



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS
DEPARTAMENTO DE FÍSICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA
MESTRADO ACADÊMICO EM FÍSICA

JEFFERSON WHERCULIS DA SILVA SOUZA

UM ESTUDO ACERCA DO FUTURO ROTACIONAL DE ESTRELAS TIPO-SOLAR
EM AGLOMERADOS ESTELARES

FORTALEZA

2022

JEFFERSON WHERCULIS DA SILVA SOUZA

UM ESTUDO ACERCA DO FUTURO ROTACIONAL DE ESTRELAS TIPO-SOLAR EM
AGLOMERADOS ESTELARES

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Acadêmico em Física do Programa de Pós-Graduação em Física do Centro de Ciências da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Física. Área de Concentração: Física da Materia Condensada

Orientador: Prof. Dr. Daniel Brito de Freitas

FORTALEZA

2022

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Biblioteca Universitária
Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

- S238e Souza, Jefferson Wherculis da Silva.
Um estudo acerca do futuro rotacional de estrelas tipo-solar em aglomerados estelares / Jefferson Wherculis da Silva Souza. – 2022.
107 f. : il. color.
- Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Ciências, Programa de Pós-Graduação em Física, Fortaleza, 2022.
Orientação: Prof. Dr. Daniel Brito de Freitas.
1. Rotação Estelar. 2. Aglomerados Estelares. 3. Idade. 4. Freio Magnético. I. Título.

CDD 530

JEFFERSON WHERCULIS DA SILVA SOUZA

UM ESTUDO ACERCA DO FUTURO ROTACIONAL DE ESTRELAS TIPO-SOLAR EM
AGLOMERADOS ESTELARES

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Acadêmico em Física do Programa de Pós-Graduação em Física do Centro de Ciências da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Física. Área de Concentração: Física da Matéria Condensada

Aprovada em:

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Daniel Brito de Freitas (Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Luidhy Santana Silva
Universidade Cruzeiro do Sul (Unicsul) /
Universidade Cidade de São Paulo (UNICID)

Prof. Dra. Maria Liduína das Chagas
Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará
(UNIFESSPA)

À minha família e a todos que acreditaram em mim.

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus pais e meu irmão por sempre me apoiarem nas minhas decisões e entenderem que o futuro só pode ser construído com forte dedicação e empenho no presente.

Agradeço ao Prof. Dr. Daniel Brito de Freitas por me orientar e acreditar na conclusão do projeto, pela ajuda na busca por melhores caminhos que viabilizaram o desenvolvimento da pesquisa, além de suas valiosas sugestões e liberdade para a condução da dissertação da melhor forma possível.

Aos professores, que apesar desde período complicado de pandemia, me proporcionaram valiosa fonte de conhecimento, cada vez mais importante nestes novos tempos onde a desinformação está atingindo patamares elevados. Pelos seus ensinamentos a favor do bem da ciência, meus sinceros agradecimentos.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001. Agradeço pelo financiamento da pesquisa de mestrado através da bolsa de estudos, que teve importância crucial para o andamento do projeto.

Aos meus amigos, que me apoiaram e sempre incentivaram a continuar com meus novos desafios, deixo aqui meu muito obrigado.

"Todos se deixam levar pela correnteza do destino ou coisa parecida, para no final sumirem do mundo, desperdiçando suas vidas, sem ao menos descobrir o significado de suas existências."(MIURA, 1991, p. 126).

RESUMO

Usando uma função generalizada da lei de spin-down estelar, nós investigamos a dependência do índice de frenagem magnética com a idade de diferentes aglomerados. Inicialmente, nossa pesquisa consta de 14 aglomerados abertos com idade inferior a 1 Giga-ano e variam em massa de 0,7 a 1,4 M_{\odot} distribuída em três subamostras. Também utilizamos 6 aglomerados abertos e 1 aglomerado globular com idades superiores a 1 Giga-ano. Nosso objetivo é verificar o comportamento temporal do índice de frenagem não-extensivo q que traz a distribuição cumulativa das velocidades rotacionais das estrelas de um aglomerado mais jovem X tomadas na idade futura de um aglomerado mais antigo denotado por Y . Como resultado, o índice q é calculado ao longo do tempo $t_Y - t_X$, onde t_Y denota a idade do aglomerado estelar mais antigo usado para estimar a distribuição cumulativa futura da velocidade de rotação do aglomerado X com a idade atual t_X . Nossos resultados apontam que para aglomerados mais jovens do que 1 Giga-ano, os valores de q são ligeiramente constantes. Para os aglomerados com idade superior à 1 Giga-ano os resultados encontrados para a evolução temporal do índice de freio magnético, também mostraram um comportamento suavemente constante para os valores de q . Os resultados também indicam uma diminuição da rotação estelar provocada pela desaceleração do índice de freio magnético.

Palavras-chave: rotação estelar. aglomerados estelares. idade. freio magnético.

ABSTRACT

Using a generalized function of the stellar spin-down law, we investigate the dependence of the magnetic braking index on the age of different clusters. Initially, our research consists of 14 open clusters with age less than 1 Gigayear and ranging in mass from 0.7 to 1.4 M_{\odot} distributed in three subsamples. We also used 6 open clusters and 1 globular cluster with ages greater than 1 Gigayear. Our objective is to verify the temporal behavior of the non-extensive braking index q which brings the cumulative distribution of the rotational velocities of the stars of the youngest cluster X taken at the future age of an older cluster denoted by Y . As a result, the q -index is calculated over time $t_Y - t_X$, where t_Y denotes the age of the oldest open cluster used to estimate the future cumulative distribution of the rotation velocity of the cluster X with the current age t_X . Our results indicate that for clusters younger than 1 Gigayear, the values of q are slightly constant. For clusters older than 1 Gigayear, the results found for the temporal evolution of the magnetic brake index also showed a smoothly constant behavior for the values of q . The results also indicate a decrease in stellar rotation caused by the deceleration of the magnetic brake index.

Keywords: stellar rotation. stellar clusters. age. magnetic braking.

LISTA DE FIGURAS

- Figura 1 – Gráfico ilustrando a frequência $\omega/2\pi$ (medida em nHz) como função do raio do Sol considerando cinco diferentes valores de latitude 0, 15, 30, 45 e 60. Observando a direita da linha pontilhada se encontra a parte onde temos o envelope convectivo, que tem a rotação diferencial, enquanto a esquerda da linha pontilhada encontramos o envelope radioativo que segue a rotação de um corpo rígido. 22
- Figura 2 – O diagrama $H - R$, nos mostra como as estrelas se encontram distribuídas de acordo com sua cor e brilho, que correspondem a temperatura e luminosidade respectivamente. Nele também se observa as posições de cada estrela de acordo com seus raios, classificando-as como anãs da parte inferior, as supergigantes do ramo horizontal superior, bem como as estrelas que pertencem a sequência principal 23
- Figura 3 – Gráfico indicando velocidade rotacional média de estrelas de campo e de aglomerado. Observe que a através da linha tracejada estão identificadas as estrelas de aglomerado e a linha sólida mostram as estrelas de campo. Resultado obtido via dados de (FUKUDA, 1982), onde se confirma a descoberta de (KRAFT, 1967), em relação as idades e velocidades médias de rotação entre o fim da faixa espectral F e o início da G 24
- Figura 4 – Gráfico indicando os resultados obtidos por Skumanich, mostrando velocidades de rotação e também a taxa de decaimento das emissões de Ca^+ e da abundância de lítio com a ordem de $t^{-1/2}$ 26
- Figura 5 – Na figura podemos ver um exemplo de aglomerado aberto, o Messier 7 ou também chamado de NGC 6475. 41
- Figura 6 – Na figura podemos ver um exemplo de aglomerado globular, no caso temos o NGC 5139, ou também conhecido Omega Centauri. 42
- Figura 7 – Gráfico da equiprobabilidade de S_q em função do número de estados acessíveis, com a constante $k = 1$, associados a variados valores de q . Observe que o termo $1/(q - 1)$ é saturado por S_q quando $q > 1$, desde que o número de estados acessíveis tenda ao infinito, $W \rightarrow \infty$, e quando $q \leq 1$, S_q diverge. . . 54

Figura 8 – Função de distribuição cumulativa (CDF), para a velocidade angular Ω dada em unidades solares para estrelas do aglomerado α Per representado pela linha preta e do aglomerado $M37$ na linha vermelha, os aglomerados possuem idades de 35 e 347 Mega-anos, respectivamente. Foi considerado um intervalo de massa $0.9 < M(M_{\odot}) < 1.1$	66
Figura 9 – Função de distribuição cumulativa (CDF), para a velocidade angular Ω dada em unidades solares para estrelas do aglomerado α Per com a idade do aglomerado $M37$, representado pela linha vermelha, assumindo ainda o índice de freio magnético q e τ são livres, representado pela linha preta. Os melhores parâmetros como mostra a Tabela 2 são $q = 1.33$ e $\tau = 131$ Mega-anos. Também podemos ver o fit da exponencial padrão representado pela linha azul e o da Lei de Skumanich que ocorre para $q = 3$, representado pela linha verde. Foi considerado um intervalo de massa $0.9 < M(M_{\odot}) < 1.1$	67
Figura 10 – Evolução temporal do índice de freio magnético q e da constante de decaimento τ , calculados dos seus melhores fits na Figura 9. O resultado apresentado foi obtido para o aglomerado α Per, sobre diferentes idades baseados em outros 8 aglomerados abertos jovens com idade inferior a 1 Giga-ano.	70
Figura 11 – Distribuição cumulativa, para as velocidades rotacionais Ω de estrelas do aglomerado α Per para faixa de massa $0.9 < M(M_{\odot}) < 1.1$. Representado pela linha vermelha temos o perfil da distribuição cumulativa e em preto temos o fit para a q -exponencial feito para $q = 1.69$	71
Figura 12 – Distribuição cumulativa, para as velocidades rotacionais Ω de estrelas do aglomerado IC2391 para a faixa de massa $0.7 < M(M_{\odot}) < 0.9$. Representado pela linha vermelha temos o perfil da distribuição cumulativa e em preto temos o fit para a q -exponencial feito para $q = 1.68$	73
Figura 13 – Função de distribuição cumulativa (CDF), para a velocidade angular Ω para estrelas do aglomerado IC2391 representado pela linha preta e do aglomerado $M50$ na linha vermelha. Foi considerado um intervalo de massa $0.7 < M(M_{\odot}) < 0.9$	74

Figura 14 – Função de distribuição cumulativa (CDF), para a velocidade angular Ω dada em unidades solares para estrelas do aglomerado IC2391 com a idade de M50 representado pela linha vermelha. Representado pela linha preta são assumidos o índice de freio magnético q e τ livres. Também podemos ver o fit da exponencial padrão representado pela linha azul e o da Lei de Skumanich que ocorre para $q = 3$, representado pela linha verde. Foi considerado um intervalo de massa $0.7 < M(M_{\odot}) < 0.9$	75
Figura 15 – Evolução temporal do índice de freio magnético q e da constante de decaimento τ , calculados dos seus melhores fits na Figura 14 . O resultado apresentado foi obtido para o aglomerado IC2391, sobre diferentes idades baseados em outros 7 aglomerados abertos jovens com idade inferior a 1 Giga-ano.	76
Figura 16 – Evolução temporal do índice de freio magnético q e da constante de decaimento τ , calculados dos seus melhores fits para o aglomerado de Pleiades. O resultado apresentado foi obtido, sobre diferentes idades baseados em outros 5 aglomerados abertos jovens com idade inferior a 1 Giga-ano.	78
Figura 17 – Distribuição cumulativa, para as velocidades rotacionais Ω de estrelas do aglomerado M50 para a faixa de massa $0.7 < M(M_{\odot}) < 0.9$. Representado pela linha vermelha temos o perfil da distribuição cumulativa e em preto temos o fit para a q -exponencial feito para $q = 1.62$	79
Figura 18 – Evolução temporal do índice de freio magnético q e da constante de decaimento τ , calculados dos seus melhores fits. O resultado apresentado foi obtido para o aglomerado M50, sobre diferentes idades baseados em outros 4 aglomerados abertos jovens com idade inferior a 1 Giga-ano.	80
Figura 19 – Distribuição cumulativa, para as velocidades rotacionais Ω de estrelas do aglomerado IC4665 para a faixa de massa $1.1 < M(M_{\odot}) < 1.4$. Representado pela linha vermelha temos o perfil da distribuição cumulativa e em preto temos o fit para a q -exponencial feito para $q = 1.61$	81
Figura 20 – Função de distribuição cumulativa (CDF), para a velocidade angular Ω para estrelas do aglomerado IC4665 representado pela linha preta e o aglomerado NGC1039 na linha vermelha. Foi considerado um intervalo de massa $1.1 < M(M_{\odot}) < 1.4$	82

Figura 21 – Função de distribuição cumulativa (CDF), para a velocidade angular Ω dada em unidades solares para estrelas do aglomerado IC4665, respectivamente com a idade do aglomerado NGC1039, representado pela linha vermelha. Representado pela linha preta são assumidos o índice de freio magnético q e τ livres. Também podemos ver o fit da exponencial padrão representado pela linha azul e o da Lei de Skumanich que ocorre para $q = 3$, representado pela linha verde. A gráfico foi gerado para o intervalo de massa $1.1 < M(M_{\odot}) < 1.4$.	83
Figura 22 – Evolução temporal do índice de freio magnético q e da constante de decaimento τ , calculados dos seus melhores fits da Figura 21. O resultado apresentado foi obtido para o aglomerado IC4665, sobre diferentes idades baseados em outros 3 aglomerados abertos jovens com idade inferior a 1 Giga-ano.	84
Figura 23 – Distribuição cumulativa, para as velocidades rotacionais Ω de estrelas do aglomerado IC348 para a faixa de massa $1.1 < M(M_{\odot}) < 1.4$. Representado pela linha vermelha temos o perfil da distribuição cumulativa e em preto temos o fit para a q -exponencial feito para $q = 1.69$.	85
Figura 24 – Função de distribuição cumulativa (CDF), para a velocidade angular Ω para estrelas do aglomerado IC348 representado pela linha preta e o aglomerado NGC1039 na linha vermelha. Foi considerado um intervalo de massa $1.1 < M(M_{\odot}) < 1.4$.	86
Figura 25 – Função de distribuição cumulativa (CDF), para a velocidade angular Ω dada em unidades solares para estrelas do aglomerado IC348 com a idade de NGC1039, representados pela linha vermelha. Na linha preta são assumidos o índice de freio magnético q e τ livres. Também podemos ver o fit da exponencial padrão representado pela linha azul e o da Lei de Skumanich que ocorre para $q = 3$, representado pela linha verde. A gráfico foi gerado para o intervalo de massa $1.1 < M(M_{\odot}) < 1.4$.	87
Figura 26 – Evolução temporal do índice de freio magnético q e da constante de decaimento τ , calculados dos seus melhores fits da Figura 25. O resultado apresentado foi obtido para o aglomerado IC348, sobre diferentes idades baseados em outros 3 aglomerados abertos jovens com idade inferior a 1 Giga-ano.	88

Figura 27 – Função de distribuição cumulativa (CDF), para a velocidade angular Ω para estrelas do aglomerado IC4665 representado pela linha preta e do aglomerado NGC6819 na linha vermelha. Foi considerado um intervalo de massa $1.1 < M(M_{\odot}) < 1.4$	89
Figura 28 – Distribuição de velocidades, do aglomerado IC4665 com a idade do aglomerado NGC6819, representada pela linha vermelha. Na linha preta são assumidos o índice de freio magnético q e τ livres. Na linha azul temos o ajuste da exponencial padrão e representando a Lei de Skumanich que ocorre para $q = 3$, temos o perfil da linha verde. A gráfico foi gerado para o intervalo de massa $1.1 < M(M_{\odot}) < 1.4$	90
Figura 29 – Evolução temporal do índice de freio magnético q e da constante de decaimento τ , calculados dos seus melhores fits da Figura 28. O resultado apresentado foi obtido para o aglomerado IC4665, sobre diferentes idades baseados em outros 6 aglomerados abertos e 1 aglomerado globular com idades superiores a 1 Giga-ano.	91

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Características dos dados analisados, foram consideradas apenas massas entre 0.7 e $1.1M_{\odot}$. Na primeira coluna temos a identificação do aglomerado, na segunda coluna temos o tipo de aglomerado, na terceira temos as referências onde podem ser encontradas informações do período, na quarta temos o número de estrelas, finalizando com a quinta coluna onde são mostradas as idades dos aglomerados.	60
Tabela 2 – Características dos dados analisados, para faixa de massa de 1.1 à $1.4M_{\odot}$. Na primeira coluna temos a identificação do aglomerado, na segunda coluna temos o tipo de aglomerado, na terceira temos as referências de onde os dados foram extraídos, na quarta temos o número de estrelas, finalizando com a quinta coluna onde são mostradas as idades dos aglomerados.	62
Tabela 3 – Características dos dados analisados, para aglomerados estelares com idade superior a 1 Giga-ano. Na primeira coluna temos a identificação do aglomerado, na segunda coluna temos o tipo de aglomerado, na terceira coluna se encontram as referências de onde os dados foram obtidos, na quarta temos o número de estrelas, finalizando com a quinta coluna onde são mostradas as idades dos aglomerados.	63
Tabela 4 – Melhores valores de q e τ e seus respectivos erros para cada par de aglomerados. O aglomerado aberto α Per foi usado como referência e cada valor é escrito a partir de $t - t_{\alpha Per}$. A ordem dos resultados segue a mesma sequência dos aglomerados mostrados na Tabela 1, começando em IC 2391.	69
Tabela 5 – Melhores valores de q e τ e seus respectivos erros calculados das distribuições cumulativas individuais dos aglomerados α Per, IC2391, Pleiades, M50, IC4665 e IC348 usados como referência, para três intervalos de massa distintos.	72
Tabela 6 – Melhores valores de q e τ e seus erros para cada par de aglomerados. O aglomerado aberto IC2391 foi usado como referência e cada valor é escrito a partir de $t - t_{IC2391}$. A ordem dos resultados está na sequência dos aglomerados mostrados na Tabela 1, começando em NGC2516.	75

Tabela 7 – Melhores valores de q e τ e seus respectivos erros para cada par de aglomerados. O aglomerado aberto das Pleiades foi usado como referência e cada valor é escrito a partir de $t - t_{ple}$. A ordem dos resultados segue a mesma sequência dos aglomerados mostrados na Tabela 1, começando em M50.	77
Tabela 8 – Melhores valores de q e τ e seus respectivos erros para cada par de aglomerados. O aglomerado aberto M50 foi usado como referência e cada valor é escrito a partir de $t - t_{M50}$. A ordem dos resultados segue a mesma sequência dos aglomerados mostrados na Tabela 1, começando em M35.	78
Tabela 9 – Melhores valores de q e τ e seus respectivos erros para cada par de aglomerados. O aglomerado aberto IC4665 foi usado como referência e cada valor é escrito a partir de $t - t_{IC4665}$. A ordem dos resultados segue a mesma sequência dos aglomerados mostrados na Tabela 2, começando em NGC1039.	84
Tabela 10 – Melhores valores de q e τ e seus respectivos erros para cada par de aglomerados. O aglomerado aberto IC348 foi usado como referência e cada valor é escrito a partir de $t - t_{IC348}$. A ordem dos resultados segue a mesma sequência dos aglomerados mostrados na Tabela 2.	86
Tabela 11 – Melhores valores de q e τ e seus respectivos erros para cada par de aglomerados. O aglomerado aberto IC4665 foi usado como referência e cada valor é escrito a partir de $t - t_{IC4665}$. A ordem dos resultados segue a mesma sequência dos aglomerados mostrados na Tabela 3, onde estão expressos os aglomerados de idade superior à 1 Giga-ano, começando em NGC3680.	91
Tabela 12 – Dados de velocidade de rotação $v \sin i$ para o aglomerado α Per.	100
Tabela 13 – Dados de velocidade de rotação $v \sin i$ para o aglomerado IC2391.	101
Tabela 14 – Dados de velocidade de rotação $v \sin i$ para o aglomerado NGC2516.	101
Tabela 15 – Dados de velocidade de rotação $v \sin i$ para o aglomerado Pleiades.	102
Tabela 16 – Dados de velocidade de rotação $v \sin i$ para o aglomerado M50.	103
Tabela 17 – Dados de velocidade de rotação $v \sin i$ para o aglomerado M35.	104
Tabela 18 – Dados de velocidade de rotação $v \sin i$ para o aglomerado M34.	105
Tabela 19 – Dados de velocidade de rotação $v \sin i$ para o aglomerado M37.	105
Tabela 20 – Dados de velocidade de rotação $v \sin i$ para o aglomerado Hyades.	105
Tabela 21 – Dados de velocidade de rotação $v \sin i$ para os aglomerados IC4665, IC348 e NGC1039.	106

Tabela 22 – Dados de velocidade de rotação $v \sin i$ para os aglomerados ComaBer e NGC2632.	106
Tabela 23 – Dados de velocidade de rotação $v \sin i$ para os aglomerados NGC3680, IC4651, NGC752, NGC2682 e NGC6253.	106
Tabela 24 – Dados de velocidade de rotação $v \sin i$ para os aglomerados NGC6819 e NGC6397.	107

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	18
1.1	Rotação e Suas Engrenagens	21
<i>1.1.1</i>	<i>A Lei de Skumanich</i>	<i>25</i>
<i>1.1.2</i>	<i>Perdas de Momento Angular</i>	<i>27</i>
<i>1.1.3</i>	<i>Freio Magnético</i>	<i>29</i>
1.2	Aglomerados Estelares	40
<i>1.2.1</i>	<i>Aglomerados Abertos</i>	<i>41</i>
<i>1.2.2</i>	<i>Aglomerados Globulares</i>	<i>42</i>
<i>1.2.3</i>	<i>Estudo de Aglomerados Estelares</i>	<i>43</i>
1.3	Idade Estelar	44
1.4	Objetivos da Pesquisa	47
2	FERRAMENTAL ESTATÍSTICO	49
2.1	Mecânica Estatística de Boltzmann-Gibbs	49
2.2	Mecânica Estatística Não-Extensiva de Tsallis	53
2.3	Funções de Decaimento Exponencial	56
<i>2.3.1</i>	<i>Relação Velocidade Angular - Idade à Luz da Estatística de Tsallis</i>	<i>58</i>
3	DADOS OBERVACIONAIS	60
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	65
4.1	Aglomerados com Idade Menor que 1 Giga-ano	65
4.2	Aglomerados com Idade Maior que 1 Giga-ano	88
5	CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS	93
	REFERÊNCIAS	95
	APÊNDICE A – BASE DE DADOS	100

1 INTRODUÇÃO

Um dos parâmetros mais complexos de serem medidos em Astrofísica, está associado a idade das estrelas, isto ocorre devido o tratamento ter relação com grandezas que possuem vínculos com outros parâmetros fundamentais. Estas medidas podem ser portanto obtidas através da variação de outros parâmetros observáveis que podem carregar consigo incertezas consideráveis na observação (SKUMANICH, 1972).

O conceito de idade pode ser expresso de forma bem genérica, isto vale para a Astrofísica e para o contexto do cotidiano. Por exemplo, a forma como inferimos a idade de pessoas desconhecidas, estimamos suas idades através de observações de ações cotidianas, características fisiológicas, fazemos uma comparação com os dados que já possuímos por experiência e com isso chegamos em um número para a idade, é claro que este tipo de suposição está sujeita a certos erros que podem ser consideráveis dependendo da quantidade de informações possuídas.

Nesse mesmo sentido, tomando o devido cuidado, podemos utilizar este processo, para estimar as idades das estrelas, acessando apenas características estelares específicas de um conjunto amplo de parâmetros reais que as definem. Uma dessas características pontuais que podem ser utilizadas são a rotação e os fatores associados a ela, e além disso, o tratamento desses dados através de um conjunto grande de indivíduos tornam os resultados mais precisos, nesse ponto entram em cena os aglomerados estelares (FREITAS, 2021).

No universo existem sistemas que se agrupam em conjuntos muito grandes de estrelas podendo chegar na ordem de centenas de milhares, sendo todas essas relacionadas por um campo gravitacional comum. Este conjunto de estrelas é chamado de aglomerado, que por sua vez é classificado em dois tipos, aglomerado aberto e aglomerado globular, onde cada um apresenta características próprias. Os aglomerados abertos são mais jovens, apresentando idades da ordem de ($\leq 1\text{Gyr}$), estes também são formados por menos estrelas e apresentam uma forma relativamente irregular. Já os aglomerados globulares são mais antigos com idades em torno de ($\geq 10\text{Gyr}$), eles são formados por dezenas ou centenas de milhares de estrelas, devido a isso são mais massivos e densos (FUJII; ZWART, 2016; PACE; PASQUINI, 2004).

O estudo de aglomerados estelares nos oferecem uma enorme vantagem com relação a estrelas de campo, pois eles são formados por conjunto de estrelas que tiveram seu nascimento em períodos parecidos, compartilhando então diversas características comuns, tais como idade, sua metalicidade inicial e também o gás primordial (MAYOR; MERMILLIOD, 1991).

Quando pensamos em medir a idade das estrelas devemos ter um pouco de cautela, ficando atentos aos fatores característicos de cada objeto em estudo, pois a estimativa de idade de estrelas de campo, tendem a ser mais complexos que computar idade de estrelas de aglomerado. Apesar dos aglomerados estelares apresentarem integrantes com diversos fatores comuns, estes mesmos não tendem a mostrar uma população única, quando levamos em conta o período de rotação, eles apresentam subpopulações que se dividem em sequências de acordo com a velocidade de rotação, e indo um pouco mais além, estas sequências possuem íntima relação com a idade do aglomerado (BARNES, 2003). Ainda sobre essas populações, De Freitas *et al.* (2014) ressalta que elas possuem diferentes dependências atreladas a perda de momento angular para velocidade angular aumentada pelo vento magnético estelar.

A literatura mostra que a compreensão das perdas de momento angular pelos ventos magnéticos estelares é fundamentada pelo chamado freio magnético e este resultado é válido para uma extensa classe de estrelas, incluindo então estrelas de aglomerado. Um possível exemplo onde podemos ver isto acontecendo foi proposto por Kraft (1967), ele mostra que estrelas de baixa massa, isto é, abaixo de $1.5M_{\odot}$, tipo espectral $F0$ e presença garantida na sequência principal tem suas velocidades angulares afetadas pelo vento magnético.

Posteriormente outros resultados importantes foram estabelecidos, como por exemplo, a rotação estelar, atividade e abundância de lítio de estrelas com as mesmas características do Sol, que obedecem a uma relação onde a taxa de variação temporal do momento angular da estrela é proporcional ao cubo de sua velocidade angular, que resulta na seguinte equação $dJ/dt \propto \Omega^3$, onde t é o tempo, J é o momento angular e Ω denota a velocidade angular (SKUMANICH, 1972). Diante de todos os fatos mostrados até o momento fica claro que tanto a rotação como a idade devem ter sua relação melhor estabelecida com estrelas na sequência principal, com isso evidente agora só resta o desenvolvimento de um mecanismo capaz de explicar de forma integral as perdas de momento angular.

O acoplamento de ventos estelares com o campo magnético em uma estrela em rotação foi investigado por Mestel em seus trabalhos de 1968 e 1984, mais informações disponíveis em (MESTEL, 1968; MESTEL, 1984), usando a teoria do vento MHD¹, basicamente temos que uma estrela em rotação cuja massa está sendo perdida, terá um diminuição do seu momento angular e isto deve ocorrer em um regime onde a taxa de perda é muito maior que a diminuição de momento de inércia do sistema. Para estrelas de baixa massa o modelo do vento

¹ sigla referente ao modelo Magnetohidrodinâmico

MHD não é muito usual por se tornar negligenciável, ele deve ser mais utilizado em estrelas de alta massa ou em estágios evolutivos avançados. Se mantivermos a rotação do vento em um certo raio no envelope circunestelar a perda de momento angular deve ocorrer quando o material for ejetado para fora desse raio, o impossibilitando de participar da rotação da estrela, em resumo seu momento angular é perdido para o sistema.

Utilizando esse estudo, um modelo teórico para a perda de momento angular através de vento estelar ejetado foi desenvolvido, porém com a presença de certas restrições, estas estrelas devem ser de baixa massa estando na ordem de $1.5M_{\odot}$, compatível com o modelo de Skumanich, e além disso elas devem estar na sequência principal, a perda de momento ocorreria em função da captura do vento pelo campo magnético, que o faz ser ejetado, com isso ocorre uma desaceleração e por consequência o momento angular é afetado, de uma forma mais precisa o campo magnético pode ser visto como uma espécie de freio (KAWALER, 1988).

Este modelo teórico traz consigo a parametrização de Kawaler, que devido a existência de uma dependência direta da força exercida pelo campo magnético com a massa da estrela em estudo, uma certa saturação deve ser inserida no ângulo da lei de perda de momento (CHABOYER, 1995). Com o intuito de deixar o modelo ainda mais completo é possível inserir uma escala de Rossby na velocidade de saturação, desde que as estrelas em questão possuam massa superior à $0,5M_{\odot}$ (KRISHNAMURTHI *et al.*, 1997).

Passando então para uma modelagem mais sofisticada, existem alguns trabalhos que propõe generalizações de estudos já existentes utilizando ferramentas estatísticas mais avançadas, um caso é a extensão da parametrização proposta por Chaboyer (1995) para o formalismo de Tsallis da mecânica estatística, através da utilização de uma lei na forma exponencial generalizada por De Freitas e Medeiros (2013), isto para estudar a evolução da rotação de estrelas insaturadas pertencentes as classes F e G , pois suas massas e idades são mais convenientes devido a semelhança com o sol (HOLMBERG *et al.*, 2007).

Outro exemplo do uso da estatística não-extensiva está na generalização do torque de Reiners e Mohanty (2012), proposta por De Freitas *et al.* (2015), segundo este estudo a forma proposta para o torque:

$$\frac{dJ}{dt} \propto \Omega^q \quad (1.1)$$

onde as estrelas da amostra pertencentes a sequência principal, sendo de tipo F e G , teriam suas

velocidades de rotação diminuídas pela idade da estrela seguindo a lei $t^{1/(1-q)}$. Basicamente este tratamento se baseia na utilização do índice q , da teoria não-extensiva de Tsallis, associando a ele a idéia de freio magnético. Além disso, o modelo não extensivo recupera o regime de saturação, levando em conta o limite $q \rightarrow 1$, e isto nada mais é que a representação do equilíbrio termodinâmico na teoria de Boltzmann-Gibbs. Os valores do índice de freio magnético q , possuem um forte relação com a massa das estrelas (FREITAS; MEDEIROS, 2013).

A partir de agora serão abordados os aspectos referentes aos objetos utilizados na pesquisa, os aglomerados estelares. Com isso descreveremos como os aglomerados estão divididos e quais são suas principais características. Além disso, como um dos objetivos da pesquisa é o estudo do índice de freio magnético, é importante descrever as implicações que podem estar associadas ao índice q , tais como a rotação das estrelas, as perdas de momento angular devido ao vento magnético das estrelas, e ainda estudar a lei de Schumanich que nos fornece informações fortes a respeito da idade das estrelas.

1.1 Rotação e Suas Engrenagens

Um dos aspectos mais gerais no estudo de manifestações da natureza é a rotação, pois ela se encontra presente nos mais variados campos, varrendo desde fenômenos na escala atômica até acontecimentos em escalas astronômicas. Nas estrelas se as tratarmos como corpos rígidos, podemos descrevê-la como o movimento angular em torno do seu eixo de simetria, sabemos no entanto que também existem sistemas com múltiplos corpos, neste caso o movimento ocorre em torno no eixo de simetria do centro de massa.

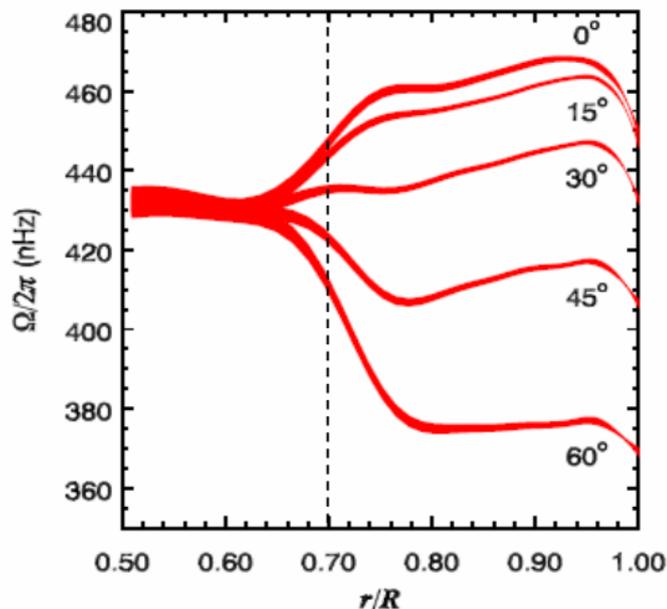
O direcionamento para o estudo da velocidade de rotação acontece em virtude dela apresentar informações relativamente importantes que nos permitem criar caminhos para o melhor entendimento a respeito da evolução das estrelas, tendo como base o fato de que durante toda a história evolutiva estelar, o fator comum durante todo este período compreendido desde a formação da protoestrela até o fim de sua vida, é a sua rotação.

Com a utilização de um telescópio refrator foram observadas as primeiras manchas solares, isto ocorreu por volta do século XVII. Medições do movimento dessas manchas no disco solar foram feitas por Johannes Fabricius (1587-1616), Galileu Galilei (1564-1642), Thomas Harriot (1560-1621) e também por Christopher Scheiner (1573 - 1650), e estes estudos marcam de certa forma o início da busca na melhor forma de descrição da rotação estelar (TASSOUL, 2000).

Um considerável avanço no estudo de rotação estelar aconteceu com a criação de um instrumento conhecido como espectroscópio. Com isso no século XX foram feitas as primeiras medidas espectroscópicas da rotação do Sol, e então surgiram as primeiras idéias que relacionavam a velocidade de rotação das estrelas (individualmente falando), a medida de linhas espectrais, isto é, a rotação criaria um efeito de alargamento das linhas do espectro, possibilitando então calcular uma velocidade média de rotação. Com o passar do tempo técnicas mais precisas foram surgindo, como o monitoramento fotométrico de variações de luz provenientes de aglomerados e também a medida de variações de certas linhas de emissão que sofrem um aumento em regiões ativas da cromosfera. (TASSOUL, 2000).

