



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS
DEPARTAMENTO DE FÍSICA
CURSO DE LICENCIATURA EM FÍSICA

IVO FERNANDES TAVARES

**O USO DA OBFEP COMO UM INSTRUMENTO DE ENSINO E APRENDIZAGEM:
UMA ANÁLISE DOS EXPERIMENTOS DE 2012-2021.**

FORTALEZA

2022

IVO FERNANDES TAVARES

O USO DA OBFEP COMO UM INSTRUMENTO DE ENSINO E APRENDIZAGEM: UMA
ANÁLISE DOS EXPERIMENTOS DE 2012-2021.

Trabalho de Conclusão de Curso, apresentado
ao Curso de Graduação em Física do Centro de
Ciências da Universidade Federal do Ceará,
como requisito parcial à obtenção do grau de
Licenciado em Física.

Orientador: Prof^o. Dr. José Alves de Lima Júnior
Coorientadora: Prof.^a Dra. Maria Luiza Miguez

FORTALEZA

2022

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Biblioteca Universitária

Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

- T23u Tavares, Ivo Fernandes.
O uso da OBFEP como um instrumento de ensino e aprendizagem : uma análise dos experimentos de 2012-2021 / Ivo Fernandes Tavares. – 2022.
168 f.
- Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Ciências, Curso de Física, Fortaleza, 2022.
Orientação: Prof. Dr. José Alves de Lima Júnior.
Coorientação: Profa. Dra. Maria Luiza Miguez.
1. OBFEP. 2. provas experimentais. 3. análise e tratamento de dados. 4. ensino e aprendizagem. I.
Título.

CDD 530

IVO FERNANDES TAVARES

O USO DA OBFEP COMO UM INSTRUMENTO DE ENSINO E APRENDIZAGEM: UMA
ANÁLISE DOS EXPERIMENTOS DE 2012-2021.

Trabalho de Conclusão de Curso, apresentado
ao Curso de Graduação em Física do Centro de
Ciências da Universidade Federal do Ceará,
como requisito parcial à obtenção do grau de
Licenciado em Física.

Orientador: Prof^o. Dr. José Alves de Lima Júnior
Coorientadora: Prof.^a Dra. Maria Luiza Miguez

Aprovada em: 04/02/2021.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. José Alves de Lima Júnior (Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof.^a Dra. Maria Luiza Miguez (Coorientadora)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Fernando Martins de Paiva
Universidade Estadual do Ceará (UECE)

Prof. Dr. Fernando Wellysson de Alencar Sobreira
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia (IFCE)

Aos meus pais, aos meus irmãos e à minha família como um todo. A todos que contribuíram com minha evolução.

AGRADECIMENTOS

À minha mãe querida, Maria Dajuda, que mesmo sendo analfabeta me ensinou desde pequeno a ser autodidata, a incentivar a ler e estudar. Mãe, espero que você tenha noção do quanto a senhora me ajudou e o quão me deu asas para voar e chegar até aqui.

À minha família no geral, que tenho um carinho enorme, pelas vibrações e incentivos que me deram ao longo do curso de graduação. Vocês acreditam nos meus sonhos e objetivos muito mais que eu mesmo!

Ao professor Dr. José Alves de Lima Júnior, que aceitou ser orientador deste projeto e à professora Dra. Maria Luiza Miguez, minha coorientadora. Sou eternamente grato pela confiança, apoio, dedicação e contribuição de vocês dois por tornar este trabalho possível, enriquecendo o que foi construído com suas experiências e sabedorias. Foi um privilégio ter sido aluno e orientando de vocês.

Aos professores da banca examinadora, por aceitarem o convite e pelas contribuições ao trabalho.

Ao professor Dr. Antônio Gomes Souza Filho, meu professor orientador de Iniciação Científica, por todo o incentivo, apoio, paciência e confiança. Muito obrigado por acreditar no meu potencial científico e me inspirar a ser uma pessoa e pesquisadora cada dia melhor, além das grandes inspirações como futuro professor.

Aos professores do Departamento de Física UFC, pelas horas dedicadas de ensinamento com grande maestria ao longo de toda minha graduação.

À PRAE pela oferta da Bolsa de Iniciação Acadêmica (BIA) e da Residência Universitária.

Ao CNPQ pela oferta da Bolsa de Iniciação Científica (PIBIC), na qual pude contar com o auxílio financeiro e com a oportunidade de vivenciar o mundo científico.

A todos meus amigos e colegas da UFC, em especial Stephane, Jácio Nicolas, Antônio Vinicius, Saulo, Joanderson, Douglas e Priscila. Obrigado por serem uma válvula de escape nos momentos em que tive distante da família, tirando a tensão da saudade com as risadas, troca de conhecimentos e aventuras. Vocês me mostraram, como uma vez afirmou Alvo Dumbledore, que a felicidade pode ser encontrada mesmo nas horas mais difíceis, se lembrarmos de acender a luz.

Ao Leonardo, que me estimulou durante o processo de escrita e compreendeu minha ausência pelo tempo dedicado aos estudos. Pude conhecê-lo no período em que este projeto de

TCC ainda era uma semente, e ele vivenciou as etapas cruciais, desde a elaboração de ideias até a escrita final deste trabalho.

À Rafaela, pelo amor, apoio e incentivo durante esta caminhada. Obrigado por ser esse exemplo de pessoa e por ser uma excelente profissional da área de educação.

Agradeço também a todos os professores que tive no IFBA, pelo trabalho tão bem feito. Em especial, aos meus professores de Física: Ismael Ferreira, Samir Ferraz e Helder Tanaka. Eles, ao influenciarem meu gosto pela ciência, também foram protagonistas no meu processo de optar pela Física.

À Maria Aparecida (*in memoriam*) e à Lara Iório, que me ajudaram na etapa inicial de adaptação em Fortaleza, enquanto eu ainda estava criando base para seguir com o curso de Física. Os esforços de vocês duas também ser reconhecidos, e eu não faria menos que isso.

À Escola Maria Liduina Correa Leite, que foi um espaço acolhedor em que pude contar, como segunda família, com os professores e funcionários, mas também como um espaço para emergir e aprofundar no mundo educacional.

A todos os funcionários do Departamento de Física da UFC, que também foram importantes na minha caminhada ao longo do curso.

Por fim, agradeço a todos que de alguma forma, direta ou indiretamente, fizeram parte da minha formação e estiveram ao meu lado nestes anos, incentivando e me fazendo acreditar que seria possível.

Poderá sugerir-se, a este propósito, que uma educação científica orientada experimentalmente contribuirá porventura para um contexto mais favorável à discriminação social no insucesso do ensino científico (JOSÉ MARIANO GAGO, 1990, p. 110).

O entusiasmo genuíno é atitude que opera como força intelectual. O professor que desperta tal entusiasmo em seus alunos conseguiu algo que nenhuma soma de métodos sistematizados, por corretos que sejam, poderá obter (JOHN DEWEY, 1958, p. 40).

RESUMO

No que tange ao processo de ensino e aprendizagem, verifica-se que apenas a condução de aulas expositivas de Física, como protagonistas a memorização e reprodução de fórmulas e cálculos, não é suficiente para despertar o interesse e a atenção dos alunos em sala de aula. À vista desta problemática, as olimpíadas científicas podem ser utilizadas como ferramenta metodológica em sala de aula, justificando-se a importância da Olimpíada Brasileira de Física das Escolas Públicas (OBFEP) para esse processo de tornar os estudantes mais interativos e também na difusão da ciência. Diante disso, este trabalho tem como objetivo propor o uso da OBFEP em sala de aula, através das questões experimentais, contribuindo para a melhoria do ensino e aprendizagem da Física. Nessa perspectiva, foi realizada uma pesquisa bibliográfica, com o intuito de compilar as provas (de difícil acesso aos professores e estudantes) e descrever as principais características das questões experimentais da OBFEP nas edições de 2012 a 2021, envolvendo os níveis A, B e C, bem como analisar a produção científica voltada ao uso dessa olimpíada, sobretudo na ênfase experimental. Nesta primeira etapa do trabalho, verificou-se que os experimentos abordaram os temas de mecânica clássica (estática dos corpos rígidos e hidrostática, abordando assuntos de equilíbrio, balança de equilíbrio e de rotação, lei de Hooke e empuxo), calorimetria (calor específico e calor latente), ondulatória (pêndulo simples e oscilador massa-mola) e eletromagnetismo (efeito termiônico). Dessa forma, neste trabalho buscamos apresentar os problemas experimentais que foram abordados na OBFEP, primeiro fazendo uma abordagem teórica dos assuntos abordados em cada prova, depois fazendo uma abordagem experimental, no qual propomos soluções para os experimentos, discutimos as montagens experimentais e exploramos os cuidados que os alunos deveriam ter durante a execução da prova. Além disso, do resultado da análise bibliográfica e da necessidade de contribuir com a formação experimental, neste trabalho foi feito um guia didático que aborda a análise e tratamento de dados experimentais para que os professores e alunos se sintam familiarizados com uma teoria que servirá de base para usar as questões desta olimpíada no contexto escolar. Visamos, com este trabalho, contribuir para que os professores de Física estabeleçam novas práticas de ensino baseados nos experimentos da OBFEP, explorando seus aspectos qualitativos e quantitativos, além de estimular a instauração de uma cultura de participação dos estudantes nesta olimpíada.

Palavras-chave: OBFEP; provas experimentais; análise e tratamento de dados; ensino e aprendizagem.

ABSTRACT

Regarding the teaching and learning process, it appears that just conducting lectures in Physics, with the memorizing and reproduction of formulas and calculations as protagonists, is not enough to arouse the interest and attention of students in the classroom. In view of this problem, scientific olympiads can be used as a methodological tool in the classroom, justifying the importance of the Brazilian Physics Olympiad for Public School (OBFEP) for this process of making students more interactive and also in the dissemination of science. Therefore, this work aims to propose the use of OBFEP in the classroom, through experimental questions, contributing to the improvement of Physics teaching and learning. In this perspective, a bibliographic research was carried out, with the aim of compiling the tests (which are difficult to access for teachers and students) and describing the main characteristics of the OBFEP experimental questions in the editions from 2012 to 2021, involving levels A, B and C, as well as analyzing the scientific production focused on the use of this Olympiad, especially in the experimental emphasis. In this first stage of the work, it was verified that the experiments approached the themes of classical mechanics (statics of rigid bodies and hydrostatics, approaching issues of equilibrium, balance and rotation balance, Hooke's law and buoyancy), calorimetry (specific heat and latent heat), wave (simple pendulum and spring-mass oscillator) and electromagnetism (thermionic emission). Thus, in this work we seek to present the experimental problems that were addressed in the OBFEP, first making a theoretical approach to the subjects covered in each test, then making an experimental approach, in which we propose solutions for the experiments, discuss the experimental setups and explore the precautions students should have during the exam. In addition, from the result of the bibliographic analysis and the need to contribute to the experimental training, in this work a didactic guide was made that addresses the analysis and treatment of experimental data so that teachers and students feel familiar with a theory that will serve as a basis to use the questions of this Olympiad in the school context. With this work, we aim to help Physics teachers establish new teaching practices based on OBFEP experiments, exploring their qualitative and quantitative aspects, in addition to encouraging the establishment of a culture of student participation in this Olympiad.

Keywords: OBFEP; experimental tests; data processing and analysis; teaching and learning.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Linha do tempo representando a evolução das Olimpíadas de Física a nível estadual, nacional e internacional.	24
Figura 2 – Resultados de quatro séries de disparos em um alvo: (a) caso 1, (b) caso 2, (c) caso 3 e (d) caso 4.	44
Figura 3 – Representação de um sistema massa-mola oscilante.	51
Figura 4 – Componente das forças em um pêndulo simples.	58
Figura 5 – Modelo de um sistema massa-mola semelhante ao arranjo experimental da OBFEP 2018, com um bloco conectado a uma mola com rigidez k , que inicialmente está em repouso sobre uma inclinação com atrito formando um ângulo θ com a horizontal. As forças que atuam no bloco são a força normal N , o peso P , a força de atrito F_{at} e a força exercida pela mola F_{el}	60
Figura 6 – Representação da trajetória do bloco no plano inclinado, sendo B o ponto de referência quando $h_{inicial} = 0$	62
Figura 7 – Modelo do arranjo experimental envolvendo pêndulo simples: (a) edição de 2015; (b) edição de 2019.	64
Figura 8 – Modelo do arranjo experimental envolvendo o sistema massa-mola utilizado na edição da OBFEP 2016, nível C.	65
Figura 9 – Base/haste montada de forma invertida e posicionada em um local para não sofrer atrito: (a) pêndulo com fio de comprimento $L = 35\text{ cm}$ (fins demonstrativos) (b) pêndulo com fio de comprimento $L = 107\text{ cm}$ (o mesmo utilizado em nosso experimento desta edição).	66
Figura 10 – Medição do comprimento do pêndulo: (esquerda) indicando a posição inicial da fita métrica alinhada ao ponto de apoio; (direita) indicando o centro de massa geométrica do sistema.	66
Figura 11 – Representação da posição angular do pêndulo simples: (a) posição de equilíbrio, com $\theta = 0^\circ$; (b) posição do primeiro procedimento, com $\theta = 10^\circ$; (c) posição do segundo procedimento, com $\theta = 45^\circ$	68
Figura 12 – Modelo do arranjo experimental envolvendo sistema massa-mola: (a) rampa de MDF posicionada na vertical com a mola na extremidade; (b) arruelas suspensas no gancho formando um oscilador massa-mola.	78
Figura 13 – Modelo do aparato experimental a ser utilizado na segunda questão experimental,	

com o carrinho preso à mola e posicionado na vertical.....	80
Figura 14 – Representação da inclinação da rampa: (a) medidas com o uso do transferidor, com $\theta = 20,5^\circ$; (b) medidas a partir da tangente do ângulo, com $\theta = 20,3^\circ$	83
Figura 15 – Representação gráfica do bloco de madeira de massa m em contato com o plano inclinado de MDF em três situações: (A) em repouso, onde atua a força de atrito; (B) na iminência de deslizamento, onde atua a força de atrito estático máximo e (C) no deslizamento, onde atua o atrito cinético.	85
Figura 16 – (a) Esquema do empuxo de um corpo (bola) imerso num recipiente com líquido de densidade ρ_f ; (b) representação das forças que agem no sistema.....	93
Figura 17 – Esquema das forças sobre o corpo em equilíbrio, no ar e na água.....	94
Figura 18 – Kit experimental utilizado nas edições da OBFEP de 2014 e 2016.....	95
Figura 19 – Representação do procedimento experimental da questão 1a: (esquerda) há um cilindro sem o corpo de alumínio submerso na proveta, com volume inicial de = 3,0 mL; (direita) cilindro submerso na proveta, com água a um volume final de $V_f = 4,6 \text{ mL}$	96
Figura 20 – Registros do procedimento experimental da questão 1b: (a) mola com três cliques a fim de verificar a pré-tensão; (b) distensões da mola e suas medidas com a presença da arruela.	97
Figura 21 – Registros do procedimento experimental da questão 1c: presença do corpo de alumínio na mola e a sua distensão.....	97
Figura 22 – Registros do procedimento experimental da questão 2a: (esquerda) distensão da mola com o corpo fora da água x_F ; (direita) distensão da mola com o corpo dentro da água x_I	100
Figura 23 – Registros do procedimento experimental da questão 2a: representação da não alteração da mola à medida em que o volume de água na proveta aumenta.	101
Figura 24 – Registros do procedimento experimental da questão 2b: (esquerda) corpo de alumínio totalmente submerso na água; (direita) metade do corpo de alumínio imerso na água.	102
Figura 25 – (a) Observação do corpo cilíndrico parcialmente submerso na proveta; (b) versão ampliada da atuação da tensão superficial da água.	104
Figura 26 – Algumas balanças do Egito antigo.	105
Figura 27 – Esquema do Experimento da OBFEP 2018: (a) modelo esquemático do sistema; (b) sistema sob ação de força devido à presença da massa m	106

Figura 28 – (a) componentes do kit experimental da OBFEP 2018, de acordo com as especificações da tabela 9; (b) sistema experimental a ser estudado; (c) esquema registrado pelo autor.	107
Figura 29 – Folhas de papel do kit experimental – para cada folha dobrada, furada e grampeada há uma folha idêntica correspondente, que segue a mesma numeração.	108
Figura 30 – Montagem do contrapeso, com a porca rente ao final do parafuso.	110
Figura 31 – Esquematisação da balança em equilíbrio sem algum objeto no fulcro da extremidade em relação ao ponto de apoio. Nela, há a representação das medidas h_0, l', l e L . No procedimento, obteve-se $h_0 = (14,5 \pm 0,05) \text{ cm}$, $l' = 3,7 \pm 0,05 \text{ cm}$, $l = 10,8 \pm 0,05 \text{ cm}$ e $L = 11,4 \pm 0,05 \text{ cm}$	110
Figura 32 – Registros dos deslocamentos Δh como função do número de cliques colocados na balança com braços e escala.	112
Figura 33 – Medição da altura utilizando as seis folhas de papel para determinar a massa de cada uma. A altura inicial da extremidade da haste é $h_0 = (14,5 \pm 0,05) \text{ cm}$	117
Figura 34 – Esquematisação de uma partícula em equilíbrio em três situações distintas (a, b e c).	123
Figura 35 – Um corpo rígido pode se deslocar por inteiro e, ao mesmo tempo, experimentar um movimento de rotação.	123
Figura 36 – Exemplos de corpos (sólidos e rígidos) e suas devidas localizações de centro de massa.	124
Figura 37 – Esquematisação da posição do ponto de massa: (a) estabilidade estática positiva (equilíbrio estável) (b) estabilidade estática negativa (equilíbrio instável) (c) estabilidade estática neutra (equilíbrio neutro).	125
Figura 38 – Representação da montagem experimental da OBFEP 2013.	126
Figura 39 – Representação dos furos A e B da régua, com B sendo o furo na qual a barra apresenta equilíbrio instável.	127
Figura 40 – Representação das medidas dos ângulos de equilíbrio em função do número dos furos. A linha de cima do transferidor serviu como nível da régua.	128
Figura 41 – Modelo para estudo do equilíbrio horizontal.	129
Figura 42 – Medidas da massa do elemento P_2 ao manter um gancho na extremidade à esquerda	130
Figura 43 – Sistema massa-mola na vertical em equilíbrio e diferentes situações.	133
Figura 44 – Associação de molas em série.	135
Figura 45 – Associação de molas em paralelo.	135

Figura 46 – Montagem do experimento da OBFEP 2012.	137
Figura 47 – Medidas do comprimento livre (inicial) x_i de cada mola: (a) mola 1, com $x_i = 1,5\text{ cm}$; (b) mola 2, com $x_i = 1,8\text{ cm}$	138
Figura 48 – Medidas das distensões da <i>mola</i> 1 para cada arruela colocada no gancho: (a) massa de 1 Au = uma arruela; (b) 2 Au = duas arruelas; (c) 3 Au = três arruelas e (d) 4 Au = quatro arruelas.	139
Figura 49 – Medidas das distensões da <i>mola</i> 2 para cada arruela colocada no gancho: (a) massa de 1 Au = uma arruela; (b) 2 Au = duas arruelas; (c) 3 Au = três arruelas e (d) 4 Au = quatro arruelas.	139
Figura 50 – Representação das molas 1 e 2 conectadas em série, conforme o procedimento experimental (figura à direita).	142
Figura 51 – Registros das distensões das molas 1 e 2, ligadas em série, para cada arruela colocada no gancho: (a) massa de 1 Au = uma arruela; (b) 2 Au = duas arruelas e (c) 3 Au = três arruelas.	143
Figura 52 – Montagem experimental da prova de 2021 (nível B).....	145
Figura 53 – Representação do diagrama de forças do conjunto experimental, com a F_{el} (vertical para cima) e $P_{arruelas}$ (vertical para baixo).....	146
Figura 54 – Representação do gráfico da questão 2 (prova do nível A).....	150
Figura 55 – Representação da reta média (em vermelho), que melhor ajusta os pontos experimentais da questão 2 (nível A).....	151
Figura 56 - Representação do efeito termiônico com a emissão de elétrons por um catodo aquecido, com I_T representando a corrente termiônica e $V = V_f - V_a$ a diferença de potencial entre o catodo e o anodo.	152
Figura 57 – Representação esquemática dos níveis de energia associados a elétrons em um metal. Nela é possível visualizar a função trabalho como sendo a energia necessária para extrair um elétron deste nível.	153
Figura 58 – Arranjo experimental da prova do nível C	154
Figura 59 – Representação do gráfico da questão 2 da prova experimental	155
Figura 60 – Representação do traçado da reta média (vermelho) dos pontos experimentais disponibilizados na questão 2.	156
Figura 61 - Seção transversal da câmara de vácuo. Ao centro, o filamento de tungstênio	157
Figura 62 – Esquematização das linhas de campo elétrico, da polaridade do filamento e da superfície do cilindro.	158
Figura 63 – Representação do gráfico da questão 5 da prova experimental	158

LISTA DE GRÁFICOS

- Gráfico 1 – Relação da dependência entre as variáveis m e T , com (a) sendo a representação correta e (b), a incorreta. 52
- Gráfico 2 – Representação do traçado da linha de tendência dos pontos experimentais em um gráfico Força (F) x aceleração (a): (a) representação incorreta, ligando os pontos um a um; (b) representação correta, levando em conta a curva que melhor ajusta os pontos experimentais. 53
- Gráfico 3 – Representação da relação T^2 versus L , com a linha reta em vermelho representando a melhor curva que se ajusta aos pontos experimentais. Os pontos azuis representam os pontos experimentais e os pontos verdes representam pontos da reta..... 75
- Gráfico 4 – Representação da relação T^2 versus L , com a linha reta em vermelho representando a melhor curva que se ajusta aos pontos experimentais e com as barras de erro na vertical. Observa-se o ponto P (6,31; 1) discrepante em relação aos demais conjunto de dados. 76
- Gráfico 5 – Variação do comprimento da mola ΔL^2 versus a variação da posição x . O tracejado em vermelho representa a curva que melhor ajusta os pontos experimentais. Os pontos azuis representam os pontos experimentais e os pontos verdes representam pontos da reta usados no cálculo do coeficiente angular..... 82
- Gráfico 6 – Valores da variação de altura (Δh) em função do número de cliques n quando os cliques são colocados no chanfro próximo ao eixo. Os pontos em vermelho são aqueles mostrados na coluna 3 da tabela 10 e a linha pontilhada em vermelho representa o modelo teórico exato (proposto pelo autor)..... 112
- Gráfico 7 – Massas medidas em função das áreas de cada uma das folhas. A reta em vermelho representa a melhor curva que ajusta os pontos experimentais. Os pontos azuis representam os pontos experimentais. 120
- Gráfico 8 – Ângulo de equilíbrio (graus) em função da posição no furo da régua (mm). O tracejado em vermelho representa a curva que melhor ajusta os pontos experimentais. 129
- Gráfico 9 – Massa (em unidades de Au) como função da elongação das molas (em cm): (a) mola 1, com o tracejado em vermelho que melhor ajusta os pontos experimentais; (b) mola 2, com a curva em vermelho que melhor ajusta os pontos experimentais... .. 140

Gráfico 10 – Análise das retas para o gráfico da massa em função da elongação de cada mola: (a) reta passa pela origem quando $x_1 = 0 \text{ cm}$; (b) reta passa pela abscissa quando $x_2 = 0,5 \text{ cm}$	141
Gráfico 11 – Deslocamento da mola em função do peso (força) colocado na sua extremidade inferior. Os pontos azuis representam os pontos experimentais da tabela da questão.	147
Gráfico 12 – Deslocamento da mola em função do peso (força) colocado na sua extremidade inferior. A reta em vermelho representa a reta média, ajustando os pontos experimentais em azuis.	147
Gráfico 13 – Deslocamento da mola em função do peso (força) colocado na sua extremidade inferior. Os pontos verdes representam os pontos a e b usados no cálculo do coeficiente angular da reta, já os pontos azuis representam os pontos experimentais.	149

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Exemplos de expressões para cálculos de propagação de erros (incertezas, desvios), com b sendo constante.	48
Tabela 2 – Temas e conteúdos abordados nas provas experimentais da OBFEP das edições de 2012-2021.	56
Tabela 3 – Valores calculados para as grandezas no primeiro procedimento da questão 2.	75
Tabela 4 – Resultados da primeira questão experimental (OBFEP, nível C).	79
Tabela 5 – Resultados da segunda questão experimental parte A (OBFEP, nível C).	80
Tabela 6 – Resultados da segunda questão experimental parte B (OBFEP, nível C).	81
Tabela 7 – Dados experimentais da questão C1a.	88
Tabela 8 – Dados experimentais da questão 2C.	91
Tabela 9 – Itens do kit experimental da OBFEP 2018 com as devidas quantidades.	107
Tabela 10 – Medidas da altura como função do número de cliques para cada posição no chanfro. A altura inicial da extremidade da haste é $h_0 = (14,50 \pm 0,05) \text{ cm}$	111
Tabela 11 – Medidas da largura, comprimento e área de cada papel do kit experimental.	116
Tabela 12 – Resultados experimentais do procedimento 6b, contendo a variação de altura para cada folha colocada no último ponto de apoio em relação ao centro de massa da balança.	117
Tabela 13 – Resultados experimentais da questão 6, mostrando a massa de cada folha e sua respectiva incerteza.	119
Tabela 14 – Resultados do ângulo de equilíbrio, em graus, para cada posição do gancho colocado nos furos de um lado da régua.	128
Tabela 15 – Medidas de r_2 em função do número de elementos P_2 , a partir do equilíbrio horizontal da régua.	130
Tabela 16 – Medidas da massa do elemento MP_2 , em gramas, em função do número de elementos P_2	132
Tabela 17 – Valores encontrados para as elongações das molas ao serem submetidas pelo peso de cada arruela, em que 1 Au = uma arruela, 2 Au = duas arruelas, 3 Au = três arruelas e 4 Au = quatro arruelas.	140
Tabela 18 – Valores da soma das elongações x_1 e x_2 em função do número de massa das arruelas, onde 1 Au = uma arruela, 2 Au = duas arruelas e 3 Au = três arruelas.	142
Tabela 19 – Dados experimentais (peso e deslocamento) da questão 2.	146

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABP	Aprendizagem Baseada em Problemas
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
COBF	Comissão da Olimpíada Brasileira de Física
IES	Instituição de Ensino Superior
MDF	Fibras de Média Densidade
MHS	Movimento Harmônico Simples
OBF	Olimpíada Brasileira de Física
OBFEP	Olimpíada de Física das Escolas Públicas
OBMEP	Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas
OIF	Olimpíada Internacional de Física
PCN+	Parâmetros Curriculares Nacionais +
SBF	Sociedade Brasileira de Física
SI	Sistema Internacional de Unidades
UFC	Universidade Federal do Ceará
UNESP	Universidade Estadual Paulista
UNICAMP	Universidade Estadual de Campinas
UNIFEI	Universidade Federal de Itajubá
USP	Universidade de São Paulo

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	21
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	27
2.1	O Ensino de Física sob à luz da Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel	27
2.2	As Olimpíadas Científicas na ótica da competitividade e aprendizagem de Física	30
2.3	A abordagem experimental e o Ensino de Física	34
3	METODOLOGIA.....	37
4	TRATAMENTO E ANÁLISE DE DADOS EXPERIMENTAIS.....	41
4.1	Erros de uma medida e incerteza dos instrumentos de medidas.....	42
4.2	Precisão e exatidão de medidas	43
4.3	Desvio das medidas: variância e desvio padrão	45
4.4	Propagação de incertezas	47
4.5	Algarismos significativos e regras de arredondamento.....	48
4.6	Construção e interpretação de gráficos	50
5	PROBLEMAS EXPERIMENTAIS DA OBFEP.....	56
5.1	Movimento Harmônico Simples (MHS)	57
5.1.1	<i>Conceitos</i>.....	57
5.1.2	<i>Abordagem experimental</i>.....	63
5.1.2.1	<i>Experimentos de Pêndulo Simples</i>.....	65
5.1.2.1.1	Prova experimental de 2015	65
5.1.2.1.2	Prova Experimental de 2019.....	72
5.1.2.2	<i>Experimento de oscilador massa-mola</i>.....	77
5.2	Calorimetria	85
5.2.1	<i>Conceitos</i>.....	85
5.2.2	<i>Abordagem experimental de 2019</i>.....	87
5.3	Hidrostática	92
5.3.1	<i>Conceitos</i>.....	92
5.3.2	<i>Abordagem experimental de 2014 e 2016</i>.....	94
5.4	Mecânica: balanças e equilíbrio de rotação	104
5.4.1	<i>Conceitos</i>.....	104

5.4.2	<i>Abordagem experimental de 2018</i>	106
5.5	Mecânica: estática dos corpos rígidos	121
5.5.1	<i>Conceitos</i>	121
5.5.2	<i>Abordagem Experimental de 2013</i>	125
5.6	Mecânica: Lei de Hooke	133
5.6.1	<i>Conceitos</i>	133
5.6.2	<i>Abordagem experimental de 2012</i>	137
5.6.3	<i>Abordagem experimental de 2021</i>	144
5.7	Eletrromagnetismo: efeito termiônico	151
5.7.1	<i>Conceitos</i>	151
5.7.2	<i>Abordagem experimental de 2021</i>	154
6	CONCLUSÃO	160
	REFERÊNCIAS	162
	APÊNDICE A – GRÁFICO FEITO À MÃO NO PAPEL MILIMETRADO	167
	ANEXO A – CADERNO DE RESOLUÇÕES DA SEGUNDA FASE (OBFEP 2018)	168

1 INTRODUÇÃO

No prefácio da primeira edição do livro *Como pensamos*, de John Dewey, o autor tece o seguinte comentário:

Provavelmente, a causa mais frequente pela qual a escola não consegue garantir que os alunos pensem verdadeiramente é que não se provê uma situação experimentada, de tal natureza que obrigue a pensar, exatamente como o fazem as situações extraescolares. (DEWEY, 1959, p. 104).

Apesar de ser um ponto de vista sobre o ensino do século XX, tal comentário exprime uma realidade da educação brasileira ainda cristalizada nos dias atuais. Sob essa ótica, é nítido a permanência das dificuldades e problemas que afetam o sistema de ensino de Ciências, sobretudo no ensino da Física. Atrelado a essa problemática, torna-se cada vez mais desafiador ensinar e aproximar os estudantes em atividades escolares. Na busca por alternativas que façam com que os alunos fiquem mais interativos e que também haja uma iniciativa para a popularização e difusão da ciência, houve a criação de programas educacionais, nos quais se destacam as olimpíadas científicas. Assim, as olimpíadas assumem um nível de importância como metodologia de ensino e aprendizagem, reafirmando o que John Dewey propôs ao defender a importância das experiências vivida pelos alunos na resolução de problemas que permitem mobilizar os conceitos envolvidos nas mais diversas áreas de conhecimento, tornando a disciplina de Física mais atrativa e fascinante.

Nesta perspectiva, é possível notar que a monotonia do ensino pode ser considerada uma das grandes causas do desinteresse dos alunos, de forma que a Física, quando não bem ensinada e explorada em sala de aula, pode perder seu encanto (PASTORINI, 2013; ANDREATA, 2019). Desta forma, as olimpíadas científicas podem engendrar uma série de benefícios para a aprendizagem dos estudantes, tornando-se uma prática promissora e atrativa para os discentes. Já no que se refere à prática docente, incumbe ao educador manter os aprendizes continuamente engajados com os diversos conteúdos. À vista disso, as olimpíadas científicas manifestam em seu cerne como “[...] novos meios de aprendizagem, através das provas que incentivam a busca por conhecimentos, sejam eles gerais ou específicos, além de atividades que colocam em consideração a criatividade [...]” (ROCHA *et al.*, 2016, p. 10).

Em um panorama global, as Olimpíadas de Física se iniciaram na década de 60 quando três professores de física (C. Scislowski, da Polônia; R. Kostial, da então Tchecoslováquia; e R. Kunfalvi, da Hungria) decidiram organizar uma competição acadêmica entre os melhores estudantes de física de seus países. Surgiu, então, a primeira Olimpíada Internacional de Física (OIF), que ocorreu em Varsóvia, na Polônia, em 1962. (VIANNA *et al.*, 2000).

No entanto, só foi apenas um pouco mais tarde, quase vinte anos após a edição em Varsóvia, que o Brasil organizou e participou da primeira Olimpíada de Física, ainda em âmbito regional. Tal edição ocorreu nos anos de 1985 a 1987, no Estado de São Paulo, sendo organizada por Shiguo Watanabe. Já em 1986, por iniciativa do professor Vicente Roberto Dumke, realizou-se a Olimpíada Paranaense de Física, mas que nos anos subsequentes, até o ano de 1995, ambas deixaram de ser realizadas por falta de apoio institucional. No estado do Ceará a primeira olimpíada cearense de física ocorreu em 1993 organizada pela PREX (Pró – Reitoria de Extensão) através do projeto NECIM (Núcleo de Ensino de Ciências e Matemática) coordenado pela professora Maria Liduina Corrêa Leite e teve a contribuição dos professores Paulo César, José Airton e Cleuton Freire. A Olimpíada Cearense de Física não foi realizada apenas nos anos de 2020 e 2021 por conta da pandemia de covid-19, mas será retomada a partir de 2022.

Em 1999, a Sociedade Brasileira de Física (SBF) realizou a primeira Olimpíada Brasileira de Física (OBF). Essa primeira olimpíada, em âmbito nacional, seguiu os moldes de outros países e coube a associação brasileira promover um teste de física a cada ano. Dos objetivos deste teste, Costa *et al.* (2019) destacam que ele poderia ser utilizado como um meio de estimular mais interesse pela Física, aprimorar o ensino dessa disciplina nas escolas públicas e privadas, além de incentivar os estudantes a ingressarem em universidades para seguir carreiras nas áreas de ciência e tecnologia. Além disso, o bom desempenho dos estudantes na OBF pode ser utilizado como um passaporte para participar das Olimpíadas Internacionais de Física e que, por conseguinte, haveria parâmetros para comparar o nosso ensino com o de outros países.

Em linhas gerais, a Olimpíada Brasileira de Física (OBF) é organizada por uma comissão nacional denominada Comissão da Olimpíada Brasileira de Física (COBF), com sede na SBF, que está situada na Cidade Universitária da USP, em São Paulo. Os trabalhos da OBF

são promovidos em cada estado por uma coordenação estadual, cuja sede encontra-se, em geral, em uma Instituição de Ensino Superior (IES).

No que tange à organização, a OBF é elaborada em diferentes níveis, que diferem nos conteúdos e na forma de abordagem, nos quais constam o nível I (8º e 9º anos), nível II (1º e 2º anos) e nível III (3º ano do ensino médio 4º ano do ensino técnico). É dividida em três fases: uma eliminatória (primeira fase), composta por questões de múltipla escolha; outra eliminatória (segunda fase), inteiramente discursiva, englobando questões de resposta direta e questões de resposta aberta, que geralmente variam de oito a doze itens a depender do nível; e classificatória (terceira fase), composta de uma parte teórica e outra experimental.

