



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS
DEPARTAMENTO DE FÍSICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

FRANCISCO VALDO ALENCAR FILHO

**ESTUDO SOBRE A NÃO-EXTENSIVIDADE ASSOCIADA AO QUASAR 3C 273 POR
MEIO DA ANÁLISE ESPECTRO-TEMPORAL DE SUAS CURVAS DE LUZ**

FORTALEZA

2022

FRANCISCO VALDO ALENCAR FILHO

ESTUDO SOBRE A NÃO-EXTENSIVIDADE ASSOCIADA AO QUASAR 3C 273 POR
MEIO DA ANÁLISE ESPECTRO-TEMPORAL DE SUAS CURVAS DE LUZ

Dissertação apresentada ao Curso de do Programa de Pós-Graduação em Física do Centro de Ciências da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Física. Área de Concentração: Física da Matéria Condensada.

Orientador: Prof. Dr. Daniel Brito de Freitas

FORTALEZA

2022

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Biblioteca Universitária
Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

A353e Alencar Filho, Francisco Valdo.

Estudo sobre a não-extensividade associada ao quasar 3C 273 por meio da análise espectro-temporal de suas curvas de luz / Francisco Valdo Alencar Filho. – 2022.
61 f. : il. color.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Ciências, Programa de Pós-Graduação em Física, Fortaleza, 2022.

Orientação: Prof. Dr. Daniel Brito de Freitas.

1. Quasar 3C 273. 2. Índice entrópico. 3. Curvas de luz. 4. Mecânica estatística. 5. Não-extensividade. I. Título.

CDD 530

FRANCISCO VALDO ALENCAR FILHO

ESTUDO SOBRE A NÃO-EXTENSIVIDADE ASSOCIADA AO QUASAR 3C 273 POR
MEIO DA ANÁLISE ESPECTRO-TEMPORAL DE SUAS CURVAS DE LUZ

Dissertação apresentada ao Curso de do Programa de Pós-Graduação em Física do Centro de Ciências da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Física. Área de Concentração: Física da Matéria Condensada.

Aprovada em:

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Daniel Brito de Freitas (Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Afrânio de Araújo Coelho
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Antonio Carlos da Silva Miranda
Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE)

Dedico esta dissertação à todos os meus familiares, amigos e professores que, de forma direta ou indireta, contribuíram para a realização do referido trabalho.

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus pais, Maria de Fátima Sousa e Francisco Valdo Alencar, pelo amor, carinho, cuidado e apoio destinados à minha educação e formação acadêmica.

Aos meus irmãos, Lara e Hermes, pelo carinho e incentivo durante essa jornada.

Ao Prof. Dr. Daniel Brito de Freitas pela paciência, orientação e amizade durante esse período.

Á todos os funcionários e professores do departamento de física que ajudaram a tornar isso possível.

Aos meus amigos de pós-graduação e do campus, em especial a Michel, Fernandes, Sarah, Daniel, Milena, Michael, Rubens, e a todos os meus amigos e colegas do Stellar Team.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo apoio financeiro, bem como a Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Física (PPGFis) da Universidade Federal do Ceará.

RESUMO

Quasares são um dos objetos cósmicos mais intrigantes e fascinantes do universo. Hoje, sabe-se que os mesmos constituem um dos possíveis tipos de uma estrutura conhecida como Núcleo Ativo de Galáxia (do inglês AGN), no qual abriga um buraco negro supermassivo em seu interior. Descobertos no início dos anos 1960, os quasares mostraram-se ser objetos de difícil estudo e identificação, pois os mesmos foram originalmente detectados como uma fraca fonte luminosa vista na faixa do óptico, mas que apresentava uma enorme abundância radiativa na faixa do rádio e grande variabilidade quando visto em raios-X. O quasar 3C 273, objeto deste estudo, foi o primeiro a ter seu espectro identificado, e é o que possui a maior quantidade de dados observacionais que se conhece. Valendo-se da linguagem Matlab, fizemos uma análise espectro-temporal das curvas de luz do 3C 273 na tentativa de descobrir a forma como esse objeto se comporta visto em diferentes faixas do espectro eletromagnético. Acreditamos que o formalismo não-extensivo da mecânica estatística desenvolvido pelo físico C. Tsallis fornece uma robusta ferramenta matemática para a descrição do comportamento e das propriedades exibidas por esse objeto e, como resultado, mostramos a relação existente entre a energia E da radiação e o índice entrópico q . Sendo assim, o nosso objetivo é mostrar qual o comportamento do índice entrópico q visto em diferentes bandas, já que este parâmetro está diretamente relacionado a extensão da cauda das distribuições que, por sua vez, pode estar relacionado à algumas das estruturas que compõem o quasar, bem como a um dado fenômeno físico associado àquela faixa de frequência. Através do procedimento mencionado, conseguimos encontrar uma correlação entre algumas faixas do espectro, e isto pode ser um indicativo de que um mesmo mecanismo físico opera nessas faixas de frequência/energia. Finalmente, mostramos que a mecânica estatística não-extensiva é, de fato, a teoria que melhor se ajusta ao comportamento desse objeto cósmico, e os resultados aqui apresentados poderão ser generalizados em estudos que fazem a análise do espectro de outros objetos celestes.

Palavras-chave: quasar 3C 273; índice entrópico; curvas de luz; mecânica estatística; não-extensividade.

ABSTRACT

Quasars are one of the most intriguing and fascinating cosmic objects in the universe. Today, it is known that they constitute one of the possible types of a structure known as the Active Galaxy Nuclei (AGN), which harbors a supermassive black hole in its interior. Discovered in the early 1960s, quasars proved to be objects of difficult study and identification, as they were originally detected as a weak light source seen in the optical range, but which had an enormous radiative abundance in the radio range and large variability when viewed on X-rays. The quasar 3C 273, object of this study, was the first to have its spectrum identified, and it has the largest amount of observational data known. Using the Matlab language, we performed a spectro-temporal analysis of the light curves of 3C 273 in an attempt to discover how this object behaves seen in different bands of the electromagnetic spectrum. We believe that the non-extensive formalism of statistical mechanics developed by the physicist C. Tsallis provides a robust mathematical tool for describing the behavior and properties exhibited by this object, and, as a result, we show the relationship between the energy E of radiation and the entropy index, q . Therefore, our objective is to show the behavior of the entropic index q seen in different bands, since this parameter is directly related to the tail extension of our distributions, which, in turn, can be related to a given physical phenomenon associated that frequency range. Through the mentioned procedure, we were able to find a correlation between some spectrum bands, and this can be an indication that the same physical mechanism operates in these frequency/energy bands. Finally, we show that non-extensive statistical mechanics is, in fact, the theory that best fits the behavior of this cosmic object, and the results presented here can be generalized in studies that analyze the spectrum of other celestial objects.

Keywords: quasar 3C 273; entropic index; light curves; statistical mechanics; non-extensivity.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 –	Imagens sobrepostas da radiogaláxia Centauro A, vista na faixa do óptico e do rádio. É possível visualizar os enormes jatos de radiação que são emitidos pela parte central da galáxia.	15
Figura 2 –	Concepção artística de um quasar e todas as suas principais estruturas. . . .	18
Figura 3 –	Esquema simplificado da geometria associada a um movimento superluminal.	18
Figura 4 –	Variabilidade do quasar 3C 273 vista na faixa do óptico, sendo um dos registros mais antigos que se têm conhecimento.	21
Figura 5 –	Imagem do quasar 3C 273 registrada pelo Telescópio Espacial Hubble (HST).	22
Figura 6 –	Função de distribuição q-Gaussiana. Observe que para diferentes valores de q , a curva resultante possui uma forma que diverge da gaussiana padrão.	38
Figura 7 –	Distribuição espectral da energia de um AGN. Observe que esse diagrama fornece informações sobre como essa energia se distribui pelas diferentes componentes de um AGN, e isso é mostrado pela tonalidade e forma das linhas. Observe, também, que praticamente cada um dos fenômenos descritos está associado a uma região específica do AGN.	39
Figura 8 –	Ilustração artística do RXTE em operação durante sua missão de coleta de dados.	41
Figura 9 –	Curva de luz do 3C 273 em Raios-X para uma energia de 200 KeV.	41
Figura 10 –	Série temporal registrada na faixa de raios-X com energia de 10 KeV.	42
Figura 11 –	Observação do 3C 273 na faixa do Ultravioleta, com comprimento de onda de 3000 Å.	43
Figura 12 –	Distribuição de energia de 1100 GeV. Observe que efeitos altamente energéticos tornam-se bem visíveis nessa distribuição. Observe, também, que a série está centrada em zero; é nessa região que a Gaussiana padrão é válida.	45
Figura 13 –	Distribuição dos incrementos $\Delta x(t)$ para o Quasar 3C 273 observados nas frequências de 8 a 15 GHz. O parâmetro τ cresce de baixo para cima e o perfil da distribuição indica que existem diferenças marcantes em diferentes escalas e que podem indicar mecanismos distintos que controlam a dinâmica do referido quasar.	46

Figura 14 – Distribuição normalizada referente a uma curva de luz registrada no óptico, com $\lambda = 4,21 \cdot 10^{-7}$ m e $q = 1,54$. Esse gráfico representa um ajuste <i>q-Gaussiano</i> realizado sobre uma distribuição semelhante à da Figura 13. . . .	47
Figura 15 – O gráfico abaixo relaciona os valores de energia com seus respectivos valores de q , correspondente à faixa de raios-X, cujos valores estão dispostos na Tabela 2. Cada ponto no gráfico representa uma série temporal (com uma dada energia associada), e mantemos o valor de τ igual a 1.	51
Figura 16 – Diagrama que ilustra a relação da energia E em relação a q , usando as quatro séries com comprimentos de onda que variam entre 1300 e 3000 Å.	52
Figura 17 – Esses gráficos ilustram o comportamento do índice entrópico em função do energia para as demais faixas do espectro presentes em nossa amostra. . . .	53
Figura 18 – Gráfico que colige toda a nossa amostra. Os pontos de cada série estão representados pelas seguintes cores: raios-x (preto), UV (lilás), óptico (verde), infravermelho (vermelho), mm/submilimétrico (azul) e rádio (laranja). . . .	54

LISTA DE TABELAS

- Tabela 1 – Agrupamento de todos os dados observacionais (frequência/energia, período de observação, número de pontos) referentes a cada faixa espectral. Essas informações estão hospedadas nos bancos de dados ISDC e HEAVENS que já foram apresentados anteriormente. 44
- Tabela 2 – Valores do índice entrópico correspondentes a cada curva de luz (com sua energia e comprimento de onda associados), cobrindo dos raios-X até o rádio (de cima pra baixo), juntamente com os respectivos valores para o desvio padrão da amostra e o valor do teste Qui-quadrado. 49

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
1.1	Objetivos deste Trabalho	12
1.1.1	<i>Objetivo Geral</i>	12
1.1.2	<i>Objetivos Específicos</i>	13
1.2	Plano de Trabalho	13
2	QUASARES	14
2.1	Um breve histórico	14
2.2	Quasar 3C 273	20
3	UMA BREVE DESCRIÇÃO DA MECÂNICA ESTATÍSTICA	24
3.1	Fundamentos matemáticos da Estatística	24
3.1.1	<i>Probabilidade</i>	24
3.1.2	<i>Funções de distribuição</i>	26
3.2	Termodinâmica Clássica	28
3.3	Postulados da Termodinâmica Estatística	31
3.4	Mecânica Estatística não-extensiva	34
4	DADOS OBSERVACIONAIS	39
4.1	Espectro em Raios-X	40
4.2	Ultravioleta-óptico	42
5	RESULTADOS E DISCUSSÕES	45
5.1	Determinação do Índice entrópico q em função da Energia	46
6	CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS	56
	REFERÊNCIAS	58

1 INTRODUÇÃO

Ao longo de toda a história da astronomia, quase todas as grandes descobertas foram feitas em termos da coleta de radiação eletromagnética, em especial a parte visível do espectro. A maior parte das informações obtidas acerca dos objetos celestes é feita através da análise da radiação que é detectada por sensores, e a partir disto, é possível fazer medidas acerca de propriedades importantes como a luminosidade, brilho, variabilidade, etc., que podem ser usados como parâmetros para inferir sobre atributos como a massa do objeto, distância, composição química, etc (LANG, 2013).

Diversos objetos celestes se destacam por possuírem uma alta luminosidade, brilho, variabilidade, etc., que em grande medida, é resultado de algum mecanismo que provê a energia necessária para o objeto exibir tais atributos. Dentre esses objetos, os *quasares* são os que possuem maior destaque, pois estes objetos celestes estão entre os mais extremos do universo. Descobertos em 1961, os quasares são os objetos conhecidos com maior luminosidade já observada¹, especialmente por se tratarem de objetos extremamente compactos (ROBINSON *et al.*, 1994).

A palavra *quasar* é derivada do termo *Quasi Stellar Radio Sources* (Fonte de rádio quase estelar), e o primeiro objeto desse tipo foi o Quasar 3C 273, descoberto por astrônomos da universidade de Cambridge, em 1963, e será o objeto de estudo deste trabalho. Sua observação foi acompanhada pela detecção de intensas ondas de rádio, embora tivesse uma assinatura na faixa ótica bem próxima a de uma estrela. Por um determinado tempo, acreditou-se que a intensa luminosidade dos quasares devia-se a um processo de aniquilação de matéria e antimatéria em alguma região bem concentrada do espaço. Hoje, sabe-se que se tratam de buracos negros em um intenso processo de acreção de matéria, cuja ocorrência se dá no núcleo de determinadas galáxias, que, por sua vez, recebem o nome de AGN (Active Galactic Nuclei)². (ROBINSON *et al.*, 1994).

Em virtude dos vários mecanismos físicos associados a estes objetos, os quasares mostram-se como excelentes candidatos a servirem de teste para nossas melhores teorias em astrofísica, especialmente quando se dispõe de um grande número de observações, e nos mais

¹ Em verdade, as explosões de raios gama são ainda mais luminosas que os quasares. Entretanto, as possíveis fontes causadoras dessas emissões emitem energia de forma bastante instável, como é o caso de uma alguma estrela gigante que se encontre fora da *sequência principal*.

² AGN é um tipo de galáxia que possui um núcleo extremamente compacto e uma altíssima luminosidade, além de emitir continuamente radiação não térmica. Em geral, podem ser identificadas pelos imensos jatos de radiação que podem ser expelidos de seu centro

diferentes comprimentos de onda, como é o caso do 3C 273. Para se ter uma ideia, este quasar, cuja denominação advém do fato de ser o objeto de número 273 do terceiro catálogo de fontes de rádio de Cambridge, possui uma luminosidade equivalente a de 1000 galáxias, sendo que, em média, cada galáxia possui até 100 bilhões de estrelas (PETERSON, 1997).

O 3C 273, entretanto, não é único no universo. Ao longo das décadas que se seguiram à sua descoberta, diversos novos objetos desse tipo foram localizados, com destaque para o J0313-1806, considerado o quasar mais distante já observado. Como dito anteriormente, os quasares são ótimos candidatos a verificação experimental de muitas teorias da física, e uma delas é a mecânica estatística. No entanto, a formulação padrão da mecânica estatística (estatística de Boltzmann-Gibbs) não daria conta de descrever muitos dos processos físicos associados a atividade radiativa de um quasar, pois a mesma limita-se ao tratamento de sistemas que se encontram em condições de equilíbrio termodinâmico, que é um caso ideal de situações mais complexas, e o 3C 273 é justamente um sistema que se encontra fora do equilíbrio termodinâmico. A generalização não extensiva para o formalismo de Boltzmann-Gibbs, proposta pelo físico Constantino Tsallis (TSALLIS, 1988), oferece todo um novo aparato matemático que auxilia-nos no tratamento de sistemas que apresentam uma enorme dificuldade em serem modelados, como é o caso de um quasar, que é um sistema aberto e que possui interações de longo alcance, que são particularidades que podem ser exploradas pela mecânica estatística não-extensiva, embora existam outras formulações teóricas que também encontram êxito na modelagem desse tipo de problema (VIANA; FREITAS, 2020).

A distribuição de energia do espectro do 3C 273 pode ser descrita por uma dada lei de potência, como é o caso dos problemas envolvendo o modelo de corpo negro. A análise espectral, bem como a observação da periodicidade e variabilidade, permitem inferir algumas características sobre o quasar 3C 273 e de que maneira elas se relacionam com as demais propriedades, e tudo isso pode ser melhor descrito usando as ferramentas matemáticas presentes na *q-estatística*.

1.1 Objetivos deste Trabalho

1.1.1 Objetivo Geral

Nosso trabalho tem como principal objetivo verificar o comportamento do índice entrópico, q , analisado nas múltiplas frequências do espectro eletromagnético, tendo por base

os princípios e parâmetros estabelecidos pela mecânica estatística não-extensiva de Tsallis. Dessa forma, conseguiremos observar a dependência funcional de q com a energia E associada aos comprimentos de onda das séries temporais e, dessa forma, conjecturar sobre os possíveis mecanismos físicos por trás disso, tendo sempre por base os resultados presentes na literatura.

1.1.2 *Objetivos Específicos*

- Verificar que a distribuição espectral do quasar obedece ao formalismo não-extensivo da mecânica estatística.
- Verificar o modo como os comprimentos de onda e a energia variam em função do índice entrópico, q .
- Procurar determinar quais processos físicos podem estar associados aos resultados.

1.2 Plano de Trabalho

O presente trabalho será organizado com a seguinte estrutura:

- No capítulo 1, apresentamos uma breve introdução ao tema da dissertação, com o intuito de oferecer ao leitor um panorama geral acerca da pesquisa, bem como relatar o objetivo geral do trabalho.
- No capítulo 2, iremos apresentar uma sucinta descrição sobre os quasares e seu processo de formação, e de que maneira o conceito e informação acerca desse objeto vem mudando com o tempo, e também detalhar sobre o quasar 3C 273, que é nosso objeto de estudo.
- No capítulo 3, iremos apresentar um breve resumo da mecânica estatística de Boltzmann-Gibbs, e, em seguida, descrever sucintamente a generalização desse formalismo explorando alguns dos resultados do trabalho de Tsallis. Também iremos apresentar um breve resumo da fundamentação matemática encontrada na estatística, mostrando alguns resultados que são de grande interesse prático para a física.
- No capítulo 4, iremos apresentar o conjunto de dados empíricos sobre o Quasar 3C 273. Uma descrição das informações também será feita.
- No capítulo 5, iremos apresentar nossos resultados obtidos e estabelecer as devidas comparações com a literatura.
- No capítulo 6, por fim, apresentamos nossas conclusões e perspectivas sobre novos trabalhos.

