

Revista Brasileira de Cartografia (2017), N° 69/3: 599-605
Sociedade Brasileira de Cartografia, Geodésia, Fotogrametria e Sensoriamento Remoto
ISSN: 1808-0936

ELABORAÇÃO DE DIAGRAMAS PARA CÁLCULO DE MERGULHOS EM SEÇÕES GEOLÓGICAS COM EXAGERO VERTICAL

*Elaboration of Diagrams for Dip Angle Calculations in Geological
Sections with Vertical Exaggeration*

Sebastián González Chiozza¹

¹**Universidade Federal do Ceará - UFC**
Centro de Ciências – Departamento de Geologia
Campus do Pici - Bloco 912 - Fortaleza CE - CEP: 60440-554 – Brasil
gercharrems@yahoo.com

Recebido em 5 de Janeiro, 2016/ Aceito em 11 de Janeiro, 2017
Received on January 5, 2016/ Accepted on January 11, 2017

RESUMO

Apresentam-se os procedimentos detalhados e as equações que permitem construir diagramas para calcular os mergulhos a serem utilizados em seções geológicas com exagero vertical. A metodologia está baseada em um novo modelo de ábaco, aprimorado da versão original, caracterizado por ser mais preciso devido ao fato de apresentar um aumento progressivo do espaçamento entre as graduações conforme aumentam os valores angulares. Para construir um diagrama com as equações propostas, devem ser estabelecidos apenas três parâmetros: a dimensão do arco, a quantidade de graduações e o exagero da escala vertical. A técnica introduzida permite construir diagramas adequados às necessidades particulares de cada situação e possui potencial para ser explorada no ensino de geociências.

Palavras chaves: Cartografia Geológica, Ábaco, Ângulo de Mergulho, Seção Geológica, Exagero Vertical.

ABSTRACT

The article presents detailed procedures and equations for constructing diagrams used to calculate the dip values that should be used in geological sections with vertical exaggeration. The methodology is based on an improved version of the traditional abac, which provides greater accuracy due to the fact of having a progressive increase in the spacing between the angular graduations. To generate a diagram with the proposed equations, just three parameters should be defined: the arc dimension, the amount of graduations and the vertical scale exaggeration factor. The introduced technic allows elaborating abacs adapted to the particular requirements of every situation and has potential applications in geosciences teaching.

Keywords: Geological Cartography, Abacus, Dip Angle, Geological Section, Vertical Exaggeration.

1. INTRODUÇÃO

Os métodos de ensino frequentemente utilizados na área de desenho geológico para trabalhar com elaboração de mapas e construção de seções estruturais, são baseados em técnicas manuais por estas serem didaticamente significativas. Apesar da existência de técnicas informatizadas precisas e automatizadas, observa-se que o trabalho manual subsidia aos estudantes com experiências concretas as quais, com o uso do computador, são mais difíceis de serem exploradas (GONZALEZ CHIOZZA, 2017).

Quando se trata da construção de seções estruturais nas quais são representados planos estruturais inclinados, tais como contatos, fraturas ou foliações, é necessário recalcular os mergulhos dessas estruturas em função do exagero aplicado à escala vertical. Dentre os recursos mais usados para realizar esse ajuste estão os ábacos para cálculo de mergulhos (NADALIN *et al.*, 2014), sendo o Transferidor de Mergulhos Proporcionais elaborado por Rosa *et al.* (1968) um dos diagramas mais utilizados (Figura 1). Esse ábaco tradicional utiliza como base um transferidor normal (TN) de 90 graus e quatro transferidores concêntricos com as graduações que permitem determinar os mergulhos correspondentes aos exageros verticais de 2×, 3×, 5× e 10×. Conforme especificado por Loczy e Ladeira (1980), para realizar uma conversão, localiza-se o mergulho natural (sem exagero) na escala correspondente ao exagero vertical a ser utilizado, e traça-se uma linha reta entre esse ponto e o centro comum a todos os arcos. Em seguida, faz-se a leitura do ângulo de mergulho no TN para ser utilizado na seção geológica com exagero (Figura 1).

Com as configurações deste diagrama podem ser realizadas determinações satisfatórias para um amplo intervalo de valores, no entanto, observa-se uma notável queda de precisão quando se trata de valores angulares elevados. Recentemente, Gonzalez Chiozza (2016) propôs uma versão aprimorada do ábaco introduzindo como principais vantagens o aumento da precisão nas determinações e a inclusão do transferidor para o exagero de 4× (Figura 2).