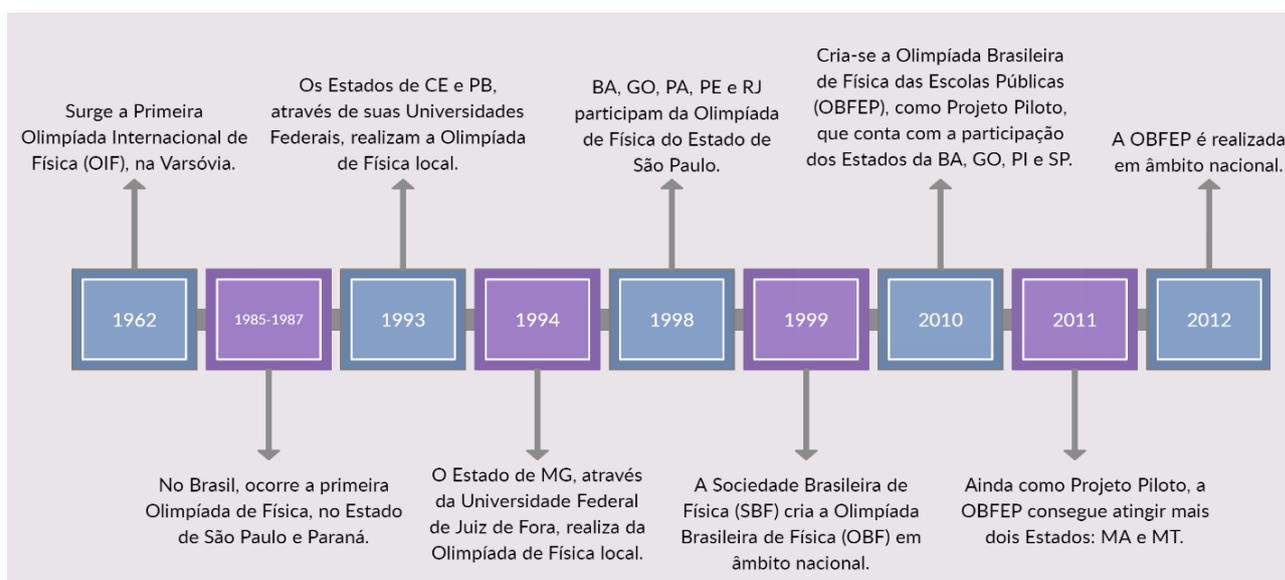
Após a criação da OBF, que conseguiu atingir um público bem maior de unidades federativas, ficou evidente que essa ferramenta seria uma grande possibilidade para fazer com que os estudantes fossem estimulados a se aprofundarem nos conteúdos de Física, contribuindo para o aperfeiçoamento dos currículos escolares no tocante ao ensino de ciências. Entretanto, ainda no primeiro ano do evento, a SBF aplicou um questionário destinado a todos os participantes em que foram solicitadas informações sobre itens como: número de aulas de física que os alunos têm por semana e dificuldades encontradas na resolução das questões, entre outros. Como resultado da consulta, os organizadores constataram que 71% dos estudantes da rede pública têm somente duas aulas de física por semana, enquanto na rede particular apenas 6% têm esta carga horária; 20% dos estudantes da rede pública têm três ou quatro aulas de física por semana, enquanto na rede particular os alunos com esta carga horária atingem 72%; 19% dos alunos da rede particular possuem cinco ou seis horas semanais de aulas de física, para apenas 2% dos alunos da rede pública com esta carga horária (VIANNA *et al.*, 2000).

Esses parâmetros avaliados no questionário de 2000 e os resultados ajudam a explicar uma das causas do pequeno número de estudantes da rede pública entre os vencedores da OBF. Prova disso é, por exemplo, o maior desempenho dos alunos da rede privada e oriundos de colégios militares na OBF de 2009¹, existindo um fosso entre o ensino público (estadual e municipal) e o privado. Dessa forma, o elevado nível de dificuldade da prova da OBF para os parâmetros nacionais pode ser um dos fatores de desestímulo de participação de muitos estudantes de escolas públicas. Em virtude desta problemática, havia a necessidade de valorizar

¹ Dados levando em conta a premiação em nível nacional e nível estadual. Disponível em: <<https://sec.sbfisica.org.br/olimpiadas/obf2009/Resultados.shtm>>.

a escola pública e desenvolver práticas educativas que envolvessem o maior número possível de estudantes. Assim, criou-se a Olimpíada Brasileira de Física das Escolas Públicas (OBFEP) em 2010, com caráter de Projeto Piloto, aplicado nos estados da Bahia, Goiás, Piauí e São Paulo. Em 2011, ainda como piloto, a OBFEP aconteceu nos quatro estados citados, e mais Maranhão e Mato Grosso. A partir de 2012 a Olimpíada Brasileira de Física das Escolas Públicas passou a ser um programa permanente da Sociedade Brasileira de Física (SBF), aplicado em todo Brasil (NAKAMURA; MARTINS; GUTMANN, 2012). A figura 1 mostra com detalhes os principais aspectos da evolução das Olimpíadas de Física a nível estadual (local), nacional e internacional.

Figura 1 – Linha do tempo representando a evolução das Olimpíadas de Física a nível estadual, nacional e internacional.



Fonte: elaborado pelo autor.

A OBFEP, assim como a OBF, possui uma organização similar, envolvendo um grande número de participantes, agentes educacionais e estudantes. Atualmente ela é realizada em duas fases, sendo que em cada uma os alunos participantes são divididos em três níveis: nível A (alunos matriculados no 9º ano do Ensino Fundamental), nível B (alunos matriculados na 1ª e 2ª série Ensino Médio) e nível C (alunos matriculados na 3ª série e 4ª série, se houver). A primeira fase ocorre na escola do estudante participante, com apenas questões de múltipla escolha; já a segunda fase, que conta com questões discursivas e experimentais (parte prática) específicas para cada nível, é realizada em centros de aplicação indicados pelo Coordenador Estadual. À comissão organizadora da OBFEP incumbe analisar o desempenho dos

participantes na primeira fase e estipular o número mínimo de acertos necessários para avançar para a fase subsequente.

Dos objetivos da OBFEP, no regulamento da edição de 2021 constam os principais pontos:

(a) despertar e estimular o interesse pela Física e pelas ciências; (b) aproximar as universidades, institutos de pesquisa e sociedades científicas das escolas públicas; (c) identificar estudantes talentosos e incentivar seu ingresso nas áreas científicas e tecnológicas; (d) incentivar o aperfeiçoamento dos professores das escolas públicas contribuindo para sua valorização profissional; (e) promover a inclusão social por meio da difusão do conhecimento; (f) contribuir para a melhoria da qualidade da Educação Básica possibilitando que um maior número de alunos brasileiros possa ter acesso a material didático de qualidade; (g) proporcionar desafios aos estudantes e incentivar a experimentação com propostas de kits didáticos; (h) promover a difusão e divulgação dos avanços da Física e das Ciências. (OBFEP, 2021, *online*).

A cada ano o programa atinge um número maior de escolas públicas participantes. Na edição de 2019, se inscreveram 2.518 escolas públicas, de 1.120 cidades de todas as regiões, do Distrito Federal e dos estados do país, com previsão de participação nessa fase de cerca de meio milhão de estudantes (OBFEP, 2019). Devido à pandemia de Covid-19, ocasionada pelo SARS-CoV-2, a edição da OBFEP 2020 foi suspensa pela Comissão Nacional que a coordena. Já na edição de 2021, a olimpíada conseguiu atingir várias escolas e o Ceará foi o Estado com maior número de escolas cadastradas (231 escolas) e em número de alunos inscritos foi o terceiro maior do país com 23.949 alunos, no qual deste contingente 1.498 alunos foram promovidos para a segunda fase. Apesar desses dados demonstrarem um grande quantitativo de estudantes que participam nas edições da OBFEP, ainda é uma grande parcela que lida com a escassez de materiais destinados à preparação e aprofundamento para os moldes dessa olimpíada, já que não há muitas fontes de treinamento quando comparado com a OBF, por exemplo, o que reforça a necessidade da produção científica voltada para esse público.

Santiago (2011), por exemplo, analisou a edição de 2010 da OBF no Rio de Janeiro com o objetivo de estudar as possíveis dificuldades que os alunos poderiam ter ao longo da preparação e realização desta olimpíada. Utilizando uma metodologia que analisava as características regionais dos alunos (moradores do interior ou da capital do Estado) e também o colégio em que estudavam (público ou privado), o autor constatou a má formação experimental dos alunos que, por conseguinte, tinham dificuldades na execução da parte experimental da OBF. Essa análise, por sua vez, pode ser facilmente estendida para a OBFEP, já que a parte experimental da segunda fase desta olimpíada pode demandar um grau de

complexidade fora do alcance dos alunos devido à carência da maioria das escolas públicas nas áreas experimentais de ensino.

Sob essa lógica, neste trabalho vamos apresentar e compilar os problemas experimentais abordados nas provas anteriores da OBFEP, que são difíceis de serem encontradas na literatura, discutindo as montagens e propondo um guia de solução. Para atingir tal objetivo, pretende-se efetuar uma análise das provas experimentais das edições de 2012 a 2012, dos níveis A, B e C, e também analisar a produção científica voltada às produções sobre a OBFEP e da Física Experimental voltada especificamente ao público da Educação Básica. Espera-se que os professores usem o conjunto de atividades experimentais da segunda fase, que apesar de serem simples, podem melhorar o ensino e aprendizagem dos alunos, nomeadamente na componente experimental.

O presente trabalho está estruturado em seis capítulos, incluindo este primeiro. No segundo capítulo, é efetuada uma revisão bibliográfica buscando ancoragem teórica nos estudos de diversos profissionais da área da educação que discutem o tema central do trabalho. No terceiro capítulo, encontra-se a descrição da metodologia adotada e aspectos relevantes para a construção do material didático. O quarto capítulo apresenta parte da construção do material didático, abordando tópicos importantes voltados à análise e tratamento de dados experimentais. No quinto capítulo, encontra-se o conjunto de problemas abordados nas provas experimentais da OBFEP. Este capítulo está subdividido em duas partes: abordagem teórica (revisão teórica dos assuntos da Física abordados em cada experimento) e abordagem experimental (com soluções detalhadas e discussão de possíveis dificuldades que os alunos enfrentariam ao realizar o experimento). Por fim, no último capítulo é apresentada a conclusão do trabalho e algumas sugestões para futuros trabalhos.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo, vamos explicar sobre o ensino da Física baseado na teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel, bem como analisar alguns teóricos que fundamentam a construção de objetos considerando tal teoria. Também será abordada a importância das atividades experimentais no Ensino de Física, que permitem auxiliar os alunos a compreenderem melhor os fenômenos, atribuindo maior importância e significado, bem como permitirá ao professor ampliar a dinamicidade e possibilidades de tornar suas aulas mais esclarecidas e os conteúdos assimilados por seus alunos. Além disso, em nosso referencial teórico procuramos discutir as possibilidades e limitações do uso das olimpíadas científicas, sobretudo da OBFEP.

2.1 O Ensino de Física sob à luz da Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel

A Física é uma ciência de caráter teórico e experimental e possui uma simbologia própria, a qual acarreta muitas dificuldades no processo de ensino e aprendizagem dos alunos. Assim, urge a necessidade de metodologias ativas que contrastam o modelo tradicional de ensino, criando um ambiente de ensino que visa uma aprendizagem significativa associada à formação de alunos participativos e colaborativos. Entretanto, buscar alternativas para o modelo tradicional não é necessariamente algo novo. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+) do ensino médio apontam possíveis caminhos a serem trilhados na direção de uma prática pedagógica mais adequada. No documento, entre outras possibilidades, é colocado que:

(...) finalidades para o conhecimento a ser apreendido em Física que não se reduzem apenas a uma dimensão pragmática, de um saber fazer imediato, mas que devem ser concebidas dentro de uma concepção humanista abrangente, tão abrangente quanto o perfil do cidadão que se quer ajudar a construir. Esse objetivo mais amplo requer, sobretudo, que os jovens adquiram competências para lidar com as situações que vivenciam ou que venham a vivenciar no futuro, muitas delas novas e inéditas. Nada mais natural, portanto, que substituir a preocupação central com os conteúdos por uma identificação das competências que, se imagina, eles terão necessidade de adquirir em seu processo de escolaridade média (BRASIL, 2002, p. 61).

Ainda nessa discussão sobre ações de intervenções pedagógicas mais adequadas, somam-se as contribuições que o documento da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) trazem para o Ensino Médio em que a Física, Biologia e Química encontram-se agregadas na

área de Ciências da Natureza. Este documento contemporâneo traz os seguintes aspectos em relação aos processos e práticas de investigação a serem utilizados em sala de aula:

(...) Portanto, a dimensão investigativa das Ciências da Natureza deve ser enfatizada no Ensino Médio, aproximando os estudantes dos procedimentos e instrumentos de investigação, tais como: identificar problemas, formular questões, identificar informações ou variáveis relevantes, propor e testar hipóteses, elaborar argumentos e explicações, escolher e utilizar instrumentos de medida, planejar e realizar atividades experimentais e pesquisas de campo, relatar, avaliar e comunicar conclusões e desenvolver ações de intervenção, a partir da análise de dados e informações sobre as temáticas da área. (BRASIL, 2018, p. 550).

Com efeito, fica nítido que os PCNs e a BNCC deixam claro que devemos tratar a Física como uma disciplina que ensina para vida, chamando atenção de uma aprendizagem duradoura que seria alcançada com a busca por um modelo de ensino que vai além da teórica, tendo como foco a parte experimental. Essa possibilidade, ainda que encontre ressonância em diversas teorias da aprendizagem, se amolda de forma bastante ajustada com as ideias de Ausubel e sua teoria, a teoria da aprendizagem significativa (KIEFER, 2013, p. 13).

Em primeiro plano, a teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel (AUSUBEL, NOVAK E HANESIAN, 1980; AUSUBEL, 2003) se propõe a lançar as bases para a compreensão de como o ser humano constrói significados e desse modo apontar caminhos para a elaboração de estratégias de ensino que facilitem uma aprendizagem significativa.

Para compreendermos a teoria da aprendizagem significativa é importante sabermos que

[...] o processo de aquisição de informações resulta em uma alteração quer das informações recentemente adquiridas, quer do aspecto especificamente relevante da estrutura cognitiva, à qual estão ligadas as novas informações. Na maioria dos casos, as novas informações estão ligadas a um conceito ou proposição como ideias relevantes da estrutura cognitiva. De forma a indicar que a aprendizagem significativa envolve uma interação seletiva entre o novo material de aprendizagem e as idéias preexistentes na estrutura cognitiva, iremos empregar o termo ancoragem para sugerir a ligação com as idéias preexistentes ao longo do tempo. (AUSUBEL, 2003, p. 03).

Nessa visão acima, podemos constatar que a aprendizagem significativa é um processo pelo qual uma nova informação (que pode assumir um conceito ou ideia, por exemplo) se relaciona com um aspecto relevante da estrutura de conhecimento de um estudante. Em outras palavras, esse processo envolve assimilação da nova informação com uma estrutura de conhecimento específico, definido como subsunçor, um determinado conhecimento prévio.

Ausubel recomenda a utilização de organizadores para facilitar a aprendizagem significativa, esses recursos devem ser propostos antes da utilização do material de

aprendizagem, servindo de ligação entre o conhecimento prévio e o assunto que se pretende ensinar. Segundo Moreira:

[...] a principal função do organizador prévio é a de servir de ponte entre o que o aprendiz já sabe e o que ele deve saber, a fim de que o material possa ser aprendido de forma significativa, ou seja, organizadores prévios são úteis para facilitar a aprendizagem na medida em que funcionam como “pontes cognitivas”. (MOREIRA, 1999, p. 155).

Em concordância com as ideias de Ausubel e Moreira, podemos frisar que a aprendizagem ocorre com a assimilação pela estrutura cognitiva do indivíduo de significados novos. No entanto, esse processo de internalizar ideias e conceitos novos é algo delicado, tendo em vista que a aprendizagem pode ocorrer de forma mecânica ou significativa.

Numa transição de uma aprendizagem mecânica para uma aprendizagem significativa, segundo Ausubel, pode haver dois tipos de aprendizagem intermediárias concomitantes: por recepção e por descoberta, que compartilham de algumas propriedades tanto de mecanicismo (automação) quanto de atribuição de significados. Desta maneira, a aprendizagem receptiva e a aprendizagem por descoberta também podem se situar em um contínuo que neste caso pode ser percorrido em sentidos opostos, em direção a seus limites extremos em que se situam a aprendizagem mecânica e a aprendizagem significativa (que também aqui não podem ser considerados como polos opostos) (Ornellas Farias, 2018; *apud* Moura, 2019, p. 27).

Ainda de acordo com Moreira (1993, p. 11), a aprendizagem significativa nos moldes ausubelianos “é um processo por meio do qual uma nova informação se relaciona, se maneira substantiva (não-literal) e não-arbitrária, a um aspecto relevante da estrutura cognitiva do indivíduo”. Isso significa que o que se aprende de forma significativa é a essência do conteúdo, sem a necessidade de memorização do material educacional tal qual ele é apresentado, por isso a obrigatoriedade de ser substantiva. Além disso, a não-arbitrariedade significa que tanto o professor quanto o aluno não têm controle sobre o processo de aprendizagem, de forma que não é possível escolher quais ideias serão ancoradas na estrutura cognitiva do aluno.

É necessário, portanto, que as ideias e conceitos estejam disponíveis na estrutura cognitiva do aprendiz para que as novas ideias e novos conceitos sejam aprendidos com significado. Dessa forma, no contexto escolar o material instrucional tem que ser potencialmente significativo para que o estudante consiga estabelecer as ligações das novas ideias com as ideias ancoradas. Sendo assim, as provas experimentais da OBFEP, que serão

abordadas neste trabalho, servem de organizadores prévios, com a intenção de conectar os conhecimentos prévios dos estudantes.

O material instrucional corresponde aos fatores externos da aprendizagem. Nessa perspectiva, é na junção das duas possibilidades levantadas como de extrema relevância para o ensino da Física, ou de qualquer outra disciplina, ensinar de forma significativa (KIEFER *et al.*, 2013). Para isso, a proposta deste trabalho materializa-se na necessidade de desenvolver, a partir da teoria de Ausubel fundamentada nos organizadores prévios, um material didático potencialmente significativo que promova o entendimento dos conteúdos de Física, permitindo a organização dos conceitos e com isso o objetivo de buscar uma aprendizagem significativa. Dessa forma, espera-se que este trabalho possa desenvolver competências e habilidades aos alunos a participarem das provas experimentais da OBFEP, atribuindo-lhes alguns significados na medida em que são constantemente expostos a problemas diferentes e inovadores que requerem dose de criatividade.

No entanto, apenas o uso do material didático que será produzido neste trabalho não garantirá uma aprendizagem significativa, pois este processo é permeado tanto pelas ações do educador quanto do aprendiz. O papel do educador é escolher este material adequadamente e trabalhar o conteúdo de uma forma que a aprendizagem significativa seja natural (LARA e SOUZA, 2009). Ainda nessa linha de pensamento, Moreira (2016) expõe que o aprendiz deve tomar a decisão de agir ativamente no processo, buscando relacionar os conhecimentos em sua estrutura cognitiva, assimilando, organizando e dando sentido àquilo que lhe é apresentado/descoberto. Em suma, o docente, ao se apropriar desses materiais, deve criar um ambiente que seja propício à aprendizagem, tornando-se motivador dos alunos – e as aulas demonstrativas, nas quais poderiam utilizar os experimentos da OBFEP, têm como uma de suas principais características a alta capacidade de motivação dos alunos, o que torna a aprendizagem mais significativa.

2.2 As Olimpíadas Científicas na ótica da competitividade e aprendizagem de Física

Na literatura, é comum alguns educadores questionarem até que ponto as atividades competitivas, como as olimpíadas científicas, são salutares no ambiente escolar, com receio de fazer com que a competição seja mais importante que a aprendizagem. Essa visão projeta um grande desafio para os profissionais do ensino Física para encontrar formas eficazes que

comprometam o engajamento dos alunos nas atividades de ensino e, ao mesmo tempo, possibilitam uma aprendizagem com mais significado. Nesse contexto, as olimpíadas científicas têm se constituído como uma atividade alternativa frequente nos calendários escolares em nível nacional, estadual e municipal. Trata-se de uma atividade extracurricular em espaço não formal de aprendizagem (LANGHI e NARDI, 2009, p. 178). No entanto, mesmo que essa prática escolar comum seja uma ferramenta de inserir os alunos nos estudos mais aprofundados do conhecimento científico, é preciso discutir as críticas ao modelo competitivo e como elas suscitam a reflexão acerca dos benefícios e riscos das olimpíadas, sobretudo a OBFEP.

O pressuposto da competição está presente em toda a nossa sociedade e, embora tenha efeito midiático, os resultados qualitativos estão propensos a questionamentos. Para Novaes (2009, p. 17), “[...] cria-se nas unidades escolares uma cultura empresarial competitiva de tal forma que o trabalhador – incluindo aí os professores, diretores e demais funcionários – passa a sentir-se responsável (e ser responsabilizado) pessoalmente pelo sucesso ou fracasso escolar dos alunos [...]”. De fato, o que o referente autor discute é tangível no campo escolar quando se compara os resultados da OBFEP, pois, muitas escolas vencedoras enaltecem a imagem do aluno vencedor, como se fossem as únicas responsáveis pelo sucesso do mesmo e, por conseguinte, as demais escolas assumem a responsabilidade pelo fracasso dos seus alunos que não alcançaram o primeiro lugar.

Essa análise pode ser estendida para um ambiente mais restrito quando analisamos a sala de aula. Hoje, por exemplo, é muito comum premiar estudantes com melhores notas que, apesar de ser uma estratégia bastante utilizada, também é alvo de muitas críticas. Isto faz com que eles compitam apenas pela recompensa, além de se concentrarem em quem vai ganhar ou perder e não com o conteúdo que eles estão aprendendo. Dweck (2000) relata sua experiência e os respectivos resultados obtidos quando os alunos foram premiados pelo esforço e pela inteligência respectivamente. A mesma autora esclarece que se o professor premiar o aluno por sua inteligência, este aluno ficará preocupado se não receber a recompensa e questionará quanto à sua própria capacidade. Em concordância com a autora, é possível utilizar a recompensa, desde que ela seja feita corretamente, ou seja, dever-se-ia premiar o processo (o esforço, as estratégias, as ideias) e não a pessoa.

Em conformidade com essa discussão entre premiar o esforço e premiar a inteligência em sala de aula, podemos concluir que essas ações promovem a instalação involuntária de um ambiente competitivo em sala de aula. Por essa razão,

[...] a escola, ao compartilhar com os alunos seus objetivos e metas, poderia melhor explorar as configurações motivacionais facilitadoras de modalidades construtivas de interdependência social. Estaria, pois, integrando espaços de cooperação a espaços de competição e de atividades individuais de maneira a propiciar um desenvolvimento pleno, flexível, sadio e diversificado a seus alunos, na direção de valores democráticos, e de autonomia associada à solidariedade. (PALMIERI, 2003, p.19).

À vista disso, a OBFEP, quando aplicada em uma escola como ação pública, não pode ser interpretada como causadora de exclusão, mas destinada a melhorar o ensino através do estímulo ao interesse de alunos e professores pelo estudo da Física. Por isso, há a necessidade de ampliar a discussão sobre os objetivos principais em atividades relacionadas a olimpíadas científicas, pois, em concordância com os autores Rezende e Ostermann (2012), elas devem ter objetivos maiores que a mera competição e a busca pela premiação individual e imediata (REZENDE e OSTERMANN, 2012).

Silva (2020) ainda discute que competições nacionais entre escolas assim como a Olimpíada Brasileira de Física das Escolas Públicas, bem como outras desenvolvidas no país, não estão focadas em promover as melhores escolas ou os melhores professores, mas sim tem como objetivo a valorização da escola pública, a melhoria do ensino e estudo das ciências, propiciando ao estudante uma forma de avaliar sua aptidão e seu interesse pela ciência, em geral, e pela Física em particular.

Lopes (2001) ao se referir às olimpíadas de informática, ressalta os objetivos pedagógicos alcançados por esse tipo de atividade extracurricular, que são: i) o aumento da atenção e da concentração – a falta de concentração é ocasionada, muitas vezes, pelo desinteresse em uma determinada atividade proposta em sala de aula; ii) o desenvolvimento da autonomia – algumas competições permitem o desenvolvimento do estudante ao possibilitar que ele tome decisões; e iii) redução da descrença na capacidade de realização – ao ser colocado em um desafio, o estudante tem a oportunidade de desenvolver sua capacidade criativa, acreditar em si mesmo, executar uma ação e atingir um determinado objetivo. De fato, o estudo do autor supracitado facilmente corrobora com os objetivos pedagógicos a serem alcançados com o uso da OBFEP em sala de aula.

Ainda nessa lógica, a pesquisadora Maranhão (2010), ao trabalhar com o uso da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) como uma ferramenta de ensino e aprendizagem em sala de aula, constatou dois impactos positivos: o primeiro diz respeito à utilização da resolução de problemas da olimpíada que proporcionou uma maior interação entre o conteúdo estudado e o meio em que o aluno estava inserido; o segundo refere-se à melhoria do rendimento do aluno na disciplina de Matemática, pois foi possível desenvolver habilidades específicas, como a criatividade, o raciocínio, a argumentação e a modelagem. Tal estudo reforça mais uma vez a importância de usar as olimpíadas científicas como ferramenta metodológica, onde a OBFEP mais uma vez ganharia peso, ainda mais por também ser voltada às Escolas Públicas, como a OBMEP.

Outros autores também concordam em ampliar os objetivos das olimpíadas científicas. Robinson (2003), por exemplo, coordenador das olimpíadas científicas do Ensino Médio de Nova Iorque, também é um incentivador desse tipo de competição. Ele afirma que as olimpíadas científicas desafiam os estudantes com problemas de ciências, incentivando a criatividade, engenhosidade e perícia em uma disciplina, diversificando as formas de aprendizagem. Dessa forma, podemos constatar que essas atividades despertam a motivação e, como consequência, aumentam o engajamento dos estudantes para com os conteúdos escolares.

Além disso, para fora da sala de aula, algumas universidades implementam políticas de acesso a cursos de graduação para medalhistas em olimpíadas científicas, fazendo com que os estudantes também se sintam mais engajados e comprometidos. Das universidades públicas que possuem em seu processo seletivo vagas olímpicas, destacam-se a Universidade de São Paulo (USP), Universidade Estadual de Campinas (Unicamp), Universidade Estadual Paulista (UNESP) e a Universidade Federal de Itajubá (UNIFEI). No edital² da UNIFEI para o processo seletivo de 2021, por exemplo, foram ofertados 16 cursos para estudantes medalhistas da OBFEP.

Nesse ínterim, considerando as olimpíadas científicas como atividades de divulgação científica, elas devem então promover a “[...] utilização de recursos, técnicas, processos e produtos (veículos ou canais) para a veiculação de informações científicas, tecnológicas ou associadas a inovações ao público leigo” (BUENO, 2009, p. 162). Assim,

² Para mais informações, o edital encontra-se disponível em: <https://owncloud.unifei.edu.br/index.php/s/IgLXddDxm6VGCY>.

promover olimpíadas potencializa-as como ferramenta de ensino e aprendizagem. Ancorado a esta ideia, a proposta deste trabalho dialoga com o uso das questões experimentais OBFEP como uma oportunidade de diversificar as ferramentas de ensino, de ampliar as discussões da em sala de aula e de inserir novos temas da Físicas nessas discussões.

2.3 A abordagem experimental e o Ensino de Física

O ensino de Física nas escolas de educação básica ainda está pautado numa abordagem onde ocorre o desvínculo da realidade dos alunos, descontextualizado historicamente, pautado na memorização e ministrado em uma concepção tradicionalista, isto é, caracterizada pela transmissão-recepção de informações. Nesse sentido, é preciso adotar uma metodologia que faça com que os alunos deixem de ser meros receptores, e uma das alternativas está centrada na utilização de atividades experimentais para o aprendizado em sala de aula. Metodologia essa que segundo Carvalho *et al.* (1998, p. 14):

[...] possa favorecer a concorrência de perguntas, questionamentos que proporcionem situações problemáticas interessantes e possibilitem a construção de conhecimentos adequados, ou seja, devem-se buscar conteúdos dentro do mundo da criança – mundo físico em que ela vive e brinca – os quais podem ser trabalhados [...].

A importância da instrumentação nas aulas de Física é muito discutida e várias opiniões sobre o assunto e sua influência na aprendizagem são apontadas. Segundo Nardi (2009), a experimentação é uma maneira de despertar o interesse pelas ciências da natureza, trazendo o conteúdo abordado, mais evolutivo e interdisciplinar, levando a interação do saber prático ao saber integrado. Sendo assim, corroborando com o processo de ensino aprendizagem, tanto para o professor, quanto para o estudante. Atividades experimentais representam uma estratégia didática, pois propiciam um ambiente com situações favoráveis às abordagens das dimensões teóricas, sobretudo, fenomenológicas ao conhecimento científico.

A importância da experimentação no processo de aprendizagem também é discutida por Bazin (1987) que, em uma experiência de ensino não formal de Ciências, aposta na maior significância desta metodologia em relação à simples memorização da informação, método tradicionalmente empregado nas salas de aula. Nessa lógica, Bartzik *et al.* (2016) ainda discute que a utilização da experimentação facilita a assimilação dos conteúdos científicos trabalhados, como também possibilita o diálogo entre o aluno e o mundo que o cerca, e direciona os valores construídos durante a formação escolar para a sociedade. Assim, esses autores nos levam a

pensar que nas aulas de ciências, sobretudo no ensino de Física, a realização de experimentos é uma excelente ferramenta a ser utilizada para que os alunos estabeleçam uma relação dinâmica e inseparável entre teoria e prática.

Araújo e Abib (2003) classificam as atividades experimentais em três tipos: atividades de demonstração, de verificação e de investigação. Nas atividades de demonstração, o professor conduz toda a atividade e os alunos apenas observam, as atividades de verificação são realizadas para comprovar uma teoria ou uma lei e somente nas atividades investigativas os alunos participam do processo, interpretando o problema e apresentando possíveis soluções para o mesmo.

Diante dessas contribuições dos autores, é nítido que o uso de experimentos no ensino de Física é de grande potencial para uma aprendizagem significativa, assumindo diferentes aspectos e contextos. No entanto, conforme Arruda *et al.* (2007), as atividades experimentais não são tão comumente utilizadas como recursos pedagógicos para o ensino. Diversos são os motivos apresentados, como falta de material de qualidade, falta de tempo para preparar e montar uma aula experimental, falta de um laboratório ou espaço adequado. Além desses fatores, há a má formação docente já que alguns professores não tiveram sua formação baseada na prática experimental (OLIVEIRA *et al.*, 2005). Esses motivos conflitantes podem fazer com que o docente opte por dar uma aula tradicional, que é muitas vezes cansativa para o aluno e não apresenta um significado real, o que faz o aluno desistir de aprender.

Neste bojo, Moura (2019) ainda discute que existe também a necessidade de investimentos na estrutura física da escola, visto que, geralmente, as escolas não têm um laboratório didático de Física para as aulas práticas. Um laboratório de Física básico montado com material alternativo de baixo custo ou até mesmo a utilização dos kits experimentais das provas de segunda fase da OBFEP seria uma boa alternativa. Não é necessário um aparato sofisticado para desenvolver uma boa aula de Física experimental. O estudante com orientação do professor pode manipular e construir seu próprio material de laboratório sendo um ponto de grande importância na aprendizagem.

Diante dessa realidade, é proposto de se explorar como uma alternativa à carência de equipamentos experimentais nas escolas a utilização em sala de aula, dos kits experimentais fornecidos aos estudantes participantes da segunda fase da Olimpíada Brasileira de Física das Escolas Públicas (OBFEP). No lugar de utilizar um laboratório tradicional de física com soluções de algoritmos, usar roteiros com atividades abertas, de cunho investigativo é uma

solução para o problema supracitado, no qual, em nossa apreciação, os kits experimentais dessa olimpíada se adequam bem a resolver essa carência e estimular os estudantes a uma nova perspectiva no processo ensino aprendizagem (MOURA, 2019, p. 32).

Nessa perspectiva, o uso dos experimentos da OBFEP ganha um peso por ser um excelente recurso para ser utilizado em sala de aula por professores que desejem preparar seus estudantes para tal competição científica ou até mesmo para as disciplinas, em geral. Assim, os professores podem se apropriar destes materiais de cunho investigativo e experimental para construir os conhecimentos que possam despertar o aprender nos alunos de forma interessante e prazerosa.

3 METODOLOGIA

Essa pesquisa foi desenvolvida em duas etapas. Na busca pela compreensão sobre o objeto investigado, a primeira etapa pautou-se nos pressupostos da abordagem qualitativa conforme explicado por Creswell (2007, p. 186): “a pesquisa qualitativa é fundamentalmente interpretativa, na qual o pesquisador faz uma interpretação dos dados”. A opção metodológica foi a pesquisa qualitativa na modalidade documental, pois utilizamos como fonte de dados as provas da OBFEP no período de 2012 a 2021. Nesse bojo, Appolinário (2009, p. 85) afirma que, “sempre que uma pesquisa se utiliza apenas de fontes documentais (livros, revistas, documentos legais, arquivos em mídia eletrônica), diz-se que a pesquisa possui estratégia documental”.

Para a constituição do *corpus* da pesquisa, como procedimentos de coleta de dados, em um primeiro momento, coletou-se 24 provas existentes de todos os níveis das 8 edições da OBFEP ao longo de 2012 a 2019, bem como algumas produções científicas de outros autores sobre o referido tema (NAKAMURA *et al.*, 2012; MOURA, 2019). Deste material, realizou-se a primeira parte da investigação, referente à análise estrutural, com intuito de identificar os diferentes modelos e abordagens das provas experimentais.

É importante salientar a pouca produção específica sobre o assunto, sendo necessário, portanto, o desenvolvimento de outros estudos nesta área. Além disso, ao analisar a literatura disponível direcionada para estudantes de ensino médio e fundamental, constatou-se que existem muitas opções de material didático abordando conceitos de Física Teórica, mas por outro lado há uma enorme escassez para Física Experimental. Atrelado ao fato de muitas escolas públicas brasileiras não possuírem laboratórios de Física, bem como muitas escolas não realizarem atividades que envolvam os conceitos de Física Experimental, urge a necessidade de produção científica sobre esse tema, sobretudo para alunos olímpicos da OBFEP.

