólio deve ser maior ou igual a zero, ou seja, não são admitidas compras a descoberto;

- j) nenhum dos coeficientes de correlação entre retornos dos ativos da carteira há de ser igual a +1;
- k) nenhum dos ativos da carteira apresenta variância do retorno igual a zero, ou seja, não se considera ativos livres de risco entre as opções do investidor;
- l) pelo menos dois dos n ativos da carteira têm retornos esperados diferentes (se todos apresentassem o mesmo retorno esperado, bastaria ao investidor escolher aquele com menor risco).

3.2 Críticas à Teoria do Portfólio

De acordo com MATOS (2000) e SIMONSEN (1983), a Teoria do Portfólio está submetida a várias críticas, como as que vêm a seguir.

- Uma das críticas trata da racionalidade dos investidores, visto que estes podem não ser considerados suficientemente racionais por não seguirem padrões sugeridos como racionais nas tomadas de decisões no que diz respeito à elaboração de suas carteiras de investimentos. Neste sentido, Markowitz argumenta que o estudo do comportamento racional pode produzir alguns princípios gerais capazes de oferecer novos pontos de vista e ajudar a aperfeiçoar a capacidade de julgamento dos indivíduos.

- Outra crítica está na discussão sobre o emprego da variância como a melhor medida de risco de um investimento. Os críticos insistem em que, ao considerar tanto valores superiores quanto valores inferiores à média, a variância não consegue expressar adequadamente o risco de um investimento. Por outro lado, se os dados apresentarem uma distribuição normal, a variância é hávida como uma medida adequada do risco. Neste caso, a distribuição de probabilidade dos retornos deve ser simétrica. MARKOWITZ (1952).

- Também é citada a dificuldade em calcular as estatísticas, como retornos esperados, variâncias e covariâncias, utilizando-se para tanto séries

de dados históricos, pois estes podem não representar bem o futuro sendo possível até invalidar as projeções.

- Finalmente a forma da função utilidade esperada, apresentada por Markowitz, que restringe a análise aos dois primeiros momentos da distribuição dos retornos, ou seja, a média e a variância. O problema está nas implicações decorrentes do uso de uma função quadrática. Considerando esse tipo de função, tem-se que a utilidade do retorno passa a decrescer quando o retorno esperado supera o ponto de saciedade do investidor (ou seja, o ponto máximo da parábola que representa a função), ferindo, assim, o axioma de saciedade da Teoria da Utilidade.

Como exposto, diversos problemas têm sido levantados desde a elaboração da Teoria do Portfólio, sendo que alguns podem ser contornados sem maiores dificuldades, enquanto outros estão até hoje sem solução. Mesmo assim, esta teoria continua sendo bastante utilizada em razão da sua relativa simplicidade e dos satisfatórios resultados empíricos obtidos.

3.3 Instrumental Analítico

Esta unidade tem como finalidade apresentar de forma ordenada a fundamentação matemática necessária para o alcance dos objetivos propostos. Inicialmente, será apresentado formalmente o modelo de Markowitz, que tem por objetivo selecionar uma carteira formada por ativos que apresentem a maior taxa de retorno esperado possível, dado um nível de risco. Visando a maior compreensão, será mostrado detalhadamente o caso de um portfólio com dois ativos, e por último será descrito como se determina a fronteira eficiente para um portfólio com n ativos. O desenvolvimento desta metodologia tem por base os estudos de MARKOVITZ (1952), SECURATO (1986) PIZZOL *et al.* (1997), MATTOS (2000) e SILVA *et al.* (1997).

Assim, serão apresentados inicialmente os conceitos matemáticos de risco e retorno, que são a base da teoria mencionada. O retorno esperado para

um dado ativo é a soma das ocorrências das taxas dos retornos pelas suas respectivas probabilidades; a variância é obtida através da soma do quadrado dos desvios vezes suas respectivas probabilidades, enquanto o risco é obtido através da raiz quadrada da variância. Assim:

$$E(r_i) = P_1r_1 + P_2r_2 + \dots + P_nr_n = \sum_{i=1}^n P_i r_i \quad (04)$$

e

$$S(r_i) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \{[r_i - E(r_i)]^2 P_i\}} \quad (05)$$

Onde:

$E(r_i)$ = retorno esperado das taxas de retorno do ativo i ;

$S(r_i)$ = risco do ativo; com $i = 1, \dots, n$

r_1, r_2, \dots, r_n , representando as possíveis ocorrências das taxas de retornos sobre este ativo;

P_1, P_2, \dots, P_n = probabilidades de ocorrências associadas a cada possível retorno;

n = número total de taxas de retornos.

Para que se possa descrever o risco de forma quantitativa, é necessário que se conheça quais os possíveis acontecimentos, bem como sua probabilidade, (PYNDICK, 1994). A probabilidade é definida como uma medida que quantifica quão provável é determinada ocorrência.

Se considerarmos r_i , a taxa de retorno de um ativo, a probabilidade de que r_i ocorra tem que atender as seguintes propriedades:

$$0 \leq P(r_i) \leq 1;$$

$$P(r_1) + P(r_2) + \dots + P(r_n) = 1 \text{ ou seja, } \sum_{i=1}^n P_i$$

São também muito importantes na determinação do risco o cálculo e a análise da covariância entre os ativos. Como se sabe, se r_i e r_j são variáveis independentes, $\text{cov}(r_i, r_j) = 0$ (diz-se que, neste caso, r_i e r_j são variáveis não correlacionadas). Por outro lado, se r_i e r_j são dependentes, devemos calcular a $\text{cov}(r_i, r_j)$, que dependerá do cálculo das probabilidades conjuntas, ou seja, $P(r_i, r_j)$. Neste caso, determina-se a covariância como a seguir.

Sejam r_i , e r_j variáveis aleatórias. Então a covariância entre elas é dada pela seguinte expressão:

$$\text{cov}(r_i, r_j) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n [r_i - E(r_i)][r_j - E(r_j)]P(r_i, r_j)$$

Onde:

$E(r_i)$ = valor esperado das taxas de retorno do ativo i ;

$E(r_j)$ = valor esperado das taxas de retorno do ativo j ;

$P(r_i, r_j)$ = probabilidade das taxas r_i, r_j , com $i=1, \dots, n$ e $j=1, \dots, m$.

O coeficiente de correlação que mede o grau de dependência entre duas variáveis $\rho(r_i, r_j)$ é definido como:

$$\rho_{i,j} = \frac{\text{cov}(r_i, r_j)}{\sqrt{[\text{var}(r_i)][\text{var}(r_j)]}}, \quad \text{com } -1 \leq \rho_{i,j} \leq 1$$

$\text{Var}(r_i)$ = variância das taxas de retornos para o ativo i ;

$\text{Var}(r_j)$ = variância das taxas de retornos para o ativo j .

Neste estudo, considera-se o retorno sobre a comercialização das frutas como a variação de seu valor durante o tempo. De acordo com MATTOS (2000), os preços de ativos financeiros são bem aproximados de uma distribuição lognormal. Desta forma, a taxa de retorno do ativo i (r_i) será expressa pelo logaritmo natural, como a seguir:

$$r_i = \ln \left(\frac{p_t}{p_{t-1}} \right)$$

Sendo:

r_i = taxa de retorno do ativo i;

p_t = preço do ativo i no período t;

p_{t-1} = preço do ativo i no período t-1.

Por sua vez, o retorno esperado para um portfólio (ou carteira) formado por n ativos é obtido através da esperança matemática dos retornos esperados de cada ativo vezes a participação de cada ativo no montante, e pode ser obtido como a seguir:

$$R_C = W_1 R_1 + W_2 R_2 + \dots + W_n R_n = \sum_{i=1}^n W_i R_i \quad (06)$$

Sendo:

$E(r_i)$ = taxa de retorno esperado para cada ativo, $i=1, \dots, n$;

W_i = participação de cada ativo no montante do portfólio;

R_i = valor esperado das taxas de retorno de cada ativo i.

O risco do portfólio pode ser determinado através da expressão a seguir:

$$S_C = \sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^n (S_i^2) W_i^2 + \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=2}^n W_i W_j \text{cov}(r_i, r_j)} \quad (07)$$

Onde:

S_C = risco do portfólio

W_i = participações de cada ativo no montante;

S_i^2 = variâncias dos ativos contidos na carteira;

$\text{cov}(r_i, r_j)$ = covariâncias entre as taxas de retornos dos ativos.

3.3.1 Análise do comportamento do risco de uma carteira com dois ativos

É importante o entendimento do comportamento do risco quando ocorre diversificação dos ativos. Para maior compreensão, será considerada uma carteira com dois ativos, A_1 e A_2 , com as suas respectivas taxas de retornos r_i , r_j , variáveis aleatórias com suas distribuições de probabilidades:

$$r_i \sim N(R_1; S_1) \quad r_j \sim N(R_2; S_2)$$

Onde:

R_1 = retorno médio das taxas de retorno do ativo A_1 ;

R_2 = retorno médio das taxas de retorno do ativo A_2 ;

S_1 = risco do ativo A_1 ;

S_2 = risco do ativo A_2 .

