



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ  
CENTRO DE CIÊNCIAS  
DEPARTAMENTO DE FÍSICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA**

**BARBARA SALES COSTA**

**MOMENTO DE DIPOLO MAGNÉTICO DE NEUTRINOS**

**FORTALEZA**

**2022**

BARBARA SALES COSTA

MOMENTO DE DIPOLO MAGNÉTICO DE NEUTRINOS

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para a obtenção do Título de Mestre em Física. Área de Concentração: Física da Matéria Condensada.

Orientador: Prof. Dr. Roberto Vinhaes Maluf Cavalcante.

Coorientador: Prof. Dr. Pedro Accioly Nogueira Machado.

FORTALEZA  
2022

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação  
Universidade Federal do Ceará  
Biblioteca Universitária  
Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

---

C87m Costa, Barbara Sales.

Momento de Dipolo Magnético de Neutrinos / Barbara Sales Costa. – 2022.  
54 f. : il.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Ciências, Programa de Pós-Graduação em Física, Fortaleza, 2022.

Orientação: Prof. Dr. Roberto Vinhaes Maluf Cavalcante.

Coorientação: Prof. Dr. Pedro Accioly Nogueira Machado.

1. Física de Partículas. 2. Neutrinos. 3. Momento de Dipolo Magnético. 4. MDM. I. Título.

CDD 530

---

BARBARA SALES COSTA

MOMENTO DE DIPOLO MAGNÉTICO DE NEUTRINOS

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para a obtenção do Título de Mestre em Física. Área de Concentração: Física da Matéria Condensada.

Aprovada em 21/02/2022.

BANCA EXAMINADORA

---

Prof. Dr. Roberto Vinhaes Maluf Cavalcante (Orientador)  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Prof. Dr. Pedro Accioly Nogueira Machado (Coorientador)  
Fermi National Accelerator Laboratory (Fermilab)

---

Prof. Dr. Carlos Alberto Santos de Almeida  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Dedicado à minha família e ao meu amor

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus por ter iluminado os meus caminhos, cuidado de mim e seguido sempre do meu lado, mesmo que eu não merecesse. Por ter escrito certo pelas minhas linhas tortas.

Aos meus pais, Christiani e Fernando, pelo apoio, cuidado e amor inabaláveis, e aos meus irmãos, Debora e Alexandre pelo companheirismo, carinho e amor.

Agradeço à minha família, como um todo, por ter sido meu porto-seguro e por ter sempre me dado suporte em cada etapa da minha formação, tanto em caráter quanto em conhecimento.

Ao meu avô Gerardo, em memória, por sempre ter apoiado meus estudos e me fornecido toda a base e segurança para o meu sucesso. Parafraseando Newton, se pude ver mais longe foi por estar apoiada sobre os ombros de gigantes.

Ao meu amor, Thiago, pelo carinho, apoio, paciência e companheirismo, por ter me ajudado com tudo que estivesse ao seu alcance e pelas boas conversas e momentos divididos.

À minha eterna confraria: Adriel, Júnior, Mateus, Laura e Rute, pelos bons momentos vividos juntos, as boas risadas, e por seguir sendo meu ciclo de amizades mais firme e duradouro.

Aos meus amigos e colegas de classe do mestrado com quem dividi felicidades e angústias.

Ao meu amigo Lucas Miranda, por ter me apresentado o vasto mundo universitário e me incentivado a abraçar a universidade e desfrutar de tudo que ela podia me oferecer. E também por todas as conversas e cafés compartilhados.

Ao meu orientador prof. Dr. Roberto Maluf, por ter me instruído nesse maravilhoso caminho da física de partículas e por toda paciência para me ensinar as coisas mesmo puxada pela mão.

Ao prof. Dr. Carlos Alberto, por ter aberto meus olhos para a TQC, área que hoje é minha paixão.

A todos os meus colegas do Lassco, em especial ao Michelângelo, pelas boas discussões, pela paciência para tirar todas as minhas dúvidas e pela ajuda oferecida em momentos preciosos.

A todos os professores do departamento, em especial os que me lecionaram durante a graduação e participaram ativamente da minha formação como bacharel. E, em especial, ao prof. Dr. Saulo, pelas boas conversas e conselhos e pelo exemplo de pessoa e de cientista.

A minha amiga Maryanna, com quem dividi angústias, felicidades e madrugadas.

Ao meu coorientador prof. Pedro, a quem muito admiro como pessoa e como cientista e com quem tive a dádiva de poder trabalhar, por toda a paciência, conversas, risadas, conselhos, desabafos e por ter sempre me dado todo o suporte no desenvolvimento desse trabalho. Por ter me entregado um universo de conhecimento e ter me ajudado em tudo que precisei.

A todos os outros amigos que me ajudaram a chegar aqui.

O presente trabalho foi realizado com apoio do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), ao qual agradeço pelo financiamento da minha bolsa de estudos que me permitiu ter dedicação integral ao trabalho.

## RESUMO

A Física de Neutrinos tem passado por um verdadeiro *boom* desde que as oscilações de neutrinos foram detectadas, confirmando assim se tratarem de partículas massivas. Essa descoberta abriu muitas possibilidades de física além do Modelo Padrão, entre elas a divergência do Momento de Dipolo Magnético (MDM) dos Neutrinos. Enquanto o Modelo Padrão original tinha o MDM dos neutrinos como nulo, modelos mais recentes nos dão uma previsão teórica de um MDM da ordem de  $10^{-19}\mu_B$ , porém os experimentos até agora nos dão  $\mu_\nu < 10^{-10}\mu_B$ , o que ainda é 9 ordens de grandeza maior do que o esperado, abrindo margem então para que novas físicas sejam exploradas propondo modelos geradores de MDM para os neutrinos que alinhem a previsão teórica com o experimental. Dessa forma, iniciamos o trabalho fazendo um apanhado histórico sobre a física de partículas, em especial sobre os neutrinos e em seguida fazendo uma revisão acerca do Momento de Dipolo Elétrico (EDM) e MDM dos elétrons. Discutimos ainda sobre o MDM dos neutrinos no Modelo Padrão e no modelo atualmente mais bem aceito e em logo depois propomos uma Lagrangiana de interação geradora de MDM para os neutrinos e a partir dela calculamos a seção de choque para um espalhamento elétron-neutrino para em seguida compararmos nossa teoria com os dados experimentais colhidos pelo *MicroBooNE*.

**Palavras-chave:** física de partículas; neutrinos; momento de dipolo magnético; mdm.

## ABSTRACT

Neutrino Physics has been going through a real boom since the neutrino oscillations were detected, thus confirming that they are massive particles. This discovery opened up many physics possibilities beyond the Standard Model, among them the Magnetic Dipole Moment (MDM) divergence of Neutrinos. While the original Standard Model had the neutrino MDM as null, more recent models give us a theoretical prediction of an MDM on the order of  $10^{-19}\mu_B$ , but experiments so far give us  $\mu_\nu < 10^{-10}\mu_B$ , which is still 9 orders of magnitude higher than expected, opening the way for new physics to be explored by proposing MDM generating models for neutrinos that align the theoretical prediction with the experimental one. In this way, we started the work by making a historical overview of particle physics, especially about neutrinos, and then making a review about the Electric Dipole Momentum (EDM) and MDM of electrons. We also discuss the MDM of neutrinos in the Standard Model and in the currently best accepted model and soon after we propose a Lagrangian of interaction generating MDM for the neutrinos and from it we calculate the cross section for electron-neutrino scattering and then compare our theory with the experimental data collected by *MicroBooNE*.

**Keywords:** particle physics; neutrinos; magnetic dipole moment; mdm.

## SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO . . . . .	10
1.1	Um breve apanhado sobre o Modelo Padrão . . . . .	11
1.2	O setor eletromagnético do Modelo Padrão e o sucesso da QED . . . . .	12
1.2.1	<i>O surgimento da física de momentos de dipolo e os estudos acerca do elétron</i>	13
1.3	O setor fraco do MP e a união eletrofraca . . . . .	16
1.4	A Física de Neutrinos . . . . .	17
2	MOMENTO DE DIPOLO ELÉTRICO E MAGNÉTICO DE ELÉTRONS	22
2.1	A equação de Dirac e o acoplamento mínimo do eletromagnetismo . . . . .	22
2.2	O limite não relativístico da equação de Dirac . . . . .	26
2.3	A anomalia do MDM do elétron . . . . .	27
2.4	O momento de dipolo elétrico do elétron . . . . .	29
2.4.1	<i>O teorema de Schiff</i> . . . . .	30
2.5	A lagrangiana de interação proposta por Salpeter . . . . .	32
2.6	O MDM de Neutrinos e o Modelo Padrão . . . . .	35
3	MOMENTO DE DIPOLO MAGNÉTICO DE NEUTRINOS . . . . .	38
3.1	Fazendo uma análise cinemática do espalhamento . . . . .	39
3.2	Definindo as regras de Feynman para o espalhamento . . . . .	41
3.3	Calculando a amplitude de espalhamento . . . . .	43
3.4	Encontrando a seção de choque diferencial . . . . .	47
3.5	Calculando o número de eventos e comparando resultados com o <i>Micro-BooNE</i> . . . . .	48
4	CONCLUSÃO . . . . .	50
	REFERÊNCIAS . . . . .	51
	APÊNDICE A – MATRIZES DE PAULI E MATRIZES DE DIRAC . . . . .	54

## 1 INTRODUÇÃO

O Modelo Padrão da Física de Partículas (MP) é uma das teorias da física com maior respaldo e precisão experimental. Esse modelo, que foi desenvolvido por volta da década de 60 por vários cientistas, descreve as partículas fundamentais e suas interações, unindo várias teorias físicas em um só arcabouço teórico. Desde sua criação suas previsões são confirmadas por diversos experimentos, como por exemplo os realizados no maior colisor de partículas do mundo, o grande colisor de Hadrons (LHC, do inglês *Large Hadron Collider*). No MP o setor com maior sucesso experimental é o setor eletromagnético, desenvolvido tendo a eletrodinâmica quântica (QED, do inglês *Quantum Electrodynamics*) como embasamento teórico.

É nesse setor do MP que estudamos a Física de Momento de Dipolo Elétrico (EDM, do inglês *Electric Dipole Moment*) e de Momento de Dipolo Magnético (MDM, do inglês *Magnetic Dipole Moment*). A Física de EDM e MDM passou por diversas evoluções conforme as teorias foram sendo desenvolvidas, começando seus estudos com a equação de Dirac em 1928 até os dias de hoje, onde revelam a grande possibilidade de existir física além do modelo padrão.

Nos estudos de eletromagnetismo vemos que o momento de dipolo é uma grandeza vetorial. No caso do dipolo elétrico, a sua magnitude é dada pelo produto da carga elétrica pela distância que separa as cargas e sua direção é a mesma da reta que une as cargas com direção sempre apontando para a carga positiva. Já no dipolo magnético, a magnitude desse momento é uma medida da intensidade da fonte magnética, já que sempre temos fontes com 2 polos no magnetismo. Em ambos os casos, os momentos de dipolo magnético representam a polarização desse sistema e sofrem um torque sob a ação de campos eletromagnéticos. Nos estudos de partículas elementares essa polarização decorre do spin das partículas e portanto elas sofrem ação dos campos eletromagnéticos além da interação via carga elétrica.

Nesse contexto, a Física de MDM e a Física de neutrinos se encontram. Segundo a QED do Modelo Padrão, os neutrinos são previstos para terem MDM nulo, visto que são partículas elementares eletricamente neutras e sem massa. Os experimentos, porém, dizem o contrário e mostram que neutrinos possuem, de fato, uma massa não nula, apesar de muito pequena, o que implica diretamente em um MDM não nulo. A interação eletromagnética via MDM está diretamente ligada com a massa das partículas e como no geral mecanismos de geração de massa geram também MDM para os neutrinos, trabalhar no problema inverso, ou seja, ir em busca de mecanismos geradores de MDM para essas partículas, pode revelar pistas acerca da geração de massa.

Veremos a seguir um pouco do desenvolvimento do modelo padrão, seguido de uma breve discussão acerca do setor eletromagnético e da QED, analisando em seguida o quão acu-

radas são as previsões desse setor. Faremos um apanhado histórico sobre a Física de EDM e MDM desde o início do modelo padrão até a possibilidade de nova física. Por fim, neste capítulo, faremos também uma breve discussão acerca do desenvolvimento da Física de Neutrinos, desde a descoberta da existência dessas partículas até as revelações mais recentes, como a detecção de suas massas.

## 1.1 Um breve apanhado sobre o Modelo Padrão

Quando J. J. Thomson descobriu o elétron em 1897 [1], as portas da física de partículas elementares se abriram para o mundo. Logo em seguida, veio a descoberta do próton, que já havia sido proposto para manter a neutralidade do átomo, e do nêutron, descoberto em 1932 por James Chadwick[2].

Ao mesmo tempo, com os trabalhos de Plank [3], Einstein [4] e Compton [5] foi descoberta a mecânica quântica, a luz foi quantizada e sua natureza corpuscular foi revelada, sendo nomeada de fóton a sua partícula equivalente. Essas descobertas junto com os questionamentos posteriores sobre o equilíbrio do núcleo atômico e sobre o decaimento beta propiciaram o início das discussões sobre bósons e as interações fundamentais.

A partir de 1930 pode-se dizer que houve um verdadeiro *boom* na descoberta de novas partículas e no surgimento de teorias que tentassem explicar todos os fenômenos observados, de tal forma que no início da década de 60 a física possuía um verdadeiro caos de partículas e fenômenos sem nenhuma teoria que conseguisse descrever e classificar todos eles em uma base comum. Foi nesse contexto que alguns cientistas durante aquela década desenvolveram o Modelo Padrão (MP) da física de partículas que embora não contemplasse a interação gravitacional, descrevia com grande êxito todas as outras partículas e interações.

O MP então é uma união da teoria da interação fraca, da eletrodinâmica quântica (QED, do inglês *Quantum Electrodynamics*), do mecanismo de Higgs (que unifica as duas anteriores na interação eletrofraca) e da cromodinâmica quântica (QCD, do inglês *Quantum Chromodynamics*), tendo como pilar a Teoria Quântica de Campos (TQC), que une a mecânica quântica e a relatividade especial em um mesmo embasamento teórico.

Nas teorias que compõem o modelo padrão é utilizado o formalismo Lagrangiano, de forma que podemos escrever a Lagrangiana do modelo padrão, que é dividida em setores de partículas: o setor de férmions (que descreve as contribuições dinâmicas das partículas), o setor de Gauge (que descreve a dinâmica dos campos das interações fundamentais), o setor de Higgs (que descreve a dinâmica do campo de Higgs e sua interação com os outros bósons) e o setor de Yukawa (descrevendo a interação entre os férmions e Higgs, gerando a massa dos férmions). Dessa forma, a Lagrangiana do MP é dada então por

$$\mathcal{L}_{MP} = \mathcal{L}_{Fermions} + \mathcal{L}_{Gauge} + \mathcal{L}_{Higgs} + \mathcal{L}_{Yukawa}. \quad (1.1)$$

## 1.2 O setor eletromagnético do Modelo Padrão e o sucesso da QED

Chamamos de setor eletromagnético do MP a parte da Lagrangiana que inclui os termos de gauge do campo eletromagnético, ou seja, os termos que descrevem a dinâmica desse campo, e os termos de interação do campo eletromagnético com os férmions. O eletromagnetismo do modelo padrão é regido pelo arcabouço teórico da QED e podemos destacar que esta é uma das teorias do MP com maior sucesso e precisão experimental.

A QED é uma teoria que une em total concordância a mecânica quântica e a relatividade especial e que foi desenvolvida por vários cientistas, evoluindo desde a primeira quantização do campo eletromagnético com Dirac até a formulação covariante da teoria com Feynman e rendeu Nobéis pelos desenvolvimentos na área a Tomonaga, Schwinger e Feynman<sup>1</sup>, além claro de Dirac<sup>2</sup>.

A Lagrangiana da QED é dada por

$$\mathcal{L} = \bar{\psi} (i\gamma^\mu D_\mu - m) \psi - \frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu}, \quad (1.2)$$

onde

$$\begin{aligned} \bar{\psi} &= \psi^\dagger \gamma^0; \\ F^{\mu\nu} &= \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu; \\ D_\mu &= \partial_\mu + ieA_\mu, \end{aligned} \quad (1.3)$$

sendo  $\gamma^\mu$  as matrizes de Dirac<sup>3</sup>,  $\psi$  um quadri-espinor que representa um campo fermiônico de spin (1/2) e  $A_\mu$  sendo o potencial quadri-vetor do eletromagnetismo.