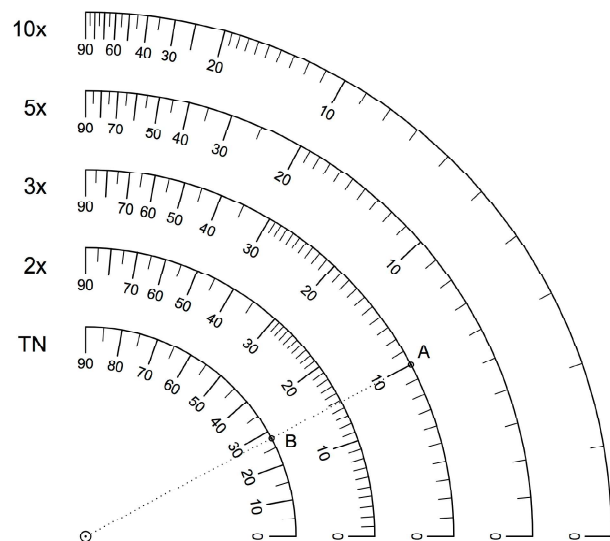


Fig. 1 – Transferidor de mergulhos proporcionais mostrando um exemplo de conversão de um mergulho natural $\alpha=10^\circ$ (ponto A) para o valor a ser usado com exagero vertical de 3×, $\alpha_{3x}=27,9^\circ$ (ponto B). Fonte: adaptado de Rosa *et al.* (1968).

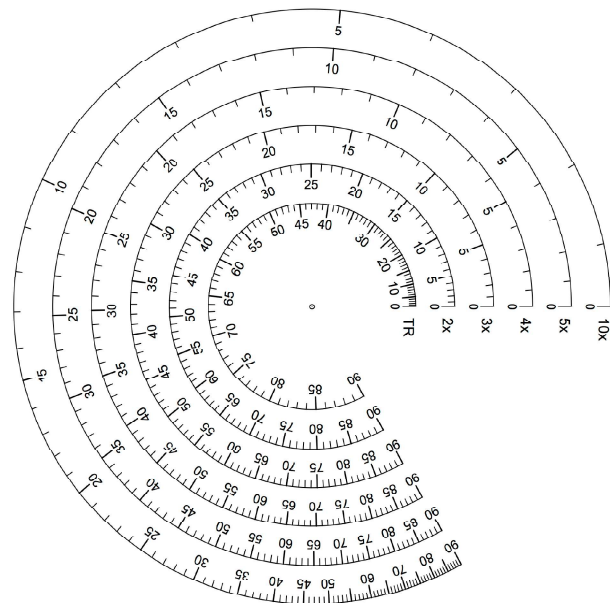


Fig. 2 – Nova versão do ábaco para cálculo de mergulhos em seções com exagero vertical. Para realizar determinações utiliza-se o mesmo procedimento que no diagrama tradicional.

Comparando os dois diagramas, observa-se que no novo modelo, o transferidor de referência (TR) utilizado para leitura dos valores com exagero é modificado de forma tal que o espaçamento entre as graduações sofre um incremento progressivo, deixando os valores maiores mais separados e viabilizando a realização de determinações com melhor resolução angular.

O objetivo do presente artigo é apresentar a fundamentação matemática utilizada para gerar o novo ábaco, introduzindo uma metodologia que também permite gerar versões personalizadas do diagrama adequadas às particularidades de cada situação. Do ponto de vista didático, de acordo com as teorias da prática educativa propostas por Tardif (2002), observa-se que o método tem potencial para ser utilizado como conteúdo de ensino, desde que o mesmo reúne fundamentos de cartografia geológica e matemática, permitindo desenvolver práticas com características adequadas à pedagogia da aprendizagem significativa (AUSUBEL, 2000).

2. ELABORAÇÃO DO DIAGRAMA

Os fundamentos e as equações que integram o processo de construção do diagrama para cálculo de mergulhos apresentado na Figura 2 são abordados sequencialmente nesta seção.