Com base no exposto, obtém-se:

a) O retorno médio da carteira, R_C

O retorno médio da carteira com dois ativos é obtido usando-se a seguinte expressão:

$$\begin{aligned} R_C &= E(R_C) = E[WR_1 + (1 - W)R_2] = WE(r_i) + (1 - W)E(r_j) \quad \therefore \\ R_C &= WR_1 + (1 - W)R_2 \end{aligned} \quad (08)$$

b) O desvio da carteira, S_C

Pode-se determinar o desvio da carteira através da seguinte expressão matemática:

$$S_C = S(R_C) = \sqrt{S^2[WR_1 + (1-W)R_2]}$$

que resulta em:

$$S_C = \sqrt{W^2 S_1^2 + (1-W)^2 S_2^2 + 2W(1-W) \text{cov}(r_i, r_j)} \quad (09)$$

Sendo que:

W = participação do ativo A_i na carteira, $i=1,2$;

S_1^2 = variância do ativo A_1 ;

S_2^2 = variância do ativo A_2 ;

S_C = risco da carteira;

R_C = retorno esperado da carteira.

c) Composição da carteira de risco mínimo

Uma informação importante para quem deseja investir é a composição da carteira que proporcione o menor risco possível. Desta forma, partindo-se da equação de desvio, ou seja,

$$S_C = \sqrt{W^2 S_1^2 + (1-W)^2 S_2^2 + 2W(1-W) \text{cov}(r_i, r_j)}$$

a condição para obtenção da composição de ativos $[W;(1-W)]$ que dê o risco/desvio mínimo é estabelecida mediante o cálculo da derivada parcial de S_C em relação a W , igualando-se a zero. Assim:

$$\frac{\delta S_C}{\delta W} = 0$$

Onde:

δS_C = derivada do risco da carteira;

δW = derivada de W (composições das carteiras).

Inicialmente, deve-se desenvolver a expressão do desvio da carteira e reagrupá-la em função de W , como a seguir:

$$S_C = \sqrt{W^2 S_1^2 + S_2^2 - 2WS_1 S_2 + W^2 S_2^2 + 2W \text{cov}(r_i, r_j) - 2W^2 \text{cov}(r_i, r_j)} \quad (10)$$

ou ainda,

$$S_C = \sqrt{[S_1^2 + S_2^2 - 2 \text{cov}(r_i, r_j)]W^2 - 2 [S_2^2 - \text{cov}(r_i, r_j)]W + S_2^2} \quad (11)$$

considerandos que:

$$S_1^2 + S_2^2 - 2 \text{cov}(r_i, r_j) = A \quad (12)$$

tem-se:

$$S_2^2 - \text{cov}(r_i, r_j) = B \quad (13)$$

$$S_C = \sqrt{AW^2 - 2BW + S_2^2} \quad (14)$$

e assim, derivando S_C em relação a W , tem-se:

$$\frac{\partial S_C}{\partial W} = \frac{2AW - 2B}{2\sqrt{AW^2 - 2BW + S_2^2}} \quad (15)$$

Fazendo:

$$2AW - 2B = 0 \therefore W = \frac{B}{A} \quad (16)$$

Substituindo-se o valor de W na equação (14), obtém-se a expressão de risco mínimo da carteira:

$$S_C = \sqrt{A \frac{B^2}{A^2} - 2 \frac{B^2}{A} + S_2^2} \quad (17)$$

Assim:

$$S_{C\min} = \sqrt{S_2^2 - \frac{B^2}{A}} \quad (18)$$

Portanto, o risco mínimo da carteira ocorrerá para a composição $[W, (1-W)]$, onde $W = B/A$.

d) Curva Risco Retorno da Carteira

Como já apresentado, a expressão matemática para a determinação do retorno médio da carteira contendo dois ativos é:

$$R_C = WR_1 + (1 - W)R_2 \quad (19)$$

tirando-se o valor de W , tem-se:

$$W = \frac{R_C - R_2}{R_1 - R_2} \quad (20)$$

Substituindo o valor de W na equação (14), tem-se o risco em função do retorno como a seguir:

$$S_C = \sqrt{A \frac{B^2}{A^2} - 2 \frac{B^2}{A} + S_2^2} \quad (21)$$

e a variância da carteira dada por:

$$S_C^2 = \frac{A(R_C - R_2)^2 - 2B(R_C - R_2)(R_1 - R_2)}{(R_1 - R_2)^2} + S_2^2 \quad (22)$$

Fazendo $R_1 - R_2 = K$ e $R_C - R_2 = Z$, obtém-se:

$$S_C^2 = \frac{AZ^2}{K^2} - 2\frac{BZK}{K^2} + S_2^2 \quad (23)$$

que, igualando a zero, tem-se:

$$S_C^2 - \frac{AZ^2}{K^2} + 2\frac{BZ}{K} - S_2^2 = 0 \quad (24)$$

representando a curva de risco e retorno da carteira.

Para se conhecer a forma da curva de risco retorno definida pela equação acima, nas variáveis S_C , risco da carteira, e $Z = R_C - R_2$, que relaciona o retorno médio da carteira R_C , deve ser lembrada a equação na forma geral.

$a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + 2a_{12}xy + 2a_{13}x + 2a_{23}y + a_{33} = 0$ em que x, y são variáveis quaisquer.

Expressando a equação (24) na forma geral dada, tem-se:

$$S_C^2 + \left(-\frac{A}{K^2}\right)Z^2 + 2.0.S_C.Z + 2.0.S_C + 2.\frac{B}{K}.Z - (S_2^2) = 0 \quad (25)$$

Considerando-se que o formato da curva representativa da equação mencionada depende dos valores dos determinantes de 1ª ordem (D_1) e de 2ª ordem (D_2) e que, em geral, $D_1 \neq 0$ e $D_2 < 0$ (exceto nos casos de correlação

perfeita entre os retornos dos ativos que compõem a carteira) a curva representativa do retorno médio em função do risco será uma hipérbole:

$$S_C^2 - \frac{A}{K^2} Z^2 + 2 \frac{B}{K} Z - S_2^2 = 0 \quad (26)$$

Podendo ser escrito da seguinte forma:

$$S_C^2 - \left[\left(\frac{\sqrt{AZ}}{K} \right)^2 - \frac{2\sqrt{AZ}}{K} \cdot \frac{B}{\sqrt{A}} + \left(\frac{B}{\sqrt{A}} \right)^2 \right] + \left(\frac{B}{\sqrt{A}} \right)^2 - S_2^2 = 0 \quad (27)$$

ou ainda:

$$S_C^2 - \left(\frac{\sqrt{AZ}}{K} - \frac{B}{\sqrt{A}} \right)^2 + \left[\left(\frac{B}{\sqrt{A}} \right)^2 - S_2^2 \right] = 0 \quad (28)$$

que pode também ser escrito como:

$$S_C^2 - \frac{\left(Z - \frac{KB}{A} \right)^2}{\frac{K^2}{A}} = S_2^2 - \left(\frac{B}{\sqrt{A}} \right)^2 \quad (29)$$

Substituindo $Z = R_C - R_2$ na expressão (29), tem-se:

$$\frac{\left(\frac{S_C - 0}{1} \right)^2}{S_2^2 - \left(\frac{B}{\sqrt{A}} \right)^2} - \frac{\left[R_C - \left(R_2 + \frac{KB}{A} \right) \right]^2}{\frac{K^2}{A} \left[S_2^2 - \left(\frac{B}{\sqrt{A}} \right)^2 \right]} = 1 \quad (30)$$

que resulta na equação reduzida da hipérbole de centro:

$(S_C; R_C)$ centro= $(0; R_2 + KB/A)$, com as seguintes assíntotas:

$$R_C = \pm \frac{K}{\sqrt{A}} S_C + \left(R_2 + \frac{KB}{A} \right) \quad (31)$$

A representação gráfica da hipérbole contendo a curva de risco e retorno e suas assíntotas é mostrada na FIGURA 5 a seguir:

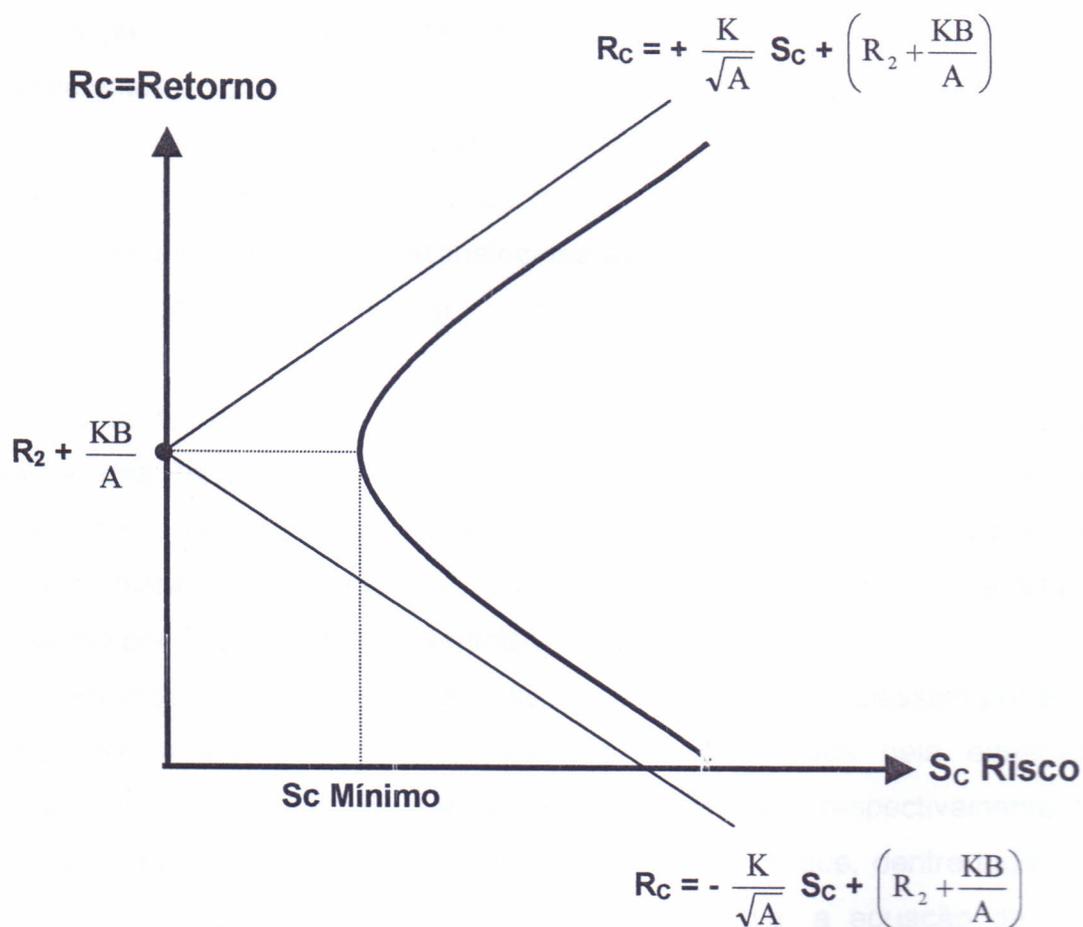


FIGURA 5 - Hipérbole risco-retorno de uma carteira com dois ativos.

3.3.2 Fronteira eficiente de n ativos com risco

O procedimento para a análise de carteiras com 3 ou mais ativos é similar, daí apresentar-se-á o instrumental para o caso generalizado "n" ativos.

Os investidores, em geral, procuram tomar suas decisões de forma racional e, se possível, com base científica no intuito de maximizar seus retornos, contudo, conhecendo os riscos que envolvem suas decisões. Desta forma o conhecimento da fronteira eficiente é importante, pois permite a visualização das combinações apropriadas de risco e retorno dos investimentos em potencial.

Conforme referido, considera-se nesta determinação "n" ativos, A_1, A_2, \dots, A_n , com retornos médios R_1, R_2, \dots, R_n e desvios S_1, S_2, \dots, S_n , respectivamente. Admite-se, estabelecidas as covariâncias entre os retornos dos ativos: $\text{cov}(r_1; r_2), \text{cov}(r_1; r_3), \dots, \text{cov}(r_1; r_n), \text{cov}(r_2; r_3), \dots, \text{cov}(r_2; r_n), \dots, \text{cov}(r_{n-1}, r_n)$.

Uma das formas de obtenção das combinações mencionadas parte da análise das tangentes à curva representativa da fronteira eficiente de investimentos com risco, conforme mostrado na FIGURA 6. Considera-se a curva no plano variância-retorno um ponto P sobre a mesma e uma reta r, passando por P, conforme apresentado na figura mencionada.

Fixando o ponto P, considera-se as demais retas que passam por este ponto, em particular a reta r, tangente à curva dada pela equação: $r = R_C = a + b_1V$; onde: R_C e V são retorno e variância, respectivamente. O que caracteriza a reta tangente à curva pelo ponto P é que, dentre todas as retas que têm único ponto em comum com a curva, a equação da reta tangente deverá ter o mínimo valor para o termo independente "a".

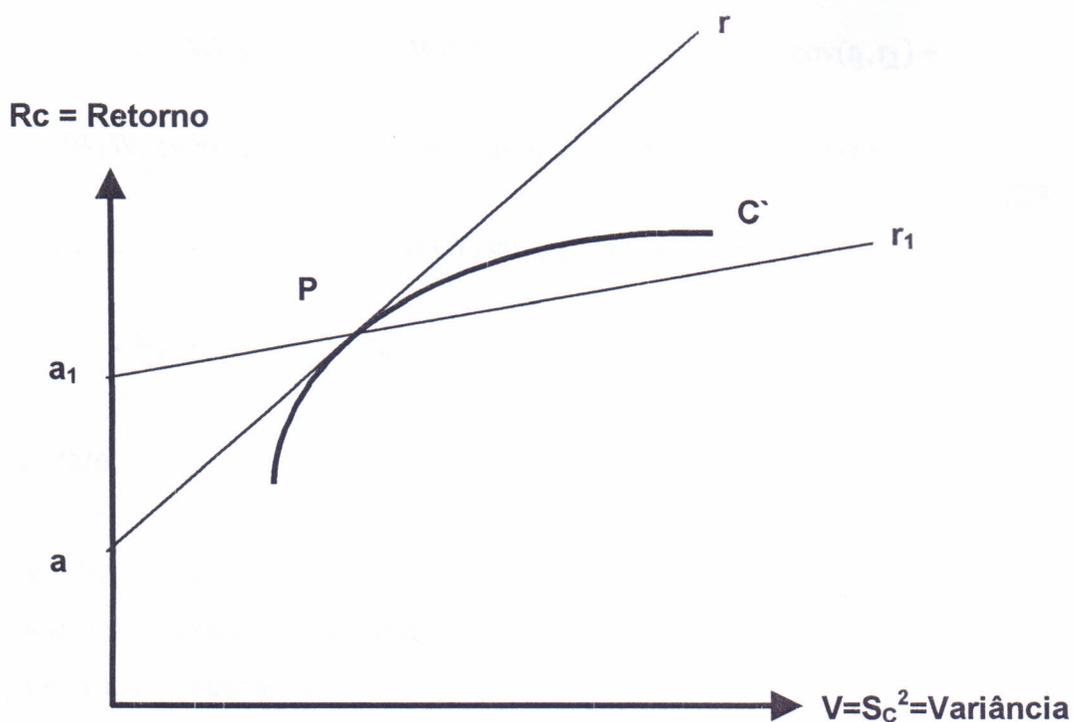


FIGURA 6. Curva representativa da fronteira eficiente de ativos.

Partindo da reta r_1 com eixo no ponto P , girando na direção da reta r , ou seja, no sentido anti-horário, e traçando as retas por P , serão obtidos os termos independentes das equações destas retas: $a_1 > a_2 > a_3 > \dots > a$. As equações das retas que passam por P são da forma: $R_C = a_j + b_j V$

A condição para que a reta seja tangente à curva é que ela deve atingir um mínimo para o termo independente "a";

$$a = \text{mínimo} = \min (R_C - bV)$$

Todos os pontos P da curva têm coordenadas $P = (V ; R_C)$ em termos de variância-retorno ou coordenadas $P = (W_1 , W_2 , \dots , W_n)$ em termos de composição da carteira. Assim, o ponto P deverá satisfazer as condições seguintes:

$$R_C = W_1 R_1 + W_2 R_2 + \dots + W_n R_n \quad (32)$$

e

$$\begin{aligned}
S_C^2 = V = & W_1^2 S_1^2 + W_2^2 S_2^2 + W_3^2 S_3^2 + \dots + W_n^2 S_n^2 + 2W_1 W_2 \text{cov}(r_1, r_2) + \\
& 2W_1 W_3 \text{cov}(r_1, r_3) + \dots + 2W_1 W_n \text{cov}(r_1, r_n) + 2W_2 W_3 \text{cov}(r_2, r_3) + \\
& \dots + 2W_2 W_n \text{cov}(r_2, r_n) + 2W_3 W_4 \text{cov}(r_3, r_4) + \dots + 2W_3 W_n \text{cov}(r_3, r_n) + \\
& \dots + 2W_{n-1} W_n \text{cov}(r_{n-1}, r_n)
\end{aligned} \tag{33}$$

Sendo que,

$$W_1 + W_2 + \dots + W_n = 1;$$

$$0 \leq W_1; W_2; \dots; W_n \leq 1;$$

R_C , retorno esperado da carteira;

S_C^2 , variância da carteira.

A tangente à curva por P deve ser tal que $a = \min(a_j) = \min(R_C - bV)$, o que completa a condição para P pertencer à curva. Note-se que, obtidos os pontos $P = (V = S_C^2; R_C)$, estes serão os pontos da fronteira eficiente de investimentos dos ativos com risco, ambos definidos pela mesma composição $(W_1, W_2, \dots; W_n)$ das carteiras.

Para se obter a composição das carteiras que darão os pontos do tipo P, pertencentes à curva, tem-se que obter (W_1, W_2, \dots, W_n) tais que $a = \min(R_C - bV)$ com $W_1 + W_2 + \dots + W_n = 1$ e $0 < W_1 + W_2 + \dots + W_n < 1$.

A solução desta equação é obtida pelo Método do Multiplicador de Lagrange, que consiste em partir da função a ser minimizada:

$$a = f(W_1, W_2, \dots, W_n) = R_C - bV$$

sujeito à restrição:

$$g(W_1, W_2, \dots, W_n) = W_1 + W_2 + \dots + W_n - 1 = 0$$

Construindo a função objetivo, tem-se:

$$F(W_1, W_2, \dots, W_n, \lambda) = f(W_1, W_2, \dots, W_n) + \lambda g(W_1, W_2, \dots, W_n)$$

Na resolução desta equação faz-se necessário que:

$$\frac{\partial F}{\partial W_1} = 0, \quad \frac{\partial F}{\partial W_2} = 0, \quad \frac{\partial F}{\partial W_3} = 0, \dots, \frac{\partial F}{\partial W_n} = 0, \quad \frac{\partial F}{\partial \lambda} = 0$$

Obtêm-se, assim, (W_1, W_2, \dots, W_n) , que satisfazem às condições fixadas de mínimo e de soma unitária, significando que são pontos da curva C.