A estrutura estelar pode sofrer influência da rotação, e isto não fica apenas restrito a sua atmosfera, pode também acontecer consideravelmente em sua composição interna. Por exemplo, certas turbulências no envelope convectivo tendem a desenvolver uma circulação meridional, provocando um efeito conhecido como rotação diferencial. Com isso o envelope convectivo sofre rotação diferencial com dependência na latitude, enquanto que a parte radioativa da estrela gira como um corpo rígido (FREITAS, 2006). Para o Sol isto ocorreria conforme mostra a Figura 1.

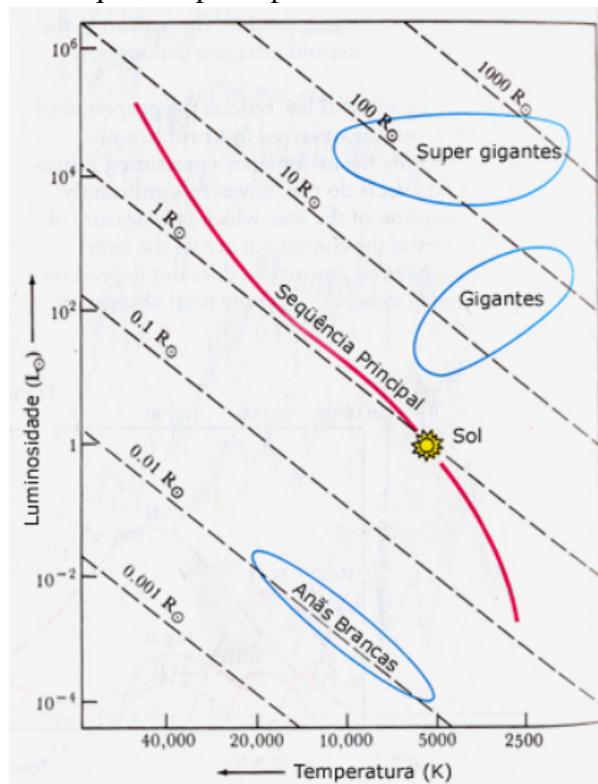
Figura 1 – Gráfico ilustrando a frequência $\omega/2\pi$ (medida em nHz) como função do raio do Sol considerando cinco diferentes valores de latitude 0, 15, 30, 45 e 60. Observando a direita da linha pontilhada se encontra a parte onde temos o envelope convectivo, que tem a rotação diferencial, enquanto a esquerda da linha pontilhada encontramos o envelope radioativo que segue a rotação de um corpo rígido.



Fonte: Gráfico retirado de (FREITAS, 2006)

Para uma apresentação clara do processo de evolução da rotação das estrelas, é necessário a utilização de uma ferramenta muito importante que é o conhecido diagrama $H - R$ ou ainda diagrama de Hertzsprung - Russel ², ilustrado na Figura 2. Neste diagrama as estrelas não ocupam posições aleatórias, na realidade possuem faixas bem definidas dentro do diagrama, como por exemplo a longa faixa diagonal, que se estende desde o lado superior esquerdo, local este onde se encontram estrelas quentes e de luminosidade maior, até o lado inferior direito, com a presença de estrelas frias e de baixa luminosidade. Esta linha diagonal é bastante conhecida na Astrofísica, é a chamada sequência principal. As estrelas compreendidas nesta faixa realizam em seus núcleos a queima via fusão nuclear de Hidrogênio e Hélio, e neste estágio a rotação estelar não tem papel forte no processo de evolução.

Figura 2 – O diagrama $H - R$, nos mostra como as estrelas se encontram distribuídas de acordo com sua cor e brilho, que correspondem a temperatura e luminosidade respectivamente. Nele também se observa as posições de cada estrela de acordo com seus raios, classificando-as como anãs da parte inferior, as supergigantes do ramo horizontal superior, bem como as estrelas que pertencem a sequência principal

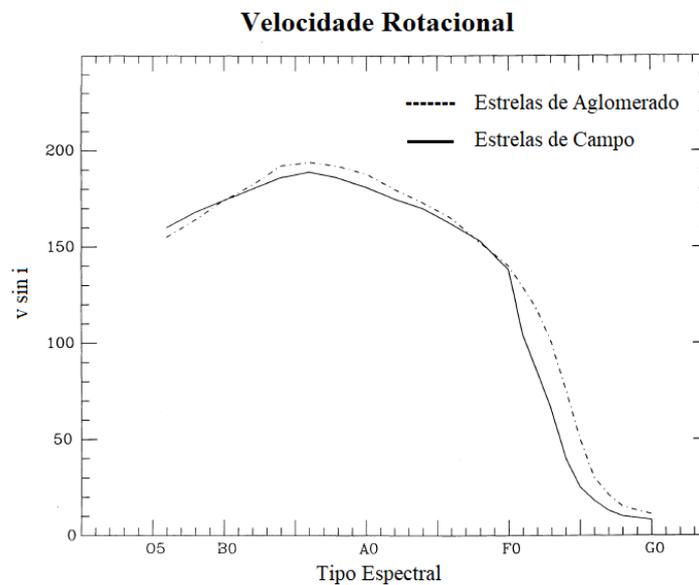


Fonte: Imagem retirada de (SOBRINHO, 2015)

² Ferramenta importantíssima na Astrofísica, descoberta independentemente pelo dinamarquês Ejnar Hertzsprung (1873-1967) e pelo americano Henry Russel (1877-1957), este diagrama dita as relações existentes entre a luminosidade e as temperaturas da parte superficial das estrelas.

Com o passar dos anos vários autores se utilizaram de valores obtidos para velocidades equatoriais projetadas de estrelas de aglomerados, na tentativa de intermediar uma relação entre a rotação das estrelas com a sua idade. Através de análises estatísticas feitas por Fukuda (1982), na Figura 3, podemos observar a velocidade rotacional média em função do tipo espectral de estrelas divididas em estrelas de campo e de aglomerado.

Figura 3 – Gráfico indicando velocidade rotacional média de estrelas de campo e de aglomerado. Observe que a através da linha tracejada estão identificadas as estrelas de aglomerado e a linha sólida mostram as estrelas de campo. Resultado obtido via dados de (FUKUDA, 1982), onde se confirma a descoberta de (KRAFT, 1967), em relação as idades e velocidades médias de rotação entre o fim da faixa espectral *F* e o início da *G*.



Fonte: Gráfico retirado de (STAUFFER; HARTMANN, 1986)

Na Figura 3 fica claro que as estrelas da amostra cujo tipo espectral são *O*, *A* e *B*, possuem uma média da velocidade projetada entre 150 à 200 *km/s*. Para os tipos espectrais anteriores a *F0*, os padrões médios de velocidade são praticamente os mesmos entre estrelas de campo e aglomerado. Avançando o tipo espectral *F0* as médias de velocidade sofrem uma queda para próximo de 10 *km/s*, chegando no tipo espectral *G0*. Além de todos estes dados ainda é possível observar que as estrelas de espectro *F* de aglomerados tendem a serem mais jovens que as estrelas de campo, pois giram mais rápido. Com estes resultados foram confirmadas as descobertas de Kraft que dizia que de acordo com o envelhecimento, as estrelas de espectro *F* tardias e de *G* iniciais, teriam suas velocidades médias de rotação diminuídas (KRAFT, 1967).

Alguns anos mais tarde a idéia de Kraft que relacionava idade com velocidade de rotação, foi calculada e indicou que a velocidade angular da superfície de uma dada estrela de tipo solar, cai com a raiz quadrada inversa da sua idade (SKUMANICH, 1972).

Levando em conta que estrelas do tipo tardio são rotatores lentos, uma explicação desta concepção estaria relacionada com a perda de momento angular via vento magnético ou até mesmo ejeção de massa do envelope convectivo. O estudo destes acontecimentos é crucial para o entendimento da evolução de estrelas de baixa massa. Se focamos em estrelas com envelope convectivo presente em sua estrutura, estas constantes perdas de massa evidentemente causam perda de velocidade de rotação ao longo da sequência principal que de certa forma tende a ser reduzida em estrelas mais jovens.

De posse destes fatos podemos começar a desenhar um plano de fundo para a evolução da rotação de estrelas de baixa massa. E os objetos mais interessantes para este estudo são os aglomerados estelares. Por exemplo, um aglomerado jovem como o α Per cuja idade se aproxima de $50 Myr$ ou até mesmo um aglomerado mais antigo como o Hyades com idade de aproximadamente $600 Myr$.

1.1.1 A Lei de Skumanich

Um dos primeiros procedimentos adotados pelos físicos para descrição de determinado fenômeno, é a imposição de que este possa ser explicado por uma série de potência, que seguindo algumas condições possam ser aproximadas para valores aceitáveis que concordem com os dados observados (FREITAS, 2006; FREITAS; MEDEIROS, 2013). No âmbito da relação entre rotação e idade das estrelas alguns estudos apontam que existe uma lei de potência que liga estes dois parâmetros, que seria do tipo $\langle v_{Rot} \rangle \propto t^\alpha$, onde este α é um parâmetro cujos valores são variados na literatura. Um meio de obter valores mais precisos que concordam com os dados já observados foi proposto por Pace e Pasquini (2004), apresentando a seguinte forma:

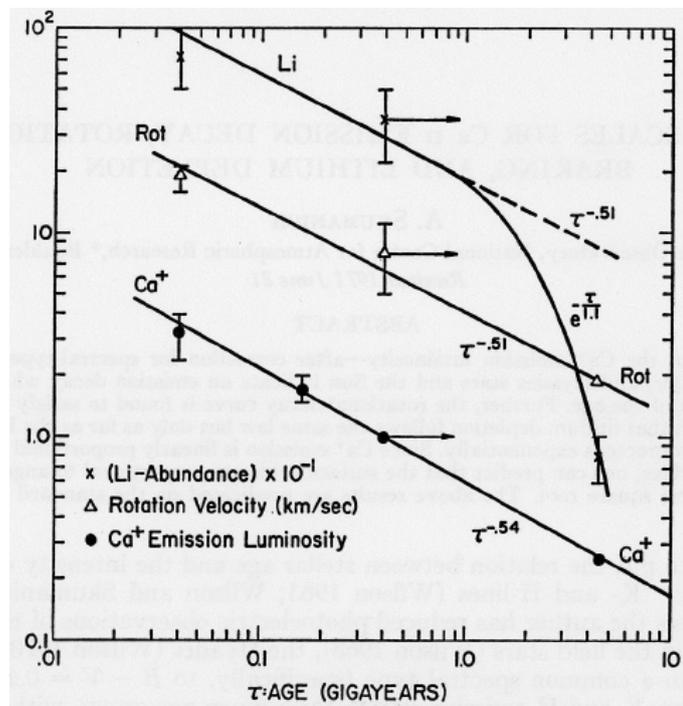
$$\langle v \sin i \rangle = a_i + b_i t^\alpha \quad (1.2)$$

Apoiando-se nesta premissa das leis de potência, Skumanich (1972) propôs uma lei que é puramente empírica. Tomando os resultados obtidos por Kraft (1967), para os aglomerados de Hyades, das Pleiades e também Ursa Maior, com a adição da rotação solar chegou na seguinte conclusão,

$$v_{Rot} \propto t^{-1/2} \quad (1.3)$$

seus resultados podem ser vistos na Figura 4. Vários autores, tais como Soderblom (1983), Barry *et al.* (1987) e Soderblom *et al.* (1991), calcularam resultados extremamente parecidos, para estrelas com as características do Sol, no entanto os expoentes eram distintos, na realidade estes expoentes apresentavam uma variação que ia desde o obtido por Skumanich $-1/2$ até valores de $-4/3$.

Figura 4 – Gráfico indicando os resultados obtidos por Skumanich, mostrando velocidades de rotação e também a taxa de decaimento das emissões de Ca^+ e da abundância de lítio com a ordem de $t^{-1/2}$.



Fonte: gráfico retirado de (SKUMANICH, 1972)

Da lei de Skumanich temos um ponto de partida para as idéias a respeito de girocronologia. Além disso, sua evolução rotacional é compatível com propostas de perdas de momento angular, como a teorizada por Schatzman (1962), e também nos mostra que existe relação entre a idade estelar e atividade na cromosfera apontando uma diminuição no nível de emissão de Ca^+ e na abundância de lítio. Com o passar dos anos o avanço nos estudos de girocronologia e também o aumento nas observações fotométricas proporcionaram o cálculo dos valores de idades estelares, com base em suas velocidades de rotação, para estrelas compreendidas nos espectros F, G, K e M com uma certa ordem de erro (FREITAS; MEDEIROS, 2013).

1.1.2 Perdas de Momento Angular

No caminho da descrição da evolução da rotação das estrelas, na perspectiva de estimar suas idades, o momento angular de estrelas de baixa massa é sem dúvidas um parâmetro de suma importância, muito disso devendo-se ao fato do forte desenvolvimento de seus estudos. Vários modelos foram criados numa tentativa de explicar os dados de observação, mostrando a evolução da rotação de estrelas de tipo solar passando por todos os seus estágios evolutivos. Com isso seriam evidenciados importantes processos, como propriedades do dínamo estelar, qual a função que o disco circuestelar possui quando as estrelas começam a evoluir e além de tudo compreender como ocorre a perda de momento angular devido a presença dos ventos estelares. Todos estes processos afetam de certa forma o processo evolutivo da rotação de estrelas de baixa massa.

De uma maneira geral as estrelas apresentam um campo magnético desde a sua nuvem geradora, ou após um efeito de dínamo. Devido as limitações relacionadas a distância e principalmente devido a imprecisão instrumental, a configuração do campo magnético não é bem definida, com apenas a excessão do Sol (SOBRINHO, 2015). Segundo De Freitas (2009) se ocorre um acoplamento entre o campo magnético e a rotação da estrela, isto acarreta em um importante fator para eventuais perdas de momento angular, outro ponto importante que ele ressalta diz respeito as perdas de massa, que podem ocorrer tanto de forma lenta e contínua via ventos solares, quanto de forma abrupta, numa explosão de supernova.

As primeiras idéias de que campos magnéticos seriam agentes contibuintes para a perda de momento angular podem ser associadas a Schatzman (1962), ele afirmou que estrelas do ramo horizontal inferior do diagrama $H - R$, possuem baixa rotação e que em sua maioria são estrelas com envelopes convectivos em sua parte exterior. Com isso teríamos atividades de dínamo do tipo solar, fazendo com que o campo magnético ejete material na magnetosfera, que por sua vez atuaria como uma espécie de torque de frenagem, mostrando então a presença de um freio magnético. Este freio deve atuar em estrelas de baixa massa dentro do limite de Kraft, isto é, compreendidas entre $0,4M_{\odot} < M < 1.5M_{\odot}$.

Em geral, se a rotação apresenta uma súbita queda, este fato deve ser atribuído a perda de momento angular ocasionada por vento magnético ou ejeção de massa das zonas convectivas da estrela, com estes agentes atuando juntos ou separados (SCHATZMAN, 1962).

Se analisarmos o vento estelar que se encontra em corotação com a estrela podemos calcular a taxa de perda de momento angular. Para isso consideramos um raio exterior a superfície

da estrela r_A chamado de raio de Alfvén, relacionado com a velocidade de Alfvén v_A , que ocorre quando acontece rearranjo de linhas de campo. A velocidade de Alfvén é definida como:

$$v_A = \frac{B_A}{\sqrt{4\pi\rho_A}} \quad (1.4)$$

com B_A sendo o campo magnético relacionado ao raio r_A e ρ_A sendo a densidade também relacionada ao raio de Alfvén. A relação entre a perda de momento angular causada pelo vento estelar em corotação, ver Weber e Jr (1967), é descrita por:

$$\frac{dJ}{dt} \approx -\frac{2}{3} \left(\frac{r_A}{R} \right) \frac{dM}{dt} R^2 \Omega \quad (1.5)$$

com R sendo o raio da estrela e Ω a velocidade angular de rotação. Observando a conservação da massa,

$$\frac{dM}{dt} = 4\pi\rho_A v_A r_A^2 \quad (1.6)$$

substituindo na equação 1.5, obtemos:

$$\frac{dJ}{dt} \approx -\frac{2}{3} \left(\frac{r_A}{R} \right) 4\pi\rho_A v_A r_A^2 R^2 \Omega \quad (1.7)$$

fazendo as devidas simplificações, multiplicando e dividindo por v_A , e fazendo $R = r_A$:

$$\frac{dJ}{dt} \approx -\frac{2}{3} 4\pi\rho_A \Omega r_A^4 \frac{v_A^2}{v_A} \quad (1.8)$$

por fim, elevando a equação 1.4 ao quadrado e substituindo na equação acima, temos a taxa de variação do momento angular:

$$\frac{dJ}{dt} \approx -\frac{2}{3} \frac{\Omega}{v_A} (B_A r_A^2)^2 \quad (1.9)$$

Se utilizarmos a conservação do fluxo magnético, mais precisamente $B_A r_A^2 = B_0 r_0^2$, com B_0 sendo o campo magnético da superfície, 1.10, toma a forma:

$$\frac{dJ}{dt} \approx -\frac{2}{3} \frac{\Omega}{v_A} (B_0 R)^2 \quad (1.10)$$

Para o campo magnético superficial médio apresentando a proporcionalidade $B_0 \propto \Omega$, com o momento angular na forma $J \propto MR^2 \Omega$, então:

$$\frac{dJ}{dt} \approx -\frac{2}{3} \frac{\Omega}{v_A} \Omega^3 R^2 \quad \frac{dJ}{dt} \propto MR^2 \frac{d\Omega}{dt} \quad (1.11)$$

Igualando as duas concluímos que:

$$\frac{d\Omega}{dt} \propto -\Omega^3 \quad (1.12)$$

Se integrarmos esta equação, chegamos no seguinte resultado:

$$\int \frac{d\Omega}{\Omega^3} \propto - \int dt \quad \Rightarrow \quad -\frac{1}{2\Omega^2} \propto -t \quad \Rightarrow \quad \Omega^2 \propto t^{-1} \quad (1.13)$$

Finalmente chegamos em um resultado muito importante,

$$\Omega \propto t^{-1/2} \quad (1.14)$$

Este resultado corresponde exatamente a lei de Skumanich, com isso vemos que um simples modelo de perda de momento angular via ventos solares é forte o suficiente para a explicação da evolução rotacional de estrelas de baixa massa do tipo solar.

1.1.3 Freio Magnético

Fazendo uma breve descrição da cronologia que levou a avanços no estudo relacionados as perdas de momento angular, podemos dizer que o começo de tudo acontece com as idéias de Schatzman (1962), que fez a sugestão de que a atividade magnética presente na estrela ocorreria devido as interações existentes entre a zona convectiva e o campo magnético próprio da estrela. Poucos anos depois veio a idéia proposta por Kraft (1967) de que a velocidade de rotação de estrelas de baixa massa estaria ligada aos ventos estelares, e estes seriam agentes de perdas de momento angular.

Dez anos após as afirmações de Schatzman, Skumanich (1972), mostrou com sua lei empírica que uma diminuição na velocidade de rotação das estrelas estaria associada $\Omega \propto t^{-1/2}$, com Ω sendo a velocidade angular e t a idade da estrela. Estes acontecimentos nos mostram

que o freio magnético é o agente mais importante cuja atuação acarreta perda de momento angular através de ventos estelares, e isto valendo tanto para estrelas de aglomerados e estrelas da sequência principal, desde de que obedeçam a condição de estrelas de baixa massa e do tipo solar.

Na criação de modelos para estudo do freio magnético podemos assumir que a rotação possui uma relação com a intensidade do campo magnético, seguindo a forma $B_0 \propto \Omega^a$, deixando então de ser muito dependente do raio da estrela, onde a é uma constante associada ao dínamo e também tem papel importante na descrição do campo magnético como saturado ou não-saturado (KAWALER, 1988). No entanto estudos mais modernos vão exatamente pelo caminho contrário, focando seu estudo em uma forte dependência com o raio, se baseando principalmente na superfície de fluxo magnético $B_0 R^2 \propto \Omega^a$, note que na proporcionalidade fica evidenciada a dependência radial, o que faz com que não ocorra mudanças tão fortes nas perdas de momento angular (REINERS; MOHANTY, 2012).

Uma estrela em rotação perde momento angular em uma taxa muito maior que as perdas de seu momento de inércia, devido ao torque do vento estelar. Isso quer dizer que se tivermos uma espécie de rotação cujo movimento acompanha a rotação própria da estrela, isto acontecendo fora de uma raio específico r_A em zonas próximas da estrela, então só temos perdas de momento angular caso efeitos de turbulência e rotação diferencial sejam desconsiderados (FREITAS, 2009; KAWALER, 1988).

Partindo deste ponto podemos começar a descrição de um modelo de perda de momento angular à luz do torque de Kawaler. Considerando que a perda infinitesimal de momento angular corresponde a uma casca esférica de massa muito pequena, que ultrapassa o raio r_A em um dado intervalo de tempo, podemos escrever:

$$\frac{dJ}{dt} = \frac{2}{3} \left(\frac{r_A}{R} \right)_R^2 \frac{dM}{dt} R^2 \Omega \quad (1.15)$$

isso descrito no âmbito de um campo magnético radial, na equação está indicado pelo índice R , se temos uma campo dipolar é análogo. Considerando uma superfície de Alfvén, com linhas espectrais praticamente radiais, encontramos uma velocidade de Alfvén v_A igual a velocidade do vento estelar:

$$v = v_A = \frac{B_r}{\sqrt{4\pi\rho}} \quad (1.16)$$

onde v é a velocidade do vento. Partindo da equação da conservação da massa, para o vento em estado estacionário, podemos isolar o valor da densidade em relação a velocidade de Alfvén e da massa,

$$\frac{dM}{dt} = 4\pi\rho v r_A^2 \Rightarrow \rho = \frac{1}{4\pi v r_A^2} \frac{dM}{dt} \quad (1.17)$$

Considerando o campo sendo radial temos $B_r = B_0(R/r_A)^2$, utilizando este valor na equação 1.16 e usando as equações 1.16 e 1.6, obtemos fazendo todas as simplificações:

$$\left(\frac{r_A}{R}\right)^2 = \frac{B_0 R}{\sqrt{\dot{M} v_A}} \quad (1.18)$$

na equação acima v_A está relacionada a velocidade de escape do vento, para conhecer a velocidade do vento em função do raio r_A , usamos:

$$v = K_v \sqrt{\frac{2GM}{r_A}} \quad (1.19)$$

Se substituirmos a equação 1.19 na equação 1.18, e ainda utilizarmos parâmetros solares no resultado, chegamos na seguinte igualdade:

$$\left(\frac{r_A}{R}\right) \approx 24,9 K_v^{-1/2} B_0^{4/3} \left(\frac{R}{R_\odot}\right)^{5/3} \left(\frac{\dot{M}}{\dot{M}_\odot}\right)^{-2/3} \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^{-1/3} \quad (1.20)$$

Conforme aponta Kawaler (1988), se procedermos de forma análoga, podemos encontrar a relação radial e dipolar dos valores r_A/R , na seguinte forma:

$$\left(\frac{r_A}{R}\right)_D = \left(\frac{r_A}{R}\right)_R^{3/7} \quad (1.21)$$

onde o índice R indica a campo radial e o índice D indica o campo dipolar. Além disso o valor do campo magnético na superfície B_0 , deve ser escrito em termos de parâmetros simples, tais como raio e velocidade angular, e também deve seguir uma certa lei de potência, com isso temos o valor de B_0 expresso por,

$$B_0 = K_B \left(\frac{R}{R_\odot}\right)^{-2} \Omega^a \quad (1.22)$$

substituindo este valor na equação 1.20, temos:

$$\left(\frac{r_A}{R}\right)_R \approx 24,9 K_v^{-1/2} K_B^{4/3} \Omega^{4a/3} \left(\frac{R}{R_\odot}\right)^{-1} \left(\frac{\dot{M}}{\dot{M}_\odot}\right)^{-2/3} \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^{-1/3} \quad (1.23)$$

De posse destes resultados podemos escrever uma forma geral, levando em conta todas as geometrias, no caso a radial e a dipolar, assim a taxa de variação do momento pode ser reescrita como:

$$\frac{dJ}{dt} = \frac{2}{3} \left(\frac{r_A}{R}\right)_R^n \frac{dM}{dt} R^2 \Omega \quad (1.24)$$

Note que a geometria é recuperada quando utilizamos os índices n 's corretos, isto é, $n = 2$ radial e para $n = 3/7$ temos o campo dipolar. Ainda podemos reescrever a equação 1.24, substituindo nela a equação 1.23,

$$\frac{dJ}{dt} = -K_W \Omega^{1+(4an/3)} \left(\frac{R}{R_\odot}\right)^{2-n} \left(\frac{\dot{M}}{\dot{M}_\odot}\right)^{1-(2n/3)} \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^{-n/3} \quad (1.25)$$

onde o sinal negativo indica perda de momento angular e o valor K_W é conhecido como fator de calibração de Kawaler e vale $K_W = 2,035 \times 10^{33} (24,9 K_v^{-1/2})^n K_B^{4n/3}$.

Esta equação define a perda de momento angular onde ficam evidenciados todos os parâmetros importantes como velocidade angular Ω , a taxa de perda de massa dM/dt , a massa M e o raio R . Vale ressaltar que esta equação está associada aos campos magnéticos em taxas de alta rotação em um regime não-saturado com $\Omega < \omega_{sat}$, onde o parâmetro ω_{sat} que representa o limiar da saturação é um elemento muito importante para modelos teróricos de evolução estelar.

Caso contrario, para o regime de saturação, com $\Omega \geq \omega_{sat}$, a equação 1.25 sofre uma pequena modificação, ficando da seguinte forma.

$$\frac{dJ}{dt} = -K_W \Omega \omega_{sat}^{4an/3} \left(\frac{R}{R_\odot}\right)^{2-n} \left(\frac{\dot{M}}{\dot{M}_\odot}\right)^{1-(2n/3)} \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^{-n/3} \quad (1.26)$$

Quando a estrela chega na ZAMS, isto é, sequência principal de idade zero, a velocidade de rotação cessa de forma efetiva, isso faz com que a estrela se comporte como um corpo rígido, assim temos a conservação do momento angular escrito como $J = I\Omega$. No modelo de Kawaler o \dot{I} e \dot{R} , são praticamente nulos enquanto a estrela percorre a sequência principal, logo podemos olhar apenas para a velocidade de rotação sendo relevante para as perdas de

momento angular. Então derivando a conservação do momento angular e usando a relação de perda de momento de Kawaler, concluímos que:

$$v \propto t^{-3/4an} \quad (1.27)$$

Observe que esta relação pode ser reduzida à lei de Skumanich, basta fazer com que $a = 1$ e $n = 3/2$, este valor de n nos dá uma simetria em que o campo é mais radial que dipolar, e com esses valores a equação para as perdas de momento angular proposta por Kawaler se reduz para a forma:

$$\frac{dJ}{dt} = -K_W \Omega^3 \left(\frac{R}{R_\odot} \right)^{1/2} \left(\frac{M}{M_\odot} \right)^{-1/2} \quad (1.28)$$

Um modelo mais atual proposto por Reiners e Mohanty (2012), reexaminou o modelo de Kawaler e mostrou que a dependência com o raio estelar deixou de ser considerada, isto acontece, segundo eles devido uma confusão entre a intensidade do campo magnético e o fluxo magnético.

Neste modelo o campo magnético atua como agente que impõe uma corotação ao vento estelar, pode ser por exemplo um certo tipo de gás coronal que seria ejetado para além de um certo raio r_A onde na área delimitada por este raio ocorre interação entre o campo magnético estelar e o vento proveniente da estrela e esta interação por si só já é capaz de agir como freio. Isso acontece devido transferências de momento da estrela para o vento, o que acarreta em uma diminuição da velocidade de rotação da estrela.

Este modelo é de certa forma mais sofisticado, ele utiliza a velocidade de Alfvén como a velocidade do gás ejetado, delimita uma área de Alfvén esférica e deixa de levar em conta campos magnéticos dipolares, agora existe uma isotropia radial.

Na construção de seu modelo Reiners e Mohanty (2012), consideraram que o valor da intensidade do campo magnético na superfície, tinha a forma de uma lei de potência na velocidade, $B_0 \propto \Omega^a$, onde o valor de a , indicaria se o campo se encontra em estado saturado (valores entre 1 e 2) ou não-saturado ($a = 0$). Ainda podemos escrever a forma do campo magnético superficial B_0 , para os regimes saturado e não-saturado :

$$B_0 = B_{sat} ; \Omega \geq \Omega_{sat} \quad B_0 = B_{sat} \left(\frac{\Omega}{\Omega_{sat}} \right)^a ; \Omega < \Omega_{sat} \quad (1.29)$$

Na superfície estelar a velocidade do vento v_0 é dada por:

$$v_0 = K_v \sqrt{\frac{GM}{R}} \quad (1.30)$$

Se olharmos para a superfície de Alfvén a velocidade pode ser escrita de forma análoga:

$$v_A = K_v \sqrt{\frac{GM}{R}} \quad (1.31)$$

dividindo as duas equações encontramos;

$$\frac{v_A}{v_0} = \left(\frac{r_A}{R}\right)^{1/2} \Rightarrow v_A = K_v \sqrt{\frac{GM}{R}} \left(\frac{r_A}{R}\right)^{1/2} \quad (1.32)$$

A velocidade de Alfvén é definida como:

$$v_A = \frac{B_A}{\sqrt{4\pi\rho_A}} \quad (1.33)$$

também sabemos como é a forma do campo magnético na superfície de Alfvén:

$$B_A = B_0 \left(\frac{r_A}{R}\right)^{n-2} \quad (1.34)$$

para o caso particular de $n = 0$, temos:

$$B_A = B_0 \left(\frac{R}{r_A}\right)^2 \quad (1.35)$$

substituindo a equação 1.35 na equação 1.33;

$$v_A = \frac{B_0 \left(\frac{R}{r_A}\right)^2}{\sqrt{4\pi\rho_A}} \quad (1.36)$$

Utilizando a equação da conservação da massa $\dot{M} = 4\pi\rho_A r_A^2 v_A$, podemos reescrever a equação acima da seguinte maneira;

$$v_A = \frac{B_0 \left(\frac{R}{r_A}\right)^2}{\left(\frac{\dot{M}}{r_A^2 v_A}\right)^{1/2}} \quad (1.37)$$

temos portanto agora o seguinte valor para a velocidade de Alfvén:

$$v_A = \frac{B_0^2 R^4}{\dot{M}^{1/2} r_A^2} \quad (1.38)$$

Igualando a equação acima com a equação 1.32, podemos obter o valor de r_A ;

$$r_A = \left[\frac{B_0^2 R^4}{K_v \dot{M} (GM)^{1/2}} \right]^{2/3} \quad (1.39)$$

De posse deste resultado finalmente concluímos que a taxa de perda de momento angular no modelo de Reiners e Mohanty (2012) é dada por:

$$\frac{dJ}{dt} = -\frac{2}{3} \dot{M} \Omega r_A^2 \quad (1.40)$$

substituindo o valor de r_A^2 , temos,

$$\frac{dJ}{dt} = -\frac{2}{3} \Omega \left(\frac{B_0^8}{K_v^4 G^2 \dot{M}} \right)^{1/3} \left(\frac{R^{16}}{M^2} \right)^{1/3} \quad (1.41)$$

Revisitando a equação 1.29, podemos escrever a taxa de perda de momento angular para os regimes saturados e não-saturado. Para o primeiro caso a equação 1.41, toma a forma:

$$\frac{dJ}{dt} = -c \Omega \left(\frac{R^{16}}{M^2} \right)^{1/3} \quad (1.42)$$

com a constante $c = \frac{2}{3} \Omega \left(\frac{B_0^8}{K_v^4 G^2 \dot{M}} \right)^{1/3}$. Já para o regime não-saturado a equação 1.41 é escrita como:

$$\frac{dJ}{dt} = -c \left(\frac{\Omega}{\Omega_{sat}} \right)^4 \left(\frac{R^{16}}{M^2} \right)^{1/3} \quad (1.43)$$

Vemos então que como prediz o modelo de Reiners e Mohanty (2012), as taxas de perda de momento angular são dependentes do raio estelar diferente do modelo de Kawaler (1988).

O estudo das perdas de momento angular tanto pelo torque de Kawaler, ou o torque de Reiners e Mohanty, são de suma importância para o entendimento de como o freio magnético é o principal protagonista no estudo de evolução rotacional das estrelas.

No entanto além desses mecanismos podemos citar outros trabalhos como o proposto por De Freitas e Medeiros (2013), que se utiliza de uma abordagem via mecânica estatística não-extensiva de Tsallis, os mesmos fazem uma generalização da lei de decaimento usando esta estatística, com isso no âmbito de rotação estelar, conceitos muito importantes são considerados como temperatura da coroa, taxa de perda de massa, dados estes não possíveis de ser tratados à luz da Mecânica Estatística de Boltzmann-Gibbs.