2.1 Exagero vertical

Ao construir seções geológicas é de uso frequente aumentar a escala vertical em relação à horizontal para enfatizar a visibilidade das feições estruturais e morfológicas as quais, em muitos casos, teriam sua visualização dificultada se fossem utilizadas escalas idênticas. O fator de exagero (e) adotado é determinado através do cociente entre o denominador da escala horizontal (Nh) e o denominador da escala vertical (Nv), de acordo com a Equação 1:

$$e = \frac{Nh}{Nv} \quad (1)$$

Por exemplo, a seção da Figura 3, que apresenta uma escala horizontal de 1:7500 e uma escala vertical de 1:2500, tem um fator de exagero vertical igual a 3.

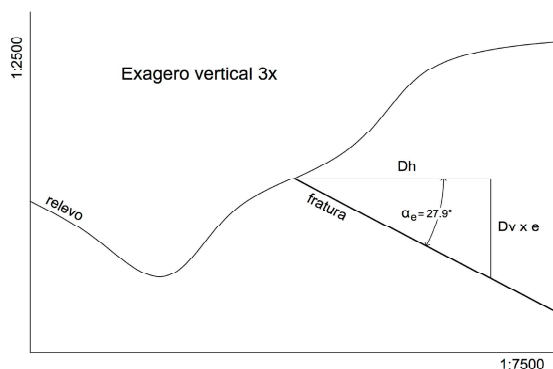


Fig. 3 – Seção geológica mostrando um perfil topográfico e uma estrutura planar (fratura) com exagero vertical de 3x.

2.2 Cálculo da variação angular do mergulho em função do exagero vertical

Conforme representado na Figura 4, o valor angular do mergulho (α) está associado trigonometricamente a uma distância horizontal (Dh) e uma distância vertical (Dv) por meio da tangente de acordo com a Equação 2 (LOCZY & LADEIRA, 1980):

$$\tan \alpha = \frac{Dv}{Dh} \quad (2)$$

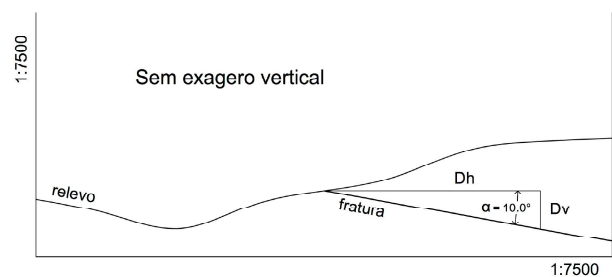


Fig. 4 – Seção geológica sem exagero vertical mostrando o perfil topográfico e a estrutura planar (fratura) apresentados na Figura 3.

Quando a escala vertical é aumentada (Figura 3), a distância horizontal permanece inalterada, entretanto, a distância vertical aumenta de acordo com o fator de exagero vertical (Equação 3):

$$Dv_e = Dv \cdot e \quad (3)$$

Conseqüentemente, para esta situação o fator e é incluído no cálculo da tangente do mergulho com exagero (α_e):

$$\tan \alpha_e = \frac{Dv \cdot e}{Dh} \quad (4)$$

Na Equação 4 realiza-se a substituição $Dv = Dh \cdot \tan \alpha$ para obter:

$$\tan \alpha_e = \frac{Dh \cdot \tan \alpha \cdot e}{Dh} \quad (5)$$

Logo, depois de simplificar a Equação 5, calcula-se o valor do mergulho com exagero aplicando a função inversa da arco-tangente conforme expressado na Equação 6:

$$\alpha_e = \tan^{-1}(\tan \alpha \cdot e) \quad (6)$$

2.3 Cálculo das graduações com incremento progressivo

Na escala do TR do novo ábaco, as graduações de 0° a 90° são distribuídas num arco de dimensão angular $A = 300^\circ$ e o espaçamento (E) entre elas aumenta conforme aumentam os valores (Figura 5). Ao espaçamento da primeira graduação da escala é atribuído um valor de 1° . O espaçamento das graduações subsequentes é acrescido com um incremento (k) progressivamente maior, que leva a que os valores angulares mais altos fiquem mais espaçados. De acordo com a Equação 7, para uma dada graduação α , o incremento progressivo do espaçamento ($k\alpha$) é calculado multiplicando uma constante (C) por um fator inteiro igual a $\alpha-1$ (Figura 6):