Na resolução deste sistema, deve-se substituir os valores de R_c e $V = S^2_c$, na função objetivo:

$$\begin{aligned} F(W_1, W_2, \dots, W_n, \lambda) = & W_1 R_1 + W_2 R_2 + \dots + W_n R_n - b[W_1^2 S_1^2 + W_2^2 S_2^2 + \dots \\ & W_n^2 S_n^2] - b[2W_1 W_2 \text{cov}(r_1, r_2) + \dots + 2W_1 W_n \text{cov}(r_1, r_n) + 2W_2 W_3 \text{cov}(r_2, r_3) \\ & + \dots + 2W_2 W_n \text{cov}(r_2, r_n) + 2W_3 W_4 \text{cov}(r_3, r_4) + \dots + 2W_3 W_n \text{cov}(r_3, r_n) + \dots \\ & + 2W_{n-1} W_n \text{cov}(r_{n-1}, r_n) + \lambda(W_1 + W_2 + \dots + W_n - 1) \end{aligned}$$

Derivando a função F, em relação a W_1, W_2, \dots, W_n e λ , tem-se:

$$\delta F / \delta W_1 = R_1 - 2S_1^2 b W_1 - 2\text{cov}(r_1; r_2) b W_2 - 2\text{cov}(r_1; r_3) b W_3 - \dots - 2\text{cov}(r_1, r_n) b W_n + \lambda = 0$$

$$\delta F / \delta W_2 = R_2 - 2S_2^2 b W_2 - 2\text{cov}(r_1; r_2) b W_1 - 2\text{cov}(r_2; r_3) b W_3 - \dots - 2\text{cov}(r_2, r_n) b W_n + \lambda = 0$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$\delta F / \delta W_n = R_n - 2S_n^2 b W_n - 2\text{cov}(r_1; r_3) b W_1 - 2\text{cov}(r_2; r_3) b W_2 - \dots - 2\text{cov}(r_{n-1}, r_n) b W_n + \lambda = 0$$

$$\delta F / \delta \lambda = W_1 + W_2 + \dots + W_n - 1 = 0.$$

Reescrevendo o sistema:



$$\begin{aligned}
2S_1^2W_1 + 2\text{cov}(r_1;r_2)W_2 + 2\text{cov}(r_1;r_3)W_3 + \dots + 2\text{cov}(r_1;r_n)W_n + \lambda/b &= R_1/b \\
2\text{cov}(r_1;r_2)W_1 + 2S_2^2W_2 + 2\text{cov}(r_2;r_3)W_3 + \dots + 2\text{cov}(r_2;r_n)W_n + \lambda/b &= R_2/b \\
2\text{cov}(r_1;r_3)W_1 + 2\text{cov}(r_2;r_3)W_2 + 2S_3^2W_3 + \dots + 2\text{cov}(r_3;r_n)W_n + \lambda/b &= R_3/b \\
\vdots & \\
2\text{cov}(r_1;r_n)W_1 + 2\text{cov}(r_2;r_n)W_2 + 2\text{cov}(r_3;r_n)W_3 + \dots + 2S_n^2W_n + \lambda/b &= R_n/b \\
W_1 + W_2 + \dots + W_n + 0\lambda/b &= 1
\end{aligned}$$

Escrito na forma Matricial, dará: $M \cdot W = A \therefore W = M^{-1} \cdot A$

$$\begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ W_3 \\ \vdots \\ W_n \\ \lambda/b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2S_1^2 & 2\text{cov}(r_1,r_2) & 2\text{cov}(r_1,r_3) & \dots & 2\text{cov}(r_1,r_n) & 1 \\ 2\text{cov}(r_1,r_2) & 2S_2^2 & 2\text{cov}(r_2,r_3) & \dots & 2\text{cov}(r_2,r_n) & 1 \\ 2\text{cov}(r_1,r_3) & 2\text{cov}(r_2,r_3) & \dots & 2S_3^2 & 2\text{cov}(r_3,r_n) & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 2\text{cov}(r_1,r_n) & 2\text{cov}(r_2,r_n) & \text{cov}(r_3,r_n) & \dots & 2S_n^2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} R_1/b \\ R_2/b \\ R_3/b \\ \vdots \\ R_n/b \\ 1 \end{bmatrix},$$

o que possibilitará obter (W_1, W_2, \dots, W_n) em função de "b". Dando-se valores a b, obtêm-se todas as composições (W_1, W_2, \dots, W_n) , pelos pontos da curva C, respeitando a condição

$$0 \leq W_1, W_2, \dots, W_n \leq 1.$$

3.4 Fonte dos Dados

Os dados utilizados neste estudo foram coletados junto à CEASA-CE (Central de Abastecimento do Estado do Ceará) e correspondem aos preços semanais, no período de junho de 1997 a fevereiro de 2001, de algumas frutas comercializadas no Estado do Ceará. Na seleção destas, tomou-se por base

as frutas que foram mais comercializadas através do referido posto no período em análise.

3.4.1 Ativos Considerados no Trabalho

Como referido, os ativos utilizados neste estudo são as frutas mais comercializadas pelos atacadistas na Central de Abastecimento do Estado - banana, laranja, maracujá, mamão e abacate.

A banana é cultivada em todos os estados, aparecendo como a segunda fruta mais apreciada pelos brasileiros, atrás da laranja. No Ceará foi apontada como a mais consumida no ano de 2000 e tem apresentado grande importância para a agricultura cearense ao longo dos anos, com expressivo valor da produção, em relação às demais culturas agrícolas locais, sobrepondo-se, no ano de 1996, ao caju, principal cultura permanente do Estado (CUSTODIO, 2001).

Segundo o IBGE, no mesmo ano, a área colhida de banana correspondeu a 41.514 hectares, sendo a segunda cultura permanente em área de colheita no Estado (atrás da cultura do caju). Esse valor correspondeu a aproximadamente 23% da área colhida em toda a região Nordeste. Apesar do volume da área mencionada, o Ceará apresentou o menor rendimento (cachos/ha) da Região, o que mostra o baixo nível tecnológico empregado pelos produtores cearense, em particular, os das áreas tradicionais de produção que, segundo CUSTÓDIO (2001), são responsáveis pela maioria da banana produzida no Estado (86,83% destes tem áreas de até 50 hectares e são responsáveis por 69,62% da produção). Deve-se mencionar que, em razão de incentivos governamentais, estão surgindo áreas promissoras neste cultivo. A comercialização é feita quase na sua totalidade na forma *in natura*.

A área colhida desta cultura cresceu nos últimos 10 anos a uma taxa anual média de 1,02%, enquanto a produção aumentou em média 0,99% ao ano. A taxa de crescimento anual média do rendimento foi de 0,029% negativo.

Apesar da grande produção, ainda se importa parte da banana consumida no Estado. A TABELA 1 mostra o volume e a procedência desta fruta comercializada na CEASA/CE.

TABELA 1 - Procedência e freqüências absoluta e relativa de abacate, banana, laranja, mamão e maracujá comercializados na CEASA no período de 1997 a 2001.

Abacate				
Anos	Ceará (t)	(%)	Outros estados (t)	(%)
1997	926,1	14,06	5660,6	85,94
1998	1078,5	14,10	6569,3	85,90
1999	520,9	6,80	7174,3	93,20
2000	1017,4	13,30	6640,0	86,70
2001*	686,30	13,70	4311,2	86,30
Banana				
1997	36439,9	98,71	475,6	1,29
1998	29115,8	98,71	383,5	1,29
1999	21087,2	92,70	1653,4	7,30
2000	25090,5	95,40	1214,2	4,60
2001*	30289,6	96,70	1.030,0	3,30
Laranja				
1997	-	-	94586,1	100
1998	-	-	70009,3	100
1999**	16,8	-	59532,2	100
2000	-	-	75488,9	100
2001*	-	-	42610,3	100
Mamão Havaí				
1997	1315,6	49,91	1320,1	50,09
1998	1416,0	49,90	1421,5	50,10
1999	1583,0	40,90	2289,1	59,10
2000	509,7	19,90	2054,6	80,10
2001*	385,3	20,50	1491,5	79,50
Maracujá				
1997	2660,60	75,32	871,80	24,68
1998	2802,50	75,30	919,20	24,70
1999	3012,40	71,21	1217,70	28,79
2000	1891,80	71,60	750,10	24,40
2001*	1958,10	86,20	313,80	13,80

Fonte: CEASA-CE/DITEP (Divisão Técnica e de Planejamento).

* Até setembro de 2001.

** Quantidade considerada pelo o DITEP como insignificante.

A cultura do mamão Havaí destaca-se dentre o setor da fruticultura cearense como importante atividade. Além das suas características nutricionais, esta fruta é bastante apreciada pela população. Por outro lado, utiliza relativamente pouca área, podendo ser opção, também, para o pequeno produtor. De acordo com MATIAS & SILVA (2001), no período de 1990-1999, verificou-se um pequeno incremento no rendimento médio não compatível com o crescimento da área e da produção. Em 1999, mais de 50% da área colhida no Estado pertenciam a municípios inseridos nos agropolos Metropolitano e Ibiapaba. Ainda com base nesses autores, no ano de 2000, o Ceará participou com apenas 19,88% do volume comercializado do mamão do grupo Havaí no entreposto da CEASA-CE, ou seja, 80,12% do volume comercializado provêm de outros estados, particularmente Bahia e Paraíba. Essas estatísticas mostram o grande potencial de produção e comercialização do mamão no Estado. Ademais, este grupo é o mais apreciado pelos americanos, podendo portanto ser aproveitado este nicho do mercado.