Em seu trabalho De Freitas e Medeiros (2013) fazem a suposição de que o momento de inércia I e o raio da estrela R variam de forma lenta durante o período de evolução da estrela na sequência principal, de modo que podemos considerar estes valores praticamente constantes na lei que descreve as taxas de perda de momento angular. Então a lei de perda de momento é especificada pela velocidade de rotação, com a estrela sendo freada pelo vento solar. Considerando uma ausência de perda de momento podemos utilizar uma velocidade de rotação equatorial v , e escrever a seguinte relação:

$$J = v \left(\frac{I}{R} \right)_{Const} \quad (1.44)$$

A lei de perda de momento angular é obtida através da derivada no tempo da equação 1.44, substituindo a equação 1.26, do regime saturado ($\Omega \geq \omega_{sat}$) obtemos a seguinte forma para a velocidade de rotação equatorial:

$$\frac{dv}{dt} = -R \left[\frac{K_W}{I} \left(\frac{R}{R_\odot} \right)^{2-n} \left(\frac{\dot{M}}{\dot{M}_\odot} \right)^{1-(2n/3)} \left(\frac{M}{M_\odot} \right)^{-n/3} \right] \Omega \omega_{sat}^{4n/3} \quad (1.45)$$

Definindo a seguinte função,

$$f(\Lambda) = \frac{K_W}{I} \left(\frac{R}{R_\odot} \right)^{2-n} \left(\frac{\dot{M}}{\dot{M}_\odot} \right)^{1-(2n/3)} \left(\frac{M}{M_\odot} \right)^{-n/3} \quad (1.46)$$

com Λ representando um conjunto de parâmetros $\Lambda = \{R, M, \dot{M}, n\}$, podemos reescrever a equação 1.45 como segue,

$$\frac{dv}{dt} = -R f(\Lambda) \Omega \omega_{sat}^{4an/3} \quad (1.47)$$

sabendo que $v = R\Omega$. Podemos integrar a equação 1.47, ficando com a expressão,

$$v(t) = v_0 \exp[-f(\Lambda) \omega_{sat}^{4an/3} (t - t_0)] \quad , \quad t_0 \leq t \leq t_{sat} \quad (1.48)$$

Ainda é possível definir um parâmetro τ , como segue,

$$\tau = [f(\Lambda) \omega_{sat}^{4an/3}]^{-1} \quad (1.49)$$

de modo que obtemos, uma nova forma para a velocidade de rotação equatorial,

$$v(t) = v_0 \exp\left[-\frac{(t - t_0)}{\tau}\right] \quad , \quad t_0 \leq t \leq t_{sat} \quad (1.50)$$

Todos estes procedimentos também são válidos para o regime não saturado, isto é apresenta a situação $\Omega < \omega_{sat}$, então combinando a equação 1.44 com 1.25 obtemos,

$$v(t) = v_0 \exp[-f(\Lambda) \omega_{sat}^{4an/3} (t - t_{sat})] \quad , \quad t \geq t_{sat} \quad (1.51)$$

expandindo a função esponencial da equação acima em uma série de potência em torno de $a = 0$, reescrevemos a equação da seguinte forma,

$$v(t) = v_{sat} \left[1 + \frac{4an}{3} \omega_{sat}^{4an/3} f(\Lambda) (t - t_{sat}) \right]^{-\frac{3}{4an}} \quad (1.52)$$

ou também,

$$v(t) = v_{sat} \left[1 + \frac{(t - t_{sat})}{\frac{4an}{3} \omega_{sat}^{4an/3} f(\Lambda)} \right]^{-\frac{3}{4an}} \quad (1.53)$$

Agora podemos definir,

$$\tau = \left[\frac{4an}{3} \omega_{sat}^{4an/3} f(\Lambda) \right]^{-1} \quad (1.54)$$

a equação 1.53 toma a forma,

$$v(t) = v_{sat} \left[1 + \frac{(t - t_{sat})}{\tau} \right]^{-\frac{3}{4an}}, \quad t \geq t_{sat} \quad (1.55)$$

Vamos então olhar para o regime saturado, mais precisamente para a equação 1.50 e aplicar a estatística não-extensiva de Tsallis. Podemos reescrever 1.50, como uma equação diferencial linear,

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{v}{v_0} \right) = -\lambda_1 \left(\frac{v}{v_0} \right) \quad (1.56)$$

ou,

$$v = v_0 \exp[-\lambda_1(t - t_0)] \quad (1.57)$$

com λ_1 sendo um coeficiente de Lyapunov. Para o regime não saturado De Freitas e Medeiros (2013), aponta que a relação entre rotação e idade segue uma lei de potência descrita como,

$$\frac{v}{v_0} = \left(1 + \frac{t}{\tau} \right)^\alpha \quad (1.58)$$

assim, em contraste com as equações 1.56 e 1.57, para o regime saturado, o regime não-saturado pode ser descrito por,

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{v}{v_{sat}} \right) = -\lambda_q \left(\frac{v}{v_{sat}} \right)^q, \quad (\lambda_q \geq 0, q \geq 1) \quad (1.59)$$

Integrando a equação acima e manipulando devidamente os termos chegamos na seguinte relação,

$$v = v_{sat} [1 + (q - 1) \lambda_q (t - t_{sat})]^{-\frac{1}{1-q}} \quad (1.60)$$

onde o termo $e^x \equiv [1 + (1 - q)x]^{1/q}$ representa a q -exponencial e λ_q o coeficiente de Lyapunov. Quando tomamos um caso particular, o índice q valendo a unidade, a equação 1.56 é convertida para o regime saturado com equilíbrio termodinâmico, no entanto quando $q \neq 1$ o sistema tende a ser controlado por um regime não-saturado fora do equilíbrio termodinâmico.

Comparando as equações 1.61 e 1.55, para o regime não-saturado encontramos que o coeficiente entrópico q pode ser visto como uma função de a e n , como segue,

$$q = 1 + \frac{4an}{3} \quad (1.61)$$

desta mesma comparação, também tiramos o coeficiente de Lyapunov,

$$\lambda_q = \frac{1}{(q-1)\tau} \quad (1.62)$$

Podemos portanto estabelecer uma relação entre os parâmetros de tempo τ_1 e τ_q como segue,

$$\frac{\tau_1}{\tau_q} = (q-1) \frac{\lambda_q}{\lambda_1} \quad (1.63)$$

O parâmetro q está relacionado à não extensividade que surge dentro do formalismo termodinâmico proposto em Tsallis (1988). De acordo com o que vemos na equação 1.62, o índice q é uma função da topologia do campo magnético n e da lei do dínamo a , que dependem da evolução estelar

Segundo Kawaler (1988), valores mínimos de n , devem resultar em um fraco vento atuando na fase de evolução da sequência principal, enquanto que altos valores de n , indicam uma remoção de quantidades importantes de momento angular no início de estadia na pós sequência principal.

Conforme afirmado por De Freitas e Medeiros (2013) nesta fase, para uma dada massa, a velocidade rotacional máxima v diminui conforme n aumenta. Esse resultado é significativo porque, dentro de um quadro termoestatístico em que a equação 1.59 surge naturalmente, para um determinado valor (a, n) obtemos as leis de escala encontradas na literatura.

1.2 Aglomerados Estelares

As estrelas presentes no universo não tiveram seu processo de formação acontecendo em um local isolado no meio interestelar, pois a esmagadora maioria das estrelas nascem em grupos e também em aglomerados, presentes no interior das regiões mais densas de grandes nuvens moleculares.

Segundo Lada e Lada (2003) as estrelas que nascem em grupos podem chegar a números da ordem de 70% à 90%. Dentro dessas nuvens moleculares o colapso gravitacional, gerado por flutuações de alta densidade geram estruturas com densidades diferentes e não-uniformes.

Estas formas não-uniformes se dividem em condensados densos, ou clumps (WILLIAMS *et al.*, 2000), e seus colapsos podem originar os aglomerados ditos embebidos e depois de um tempo, este processo, gera o nascimento das estrelas. As instabilidades nas nuvens moleculares e também os colapsos são todos regidos pela instabilidade de Jeans, que fundamenta os quesitos para que possa ocorrer o colapso gravitacional, de forma mais específica se uma certa nuvem molecular cuja estrutura é sustentada por pressão térmica entra em estado de colapso caso sua massa ultrapasse a massa de Jeans, isto é,

$$M_J \propto \frac{T^{3/2}}{\sqrt{\rho}} \quad (1.64)$$

assim a pressão no interior do gás não possui força suficiente para que o equilíbrio com a força gravitacional exista.

As nuvens moleculares são os grandes berçários para as estrelas, e os aglomerados estelares constituem as principais estruturas das galáxias. A composição estelar das galáxias não é apenas constituída por aglomerados estelares, todavia, outros objetos astronômicos tem suas origens neles, no caso as estrelas de campo, cujo isolamento das outras ocorre devido a fragmentação desses aglomerados devido interação gravitacional.

Os aglomerados estelares são divididos em abertos e globulares. Além deles ainda se estabelece na literatura o conceito de uma nova classe desses grupos de estrelas, que são denominados aglomerados embebidos, bem mais jovens, e que por sua vez seriam uma espécie de estágio inicial dos aglomerados abertos, tendo em vista que estes ainda se encontram em fase de formação, onde o gás residual necessário para a sua formação ainda não foi totalmente expelido.

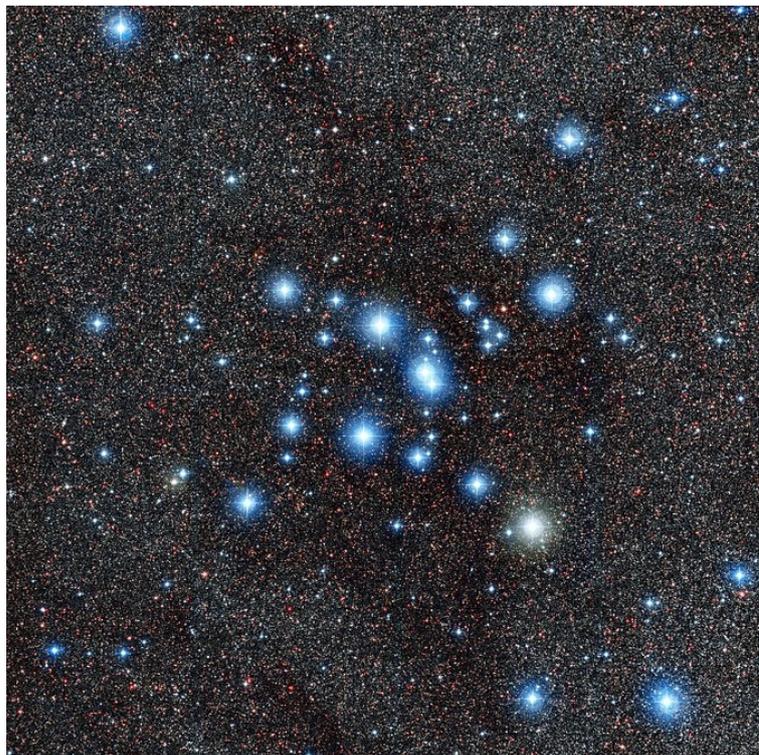
No início da vida de grandes estrelas como as de tipo espectral O e B, ocorre emissão de radiação ultravioleta, cuja energia é suficiente para separar o gás molecular excedente, que na sua maioria é o hidrogênio, este processo acarreta a criação de uma região de nuvens de gás hidrogênio ionizado (GOODWIN; BASTIAN, 2006). E são nessas regiões que os aglomerados embebidos se encontram completamente ou parcialmente imersos. Todavia iremos nos concentrar apenas em aglomerados abertos e globulares.

1.2.1 Aglomerados Abertos

Os aglomerados abertos dentre suas características apresentam pouca massa, a densidade estelar é baixa, apresentam uma alta metalicidade e possuem aproximadamente algumas centenas de estrelas, compreendidas em uma região próxima de 10 parsecs de diâmetro.

Eles geralmente apresentam uma abundância de estrelas jovens, quentes e azuis em sua constituição, já que estes objetos se dispersam em um tempo menor que a vida curta destas estrelas que ficam compreendidas em algumas dezenas de milhões de anos. Os aglomerados abertos se encontram no plano galáctico e também nos braços das espirais de algumas galáxias. Um exemplo deste tipo de aglomerado pode ser visto na Figura 5

Figura 5 – Na figura podemos ver um exemplo de aglomerado aberto, o Messier 7 ou também chamado de NGC 6475.



Fonte: Imagens retiradas do ESO

1.2.2 *Aglomerados Globulares*

Em contrapartida os aglomerados globulares são formações bem mais velhas, em geral de apenas centenas de milhões de anos mais jovem que o universo, estes grupos variam de milhares a milhões de estrelas, com uma forma que se aproxima de uma esfera, cuja concentração dos membros estão em uma região de 10 a 30 anos-luz de diâmetro.

A sua composição estelar, em geral, é feita por estrelas frias com uma massa inferior a duas massas solares, este predomínio acontece devido às estrelas de alta massa e mais quentes estarem em seus estágios finais de evolução, tendo explodido em supernovas, ou já se encontrarem em estágio de anã branca, tendo então já passado pela fase de nebulosas planetárias.

A densidade estelar dos aglomerados globulares é enorme e ao contrário dos abertos, apresenta baixa metalicidade, eles se encontram em regiões mais centrais, orbitando o centro galáctico. Um exemplo pode ser observado na Figura 6

Figura 6 – Na figura podemos ver um exemplo de aglomerado globular, no caso temos o NGC 5139, ou também conhecido Omega Centauri.



Fonte: Imagens retiradas do ESO

1.2.3 Estudo de Aglomerados Estelares

No contexto de Astronomia e Astrofísica moderna o estudo de aglomerados estelares constituem um papel importante, pois podemos estipular modelos téóricos de evolução estelar, com este conjunto de corpos formando um grande laboratório (LADA; LADA, 2003). Esta afirmação fica evidente pelo fato de aglomerados estelares constituírem uma amostra significativa de estrelas que varrem uma série de massas estelares em um pequeno volume do espaço.

Tendo em vista que as estrelas presentes foram originadas da mesma nuvem de poeira, elas compartilham uma herança em comum por terem sido formadas em tempos próximos, sendo então detentoras de praticamente mesma distância, metalicidade, além de estarem sujeitas a um campo gravitacional aproximadamente idêntico.

Além disso, através de diagramas de cor-magnitude dos aglomerados é possível a obtenção de teorias de evolução estelar, ainda podemos utilizar estes objetos para determinação da função inicial de massa estelar de um certo conjunto de estrelas. Suas distinções podem ser observadas nos seus tipos espectrais e sua massa, que por sinal são fatores importantes em seu ciclo evolutivo. Se nos focarmos em aglomerados mais próximos podemos obter a medida de distâncias mais precisas utilizando o método de paralaxe.

Os aglomerados estelares por serem um grande campo de testes ainda nos proporcionam o estudo e criação de novos modelos, quando nos focamos na interação gravitacional entre seus membros. Os efeitos da interação gravitacional mútua que mantém as estrelas em conjunto, faz com que a evolução dinâmica do sistema possa ser modelada pelas leis de movimento e também da gravidade newtoniana. No entanto quando lidamos com sistemas de muitos corpos as equações de movimento que ditam a evolução das interações se tornam bastante complicadas, neste ponto entra a importância dos aglomerados para o estudo de dinâmica estelar (SOARES, 2005).

Outro ponto importante está relacionado a distribuição no espaço destes aglomerados, tendo em vista que o entendimento da estrutura galáctica pode ser explicada por ela. Um exemplo bastante claro desta afirmação está na localização do centro galáctico, que nada mais é que, a definição da existência de um halo galáctico, permitindo então definir uma escala para a galáxia, isto só foi possível devido a distribuição dos aglomerados globulares.

Agora se estamos em busca de mensurar estrelas recém formadas, entram em cena os aglomerados abertos, já que estes indicam novas formações estelares em galáxias e também da estrutura espiral presente em discos galácticos. Aglomerados abertos também podem ser de

interesse para entendermos a origem do sistema solar, devido a presença de radionuclídeos raros de vida bem curta, que foram encontrados em amostras de meteoritos, isso mostra que o Sol teve sua formação iniciada próximo de uma estrela bem massiva, o que nos induz a pensar que provavelmente o início da vida do Sol aconteceu em um aglomerado.

Ao observarmos uma imagem fotométrica, uma placa fotográfica ou um CCD ³, por exemplo, somos capazes de identificar um aglomerado estelar pelo número excessivo de estrelas se comparados com o plano de fundo com estrelas de campo, com estas imagens projetadas sobre a mesma área.

Esta seria uma forma bem simples de mostrar a existência de um aglomerado via observação, todavia é necessário a verificação de outros parâmetros tidos como cruciais para uma identificação completa deste conjunto, que são o nível do brilho aparente das estrelas mais brilhantes, riqueza do seu número de estrelas, o seu tamanho angular e também a quantidade de poeira que se encontra presente na sua direção (SOARES, 2005). Tendo como base estes parâmetros fica claro que a luminosidade é um agente forte para catalogar um aglomerado, então se um certo aglomerado possui uma baixa concentração de estrelas e estas ainda são pobres, a sua identificação seria bem complicada .

1.3 Idade Estelar

Quando nos referimos a parâmetros fundamentais das estrelas, segundo Barnes (2007) tal como a massa, a idade estelar desempenha um papel crucial na caracterização das próprias estrelas e de objetos astronômicos à elas associados. Através da idade podemos fazer um estudo da evolução de fenômenos astrofísicos, com isso foram feitos muitos esforços para tratar as estrelas como relógios de onde seria possível revelar suas próprias idades e entender os seus processos evolutivos.

Em contrapartida processo de determinação de idade das estrelas, de uma forma geral, continua sendo uma tarefa bastante complicada na Astrofísica, pois se restringirmos a análise para certos tipos de estrelas, como as de tipo solar, de baixa massa e também as frias, a situação torna-se ainda mais difícil (BARNES, 2007). Isto ocorre devido aos métodos utilizados, um exemplo seria a determinação da idade via isócrona, que utilizam como vínculos as propriedades fundamentais das estrelas em estudo, todavia estas propriedades se alteram minimamente com o

³ Câmeras eletrônicas de silício, chamadas câmeras CCD (Charge Coupled Device) que geralmente são acopladas aos telescópios, que têm como função, conversão de fótons em elétrons, gerando uma corrente elétrica que pode ser quantificada com um conversor analógico-digital (ADC).

avancar da idade estelar (DEMARQUE; LARSON, 1964).

Conforme citado anteriormente um dos métodos utilizados para determinação da idade das estrelas é o método tradicional das isócronas. Ele se baseia principalmente na utilização de parâmetros fundamentais, tais como temperatura efetiva, metalicidade, magnitude absoluta e seus erros. Partindo então dessa base de dados são construídos modelos evolutivos para cada objeto da amostra, de onde além dos parâmetros de entrada do modelo temos também a massa, idade, luminosidade e outros. Assim de posse desses modelos evolutivos, a determinação da idade estelar se baseia no modelos que mais se aproximam dos dados observados (LACHAUME *et al.*, 1999).

A técnica isócrona transforma um conjunto de estrelas de massas distintas, em uma espécie de relógio capaz de fornecer a idade dos objetos pertencentes a amostra. No entanto para uma ampla gama de estrelas nas quais o próprio Sol está incluído não se encontram mais presentes em aglomerados, passando então suas vidas como estrelas solitárias. Nesta premissa a utilização deste método não apresenta muita precisão, em virtude destas estrelas passarem grande parte de sua vida na sequência principal, onde os parâmetros fundamentais necessários para a utilização da técnica das isócronas, são praticamente constantes.

A precisão desta técnica depende da amostra em estudo, isto é , os objetos analisados devem estar em um estágio, onde tanto seu caminho evolutivo quando seus parâmetros variem rapidamente com o tempo. Focando na idade estelar estima-se que os objetos que mais otimizam a técnica das isócronas, são os localizados na região do *turn-off*⁴ da sequência principal, já que dentro dela as isócronas são muito próximas ocasionando imprecisão entre os dados do modelo e os observados.

Além destes fatores relatados, a técnica de isócrona também não é útil na determinação da idade de estrelas de campo, tendo em vista a necessidade de um parâmetro de distância para estimar por exemplo, sua luminosidade. No entanto a medida desta distância é muito complicada de ser realizada, onde mesmo com o advento de publicações com resultados de satélites, o conhecimento das distâncias de estrelas de campo não é tão rico e esta imprecisão ocasiona erros consideráveis na medida das idades estelares via isócrona (PERRYMAN *et al.*, 1997).

Como a idade de uma estrela cria uma ponte com vários de seus outros parâmetros fundamentais este erro se propaga e acaba gerando outras imprecisões consideráveis. Com isso

⁴ turn-off da sequência principal de uma estrela refere-se ao ponto no diagrama de Hertzsprung-Russell onde ela deixa a sequência principal após a exaustão de seu combustível.

fica evidente que a idade de uma estrela de campo é um importante conhecimento astronômico.

Para introdução de uma nova restrição na determinação da idade de estrelas tipo solar, a literatura mostra em diversos trabalhos, a adição do período de rotação da estrela como um dispositivo para obtenção da idade. A inclusão deste parâmetro ocorre tendo em vista que a rotação de uma estrela pode ser responsável de forma direta ou indireta pelo padrão apresentado por todos os outros indicadores de atividade estelar. E esta é outra técnica para determinar idade estelar, denominada girocronologia (Meibom *et al.*, 2015).

A girocronologia diferente da técnica isócrona consegue atuar em estrelas na sequência principal sem erros consideráveis, devido as próprias características da rotação estelar, sua mesurabilidade, previsibilidade e simplicidade, estes fatores sugerem um esforço na utilização da velocidade de rotação como um indicador da medida de idade das estrelas.

Partindo deste ponto Barnes (2001) usou períodos de rotação já medidos das estrelas de Mount Wilson⁵, e chegou ao resultado em que a dependência rotação-idade destas estrelas recaíam nos resultados obtidos por Skumanich (1972). Também foi mostrado que a relação de dependência da massa com a velocidade de rotação destas estrelas era parecida com a observada no aglomerado de Hyades. Posteriormente Barnes (2003), observou que um aumento na idade de estrelas de aglomerados abertos e estrelas tipo solar com até algumas centenas de Mega-anos, incluindo também estrelas de campo, respeitavam a mesma dependência na massa. Fica então claro a relação entre a rotação em aglomerados abertos e estrelas de campo.

No seu mesmo trabalho Barnes (2003), escreveu esta dependência da massa, como uma função da cor $f(B - V)$, onde esta função deve ter relação com o momento de inércia I_* , da seguinte maneira,

$$f \propto \frac{1}{\sqrt{I_*}} \quad (1.65)$$

Esta função, separável da dependência da idade, nos mostra uma maneira extremamente simples de obter idades e seus respectivos erros, para estrelas tipo solar presentes na sequência principal.

Então a girocronologia nada mais é que uma técnica, que utiliza parâmetros de cor e rotação estelar, para obter de forma precisa as idades de estrelas de baixa massa dos tipos G , K e M , também pode ser usada para estrelas de campo que estejam na sequência principal de acordo

⁵ O programa Mount Wilson HK iniciado por Olin Wilson é o estudo mais abrangente e de longo prazo de estrelas próximas do tipo solar. Consiste em um banco de dados (ainda em crescimento) de observações de 112 estrelas que foram monitoradas quanto à atividade por cerca de 30 anos.

com Gallet e Delorme (2019) e pode inclusive se estender para aglomerados abertos segundo Gruner e Barnes (2020). A girocronologia utiliza idades obtidas pelo modelo de Skumanich, fazendo um ajuste com uma relação envolvendo período de rotação da estrela, idade e cor. O ajuste é formalmente expresso pela equação:

$$P = g(t)f(B - V) \quad (1.66)$$

o período de rotação P está relacionado com uma função de cor $B - V$, e com o termo associado a teoria de Skumanich que é do tipo $g(t) \propto t^{1/2}$ que pode ser visto em (SKUMANICH, 1972).

Embora o procedimento para determinar a idade estelar usando girocronologia seja mais bem sucedido que a técnica de isócrona ele também apresenta suas limitações, já que está contido em um intervalo de massa entre 0.8 e $1.4M_{\odot}$.

Neste ponto podemos destacar outra técnica para determinação de idade estelar, que seria a Asteroseismologia ⁶, que atua em todas as faixas de massa, desde que a pulsação não-radial de modos de frequência possam ser detectados. Existe também uma ligação entre a girocronologia e a técnica asterosísmica para estrelas de baixa massa, como mostrou García *et al.* (2014) encontrando resultados parecidos para perfis de idade, mostrando uma calibração da relação girocronologica sísmicamente. Pelo fato da Asteroseismologia ser compatível para todas as massas, ela é uma técnica importante para estimar idade estelar.

Vemos então que existem diversas técnicas que possibilitam o cálculo de idade estelar, cada uma com seus parâmetros específicos. Não que uma seja mais importante que a outra, ambas se complementam e entregam uma medida importantíssima para a Astrofísica.

1.4 Objetivos da Pesquisa

O objetivo principal é investigar o futuro rotacional de um aglomerado jovem, a partir da distribuição de velocidade rotacional de um aglomerado mais velho. Outro objetivo é analisar qual a relação que o índice de freio magnético, associado ao coeficiente entrópico oriundo da mecânica estatística não-extensiva de Tsallis, impõe sobre os perfis apresentados pelas distribuições de velocidade. Para analisar o comportamento do índice de freio, serão estudados dados de velocidades angulares de alguns aglomerados abertos e um globular divididos pela sua

⁶ A Asteroseismologia é o estudo das oscilações das estrelas. Como os diferentes modos de oscilação de uma estrela são sensíveis a diferentes partes da estrela, eles informam sobre a estrutura interna da estrela, que de outra forma não é diretamente possível a partir de propriedades gerais como brilho e temperatura da superfície.

idade, menores que 1 Giga-ano e maiores que 1 Giga-ano, dentro de pequenas faixas de massa para evitar contaminação estatística. Os resultados da análise devem mostrar a importância de ver a rotação estelar como um relógio astronômico.

Para alcançar estes objetivos a dissertação foi estruturada da seguinte forma: Uma primeira parte apresentada até o momento correspondendo aos aspectos gerais de rotação das estrelas e seus principais agentes para estudo de evolução rotacional. No capítulo 2, descrevemos o quadro não extenso da mecânica estatística proposta por um físico grego naturalizado brasileiro, Constantino Tsallis e a relação dela com índice entrópico q , associado ao freio magnético. No capítulo 3, são relatados os dados observados. No capítulo 4, serão discutidos os resultados obtidos na pesquisa, e então finalizando com o capítulo 5 dedicado a conclusão e perspectivas futuras.

2 FERRAMENTAL ESTATÍSTICO

Na Astrofísica estelar quando tentamos relacionar as distribuições de velocidades de rotação com funções da idade chegamos em uma situação no mínimo inusitada, isto é, concluímos que o decaimento na rotação das estrelas não condiz com a mecânica estatística de Boltzmann - Gibbs (CAVALCANTE, 2017).

Para isso, deve-se buscar um meio de contornar esse problema, é preciso buscar uma distribuição estatística que melhor se adeque na descrição das velocidades de rotação . Podemos então nos basear em evidências observacionais que apontam que sistemas estelares podem de certa forma se comportar de maneira não-extensiva (VIANA; FREITAS, 2020; GELL-MANN; TSALLIS, 2004; FREITAS; MEDEIROS, 2012; YU; DU, 2017; SILVA *et al.*, 2014).

Se focarmos na distribuição não-extensiva ainda temos a vantagem de poder utilizar uma grande quantidade de distribuições que poderiam ser ajustadas por um fator q chamado de índice entrópico, característico da entropia não-extensiva de Tsallis, este fator como foi proposto por De Freitas e Medeiros (2013) está associado com o freio magnético. Além do mais quando nos referimos a aglomerados estelares, as suas interações gravitacionais de longo alcance não se encaixam, isto é, não podem ser explicados pela distribuição estatística de Boltzmann-Gibbs (FREITAS *et al.*, 2014).

A mecânica estatística de Boltzmann-Gibbs, não dá conta de sistemas dinâmicos muito complexos, como é o caso de um aglomerado estelar, pois este grupo de estrelas constituem um grupo dinâmico não-linear. Com isso o formalismo não extensivo, é uma poderosa ferramenta para o estudo destes sistemas com desvio do equilíbrio e que possuam esses vínculos gravitacionais, promovendo interação de longo alcance (TSALLIS, 1988; TSALLIS, 1995; TSALLIS, 1994).

Contudo o objetivo deste capítulo é fazer uma breve descrição do formalismo da mecânica estatística não-extensiva proposta por Tsallis, associada a descrição destes tipos de sistemas, aos quais os aglomerados estelares se encaixam.

2.1 Mecânica Estatística de Boltzmann-Gibbs

Na Física quando falamos de termodinâmica sabemos que estamos olhando para uma teoria que em suma se baseia em fatores empíricos observados através do comportamento térmico de sistemas de muitas partículas, quando olhamos para o comportamento deste conjunto

de partículas fazendo considerações visando explicar as leis da termodinâmica encontramos aí o real objetivo da Física Estatística.

Podemos então pensar que se temos sistemas macroscópicos, sua descrição pode ser feita através das leis da mecânica, todavia temos que ter em conta que estamos trabalhando com um número muito alto de partículas, mas precisamente na ordem do número de Avogrado, que por consequência leva à um número alto de interações, o que traria uma complexidade enorme para os resultados devido à grande quantidade de equações de movimento (CAVALCANTE, 2017).

A formulação da mecânica estatística nasceu de trabalhos propostos na segunda metade do século XIX pelo austríaco Ludwig Boltzmann, com estudos de partículas de gás e de níveis de energia se retirou informações de grandezas macroscópicas através de distribuições médias de grandezas microscópicas. Posteriormente o americano J. Willard Gibbs fez uma revisão nessa formulação, mostrando que a mecânica estatística pode ser vista como uma abordagem bem geral para explicar sistemas mecânicos, sendo eles macroscópicos ou não (GIBBS, 1902).

Quando falamos de mecânica estatística, não podemos esquecer de uma grandeza que possui uma importância gigante na ciência, que é a entropia, que no contexto macroscópico havia sido proposta pelo físico Rudolf Clausius. A entropia de Boltzmann-Gibbs geralmente representada por S_{BG} é a principal grandeza da mecânica estatística, se olharmos para um conjunto discreto de partículas ela pode ser representada da seguinte forma:

$$S_{GB} = -k \sum_{i=1}^W p_i \ln p_i \quad (2.1)$$

com a restrição

$$\sum_{i=1}^W p_i = 1 \quad (2.2)$$

onde k tem valor positivo e é denominada constante de Boltzmann ¹, p_i representa a probabilidade associada ao microestado acessível e W é o número de microestados que caracterizam o macroestado em estudo. Em particular se temos um sistema isolado cuja energia é mantida fixa,

¹ Constante característica da mecânica estatística, nomeada em homenagem ao físico austríaco Ludwig Boltzmann, cujo valor é $k = 1,38 \times 10^{-23} J/K$

todos os microestados acessíveis possuem a mesma probabilidade de ocorrer, ver Salinas (1997), logo temos que $p_i = 1/W$, com isso podemos escrever a entropia S_{GB} na forma mais usual,

$$S_{BG} = k \ln W \quad (2.3)$$

A entropia representada no sistema discreto, equações 2.1 e 2.2, pode ser facilmente generalizada para um conjunto contínuo, nesse caso agora se leva em conta um número infinito de estados possíveis,

$$S_{BG} = \int p(x) \ln p(x) dx \quad (2.4)$$

com a restrição reformulada,

$$\int p(x) dx = 1 \quad (2.5)$$

A entropia de Boltzmann-Gibbs, equação 2.1, possui algumas propriedades interessantes, dentre elas podemos citar a não-negatividade já que podemos escrever,

$$S_{BG} = -k \langle \ln p_i \rangle = k \left\langle \ln \frac{1}{p_i} \right\rangle \quad (2.6)$$

onde $\langle \rangle$, representa uma média, e desde que a quantidade $\ln(1/p_i) > 0$, vemos de imediato que a entropia S_{BG} é positiva.

Outra propriedade importante está associada a aditividade, para isso vamos considerar dois sistemas distintos X e Y , cujas probabilidades associadas são $p_i(X)$ e $p_j(Y)$, note que podemos escrever o seguinte para essas duas probabilidades,

$$p_{ij}(X + Y) = p_i(X) p_j(Y) \quad (2.7)$$

Vamos então escrever a entropia total para os dois sistemas da seguinte forma,

$$S_{GB}(X + Y) = -k \sum_{i=1}^W \sum_{j=1}^W p_{ij}(X + Y) \ln p_{ij}(X + Y) \quad (2.8)$$

ou mais precisamente,

$$\begin{aligned}
S_{GB}(X+Y) &= -k \sum_{i=1}^W \sum_{j=1}^W p_i(X) p_j(Y) \ln p_i(X) p_j(Y) \\
&= -k \sum_{i=1}^W \sum_{j=1}^W p_i(X) p_j(Y) [\ln p_i(X) + \ln p_j(Y)]
\end{aligned} \tag{2.9}$$

Fazendo a distributiva chegamos em,

$$S_{GB}(X+Y) = -k \sum_{i=1}^W \sum_{j=1}^W p_i(X) p_j(Y) \ln p_i(X) - k \sum_{i=1}^W \sum_{j=1}^W p_i(X) p_j(Y) \ln p_j(Y) \tag{2.10}$$

Todavia, se lembrarmos das restrições,

$$\sum_{i=1}^W p_i(X) = 1 \quad \sum_{j=1}^W p_j(Y) = 1 \tag{2.11}$$

Podemos reescrever a equação 2.10, como

$$S_{GB}(X+Y) = -k \sum_{i=1}^W p_i(X) \ln p_i(X) - k \sum_{j=1}^W p_j(Y) \ln p_j(Y) \tag{2.12}$$

Concluimos então,

$$S_{BG}(X+Y) = S_{BG}(X) + S_{BG}(Y) \tag{2.13}$$

Este resultado nos mostra que a soma da entropia isolada dos dois sistemas em estudo deve ser igual a entropia do sistema inteiro, logo temos aditividade na entropia de Boltzmann-Gibbs.

Se levarmos em conta sistemas físicos simples o formalismo estatístico de Boltzmann-Gibbs funciona perfeitamente, logo ela varre um variado leque de sistemas, no entanto se saímos do equilíbrio termodinâmico teremos problemas. Se estudamos sistemas sujeitos a interações de longo alcance, ou efeitos de memória de longa duração, como os aglomerados estelares, esse formalismo falha, logo podem ocorrer discrepâncias em parâmetros estatísticos usuais como, entropia, energia interna e até a função de partição do sistema (CAVALCANTE, 2017). Para contornar este problema outro formalismo deve ser adotado, como o que foi proposto por Tsallis (1988), onde ele fez uma generalização da estatística de Boltzmann-Gibbs para o caso não-extensivo.