$$k_\alpha = C \cdot (\alpha - 1) \quad (7)$$

Na Figura 5 é ilustrado como o valor de C , que depende da dimensão do arco (A) e da quantidade de graduações presentes na escala (n), é determinado a partir da premissa de que o intervalo de arco correspondente à diferença entre A e n deve igualar o somatório dos incrementos de acordo com as Equações 8 a 11:

$$A - n = k_1 + k_2 + k_3 + \dots + k_n \quad (8)$$

$$A - n = C \cdot (1 - 1) + C \cdot (2 - 1) + C \cdot (3 - 1) + \dots + C \cdot (n - 1) \quad (9)$$

$$A - n = C \cdot (0 + 1 + 2 + \dots + n - 1) \quad (10)$$

$$A - n = C \cdot \sum_1^{n-1} i \quad (11)$$

Considerando que o somatório dos números inteiros desde 1 até $n-1$ é igual ao número triangular $T_{(n-1)}$, tem-se a igualdade expressada na Equação 12:

$$\sum_1^{n-1} i = T_{(n-1)} = \frac{(n - 1) \cdot n}{2} \quad (12)$$

podendo substituir-se $T_{(n-1)}$ na Equação 11 para obter a Equação 13:

$$A - n = \frac{C \cdot (n - 1) \cdot n}{2} \quad (13)$$

Logo, reagrupando os fatores define-se a Equação 14 que permite calcular a constante C :

$$C = \frac{(A - n) \cdot 2}{(n - 1) \cdot n} \quad (14)$$

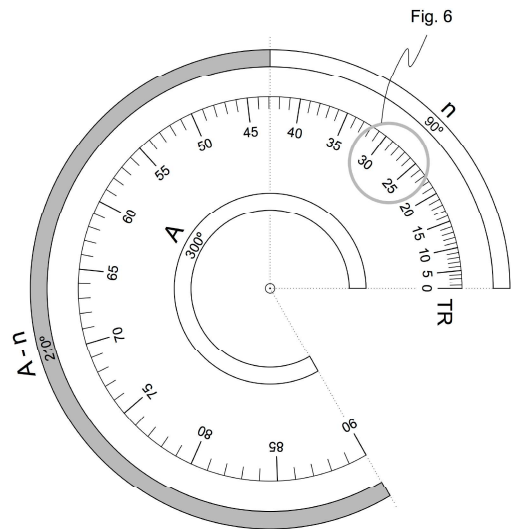


Fig. 5 – Transferidor de referência (TR) e representação dos parâmetros que servem de base para o cálculo da constante de incremento. A : dimensão angular do arco do diagrama; n : ângulo definido pelo número de graduações da escala; $A-n$: porção do arco a ser distribuída entre os incrementos progressivos.

No novo diagrama (Figura 2) os 90 graus da escala que permite caracterizar o mergulho das estruturas geológicas são distribuídos em um arco de 300° , o que determina $n=90^\circ$, $A=300^\circ$ e um valor de $0,0524^\circ$ para a constante C .

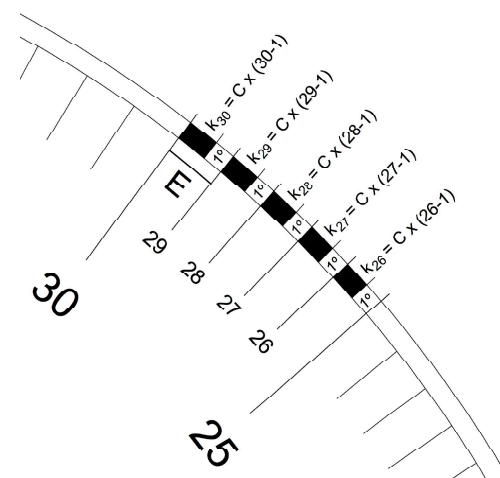


Fig. 6 – Representação gráfica dos incrementos progressivos (k_α) do TR para o intervalo de α entre 25° e 30° (ver referência na Figura 5). O espaçamento (E) entre duas graduações equivale a $1^\circ + k_\alpha$.