A área colhida da cultura do mamão no Estado expandiu-se na última década a uma taxa média anual de 12,04%. A quantidade produzida cresceu, em média, 13,46% e o rendimento cresceu 1,26%, anualmente. O Estado importa em torno de 50% do total comercializado desta fruta através da Central de Abastecimento (Tabela 1).

O abacate, por suas qualidades tanto em sabor como pelo seu teor nutritivo, faz parte dos hábitos alimentares de parte da população. Em virtude das suas origens (regiões altas e baixas e altas do México e América Central), adapta-se muito bem ao clima subtropical. Assim, o Ceará não se destaca como produtor desta fruta; além disto, a área colhida vem sofrendo decréscimos a uma taxa anual de 2,46%, muito embora esteja havendo um aumento, em média, na quantidade produzida de 14,95% ao ano. Em consequência, o rendimento está crescendo em 18,03%, indicando melhorias técnicas no cultivo do produto. A análise da Tabela 1 indica que, para atender a demanda desta fruta no período de 1997 a setembro de 2001, o Estado importou, através da CEASA-CE, de 6,80 e 14,10% do total comercializado naquele posto. Apesar das condições climáticas, as estatísticas mostram que

com melhorias tecnológicas é possível ampliar a produção para atender a demanda potencial e gerar mais emprego e renda para os cearenses.

No Brasil, a laranja é a fruta mais apreciada pelos brasileiros. No Ceará, liderou o *ranking* das frutas comercializadas na CEASA-CE nos últimos anos. Em razão das suas exigências edafoclimáticas, o Estado praticamente não produz esta fruta, o que o obriga à importação de todo o produto consumido. Em razão deste fato, seu preço é, em geral, relativamente mais elevado do que os das frutas produzidas internamente, fazendo que grande parte da população não tenha acesso a este cítrico.

O maracujá é originário da América tropical. Embora apresente grande variabilidade, os cultivos comerciais baseiam-se em única espécie, a *Passiflora edulis f. flavocarpa*, conhecida como maracujá amarelo ou azedo. Essa espécie representa 95% dos pomares, pois apresenta qualidade dos frutos, vigor, produtividade e rendimento em suco. Possui ação sedativa e tranqüilizante, sendo ainda rico em vitamina C, cálcio e fósforo. A área colhida dessa cultura no Estado na última década cresceu a uma taxa de 7,38%, enquanto a quantidade produzida decresceu a uma taxa média anual de 0,65% e o rendimento 7,48%, significando que pode não estar havendo apoio técnico e/ou incentivo de mercado ou ainda falha no gerenciamento dessa atividade. As quantidades comercializadas e a procedência do produto estão expostas na Tabela 1.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os resultados serão apresentados, considerando-se inicialmente o exame dos ativos isoladamente e a seguir a análise das carteiras fazendo-se a combinação em dois, três, quatro e cinco ativos. Determinou-se retorno médio, risco, participações dos ativos nas carteiras e covariâncias entre ativos. Para melhor entendimento, será apresentado, além das tabelas, a visualização gráfica de alguns dos resultados.

Como já comentado, a amostra constou das médias dos preços semanais no período de junho de 1997 a fevereiro de 2001, das seguintes frutas: abacate, banana, laranja, mamão e maracujá.

4.1 Análise dos Ativos

As estatísticas relativas às taxas de retornos semanais, riscos (desvios padrões), retornos esperados e o total investido em cada ativo estão expressas na TABELA 2. Nesta situação, são considerados os investimentos de 100% em cada fruta, ou seja, todo o montante dos recursos do investidor foram aplicados somente em uma cultura. Observa-se que na maioria os retornos se apresentaram muito baixos, chegando - para os casos da banana e do abacate - a ser negativos. A laranja apresentou o maior retorno (1,1912%) e o mamão o menor retorno positivo (0,02373%), além de apresentar o maior risco (seguido pela laranja).

TABELA 2 - Taxas de retornos esperados, riscos e o percentual investido em cada ativo.

Ativos	Retorno Médio (%)	Risco/Desvio (%)	Total Investido (%)
Abacate	-0,0669	13,8722	100
Banana	-0,0271	14,7434	100
Laranja	1,1912	15,4153	100
Mamão	0,02373	15,5874	100
Maracujá	0,11804	11,5998	100

Fonte: Dados da pesquisa.

Com relação à banana, CUSTODIO (2001) detectou que, apesar da grande produção, a bananicultura, na maior parte, é uma atividade de sequeiro produzida por pequenos agricultores que cultivam especialmente a variedade prata e pacovan em áreas conhecidas como tradicionais neste cultivo. Estes agricultores utilizam tecnologias atrasadas, têm poucas disponibilidades de orientação técnica, de financiamentos, em geral são desarticulados do mercado, além de possuírem pouca noção empresarial, conseqüentemente, obtêm baixos rendimentos. O consumo desta fruta se faz por todas as faixas da população, inclusive pelas de menor poder aquisitivo em razão dos preços mais acessíveis, ademais, além de não se exportar esta fruta, ainda se faz a importação (apesar de um volume relativamente pequeno). O volume ofertado deve estar favorecendo o decréscimo sistemático dos preços deste produto.

O abacate provém de uma cultura permanente que não se destaca em termos de produção no Estado, portanto, em sua grande maioria, o produto comercializado é importado. Seu preço é relativamente mais elevado e não é uma das frutas que está entre as de preferência da população, ou seja, é facilmente substituída, o que pode ter concorrido para a queda dos preços no período em estudo, justificando assim o seu baixo retorno.

Além de se constituir hábito alimentar de parte da população cearense, a laranja é um alimento rico em vitamina C e bastante recomendado para

todas as faixas da população. Como mencionado, a laranja consumida internamente provém na sua totalidade de outros estados, fazendo com que seus preços, muitas vezes, sejam relativamente mais elevados do que as demais e, portanto, de pouco acesso para a população de mais baixo poder aquisitivo. Pode-se observar também que a quantidade importada vem decrescendo, sugerindo que a população está substituindo esta fruta por outras com características similares ou superiores, como é o caso da acerola, cuja produção foi ampliada nos últimos anos. Além disso, como foi relatado, o Ceará tem estimulado a produção de frutas, o que aumenta as opções de consumo, inclusive a preços mais acessíveis à população. Apesar deste fato, os resultados indicam que os preços desta fruta têm se elevado no período em estudo em proporção maior do que a redução nas quantidades procuradas, fazendo que o seu retorno seja positivo e destacando-se entre os demais em análise.

Chama-se a atenção para algumas características das distribuições de probabilidades dos ativos em análise. Conforme TOLEDO (1983), FONSECA (1982), SPIEGEL (1969) e AZEVEDO (1983), uma distribuição de probabilidade é simétrica quando apresenta como característica principal o fato de as três medidas de tendência central mais usadas – moda, média, mediana – serem iguais. Na análise relativa à banana, verificou-se que a moda dos preços é igual à mediana e a média um pouco diferente, indicando que a distribuição das observações apresentou pequena assimetria positiva de 0,0298. Para o abacate, a distribuição apresentou moda igual a mediana e média um pouco diferente, o que provocou uma assimetria negativa de -0,0649. A amostra do mamão apresentou também moda igual à mediana, porém com média diferente e, conseqüentemente, uma distribuição assimétrica negativa de -0,3904. Para o maracujá, a distribuição dos retornos revelou que a moda é igual à mediana, com a média aritmética também diferente, portanto, a assimetria da distribuição foi de 0,3269. Finalmente os retornos da laranja também apresentaram moda igual à mediana, contudo média diferente, mostrando um grau de assimetria de 2,3482. Além disto, o Teorema do Limite Central descrito por STONE (1978) e MEYER (1983), entre outros, afirma que,

quando o tamanho da amostra é grande, a tendência dos dados é apresentar distribuição normal. Em resumo, os ativos considerados neste estudo apresentaram distribuições normais, haja vista o tamanho da amostra dos ativos, que variou de 172 a 193 observações, conforme a disponibilidade dos dados⁴. Esta informação é importante, ao se levar em conta uma das pressuposições da Teoria do Portfólio, que parte do princípio de que as informações utilizadas neste tipo de estudo apresentem distribuição normal

4.2 Análise da Carteira Formada por Dois Ativos

Como referido, em virtude da vocação dos solos e da tradição do cultivo que passa de pais para filhos, a banana é a fruta mais produzida e comercializada no Estado. É também uma das frutas mais consumidas pela população em decorrência de hábitos alimentares e de preços mais acessíveis. Desta forma, ela foi selecionada como a fruta básica na formação das carteiras que serão analisadas nos demais itens a seguir.

Assim, simulou-se carteiras combinando a banana com os demais ativos, ou seja, banana e abacate, banana e laranja, banana e mamão, banana e maracujá, conforme TABELA 3. Os dados da referida Tabela mostram que os retornos das combinações banana e abacate, e banana e mamão apresentaram-se negativos, mas seus riscos foram reduzidos, igualmente aos riscos das outras combinações que apresentaram retornos positivos, como confirmado pelos coeficientes de correlação, que se apresentaram, por sinal, muito baixos, indicando que os riscos das carteiras podem ser reduzidos, não se constituindo, portanto, em razão dos retornos negativos destas carteiras, alternativas aconselháveis de investimentos. Apesar destes resultados, o modelo permite determinar dentre as possíveis participações destas frutas na carteira a que apresenta o menor risco, ou seja, é aquela formada por

⁴ De acordo com STEVENSON (1981), uma amostra pode ser considerada grande se o número de elementos for superior a 30 observações.

investimentos correspondentes a 37,85% com banana e 62,15% com maracujá (TABELA 4).