2.2 Mecânica Estatística Não-Extensiva de Tsallis

Com esta generalização podemos atacar problemas que a estatística de Boltzmann-Gibbs não consegue explicar, isto é, podemos olhar para situações diferentes dos modelos simples e com ou sem interações de curto alcance, podemos estender nosso estudo para sistema que vão além de uma evolução dinâmica dita linear. Neste sentido a mecânica estatística não-extensiva se destaca, já que podemos focar em sistemas mais complexos. A proposta de Tsallis, se adequa a problemas em que temos enorme quantidade de indivíduos interagentes, cuja evolução temporal não é linear, o que implica que os fenômenos associados à eles são regidos por leis de potência.

Em 1988 o físico Constantino Tsallis, propôs uma generalização na entropia de Boltzmann-Gibbs, e o seu trabalho que posteriormente veio a ser mais desenvolvido visando aplicabilidade em outros sistemas estatísticos cujo tratamento boltzmaniano é inconsistente. O trabalho de Tsallis é revolucionário pois pode ser estendido para as mais variadas áreas de pesquisa, onde à presença de sistemas complexos, dentre elas podemos destacar a Astrofísica e sua gama de sistemas ligados por interações de longo alcance, então para os astrofísicos o tratamento não-extensivo na descrição de certos sistemas dinâmicos é imprescindível.

Como proposto por Tsallis (1988) a entropia de Boltzmann-Gibbs S_{BG} , pode ser estendida para um conceito de q -entropia S_q , cuja forma pode ser expressa por,

$$S_q = \frac{k}{q-1} \left(1 - \sum_{i=1}^W p_i^q \right) \quad (2.14)$$

onde k é uma constante positiva, p_i está associado a probabilidade de ocupação dos microestados, W é o número total de microestados, isto é, está associado com a configuração do sistema. Observe que quando o índice $q \rightarrow 1$, recuperamos a entropia de Boltzmann-Gibbs (TSALLIS, 1988).

Podemos maximizar este resultado conforme proposto por Tsallis (1994), se olharmos para um sistema microcanônico, isto é, um sistema caracterizados por probabilidades idênticas, a entropia S_q em 2.14, pode ser escrita como,

$$S_q = \frac{k}{1-q} (W^{1-q} - 1) \quad (2.15)$$

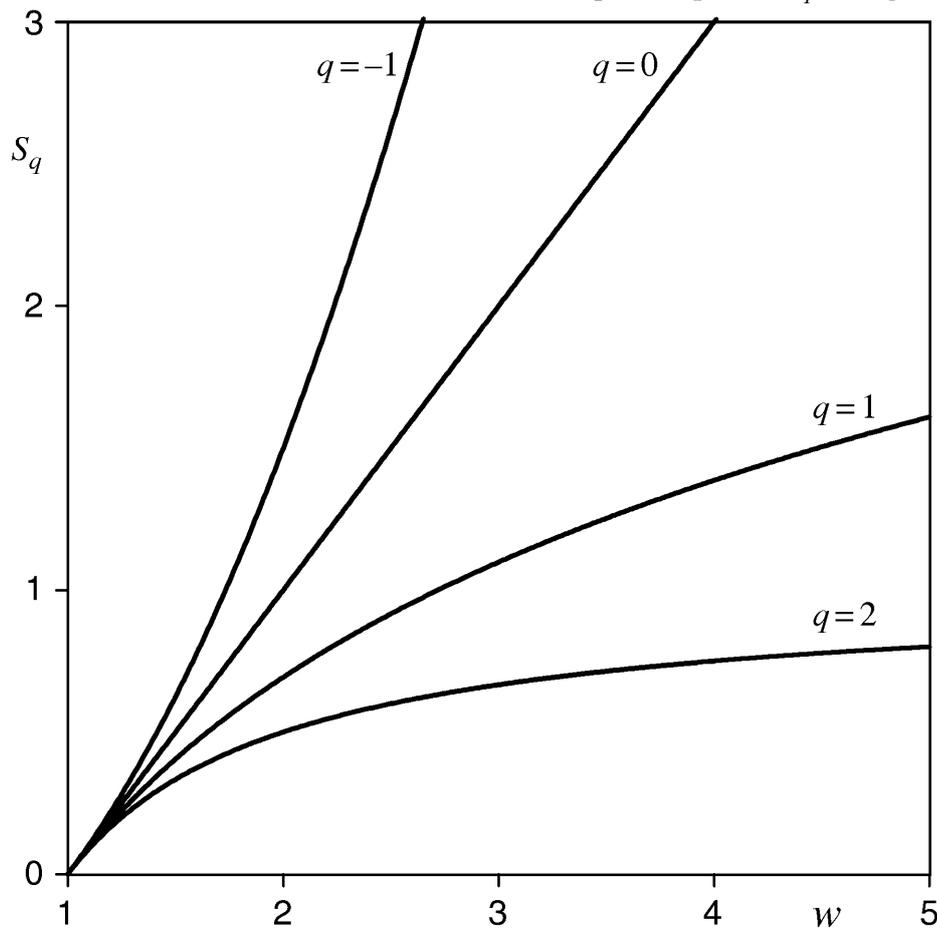
se tomamos o limite dessa entropia para $q \rightarrow 1$, retornamos para a entropia de Boltzmann-Gibbs $S_{BG} = k \ln W$, se considerarmos o número de estados acessíveis infinito $W \rightarrow \infty$, ocorre uma

divergência na função S_q/k caso o índice $q \leq 1$, e ocorre uma saturação em $1/(q-1)$, caso $q > 1$. Na Figura 7 podemos observar a forma de S_q de acordo com o valor de seu índice q . Se usarmos a definição de um q -logaritmo, podemos escrever 2.15, de uma forma mais compacta,

$$S_q = k \ln_q W \quad (2.16)$$

Da definição de entropia generalizada, já tiramos uma das principais diferenças com a entropia S_{BG} , que é a não aditividade, na estatística de Boltzmann-Gibbs a entropia resultante de dois sistemas distintos e isolados seria a soma da entropia de cada um deles, como podemos ver na equação 2.13. No formalismo não-extensivo isto não acontece.

Figura 7 – Gráfico da equiprobabilidade de S_q em função do número de estados acessíveis, com a constante $k = 1$, associados a variados valores de q . Observe que o termo $1/(q-1)$ é saturado por S_q quando $q > 1$, desde que o número de estados acessíveis tenda ao infinito, $W \rightarrow \infty$, e quando $q \leq 1$, S_q diverge.



Fonte: Gráfico retirado de (TSALLIS, 2009)

Olhando para um sistema Z , vamos dividí-lo em dois subsistemas X e Y , isolados

entre si, podemos escrever a entropia resultante deles da seguinte maneira:

$$S_q(X+Y) = \frac{k}{q-1} \left(1 - \sum_{i=1}^{W_X} \sum_{j=1}^{W_Y} [p_i(X) p_j(Y)]^q \right) \quad (2.17)$$

ou,

$$S_q(X+Y) = \frac{k}{q-1} - \frac{k}{q-1} \left(\sum_{i=1}^{W_X} p_i^q(X) \sum_{j=1}^{W_Y} p_j^q(Y) \right) \quad (2.18)$$

Podemos melhorar a forma dessa entropia, para isso, fazemos uso da equação 2.14, escrevendo ela para cada subsistema. Para o X , temos:

$$S_q(X) = \frac{k}{q-1} \left(1 - \sum_{i=1}^W p_i^q(A) \right) \Rightarrow S_q(X) \left(\frac{q-1}{k} \right) - 1 = - \sum_{i=1}^W p_i^q(X) \quad (2.19)$$

De maneira análoga, escrevemos para o subsistema Y ,

$$S_q(Y) \left(\frac{q-1}{k} \right) - 1 = - \sum_{i=1}^W p_i^q(Y) \quad (2.20)$$

De posse destes valores podemos reescrever a equação 2.18, basta utilizar 2.19 e 2.20, de modo que:

$$S_q(X+Y) = \frac{k}{q-1} - \frac{k}{q-1} \left[1 - \frac{S_q(X)(q-1)}{k} - \frac{S_q(Y)(q-1)}{k} + \frac{S_q(X)S_q(Y)(q-1)^2}{k^2} \right] \quad (2.21)$$

Fazendo as devidas simplificações concluímos,

$$S_q(X+Y) = S_q(X) + S_q(Y) - \frac{(q-1)}{k} S_q(X) S_q(Y) \quad (2.22)$$

Analisando a equação 2.22, chegamos a conclusão que no formalismo de Tsallis, não existe aditividade, observe também que recuperamos a aditividade característica da entropia de Boltzmann-Gibbs quando o índice q , tende para 1, além disso existe os casos extremos, quando $q < 1$ temos o regime de super-extensividade e quando $q > 1$, temos a sub-extensividade. Existem outras propriedades associadas a entropia não-extensiva, entretanto a não-aditividade é uma das mais importantes.

2.3 Funções de Decaimento Exponencial

As funções exponenciais possuem as mais variadas aplicações desde modelos de crescimento de populações, estudo de meia vida de átomos, desenvolvimento de bactérias e até mesmo distribuições de velocidade de Maxwell-Boltzmann, sendo estas últimas muito importantes na mecânica estatística. Se partirmos da entropia de Boltzmann-Gibbs somos capazes de encontrar equações descritas por decaimento exponencial com um comportamento extensivo. Assim vamos considerar uma variável x com seus valores todos contínuos. Podemos escrever a entropia da seguinte forma:

$$S_{BG} = \int_a^b p(x) \ln p(x) dx \quad (2.23)$$

usando também as seguintes restrições:

$$\alpha = \int_a^b p(x) dx \quad \beta = \int_a^b x p(x) dx \quad (2.24)$$

Note que de acordo com a equação 2.25, o intervalo da integral remete à região cuja a distribuição de probabilidade existe. Precisamos então encontrar uma distribuição que maximize o valor da entropia S_{BG} , e esta tem a seguinte forma:

$$p(x) = p(0)e^{-\lambda_1 x} \quad (2.25)$$

De onde se verifica facilmente que a equação diferencial que deu origem para essa distribuição, pode ser expressa como uma EDO de variáveis separáveis $\frac{dp(x)}{dx} = -\lambda_1 p(x)$, com o parâmetro $\lambda_1 \geq 0$. Se olharmos para o decaimento da rotação de uma estrela a sua distribuição de velocidades de rotação obedecem uma função exponencial generalizada de Tsallis, pois a grande família de distribuições poderiam ser facilmente ajustadas apenas por variações do índice entrópico q . Assim as leis de decaimento rotacional das estrelas podem ser expressas segundo a literatura através de:

$$\frac{dp(x)}{dx} = -\lambda_q p(x)^q \quad \lambda \geq 0; q \geq 1 \quad (2.26)$$

O valor do índice entrópico q varia de 1,68, que recai nos resultados obtidos por Pace e Pasquini (2004) até 3 culminando com os resultados de Skumanich (1972). Com o tratamento da estatística de Tsallis (1988), pode adquirir uma forma entrópica, cuja maximização via restrições conhecidas, podem gerar equações diferenciais, com solução descrita por de Tsallis *et al.* (1999), como segue:

$$p = [1 + (q - 1)\lambda_q x]^{\frac{1}{1-q}} \quad (2.27)$$

com o seguinte,

$$\exp_q(x) = [1 + (1 - q)x]^{\frac{1}{1-q}} \quad (2.28)$$

esta quantidade é definida como q -exponencial. Quando o índice entrópico é $q = 1$, a q -exponencial, tem o comportamento de uma exponencial normal. A função inversa da q -exponencial é o conhecido q -logaritmo, definido como:

$$\ln_q x = \frac{x^{1-q} - 1}{1 - q} \quad (2.29)$$

Com isso podemos concluir que a q -entropia é então representada por um q -logaritmo. O poderoso formalismo de Tsallis é uma generalização da mecânica estatística clássica, pois como vimos contém a estatística de Boltzmann-Gibbs dentro de seu escopo, como um caso particular quando o índice entrópico $q = 1$.

Atualmente a mecânica estatística não-extensiva de Tsallis (1988), é um campo de pesquisa que vem crescendo de forma bem forte, pois conforme vamos estudando sistemas complexos, ela se mostra um caminho facilitador para obtenção de resultados, já que está associada a relações de longo alcance, bem como distribuições não gaussianas com comportamento de leis de potências não muito comuns. Assim a estatística de Tsallis é uma ferramenta poderosíssima para descrever distribuições de velocidades rotacionais, e portanto é um ótimo agente facilitador na obtenção da relação entre evolução rotacional estelar e idade das estrelas.

2.3.1 Relação Velocidade Angular - Idade à Luz da Estatística de Tsallis

Utilizando o formalismo estatístico de Tsallis (1988), para buscar uma forma de relacionar idade (tempo) com velocidade de rotação, De Freitas (2021) propõe a utilização de dados já obtidos por Mermilliod e WEBDA (2004) e De Freitas e Medeiros (2013), que por sua vez resultam em uma equação diferencial não linear de índice q :

$$\frac{d\Omega}{dt} = -\frac{\Omega_0}{\tau} \left(\frac{\Omega}{\Omega_0} \right)^q \quad (2.30)$$

onde esta equação só é válida para $q \geq 1$, Ω_0 e Ω , indicam respectivamente as velocidades angulares nos tempos zero e no tempo medido em questão e τ é um parâmetro de dimensão temporal. Conforme aponta De Freitas (2021), o sinal negativo da EDO, indica uma solução na forma q -exponencial com o valor de x negativo, assim a equação 2.30, apresenta a seguinte solução:

$$\exp_q(-x) = [1 - (1 - q)x]^{1/(1-q)} \quad (2.31)$$

cuja função inversa,

$$\ln_q(x) = \frac{x^{1-q} - 1}{1 - q} \quad (2.32)$$

que também nos permite escrever a forma da q -entropia:

$$S_q(x) = k \left\langle \ln_q \left(\frac{1}{p_i} \right) \right\rangle \quad (2.33)$$

Em contrapartida, o termo τ é um coeficiente temporal cuja característica principal aponta como uma constante de decaimento referente a uma função de tipo espectral, ele é um agente que faz com que a velocidade obedeça ao freio magnético, e além disso a própria forma da distribuição de velocidade angular é altamente sensível ao índice de freio magnético q (FREITAS, 2021). Assim podemos voltar a equação 2.30, notando que τ é uma constante sobre o tempo, e ainda usando a q -exponencial, temos a seguinte solução:

$$\Omega(t) = \Omega_0 \exp_q \left(-\frac{t}{\tau} \right) \quad (2.34)$$

com o coeficiente da q -exponencial devendo ser $1 - (1 - q)t/\tau \geq 0$ e também a velocidade angular maior que a do tempo medido $\Omega_0 \geq \Omega$. Jr *et al.* (2007) mostrou que se usarmos o seguinte valor a velocidade angular inicial Ω_0 ,

$$\Omega_0 = \frac{2 - q}{\tau} \quad (2.35)$$

a equação 2.34, pode ser normalizada. Estrelas muito jovens, cuja nuvem de poeira presente ainda é muito forte, não tem o seu comportamento muito bem descrito pela velocidade angular encontrada na equação 2.34 (COSTA *et al.*, 2017; FREITAS, 2021). E conforme vamos juntando mais estrelas Vidotto *et al.* (2014) aponta que surgirão problemas que tornarão a Física do sistema em estudo muito mais complicada devido ao forte controle na rotação associada a interação entre o disco e as estrelas. Isto aponta caminhos que podem gerar inconsistências no estudo da amostra de estrelas, como por exemplo adição de um planeta, ou outro objeto nessas estrelas, então se fosse feita uma análise mais específica nas perdas de momento angular da estrela para estes corpos na esfera circunstelar, seria possível a criação de um modelo estatístico mais preciso para o entendimento do índice de freio magnético (FREITAS, 2021).

3 DADOS OBERVACIONAIS

As estrelas mais propícias a serem estudadas, com a utilização dos modelos relatados no trabalho, são as estrelas de baixa massa (dentro do limite de Kraft) do tipo solar, podendo estas serem pertencentes tanto à aglomerados abertos quanto globulares, como por exemplo os aglomerados das Pleíades, o Hyades e o de Ursa Maior, usados por Skumanich (1972), nos estudos que levaram a sua lei empírica.

Dentro deste contexto, vamos analisar uma conjunto formado por 1594 dados de velocidades angulares de estrelas em 21 aglomerados estelares, desde jovens a mais antigos, onde serão considerados aglomerados que ultrapassaram o tempo de Kelvin-Helmoltz (FREITAS, 2021).

Então temos aglomerados cujas idades variam entre 35 Mega-anos e 13.4 Giga-anos, e também com suas massas dentro do limite de Kraft, variando entre 0,7 e $1,4M_{\odot}$. Para os intervalos de massa de 0,7 e $1,1M_{\odot}$, utilizaremos os dados de 9 aglomerados com idade inferior a 1 Giga-ano, retirados de De Freitas (2021) que se encontram expostos na Tabela 1.

Tabela 1 – Características dos dados analisados, foram consideradas apenas massas entre 0.7 e $1.1M_{\odot}$. Na primeira coluna temos a identificação do aglomerado, na segunda coluna temos o tipo de aglomerado, na terceira temos as referências onde podem ser encontradas informações do período, na quarta temos o número de estrelas, finalizando com a quinta coluna onde são mostradas as idades dos aglomerados.

Aglomerado	Tipo	Referência	N	Idade (Myr)
α Per	Aberto	(FUJII; ZWART, 2016)	56	35
IC 2391	Aberto	(FUJII; ZWART, 2016)	31	76
NGC 2516	Aberto	(FUJII; ZWART, 2016)	41	120
Pleíades	Aberto	(PACE; PASQUINI, 2004)	168	120
M50	Aberto	(MAYOR; MERMILLIOD, 1991)	305	135
M35	Aberto	(BARNES, 2003)	227	151
M34	Aberto	(FUJII; ZWART, 2016)	42	236
M37	Aberto	(FUJII; ZWART, 2016)	60	347
Hyades	Aberto	(FUJII; ZWART, 2016)	16	794

Fonte: (FREITAS, 2021)

Os dados das idades dos aglomerados foram retiradas do catálogo COCD que é o conhecido Catalog Open CLuster Data, no entanto os dados do aglomerado Hyades é obtida em um catálogo diferente, no caso, nos dados do WEBDA (MERMILLIOD; WEBDA, 2004; KHARCHENKO *et al.*, 2005).

O COCD foi utilizado em virtude de tratar as idades destes aglomerados em uma escala homogênea, e isso é crucial para evitar possíveis erros de análise já que a idade do

aglomerado seria o "relógio", da relação entre evolução rotacional das estrelas e o índice de freio magnético q . Em relação ao intervalo de idades do aglomerado foi adotado o mesmo procedimento que de Silva *et al.* (2013), no caso 0.33 dex como um certo intervalo de idades de aglomerados individuais.

O aglomerado mais jovem e um dos mais importantes da amostra, de onde foram retirados dados de velocidades rotacionais de 56 estrelas, α Per, presente no norte da constelação de Perseu, possui 35 Mega-anos de idade. Este conjunto de estrelas é um dos poucos aglomerados estelares abertos cuja a distância para o Sol está próximo de 200 parsecs. Este aglomerado se encontra a nordeste da supergigante $F5V$ Alpha Persei, em uma distância que inicialmente foi calculada e estimada próxima de 180 parsecs (PINSONNEAULT *et al.*, 1998; ROBICHON *et al.*, 1999), no entanto este valor veio a ser revisado para $172,4 \pm 2,7$ parsecs através de estudos por meio de dados fornecidos por Hipparcos (LEEUWEN, 2009).

Os membros deste aglomerado possuem uma metalicidade do tipo solar (BOESGAARD; FRIEL, 1990) e sua extinção¹ ao longo da linha de visão pode ser estimada em aproximadamente $A_V = 0,30$ mag com a presença de uma possível extinção diferencial (PROSSER, 1992).

Passando para o aglomerado NGC 2391 com cerca de 76 Mega-anos este aglomerado se encontra a 500 anos-luz da Terra, e teve 31 dados de velocidades de rotação utilizados para obtenção de sua distribuição de velocidades.

Presente na constelação de Carina, o aglomerado NGC 2516, com 41 dados de $v \sin i$ extraídos para o estudo, está 1300 anos-luz distante do nosso planeta, e tem uma idade de 120 Mega-anos. Com a mesma idade temos o aglomerado das Pleiades também conhecido como M45, está aproximadamente 445 anos-luz afastado da Terra, e com uma rica amostra de dados, dos quais utilizamos 168 velocidades de rotação. Com 305 dados utilizados o aglomerado M50, localizado na constelação de Monoceros, à 2900 anos-luz da Terra, sua idade está em torno de 135 Mega-anos e foi dele que extraímos o maior número de velocidades.

O M35, localizado à 3870 anos-luz de distância na região oeste de Gêmeos, este aglomerado possui 151 Mega-anos e utilizamos no trabalho um total de 227 velocidades de rotação de suas estrelas. O aglomerado M34 é outro aglomerado presente na constelação de Perseu, diferentemente de α Per, ele está à 1500 anos-luz de distância e teve 42 dados de $v \sin i$

¹ Efeito que ocorre quando a luz dos corpos celestes passam por um meio, sejam nuvens de gás interestelares ou até mesmo nossa própria atmosfera, parte dela é refletida, outra parte absorvida e reemitida em uma direção completamente diferente da original. Isso mostra que existe uma fração considerável da luz das estrelas que é perdida para nós aqui na superfície terrestre. Essa perda é chamada de extinção.

analisados. Sendo o aglomerado mais rico na constelação de Auriga, M37 possui 347 Mega-anos e sua distância da Terra é estimada em 4500 anos-luz.

Finalizando com os aglomerados onde foram estudados as velocidades de rotação para estrelas divididas em dois intervalos de massa, sendo eles $0,7$ e $0,9M_{\odot}$ e também $0,9$ e $1,1M_{\odot}$, temos o aglomerado aberto de Hyades, ele é um dos aglomerados mais próximos, estando localizado à aproximadamente 153 anos-luz de distância do Sol. Hyades com idade de 794 Mega-anos consiste em um grupo de centenas de estrelas, das quais 16 foram estudadas.

Elevando o intervalo de massa para $1,1$ e $1,4M_{\odot}$, utilizamos dados de estrelas de tipo espectral F de mais 5 aglomerados abertos com idades variando entre 38.4 e 625 Mega-anos, cujos dados se encontram na Tabela 2.

Os valores das velocidades de rotação das estrelas relacionadas aos aglomerados da Tabela 2, foram buscados nos catálogos da base de dados do Vizier, utilizando os dados do WEBDA. O aglomerado aberto IC 4665, muito brilhante e jovem, possui aproximadamente 38 Mega-anos, presente na constelação de Ophiuchus se encontra à uma distância de 1400 anos-luz, possui cerca de 30 membros catalogados dos quais utilizamos dados relacionados a velocidade de rotação de 25. O aglomerado IC348, com 28 estrelas utilizadas no trabalho, se encontra a 1000 anos-luz de distância e possui cerca de 400 estrelas.

Tabela 2 – Características dos dados analisados, para faixa de massa de 1.1 à $1.4M_{\odot}$. Na primeira coluna temos a identificação do aglomerado, na segunda coluna temos o tipo de aglomerado, na terceira temos as referências de onde os dados foram extraídos, na quarta temos o número de estrelas, finalizando com a quinta coluna onde são mostradas as idades dos aglomerados.

Aglomerado	Tipo	Referência	N	Idade (Myr)
IC 4665	Aberto	(GLEBOCKI; GNACINSKI, 2005)	25	38.4
IC 348	Aberto	(COTTAAR <i>et al.</i> , 2014)	28	43.7
NGC 1039	Aberto	(GLEBOCKI; GNACINSKI, 2005)	19	183.2
Coma Ber	Aberto	(GLEBOCKI; GNACINSKI, 2005)	96	450
NGC 2632	Aberto	(GLEBOCKI; GNACINSKI, 2005)	49	625

Fonte: Própria

Outro aglomerado de onde extraímos dados de velocidade de estrelas tipo F , foi o NGC1039, ele se encontra localizado na constelação de Perseu à uma distância de 1500 anos-luz da Terra, o aglomerado possui cerca de 400 estrelas catalogadas. Prosseguindo com a descrição dos aglomerados, temos *ComaBer* localizado à 280 anos-luz, sendo duas vezes mais distante que o aglomerado de Hyades, e também o aglomerado NGC2632, também conhecido como M44 ou Presépio, que se encontra à uma distância de 600 anos-luz na constelação de Câncer.

Além dos 14 aglomerados abertos jovens, foram utilizados dados de aglomerados

com idade variando entre 1 e 13.4 Giga-anos, para podermos comparar os resultados e implicações das distribuições de velocidades nas idades estelares. Os resultados capturados da base de dados do Vizier estão expressos na Tabela 3.

Tabela 3 – Características dos dados analisados, para aglomerados estelares com idade superior a 1 Giga-ano. Na primeira coluna temos a identificação do aglomerado, na segunda coluna temos o tipo de aglomerado, na terceira coluna se encontram as referências de onde os dados foram obtidos, na quarta temos o número de estrelas, finalizando com a quinta coluna onde são mostradas as idades dos aglomerados.

Aglomerado	Tipo	Referências	N	Idade (Gyr)
NGC 3680	Aberto	(LLORENTE DE ANDRÉS <i>et al.</i> , 2021)	5	1.2
IC 4651	Aberto	(LLORENTE DE ANDRÉS <i>et al.</i> , 2021)	5	1.2
NGC 752	Aberto	(LLORENTE DE ANDRÉS <i>et al.</i> , 2021)	12	2
NGC 6819	Aberto	(LEE-BROWN <i>et al.</i> , 2015)	251	2.5
NGC 2682	Aberto	(GLEBOCKI; GNACINSKI, 2005)	25	3.6
NGC 6253	Aberto	(LLORENTE DE ANDRÉS <i>et al.</i> , 2021)	19	5
NGC 6397	Globular	(LOVISI <i>et al.</i> , 2012)	114	13.4

Fonte: Própria

Para complementar a análise da relação entre o índice de freio magnético e a evolução da rotação estelar, foram utilizados 7 aglomerados de idade superior a 1 Giga-ano. Iniciando por NGC3680 com idade de 1,2 Giga-ano, ele está localizado na constelação de centauro à uma distância de 3058 anos-luz, para o nosso estudo serão utilizados dados de $v \sin i$ de 5 de seus membros, número exatamente igual aos retirados do aglomerado IC 4651 da constelação de Altar, localizado à 2896 anos-luz de distância da Terra.

Localizado na constelação de Andrômeda o aglomerado aberto NGC752, possui uma idade de aproximadamente 2 Giga-anos e no presente trabalho foi utilizado dados de velocidade de rotação de 12 estrelas, ele se encontra à uma distância de 1300 anos-luz. Para o aglomerado NGC2682 foram analisados 25 dados de velocidades de rotação, é também conhecido como M67, e está localizado à uma distância de 2900 anos-luz do nosso planeta na constelação de Câncer, ele é um dos aglomerados mais antigos ligados a Via Láctea, sendo portanto um importante instrumento de estudo para o entendimento da evolução estelar.

Sendo o segundo aglomerado mais antigo da nossa amostra, NGC 6253, com idade estimada em 5 Giga-anos, é mais um objeto astronômico localizado na direção da constelação de Altar, à uma distância de 4900 anos-luz, para calcular valores do índice de freio magnético q foram utilizados dados rotacionais de 19 de suas estrelas. E finalizando com os aglomerados com maior número de dados de velocidades de rotação que foram NGC6819 com um total de 251 dados coletados e NGC6397, um aglomerado globular, conseqüentemente o mais velho da

amostra, com idade de 13.4 Giga-anos, de onde obtivemos dados de velocidades de rotação de 114 estrelas.

Através dos dados extraídos destes aglomerados estelares podemos buscar uma investigação à respeito da evolução na rotação de suas estrelas, podendo assim entender o comportamento da relação do índice de freio com o perfil de idades das estrelas de aglomerados jovens e antigos (FREITAS, 2021; FREITAS; MEDEIROS, 2013). Os resultados obtidos para os dados desses 21 aglomerados estelares serão apresentados no capítulo seguinte.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo serão utilizados os estudos apontados no escopo do trabalho, para uma investigação a respeito do futuro rotacional de um aglomerado jovem, utilizando a distribuição de velocidades de um aglomerado mais velho. Partindo deste ponto utilizamos os aglomerados mais jovens da nossa amostra para estudar as implicações causadas pelo índice de freio magnético na sua evolução rotacional (FREITAS, 2021; FREITAS; MEDEIROS, 2013; FREITAS *et al.*, 2015).

4.1 Aglomerados com Idade Menor que 1 Giga-ano

Utilizamos dados de velocidades rotacionais de aglomerados, para calcular os valores do índice de freio q e o parâmetro de tempo τ em Mega-anos. De posse dos valores também foram plotados os perfis das distribuições de velocidade rotacional modelados pela q -exponencial.

Partindo desse ponto, iremos analisar o perfil da distribuição de velocidades que um aglomerado mais jovem terá quando estiver com a idade de um aglomerado mais velho. Para este estudo sempre utilizaremos pares de aglomerados, iniciando do mais jovem até o mais antigo de nossa amostra de uma forma sequencial.

Tomando como base o trabalho de De Freitas (2021) onde ele estudou o perfil de distribuição de velocidades para o aglomerado α Per com uma idade de 35 Mega-anos. Ele analisou os perfis mostrados por suas distribuições de velocidades quando o aglomerado α Per estivesse com a idade de cada um dos aglomerados mais velhos mostrados na Tabela 1.

Além disso, durante o processo de análise das distribuições de velocidades, foram calculados os valores do índice de freio magnético e de um parâmetro de tempo característico do problema quando o aglomerado estiver com o perfil de velocidades de acordo com a idade dos aglomerados mais velhos.

Como já foi calculado anteriormente podemos utilizar o resultado da equação 2.34, para mostrar a distribuição de velocidades futuras de um aglomerado jovem, com a idade de um aglomerado mais antigo, para isso consideramos a distribuição inicial ocorrendo com a idade do aglomerado mais jovem, assim:

$$\Omega_X(t_Y) = \Omega_X(t_X) \exp_q \left(-\frac{t_{YX}}{\tau} \right) \quad (4.1)$$

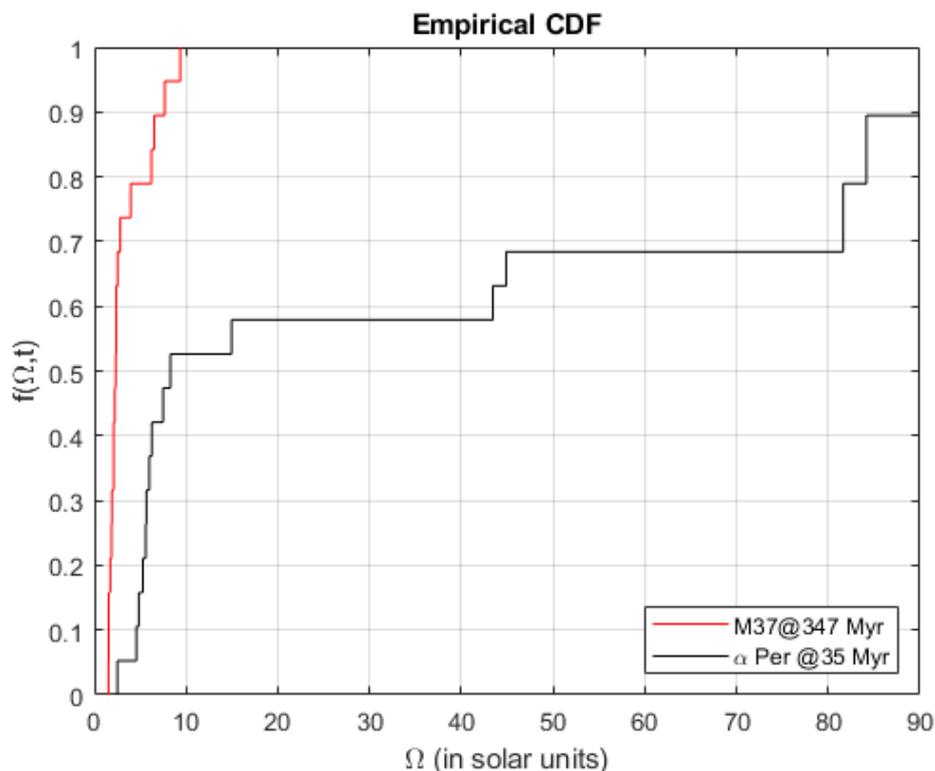
onde t_X representa a idade do aglomerado jovem, t_Y a idade do aglomerado mais velho e t_{YX} é o

tempo diferencial entre as idades dos aglomerados, vale ressaltar que todos estes tempos são medidos em Mega-anos.

Os primeiros dados de velocidade rotacional analisados foram os relacionados ao aglomerado aberto α Per. Presente na Tabela 1, De Freitas (2021) utilizou todos os aglomerados mais velhos que α Per, para estudar o perfil das distribuições de velocidades na idade dos aglomerados mais antigos, utilizando um pequeno intervalo de massa, para evitar contaminação estatística.

Na Figura 8 foi plotado a função de distribuição cumulativa para o aglomerado α Per e $M37$, que pode ser comparado com a Figura 9, onde estão expressos perfis de diferentes ajustes para o futuro rotacional do aglomerado α Per. Se olharmos os dados da Tabela 1, fica claro que o tempo t_X corresponde ao aglomerado aberto mais jovem α Per e de acordo com o modelo o tempo t_Y deve denotar a idade de um aglomerado mais antigo o que acarreta, que o tempo diferencial pode ser escrito como $t_{YX} = t - t_{\alpha Per}$ ficando então em função da idade do aglomerado α Per.