2 QUASARES

2.1 Um breve histórico

Como foi destacado na introdução deste trabalho, a grande maioria das descobertas astronômicas foram feitas através da coleta de radiação emitida pelos objetos estudados, em especial, a parte visível do espectro eletromagnético. A divisão existente no espectro foi fundamental para que os astrônomos pudessem catalogar os objetos que eram constantemente observados, pois cada faixa do espectro pode revelar uma característica fundamental sobre o corpo celeste pesquisado, como sua taxa de emissão de radiação, temperatura, composição química, etc, e objetos como quasares, que são o objeto de estudo deste trabalho, apresentam uma intensa emissão radiativa em várias faixas do espectro, e a análise adequada dessa radiação possibilita identificar a morfologia desse objeto, podendo revelar, assim, sua natureza e possível origem (SILK; REES, 1998).

Os quasares, assim como as estrelas, planetas, cometas, etc, são apenas mais um tipo de objeto cósmico que reside no universo. Apesar de ser considerado um objeto *próprio*, isto é, que possui características e propriedades que o definem como tal, um quasar se trata, em verdade, de uma "combinação" de outros objetos celestes, e que se encontram em uma intensa atividade interativa (ELVIS, 2000).

Sua descoberta se deu no início da década de 1960, período em que muitos astrônomos faziam grande uso dos recém-inventados *radiotelescópios*, que são antenas enormes - algumas podendo possuir mais de 20 metros de diâmetro - e que possuem a finalidade de detectar ondas de rádio emitidas por um determinado corpo. Durante a década de 1950, muitas galáxias foram identificadas como fortes fontes emissoras de radiação na faixa do rádio (que possui comprimento de onda da ordem de centímetros ou metros), e a essas galáxias dá-se o nome de *radiogaláxias* (JACKSON; BROWNE, 1990). Observadas nessa faixa do espectro, as radiogaláxias se caracterizam, dentre outras coisas, por apresentarem jatos (ou lobos) de radiação sendo emitidos pelo disco da galáxia e em direções opostas, como pode ser visualizado na imagem abaixo.

Vista apenas na faixa do rádio, a galáxia da figura 2 apresenta dois gigantes jatos de radiação sendo emitidos de uma região diminuta e concentrada em seu centro. Por volta da mesma época, vários astrônomos, em especial o americano Thomas Matthews, descobriram algumas radiofontes que não possuíam esses jatos de matéria, mas apresentavam uma intensa

Figura 1 – Imagens sobrepostas da radiogaláxia Centauro A, vista na faixa do óptico e do rádio. É possível visualizar os enormes jatos de radiação que são emitidos pela parte central da galáxia.



Fonte: <http://lilith.fisica.ufmg.br/dsoares/reino/quasar.htm>

emissão na faixa do rádio (SOARES, 2008).

Utilizando os dados fornecidos por Matthews, o também norte-americano Allan Sandage (1926-2010) descobriu que a radiofonte 3C 48 possuía uma posição no céu que coincidia com a de uma fraca estrela. No entanto, Sandage sabia que o objeto em questão não se tratava de uma estrela, pois as estrelas não emitem ondas de rádio na magnitude observada, sem contar que possuem uma emissão na faixa visível que é bastante característico. Sendo assim, o objeto se parecia com uma estrela, mas não possuía exatamente o espectro de uma, e é daí que vem o termo *quasar*, que significa *Quasi Stellar Radio Sources* (Fonte de rádio quase estelar).

O primeiro quasar a ter seu espectro identificado e analisado foi o 3C 273, que é o objeto de estudo deste trabalho, e seu nome advém do fato de ser o o objeto de número 273 do terceiro catálogo de radiofontes do Rádio-observatório de Cambridge, na Inglaterra. Em 1963, Maarten Schmidt (SCHMIDT, 1963), estudando o espectro do 3C 273, verificou que se os comprimentos de onda por ele analisados estivessem deslocados cerca 16% para faixas com comprimento de onda maior, então o espectro do hidrogênio podia ser identificado através desse processo (SOARES, 2008). Isso significa que os quasares não apenas estavam a uma distância

gigantesca de nós, como também deslocavam-se a uma velocidade extremamente grande, e isso está em perfeito acordo com a proposta feita por Edwin Hubble em 1929, onde o mesmo afirmou, com base no trabalho do belga Georges Lemaitre (1894-1966), que o Universo como um todo encontra-se em um estado de expansão, sendo a velocidade de recessão de objetos distantes (Hubble formulou sua hipótese estudando galáxias distantes) diretamente proporcional a sua distância até nós, cuja expressão, conhecida como *Lei de Hubble-Lemaitre*, pode ser escrita como

$$v = H_0 d \quad (2.1)$$

onde v é a velocidade de recessão da galáxia, H_0 é a chamada constante de Hubble, cujo valor é de 73 km/s/Mpc, e d é a distância da galáxia até nós.

Quando se observa uma galáxia distante qualquer e vê-se que seu espectro é, por exemplo, 46 % maior do que nossas tabelas-padrão, pode-se concluir que o universo é agora 46 % maior do que quando a luz partiu dessa galáxia (WEINBERG, 1979). A descoberta feita por Schmidt não apenas ajudou a determinar as distâncias até os quasares, como também serviu de suporte empírico para a teoria do Big Bang, que, dentre outras coisas, previa que devido a expansão do espaço-tempo, os comprimentos de onda da radiação emitida por objetos distantes seria alongada devido ao *efeito Doppler*. Nesse caso, diz-se que a radiação por nós observada sofreu um "deslocamento para o vermelho", ou *redshift*.

O *redshift*, que é representado pelo parâmetro z , pode ser escrito como a razão entre a velocidade de afastamento do objeto e a velocidade da luz, ou seja, $z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v}{c}$, que é válido para casos em que $z \leq 1$. Entretanto, nas décadas que se seguiram, muitos quasares foram detectados com *redshifts* de até 6,43, o que equivale a dizer que tal objeto se moveria com 6,43 vezes a velocidade da luz, de acordo com a fórmula para o deslocamento Doppler (KEPLER;SARAIVA, 2017). No entanto, para casos em que o objeto possui um deslocamento para o vermelho tão grande, é preciso usar o deslocamento Doppler relativístico para calcular sua velocidade, que pode ser escrito como

$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \sqrt{\frac{(1+v/c)}{(1-v/c)}} - 1 \quad (2.2)$$

onde v é a velocidade de afastamento do objeto e c é a velocidade da luz no vácuo. Considerando

a equação acima e que $z = \frac{v}{c}$, a velocidade de um quasar pode ser determinada por (ARP, 1988):

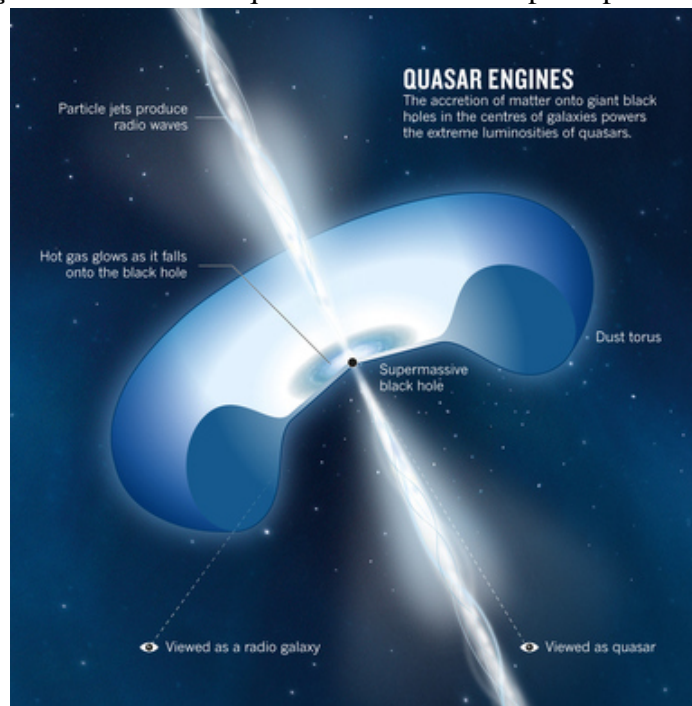
$$\frac{v}{c} = \frac{(1+z)^2 - 1}{(1+z)^2 + 1} \quad (2.3)$$

Utilizando a equação acima, juntamente com a Lei de Hubble-Lemaitre (33), é possível determinar a distância até o quasar ou galáxia de interesse. A esta altura, o leitor deve estar se perguntando qual é o mecanismo físico associado a esse objeto cósmico tão magnífico. Por ser um objeto com assinatura espectral de difícil interpretação e uma formidável fonte de energia (em geral não térmica), os quasares permaneceram como um dos objetos celestes mais intrigantes já descobertos. No entanto, por volta da mesma época, a ideia acerca da existência de *buracos negros* se tornava cada mais vez mais aceita e consolidada entre os físicos e cosmólogos, e daí surgiu uma hipótese promissora.

Em 1964, Edwin Salpeter (SALPETER, 1964) e Yakov Zel'dovich (ZEL'DOVICH, 1964) propuseram que os quasares são objetos associados à buracos negros, e, neste caso, um quasar nada mais seria do que uma galáxia com um buraco negro fortemente ativo em seu centro, e a essa configuração, como já foi mostrado, dá-se o nome de *Núcleo Ativo de Galáxia* (AGN). Essas "galáxias ativas", que é o jargão utilizado em astronomia para descrever galáxias com essa característica, podem ser classificadas de acordo com sua aparência e o tipo de radiação que emitem. Os quasares, que são um dos tipos de galáxias ativas, se caracterizam por serem objetos extremamente compactos, e hoje sabe-se que um buraco negro supermassivo reside em seu interior. A enorme produção de energia e luminosidade dos quasares deve-se ao fato de que o buraco negro supermassivo no núcleo dessa galáxia, com dimensões semelhantes ao do sistema solar (muitas vezes até maior!), se encontra em um intenso processo de *acrecção* de matéria, isto é, o material existente no espaço circundante acaba espiralando no *disco de acreção*, e, por conservação do momento angular, parte dessa matéria é ejetada pelo buraco negro, formando, assim, os jatos de radiação observados na figura 2. O gás que se encontra em rotação no disco de acreção se aquece devido o atrito e a alta aceleração a que está submetido, emitindo intensa radiação em diversas faixas do espectro. A estrutura de um quasar pode ser ilustrada na figura abaixo.

Observando a figura, é possível notar que, além das estruturas já mencionadas, a morfologia de um quasar também é acompanhada pela existência de um *toro*, que pode dificultar a observação do disco de acreção, dependendo do ângulo de visada. A propósito, o ângulo em

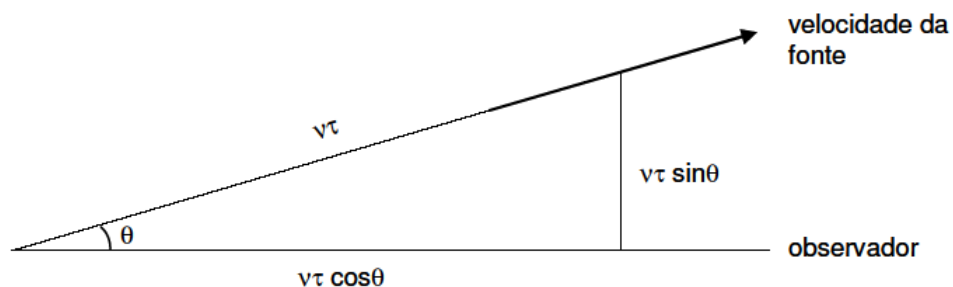
Figura 2 – Concepção artística de um quasar e todas as suas principais estruturas.



Fonte: <https://futurism.com/rotational-axes-quasars-aligned>

que se faz determinada observação de uma galáxia ativa desempenha um papel preponderante na explicação de um fenômeno intrigante, que é o fato dos jatos de radiação aparentemente deslocarem-se a uma velocidade superior à velocidade da luz, e que por isso recebem o nome de *movimentos superluminais*, e que foram observados diretamente em 1977 (COHEN *et al.*, 1977). Na realidade, trata-se apenas de uma projeção que pode ser observada a um ângulo θ com relação à linha de visada (HARTWICK; SCHADE, 1990). A geometria envolvida nesse tipo de situação pode ser melhor ilustrada com a figura abaixo

Figura 3 – Esquema simplificado da geometria associada a um movimento superluminal.



Fonte: (RIEGER, 2001)

Considere que, num instante t_0 , o observador vê o material ejetado coincidindo com

o núcleo. No instante seguinte, o material teria se deslocado uma dada distância r_0 , cujo tempo para tal ocorrência seria dado por $t_1 = \frac{r_0}{c}$. Com o decorrer do tempo, o observador vê o material se afastar do núcleo e da linha de visada por uma distância Δy dada por $vt_0 \sin \theta$. Sendo assim, em um instante t_2 , tem-se

$$t_2 = t_0 + \frac{r_0}{c} + \frac{vt_0 \cos \theta}{c} \quad (2.4)$$

onde $vt_0 \cos \theta$ representa a distância horizontal percorrida pela fonte, e que, no referencial analisado, o observador julga como sendo um movimento superluminal, ou seja, que se dá a uma velocidade superior à velocidade da luz (REES, 1966). O intervalo entre os dois instantes considerados é dado por

$$\Delta t = t_2 - t_1 = t_0 + \frac{r_0}{c} + \frac{vt_0 \cos \theta}{c} - \frac{r_0}{c} \quad (2.5)$$

que resulta em

$$\Delta t = t_0 \left(1 - \frac{v \cos \theta}{c} \right) \quad (2.6)$$

Sendo assim, a velocidade aparente desse jato relativístico pode ser calculada por

$$v = \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{vt_0 \sin \theta}{t_0 \left(1 - \frac{v \cos \theta}{c} \right)} \quad (2.7)$$

que resulta em

$$v = \frac{v \sin \theta}{\left(1 - \frac{v \cos \theta}{c} \right)} \quad (2.8)$$

Observe que a velocidade aparente é máxima quando se tem $\frac{v}{c} = \cos \theta$, e, dessa forma, elimina-se a dependência do ângulo θ , já que $\sin \theta = (1 - \cos^2 \theta)^{\frac{1}{2}}$, que resulta em

$$v_a = v \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{-1/2} \quad (2.9)$$

onde v_a é a velocidade aparente, e para $\frac{v}{c} = 0,9$, tem-se $v_a = 2,06c$, ou 618000 km/s!

Muitas outras características associadas aos quasares poderiam ser destacadas e abordadas, mas sua física é demasiada extensa e complexa, exigindo um trabalho próprio sobre isto, e que foge ao escopo deste trabalho. A seguir será feita uma breve apresentação sobre o quasar 3C 273, e no capítulo seguinte será apresentado um conjunto de dados empíricos concernentes ao 3C 273, com o propósito de observar o comportamento de seu espectro visto em diferentes frequências.

2.2 Quasar 3C 273

Diferentes técnicas de *sensoriamento remoto* podem ser utilizadas para se fazer a observação de determinado objeto, e a história de descoberta do 3C 273 representou não só um grande marco para as técnicas de observação e astronomia em si, como também para a física teórica, pois como foi visto nesse capítulo, sabe-se que os quasares são objetos cuja existência está relacionada aos buracos negros, que são objetos cósmicos previstos teoricamente antes de serem detectados.

Como foi relatado anteriormente, o quasar 3C 273 foi o primeiro a ter seu espectro identificado. Nos anos de 1962 e 1963, uma série de ocultações lunares do quasar - cujo nome deriva do fato de ser o objeto de número 273 do terceiro catálogo de Cambridge - permitiu aos astrônomos identificarem que esse objeto, na realidade, se tratava de uma fonte dupla, sendo que uma dessas componentes possuía um aspecto visto no óptico bastante similar ao de uma estrela (HAZARD *et al.*, 1963). É justamente daí que se associou a ideia de que essas diferentes fontes seriam jatos de radiação emitidos em diferentes direções por um objeto central até então desconhecido (SCHMIDT, 1963).

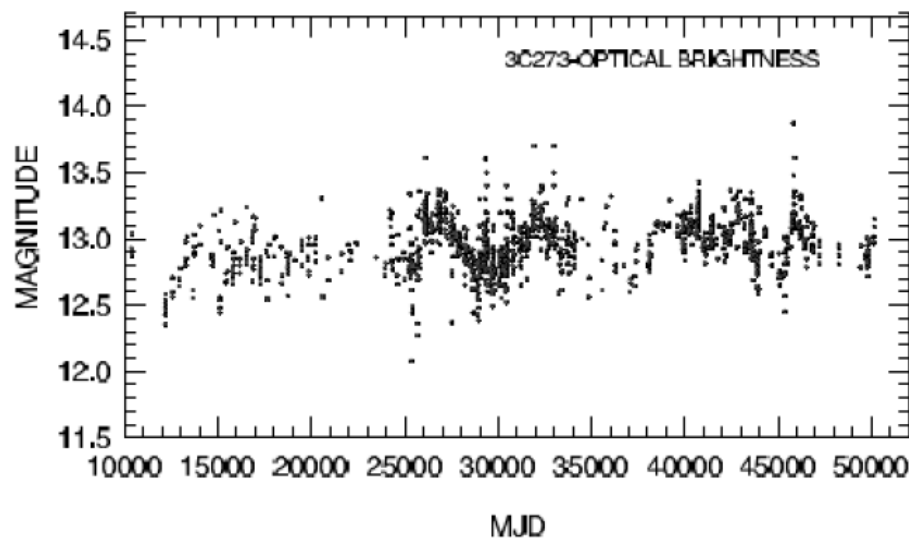
McHardy (1999) e Soldi (2008) sugeriram que a intensa emissão em rádio dos jatos poderia ser explicada pela emissão sincrotônica dos elétrons relativísticos presentes no lobo de radiação (SOLDI *et al.*, 2008), e que pode ser facilmente observado devido a assimetria dos lóbulos de radiação. 3C 273, observado em todos os comprimentos de onda, apresenta uma energia acima de 100 MeV, o que faz com que o mesmo também seja classificado como um *blazar*¹, sendo que o mesmo ainda possui características de uma galáxia *Seyfert* (TURLER *et al.*, 1999).