Essa Lagrangiana (1.2) é composta pela Lagrangiana equivalente da equação de Dirac (que veremos mais adiante), pelo termo cinético do campo eletromagnético e por um termo de interação envolvendo a corrente  $j^\mu = \bar{\psi}\gamma^\mu\psi$ .

Esse formalismo foi responsável por uma série de previsões extremamente compatíveis com resultados experimentais durante o século XX, boa parte delas estão relacionadas ao momento de dipolo magnético do elétron. Dentre elas é relevante citar, por exemplo:

- A previsão da existência de antipartículas por Dirac em seu trabalho [8], que foi confir-

<sup>1</sup>Eles ganharam de forma conjunta o prêmio Nobel de Física em 1965 "por seu trabalho fundamental em eletrodinâmica quântica, com profundas consequências para a física de partículas elementares"[6]

<sup>2</sup>Já Dirac ganhou o Nobel de Física de 1933, compartilhado com Erwin Schrödinger, "pela descoberta de novas formas produtivas de teoria atômica"[7]

<sup>3</sup>A representação das matrizes de Dirac que estamos usando é dada no apêndice.

mada logo depois em 1932 com a descoberta do pósitron<sup>4</sup> por Carl D. Anderson;

- A predição de que o fóton, mediador bosônico do eletromagnetismo, é uma partícula sem massa. O experimento mais preciso realizado até hoje, analisando efeitos eletromagnéticos dos ventos solares na órbita de Plutão [9], detectou que a massa do fóton menor do que  $1 \times 10^{-18} eV$ , sendo por tanto muito pequena e até então concordando com a previsão;
- A obtenção natural do fator giromagnético do elétron a partir da equação de Dirac, que foi condizente com os resultados obtidos até que fosse observada a estrutura fina do espectro do hidrogênio;
- A correção no fator giromagnético decorrente da anomalia do momento de dipolo magnético  $a$ , cujo valor previsto é  $a = 0,001\ 159\ 652\ 182\ 79\ (771)$  e o encontrado experimentalmente é de  $a = 0,001\ 159\ 652\ 180\ 91\ (26)$ . Podemos ver que os dois valores concordam até a 11<sup>a</sup> casa decimal, o que é muito preciso.

Os dados experimentais relatados acima foram retirados do acervo do *Particle Data Group* (PDG) [10] e podemos ver que a acurácia das precisões da QED realmente nos permite afirmar o seu grande sucesso teórico.

É a partir da QED que nasce a física de EDM e MDM. Essa área da física teve seu desenvolvimento durante o século XX e também obteve grande sucesso experimental, conforme veremos a seguir.

### 1.2.1 *O surgimento da física de momentos de dipolo e os estudos acerca do elétron*

Até o início do século XX o elétron era uma partícula carregada, definida por apenas 3 números quânticos ( $n, l, m$ ) encarregados de descrever a posição de um elétron em um átomo e também diretamente relacionados com a energia que esse tal elétron possuía, em que  $n$  é o nível da órbita,  $l$  é o momento angular e  $m$  é a projeção no eixo  $z$  do momento magnético desse elétron. Esses números eram obtidos naturalmente da equação de Schrödinger<sup>5</sup> e eram responsáveis por descrever o estado quântico do elétron. Vale lembrar que a equação de Schrödinger, apesar de ser quântica, não é relativística.

O modelo atômico vigente naquela época era o de Rutherford-Borh. Esse modelo resolvia o problema prévio encontrado pelos experimentos de linhas espectrais do átomo de

<sup>4</sup>O pósitron é a antipartícula do elétron

<sup>5</sup>Essa equação foi desenvolvida em 1926 pelo físico Erwin Schrödinger para descrever como o estado quântico de um sistema evolui através do tempo. A saber, a equação é dada por  $\hat{H}|\psi(\vec{r}, t)\rangle = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}|\psi(\vec{r}, t)\rangle$ .

hidrogênio e explicava as linhas de absorção e emissão em seu espectro, porém ainda possuía algumas inconsistências acerca da energia dos elétrons.<sup>6</sup>

Conforme o tempo passava, a precisão dos experimentos de linhas espectrais aumentava e com isso pode-se estudar o espectro do hidrogênio com maior resolução e percebeu-se que algumas de suas linhas, quando observadas mais detalhadamente, revelavam-se ser na verdade um conjunto de duas ou mais linhas muito próximas. Se tratava da estrutura fina do hidrogênio.

A descoberta da estrutura fina do hidrogênio representa a principal correção energética sobre seu espectro e ela se dá em parte por conta de efeitos relativísticos desconsiderados na equação de Schrödinger (que como mencionamos antes é não-relativística por construção) e em parte por conta do acoplamento *spin*-órbita do elétron do hidrogênio.

A confirmação e definição de que os elétrons possuíam um momento de dipolo magnético intrínseco, que viria a ser denominado de *spin*, veio com o experimento realizado em 1921 pelos físicos Otto Stern e Walther Gerlach [11] que consistia em um feixe não-polarizado de átomos metálicos vaporizados passando por uma região de campo magnético não-homogêneo e no qual constataram que os feixes sofriam desvio. Como os átomos em equilíbrio possuem carga nula, o desvio devia estar vindo da interação do *spin* com o campo magnético externo. Além disso, eles observaram também que esse *spin* era quantizado e só podia assumir 2 valores. Essa quantização originou um novo número quântico (*s*) para descrever o estado do elétron.

Nesse mesmo cenário havia também o efeito Zeeman, que consiste na separação das linhas de espectro de um elemento químico quando este está sob a ação de um campo magnético externo. De forma independente de Stern e Gerlach os físicos Uhlenbeck e Goudsmit em 1925 apresentaram uma explicação para o efeito Zeeman propondo que o momento de dipolo magnético do elétron dado por

$$\mu = g \left( \frac{q}{2m} \right) \mathbf{S} \quad (1.4)$$

interagia com o campo magnético gerado pelo movimento relativo do elétron em torno do núcleo. Esse modelo foi desenvolvido considerando um elétron girante. O momento de dipolo magnético proposto por eles falhava por um fator de 2, o que foi corrigido posteriormente por L. H. Thomas que identificou no momento de dipolo um efeito de precessão, que leva seu nome, e com isso impôs correções cinemático-relativísticas no modelo de Uhlenbeck e Goudsmit. A partir desses trabalhos foi determinado que o fator giromagnético do momento de dipolo

---

<sup>6</sup>Em verdade, os experimentos de linhas espectrais de elementos químicos tiveram papel muito importante no desenvolvimento da física durante os séculos XIX e XX. Os estudos acerca dos espectros atômicos foram responsáveis pela descoberta do Hélio, do Césio e do Rubídio, por avanços astronômicos a partir do espectro de estrelas, por exemplo, e pela descoberta da estrutura fina, da estrutura hiperfina e do *Lamb shift*

magnético do elétron deveria ser  $g = 2$ .

Até então o momento de dipolo magnético era pouco entendido pela física e necessitava de correções do fator giromagnético  $g$  impostas *ad hoc*, ou seja, que não surgiam naturalmente das teorias, para atender aos resultados experimentais. Foi então que em 1928 Dirac publicou em seu trabalho [8] a equação que carrega seu nome. A partir dessa equação ele foi capaz de encontrar naturalmente que  $g = 2$  para o elétron no limite não-relativístico, dispensando assim as correções manuais. Além disso, Dirac propôs termos adicionais para descrever um elétron sob a ação de campos elétricos e magnéticos, que seriam

$$\frac{e\hbar}{c}(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{H}) + i\frac{e\hbar}{c}\rho_1(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{E}), \quad (1.5)$$

onde  $\mathbf{H}$  e  $\mathbf{E}$  são os campos magnético e elétrico, respectivamente,  $\boldsymbol{\sigma} = (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ , sendo  $\sigma_i$  nesse caso as matrizes de Dirac 4x4, também conhecidas como matrizes gamma, e  $\rho$  é uma matriz 4x4 definida como

$$\rho_1 = \begin{pmatrix} 0 & \mathbb{I} \\ \mathbb{I} & 0 \end{pmatrix} \quad (1.6)$$

Vale ressaltar que na equação (1.5) o primeiro termo representa uma interação de momento de dipolo magnético, enquanto que o segundo representa uma interação de momento de dipolo elétrico.

Tudo isso foi desenvolvido em cima da descoberta da estrutura fina do espectro do hidrogênio. Porém, os estudos de espectrometria avançaram ainda mais e obtiveram uma resolução ainda melhor. Com isso foi possível detectar a estrutura hiperfina do espectro atômico e abriu-se espaço para correções de energia ainda mais refinadas. Schwinger propôs uma solução para a nova descoberta em seu trabalho realizado em 1947 e publicado no ano seguinte [12]. Nessa solução o fator giromagnético possui uma anomalia e não é precisamente igual a 2 e o momento de dipolo magnético do elétron passa a ser escrito como

$$\boldsymbol{\mu} = (g + \delta g) \frac{q}{2m} \frac{\hbar}{2} = (1 + a) \frac{q\hbar}{2m}, \quad (1.7)$$

onde  $a$  é a chamada anomalia do fator giromagnético, que representa a pequena discrepância que o momento tem e justificando o nome comumente dado de momento magnético anômalo. Nessa equação, diferentemente da (1.4) utilizamos as quantidades em módulo, sendo  $|\mathbf{S}| = \frac{\hbar}{2}$ .

O ajuste gerado pela estrutura hiperfina do espectro é, como o próprio nome sugere, bem fino. Ou seja, o esperado é que  $a$  seja muito pequeno, próximo de 0. O valor dessa correção encontrada por Schwinger foi de  $a = \frac{\alpha}{2\pi} \approx 0,00116$ .

Ainda no mesmo ano os físicos P. Kusch e H. M. Foley realizaram medições da anomalia do momento de dipolo [13][14] encontrando resultados de  $a \approx 0,00119$ , o que corres-

pondia a uma precisão de aproximadamente 2,6% em comparação com os resultados teóricos obtidos por Schwinger. Daí em diante medições cada vez mais precisas foram possíveis com o avanço das tecnologias na área da espectrometria e as medidas continuaram concordando com as previsões teóricas.

Acerca do momento de dipolo elétrico, ele não é obtido naturalmente da equação de Dirac, sendo obtido apenas a partir de grandezas imaginárias originadas da equação e até então não se sabia ao certo sua interpretação. Assim, podemos dizer que a equação de Dirac não possui termo de dipolo elétrico e isso acontece porque a existência desse termo quebraria a invariância por transformações de Tempo (T) e Paridade (P), como veremos a frente quando discutirmos o teorema de Schiff.

### 1.3 O setor fraco do MP e a união eletrofraca

O setor fraco do Modelo Padrão é aquele que descreve a interação fraca, mediada pelos bósons  $W^\pm$  e  $Z$ , e seu efeito sobre as partículas interagentes, os férmions. Essa interação teve grande importância na compreensão do decaimento beta, tendo esse fenômeno sido a partir do qual ocorreu a descoberta dos neutrinos.

A interação fraca é uma das quatro interações fundamentais da natureza<sup>7</sup>. Ela é a responsável pelos decaimentos radioativos e está envolvida nas reações de fusão e fissão nuclear.

Dentre as interações descritas pelo Modelo Padrão, a primeira a ser descoberta foi a eletromagnética, que foi nomeada por unir os efeitos da eletricidade e do magnetismo como faces diferentes de uma mesma força. As interações descobertas depois acabaram sendo nomeadas de forma comparativa à eletromagnética, de forma que a interação fraca recebeu esse nome por apresentar uma intensidade menor do que a primeira. Além disso, a força fraca possui um baixo alcance, que se limita às dimensões subatômicas.

Os três bósons mediadores dessa interação são massivos e de baixo alcance de atuação e a princípio ela possui características bem diferentes da interação eletromagnética, que possui apenas 1 bóson mediador e não massivo, o fóton, com alcance de atuação infinito. Logo, uma unificação entre elas parecia um tanto quanto improvável. Apesar disso, em trabalhos publicados durante a década de 60 os físicos S. Glashow, S. Weinberg e A. Salam concretizaram a união entre essas duas interações, gerando assim uma só, a interação eletrofraca [15–18].

Essa unificação ocorre a altas energias e para que ela ocorra foram considerados que os bósons fracos eram não massivos. Dessa forma, podemos unir em uma mesma descrição teórica a interação eletromagnética e a fraca, mostrando assim que as duas são diferentes faces de uma mesma interação fundamental: a interação eletrofraca, que possui então 4 bósons

---

<sup>7</sup>A saber, as quatro interações fundamentais da natureza são: força forte, fraca, eletromagnética e gravitacional.

mediadores.

Vemos, porém, que há uma inconsistência entre a teoria e os experimentos, visto que os bósons  $W^\pm$  e  $Z$  são massivos. Assim, era necessário que fosse implementado um mecanismo gerador de massa na teoria para que ela fosse consolidada, tendo esse trabalho sido realizado por Peter Higgs e François Englert, entre outros cientistas [19–21].

O mecanismo de Higgs então agrega uma nova Lagrangiana (de Higgs) à teoria eletrofraca, que é dada por

$$\mathcal{L}_{Higgs} = (D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi) - V(\Phi), \quad (1.8)$$

onde

$$V(\Phi) = m^2 \Phi^\dagger \Phi + \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2 \quad (1.9)$$

e

$$D_\mu \Phi = \left( \partial_\mu + \frac{ig}{2} \sigma^a W_\mu^a + \frac{ig'}{2} Y B_\mu \right) \Phi, \quad (1.10)$$

sendo  $\sigma^a$ ,  $a = 1, 2, 3$  são as matrizes de Pauli usuais,  $g$  e  $g'$  constantes de acoplamento,  $Y$  a hipercarga e  $W_\mu$  e  $B_\mu$  são combinações dos geradores  $W^\pm$ ,  $Z$  e do fóton ( $A_\mu$ ).

Essa Lagrangiana sofre uma quebra espontânea de simetria  $SU(2)^8$  na teoria eletrofraca, o que origina a massa dos bósons  $W^\pm$  e  $Z$  e mantém o fóton ( $A$ ) sem massa, ficando assim concordante com observado experimentalmente. Além disso, o mecanismo de Higgs é o responsável por gerar massa a todas as outras partículas do Modelo Padrão. Para mais detalhes sobre o mecanismo de Higgs e a geração de massa, consultar a referência [22]

#### 1.4 A Física de Neutrinos

Em 1930 já se compreendia parcialmente o decaimento nuclear beta, que acontece através da interação fraca, em que um núcleo  $A$  decaía em um núcleo  $B$  emitindo um elétron, segundo a seguinte reação

$$A \rightarrow B + e^-. \quad (1.11)$$

Esse decaimento conservava carga elétrica, visto que se sabia que o elemento  $B$  ocupava uma posição à frente de  $A$  na tabela periódica, logo  $B$  carregava uma carga positiva a mais que  $A$ . Nessa época o nêutron ainda não havia sido descoberto, portanto ainda não se tinha conhecimento de que o que ocorria na realidade era o decaimento de um nêutron em um próton.

Através dos cálculos de decaimento em uma partícula em duas era possível calcular

---

<sup>8</sup>A Unificação eletrofraca com mecanismo de Higgs implementado possui simetria  $SU(2)_L \times U(1)_Y$

a energia que o elétron emitido deveria conter, que seria dada por

$$E = \left( \frac{m_A^2 - m_B^2 + m_e^2}{2m_A} \right) c^2, \quad (1.12)$$

onde  $m_A$  seria a massa do núcleo  $A$ ,  $m_B$  a massa do núcleo  $B$  e  $m_e$  a massa do elétron, e portanto o elétron emitido deveria possuir uma energia fixa e bem definida, visto que as massas de  $A$  e  $B$  eram conhecidas, assim como a massa do elétron.

O que se observava nos experimentos, porém, eram elétrons sendo emitidos com variações de energia consideráveis, com energias menores do que o valor teórico esperado. Logo, havia um problema com um dos princípios mais fundamentais da física, a conservação da energia. A partir desse embate, Wolfgang Pauli sugeriu que na verdade a quantidade de energia que faltava estava sendo emitida através de uma outra partícula, que ainda não havia sido detectada. Essa partícula deveria ser eletricamente neutra para que a carga fosse conservada no decaimento, o que também justificava o fato de essa partícula ser invisível até então, visto que ela não deveria interagir eletromagneticamente por não ter carga.

A princípio a ideia de Pauli não foi levada a sério, pois uma partícula com essas características era muito diferente das outras partículas conhecidas até então, mas em 1933 Enrico Fermi apresentou uma teoria para o decaimento beta que incorporava a ideia de Pauli e essa teoria era tão consistente que a ideia de uma nova partícula passou a ser seriamente considerada pela comunidade científica.