No que tange à segunda etapa da pesquisa, realizou-se a produção de um material didático que abarca tanto conceitos importantes da Física Experimental, abordando conteúdos em uma linguagem clara adequada aos alunos e professores do ensino médio e fundamental. Outrossim, o material produzido consta com a resolução detalhada dos problemas das provas experimentais, com novas abordagens mais contextualizadas. Esse material didático destina-se principalmente para os professores, que podem fazer o uso ancorado com as ideias da metodologia ativa baseada na Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) e na Aprendizagem Significativa de Ausubel.

No tocante à ABP, trata-se de uma metodologia caracterizada pelo uso de situações reais presentes na vida do indivíduo naquele momento. Assim, os estudantes podem desenvolver a criticidade e habilidade de pesquisa para analisar e propor uma solução para o problema apontado. Essa proposta surgiu no Canadá, mais especificamente na Universidade McMaster em 1969, mas não é considerada uma abordagem nova, pois muitos de seus norteadores foram pesquisadores e educadores, entre eles estão Ausubel, Bruner, Dewey, Piaget e Rogers (DOCHY *et al.*, 2003 *apud* BORGES; ALENCAR, 2014, p.131). Baseado nas concepções de Ribeiro, *et al.* 2003, Borges e Alencar (2014, p. 131) afirmam que o autor categoriza a ABP em três princípios essenciais sobre a aprendizagem, sendo eles:

(1) a aprendizagem é um processo construtivo e não receptivo – o conhecimento é estruturado em redes de conceitos relacionados entre si e conceitos novos são aprendidos na medida que são relacionados a redes preexistentes, sendo, portanto, importante ativar o conhecimento prévio dos alunos sobre o assunto em questão de modo a conseguir a aprendizagem de novos conceitos relacionados a ele; (2) a metacognição afeta a aprendizagem – habilidades tais como o estabelecimento de objetivos (o que vou fazer?), a seleção de estratégias (como vou fazer?) e avaliação dos resultados (funcionou?) são consideradas essenciais à aprendizagem; e (3) fatores contextuais e sociais influenciam a aprendizagem – o contexto em que o ensino se dá favorece ou inibe a aprendizagem, assim, a aprendizagem é otimizada quando o conteúdo ensinado está próximo do contexto profissional futuro dos alunos e quando os alunos compartilham responsabilidades e visões diferentes sobre uma mesma questão, o que leva os alunos a aprofundarem seu questionamento sobre o assunto e a desenvolverem habilidades tais como senso crítico, aceitação de opiniões diferentes, construção de consenso etc.

Nesse contexto, o ensino-aprendizagem ocorre de forma gradativa partindo do conhecimento prévio dos estudantes e por meio da mediação do professor contextualizado com situações-problemas presentes em seu cotidiano. Assim, sendo responsáveis em grande parte da construção de seu conhecimento, eles conseguem desenvolver diversas habilidades necessárias a uma formação integral, como por exemplo, responsabilidade, o exercício da crítica fundamentada, criatividade, entre outras de acordo com o tema estudado. Não esquecendo que esse processo é uma construção e não se dará da mesma forma com todos, mas é um dos caminhos para uma aprendizagem mais significativa.

Para Barbosa e Moura (2013, p.11), “esse método de ensino fundamenta-se no uso contextualizado de uma situação problema para o aprendizado autodirigido. [...] o aprendizado passa a ser centrado no aluno, que deixa de ser um receptor passivo da informação para ser agente ativo por seu aprendizado”. Ainda segundo os autores, o objetivo final da ABP não é sempre resolver os problemas propostos, e sim propor a reflexão de todo o processo realizado,

valorizando e dando enfoque na aprendizagem autônoma e na cooperação entre as partes envolvidas. Em concordância com diversos autores pesquisados, Souza e Dourado (2015, p. 184-185) definem a ABP como

uma estratégia de método para aprendizagem, centrada no aluno e por meio da investigação, tendo em vista a produção de conhecimento individual e grupal, de forma cooperativa, e que utiliza técnicas de análise crítica, para a compreensão e resolução de problemas de forma significativa e em interação contínua com o professor tutor.

De acordo com a conceituação desses autores fica nítida a característica mais marcante da ABP, que é tornar os estudantes protagonistas na construção do seu conhecimento. O professor também desempenha um papel muito importante, reforçando que a mediação exige muita pesquisa e não pode ser feita de qualquer maneira, mas como a aprendizagem deve ser centrada no estudante é importante trazê-lo às discussões e reforçar a importância de sua participação. Para Jaén (2000, *apud* CARVALHO, 2009, p.7),

a resolução de problemas pode ser descrita como uma aplicação de problemas abertos no final do processo de ensino e aprendizagem, caracterizados por apresentarem uma situação problemática seguida de uma ou mais questões de exploração, que permitem ao aluno não só rever conceitos, mas, sobretudo, que possibilitem o desenvolvimento do seu pensamento criativo e argumentativo, ao proporcionar-lhes momentos de produção de explicações e de defesa das suas ideias, o que provavelmente irá culminar numa melhor compreensão do contexto do problema e dos conteúdos da aula.

Nesse contexto, é possível constatar que o aprendizado baseado em problemas é uma das metodologias ativas que os professores podem adotar em sala de aula para provocar em seus estudantes o espírito de resolução, dando-lhes a oportunidade de refletir, examinar e posicionar-se de forma crítica diante do caminho escolhido para encontrar a resposta, aproximando, assim, o conteúdo da sua vivência. No entanto, esta mesma metodologia não pode ser simplificada e reduzida a conceitos e ações já existentes, de caráter tradicional, por isso há a necessidade de o professor estar estudando, observando, analisando os contextos e possibilidades para que ela não acabe se tornando um trabalho sem profundidade e significado para os estudantes – e isso implica na redução significativa da exposição oral da matéria, algo que não ocorre no ensino tradicional.

Apoiado nas ideias da Aprendizagem Baseada em Problemas, as Olimpíadas Científicas podem incentivar os participantes a usarem novos conceitos na resolução de problemas, melhorando a capacidade de relacionar e aplicar diferentes ideias nas diversas situações do nosso cotidiano. A OBFEP, quando em contraste com as provas escolares normais,

também visa ensinar o porquê de o mundo funcionar sem a necessidade de forçadamente decorar respostas e conteúdos, porque os desafios propostos dão a oportunidade de interagir com teoremas, problemas e ideias que fazem a nossa sociedade funcionar. Nesta visão, a metodologia da ABP se apoia na ideia de que os seres humanos são curiosos e são propensos a aprender, algo que é neutralizado pelo sistema educacional com metodologias que deixam o ensino de Física desgastante.

Partindo desse princípio, o intuito deste trabalho é construir uma obra que sirva como material de apoio aos professores para construção de suas aulas, bem como material didático aos alunos durante seus estudos. Dessa forma, o objetivo desse guia didático não é falar sobre como preparar os alunos para vencerem a competição, mas sim de como melhorar do Ensino da Física e de que forma a OBFEP pode ser uma excelente aliada para isso, mesmo para os alunos que não são destaques nessa olimpíada, pois a ideia é que esse trabalho sirva de preparo para desenvolver o pensamento crítico do aluno e como refletir sobre sua aprendizagem.

4 TRATAMENTO E ANÁLISE DE DADOS EXPERIMENTAIS

No campo da Física Experimental, é razoável supor que não há uma precisão infinita na informação que se obtém na natureza, de tal forma que, dada uma realidade ou um fenômeno geral, não é possível mapear todos os acontecimentos naturais ou medir as observáveis com precisão arbitrária. Por sua vez, isso implica em dizer que toda medida física, quando sujeita aos procedimentos experimentais, vai estar suscetível a erros e são eles que ajudam e entendem a limitação da medição.

À vista desse raciocínio, as provas experimentais de olimpíadas científicas, sobretudo da OBFEP, demandam que os alunos saibam lidar com o tratamento e análise de dados experimentais, seja para determinar o valor de alguma grandeza física ou até mesmo para estudar o comportamento qualitativo de uma determinada grandeza.

Assim, a ideia deste capítulo é apresentar uma série de técnicas e informações que são voltadas para a análise de dados experimentais, visando introduzir conceitos importantes sobre erros de medidas para que os professores e alunos se sintam familiarizados com uma teoria que servirá de base para trabalhar com as questões experimentais da OBFEP. Além disso, para além do uso nas olimpíadas, a análise de erro é importante em qualquer curso universitário de ensino experimental.

Para atingir tal objetivo, este capítulo está fracionado em subtópicos. No primeiro, discutiremos brevemente os erros de uma medida e as incertezas que são inerentes a qualquer instrumento de medida, por mais preciso que seja possível. Em sequência, vamos abordar duas relações importantes de um conjunto de medidas, precisão e exatidão, com o intuito de elucidá-las e desconstruir a ideia de que elas duas são sinônimas. No terceiro subtópico, abordaremos dois conceitos de desvios de medidas que são presentes nas provas experimentais: variância e desvio padrão. No subtópico subsequente, será pautada a ideia da propagação de erros de uma medida, alinhada às regras da própria OBFEP, sendo uma ferramenta bem presente nas provas experimentais. No quinto subtópico, estudaremos a ideia dos algarismos significativos e algumas regras de arredondamentos. No sexto e último subtópico, iremos discutir que os dados obtidos através de medições e cálculos devem ser apresentados através de tabelas e gráfico, por isso serão apresentadas algumas regras e dicas para a correta confecção de gráficos, bem como a sua interpretação.

4.1 Erros de uma medida e incerteza dos instrumentos de medidas

Em primeiro plano, é fundamental discutir as limitações de um valor verdadeiro, pois a nossa capacidade de conhecer um valor experimental, mesmo utilizando medições extremamente cuidadosas, também é limitada. Na prática, é comum pressupor que todas as grandezas físicas têm um valor definido. No entanto, Lima *et al.* (2012) expõem que todos os processos de medição dependem de pressupostos e idealizações para serem realizados, de maneira que as grandezas experimentais são especificadas por meio de modelos.

À vista disso, as grandezas que não dependem de dados experimentais para serem determinadas são, a rigor, as únicas que possuem valores verdadeiros conhecidos. Por exemplo, a razão entre o comprimento e o diâmetro de uma circunferência (número π) é uma grandeza diferente do índice de refração de um material específico, pois nessa segunda situação há a necessidade de dados experimentais para serem determinadas (LIMA, 2012).

Além disso, quando conhecemos o valor teórico de uma grandeza e experimentalmente encontramos um valor discrepante, dizemos que há um erro associado nesta medição. Dessa forma, como diversos fatores podem influenciar no resultado de uma medição, o valor real da grandeza medida é sempre uma incógnita, por isso só podemos obter uma estimativa do erro máximo aceitável, inclusive na literatura (DONATELLI *et al.*, 2005; GUM, 2008) é comum usar o termo incerteza no lugar de erro.

Os erros podem ser caracterizados como sendo o desvio de um valor medido por um instrumento do valor real ou teórico, também conhecido como valor referencial. De acordo com o Vocabulário Internacional de Metrologia (2012), o erro de medição (e) é definido como a diferença entre o valor medido de uma grandeza e um valor de referência. Podemos expressar esse conceito conforme a equação 4.1

$$e = \text{valor}_{\text{medido}} - \text{valor}_{\text{referencial}} \quad (4.1)$$

Existem diversas classificações de erros na literatura especializada, entretanto, há três principais que são: erro de escala (erro associado ao limite de resolução da escala do instrumento de medida), erro sistemático (erro em que o medidor sofre, com a mesma tendência, em todo o processo de medição) e o erro aleatório (erro que decorre de perturbações estatísticas impossíveis de serem previstas, sendo assim, difícil de evitá-los).

Esses erros podem ser causados por diversos fatores que influenciam na medição, sendo o aparelho de medição, o ambiente, o operador e o processo de medição os exemplos mais comuns que geram erros nos procedimentos experimentais. Para Andrade *et al.* (2017, p. 358) “[...] a garantia de uma boa aferição de dados em um experimento é dada por dois parâmetros, sendo eles: o erro, que é quão distante o valor medido está do valor real e a incerteza, que exprime o quanto variam as medições feitas por uma mesma pessoa através de um mesmo método num mesmo intervalo de tempo”.

Nessa linha de raciocínio, é possível apontar que a incerteza funciona como um parâmetro para quantificar o quão confiável é aquele resultado obtido experimentalmente. Na prática, podemos lidar com dois tipos de incerteza e que são calculadas por métodos diferentes, isto é, através de análise estática para um número n de observações ou, quando as condições experimentais não permitem que os experimentos sejam refeitos, usa-se o método que não envolve observações repetidas (ANDRADE, 2017).

4.2 Precisão e exatidão de medidas

Dado um conjunto de N medidas de um determinado parâmetro, podemos verificar duas relações importantes em relação a elas: a precisão e a exatidão das mesmas. A priori, são dois conceitos que se misturam ou que se confundem com frequência, sendo utilizados habitualmente como sinônimos. Por isso, os estudantes precisam saber diferenciar esses dois conceitos para avaliarem a qualidade do resultado de uma medição nas provas experimentais.

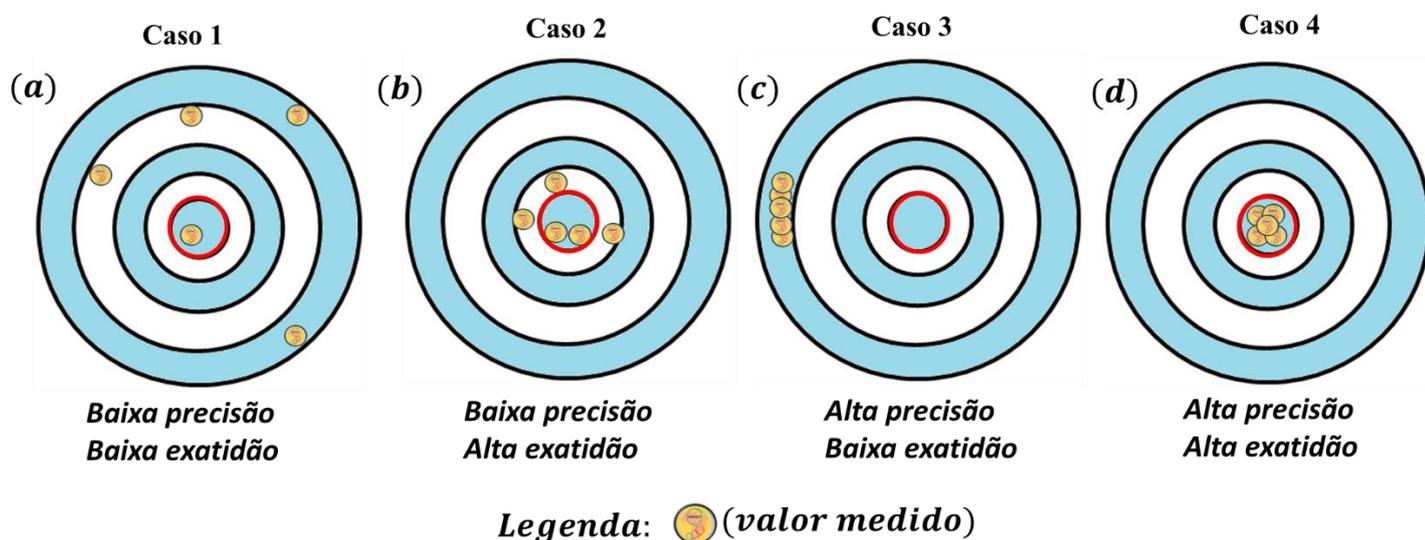
No campo da metrologia podemos encontrar várias definições para estes dois conceitos. Para Santos *et al.* (1985), o conceito de exatidão (ou acuidade) refere-se ao grau de concordância de uma medida com seu valor alvo, isto é, quanto mais próxima do valor verdadeiro correspondente, mais exata é a medida. Quanto ao conceito de precisão (fidedignidade ou reprodutibilidade), os autores afirmam que se refere somente ao grau de dispersão da medida quando repetida sob as mesmas condições. Em outras palavras, uma medida é precisa se, repetida diversas vezes, apresentar resultados semelhantes. Nessa lógica, exatidão e precisão são qualidades bastante diferentes, pois é possível que o resultado de uma medição seja exato e preciso, exato e impreciso, inexato e preciso ou inexato e impreciso.

Em um experimento, independente da forma em que uma medida é realizada, os dados obtidos não possuem precisão e exatidão absoluta, porém alguns dados são mais exatos

que outros. Para saber qual é a qualidade de uma medição é necessário que o conceito de erro e incerteza seja introduzido (TAYLOR, 2012; GUM, 2008; DONATELLI e KONRATH, 2005).

Para compreender melhor os conceitos de exatidão e precisão, podemos usar como analogia o exercício de tiro ao alvo e compará-lo com o processo de medição. O cerne dessa analogia reside na ideia de que, assim como o objetivo de um atirador é atingir o centro do alvo, o objetivo da medição é determinar o valor verdadeiro do mensurando. A figura 2 ilustra quatro resultados possíveis em um teste de tiro ao alvo.

Figura 2 – Resultados de quatro séries de disparos em um alvo: (a) caso 1, (b) caso 2, (c) caso 3 e (d) caso 4.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Na figura 2 é possível constatar quatro alvos nos quais o centro, delimitado pelo círculo vermelho, representa o valor verdadeiro ou de referência. No caso 1, observa-se que os disparos estão dispersos e afastados do valor buscado, indicando que não há nem exatidão e nem precisão. No caso 2, há uma boa exatidão, mas os disparos continuam sendo dispersos e isso denota uma escassa precisão. No caso 3, já observa que os disparos estão bem mais agrupados, mas o ponto médio de todos eles se encontra afastado do centro do alvo devido à distorção (erro sistemático) existente entre o valor médio e o valor verdadeiro – e isso indica que nesse caso houve grande precisão, mas não exatidão. Finalmente, no caso 4 os disparos estão muito agrupados em torno do centro do alvo e consegue perceber uma distribuição de probabilidade muito estreita, sendo o caso ideal para expressar boa precisão e boa exatidão.

É justamente nessa analogia que os alunos da OBFEP devem se ancorar, pois ela permite perceber que uma medida muito precisa nem sempre é a melhor e isso faz total

diferença na prova experimental. A consequência disso reflete na escolha do melhor instrumento de medida, uma vez que os melhores instrumentos nem sempre são os mais precisos, mas os mais adequados. Por exemplo, um micrômetro é mais preciso que um paquímetro, e este é mais preciso que uma trena, mas utilizar um instrumento mais preciso não garante uma medida exata. Logo, para saber qual instrumento é melhor depende muito daquilo que se deseja medir (LIMA, 2012).

Para além do uso do melhor instrumento, na prática é possível estimar quantitativamente a precisão de uma medida w , que possui uma incerteza Δw , através da equação 4.2

$$\left| \frac{\Delta w}{w} \right| \cdot 100\% \cdot \quad (4.2)$$

De forma análoga, se um parâmetro w possui um valor de referência w_{ref} , mas experimentalmente foi obtido o valor w_{exp} , há também a possibilidade de determinar a exatidão da medida através da equação 4.3. Tal expressão caracteriza a dispersão das medidas comparada com o valor médio w , por exemplo

$$\left| \frac{w_{ref} - w_{exp}}{w_{ref}} \right| \cdot 100\% \cdot \quad (4.3)$$

Quanto à equação 4.3, é importante deixar claro que nem sempre precisamos comparar uma medida com um valor teórico atribuído a ela, pois igualmente há a possibilidade de comparar dois valores medidos experimentalmente. Logo, esta equação tem a função de expressar a convergência entre dois valores.

4.3 Desvio das medidas: variância e desvio padrão

Para entendermos o conceito de desvio de medida, é preciso se ater ao valor mais provável de uma grandeza. Neste caso, vamos considerar que $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ sejam as n medidas realizadas de uma mesma grandeza física X . O valor médio desta grandeza, denotado por \bar{X} , é definido pela média aritmética dos valores medidos, conforme a equação 4.4

$$\bar{X} = \frac{(x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n)}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \cdot \quad (4.4)$$

Deste modo, \bar{X} representa o valor mais provável da grandeza medida. Ao se realizar várias medidas, os valores obtidos tendem a estarem mais próximos deste valor. O valor médio

é o que melhor representa o “valor real” da grandeza. No entanto, não se pode afirmar que o valor mais provável seja o valor real da grandeza, por isso é importante entender o conceito de desvio de medida σ_x . Taylor (2012) define o desvio de medida como a diferença entre um valor medido e o valor adotado que mais se aproxima do valor real (em geral o valor médio).

Ainda nessa discussão, temos a variância (s^2) que é definida como a soma dos quadrados dos desvios de todos os valores da grandeza dividida pelo número de medidas menos uma, sendo calculada pela equação 4.5

$$s^2 = \frac{(x_1 - \bar{X})^2 + (x_2 - \bar{X})^2 + \dots + (x_n - \bar{X})^2}{n - 1} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n - 1}. \quad (4.5)$$

No entanto, por mais que o uso da variância seja útil para mostrar quão distantes os valores estão da média, ela não é uma maneira útil de se caracterizar a confiabilidade das medidas, porque a definição de média assegura que o desvio em relação à média é em algumas ocasiões positiva e em outras ocasiões negativa. Para Taylor (2012, p. 99), “a melhor maneira para evitar esse contratempo é elevar ao quadrado todos os desvios, o que irá criar um conjunto de números positivos, e então calcular a média desses números.”. Com a raiz quadrada do resultado, obtém-se uma grandeza chamada desvio padrão denotado por σ_x , expresso na mesma unidade da grandeza medida. Em outras palavras, o desvio padrão é calculado matematicamente pela equação 4.6

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{X})^2 + (x_2 - \bar{X})^2 + \dots + (x_n - \bar{X})^2}{n - 1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n - 1}}. \quad (4.6)$$

Além disso, em outras situações podemos encontrar outra definição alternativa para o desvio padrão σ_x utilizando apenas o fator “n” no lugar de “n – 1”, em que o desvio padrão σ_x de x_1, \dots, x_n resultaria em:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{X})^2 + (x_2 - \bar{X})^2 + \dots + (x_n - \bar{X})^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n}}. \quad (4.7)$$

A equação 4.7 possui uma tendência de diminuir a incerteza nas medidas quando o valor de n for pequeno ($n = 1$ para apenas uma medição, por exemplo), então a expressão 4.6 tende a corrigir essa tendência. Enquanto que a definição (4.6) é conhecida por desvio padrão amostral, a definição (4.7) é chamada de desvio padrão populacional. Como a diferença entre essas duas definições é quase numericamente insignificante, o estudante, diante de um

procedimento experimental, deve medir uma grandeza várias vezes para ter a confiabilidades dos dados – e assim seria possível aplicar o conceito de desvio padrão (TAYLOR, 2012).

4.4 Propagação de incertezas

Conforme discutido anteriormente, vimos que qualquer dado experimental, mesmo quando livre de erros sistemáticos, terá erros aleatórios, isto é, um desvio padrão diferente de zero. Nesse caso, a ideia da propagação de erros é discutir como estes erros se propagam através de cálculos e o resultado disso também deve ser representado como um erro.

Se tivermos duas medidas do tipo $x \pm \Delta x$ e $y \pm \Delta y$, e realizarmos uma operação matemática qualquer, o resultante $f(x, y)$, isto é, uma função que depende das variáveis x e y , também terá um erro $\Delta f(x, y)$. O valor da incerteza $\Delta f(x, y)$ pode ser obtido pela equação 4.8

$$\Delta f(x, y) = \left[\left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 (\Delta x)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)^2 (\Delta y)^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (4.8)$$

sendo $\frac{\partial f}{\partial z}$ a derivada parcial da função f com relação a variável z (z corresponde a x ou y). A expressão 4.8 foi obtida a partir de um procedimento que utiliza uma expansão em série de Taylor e a hipótese de que os erros aleatórios em cada variável são completamente independentes.

Deduzir a equação 4.8 foge do escopo da OBFEP, uma vez que para o aluno só interessa saber como os desvios (incertezas) sobre as variáveis se propagam na função. Existem várias abordagens para obter a propagação de incertezas, mas na OBFEP é cobrado um cálculo rápido e simplificado, uma vez que não há auxílio da calculadora científica durante a execução da prova. Para isso, os alunos podem se apoiar às fórmulas para operações mais comuns, conforme consta na tabela 1, que são aproximações da fórmula geral (equação 4.8).

Tabela 1 – Exemplos de expressões para cálculos de propagação de erros (incertezas, desvios), com b sendo constante.

$F = F(x, y, z, \dots)$	<i>Expressão para a incerteza (desvio) σ_F</i>
$F = x + y + z$	$\sigma_F = \sigma_X + \sigma_Y + \sigma_Z$
$F = x - y - z$	$\sigma_F = \sigma_X + \sigma_Y + \sigma_Z$
$F = x + b$	$\sigma_F = \sigma_X$
$F = xyz$	$\sigma_F = yz \sigma_X + xz \sigma_Y + xy \sigma_Z$
$F = \frac{x}{yz}$	$\sigma_F = (yz)^{-1} \sigma_X + x(y^2z)^{-1} \sigma_Y + x(z^2y)^{-1} \sigma_Z$

Fonte: Prova Experimental de 2018 do nível B (p. 7), adaptado pelo autor.

A ideia das fórmulas da tabela 1 é trabalhar com uma função $F(X, Y, Z)$, cujo os parâmetros X, Y, Z são valores medidos em laboratório com desvios absolutos σ_X, σ_Y e σ_Z . Nesse ínterim, espera-se que a função F sofra um desvio σ_F , no qual deve estar relacionado com os desvios dos parâmetros e com a própria função. Esses desvios encontrados experimentalmente são pequenos em relação à medida, logo é possível fazer uma aproximação e substituir a diferencial da função e de seus parâmetros pelos desvios σ_X, σ_Y e σ_Z . No entanto, por mais que existam teorias de análises de erro, usar formulações alternativas para estimar um erro, como usar o valor do módulo e não a fórmula geral, não é fazer de forma informal quando se trata de uma estimativa dos erros.

Por isso, saber lidar com a propagação de incertezas é essencial para qualquer aluno que enfrentará desafios experimentais, pois a falta de hábito de lidar com essa ferramenta pode fazer com que o estudante adquira o hábito de relevar as limitações dos métodos instrumentais utilizados e gerando, assim, resultados que se desviam do conhecimento teórico.

4.5 Algarismos significativos e regras de arredondamento

No que concerne ao ato de medir uma grandeza física, o resultado sempre é um valor aproximado independente do operador ou da precisão do aparato experimental utilizado. Nessa linha, o resultado experimental é composto por algarismos (representam o erro ou incerteza) e unidades (especificam o que está sendo medido). Assim, para expressar a precisão das medidas obtidas experimentalmente, tem-se a necessidade de utilizar algarismos

significativos, de forma que quanto mais precisa a medida, maior o número de algarismos significativos.

Em diversas oportunidades deseja-se eliminar algarismos de menos significância, expressando determinados números com um menor número de algarismos significativos. Em conformidade com o anexo B da prova da OBF (edição de 2017)³, para efetuarmos o arredondamento dos números devemos seguir as regras:

1. Os erros das medidas são representados sempre com um algarismo significativo. Exceto quando o algarismo significativo for os números 1 ou 2, utilizamos dois algarismos significativos.
2. Primeiro obtemos o valor do erro para depois obter a posição do último algarismo significativo do valor principal.
3. O valor principal deve sempre ter seu último algarismo significativo na mesma casa do último algarismo significativo do erro.
4. O valor principal e o seu erro devem sempre estar na mesma potência.
5. Os erros lidos diretamente nos instrumentos, ou fornecidos pelo fabricante, são escritos apenas com um algarismo significativo, exceto se vier com 2 algarismos escritos no instrumento.
6. Para arredondamento: de 0,000 até 0,499 mantém-se o último algarismo significativo. De 0,500 até 0,999 acrescentamos uma unidade ao último algarismo significativo.
7. O número zero colocado à esquerda do valor principal ou do erro não é algarismo significativo, mas colocado à direita é um algarismo significativo do número.
8. Para o efeito de cálculo, trabalhamos com todos os números disponíveis no instrumento, mas a representação final sempre deve obedecer às regras acima.

A OBFEP, na prova experimental de 2018⁴, trouxe uma abordagem mais simplificada para regras de aproximação de algarismos significativos, na qual sugere apenas dois critérios para os dígitos excedentes que são arredondados. O primeiro enfatiza que se o primeiro dígito a ser desprezado for um número entre 0 e 4, o anterior não será alterado; já o segundo ressalta que se o primeiro dígito a ser desprezado for um número entre 5 e 9, o anterior é acrescido de uma unidade.

Uma sugestão para essas regras pautadas na OBF e OBFEP é apontada por Taylor (2012) no qual sugere que para reduzir imprecisões causadas por arredondamento, quaisquer números que serão usados em cálculos subsequentes devem normalmente preservar, pelo menos,

³Disponível em:

<http://www.sbfisica.org.br/v1/olimpiada/2021/images/arquivos/OBF_Provas/OBF2017_Provas/Prova_Experimental-Nivel_1.pdf>

⁴ Disponível em: <<http://www.sbfisica.org.br/~obfep/wp-content/uploads/2019/10/FASE-2-OBFEP-2018-B-f.pdf>>

um dígito significativo a mais do que na sua concepção final. No final dos cálculos, a resposta deve ser arredondada para remover estes algarismos, extras insignificantes.

Quantos aos cálculos, os estudantes podem se deparar com algumas operações básicas envolvendo algarismos significativos. Ainda na mesma prova experimental de 2018, são pautadas algumas regras pela comissão organizadora, sendo elas:

1. Na **multiplicação e divisão** o resultado final deve ser escrito com um número de significativos igual ao do fator com menor número de significativos;
2. Em **operações envolvendo inverso de números e multiplicação por fatores constantes** (que não são resultados de medida), o número de significativos deve ser preservado no resultado; e
3. Na **soma e subtração** o resultado final terá um número de decimais igual ao da parcela com menos decimais.

À vista disso, os alunos nas provas experimentais devem levar em conta que a incerteza estimada de uma medida deve conter somente o seu algarismo mais significativo ou, quando a incerteza possuir '1' ou '2' como primeiro algarismo, deve-se usar dois algarismos significativos. Os algarismos menos significativos devem ser simplesmente desprezados ou no máximo utilizados para efetuar arredondamentos, determinados de acordo com as regras mencionadas anteriormente.

4.6 Construção e interpretação de gráficos

Para além das ferramentas de análise de dados experimentais discutidos nas seções anteriores, é preciso mencionar a importância da construção de um bom gráfico e, a partir dele, obter dados relevantes de um experimento. Para um aluno de olimpíada, por exemplo, é muito importante treinar fazer tabelas e gráficos, por mais que seja uma tarefa sistemática.

Uma das maiores vantagens na utilização de gráfico é a fácil visualização do comportamento ou lei que permite generalizar e prever o resultado de medidas que nem foram feitas, de forma que é possível escrever equações matemáticas capazes de exprimir essas leis de maneira clara. Como consequência, o aluno teria maior agilidade na execução da parte experimental, sobretudo porque reduziria o tempo de execução prova. No entanto, para isso funcionar bem, é preciso ter certos cuidados e levar em consideração uma série de regras para plotar um excelente gráfico.

Piacentini (2015, p. 52), ao discutir sobre a importância do experimentador com o domínio de técnicas e interpretação de gráficos, menciona algumas regras fundamentais que devem ser levadas em conta:

1. escolha e identificação de cada um dos eixos coordenados;
2. determinação da escala para cada um dos eixos coordenados;
3. marcação dos pontos da tabela que contém os dados (medidos ou calculados);
4. traçado da curva que representa os pontos marcados.

Em suma, existem dois tipos de variáveis: as variáveis dependentes e as variáveis independentes. Em um sistema de eixos cartesianos ortogonais, com o ponto de interseção na origem, as variáveis independentes são marcadas sobre o eixo dos x (abscissas) e as variáveis dependentes são marcadas sobre o eixo dos y (ordenadas). Uma característica da grandeza independente é que ela é escolhida pelo experimentador, ao passo que a grandeza dependente é aquela medida e que depende da outra grandeza.

Para exemplificar essa situação, vamos considerar um sistema de massa-mola oscilante, conforme consta a figura 3.

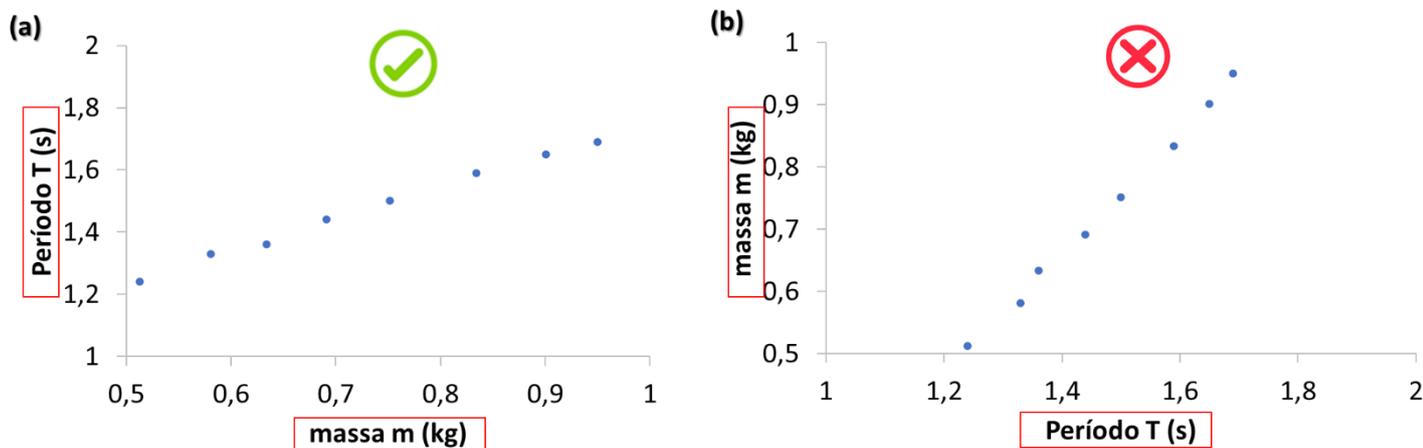
Figura 3 – Representação de um sistema massa-mola oscilante.



Fonte: autoria própria.

Podemos usar um cronômetro para medir o período T em um sistema massa-mola oscilante e, ao trocamos a massa m e fazendo o sistema oscilar mais uma vez, temos a possibilidade de medir o período novamente. Nesse caso, haveria uma mudança no período porque ele depende da massa e, por conta dessa dependência, dizemos o período T seria a grandeza dependente, enquanto a massa m seria a variável independente. Em outras palavras, podemos expressar essa relação de dependência como $T = f(m)$. Para um conjunto de dados experimentais, os gráficos *1a* e *1b* trazem duas maneiras de representar graficamente a relação entre essas duas grandezas, e alerta uma dica importante quanto à colocação dos símbolos ou nome da grandeza e sua unidade no eixo coordenado.