A notação Blazar também é utilizada para categorizar AGN's que possuem uma alta

¹ Um Blazar é mais um objeto associado a buracos negros supermassivos e que reside nos centros de algumas galáxias. São fontes de radiação extremamente compactas e altamente variáveis.

taxa de *polarização*, e isto é curioso pois o 3C 273 possui uma polarização média menor que 1% no visível (VALTAOJA *et al.*, 1991). Para se ter uma ideia, a polarização óptica da maioria dos Blazaares pode chegar, em média, a 10% e 15%, valores superiores a 40% já foram observados em alguns objetos (IMPEY *et al.*, 1989). Com o advento dos sensores e técnicas modernas, a variabilidade do quasar pôde ser analisada em todos os comprimentos de onda observados. No entanto, um esboço de sua variabilidade no óptico pôde ser feita ainda em meados do século XIX (período em que se fez a descoberta dos ondas eletromagnéticas), e que pode ser visto na figura abaixo.

Figura 4 – Variabilidade do quasar 3C 273 vista na faixa do óptico, sendo um dos registros mais antigos que se têm conhecimento.



Fonte: (MANCHANDA, 2002).

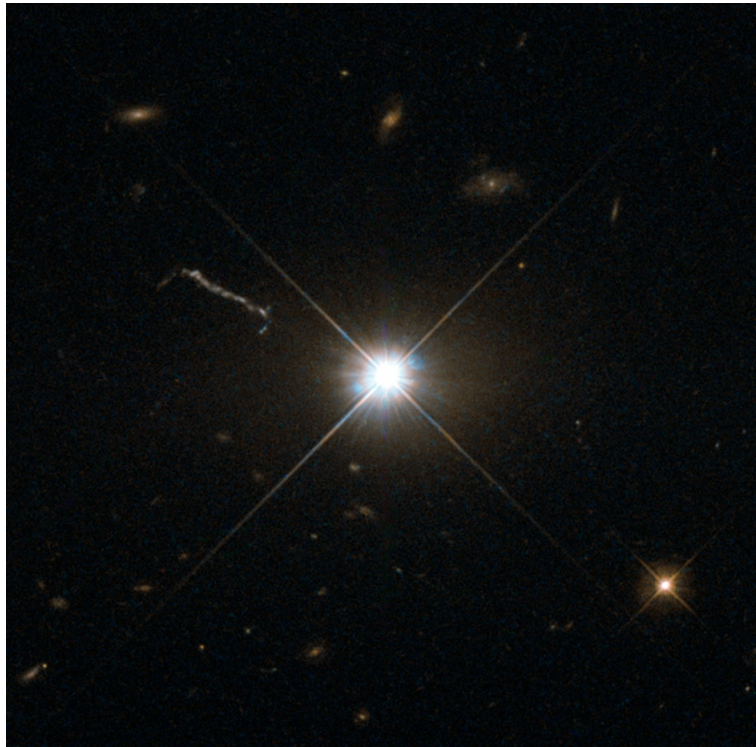
A variabilidade dos quasares também pode estar associada a efeitos de *lentes gravitacionais* provenientes de objetos ultra compactos que se encontram em nossa linha de visada, e isso pode interferir de forma significativa as observações (ULRICH *et al.*, 1997). O estudo das curvas de luz e da periodicidade das explosões observadas no espectro dos quasares são um recurso valioso para se descobrir quais são os mecanismos físicos responsáveis pelo comportamento desse objeto estupendo. A amplitude dessas explosões, cuja ocorrência está diretamente relacionada á frequência da radiação observada (aumenta para frequências maiores), pode ser melhor compreendida com o modelo de ondas de choque se propagando pelo jato relativístico proposto por Marshner e Gear (MARSCHER; GEAR, 1985). Além disso, notou-se que, para altas frequências, as explosões eram de mais curta duração e provinham de regiões mais próximas ao

centro do objeto, ao passo que, para baixas frequências, as explosões apresentavam uma maior duração (TÜRLER et al., 1999).

O recrudescimento de informações sobre os quasares, que é resultado do aumento no número de instrumentos de detecção, têm possibilitado aos pesquisadores determinar com maior precisão possíveis variabilidades associadas ao espectro desses objetos, que é um recurso extremamente valioso para os astrônomos. Hoje, se conhece mais de 247 mil quasares com variabilidades periódicas detectadas por métodos espectroscópicos (GRAHAM *et al.*, 2015). É sabido que, quando se leva em conta a massa do buraco negro central, têm-se uma relação de proporcionalidade entre essas duas grandezas, ou seja, quanto maior for o período da variabilidade observada de um quasar, maior será sua massa (CAMENZIND, 1991).

Por ser um dos pioneiros, o 3C 273 é o mais conhecido e também o mais brilhante quasar do céu noturno, apresentando uma luminosidade equivalente a de 1000 galáxias com cerca de 100 bilhões de estrelas cada uma! A imagem abaixo foi registrada por uma das câmeras de campo ultra-profundo do telescópio espacial Hubble, e dá uma ideia do elevadíssimo brilho desse objeto.

Figura 5 – Imagem do quasar 3C 273 registrada pelo Telescópio Espacial Hubble (HST).



Fonte: <https://www.nasa.gov/content/goddard/nasas-hubble-gets-the-best-image-of-bright-quasar-3c-273/>

Como mencionado, visto na faixa do óptico, o 3C 273 se assemelha muito a uma

estrela fraca, com magnitude aparente de 12,9, mas com magnitude absoluta de -26,7. Possui um *redshift* de $z = 0,158$, que implica que sua velocidade de recessão é cerca de 16% da velocidade da luz, ou 48000 km/s. Usando a lei de Hubble tal como apresentada na equação (33), e com $H_0=73\text{km/s/Mpc}$, pode-se calcular que a distância até o quasar é de 640 Mpc, e considerando que $1\text{pc} = 3,26$ anos-luz, têm-se que a distância até o quasar é de aproximadamente 2 bilhões de anos-luz.

Acredita-se que o buraco negro supermassivo em seu centro, cujo conjunto completo se encontra em uma galáxia elíptica na constelação de Virgo, com magnitude de 16,4, possui uma massa estimada em cerca de 10^9 vezes a massa do Sol (TÜRLER et al., 1999).

Como pode ser visto, os quasares estão entre os objetos mais extremos que se conhece, o que faz com que seus atributos exibam valores extremamente altos, e isso faz com que esses objetos possuam propriedades que não obedecem às leis de potência presentes no formalismo padrão da mecânica estatística. A variabilidade presente nas curvas de luz do 3C 273 fornece um ótimo indício do modo como a *não-extensividade* afeta o comportamento desse objeto nas diferentes frequências do espectro, e isso pode ser quantificado mediante a obtenção dos valores do índice entrópico, q . Assim como a mudança de um dado atributo revela uma dada característica de um sistema físico, a mudança dos valores de q também pode revelar quais são os prováveis mecanismos físicos que influenciam no comportamento de um dado objeto, sem contar que também é possível determinar a sua dependência com o avanço no tempo (FREITAS; MEDEIROS, 2009), o que possibilita determinar quais serão as possíveis configurações que podem ser ocupadas por um dado sistema físico.

Condicionada pelo ideal de unificação, a física preza por generalizações e simplificações oriundas de observações empíricas, e a aplicação bem-sucedida do formalismo não-extensivo da mecânica estatística - juntamente com os resultados e descobertas relatados na literatura - nos encoraja a estender os limites de aplicação dessa magnífica teoria para outros campos de pesquisa, como é o caso da astrofísica de objetos compactos e AGN's em geral, e a quantidade de dados referentes ao quasar 3C 273 nos ajuda a descobrir o quão fora do equilíbrio termodinâmico esse objeto se encontra. No capítulo 4, será feita a descrição e apresentação dos dados observacionais referentes ao quasar.

3 UMA BREVE DESCRIÇÃO DA MECÂNICA ESTATÍSTICA

3.1 Fundamentos matemáticos da Estatística

Neste capítulo, será apresentado um breve resumo acerca dos fundamentos físicos (que são alguns princípios da termodinâmica e da mecânica estatística) e matemáticos que alicerçam a presente pesquisa.

3.1.1 *Probabilidade*

Desde seu surgimento, o homem sempre apresentou uma inclinação natural para inquirir sobre as coisas que o cercam. O desejo insaciável pelo saber é o principal fator responsável pelas grandes revoluções intelectuais e tecnológicas promovidas pelo *homo sapiens*. Dentre essas conquistas, é certo que, entre todos os grandes pensadores, o desenvolvimento da linguagem desempenha um papel preponderante nessa questão. Com o decorrer do tempo, a linguagem deixou de ser tratada apenas como um recurso cognitivo destinado a comunicação e passou a ser encarada por uma nova perspectiva, mais genuína e formidável, que é a transmissão de conhecimento e informação.

A matemática certamente é um construto humano que se configura também como uma linguagem, dado todo o seu potencial descritivo, comunicativo e preditivo. Um dos principais objetivos de um matemático é descobrir as possíveis relações que os entes matemáticos (que podem muito bem representar alguma grandeza física) guardam entre si. Muitas dessas relações podem ser descritas por métodos probabilísticos e estatísticos, considerando que os fenômenos em questão estejam sujeitos ao *acaso*, isto é, à tendência de alguns fenômenos exibirem resultados diferentes mesmo sendo executados em condições idênticas. Tais ocorrências são ditas "aleatórias", pois seus resultados não podem ser conhecidos de antemão.

A estatística é um ramo da matemática que, em essência, lida com a coleta, organização e manejo dos mais diferentes tipos de dados, que podem ser coletados das mais diferentes maneiras (TRIOLA *et al.*, 2005). Métodos estatísticos são sempre requeridos na análise de um problema quando há uma determinada incerteza acerca do processo de medição, bem como a existência de um grande número de indivíduos ou entidades envolvidas no problema. Como a *quantidade* é um fator preponderante, não faltam fenômenos na natureza que obedecem a um determinado comportamento estatístico, e descobrir as leis que governam esses comportamentos é o objetivo do físico-matemático.

O lançamento de um dado é comumente o exemplo mais trivial a ser apresentado quando o assunto é probabilidade e estatística. Como não se pode prever em qual face irá cair o dado, o melhor que pode ser feito é atribuir uma determinada *probabilidade* a cada um dos possíveis resultados, que, neste caso, são as faces do dado. A indeterminação associada a este fenômeno deve-se ao fato de que, em tese, a pessoa que realiza o experimento não dispõe do conhecimento acerca de quantas e quais são as variáveis envolvidas no fenômeno, que, conseqüentemente, determinam sua ocorrência.¹ A probabilidade associada à ocorrência de um determinado acontecimento aleatório r pode ser especificada por uma função $P(r)$, no qual N_r representa o número de vezes em que r ocorre. A probabilidade $P(r)$ é dada pela razão entre o número de eventos na população em que r ocorre e a quantidade total N , isto é,

$$P(r) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{N_r}{N} \quad (3.1)$$

onde o limite acima representa a visão "frequentista" de probabilidade. Essa é a definição de probabilidade comumente apresentada na grande maioria de livros texto de estatística (MAGALHÃES; LIMA, 2002). Observe que a probabilidade é definida quando se considera um número N muito grande de eventos, e aqui cabe fazer um comentário muito importante, considerando que a mecânica estatística tem por base esses fundamentos matemáticos. Considerando o exemplo do dado acima, pode-se calcular a probabilidade de se obter uma determinada face de duas maneiras:

1. lançar um único dado N vezes sucessivas, sempre nas mesmas condições iniciais;
2. imaginar que, ao invés de se dispor de um único dado, a pessoa realiza a experiência com um enorme conjunto de dados idênticos, todos lançados sob circunstâncias iguais, e, dessa forma, ela executa a experiência uma única vez para cada dado.

Essa diferença no modo como a experiência pode ser executada é de grande interesse para a mecânica estatística, pois permite que seja apresentado um dos conceitos fundamentais da teoria, que é o de "coletivos estatísticos" ou *ensembles*, e que será apresentado em maior detalhe em seções posteriores.

Agora, imagine uma experiência que pode resultar num número N de resultados distintos, ou seja, a obtenção de um resultado necessariamente implica na não obtenção de outro.

¹ Essa probabilidade não pode ser confundida com o que ocorre na mecânica quântica, no qual o uso de probabilidades é intrínseco à teoria. Em outras palavras, a indeterminação associada a posição de um objeto quântico, por exemplo, não se deve à ignorância do observador, pois isso é inerente à teoria, ou seja, é algo intrínseco ao comportamento da natureza em escala microscópica.

O lançamento de um dado pode novamente ser usado como exemplo. Para o acontecimento 1, associa-se o valor r_1 , para o acontecimento 2 tem-se r_2 , e assim sucessivamente, até chegar em r_n . Como se trata de resultados incompatíveis, resulta que $r_1 + r_2 + \dots + r_n = N$. Dividindo ambos os membros dessa equação por N , e usando a definição de probabilidade apresentada na equação (1), resulta que

$$\sum_{r=1}^n P_r = 1 \quad (3.2)$$

que é a famosa *condição de normalização* (NAVIDI, 2012). Repare que se os acontecimentos em questão são igualmente prováveis, então a equação 3.1 pode ser escrita como

$$P_r = \frac{1}{N} \quad (3.3)$$

Este resultado é de considerável importância em mecânica estatística, pois como será visto, um dos princípios fundamentais da termodinâmica do equilíbrio considera que os múltiplos estados acessíveis por um dado sistema são igualmente prováveis, e essa é a principal forma de como o conceito de probabilidade adentra no escopo da termodinâmica; cada estado físico que possa ser ocupado por um sistema possui uma dada probabilidade, e os casos reais diferem da condição de equilíbrio pois as probabilidades divergem entre os estados possíveis (HUANG, 2009). A condição de equilíbrio descrita acima é conhecida como *postulado fundamental da mecânica estatística*, e será explorado nas seções posteriores.

Considere agora realizar duas experiências, r e s , simultaneamente. Um resultado bem importante sobre isso é que a *probabilidade conjunta* de acontecerem ambos os eventos é dada simplesmente pelo produto das respectivas probabilidades de acontecer r e s , ou seja, $P_{rs} = \frac{N_{rs}}{N}$, onde $N_{rs} = N_r N_s$. Com isso, tem-se que

$$P_{rs} = \frac{N_{rs}}{N} = P_r P_s \quad (3.4)$$

Esse resultado é válido para dois eventos estatisticamente independentes, isto é, quando a probabilidade de ocorrência de um não interfere na ocorrência do outro (CASQUILHO; TEIXEIRA, 2012).

3.1.2 Funções de distribuição

Para entendermos o que é uma função de distribuição, precisamos conhecer alguns conceitos fundamentais, e um deles é o de *variável aleatória*. Uma variável aleatória é aquela

cujos valores, em um determinado domínio, são tomados de acordo com uma determinada lei de probabilidade, e essa lei de probabilidade pode ser representada por uma *função de distribuição*. As variáveis aleatórias dividem-se em discretas e contínuas, e cada uma possui uma determinada função *massa de probabilidade* e *densidade de probabilidade* associadas a essas variáveis, respectivamente. A grande maioria dos problemas físicos envolvem variáveis contínuas, então este naturalmente será o enfoque desta seção. Pode-se representar uma densidade de probabilidade por uma função $f_X(x)$, tal que

$$P[X \leq x] = \int_{-\infty}^x f_X(t) dt \quad (3.5)$$

ou seja, a função $f_X(t)$ denota a probabilidade de que X assumo o valor de x (CASQUILHO; TEIXEIRA, 2012). A condição de normalização aplicada a equação (3.5) implica que

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_X(x) dx = 1 \quad (3.6)$$

Para fazer a análise de uma dada *amostra* de dados, a estatística se vale de alguns conceitos conhecidos como *medidas de tendência central*, que servem para mostrar ao matemático o modo como os valores das variáveis em questão se distribuem pela amostra. A *moda* de um conjunto de dados é o valor de maior frequência, ou seja, aquele valor que mais se repete na amostra. Em outras palavras, a moda é o valor que corresponde ao máximo de sua respectiva função de distribuição.

O *valor médio* ou *esperança matemática* de uma dada variável aleatória x é definido como

$$\langle x \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx \quad (3.7)$$

onde a integral especifica que estamos tratando de uma variável aleatória contínua. O valor esperado representa a média da variável, de forma que nos mostra o modo como os valores dessa variável se distribuem em torno do valor central. Em física, todos os problemas de natureza estatística consideram que as grandezas físicas de interesse podem ser representadas pelo seu valor médio.

O desvio em relação à média dada pela equação (3.7) pode ser escrito como $\Delta x = x - \langle x \rangle$. Sempre que Δx for muito pequeno, pode-se utilizar $\langle x \rangle$, com boa aproximação, como sendo o verdadeiro valor assumido pela variável. Isso é de grande importância para a mecânica estatística, pois como já foi mencionado, muitas grandezas físicas, tal como a energia, pressão, etc., podem ser descritas por médias tomadas sob um determinado conjunto estatístico (ensemble).

Os *momentos centrais de ordem n* podem ser escritos como $[x - \langle x \rangle]^n$, e $n = 1$ corresponde ao caso do desvio da média. A *variância* ou *desvio quadrático médio* (muitas vezes também referida como *dispersão*) é escrita como sendo $\sigma^2(x) = \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2 = \langle \Delta x \rangle^2$. Usando a equação (3.7), podemos escrever essa relação da seguinte forma

$$\langle \Delta x \rangle^2 = \int (x - \langle x \rangle)^2 f(x) dx \quad (3.8)$$

que implica em

$$\sigma^2(x) = \int x^2 f(x) dx - 2\langle x \rangle \int x f(x) dx + \langle x \rangle^2 \int x f(x) dx \quad (3.9)$$

Usando a relação (7), vemos que a variância pode ser escrita como

$$\sigma^2(x) = \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2 \quad (3.10)$$

A variância é uma quantidade que não pode ser negativa, e isso implica que $(\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2) \geq 0$. Quanto maior a variância, maior será a dispersão dos valores de x em torno de seu valor médio $\langle x \rangle$. O *desvio-padrão* é definido como sendo a raiz quadrada dessa diferença, ou seja, $\sigma(x) = \sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}$. Como foi visto acima, quando o desvio em relação à média for pequeno, pode-se substituir x por seu valor médio $\langle x \rangle$. Entretanto, podem ocorrer erros relativos com relação a essa operação, e a *flutuação relativa* é a quantidade que mede esse erro, e a mesma pode ser escrita como sendo a razão entre o desvio-padrão e o valor médio

$$\delta(x) = \frac{\sigma(x)}{\langle x \rangle} \quad (3.11)$$

Mais adiante, veremos como alguns desses resultados são incorporados à *q-estatística*, que é o fundamento matemático sobre a qual a mecânica estatística não-extensiva se edifica.