Como a energia dos elétrons detectados chegava a ser muito próxima do valor esperado teórico, na realidade o valor teórico era o valor máximo de energia que o elétron poderia ter, se esperava que essa partícula fosse muito leve, ou seja, tivesse a massa muito pequena. Pelo fato de essa partícula ser eletricamente neutra, ela ganhou o nome de neutrino.

Dessa forma então, a reação de decaimento beta é dada por:



onde  $\bar{\nu}$  na realidade é um antineutrino. Como na reação é liberado um elétron, a outra partícula tem que ser um antineutrino (e não um neutrino) para que o experimento fosse condizente com as simetrias da teoria.

O neutrino permaneceu no campo das ideias até meados da década de 50, quando Cowan e Reines realizaram experimentos no reator nuclear *Savannah River* que provaram de forma incontestável a existência dos neutrinos [23, 24].

Até então acreditava-se que existia apenas um tipo neutrino que estava presente em todas as reações, porém os cientistas continuaram sem entender porque alguns decaimentos eram possíveis e outros não eram observados. Parecia haver algum tipo de princípio básico

que proibia alguns processos mais outros não, por exemplo o decaimento de um múon em um elétron, um neutrino e um antineutrino e o seu equivalente em antipartículas era permitido

$$\mu^- \rightarrow e^- + \nu + \bar{\nu}$$

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu + \bar{\nu}$$

e esse decaimento conservava tanto carga quanto número leptônico. Mas o decaimento de um múon em um elétron e um fóton não era permitido

$$\mu^- \not\rightarrow e^- + \gamma, \quad (1.14)$$

embora conservasse tanto carga quanto número leptônico.

Porque essas leis de conservação valiam em alguns casos e outros não? Foi então que foi sugerido que haveria mais de um tipo de sabor de neutrino e a conservação do número leptônico foi dividida na conservação de tipo leptônico, em que elétrons e neutrinos do elétron recebem  $L_e = 1$  e suas antipartículas recebem  $-1$  e teríamos também o  $L_\mu$  e o  $L_\tau$  que seriam os análogos para o múon e o tau e seus respectivos neutrinos. Isso explicaria porque as duas primeiras reações seriam permitidas e a terceira não, visto que de um lado temos  $L_e = 0$  e  $L_\mu = 1$  e do outro temos  $L_e = 1$  e  $L_\mu = 0$ , o que não é permitido. E de fato, os dois primeiros decaimentos do múon são dados por

$$\mu^- \rightarrow e^- + \nu_\mu + \bar{\nu}_e$$

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu \quad (1.15)$$

e o decaimento beta, escrito na sua forma mais atual em que sabemos que na realidade temos um nêutron decaindo em um próton, um elétron e um antineutrino do elétron, é dado por

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e.$$

Dessa forma sabemos que há um sabor de neutrino para cada um dos léptons, temos o neutrino do elétron, o do múon e o do tau e seus respectivos antineutrinos.

Fazemos agora um salto na história da física de neutrinos até o fim da década de 60. Nessa época já se havia entendimento sobre a composição interna do sol e sobre a física nuclear o suficiente para se prever que partículas seriam emitidas pelo sol com boa precisão.

De forma geral podemos falar que a reação principal consiste na fusão de de quatro núcleos de hidrogênio em um núcleo de hélio. Para esse processo acontecer é necessário que dois prótons se transformem em dois nêutrons emitindo dois prótons, para conservar a carga, e dois neutrinos do elétron, para conservar o número de elétron  $L_e$ . Ou seja, sabemos que o Sol majoritariamente produz neutrinos do elétron.

Por outro lado, neutrinos atmosféricos são produzidos a partir de decaimentos de píons e káons, o que na prática nos dá produção de múons e neutrinos do múon. Os múons, por sua vez, podem decair segundo a equação (1.15). A proporção em que essas reações acontecem nos dá uma razão de 2 neutrinos do múon para cada neutrino do elétron (e temos a mesma proporção para suas respectivas antipartículas).

Em 1969 Bruno Pontecorvo apresentou [25] um trabalho em que mostrava que se a massa dos neutrinos não fosse nula, mas fosse bem pequenas e próximas, e isso causasse uma oscilação entre os sabores de neutrinos, os neutrinos do elétron emitidos pelo sol poderiam oscilar e se transformar em neutrinos do múon, por exemplo, o que causaria um deficit nos detectores de neutrinos do elétron solares.

De fato, os detectores de neutrinos do elétron advindos do sol já haviam reunido dados suficientes até o ano de 1990 para mostrar que menos da metade dos neutrinos esperados eram detectados. Na verdade, no experimento mais preciso, cerca de apenas um terço do esperado era detectado.

Pouco tempo depois os experimentos realizados pelo *Kamiokande* em 1992 [26], mostravam um deficit de neutrinos do múon na atmosfera e em 1998, nos experimentos realizados pelo *Super-Kamiokande*, seu sucessor, confirmaram esse deficit como indício real de que os neutrinos estavam oscilando e, portanto, possuíam massa.

Após isso, em 2001/2, quando os experimentos realizados pelo *Sudbury Neutrino Observatory* [27, 28] apresentaram fortes evidências de que o deficit de neutrinos solares observado anteriormente não se dava por nenhuma característica astrofísica, confirmando assim que realmente essa falta se daria por conta da oscilação dos neutrinos. Esses resultados foram posteriormente confirmados pelo experimento do *KamLAND* [29].

O Modelo Padrão, que foi desenvolvido durante a década de 60, considera os neutrinos como partículas não massivas e sem carga elétrica. Dessa forma, as evidências de oscilação dos neutrinos e conseqüentemente de que suas massas não eram nulas se tornaram um dos mais fortes problemas do Modelo Padrão original.

Os experimentos mais recentes estabelecem limites para as massas efetivas dos neutrinos, que seriam:

- $m(\nu_e) < 1.1eV$ , para o neutrino do elétron [30];
- $m(\nu_\mu) < 0.17MeV$ , para o neutrino do múon [31];
- e  $m(\nu_\tau) < 18.2MeV$ , para o neutrino do tau [32].

A descoberta da massa dos neutrinos impactou diretamente no momento de dipolo magnético dos neutrinos. Como veremos o capítulo 3, o MDM dos neutrinos, calculado a partir

da extensão do MP para neutrinos de mão direita, nos dá um valor muito inferior de MDM do que o limite das atuais medições. Como o MDM dos neutrinos é diretamente proporcional à sua massa, se eles fossem não massivos não teríamos problemas, pois tudo seguiria a física do Modelo Padrão, mas o fato de eles terem massa abre margem para nova física e uma das consequências dessa nova física é a existência de um momento de dipolo magnético para o neutrino, o que é o foco deste trabalho.

## 2 MOMENTO DE DIPOLO ELÉTRICO E MAGNÉTICO DE ELÉTRONS

A Física de EDM e MDM começou a ser estudada a partir do elétron, tendo como embasamento teórico a QED. Como discutimos no capítulo introdutório, a QED tem previsões extremamente concordantes com os experimentos e a anomalia do MDM do elétron já foi medido com muita precisão [33], embora ainda tenhamos uma disparidade na medida do EDM [34]. Portanto, se faz importante a revisão dos cálculos para o elétron a partir da equação de Dirac para entendermos melhor como funciona esse mecanismo.

Além disso, através de uma perspectiva história dos cálculos de EDM e MDM, partindo da equação de Dirac até chegarmos na proposta de Salpeter, teremos uma boa motivação de como escolher nosso termo de interação para a geração do MDM dos neutrinos. Dessa forma, partimos agora para a revisão dos cálculos para o elétron.

Daqui em diante neste trabalho estamos usando sempre que  $\hbar = c = 1$  e  $g^{\mu\nu} = (1, -1, -1, -1)$ .

### 2.1 A equação de Dirac e o acoplamento mínimo do eletromagnetismo

Podemos reescrever o Hamiltoniano de dipolo proposto por Dirac dado na equação (1.5) com a notação atual da seguinte forma

$$H_{dip} = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B} - \mathbf{d} \cdot \mathbf{E}. \quad (2.1)$$

Vemos então que o momento de dipolo magnético é aquele que multiplica o campo  $\mathbf{B}$  enquanto que o momento de dipolo elétrico é o termo que multiplica o campo  $\mathbf{E}$ . Usaremos esse Hamiltoniano futuramente para identificarmos os termos de EDM e MDM do elétron.

Sabemos dos estudos citados anteriormente no capítulo introdutório que o momento de dipolo magnético do elétron é dado, em função do fator giromagnético  $g$  pela equação

$$\boldsymbol{\mu}_e = g \left( \frac{e}{2m} \right) \mathbf{S}. \quad (2.2)$$

e também, podemos inferir a partir da equação 1.5 que o momento de dipolo elétrico deve apontar na mesma direção do *spin*. Assim, o EDM deve ser dado em função de  $\eta$  a seguinte forma

$$\mathbf{d}_e = \eta \left( \frac{q}{2m} \right) \mathbf{S}, \quad (2.3)$$

onde  $\eta$  é o equivalente elétrico do fator giromagnético.

Como vimos no primeiro capítulo, a equação de Dirac é dada por

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \Psi = 0. \quad (2.4)$$

Quando o elétron está sob a ação de um campo eletromagnético, ele interage com o campo via acoplamento mínimo. Nessa situação, devemos inserir um termo equivalente a essa interação na equação de Dirac e faremos isso através da modificação da derivada simples para uma derivada covariante definida por

$$\partial_\mu \rightarrow D_\mu = \partial_\mu + ieA_\mu, \quad (2.5)$$

onde  $A_\mu = (A_0, A_1, A_2, A_3) = (\phi, A_x, A_y, A_z)$  é o campo característico do eletromagnetismo, sendo  $\phi$  o potencial escalar e  $\mathbf{A}$  o potencial vetor que se relacionam com os campos da seguinte forma

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= -\nabla\phi \\ \mathbf{B} &= \nabla \times \mathbf{A}. \end{aligned} \quad (2.6)$$

Essa modificação da derivada simples para uma derivada covariante acontece para manter a invariância da Lagrangiana sob transformações locais de  $U(1)$ , preservando assim a simetria do sistema.

Daí então, substituindo a equação (2.5) na (2.4) obtemos a equação de Dirac modificada pelo acoplamento mínimo

$$(i\gamma^\mu D_\mu - m) \Psi = 0 \Rightarrow (i\gamma^\mu \partial_\mu - e\gamma^\mu A_\mu - m) \Psi = 0. \quad (2.7)$$

Vale lembrar que a equação de Dirac une ideias da mecânica quântica, da relatividade restrita e da invariância de *gauge* e que durante os cálculos estamos utilizando  $\hbar = c = 1$ . Pode-se dizer sem abuso de expressão que a equação de Dirac e a QED foram os primeiros passos da Teoria Quântica de Campos<sup>1</sup> na física.

Podemos mostrar com certa facilidade que o limite não-relativístico da equação de Dirac nos dá um momento de dipolo magnético com  $g = 2$ . Para futuramente aplicarmos os limites não relativísticos vamos agora encontrar o Hamiltoniano da equação de Dirac com acoplamento mínimo. Portanto, primeiramente devemos isolar o termo de derivada temporal da

---

<sup>1</sup>A Teoria Quântica de Campos (TQC) é a área da física que estuda o muito pequeno e muito energético, se mostrando o formalismo perfeito para estudar as partículas e interações fundamentais.

equação (2.7)

$$\begin{aligned}
(i\gamma^0\partial_0 + i\gamma^i\partial_i - e\gamma^\mu A_\mu - m)\Psi &= 0 \Rightarrow \\
i\gamma^0\partial_0\Psi &= (-i\gamma^i\partial_i + e\gamma^\mu A_\mu + m)\Psi \Rightarrow \\
i\partial_0\Psi &= (-i\gamma_0\gamma^i\partial_i + e\gamma_0\gamma^\mu A_\mu + \gamma_0 m)\Psi,
\end{aligned} \tag{2.8}$$

onde da segunda para a terceira linha multiplicamos ambos os lados por  $\gamma_0$  e sabendo que  $\gamma_0\gamma^0 = \mathbb{I}$ .

Temos que as matrizes a ser utilizadas nos cálculos são definidas, na representação de Dirac, como

$$\begin{aligned}
\alpha^i &= \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ \sigma^i & 0 \end{pmatrix} & \gamma^0 &= \begin{pmatrix} \mathbb{I} & 0 \\ 0 & -\mathbb{I} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} & \gamma^i &= \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ -\sigma^i & 0 \end{pmatrix} \\
\Sigma^k &= \begin{pmatrix} \sigma^k & 0 \\ 0 & \sigma^k \end{pmatrix} & \gamma^5 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},
\end{aligned} \tag{2.9}$$

onde  $\sigma^i$  são as matrizes de Pauli<sup>2</sup>. Analisando as multiplicações de matrizes que aparecem na equação (2.8)

$$\gamma^0\gamma^i = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ -\sigma^i & 0 \end{pmatrix} = \alpha^i \tag{2.10}$$

$$\gamma_0\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \mathbb{I}, \tag{2.11}$$

confirmando então o resultado já comentado de que  $\gamma_0\gamma^0 = \mathbb{I}$ , podemos então substituir os resultados encontrados acima na equação (2.8), o que nos dá

$$i\partial^0\Psi = (-i\alpha^i\partial_i + eA_0 - e\alpha^i A_i + \gamma^0 m)\Psi. \tag{2.12}$$

Trabalhando agora no espaço dos momentos, o que de forma prática significa fazer a substituição de  $-i\partial_i = p_i$ , reescrevemos a equação acima da seguinte forma<sup>3</sup>

$$\begin{aligned}
i\partial^0\Psi &= (\alpha^i p_i + eA_0 - e\alpha^i A_i + \gamma^0 m)\Psi \Rightarrow \\
i\partial^0\Psi &= [\alpha^i (p_i - eA_i) + eA_0 + \gamma^0 m]\Psi
\end{aligned} \tag{2.13}$$

<sup>2</sup>As matrizes de Pauli estão definidas no Apêndice C.

<sup>3</sup>Vale observar que a transição do espaço de coordenadas para o espaço de momento na realidade é feita através de transformadas de Fourier. Porém, após aplicar as transformações, as equações continuam visualmente iguais, fazendo apenas a troca da derivada pelo momento. Observe porém que de forma intrínseca os campos  $\Psi$  não são mais os mesmos, visto que antes tínhamos como variáveis as coordenadas e agora os campos dependem do momento.

e na forma matricial teremos portanto

$$i\partial^0\Psi = \begin{pmatrix} eA_0 + m & \sigma^i(p_i - eA_i) \\ \sigma^i(p_i - eA_i) & eA_0 - m \end{pmatrix} \Psi, \quad (2.14)$$

onde vale lembrar que  $\alpha^i$  e  $\gamma^0$  estão definidas acima e que há uma matriz identidade  $\mathbb{I}$  multiplicando o termo “ $eA_0$ ”, advindo da multiplicação de  $\gamma_0\gamma^0$ .

Vamos agora definir o campo  $\Psi$  como um espinor de 4 componentes, composto por 2 espinores,  $\psi$  e  $\chi$ , de 2 componentes cada. Supondo que a solução de  $\Psi$  seja estacionária, nos dando uma densidade de probabilidade  $|\Psi|^2$  independente do tempo, temos então

$$\Psi = \begin{pmatrix} \psi(\mathbf{x}) \\ \chi(\mathbf{x}) \end{pmatrix} \exp(-iEt) \quad (2.15)$$

e substituindo essa solução de estacionária de  $\Psi$ , já transformada para o espaço dos momentos, na equação (2.14), encontramos a seguinte expressão

$$i\partial^0 \left[ \begin{pmatrix} \psi(\mathbf{p}) \\ \chi(\mathbf{p}) \end{pmatrix} \exp(-iEt) \right] = \begin{pmatrix} eA_0 + m & \sigma^i(p_i - eA_i) \\ \sigma^i(p_i - eA_i) & eA_0 - m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi(\mathbf{p}) \\ \chi(\mathbf{p}) \end{pmatrix} \exp(-iEt) \Rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} E\psi \\ E\chi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (eA_0 + m)\psi + [\sigma^i(p_i - eA_i)]\chi \\ [\sigma^i(p_i - eA_i)]\psi + (eA_0 - m)\chi \end{pmatrix}, \quad (2.16)$$

onde de uma linha para a outra apenas aplicamos a derivada temporal no nosso espinor, cancelamos os termos em comum de  $\exp(-iEt)$  de ambos os lados da equação e fizemos as respectivas multiplicações matriciais.