Gráfico 1 – Relação da dependência entre as variáveis m e T , com (a) sendo a representação correta e (b), a incorreta.



Fonte: autoria própria.

Outra característica de um gráfico diz respeito a escala aritmética, na qual trata-se de qualquer trecho de curva (que pode ser uma reta) marcada por traços, os quais fazem correspondências com valores ordenados de uma grandeza. Ainda sobre a escala:

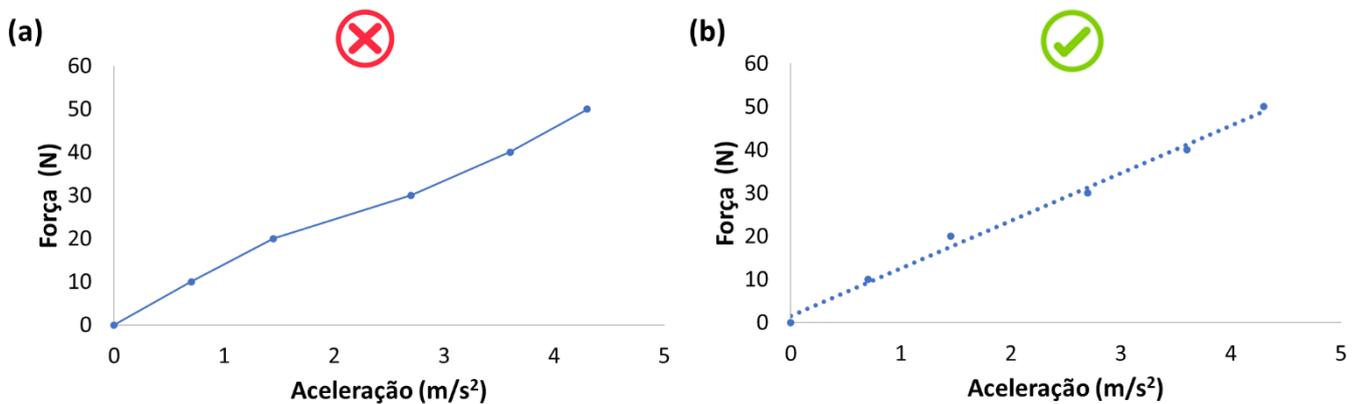
As escalas para os eixos x e y devem ser escolhidas de forma permitir fácil interpolação. Assim sendo, as escalas devem ser construídas de tal modo que cada bloco de divisões assuma um dos seguintes valores: 1, 2, 5 unidades e seus múltiplos. Deve-se evitar a utilização de blocos de divisões de valores 3, 7, 11... e seus múltiplos, o que não forneceria gráficos facilmente legíveis (por exemplo, fácil interpolação de pontos). Escalas com blocos de divisão 6, 12, 15, ... não são recomendadas, pois, apesar de serem múltiplas de 2 ou 5, são, ao mesmo tempo, múltiplas de 3. O mesmo se aplica as escalas que são simultaneamente múltiplas de 2 ou 5 e de um outro valor qualquer não recomendado (PIACENTINI *et al.*, 2005, p. 58).

Além disso, sempre que possível, deve-se escolher as escalas de forma que os dados experimentais ocupem o maior espaço possível do papel. Os autores acima ainda discutem que na escala escolhida para representar os dados em um gráfico, os estudantes devem ter o cuidado de considerar as casas decimais, de forma que os pontos principais da escala devam ter o número de casas decimais igual ao dos valores da grandeza representada.

Após todos os pontos experimentais estarem bem colocados no gráfico, e nele estiverem impressas apenas as informações essenciais, o próximo passo seria traçar a curva e é essencial que não seja feito de qualquer forma. O ideal é que a curva não passe sobre todos os pontos, pois terão casos em que a curva não passará sobre ponto algum do gráfico. Nessa ótica, é importante que o estudante saiba que uma curva não necessita iniciar no primeiro e nem terminar no último ponto representado e que, portanto, ela deve ser traçada levando em conta a

tendência dos pontos experimentais (ver gráfico 2). Isso implica em dizer que não se deve, em hipótese alguma, ligar os pontos um a um, pois a ideia é encontrar uma curva que se ajuste o melhor possível aos pontos experimentais. Essa hipótese só será descartada caso os pontos experimentais estejam perfeitamente alinhados.

Gráfico 2 – Representação do traçado da linha de tendência dos pontos experimentais em um gráfico Força (F) x aceleração (a): (a) representação incorreta, ligando os pontos um a um; (b) representação correta, levando em conta a curva que melhor ajusta os pontos experimentais.



Fonte: autoria própria.

Conforme discutido ao longo desta seção, foram apresentadas algumas normas básicas para a confecção e utilização de gráficos. Quando isso for bem feito, é possível termos diferentes informações das formas mais diversas a partir do gráfico. Essas informações dependem do problema em estudo e podem estar relacionadas à área sob a curva do gráfico, à inclinação de uma reta, à descontinuidade de uma curva e entre outros. Esses atributos são cobrados nas olimpíadas científicas, sobretudo na OBFEP, então é essencial que os estudantes saibam também interpretar gráficos.

Nessa circunstância, é fundamental conhecer e interpretar a equação genérica da curva do gráfico, especialmente de uma reta. Da geometria analítica, sabe-se que essa equação é dada por:

$$y = a + bx, \quad (4.9)$$

onde a é denominado o parâmetro linear e b é chamado o parâmetro angular da reta.

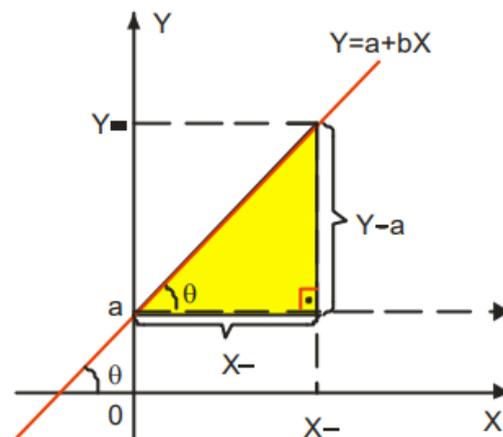
Esses parâmetros a e b , que ajustam os pontos experimentais à equação da reta, podem ser calculados analiticamente como:

$$b = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)}, \quad (4.10)$$

com (x_1, y_1) e (x_2, y_2) representando dois pontos quaisquer que pertencem à reta. E aqui fica como dica escolher pontos de fácil determinação. Quanto às unidades da grandeza de b , percebe-se que pela equação 4.10 a unidade de medida de b é sempre $[y]/[x]$.

A título de informação, Ramalho (1999 p. 86), em seu livro didático de física, comenta:

Na função de 1º grau $y = a + bx$, o número real (b) é chamado coeficiente angular ou declive da reta representada no plano cartesiano. O coeficiente angular b está associado ao ângulo θ da direção da reta com o eixo, como mostra a figura abaixo.



Na sequência, Ramalho define a tangente de um ângulo de um triângulo retângulo, apresentando um triângulo retângulo ABC, semelhante ao sombreado na figura acima, e define a tangente trigonométrica do ângulo θ da seguinte forma “se AB é a medida do cateto oposto a θ e CA é a do cateto adjacente a θ , a tangente de θ é: $tg\theta = \frac{AB}{CA}$.”

Souza (1997, p. 79) também propõe que a grandeza b da equação da reta seja chamada genericamente de inclinação da reta e argumenta:

[...] com relação à letra b , vamos chamá-la genericamente de inclinação da reta, uma vez que, para identificá-la como tangente do ângulo que a reta forma com o eixo horizontal, seria necessário que o gráfico mantivesse nos dois eixos a mesma escala, que [...] é difícil de obedecer no caso de um gráfico surgido a partir de um trabalho experimental.

Em concordância com os autores Ramalho e Souza, percebemos o potencial do parâmetro angular como um recurso para determinar os valores de grandezas físicas, algo muito

cobrados nas provas experimentais, e isso advém da ideia de muitas leis físicas implicarem que uma grandeza deve ser proporcional à outra. Por exemplo, a Lei de Hooke afirma que a distensão de uma mola é proporcional à força que a estica, e a lei de Newton diz que a aceleração de um corpo é proporcional à força aplicada sobre ele. Muitos experimentos em um laboratório de ensino são programados para a verificação deste tipo de proporcionalidade (TAYLOR, 2012, p. 24).

Outrossim, para a determinação do parâmetro linear a , escolhe-se qualquer ponto $P = (x_1, y_1)$ (da reta e , substituindo os valores de x_1 e y_1 deste ponto na equação 4.10, juntamente com o valor de b anteriormente calculado, encontra-se a :

$$a = y_1 + bx_1 \cdot \tag{4.11}$$

5 PROBLEMAS EXPERIMENTAIS DA OBFEP

Em um primeiro plano, efetuou-se uma análise das provas experimentais da OBFEP no período correspondido entre os anos 2012-2021 para verificar os temas abordados e as características das questões direcionadas aos estudantes do Ensino Fundamental e Médio, conforme mostra a tabela 2. As questões apresentadas neste capítulo foram retiradas das provas de nível C da OBFEP, por serem mais completas e estarem embutidas, também, as questões abordadas nos níveis A e B. No entanto, nas edições que abordaram temas diferentes nos experimentos para cada nível, usou-se as questões separadamente.

Tabela 2 – Temas e conteúdos abordados nas provas experimentais da OBFEP das edições de 2012-2021.

EDIÇÃO	NÍVEL A	NÍVEL B	NÍVEL C
2021	MECÂNICA: LEI DE HOOKE	MECÂNICA: LEI DE HOOKE	ELETROMAGNETISMO: EFEITO TERMIÔNICO
2020	NÃO FOI REALIZADA	NÃO FOI REALIZADA	NÃO FOI REALIZADA
2019	MHS: PÊNDULO SIMPLES	MHS: PÊNDULO SIMPLES	CALORIMETRIA: CAPACIDADE TÉRMICA E CALOR ESPECÍFICO
2018	NÃO CONSTA PROVA EXPERIMENTAL	MEDIDAS: CALIBRAÇÃO, MASSA E DENSIDADE	NÃO CONSTA PROVA EXPERIMENTAL
2017	NÃO CONSTA (MAIS QUESTÕES DISCURSIVAS)	NÃO CONSTA (MAIS QUESTÕES DISCURSIVAS)	NÃO TEVE DEVIDO À FALTA DE RECURSOS
2016	MECÂNICA: ESTÁTICA DE CORPOS RÍGIDOS	HIDROSTÁTICA: MASSA E DENSIDADE DE UM CORPO	MECÂNICA E MHS: COEFICIENTE DE ATRITO E CONSTANTE ELÁSTICA DA MOLA
2015	MHS: PÊNDULO SIMPLES	MHS: PÊNDULO SIMPLES	MHS: PÊNDULO SIMPLES
2014	HIDROSTÁTICA: MASSA E DENSIDADE DE UM CORPO	HIDROSTÁTICA: MASSA E DENSIDADE DE UM CORPO	HIDROSTÁTICA: MASSA E DENSIDADE DE UM CORPO
2013	MECÂNICA: ESTÁTICA DE CORPOS RÍGIDOS	MECÂNICA: ESTÁTICA DE CORPOS RÍGIDOS	MECÂNICA: ESTÁTICA DE CORPOS RÍGIDOS
2012	MECÂNICA: LEI DE HOOKE	MECÂNICA: LEI DE HOOKE	MECÂNICA: LEI DE HOOKE

Fonte: Elaborado pelo autor.

5.1 Movimento Harmônico Simples (MHS)

5.1.1 Conceitos

Quando comparado aos demais movimentos oscilatórios, o movimento harmônico simples (MHS) é um movimento mais simples de se descrever matematicamente, além de ser muito importante para descrever com precisão muitos fenômenos periódicos encontrados na natureza.

Para Alcarás (2015), o oscilador harmônico clássico surge de um sistema físico onde uma massa m está sujeita a uma força restauradora que atua proporcionalmente a sua posição, ou seja, supondo que o equilíbrio da partícula se encontra na posição de equilíbrio $x = 0$, então a força restauradora tenta fazer com que a massa m retorne a esse ponto, atuando como $\vec{F} = -k\vec{x}$, em que k é a constante de proporcionalidade da força com a posição da partícula.

Ainda de acordo com este autor, “o uso do oscilador harmônico se faz necessário tendo em vista a utilidade de suas concepções teóricas aplicáveis. Seu conceito corresponde, basicamente, à medida da frequência de oscilação de uma determinada massa em torno do seu ponto de equilíbrio estável” (ALCARÁS, 2015, p. 2). Assim, qualquer sistema físico que oscile, nas vizinhanças desse ponto de equilíbrio, pode ser aproximado de um oscilador harmônico.

O estudo de pêndulos faz parte de uma classe de osciladores harmônicos simples nos quais a força de retorno está associada à ação da gravidade, e não às propriedades elásticas de um fio ou de uma mola. Dos variados tipos de pêndulos, existe o pêndulo simples que neste trabalho recebe um foco maior devido à sua abordagem ser mais presente no Ensino Fundamental e Médio, no qual centra a OBFEP.

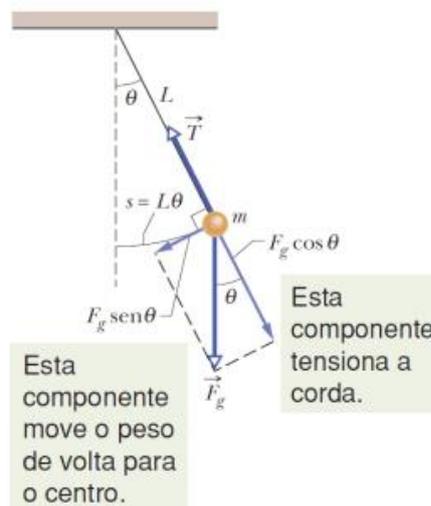
No que concerne aos movimentos oscilatórios, dos quais compreendem os pêndulos simples, as primeiras observações sistematizadas datam de 1583. Segundo Yamamoto e Fuke:

Quando ainda era um jovem estudante, Galileu observou as oscilações de um candelabro dependurado na catedral de Pisa (Itália) e chegou à conclusão de que o tempo de vaivém do candelabro era constante, independentemente de qual fosse a amplitude (ângulo) das oscilações. Essa constatação serviu para que Christian Huygens construísse os primeiros relógios de pêndulo, em 1657, na Holanda. (YAMAMOTO e FUKU, 2013, p. 226).

De uma forma conceitual, o pêndulo simples é constituído por uma partícula de massa m suspensa por uma corda inextensível de comprimento L e de massa desprezível fixa

na extremidade. Desconsiderando a resistência do ar, apenas duas forças (tensão na corda e componente do peso) atuam no sistema, estando ele em equilíbrio ou não. Quando o pêndulo está em repouso, essas duas forças se equilibram na vertical. No entanto, quando solta de uma posição que faz um ângulo θ com a vertical, a partícula oscila sob ação da força da gravidade no plano vertical, descrevendo um arco de círculo em torno da posição de equilíbrio. A figura 4 mostra o pêndulo e as forças que atuam nele.

Figura 4 – Componente das forças em um pêndulo simples.



Fonte: Halliday (2016, p. 233).

Da figura 4, podemos constatar que a componente radial do peso e a tensão na corda contribuem para a força centrípeta necessária para que a partícula tenha movimento circular no plano vertical. Quanto à componente tangencial do peso, ela possui o papel de força restauradora já que obriga o pêndulo a voltar para a posição de equilíbrio e, por esse motivo, recebe o sinal negativo. Essa força restauradora sempre terá sentido oposto ao deslocamento angular θ , relativo à posição de equilíbrio. Assim, podemos escrever para ela:

$$F = -mg \sin \theta \cdot \quad (5.1)$$

Da segunda lei de Newton, temos que força resultante pode ser expressa na forma de $F = ma$ e que a aceleração pode ser descrita na forma diferencial de $a = \frac{d^2\theta}{dt^2}$. Com efeito, a equação 5.1 resultaria em:

$$m \frac{d^2\theta}{dt^2} + mg \sin \theta = 0 \cdot \quad (5.2)$$

Um corpo cujo movimento satisfaz a equação 5.2 é denominado oscilador harmônico e por ser uma equação diferencial não linear requer métodos mais sofisticados para

ser resolvida. Além disso, através da equação 5.2, temos que a força restauradora não é proporcional a θ mas a $\text{sen}\theta$, logo, em princípio, o pêndulo não descreve um movimento harmônico simples. Entretanto, se o ângulo for pequeno, podemos fazer a aproximação $\text{sen}\theta \cong \theta$ (em radianos). Logo, para o deslocamento da partícula ao longo do arco $s = L\theta$, podemos reescrever a equação 5.2 sob a forma de:

$$F = -mg\text{sen}\theta \cong -mg\theta = -\frac{mgs}{L}, \quad (5.3)$$

isto é, a força pode ser considerada como proporcional ao deslocamento e o movimento harmônico simples.

A equação do movimento do pêndulo fica, então, com essas aproximações:

$$m \frac{d^2s}{dt^2} + \frac{mgs}{L} = 0. \quad (5.4)$$

A equação 5.4 pode ser expressa, ainda, sob a forma de:

$$\frac{d^2s}{dt^2} + \frac{g}{L}s = 0, \quad (5.5)$$

ou ainda:

$$\frac{d^2s}{dt^2} + \omega_0^2 s = 0. \quad (5.6)$$

A solução para a equação 5.6, considerando que $\omega_0^2 = \frac{g}{L}$ é dada por:

$$s = s_m \cos(\omega_0 t + \varphi), \quad (5.7)$$

em que s_m é a amplitude do movimento.

O período do pêndulo simples em movimento harmônico simples independe da massa dele. Com efeito, da definição de período:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}. \quad (5.8)$$

A equação 5.8 mostra também que o período independe da amplitude do movimento (desde que ela seja pequena), e isso constitui o isocronismo das pequenas oscilações, descoberto do Galileu. Embora o movimento oscilatório do pêndulo diminua com o tempo por causa da ação de forças dissipativas, o período continua constante.

Conforme demonstrado por Tipler *et al.* (2006), em seu livro didático, quando a amplitude das oscilações de um pêndulo se torna grande, seu movimento continua sendo periódico, mas não mais harmônico simples, dado por:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \left[1 + \frac{1}{2^2} \text{sen}^2 \left(\frac{\theta_0}{2} \right) + \frac{1}{2^2} \left(\frac{3}{4} \right)^2 \text{sen}^4 \left(\frac{\theta_0}{2} \right) + \dots \right], \quad (5.9)$$

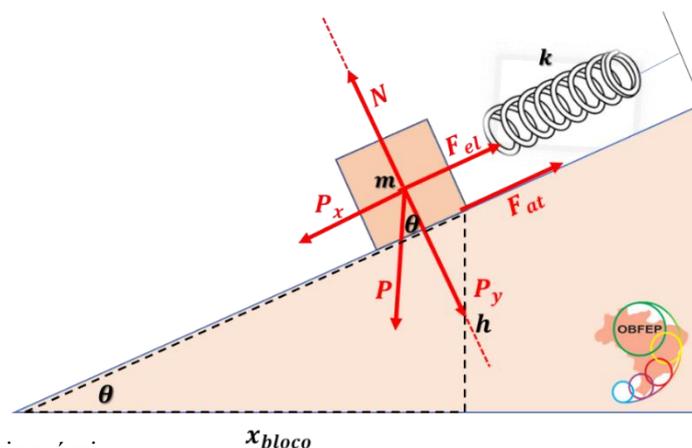
o que mostra que o período de oscilação depende da amplitude inicial θ_0 (dada em radianos).

Logo, observa-se que o período do pêndulo simples independe de sua massa e a aceleração da gravidade pode ser obtida da seguinte relação:

$$g = 4\pi^2 \frac{L}{T^2}. \quad (5.10)$$

Além disso, outro tipo de movimento que pode ser descrito por um MHS é o que envolve um sistema massa-mola com plano inclinado, que já foi foco da OBFEP em uma de suas provas experimentais. Quando no plano inclinado, é possível determinar a constante elástica (k) a partir do período das oscilações do oscilador massa-mola; além disso, pode-se estimar o coeficiente do atrito cinético associado a um contato plano MDF-madeira empregando fórmulas oriundas da aplicação da lei da conservação da energia para descrever um sistema mecânico simples constituído por uma rampa inclinada.

Figura 5 – Modelo de um sistema massa-mola semelhante ao arranjo experimental da OBFEP 2018, com um bloco conectado a uma mola com rigidez k , que inicialmente está em repouso sobre uma inclinação com atrito formando um ângulo θ com a horizontal. As forças que atuam no bloco são a força normal N , o peso P , a força de atrito F_{at} e a força exercida pela mola F_{el} .



Fonte: autoria própria.

Na figura 5, observamos que a força peso (P) é decomposta em suas componentes P_x (paralela ao plano inclinado) e P_y (perpendicular ao plano inclinado), de tal forma que podemos escrever:

$$P_x = P \sin \theta \quad e \quad P_y = P \cos \theta. \quad (5.11)$$

Além disso, temos a força normal (N) devido à reação do plano sobre o bloco:

$$N = P_y = P \cos \theta. \quad (5.12)$$

Contrário ao movimento do bloco, temos a força de atrito F_{at} e a força elástica F_{el} , que podem ser escritas por:

$$F_{at} = \mu N = \mu P \cos \theta. \quad (5.13)$$

$$F_{el} = kL_0. \quad (5.14)$$

Da figura (5) do problema, podemos aplicar as usar as relações trigonométricas e determinar $\sin \theta$, $\cos \theta$ e $\tan \theta$, conforme as equações 5.15, 5.16 e 5.17, respectivamente

$$\sin \theta = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{h}{x}. \quad (5.15)$$

$$\cos \theta = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{x_{\text{bloco}}}{x}. \quad (5.16)$$

$$\tan \theta = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}} = \frac{h}{x_{\text{bloco}}}. \quad (5.17)$$

Para o sistema bloco/mola/Terra da 5, submetido a uma força externa de atrito devido ao contato bloco-rampa inclinada, podemos aplicar o teorema do trabalho-energia já que o atrito é uma força não conservativa. Usaremos esse teorema pela razão do trabalho da força não conservativa depender principalmente da trajetória, diferentemente para as forças conservativas na qual o trabalho depende apenas da posição inicial e final.

O teorema diz que o trabalho realizado pelas forças não conservativas, ao longo da trajetória, é igual ao aumento da energia mecânica (E_m). Em outras palavras:

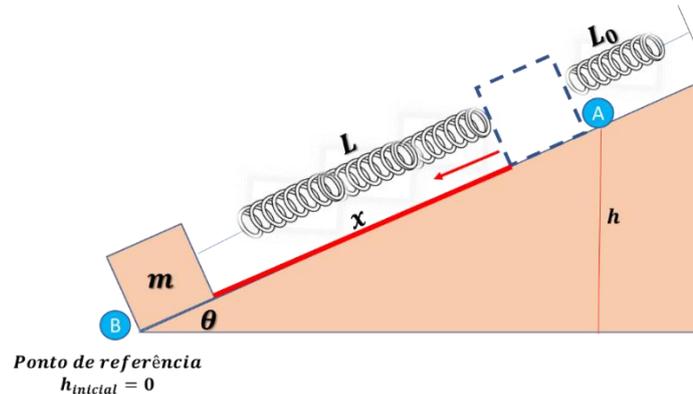
$$W_{F_{\text{não conservativa}}} = \Delta E_m. \quad (5.18)$$

Da expressão 5.18, podemos concluir que se no sistema existirem forças conservativas, a energia mecânica varia, isto é, existe uma limitação à sua conservação no sistema. Assim, uma consequência da expressão é a lei da conservação da energia mecânica, na qual versa que quando todas as forças que realizam trabalho são conservativas, a energia mecânica do sistema permanece constante.

Para o problema do sistema massa-mola anterior, vamos considerar duas situações: a primeira (A) quando o bloco está posição de equilíbrio, com a mola não deformada L_0 ; a

segunda (B) quando o bloco percorre uma determinada distância x na rampa e que, portanto, a mola terá uma deformação final L .

Figura 6 – Representação da trajetória do bloco no plano inclinado, sendo B o ponto de referência quando $h_{inicial} = 0$.



Fonte: autoria própria.

Adotando o ponto (B) como referência, o bloco nesta posição terá apenas energia potencial elástica (E_{pel}) armazenada. Em ambos os pontos a energia cinética E_c do bloco será nula, pois $v_{bloco} = 0$ (repouso). Além disso, no ponto (A) o bloco terá apenas energia potencial gravitacional E_{pg} armazenada e parte dela será convertida em energia potencial elástica E_{pel} , enquanto a outra parte da energia será dissipada pela ação da força de atrito. O trabalho da força de atrito W_{Fat} no trajeto $A \rightarrow B$ é negativo. Assim, do teorema do trabalho-energia temos:

$$W_{Fat} = (E_M)^B - (E_M)^A = -\mu_c N x = \frac{k(\Delta L)^2}{2} - mgh, \quad (5.19)$$

sendo x a posição que o bloco percorre até atingir o ponto de referência; ΔL a variação do comprimento da mola, dada pela soma $L_0 + L$; h a altura da queda do bloco no plano inclinado, dada por $x \cdot \text{sen}\theta$ (pela geometria do problema).

Substituindo as variáveis na equação 5.19 e reescrevendo a altura h em função do ângulo θ e depois isolando a variável ΔL , temos:

$$\frac{k(\Delta L)^2}{2} = -\mu_c \cdot (mg \cos\theta) \cdot x + mg(x \cdot \text{sen}\theta). \quad (5.20)$$

Na expressão 5.20, perceba que m, g e x são fatores comuns em ambas as expressões da soma, logo podemos colocá-los em evidência:

$$\frac{k(\Delta L)^2}{2} = mgx \cdot (-\mu_c \cos\theta + \text{sen}\theta). \quad (5.21)$$

Finalmente, isolando $(\Delta L)^2$ e fazendo algumas manipulações algébricas, obtemos:

$$\Delta L^2 = \frac{2mg}{k}(\text{sen}\theta - \mu_c \text{cos}\theta)x. \quad (5.22)$$

A equação 5.22 pode ser comparada a função afim, dada da forma:

$$y = ax + b. \quad (5.23)$$

Comparando as expressões 5.22 e 5.23, temos que $b = 0$ e o coeficiente angular a :

$$c = \frac{2mg}{k}(\text{sen}\theta - \mu_c \text{cos}\theta). \quad (5.24)$$

Dessa expressão, observa-se que ΔL^2 é uma função linear de x , de tal forma que podemos estimar graficamente a constante c a partir do coeficiente angular e , em seguida, estimar o coeficiente de atrito cinético μ_c .

5.1.2 *Abordagem experimental*

A proposta didática que a OBFEP traz em suas provas experimentais sobre o tema MHS parte do pressuposto de conhecer o valor g da aceleração da gravidade local para pequenas oscilações. Para isso, os alunos dos níveis A, B, C teriam que realizar uma série de medições do período do pêndulo simples e aplicá-las às equações, adequadamente manipuladas, deste movimento oscilatório.

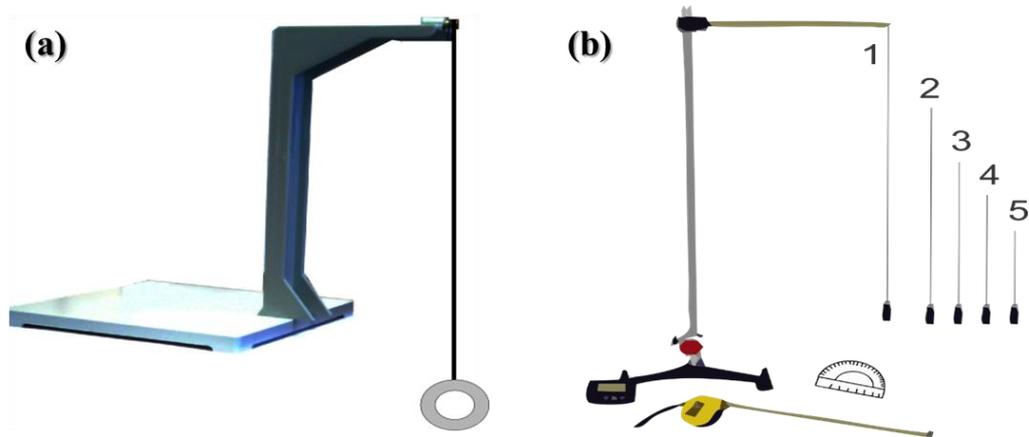
A partir de uma análise geral das provas de segunda fase da OBFEP, observou-se que a edição de 2015 foi a primeira na qual o tema pêndulo simples foi abordado. Nela, na primeira questão experimental foi solicitada dos estudantes a determinação da aceleração da gravidade local na aproximação de pequenos ângulos. Na segunda questão experimental foi cobrada estimativa da incerteza para essas medidas de gravidade.

Na edição de 2019, este tema foi cobrado nos níveis A e B com a mesma proposta de medir a aceleração da gravidade local com uso de pêndulo simples. No entanto, os participantes não teriam que realizar medições, mas fazerem análises com os dados experimentais já previamente determinados.

As montagens experimentais das edições de 2015 e 2019 (ver figura 7) eram diferentes, mas o experimento proposto era essencialmente o mesmo. No kit experimental de 2015 consta: uma base de plástico, uma haste de plástico com pino de metal, uma fita métrica de 150 cm, um cronômetro digital, um transferidor, duas etiquetas adesivas, um saquinho de

plástico contendo uma arruela e um fio de comprimento aproximado de 120 cm. Na edição de 2019, o kit experimental era composto por um objeto metálico, um cronômetro digital, cinco comprimentos distintos de fio, um transferidor e uma trena.

Figura 7 – Modelo do arranjo experimental envolvendo pêndulo simples: (a) edição de 2015; (b) edição de 2019.



Fonte: Compilação feita pelo autor com imagens retiradas das provas experimentais

Na edição da OBFEP 2016, nível C, o assunto de MHS foi abordado, mas dessa vez não com pêndulo simples, e sim envolvendo um sistema massa-mola. O kit, conforme mostra a figura 8, contava com os seguintes materiais: duas bases ou plataformas de MDF articuladas de 37 cm; uma régua plástica; um saquinho de plástico com 10 arruelas, 2 molas idênticas e um gancho para arruelas; um carrinho de madeira de massa 111 g; um bloco de madeira; um barbante de aproximadamente 15 cm e um cronômetro.

Figura 8 – Modelo do arranjo experimental envolvendo o sistema massa-mola utilizado na edição da OBFEP 2016, nível C.



Fonte: autoria própria.

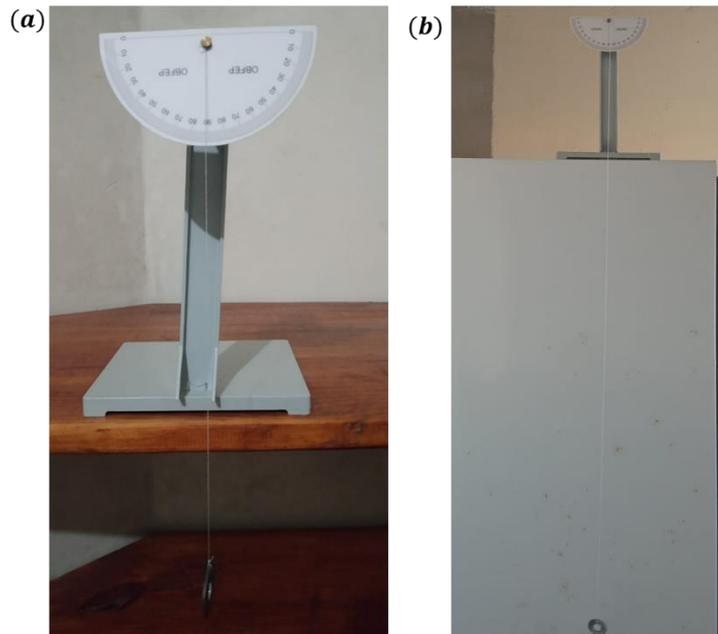
5.1.2.1 Experimentos de Pêndulo Simples

5.1.2.1.1 Prova experimental de 2015

Procedimento experimental: determinação do comprimento L do pêndulo, do período de oscilação para um ângulo menor ou igual a 10° e do período de oscilação soltando o pêndulo a 45° .

Inicialmente, fixou-se o transferidor no pino de metal da haste de plástico e, após encaixar a haste na base de plástico, usou-se as etiquetas adesivas para fixar a base na mesa. Feito isso, amarrou-se uma extremidade do fio à arruela e a outra extremidade ao pino da haste, conforme a figura 9. A base para este experimento foi montada de forma diferente para que o efeito do atrito do fio com o suporte e o efeito resistivo do ar fossem desprezíveis. Além disso, o fio possuía massa muito menor que a do corpo oscilante, podendo afirmar que toda a massa relevante estava concentrada no corpo, como se esperaria para o caso de um pêndulo simples.

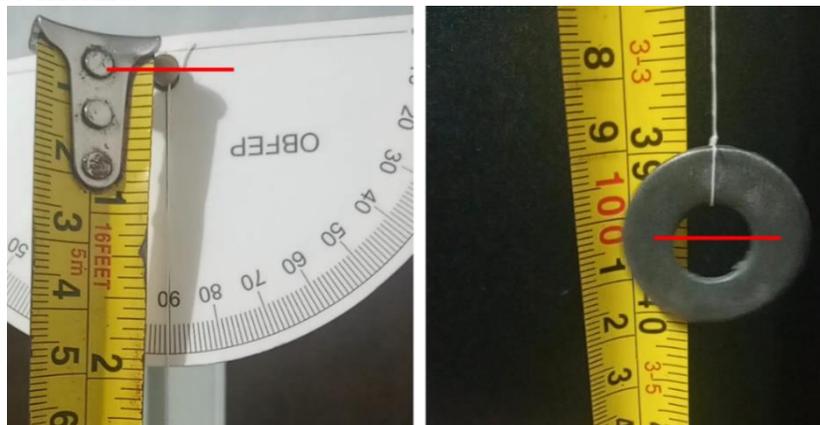
Figura 9 – Base/haste montada de forma invertida e posicionada em um local para não sofrer atrito: (a) pêndulo com fio de comprimento $L = 35 \text{ cm}$ (fins demonstrativos) (b) pêndulo com fio de comprimento $L = 107 \text{ cm}$ (o mesmo utilizado em nosso experimento desta edição).



Fonte: autoria própria.

Utilizando uma régua milimetrada, mediu-se o comprimento L do fio. Esse comprimento foi medido do pino de fixação na base até o centro da arruela, conforme a figura 10. O resultado encontrado foi de $L = (1,01 \pm 0,05) \text{ m}$.