3.2 Termodinâmica Clássica

A física é uma área do conhecimento que procura descrever os fenômenos naturais através de modelos matemáticos. A inserção da matemática na metodologia científica, cujos precursores foram Galileu, Descartes, Newton, dentre outros, possibilitou que os estudiosos

pudessem fazer novas inferências acerca do comportamento de determinados fenômenos ou objetos, especialmente quando há escassez de dados experimentais ou quando as observações dos fenômenos em si não podiam ser feitas (como é o caso de um dos vários experimentos de Galileu, no qual o mesmo tentou medir o valor da velocidade da luz). Entre outras coisas, a matematização da ciência possibilitou um significativo avanço para a pesquisa experimental, já que permitiu aos estudiosos estabelecerem comparações entre os dados coletados nas observações de um determinado fenômeno e os resultados teóricos obtidos através do modelo matemático representativo daquele fenômeno (??).

A breve descrição feita acima se ajusta perfeitamente com o desenvolvimento da termodinâmica como ciência, pois até meados do século XIX, a termodinâmica era uma disciplina cujos resultados eram obtidos de forma puramente fenomenológica, e foi por volta da metade do século XIX que a termodinâmica ganharia uma maior robustez teórica. A aplicação da bem sucedida da mecânica newtoniana, aliada à teoria cinética dos gases, permitiu com que os físicos dessem origem a um novo campo de conhecimento, cujos resultados e extrapolações iam muito além da termodinâmica. As principais contribuições deste período devem-se a físicos como Rudolf Clausius (1822-1888), Josiah Willard Gibbs (1839-1903), Ludwig Boltzmann (1844-1906), dentre outros. A nova abordagem proposta por esses físicos, e que constitui a base da *mecânica estatística*, é que resultados macroscópicos podiam ser obtidos a partir de resultados microscópicos. Por exemplo, sabemos que a pressão é uma grandeza que pode ser medida por um manômetro ou um barômetro (pressão atmosférica), e que esta grandeza está diretamente relacionada com a quantidade de gás presente no local onde se faz a medição. No entanto, do ponto de vista microscópico, a pressão pode ser entendida como a taxa média por unidade de área em que as moléculas do gás transferem momento linear para as paredes do instrumento de medida quando colidem (NUSSENZVEIG, 2018).

A mecânica/termodinâmica estatística lança mão de um conjunto de grandezas microscópicas e macroscópicas que podem ou não estar relacionadas entre si. O modo como essas variáveis se relacionam definem o que em termodinâmica se chama de *equações de estado*, isto é, um conjunto de funções que determinam o estado de um dado sistema termodinâmico em um dado instante de tempo (REIF, 2009). Em geral, as grandezas macroscópicas usualmente requeridas são a pressão P , a temperatura T e o volume V . Se esses forem os parâmetros de interesse, então a equação de estado assume a forma $f(P, T, V) = 0$.

Em termodinâmica, os casos mais simples de se tratar (e que são justamente os que

menos ocorrem!) são aqueles em que o sistema se encontra em *equilíbrio*, que é a situação no qual as variáveis termodinâmicas do sistema em questão não se alteram. As generalizações propostas para a mecânica estatística clássica visam descrever situações em que o objeto de estudo não se encontra em equilíbrio termodinâmico, como é o caso da *q-entropia* proposta por Tsallis (1988), que considera situações de *não extensividade*, e que provoca uma alteração no chamado princípio de aditividade.

As grandezas termodinâmicas de interesse classificam-se em *extensivas* e *intensivas*. No formalismo da mecânica estatística, para cada grandeza extensiva há uma grandeza intensiva conjugada, e é principalmente dessa maneira que se chega às equações de estado e as chamadas *relações de Maxwell*. Por exemplo, considere a energia interna U de um sistema termodinâmico como sendo função da entropia S , do volume V e do número de partículas N , ou seja, $U = U(S, V, N)$. A sua diferencial total é

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial S} \right) dS + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right) dV + \left(\frac{\partial U}{\partial N} \right) dN \quad (3.12)$$

A primeira lei da termodinâmica pode ser escrita como $\Delta U = \Delta Q + \Delta W + \Delta C$, onde ΔC representa a variação no potencial químico. Essa equação pode ser escrita como

$$\Delta U = T\Delta S + (-P\Delta V) + \mu\Delta N \quad (3.13)$$

Comparando a equação (3.12) e a (3.13), obtém-se algumas relações termodinâmicas de grande interesse:

$$T = \left(\frac{\partial U}{\partial S} \right)_{V,N} \quad (3.14)$$

$$P = - \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_{S,N} \quad (3.15)$$

$$\mu = \left(\frac{\partial U}{\partial N} \right)_{V,N} \quad (3.16)$$

Observe que a temperatura, que é uma grandeza intensiva, possui a entropia como variável extensiva conjugada. Observe, também, que as derivadas parciais de U são tomadas

enquanto as demais variáveis que especificam o estado do sistema são mantidas constantes. Aplicando a *transformada de Legendre*² na energia interna U , é possível obter outras relações fundamentais para o escopo teórico da termodinâmica, que são os *potenciais termodinâmicos* (entalpia, energia livre de Helmholtz e a energia livre de Gibbs). Sabemos que, no equilíbrio térmico, dois corpos A e B apresentam a mesma temperatura. Nas seções seguintes, veremos como alguns desses resultados experimentais podem ser expressos no formalismo estatístico.

3.3 Postulados da Termodinâmica Estatística

Como foi visto, a física estatística têm como objetivo descrever o comportamento de sistemas macroscópicos a partir da descrição de entidades microscópicas. A mecânica newtoniana obteve sucesso ao ser incorporada no escopo teórico da termodinâmica, mas a mesma encontrou uma imensa limitação quando destinada à descrição do comportamento microscópico da matéria, pois como já era sabido na época, uma porção ínfima de matéria continha uma quantidade muito grande de átomos, tipicamente da ordem da constante de Avogadro, e determinar o estado das moléculas de um gás, por exemplo, implica saber a posição e momento linear de todas essas partículas, que obviamente é algo impraticável, e mesmo que o fizéssemos, não saberíamos como interpretar fisicamente esse resultado.

Devido ao grande número de constituintes, e pelas incontáveis maneiras pelas quais os mesmos podem se organizar, a descrição do comportamento de um sistema microscópico só pode ser feita numa abordagem estatística. Neste caso, as grandezas físicas de interesse serão identificadas como sendo a média de alguma medida ou conjunto, e os desvios em relação aos valores médios devem ser desprezáveis, que é justamente um dos requisitos da termoestatística do equilíbrio.

Os princípios fundamentais da termodinâmica clássica são apresentados sob a forma de postulados, e, como mostrado por Salinas (SALINAS, 1997), são eles:

- 1º postulado: o estado termodinâmico de um sistema simples pode ser completamente caracterizado pela energia interna U , pelo volume V e pelo número de partículas N .
- 2º postulado: existência de uma quantidade que é função de todos os parâmetros extensivos de um sistema, chamada *entropia*, e que é definida para todos os estados de equilíbrio.

² Uma determinada função $f(x)$ é dita convexa quando sua derivada segunda é positiva para qualquer valor de x , caso contrário, é côncava. A transformada de Legendre é uma operação que inverte a convexidade de uma função, e tem como principal objetivo preservar a função original deixando-a em termos de outras variáveis, especialmente de sua derivada total ou parcial.

- 3º postulado: a entropia é uma função contínua, diferenciável e monotonicamente crescente da energia, e é aditiva sobre cada um de seus subsistemas constituintes.
- 4º postulado: a entropia se anula na temperatura de zero absoluto, que é o estado em que se tem $(\partial U/\partial S)_{V,N} = 0$

Quase todos os resultados encontrados em um livro texto de termodinâmica podem ser derivados a partir desses postulados. Pode-se notar que a entropia S desempenha um papel preponderante no escopo teórico da termodinâmica estatística. De fato, a entropia é uma quantidade que desempenha um papel logicamente análogo ao da função de onda na mecânica quântica, pois se trata de uma quantidade que engloba todas as informações relevantes acerca do sistema em estudo.

Em mecânica estatística, entretanto, o conceito de entropia é definido de forma diferente do que é apresentado na termodinâmica clássica. Como estamos lidando com o comportamento de uma quantidade muito grande de entidades microscópicas, e a entropia é uma grandeza relacionada à desordem de um dado sistema, o novo conceito precisa incorporar esses fatores, e isso de fato foi feito por Boltzmann e Gibbs. Em mecânica estatística, a obtenção dos resultados teóricos se dá através do uso do conceito de *ensemble*, que nada mais é do que um conjunto estatístico de sistemas termodinâmicos idênticos àqueles que se deseja estudar. Em outras palavras, um ensemble se trata de um conjunto N muito grande de cópias virtuais do sistema (PATHRIA; BEALE, 2011). Cada configuração microscópica possível pode ser identificada como sendo um *microestado*, e um dado conjunto de microestados determina um *macroestado*. No formalismo de Boltzmann-Gibbs da mecânica estatística, o que importa é conhecer quantos microestados determinam um dado macroestado, ao invés de quais microestados o sistema se encontra (CASQUILHO; TEIXEIRA, 2012).

O macroestado representativo de um sistema termodinâmico pode ser descrito por uma quantidade Ω , que é função dos vínculos externos ao sistema e que determinam seu estado termodinâmico. Se as variáveis forem a energia, o volume e o número de partículas, tem-se $\Omega = \Omega(U, V, N)$. Essa função nada mais é do que o *peso estatístico* do macroestado.

Assim como a segunda lei de Newton desempenha um papel central na mecânica, a *equação de Boltzmann* para a entropia atua de forma logicamente análoga na termodinâmica. Essa equação exprime de forma extremamente simples e elegante a conexão existente entre a entropia de um dado sistema, que se encontra num determinado estado, e a probabilidade do

sistema ocupar esse estado. A equação pode ser escrita como

$$S = K_B \ln \Omega \quad (3.17)$$

Apesar de simples, essa equação é uma das mais importantes e fundamentais na física, especialmente porque ela está de acordo com a descrição da segunda lei da termodinâmica, que estabelece o princípio de aumento da entropia para sistemas isolados. Na linguagem da mecânica estatística, a segunda lei da termodinâmica pode ser enunciada da seguinte forma: *a entropia de um sistema isolado nunca diminui. No estado de equilíbrio, S atinge seu valor máximo, que corresponde justamente ao estado de máxima probabilidade* (CASQUILHO; TEIXEIRA, 2012) Além disso, essa equação mostra, por fim, de que modo uma grandeza macroscópica se relaciona com grandezas microscópicas, e que são agrupadas pelo peso estatístico.

Como a entropia (3.17) é proporcional ao logaritmo do peso estatístico, implica que a mesma é *aditiva* sob cada um de seus componentes, isto é, se A e B são dois sistemas probabilisticamente independentes, tem-se

$$S(A + B) = S(A) + S(B) \quad (3.18)$$

Esse princípio é válido quando se pode desprezar as interações entre os diferentes subsistemas que constituem um determinado sistema composto (TSALLIS, 2009).

Embora a equação (3.17) seja de fundamental importância na física, ela possui muitos limites de aplicabilidade, pois como vimos, ela se ajusta apenas para descrever o comportamento de um sistema cujos microestados acessíveis sejam igualmente prováveis (postulado das *probabilidades iguais a priori*, que é um postulado complementar aos que foram apresentados). Sendo assim, a entropia de Boltzmann configura-se apenas como um caso particular de um caso mais geral, descoberto décadas mais tarde, e que é chamada *entropia de Shannon* (em homenagem ao matemático e engenheiro Claude Shannon), e que pode ser escrita como

$$S = -K_B \sum_{i=1}^{\Omega} p_i \ln p_i \quad (3.19)$$

onde p_i representa a probabilidade do sistema se encontrar em seu i -ésimo estado. Mesmo sendo um caso mais abrangente, a entropia dada pela equação (19) possui suas limitações. Décadas mais tarde, um novo funcional entrópico veio a ser descoberto e, ao contrário das formulações

anteriores, essa nova forma entrópica apresenta a notável característica de ser uma quantidade não extensiva.

3.4 Mecânica Estatística não-extensiva

Em 1988, o físico greco-brasileiro Constantino Tsallis propôs uma generalização para a mecânica estatística de Boltzmann-Gibbs baseado no fato de que a formulação dada por (3.17) não conseguia se ajustar ao comportamento de alguns sistemas físicos. A forma entrópica não-logarítmica apresentada por Tsallis, e em especial o seu grande número de aplicações, mostra de forma inequívoca que a entropia, de fato, não se configura como sendo uma grandeza extensiva, sempre quando se consideram fenômenos com interações de longo alcance ou efeitos de *memória longa* (sistemas não-Markovianos).

Sistemas que exibem condições de equilíbrio podem ser representados em um *espaço de fase* através de trajetórias bem determinadas, e a mecânica estatística de Boltzmann-Gibbs oferece uma resolução acerca dos problemas desta natureza. No entanto, muitos sistemas podem exibir invariância de escala, que se traduz em um comportamento multifractal, e é precisamente nessas situações que o formalismo não-extensivo da mecânica estatística se adéqua (TSALLIS, 1995).

Os principais resultados obtidos por Tsallis foram apresentados sob a forma de postulados, e só foi possível chegar aos mesmos através da alteração de algumas entidades matemáticas. A *q-estatística*, que é a base matemática do trabalho de Tsallis, é um ramo da matemática que propõe algumas generalizações para algumas expressões matemáticas, como é o caso da função exponencial, agora denominada *q-exponencial*, e que pode ser escrita como

$$e_q^x = [1 + (1 - q)x]^{\frac{1}{1-q}} \quad (3.20)$$

Em mecânica estatística não-extensiva, o parâmetro q é chamado de *índice entrópico*, e o mesmo pode ser interpretado como uma medida do grau de não-extensividade de um sistema. Mais adiante, veremos como essa quantidade pode se relacionar com outras grandezas físicas, como a entropia, energia, temperatura, etc.

Observando a equação (20), vemos que a nova função exponencial pode assumir alguns valores notáveis, dependendo dos valores reais assumidos pelo índice entrópico. Sendo assim, tem-se:

- para $q \rightarrow 0$, vemos que $e_q^x \cong [1 + x]$;
- para $q \rightarrow 1$, vemos que a função assume sua forma convencional, isto é, $e_1^x = e^x$

Vemos que a função se anula quando se toma $q < 1$, desde que $x \leq -1/(1 - q)$, e tende à $-\infty$ sempre que se tem $q > 1$, desde que $x = 1/(q - 1)$. A função logarítmica é a inversa da exponencial, e na q -estatística ela pode ser representada da seguinte forma

$$\ln_q x = \frac{x^{1-q} - 1}{1 - q} \quad (3.21)$$

e, assim como a função exponencial, a equação (21) assume sua forma padrão quando $q \rightarrow 1$, isto é, $\ln_1 x = \ln$. Partindo desses resultados, a equação de (17) pode ser escrita em termos do índice entrópico q , que resulta em

$$S_q = K \ln_q W \quad (3.22)$$

onde K é a constante de Boltzmann. Como a função logarítmica é dada por (21), a equação para a entropia se torna

$$S_q = k \frac{W^{1-q} - 1}{1 - q} \quad (3.23)$$

onde W representa o número de microestados acessíveis. Para $q \rightarrow 1$, a equação de Boltzmann é recuperada. Por fim, a forma geral para a entropia no formalismo não extensivo proposto por Tsallis é

$$S_q = K \frac{1 - \sum_{i=1}^W p_i^q}{q - 1} \quad (3.24)$$

$$S_q = k \frac{1 - \int [p(x)]^q dx}{q - 1} \quad (3.25)$$

onde as equações (3.24) e (3.25) são para a entropia em sua forma discreta e contínua, respectivamente. A entropia de Tsallis também pode ser escrita sob a forma de valor esperado (equação

3.7). Sendo assim, tem-se

$$S_q = \left\langle \ln_q \frac{1}{p_i} \right\rangle \quad (3.26)$$

e considerando que $\langle x \rangle_q = \sum_{i=1}^W p_i^q(x)$, resulta em

$$S_q = \langle -\ln_q p_i \rangle_q \quad (3.27)$$

Assumindo a condição de equiprobabilidade, a equação acima se reduz a equação dada por (22). Como foi visto anteriormente, o índice entrópico q é um parâmetro que serve para indicar o grau de não-extensividade de um dado sistema físico (TSALLIS, 1997). Para $q = 1$, tem-se um caso de extensividade, que é a condição que dá sustentação ao formalismo de Boltzmann-Gibbs. Para $q < 1$ e $q > 1$, tem-se casos de *superextensividade* e *subextensividade*, respectivamente (TSALLIS, 2009).

Como foi visto anteriormente, a aditividade da entropia para dois sistemas probabilisticamente independentes, A e B, é dada pela equação (22), que no formalismo não-extensivo pode ser escrita como

$$S_q(A+B) = S_q(A) + S_q(B) + (1-q)S_q(A)S_q(B) \quad (3.28)$$

Observando a relação acima, percebe-se de imediato que a condição de aditividade é recuperada quando se toma $q = 1$. Como foi visto, problemas de natureza estatística são caracterizados pela presença de um grande número de entidades (que pode ser qualquer coisa de interesse), e é objetivo do físico-matemático determinar como uma determinada grandeza em particular se comporta em meio a uma amostra constituída por um ente qualquer (como o potencial químico de uma substância em meio a um dado número N de moléculas). Considerando o caso do passeio aleatório (*random walk*), e sendo n_1 o número de passos dados para a direita, n_2 o número de passos para a esquerda e p e q sendo as probabilidades de ocorrência de n_1 e n_2 , respectivamente, tem-se que a probabilidade para se obter n_1 , que é $P(n_1)$, é dada pela *distribuição binomial de Bernoulli*. Quando se tem um número N muito grande de elementos, a distribuição binomial pode ser substituída pela distribuição de Gauss ou *distribuição normal*, e a

probabilidade $P(n_1)$ pode ser escrita como

$$P(n_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2(n_1)}} \exp \left[\frac{-1}{2} \frac{(n_1 - \langle n_1 \rangle)^2}{\sigma^2(n_1)} \right] \quad (3.29)$$

onde $\langle n_1 \rangle$ e $\sigma^2(n_1)$ referem-se ao valor médio e variância de n_1 , respectivamente.