TABELA 3 - Taxas de retornos esperados, riscos e coeficiente de correlação dos retornos dos ativos.

Carteiras	Retorno Esperado (%)	Risco/Desvio	Coeficiente de Correlação
Ban/abac.	-0,0483	10,26	0,03240
Ban/lar.	0,553	11,02	0,06943
Ban/mam.	-0,003	10,87	0,02908
Ban/marac.	0,063	9,27	0,03263

Fonte: Dados da pesquisa.

TABELA 4 - Composições dos portfólios formados pelas combinações de duas frutas que minimizam o risco do investimento.

Carteiras	Banana (%)	Abacate (%)	Laranja (%)	Mamão (%)	Maracujá (%)
Ban/abac	53,43	46,86	-	-	-
Ban/lar	52,39	-	47,61	-	-
Ban/mam	52,86	-	-	47,14	-
Ban/marac	37,85	-	-	-	62,15

Fonte: Dados da pesquisa.

A combinação que apresentou maior retorno foi a da banana e laranja, 0,553%, com a obtenção do ponto ótimo ocorrendo com a participação, no total investido na carteira, de 52,39% de banana e 47,61% de laranja. Vê-se que o retorno relativamente alto desta combinação é importante, pois conseguiu elevar o retorno isolado da banana que era negativo (-0,0271%). O valor do coeficiente de correlação muito baixo confirma a Teoria que diz, o risco do Portfólio pode ser minimizado, pois um ativo com o retorno maior compensa o

outro de retorno menor (TABELA 5), lembrando que a banana apresentou risco de 14,74% e a laranja de 15,42% e, em conjunto, apresentaram risco de 11,02%, ou seja, com a combinação destes ativos, houve aumento no retorno esperado para o ativo banana e sensível redução no risco, comparativamente aos ativos considerados isoladamente. Acredita-se que estes resultados reflitam a preferência no consumo destas frutas pela população cearense.

TABELA 5 - Matriz de covariâncias entre os cinco ativos considerados neste trabalho.

Ativos	Abacate	Banana	Laranja	Mamão	Maracujá
Abacate	1	0,00064	0,00207	0,00285	0,00090
Banana	0,00064	1	0,00158	0,00067	0,00056
Laranja	0,00207	0,00158	1	-0,00039	-0,00034
Mamão	0,00285	0,00067	-0,00039	1	0,00072
Maracujá	0,00090	0,00056	-0,00034	0,00072	1

Fonte: Dados da Pesquisa.

A carteira contendo os ativos banana e maracujá, cujo retorno esperado foi de 0,063%, foi a que apresentou o menor risco: 9,27%. Esses ativos considerados individualmente apresentaram riscos de 14,74% e 11,59%, respectivamente, para a banana e o maracujá. O coeficiente de correlação entre os dois ativos também apresentou-se muito baixo, ρ (ban/marac) = 0,03274, sinalizando redução no risco da carteira. A participação ótima dos ativos na carteira é de 37,84% para a banana e 62,16% para o maracujá. Como se pode verificar, a grande participação do maracujá no total do investimento conseguiu reverter o resultado do retorno esperado, que era negativo para a banana, passando a positivo, quando considerado os ativos em conjunto.

A FIGURA 7 mostra a hipérbole representativa dos riscos-retornos, da combinação ótima dessas frutas e as assíntotas que indicam as retas limitantes da função, ou seja, mostram a tendência dos valores da hipérbole.

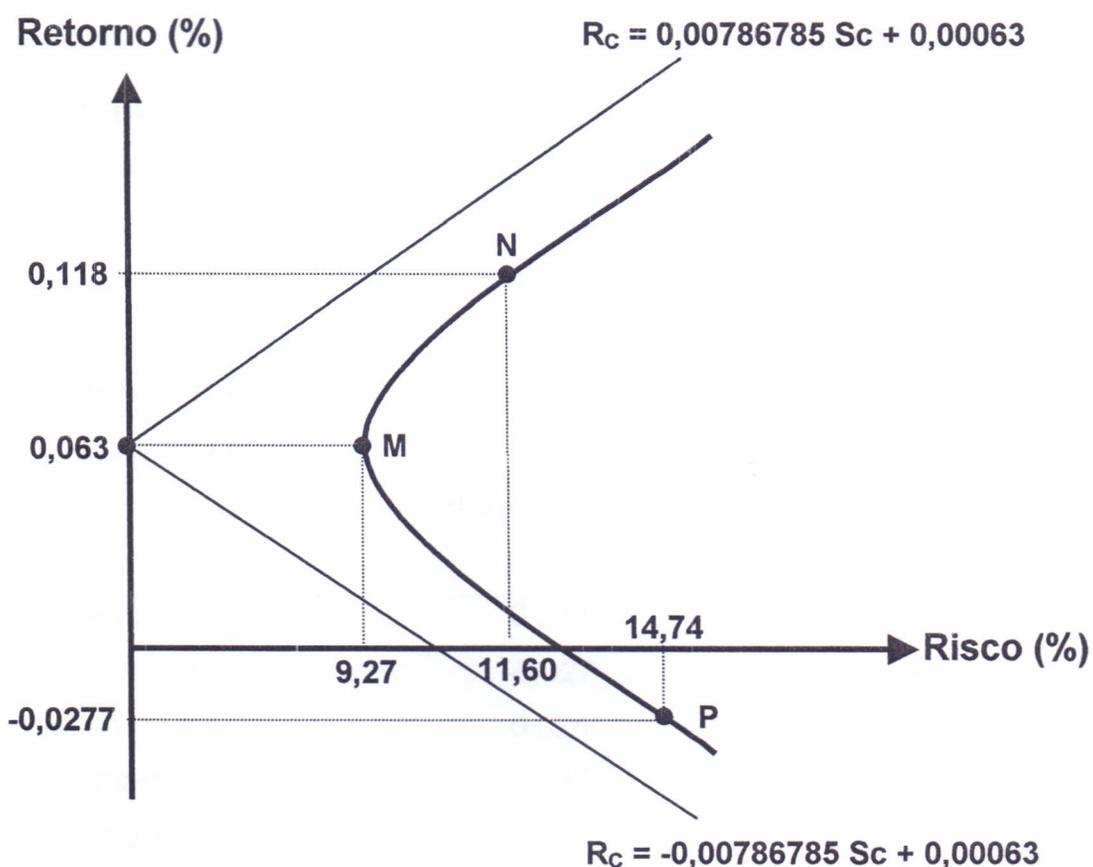


FIGURA 7 - Hipérbole do risco-retorno de uma carteira contendo banana e maracujá.

O ponto M representa o ponto ótimo da carteira, enquanto o ponto P representa o risco e o retorno esperado do ativo banana com participação de 100%. Partindo-se do ponto P sobre a curva de risco-retorno em direção ao ponto M, obtém-se pontos que correspondem às carteiras compostas de maracujá e banana, de forma a diversificar o risco. Estas carteiras apresentam retornos maiores se comparados com o retorno do investimento apenas em banana, como também apresentam menores riscos em conjunto. Da mesma maneira, partindo-se do ponto N, em direção ao ponto M através da hipérbole, obtém-se as melhores composições de maracujá e banana, perdendo-se alguma rentabilidade em comparação ao maracujá, mas com menores riscos do que os riscos dos dois ativos considerados separadamente (Figura 7).

4.3 Análise da Carteira Formada por Três Ativos

A TABELA 6 apresenta os retornos e os riscos dos diferentes portfólios compostos pelas combinações de três ativos dentre o rol das frutas selecionadas para este estudo. Na realidade, estes pontos expressam a combinação ótima dos ativos – a Fronteira Eficiente.

TABELA 6 - Taxas de retornos esperados, riscos das carteiras formadas por três ativos.

Carteiras	Retorno Médio (%)	Risco/Desvio (%)
Ban/abac/lar	0,304	8,97
Ban/abac/mam	-0,027	8,99
Ban/abac/marac	0,024	8,04
Ban/lar/mam	0,387	9,04
Ban/lar/marac	0,359	8,03
Ban/mam/marac	0,548	8,13

Fonte: Dados da Pesquisa.

A carteira formada por banana, abacate e mamão foi a única que não apresentou retorno positivo (-0.3037%). Este fato pode ser explicado pelos retornos individuais negativos, no caso da banana e do abacate, e positivo, porém muito baixo, no caso do mamão, não compensando, assim, os valores dos retornos negativos dos outros ativos, mas a covariância baixa entre ativos sinaliza a redução no risco. Este portfólio apresentou risco de 8,99% menor do que o risco da carteira composta por banana e abacate mostrando que a inclusão do mamão na carteira contribuiu para a redução do risco. A composição desta carteira que proporciona o menor risco é de 28,01% para o mamão, 36,71% para o abacate e 35,28% para a banana (TABELA 7).

TABELA 7 - Composições dos portfólios formados pelas combinações de três frutas que minimizam o risco do investimento.