Figura 10 – Medição do comprimento do pêndulo: (esquerda) indicando a posição inicial da fita métrica alinhada ao ponto de apoio; (direita) indicando o centro de massa geométrica do sistema.



Fonte: autoria própria.

Em seguida, colocou-se o pêndulo num ângulo pequeno, de aproximadamente 10° , soltando-o levemente (ver figura 11b). Vendo a oscilação, esperou que ele ficasse equilibrado e, com isso, acionou-se o cronômetro. Mediu-se três vezes o período de uma oscilação, no qual foi encontrado $T_1 = (1,90 \pm 0,5) s$, $T_2 = (2,04 \pm 0,5) s$ e $T_3 = (2,23 \pm 0,5) s$.

Dos resultados encontrados na medição anterior, o aluno poderia observar que os três tempos diferiram bastante. Parte desse resultado, deu-se ao tempo de resposta ao inicializar e parar o cronometro. O tempo de resposta pode ser estimado em $0,5s$. Para amenizar esse efeito, podemos medir o tempo de dez oscilações completas e dividi-lo por dez para encontrar o período do pêndulo. Os valores das medições do período para dez oscilações foram: $T_1 = (20,13 \pm 0,5) s$, $T_2 = (20,15 \pm 0,5) s$ e $T_3 = (20,14 \pm 0,5) s$. Para o valor médio dessas medições, temos:

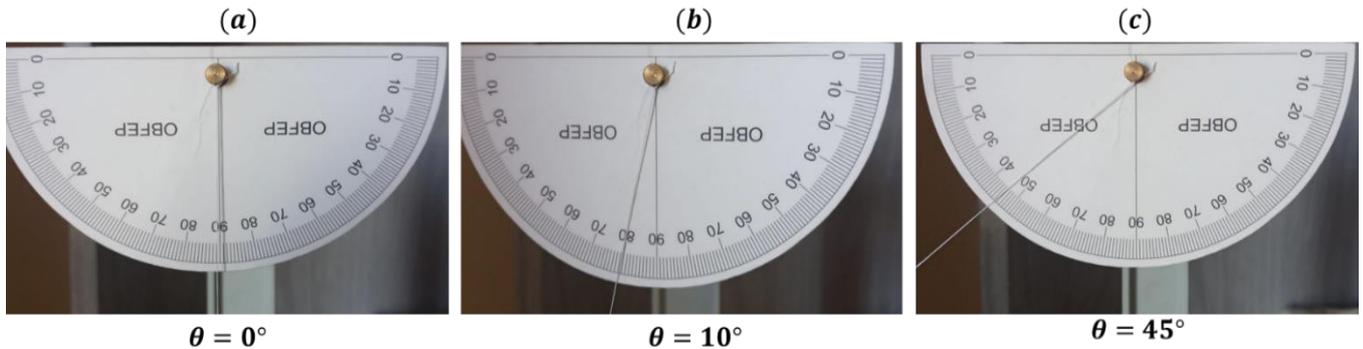
$$T_{m\u00e9dio} = \frac{(T_1 + T_2 + T_3)}{3} = \frac{(20,13 + 20,15 + 20,14)}{3} = (20,14 \pm 0,5) s$$

Por fim, para encontramos o período do pêndulo $T_{p\u00e9ndulo}$ para apenas uma oscilação completa, basta dividirmos o $T_{m\u00e9dio}$ por 10. Nesse caso, tamb\u00e9m \u00e9 de se esperar que a incerteza devida ao tempo de resposta seja dividida por dez, resultando em $\Delta T = 0,05s$. Isso porque estamos medindo o per\u00edodo em 10 vezes o per\u00edodo, diminuindo o erro experimental. No caso de 10 oscila\u00e7\u00f5es, significa que medimos o per\u00edodo em 10 vezes o per\u00edodo, diminuindo o erro experimental.

$$T_{p\u00e9ndulo} = \frac{(20,14 \pm 0,5)}{10} = (2,014 \pm 0,05) s \rightarrow T_{p\u00e9ndulo} = (2,01 \pm 0,05) s.$$

A partir da metodologia exposta, e soltando o pêndulo de um \u00e2ngulo menor ou igual a 10° (primeiro procedimento) e de um \u00e2ngulo igual a 45° (segundo procedimento), conforme mostra a figura 11, o aluno foi instruido a responder \u00e0s quest\u00f5es experimentais da prova.

Figura 11 – Representação da posição angular do pêndulo simples: (a) posição de equilíbrio, com $\theta = 0^\circ$; (b) posição do primeiro procedimento, com $\theta = 10^\circ$; (c) posição do segundo procedimento, com $\theta = 45^\circ$.



Fonte: autoria própria.

Questão 1 (níveis A, B e C): Medição de g na aproximação de pequenos ângulos.

a) A partir do comprimento L e do período T do pêndulo, é possível aferir a aceleração da gravidade g por meio da seguinte relação:

$$g = 4\pi^2 \frac{L}{T^2}$$

Encontre o valor de g com uma casa decimal, e especifique as unidades.

No procedimento experimental, encontramos $L = (1,01 \pm 0,05) \text{ cm}$ e $T_{\text{pêndulo}} = (2,01 \pm 0,05) \text{ s}$. Utilizando esses valores na equação anterior, temos:

$$g = 4\pi^2 \frac{(1,01)}{(2,01)^2} = 9,87 \text{ m/s}^2$$

b) Correção além da aproximação de pequenos ângulos. A correção além da aproximação de pequenos ângulos, para aceleração da gravidade g é dada pela seguinte relação:

$$g = 4\pi^2 \frac{L}{T^2} \left(1 + \frac{1}{8} \theta^2 \right) \text{ com } \theta \text{ em radianos}$$

Determine o valor de g com uma casa decimal, soltando o pêndulo com um ângulo de 45° , e especifique as unidades.

De forma análoga às medições soltando o pêndulo com um ângulo de 10° , realizou-se três medidas para dez oscilações estando o pêndulo posicionado inicialmente a 45° . Neste

procedimento, encontramos $T_1 = (20,30 \pm 0,5) s$, $T_2 = (20,36 \pm 0,5)s$ e $T_3 = (20,35 \pm 0,5) s$. Desse resultado, temos o valor médio para encontrar o período de apenas uma oscilação:

$$T_{\text{médio}} = \frac{(T_1 + T_2 + T_3)}{3} = \frac{(20,30 + 20,36 + 20,35)}{3} = (20,33 \pm 0,5) s$$

e ainda:

$$T_{\text{pêndulo}} = \frac{(20,33 \pm 0,5)}{10} = (2,03 \pm 0,05) s$$

Como o ângulo da expressão anterior usa o ângulo em radianos, teríamos que transformar 45° em radianos. Se 180° é igual a π radianos, logo 1 grau é equivalente a $\pi / 180$ radianos. Dessa forma:

$$45^\circ = \frac{\pi}{4} rad$$

$$g = 4\pi^2 \frac{L}{T^2} \left[1 + \frac{1}{8} \left(\frac{\pi}{4} \right)^2 \right] \rightarrow g = 4\pi^2 \frac{L}{T^2} \left(1 + \frac{\pi^2}{128} \right) = 4\pi^2 \frac{L}{T^2} \left(\frac{128 + \pi^2}{128} \right)$$

$$g = 4\pi^2 \frac{1,01}{(2,03)^2} \left(\frac{129 \cdot \pi^2}{128} \right) \therefore g = 10,38 m/s^2$$

Do valor acima, o estudante poderia perceber a importância do fator de correção para pêndulos com grandes amplitudes. A equação utilizada para determinar g com ângulo de 10° (pequenas amplitudes) é precisa devido às forças se aproximarem de uma força linear. Já em grandes amplitudes, as componentes vetoriais são mais distantes de uma força linear, embora seja um movimento periódico, por isso a necessidade do uso da correção. Além disso, é importante assegurar que, para todas as medições do período, use o ângulo de 45° (já que poderiam ter medidas utilizando 41° , 42° ou 43° , por exemplo, o que afeta no resultado final da aceleração gravitacional).

Questão 2 (níveis B e C): Estimativa da incerteza sobre g.

a) Determine o valor da aceleração da gravidade e a incerteza associada à sua medição, de g no caso de pequenas oscilações;

De acordo com o enunciado, o estudante deveria apresentar o resultado final na forma de $(\overline{\text{valor médio}} \pm \text{incerteza}) \text{ unidade}$, pois o resultado de uma medição consiste sempre em um intervalo de valores possíveis para uma grandeza medida. Além disso, o valor de \bar{g} , o valor médio de g , e sua incerteza Δg podem ser obtidos usando-se as seguintes relações:

$$\bar{g} = \frac{g_{\text{máx}} + g_{\text{mín}}}{2} \quad \text{e} \quad \Delta g = \frac{g_{\text{máx}} - g_{\text{mín}}}{2}$$

nas quais, para pequenas oscilações, valem as expressões:

$$g_{\text{máx}} = 4\pi^2 \frac{l}{T_{\text{mín}}^2} \quad \text{e} \quad g_{\text{mín}} = 4\pi^2 \frac{l}{T_{\text{máx}}^2}$$

sendo os valores $T_{\text{mín}} = T - \Delta T$ e $T_{\text{máx}} = T + \Delta T$

Utilizando os valores numéricos encontrados na questão 1a, temos:

$$T_{\text{mín}} = T - \Delta T = 2,01 - 0,05 = \mathbf{1,96 \text{ s}}$$

$$T_{\text{máx}} = T + \Delta T = 2,01 + 0,05 = \mathbf{2,06 \text{ s}}$$

de tal forma que:

$$g_{\text{máx}} = 4\pi^2 \frac{L}{T_{\text{mín}}^2} = 4\pi^2 \frac{(1,01)}{(1,96)^2} = 39,5 \cdot 0,275 \quad \therefore g_{\text{máx}} = 10,39 \text{ m/s}^2$$

$$g_{\text{mín}} = 4\pi^2 \frac{L}{T_{\text{máx}}^2} = 4\pi^2 \frac{(1,01)}{(2,06)^2} = 39,5 \cdot 0,227 \quad \therefore g_{\text{mín}} = 9,401 \text{ m/s}^2$$

Com os valores encontrados anteriormente, podemos determinar o valor médio de g , sendo ele:

$$\bar{g} = \frac{g_{\text{máx}} + g_{\text{mín}}}{2} = \frac{10,39 + 9,401}{2} = \mathbf{9,9 \text{ m/s}^2}$$

A incerteza associada à sua medição será:

$$\Delta g = \frac{g_{\text{máx}} - g_{\text{mín}}}{2} = \frac{10,39 - 9,401}{2} = \mathbf{0,49 \text{ m/s}^2}$$

Portanto, para pequenas oscilações o valor da aceleração gravitacional e a sua incerteza será de $g = (9,9 \pm 0,49) \text{ m/s}^2$.

b) Determine o valor da aceleração da gravidade e a incerteza associada à sua medição, de g na correção além de pequenas oscilações;

Neste item, o estudante deveria usar a mesma ideia da questão anterior, com a diferença de considerar a correção além de pequenas oscilações. Para isso, valem as expressões:

$$g_{\text{máx}} = 4\pi^2 \frac{l}{T_{\text{mín}}^2} \left(1 + \frac{1}{8}\theta^2\right) \quad \text{e} \quad g_{\text{mín}} = 4\pi^2 \frac{l}{T_{\text{máx}}^2} \left(1 + \frac{1}{8}\theta^2\right)$$

sendo $T_{\text{mín}}$ e $T_{\text{máx}}$ dados respectivamente por:

$$T_{\text{mín}} = T - \Delta T \quad \text{e} \quad T_{\text{máx}} = T + \Delta T$$

Substituindo os valores numéricos encontrados na questão 1b, temos:

$$T_{\text{mín}} = T - \Delta T = 2,03 - 0,05 = \mathbf{1,98 \text{ s}}$$

$$T_{\text{máx}} = T + \Delta T = 2,03 + 0,05 = \mathbf{2,08 \text{ s}}$$

de tal forma que:

$$g_{m\acute{a}x} = 4\pi^2 \frac{L}{T_{m\acute{i}n}^2} \left(1 + \frac{1}{8}\theta^2\right) = 4\pi^2 \frac{1,01}{(1,98)^2} \left(\frac{128 + \pi^2}{128}\right) = 10,96 \text{ m/s}^2$$

$$g_{m\acute{i}n} = 4\pi^2 \frac{L}{T_{m\acute{a}x}^2} \left(1 + \frac{1}{8}\theta^2\right) = 4\pi^2 \frac{1,01}{(2,08)^2} \left(\frac{128 + \pi^2}{128}\right) = 9,932 \text{ m/s}^2$$

Com os valores encontrados anteriormente, podemos determinar o valor médio de g , sendo ele:

$$\bar{g} = \frac{g_{m\acute{a}x} + g_{m\acute{i}n}}{2} = \frac{10,96 + 9,932}{2} = \mathbf{10,4 \text{ m/s}^2}$$

A incerteza associada  sua medição será:

$$\Delta g = \frac{g_{m\acute{a}x} - g_{m\acute{i}n}}{2} = \frac{10,96 - 9,932}{2} = \mathbf{0,5 \text{ m/s}^2}$$

Portanto, além de pequenas oscilações, o valor da aceleração gravitacional e a sua incerteza será de $\mathbf{g = (10,4 \pm 0,5) \text{ m/s}^2}$.

c) Determine se os dois valores obtidos para a aceleração da gravidade são consistentes, isto é, se há intersecção dos dois intervalos que representam os valores das medições.

Para responder a este item, o estudante deveria analisar a incerteza Δg associada  medição da aceleração gravitacional. O valor de g para $\theta = 10^\circ$ foi menor em relação ao valor obtido quando $\theta = 45^\circ$, por isso devemos usar o menor desvio em relação a \bar{g}_{10° :

$$\mathbf{g = (9,9 + 0,49) = 10,39 \text{ m/s}^2}$$

O valor acima é muito próximo (1% menor) que o resultado obtido para \bar{g}_{45° ($10,4 \text{ m/s}^2$).

Já o valor de g para $\theta = 45^\circ$ foi maior em relação ao valor obtido quando $\theta = 10^\circ$, logo devemos usar o maior desvio em relação a \bar{g}_{45° :

$$\mathbf{g = (10,4 - 0,5) = 9,9 \text{ m/s}^2}$$

O resultado anterior é igual ao valor que encontramos para \bar{g}_{10° ($9,9 \text{ m/s}^2$).

Portanto, os dois valores obtidos para aceleração da gravidade são consistentes, já que há intersecção dos dois intervalos que representam os valores das medições.

5.1.2.1.2 Prova Experimental de 2019

QUESTÃO 1 (Níveis A e B): Determinação de g na aproximação de pequenos ângulos.

Procedimento experimental da questão 1: Primeiro foram cortados diferentes comprimentos de fio (L) para construir o pêndulo. Assim, o experimento consistiu em medir o tempo de 10 oscilações do pêndulo simples, considerando os 5 comprimentos do fio, a fim de minimizar os erros associados às medidas. As oscilações foram feitas considerando ângulos menores que 10° , utilizando o auxílio do transferidor.

Na folha de dados, foram anotados os dados abaixo:

	Pêndulo 1	Pêndulo 2	Pêndulo 3	Pêndulo 4	Pêndulo 5
L (m)	1,50	1,00	0,75	0,50	0,25
t (s)	25,00	20,50	16,60	14,10	10,00

Para cada comprimento do fio foi medido com o cronômetro o tempo de 10 oscilações do pêndulo (t). Dessa forma, para obter o período do pêndulo (T), ou seja, o tempo de uma única oscilação, foi utilizada a seguinte equação:

$$T = \frac{t}{N}$$

onde N é o número de oscilações durante o intervalo de tempo medido.

Sabendo que a equação do período de oscilação de um pêndulo simples é dada por:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad (\text{eq. 1 do roteiro experimental – ver equação 5.8})$$

Questão 1: calcule a aceleração da gravidade g usando os dados de cada pêndulo (considere $\pi = 3,14$; $2\pi = 6,28$; $4\pi^2 = 39,48$) e determine, com duas casas decimais e a respectiva unidade, o resultado final de g , g_{med} , a partir da média aritmética dos valores calculados. Em seguida, desenvolva no Caderno de Resolução o cálculo de g_{med} , usando a média aritmética dos valores calculados para cada pêndulo e apresente esse valor, com duas casas decimais e a respectiva unidade.

Posto o enunciado, inicialmente vamos calcular a aceleração gravitacional para cada comprimento do fio combinando as duas equações dadas na prova, sendo ambas as

mesmas discutidas na abordagem teórica deste capítulo.

$$g_{fio} = 4\pi^2 \frac{l_{fio}}{T^2} \therefore g_{fio} = 4\pi^2 \frac{l_{fio}}{\left(\frac{t_{oscilação}}{10}\right)^2}$$

O estudante teria que verificar se as unidades das medidas colocadas na tabela da prova estão no SI e, em seguida, substituir os valores numéricos na equação anterior. Sendo assim, para cada pêndulo temos:

$$g_1 = 4\pi^2 \frac{l_1}{T_1^2} = 4\pi^2 \frac{1,5}{\left(\frac{25}{10}\right)^2} \therefore g_1 = 9,48 \text{ m/s}^2$$

$$g_2 = 4\pi^2 \frac{l_2}{T_2^2} = 4\pi^2 \frac{1,0}{\left(\frac{20,50}{10}\right)^2} \therefore g_2 = 9,39 \text{ m/s}^2$$

$$g_3 = 4\pi^2 \frac{l_3}{T_3^2} = 4\pi^2 \frac{0,75}{\left(\frac{16,60}{10}\right)^2} \therefore g_3 = 10,75 \text{ m/s}^2$$

$$g_4 = 4\pi^2 \frac{l_4}{T_4^2} = 4\pi^2 \frac{0,50}{\left(\frac{14,10}{10}\right)^2} \therefore g_4 = 9,93 \text{ m/s}^2$$

$$g_5 = 4\pi^2 \frac{l_5}{T_5^2} = 4\pi^2 \frac{0,25}{\left(\frac{10,0}{10}\right)^2} \therefore g_5 = 9,87 \text{ m/s}^2$$

A partir das regras de algarismos significativos e arredondamentos discutidos no capítulo de análise e tratamento de dados, os valores da aceleração gravitacional foram colocados com duas casas decimais, conforme consta o enunciado. Com isso, podemos medir g_{med} a partir da média aritmética dos valores encontrados:

$$g_{med} = \frac{(g_1 + g_2 + g_3 + g_4 + g_5)}{5} = \frac{(9,48 + 9,39 + 10,75 + 9,93 + 9,87)}{5}$$

$$g_{med} = 9,88 \text{ m/s}^2$$

QUESTÃO 2 (apenas nível B): Determinação gráfica de g na aproximação de pequenos ângulos.

Procedimento experimental na Questão B2: Da (eq. 1) do roteiro experimental (ver equação 5.8) pode-se obter:

$$T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{g}\right)L \quad (\text{eq. 2 do roteiro experimental})$$

Dessa expressão observa-se que T^2 é uma função linear de L , de coeficiente angular

$$c = \left(\frac{4\pi^2}{g}\right) \quad (\text{eq. 3 do roteiro experimental})$$

Antes de dar sequência para estimar graficamente a constante c e, em seguida, obter g , o estudante deveria calcular o termo T^2 (com duas casas decimais) a partir dos dados da tabela anterior e da aceleração da gravidade calculada para cada pêndulo.

Substituindo os valores de L e g e usando a aproximação $4\pi^2 = 39,48$, temos para o pêndulo 1:

$$T_1^2 = 4\pi^2 \cdot \frac{L_1}{g_1} = 39,48 \cdot \frac{1,5}{9,48} = \mathbf{6,2468 \text{ s}^2}$$

Notemos que o resultado acima está com quatro casas decimais (2 décimos, 4 centésimos, 6 milésimos e 8 décimos de milésimos), sendo o primeiro algarismo 6 representando a parte inteira. Como o resultado final deve ser colocado apenas com duas casas decimais, o estudante teria que utilizar as regras de arredondamentos, conforme discutido no capítulo 4. Nesse caso, deveríamos manter o dígito da primeira casa decimal (2) e aumentar uma unidade na segunda casa decimal, pois o algarismo (6) posterior é maior que 5. Portanto, a expressão final seria $T_1^2 = \mathbf{6,25 \text{ s}^2}$.

Podemos aplicar essa mesma ideia para determinar o termo T^2 dos demais pêndulos. Sendo assim, temos:

$$T_2^2 = 4\pi^2 \cdot \frac{L_2}{g_2} = 39,48 \cdot \frac{1,00}{9,39} \therefore T_2^2 = \mathbf{6,31 \text{ s}^2}$$

$$T_3^2 = 4\pi^2 \cdot \frac{L_3}{g_3} = 39,48 \cdot \frac{0,75}{10,75} \therefore T_3^2 = \mathbf{2,75 \text{ s}^2}$$

$$T_4^2 = 4\pi^2 \cdot \frac{L_4}{g_4} = 39,48 \cdot \frac{0,5}{9,93} \therefore T_4^2 = \mathbf{1,99 \text{ s}^2}$$

$$T_5^2 = 4\pi^2 \cdot \frac{L_5}{g_5} = 39,48 \cdot \frac{0,25}{9,87} \therefore T_5^2 = \mathbf{1,00 \text{ s}^2}$$

Os valores medidos de L , t e os valores calculados de T^2 e g , com duas casas

decimais, encontram-se na tabela 3 (mesma tabela que o estudante deveria apresentar no Caderno de Resolução).

Tabela 3 – Valores calculados para as grandezas no primeiro procedimento da questão 2.

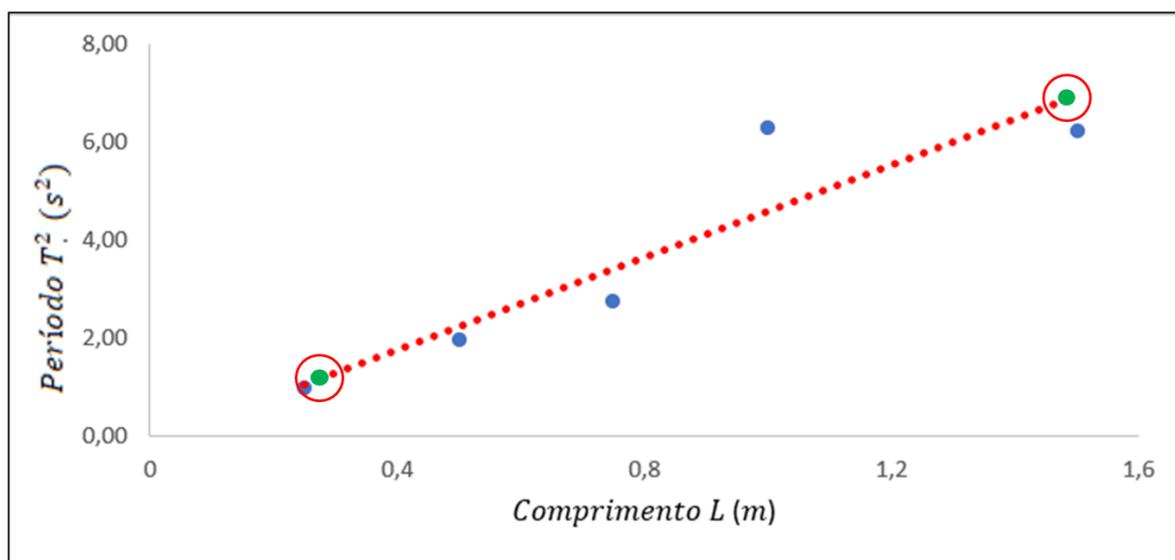
	Pêndulo 1	Pêndulo 2	Pêndulo 3	Pêndulo 4	Pêndulo 5
$L(m)$	1,50	1,00	0,75	0,50	0,25
$t(s)$	25,00	20,50	16,60	14,10	10,00
$T^2(s^2)$	6,25	6,31	2,75	1,99	1,00
$g(m/s^2)$	9,48	9,39	10,75	9,93	9,87

Fonte: elaborado pelo autor.

Questão 2: Considerando os dados dos cinco pêndulos, desenhe o gráfico com os pontos experimentais T^2 versus L no Caderno de Resolução, trace a linha reta que melhor se ajusta a estes pontos e siga os passos:

a) Determine o coeficiente angular (c) da linha reta indicando quais pontos foram usados. Escreva o valor de c , com duas casas decimais, usando as unidades dos pontos experimentais.

Gráfico 3 – Representação da relação T^2 versus L , com a linha reta em vermelho representando a melhor curva que se ajusta aos pontos experimentais. Os pontos azuis representam os pontos experimentais e os pontos verdes representam pontos da reta.



Fonte: autoria própria.

Vamos usar dois pontos distantes da reta entre si para calcular o coeficiente angular da reta. Observando a curva do gráfico, o estudante poderia utilizar os pontos $P_1(0,25; 1,00)$ e $P_2(1,50; 6,90)$, de tal forma que a constante c seria:

$$c = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)} = \frac{(6,90 - 1,00)}{(1,50 - 0,25)} = \frac{5,90}{1,25}$$

$$c = 4,7$$

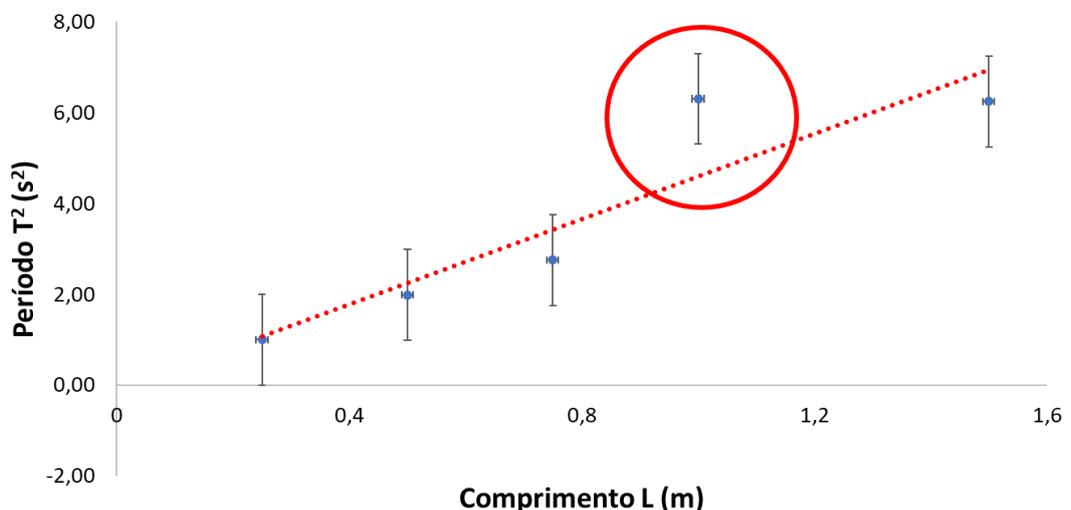
b) Empregando a expressão da (eq.3) do roteiro experimental apresentada e o valor obtido de (c), coraçãõ da gravidade, $g_{\text{calculado}}$, com duas casas decimais, especificando a unidade (use $4\pi^2 = 39,48$).

$$c = \left(\frac{4\pi^2}{g} \right) \therefore g = \frac{4\pi^2}{c}$$

$$g_{\text{calculado}} = \frac{39,48}{4,7} = 8,4 \text{ m/s}^2$$

O estudante poderia esperar um valor pouco menor para $g_{\text{calculado}}$, pois, ao fazer o gráfico com os dados que prova experimental disponibilizou, há um ponto experimental um pouco mais discrepante em relação aos demais valores, conforme mostra o gráfico 4.

Gráfico 4 – Representação da relação T^2 versus L , com a linha reta em vermelho representando a melhor curva que se ajusta aos pontos experimentais e com as barras de erro na vertical. Observa-se o ponto $P(6,31; 1)$ discrepante em relação aos demais conjunto de dados.



Fonte: autoria própria.

c) *Supondo que a aceleração da gravidade em sua cidade seja $g = 9,78 \text{ m/s}^2$, calcule o desvio relativo Δg , em porcentagem, entre esse valor e cada um dos dois valores g obtidos na Questão B1 e no item b) acima, utilizando a equação abaixo.*

$$\Delta g = \left| \frac{g_{\text{cidade}} - g_{\text{calculado}}}{g_{\text{cidade}}} \right| \times 100$$

Os dois valores g obtidos na *Questão B1* e no *item b) acima* referem-se, respectivamente, a g_{med} e $g_{\text{calculado}}$. O aluno também deveria representar seu resultado final com duas casas decimais e a respectiva unidade na forma de:

$$g_{\text{calculado}} \pm \text{desvio relativo}$$

$$g_{\text{med}} \pm \text{desvio relativo}$$

Empregando os dados numéricos obtidos anteriormente, podemos calcular os desvios relativos para cada medida:

$$\Delta g_{\text{calculado}} = \left| \frac{9,78 - 8,40}{9,78} \right| \times 100 \rightarrow \Delta g \cong 14\%$$

$$\Delta g_{\text{med}} = \left| \frac{9,78 - 9,88}{9,78} \right| \times 100 \rightarrow \Delta g \cong \sim 1,0\%$$

de tal forma que:

$$g_{\text{calculado}} = (0,94 \pm 1,40) \cdot 10 \text{ m/s}^2$$

$$g_{\text{med}} = (9,88 \pm 1,02) \text{ m/s}^2$$

5.1.2.2 Experimento de oscilador massa-mola

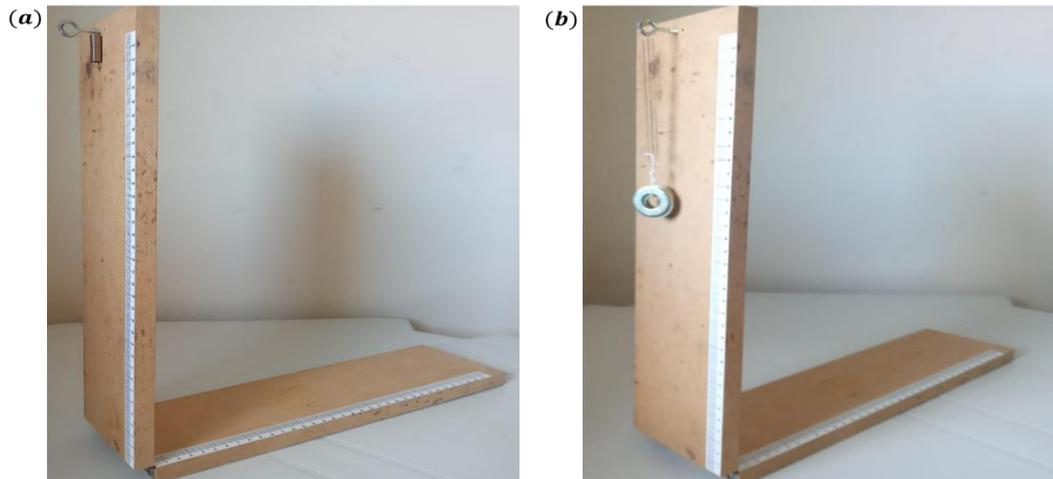
Questão Experimental 1: Determinação da constante elástica (k) da mola

Seguindo o procedimento experimental, meça o tempo (t_n) de $n = 40$ oscilações completas do conjunto massa/mola.

Inicialmente, posicionou-se a rampa de MDF na vertical e prendeu uma extremidade da mola ao pino parafusado na tábua. Usando o gancho, suspendeu-se 5 arruelas

na outra extremidade da mola para formar assim um oscilador massa/mola, como mostra a figura 12.

Figura 12 – Modelo do arranjo experimental envolvendo sistema massa-mola: (a) rampa de MDF posicionada na vertical com a mola na extremidade; (b) arruelas suspensas no gancho formando um oscilador massa-mola.



Fonte: autoria própria.

Em seguida, colocou-se o conjunto para oscilar até atingir 40 oscilações. Para maior confiabilidade nos dados, mediu-se esse tempo três vezes, sendo eles: $t_{n_1} = 24,79 \text{ s}$, $t_{n_2} = 24,83 \text{ s}$ e $t_{n_3} = 24,80 \text{ s}$. Assim, o valor médio encontrado experimentalmente foi de $t_{n_{\text{médio}}} = 24,80 \text{ s}$.

Com esse dado coletado, o estudante teria que empregar as relações matemáticas discutidos na abordagem teórica para determinar o período (T) das oscilações e a incerteza associada (s_{tn}). O período (T) será:

$$T = \frac{t_n}{n} = \frac{24,80}{40} = 0,62 \text{ s.}$$

Na prova experimental consta uma estimativa da incerteza associada à determinação de t_n , sendo ela $s_{tn} = 0,4 \text{ s}$. Nesse caso, para saber a incerteza associada ao período T também deveria ser dividido por 40, ou seja, $s_T = \frac{0,4}{40} = 0,01 \text{ s}$.

O estudante deveria expressar o resultado de sua medida na forma $(x \pm s_x)$ unidade, logo o resultado final seria $T = (0,62 \pm 0,01) \text{ s}$.

Após calcular o período T , podemos usar a expressão do período para o sistema massa-mola e determinar a constante k da mola. Sendo assim, temos:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

que manipulada algebricamente, resulta-se em:

$$k = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 m \rightarrow k = \frac{4\pi^2}{T^2} m$$

O valor da massa do gancho com as cinco arruelas é de 147,4 g (ou 0,1474 kg).

Substituindo esse valor e o período encontrado na equação anterior, temos:

$$k = \frac{4\pi^2}{T^2} m = \frac{39,5}{(0,62)^2} \cdot 0,1474$$

$$\mathbf{k = 15,1 \frac{kg}{s^2} \text{ ou } k = 15,1 N/m}$$

em que a incerteza associada à medida da constante elástica k será:

$$s_k = k \sqrt{\left(\frac{s_m}{m}\right)^2 + \left(2\frac{s_T}{T}\right)^2}$$

Do enunciado da questão, podemos ignorar a incerteza associada à massa do conjunto experimental (gancho + 5 arruelas), sendo ela $m = (147,4 \pm 0,3) g$. Logo, o estudante teria que aproximar a expressão da incerteza s_k :

$$s_k \approx 2k \frac{s_T}{T}$$

$$s_k \approx 2 \cdot 15,1 \left(\frac{0,01}{0,62}\right) \rightarrow s = 0,487$$

Portanto, aplicando as regras de arredondamento, a constante elástica da mola usada no experimento é de $\mathbf{k = (15,1 \pm 0,5) N/m}$.

Os resultados obtidos na *questão 1* deste procedimento experimental encontram-se na tabela 4 (tabela semelhante à que o aluno deveria apresentar no Cartão de Resposta da prova).

Tabela 4 – Resultados da primeira questão experimental (OBFEP, nível C).

Parâmetro	Valor
t_n	24,80 s
T	0,62 s.
s_T	0,01 s
k	15,1 N/m
s_k	0,487

Fonte: elaborado pelo autor.