Essa equação matricial pode ser decomposta nas seguintes equações para os campos  $\psi$  e  $\chi$

$$(E - eA_0 - m)\psi + [\sigma^i(p_i - eA_i)]\chi = 0 \quad (2.17)$$

$$(E - eA_0 + m)\chi + [\sigma^i(p_i - eA_i)]\psi = 0 \quad (2.18)$$

de onde podemos isolar  $\psi$  em (2.17) e  $\chi$  em (2.18)

$$\psi = \frac{\sigma^i(p_i - eA_i)}{E - eA_0 - m}\chi \quad \chi = \frac{\sigma^i(p_i - eA_i)}{E - eA_0 + m}\psi. \quad (2.19)$$

A partir daqui precisamos adotar um limite não-relativístico, ou seja, de baixas energias, para encontrar o Hamiltoniano não-relativístico e portanto encontrar o EDM e MDM do elétron, que são propriedades macroscópicas como já discutimos antes.

## 2.2 O limite não relativístico da equação de Dirac

Voltando aos cálculos com a equação de Dirac, vamos agora aplicar o limite não-relativístico na equação (2.19). Nesse limite temos  $E \approx m$  e portanto o denominador da expressão de  $\psi$  se torna aproximadamente “ $-eA_0$ ” e o da expressão de  $\chi$  se torna aproximadamente “ $2m - eA_0$ ”. Como o  $\psi$  possui o menor denominador, ele será o espinor de componente maior (comumente chamado de *Large*), enquanto que  $\chi$  tem o denominador maior e portanto será o espinor de componente menor (comumente chamado de *Small*).

Assim, aplicando o limite não relativístico com  $E \approx m$  e substituindo  $\chi$  em  $\psi$  na equação (2.19) obtemos

$$\begin{aligned}\psi &= \frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{p} - e\mathbf{A})}{E - eA_0 - m} \chi \Rightarrow \\ (E - eA_0 - m) \psi &= \frac{[\boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{p} - e\mathbf{A})]^2}{E - eA_0 + m} \psi \Rightarrow \\ (E - eA_0 - m) \psi &= \frac{[\boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{p} - e\mathbf{A})]^2}{2m} \psi \Rightarrow \\ (E - m) \psi &= H \psi = \left( \frac{[\boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{p} - e\mathbf{A})]^2}{2m} + eA_0 \right) \psi, \quad (2.20)\end{aligned}$$

onde consideramos que  $eA_0 \ll 2m$  e que  $(E - m)$  é equivalente ao Hamiltoniano não relativístico, sendo  $E$  a energia relativística do sistema.

Notemos que  $\mathbf{p}$  é um operador que atua em todos os termos que estão à sua direita. Assim, é necessário que nós simplifiquemos a nossa equação de modo a deixar  $\mathbf{p}$  o mais à direita possível, atuando apenas sobre  $\psi$  e para isso vamos utilizar algumas manipulações algébricas.

Primeiramente vamos analisar a seguinte identidade das matrizes  $\boldsymbol{\sigma}$ . Sejam  $\mathbf{a}$  e  $\mathbf{b}$  duas quantidades vetoriais quaisquer, temos

$$\begin{aligned}(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{a})(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{b}) &= \sigma_i a^i \sigma_j b^j = \sigma_i \sigma_j a^i b^j = \frac{1}{2} ([\sigma_i, \sigma_j] + \{\sigma_i, \sigma_j\}) a^i b^j = \\ &= \{i\epsilon_{ijk} \sigma^k + \delta_{ij}\} a^i b^j = i\sigma^k a^i b^j \epsilon_{ijk} + a^i b_i = i\boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) + \mathbf{a} \cdot \mathbf{b}. \quad (2.21)\end{aligned}$$

A partir disso, podemos reescrever  $[\boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{p} - e\mathbf{A})]^2$  como

$$\begin{aligned}[\boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{p} - e\mathbf{A})]^2 &= [\boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{p} - e\mathbf{A})][\boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{p} - e\mathbf{A})] = (\mathbf{p} - e\mathbf{A})^2 + i\boldsymbol{\sigma} \cdot [(\mathbf{p} - e\mathbf{A}) \times (\mathbf{p} - e\mathbf{A})] = \\ &= (\mathbf{p} - e\mathbf{A})^2 + i\boldsymbol{\sigma} \cdot [\mathbf{p} \times \mathbf{p} - e\mathbf{A} \times \mathbf{p} - e\mathbf{p} \times \mathbf{A} + e^2 \mathbf{A} \times \mathbf{A}] \\ &= (\mathbf{p} - e\mathbf{A})^2 + i\boldsymbol{\sigma} \cdot [-e\mathbf{A} \times \mathbf{p} - e\mathbf{p} \times \mathbf{A}], \quad (2.22)\end{aligned}$$

onde  $\mathbf{p} \times \mathbf{p} = \mathbf{A} \times \mathbf{A} = 0$ .

No termo  $(e\mathbf{A} \times \mathbf{p})$  o operador  $\mathbf{p}$  já está o mais a direita possível, mas no termo de  $(e\mathbf{p} \times \mathbf{A})$  não. Vamos então observar como esse termo age sobre o espinor  $\psi$ , lembrando que  $\mathbf{p} = -i\nabla$

$$\begin{aligned} (e\mathbf{p} \times \mathbf{A}) \psi &= -ie\nabla \times (\mathbf{A}\psi) = -ie(\nabla \times \mathbf{A}) \psi - ie(\nabla\psi) \times \mathbf{A} = \\ &= -ie\mathbf{B}\psi + e(\mathbf{p}\psi) \times \mathbf{A} = -ie\mathbf{B}\psi - e\mathbf{A} \times \mathbf{p}\psi, \end{aligned} \quad (2.23)$$

onde utilizamos a conhecida relação  $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$ . E então, substituindo (2.23) em (2.22) obtemos

$$\begin{aligned} [\boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{p} - e\mathbf{A})]^2 &= (\mathbf{p} - e\mathbf{A})^2 + i\boldsymbol{\sigma} \cdot [-e\mathbf{A} \times \mathbf{p} - e\mathbf{p} \times \mathbf{A}] = \\ (\mathbf{p} - e\mathbf{A})^2 - i\boldsymbol{\sigma} [e\mathbf{A} \times \mathbf{p} - ie\mathbf{B} - e\mathbf{A} \times \mathbf{p}] &= (\mathbf{p} - e\mathbf{A})^2 - e\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{B} \end{aligned} \quad (2.24)$$

e substituindo no Hamiltoniano não-relativístico (2.20) obtemos

$$H\psi = \left( \frac{(\mathbf{p} - e\mathbf{A})^2 - e\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{B}}{2m} + eA_0 \right) \psi, \quad (2.25)$$

que corresponde à equação de Pauli.<sup>5</sup>

Comparando o nosso Hamiltoniano não-relativístico obtido a partir da equação de Dirac com o Hamiltoniano de dipolo proposto por Dirac, dado na equação (2.1) podemos identificar que esse Hamiltoniano não possui termos de EDM. Por outro lado, temos um termo de MDM que por comparação nos dá

$$\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B} = \frac{e\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{B}}{2m}, \quad (2.26)$$

de onde podemos tirar que

$$\boldsymbol{\mu} = \frac{e\boldsymbol{\sigma}}{2m} = 2 \left( \frac{e}{2m} \mathbf{S} \right), \quad (2.27)$$

onde usamos que  $\mathbf{S} = \frac{\boldsymbol{\sigma}}{2}$ . E comparando essa equação (2.27) com a equação (2.2)

$$\boldsymbol{\mu}_e = g \left( \frac{e}{2m} \right) \mathbf{S} \quad (2.28)$$

vemos que obtemos naturalmente que  $g = 2$ , sendo no caso  $q = e$  para o elétron.

### 2.3 A anomalia do MDM do elétron

Como discutimos antes, a revelação da estrutura fina do espectro do hidrogênio evidenciou desvios de  $g = 2$ . Esses desvios foram incorporados na teoria admitindo-se que o fator giromagnético fosse escrito em função de um parâmetro de anomalia, denominado “ $a$ ”, de

<sup>4</sup>Lembrando mais uma vez que estamos usando  $\hbar = c = 1$

<sup>5</sup>Elaborada em 1927 por W. Pauli, essa equação é a formulação da equação de Schrödinger para partículas de spin  $\frac{1}{2}$  que interagem com um campo eletromagnético externo.

forma que

$$g = 2(1 + a). \quad (2.29)$$

Uma das formas de se obter esse efeito a partir da teoria é incluir manualmente na Lagrangiana da QED (dada na equação (1.2)) o termo de interação de Pauli, que é dado por

$$\frac{e}{4m_e} a \bar{\psi} F_{\mu\nu} \sigma^{\mu\nu} \psi, \quad (2.30)$$

onde  $F_{\mu\nu}$  foi definido na equação (1.3) e  $\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2} [\gamma^\mu, \gamma^\nu]$ , sendo  $\gamma^\mu$  as matrizes de Dirac, definidas em (2.9).

É importante observar a interpretação física do termo  $\bar{\psi} F_{\mu\nu} \sigma^{\mu\nu} \psi$ . Como discutido por Jonas B. Araújo [35], os bilineares da forma  $\bar{\psi} \sigma^{\mu\nu} \psi$  são do formato de bilineares de Dirac, que representam as quantidades observáveis dos férmions, como por exemplo os bilineares  $(\frac{e}{2m} \bar{\psi} \sigma^{0i} \psi)$  e  $(\frac{e}{2m} \bar{\psi} \sigma^{ij} \psi)$  que representam a densidade de momento elétrico e a densidade de momento magnético, respectivamente.

Podemos então abrir os índices do termo  $\bar{\psi} F_{\mu\nu} \sigma^{\mu\nu} \psi$  de forma a entender melhor o seu significado físico

$$\begin{aligned} \bar{\psi} F_{\mu\nu} \sigma^{\mu\nu} \psi &= \bar{\psi} (F_{00} \sigma^{00} + F_{0i} \sigma^{0i} + F_{i0} \sigma^{i0} + F_{ij} \sigma^{ij}) \psi = \\ &= \bar{\psi} (F_{0i} \sigma^{0i} + F_{0i} \sigma^{0i} + F_{ij} \sigma^{ij}) \psi = \bar{\psi} (2F_{0i} \sigma^{0i} + F_{ij} \sigma^{ij}) \psi, \end{aligned} \quad (2.31)$$

onde fizemos uso das propriedades de anti-simetria de  $F_{\mu\nu}$  e  $\sigma^{\mu\nu}$ . Podemos então observar que esse termo nos dá o acoplamento entre o campo elétrico e a densidade de momento elétrico ( $F_{0i} \sigma^{0i}$ ) e o acoplamento entre o campo magnético e a densidade de momento magnético ( $F_{ij} \sigma^{ij}$ ). Apesar disso, esse termo nos dará apenas contribuições de MDM.

Embora mantenha as simetrias de calibre e a invariância de Lorentz, esse termo possui um problema fundamental: ele tem dimensão de massa 5 e portanto é não-renormalizável. Mas, segundo Jonas, [35] isso não impede que essa teoria seja utilizada como uma teoria efetiva. Jonas também afirma que:

*“[...] é relevante dizer que termos de dimensão 5 aparecem em flutuações de loops virtuais que podem servir de canal para a detecção de efeitos gerados por partículas de massa além do alcance experimental atual. Junto à violação de CP, este é um argumento muito forte de como a detecção de EDMs pode fornecer evidências, ou pelo menos especulações, sobre Física nova.”*

e portanto, esse termo de acoplamento abre margem para uma nova fenomenologia.

Os cálculos teóricos para explicar rigorosamente o momento magnético anômalo do elétron foram realizados em 1947 por Schwinger[36] (como mencionado no capítulo anterior)

que, usando o arcabouço teórico da QED, encontrou que

$$a_{Sch} = \frac{\alpha}{2\pi} \approx 0,00116, \quad (2.32)$$

onde  $\alpha = \frac{e^2}{4\pi} \approx \frac{1}{137}$  é a constante de estrutura fina<sup>6</sup>

Conforme os experimentos foram ficando mais precisos e a QED se desenvolvia cada vez mais firme e acurada, suas previsões foram sendo amplamente testadas e desvios dessas precisões foram sendo procurados na intenção de se encontrar novas fenomenologias e interações. Assim, a medição experimental mais precisa dada pelo PDG [10] em 2014 com base na recomendação dada pelo *Commitee on Data* (CODATA) é

$$a_{exp} = 0,001\ 159\ 652\ 180\ 91\ (26). \quad (2.33)$$

Por outro lado, os cálculos teóricos mais precisos do Modelo Padrão, que levam em consideração a predição da QED e também contribuições advindas de outros setores nos dão

$$a_{MP} = 0,001\ 159\ 652\ 182\ 79\ (771). \quad (2.34)$$

Daí, podemos ver que os experimentos e a previsão teórica possuem grande concordância, aparecendo divergências apenas na décima segunda casa decimal.

## 2.4 O momento de dipolo elétrico do elétron

Como já havíamos visto antes na seção 2.2, a equação de Dirac não fornece contribuição de EDM. Porém, assim como a anomalia de  $g$  foi implementada pelo termo dado em (2.30), podemos também implementar as contribuições de EDM utilizando o termo

$$\frac{-i}{2} d_e \bar{\psi} F_{\mu\nu} \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 \psi, \quad (2.35)$$

onde  $\gamma^5$  foi definida em (2.9).

Como já discutido antes, o termo de EDM viola P e T. Logo, são esperadas contribuições de EDM advindas de outros setores do Modelo Padrão, como o setor forte, que também violem essas simetrias<sup>7</sup>, gerando portanto um EDM não-nulo para o elétron. Dessa forma, o valor previsto pelo MP é aproximadamente

$$|d_e^{MP}| \approx 10^{-38} e \cdot cm \quad (2.36)$$

<sup>6</sup>A constante de estrutura fina é uma constante física adimensional e fundamental que quantifica a magnitude da interação eletromagnética com as partículas elementares carregadas. Ela é atualmente uma das grandezas físicas medidas com maior precisão, sendo  $\alpha = 0,0072973525693(11) = 1/137,035999084(21)$ , de acordo com o PDG [10]

<sup>7</sup>O setor fraco, por exemplo, viola P e T.

enquanto que as medidas experimentais no dão

$$|d_e^{exp}| < 10^{-28} e \cdot cm. \quad (2.37)$$

De certo, os experimentos ainda precisam se tornar bem mais precisos para alcançar a ordem de grandeza prevista pelo MP. Apesar disso, essa disparidade entre ordens de grandeza levanta a suspeita de nova física e motiva a busca por previsões teóricas mais próximas aos resultados experimentais.

### 2.4.1 O teorema de Schiff

O teorema de Schiff consiste na ideia de que em sistemas eletrostáticos não relativísticos, como um átomo, por exemplo, há a blindagem do EDM de partículas pontuais. Isso significa que o EDM seria impedido de se manifestar, ainda que as componentes do sistema o possuam, o que sugere que o EDM seja indetectável experimentalmente.

Vamos demonstrar o teorema de Schiff a seguir de acordo com o desenvolvimento feito por Jonas [35], que o faz para o termo de dipolo elétrico  $\Sigma \cdot \mathbf{E}$ , mas a demonstração é igualmente válida para o termo  $(\sigma \cdot \mathbf{E})$  da equação de Pauli, que é adequada para descrever férmions no regime não-relativístico.

As matrizes  $\Sigma^k$  são as equivalentes relativísticas das matrizes de Pauli e são definidas por

$$\Sigma^k = \begin{pmatrix} \sigma^k & 0 \\ 0 & \sigma^k \end{pmatrix}. \quad (2.38)$$

Dessa forma, partiremos do Hamiltoniano gerado pela equação de Dirac, dado pela equação (2.1)

$$H_0 = \alpha (\mathbf{p} - e\mathbf{A}) + eA_0 + m\gamma^0, \quad (2.39)$$

que na ausência do potencial vetor, ou seja,  $\mathbf{A} = 0$ , pode ser escrito como

$$H_0 = \alpha \cdot \mathbf{p} + m\gamma^0 - e(\Phi_{coulomb} + \Phi_{ext}) = \alpha \cdot \mathbf{p} + m\gamma^0 - e\Phi, \quad (2.40)$$

onde definimos  $A_0 = \Phi = \Phi_{coulomb} + \Phi_{ext}$ , sendo  $\Phi_{coulomb}$  o potencial coulombiano e  $\Phi_{ext}$  um potencial externo. Vale lembrar que  $\alpha$  e  $\gamma^0$  estão definidas em (2.9). Estamos chamando o Hamiltoniano de  $H_0$  porque ele será nosso Hamiltoniano inicial, não perturbado.