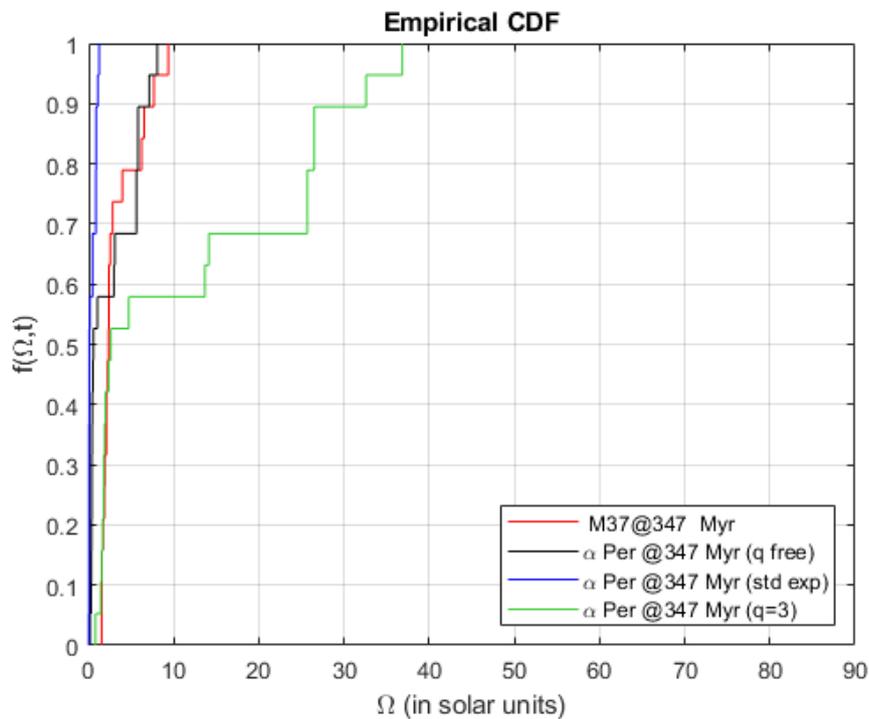
Figura 8 – Função de distribuição cumulativa (CDF), para a velocidade angular Ω dada em unidades solares para estrelas do aglomerado α Per representado pela linha preta e do aglomerado $M37$ na linha vermelha, os aglomerados possuem idades de 35 e 347 Mega-anos, respectivamente. Foi considerado um intervalo de massa $0.9 < M(M_{\odot}) < 1.1$.



Fonte: Gráfico retirado e adaptado de (FREITAS, 2021)

Os procedimentos adotados foram os seguintes: considerando uma função de distribuição das velocidades em um instante específico t dada por $f(\Omega, t)$, esta função não deve mudar para qualquer aglomerado neste instante, com essa afirmação podemos considerar duas funções de distribuição $f(\Omega_X, t_Y)$ e $f(\Omega_Y, t_X)$ sendo estatisticamente iguais.

Figura 9 – Função de distribuição cumulativa (CDF), para a velocidade angular Ω dada em unidades solares para estrelas do aglomerado α Per com a idade do aglomerado $M37$, representado pela linha vermelha, assumindo ainda o índice de freio magnético q e τ são livres, representado pela linha preta. Os melhores parâmetros como mostra a Tabela 2 são $q = 1.33$ e $\tau = 131$ Mega-anos. Também podemos ver o fit da exponencial padrão representado pela linha azul e o da Lei de Skumanich que ocorre para $q = 3$, representado pela linha verde. Foi considerado um intervalo de massa $0.9 < M(M_{\odot}) < 1.1$.



Fonte: Gráfico retirado e adaptado de (FREITAS, 2021)

Um segundo ponto seria a realização de um teste no tempo t , em duas distribuições para verificar qual seria o valor do índice de freio magnético para as duas distribuições serem consideradas semelhantes, isto é, verificar se o aglomerado α Per é parecido com o mais antigo. O teste estatístico para o tempo é importante para que possamos adentrar no teste de algumas hipóteses, no caso de ausência de associação temos a hipótese nula. Existe uma hipótese alternativa se temos uma correlação diferente de zero, que se separaria em dois casos uma positiva e outra negativa, também tem o caso da correlação ser diferente de zero porém para um teste bicaudal ¹.

¹ Quando nos referimos a teste de hipóteses, o teste bicaudal é uma forma de mensurar a significância estatística

Seguindo os procedimentos de De Freitas (2021) foi calculado valores estatísticos para t , usando a seguinte equação:

$$t_c = \frac{\bar{X} + \bar{Y}}{\sqrt{\frac{\sigma_X^2}{n} + \frac{\sigma_Y^2}{m}}} \quad (4.2)$$

com os valores de \bar{X} e \bar{Y} , sendo respectivamente as médias das amostras de estrelas, σ_X^2 e σ_Y^2 , representam os desvios padrões e m e n , são o tamanho das distribuições de velocidades.

Concluindo, foi utilizada uma tabela de t , para encontrar um determinado tempo crítico t_{crit} , levando em conta 95% de confiança, que nos remete a valores de 0,05 e 0,025 para α em cada cauda relacionada (TRAUTH, 2006). Neste teste de hipóteses consideramos como valor crítico, um ponto sobre a distribuição do teste de tempo t , cuja comparação com o tempo estatístico calculado determina a rejeição ou não da hipótese nula. Quando o valor absoluto do tempo estatístico calculado é maior que seu valor crítico podemos rejeitar a hipótese nula e aderir a hipótese alternativa (FREITAS, 2021).

No estudo foi analisado o comportamento do índice de freio magnético obtido da função de distribuição de velocidades angulares, sendo função da massa e da idade das estrelas da amostra, os resultados obtidos mostram que os valores do índice q , são maiores que 1, o conjunto de valores pode ser visto na Tabela 4.

Este resultado acontece independentemente dos parâmetros adotados, o que acaba reforçando o fato de q -exponencial se ajustar a distribuição de velocidade de forma mais efetiva que a exponencial normal e também aos resultados de Skumanich que ocorre quando o índice entrópico é expresso como $q = 3$. Na Figura 9, estes resultados podem ser observados.

De acordo com a equação 2.34, todas as exponenciais de Tsallis, dependem de dois parâmetros específicos, que são o índice q e o coeficiente de decaimento τ , os dados calculados destes dois parâmetros com a consideração de massas bem definidas também são mostrados na Tabela 4. Os resultados encontrados para q , também apontam indícios fortes de que a distribuição de velocidades angulares dos aglomerados da amostra se adaptam melhor a função q -exponencial, reforçados ainda pelas barras de erro mostradas na Figura 10.

Partindo agora para o teste de hipóteses, vemos que a nula aponta que existe ausência de correlação entre as distribuições de X e Y . Já para o teste da hipótese alternativa vemos que

de um determinado parâmetro em um conjunto de dados. Geralmente é usado caso os desvios do parâmetro medido em qualquer direção de um certo valor tomado como referência, possam ser considerados possíveis.

há uma forte correlação entre os pares de distribuições, isto acontece em razão do descarte da hipótese nula em virtude do tempo calculado ser maior que o tempo crítico como já mencionado anteriormente. Para o teste bicaudal o tempo t_c está fora do intervalo entre as caudas $-t_{crit}$ e $+t_{crit}$, isto é mostrado pela estatística do tempo t , com isso a hipótese nula também pode ser rejeitada.

Tabela 4 – Melhores valores de q e τ e seus respectivos erros para cada par de aglomerados. O aglomerado aberto α Per foi usado como referência e cada valor é escrito apartir de $t - t_{\alpha Per}$. A ordem dos resultados segue a mesma sequência dos aglomerados mostrados na Tabela 1, começando em IC 2391.

$t - t_{\alpha Per}$	q	δq	τ (Myr)	$\delta \tau$ (Myr)	$t - t_{\alpha Per}$	q	δq	τ (Myr)	$\delta \tau$ (Myr)
$0.7 < M(M_{\odot}) < 0.9$					$0.9 < M(M_{\odot}) < 1.1$				
41	1.35	0.02	99	11.0	41	1.34	0.04	262	44.0
85	1.42	0.03	29	14.9	85	1.44	0.02	39	17.9
85	1.35	0.03	79	13.5	85	1.38	0.03	118	19.5
100	1.34	0.04	335	69.8	100	1.38	0.03	84	29.0
116	1.38	0.03	74	12.7	116	1.41	0.03	150	32.7
201	1.38	0.03	117	16.4	201	1.38	0.04	113	23.4
312	1.39	0.01	105	23.1	312	1.33	0.01	131	23.1
759	1.46	0.05	102	19.9	759	1.41	0.06	171	32.6

Fonte: Retirado e adaptado de (FREITAS, 2021)

Através destes resultados podemos dizer que se o aglomerado aberto α Per, estiver na mesma idade de um aglomerado mais antigo, sua função de distribuição das velocidades angulares gerada após o ajuste do índice de freio é semelhante a função de distribuição do aglomerado mais antigo.

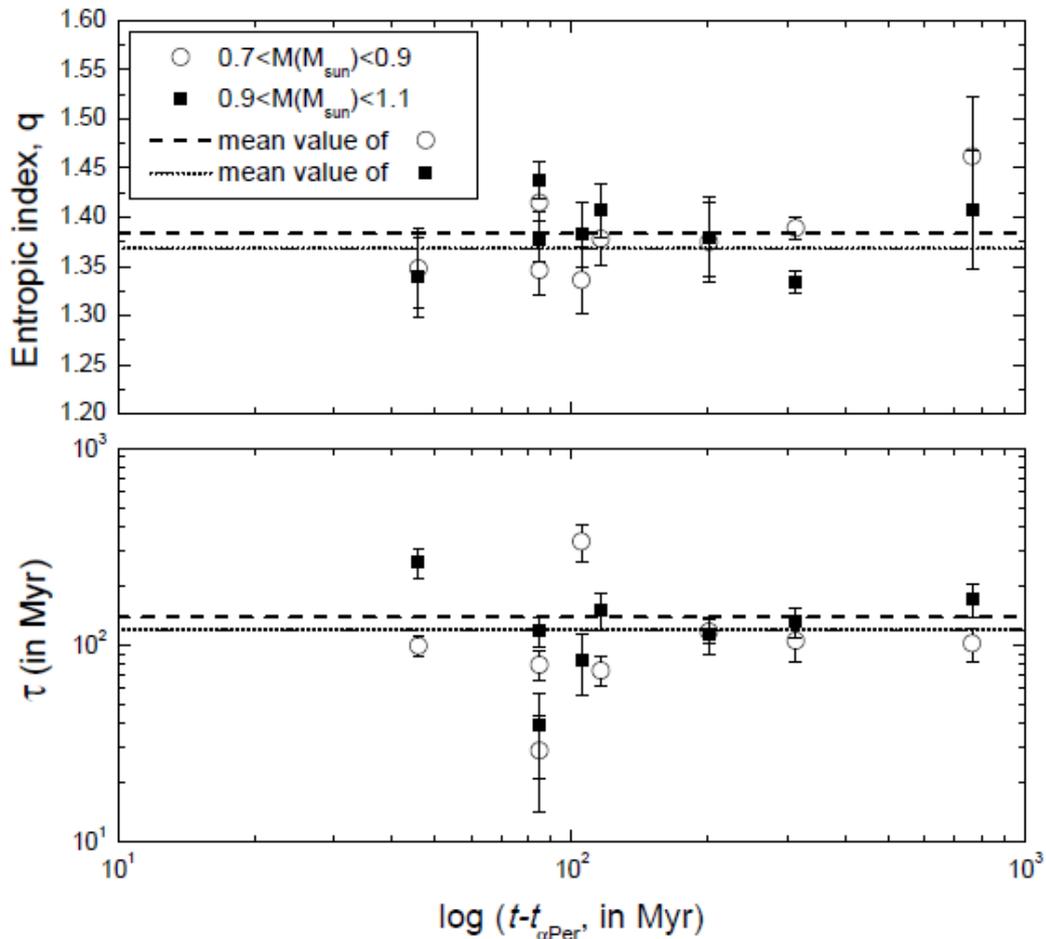
Para aglomerados mais antigos, isto é, com idades superiores à 1 Giga-ano, surge uma certa tendência entre o índice de freio q da distribuição de velocidades angulares e a idade das estrelas, onde a distribuição apresenta uma forma linear, já para os aglomerados jovens com idade inferior a 1 Giga-ano, esta correlação pode ser deixada de lado por ser muito pequena (CARVALHO *et al.*, 2007).

No presente estudo mesmo com a utilização de parâmetros estelares diferentes, este resultado para aglomerados abertos jovens foi verificado. Na realidade uma grande parte das amostras de aglomerados jovens estudados por Carvalho *et al.* (2007), se encontram na vizinhança solar nas proximidades do disco galáctico, curiosamente nesta mesma região os objetos analisados neste trabalho podem ser encontrados.

Através da Figura 10, vemos que os valores do índice de freio q permanecem constantes no decorrer do tempo e existe uma consistência com o valor médio de 1,38 e 1,36,

para o regime de duas massas mostrado respectivamente na figura. A Tabela 4 e a Figura 10 indicam a existência de dois regimes cujo valor da constante de decaimento é suavemente constante, isto acontece para $\tau > 120 \text{ Myr}$ e o outro é um regime de dispersão seguindo a regra $\tau < 120 \text{ Myr}$. A Figura 10 também apresenta os valores médios dos parâmetros q e τ .

Figura 10 – Evolução temporal do índice de freio magnético q e da constante de decaimento τ , calculados dos seus melhores fits na Figura 9. O resultado apresentado foi obtido para o aglomerado $\alpha \text{ Per}$, sobre diferentes idades baseados em outros 8 aglomerados abertos jovens com idade inferior a 1 Giga-ano.



Fonte: Gráfico retirado de (FREITAS, 2021)

Para uma análise mais completa, foram estudadas as distribuições cumulativas de velocidade de rotação individuais dos aglomerados usados como referência. Em seu trabalho Picoli *et al.* (2009) mostra que distribuições de probabilidade oriundas do formalismo não-extensivo de Tsallis, que ele se refere como q -distribuições, podem ser aplicadas para uma grande variedade de problemas. Partindo deste ponto utilizamos seus resultados para obter as distribuições cumulativas individuais.

Partindo de uma distribuição q -exponencial do tipo mostrada na equação 4.1, Picoli

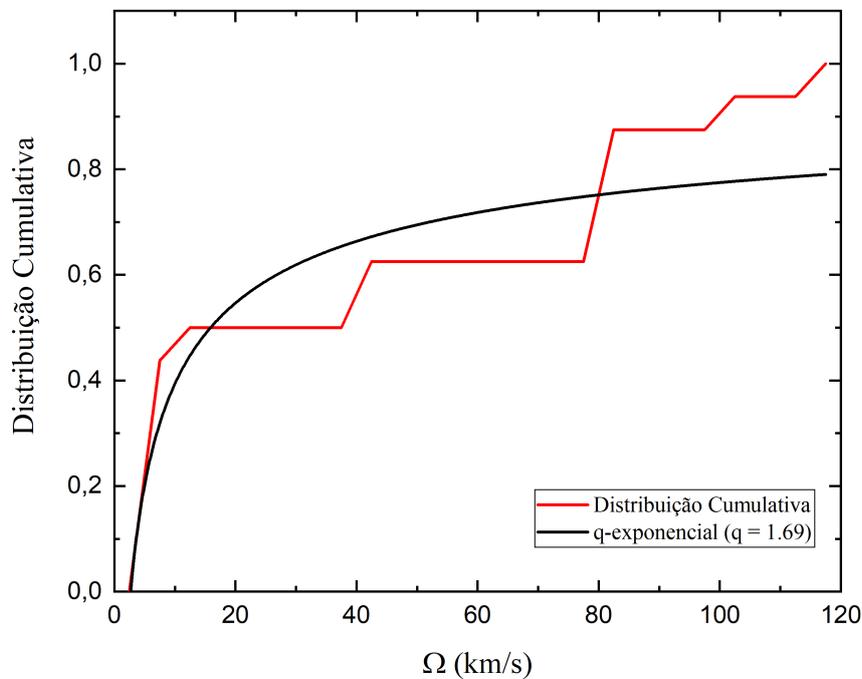
et al. (2009), propõe uma função cumulativa, que adaptada para o nosso estudo fica na forma,

$$y = 1 - \left[p_0 \frac{\tau}{(2-q)} \right] \left[1 + (q-1) \frac{x}{\tau} \right]^{\frac{2-q}{1-q}} \quad (4.3)$$

onde p_0 representa uma amplitude, logo não interfere na distribuição. Os parâmetros x e y , representam os dados das velocidades de rotação dos aglomerados utilizados em nosso estudo.

Com isso foram calculados os valores de q e τ de α Per com sua idade atual de 35 Mega-anos, estes resultados foram retirados da distribuição cumulativa isolada que pode ser vista na Figura 11 para o intervalo de massa $0,9 - 1,1M_{\odot}$. O resultado encontrado mostra que o valor do índice de freio magnético foi $q = 1,69$, este valor é maior se comparado com os da Tabela 4, na mesma faixa de massa, que estão associados ao aglomerado α Per com as idades de aglomerados mais velhos. Este resultado nos mostra que existe uma queda na velocidade de rotação tendo em vista que o índice de freio magnético desacelera.

Figura 11 – Distribuição cumulativa, para as velocidades rotacionais Ω de estrelas do aglomerado α Per para faixa de massa $0.9 < M(M_{\odot}) < 1.1$. Representado pela linha vermelha temos o perfil da distribuição cumulativa e em preto temos o fit para a q -exponencial feito para $q = 1.69$.



Fonte: Autoria própria.

Foram calculados os valores de q e τ , para as distribuições individuais dos aglomera-

dos α Per, IC2391, Pleiades, M50, IC4665 e IC348 com suas próprias idades. Estes foram os aglomerados utilizados como referência para obtenção dos resultados deste trabalho, vale ressaltar que os aglomerados IC4665 e IC348 tiveram seus valores de q e τ calculados no intervalo de massa $1.1 < M(M_{\odot}) < 1.4$. Os resultados encontrados, são mostrados na Tabela 5.

Tabela 5 – Melhores valores de q e τ e seus respectivos erros calculados das distribuições cumulativas individuais dos aglomerados α Per, IC2391, Pleiades, M50, IC4665 e IC348 usados como referência, para três intervalos de massa distintos.

Aglomerado	q	δq	τ (Myr)	$\delta \tau$ (Myr)
$0.7 < M(M_{\odot}) < 0.9$				
α Per	1.65	0.02	720	83
IC2391	1.68	0.01	630	50
Pleiades	1.63	0.03	800	118
M50	1.62	0.01	390	32
$0.9 < M(M_{\odot}) < 1.1$				
α Per	1.69	0.03	580	100
IC2391	1.56	0.02	980	82
M50	1.68	0.01	280	32
$1.1 < M(M_{\odot}) < 1.4$				
IC4665	1.61	0.02	880	160
IC348	1.69	0.02	690	106

Fonte: Autoria própria.

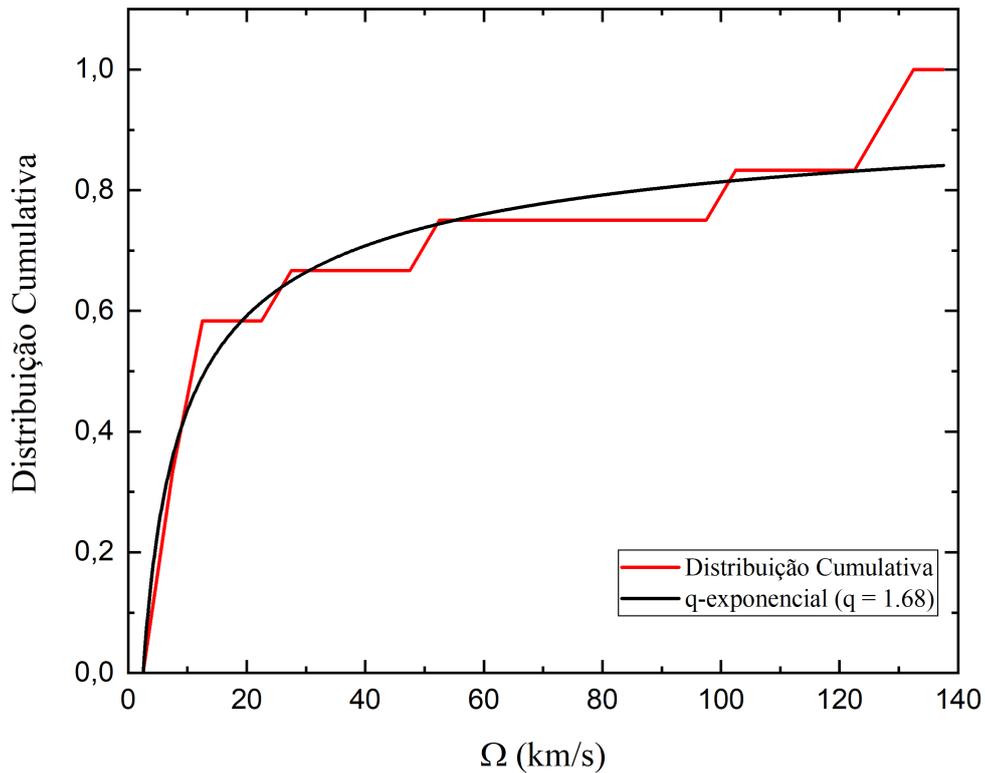
Além dos resultados de α Per, mostrados por De Freitas (2021) em seu trabalho, ampliamos o estudo para velocidades rotacionais de outros aglomerados mais jovens, também presentes na Tabela 1, e calculamos os valores de q e τ e seus respectivos erros δq e $\delta \tau$ estimados respectivamente em 10%, iniciamos usando o aglomerado IC 2391 como referência, na mesma sequência mostrada na Tabela 1 partindo de NGC2516.

A sequência de resultados para os outros aglomerados foi feita da seguinte forma. Inicialmente calculamos as distribuições cumulativas individuais de cada aglomerado de referência respeitando seus intervalos de massa, que foram respectivamente $0.7 < M(M_{\odot}) < 0.9$, $0.9 < M(M_{\odot}) < 1.1$ e $1.1 < M(M_{\odot}) < 1.4$. Após foram plotadas as comparações entre as distribuições cumulativas do aglomerado de referência com outro mais velho para podermos verificar o perfil que este aglomerado mais jovem mostraria na idade do mais antigo. De posse desses resultados foi possível mostrar a evolução temporal do índice de freio magnético e qual a sua implicação no futuro rotacional das estrelas.

Conforme feito para o aglomerado α Per, também calculamos a distribuição cumulativa isolada de velocidades para o aglomerado IC2391, com sua idade de 76 Mega-anos, no

intervalo de massa 0.7 à $0.9M_{\odot}$, como mostra a Figura 12.

Figura 12 – Distribuição cumulativa, para as velocidades rotacionais Ω de estrelas do aglomerado IC2391 para a faixa de massa $0.7 < M(M_{\odot}) < 0.9$. Representado pela linha vermelha temos o perfil da distribuição cumulativa e em preto temos o fit para a q -exponencial feito para $q = 1.68$.



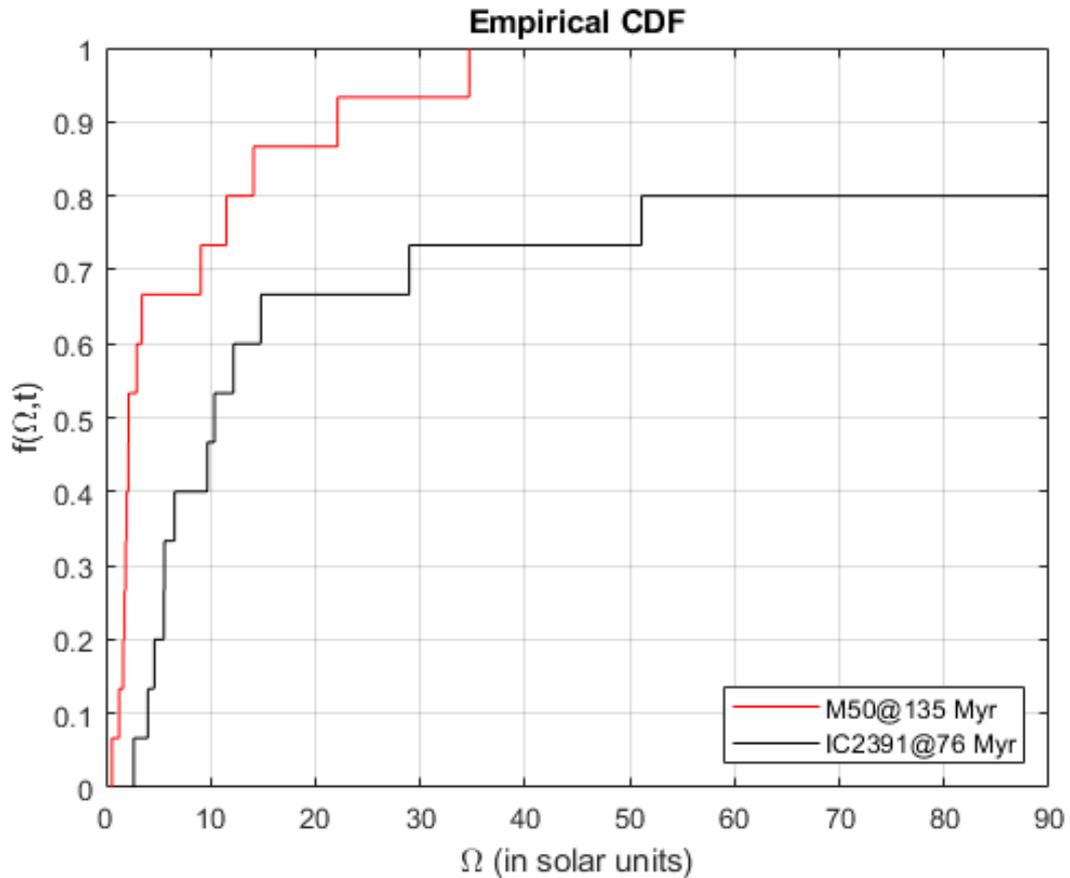
Fonte: Autoria própria.

A distribuição cumulativa individual é importante pelo fato de ter o índice de freio do próprio aglomerado referência, logo podemos fazer uma comparação com os índices encontrados para este aglomerado com a idade de outros mais antigos.

Utilizamos então os dados de velocidade de rotação para a faixa de massa 0.7 à $0.9M_{\odot}$, para estudar o comportamento das funções de distribuição cumulativas do aglomerado de referência IC2391, com seus companheiros mais velhos.

Na Figura 13 se encontra a comparação entre os perfis de distribuição das velocidades de rotação entre um aglomerado jovem e outro mais antigo sempre tomando os pares, no caso, $M50 - IC2391$, modelados pela q -exponencial da estatística não-extensiva de Tsallis.

Figura 13 – Função de distribuição cumulativa (CDF), para a velocidade angular Ω para estrelas do aglomerado IC2391 representado pela linha preta e do aglomerado M50 na linha vermelha. Foi considerado um intervalo de massa $0.7 < M(M_{\odot}) < 0.9$.



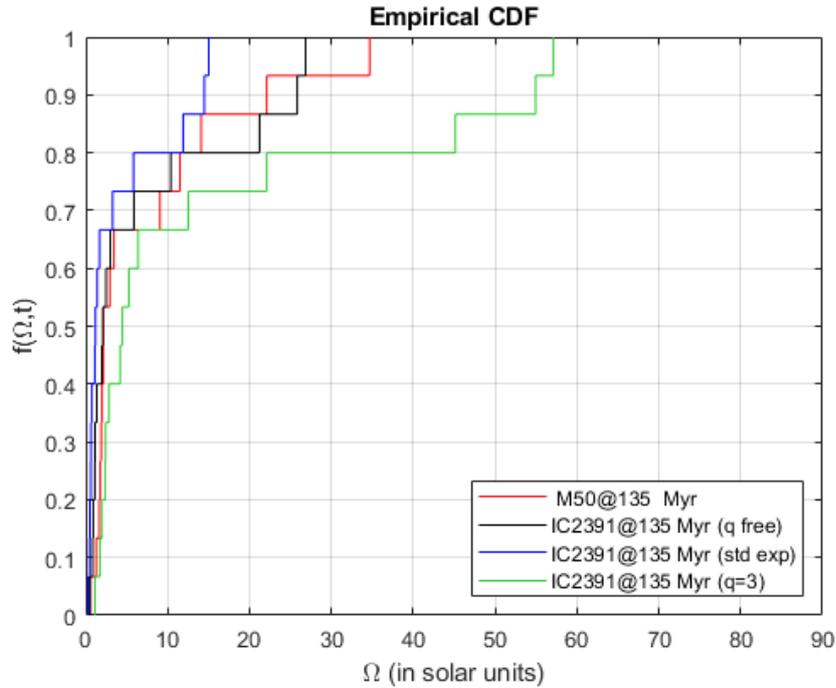
Fonte: Autoria própria.

Também foram analisadas as funções de distribuição cumulativas de velocidades, mostrando o futuro rotacional do aglomerado IC2391 quando este estiver com a idade do aglomerado mais velho M50, com ajustes assumindo os valores de q e τ livres, da exponencial padrão e da Lei de Skumanich que ocorre com $q = 3$ (SKUMANICH, 1972). Os resultados são observados na Figura 14.

O gráfico de distribuição cumulativa da Figura 14, nos entrega os valores do índice de freio magnético de IC2391 com 135 Mega-anos e além disso também tira o valor da constante de decaimento τ , para o gráfico de M50-IC2391, os valores encontrados foram $q = 1.37$ e $\tau = 143$ Mega-anos.

De forma análoga foram feitos os cálculos para cada aglomerado mais velho que IC 2391 e os resultados foram reunidos na Tabela 6, onde temos o intervalo de massa de $0,7 - 0,9M_{\odot}$.

Figura 14 – Função de distribuição cumulativa (CDF), para a velocidade angular Ω dada em unidades solares para estrelas do aglomerado IC2391 com a idade de M50 representado pela linha vermelha. Representado pela linha preta são assumidos o índice de freio magnético q e τ livres. Também podemos ver o fit da exponencial padrão representado pela linha azul e o da Lei de Skumanich que ocorre para $q = 3$, representado pela linha verde. Foi considerado um intervalo de massa $0.7 < M(M_{\odot}) < 0.9$.



Fonte: Autoria própria.

Como pode ser visto na Tabela 6, os valores do índice de freio magnético e do parâmetro de tempo τ associados ao aglomerado IC2391 com a idade de aglomerados mais velhos, partindo do aglomerado NGC2516 seguindo a Tabela 1, também foram calculados no intervalo de massa 0.9 à $1.1M_{\odot}$, todos os valores do índice de freio q e do parâmetro temporal τ estão expressos na Tabela 6, no intervalo de massa 0.9 à $1.1M_{\odot}$.

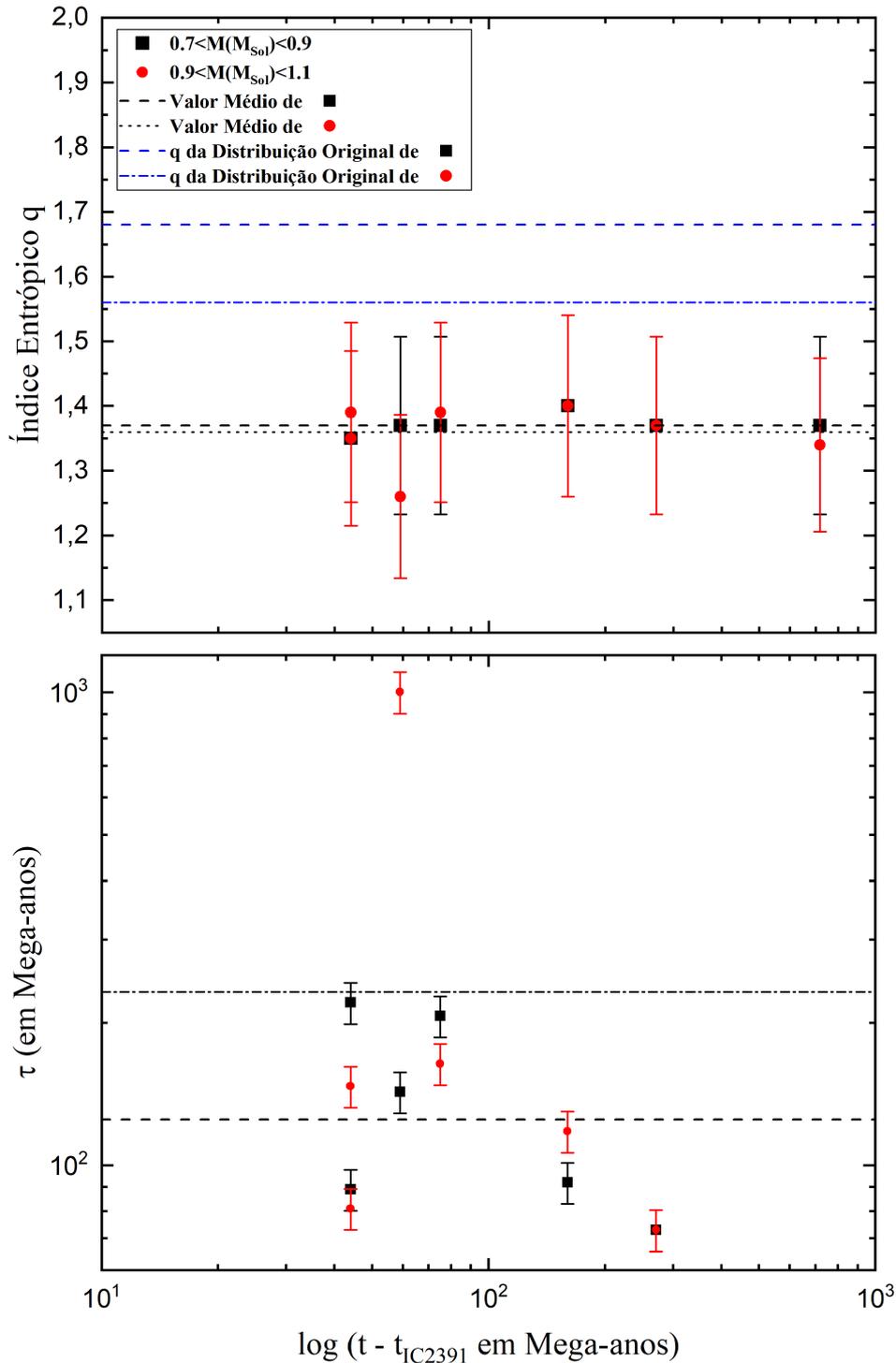
Tabela 6 – Melhores valores de q e τ e seus erros para cada par de aglomerados. O aglomerado aberto IC2391 foi usado como referência e cada valor é escrito a partir de $t - t_{IC2391}$. A ordem dos resultados está na sequência dos aglomerados mostrados na Tabela 1, começando em NGC2516.