Questão Experimental 2: Determinação do coeficiente de atrito cinético μ_c

Essa questão foi dividida em dois procedimentos. No primeiro procedimento, fixou-se a mola ao pino parafusado à rampa de MDF e prendeu-se na outra extremidade o barbante. Em seguida, conforme mostra a figura 13, colocou-se a rampa inclinada para um ângulo θ tal que quando o carrinho fosse posto na rampa (com a roda para cima), ele sempre deslizasse.

Figura 13 – Modelo do aparato experimental a ser utilizado na segunda questão experimental, com o carrinho preso à mola e posicionado na vertical.



Fonte: autoria própria.

Neste procedimento, o estudante teria que usar uma régua milimetrada, disponibilizada no kit experimental, para medir a altura h , a posição x_{bloco} , ou seja, a posição do bloco de madeira que sustenta a rampa, assim como o comprimento da mola em repouso L_0 . O resultado final teria que ser escrito empregando 1 casa decimal nas unidades sugeridas. Os valores encontrados no nosso procedimento experimental encontram-se na tabela 5.

Tabela 5 – Resultados da segunda questão experimental parte A (OBFEP, nível C).

Parâmetro	Valor (mm)
h	$(37,0 \pm 0,5)$
x_{bloco}	$(100,0 \pm 0,5)$
L_0	$(21,0 \pm 0,5)$

Fonte: elaborado pelo autor.

Ainda no primeiro procedimento experimental (*questão 2a*), o estudante deveria deixar o carrinho deslizar, inicialmente com o barbante não tensionado, para diversos valores de x_1 (posição inicial do carrinho na rampa inclinada medida com a treina fixada à rampa). Quando o carrinho estivesse parado, na posição final x_2 , deveria determinar a variação do comprimento da mola ($\Delta L = L - L_0$) e o módulo da variação de posição ($x = |x_1 - x_2|$). Os valores encontrados no nosso procedimento experimental encontram-se na tabela 6.

Tabela 6 – Resultados da segunda questão experimental parte B (OBFEP, nível C).

Configurações	1	2	3	4	5	6	7
x_1 (mm)	340,0	330,0	320,0	310,0	300,0	290,0	280,0
x_2 (mm)	64,0	76,0	81,0	83,0	91,0	95,0	117,0
$x = x_1 - x_2 $ (mm)	276,0	254,0	239,0	227,0	209,0	195,0	163,0
$\Delta L = L - L_0$ (mm)	106	96,0	93,0	91,0	85,0	78,0	59,0
ΔL^2 (mm ²)	11236,0	9216,0	8649,0	8281,0	7225,0	6084,0	3481,0

Fonte: elaborado pelo autor.

É interessante pontuar que a incerteza associada às grandezas x_1 , x_2 , L e ΔL é de 0,5 mm, pois as medidas foram feitas com o uso da régua milimetrada (a incerteza seria utilizar a metade da menor escala). Como consequência, todos os valores colocados na tabela anterior estão escritos com uma casa decimal quando escritos em mm e mm².

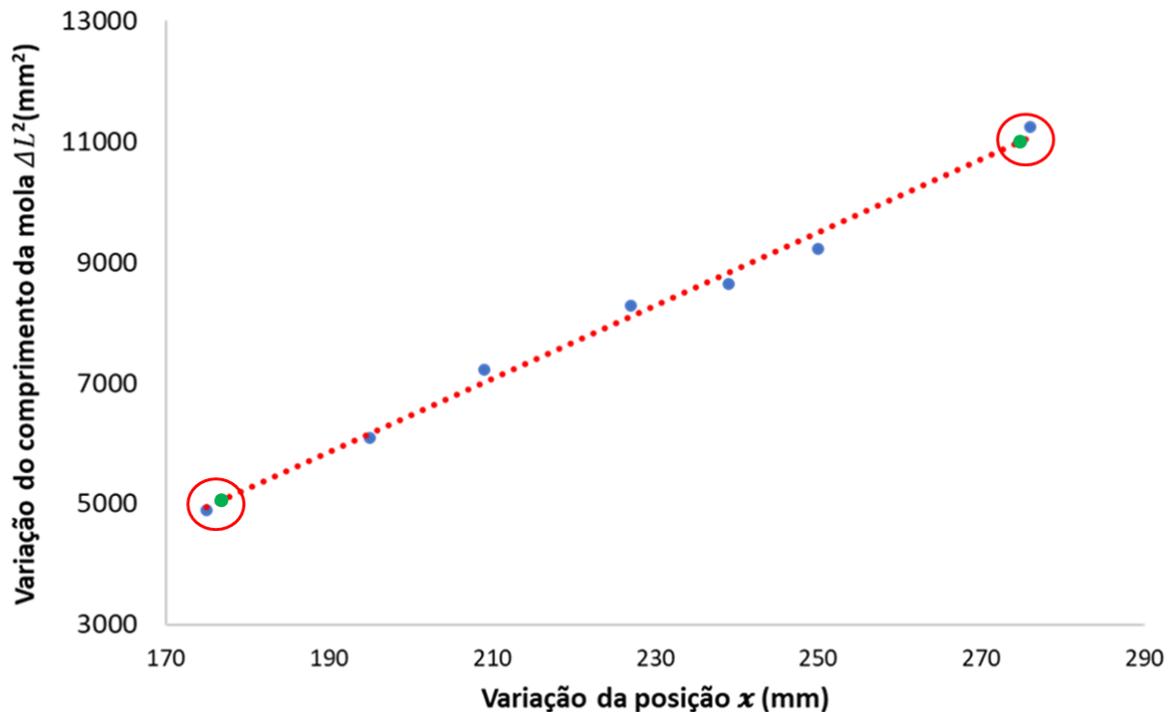
Questão 2b): Coloque os pontos experimentais ΔL^2 versus x na folha de resposta, e trace a linha reta que melhor se ajusta a estes pontos experimentais. Em seguida, determine o coeficiente angular (c) da linha reta indicando qual o procedimento utilizado. Escreva o valor de c sem casa decimal na unidade sugerida (considere $s_c = 2 \text{ mm}^2/\text{mm}$). Em seguida, determine o valor do coeficiente de atrito cinético μ_c .

Conforme discutido na abordagem teórica sobre MHS, ΔL^2 é uma função linear de x dada por:

$$\Delta L^2 = \frac{2mg}{k} (\text{sen}\theta + \mu_c \text{cos}\theta)x$$

A partir dos pontos coletados que foram colocados na tabela 6, podemos determinar o gráfico ΔL^2 versus x , sendo ele:

Gráfico 5 – Variação do comprimento da mola ΔL^2 versus a variação da posição x . O tracejado em vermelho representa a curva que melhor ajusta os pontos experimentais. Os pontos azuis representam os pontos experimentais e os pontos verdes representam pontos da reta usados no cálculo do coeficiente angular.



Fonte: autoria própria.

No gráfico 5, os pontos verdes (que pertencem à reta) serão utilizados para determinar o valor do coeficiente angular da reta θ , que é a própria constante c . Sendo assim, temos:

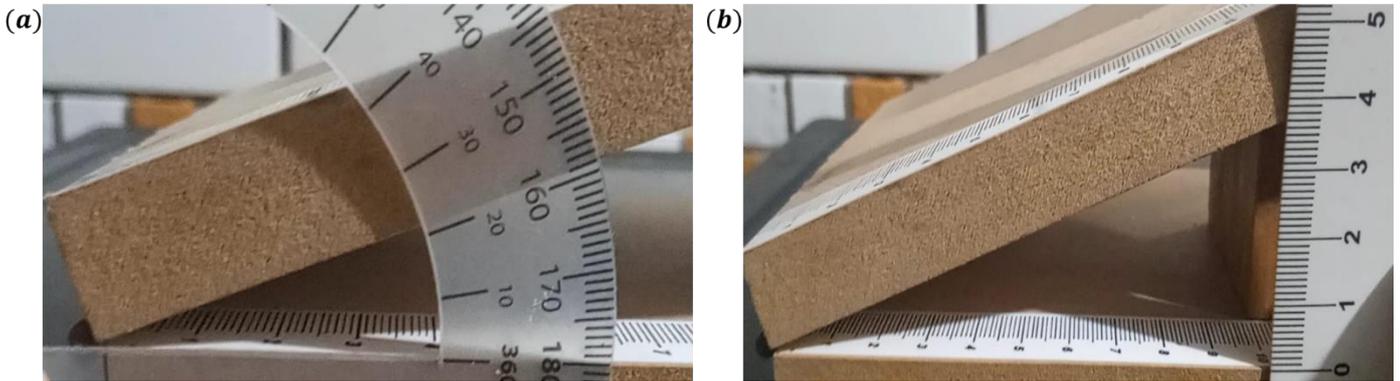
$$c = \frac{\Delta(\Delta L^2)}{\Delta x} = \frac{11236,0 - 3481,0}{276 - 163} = 68,7 \text{ mm}^2/\text{mm}$$

Como no enunciado pede para o resultado não ter casa decimal, logo devemos arredondar a constante para $c = 68 \text{ mm}^2/\text{mm}$.

Da equação 5.17, podemos determinar o valor da tangente a partir dos valores encontrados experimentalmente:

$$tg\theta = \frac{h}{x_{bloco}} = \frac{37,0}{100,0} = 0,37$$

Figura 14 – Representação da inclinação da rampa: (a) medidas com o uso do transferidor, com $\theta = 20,5^\circ$; (b) medidas a partir da tangente do ângulo, com $\theta = 20,3^\circ$.



Fonte: autoria própria.

Na figura 14 (esquerda), temos que o ângulo de inclinação, medida com o transferidor, é de aproximadamente $\theta = 20,5^\circ$. O arcotangente de 0,37 é de aproximadamente $\theta = 20,3^\circ$, demonstrando que medir a inclinação a partir da trigonometria fornece valores precisos.

Logo, da expressão 5.22 obtemos:

$$\mu_c = \operatorname{tg}\theta - \frac{kc}{2mg\cos\theta}$$

Da informação contida na prova, é colocado que para ângulos inferiores a 43° , a função cosseno pode ser aproximada pela expressão seguinte: $\cos\theta \approx 1 - \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{4}tg^2\theta\right)tg^2\theta$ com precisão melhor do que 10%. Calculando o cosseno do ângulo θ , temos:

$$\cos\theta \approx 1 - \frac{1}{2}\left[1 - \frac{1}{4}(0,37)^2\right](0,37)^2$$

$$\cos\theta \approx 0,934$$

Finalmente, podemos usar os valores numéricos encontrados no procedimento experimental para determinar o coeficiente de atrito cinético do carrinho. Um cuidado a ser tomado seria com as unidades de medidas. Como a constante c foi encontrada em função de mm^2/mm , uma sugestão seria converter a aceleração gravitacional g para mm/s^2 (multiplicando $9,8 m/s^2$ por 1000), bem como a massa do carrinho para kg .

$$\mu_c = 0,37 - \frac{15,1 \left[\frac{kg}{s^2}\right] \cdot 68 \left[\frac{mm^2}{mm}\right]}{2 \cdot 0,111[kg] \cdot 9800 \left[\frac{mm}{s^2}\right] \cdot 0,934}$$

$$\mu_c = 0,37 - 0,50 \rightarrow \mu_c = 0,13$$

Além disso, o cálculo da incerteza, s_{μ_c} , na determinação de μ_c é expressa por uma fórmula que requer o uso de calculadora. No entanto, os estudantes na execução na prova não dispõem do uso da calculadora científica. Assim, nas condições experimentais, foi disponibilizada uma expressão aproximada que conduz a uma boa estimativa de s_{μ_c} :

$$s_{\mu_c} \approx \frac{k}{2mg\cos\theta} s_c$$

Com isso, ao usar os dados obtidos experimentalmente, o estudante deveria substituir os valores numéricos nas expressões anteriores para determinar μ_c e s_{μ_c} . Do nosso resultado experimental, obteve-se

$$s_{\mu_c} \approx \frac{15,1}{2 \cdot 0,111 \cdot 9800 \cdot 0,934} \cdot 2 \rightarrow s_{\mu_c} \approx \mathbf{0,01}$$

Portanto, o valor do coeficiente de atrito cinético determinado experimentalmente foi de $\mu_c = (\mathbf{0,13} \pm \mathbf{0,01})$.

Embora o roteiro experimental não tenha mencionado o atrito estático máximo do bloco, que se encontra na iminência de deslizamento no plano inclinado, ele pode ser determinado a partir da tangente do ângulo de escorregamento (determinada no primeiro item da questão). Dessa forma, temos $\mu_e = \tan\theta = 0,37$.

O coeficiente de atrito estático será numericamente igual à tangente do ângulo do plano inclinado, no exato momento em que o objeto começa a se mover em relação ao plano.

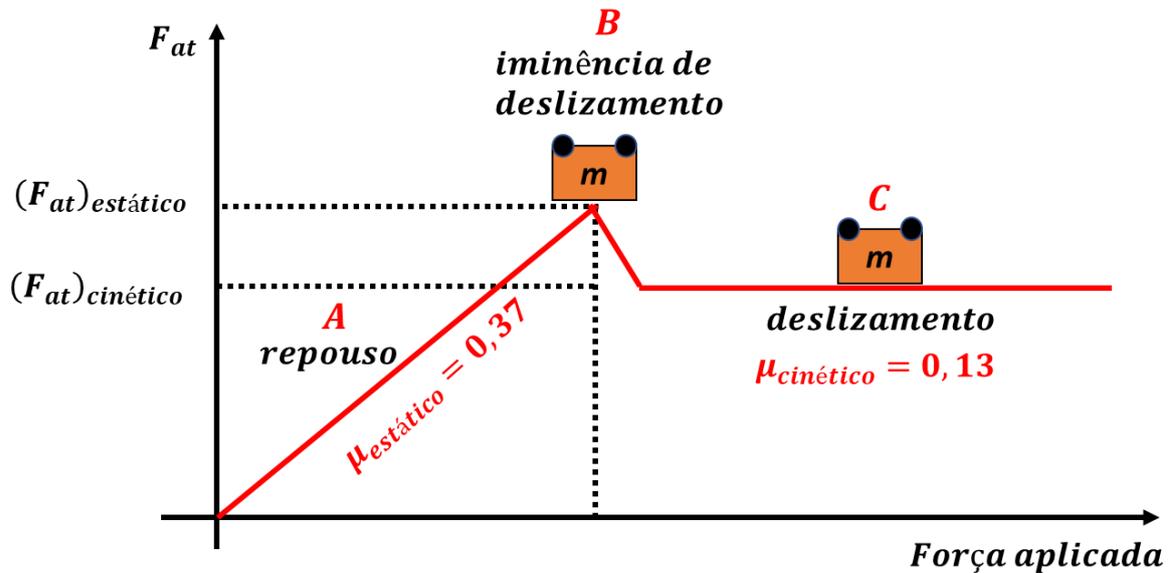
É interessante pontuar, nesse caso, que o valor do coeficiente de atrito cinético deveria ser menor que o coeficiente de atrito estático do bloco, isto é, $\mu_c < \mu_e$. Isso acontece porque sempre será mais difícil iniciar o movimento de um corpo do que mantê-lo em movimento, de forma que na descida do carrinho de madeira no plano inclinado o atrito deixa de ser estático para se tornar cinético (ver figura 15). Esse é um dos motivos pelo qual fica mais fácil empurrar um guarda-roupa depois que ele entra em movimento, mas como a massa do carrinho neste experimento não é tão considerável, essa sensação de leveza foi difícil de ser constatada.

Em termos quantitativos, podemos calcular a força de atrito estático máximo e a força de atrito cinético, considerando que a força normal (N), discutida na abordagem teórica deste capítulo, corresponde a $N = P_y = P\cos\theta$. Logo:

$$(F_{at})_{estático} = (\mu_e)_{máximo} \cdot mg\cos\theta = 0,37 \cdot 0,111 \cdot 9,8 \cdot 0,934 = \mathbf{0,39\ N}$$

$$(F_{at})_{cinético} = \mu_c \cdot mg\cos\theta = 0,13 \cdot 0,111 \cdot 9,8 \cdot 0,934 = \mathbf{0,13\ N}$$

Figura 15 – Representação gráfica do bloco de madeira de massa m em contato com o plano inclinado de MDF em três situações: (A) em repouso, onde atua a força de atrito; (B) na iminência de deslizamento, onde atua a força de atrito estático máximo e (C) no deslizamento, onde atua o atrito cinético.



Fonte: elaborado pelo autor.

5.2 Calorimetria

5.2.1 Conceitos

A termologia é a parte da Física que estuda os fenômenos relativos às manifestações de um tipo de energia que pode produzir aquecimentos, resfriamentos ou mudanças de estado físico nos corpos que a recebem ou a cedem (NEWTON *et al.*, 2001). No estudo de todos os fenômenos relativos à termologia, podemos estudar a calorimetria, isto é, os fenômenos relacionados as trocas de energia entre corpos ou sistemas quando essas trocas se dão na forma de calor.

Entre todas as edições da OBFEP, o assunto de calorimetria foi cobrado apenas uma vez, na prova experimental do nível C de 2019. Nela, os assuntos abarcados deste tema foram capacidade térmica e calor específico, que merecem uma significância maior neste trabalho.

Para entendermos esses dois conceitos, vamos tomar como exemplo um corpo de massa m e temperatura inicial θ_1 que lhe foi fornecido uma quantidade de calor Q , onde sua temperatura passou a ser θ_2 , sofrendo uma variação correspondente a $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$.

Define-se a capacidade térmica (C) ou capacidade calorífica deste corpo como sendo o quociente:

$$C = \frac{Q}{\Delta\theta} \left[\frac{\text{cal}}{^\circ\text{C}} \right]. \quad (5.25)$$

A respeito desta grandeza, Newton *et al.* (2001, p. 46) definem como: “a capacidade térmica (C) de um corpo indica a quantidade de calor que ele precisa receber ou ceder para que sua temperatura varie uma unidade”. Sob essa lógica, podemos entender que a capacidade térmica é uma medida da dificuldade que um corpo oferece a uma mudança de sua temperatura.

Por outro lado, a capacidade térmica por unidade de massa do corpo é denominada calor específico (c), sendo calculada por:

$$c = \frac{C}{m} = \frac{Q}{m \cdot \Delta\theta} \left[\frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}} \right]. \quad (5.26)$$

Newton *et al.* (2001, p. 46) também dão uma definição para esta grandeza, enfatizando-a como “o calor específico (c) indica a quantidade de calor que cada unidade de massa do corpo precisa receber ou ceder para que sua temperatura varie uma unidade”. Isso nos faz pensar que a massa não é o único fator determinante do valor do aumento de temperatura. Prova disso é, por exemplo, o fato de a temperatura de um grama de ferro variar mais do que a de um grama de água. Isso demonstra que cada substância tem um valor característico de calor específico.

A água é a substância que mais aparece nos exercícios, sobretudo nas provas experimentais, sendo usado o valor de $1,0 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}$ para seu calor específico. Isso significa que cada grama de água necessita de 1,0 caloria para sofrer uma variação de temperatura de um grau Celsius.

Em rigor nem a capacidade térmica nem o calor específico sensível de uma substância têm valores constantes com a temperatura. No entanto, para efeitos de cálculo costumam-se usar o valor médio de cada um no intervalo de temperatura considerado (NEWTON *et al.*, 2001, p. 47).

Note que, embora pareçam iguais, os conceitos de calor específico e capacidade térmica são diferentes. De outra forma, podemos verificar a relação entre calor específico e

capacidade térmica combinando as equações 5.25 e 5.26, que nos permite chegar na equação fundamental da calorimetria:

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta\theta, \quad (5.27)$$

sendo Q a quantidade de energia trocada; m a massa do corpo; c o calor específico do corpo e $\Delta\theta$ a variação de temperatura do corpo.

Na prática, para estudar essas grandezas e fazer estudos sobre quantidade de calor trocada entre corpos de temperaturas diferentes, é comum utilizar o calorímetro. De caráter simplório, este aparelho possui paredes isolantes, ou seja, não trocam calor com o sistema isolado em seu interior e com o meio ambiente. Por essa condição, o calorímetro experimenta todas as trocas de calor necessárias para atingir o equilíbrio térmico e que, por conseguinte, tem que ser considerado nos cálculos pertinentes à estas trocas. Na prática, por ser constituído por vários materiais, é mais conveniente descrever os calorímetros a partir da capacidade térmica.

Na maioria dos problemas experimentais, de nível médio, costuma-se desprezar a capacidade calorífica do calorímetro e utilizar a água e outro corpo de prova para trocarem calor no sistema. Neste caso, podemos utilizar a equação fundamental da calorimetria e escrever para o sistema:

$$Q_{cedido} = Q_{ganho}. \quad (5.28)$$

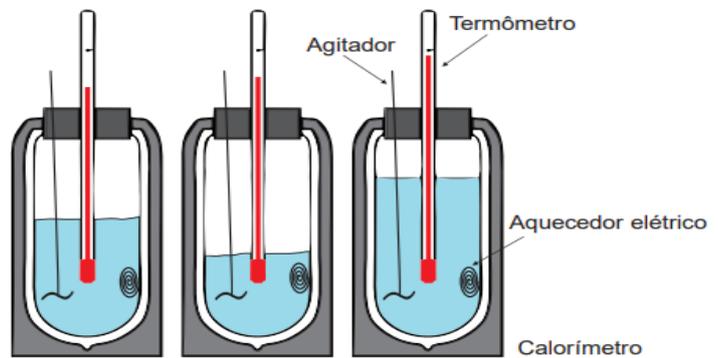
Essa troca de energia, pautada na equação 5.28, ocorre de acordo com o Princípio da Conservação da Energia, no qual diz que a energia não pode ser criada ou destruída, mas apenas transformada de uma forma em outra, de maneira que sua quantidade total permaneça constante.

5.2.2 *Abordagem experimental de 2019*

QUESTÃO C1: Capacidade térmica de um calorímetro

Procedimento experimental da questão C1: Para determinar a capacidade térmica de três calorímetros semelhantes, foi feito um procedimento para os calorímetros considerando diferentes parâmetros experimentais, utilizando os seguintes materiais.

- 3 calorímetros;
- 3 termômetros;
- 3 aquecedores elétricos;
- 1 balança de precisão;
- 3 béqueres; e
- água



Foi medida na balança uma certa quantidade de água (m_1) à temperatura ambiente e despejada em cada calorímetro. Após o equilíbrio térmico entre a água e o calorímetro, foi medida a temperatura inicial da água em cada calorímetro (T_1). Outras porções de água com massas m_2 foram aquecidas até determinadas temperaturas (T_2) e despejadas, rapidamente, dentro de cada calorímetro. Em seguida, os calorímetros foram agitados de modo a obter o equilíbrio térmico entre as águas de diferentes temperaturas e os calorímetros. Assim, foi medida novamente a temperatura final de cada sistema (T_F).

QUESTÃO C1a: Conhecendo as massas e as temperaturas iniciais das duas quantidades de água, bem como a temperatura final de cada sistema em equilíbrio, determine a capacidade térmica de cada calorímetro, com uma casa decimal, considerando o conceito da conservação da energia térmica, lembrando que o calor específico da água é $1 \text{ cal/g}^\circ\text{C}$.

Tabela 7 – Dados experimentais da questão C1a.

Calorímetro 1	Calorímetro 2	Calorímetro 3
$m_1 = 80,50 \text{ g}$	$m_1 = 60,40 \text{ g}$	$m_1 = 100,0 \text{ g}$
$T_1 = 23,10 \text{ }^\circ\text{C}$	$T_1 = 23,00 \text{ }^\circ\text{C}$	$T_1 = 23,10 \text{ }^\circ\text{C}$
$m_2 = 105,5 \text{ g}$	$m_2 = 78,00 \text{ g}$	$m_2 = 99,00 \text{ g}$
$T_2 = 60,20 \text{ }^\circ\text{C}$	$T_2 = 64,00 \text{ }^\circ\text{C}$	$T_2 = 69,00 \text{ }^\circ\text{C}$
$T_F = 37,60 \text{ }^\circ\text{C}$	$T_F = 37,50 \text{ }^\circ\text{C}$	$T_F = 39,20 \text{ }^\circ\text{C}$

Fonte: elaborada pelo autor a partir das informações da prova experimental.

Para responder ao primeiro item, o estudante teria que levar em conta que, num sistema de muitos corpos, termicamente isolados do meio externo, as trocas de calor ocorrem apenas entre seus integrantes. Como também o enunciado pede para levar em conta o conceito da conservação de energia térmica, nesse caso o aluno deve partir da ideia de que em cada

calorímetro o corpo de maior temperatura cederá calor para o de menor temperatura. No caso em análise, se Q_1 é a quantidade de calor de m_1 , Q_2 a quantidade de calor de m_2 e Q_{cal} a quantidade de calor absorvida pelo calorímetro, tem-se:

$$Q_1 + Q_2 + Q_{cal} = 0 \therefore Q_{cedido} + Q_{absorvido} = 0, \quad (5.29)$$

de tal modo que $C = \frac{Q_{cal}}{\Delta T}$ é a capacidade térmica do calorímetro.

Uma vez verificada as unidades de medidas de cada grandeza da tabela 8, podemos usar a equação 5.29 e determinar a capacidade térmica de cada calorímetro (1, 2 e 3) com uma casa decimal:

$$m_1 c_1 \Delta T_1 + m_2 c_2 \Delta T_2 + C \cdot \Delta T = 0$$

$$C = - \frac{[m_1 c_1 (T_{\text{equilíbrio}} - T_1) + m_2 c_2 (T_{\text{equilíbrio}} - T_2)]}{(T_{\text{equilíbrio}} - T_2)}$$

Substituindo os valores numéricos na expressão 5.30, temos:

$$C_1 = - \frac{[105,5 \cdot 1 \cdot (37,60 - 60,20) + 80,50 \cdot 1 \cdot (37,60 - 23,10)]}{(37,60 - 23,10)} \therefore C_1 = 83,9 \text{ cal/}^\circ\text{C}$$

$$C_2 = - \frac{[78,00 \cdot 1 \cdot (37,50 - 64,00) + 60,40 \cdot 1 \cdot (37,50 - 23,00)]}{(37,50 - 23,00)} \therefore C_2 = 82,2 \text{ cal/}^\circ\text{C}$$

$$C_3 = - \frac{[99,0 \cdot 1 \cdot (39,20 - 69,00) + 100,0 \cdot 1 \cdot (39,20 - 23,10)]}{(39,20 - 23,10)} \therefore C_3 = 1,0 \text{ cal/}^\circ\text{C}$$

QUESTÃO C1b: Considerando os três valores de C encontrados na **QUESTÃO C1a**), determine o valor médio C_{med} , calcule o desvio da média dos valores medidos utilizando a equação Δx :

$$\Delta x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N - 1}}, \quad (5.31)$$

onde \bar{x} é o valor médio e x_i o valor de cada C obtido, e apresente o resultado na forma $C (x \pm \Delta x) \text{ cal/}^\circ\text{C}$.

Para o valor médio, temos:

$$C_{med} = \frac{C_1 + C_2 + C_3}{3}$$

$$C_{med} = \frac{(83,9 + 82,2 + 1,0) \text{ cal/}^\circ\text{C}}{3} = 55,7 \text{ cal/}^\circ\text{C}$$

Para o cálculo do desvio da média, temos:

$$\Delta x = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n - 1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

$$\Delta x = \sqrt{\frac{(83,9 - 55,7)^2 + (82,2 - 55,7)^2 + (1,0 - 55,7)^2}{3 - 1}} = \sqrt{\frac{4489,58}{2}}$$

$$\Delta x = 47,38$$

$$C = (\bar{x} \pm \Delta x) \text{ cal/}^\circ\text{C}.$$

$$C = (55,70 \pm 47,38) \text{ cal/}^\circ\text{C}.$$

ou ainda

$$C = (6 \pm 5) \cdot 10 \text{ cal/}^\circ\text{C}$$

Já era de se esperar um valor alto para o desvio da média, tendo em vista que o valor da capacidade térmica do calorímetro C_3 se distanciou bastante em relação aos valores de C_1 e C_2 .

QUESTÃO 2C: Calor específico de um sólido

Procedimento experimental da questão 2C: Com os mesmos calorímetros do item anterior, experimentos foram realizados para determinar o calor específico de um metal, o alumínio. Para isto, considerando os experimentos anteriormente descritos, nos calorímetros com as massas de água ($m_1 + m_2 = m_{\text{água}}$) e temperaturas finais T_{f1} para cada experimento, três esferas de alumínio, com massas m_{al} (1), m_{al} (2) e m_{al} (3), foram aquecidas até determinadas temperaturas, registradas na folha de dados e adicionadas rapidamente em cada calorímetro. Foram aguardados alguns segundos até que os sistemas atingissem o equilíbrio térmico, com o termômetro marcando T_{f2} .

Questão 2C: Conhecendo a capacidade térmica C dos calorímetros, encontrada no item (C1a), use o calorímetro cujo valor de C está entre o maior e o menor valor obtido na Questão (1a) para determinar o calor específico do alumínio, com duas casas decimais.

Tabela 8 – Dados experimentais da questão 2C.

Calorímetro 1	Calorímetro 2	Calorímetro 3
$m_{\text{água}} = 186,0 \text{ g}$	$m_{\text{água}} = 138,4 \text{ g}$	$m_{\text{água}} = 199,0 \text{ g}$
$T_{f1} = 37,60 \text{ }^\circ\text{C}$	$T_{f1} = 37,50 \text{ }^\circ\text{C}$	$T_{f1} = 39,20 \text{ }^\circ\text{C}$
$m_{al} = 59,00 \text{ g}$	$m_{al} = 100,0 \text{ g}$	$m_{al} = 150,0 \text{ g}$
$T_{al} = 68,00 \text{ }^\circ\text{C}$	$T_{al} = 70,00 \text{ }^\circ\text{C}$	$T_{al} = 50,20 \text{ }^\circ\text{C}$
$T_{f2} = 39,00 \text{ }^\circ\text{C}$	$T_{f2} = 40,70 \text{ }^\circ\text{C}$	$T_{f2} = 40,20 \text{ }^\circ\text{C}$

Fonte: elaborada pelo autor a partir das informações da prova experimental.

Neste procedimento experimental, o alumínio absorverá calor da água (mais quente) e será resfriado, de tal forma que todo o conjunto (água + recipiente + alumínio) estará a uma temperatura final T_f . Tomando a conservação de energia no intervalo de tempo $T_f - T_i$, pode-se afirmar que a energia cedida pelo sistema (água + recipiente) será igual àquela absorvida pelo pedaço de alumínio, isto é:

$$\Delta Q_{\text{absorvida pelo alumínio}} = \Delta Q_{\text{cedida pelo sistema}} \quad (5.32)$$

Sendo m_{al} a massa do pedaço de alumínio, $m_{\text{água}}$ a massa de água, m_r a massa do recipiente; $c_{\text{água}}$ e $c_{\text{alumínio}}$ os calores específicos da água e alumínio, respectivamente, e T_a a temperatura ambiente, então temos que:

$$Q_{al} = Q_{\text{água}} + Q_{cal}, \quad (5.33)$$

$$m_{al} \cdot c_{al} \cdot (T_{al} - T_{f1}) = m_{\text{água}} \cdot c_{\text{água}} \cdot (T_{f2} - T_{f1}) + Q_{\text{calorime}_2}.$$

Mas $Q_{\text{calorime}_2} = C_2 \Delta T$ e, no caso do calorímetro, $\Delta T = T_{f2} - T_{f1}$. Percebemos que é o mesmo ΔT da massa de água. Logo, podemos reescrever a equação 5.33 como:

$$m_{al} \cdot c_{al} \cdot (T_{al} - T_{f1}) = m_{\text{água}} \cdot c_{\text{água}} \cdot (T_{f2} - T_{f1}) + C_2 (T_{f2} - T_{f1}), \quad (5.34)$$

$$m_{al} \cdot c_{al} \cdot (T_{al} - T_{f1}) = (m_{\text{água}} + C_2) c_{\text{água}} \cdot (T_{f2} - T_{f1}).$$

De acordo com o enunciado do problema, devemos usar o calorímetro cujo valor de C esteja entre o maior e o menor valor obtido na questão 1a. Como $C_1 > C_2 > C_3$, devemos utilizar o segundo calorímetro, cujo valor da capacidade térmica encontrada é de $C_2 = 82,2 \text{ cal/}^\circ\text{C}$. Escolhendo tal calorímetro, podemos utilizar a tabela 7 da questão 1a e deduzir que o valor de T_{f1} a ser utilizado nos cálculos é de $T_{f1} = 37,50 \text{ }^\circ\text{C}$, correspondendo à temperatura final do sistema antes da imersão das esferas de alumínio.

De acordo com a tabela da questão 2a, os valores das variáveis correspondentes ao calorímetro 2 são: $m_{\text{água}} = 138,4 \text{ g}$, $m_{\text{al}} = 100 \text{ g}$, $T_{\text{al}} = 70,00^\circ\text{C}$, $T_{f2} = 40,70^\circ\text{C}$ e $m_{\text{al}} = 1 \text{ cal/g}^\circ\text{C}$. Reescrevendo a equação 5.34 para isolar a variável do calor específico, podemos substituir os valores numéricos e determinar c_{al} , sendo ele:

$$c_{\text{al}} = \frac{(m_{\text{água}} + C_2)c_{\text{água}} \cdot (T_{f2} - T_{f1})}{m_{\text{al}} \cdot (T_{\text{al}} - T_{f1})}$$

$$c_{\text{al}} = \frac{(138,4 + 82,2) \cdot 1 \cdot (40,70 - 37,50)}{100 \cdot (70,00 - 40,70)} = \mathbf{0,24 \text{ cal/g}^\circ\text{C}}$$

5.3 Hidrostática

5.3.1 Conceitos

A estática dos fluidos, ou hidrostática, é a parte da Mecânica que estuda os fluidos em equilíbrio. Na literatura é comum classificar como fluidos, indistintamente, os líquidos e os gases. Numa primeira abordagem, os líquidos não têm forma própria, embora possuam volume definido. Já os gases, por sua vez, não têm forma nem volume próprios.

No que tange a esse tema frente às edições da OBFEP, constatou-se uma maior ênfase ao equilíbrio dos líquidos. Teoricamente nesse estado deveria considerar a capacidade dessas substâncias oferecerem grande resistência à compressão, pois há uma configuração em que as moléculas se mostram notadamente reunidas. No entanto, nas provas experimentais essa pequena compressibilidade dos líquidos é negligenciada, considerando-os como incompressíveis – e isso facilita os cálculos durante os exercícios.

Dos teoremas que fundamentam o estudo da hidrostática, é importante mencionar o Teorema de Arquimedes. Em seu livro didático, Newton (2001, p. 430) define como: “(...) quando um corpo é imerso total ou parcialmente em um fluido em equilíbrio sob a ação da gravidade, ele recebe do fluido uma força denominada empuxo (ou impulsão de Arquimedes)”.