A interação de EDM será implementada através de uma pequena perturbação descrita pelo Hamiltoniano

$$H_{EDM} = -d_e \Sigma \cdot \mathbf{E}. \quad (2.41)$$

Esse Hamiltoniano pode ser reescrito como um comutador. Vamos desenvolver o termo  $i \frac{d_e}{e} [\Sigma \cdot \mathbf{p}, e\Phi] \psi$ ,

lembrando que  $\mathbf{p} = -i\nabla$

$$\begin{aligned} i\frac{d_e}{e} [\Sigma \cdot \mathbf{p}, e\Phi] \psi &= i\frac{d_e}{e} (-i\Sigma \cdot \nabla (e\Phi\psi) + ie\Phi\Sigma \cdot \nabla\psi) = \\ &= \frac{d_e}{e} e\Sigma \cdot \nabla\Phi\psi = -d_e\Sigma\mathbf{E}\psi, \end{aligned} \quad (2.42)$$

logo, podemos escrever  $H_{EDM} = -d_e\Sigma\mathbf{E}\psi = i\frac{d_e}{e} [\Sigma \cdot \mathbf{p}, e\Phi] \psi$ .

Além disso, da equação (2.39), isolando o termo  $eA_0 = e\Phi$  temos que

$$e\Phi = \alpha \cdot \mathbf{p} + m\gamma^0 - H_0, \quad (2.43)$$

daí, substituindo no comutador obtemos

$$[\Sigma \cdot \mathbf{p}, e\Phi] = [\Sigma \cdot \mathbf{p}, \alpha \cdot \mathbf{p} + m\gamma^0 - H_0] = [\Sigma \cdot \mathbf{p}, \alpha \cdot \mathbf{p}] + [\Sigma \cdot \mathbf{p}, m\gamma^0] - [\Sigma \cdot \mathbf{p}, H_0], \quad (2.44)$$

sendo que  $[\Sigma \cdot \mathbf{p}, m\gamma^0] = [\Sigma \cdot \mathbf{p}, \alpha \cdot \mathbf{p}] = 0$ , portanto<sup>8</sup>

$$[\Sigma \cdot \mathbf{p}, e\Phi] = -[\Sigma \cdot \mathbf{p}, H_0] \quad (2.45)$$

e substituindo no nosso Hamiltoniano de EDM (2.41)

$$H_{EDM} = -d_e\Sigma \cdot \mathbf{E} = -[\Sigma \cdot \mathbf{p}, H_0]. \quad (2.46)$$

De acordo com a teoria da perturbação de sistemas quânticos, a correção de primeira ordem gerada por  $H_{EDM}$  do espectro de energia do sistema é dada pelo seguinte valor esperado

$$\Delta E_\psi = \langle \Psi | H_{EDM} | \psi \rangle \quad (2.47)$$

sendo  $|\psi\rangle$  é o autoestado de  $H_0$  com autovalor de energia  $E_\psi$ . Daí, para o nosso  $H_{EDM}$  dado por (2.46) teremos

$$\begin{aligned} \Delta E_\psi &= -i\frac{d_e}{e} \langle \psi | [\Sigma \cdot \mathbf{p}, H_0] | \psi \rangle = \\ &= -i\frac{d_e}{e} \langle \psi | \Sigma \cdot \mathbf{p} H_0 | \psi \rangle - -i\frac{d_e}{e} \langle \psi | H_0 \Sigma \cdot \mathbf{p} | \psi \rangle = \\ &= -i\frac{d_e}{e} E_\psi \langle \psi | \Sigma \cdot \mathbf{p} | \psi \rangle - -i\frac{d_e}{e} E_\psi \langle \psi | \Sigma \cdot \mathbf{p} | \psi \rangle = \\ &= -i\frac{d_e}{e} (E_\psi - E_\psi) \langle \psi | \Sigma \cdot \mathbf{p} | \psi \rangle = 0, \end{aligned} \quad (2.48)$$

logo,  $\Delta E_\psi = 0$  e o termo  $\Sigma \cdot \mathbf{E}$  é incapaz de alterar o espectro energético, justificando a blindagem descrita por Schiff.

---

<sup>8</sup>Note que no primeiro termo temos o comutador de um operador com um escalar, o que dá zero, e no segundo termo temos o comutador de um operador com um múltiplo dele mesmo, o que também dá zero.

## 2.5 A lagrangiana de interação proposta por Salpeter

Vamos agora estudar o termo de EDM mencionado na seção 2.4, que foi proposto por Salpeter em seu trabalho publicado em 1958 [37]. Temos então que a Lagrangiana de EDM de Salpeter será dada por

$$\mathcal{L}_{EDM(S)} = \frac{-i}{2} d_e \bar{\Psi} F_{\mu\nu} \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 \Psi, \quad (2.49)$$

onde o sufixo (S) indica que nos referimos à proposta de Salpeter. Ao contrairmos os índices, podemos reescrevê-la como

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{EDM(S)} &= \frac{-i}{2} d_e \bar{\Psi} [F_{0i} \sigma^{0i} + F_{i0} \sigma^{i0} + F_{ij} \sigma^{ij}] \gamma^5 \Psi = \\ &= \frac{-i}{2} d_e \bar{\Psi} [2F_{0i} \sigma^{0i} + F_{ij} \sigma^{ij}] \gamma^5 \Psi. \end{aligned} \quad (2.50)$$

Levando em consideração as seguintes definições;

$$F_{0i} = E_i \quad F_{ij} = -\varepsilon_{ijk} B^k \quad \sigma^{0i} = i\alpha^i \quad \sigma^{ij} = \varepsilon^{ijl} \Sigma^l, \quad (2.51)$$

lembrando que todas as matrizes já foram definidas previamente nas equações (2.9) e (2.38), podemos substituir essas definições na lagrangiana de EDM obtendo

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{EDM(S)} &= \frac{-i}{2} d_e \bar{\Psi} [2iE_i \alpha^i - \varepsilon_{ijk} \varepsilon^{ijl} B^k \Sigma^l] \gamma^5 \Psi = \\ &= \frac{-i}{2} d_e \bar{\Psi} [2iE_i \alpha^i (\delta_{jj} \delta_{kl} - \delta_{jl} \delta_{kj}) B^k \Sigma^l] \gamma^5 \Psi = \\ &= \frac{-i}{2} d_e \bar{\Psi} [2iE_i \alpha^i - (3B^k \Sigma^k - B^j \Sigma_j) B^k \Sigma^l] \gamma^5 \Psi = \\ &= -i d_e \bar{\Psi} [iE_i \alpha^i - B^k \Sigma_k] \gamma^5 \Psi. \end{aligned} \quad (2.52)$$

Vamos agora analisar as multiplicações de matrizes que temos acima

$$\alpha^i \gamma^5 = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ \sigma^i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \Sigma^i \quad (2.53)$$

$$\Sigma^k \gamma^5 = \begin{pmatrix} \sigma^k & 0 \\ 0 & \sigma^k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \alpha^k \quad (2.54)$$

e substituindo na Lagrangiana

$$\mathcal{L}_{EDM(S)} = d_e \bar{\Psi} [E_i \Sigma^i + i\alpha_k B^k] \Psi = d_e \bar{\Psi} [\mathbf{E} \cdot \Sigma + i\alpha \cdot \mathbf{B}] \Psi. \quad (2.55)$$

A Lagrangiana completa é dada por

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_{EDM(S)}, \quad (2.56)$$

onde  $\mathcal{L}_0$  é a Lagrangiana derivada da equação de Dirac acoplada minimamente com  $D_\mu = \partial_\mu + ieA_\mu$ . Podemos então encontrar a equações de Euler Lagrange de (2.55) para  $\psi$ , o que nos dará a equação de Dirac modificada pelo termo de Salpeter

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \bar{\psi}} = (i\gamma^\mu D_\mu - m + d_e [\mathbf{E} \cdot \boldsymbol{\Sigma} + i\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{B}]) \psi = \partial_\nu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\nu \bar{\psi})} = 0, \quad (2.57)$$

o que nos dá

$$(i\gamma^\mu D_\mu - m + d_e [\mathbf{E} \cdot \boldsymbol{\Sigma} + i\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{B}]) \psi = 0, \quad (2.58)$$

que é a equação de Dirac modificada.

Vamos agora encontrar o Hamiltoniano correspondente a essa Lagrangiana, isolando derivada temporal

$$\begin{aligned} & (i\gamma^0 \partial_0 + i\gamma^i \partial_i - e\gamma^\mu A_\mu - m + d_e [\mathbf{E} \cdot \boldsymbol{\Sigma} + i\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{B}]) \psi = 0 \\ \Rightarrow H\psi &= i\partial_0 \psi = (-i\gamma^0 \gamma^i \partial_i + e\gamma^0 \gamma^\mu A_\mu + m\gamma^0 - d_e [\gamma^0 \mathbf{E} \cdot \boldsymbol{\Sigma} + i\gamma^0 \boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{B}]) \psi \\ \Rightarrow H\psi &= i\partial_0 \psi = (\boldsymbol{\alpha} (\mathbf{p} - e\mathbf{A}) + eA_0 + m\gamma^0 - d_e [\gamma^0 \mathbf{E} \cdot \boldsymbol{\Sigma} + i\gamma^0 \boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{B}]) \psi \end{aligned} \quad (2.59)$$

e é evidente que o termo de contribuição de EDM no Hamiltoniano total é dado por

$$H_{EDM(S)} = -d_e [\gamma^0 \mathbf{E} \cdot \boldsymbol{\Sigma} + i\gamma^0 \boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{B}]. \quad (2.60)$$

Esse Hamiltoniano, assim como o de Schiff, será considerado como uma pequena perturbação sobre  $H_0$  (eq. (2.39)). Assumindo agora que tanto o potencial vetor  $\mathbf{A}$  quanto o campo magnético  $\mathbf{B}$  são nulos,  $H_{EDM(S)}$  se resume a

$$H_{EDM(S)} = -d_e \gamma^0 \mathbf{E} \cdot \boldsymbol{\Sigma} \quad (2.61)$$

Observe que esse Hamiltoniano difere do de Schiff por apenas um fator de  $\gamma^0$ .

Seguindo o mesmo raciocínio adotado na seção anterior, a correção de energia de primeira ordem no espectro será dada pelo valor esperado de  $H_{EDM(S)}$

$$\begin{aligned} \Delta E_\psi &= \langle \psi | H_{EDM(S)} | \psi \rangle = - \langle \psi | d_e \gamma^0 \mathbf{E} \cdot \boldsymbol{\Sigma} | \psi \rangle = \\ &= i \frac{d_e}{e} \langle \psi | [\gamma^0 \boldsymbol{\Sigma} \cdot \mathbf{p}, e\Phi] | \psi \rangle, \end{aligned} \quad (2.62)$$

onde é fácil adaptar o comutador usado na prova do teorema de Schiff para a proposta de Salpeter.

Daí vamos substituir a equação (2.43) em (2.5), o que nos dará

$$\begin{aligned}\Delta E_\psi &= i\frac{de}{e} \langle \psi | [\gamma^0 \Sigma \cdot \mathbf{p}, \alpha \cdot \mathbf{p} + m\gamma^0 - H_0] | \psi \rangle = \\ &= i\frac{de}{e} \langle \psi | [\gamma^0 \Sigma \cdot \mathbf{p}, \alpha \cdot \mathbf{p}] + [\gamma^0 \Sigma \cdot \mathbf{p}, m\gamma^0] - [\gamma^0 \Sigma \cdot \mathbf{p}, H_0] | \psi \rangle\end{aligned}\quad (2.63)$$

e definindo as seguintes identidades

$$\alpha^i = \gamma^5 \Sigma^i = \Sigma^i \gamma^5 \quad \gamma^0 \Sigma^i = \Sigma^i \gamma^0 \quad \gamma^5 \gamma^0 = -\gamma^0 \gamma^5 \quad \Sigma \cdot \mathbf{p} \Sigma \cdot \mathbf{p} = \mathbf{p}^2 \quad (2.64)$$

e podemos agora calcular os comutadores da equação (2.63)

- Para o termo  $[\gamma^0 \Sigma \cdot \mathbf{p}, \alpha \cdot \mathbf{p}]$

$$\begin{aligned}[\gamma^0 \Sigma \cdot \mathbf{p}, \alpha \cdot \mathbf{p}] &= \gamma^0 \Sigma^i \alpha^j p_i p_j - \alpha^i \gamma^0 \Sigma^j p_i p_j = (\gamma^0 \Sigma^i \gamma^5 \Sigma^j - \gamma^5 \Sigma^i \gamma^0 \Sigma^j) p_i p_j = \\ &= (\gamma^0 \gamma^5 \Sigma^i \Sigma^j - \gamma^5 \gamma^0 \Sigma^i \Sigma^j) p_i p_j = 2\gamma^0 \gamma^5 \Sigma \cdot \mathbf{p} \Sigma \cdot \mathbf{p} = 2\gamma^0 \gamma^5 \mathbf{p}^2\end{aligned}\quad (2.65)$$

- Para o termo  $[\gamma^0 \Sigma \cdot \mathbf{p}, m\gamma^0]$

$$\begin{aligned}m [\Sigma \cdot \mathbf{p}, \gamma^0] &= \gamma^0 \Sigma \cdot \mathbf{p} \gamma^0 - \gamma^0 \gamma^0 \Sigma \cdot \mathbf{p} = \\ &= \Sigma \cdot \mathbf{p} \gamma^0 \gamma^0 - \Sigma \cdot \mathbf{p} = \Sigma \cdot \mathbf{p} - \Sigma \cdot \mathbf{p} = 0\end{aligned}\quad (2.66)$$

- E para o termo  $[\gamma^0 \Sigma \cdot \mathbf{p}, H_0]$  vimos na seção passada que

$$\langle \psi | [\gamma^0 \Sigma \cdot \mathbf{p}, H_0] | \psi \rangle = (E_\psi - E_\psi) \langle \psi | \gamma^0 \Sigma \cdot \mathbf{p} | \psi \rangle = 0 \quad (2.67)$$

Substituindo esses resultados na equação (2.63), encontraremos que a correção de energia de primeira ordem será

$$\Delta E_\psi = 2\frac{ide}{e} \langle \psi | 2\gamma^0 \gamma^5 \mathbf{p}^2 | \psi \rangle . \quad (2.68)$$

Vale ressaltar que essa correção é relativística, visto que envolve as matrizes de Dirac, que são relativísticas por natureza.

A diferença entre a proposta do teorema de Schiff e a de Salpeter é apenas o fator de  $\gamma^0$ . Esse fator, além de permitir as correções de energia de primeira ordem geradas pelo termo de dipolo elétrico, também explicita a natureza relativística do EDM. Fica claro, portanto, que existem formas de contornar teoricamente o teorema de Schiff, fazendo uso de termos que apresentem as correções relativísticas do sistema.

Vale ressaltar que o termo original que gera MDM para o elétron é dado por

$$\mathcal{L}_{MDM} = \frac{e}{4m_e} a \bar{\psi} F_{\mu\nu} \sigma^{\mu\nu} \psi, \quad (2.69)$$

onde  $F_{\mu\nu}$  foi definido na equação (1.3) e  $\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2} [\gamma^\mu, \gamma^\nu]$ , sendo  $\gamma^\mu$  as matrizes de Dirac, definidas em (2.9). enquanto que o termo para EDM proposto por Salpeter é

$$\mathcal{L}_{EDM(S)} = \frac{-i}{2} d_e \bar{\psi} F_{\mu\nu} \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 \psi. \quad (2.70)$$

Desconsiderando as constantes, a única diferença entre esses 2 termos é a presença da matriz  $\gamma^5$  no segundo deles. Como vimos antes, termos de MDM não violam a simetria CTP, mas os de EDM violam. O termo que contém a matriz  $\gamma^5$  viola essa simetria, o que é coerente com a discussão que faremos na próxima seção. Logo, podemos concluir que essa matriz é responsável por converter um termo gerador de MDM em um termo gerador de EDM e vice versa<sup>9</sup>. Utilizaremos esse fato mais adiante para compreender melhor nosso termo de interação para os neutrinos.

O que define se uma simetria é de fato preservada ou não são os resultados experimentais. Eis que em 1950 os físicos Purcell e Ramsey publicaram um trabalho [38] em que eles sugeriram que a possibilidade de verificação dos EDMs de nêutrons evidenciaria violação de CP na interação forte.