A função de distribuição de Gauss dada pela função acima apresenta uma generalização dentro do contexto da mecânica estatística não-extensiva, e pode ser escrita como

$$\Phi_q(x) = A_q e_q^{\frac{-x^2}{\sigma_q^2}} = A_q \left[1 - (1-q) \frac{x^2}{\sigma_q^2} \right]^{\frac{1}{(1-q)}} \quad (3.30)$$

onde σ_1 representa a largura característica da curva e q é o índice entrópico (figura 6). Se tratando de uma distribuição gaussiana generalizada, o índice entrópico serve para indicar o tamanho da cauda na distribuição, sendo que, para $q = 1$, recupera-se a Gaussiana padrão dada por $\Phi(x) = A e^{\frac{-x^2}{\sigma^2}}$; para $q > 1$, a cauda apresentada pela curva obedece a uma dada lei de potência; e para valores de q menores que 1, a cauda fica menor e mais estreita (FREITAS; MEDEIROS, 2012).

Apesar de abrangente, o funcional entrópico de Tsallis pode ser reescrito de outras maneiras, e novas propriedades matemáticas podem ser exploradas (GELL-MANN; TSALLIS, 2004). A entropia de Tsallis dada pela equação 24 pode ser reescrita como

$$S_q = -[D_q \sum_{i=1}^W p_i^q] \quad (3.31)$$

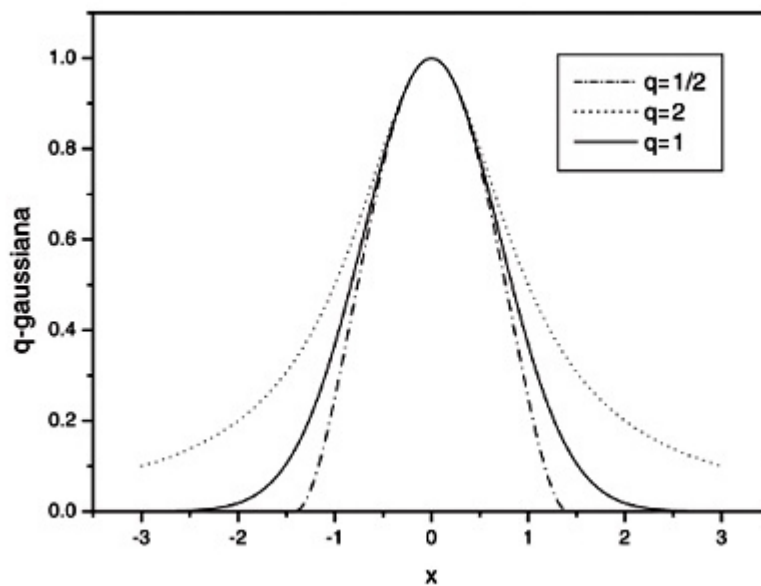
onde se introduziu o operador diferencial D_q , conhecido como *derivada generalizada de Jackson*, que foi apresentada pela primeira vez em 1909 e que, aplicada a uma dada função $h(x)$, pode ser escrita como

$$D_q(x) = \frac{h(qx) - h(x)}{qx - x} \quad (3.32)$$

Observe que, para valores de $q = 1$, a função acima se torna um operador diferencial ordinário, ou seja, $D_1 h(x) = \frac{dh(x)}{dx}$. A aplicação do operador diferencial de Jackson em uma função pode ser encarada como uma reação dessa função sob *dilatação* da abcissa, ao passo que a diferencial ordinária faz por meio de *translação* (TSALLIS, 2009).

Ao longo dos anos, diversas formas entrópicas foram sendo propostas, como é o caso da *entropia de Renyi* (RÉNYI, 1961), de Abe (ABE, 1997), Landsberg (LANDSBERG; VEDRAL, 1998), etc., cada qual possuindo suas propriedades e peculiaridades. No entanto, a entropia dada na forma apresentada por Tsallis continua sendo a melhor candidata a generalização da entropia de Boltzmann-Gibbs, e as razões e demonstrações que ratificam essa afirmação fogem do escopo deste trabalho.

Figura 6 – Função de distribuição q-Gaussiana. Observe que para diferentes valores de q , a curva resultante possui uma forma que diverge da gaussiana padrão.



Fonte: Dissertação ((RIOS, 2019)

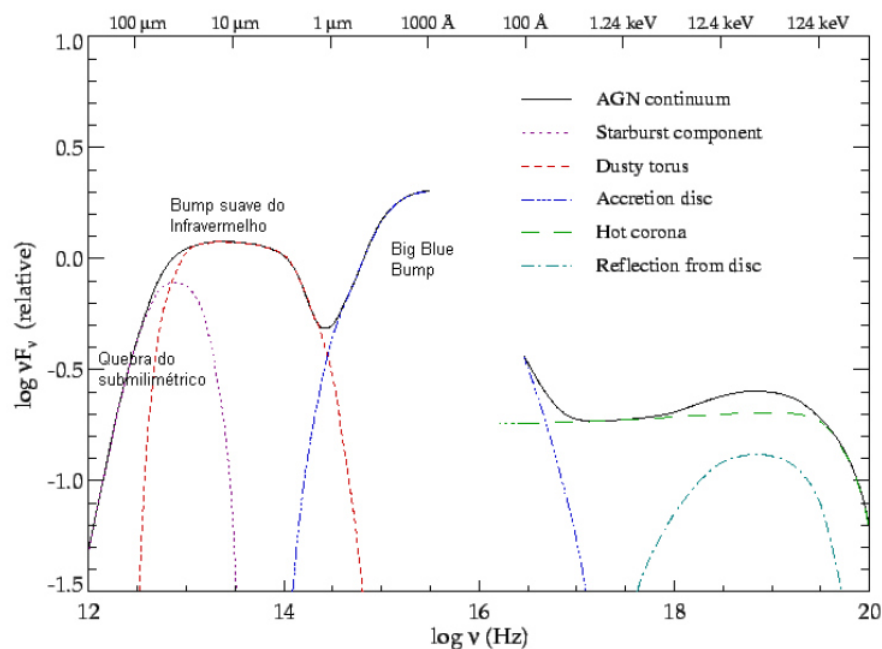
Como pode ser visto na figura acima, a função de distribuição de Gauss assume formas ligeiramente diferentes para diferentes valores de q . Como foi dito anteriormente, o índice entrópico serve para indicar o grau de não-extensividade no comportamento de um determinado sistema, e diferentes grandezas físicas, tal como a entropia, podem ser descritas em termos de q . O exímio sucesso descritivo da mecânica estatística de Tsallis deve-se, entre outras coisas, ao fato de que muitas curvas experimentais podem ser melhor compreendidas fazendo-se uso do índice entrópico como um fator paramétrico que as ajuste, e essa aplicação será de grande valia para este trabalho (FREITAS, 2021).

4 DADOS OBSERVACIONAIS

Uma das dificuldades práticas associadas à realização desse tipo de pesquisa reside no fato de que, ao contrário do que se poderia pensar, o comportamento de algum dos atributos do objeto estudado pode apresentar ligeiras variações e "flutuações" que o quasar 3C 273 foi observado em todos os comprimentos de onda, a dificuldade aumenta ainda mais, pois a análise espectro-temporal de cada faixa do espectro eletromagnético pode apresentar um padrão radicalmente diferente das demais. Um baixo ruído nos dados, amostragem irregular de tempo e problemas relacionados aos instrumentos de medida são alguns dos fatores que levam a se considerar uma falsa periodicidade como sendo real (VAUGHAN *et al.*, 2016).

O 3C 273, entretanto, apresenta uma atividade radiativa mais expressiva em determinados comprimentos de onda do que em outros. Sabe-se que o objeto é uma fonte com excesso de emissão nas faixas do óptico e do ultravioleta, por exemplo (MCHARDY *et al.*, 2007). O registro metucioso da variabilidade associada a esses objetos ajuda-nos a descobrir a dependência funcional da densidade de energia espectral em termos da frequência da radiação. De modo geral, o modo como a energia se distribui pelo espectro dos AGN's pode ser representada no diagrama abaixo.

Figura 7 – Distribuição espectral da energia de um AGN. Observe que esse diagrama fornece informações sobre como essa energia se distribui pelas diferentes componentes de um AGN, e isso é mostrado pela tonalidade e forma das linhas. Observe, também, que praticamente cada um dos fenômenos descritos está associado a uma região específica do AGN.



Fonte: (MANNERS *et al.*, 2002).

Como foi mencionado no capítulo 2, parte da radiação observada pode ser atribuída à emissão sincrotônica de elétrons relativísticos, e um dos grandes problemas associados ao estudo dos espectros dos AGNs é determinar precisamente quanto do espectro é devido a energia térmica e quanto é devido a emissão não térmica (SANTOS *et al.*, 2007).

Os dados e curvas de luz relatadas e apresentadas neste trabalho têm como fonte o enorme banco de dados do Integral Science Data Center (ISDC), que ao longo de 40 anos fez diversas medidas e registros de vários objetos astronômicos, incluindo o quasar 3C 273, que possui mais de 70 curvas de luz disponíveis para estudo e análise, e em todos os comprimentos de onda. Outros conjuntos de dados referentes ao 3C 273 também podem ser encontrados no High-Energy Astrophysics Virtually ENlighted Sky (HEAVENS), onde se pode encontrar medições feitas por observatórios sofisticados como o INTEGRAL (INTERNACIONAL Gamma-Ray Astrophysics Laboratory), o RXTE (Rossi X-Ray Timing Explorer), dentre outros (JAHODA *et al.*, 1996).

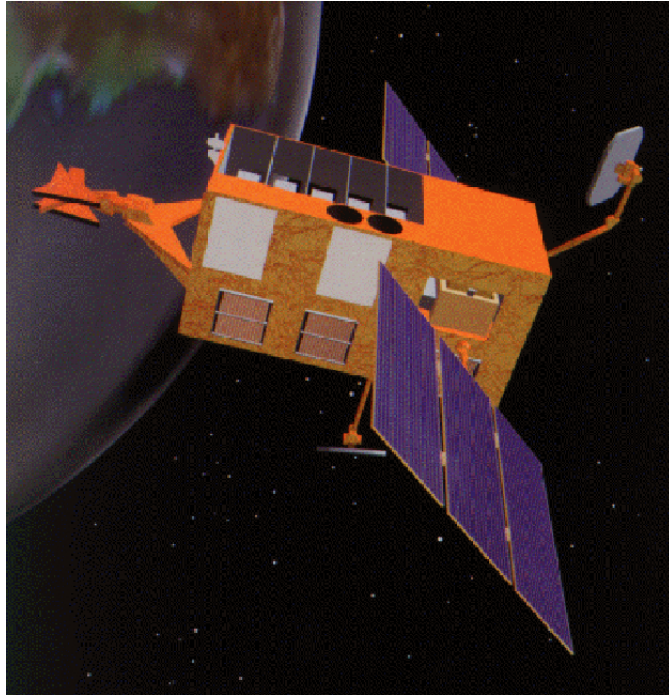
Lançado em 1995, o RXTE (JAHODA *et al.*, 1996) foi um satélite enviado pela NASA (National Aeronautics and Space Administration), cuja missão era fazer registros detalhados da variabilidade em raios-X de diversos objetos astronômicos, incluindo o 3C 273, que apresenta uma forte assinatura nessa faixa do espectro. Este aparelho (figura 8) possuía uma ótima resolução de tempo para os instrumentos da época, e podia cobrir uma escala de microssegundos a meses em uma faixa espectral instantânea de 2 a 250 KeV, o que é de grande valia para analisar o 3C 273, pois descobriu-se que o objeto apresenta uma intensa variabilidade quando observado na faixa dos raios-X (FERRARI *et al.*, 2019).

4.1 Espectro em Raios-X

Acredita-se que a rápida variabilidade observada em raios-X se deva ao chamado *efeito Compton inverso*, que é o fenômeno no qual um fóton ganha uma determinada energia ao colidir com um elétron, e parte dessa radiação provém das regiões mais internas do quasar (FERRARI, 2019).

Diversos modelos foram propostos para explicar as diferentes proporções de radiação observadas em diferentes regiões do quasar. McHardy *et al.* (2007) e Grandi e Palumbo (2004) propuseram que uma componente *Seyfert* de AGN estaria associada ao disco de acreção do quasar, e essa estrutura seria responsável por cerca de 20% da emissão observada em raios-X, sendo que o restante deve-se basicamente a mecanismos Sincro Auto-Compton (SSC). Para

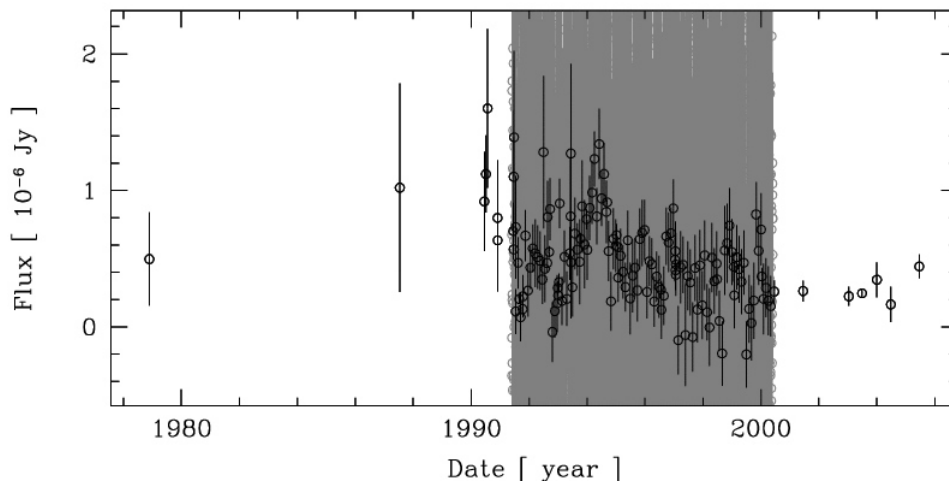
Figura 8 – Ilustração artística do RXTE em operação durante sua missão de coleta de dados.



Fonte: <https://heasarc.gsfc.nasa.gov/docs/xte/xtegif.html>

energias equivalentes à 200 KeV (representada na figura 7) ocorre um fenômeno conhecido como *cut-off*, que demarca a energia necessária para se ter a emissão em raios-X (MANNERS, 2002). Na figura abaixo é possível observar uma curva de luz correspondente à energia de 200 KeV.

Figura 9 – Curva de luz do 3C 273 em Raios-X para uma energia de 200 KeV.

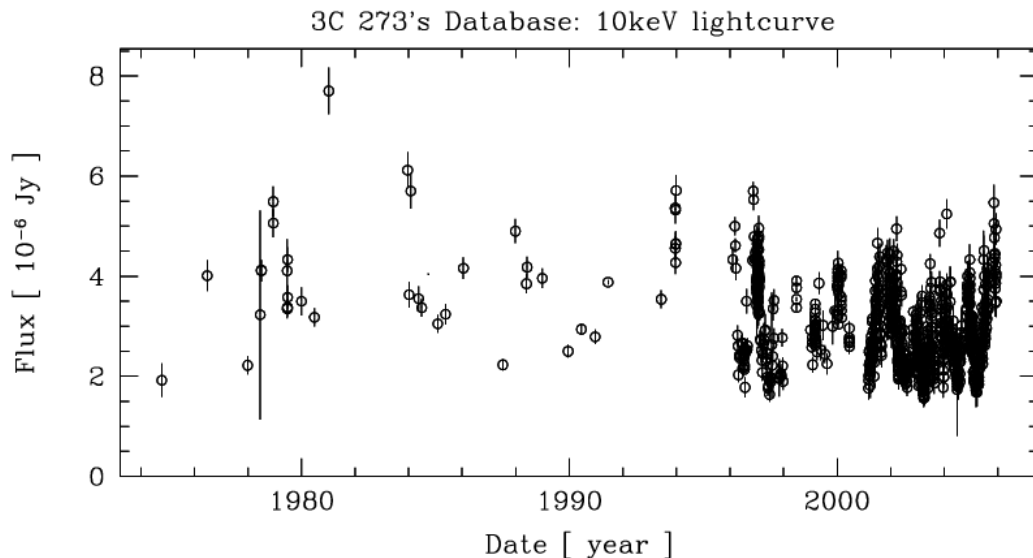


Fonte: <http://isdc.unige.ch/3c273/x-rays>

Um fato curioso sobre a variabilidade do quasar é que muitos estudos anteriores apontaram para uma possível correlação entre as variabilidades observadas em diferentes comprimentos de onda, como é o caso dos raios-X com o ultravioleta-óptico, e que, de fato, foi

observado por alguns pesquisadores (Chernyakova et al, 2007). Na figura abaixo, é possível observar mais outra série temporal em raios-X da nossa amostra. Observe que a concentração de pontos aumenta consideravelmente por volta dos anos 2000, e que é resultado direto do aumento de instrumentos de detecção.

Figura 10 – Série temporal registrada na faixa de raios-X com energia de 10 KeV.



Fonte: (<http://isdc.unige.ch/3c273/X/10keV>).

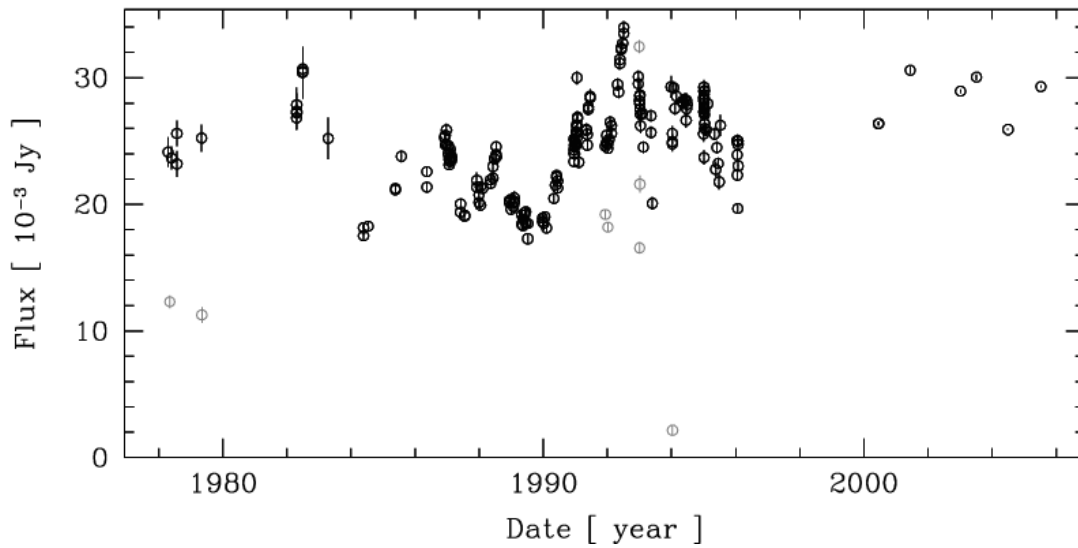
4.2 Ultravioleta-óptico

Como dito anteriormente, uma inspeção cuidadosa nos espectros do quasar nos permite identificar algumas particularidades interessantes acerca do comportamento desses objetos. A faixa compreendida entre o ultravioleta e o óptico é caracterizada por um fenômeno chamado de *big blue bump*, que se caracteriza por ser um súbito aumento no comprimento de onda entre as faixas do azul e do ultravioleta. Acredita-se que essa emissão seja térmica em sua origem (MANNERS *et al.*, 2002).