$t - t_{IC2391}$	q	δq	τ (Myr)	$\delta \tau$ (Myr)	$t - t_{IC2391}$	q	δq	τ (Myr)	$\delta \tau$ (Myr)
$0.7 < M(M_{\odot}) < 0.9$					$0.9 < M(M_{\odot}) < 1.1$				
44	1.35	0.135	89	8.9	44	1.35	0.135	81	8.1
44	1.35	0.135	221	22.1	44	1.39	0.139	147	14.7
59	1.37	0.137	143	14.3	59	1.26	0.126	1003	100.3
75	1.37	0.137	207	20.7	75	1.39	0.139	164	16.4
160	1.40	0.140	92	9.2	160	1.40	0.140	118	11.8
271	1.37	0.137	73	7.3	271	1.37	0.137	73	7.3
718	1.37	0.137	49	4.9	718	1.34	0.134	43	4.3

Fonte: Autoria própria.

De posse dos resultados da Tabela 6, foi possível montar um perfil evolutivo pra o índice de freio magnético do aglomerado de referência IC2391, como pode ser visto na Figura 15.

Figura 15 – Evolução temporal do índice de freio magnético q e da constante de decaimento τ , calculados dos seus melhores fits na Figura 14 . O resultado apresentado foi obtido para o aglomerado IC2391, sobre diferentes idades baseados em outros 7 aglomerados abertos jovens com idade inferior a 1 Giga-ano.



Fonte: Autoria própria.

Observando a Figura 15, os valores do índice de freio q , permanecem constantes no decorrer do tempo, seguindo uma consistência com os valores médios de 1,37 e 1,36, para os dois padrões de massa. Também podemos ver que existem dois regimentos para índice de decaimento τ , um onde os seus valores permanecem suavemente próximos, ocorrendo em $\tau > 125$ Mega-anos, e um regime de dispersão, porém não acentuado com $\tau < 125$ Mega-anos.

Com relação a evolução temporal do índice de freio magnético q , os dados calculados do aglomerado de referência IC2391, apontam uma melhor adaptação das distribuições de velocidade à função exponencial não-extensiva. Os valores de q e τ , relacionados aos 7 aglomerados mais velhos que o de referência se encontram na Figura 15, com suas respectivas barras de erro.

Os índices de freio magnético encontrados, presentes na Tabela 5, foram $q = 1.68$ e $q = 1.56$ para os intervalos de massa $0.7 - 0.9M_{\odot}$ e $0.9 - 1.1M_{\odot}$ respectivamente, sendo então maiores que os encontrados para as distribuições de velocidade de IC2391, com a idade de aglomerados mais velhos, então devido a desaceleração do índice de freio magnético temos uma queda na rotação das estrelas deste aglomerado.

Utilizando os dados coletados, foram calculados os valores de q e τ , para o aglomerado das Pleiades, para o intervalo de massa de 0.7 à $0.9M_{\odot}$, seguindo o mesmo procedimento, tomando as velocidades rotacionais das estrelas dos aglomerados mais velhos. Os resultados encontrados para o futuro rotacional do aglomerado das Pleiades foram reunidos na Tabela 7

Tabela 7 – Melhores valores de q e τ e seus respectivos erros para cada par de aglomerados. O aglomerado aberto das Pleiades foi usado como referência e cada valor é escrito a partir de $t - t_{ple}$. A ordem dos resultados segue a mesma sequência dos aglomerados mostrados na Tabela 1, começando em M50.

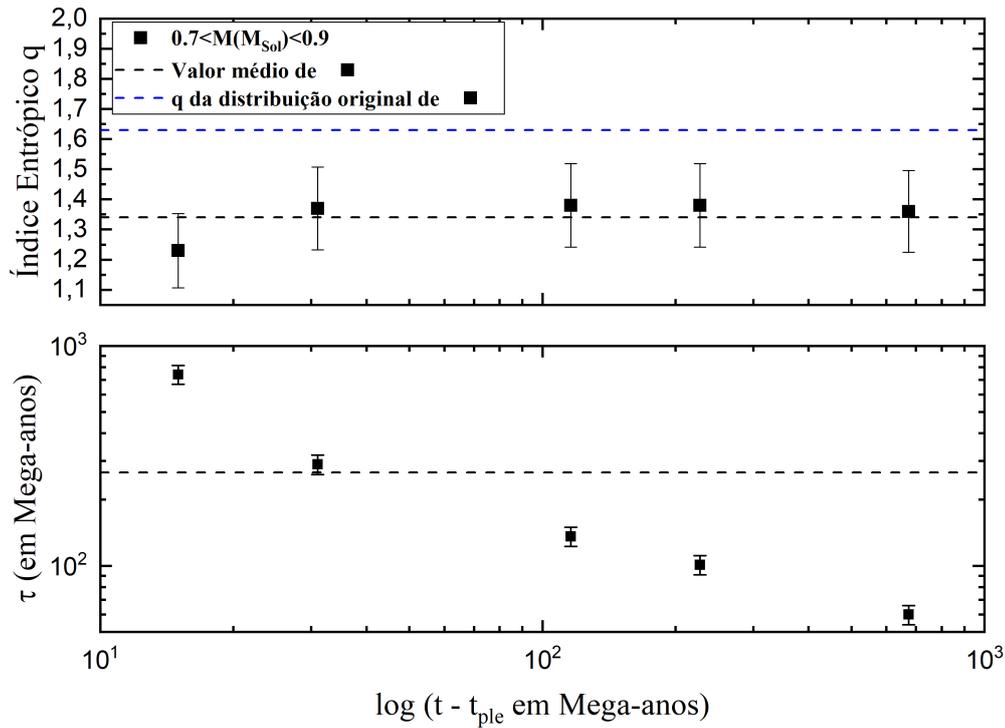
$t - t_{ple}$	q	δq	τ (Myr)	$\delta \tau$ (Myr)
$0.7 < M(M_{\odot}) < 0.9$				
15	1.23	0.123	741	74.1
31	1.37	0.137	289	28.9
116	1.38	0.138	136	13.6
227	1.38	0.138	101	10.1
674	1.36	0.136	60	6

Fonte: Autoria própria.

Para este aglomerado de referência também foram estudados o perfil evolutivo do índice de freio q , da mesma maneira que ocorreu em IC2391. Os resultados encontrados podem ser vistos na Figura 16. Vimos que os valores do índice de freio permanecem constantes em consistência com o valor médio $q = 1.34$, para o regime de massa adotado. A constante de

decaimento τ apresentou um comportamento dispersivo para este aglomerado.

Figura 16 – Evolução temporal do índice de freio magnético q e da constante de decaimento τ , calculados dos seus melhores fits para o aglomerado de Pleiades. O resultado apresentado foi obtido, sobre diferentes idades baseados em outros 5 aglomerados abertos jovens com idade inferior a 1 Giga-ano.



Fonte: Autoria própria.

Juntando os dois intervalos de massa analisados até o momento, utilizamos os dados de velocidade de rotação dos aglomerados da Tabela 1, para estudar o comportamento do índice de freio para o aglomerado M50, então o pareamento entre aglomerado mais jovem e aglomerado mais antigo foi feito e os valores calculados de q e τ , foram agrupados na Tabela 8.

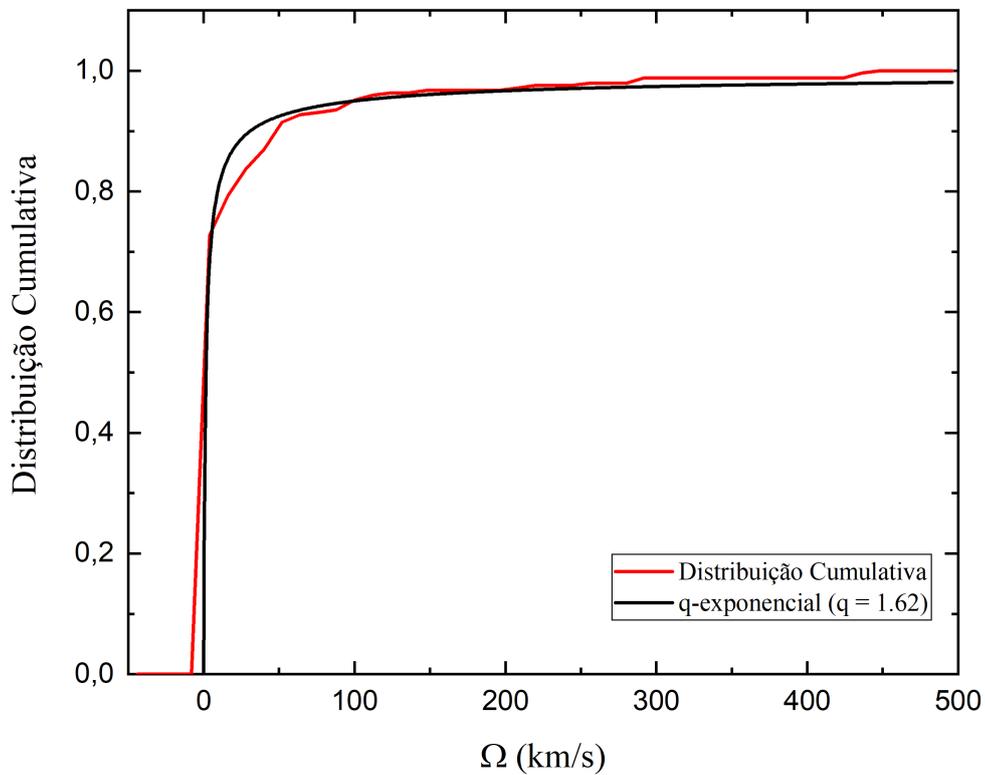
Tabela 8 – Melhores valores de q e τ e seus respectivos erros para cada par de aglomerados. O aglomerado aberto M50 foi usado como referência e cada valor é escrito a partir de $t - t_{M50}$. A ordem dos resultados segue a mesma sequência dos aglomerados mostrados na Tabela 1, começando em M35.

$t - t_{M50}$	q	δq	τ (Myr)	$\delta \tau$ (Myr)	$t - t_{M50}$	q	δq	τ (Myr)	$\delta \tau$ (Myr)
$0.7 < M(M_{\odot}) < 0.9$					$0.9 < M(M_{\odot}) < 1.1$				
16	1.34	0.134	136	13.6	16	1.38	0.138	100	10
101	1.38	0.138	72	7.2	101	1.38	0.138	69	6.9
212	1.35	0.135	60	6	212	1.37	0.137	48	4.8
659	1.34	0.134	39	3.9	659	1.36	0.136	25	2.5

Fonte: Autoria própria.

A distribuição cumulativa individual do aglomerado M50, para o intervalo de massa 0.7 à $0.9M_{\odot}$, pode ser vista na Figura 17, dela foram tirados os valores de q e τ , para o aglomerado com sua própria idade, vale ressaltar que estes valores também foram extraídos para o intervalo de massa 0.9 à $1.1M_{\odot}$, estes resultados estão presentes na Tabela 5. Comparando os resultados com os da Tabela 8, vemos que os valores do índice de freio magnético são maiores, logo neste aglomerado também ocorre uma diminuição na rotação de suas estrelas, devido ao freio q .

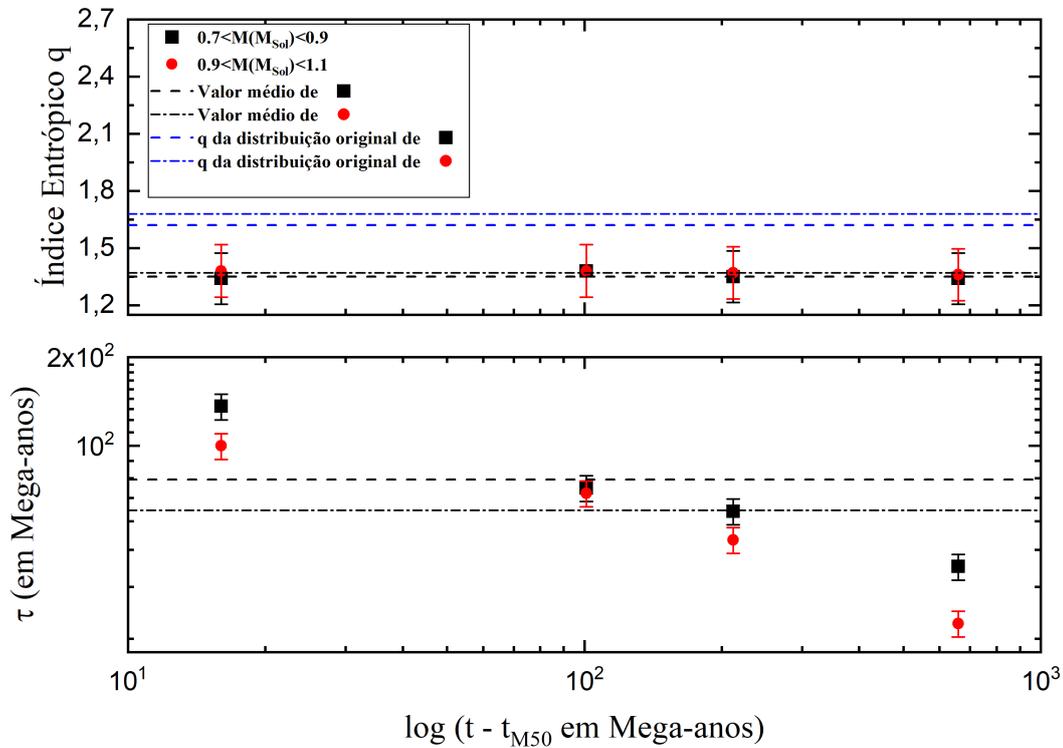
Figura 17 – Distribuição cumulativa, para as velocidades rotacionais Ω de estrelas do aglomerado M50 para a faixa de massa $0.7 < M(M_{\odot}) < 0.9$. Representado pela linha vermelha temos o perfil da distribuição cumulativa e em preto temos o fit para a q -exponencial feito para $q = 1.62$.



Fonte: Autoria própria.

A evolução temporal do índice de freio q para este aglomerado, Figura 18, apontou valores constantes para q , onde existiu uma consistência com os valores médios que foram $1,35$ e $1,37$ respectivamente em acordo com os perfis de massa adotados. Com relação a τ , para este aglomerado com as idades de M34 e M37, os valores da constante de decaimento permaneceram suavemente constantes.

Figura 18 – Evolução temporal do índice de freio magnético q e da constante de decaimento τ , calculados dos seus melhores fits. O resultado apresentado foi obtido para o aglomerado M50, sobre diferentes idades baseados em outros 4 aglomerados abertos jovens com idade inferior a 1 Giga-ano.



Fonte: Autoria própria.

Até o momento foram adotados apenas dois intervalos de massa pequenos para evitar contaminação estatística na análise dos dados, todavia podemos enriquecer um pouco mais os resultados adotando mais um intervalo de massa parecido, ficando então bem próximo do limite de Kraft para estrelas tipo-solar.

O objetivo é verificar se o comportamento encontrado anteriormente para os aglomerados com estrelas de massas menores, permanece parecido, mas precisamente vamos investigar o comportamento das distribuições cumulativas de velocidade, afim de encontrar os melhores valores para o índice de freio magnético q e para a constante de decaimento τ .

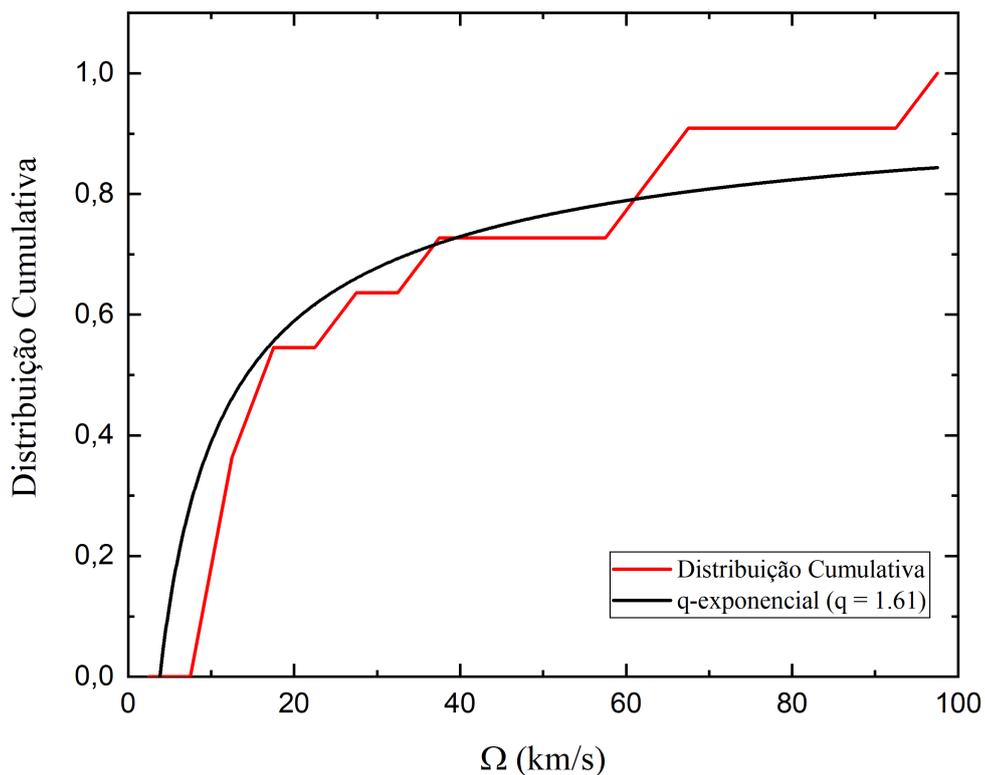
Com estes valores, conforme já vem sendo feito anteriormente, podemos verificar o comportamento evolutivo de q em relação aos valores encontrados para as distribuições cumulativas individuais dos aglomerados que serão utilizados como referência, os resultados anteriores indicaram que o índice q sofreu um decaimento, isto ocorrendo devido a estrelas que giram mais rápido sofrerem uma desaceleração ocasionando um acúmulo de estrelas de baixa

rotação no aglomerado.

Então extendendo o estudo para mais um intervalo de massa, sendo ele 1.1 à $1.4M_{\odot}$, foram utilizados dados de novos 5 aglomerados da Tabela 2 que somados aos 9 presentes na Tabela 1, completam o conjunto dos 14 aglomerados estudados nesta seção que engloba idades inferiores à 1 Giga-ano.

Para o estudo da evolução dos aglomerados para essa faixa de massa, foi tomado como base o aglomerado mais jovem IC4665. Inicialmente foi plotado o gráfico com a distribuição cumulativa individual tomando sua própria idade como base, o resultado se encontra na Figura 19.

Figura 19 – Distribuição cumulativa, para as velocidades rotacionais Ω de estrelas do aglomerado IC4665 para a faixa de massa $1.1 < M(M_{\odot}) < 1.4$. Representado pela linha vermelha temos o perfil da distribuição cumulativa e em preto temos o fit para a q -exponencial feito para $q = 1.61$.

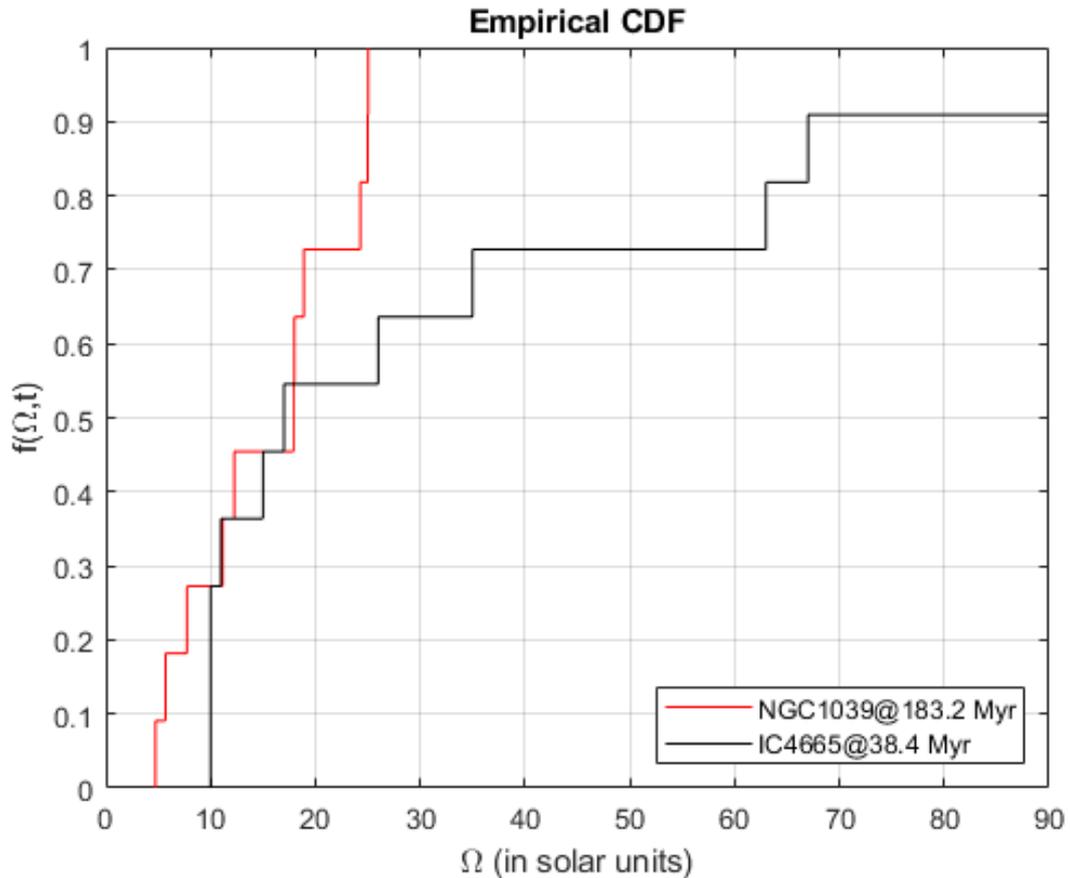


Fonte: Autoria própria.

Além disso, conforme vem sendo feito no escopo deste trabalho, o aglomerado IC4665, teve seu perfil de distribuição cumulativa de velocidades comparadas com as distribuições dos aglomerados mais velhos para podermos retirar os valores do índice entrópico q e da

constante de decaimento τ . Então comparando com o perfil do aglomerado NGC1039 os perfis se encontram na Figura 20.

Figura 20 – Função de distribuição cumulativa (CDF), para a velocidade angular Ω para estrelas do aglomerado IC4665 representado pela linha preta e o aglomerado NGC1039 na linha vermelha. Foi considerado um intervalo de massa $1.1 < M(M_{\odot}) < 1.4$.

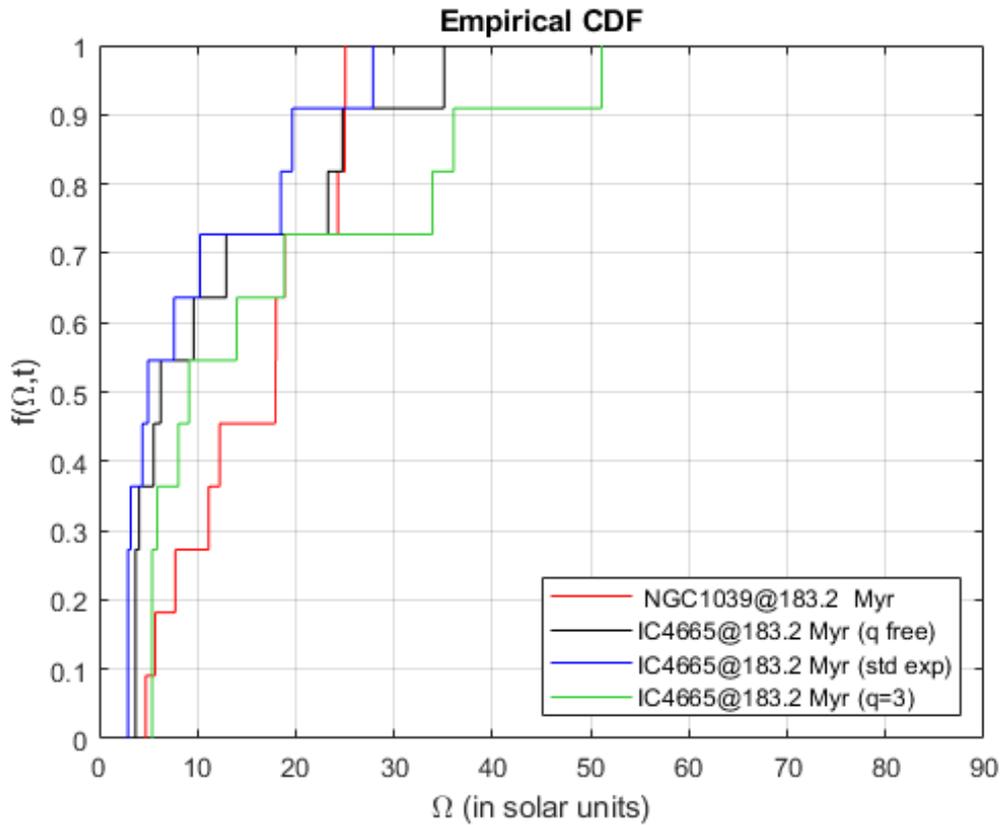


Fonte: Autoria própria.

Seguindo com a investigação foi plotado um gráfico com as funções de distribuição cumulativas de velocidade de rotação do aglomerado IC4665 tomado com as idades de aglomerados mais velhos de acordo com a sequência da Tabela 2. O gráfico com os perfis comparativos dos aglomerados IC4665 e NGC1039, contendo todos os ajustes adotados no estudo se encontram na Figura 21.

Os resultados encontrados para o índice entrópico que representa o freio magnético q foram $q = 1.40$ para IC4665 com a idade de NGC1039, já os parâmetro correspondente a constante de decaimento τ foi de $\tau = 254$ Mega-anos. Todos os valores de q , τ e seus erros se encontram na Tabela 9.

Figura 21 – Função de distribuição cumulativa (CDF), para a velocidade angular Ω dada em unidades solares para estrelas do aglomerado IC4665, respectivamente com a idade do aglomerado NGC1039, representado pela linha vermelha. Representado pela linha preta são assumidos o índice de freio magnético q e τ livres. Também podemos ver o fit da exponencial padrão representado pela linha azul e o da Lei de Skumanich que ocorre para $q = 3$, representado pela linha verde. A gráfico foi gerado para o intervalo de massa $1.1 < M(M_{\odot}) < 1.4$.



Fonte: Autoria própria.

De posse dos valores do índice de freio magnético para o aglomerado IC4665 com as idades dos aglomerados mais velhos, comparamos com os resultados retirados da distribuição cumulativa individual do aglomerado, então resgatando os resultados da Tabela 5, vemos que os valores de q presentes na Tabela 9, são menores o que indica desaceleração na rotação das estrelas do aglomerado.

Para a evolução do índice de freio do aglomerado IC4665, os resultados obtidos da Tabela 9, estão expostos na Figura 22, onde vemos que os valores de q se encontram próximos da média 1.32, já para a constante de decaimento τ , o valor relacionado à IC4665, com a idade de NGC1039 está distante da média de 757 Mega-anos, em contrapartida os outros dois aglomerados estão bem próximos deste valor.

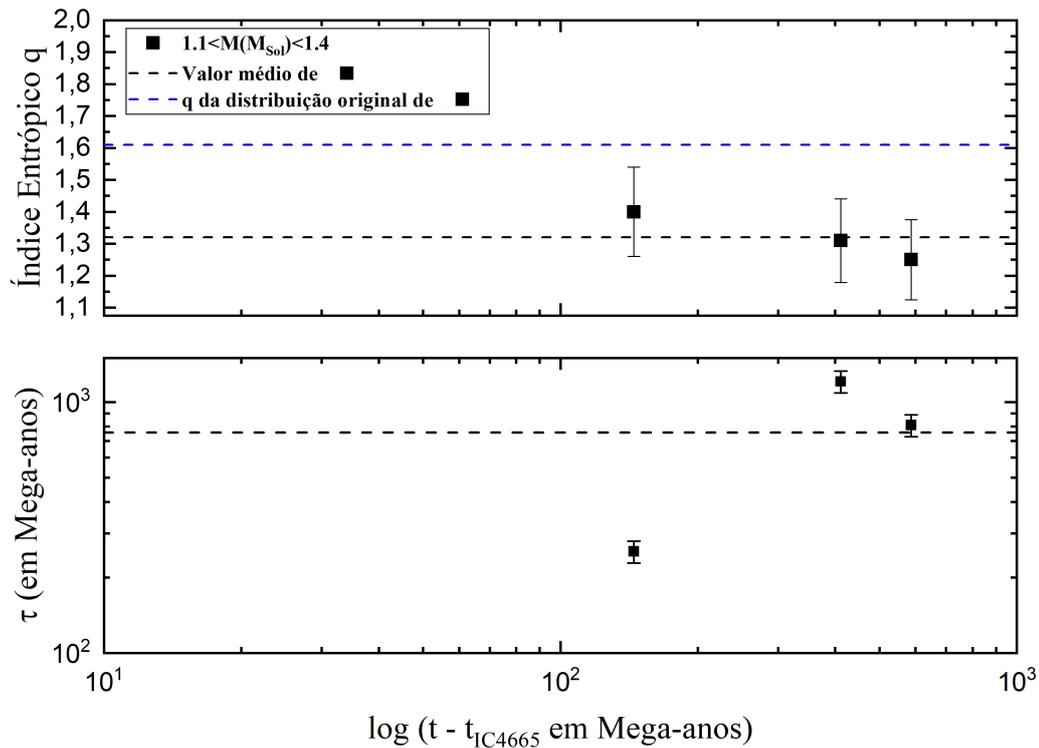
Para nossa amostra de velocidades de rotação para esta faixa de massa, temos a presença de dois aglomerados bem mais jovens em relação aos demais, sendo um deles o

Tabela 9 – Melhores valores de q e τ e seus respectivos erros para cada par de aglomerados. O aglomerado aberto IC4665 foi usado como referência e cada valor é escrito a partir de $t - t_{IC4665}$. A ordem dos resultados segue a mesma sequência dos aglomerados mostrados na Tabela 2, começando em NGC1039.

$t - t_{IC4665}$	q	δq	τ (Myr)	$\delta \tau$ (Myr)
$1.1 < M(M_{\odot}) < 1.4$				
144.8	1.40	0.140	254	25.4
411.6	1.31	0.131	1207	120.7
586.6	1.25	0.125	809	80.9

Fonte: Autoria própria.

Figura 22 – Evolução temporal do índice de freio magnético q e da constante de decaimento τ , calculados dos seus melhores fits da Figura 21. O resultado apresentado foi obtido para o aglomerado IC4665, sobre diferentes idades baseados em outros 3 aglomerados abertos jovens com idade inferior a 1 Giga-ano.

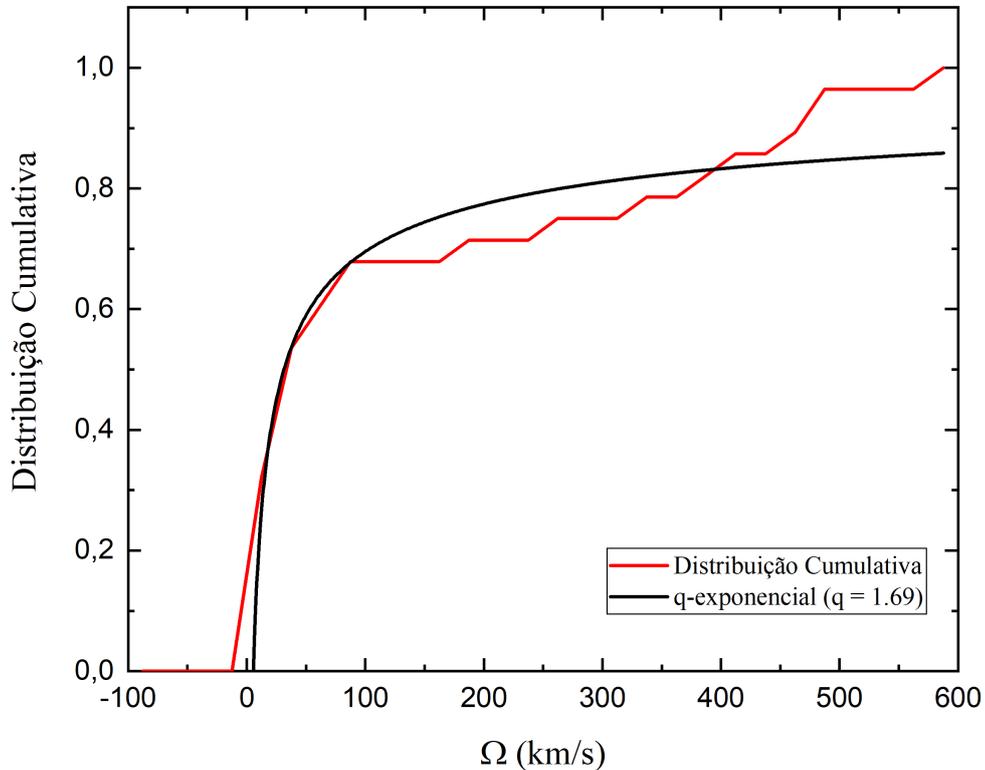


Fonte: Autoria própria.

aglomerado estudado anteriormente IC4665 e o outro o aglomerado IC348, tendo isto em vista, IC348 também foi utilizado como aglomerado de referência, tendo então sido feita a investigação da evolução do seu índice de freio magnético com o decorrer do tempo.

Com isso os mesmos procedimentos adotados para o aglomerado IC4665, foram utilizados para IC348. Inicialmente foram utilizados seus dados de velocidade de rotação para encontrar sua distribuição cumulativa individual, como mostra a Figura 23.

Figura 23 – Distribuição cumulativa, para as velocidades rotacionais Ω de estrelas do aglomerado IC348 para a faixa de massa $1.1 < M(M_{\odot}) < 1.4$. Representado pela linha vermelha temos o perfil da distribuição cumulativa e em preto temos o fit para a q -exponencial feito para $q = 1.69$.