Assim abriu-se margem para que contribuições de EDM aparecessem no MP a partir de violações de simetria de outras interações, o que foi confirmado depois por vários experimentos, e inclusive o limite mais recente do EDM de um elétron dado experimentalmente, definido a partir de medidas da precessão do spin do elétron, verifica que apesar de muito pequeno ele pode ser não nulo ( $d_e < 10^{-28} e \cdot cm$  [34]).

Isso então propiciou que se calculasse através do MP um limite para o momento de dipolo elétrico considerando quebras de simetria de outras interações, que é de  $d < 10^{-38} e \cdot cm$  [39]. O fato de que esse valor está distante em 10 ordens de grandeza do valor experimental evidencia uma forte possibilidade de física nova a ser desenvolvida<sup>10</sup>.

## 2.6 O MDM de Neutrinos e o Modelo Padrão

No Modelo Padrão original não há neutrinos de mão direita. Isso impede, por exemplo, que o neutrino se acople com o campo de Higgs e conseqüentemente não há geração de massa para os neutrinos. Assim como também não há geração de MDM para os neutrinos. No

<sup>9</sup>Se temos um termo violador de CTP (EDM), ao multiplicarmos pela matriz  $\gamma^5$  ele se torna invariante por CTP (MDM)

<sup>10</sup>Outra possibilidade também é apenas que a tecnologia atual ainda não seja suficiente para alcançar a escala de precisão do Modelo Padrão.

MP os neutrinos são partículas não massivas e completamente não interagentes eletricamente.

Com a descoberta da massa dos neutrinos e da existência dos neutrinos de mão-direita, fez-se uma adaptação do MP para incluir  $\nu_R$  e a partir dessa adaptação (também conhecida como expansão mínima do MP para neutrinos de mão esquerda ou neutrinos de Dirac) foi possível calcular-se o MDM dessas partículas.

Para fazer esses cálculos é preciso calcular-se contribuições de diagramas de Feynman com correções a um *loop*, por isso não apresentaremos as contas por extenso nessa seção. Faremos apenas uma abordagem discursiva para compreendermos como o MDM dos neutrinos pode guardar nova física. Os diagramas de Feynman com um *loop* e o cálculo das respectivas correções são realizados na referência [40].

Esses cálculos nos dão a seguinte expressão para os MDMs dos neutrinos para neutrinos de Dirac

$$\mu_i = \frac{3eG_F m_i}{8\sqrt{2}\pi^2} \approx 3,2 \times 10^{-19} \frac{m_i}{1eV} \mu_B, \quad (2.71)$$

em que  $\mu_B = \frac{e}{2m_e}$  é o magneton de Bohr.

Para o neutrino do elétron, por exemplo, vamos supor que sua massa seja a do limite máximo, ou seja  $m_{\nu_e} = 1.1eV$ . Teríamos nesse caso um MDM da ordem de

$$\mu_i \approx 3,2 \times 10^{-19} \mu_B. \quad (2.72)$$

Os experimentos mais recentes sobre o MDM dos neutrinos[41] nos dão o limite de que

$$\mu_i < 0,28 \times 10^{-10} \mu_B. \quad (2.73)$$

Podemos observar então que há uma diferença de quase 10 ordens de grandeza entre a previsão teórica e os dados experimentais.

A partir disso, podemos trabalhar com duas possibilidades. A primeira é que apenas não temos tecnologia precisa o suficiente para chegar no limite da previsão teórica, mas que se tivéssemos os resultados seriam concordantes.

A segunda, que parece ser bem mais provável devido a grande diferença de ordens de grandeza, é que há nova física a ser explorada. De forma geral, os mecanismos geradores de massa para os neutrinos geram também contribuições de MDM. Essas contribuições porém implicam em um MDM para os neutrinos distante da sensibilidade experimental. Podemos apostar então que pode haver outro mecanismo de massa que não só dê as massas corretas das partículas, como esperado, mas que também faça o ajuste da previsão teórica do MDM. Pensando de forma reversa, podemos também ir em busca de um mecanismo gerador de MDM para os neutrinos que seja compatível com os dados experimentais e esse mecanismo pode nos dar fortes pistas sobre como corrigir o mecanismo de geração de massa. Essa segunda opção

é o objetivo a longo prazo da pesquisa desse trabalho e por conta disso no próximo capítulo discutiremos uma nova Lagrangiana de interação geradora de MDM para neutrinos.

### 3 MOMENTO DE DIPOLO MAGNÉTICO DE NEUTRINOS

Com base no que vimos nos capítulos anteriores apresentamos então uma nova proposta de Lagrangiana de interação para descrever o momento de dipolo magnético dos neutrinos, inspirada na Lagrangiana proposta por Salpeter para o elétron. Nossa Lagrangiana será dada por:

$$\mathcal{L}_{int} = \mu_M \bar{\nu}_L \sigma_{\mu\nu} \nu_R F^{\mu\nu}. \quad (3.1)$$

A partir dessa Lagrangiana podemos fazer cálculos de seção de choque para um espalhamento do tipo neutrino-elétron em neutrino-elétron em prol de comparar com os resultados experimentais obtidos no *MicroBooNE*[42]. O espalhamento que estamos usando é definido pelo experimento com o qual vamos comparar nossos dados, logo estamos usando o espalhamento  $\nu + e^- \rightarrow \nu + e^-$  porque esse é o tipo de espalhamento que pode ser observado no *MicroBooNE*.

O *MicroBooNE* é um experimento que consiste em câmara de projeção temporal com 170 toneladas de argônio líquido localizada no *Fermilab*, que tem o objetivo de investigar excessos de eventos de baixa energia detectados em outro experimento, o MiniBooNE, medir um conjunto de seções de choque para neutrinos de baixa energia e investigar sobre a física de astropartículas.

Esse experimento é feito com câmara de argônio líquido. O fato de esse líquido ser de um elemento nobre faz com que ele seja não-reagente e sem ruído de fundo e por ser um líquido denso é também muito estável. Esse argônio deve ser mantido a cerca de 87K e deve ser extremamente puro, para que os elétrons ionizados sejam facilmente detectados. O que realmente ocorre dentro do experimento é que um cátodo alimentado a alta tensão (100kV), responsável por criar um campo elétrico que permeia câmara. Um acelerador de partículas é responsável por produzir um fluxo de neutrinos que atravessa a câmara de argônio e os neutrinos podem interagir com as partículas reagentes dentro da câmara gerando partículas carregadas que ao atravessar o argônio ionizam elétrons ao longo de sua trajetória. Esses elétrons ionizados são movidos por um campo elétrico aplicado na câmara e detectados por uma série de planos detectores que medem a corrente de elétrons que chega até eles. A partir dessas correntes medidas pode-se então reconstruir a trajetória das partículas interagentes. Comparando os resultados dos experimentos com o feixe de neutrinos desligado e ligado pode-se então perceber qual a real interferência dos neutrinos na ionização dos elétrons dentro do argônio e estimar as interações dos neutrinos.

Dessa forma, partindo da lagrangiana proposta vamos primeiro definir qual ou quais diagramas de Feynman consideraremos para os nossos cálculos e a partir disso calcularemos a amplitude de probabilidade  $M$  para que o nosso processo ocorra. Com a amplitude em mãos podemos então calcular a seção de choque diferencial para esse espalhamento, que basicamente nos diz quantos eventos podemos esperar a partir do fluxo de um feixe de neutrinos se chocando com um aparato de elétrons, em função da energia de saída dos elétrons, que é variável, e de uma energia fixa para os neutrinos do fluxo.

Em seguida encontraremos a seção de choque total em função de todas as energias possíveis para os neutrinos de entrada e enfim, fazendo uma breve análise estatística, poderemos encontrar um gráfico do número de eventos esperados em função da energia dos neutrinos de entrada e comparar com os resultados experimentais encontrados no *MicroBooNE*.

### 3.1 Fazendo uma análise cinemática do espalhamento

Podemos analisar nosso experimento a partir do referencial do laboratório ou do referencial do centro de massa. Por isso, é importante fazermos uma análise cinemática para que possamos conectar esses dois referenciais.

Cinematicamente falando, nossa colisão pode ser representada da seguinte forma, no referencial do laboratório e no referencial do centro de massa, onde  $p_1$ ,  $p_2$ ,  $p_3$  e  $p_4$  são quadri-momentos

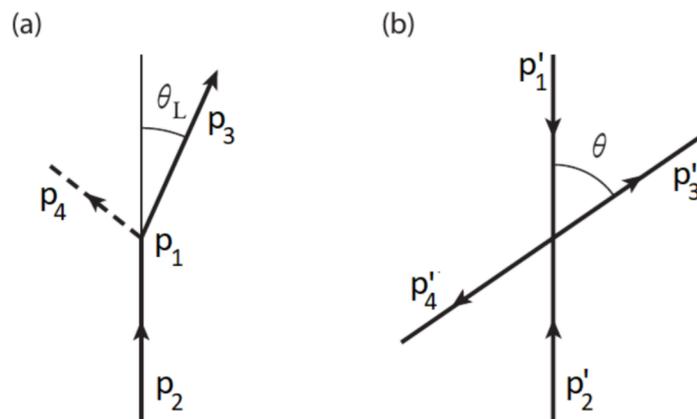


Figura 1: Representação cinemática da colisão entre um neutrino em movimento e um elétron estacionário no referencial do laboratório (a) e no referencial do centro de massa (b).

No referencial do laboratório podemos escrever os momentos em função da massa

e da energia das partículas como

$$\begin{aligned}
 p_1^\mu &= (m, 0, 0, 0) \\
 p_2^\mu &= (E_\nu, 0, 0, E_\nu) \\
 p_3^\mu &= (E_r, P' \sin \theta_L, 0, P' \cos \theta_L) \\
 p_4^\mu &= (E_\nu + m - E_r, -P' \sin \theta_L, 0, E_\nu - P' \cos \theta_L),
 \end{aligned} \tag{3.2}$$

em que  $E_r = \sqrt{P'^2 + m^2} = yE_\nu$ , sendo  $P'$  o tri-momento de saída do elétron,  $m$  a massa do elétron e  $y$  um fator de elasticidade do choque.

Para qualquer partícula vale a relação

$$p_i^2 = m_i^2. \tag{3.3}$$

Para o nosso caso, vamos considerar que a massa do neutrino é muito menor do que a sua energia de forma que  $p_2^2 = p_4^2 = m_\nu^2 = 0$ .

Podemos agora definir as variáveis de Mandelstam  $(s, t, u)$  para o nosso espalhamento, que são dadas por

$$s = (p_1 + p_2)^2 = (p_3 + p_4)^2 = +2E_\nu m \tag{3.4}$$

$$t = (p_1 - p_3)^2 = (p_2 - p_4)^2 = -2mE_r = k^2 \tag{3.5}$$

$$u = (p_1 - p_4)^2 = (p_2 - p_3)^2 = m^2 - 2m(E_\nu + m - E_r), \tag{3.6}$$

onde  $k$  é o momento do fóton que se propaga nesse espalhamento, conforme representado na próxima seção, e utilizamos a aproximação de que a energia do neutrino é muito maior do que a massa do elétron.

E por fim podemos agora escrever os momentos no centro de massa e para isso vamos definir

$$p^* = \frac{s - m^2}{2\sqrt{s}} = \frac{mE_\nu}{\sqrt{s}} \approx \frac{\sqrt{s}}{2} \tag{3.7}$$

$$k^* = \sqrt{p^{*2} + m^2} = \frac{s + m^2}{2\sqrt{s}}, \tag{3.8}$$

onde na primeira equação fizemos a aproximação de que  $s \gg m^2$ , o que equivale a dizer que a energia do neutrino é muito maior que a massa do elétron. E os momentos no centro de massa

serão:

$$\begin{aligned}
 p_1'^{\mu} &= (k^*, 0, 0, -p^*) \\
 p_2'^{\mu} &= (p^*, 0, 0, p^*) \\
 p_3'^{\mu} &= (k^*, p^* \sin\theta, 0, p^* \cos\theta) \\
 p_4'^{\mu} &= (p^*, -p^* \sin\theta, 0, -p^* \cos\theta).
 \end{aligned} \tag{3.9}$$

Voltaremos nossa atenção agora para as regras de Feynman do espalhamento.

### 3.2 Definindo as regras de Feynman para o espalhamento

Voltando a nossa Lagrangiana de interação dada na equação 3.1

$$\mathcal{L}_{int} = \mu_M \bar{\nu}_L \sigma_{\mu\nu} \nu_R F^{\mu\nu},$$

podemos a partir dela encontrar as regras de Feynman que utilizaremos para o nosso cálculo. Vale lembrar que essa nossa Lagrangiana descreve a interação dos neutrinos com o fóton e a interação dos elétrons com o fóton é dada pela QED usual.

O diagrama de Feynman que podemos construir para o nosso espalhamento é dado abaixo

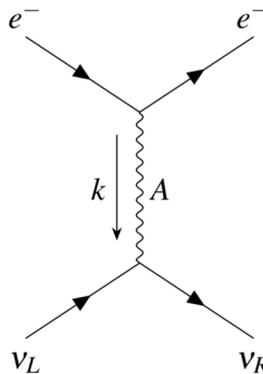


Figura 2: Único diagrama de Feynman possível para correções de primeira ordem.

Esse é o único diagrama de Feynman possível para correções de primeira ordem, visto que não há simetrias entre as partículas que entram ou que saem dos vértices e nem podemos amputá-lo de qualquer forma. Esse diagrama representa exatamente um elétron e um neutrino que se espalham trocando um fóton entre eles.

A partir desse diagrama temos que definir as regras de Feynman para o vértice dos neutrinos com o fóton e para o vértice dos elétrons com o fóton. Temos que o campo de cada partícula é dado por

- para o antineutrino de mão-esquerda

$$\bar{\nu}_{\mathbf{L}} = \bar{\nu}_L(p_L)e^{i p_L \cdot x}, \quad (3.10)$$

- para o neutrino de mão-direita

$$\bar{\nu}_{\mathbf{R}} = \bar{\nu}_R(p_R)e^{i p_R \cdot x}, \quad (3.11)$$

- para a antipartícula do elétron

$$\bar{\psi} = u(\bar{p})e^{i \bar{p} \cdot x}, \quad (3.12)$$

- para o elétron

$$\psi = u(p)e^{i p \cdot x}, \quad (3.13)$$

- para o fóton

$$\mathbf{A}_\mu = \boldsymbol{\varepsilon}_\mu^*(q)e^{i q \cdot x}, \quad (3.14)$$

- e por fim temos as seguintes definições

$$F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu \quad \sigma_{\mu\nu} = \frac{i}{2} [\gamma_\mu, \gamma_\nu], \quad (3.15)$$

onde  $\gamma^\mu$  são as matrizes de Dirac,  $p_L$ ,  $p_R$ ,  $\bar{p}$ ,  $p$  e  $q$  são os momentos de cada partícula e  $F^{\mu\nu}$  e  $\sigma_{\mu\nu}$  são tensores antissimétricos.