O empuxo então seria uma força que atua no corpo submerso, total ou parcialmente, e tem módulo igual ao módulo do peso do fluido que caberia no espaço ocupado pelo corpo no interior do líquido (ver figura 16). Assim, podemos equacionar o empuxo como:

$$|E| = |P| \therefore E = mg, \tag{5.35}$$

sendo m a massa do fluido deslocado e g o valor do campo gravitacional no local.

No entanto, a massa de fluido deslocado pode ser associada ao seu volume e, logicamente, ao volume submerso do corpo da seguinte maneira (no caso de corpos com densidade uniforme):

$$\rho_{fluido} = \frac{m}{V} \rightarrow m = \rho_{fluido}V. \quad (5.36)$$

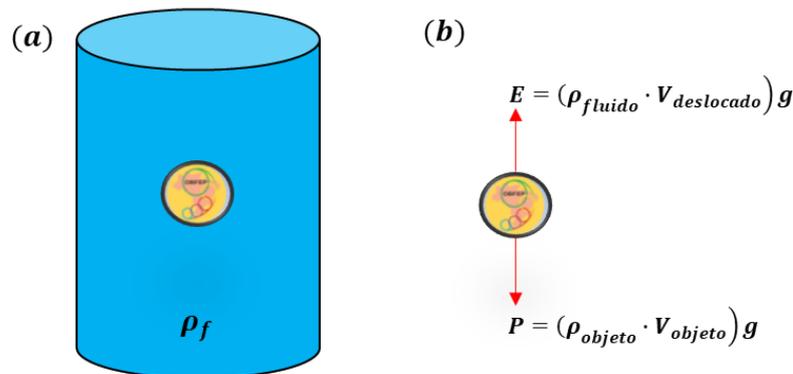
Assim, podemos reescrever a equação 5.32 como:

$$E = \rho_f V_d g, \quad (5.37)$$

sendo ρ_f a densidade do fluido e V_d o volume deslocado pelo corpo submerso (se o corpo estiver completamente submerso no fluido este V_d fica sendo igual ao volume do objeto V_{objeto}).

Analisando as equações acima, bem como a definição do Teorema de Arquimedes, pode-se inferir que a força de empuxo não depende nem da densidade do corpo submerso no fluido nem da sua massa. A densidade média do corpo só é relevante para sabermos se um corpo afunda ou flutua em um fluido.

Figura 16 – (a) Esquema do empuxo de um corpo (bola) imerso num recipiente com líquido de densidade ρ_f ; (b) representação das forças que agem no sistema.



Fonte: autoria própria.

No que concerne as provas da OBFEP das edições de 2014 (níveis A, B e C) e de 2016 (níveis A e B), as questões experimentais contextualizaram o assunto de hidrostática com força elástica de uma mola para levar o estudante a levantar hipóteses e determinar na prática se o empuxo exercido pelo líquido depende ou não do peso do corpo submerso.

Para tal exercício, os alunos deveriam pensar em duas possibilidades: um corpo no ar e outro imerso na água preso à mola, com ambas as situações em equilíbrio. Na primeira

situação, quando o corpo está em equilíbrio, parado em relação à Terra, temos que seu peso P é igual à força para cima exercida pela mola F_{mola}^{ar} . Isto é:

$$P = F_{mola}^{ar} \cdot \quad (5.38)$$

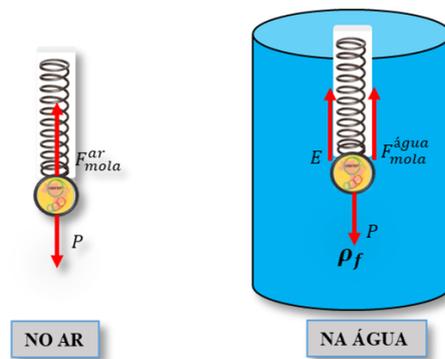
Na segunda situação, onde o corpo está totalmente submerso na água, preso à mola e em equilíbrio (isto é, parado em relação à Terra), terão três forças atuando sobre ele: o peso P para baixo, o empuxo E para cima, além da força da mola para cima F_{mola}^{ar} , conforme consta a figura 15. Como o corpo está em equilíbrio vem que a força resultante sobre ele é nula, isto é:

$$P = E + F_{mola}^{ar} \cdot \quad (5.39)$$

A força indicada pela mola quando o corpo está totalmente submerso na água é o peso aparente do corpo na água, dado então por $P - E$. Combinando as equações 5.38 e 5.39, constatamos que o empuxo atuando sobre o corpo é dado pela diferença entre a força indicada pela mola quando o corpo está no ar para quando ele está na água, isto é:

$$E = F_{mola}^{ar} - F_{mola}^{água} \cdot \quad (5.40)$$

Figura 17 – Esquema das forças sobre o corpo em equilíbrio, no ar e na água.



Fonte: autoria própria.

5.3.2 Abordagem experimental de 2014 e 2016

O tema central Hidrostática foi abordado nas edições de 2014 (para todos os níveis) e 2016 (apenas nível A). Na primeira parte da questão experimental, foram solicitados dos estudantes os conhecimentos de hidrostática e da constante elástica da mola, havendo a necessidade de medir a densidade de um cilindro de alumínio; ainda na primeira parte, o aluno

teria que utilizar os conhecimentos de empuxo para determinar a densidade do alumínio quando suspenso por uma mola submerso em uma proveta com água.

Na segunda parte da questão experimental, o estudante deveria estimar a tensão superficial do líquido quando a metade do cilindro está submerso na água. No entanto, este último item só foi exigido para os níveis B e C da edição de 2014 e, portanto, não foi cobrado na edição de 2016.

Figura 18 – Kit experimental utilizado nas edições da OBFEP de 2014 e 2016.



Fonte: autoria própria.

QUESTÃO EXPERIMENTAL 1: Medida direta da densidade do Alumínio

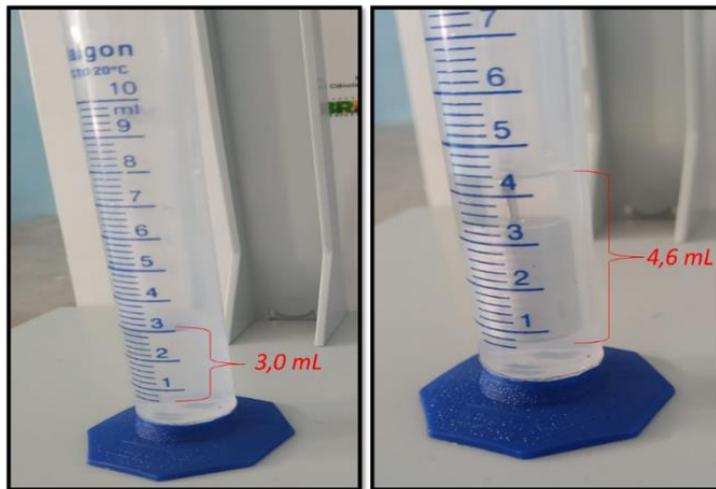
a) Densidade do Corpo de Alumínio: O volume do cilindro pode também ser determinado pelo volume de água deslocado na proveta quando este é submerso totalmente. Coloque um pouco de água na proveta. Meça o volume de água sem o cilindro (V_i) e o volume de água com o cilindro totalmente submerso (V_f).

Inicialmente, colocou-se um pouco de água na proveta até atingir um nível com um número inteiro, sendo este o volume de água sem o cilindro $V_i = 3\text{mL}$. Em seguida, colocou-se o cilindro na proveta até ficar totalmente submerso, observando que o volume de água aumentou para $4,6\text{ mL}$. Dessa forma, o volume do cilindro foi de:

$$V_{cilindro} = V_f - V_i$$

$$V_{cilindro} = (4,6 - 3,0)mL \therefore V_{cilindro} = 1,6 mL$$

Figura 19 – Representação do procedimento experimental da questão 1a: (esquerda) há um cilindro sem o corpo de alumínio submerso na proveta, com volume inicial de $V_i = 3,0 mL$; (direita) cilindro submerso na proveta, com água a um volume final de $V_f = 4,6 mL$.



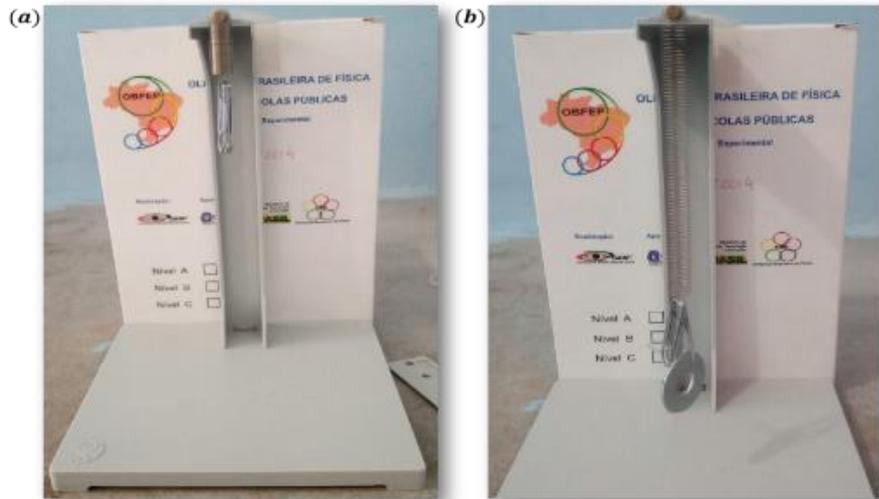
Fonte: autoria própria.

b) Após o processo de fabricação da mola surge uma pré-tensão que faz com que uma massa seja necessária para que a distensão da mola seja maior que o seu comprimento inicial x_L que é o comprimento físico da mola. Para a mola do kit a pré-tensão inicial é de aproximadamente 1,5 gramas que corresponde à massa de três cliques. Coloque três cliques na mola e verifique que nesta condição a mola começa a distender. Meça o valor da distensão da mola com a arruela e os três cliques pendurados juntos e encontre a razão (K) entre o valor da massa da arruela e a distensão x .

Após colocar os três cliques e verificando a distensão da mola (ver figura 20), mediu-se o valor do comprimento inicial da mesma, sendo $x_L = 2,1 cm$. Em seguida, utilizou-se um dos cliques para pendurar a arruela na extremidade da mola para que pudesse ser medida a distensão da mola. Com o auxílio de uma régua, verificou-se que a mola atingiu um comprimento final de $10,6 cm$. Logo, a distensão x associada à massa da arruela foi de $x_{arruela} = (10,6 - 2,1) cm = 8,5 cm$. E a razão K , pedida no enunciado, foi de:

$$K = \frac{m}{x} = \frac{6,8 g}{8,5 cm} = 0,8 g/cm$$

Figura 20 – Registros do procedimento experimental da questão 1b: (a) mola com três cliques a fim de verificar a pré-tensão; (b) distensões da mola e suas medidas com a presença da arruela.



Fonte: autoria própria.

c) Determinação da massa do cilindro de Alumínio: Retire a arruela e pendure o cilindro; meça a distensão x_C para o cilindro e utilize o valor da razão (K) para determinar sua massa.

Figura 21 – Registros do procedimento experimental da questão 1c: presença do corpo de alumínio na mola e a sua distensão.



Fonte: autoria própria.

Conforme o enunciado, a distensão para o cilindro foi de:

$$x_c = (7,2 - 2,1) \text{ cm} = \mathbf{5,1 \text{ cm}}$$

A razão K , que fora determinada no item b, deve ser utilizada tanto para a arruela quanto para o cilindro, porque ela é na verdade a constante elástica da mola, uma propriedade do material. Podemos interpretar o resultado de $0,8 \text{ g/cm}$ como se para cada $0,8 \text{ g}$ do material fosse deslocado 1 cm da mola. Dessa forma, para a distensão da mola ocasionada pelo cilindro $5,1 \text{ cm}$, teremos a seguinte massa associada:

$$m_c = x_c \cdot K = 5,1 \text{ (cm)} \cdot 0,8 \left(\frac{\text{g}}{\text{cm}} \right) = \mathbf{4,08 \text{ g}}$$

d) Determinação da densidade do Alumínio: usando os valores obtidos para a massa e o volume do cilindro determine a densidade do alumínio. Dê seu resultado em gramas/cm³.

Conforme discutido no início desta seção, a densidade de um objeto é definida como a razão de sua massa pelo volume do corpo. Nesse caso, temos:

$$d_{al} = \frac{m_{al}}{V_{cilindro}} = \frac{4,08}{1,60} \left[\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right] = \mathbf{2,56 \text{ g/cm}^3}$$

[Apenas nível A] QUESTÃO EXPERIMENTAL 1: Medida do Volume do cilindro de Alumínio

a) Volume geométrico: Utilizando a régua fornecida meça e anote o diâmetro (D) do cilindro e seu comprimento (L) numa tabela no caderno de respostas:

<i>Medida</i>	<i>Diâmetro (cm)</i>	<i>Comprimento (cm)</i>

O volume (V) de um cilindro é calculado usando a seguinte expressão:

$$V = \frac{\pi D^2 L}{4}$$

Seguindo o roteiro experimental, mediu-se as grandezas solicitadas, obtendo-se para o diâmetro e comprimento, respectivamente, $D = 0,9 \text{ cm}$ e $L = 2,0 \text{ cm}$. Utilizando esses valores na expressão do volume geométrico do cilindro e considerando que $\pi = 3$ (colocado no roteiro), temos:

$$V = \frac{\pi D^2 L}{4} = \frac{3 \cdot (0,9)^2 \cdot (2,0)}{4} = 1,2 \text{ cm}^3$$

A questão 1b para a prova do nível A foi equivalente às questões 1a dos níveis B e C (discutidas anteriormente).

c) Compare os valores obtidos nos itens a) e b).

Do item a), o volume do cilindro medido na proveta foi de $V_{cilindro} = 1,6 \text{ mL}$. Como $1 \text{ mL} = 1 \text{ cm}^3$, então $V_{cilindro} = 1,6 \text{ cm}^3$. Comparando ambos os valores, isto é, calculando a discrepância, temos:

$$\text{discrepância} = (1,6 - 1,2) \text{ cm}^3 = 0,4 \text{ cm}^3$$

Como ambos os volumes foram medidos por métodos e instrumentos diferentes (régua e proveta), era de se esperar valores diferentes também devido aos erros associados à cada instrumento. Além disso, no volume geométrico, o valor de π foi aproximado e isso influenciou no resultado final.

[Apenas nível A] QUESTÃO EXPERIMENTAL 2 Medida da Massa do cilindro de Alumínio.

c) Determinação da densidade do Alumínio: Usando o valor obtido para a massa do cilindro determine a densidade do Alumínio usando os valores dos volumes geométrico e o medido na proveta. Dê seu resultado em gramas/cm³. Compare os dois valores.

A massa do corpo de alumínio encontrada anteriormente foi de $m_{al} = 4,08 \text{ g}$. Para a densidade do alumínio usando o valor do volume geométrico, temos;

$$d_{al} = \frac{m_{al}}{V_{cilindro}} = \frac{4,08}{1,20} \left[\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right] = 3,40 \text{ g/cm}^3$$

Comparando os resultados:

$$\text{discrepância} = (3,40 - 2,56) \text{ g/cm}^3 = 0,84 \text{ g/cm}^3$$

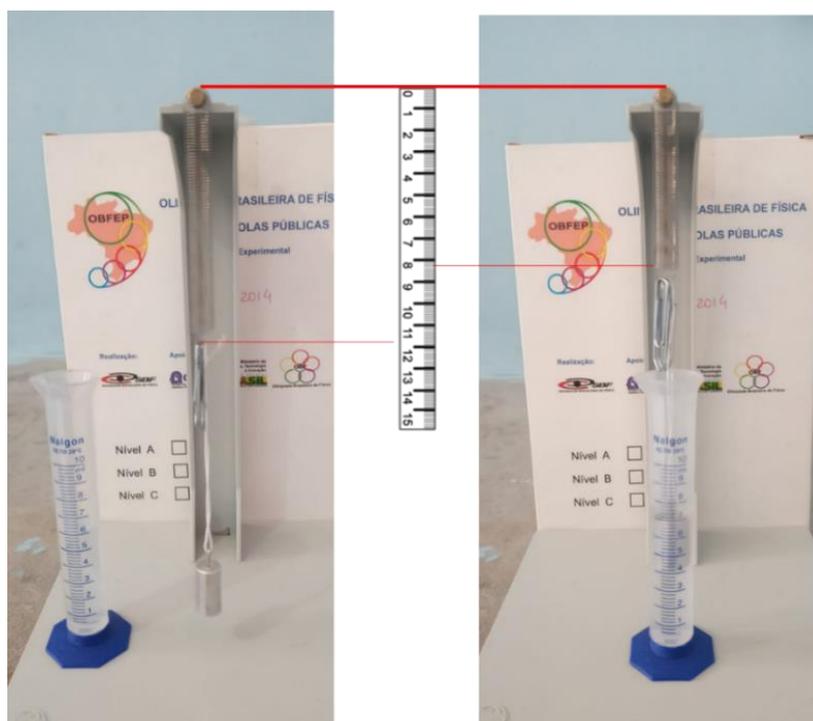
Pelas mesmas razões discutidas no item c da questão 1 (apenas nível A), também já era de se esperar valores distintos para a densidade do alumínio.

QUESTÃO EXPERIMENTAL 2 (Medida da densidade do Alumínio através do empuxo)

a) Medida do Empuxo: Monte o esquema experimental de acordo com o indicado na figura da página 2 (equivalente a figura 20 do nosso experimento). Com cuidado meça a distensão da mola com o corpo dentro x_I e fora da água x_F . Com os resultados obtidos monte um procedimento e determine a densidade do corpo de Alumínio. Dê seu resultado em $\text{gramas}/\text{cm}^3$. Compare com o valor encontrado na Questão 1.

Como neste procedimento ainda foi utilizado a mesma mola, levou-se em conta que o comprimento inicial da mola era de $x_{inicial} = 2,1 \text{ cm}$. A distensão da mola com o corpo fora da água foi de $x_F = (4,7 - 2,1) \text{ cm} = 2,6 \text{ cm}$. Para medir a distensão da mola com o corpo do cilindro, obteve-se cuidado para que o corpo não tocasse as paredes da proveta, senão afetaria o resultado (e aqui teríamos que ser minuciosos, pois estamos lidando com medidas pequenas). O valor encontrado para distensão da mola com o corpo totalmente dentro da proveta foi de $x_I = (2,9 - 2,1) \text{ cm} = 0,8 \text{ cm}$. A figura 22 mostra os registros experimentais.

Figura 22 – Registros do procedimento experimental da questão 2a: (esquerda) distensão da mola com o corpo fora da água x_F ; (direita) distensão da mola com o corpo dentro da água x_I .



Fonte: autoria própria.

Para determinar a densidade do alumínio, inicialmente é necessário obter o volume do líquido V_L a partir do empuxo. No entanto, neste procedimento experimental apareceu uma grandeza física importante: o peso aparente (P_A), que foi o peso do cilindro quando imerso na água e, portanto, deve ser menor que o peso real do corpo (P_R). Isso ficou evidente quando se percebeu uma sensação de que o cilindro, após ser colocado submerso no líquido, ficou mais leve. E mesmo colocando mais água na proveta, a mola não apresentou alterações significativas, conforme mostra a figura 23.

Figura 23 – Registros do procedimento experimental da questão 2a: representação da não alteração da mola à medida em que o volume de água na proveta aumenta.



Fonte: autoria própria.

Conforme discutido na abordagem teórica deste conteúdo, o peso aparente é dado por:

$$P_A = P_R - E,$$

onde $E = d_{\text{água}} \cdot V_L \cdot g$ e $d_{\text{água}}$

Reescrevendo a equação acima, temos:

$$m_{\text{aparente}}g = m_{\text{real}}g - d_{\text{água}} \cdot V_L \cdot g$$

Colocando a aceleração da gravidade em evidência e simplificando a expressão, temos:

$$m_{\text{aparente}} = (m_{\text{real}} - d_{\text{água}} \cdot V_L)$$

Conforme discutido nos itens anteriores, a massa é proporcional à distensão do corpo x . Neste caso, podemos substituir m_{real} e $m_{aparente}$ por x_F (distensão fora) e x_I (distensão dentro), respectivamente. Sendo assim, obtém-se:

$$x_I = x_F - d_{\text{água}} \cdot V_L \quad \therefore \quad V_L = \frac{k[x_f - x_d]}{d_{\text{água}}}$$

$$V_L = \frac{[x_f - x_d]k}{d_{\text{água}}} = \frac{[2,6 - 0,8] \cdot 0,8}{1} = 1,44 \text{ cm}^3$$

A densidade do alumínio pode ser calculada como:

$$d_{al} = \frac{m_{al}}{V_L} = \frac{3,84}{1,44} \left[\frac{g}{\text{cm}^3} \right] = 2,67 \text{ g/cm}^3$$

Podemos utilizar a equação 4.3 (discutida no capítulo 5) e comparar o valor acima com o da questão 1. Sendo assim, temos:

$$\left| \frac{2,67 - 2,56}{2,67} \right| \cdot 100\% \approx 4\%$$

Portanto, podemos dizer que ambos os valores são convergentes e precisos para as medidas experimentais.

b) Estimativa da Tensão Superficial da Água: Coloque a quantidade de água necessária para que somente metade do corpo de Alumínio fique submerso dentro da proveta. Nesta condição meça a distensão da mola x_M . Compare este valor com o valor de x_I e conclua. A diferença entre os valores esperado e medido é devido à tensão superficial da água nas paredes do cilindro. Faça uma estimativa desta e apresente seu resultado em gramas.

Figura 24 – Registros do procedimento experimental da questão 2b: (esquerda) corpo de alumínio totalmente submerso na água; (direita) metade do corpo de alumínio imerso na água.



Fonte: autoria própria.

Neste procedimento, temos que dividi-lo em duas fases: a primeira considerando o corpo totalmente submerso e na segunda fase considerando o corpo parcialmente submerso. Na primeira fase, temos a força elástica F_{el} e o empuxo E no sentido para cima e o peso do objeto agindo no sentido para baixo (conforme equação 5.37).

$$P = E_1 + F_{el1}. \quad (5.41)$$

Na segunda situação, com o corpo parcialmente submerso, além das forças elástica e do empuxo, teremos também a força da tensão superficial da água F_γ agindo no sentido para cima, e o peso apontando para baixo (conforme equação 5.38).

$$P = E_2 + F_\gamma + F_{el2}. \quad (5.42)$$

O peso do corpo de alumínio é invariável. Dessa forma, podemos dividir a equação 5.37 pela equação 5.38, obtendo-se:

$$\frac{E_1 + F_{el1}}{E_2 + F_\gamma + F_{el2}} = 1. \quad (5.43)$$

Substituindo as variáveis na equação 5.39, temos:

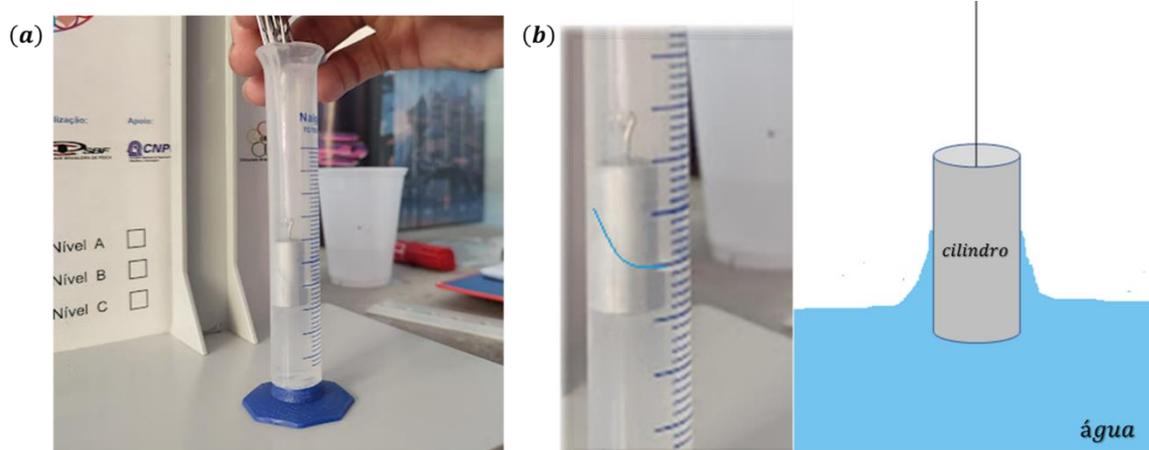
$$\frac{g \cdot d_{\text{água}} \cdot V_L + k \cdot x_M}{g \cdot d_{\text{água}} \cdot \frac{V_L}{2} + k \cdot x_I} = 1. \quad (5.44)$$

Simplificando os termos em comum e isolando F_γ , temos:

$$F_\gamma = \frac{1}{2} - \left(\frac{x_M}{x_I} \right). \quad (5.45)$$

Ao colocar o corpo cilíndrico parcialmente submerso na proveta, a mola distendeu-se $x_I = (4,3 - 2,1) \text{ cm} = \mathbf{2,2 \text{ cm}}$. Além disso, foi possível visualizar a ação da força da tensão superficial sob o cilindro, conforme mostra a figura 25.

Figura 25 – (a) Observação do corpo cilíndrico parcialmente submerso na proveta; (b) versão ampliada da atuação da tensão superficial da água.



Fonte: elaborado pelo autor.

Substituindo os valores numéricos na equação 5.41, temos:

$$F_{\gamma} = \frac{1}{2} - \frac{0,8}{2,2} \rightarrow F_{\gamma} \approx \mathbf{0,14\ N}$$

Conforme a definição de força, dada em $[N]$ ou $[kg/m/s^2]$, para encontrarmos a tensão superficial da água em massa, basta dividirmos a força F_{γ} pela aceleração gravitacional. Sendo assim, temos:

$$\gamma_{\text{água}} = \frac{F_{\gamma}}{g} = \frac{0,14\ [N]}{9,8\ [m/s^2]} \approx \mathbf{0,014\ kg}.$$

Como o enunciado pediu para estimar a tensão superficial da água em gramas, basta multiplicar o valor acima por 1000, de forma que $\gamma_{\text{água}} \approx \mathbf{14\ g}$.

5.4 Mecânica: balanças e equilíbrio de rotação

5.4.1 Conceitos

Os conceitos quantitativos mais básicos que temos na física são os de tamanho de um corpo (ou de distância entre corpos), tempo entre eventos físicos e peso de algum objeto, sendo este último o principal conceito a ser discutido com mais detalhes nessa seção. Para Assis (2008), todos nós possuímos uma noção intuitiva do peso de um corpo como sendo uma medida quantitativa da força gravitacional. Dizemos que um corpo A é mais pesado do que um corpo

B quando é mais difícil manter com nossas mãos o corpo A em uma certa altura do solo do que manter B à mesma altura. No entanto, essa noção intuitiva é de caráter subjetivo, por isso há a necessidade de instrumentos para quantificar a noção de massa e peso.

Na literatura, discute-se bastante as definições de massa e peso, pois é comum ambos serem usados como sinônimos devido ao senso comum. Para Afonso *et al.* (2004), a massa (que é uma propriedade intrínseca do corpo) de um objeto pode ser determinada pela medida de sua inércia, isto é, a resistência de um objeto a um esforço realizado para modificar seu estado de movimento; já o peso é uma força que depende da massa do objeto, além de depender da massa do planeta e da distância entre o objeto e o centro do astro (centro de massa).

Historicamente o instrumento mais antigo e importante utilizado para quantificar a noção de peso foi a balança de braços iguais. Balança é o nome que se dá a qualquer instrumento que determina de maneira quantitativa o peso dos corpos. A balança de braços iguais já era conhecida desde o Egito antigo, pelo menos. Na figura 26 vemos pinturas da época dos faraós mostrando a utilização destas balanças ao redor de 1.500 a.C. É interessante que em algumas destas pinturas aparecem pessoas com um fio de prumo para determinar quando o travessão da balança está horizontal (ASSIS, 2008, p. 138).

Figura 26 – Algumas balanças do Egito antigo.



FONTE: Assis, 2008, p. 139

Com o passar do tempo, as balanças ganharam cada vez mais importância e surgiu uma enorme variedade delas, como a balança de pratos, balança de braços, balanças de molas, hidráulicas eletrônicas e etc. (OBFEP, 2018). Certamente esses aperfeiçoamentos significativos

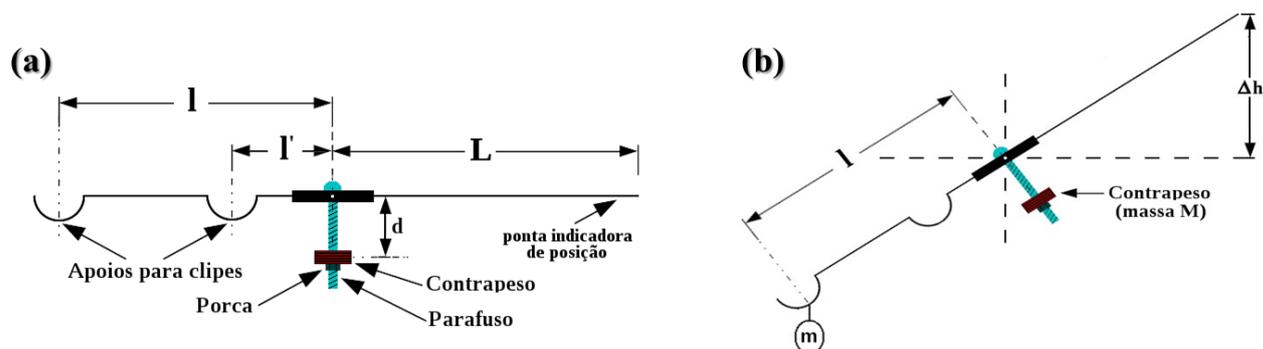
das balanças foram movidos pelo desejo de produzir um instrumento mais robusto, menos dependente da prática do operador, menos sensível ao ambiente e que, acima de tudo, tornasse a operação de pesagem mais rápida. Mas independentemente do tipo de balança que se queira utilizar, para que as medidas de massas e obtenção da densidade de um objeto sejam precisas e confiáveis é necessário que elas passem por um procedimento de calibração.

No que concerne a determinação da massa e de outros parâmetros físicos usando uma balança, é possível utilizar a análise do equilíbrio de uma balança com contrapeso. Neste caso, precisa-se ancorar aos conceitos fundamentais de equilíbrio de um ponto material e de um corpo rígido. As equações que regem esse campo da estática são $\sum \vec{F}_i = 0$ (impedir a translação) e $\sum \vec{\tau}_i = 0$ (impedir a rotação), com F representando uma força e τ , um momento de força (torque) aplicado ao corpo. Assim, as barras devem respeitar essas duas condições em conjunto e isso dependerá de alguns fatores como o comprimento da barra, distância até o apoio (centro ou giro) e pesos envolvidos nela.

5.4.2 Abordagem experimental de 2018

O assunto de equilíbrio de rotação de um sistema físico associado às propriedades de uma balança de braços foi abordado apenas na edição de 2018, sendo para todos os níveis (A, B e C). Neste ano, a olimpíada utilizou um kit experimental para tratar do equilíbrio de uma balança de um braço com um contrapeso (o segundo braço da balança foi utilizado para realizar medições), conforme mostra a figura 27.

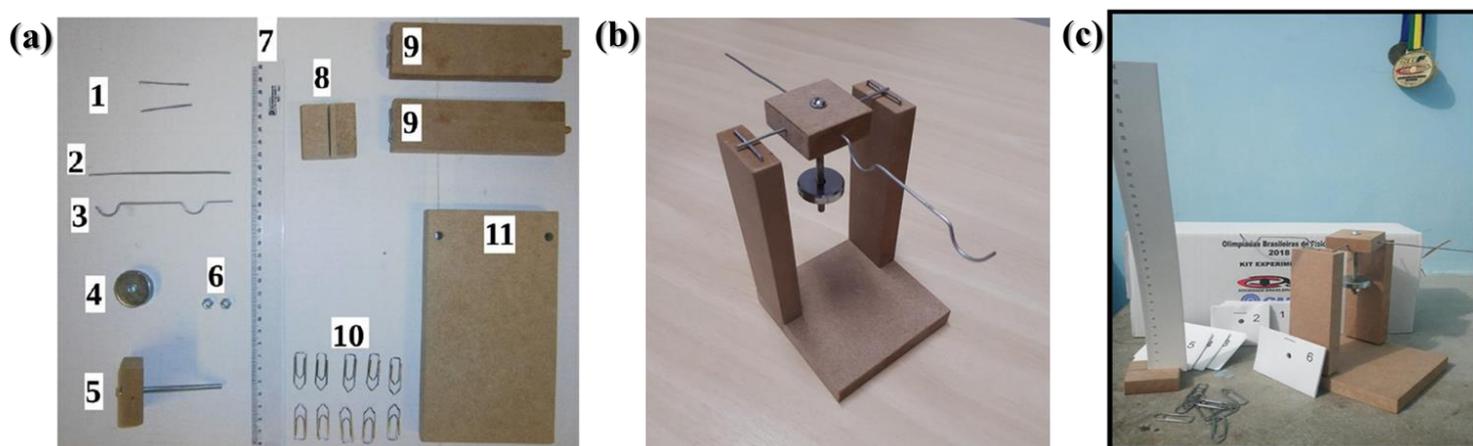
Figura 27 – Esquema do Experimento da OBFEP 2018: (a) modelo esquemático do sistema; (b) sistema sob ação de força devido à presença da massa m .



Fonte: OBFEP, 2018 (adaptado pelo autor).

As figuras 28a, b e c mostram a visão geral dos componentes do kit experimental para a montagem de uma balança de braços com a escala, e a tabela 7 contém a descrição dos itens conforme foram enumerados e suas respectivas quantidades.

Figura 28 – (a) componentes do kit experimental da OBFEP 2018, de acordo com as especificações da tabela 9; (b) sistema experimental a ser estudado; (c) esquema registrado pelo autor.



Fonte: OBFEP, 2018 (adaptado pelo autor).

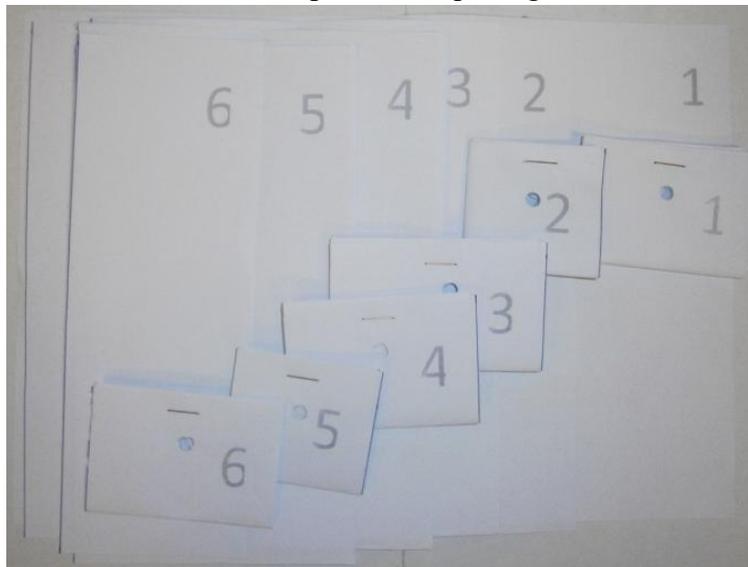
Tabela 9 – Itens do kit experimental da OBFEP 2018 com as devidas quantidades.