A distância angular S_α , que define a posição de cada graduação (α) em relação à origem do transferidor (zero angular), é calculada individualmente por meio da Equação 15:

$$S_\alpha = \alpha + T_{(\alpha-1)} \cdot C \quad (15)$$

Substituindo $T_{(\alpha-1)}$ de acordo com a Equação 12 obtém-se a Equação 16,

$$S_\alpha = \alpha + (\alpha - 1) \cdot \alpha \cdot \frac{C}{2} \quad (16)$$

e logo reagrupando os fatores, define-se um polinômio de segundo grau como expressão de cálculo da separação:

$$S_\alpha = \alpha \cdot \left(1 - \frac{C}{2}\right) + \alpha^2 \cdot \frac{C}{2} \quad (17)$$

Ao serem realizados os cálculos com a Equação 17, obtém-se um valor unitário para a primeira graduação ($S_1 = 1^\circ$) e um valor equivalente ao arco completo (A) para a última graduação ($S_{90} = 300^\circ$). Já o espaçamento angular (E) entre duas graduações consecutivas (Figura 6) pode ser calculado por meio da Equação 18:

$$E = S_\alpha - S_{(\alpha-1)} \quad (18)$$

ou também com a Equação 19, definida a partir do incremento progressivo determinado na Equação 7:

$$E = 1^\circ + C \cdot (\alpha - 1) \quad (19)$$

Desta forma, a escala de referência gerada apresenta um espaçamento de 1° na primeira graduação (entre 0° e 1°), um espaçamento de $1^\circ + C = 1,0524^\circ$ na segunda graduação (entre 1° e 2°) e um espaçamento de $1^\circ + (n-1) \cdot C = 5,6667^\circ$ na última (entre 89° e 90°).

2.4 Cálculo das escalas dos transferidores correspondentes aos distintos fatores de exagero vertical

Na escala graduada do transferidor gerado para cada fator de exagero (e), representam-se os valores angulares sem exagero nas posições correspondentes aos ângulos com exagero, de tal

forma que estes últimos fiquem determinados na escala de referência (Figura 7).

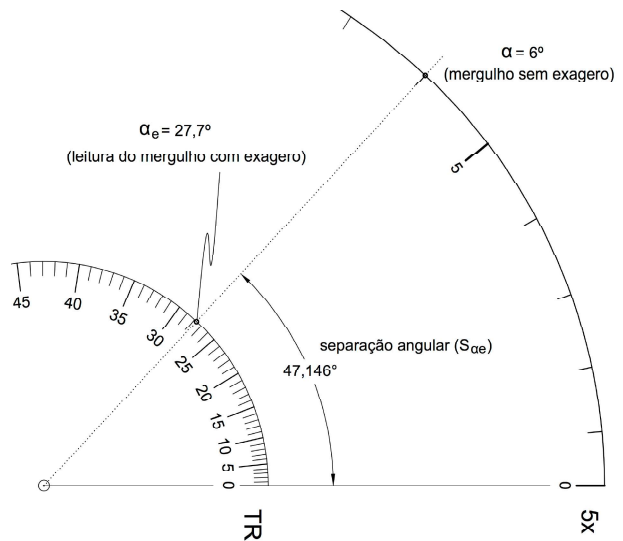


Fig. 7 – TR e transferidor para exagero 5× ilustrando o critério para elaboração das escalas correspondentes aos ângulos com exagero calculados com a Equação 21. O exemplo ilustra as determinações realizadas para $\alpha = 6^\circ$.

Para determinar essas posições, a separação das graduações na escala do exagero ($S_{\alpha e}$), deve ser calculada utilizando como base a Equação 17, porém, substituindo o valor da graduação pelo correspondente valor de mergulho com exagero (α_e):

$$S_{\alpha e} = \alpha_e \cdot \left(1 - \frac{C}{2}\right) + \alpha_e^2 \cdot \frac{C}{2} \quad (20)$$

Logo, utilizando a Equação 6 para substituir α_e na Equação 20, chega-se à expressão que permite obter $S_{\alpha e}$ em função de α (Equação 21):

$$S_{\alpha e} = \tan^{-1}(\tan \alpha \cdot e) \cdot \left(1 - \frac{C}{2}\right) + \tan^{-1}(\tan \alpha \cdot e)^2 \cdot \frac{C}{2} \quad (21)$$

3. DISCUSSÃO

O ábaco apresentado na Figura 2 (com sua versão de alta resolução disponibilizada na Figura 8) ilustra o novo diagrama proposto para determinação de mergulhos em seções geológicas com exagero vertical, desenvolvido conforme os procedimentos descritos. A metodologia introduzida neste artigo permite construir ábacos

para cálculo de mergulhos com as configurações que melhor se adaptam a cada situação particular. Para construir um diagrama devem ser definidos três parâmetros: a dimensão do arco (A), a quantidade de graduações (n) e o exagero da escala vertical. As Equações 17 e 21, as quais tem

como variável de entrada o valor da graduação a ser calculada (α), permitem calcular a separação angular da graduação em relação à origem para gerar respectivamente, a escala de referência e os transferidores correspondentes aos fatores de exagero vertical utilizados.