Vamos primeiramente calcular o termo de vértice do neutrino com o fóton. Partindo da nossa Lagrangiana de interação dada em (3.1) e multiplicando-a por um fator de  $(i)$  e substituindo os campos dados acima encontramos que:

$$\begin{aligned} i\mathcal{L}_{int} &= i\mu_M \bar{\nu}_L \sigma_{\mu\nu} \nu_R F^{\mu\nu} \Rightarrow \\ i\mathcal{L}_{int} &= i\mu_M \bar{\nu}_L(p_L)e^{i p_L \cdot x} \sigma_{\mu\nu} \bar{\nu}_R(p_R)e^{i p_R \cdot x} (\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu) \end{aligned} \quad (3.16)$$

onde podemos utilizar as propriedades de antissimetria de  $F^{\mu\nu}$  e  $\sigma_{\mu\nu}$  para escrever

$$\sigma_{\mu\nu} F^{\mu\nu} = \sigma_{\mu\nu} (\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu) = 2\sigma_{\mu\nu} (\partial^\mu A^\nu) \quad (3.17)$$

e substituindo esse resultado na equação (3.16) e substituindo o campo do fóton obtemos

$$\begin{aligned} i\mathcal{L}_{int} &= 2i\mu_M \bar{\nu}_L(p_L)e^{i p_L \cdot x} \sigma_{\mu\nu} \bar{\nu}_R(p_R)e^{i p_R \cdot x} (\partial^\mu A^\nu) \Rightarrow \\ i\mathcal{L}_{int} &= 2i\mu_M \bar{\nu}_L(p_L)e^{i p_L \cdot x} \sigma_{\mu\nu} \bar{\nu}_R(p_R)e^{i p_R \cdot x} (\partial^\mu \boldsymbol{\varepsilon}^{*\nu}(q)e^{i q \cdot x}) \Rightarrow \\ i\mathcal{L}_{int} &= 2i\mu_M \bar{\nu}_L(p_L)e^{i p_L \cdot x} \sigma_{\mu\nu} \bar{\nu}_R(p_R)e^{i p_R \cdot x} \left[ (i q) \boldsymbol{\varepsilon}^{*\nu}(q)e^{i q \cdot x} \right] \Rightarrow \\ i\mathcal{L}_{int} &= -2\mu_M \bar{\nu}_L(p_L)e^{i p_L \cdot x} \sigma_{\mu\nu} \bar{\nu}_R(p_R)e^{i p_R \cdot x} (q^\mu \boldsymbol{\varepsilon}^{*\nu}(q)e^{i q \cdot x}) \end{aligned} \quad (3.18)$$

e retirando todos os fatores relativos aos campos encontramos então o fator de vértice para neutrino-fóton que é dado por

$$-2\mu_M \sigma_{\mu\nu} q^\mu. \quad (3.19)$$

Vamos agora calcular o fator de vértice para a interação do elétron com o fóton. Para essa interação utilizamos a Lagrangiana usual da QED:

$$\mathcal{L}_{QED} = -eA_\mu \bar{\psi} \gamma^\mu \psi \quad (3.20)$$

e multiplicando essa lagrangiana por um fator de  $(i)$  e substituindo os campos dados nas equações (3.12-3.14) obtemos

$$i\mathcal{L}_{QED} = -ie\epsilon_\mu^*(q)e^{iq\cdot x}u(\bar{p})e^{i\bar{p}\cdot x}\gamma^\mu u(p)e^{ip\cdot x} \quad (3.21)$$

e removendo todos os fatores relativos a campos externos temos então que o fator de vértice elétron-fóton é dado por

$$-ie\gamma^\mu. \quad (3.22)$$

Com os fatores de vértice definidos e com os campos dados nas equações (3.10-3.14) falta agora apenas definirmos a expressão do propagador do fóton que se propaga nesse espalhamento. O propagador para uma partícula não massiva como o fóton pode ser obtido a partir da equação de Klein-Gordon e para um fóton se propagando com momento  $q$  temos que seu propagador é

$$G(q) = \frac{-ig^{\mu\nu}}{q^2}. \quad (3.23)$$

Agora já temos tudo que é necessário para construir nossa amplitude de propagação, o que faremos na seção seguinte.

### 3.3 Calculando a amplitude de espalhamento

Vamos agora calcular a amplitude de propagação para o nosso espalhamento. Voltando ao nosso diagrama de Feynman explicitando os momentos de cada partícula, teremos o diagrama apresentado na Figura 2 abaixo.

Por simplicidade adotaremos a seguinte notação para os espinores

$$\begin{aligned} u(p_1) &= u_1 \\ \bar{u}(p_3) &= \bar{u}_3 \\ v(p_2) &= v_2 \\ \bar{v}(p_4) &= \bar{v}_4 \end{aligned} \quad (3.24)$$

e o mesmo valerá para os seus complexos conjugados.

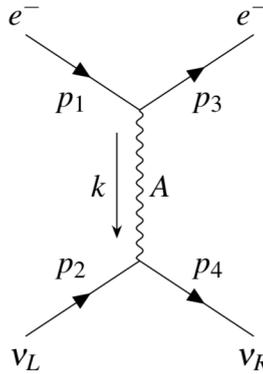


Figura 3: Diagrama de Feynman de momentos.

Esse diagrama nos diz que um elétron está sendo criado, interage com um fóton em um ponto e depois é destruído ao mesmo passo que um neutrino é criado, interage com esse mesmo fóton em outro ponto e é destruído em seguida e o fóton se propaga de um ponto ao outro. Escrevendo isso matematicamente, temos que a nossa amplitude de propagação será dada pela seguinte expressão

$$\begin{aligned}
 M &= \bar{v}_4 (-2\mu_M \sigma_{\alpha\nu} q^\alpha) v_2 \bar{u}_3 (-ie\gamma_\mu) u_1 \left( \frac{-ig^{\mu\nu}}{q^2} \right) \Rightarrow \\
 M &= 2e\mu_M \frac{g^{\mu\nu}}{q^2} (\bar{v}_4 \sigma_{\alpha\nu} q^\alpha v_2) (\bar{u}_3 \gamma_\mu u_1). \quad (3.25)
 \end{aligned}$$

Vale ressaltar que  $u, \bar{u}, v, \bar{v}$  são vetores do espaço spinorial, enquanto que as matrizes gamma são, como esperado, matrizes no espaço spinorial. Logo, qualquer quantidade do tipo  $(\bar{u}, v) a \gamma(u, v)$  é um escalar nesse espaço.

Essa então é a nossa amplitude de propagação para o nosso processo. Para calcular a seção de choque precisamos encontrar  $|M|^2$  e depois calcular sua média nos spins de entrada e seu somatório nos spins de saída, sendo então

$$|\bar{M}|^2 = \frac{1}{2} \sum_{spin_f} |M|^2, \quad (3.26)$$

A média nesse caso é dada pelo fator de  $1/2$  por conta que para os elétrons que entram temos possibilidade de spin  $1/2$  e spin  $-1/2$ , mas para os neutrinos temos apenas uma possibilidade de spin, já que os neutrinos são gerados via interação fraca, que por sua vez só acopla com partículas de mão-esquerda, logo todos os neutrinos de entrada são de mão-esquerda e por tanto temos um feixe polarizado de spin único. Logo, só temos duas possibilidades de combinação para os spins das partículas de entrada.

No intuito de calcular  $|M|^2 = M^* M$ , vamos primeiro calcular  $M^*$  fazendo uso das

seguintes identidades:

$$\begin{aligned}
\gamma_0 \gamma^0 &= 1 \\
\bar{u} &= u^\dagger \gamma^0 \\
\gamma_0^\dagger &= \gamma_0 \\
\gamma^0 \gamma^{\mu\dagger} \gamma^0 &= \gamma^\mu
\end{aligned} \tag{3.27}$$

Daí, da equação (3.25) temos então

$$\begin{aligned}
M^* &= 2e\mu_M \frac{g^{\mu\nu}}{q^2} (\bar{v}_4 \sigma_{\alpha\nu} q^\alpha v_2 \bar{u}_3 \gamma_\mu u_1)^* \Rightarrow \\
M^* &= 2e\mu_M \frac{g^{\mu\nu}}{q^2} (v_4^\dagger \gamma^0 \sigma_{\alpha\nu} q^\alpha v_2 u_3^\dagger \gamma^0 \gamma_\mu u_1)^* \Rightarrow \\
M^* &= 2e\mu_M \frac{g^{\mu\nu}}{q^2} (u_1^\dagger \gamma^{\mu\dagger} \gamma^0 u_3 v_2^\dagger (\sigma_{\alpha\nu} q^\alpha)^\dagger \gamma^0 v_4) \Rightarrow \\
M^* &= 2e\mu_M \frac{g^{\mu\nu}}{q^2} (u_1^\dagger \gamma^0 \gamma^0 \gamma^{\mu\dagger} \gamma^0 u_3 v_2^\dagger \gamma^0 \gamma^0 (\sigma_{\alpha\nu} q^\alpha)^\dagger \gamma^0 v_4) \Rightarrow \\
M^* &= 2e\mu_M \frac{g^{\mu\nu}}{q^2} (\bar{u}_1 \gamma^\mu u_3) (\bar{v}_2 \sigma_{\alpha\nu} q^\alpha v_4),
\end{aligned} \tag{3.28}$$

onde utilizamos o resultado de que  $\gamma^0 (\sigma_{\alpha\nu} q^\alpha)^\dagger \gamma^0 = \sigma_{\alpha\nu} q^\alpha$ , que pode ser facilmente verificado utilizando as propriedades dadas acima.

Podemos agora encontrar  $|M|^2 = M^* M$ , que seria então

$$|M|^2 = \frac{4e^2 \mu_M}{q^4} g^{\mu\nu} g^{\lambda\rho} (\bar{u}_1 \gamma^\mu u_3 \bar{v}_2 \sigma_{\alpha\nu} q^\alpha v_4) (\bar{v}_4 \sigma_{\alpha\nu} q^\alpha v_2 \bar{u}_3 \gamma_\mu u_1) \tag{3.29}$$

e portanto obtemos que

$$|\bar{M}|^2 = \frac{2e^2 \mu_M}{q^4} g^{\mu\nu} g^{\lambda\rho} \sum_{spin_f} (\bar{u}_1 \gamma_\mu u_3 \bar{v}_2 \sigma_{\alpha\nu} q^\alpha v_4) (\bar{v}_4 \sigma_{\beta\rho} q^\beta v_2 \bar{u}_3 \gamma_\lambda u_1). \tag{3.30}$$

Para os próximos cálculos utilizaremos a seguinte propriedade:

$$\sum_{spin_f} \bar{u}_i u_i = \not{p}_i + m. \tag{3.31}$$

Como discutimos,  $u, \bar{u}, v, \bar{v}$  são vetores do espaço spinorial, enquanto que as matrizes gamma são, como esperado, matrizes no espaço spinorial. Logo, qualquer quantidade do tipo  $(\bar{u}, \bar{v}) a \gamma (u, v)$  é um escalar nesse espaço e podemos portanto manipular a ordem dessas quantidades, o que nos permite reescrever  $|\bar{M}|^2$  como

$$|\bar{M}|^2 = \frac{2e^2 \mu_M}{q^4} g^{\mu\nu} g^{\lambda\rho} \sum_{spin_f} (\bar{u}_1 \gamma_\mu u_3 \bar{u}_3 \gamma_\lambda u_1 \bar{v}_2 \sigma_{\alpha\nu} q^\alpha v_4 \bar{v}_4 \sigma_{\beta\rho} q^\beta v_2). \tag{3.32}$$

Analisando a primeira parte dessa expressão com mais cuidado e abrindo em componentes do espaço spinorial, podemos escrever essa multiplicação de vetores e matrizes como

$$\begin{aligned}
\sum_{spin_f} (\bar{u}_1 \gamma_\mu u_3 \bar{u}_3 \gamma_\lambda u_1) &= \sum_{A,B,C,D} [(\bar{u}_1)_A (\gamma_\mu)_{AB} (u_3)_B (\bar{u}_3)_C (\gamma_\lambda)_{CD} (u_1)_D] \\
&= \sum_{A,B,C,D} [(\gamma_\mu)_{AB} (u_3)_B (\bar{u}_3)_C (\gamma_\lambda)_{CD} (u_1)_D (\bar{u}_1)_A] \\
&= \sum_{spin_f} Tr [(\gamma_\mu) (u_3 \bar{u}_3) (\gamma_\lambda) (u_1 \bar{u}_1)] = Tr [(\not{p}_3 + m) \gamma^\mu (\not{p}_1 + m) \gamma^\lambda]. \quad (3.33)
\end{aligned}$$

Um procedimento análogo pode ser feito para a outra parte da expressão (3.32), de forma que  $|\overline{M}|^2$  pode ser reescrito como:

$$|\overline{M}|^2 = \frac{2e^2 \mu_M}{q^4} g^{\mu\nu} g^{\lambda\rho} Tr [(\not{p}_3 + m) \gamma^\mu (\not{p}_1 + m) \gamma^\lambda] Tr [(\not{p}_2 \sigma^{\alpha\nu} q^\alpha \not{p}_4 \sigma^{\beta\rho} q^\beta), \quad (3.34)$$

em que consideramos a massa do neutrino igual a zero, visto que ela é muito menor que o momento do neutrino.

Ao resolvermos os traços e realizar todas as contrações possíveis encontramos uma solução um tanto quanto assustadora para  $|\overline{M}|^2$

$$\begin{aligned}
|\overline{M}|^2 &= \frac{1}{q^4} 4e^2 \mu_M^2 [4m^2 (p_1 \cdot p_4) (p_2 \cdot p_3) - 2m^2 (p_1 \cdot p_3) (p_2 \cdot p_4) \\
&- 4(p_1 \cdot p_2) ((p_1 \cdot p_4) (-p_1 \cdot p_3 + p_3^2 + m^2) - m^2 (p_3 \cdot p_4)) + m^2 p_1^2 (p_2 \cdot p_4) + m^2 p_3^2 (p_2 \cdot p_4) \\
&- 4m^2 (p_2 \cdot p_3) (p_3 \cdot p_4) - p_1^2 (p_1 \cdot p_3) (p_2 \cdot p_4) + 2p_1^2 p_3^2 (p_2 \cdot p_4) - p_3^2 (p_1 \cdot p_3) (p_2 \cdot p_4) \\
&- 4p_1^2 (p_2 \cdot p_3) (p_3 \cdot p_4) + 4(p_1 \cdot p_3) (p_2 \cdot p_3) (p_3 \cdot p_4)], \quad (3.35)
\end{aligned}$$

que, como podemos ver, é impraticável seguir trabalhando com esse resultado. Para simplificar essa expressão em uma mais compacta podemos substituir em  $|\overline{M}|^2$  as variáveis de Mandelstam que definimos em (3.6). Fazendo isso obtemos o seguinte resultado

$$|\overline{M}|^2 = \frac{4e^2 \mu_M^2}{t^2} (8m^6 - m^4 (16s + 5t) + m^2 (8s^2 + 10st + t^2) - st(s + t)), \quad (3.36)$$

onde usamos que  $s + t + u = \sum_i m_i \Rightarrow u = 2m^2 - s - t$ .

Para simplificar ainda mais, utilizaremos apenas os termos independentes de  $m$ , o que é coerente com a nossa aproximação de que a massa do elétron é muito menor que a energia do neutrino. Logo, obtemos

$$|\overline{M}|^2 = -\frac{4e^2 \mu_M^2 s^2}{t} - 4e^2 \mu_M^2 s. \quad (3.37)$$

Esse resultado é muito mais agradável e seguiremos utilizando-o daqui para frente.

Com o valor de  $|\overline{M}|^2$  podemos encontrar a seção de choque diferencial em função da energia de saída do elétron, como veremos na seção seguinte.

### 3.4 Encontrando a seção de choque diferencial

Com os resultados encontrados na seção anterior podemos enfim encontrar a seção de choque diferencial que é dada pela seguinte equação, em termos da variável  $t$

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{1}{64\pi s} \frac{1}{|p'_1|^2} |\overline{M}|^2 \quad (3.38)$$

e substituindo o resultado encontrado na seção anterior em (3.36) obtemos

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{1}{64\pi s} \frac{1}{|p'_1|^2} \left( -\frac{4e^2\mu_M^2 s^2}{t} - 4e^2\mu_M^2 s \right). \quad (3.39)$$

De forma geral, as variáveis de mandelstam são muito úteis matematicamente para simplificar as expressões com que trabalhamos, mas não representam grandezas que podemos observar no laboratório. Por isso é muito mais útil para nós calcularmos a seção de choque diferencial em função das energias, já que podemos medi-las. Portanto faremos as seguintes substituições compatíveis com as definições dadas em (3.6)

$$\begin{aligned} s &= 2mE_\nu \\ t &= -2mE_r \end{aligned} \quad (3.40)$$

e também das definições dadas em (3.9) temos que

$$|p'_1|^2 = p^{*2} + k^{*2} = \frac{m^2 E_\nu^2}{s}. \quad (3.41)$$

Por fim, para transformarmos a derivada em relação a  $t$  para uma derivada em relação a  $E_r$  precisamos multiplicar pelo Jacobiano da transformação

$$J = \left| \frac{dt}{dE_r} \right| = 2m. \quad (3.42)$$

Substituindo tudo podemos então escrever que

$$\frac{d\sigma}{dE_r} = \frac{e^2\mu_M^2 (E_\nu - E_r)}{4\pi E_\nu E_r} \quad (3.43)$$

que é então a fórmula final da nossa seção de choque diferencial.

### 3.5 Calculando o número de eventos e comparando resultados com o *MicroBooNE*

Para encontrar o número de eventos esperados para nossa interação temos que primeiro encontrar a seção de choque total em função da energia do neutrino de entrada, que é dada por

$$\sigma(E_\nu) = \int_{E_r(\min)}^{E_r(\max)} \left( \frac{d\sigma}{dE_r} \right) dE_r = \int_{E_r(\min)}^{E_r(\max)} dE_r \frac{e^2 \mu_M^2 (E_\nu - E_r)}{4\pi E_\nu E_r}. \quad (3.44)$$

Devido às nossas aproximações podemos dizer que  $E_r(\max) = E_\nu$  e para o limite mínimo utilizaremos  $10^{-3} GeV$ , que é um bom limite experimental. Daí, encontramos que

$$\sigma(E_\nu) = \alpha \mu_M^2 \ln(10^3 E_\nu / GeV) - \alpha \mu_M^2 + \frac{\alpha \mu_M^2}{10^3 E_\nu / GeV}, \quad (3.45)$$

em que  $\alpha = \sqrt{4\pi e}$ .