Acredita-se que esse recrudescimento no comprimento de onda se deve a presença de elétrons livres contidos nos jatos de emissão (SANTOS *et al.*, 2007). O uso da transformada wavelet contínua possibilita detectar variabilidades em pequena e larga escala que nos ajuda a identificar a durabilidade de determinada ocorrência e o tipo de fenômeno físico associado a ela (como é o caso do efeito compton inverso).

O quasar 3C 273 possui uma extensa coleção de dados e séries temporais relacionadas às observações feitas em todos os comprimentos de onda do espectro eletromagnético, e ao longo

Figura 11 – Observação do 3C 273 na faixa do Ultravioleta, com comprimento de onda de 3000 Å.



Fonte: <http://isdc.unige.ch/3c273/ultraviolet>

de vários anos. Devido a massiva quantidade de informação acerca deste objeto, e no tempo necessário para um tratamento e manejo adequado desses dados, iremos omitir, por hora, uma parte dos dados empíricos referentes ao 3C 273, para que assim se possa fazer uma melhor inspeção sobre o nosso problema e, dessa forma, gerar resultados livres de inconsistências e com boa margem de aproximação. Futuramente, seções adicionais referentes às outras faixas do espectro serão adicionadas.

Como será evidenciado depois, nossos resultados não cobrem exatamente todas as bandas do espectro, pois devido a limitações do nosso programa e metodologia, não realizamos a análise para determinados conjuntos de dados (sobretudo para a faixa de raios gama, pois dispomos de poucas séries nessa faixa). Logo abaixo, encontra-se uma tabela onde é apresentado a lista de dados de cada série temporal e seus respectivos valores de energia, de forma que os dados estão agrupados de acordo com o banco de dados a que pertence.

Como a quantidade de dados varia de uma banda para a outra, não foi possível aplicar o nosso procedimento para todas as faixas, sobretudo porque algumas não apresentavam uma boa quantidade de dados, bem como alguns problemas computacionais (como o correto manuseio dos softwares e programas utilizados) que afetaram o desenvolvimento da pesquisa.

Tabela 1 – Agrupamento de todos os dados observacionais (frequência/energia, período de observação, número de pontos) referentes a cada faixa espectral. Essas informações estão hospedadas nos bancos de dados ISDC e HEAVENS que já foram apresentados anteriormente.

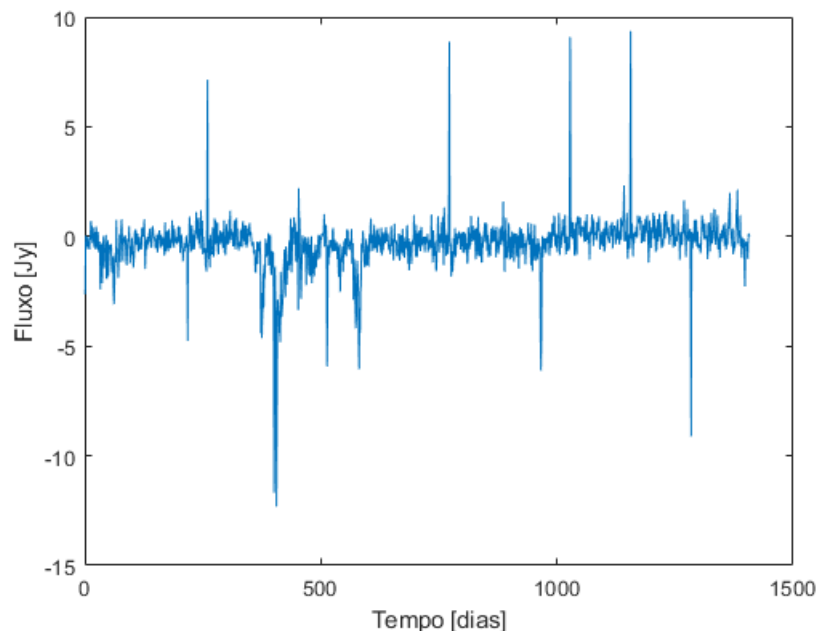
Faixa espectral	Banda (λ/f)	Intervalo de datas	Número de pontos
Rádio	8 GHz	1963-2006	1568
	15 GHz	1963-2006	1286
	22 GHz	1976-2004	1099
	37 GHz	1970-2006	1259
Milimétrico e submilimétrico	3.3 mm	1965-2006	1548
	2.0 mm	1981-1997	203
	1.3 mm	1981-2007	545
	0.8 mm	1981-2007	496
Infravermelho	L($3.6 \mu m$)	1969-1997	164
	K($2.2 \mu m$)	1967-2004	350
	H($1.65 \mu m$)	1967-2004	317
	J($1.15 \mu m$)	1976-2004	280
Óptico	G(5798 \AA)	1985-2003	438
	V(5479 \AA)	1968-2005	730
	B(4213 \AA)	1968-2005	755
	U(3439 \AA)	1968-2005	680
Ultravioleta	3000 A	1978-2005	210
	1950 A	1978-1996	237
	1700 A	1978-1996	238
	1300 A	1978-1996	235
Raios-X	5 KeV	1970-2005	1032
	10 KeV	1974-2005	1026
	50 KeV	1977-2005	1108
	100 KeV	1978-2005	1107
Raios gama	Int ^{γ}	1990-1999	140
Raios-X RXTE	0.2-75 KeV	1996-2011	1963
Raios- γ FermiLAT	0.1-100 GeV	2008-2012	1409

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Para realizar a análise não extensiva das curvas de luz do Quasar, fizemos uso de um código escrito na linguagem MATLAB¹, que nos fornece não só a série temporal dos dados coletados, mas também a sua distribuição de probabilidades, e isso ajuda-nos a visualizar com maior facilidade o modo como se dá a distribuição de pontos dependentes do valor do índice entrópico.

Em nossa análise computacional, procuramos eliminar, na série temporal individual de cada banda, efeitos associados a regularidades (que comumente estão atreladas a situações onde a gaussiana padrão é válida) e eventuais *outliers*, que nada mais são do que valores atípicos presentes nas amostras, e que possuem um grande afastamento ou desvio em relação à tendência central de uma determinada distribuição. Nosso propósito é determinar, através dos efeitos altamente energéticos presentes nas séries (Figura 12 como exemplo), quais são os valores do índice entrópico q e, com isso, descobrir como as curvas de luz afetam o comportamento do índice entrópico.

Figura 12 – Distribuição de energia de 1100 GeV. Observe que efeitos altamente energéticos tornam-se bem visíveis nessa distribuição. Observe, também, que a série está centrada em zero; é nessa região que a Gaussiana padrão é válida.



Fonte: Autor.

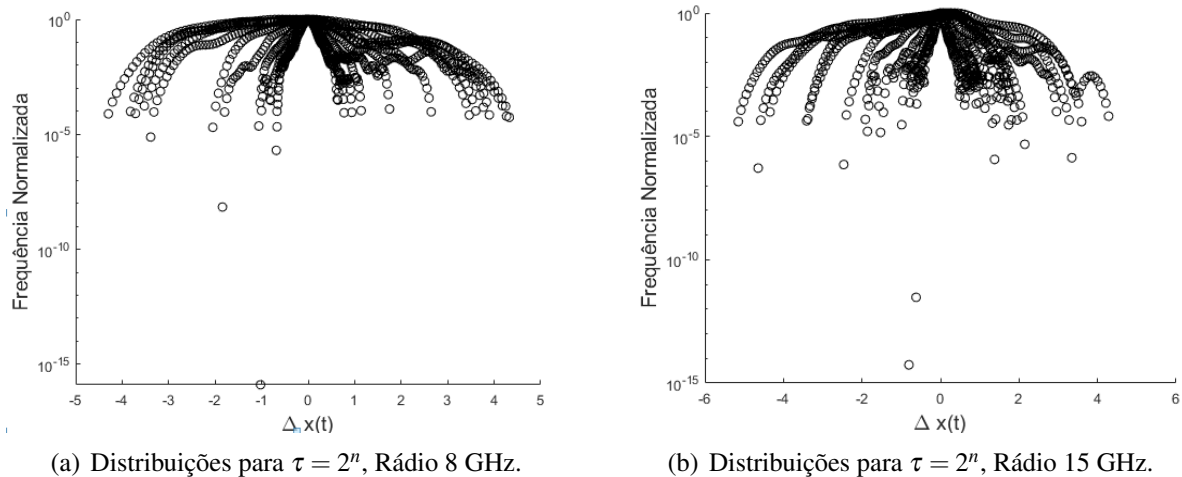
O referido código calcula a distribuição de probabilidade de várias séries em diferen-

¹ Esse programa foi desenvolvido pelo professor Dr. Daniel Brito de Freitas (danielbrito@fisica.ufc.br).

tes escalas de tempo. Na verdade, considerando uma dada série temporal $x(t)$, onde x denota o fluxo, nós calculamos a distribuição para cada série de acordo com o incremento ou diferenciação $\Delta x(t) = x(t + \tau) - x(t)$, onde τ denota o avanço no tempo. Assim, para cada série temporal de 3C 273 e faixa do espectro eletromagnético, foram geradas 10 séries de acordo com a relação $\tau = 2^n$, onde n varia de 0 a 9 e, portanto, o avanço no tempo de 1 a 516 pontos. Como um exemplo, para $\tau = 1$ a distribuição gerada pelo nosso código corresponde ao incremento entre os vizinhos mais próximos, e os resultados aqui apresentados foram obtidos mediante a adoção dessa condição. Vale ressaltar que de acordo com a nossa primeira análise, algumas séries temporais têm poucos pontos e não podemos usar o valor máximo de n . Deste modo, assumimos que o valor máximo de n será $N/10$, onde N é o comprimento da série.

Logo abaixo, segue um exemplo de série com frequência normalizada, correspondente à faixa do rádio, com frequências de 8 e 15 GHz, respectivamente, e que não foi necessário fazer interpolação.

Figura 13 – Distribuição dos incrementos $\Delta x(t)$ para o Quasar 3C 273 observados nas frequências de 8 a 15 GHz. O parâmetro τ cresce de baixo para cima e o perfil da distribuição indica que existem diferenças marcantes em diferentes escalas e que podem indicar mecanismos distintos que controlam a dinâmica do referido quasar.



Fonte: Autor.

5.1 Determinação do Índice entrópico q em função da Energia

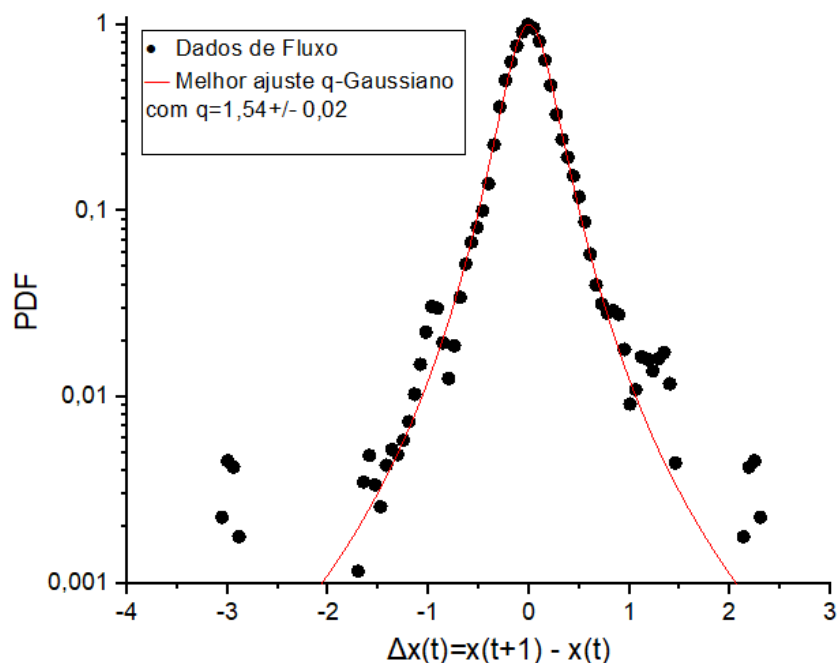
Declarado o procedimento utilizado para manejo dos dados, o passo seguinte é utilizar as novas séries temporais geradas por nosso código para obtermos os valores do índice entrópico de cada distribuição através do algoritmo de Levenberg-Marquardt (LEVENBERG,

1944) (MARQUARDT, 1963). Esse ferramental teórico-computacional permite extrair o índice q da função de distribuição generalizada, dada por:

$$PDF[f(x)] = A_q [1 + (1 - q)(\beta_q)^2]^{-\frac{1}{1-q}} \quad (5.1)$$

onde: A_q representa a amplitude, e como as distribuições são normalizadas, seu valor a priori é 1; $\beta_q = x/\sigma_q$, onde σ_q representa o desvio-padrão generalizado, e q é o índice entrópico. Como dito anteriormente, o padrão gráfico exibido pela Gaussiana padrão é obtido quando se tem $q = 1$, que é a faixa que corresponde a um sistema que se encontra em situação de equilíbrio termodinâmico. Na distribuição q -Gaussiana, no entanto, o índice entrópico q está relacionado com a extensão da cauda da distribuição, e é através deste parâmetro que podemos extrair informações referentes às regiões da curva que correspondem a um estado fora do equilíbrio, que são justamente as regiões mais distantes da distribuição central do gráfico.

Figura 14 – Distribuição normalizada referente a uma curva de luz registrada no óptico, com $\lambda = 4,21 \cdot 10^{-7}$ m e $q = 1,54$. Esse gráfico representa um ajuste q -Gaussiano realizado sobre uma distribuição semelhante à da Figura 13.



Fonte: Autor.

Na figura acima, observe que alguns pontos situam-se fora da curva em que é feito o *fit q-Gaussiano* (esse procedimento foi realizado utilizando o software *Origin*), cuja extensão da

cauda representa uma distribuição com $q = 1,54$. Maiores valores de q estão associados a caudas mais largas que não podem ser ajustadas por uma gaussiana padrão. Por outro lado, a largura da distribuição está relacionada ao desvio padrão, que é mais largo à medida que a dispersão dos valores do fluxo aumenta.

O procedimento metodológico elementar de nossa pesquisa fundamentou-se na análise do espectro do quasar 3C 273, visto em quase todas as frequências do espectro eletromagnético ⁷, com o propósito de determinar, através da análise individual de cada curva de luz, qual o valor do índice entrópico correspondente e a relação que este possui com a respectiva distribuição, cujos valores podem ser vistos na Tabela 2 abaixo. O leitor notará, através de uma rápida inspeção nos valores, que nossos resultados sugerem vigorosamente que a distribuição espectral de nossa amostra não concorda com os resultados impostos pela mecânica estatística do equilíbrio, uma vez que os valores para o índice entrópico das distribuições são majoritariamente diferentes de 1, confirmando, portanto, nossa premissa de que o formalismo não extensivo de Tsallis é o ferramental teórico que melhor se ajusta a distribuição espectral do quasar.

Toda análise teórica de dados experimentais requer uma certa cautela no momento de sua análise. Pensando nisso, nossa amostra, que se encontra ordenada na tabela abaixo, contém um parâmetro ("flag") que irá indicar com que tipo de informação estamos lidando. Dessa forma, buscamos expôr apenas as séries temporais que correspondem a um conjunto mais robusto dos dados observacionais, o que faz com que o processo subsequente seja mais confiável. Utilizamos uma relação binária para catalogar as séries de acordo com a condição acima e, no caso, os dados que usamos recebem flag 0 ou 1, e isso pode ser visto na tabela abaixo, onde nota-se que alguns valores de λ e E se repetem. Os dados que apresentam um caráter "incerto" e duvidoso foram, inicialmente, rotulados com um valor negativo, mas para evitar confusão, iremos desconsiderar tais valores.

Sendo assim, o tipo de informação que estamos fazendo uso corresponde a uma parcela das séries em que há uma maior concentração de pontos, que possui um intervalo de datas bem determinado (o intervalo utilizado compreende a região que vai da primeira data de observação até a última). Todo esse procedimento de *mineração* de dados torna-se necessário devido ao fato de que, como mencionado anteriormente, procuramos determinar padrões em regiões que se afastam da *centralidade*, a fim de demonstrar que o sistema se encontra numa situação fora do equilíbrio termodinâmico e indicar que tipo de fenômeno físico pode estar por

⁷ Devido a escassez de dados observacionais de nossa amostra referentes a faixa dos raios gama, não fizemos a referida análise para essa banda.

trás de tal comportamento. Como existe uma variabilidade associada às curvas de luz, algumas em maior ou menor intensidade, entendemos que o procedimento acima é necessário devido ao fato de que *gaps* nas distribuições podem contribuir significativamente na análise dos resultados, o que pode acabar provocando falsas regularidades e distorcendo a real variabilidade presente nas curvas de luz do quasar.

Tabela 2 – Valores do índice entrópico correspondentes a cada curva de luz (com sua energia e comprimento de onda associados), cobrindo dos raios-X até o rádio (de cima pra baixo), juntamente com os respectivos valores para o desvio padrão da amostra e o valor do teste Qui-quadrado.