Carteiras	Banana (%)	Abacate (%)	Laranja (%)	Mamão (%)	Maracujá (%)
Ban/abac/lar.	33,92	37,70	28,38	-	-
Ban/abac/mam.	35,28	36,71	-	28,01	-
Ban/abac/marac.	26,86	29,64	-	-	43,50
Ban/lar/mar.	34,18	-	32,63	33,19	-
Ban/lar/marac.	26,54	-	26,02	-	47,44
Ban/mam/marac.	28,42	-	-	25,02	46,56

Fonte: Dados da pesquisa.

A carteira formada por banana, abacate e laranja, apesar do baixo desempenho dos ativos banana e abacate, isoladamente, apresentou um retorno médio positivo de 0,3037%, bem maior do que o da carteira contendo somente banana e abacate. Observou-se também que a redução no risco foi de quase 50% em relação aos ativos considerados separadamente. A redução foi de 12,57% e de 20% para as carteiras banana e abacate e banana e laranja, respectivamente. O ponto ótimo ou aquele que proporciona o menor risco mostrou as seguintes participações 33,92% de banana, 37,70% de abacate e 28,38% de laranja. Os valores das covariâncias entre ativos foram muito baixos, $Cov(ban/abac) = 0,000638$, $Cov(ban/lar) = 0,0015783$ e $Cov(abac/lar) = 0,002071$, sinalizando a minimização do risco, conforme a Tabela 5.

Observou-se que a carteira composta por banana, mamão e maracujá apresentou o maior retorno médio entre as carteiras com três ativos analisados, isto é, de 0,548%. Este retorno, contudo, foi menor do que aquele da carteira formada por somente banana e laranja (0,553%). Essa redução decorreu da presença do retorno esperado do ativo mamão que, apesar de ser positivo, foi relativamente baixo. Por outro lado, o risco foi menor (8,13%) do que o da carteira mencionada (10,87%). A participação de cada fruta na carteira é de

28,42% e 25,02% e 46,56%, respectivamente. A covariância também foi baixa, ou seja, $Cov(ban/mam) = 0,000667$, $Cov(ban/marac) = 0,00056$ $Cov(mam/marac) = 0,00072$, confirmando o que a Teoria do Portfólio propõe, isto é, valores baixos para as covariâncias entre ativos favorece a redução do risco com o processo de diversificação dos ativos.

O portfólio formado por banana, abacate e maracujá também mudou de comportamento com a entrada do ativo maracujá, pois, apesar dos resultados dos retornos já mencionados da banana e do abacate, a carteira contendo os três ativos, apresentou retorno esperado positivo de 0,024%. A participação do maracujá na carteira foi de 43,50%, do abacate, 29,64%, da banana de 26,86%. Estes valores mostram que a elevada participação do maracujá no montante investido favoreceu a positivação do retorno esperado. A covariância entre os ativos apresentou-se baixa, sinalizando a redução do risco, comparado ao risco dos retornos dos ativos considerados individualmente, e do risco da carteira com somente os ativos banana e abacate.

Os resultados mostram que a carteira composta de banana, laranja e maracujá apresentou uma redução do risco sinalizado pela covariância baixa entre os ativos (ver Tabela 5), como também do retorno médio com a inclusão do ativo maracujá que, apesar de seu retorno esperado relativo ao retorno da laranja ter se apresentado baixo, teve grande participação na carteira, que foi de 47,44%, (Tabela 7), fazendo que o retorno da carteira apresentasse decréscimo. A combinação ótima foi obtida com as seguintes participações: 26,54% de banana, 26,02% de laranja e 47,44% de maracujá. (Tabela 7).

No caso do portfólio formado por banana mamão e maracujá, houve redução do risco e elevação do retorno médio da carteira em relação ao portfólio com banana e mamão, com a inclusão do maracujá, que teve participação, na carteira, de 46,56%. Os valores das covariâncias entre os ativos mostraram-se baixos, confirmando a Teoria ao afirmar que covariâncias baixas entre ativos implicam redução no risco (Tabela 5).

De modo geral, em todos os casos em análise, houve redução do risco e em alguns casos elevação do retorno médio das carteiras pois alguns dos ativos positivos compensavam o prejuízo dos que eram negativos,

confirmando assim a Teoria do Portfólio que diz que o risco é reduzido com a diversificação das carteiras.

4.4 Análise da Carteira Formada por Quatro e Cinco Ativos

Procurou-se também conhecer o comportamento dos retornos e dos riscos quando se diversifica ainda mais o portfólio. Assim, simulou-se inicialmente carteiras com quatro ativos. Os pontos que formam a fronteira eficiente destas carteiras estão expressos na TABELA 8.

Todas as combinações formadas apresentaram retornos médio positivos, apesar da presença dos retornos negativos da banana e do abacate. A combinação composta por banana, laranja, mamão e maracujá foi a que apresentou melhor resultado, isto é, retorno médio de 0,2990% e risco de 7,23%. Este bom desempenho decorre da participação elevada da laranja, com 21,47%, e do maracujá, com 37,45%, no montante investido, lembrando que estas frutas apresentaram isoladamente os maiores retornos esperados. Todas as carteiras com quatro ativos mostraram riscos inferiores aos das carteiras com três ativos.

TABELA 8 - Taxas de retornos esperados e riscos das carteiras formadas por quatro ativos.

Combinações de Quatro Ativos	Retorno Esperado (%)	Risco (Desvio) (%)
Ban/abac/lar/mam	0,2604	7,93
Ban/ abac/lar/marac	0,2514	7,24
Ban/abac/mam/marac	0,0260	7,34
Ban/lar/mam/marac	0,2990	7,23

Fonte: Dados da Pesquisa.

A TABELA 9 apresenta as participações referentes aos pontos ótimos de cada carteira composta por quatro ativos. Como esperado, o somatório destes percentuais deve formar o total de 100% dos investimentos feitos em cada portfólio.

TABELA 9 - Composições dos portfólios formados por quatro ativos que minimizam o risco do investimento.

Combinações de Ativos	Banana (%)	Abacate (%)	Laranja (%)	Mamão (%)	Maracujá (%)
Bab/abac/lar/mam	26,57	26,78	23,51	26,14	-
Ban/ abac/lar/marac	21,09	22,71	19,20	-	37,00
Ban/abac/mam/marac	22,65	22,91	-	17,80	36,64
Ban/lar/mam/marac	20,91	-	21,47	20,17	37,45

Fonte: Dados da Pesquisa.

A carteira com cinco ativos apresentou o maior retorno (0,394%) dentre todas as combinações formadas por dois, três e quatro ativos, exceto para a carteira composta por somente banana e laranja e para a carteira formada por três ativos banana, mamão e maracujá o que pode ser explicado pela elevada participação da laranja que possui o maior retorno entre todas os ativos considerados neste estudo. TABELA 10.

TABELA 10 - Taxas de retornos esperados e riscos e composições do portfólio formado por cinco ativos.

Carteira	Retorno (%)	Desvio (%)	Composições (%)				
			Ban	Abac	Lar	Mam	Marac
Ban/abac/lar/mam/marac	0,3940	8,58	22,97	-17,19	24,97	27,59	41,66

Fonte: Dados da Pesquisa.

Chama-se a atenção para a carteira formada por cinco ativos, que se denomina alavancada, uma vez que o total investido é de 117,19%. Neste caso, os outros ativos pedem emprestados 17,19 % do investimento com abacate, indicando que este não entrou no ponto ótimo (combinação que proporciona risco mínimo). Este fato é atribuído à magnitude do valor negativo do seu retorno médio. Apesar do retorno da banana também ser negativo, seu valor absoluto foi menor, o que garantiu sua participação, embora em menor proporção.



5 CONCLUSÕES E SUGESTÕES

5.1 Conclusões

Com base nos resultados, pode-se concluir:

- Não é aconselhável investimento em banana e abacate isoladamente ou a combinação destes em uma carteira, uma vez que apresentaram, individualmente ou combinados, retornos esperados negativos. Por outro lado, a laranja apresentou o maior retorno, contudo, risco mais elevado do que o dos outros ativos ou das suas combinações.
- Existem opções de se melhorar os resultados encontrados para a banana, que, neste estudo, foi selecionada como o principal ativo. A inclusão das outras frutas na carteira reduz o risco da comercialização e no geral aumenta o retorno esperado. Destaca-se a carteira formada por banana e laranja, na qual os retornos se elevaram substancialmente (o maior entre todas as carteiras em análise) e reduziu o risco da comercialização isolada de cada uma destas frutas.
- Com relação às carteiras com três ativos, aponta-se como opção de investimento a combinação formada por banana, laranja e mamão Havaí, pois apresenta maior retorno médio, embora o risco não seja o mais baixo comparado com o das outras carteiras desta categoria.
- Os resultados do portfólio com quatro ativos confirmam a teoria da diversificação, isto é, as carteiras formadas por um maior número de ativos reduzem o risco. A melhor opção, neste caso, é a carteira formada por banana/laranja/mamão/maracujá (menor risco e maior retorno). Entretanto, quando se considerou a carteira com cinco ativos, não se observou o mesmo comportamento, em razão de retornos negativos por parte dos ativos, fazendo que a participação compulsória de todos na carteira inviabilizasse a identificação do ponto ótimo para os cinco ativos, ou seja, uma das frutas (o abacate) não participa do ponto de fronteira eficiente.

- A implementação de carteiras com maiores/menores retornos e com riscos maiores/menores é uma decisão subjetiva que dependerá do nível de aceitação ou rejeição do investidor ao risco.