Para calcular o número de eventos precisamos calcular

$$\eta_{ev} = N \int_{E_\nu(\min)}^{E_\nu(\max)} dE_\nu \phi(E_\nu) \sigma(E_\nu), \quad (3.46)$$

em que  $N$  é o número de partículas que temos no aparato e  $\phi(E_\nu)$  é o fluxo de neutrinos que passa pelo detector.

Para encontrar o fluxo de neutrinos vamos utilizar os dados fornecidos pelo *MicroBooNE* no gráfico 4 dado abaixo.

A partir dos dados desse gráfico podemos fazer uma interpolação dos pontos para encontrar uma estimativa razoável para a função do fluxo dependendo da energia do neutrino. Para realizar nosso cálculos utilizaremos os dados do neutrino do múon ( $\nu_\mu$ ), que é o maior fluxo que temos no gráfico.

Com a interpolação feita podemos então calcular o número de eventos a partir da equação (3.46), em que temos que  $N$  depende da quantidade de argônio dentro da câmara do detector e do tempo de exposição do experimento. O *MicroBooNE* tem 170 toneladas de argônio e uma exposição total de  $7 \times 10^{20}$  prótons-no-alvo

$$N = 170 \times 10^6 \times 6,02 \times 10^{23} \times \frac{18}{40} \times 7 \times 10^{20} \times (0,2 \times 10^{-13})^2, \quad (3.47)$$

em que o último termo foi acrescentado apenas para correção de unidades de medida.

Substituindo  $\alpha = \frac{1}{137}$  e considerando que o neutrino do múon tenha um momento de dipolo magnético  $\mu_M = 10^{-10} \mu_B$ , sendo  $\mu_B = \frac{e}{2m_e}$  e integrando essa função obtemos um número de eventos de

$$\eta_{ev} = 0,92 \quad (3.48)$$

o que é aproximadamente 1 evento para um total de  $7 \times 10^{20}$  prótons-no-alvo que deve ser

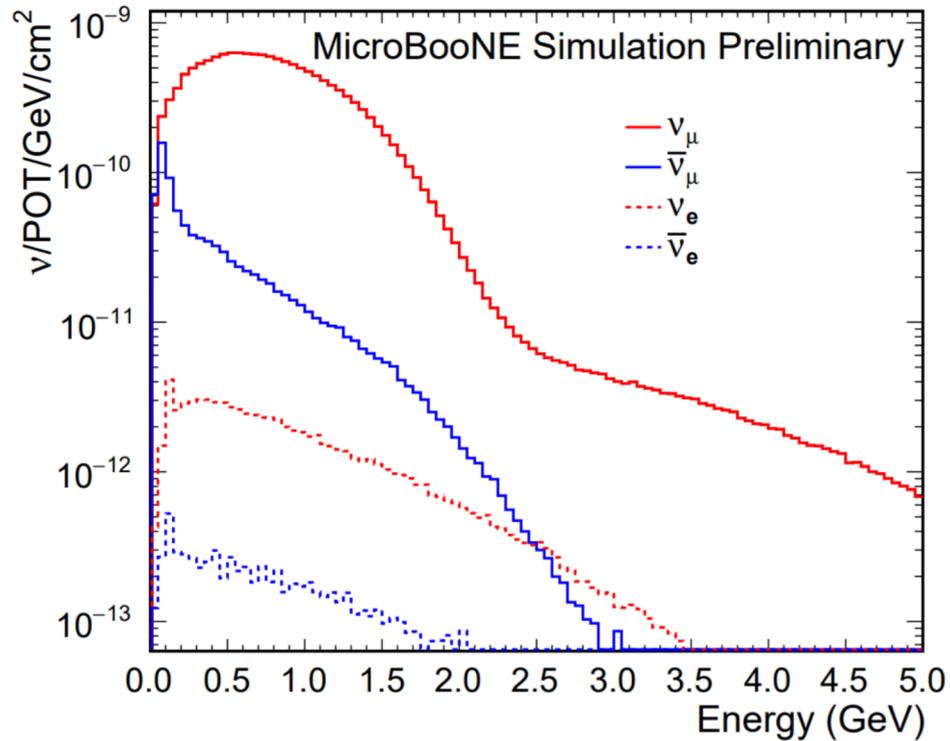


Figura 4: “A previsão do fluxo absoluto de neutrinos através do detector MicroBooNE como calculado pela simulação do feixe. Mostrado é o fluxo para  $\nu_\mu$ ,  $\bar{\nu}_\mu$ ,  $\nu_e$  e  $\bar{\nu}_e$  calculados através de o volume TPC com dimensões  $2,56m \times 2,33m \times 10,37m$ .” Fonte: <https://microboone.fnal.gov/wp-content/uploads/MICROBOONE-NOTE-1031-PUB.pdf>

observado no *MicroBooNE* para a nossa interação proposta e caso o MDM do neutrino seja  $\mu_M = 10^{-10} \mu_B$ .

Temos então um indicativo experimental para validar a nossa teoria que depende de uma análise mais aprofundada dos dados do *MicroBooNE* que será realizada em trabalhos futuros.

## 4 CONCLUSÃO

Neste trabalho, portanto, fizemos uma revisão discursiva e um apanhado histórico sobre a física de partículas como um todo e em especial a física de neutrinos, destacando a grande revolução nessa área dada pela confirmação das oscilações de neutrinos e consequentemente da não nulidade de suas massas. Fizemos uma revisão acerca do EDM e do MDM do elétron e de seu desenvolvimento com o passar do tempo até chegarmos na Lagrangiana proposta por Salpeter que serviu de motivação para a nossa proposta. Discutimos ainda sobre MDM dentro do Modelo Padrão e sobre como a descoberta da massa implica que o MDM dos neutrinos não é nulo e vimos também como mesmo com as teorias mais atuais ainda não temos um modelo de geração de massa e geração de MDM eficaz em alinhar os resultados teóricos com a sensibilidade experimental.

Ciente disso, apresentamos uma Lagrangiana de interação geradora de MDM para os neutrinos e realizamos a partir dela os cálculos para um espalhamento de elétron-neutrino em elétron-neutrino, encontrando a amplitude de propagação e a seção de choque diferencial. Em seguida encontramos a seção de choque total e pudemos calcular, levando em consideração a nossa teoria e as limitações do *MicroBooNE* que deveria ser observado aproximadamente 1 evento para  $7 \times 10^{20}$  prótons-no-alvo, o que é uma quantidade observável.

Esse número de eventos pode ser melhorado fazendo uma análise mais profunda sobre a eficiência do experimento e sobre os ruídos de fundo que permeiam a câmara do argônio e pode ser melhorado também se fizermos as contas considerando os três sabores de neutrinos, mas esses desenvolvimentos foram deixados para trabalhos futuros.

De toda forma já pudemos ver que essa interação proposta já nos retorna um número de eventos dentro das possibilidades de observação, o que já é um bom resultado.

## REFERÊNCIAS

- [1] J.J. Thomson – Facts. *NobelPrize.org*, Nobel Prize Outreach AB 2021, dez. 2021. Disponível em: <https://www.nobelprize.org/prizes/physics/1906/thomson/facts/>).
- [2] JAMES Chadwick – Facts. *NobelPrize.org*, Nobel Prize Outreach AB 2021, dez. 2021. Disponível em: <https://www.nobelprize.org/prizes/physics/1935/chadwick/facts/>).
- [3] PLANCK, M. On the law of distribution of energy in the normal spectrum. *Annalen der physik*, v. 4, n. 553, p. 1, 1901.
- [4] EINSTEIN, A. Concerning an heuristic point of view toward the emission and transformation of light. *American Journal of Physics*, v. 33, n. 5, p. 367, 1965.
- [5] COMPTON, A. H. A quantum theory of the scattering of x-rays by light elements. *Phys. Rev.*, American Physical Society, v. 21, p. 483–502, May 1923. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.21.483>).
- [6] THE Nobel Prize in Physics 1965. *NobelPrize.org*, Nobel Prize Outreach AB 2021, jan. 2022. Disponível em: <https://www.nobelprize.org/prizes/physics/1965/summary/>).
- [7] THE Nobel Prize in Physics 1933. *NobelPrize.org*, Nobel Prize Outreach AB 2021, jan. 2022. Disponível em: <https://www.nobelprize.org/prizes/physics/1933/summary/>).
- [8] DIRAC, P. A. M. The quantum theory of the electron. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*, The Royal Society London, v. 117, n. 778, p. 610–624, 1928.
- [9] RYUTOV, D. D. Using Plasma Physics to Weigh the Photon. *Plasma Phys. Control. Fusion*, v. 49, p. B429, 2007.
- [10] ZYLA, P. et al. Review of Particle Physics. *PTEP*, v. 2020, n. 8, p. 083C01, 2020.
- [11] GERLACH, W.; STERN, O. Der experimentelle nachweis der richtungsquantelung im magnetfeld. *Zeitschrift für Physik*, v. 9, p. 349–352, December 1922. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/BF01326983>).
- [12] SCHWINGER, J. On quantum-electrodynamics and the magnetic moment of the electron. *Physical Review*, APS, v. 73, n. 4, p. 416, 1948.
- [13] KUSCH, P.; FOLEY, H. M. Precision measurement of the ratio of the atomic ‘g values’ in the  $^2p_{3/2}$  and  $^2p_{1/2}$  states of gallium. *Phys. Rev.*, American Physical Society, v. 72, p. 1256–1257, Dec 1947. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.72.1256.2>).
- [14] KUSCH, P.; FOLEY, H. M. The magnetic moment of the electron. *Phys. Rev.*, American Physical Society, v. 74, p. 250–263, Aug 1948. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.74.250>).
- [15] GLASHOW, S. L. Partial-symmetries of weak interactions. *Nuclear Physics*, v. 22, n. 4, p. 579–588, 1961. ISSN 0029-5582. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0029558261904692>).

- [16] WEINBERG, S. A model of leptons. *Phys. Rev. Lett.*, American Physical Society, v. 19, p. 1264–1266, Nov 1967. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.19.1264>).
- [17] SALAM, A. Weak and electromagnetic interactions. In: \_\_\_\_\_. *Selected Papers of Abdus Salam*. [s.n.], 1994. p. 244–254. Disponível em: [https://www.worldscientific.com/doi/abs/10.1142/9789812795915\\_0034](https://www.worldscientific.com/doi/abs/10.1142/9789812795915_0034)).
- [18] GLASHOW, S. L.; ILIOPOULOS, J.; MAIANI, L. Weak interactions with lepton-hadron symmetry. *Phys. Rev. D*, American Physical Society, v. 2, p. 1285–1292, Oct 1970. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.2.1285>).
- [19] ENGLERT, F.; BROUT, R. Broken symmetry and the mass of gauge vector mesons. *Phys. Rev. Lett.*, American Physical Society, v. 13, p. 321–323, Aug 1964. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.13.321>).
- [20] HIGGS, P. W. Spontaneous symmetry breakdown without massless bosons. *Phys. Rev.*, American Physical Society, v. 145, p. 1156–1163, May 1966. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.145.1156>).
- [21] GURALNIK, G. S.; HAGEN, C. R.; KIBBLE, T. W. B. Global conservation laws and massless particles. *Phys. Rev. Lett.*, American Physical Society, v. 13, p. 585–587, Nov 1964. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.13.585>).
- [22] COSTA, B. *O Mecanismo de Higgs e o setor eletrofraco do modelo padrão*. 2019. Monografia (Bacharelado em Física), Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, Brasil. Disponível em: <http://www.repositorio.ufc.br/handle/riufc/48308>).
- [23] COWAN, C. L.; REINES, F. Search for anti-neutrino interaction with deuterons. *Phys. Rev.*, v. 107, p. 1609–1611, 1957.
- [24] REINES, F.; COWAN, C. L. Free anti-neutrino absorption cross-section. 1: Measurement of the free anti-neutrino absorption cross-section by protons. *Phys. Rev.*, v. 113, p. 273–279, 1959.
- [25] GRIBOV, V. N.; PONTECORVO, B. Neutrino astronomy and lepton charge. *Phys. Lett. B*, v. 28, p. 493, 1969.
- [26] HIRATA, K. S. et al. Observation of a small atmospheric muon-neutrino / electron-neutrino ratio in Kamiokande. *Phys. Lett. B*, v. 280, p. 146–152, 1992.
- [27] AHMAD, Q. R. et al. Direct evidence for neutrino flavor transformation from neutral current interactions in the Sudbury Neutrino Observatory. *Phys. Rev. Lett.*, v. 89, p. 011301, 2002.
- [28] AHMAD, Q. R. et al. Measurement of day and night neutrino energy spectra at SNO and constraints on neutrino mixing parameters. *Phys. Rev. Lett.*, v. 89, p. 011302, 2002.
- [29] ALIANI, P. et al. Solving the solar neutrino problem with KamLAND and BOREXINO. In: *37th Rencontres de Moriond on Electroweak Interactions and Unified Theories*. [S.l.: s.n.], 2002. p. 329–332.

- [30] AKER, M. et al. Improved Upper Limit on the Neutrino Mass from a Direct Kinematic Method by KATRIN. *Phys. Rev. Lett.*, v. 123, n. 22, p. 221802, 2019.
- [31] ASSAMAGAN, K. et al. Upper limit of the muon-neutrino mass and charged pion mass from momentum analysis of a surface muon beam. *Phys. Rev. D*, v. 53, p. 6065–6077, 1996.
- [32] BARATE, R. et al. An Upper limit on the tau-neutrino mass from three-prong and five-prong tau decays. *Eur. Phys. J. C*, v. 2, p. 395–406, 1998.
- [33] MOHR, P. J.; NEWELL, D. B.; TAYLOR, B. N. Codata recommended values of the fundamental physical constants: 2014. *Rev. Mod. Phys.*, American Physical Society, v. 88, p. 035009, Sep 2016. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.88.035009>.
- [34] ANDREEV, V. et al. Improved limit on the electric dipole moment of the electron. *Nature*, v. 562, n. 7727, p. 355–360, 2018.
- [35] ARAÚJO, J. B. d. et al. Física de momentos de dipolo elétrico e magnético limitando acoplamentos não mínimos que violam a simetria de lorentz. Universidade Federal do Maranhão, 2019.
- [36] SCHWINGER, J. S. On Quantum electrodynamics and the magnetic moment of the electron. *Phys. Rev.*, v. 73, p. 416–417, 1948.
- [37] SALPETER, E. E. Some atomic effects of an electronic electric dipole moment. *Physical Review*, APS, v. 112, n. 5, p. 1642, 1958.
- [38] PURCELL, E.; RAMSEY, N. On the possibility of electric dipole moments for elementary particles and nuclei. *Physical Review*, APS, v. 78, n. 6, p. 807, 1950.
- [39] POSPELOV, M.; RITZ, A. Electric dipole moments as probes of new physics. *Annals Phys.*, v. 318, p. 119–169, 2005.
- [40] SHROCK, R. E. Electromagnetic Properties and Decays of Dirac and Majorana Neutrinos in a General Class of Gauge Theories. *Nucl. Phys. B*, v. 206, p. 359–379, 1982.
- [41] AGOSTINI, M. et al. Limiting neutrino magnetic moments with Borexino Phase-II solar neutrino data. *Phys. Rev. D*, v. 96, n. 9, p. 091103, 2017.
- [42] MICROBOONE. Fermilab, jan. 2022. Disponível em: <https://microboone.fnal.gov/>.

## APÊNDICE A – MATRIZES DE PAULI E MATRIZES DE DIRAC

Neste apêndice estão apresentada as matrizes de Pauli  $\sigma_i$  e as matrizes de Dirac  $\gamma^\mu$  e  $\gamma^5$  na representação de Dirac para eventuais consultas.

$$\sigma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.1})$$

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} I_{2 \times 2} & 0 \\ 0 & -I_{2 \times 2} \end{pmatrix} \quad \gamma^j = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^j \\ -\sigma^j & 0 \end{pmatrix} \quad \gamma^5 = \begin{pmatrix} 0 & I_{2 \times 2} \\ I_{2 \times 2} & 0 \end{pmatrix}$$