Energia (eV)	Comp. de onda (m)	q	Desvio-padrão σ	Reduced Chi-Sqr
$2,75 \cdot 10^5$	$4,52 \cdot 10^{-12}$	2,0	0,211	$2,32 \cdot 10^{-4}$
$1,0 \cdot 10^5$	$1,24 \cdot 10^{-11}$	1,74	0,315	$4,02 \cdot 10^{-5}$
$5,0 \cdot 10^4$	$2,48 \cdot 10^{-11}$	1,71	0,270	$5,75 \cdot 10^{-5}$
$1,0 \cdot 10^4$	$1,24 \cdot 10^{-10}$	1,94	0,244	$1,26 \cdot 10^{-4}$
$5,0 \cdot 10^3$	$2,48 \cdot 10^{-10}$	1,90	0,262	$1,65 \cdot 10^{-4}$
4,14	$3,00 \cdot 10^{-7}$	1,71	0,348	$8,85 \cdot 10^{-4}$
6,37	$1,95 \cdot 10^{-7}$	1,21	0,433	$1,35 \cdot 10^{-3}$
7,31	$1,70 \cdot 10^{-7}$	1,27	0,375	$6,94 \cdot 10^{-4}$
9,56	$1,30 \cdot 10^{-7}$	1,45	0,343	$8,87 \cdot 10^{-4}$
2,26	$5,47 \cdot 10^{-7}$	1,42	0,260	$8,91 \cdot 10^{-5}$
2,26	$5,47 \cdot 10^{-7}$	1,36	0,279	$7,90 \cdot 10^{-5}$
3,61	$3,43 \cdot 10^{-7}$	1,76	0,238	$1,10 \cdot 10^{-4}$
3,61	$3,43 \cdot 10^{-7}$	1,73	0,233	$1,15 \cdot 10^{-4}$
2,14	$5,79 \cdot 10^{-7}$	1,40	0,371	$1,835 \cdot 10^{-4}$
2,14	$5,79 \cdot 10^{-7}$	1,43	0,367	$6,17 \cdot 10^{-4}$
2,95	$4,21 \cdot 10^{-7}$	1,57	0,238	$1,18 \cdot 10^{-4}$
2,95	$4,21 \cdot 10^{-7}$	1,54	0,233	$1,21 \cdot 10^{-4}$
0,345	$3,60 \cdot 10^{-6}$	1,23	0,759	$5,07 \cdot 10^{-4}$
0,345	$3,60 \cdot 10^{-6}$	1,00	1,05	$1,44 \cdot 10^{-3}$
0,565	$2,20 \cdot 10^{-6}$	1,63	0,463	$3,54 \cdot 10^{-4}$
0,565	$2,20 \cdot 10^{-6}$	1,47	0,830	$6,02 \cdot 10^{-4}$
0,993	$1,25 \cdot 10^{-6}$	1,26	0,762	$1,49 \cdot 10^{-4}$
0,993	$1,25 \cdot 10^{-6}$	1,46	0,497	$2,15 \cdot 10^{-4}$
0,75	$1,65 \cdot 10^{-6}$	1,39	0,469	$2,86 \cdot 10^{-4}$
0,75	$1,65 \cdot 10^{-6}$	1,28	0,837	$4,57 \cdot 10^{-4}$
$3,76 \cdot 10^{-5}$	$3,30 \cdot 10^{-2}$	1,98	0,118	$1,04 \cdot 10^{-4}$
$6,21 \cdot 10^{-4}$	$2,00 \cdot 10^{-3}$	2,22	0,169	$4,25 \cdot 10^{-4}$
$9,56 \cdot 10^{-4}$	$1,30 \cdot 10^{-3}$	2,23	0,125	$1,77 \cdot 10^{-4}$
$1,55 \cdot 10^{-3}$	$8,00 \cdot 10^{-4}$	1,84	0,168	$1,89 \cdot 10^{-5}$
$1,53 \cdot 10^{-4}$	$8,10 \cdot 10^{-3}$	1,72	0,095	$7,55 \cdot 10^{-5}$
$9,12 \cdot 10^{-5}$	$1,36 \cdot 10^{-2}$	1,49	0,135	$2,25 \cdot 10^{-4}$
$6,21 \cdot 10^{-5}$	$2,00 \cdot 10^{-2}$	1,79	0,075	$1,25 \cdot 10^{-4}$
$3,31 \cdot 10^{-5}$	$3,75 \cdot 10^{-2}$	1,48	0,134	$2,56 \cdot 10^{-4}$

A partir dos dados obtidos e registrados na Tabela 2, o desenvolvimento ulterior de nossa pesquisa concentrou-se em determinar como a energia de cada distribuição espectral se relaciona com o índice entrópico, ou seja, queremos saber qual será o comportamento de q para diferentes valores de E e também de λ . A partir do valor de energia da série, obtivemos o respectivo comprimento de onda (e vice-versa) através da relação:

$$E = \frac{hc}{\lambda} \quad (5.2)$$

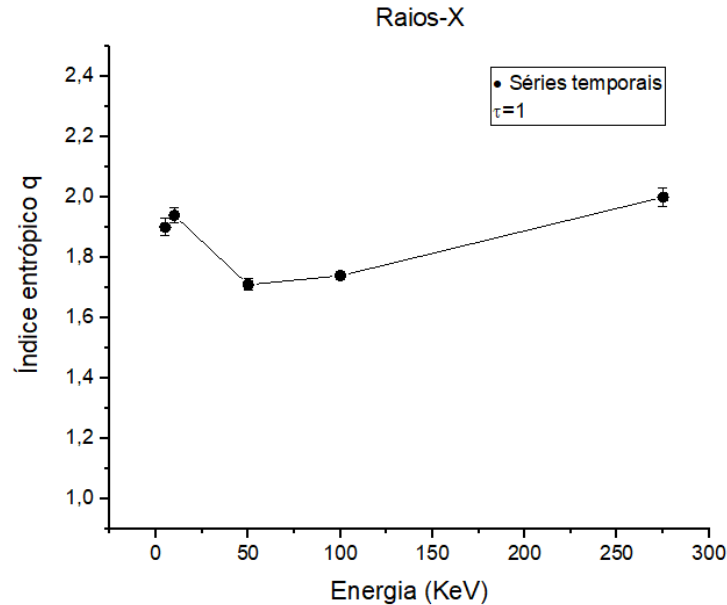
sendo E a energia, h é a constante de Planck, cujo valor é $6,63 \cdot 10^{-34}$ J·s, c é a velocidade da luz e λ é o comprimento de onda.

Nossa amostra não é grande o bastante para gerar um gráfico com uma grande concentração de pontos, por isso os gráficos mostrados a seguir podem não apresentar um padrão facilmente reconhecível. No entanto, devido às particularidades da teoria (que possui uma entropia não-extensiva cujo comportamento depende dos valores do índice entrópico), podemos procurar determinar que tipos de processos físicos podem estar associados às grandezas que dependem do comprimento de onda da radiação, e isso pode ser feito com base na verificação dos valores que obtivemos para q . O mesmo procedimento metodológico foi aplicado para todas as séries de que dispomos, e todos os valores que obtivemos para q foram computados, e nossos resultados podem ser vistos nas figuras abaixo.

Na figura abaixo, observe que todos os pontos, referentes as cinco curvas de luz do espectro de raios-X, concentram-se numa região do gráfico compreendida entre os valores de $q = 1.5$ e $q = 2$. Isto é muito interessante, pois como foi visto anteriormente, valores específicos de q definem certos regimes da não-extensividade do fenômeno, e isso leva a diferentes comportamentos da função entrópica de Tsallis dada pelas equações 2.24 e 2.25. Em particular, todos os resultados que obtivemos para o índice entrópico são ligeiramente maiores que 1 e, como vimos na seção 3.4 do capítulo 3, essa situação configurara-se como um caso de *subextensividade*, válida quando se tem $q > 1$, e que faz com que o funcional entrópico de Tsallis, dado pela equação 3.23, cresça com uma rapidez cada vez menor para maiores valores de q ,

Veremos, nas próximas páginas, de que modo a energia e o comprimento de onda da radiação referente às curvas de luz mudam em função dos múltiplos valores obtidos para o índice entrópico q .

Figura 15 – O gráfico abaixo relaciona os valores de energia com seus respectivos valores de q , correspondente à faixa de raios-X, cujos valores estão dispostos na Tabela 2. Cada ponto no gráfico representa uma série temporal (com uma dada energia associada), e mantemos o valor de τ igual a 1.



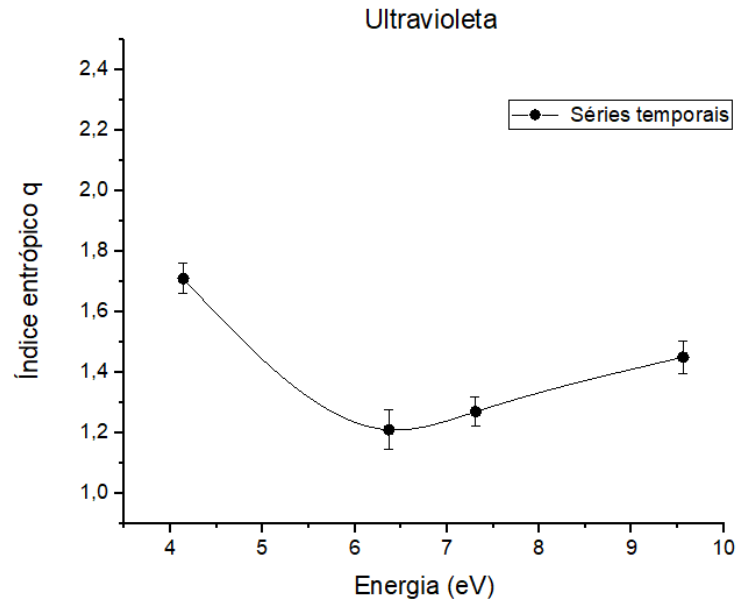
Fonte: Autor.

A quantidade de dados presentes nos gráficos é pequena. Portanto, iremos apresentar, ao final desta seção, uma figura que colige todos os nossos resultados analisados em todas as faixas de comprimento de onda no qual fizemos nossa análise. Para melhor ilustrar a relação que a radiação eletromagnética têm com o índice entrópico, realizamos o mesmo procedimento descrito nas páginas anteriores para a energia correspondente ao valor de λ , cujos valores puderam ser facilmente obtidos mediante a equação 5.2.

Como foi salientado no início deste capítulo, nossa análise foi feita adotando a condição $\tau = 1$, que, em termos práticos, significa que nosso procedimento analisa o nível do *ruído*, ou seja, estamos analisando a correlação entre os vizinhos mais próximos. Em outras palavras, estamos retirando da análise qualquer periodicidade que possa aparecer em escalas de tempo maiores, que é a situação quando se tem $\tau > 1$. Nossos resultados mostram peremptoriamente que a não-extensividade é uma característica presente no comportamento do quasar visto nessas faixas de energia.

É importante destacar que cada ponto nos gráficos representa uma determinada série temporal numa dada faixa do espectro, sendo que cada série é acompanhada por seu respectivo valor de q . Na figura abaixo, destacamos o modo como o comprimento de onda varia em função de q , na região correspondente ao ultravioleta.

Figura 16 – Diagrama que ilustra a relação da energia E em relação a q , usando as quatro séries com comprimentos de onda que variam entre 1300 e 3000 Å.

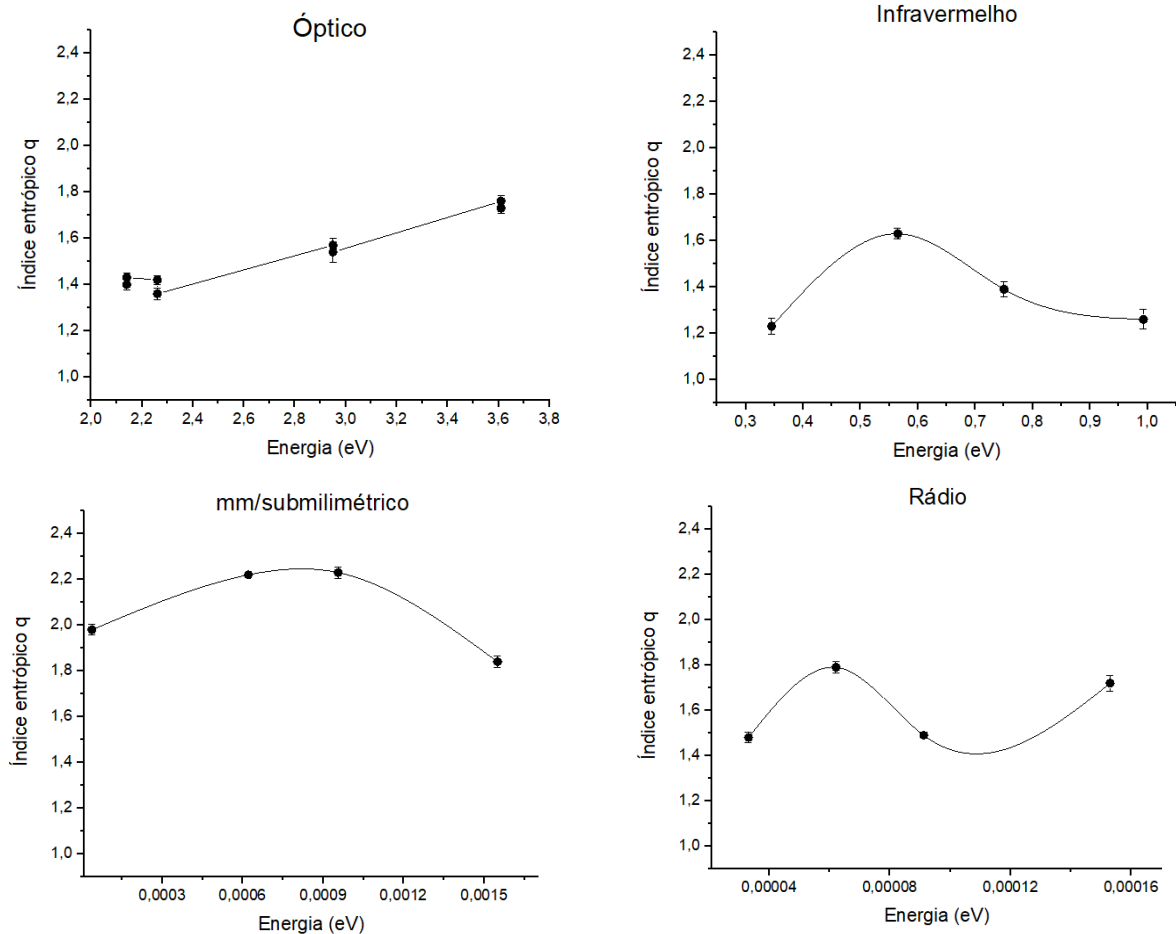


Fonte: Autor.

O gráfico acima corresponde a uma série registrada na faixa ultravioleta do espectro, e pode-se notar que o padrão gráfico é ligeiramente similar ao apresentado pela figura em raios-X. No entanto, observe que os pontos distribuem-se entre na região compreendida entre $q = 1$ e $q = 1,5$. Não dispomos de um número grande de séries temporais em nossa amostra, mas percebe-se que nossos resultados incorporam os efeitos de cauda longa presentes nas distribuições, e em que medida os valores do índice entrópico determinam o regime de não-extensividade associada ao espectro do quasar.

Os gráficos abaixo permitem-nos visualizar um padrão similar ao que fora mostrado nos dois gráficos anteriores, valendo observar que os valores de q variam de acordo com a mudança de escala (observe as diferenças nas ordens de grandeza), que, por sua vez, depende da variabilidade fotométrica do quasar. Observe que o comportamento de E na faixa de rádio se assemelha ao padrão exibido no infravermelho, e é provável que isso esteja associado ao fato de que, nessas faixas do espectro, o quasar apresenta uma grande variabilidade e periodicidade. Procurar essas regularidades é de extrema importância, pois se houver uma uniformidade quanto ao período dessas bandas espectrais, isto sugere que, provavelmente, um mesmo conjunto de fenômenos físicos regem determinado comportamento. A massa do buraco negro central, por exemplo, é um atributo que está relacionado à variabilidade do quasar, e buracos negros mais massivos tendem a ser mais variáveis.

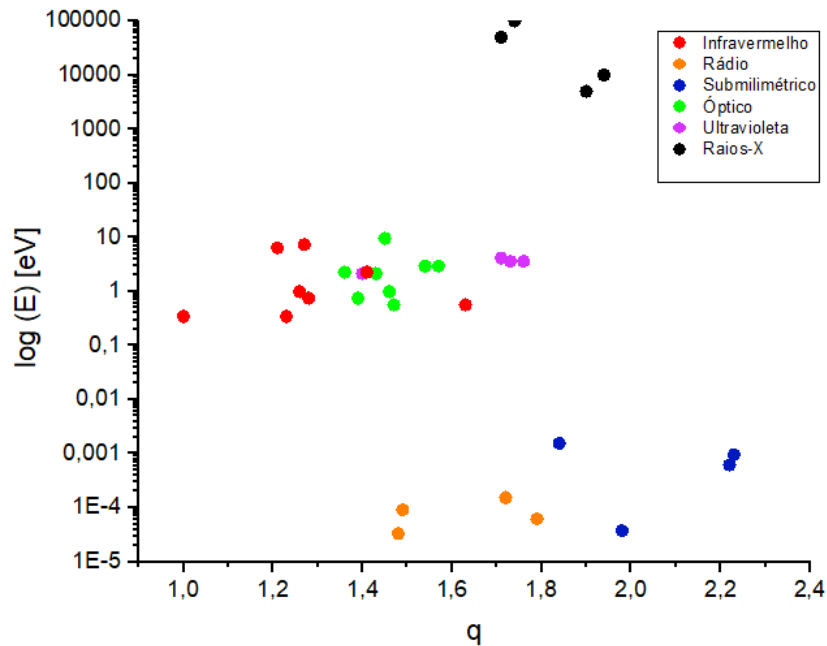
Figura 17 – Esses gráficos ilustram o comportamento do índice entrópico em função do energia para as demais faixas do espectro presentes em nossa amostra.



Fonte: Autor.

Fazendo uma rápida inspeção nos resultados exibidos acima, podemos notar algumas particularidades. Primeiro, vale notar que, como já era de se esperar, o padrão gráfico dos pontos é diferente para a grande maioria das frequências. Percebe-se também que, para as faixas no ultravioleta (Figura 16), óptico e infravermelho, os pontos concentram-se numa região compreendida entre $q \geq 1$ e $q \leq 2$, ao passo que em regiões cuja energia corresponda às faixas de Raios-X, submilimétrico e rádio (especialmente as duas primeiras), os pontos tendem a se afastar um pouco dessa região. Isso nos leva a crer que, seja lá qual for o mecanismo físico envolvido, este tende a afastar essas bandas do espectro ainda mais do equilíbrio termodinâmico. O mesmo procedimento fora executado para os comprimentos de onda associados a essas energias. Entretanto, devido a enorme diferença na ordem de grandeza dos valores (algumas bandas com algo em torno de 10^{-12} e outras com 10^{-3}), torna-se difícil visualizar as barras de erro. Sendo assim, preferimos omitir a exibição desses resultados referentes ao comprimento de onda (que são bem semelhantes aos já apresentados).

Figura 18 – Gráfico que colige toda a nossa amostra. Os pontos de cada série estão representados pelas seguintes cores: raios-x (preto), UV (lilás), óptico (verde), infravermelho (vermelho), mm/submilimétrico (azul) e rádio (laranja).



Fonte: Autor.