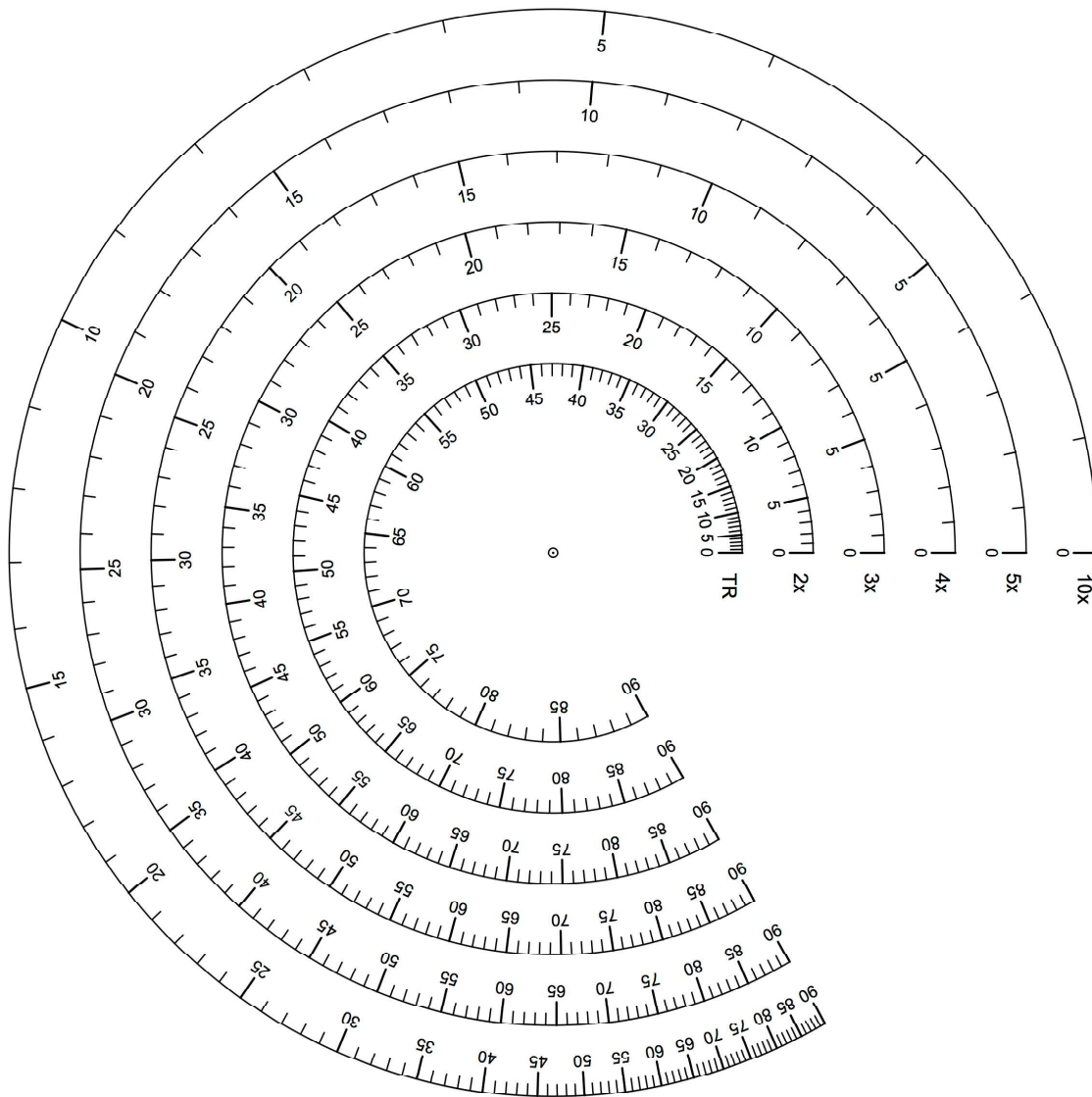


Fig. 8 – Novo ábaco para cálculo de mergulhos em seções com exagero vertical (versão de alta resolução para execução de cálculos).