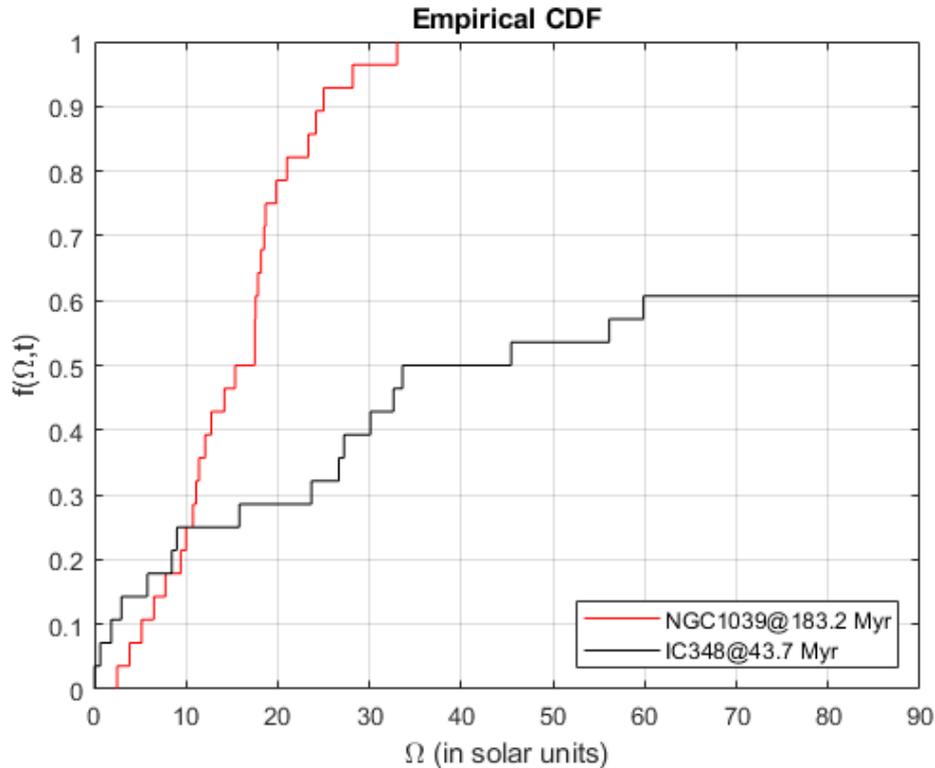
Fonte: Autoria própria.

Seguindo a mesma linha, agora plotamos os perfis comparativos entre suas distribuições de velocidade, com o aglomerado tendo as idades dos aglomerados mais antigos da Tabela 2. Podemos ver os resultados para o aglomerado NGC1039 na Figura 24.

Assim como nos perfis anteriores para outros aglomerados de referência sobre outras faixas de massa, é esperado que a forma da distribuição cumulativa de IC348, se aproxime do padrão apresentado pelo aglomerado mais velho, logo a tendência é que a distribuição de IC348 diminua a velocidade, se aproximando do eixo de $f(\Omega, t)$.

Com isso podemos utilizar os dados da amostra para criar o mesmo padrão dos gráficos das CDF's mostrados até o momento, onde são expressos todos os ajustes para que possamos ter um melhor entendimento do comportamento evolutivo dos perfis das distribuições de velocidade.

Figura 24 – Função de distribuição cumulativa (CDF), para a velocidade angular Ω para estrelas do aglomerado IC348 representado pela linha preta e o aglomerado NGC1039 na linha vermelha. Foi considerado um intervalo de massa $1.1 < M(M_{\odot}) < 1.4$.



Fonte: Autoria própria.

Desse modo também foi plotado o gráfico de distribuição cumulativa de velocidades do aglomerado IC348 com a idade do aglomerado NGC1039, com os seguintes ajustes, o do parâmetro temporal τ e índice de freio magnético q livres, o da exponencial normal, e o do $q = 3$ representando a Lei de Skumanich. Juntando todas estas informações obtemos a Figura 25.

Para o aglomerado de referência, os valores encontrados para o índice de freio magnético foram de $q = 1.36$ para IC348 com a idade de NGC1039, o valor da constante de decaimento τ foi de aproximadamente $\tau = 64$ Mega-anos. Os valores calculados se encontram na Tabela 10.

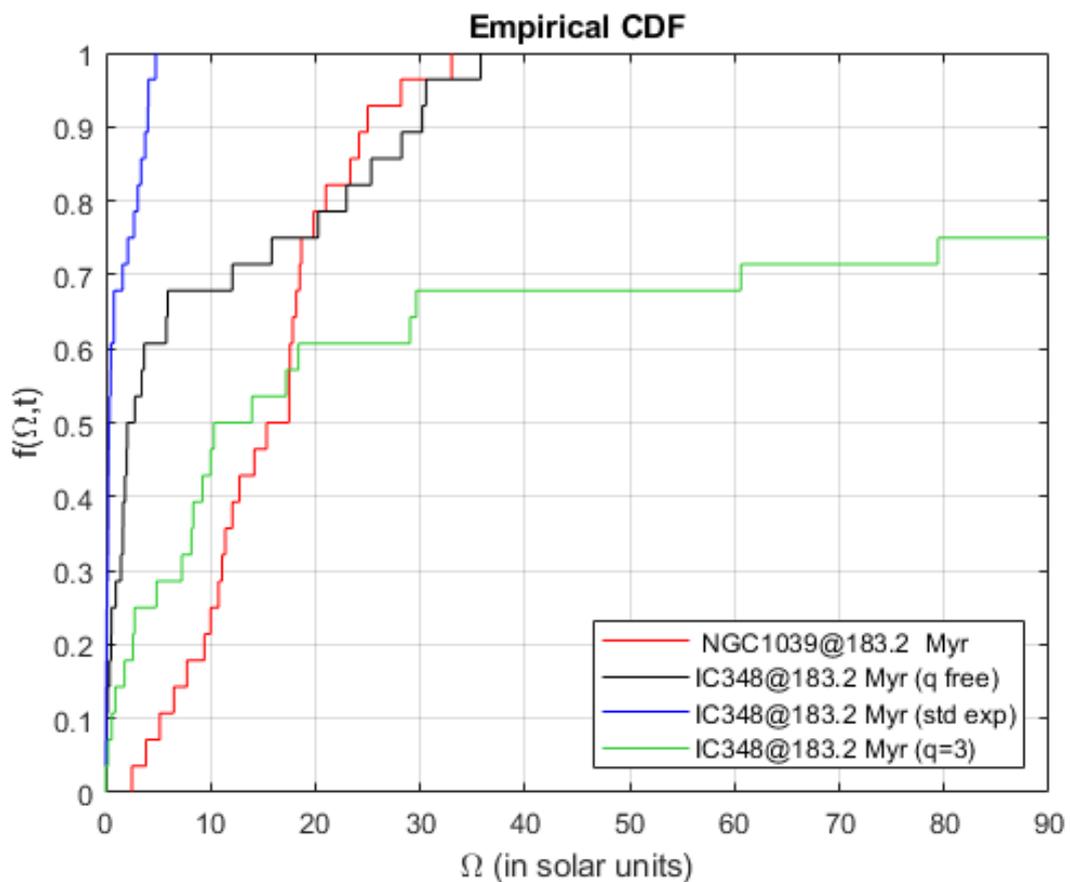
Tabela 10 – Melhores valores de q e τ e seus respectivos erros para cada par de aglomerados. O aglomerado aberto IC348 foi usado como referência e cada valor é escrito a partir de $t - t_{IC348}$. A ordem dos resultados segue a mesma sequência dos aglomerados mostrados na Tabela 2.

$t - t_{IC348}$	q	δq	τ (Myr)	$\delta \tau$ (Myr)
$1.1 < M(M_{\odot}) < 1.4$				
139.5	1.36	0.136	64	6.4
406.3	1.37	0.137	86	8.6
581.3	1.44	0.144	113	11.3

Fonte: Autoria própria.

Se compararmos os valores da Tabela 10, com os valores de q e τ retirados da distribuição cumulativa da Figura 23, que foi $q = 1.69$, vemos que este valor é superior aos outros, indicando conforme em todos os outros casos uma queda na rotação das estrelas do aglomerado para tempos maiores que sua idade.

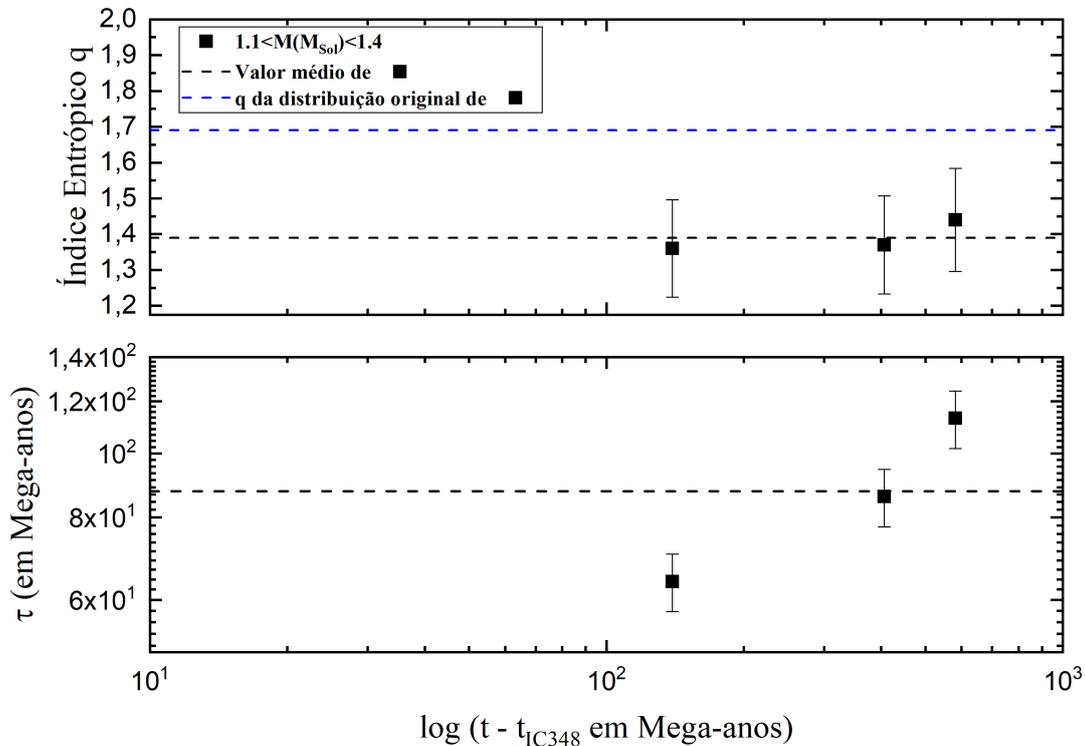
Figura 25 – Função de distribuição cumulativa (CDF), para a velocidade angular Ω dada em unidades solares para estrelas do aglomerado IC348 com a idade de NGC1039, representados pela linha vermelha. Na linha preta são assumidos o índice de freio magnético q e τ livres. Também podemos ver o fit da exponencial padrão representado pela linha azul e o da Lei de Skumanich que ocorre para $q = 3$, representado pela linha verde. A gráfico foi gerado para o intervalo de massa $1.1 < M(M_{\odot}) < 1.4$.



Fonte: Autoria própria.

Partindo dos dados da Tabela 10, foram mostrados na Figura 26, o perfil evolutivo do índice de freio q para o aglomerado de referência IC348. Os valores de q tem um comportamento constante, consistente com a média 1,39, para o intervalo de massa adotado. Para a constante de decaimento de IC348 com a idade do aglomerado ComaBer, τ ficou muito próximo da média de 88 Mega-anos, diferente deste os outros dois ficaram mais afastados do valor médio.

Figura 26 – Evolução temporal do índice de freio magnético q e da constante de decaimento τ , calculados dos seus melhores fits da Figura 25. O resultado apresentado foi obtido para o aglomerado IC348, sobre diferentes idades baseados em outros 3 aglomerados abertos jovens com idade inferior a 1 Giga-ano.



Fonte: Autoria própria.

Com isto observamos o comportamento da evolução rotacional de aglomerados com idade inferior a 1 Giga-ano e vimos a sua relação com o índice de freio magnético, também verificamos que o comportamento apresentado por q e τ para os aglomerados de referência IC2391, Pleiades, M50, IC4665 e IC348, foram bastante parecidos com os encontrados por De Freitas (2021) para o aglomerado α Per. Agora iremos estender um pouco a análise do comportamento de q para uma nova faixa de idade.

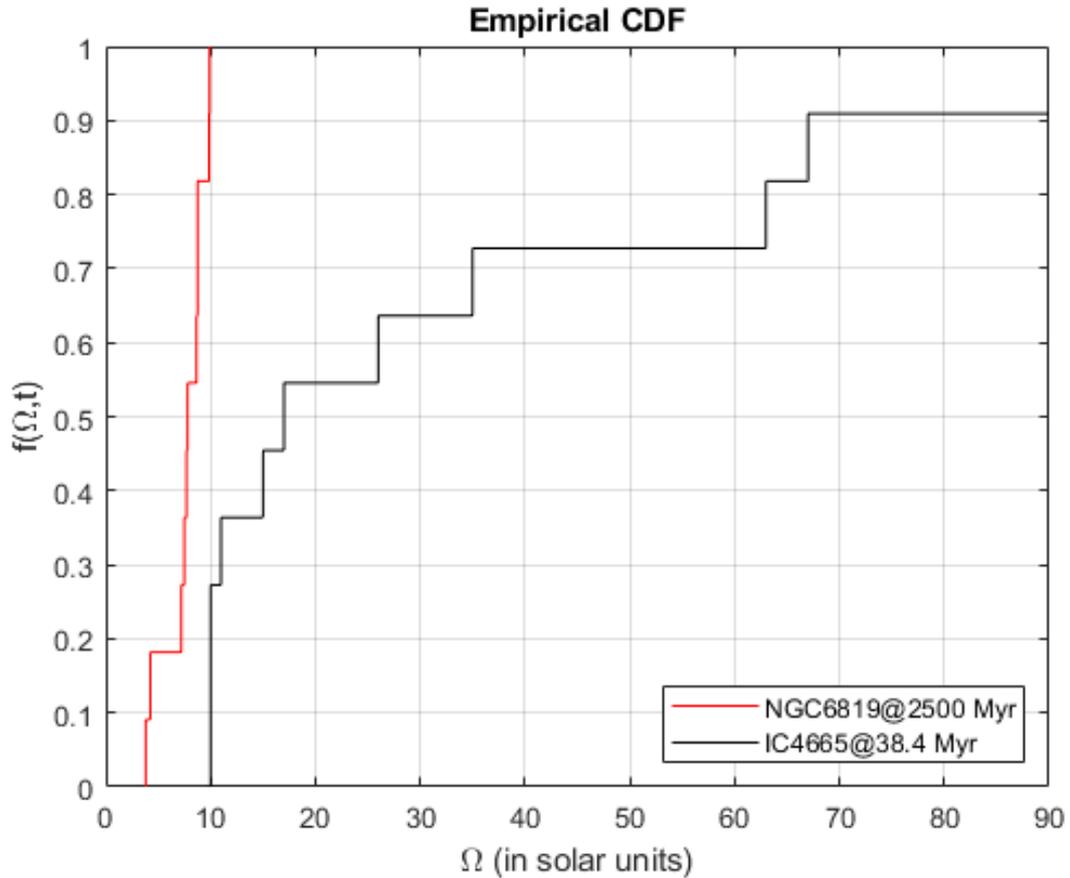
4.2 Aglomerados com Idade Maior que 1 Giga-ano

Até o momento a análise do índice de freio magnético esteve restrita apenas aglomerados abertos jovens, cuja idade não chegavam a 1 Giga-ano, no entanto vamos estudar agora seu comportamento para aglomerados mais velhos.

Vamos utilizar um aglomerado mais jovem, no caso IC4665 presente na Tabela 2 e com os dados dos aglomerados de idade superior a 1 Giga-ano, foram plotados os gráficos

das funções de distribuição cumulativas a partir do primeiro aglomerado presente na Tabela 3. Na Figura 27, podemos observar o perfil comparativo entre IC4665 e o aglomerado aberto NGC6819.

Figura 27 – Função de distribuição cumulativa (CDF), para a velocidade angular Ω para estrelas do aglomerado IC4665 representado pela linha preta e do aglomerado NGC6819 na linha vermelha. Foi considerado um intervalo de massa $1.1 < M(M_{\odot}) < 1.4$.

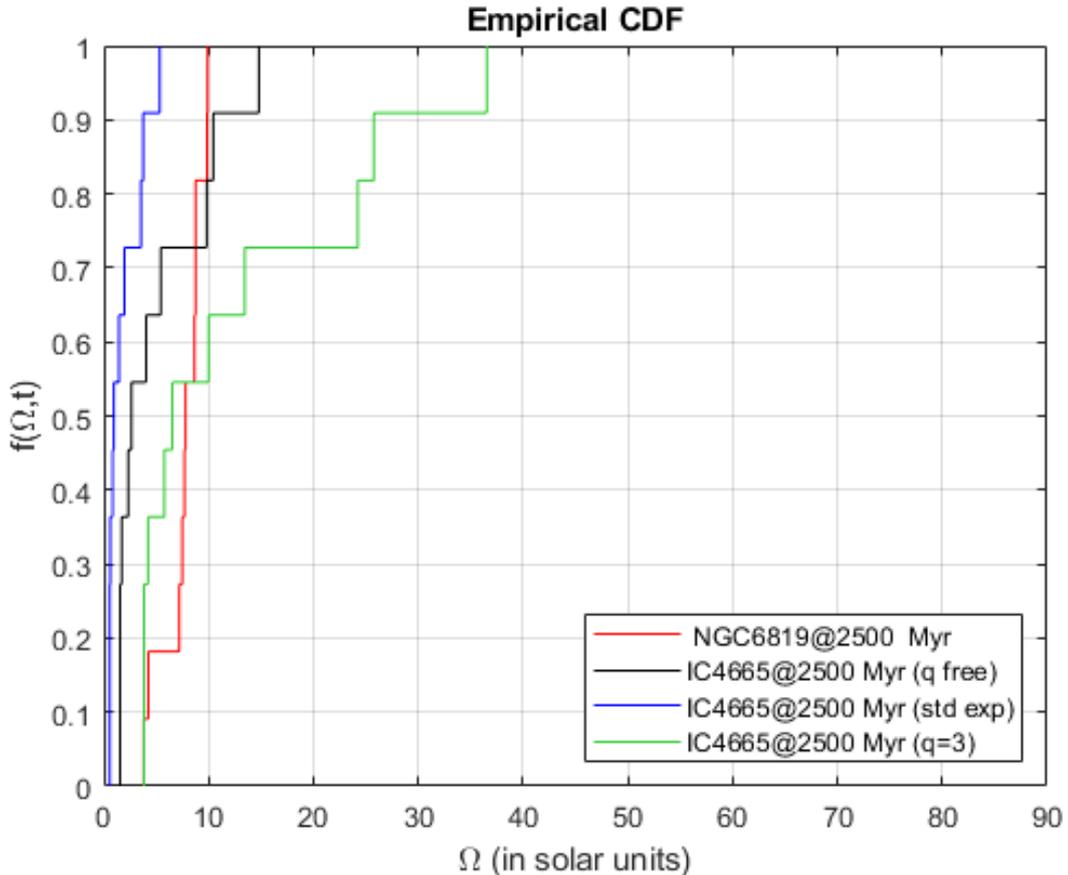


Fonte: Autoria própria.

Vale ressaltar que para os aglomerados mais antigos o perfil da distribuição de velocidades $f(\Omega, t)$ tem uma tendência a se apresentar em uma linha reta, muito acentuada como é o caso mostrado para NGC6819 ou um pouco mais suave, como em outros casos.

Além da comparação entre os perfis das distribuições de velocidade, estamos interessados no comportamento evolutivo da rotação das estrelas da mesma forma que nos aglomerados anteriores, no entanto agora estamos lidando com aglomerados mais velhos. Então foram plotados o perfil que o aglomerado IC4665, apresentaria para as idades dos aglomerados mais velhos com idades superiores à 1 Giga-ano, na Figura 28 temos o resultado obtido para o aglomerado de referência em comparação com NGC6819.

Figura 28 – Distribuição de velocidades, do aglomerado IC4665 com a idade do aglomerado NGC6819, representada pela linha vermelha. Na linha preta são assumidos o índice de freio magnético q e τ livres. Na linha azul temos o ajuste da exponencial padrão e representando a Lei de Skumanich que ocorre para $q = 3$, temos o perfil da linha verde. A gráfico foi gerado para o intervalo de massa $1.1 < M(M_{\odot}) < 1.4$.



Fonte: Autoria própria.

Para os aglomerados nesta faixa de idade foram utilizadas as estrelas no intervalo de massa de 1.1 e $1.4M_{\odot}$. Tomando então os valores das velocidades de rotação presentes nas estrelas dos aglomerados da Tabela 3, calculamos os valores do índice de freio magnético e da constante de decaimento τ , pareando o aglomerado mais jovem IC4665, com os aglomerados de idade superior à 1 Giga-ano presentes na nossa amostra de dados, os resultados encontrados estão presentes na Tabela 11.

Comparando os resultados encontrados para o índice de freio magnético dos aglomerados com idade superior a 1 Giga-ano, com o valor do índice de freio retirado da distribuição cumulativa individual de IC4665, vemos que os resultados presentes na Tabela 11 indicam uma queda no valor do índice q , tendo em vista que o q de IC4665 foi $q = 1.61$, os resultados apontam uma diminuição na rotação estelar provocada pelo freio.

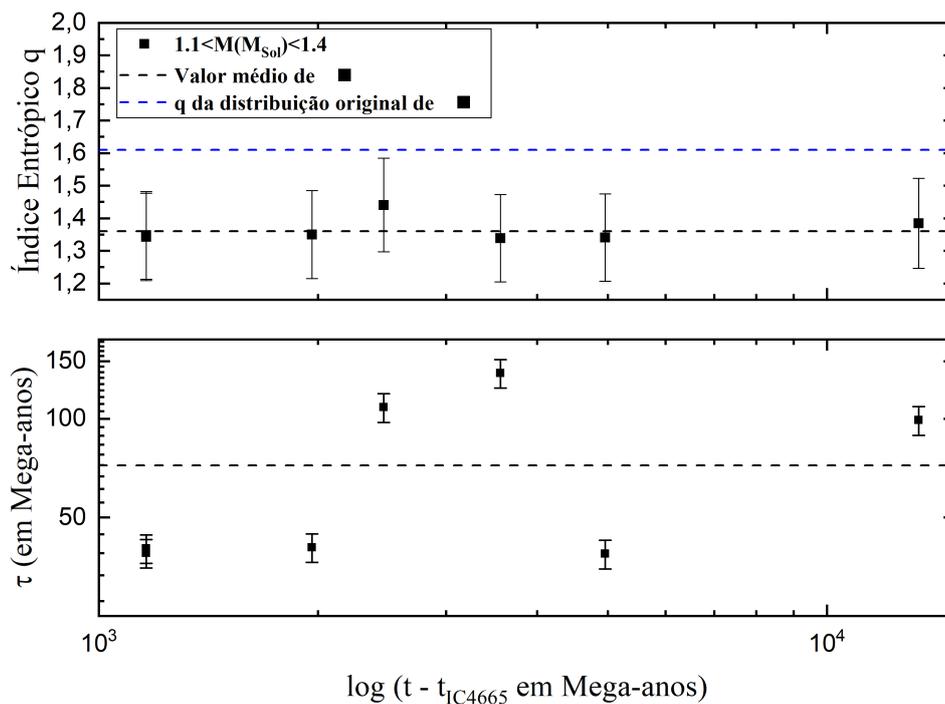
Tabela 11 – Melhores valores de q e τ e seus respectivos erros para cada par de aglomerados. O aglomerado aberto IC4665 foi usado como referência e cada valor é escrito a partir de $t - t_{IC4665}$. A ordem dos resultados segue a mesma sequência dos aglomerados mostrados na Tabela 3, onde estão expressos os aglomerados de idade superior à 1 Giga-ano, começando em NGC3680.

$t - t_{IC4665}$	q	δq	τ (Myr)	$\delta \tau$ (Myr)
$1.1 < M(M_{\odot}) < 1.4$				
1162	1.35	0.135	39	3.9
1162	1.34	0.134	40	4
1962	1.35	0.135	40	4
2462	1.44	0.144	108	10.8
3562	1.33	0.133	138	13.8
4962	1.34	0.134	39	3.9
13362	1.38	0.138	99	9.9

Fonte: Autoria própria.

A evolução do índice de freio magnético para o aglomerado de referência IC4665, com as idades dos aglomerados com idade superior a 1 Giga-ano, está presente na Figura 29. Os primeiros pontos marcados nos gráficos de evolução de q e τ , estão sobrepostos devido aos valores calculados serem muito próximos.

Figura 29 – Evolução temporal do índice de freio magnético q e da constante de decaimento τ , calculados dos seus melhores fits da Figura 28. O resultado apresentado foi obtido para o aglomerado IC4665, sobre diferentes idades baseados em outros 6 aglomerados abertos e 1 aglomerado globular com idades superiores a 1 Giga-ano.



Fonte: Autoria própria.

Os valores de q permanecem constantes no decorrer do tempo e apresentam uma consistência com o valor médio 1.36 para o regime de massa adotado nesta seção. Para a constante de decaimento tivemos perfis suavemente constantes nos pontos com $\tau > 72$ Mega-anos e $\tau < 72$ Mega-anos. Vimos também que os resultados encontrados para aglomerados mais antigos mostraram comportamento muito parecido com os obtidos no aglomerado α Per.

5 CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

No presente trabalho fizemos inicialmente uma introdução de forma geral à respeito do problema da rotação estelar e como ela evolui com o passar do tempo, para isso foi apresentado um contexto onde foram relatados os diversos fatores que afetam o comportamento da rotação das estrelas e como estes podem intervir em seu futuro atuando nos mais variados parâmetros fundamentais, como idade, composição química, luminosidade entre outros. Partindo deste ponto uma poderosa fonte de informações à respeito de objetos astronômicos com características comuns são os aglomerados estelares, onde foram utilizados nesta dissertação tanto aglomerados abertos, por serem mais jovens e possuírem uma maior abundância de dados, como também usamos um aglomerado globular em função de sua alta idade.

Apontamos que um dos principais agentes causadores de perdas de momento angular nas estrelas, está associado a fenômenos de natureza magnética, que trazem implicações importantes para as velocidades rotacionais das estrelas.

Neste ponto, é possível utilizar a abordagem feita por De Freitas e Medeiros (2013), onde eles fazem uma relação entre o futuro estelar e a evolução rotacional das estrelas, utilizando a Mecânica estatística não-extensiva de Tsallis. Em seu trabalho Tsallis (1988), propõe o valor q , como um índice entrópico que assumiria valores tais que se fossem, por exemplo $q = 1$, a estatística de Boltzmann-Gibbs seria resgatada. No entanto De Freitas e Medeiros (2013), associaram a este índice q o freio magnético e trouxeram este valor para a Astrofísica, mostrando uma forma moderna de estudar o comportamento das perdas de momento angular e como estes estariam associados a este índice q e quais as implicações que seriam sofridas pela idade estelar.

Não esquecendo que a utilização de funções de distribuição baseada no formalismo não-extensivo proposto por Tsallis, é uma ferramenta bastante poderosa para reproduzir distribuições de velocidades de rotação de diferentes aglomerados estelares.

Com isto utilizamos esta abordagem nesta dissertação para estudar o comportamento desde índice de freio magnético q para estrelas de aglomerados, divididos em duas faixas de idade e pequenos intervalos de massa para evitar contaminação estatística, com a restrição de estrelas de baixa massa de tipo-solar dentro do limite de Kraft.

Para os dados de estrelas de aglomerado com idade inferior a 1 Giga-ano vimos através de gráficos de funções de distribuições cumulativas quais eram os perfis de comportamento futuros de suas distribuições de velocidade e também calculamos os valores do índice de freio q ,

onde observamos que em certos regimentos ele permanecia relativamente constante.

Nos resultados encontrados para o índice de freio magnético em todos os aglomerados abertos que estudamos não importando as faixas de idade ou os intervalos de massa, todos os valores do índice entrópico foram maiores que 1, isto é, $q > 1$. Na literatura isto indica que os eixos de rotação das estrelas do aglomerado apresentam um certo grau de alinhamento

Comparando os resultados encontrados para distribuições cumulativas individuais e as retiradas dos aglomerados tomados com as idades de outros aglomerados mais velhos, verificamos que ocorre uma diminuição no índice de freio magnético, e este fato seria um agente causador da diminuição da rotação das estrelas do aglomerado mais jovem conforme o passar do tempo.

Além disso, para as estrelas de aglomerados mais velhos com idades superiores a 1 Giga-ano, notamos que a função de distribuição cumulativa, para alguns aglomerados apresentavam um perfil muito próximo de uma reta.

Como perspectivas de trabalhos futuros poderíamos ampliar os intervalos de massa, para podermos verificar o comportamento do índice de freio magnéticos e suas implicações na idade estelar para estrelas fora do limite de Kraft, mais precisamente estrelas de alta massa. Podemos ampliar também para mais aglomerados globulares, objetos estes bem mais antigos que aglomerados abertos que em sua maioria foram estudados nesta dissertação, e também podemos levar a análise da evolução rotacional via freio magnético para estrelas de campo.

REFERÊNCIAS

- BARNES, S. A. An assessment of the rotation rates of the host stars of extrasolar planets. **The Astrophysical Journal**, IOP Publishing, v. 561, n. 2, p. 1095, 2001.
- BARNES, S. A. On the rotational evolution of solar- and late-type stars, its magnetic origins, and the possibility of stellar gyrochronology. **The Astrophysical Journal**, v. 586, p. 86, 2003.
- BARNES, S. A. Ages for illustrative field stars using gyrochronology: viability, limitations, and errors. **The Astrophysical Journal**, IOP Publishing, v. 669, n. 2, p. 1167, 2007.
- BARRY, D. C.; CROMWELL, R. H.; HEGE, E. K. Chromospheric activity and ages of solar-type stars. **The Astrophysical Journal**, v. 315, p. 264–272, 1987.
- BOESGAARD, A. M.; FRIEL, E. D. Chemical composition of open clusters. i-fe/h from high-resolution spectroscopy. **The Astrophysical Journal**, v. 351, p. 467–479, 1990.
- CARVALHO, J.; SOARES, B.; MARTINS, B. C.; JR, J. do N.; RECIO-BLANCO, A.; MEDEIROS, J. D. Radial velocities of open stellar clusters: A new solid constraint favouring tsallis maximum entropy theory. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, Elsevier, v. 384, n. 2, p. 507–515, 2007.
- CAVALCANTE, F. J. Evolução do índice de freio magnético para estrelas do tipo solar. Brasil, 2017.
- CHABOYER, B. *Apj*, 441, 865 chaboyer, b., demarque, p., & pinsonneault, mh, 1995b. **ApJ**, v. 441, p. 876, 1995.
- COSTA, A. D.; MARTINS, B. C.; LEÃO, I. C.; JR, J. L.; SILVA, D. F. da; FREITAS, D. de; MEDEIROS, J. D. On the incidence of wise infrared excess among solar analog, twin, and sibling stars. **The Astrophysical Journal**, IOP Publishing, v. 837, n. 1, p. 15, 2017.
- COTTAAR, M.; Covey, K. R.; Meyer, M. R.; Nidever, D. L.; Stassun, K. G.; Foster, J. B.; Tan, J. C.; Chojnowski, S. D.; da Rio, N.; Flaherty, K. M.; Frinchaboy, P. M.; Skrutskie, M.; Majewski, S. R.; Wilson, J. C.; Zasowski, G. IN-SYNC I: Homogeneous Stellar Parameters from High-resolution APOGEE Spectra for Thousands of Pre-main Sequence Stars. , v. 794, n. 2, p. 125, out. 2014.
- DEMARQUE, P.; LARSON, R. Ages of old clusters. **The Astronomical Journal**, v. 69, p. 136, 1964.
- FREITAS, D. B. d. **A evolução da rotação estelar na vizinhança solar**. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2006.
- FREITAS, D. B. d. Formação de caudas maxwellianas no contexto da rotação estelar. Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2009.
- FREITAS, D. B. de. Stellar age dependence of the nonextensive magnetic braking index: a test for the open cluster α *per.arXiv preprint arXiv:2104.10248*, 2021.
- FREITAS, D. B. de; NEPOMUCENO, M. M. F.; SOARES, B. B.; SILVA, J. R. P. Strong evidences for a nonextensive behavior of the rotation period in open clusters. **EPL (Europhysics Letters)**, IOP Publishing, v. 108, n. 3, p. 39001, 2014.

FREITAS, D. D.; CAVALCANTE, F.; SOARES, B.; SILVA, J. A nonextensive view of the stellar braking indices. **EPL (Europhysics Letters)**, IOP Publishing, v. 111, n. 3, p. 39003, 2015.

FREITAS, D. D.; MEDEIROS, J. D. Nonextensivity in the solar neighborhood. **EPL (Europhysics Letters)**, IOP Publishing, v. 97, n. 1, p. 19001, 2012.

FREITAS, D. D.; MEDEIROS, J. D. A non-extensive approach to the stellar rotational evolution—i. f-and g-type stars. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, Oxford University Press, v. 433, n. 3, p. 1789–1795, 2013.

FUJII, M.; ZWART, S. P. The formation and dynamical evolution of young star clusters. **The Astrophysical Journal**, v. 817, n. 1, 2016.

FUKUDA, I. A statistical study of rotational velocities of the stars. **Publications of the Astronomical Society of the Pacific**, IOP Publishing, v. 94, n. 558, p. 271, 1982.

GALLET, F.; DELORME, P. Star-planet tidal interaction and the limits of gyrochronology. **Astronomy & Astrophysics**, EDP Sciences, v. 626, p. A120, 2019.