Repare que, como já fora salientado anteriormente, já era de se esperar que as bandas do espectro poderiam apresentar alguma correlação entre os seus valores. A ligação mostrada na região central do gráfico (Figura 18), que compreende as bandas do infravermelho, óptico e ultravioleta (observe que a ordem de grandeza dos comprimentos de onda correspondem a essas faixas do espectro, e o *cluster* central é composto em sua maioria por pontos dessas faixas), sugere que os efeitos descritos por Manners e colaboradores (MANNERS *et al.*, 2002) também ocorrem na escala do ruído, e isso também pode incluir o já citado *big blue bump*, que possui uma emissão cuja assinatura seja de origem térmica, e isso suscita a ideia de que essa observação seja proveniente das regiões que se encontram a uma temperatura considerável. Isso nos conduz a determinadas regiões específicas do quasar, como o disco de acreção, os jatos e até mesmo a dependência com a linha de visada do observador.

Observando a figura acima, é possível ver que há uma correlação praticamente linear entre a energia e o índice entrópico na região compreendida entre $q \geq 1$ e $q = 1.8$. Essa é justamente a região compreendida entre as bandas no infravermelho, óptico e ultravioleta, e, como mencionado anteriormente, existe a possibilidade de um mesmo fenômeno físico operar de forma semelhante nessas faixas do espectro.

Através das periodicidades medidas em raios-X, é possível fazer uma estimativa

da extensão do buraco negro central que reside no quasar. Para uma periodicidade curta de 109 dias ($3,15 \cdot 10^7$ s), podemos estimar o diâmetro do buraco negro como sendo $d = c\Delta t = 3 \cdot 10^8 \cdot 3,15 \cdot 10^7$, que resulta em $d = 9,45 \cdot 10^{12}$ km, que equivale a mais de dez vezes o diâmetro do sistema solar!

Se o mesmo procedimento aplicado à energia fosse aplicado ao comprimento de onda, obteríamos um padrão análogo ao que é mostrado na Figura 18. Eliminando alguns valores atípicos dos resultados, é possível ver que a correlação linear presente no *cluster* central do gráfico anterior se mantém presente em ambos os casos (tanto para E , quanto para λ).

Com o auxílio das figuras 17 e 18, é possível notar que a região central compreende a região de valores em que se encontram os dados referentes às séries no infravermelho, óptico e ultravioleta, desde que algumas considerações meramente estatísticas sejam feitas, pois só poderia haver correlação entre os *clusters* se ambos fossem independentes entre si. No entanto, é possível inferir, dentro de uma margem aceitável e com boa aproximação, que a correlação linear vista anteriormente se mantém válida para a energia e o comprimento de onda. Até o presente momento, é possível inferir que nossos resultados estão em perfeito acordo com os princípios da mecânica estatística não-extensiva.

A Figura 7 é de extrema valia para se analisar esses resultados, pois ela indica haver um componente físico comum às faixas do espectro mencionadas (já que são oriundas das regiões externas do quasar), e que são justamente onde encontramos essa correlação linear entre os valores. Como é mostrado na Figura 7, grande parte da radiação observada referente a essas bandas advém das estruturas externas ao núcleo central de um AGN, sendo que a poeira presente no disco, o toro de radiação e até mesmo as componentes estelares observadas para quasares sejam os agentes responsáveis pelo que fora medido. Sendo assim, esses resultados sugerem que diferentes valores de q poderiam ser encontrados para essas diferentes regiões do quasar, e que, provavelmente, deve haver alguma relação dos valores de q com a distância até o núcleo.

A variabilidade associada às curvas de luz do quasar são oriundas de fenômenos cujo comportamento não obedece aos princípios do equilíbrio termodinâmico, e nossos resultados mostram, de forma inequívoca, que a mecânica estatística não-extensiva é uma teoria que se adequa muito bem ao comportamento exibido por este sistema.

6 CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

Nesse trabalho, mostramos a relação existente entre a energia das várias bandas do espectro eletromagnético e o índice entrópico da mecânica estatística não-extensiva, bem como a forma pela qual q varia em função de E . O procedimento teórico/computacional por nós utilizado nos permitiu obter as funções de distribuição generalizadas dependentes do índice entrópico q , do desvio padrão generalizado σ_q e da amplitude A_q , que se manteve sempre fixada em 1. Por meio da correlação observada entre algumas séries, com ênfase no espectro infravermelho, óptico e ultravioleta do quasar, foi possível inferir que, possivelmente, um mesmo mecanismo físico está diretamente relacionado com essas bandas espectrais, havendo também a possibilidade de relacionar esses resultados com outras descobertas que foram relatadas no trabalho de outros autores, cuja aplicação não foi feita na presente dissertação, ficando, portanto, como proposta para inspeção e análise futuras.

Seguindo o itinerário do trabalho, fizemos uma breve descrição dos fundamentos matemáticos que sustentam a teoria por nós utilizada. Apresentamos, também, um breve apanhado teórico e conceitual acerca da termodinâmica do equilíbrio (formulação de Boltzmann-Gibbs), e estabelecemos as diferenças com a generalização dessa teoria através de uma descrição sucinta da mecânica estatística não-extensiva, com ênfase na explanação do funcional entrópico proposto por Tsallis.

Também foi de nosso interesse apresentar um breve capítulo destinado a descrição e explanação das principais características que definem um quasar como tal, evidenciando, sobretudo, os principais componentes de sua estrutura, e as formas de radiação emitidas por este objeto astronômico, destacando sobejamente as componentes eletromagnéticas.

Em vista dos resultados apresentados, nossa pesquisa sugere fortemente que a dinâmica do quasar 3C 273 é governada por fenômenos físicos que não se adequam aos princípios impostos pela mecânica estatística do equilíbrio, e isso pôde ser demonstrado através dos resultados que obtivemos para os valores da energia e do comprimento de onda da radiação em função do índice entrópico, que serviu de evidência cabal para comprovar as premissas e hipóteses que balizaram este trabalho. Em comparação com o que foi apresentado na literatura, nossos resultados dão maior plausibilidade aos indícios apresentados por Manners et al. (MANNERS *et al.*, 2002) e Soldi e colaboradores (SOLDI *et al.*, 2008), de que há uma correlação entre determinadas faixas do espectro, e essa ligação sugere que um mesmo conjunto de mecanismos é o responsável pelo que é observado.

Devido às limitações técnico-computacionais e a alguns problemas que enfrentamos durante o percurso, não foi realizado uma análise detalhada de quais são exatamente os processos naturais que estão por trás do que fora explanado. Sendo assim, é de nosso inteiro interesse abordar esses problemas em trabalhos futuros tendo por base os resultados por nós descobertos e apresentados, isto é, iremos expandir nossos resultados levando-se em consideração os valores de q das demais séries geradas por nosso código (para maiores valores de τ), e procurar determinar o modo como o índice entrópico varia em função do tempo.

Como foi mostrado no capítulo 3, muitos quasares, durante o seu processo de descoberta, tiveram seu espectro confundido com o de uma estrela, visto especialmente no óptico. Sendo assim, o próximo passo de nossa pesquisa é aplicar esse arcabouço teórico-computacional em outros objetos compactos, como blazares ou outras galáxias que atendam os requisitos, e verificar como a energia do sistema permite que a dinâmica desses objetos seja mais não-extensiva em uma faixa do espectro do que em outra. Ou seja, o próximo passo de nosso estudo será realizar uma análise mais abrangente, e procurar estender nossos resultados para outros objetos celestes, com ênfase especial naqueles cujo espectro seja passível ao escrutínio de nosso método.

REFERÊNCIAS

- ABE, S. A note on the q-deformation-theoretic aspect of the generalized entropies in nonextensive physics. **Physics Letters A**, Elsevier, v. 224, n. 6, p. 326–330, 1997.
- ARP, H. C. **Quasars, redshifts and controversies**. [S. l.]: Cambridge University Press, 1988.
- CAMENZIND, M. Magnetohydrodynamics of black holes and the origin of jets. **Annals of the New York Academy of Sciences**, v. 647, p. 610–619, 1991.
- CASQUILHO, J. P.; TEIXEIRA, P. I. C. **Introdução a física estatística**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2012.
- COHEN, M.; KELLERMANN, K.; SHAFFER, D.; LINFIELD, R.; MOFFET, A.; ROMNEY, J.; SEIELSTAD, G.; PAULINY-TOTH, I.; PREUSS, E.; WITZEL, A. *et al.* Radio sources with superluminal velocities. **Nature**, Nature Publishing Group, v. 268, n. 5619, p. 405–409, 1977.
- ELVIS, M. A structure for quasars. **The Astrophysical Journal**, IOP Publishing, v. 545, n. 1, p. 63, 2000.
- FERRARI, R. B. V. *et al.* **Modelagem do comportamento temporal do quasar 3c273 utilizando técnicas de aprendizado de máquina**. Universidade Presbiteriana Mackenzie, 2019.
- FREITAS, D. B. de. Stellar age dependence of the nonextensive magnetic braking index: a test for the open cluster alphaper. **arXiv preprint arXiv:2104.10248**, 2021.
- FREITAS, D. D.; MEDEIROS, J. D. Nonextensivity in the solar magnetic activity during the increasing phase of solar cycle 23. **EPL (Europhysics Letters)**, IOP Publishing, v. 88, n. 1, p. 19001, 2009.
- FREITAS, D. D.; MEDEIROS, J. D. Nonextensivity in the solar neighborhood. **EPL (Europhysics Letters)**, IOP Publishing, v. 97, n. 1, p. 19001, 2012.
- GELL-MANN, M.; TSALLIS, C. **Nonextensive entropy: interdisciplinary applications**. [S. l.]: Oxford University Press, 2004.
- GRAHAM, M. J.; DJORGOVSKI, S. G.; STERN, D.; GLIKMAN, E.; DRAKE, A. J.; MAHABAL, A. A.; DONALEK, C.; LARSON, S.; CHRISTENSEN, E. A possible close supermassive black-hole binary in a quasar with optical periodicity. **Nature**, Nature Publishing Group, v. 518, n. 7537, p. 74–76, 2015.
- HARTWICK, F.; SCHADE, D. The space distribution of quasars. **Annual review of astronomy and astrophysics**, Annual Reviews 4139 El Camino Way, PO Box 10139, Palo Alto, CA 94303-0139, USA, v. 28, n. 1, p. 437–489, 1990.
- HAZARD, C.; MACKAY, M.; SHIMMINS, A. Investigation of the radio source 3 c 273 by the method of lunar occultations. **Nature**, Nature Publishing Group, v. 197, n. 4872, p. 1037–1039, 1963.
- HUANG, K. **Introduction to statistical physics**. [S. l.]: Chapman and Hall/CRC, 2009.
- IMPEY, C.; MALKAN, M.; TAPIA, S. The miniblazar in 3c 273. **The Astrophysical Journal**, v. 347, p. 96–111, 1989.

- JACKSON, N.; BROWNE, I. Spectral differences between radio galaxies and quasars. **Nature**, Nature Publishing Group, v. 343, n. 6253, p. 43–45, 1990.
- JAHODA, K.; SWANK, J. H.; GILES, A. B.; STARK, M. J.; STROHMAYER, T.; ZHANG, W. W.; MORGAN, E. H. In-orbit performance and calibration of the rossi x-ray timing explorer (rxte) proportional counter array (pca). In: INTERNATIONAL SOCIETY FOR OPTICS AND PHOTONICS. **EUV, X-Ray, and Gamma-Ray Instrumentation for Astronomy VII**. [S. l.], 1996. v. 2808, p. 59–70.
- LANDSBERG, P. T.; VEDRAL, V. Distributions and channel capacities in generalized statistical mechanics. **Physics Letters A**, Elsevier, v. 247, n. 3, p. 211–217, 1998.
- LANG, K. R. **Essential astrophysics**. [S. l.]: Springer, 2013.
- LEVENBERG, K. A method for the solution of certain non-linear problems in least squares. **Quarterly of applied mathematics**, v. 2, n. 2, p. 164–168, 1944.
- MAGALHÃES, M. N.; LIMA, A. C. P. D. **Noções de probabilidade e estatística**. [S. l.]: Editora da Universidade de São Paulo, 2002. v. 5.
- MANCHANDA, R. Spectral variability in hard x-rays and the evidence for a 13.5 years period in the bright quasar 3c273. **Journal of Astrophysics and Astronomy**, Springer, v. 23, n. 3-4, p. 243–258, 2002.
- MANNERS, J.; ALMAINI, O.; LAWRENCE, A. The x-ray variability of high-redshift qos. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, Blackwell Science, Ltd Oxford, UK, v. 330, n. 2, p. 390–398, 2002.
- MARQUARDT, D. W. An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. **Journal of the society for Industrial and Applied Mathematics**, SIAM, v. 11, n. 2, p. 431–441, 1963.
- MARSCHER, A. P.; GEAR, W. K. Models for high-frequency radio outbursts in extragalactic sources, with application to the early 1983 millimeter-to-infrared flare of 3c 273. **The Astrophysical Journal**, v. 298, p. 114–127, 1985.
- MCHARDY, I.; LAWSON, A.; NEWSAM, A.; MARSCHER, A. P.; SOKOLOV, A. S.; URRY, C. M.; WEHRLE, A. E. Simultaneous x-ray and infrared variability in the quasar 3c273–ii. confirmation of the correlation and x-ray lag. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, The Royal Astronomical Society, v. 375, n. 4, p. 1521–1527, 2007.
- NAVIDI, W. **Probabilidade e estatística para ciências exatas**. [S. l.]: AMGH Editora, 2012.
- NUSSENZVEIG, H. M. **Curso de Física Básica: fluidos, oscilações e ondas, calor**. [S. l.]: Editora Blucher, 2018. v. 2.
- PATHRIA, R.; BEALE, P. **Statistical Mechanics**. 3rd ed. Boston: Academic Press, 2011.
- PETERSON, B. M. **An introduction to active galactic nuclei**. [S. l.]: Cambridge University Press, 1997.
- REES, M. Appearance of relativistically expanding radio sources. **Nature**, Nature Publishing Group, v. 211, n. 5048, p. 468–470, 1966.

- REIF, F. **Fundamentals of statistical and thermal physics**. [S. l.]: Waveland Press, 2009.
- RÉNYI, A. On measures of entropy and information. In: UNIVERSITY OF CALIFORNIA PRESS. **Proceedings of the Fourth Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability, Volume 1: Contributions to the Theory of Statistics**. [S. l.], 1961. p. 547–561.
- RIEGER, F. M. Rotating jet phenomena in active galactic nuclei. Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen, 2001.
- RIOS, L. D. A. Índice de atividade magnética baseado na mecânica estatística não-extensiva de tsallis para estrelas do tipo m. 2019.
- ROBINSON, A.; TERLEVICH, R. J. *et al.* **The nature of compact objects in active galactic nuclei: proceedings of the 33rd Herstmonceux Conference, held in Cambridge, July 6-22, 1992**. [S. l.]: Cambridge University Press, 1994.
- SALINAS, S. R. **Introdução a física estatística**. [S. l.]: Edusp, 1997. v. 9.
- SALPETER, E. Accretion of interstellar matter by massive objects. **Publications**, US Government Printing Office, v. 1, p. 165, 1964.
- SANTOS, M. A. d. *et al.* Investigações das periodicidades do quasar 3c 273 pelas transformadas de fourier e wavelet de suas curvas de luz em radio. Universidade Presbiteriana Mackenzie, 2007.
- SCHMIDT, M. 3 c 273: a star-like object with large red-shift. **Nature**, Nature Publishing Group, v. 197, n. 4872, p. 1040–1040, 1963.
- SILK, J.; REES, M. J. Quasars and galaxy formation. **arXiv preprint astro-ph/9801013**, 1998.
- SOARES, D. S. d. L. O quasar: monstro energetico ou grande desconhecido? 2008.
- SOLDI, S.; TÜRLER, M.; PALTANI, S.; ALLER, H.; ALLER, M.; BURKI, G.; CHERNYAKOVA, M.; LÄHTEENMÄKI, A.; MCHARDY, I.; ROBSON, E. *et al.* The multiwavelength variability of 3c 273. **Astronomy & Astrophysics**, EDP Sciences, v. 486, n. 2, p. 411–425, 2008.
- TRIOLA, M. F. *et al.* **Introdução à estatística**. Rio de Janeiro: LTC, 2005. v. 9.
- TSALLIS, C. Possible generalization of boltzmann-gibbs statistics. **Journal of statistical physics**, Springer, v. 52, n. 1, p. 479–487, 1988.
- TSALLIS, C. Non-extensive thermostatics: brief review and comments. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, Elsevier, v. 221, n. 1-3, p. 277–290, 1995.
- TSALLIS, C. Lévy distributions. **Physics World**, IOP Publishing, v. 10, n. 7, p. 42, 1997.
- TSALLIS, C. **Introduction to nonextensive statistical mechanics: approaching a complex world**. [S. l.]: Springer Science & Business Media, 2009.
- TURLER, M.; COURVOISIER, T.-L.; PALTANI, S. Modelling the submillimetre-to-radio flaring behaviour of 3c 273. **arXiv preprint astro-ph/9906274**, 1999.

ULRICH, M.-H.; MARASCHI, L.; URRY, C. M. Variability of active galactic nuclei. **Annual Review of Astronomy and Astrophysics**, Annual Reviews 4139 El Camino Way, PO Box 10139, Palo Alto, CA 94303-0139, USA, v. 35, n. 1, p. 445–502, 1997.

VALTAOJA, L.; TAKALO, L.; SILLANPAA, A.; VALTAOJA, E.; TORNIKOSKI, M.; SHAKHOVSKOI, N.; EFIMOV, I. S.; KIDGER, M.; DIEGO, J.-A. D. The connection between the low polarization quasar 3c 273 and blazars. **The Astronomical Journal**, v. 102, p. 1946–1955, 1991.

VAUGHAN, S.; UTTLEY, P.; MARKOWITZ, A.; HUPPENKOTHEN, D.; MIDDLETON, M.; ALSTON, W.; SCARGLE, J.; FARR, W. False periodicities in quasar time-domain surveys. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, Oxford University Press, v. 461, n. 3, p. 3145–3152, 2016.

VIANA, C.; FREITAS, D. de. Non-extensive processes associated with heating of the galactic disc. **EPL (Europhysics Letters)**, IOP Publishing, v. 131, n. 6, p. 69002, 2020.

WEINBERG, S. The first three minutes. **Bantam, New York**, 1979.

ZEL'DOVICH, Y. B. Observations in a universe homogeneous in the mean. **Soviet Astronomy**, v. 8, p. 13, 1964.