A Equação 14 permite calcular a constante C usada nas fórmulas precedentes. A modo de exemplo, na Figura 9 apresenta-se um ábaco elaborado com um arco (A) de 180° para ser utilizado com exageros verticais de $1,5\times$ e $2,5\times$. Dentre outras aplicações, esse modelo seria útil para vincular uma escala horizontal de 1:7500 com uma escala vertical de 1:5000 ou uma escala horizontal de 1:5000 com uma escala vertical de 1:2000.

Adicionalmente, destaca-se que para facilitar e agilizar a elaboração dos diagramas podem ser utilizados recursos computacionais auxiliares, tais como planilhas eletrônicas e software do tipo *CAD* (do inglês: *Computer Aided Design*).

Considerando as possibilidades de aplicação didática da metodologia proposta, observa-se que a mesma tem potencial para ser utilizada como conteúdo de ensino, visto que envolve a

interação de conceitos de cartografia geológica com fundamentos de geometria, trigonometria e aritmética. Nesse sentido, seria viável desenvolver atividades práticas nas quais os alunos pudessem construir suas próprias versões do diagrama, realizando experiências individuais adequadas aos postulados da teoria pedagógica da aprendizagem significativa.

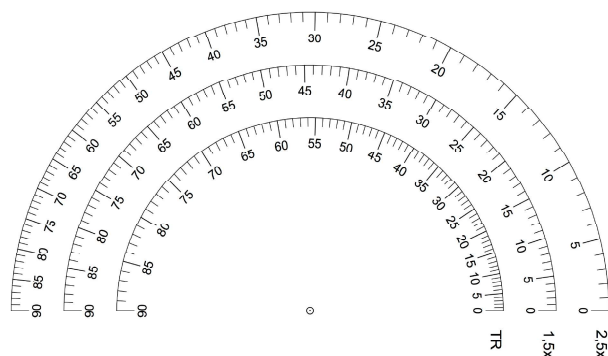


Fig. 9 – Âbaco para cálculo de mergulhos elaborado com um arco de 180° para seções com exagero vertical de 1,5× e 2,5×.

4. CONCLUSÃO

Foi criada uma nova versão do diagrama para cálculo de mergulhos em seções geológicas com exagero vertical, na qual os transferidores do ábaco são modificados de tal forma que o espaçamento entre as graduações sofre um incremento progressivo, melhorando a precisão das determinações angulares. O método desenvolvido permite gerar diagramas com configurações ajustadas às necessidades específicas de cada caso, tendo campo de aplicação tanto em atividades técnico-científicas quanto em práticas didáticas.

AGRADECIMENTOS

O autor deixa constância do seu agradecimento ao geólogo César Ulisses Vieira Veríssimo pelos comentários e sugestões que contribuíram a melhorar o artigo e ao engenheiro Bruno de Athayde Prata pela minuciosa revisão do manuscrito.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AUSUBEL, D.P. **The acquisition and retention of knowledge**. Dordrecht, Kluwer Academic Publishers, 2000. 212p.

GONZALEZ CHIOZZA, S. Novo ábaco para cálculo de mergulhos em seções geológicas. 48 Congresso Brasileiro de Geologia, Porto Alegre, 2016. **Anais**. P 6728, 2016.

GONZALEZ CHIOZZA, S. Computer aided geological design: AutoCAD® applications in structural geology. **Terræ Didática**, v. 12, n. 2, p. 113-122, 2017.

LOCZY, L.; LADEIRA, E. A. **Geologia Estrutural e Introdução à Geotectônica**. São Paulo, Edgard Blücher, 1980. 528p.

NADALIN, R. J. **Tópicos Especiais em Cartografia Geológica**. Paraná, UFPR, 2014. 296p.

ROSA, H.; PEREIRA, I. S.; DAMIANIK, R.; ARAUJO Jr, N. **Manual de geologia de superfície**. Ciência – Técnica – Petróleo, Publ. N°2. Rio de Janeiro, Petrobras, 1968. 125p.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional**. Petrópolis, Vozes, 2002. 328p.