5.2 Sugestões

Com base nos resultados obtidos, conclui-se que a diversificação reduz o risco (o retorno do portfólio poderá contudo variar em função dos retornos esperados de cada um dos ativos considerados isoladamente). Todavia, esta não é regra geral, pois, dependendo das magnitudes dos diferentes retornos esperados dos ativos, uma maior diversificação poderá resultar em aumento do risco, ou seja, a diversificação vai até onde o retorno for compensatório para o investidor. Assim, recomenda-se que não se invista, no caso das frutas selecionadas neste estudo, na carteira formada pelo conjunto das cinco frutas.

Como a laranja destacou-se como a fruta que apresentou maior rendimento no atacado e considerando que praticamente todo o volume consumido no Ceará é importado de outros estados, ou seja, sua produção e transporte geram emprego e renda para os estados de origem, sugere-se um esforço por parte do Governo Estadual no sentido de incentivar a produção e o consumo de frutas com propriedades similares (ou superiores) ao da fruta mencionada.

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARAÚJO, Paulo F. C. e ALMEIDA, Alvínio. **Financiamento da agricultura no Brasil: da crise do crédito barato à perspectiva de um novo modelo.** Viçosa, Seminário Internacional de Política Agrícola, 1996.

ABREU, Paulo F. SIMAS, e P. DE STHEPAN. **Análise de investimentos.** Rio de Janeiro: Editora Campus, 1982.

AZEVEDO, Amilcar G. de. **Estatística básica, cursos de ciências humanas e de educação** - 4ª ed. Rio de Janeiro: LTC – Livros Técnicos e Científicos, 1983.

BANCO DO NORDESTE. **Notícias.** Pólo Juazeiro, SI: BNB, 28 de nov. 2001.

BARTLE G. Roberto. **Elementos da análise real.** Rio de Janeiro: Campus, 1983.

BITTENCOURT, M. V. L. *et al.* Tomada de decisão em condições de risco: aplicação para região norte do Paraná. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ECONOMIA E SOCIOLOGIA RURAL, 36, 1998. Paraná. **Anais...** Paraná: SOBER, 1998. v. 1. vol. I.

BISERRA, J. V., *et al.* Rentabilidade da irrigação pública no Nordeste sob condições de risco. **Revista Econômica do Nordeste.** Fortaleza: BNB, V. 26 n.2 p. 239-263. abr./jun.1995.

BOLDRINI. *et al.* **Álgebra linear.** 2 ed. São Paulo: Harper e Row do Brasil, 1980.

BRITO, N.R.O. de. **Mercado de capitais e estrutura empresarial brasileira.** Rio de Janeiro: Guanabara, 1981.p77.

BRITO, N. R. O. de. **Gestão de investimentos.** São Paulo: Atlas, Rio de Janeiro: UFRJ, 1989.

CUSTÓDIO, J. A. L. **Cadeia produtiva da banana "In Natura" no Estado do Ceará.** Fortaleza: UFC/CCA/DEA, 2001,93p. (Dissertação de Mestrado em Economia Rural).

DILLON, J.L. e MESQUITA, T C. **Atitudes dos pequenos agricultores do Sertão do Ceará.** Fortaleza: UFC, Departamento de Economia Agrícola. 1976. (Série Pesquisa, 12).

DILLON, J.L. **Avaliação de tecnologias agrícolas alternativas sob risco.** Fortaleza: UFC, Departamento de Economia Agrícola. 1975. (Série Pesquisa, 05).

DILLON, J. L. e SCANDIZZO P. L. **Atitudes dos agricultores nordestinos de subsistência em relação ao risco.** Fortaleza: UFC, Departamento de Economia Agrícola. 1976. (Série Pesquisa, 17).

FONSECA, Jairo S. da, e MARTINS ANDRADE Gilberto de. – **Curso de Estatística.** 3 ed. São Paulo: Atlas, 1982

CHIANG. ALPHA C. **Matemática para economistas;** São Paulo: McGraw-Hill do Brasil; Ed. da Universidade de São Paulo, 1982.

CRUZ, E. R. da. Importância das atitudes dos agricultores ao risco de decisões de produção. **Revista de Economia Rural.** 18, n. 1, p. 89-114. 1980.

GITMAN L. J. **Princípio de administração.** 7 ed. São Paulo: Harbra, 1997. 841p.

HOFFMAN, Rodolfo. **Estatística para economistas.** São Paulo, Pioneira 1980.

HOFFMAN, Rodolfo *et al.* **Administração da empresa agrícola.** 2. ed. São Paulo: Pioneira, 1978, 293p.

HOEL G. POUL, *et al.* **Introdução à teoria da probabilidade.** Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

HAUGNEM, Roberto A. **Modern investment theory**. Prentice Hall, New Jersey, Engewood Chtts, 1990.

IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística). **Produção Agrícola Municipal**. Rio de Janeiro: FIBGE 1991-2000.

LAKATOS, E, M. MARCONI, M.A. **Metodologia científica** 2. ed. São Paulo: Atlas, 1992.

LEITHOLD, Louis, **O Cálculo**. São Paulo: Harper e Row do Brasil, 1977.

MANSFIELD E. **Microeconomia**, Rio de Janeiro: Campus, 1978.

MORETTIN, P. A. *et al.* **Métodos quantitativos para economistas e administradores**, Estatística básica. São Paulo: Atual, 1981.

MARKOWITZ, H. M. **Portfólio selecion**: efficient diversification of investment, Jonh Wiley e Sons, 1959.

MARKOWITZ, H. M. Portfólio selection. **The Journal of finance**, v. 7, n. 1, p. 77-91 mar. 1952.

MATTOS, F. L. **Utilização de contratos futuros agropecuários em carteiras de investimentos**: Uma análises de viabilidade. (Dissertação de Mestrado) Piracicaba - São Paulo: 2000.

MATIAS,G.D.V. e SILVA, L.M.R. **A Cultura do mamão no Estado do Ceará: diagnóstico e perspectivas-2001**. Fortaleza:1995. 10p. (mimeo)

MENEZES, A. H. de. **Critérios de decisão sob condições de risco sem o conhecimento das preferências dos agricultores- Sertões dos Inhamuns e Salgado- Ce**. Fortaleza: UFC, 1981. (Dissertação de Mestrado).

MEYER, POUL L. Probabilidade: **Aplicações à Estatística**; 2 ed. Rio de Janeiro, LTC – Livros Técnicos e científicos, 1983.

MINISTÉRIO DA AGRICULTURA E DO ABASTECIMENTO: **Programa de apoio e desenvolvimento da fruticultura irrigada do Nordeste (PADEFIN).**

Brasília: SPI, (1997), 148p. (Documento Básico).

NEVES, E. M. e AZEVEDO FILHO A. J. de B. V. de. Avaliação de investimentos em condições de risco; uma aplicação na cultura da borracha envolvendo simulação. **SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL 18**, São José dos Campos, Instituto Tecnológico de Aeronáutica. 1985 p. 46-63.

NEVES E. M. *et al.* Citricultura em Goiás: análises de investimentos sob condições de risco envolvendo simulação. In: Congresso Brasileiro de Economia e Sociologia Rural, 28. Florianópolis. **Anais...** Brasília, SOBER, 1990 V. 2 p. 364.

PIMENTEL, C. R. Evolução recente e tendências da fruticultura Nordestina. **Revista Econômica do Nordeste**, Fortaleza, V.29 n.1 p.11-19, jan./mar. 1998.

PINDYK, R. S., Robert S. Pindyk, Daniel L. Rubinfeld. **Microeconomia**. São Paulo: Makron Books, 1994.

PIZZOL, S.J.S. de, *et al.* Teoria do portfólio no mercado de frutas: uma aplicação na região de Vera Cruz, S.P. In: Congresso Brasileiro de Economia e Sociologia Rural, 37. Foz de Iguaçu-PR. **Anais...** 1999. p. 1-10.

PORTO, V. H. F. *et al.* Metodologia para incorporação de risco em modelos de decisão usados na análise comparativa entre alternativas: o caso da cultura do arroz irrigado. **Revista Econômica**. Brasília. v. 20, n. 2. p. 193-211, 1982.

RUDIO, F. V. **Introdução ao projeto de Pesquisa científica**. 17.ed. Petrópolis: Vozes, 1992.

SALOMON, Ezra; PRINGLE, Jonhon J. **Introdução à administração financeira**. São Paulo: Atlas, 1981.

SECURATO, J. R. **Decisões financeiras em condições de risco**. São Paulo: Atlas, 1996.

CEARÁ. SECRETARIA DE AGRICULTURA IRRIGADA. **Programa Cearense de agricultura irrigada (PROCEAGRI)**. Fortaleza: Seagri, 2000. p.79.

SEVERINO, A. J. **Metodologia do trabalho científico**. 19. ed. São Paulo: Cortez, 1993.

SILVA, C.R.L. *et. al.* **Financiamento privado da agricultura: uma avaliação dos mercados físicos**. In: ANPEC: Encontro Nacional de Economia, Recife, 1997.

SILVA, L.M.R. **Rentabilidade em condições de incerteza na produção de frango de corte no Ceará**: Estudo de Caso. Fortaleza: UFC, 1998.87p (Tese de Livre Docência)

SIMONSEN, M. H. **Dinâmica macroeconômica**. São Paulo: McGraw-Hill, 1983.

SPIEGEL, M. R. **Estatística**. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico., 1969.

STEVENSON, W. J. **Estatística aplicada à administração**. São Paulo: Harper e Row do Brasil, 1981.

TOLEDO, Geraldo Luciano. **Estatística básica**, 2 ed. São Paulo: Atlas, 1983.