García, R. A.; Ceillier, T.; Salabert, D.; Mathur, S.; van Saders, J. L.; Pinsonneault, M.; Ballot, J.; Beck, P. G.; Bloemen, S.; Campante, T. L.; Davies, G. R.; do Nascimento J. D., J.; Mathis, S.; Metcalfe, T. S.; Nielsen, M. B.; Suárez, J. C.; Chaplin, W. J.; Jiménez, A.; Karoff, C. Rotation and magnetism of Kepler pulsating solar-like stars. Towards asteroseismically calibrated age-rotation relations. , v. 572, p. A34, dez. 2014.

GELL-MANN, M.; TSALLIS, C. **Nonextensive entropy: interdisciplinary applications**. [S. l.]: Oxford University Press, 2004.

GIBBS, J. *Elementary principles in statistical mechanics* (new york: Charles scribner's sons). 1902.

GLEBOCKI, R.; GNACINSKI, P. Systematic errors in the determination of stellar rotational velocities. In: Favata, F.; Hussain, G. A. J.; Battrick, B. (Ed.). **13th Cambridge Workshop on Cool Stars, Stellar Systems and the Sun**. [S. l.: s. n.], 2005. (ESA Special Publication, v. 560), p. 571.

GOODWIN, S. P.; BASTIAN, N. Gas expulsion and the destruction of massive young clusters. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, Blackwell Publishing Ltd Oxford, UK, v. 373, n. 2, p. 752–758, 2006.

GRUNER, D.; BARNES, S. A. Rotation periods for cool stars in the open cluster ruprecht 147 (ngc 6774)-implications for gyrochronology. **Astronomy & Astrophysics**, EDP Sciences, v. 644, p. A16, 2020.

HOLMBERG, J.; NORDSTRÖM, B.; ANDERSEN, J. The geneva-copenhagen survey of the solar neighbourhood ii-new uvby calibrations and rediscussion of stellar ages, the g dwarf problem, age-metallicity diagram, and heating mechanisms of the disk. **Astronomy & Astrophysics**, EDP Sciences, v. 475, n. 2, p. 519–537, 2007.

JR, S. P.; MENDES, R.; MALACARNE, L.; PAPA, A. Similarities between the dynamics of geomagnetic signal and of heartbeat intervals. **EPL (Europhysics Letters)**, IOP Publishing, v. 80, n. 5, p. 50006, 2007.

- KAWALER, S. D. Angular momentum loss in low-mass stars. **The Astrophysical Journal**, v. 333, p. 236–247, 1988.
- KHARCHENKO, N.; PISKUNOV, A.; RÖSER, S.; SCHILBACH, E.; SCHOLZ, R.-D. Astrophysical parameters of galactic open clusters. **Astronomy & Astrophysics**, EDP Sciences, v. 438, n. 3, p. 1163–1173, 2005.
- KRAFT, R. P. Studies of stellar rotation. v. the dependence of rotation on age among solar-type stars. **The Astrophysical Journal**, v. 150, p. 551, 1967.
- KRISHNAMURTHI, A.; PINSONNEAULT, M.; BARNES, S.; SOFIA, S. Theoretical models of the angular momentum evolution of solar-type stars. **The Astrophysical Journal**, IOP Publishing, v. 480, n. 1, p. 303, 1997.
- LACHAUME, R.; DOMINIK, C.; LANZ, T.; HABING, H. Age determinations of main-sequence stars: combining different methods. **Astronomy and Astrophysics**, EDP Sciences, v. 348, p. 897–909, 1999.
- LADA, C. J.; LADA, E. A. Embedded clusters in molecular clouds. **Annual Review of Astronomy and Astrophysics**, Annual Reviews 4139 El Camino Way, PO Box 10139, Palo Alto, CA 94303-0139, USA, v. 41, n. 1, p. 57–115, 2003.
- LEE-BROWN, D. B.; Anthony-Twarog, B. J.; Deliyannis, C. P.; Rich, E.; Twarog, B. A. Spectroscopic Abundances in the Open Cluster NGC 6819. , v. 149, n. 4, p. 121, abr. 2015.
- LEEUWEN, F. van. Parallaxes and proper motions for 20 open clusters as based on the new hipparcos catalogue. **Astronomy & Astrophysics**, EDP Sciences, v. 497, n. 1, p. 209–242, 2009.
- LLORENTE DE ANDRÉS, F.; CHAVERO, C.; DE LA REZA, R.; ROCA-FÀBREGA, S.; CIFUENTES, C. The evolution of lithium in FGK dwarf stars. The lithium-rotation connection and the Li desert. , v. 654, p. A137, out. 2021.
- LOVISI, L.; MUCCIARELLI, A.; LANZONI, B.; FERRARO, F. R.; GRATTON, R.; DALESSANDRO, E.; CONTRERAS RAMOS, R. Chemical and Kinematical Properties of Blue Straggler Stars and Horizontal Branch Stars in NGC 6397. , v. 754, n. 2, p. 91, ago. 2012.
- MAYOR, M.; MERMILLIOD, J. C. In: CATALANO, S.; STAUFFER, J. R. (Ed.). **Angular Momentum Evolution of Young Stars**. Dordrecht: Kluwer, 1991. p. 143.
- Meibom, S.; Barnes, S. A.; Platais, I.; Gilliland, R. L.; Latham, D. W.; Mathieu, R. D. A spin-down clock for cool stars from observations of a 2.5-billion-year-old cluster. , v. 517, n. 7536, p. 589–591, jan. 2015.
- MERMILLIOD, J.; WEBDA, A. **Site Devoted to Stellar Clusters (Lausanne: Laboratory Astrophys.)**. 2004.
- MESTEL, L. Magnetic braking by a stellar wind—i. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, Oxford University Press Oxford, UK, v. 138, n. 3, p. 359–391, 1968.
- MESTEL, L. In: BALIUNAS, S. L.; HARTMANN, L. (Ed.). **Cambridge Workshop on Cool Stars, Stellar Systems, and the Sun**. 3. ed. New York: Springer, 1984. p. 49.
- PACE, G.; PASQUINI, L. The age-activity-rotation relationship in solar-type stars. **A&A**, v. 426, n. 3, p. 1021 – 1034, 2004.

- PERRYMAN, M.; LINDEGREN, L.; KOVALEVSKY, J.; HOEG, E.; BASTIAN, U.; BERNACCA, P.; CRÉZÉ, M.; DONATI, F.; GRENON, M.; GREWING, M. *et al.* The hipparcos catalogue. **Astronomy and Astrophysics-A&A**, v. 323, n. 1, p. 49–52, 1997.
- PICOLI, S.; MENDES, R.; MALACARNE, L.; SANTOS, R. q-distributions in complex systems: A brief review. **Brazilian Journal of Physics**, SciELO Brasil, v. 39, p. 468–474, 2009.
- PINSONNEAULT, M. H.; STAUFFER, J.; SODERBLOM, D. R.; KING, J. R.; HANSON, R. B. The problem of hipparcos distances to open clusters. i. constraints from multicolor main-sequence fitting. **The Astrophysical Journal**, IOP Publishing, v. 504, n. 1, p. 170, 1998.
- PROSSER, C. F. Membership of low-mass stars in the open cluster alpha persei. **The Astronomical Journal**, v. 103, p. 488–513, 1992.
- REINERS, A.; MOHANTY, S. Radius-dependent angular momentum evolution in low-mass stars. i. **The Astrophysical Journal**, IOP Publishing, v. 746, n. 1, p. 43, 2012.
- ROBICHON, N.; ARENOU, F.; MERMILLIOD, J.-C.; TURON, C. Open clusters with hipparcos i. mean astrometric parameters. **arXiv preprint astro-ph/9903131**, 1999.
- SALINAS, S. R. **Introdução a física estatística vol. 09**. [S. l.]: Edusp, 1997.
- SCHATZMAN, E. A theory of the role of magnetic activity during star formation. In: **Annales d’Astrophysique**. [S. l.: s. n.], 1962. v. 25, p. 18.
- SILVA, J.; SOARES, B.; FREITAS, D. D. Chandrasekhar’s relation and stellar rotation in the kepler field. **The Astrophysical Journal**, IOP Publishing, v. 796, n. 1, p. 69, 2014.
- SILVA, J. R.; NEPOMUCENO, M. M.; SOARES, B. B.; FREITAS, D. B. de. Time-dependent nonextensivity arising from the rotational evolution of solar-type stars. **The Astrophysical Journal**, IOP Publishing, v. 777, n. 1, p. 20, 2013.
- SKUMANICH, A. Time scales for ca ii emission decay, rotational braking, and lithium depletion. **The Astrophysical Journal**, v. 171, p. 565, 1972.
- SOARES, J. B. Estágios iniciais de aglomerados estelares. 2005.
- SOBRINHO, R. d. S. **Efeitos do freio magnético sobre a distribuição da rotação estelar**. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2015.
- SODERBLOM, D. R. Rotational studies of late-type stars. ii-ages of solar-type stars and the rotational history of the sun. **The Astrophysical Journal Supplement Series**, v. 53, p. 1–15, 1983.
- SODERBLOM, D. R.; DUNCAN, D. K.; JOHNSON, D. R. The chromospheric emission-age relation for stars of the lower main sequence and its implications for the star formation rate. **The Astrophysical Journal**, v. 375, p. 722–739, 1991.
- STAUFFER, J. R.; HARTMANN, L. W. The rotational velocities of low-mass stars. **Publications of the Astronomical Society of the Pacific**, JSTOR, p. 1233–1251, 1986.
- TASSOUL, J.-L. **Stellar rotation**. [S. l.]: Cambridge University Press, 2000. v. 36.
- TRAUTH, M. Matlab recipes for earth sciences springer. **Berlin Heidelberg New York**, 2006.

- TSALLIS, C. Possible generalization of boltzmann-gibbs statistics. **Journal of statistical physics**, Springer, v. 52, n. 1, p. 479–487, 1988.
- TSALLIS, C. What are the numbers that experiments provide. **Quimica Nova**, v. 17, n. 6, p. 468–471, 1994.
- TSALLIS, C. Some comments on boltzmann-gibbs statistical mechanics. **Chaos, Solitons & Fractals**, Elsevier, v. 6, p. 539–559, 1995.
- TSALLIS, C. **Introduction to nonextensive statistical mechanics: approaching a complex world**. [S. l.]: Springer Science & Business Media, 2009.
- TSALLIS, C.; BEMSKI, G.; MENDES, R. S. Is re-association in folded proteins a case of nonextensivity? **Physics Letters A**, Elsevier, v. 257, n. 1-2, p. 93–98, 1999.
- VIANA, C.; FREITAS, D. de. Non-extensive processes associated with heating of the galactic disc. **EPL (Europhysics Letters)**, IOP Publishing, v. 131, n. 6, p. 69002, 2020.
- VIDOTTO, A.; GREGORY, S.; JARDINE, M.; DONATI, J.; PETIT, P.; MORIN, J.; FOLSOM, C.; BOUVIER, J.; CAMERON, A.; HUSSAIN, G. *et al.* Stellar magnetism: empirical trends with age and rotation. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, Oxford University Press, v. 441, n. 3, p. 2361–2374, 2014.
- WEBER, E. J.; JR, L. D. The angular momentum of the solar wind. **The Astrophysical Journal**, v. 148, p. 217–227, 1967.
- WILLIAMS, J. P.; BLITZ, L.; MCKEE, C. F. The structure and evolution of molecular clouds: From clumps to cores to the. In: CITESEER. **University of Arizona**. [S. l.], 2000.
- YU, H.; DU, J. The nonextensive parameter for the rotating astrophysical systems with power-law distributions. **EPL (Europhysics Letters)**, IOP Publishing, v. 116, n. 6, p. 60005, 2017.

APÊNDICE A – BASE DE DADOS

Neste Apêndice se encontram presentes os dados de velocidades angulares utilizados nesta dissertação.

Tabela 12 – Dados de velocidade de rotação $v \sin i$ para o aglomerado α Per.

$v \sin i$	
$0.7 < M(M_{\odot}) < 0.9$	$0.9 < M(M_{\odot}) < 1.1$
127.6496239	5.281190322
42.08448538	117.104655
77.84413481	4.852985702
8.416897076	5.611264718
10.08766691	5.682293385
9.653788762	84.16897076
6.234738575	6.263737359
65.69285523	14.96337258
4.344204943	2.517202864
10.77362826	5.985349032
147.1807139	8.287406352
5.281190322	103.5925794
7.761980013	43.44204943
57.30653329	81.61839589
5.576412142	4.588427708
42.82046207	44.89011774
7.182418839	84.16897076
4.208448538	7.48168629
74.8168629	81.61839589
6.995862505	
28.05632359	
5.22991663	
4.344204943	
5.281190322	
48.09655472	
20.71851588	
10.99349822	
5.932614679	
130.1162833	
17.83713288	
8.688409885	
79.21785484	
122.4275938	
36.20170786	
7.279478553	
76.95448756	
103.5925794	
103.5925794	

Fonte: Própria

Tabela 13 – Dados de velocidade de rotação $v \sin i$ para o aglomerado IC2391.

$v \sin i$	
$0.7 < M(M_{\odot}) < 0.9$	$0.9 < M(M_{\odot}) < 1.1$
2.666739668	68.5345309
28.96136628	34.5308598
4.020010544	6.977738509
127.047503	22.44505887
6.569285523	53.54686013
4.643805284	4.344204943
104.3956227	7.48168629
9.68851462	8.338721562
5.611264718	8.161839589
10.35925794	6.263737359
14.79893991	27.20613196
12.18736228	25.65149585
5.541989845	10.08766691
132.0297581	16.12818601
51.10829344	120.7805859
	20.40459897

Fonte: Própria

Tabela 14 – Dados de velocidade de rotação $v \sin i$ para o aglomerado NGC2516.

$v \sin i$	
$0.7 < M(M_{\odot}) < 0.9$	$0.9 < M(M_{\odot}) < 1.1$
11.63458775	4.306006498
5.085738415	29.1494271
8.566816363	5.213718669
5.706370899	6.331469357
25.79891824	4.204506813
5.981361458	5.420420738
26.14958315	6.818752062
13.11937197	5.519276771
6.465211389	5.326096627
21.46141087	9.25569438
3.968479541	4.192073252
4.983176808	8.451230199
6.301841517	3.816645975
3.885468933	8.877412869
26.66739668	6.062136089
16.91838608	5.479973682
	7.782164301
	5.078067618
	6.394603667
	6.792956026
	12.93042278
	11.03855354
	12.32680579
	8.816389736
	10.34731873

Fonte: Própria

Tabela 15 – Dados de velocidade de rotação $v \sin i$ para o aglomerado Pleiades.

$v \sin i$			
$0.7 < M(M_{\odot}) < 0.9$	$0.9 < M(M_{\odot}) < 1.1$	$0.7 < M(M_{\odot}) < 0.9$	$0.9 < M(M_{\odot}) < 1.1$
15.60490767	5.281190322	3.634336884	8.30785646
3.827493342	5.117626951	10.15996629	6.85345309
5.592622642	6.512106055	3.545356146	6.364383423
4.924862067	46.51825673	3.708905349	5.221805088
3.382402442	9.183113074	64.59009747	9.02011743
4.510058715	50.72329688	4.197953654	7.106614946
3.723261079	10.32352267	3.58977351	4.924862067
2.981741464	63.07744882	50.15655614	9.227156781
61.35323609	5.147949282	11.45156065	32.60783371
75.44557604	3.58977351	46.43805284	15.65024442
51.10829344	6.527889153	3.530485076	18.24801534
67.67354433	5.652480723	114.6130666	8.277219006
6.319584853	4.998899526	5.162750747	5.77117434
4.227604873	4.628642489	6.39308584	8.990010229
3.530485076	8.85697818	4.183608364	8.722173136
12.86249792	56.82293385	3.990823921	10.17531947
3.768056889	5.043833454	10.28017964	18.21100111
36.5455504	3.945805837	3.69364655	7.001318078
4.168715469	60.39029293	3.975508582	10.97557891
2.966960855	4.31704931	4.049627221	5.96414319
3.204148304	15.26874753	4.257677939	9.316523917
74.60961397	4.998899526	4.375965986	9.450551103
3.812324224	51.40089818	5.904004964	12.42919734
4.806222456	5.326096627	3.812324224	2.848357725
9.287610567	4.940218387	79.68659954	4.717826352
70.32394424	5.310345159	3.812324224	
3.308041101	3.337968849	31.06582543	
5.221805088	5.652480723	22.72917354	
65.37395788	31.95026174	8.810621735	
3.204148304	4.124034703	4.287499307	
54.1933011	6.85345309	4.168715469	
4.227604873	5.355750774	3.886590281	
6.839530382	6.334447471	85.77729505	
7.106614946	68.01532991	7.477532106	
109.0448204	5.177637571	4.005661904	
67.67354433	40.26019528	4.331629245	
3.411967399	5.518146004	4.55428993	
127.6496239	6.586957849	4.510058715	
3.886590281	6.216032921	4.331629245	
3.293478925	4.420494115	4.064906527	
48.88216088	20.35833004	4.539705148	
5.221805088	5.993340152	3.441613934	
6.675110445	6.037675554	6.49796638	
3.382402442	7.74412612	4.746928207	
3.708905349	6.39308584	4.880244726	
3.11520595	6.200292506		
4.15392823	6.927487306		
48.01082111	6.750393645		
4.064906527	62.34738575		

Fonte: Própria

Tabela 16 – Dados de velocidade de rotação $v \sin i$ para o aglomerado M50.

$v \sin i$						
$0.7 < M(M_{\odot}) < 0.9$				$0.9 < M(M_{\odot}) < 1.1$		
6.899095964	5.513627563	4.395963872	4.859991094	4.927565065	3.449547982	7.106614946
3.916543645	24.02682484	18.26038688	12.66889494	39.84329977	2.940721765	6.728471308
11.97069806	104.3956227	3.60949754	3.483454558	0.95602423	3.719148114	6.784400666
4.924862067	1.361613197	95.85078521	42.88864752	3.635808672	3.769638999	5.904004964
2.800964085	43.02567196	4.024816295	3.446899238	27.15128089	3.670492048	14.71807139
81.37181464	2.610143487	18.70421573	6.016097977	148.8070201	9.797770333	7.94046894
4.553519974	6.081298407	3.176936854	3.640231199	16.48351937	4.1341628	10.38722354
44.22671699	2.778426928	113.6458677	60.79925653	3.687073326	61.77539139	4.548137562
96.8851462	4.224952258	55.64890629	3.80263598	1.503520746	4.451176772	3.875963541
5.859053871	6.17046292	53.12439969	3.647132112	4.716174163	42.48276127	
106.8812327	4.517623389	51.2054575	5.206663569	1.511197365	24.33068712	
4.171297916	5.724563368	4.240250416	85.50498617	44.00991935	65.69285523	
1.484543386	3.04133589	7.88930013	3.660515173	55.19276771	2.434828299	
1.702532911	3.375196823	2.431092215	3.042022887	3.795134655	4.37525514	
18.12521578	46.19909201	5.082859152	58.42531593	3.713507603	36.10465234	
4.021210905	3.77545145	2.854697472	4.983176808	3.400766496	3.67901525	
3.900661933	2.840547421	4.061841448	13.20297581	2.244131865	251.7202864	
4.894434062	47.5027701	4.310140926	3.625043155	3.181815788	1.156713362	
1.784777062	8.770456088	7.880067479	3.790327983	10.30771934	2.38333516	
8.550498617	3.126778575	434.4204943	48.01082111	3.662506207	4.602541122	
7.905509435	4.444566113	7.289328997	36.49603068	3.957982461	2.765588936	
23.04026574	2.987695024	295.9787983	5.992006818	119.7069806	4.397399289	
3.494754203	6.981355792	2.885896351	7.289328997	3.57405396	2.747533474	
71.63316661	2.476696151	2.947157309	2.968595905	1.812155732	7.843351964	
3.57405396	1.530779804	3.895021062	1.146911542	9.815623413	5.472180139	
2.977785588	3.99141533	6.385507502	3.862623067	5.240091565	8.987010559	
5.812272474	8.564092415	33.29304159	100.1266567	3.094447455	4.990563395	
212.0792964	217.2102471	3.124239722	3.853780318	5.295727614	5.386814129	
1.189982798	14.38785825	7.004959856	46.11998398	1.642021011	3.03175041	
3.535118867	4.316357475	4.496505951	2.10307415	2.997670634	277.6708314	
2.159389934	13.45358174	5.241111237	31.83696294	2.865326664	7.281446511	
3.191996995	2.180543284	4.969385728	3.650592389	25.03166417	13.59619921	
4.887329095	3.610949275	4.088973834	2.708302729	3.992006913	5.569493516	
3.609013888	12.85022454	3.304388498	1.962981608	2.933675051	224.4505887	
251.7202864	2.644224489	7.413727125	2.186917071	2.714580795	295.9787983	
4.352629387	289.6136628	12.33244993	3.602738181	36.15311496	6.782692179	
3.917683003	441.5421417	3.412399676	5.762531161	52.2991663	16.35341266	
23.27923133	2.631051152	1.325365153	8.996015579	6.846484658	6.703352575	
4.478561797	3.234158339	3.461073072	3.222935341	4.829490881	5.212709627	
3.080291702	4.591556537	8.733485942	3.980208459	19.67426636	5.646555691	
3.708905349	7.643039343	3.653563571	5.688293695	13.86924338	38.58749376	
31.57569829	3.630417933	57.30653329	58.17293876	45.72847308	5.486671551	
3.782875091	3.438977355	23.5232058	4.718652881	1.958841501	5.405191781	
5.185612369	6.635641943	3.938881346	5.030644498	1.886007328	5.481088857	
1.557332792	3.362975483	3.285043377	2.681875002	5.505738071	23.83546075	
5.864156465	4.73857682	3.442493692	8.328407744	47.92539261	5.818550582	
17.70813323	3.954495763	3.842783656	4.032650194	3.482553743	9.381424815	
448.9011774	4.024214948	7.841068601	3.879871888	8.96606879	5.010989887	
24.28680852	30.71159709	4.2536435	17.68487895	4.984098935	4.643805284	
3.583564482					2.878801907	

Fonte: Própria

Tabela 17 – Dados de velocidade de rotação $v \sin i$ para o aglomerado M35.

$v \sin i$					
$0.7 < M(M_{\odot}) < 0.9$			$0.9 < M(M_{\odot}) < 1.1$		
59.72077748	3.151289417	35.16197212	76.30048341	3.58165833	144.8068314
4.226941407	3.527710628	3.957982461	38.97839457	3.850474717	28.86824292
35.7215791	4.76540528	3.151289417	2.236306098	4.065520097	3.957982461
53.54686013	16.17661901	4.657456449	49.60234005	4.119619248	3.904620273
4.657456449	5.088620942	65.21566742	4.065520097	3.957982461	24.28680852
33.29304159	22.72917354	58.04756604	3.957982461	9.500554019	4.281365545
75.02526642	3.097294232	113.6458677	7.186251506	4.226941407	4.119619248
2.397762899	3.689093363	4.119619248	4.926663736	4.388800822	30.53749506
43.23285818	110.3855354	4.226941407	4.119619248	19.83363081	4.119619248
80.16092454	3.312516375	3.043397813	4.281365545	41.18359426	4.173236852
5.195615479	36.44664499	6.970515177	47.25275552	4.388800822	4.173236852
4.065520097	2.882190545	2.774420132	24.46327942	4.657456449	4.281365545
81.37181464	3.097294232	2.774420132	3.904620273	4.226941407	26.77343006
19.07512085	9.124007671	3.366338038	4.550442751	4.76540528	4.657456449
3.097294232	2.774420132	3.689093363	4.76540528	4.657456449	4.550442751
3.043397813	84.16897076	7.508801406	4.76540528	4.496505951	4.657456449
3.635317944	4.873180866	51.7962897	6.11027011	4.873180866	4.76540528
2.882190545	29.46834863	4.119619248	13.10660372	4.873180866	
2.828317825	58.55232749	36.44664499	4.711224531	4.926663736	
4.173236852	79.68659954	14.44960871	5.35681596	11.54482239	
38.58749376	36.99734979	3.850474717	11.22252944	4.873180866	
74.8168629	70.14080897	4.657456449	5.142052433	23.64712085	
8.747668283	3.151289417	4.550442751	7.777669837	20.91154553	
69.59708177	30.8523146	14.66198729	5.734313529	4.60411464	
3.043397813	68.5345309	10.03878891	21.12476129	6.164813606	
66.34007548	31.61275897	4.119619248	5.734313529	20.26641884	
51.01149743	8.747668283	3.366338038	5.35681596	4.980412471	
3.097294232	35.20793548	4.657456449	5.572950682	27.37202301	
3.850474717	4.657456449	3.904620273	5.949651125	4.926663736	
1.80583779	4.819121604	3.366338038	15.95620299	5.679896804	
3.312516375	63.07744882	82.87406352	4.873180866	6.002690137	
3.420199447	2.935913521	73.19040936	1.75203738	6.810131642	
37.6174171	5.894959651	5.626503164	6.325521523	6.056683302	
3.58165833	27.09665055	29.89353013	5.841264508	5.572950682	
25.79891824	23.11937394	27.73848676	5.132254315	6.432784964	
5.949651125	3.420199447	22.72917354	6.002690137	4.388800822	
4.335115185	0.460694969	4.60411464	5.303026313	6.325521523	
3.58165833	3.58165833	42.82046207	6.27248967	2.658317276	
3.204910833	3.204910833	3.474019173	6.217467831	10.3632438	
19.55996416	1.75203738	4.496505951	7.563625567	7.259857317	
3.366338038	12.56839507	3.689093363	7.295252071	6.757167748	
106.0396482	4.711224531	3.689093363	5.464408733	4.711224531	

Fonte: Própria

Tabela 18 – Dados de velocidade de rotação $v \sin i$ para o aglomerado M34.

$v \sin i$					
$0.7 < M(M_{\odot}) < 0.9$			$0.9 < M(M_{\odot}) < 1.1$		
31.0300353	2.504563013	5.828623814	2.364919716	2.278878978	3.459739325
2.91494271	24.96206733	2.880649267	2.708575085	3.687578128	22.80615635
34.1802927	4.511569622	4.092080013	22.84484363	34.13697167	2.503399075
3.189351172	8.668835096	4.047193185	11.7104655	3.502935446	3.719148114
8.169266195	2.878801907	14.31140842	8.59415145	3.427162571	3.939457459
17.09014635	3.949277221	2.634138938	39.72576791	28.47153345	32.7665093
3.752831356	5.391127031	4.035671358	30.16133331	4.432862186	10.73498232

Fonte: Própria

Tabela 19 – Dados de velocidade de rotação $v \sin i$ para o aglomerado M37.

$v \sin i$				
$0.7 < M(M_{\odot}) < 0.9$		$0.9 < M(M_{\odot}) < 1.1$		
11.09310982	3.728415095	4.996117723	3.082759602	4.408194868
26.02325666	6.747011685	3.229892151	2.26698684	3.980796725
7.236451006	4.336511133	3.780220441	4.565096719	5.52380448
2.974497034	12.79528297	3.628461625	23.31954168	4.336511133
3.408944519	3.90009711	4.565096719	20.49777066	2.275990421
3.147606713	4.994264907	3.78446967	3.474467317	15.3208593
3.738766053	1.861630539	3.11124762	3.78446967	2.922216626
3.555183559	8.354240274	4.565096719	4.351926102	4.996117723
4.336511133	3.957400918	2.638267278	4.496505951	4.101426929
18.28518034	14.85607868	4.565096719	4.850363883	4.255659764
3.957400918	15.08066665	12.79528297	4.794245398	4.565096719
4.741913846	1.348051584	4.323979876	5.087659736	13.72087144

Fonte: Própria

Tabela 20 – Dados de velocidade de rotação $v \sin i$ para o aglomerado Hyades.

$v \sin i$	
$0.7 < M(M_{\odot}) < 0.9$	$0.9 < M(M_{\odot}) < 1.1$
11.12978126	2.999339715
2.489285642	2.366790039
7.359035695	2.87757165
1.904814048	2.979432593
2.259569685	2.338026966
2.267177664	2.86837813
2.130860019	3.106582543
2.625153084	3.48435584

Fonte: Própria

Tabela 21 – Dados de velocidade de rotação $v \sin i$ para os aglomerados IC4665, IC348 e NGC1039.

$v \sin i$				
$0.9 < M(M_{\odot}) < 1.1$				
IC4665	IC348			NGC1039
35.0	30.1	258.78	493.28	50.0
10.0	56.12	413.68	197.52	5.0
95.0	0.66	5.79	461.22	13.0
26.0	331.09	23.67	15.82	66.0
63.0	59.86	0.02	2.96	37.0
10.0	27.22	32.62	1.85	35.0
67.0	375.19	96.55		42.0
15.0	499.26	584.25		21.5
17.0	45.44	8.99		25.5
10.0	26.65	8.45		15.5
11.0	94.59	33.6		

Fonte: Própria

Tabela 22 – Dados de velocidade de rotação $v \sin i$ para os aglomerados ComaBer e NGC2632.

$v \sin i$							
$0.9 < M(M_{\odot}) < 1.1$							
ComaBer				NGC2632			
28.0	6.0	50.0	85.0	40.0	40.0	170.0	6.0
71.0	10.0	20.0	20.0	95.0	85.0	100.0	86.0
30.0	37.0	24.0	8.0	20.0	20.0	95.0	
50.0	58.0	10.0	35.0	150.0	45.0	44.0	
10.0	18.0	10.0	11.0	15.0	15.0	120.0	
9.0	120.0	130.0	38.0	30.0	125.0	110.0	
11.0	15.0	20.0	19.0	105.0	55.0	66.1	
10.0	13.0	25.0	5.0	40.0	17.4	21.9	
5.0	17.0	20.0	29.0	85.0	69.0	100.0	
125.0	35.0	42.0	10.0	30.0	32.0	34.4	
3.0	10.0	15.0	230.0	165.0	100.0	87.0	
200.0	23.0	29.0	90.0	170.0	125.0	68.0	
18.0	2.0	10.0	18.0	31.0	40.0	195.0	
4.0	4.0	20.0	10.0	20.0	40.0	30.0	

Fonte: Própria

Tabela 23 – Dados de velocidade de rotação $v \sin i$ para os aglomerados NGC3680, IC4651, NGC752, NGC2682 e NGC6253.

$v \sin i$										
$0.9 < M(M_{\odot}) < 1.1$										
NGC3680	IC4651	NGC752		NGC2682			NGC6253			
2.16	2.54	2.70	2.62	9.0	1.3	48.0	2.06	2.00	2.12	2.40
2.61	2.65	2.20	2.37	14.0	90.0	9.0	2.55	2.61	2.42	
2.37	2.52	2.60	2.74	2.40	2.48	2.21	2.53	2.31	2.39	
2.26	2.41	2.84	2.65	2.59	2.31	1.92	2.33	1.97	1.70	
2.42	2.39	2.39	2.64	2.15	2.34	2.29	1.64	1.40	1.35	
		2.16	2.85	1.84	2.19	2.26	2.05	1.45	1.98	

Fonte: Própria

Tabela 24 – Dados de velocidade de rotação $v \sin i$ para os aglomerados NGC6819 e NGC6397.

$v \sin i$												
$0.9 < M(M_{\odot}) < 1.1$												
NGC6819									IC6397			
14.4	17.7	20.4	13.0	16.7	17.8	19.8	29.3	11.6	11	6	12	5
20.4	14.0	16.3	14.8	16.0	15.7	19.1	18.7	21.3	40	7	6	70
21.3	15.1	15.5	19.6	17.0	30.2	17.3	18.3	8.5	15	6	19	17
15.5	19.8	17.5	7.1	17.3	21.8	18.5	21.5		13	26	25	21
20.8	12.1	18.2	13.7	12.1	20.3	16.3	18.9		38	40	36	38
19.1	20.1	9.1	12.4	16.1	21.1	20.3	19.6		14	34	27	26
22.1	20.9	19.7	18.2	21.9	17.9	15.6	11.9		37	17	9	9
20.5	15.8	13.7	20.8	18.0	16.1	18.0	19.5		7	6	4	7
16.9	21.5	19.7	16.5	21.6	20.4	12.6	29.5		7	7	8	7
23.2	12.1	19.6	17.5	19.8	28.6	12.6	18.0		6	6	6	6
16.2	18.6	22.2	23.5	20.5	16.7	17.0	13.9		6	8	6	6
16.3	21.0	17.3	16.6	16.1	17.1	20.0	19.8		5	6	6	7
19.2	19.7	22.1	20.9	7.6	19.6	20.0	15.2		5	5	5	6
20.1	13.6	18.0	12.9	16.9	21.3	14.2	13.0		6	7	8	7
18.7	17.3	22.1	23.9	15.3	19.9	15.2	16.8		6	6	7	8
20.1	20.0	23.3	16.6	18.9	15.6	20.0	18.5		6	6	8	6
18.9	20.7	18.5	10.3	23.6	19.4	19.3	13.8		5	7	4	5
17.1	16.3	16.0	20.6	20.8	14.6	9.1	21.4		6	7	6	6
15.8	19.4	16.6	21.6	22.1	11.8	17.3	23.4		5	5	5	6
15.4	27.1	20.9	20.8	20.9	20.8	15.6	18.4		5	5	7	7
24.4	21.3	10.3	13.9	8.4	17.1	9.9	23.4		6	8	6	6
16.0	22.5	25.2	19.5	17.5	17.9	15.1	17.5		7	6	5	6
14.1	16.4	10.3	21.5	20.6	14.6	20.1	16.0		7	5	6	3
16.3	5.5	20.6	17.3	19.2	13.5	10.0	20.7		5	5	6	8
14.1	13.8	16.3	19.2	11.7	17.3	12.4	18.9		7	8	5	7
15.4	15.6	15.4	19.0	15.2	18.0	20.3	19.0		6	5	6	7
14.2	17.0	23.2	18.4	19.0	20.0	16.2	4.6		6	6	1	7
18.8	17.6	15.4	19.5	11.9	16.0	14.4	12.8		8	5	7	
15.2	15.0	12.6	11.5	17.7	13.4	11.7	5.7		6	6	7	
9.1	22.3	21.5	15.3	11.7	15.8	8.1	20.3					
14.9	17.4	16.6	14.0	16.5	17.4	9.7	16.3					

Fonte: Própria