Item	Descrição
1	Pinos de apoio
2	Haste da ponta indicadora
3	Haste para apoio de pesos
4	Contrapeso
5	Elemento de junção de peças da balança
6	Porcas
7	Régua
8	Suporte para régua
9	Suporte da balança
10	Clipes
11	Base de montagem da balança

Fonte: autoria própria.

Além dos itens elencados na tabela 9, o aluno deveria receber seis folhas de papel, de tamanhos diferentes, como parte do kit experimental (ver figura 29).

Figura 29 – Folhas de papel do kit experimental – para cada folha dobrada, furada e grampeada há uma folha idêntica correspondente, que segue a mesma numeração.



Fonte: roteiro experimental da prova da OBFEP 2018.

Parte A

Procedimento experimental da Parte A: Considere o esquema mostrado nas figuras 1 e 2. Assuma que o deslocamento Δh , a ser medido com uma escala milimetrada, pode ser relacionado com o comprimento l e com a massa m do clipe pela equação 1 do roteiro experimental (equação 5.46):

$$\Delta h = C \cdot l \cdot m, \quad (5.46)$$

onde C é uma constante a ser determinada experimentalmente.

Questão 1) Qual(is) a(s) unidade(s) de medida(s) da constante C ?

Conhecendo algumas unidades fundamentais da Física, listadas no Sistema Internacional de Unidades (SI), podemos prever a unidade de medida da constante C . Para isso, vamos fazer uma pequena manipulação algébrica na equação 1 a fim de isolar a constante:

$$C = \frac{\Delta h}{l \cdot m}$$

$$[C] = \frac{[\Delta h]}{[l] \cdot [m]} \rightarrow [C] = \frac{[m]}{[m] \cdot [kg]}$$

$$[C] = \frac{1}{kg} \text{ ou } kg^{-1}$$

No entanto, para este experimento, vale escrever a constante C em função de outras unidades alternativas às do SI:

$$[C] = \frac{1}{g} \text{ ou } g^{-1}$$

Questão 2) Escreva uma expressão equivalente à Eq. (1) (ver equação 5.46) para o caso em que, ao invés de um único clipe pendurado na extremidade da haste, são utilizados n cliques de massas idênticas iguais a m_n , cuja soma totalize uma massa m . Ou seja, reescreva a equação (1) com Δh em função do número n de cliques.

Da equação (5.46), concluímos que Δh é diretamente proporcional à massa m , de tal forma que à medida em que a massa no gancho aumenta, a variação de altura em relação ao referencial tende a aumentar. Os parâmetros C e l são invariáveis (e podemos chamá-los de K).

Para um único clipe pendurado, temos:

$$\Delta h_1 = C \cdot l \cdot m_1 \text{ e } m_1 = \frac{\Delta h_1}{K}$$

$$\Delta h_1 = C \cdot l \cdot m_1 \rightarrow \Delta h_2 = C \cdot l \cdot m_2 \rightarrow \Delta h_3 = C \cdot l \cdot m_3$$

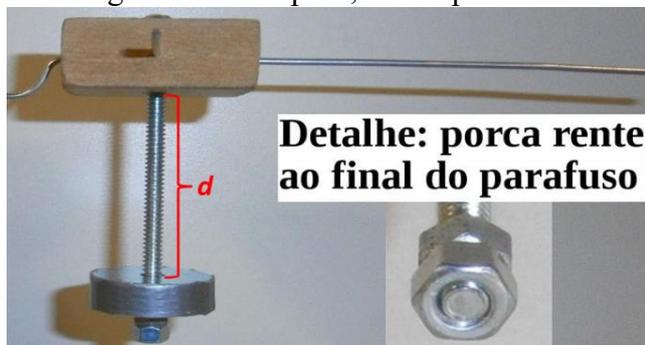
$$\text{Mas } \Delta h = \Delta h_1 + \Delta h_2 + \dots + \Delta h_n \text{ e } m = \frac{\Delta h_1}{K} + \frac{\Delta h_2}{K} + \dots + \frac{\Delta h_n}{K}$$

$$\Delta h_n = C \cdot l \cdot m_n \cdot n$$

Com os materiais disponibilizados no kit experimental para esta prova, usou-se as instruções de montagem mostradas na prova e, após a montagem, utilizou-se a escala milimetrada para medir a distância entre o centro de rotação da balança e o apoio de pesos (vide figura 26a), obtendo-se $d = (4,7 \pm 0,05) \text{ cm}$.

Na montagem do contrapeso, um ponto a ser pontuado é que essa distância d teria que ser medida quando as porcas fossem atarraxadas até ficarem rentes ao final do parafuso, conforme consta a figura 30.

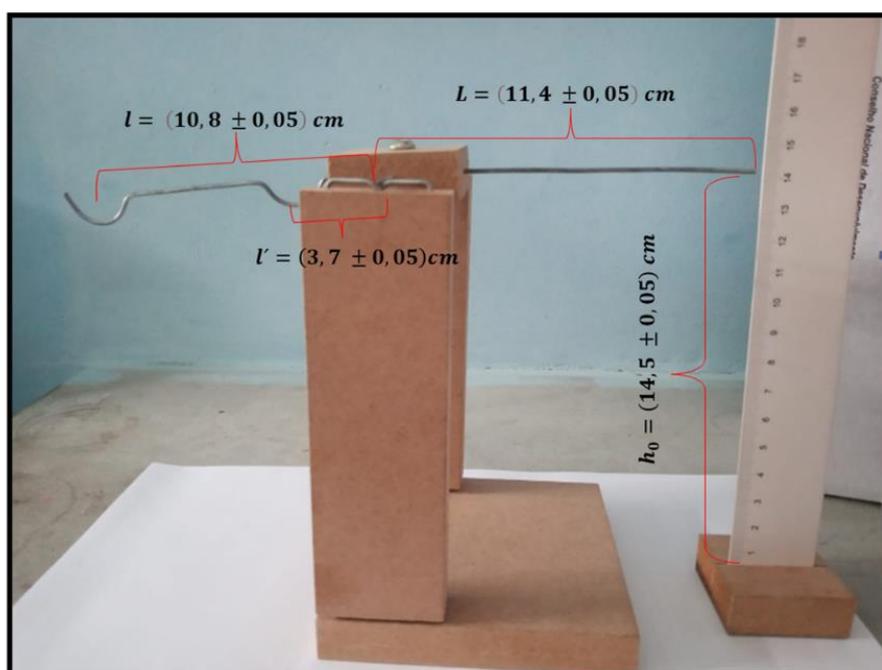
Figura 30 – Montagem do contrapeso, com a porca rente ao final do parafuso.



Fonte: roteiro da prova experimental (adaptada pelo autor).

Depois disso, colocou-se a balança nos suportes, como na figura 31, aguardou-se o sistema parar de oscilar e, em seguida, mediu-se a altura de referência h_0 , a distância l' do primeiro ponto de apoio, a distância l do ponto de apoio na extremidade (onde os cliques e os pedaços de papel seriam pendurados) e a distância da extremidade livre L em relação ao ponto de apoio. Os valores das medidas, com suas respectivas incertezas, encontram-se na tabela supracitada.

Figura 31 – Esquematização da balança em equilíbrio sem algum objeto no fulcro da extremidade em relação ao ponto de apoio. Nela, há a representação das medidas h_0 , l' , l e L . No procedimento, obteve-se $h_0 = (14,5 \pm 0,05) \text{ cm}$, $l' = (3,7 \pm 0,05) \text{ cm}$, $l = (10,8 \pm 0,05) \text{ cm}$ e $L = (11,4 \pm 0,05) \text{ cm}$.



Fonte: autoria própria.

Questão 3) Inicialmente, meça os valores de l e da altura de referência h_0 . Em seguida, adicione um clipe à haste no ponto de pesos e meça o valor do deslocamento Δh da ponta indicadora de posição. Siga adicionando cliques um a um e, para cada clipe adicionado, meça os respectivos deslocamentos Δh , até que você tenha obtido 10 pontos experimentais. Organize os dados em uma tabela, com as respectivas incertezas nas medidas e, com os dados obtidos, faça um gráfico de Δh em função de n . Obs.: antes de medir os deslocamentos Δh , espere o sistema parar de oscilar.

Tabela 10 – Medidas da altura como função do número de cliques para cada posição no chanfro. A altura inicial da extremidade da haste é $h_0 = (14,50 \pm 0,05)$ cm.

Nº de cliques	h_n (cm)	Δh_n (cm)
0	14,50 \pm 0,05	0,00 \pm 0,10
1	15,00 \pm 0,05	0,50 \pm 0,10
2	15,30 \pm 0,05	0,80 \pm 0,10
3	15,70 \pm 0,05	1,20 \pm 0,10
4	16,10 \pm 0,05	1,60 \pm 0,10
5	16,50 \pm 0,05	2,00 \pm 0,10
6	16,70 \pm 0,05	2,20 \pm 0,10
7	17,10 \pm 0,05	2,60 \pm 0,10
8	17,40 \pm 0,05	2,90 \pm 0,10
9	17,80 \pm 0,05	3,30 \pm 0,10
10	18,10 \pm 0,05	3,60 \pm 0,10

Fonte: elaborado pelo autor.

Como $\Delta h_n = h_n - h_0$, o estudante, ao estimar a incerteza, deverá analisar a tabela 1 (discutida no capítulo de análise e tratamento de dados) a fim de comparar a função Δh_n com algum valor tabelado. Nesse caso, como trata-se da diferença das alturas, para a função do tipo $F = x - y - z$ o desvio será $\sigma_F = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$. Além disso, $\sigma_{h_n} = \sigma_{h_0} = 0,05$ (já que foram medidas com o uso da régua centimetrada), então a incerteza $\sigma_{\Delta h_n}$ será:

$$\sigma_{\Delta h_n} = \sigma_{h_n} + \sigma_{h_0} = 0,05 + 0,05 = \mathbf{0,10}$$

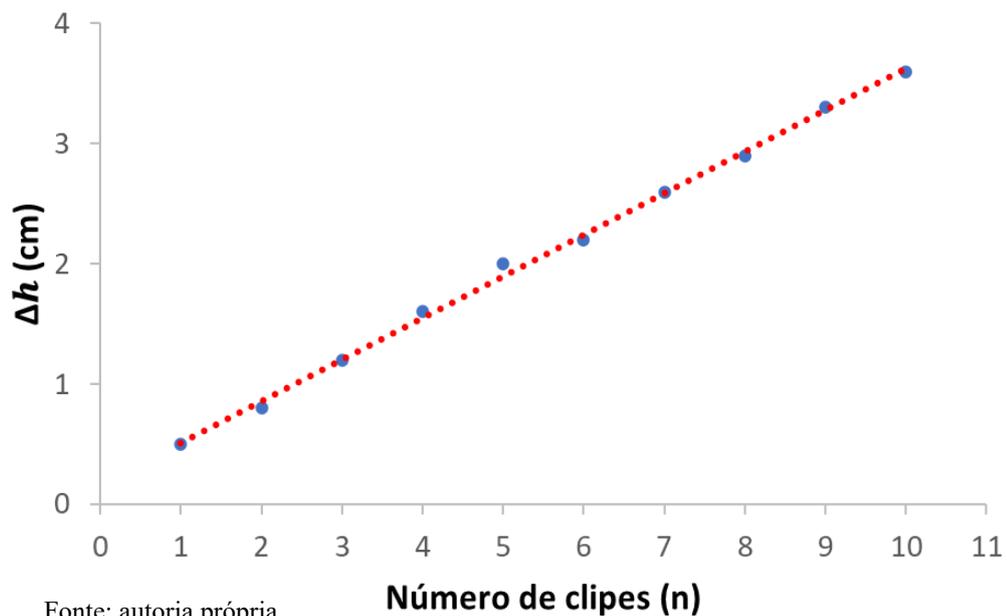
Por esse motivo, na tabela 10 o resultado final das medidas de Δh_n estão com as incertezas na forma de 0,10.

Figura 32 – Registros dos deslocamentos Δh como função do número de cliques colocados na balança com braços e escala.



Fonte: autoria própria.

Gráfico 6 – Valores da variação de altura (Δh) em função do número de cliques n quando os cliques são colocados no chanfro próximo ao eixo. Os pontos em vermelho são aqueles mostrados na coluna 3 da tabela 10 e a linha pontilhada em vermelho representa o modelo teórico exato (proposto pelo autor).



Fonte: autoria própria.

Questão 4) Do gráfico construído no item 3, obtenha o valor da constante C , usando a relação entre a constante C e o coeficiente angular do gráfico. Calcule também a incerteza σ_C (ver tabela 2). Utilize $m_n = (6,53 \pm 0,10) \times 10^{-1} \text{ g}$.

Na questão 2, vimos que a equação da variação de altura Δh em função do número n de cliques pode ser descrita como:

$$\Delta h_n = C \cdot l \cdot m_n \cdot n$$

De forma que a constante pode ser calculada como:

$$C = \left(\frac{\Delta h_n}{n} \right) \frac{1}{l \cdot m_n},$$

Na equação acima, o termo $\frac{\Delta h_n}{n}$ é o coeficiente angular α do gráfico 6 (vide questão anterior), que pode ser calculado a partir dos dados da tabela 10. O estudante deve tomar pontos mais distantes o possível com o intuito de fazer com que o erro seja diluído no conjunto de dados. Nesse caso, poderíamos escolher o par de conjunto de dados para $n = 1$ e $n = 10$ (aqui os pontos experimentais adotados coincidem com os pontos da reta), obtendo-se:

$$\alpha = \frac{\Delta h_{n=10} - \Delta h_{n=1}}{10 - 1} = \frac{(3,60 - 0,50)}{9} = \mathbf{0,344 \text{ cm}}$$

As incertezas $\Delta h_{n=10}$ e $\Delta h_{n=1}$ são iguais a 0,07 (ver tabela 10). Como no numerador temos uma subtração, a incerteza da função da forma de $F = x - y - z$ é, conforme a tabela 1, igual a $\sigma_F = \sigma_X + \sigma_Y + \sigma_Z$. Nesse caso, $\sigma_F = 0,07 + 0,07 = 0,14$. Assim, o coeficiente angular α poderia ser reescrito na forma de uma função $F = ax$ cuja incerteza seria $\sigma_F = |a|\sigma_x$. Veja:

$$\alpha = \frac{(3,10 \pm 0,14) \text{ cm}}{9} = \mathbf{0,344 \text{ cm}},$$

$$\text{com } a = \frac{1}{9} \text{ e } \sigma_x = 0,14$$

Logo, a incerteza associada à medição do coeficiente angular será:

$$\sigma_\alpha = \left| \frac{1}{9} \right| \cdot 0,14 = \mathbf{0,015}$$

Então $\alpha = (0,344 \pm 0,015) \text{ cm}$.

Quanto ao valor da constante C , podemos utilizar os valores numéricos determinados anteriormente, obtendo-se:

$$C = 0,344 \text{ [cm]} \frac{1}{10,8 \text{ [cm]} \cdot 6,53 \cdot 10^{-1} \text{ [g]}} = \mathbf{0,049 \text{ g}^{-1}}$$

Como $C = \frac{\alpha}{l \cdot m_n}$, no cálculo da propagação da incerteza o estudante deveria comparar esta equação com alguma função da tabela 1 (discutida no capítulo de análise e tratamento de dados). Vemos que ela é da forma $F = \frac{x}{yz}$, com $x = \alpha$, $y = l$ e $z = m_n$, cuja expressão para a incerteza (desvio) σ_C é dada por:

$$\sigma_F = |(yz)^{-1}| \sigma_x + |x(y^2z)^{-1}| \sigma_y + |x(z^2y)^{-1}| \sigma_z,$$

sendo $\sigma_x = \sigma_\alpha$; $\sigma_y = \sigma_l$ e $\sigma_z = \sigma_{m_n}$.

Reagrupando os termos e substituindo os valores numéricos, temos:

$$\sigma_C = |(10,8 \cdot 0,653)^{-1}| 0,015 + |0,344 \cdot [(10,8)^2 \cdot 0,653]^{-1}| 0,05 + |0,344 \cdot [(0,653)^2 \cdot 10,8]^{-1}| 0,01$$

$$\sigma_C = 0,0074$$

Levando em conta que a constante C foi determinada com 3 casas decimais, o estudante deveria aplicar as regras de arredondamento e expressar o seu resultado final na forma de:

$$\mathbf{C = (0,049 + 0,007) \text{ g}^{-1}}$$

Parte B: Ao retirar o clipe do sistema, responda às perguntas subsequentes:

Questão 5) Meça as dimensões (largura e comprimento) das seis folhas de papel fornecidas no kit experimental, com suas respectivas incertezas, e calcule o valor das áreas (A_f) e de suas incertezas (σA_f) (ver tabela 2 do capítulo 4).

A área de uma superfície retangular (como das folhas de papel fornecidas no kit experimental) é dado pela equação:

$$A = \text{largura } (l) \times \text{comprimento } (c) \tag{5.47}$$

Substituindo os valores das dimensões para cada folha de papel, conforme as especificações da imagem anterior e aplicando as regras de arredondamentos de algarismos significativos, temos:

$$A_1 = (20,9 \times 29,8) \text{ cm}^2 = 622,82 \text{ cm}^2 \approx 622,8 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = (20,9 \times 22,5) \text{ cm}^2 = 470,25 \text{ cm}^2 \approx 470,3 \text{ cm}^2$$

$$A_3 = (20,9 \times 16,7) \text{ cm}^2 = 349,03 \text{ cm}^2 \approx 349,0 \text{ cm}^2$$

$$A_4 = (20,9 \times 14,7) \text{ cm}^2 = 307,23 \text{ cm}^2 \approx 307,2 \text{ cm}^2$$

$$A_5 = (20,9 \times 11,2) \text{ cm}^2 = 234,08 \text{ cm}^2 \approx 234,1 \text{ cm}^2$$

$$A_6 = (20,9 \times 7,30) \text{ cm}^2 = 152,57 \text{ cm}^2 \approx 152,6 \text{ cm}^2$$

Deve-se observar que no cálculo da área não foram utilizados os erros das medidas. Nesse caso, como $A = f(l, c)$ é uma função do tipo multiplicação, o estudante deve mais uma vez utilizar a tabela 1 e comparar com a equação da área. Dessa forma, para funções do tipo $F = xyz$, a incerteza será $\sigma_F = |yz|\sigma_x + |xz|\sigma_y + |xy|\sigma_z$.

Sendo $x = l$ ($\sigma_x = \sigma_l$) e $y = c$ ($\sigma_y = \sigma_c$), a expressão do desvio é reduzida por:

$$\sigma_A = |l \cdot c|\sigma_l + |c \cdot l|\sigma_c$$

Tendo em vista que ao medir as dimensões das folhas com uma régua milimetrada a incerteza é de $\sigma_l = \sigma_c = 0,05 \text{ cm}$ e que no cálculo da área a ordem dos fatores não altera o produto, podemos simplificar a expressão de σ_A como:

$$\sigma_A = 2 \cdot A \cdot \sigma_{l,c}, \text{ com } \sigma_{l,c} = 0,05.$$

Substituindo os valores na equação acima, podemos estimar o erro para a área de cada uma das folhas de papel:

$$(\sigma_A)_1 = 2 \cdot A_1 \cdot 0,05 = 2 \cdot 622,8 \cdot 0,05 = 62,28 \text{ cm}^2$$

$$(\sigma_A)_2 = 2 \cdot A_2 \cdot 0,05 = 2 \cdot 470,3 \cdot 0,05 = 47,03 \text{ cm}^2$$

$$(\sigma_A)_3 = 2 \cdot A_3 \cdot 0,05 = 2 \cdot 349,0 \cdot 0,05 = 34,90 \text{ cm}^2$$

$$(\sigma_A)_4 = 2 \cdot A_4 \cdot 0,05 = 2 \cdot 307,2 \cdot 0,05 = 30,72 \text{ cm}^2$$

$$(\sigma_A)_5 = 2 \cdot A_5 \cdot 0,05 = 2 \cdot 234,1 \cdot 0,05 = 23,41 \text{ cm}^2$$

$$(\sigma_A)_6 = 2 \cdot A_6 \cdot 0,05 = 2 \cdot 152,6 \cdot 0,05 = 15,26 \text{ cm}^2$$

Uma observação a ser feita reside na ideia de que os erros calculados anteriormente tenham o número de casas decimais adequados utilizando as regras de arredondamento. Por exemplo, na área do papel 1 ($A_1 = 622,8 \text{ cm}^2$) temos uma casa decimal, com o último algarismo 8 representando “oito décimos”. O erro encontrado para essa mesma área foi de $(\sigma_A)_1 = 62,28$, ou seja, com duas casas decimais (2 décimos e 8 centésimos). Uma das regras diz que para arredondamento de 0,000 até 0,499 mantém-se o último algarismo significativo, ao passo que de 0,500 até 0,999 acrescentamos uma unidade ao último algarismo significativo. Dessa forma, o dígito (8) é o algarismo significativo a ser desprezado e, como é superior a 5, devemos arredondar para mais uma unidade o último algarismo (2) mantido. Dessa forma, teríamos $(\sigma_A)_1 = 62,3$.

No cálculo do erro área do papel 2 encontramos $(\sigma_A)_2 = 47,03$. Percebemos aqui que o último algarismo (representando 3 centésimos) é inferior a 5, logo devemos manter invariável o último algarismo (0) mantido. Dessa forma, teríamos $(\sigma_A)_2 = 47,0$.

Aplicando essas mesmas regras para os demais erros, podemos organizar os dados da resolução deste item em uma única tabela, conforme pedido ao aluno para colocar no Caderno de Resolução (ver anexo A, na página 170).

Tabela 11 – Medidas da largura, comprimento e área de cada papel do kit experimental.

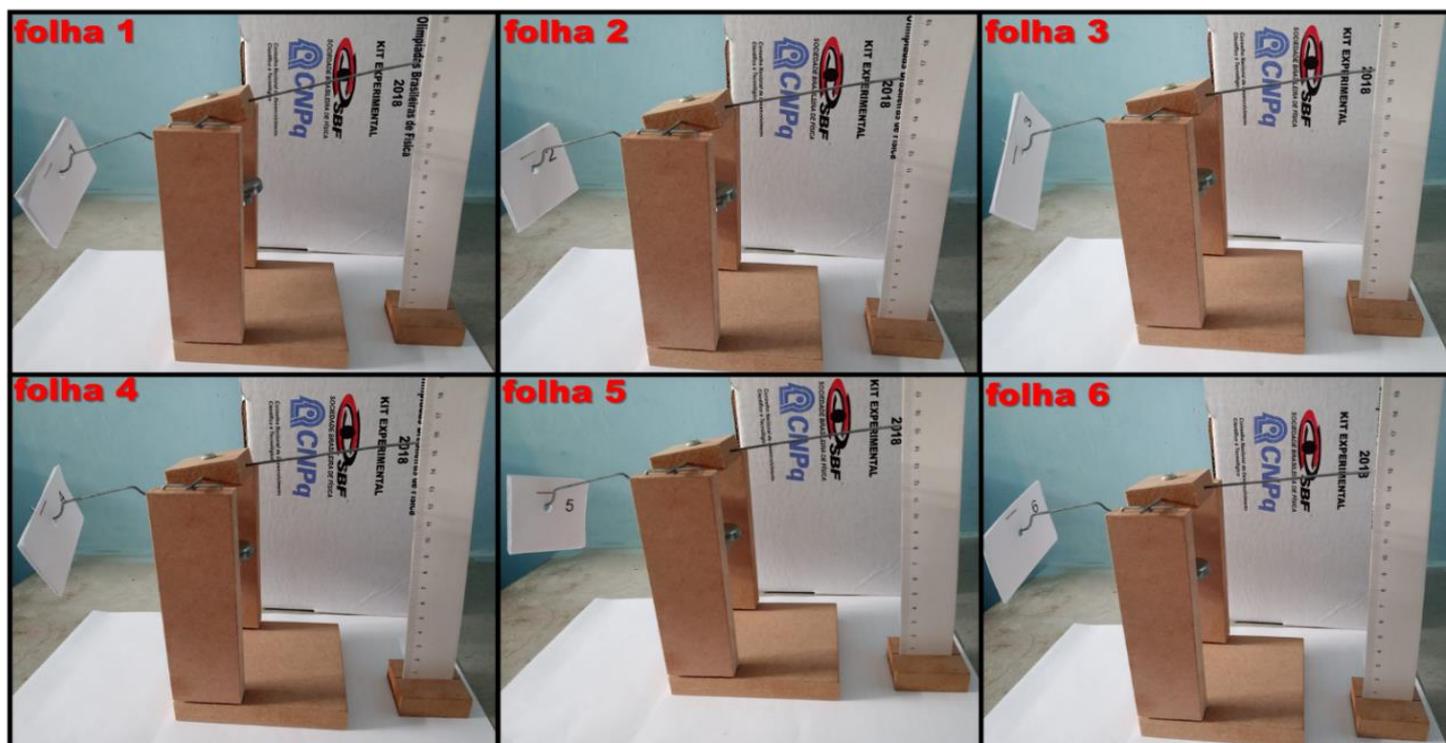
Nº do papel	Largura (cm)	Comprimento (cm)	Área (cm ²)
1	(20,9 ± 0,05)	(29,8 ± 0,05)	(622,8 ± 62,3)
2	(20,9 ± 0,05)	(22,5 ± 0,05)	(470,3 ± 47,0)
3	(20,9 ± 0,05)	(16,7 ± 0,05)	(350,7 ± 34,9)
4	(20,9 ± 0,05)	(14,7 ± 0,05)	(307,2 ± 30,7)
5	(20,9 ± 0,05)	(11,2 ± 0,05)	(234,1 ± 23,4)
6	(20,9 ± 0,05)	(7,30 ± 0,05)	(152,6 ± 15,7)

Fonte: autoria própria.

Questão 6) Para cada uma das folhas de papel fornecidas, pendure-as, uma de cada vez, no mesmo ponto onde foram colocados os cliques e meça o valor do deslocamento Δh_f devido ao peso de cada uma das folhas. Utilize os valores dos deslocamentos Δh_f , o valor obtido de C na questão 4 e a equação (1) do roteiro experimental, mencionada na questão 1, para calcular os valores das massas (m_f) de cada uma das folhas. Calcule

também as incertezas nas medidas de m_f , ou seja, calcule σ_{mf} . Organize os dados em uma tabela.

Figura 33 – Medição da altura utilizando as seis folhas de papel para determinar a massa de cada uma. A altura inicial da extremidade da haste é $h_0 = (14,5 \pm 0,05) \text{ cm}$.



Fonte: autoria própria.

Tabela 12 – Resultados experimentais do procedimento 6b, contendo a variação de altura para cada folha colocada no último ponto de apoio em relação ao centro de massa da balança.

Nº da folha	h_n (cm)	Δh_n (cm)
1	$(17,30 \pm 0,05)$	$(2,70 \pm 0,10)$
2	$(16,70 \pm 0,05)$	$(2,10 \pm 0,10)$
3	$(16,30 \pm 0,05)$	$(1,70 \pm 0,10)$
4	$(16,00 \pm 0,05)$	$(1,40 \pm 0,10)$
5	$(15,70 \pm 0,05)$	$(1,10 \pm 0,10)$
6	$(15,40 \pm 0,05)$	$(0,80 \pm 0,10)$

Fonte: autoria própria.

Na tabela 12, é possível visualizar que a incerteza associada à medição de Δh_n em relação ao número da folha é igual a 0,10 (mesmo valor em relação ao valor de Δh_n em relação ao número de cliques, discutidas na questão 3).

Reescrevendo a equação (5.46), temos:

$$\Delta h = C \cdot l \cdot m \therefore m = \frac{\Delta h_n}{C \cdot l}$$

Logo, substituindo os valores na equação acima podemos calcular a massa de cada folha:

$$m_1 = \frac{\Delta h_1}{C \cdot l} = \frac{2,7}{0,049 \cdot 10,8} = \mathbf{5,10 \text{ g}}$$

$$m_2 = \frac{\Delta h_1}{C \cdot l} = \frac{2,1}{0,049 \cdot 10,8} = \mathbf{3,97 \text{ g}}$$

$$m_3 = \frac{\Delta h_1}{C \cdot l} = \frac{1,7}{0,049 \cdot 10,8} = \mathbf{3,21 \text{ g}}$$

$$m_4 = \frac{\Delta h_1}{C \cdot l} = \frac{1,4}{0,049 \cdot 10,8} = \mathbf{2,64 \text{ g}}$$

$$m_5 = \frac{\Delta h_1}{C \cdot l} = \frac{1,1}{0,049 \cdot 10,8} = \mathbf{2,08 \text{ g}}$$

$$m_6 = \frac{\Delta h_1}{C \cdot l} = \frac{0,8}{0,049 \cdot 10,8} = \mathbf{1,51 \text{ g}}$$

Analisando a tabela 1, podemos constatar que a massa equação da massa m é da forma $F = \frac{x}{yz}$, com $x = \Delta h_n$, $y = C$ e $z = l$, cuja expressão para a incerteza (desvio) σ_F é dada por:

$$\sigma_F = |(yz)^{-1}| \sigma_x + |x(y^2z)^{-1}| \sigma_y + |x(z^2y)^{-1}| \sigma_z,$$

então:

$$\sigma_m = |(C \cdot l)^{-1}| \sigma_{\Delta h_n} + |\Delta h_n (C^2 \cdot l)^{-1}| \sigma_C + |\Delta h_n (l^2 \cdot C)^{-1}| \sigma_l$$

Substituindo os valores numéricos, temos:

$$\sigma_m = |(0,049 \cdot 10,8)^{-1}| 0,10 + |\Delta h_n [(0,049)^2 \cdot 10,8]^{-1}| 0,0074 + |\Delta h_n [(10,8)^2 \cdot 0,049]^{-1}| 0,05$$

$$\sigma_m = 0,189 + |0,285 \cdot \Delta h_n| + |0,009 \cdot \Delta h_n|$$

Usando os valores de Δh_n da tabela 12, a incerteza associada à massa de cada folha, com os devidos arredondamentos, será:

$$\sigma_{m_1} = 0,189 + |0,285 \cdot 2,70| + |0,009 \cdot 2,70| \approx \mathbf{0,99}$$

$$\sigma_{m_2} = 0,189 + |0,285 \cdot 2,10| + |0,009 \cdot 2,10| \approx \mathbf{0,80}$$

$$\sigma_{m_3} = 0,189 + |0,285 \cdot 1,70| + |0,009 \cdot 1,70| \approx \mathbf{0,69}$$

$$\sigma_{m_4} = 0,189 + |0,285 \cdot 1,40| + |0,009 \cdot 1,40| \approx \mathbf{0,60}$$

$$\sigma_{m_5} = 0,189 + |0,285 \cdot 1,10| + |0,009 \cdot 1,10| \approx \mathbf{0,51}$$

$$\sigma_{m_6} = 0,189 + |0,285 \cdot 0,80| + |0,009 \cdot 0,80| \approx \mathbf{0,42}$$

Finalmente, podemos organizar os dados experimentais deste procedimento em uma tabela (13), da mesma forma que o aluno deveria apresentar no Caderno de Resolução.

Tabela 13 – Resultados experimentais da questão 6, mostrando a massa de cada folha e sua respectiva incerteza.

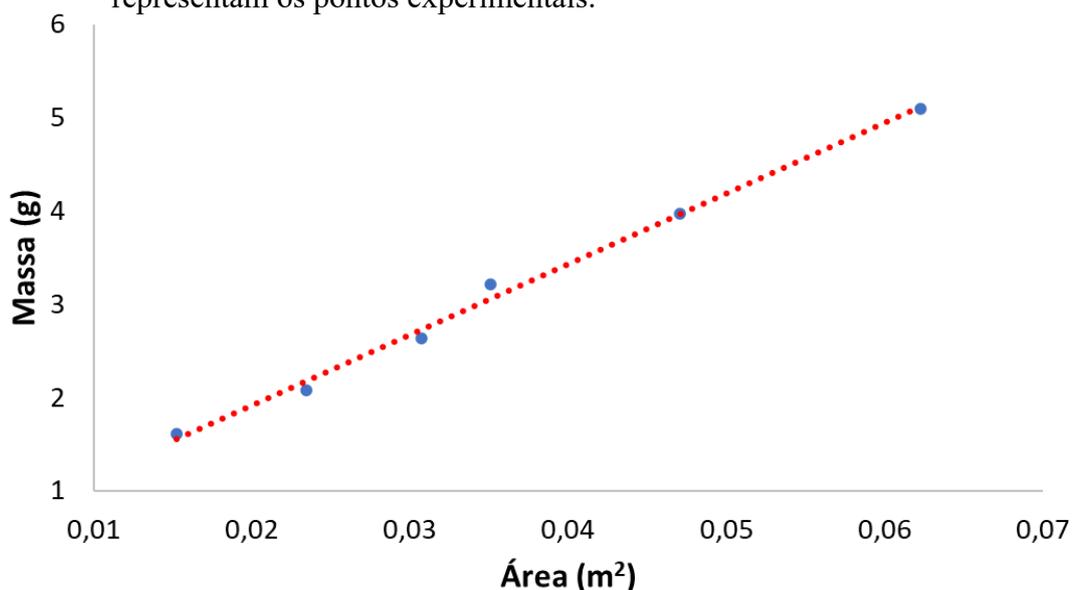
Nº da folha	massa (g)
1	(5,10 ± 0,99)
2	(3,97 ± 0,80)
3	(3,21 ± 0,69)
4	(2,64 ± 0,60)
5	(2,08 ± 0,51)
6	(1,51 ± 0,42)

Fonte: autoria própria.

Questão 7) Com os valores das massas m_f das folhas de papel e de suas respectivas áreas A_f , construa um gráfico das massas medidas em função das áreas, e, a partir do coeficiente angular do gráfico, obtenha o valor da densidade do papel (em g/m²) e sua incerteza. Obs.: a densidade de uma folha de papel quando expressa em termos de massa

por unidade de área é mais conhecida como gramatura – o peso de uma folha de 1 m² – na indústria papelreira.

Gráfico 7 – Massas medidas em função das áreas de cada uma das folhas. A reta em vermelho representa a melhor curva que ajusta os pontos experimentais. Os pontos azuis representam os pontos experimentais.



Fonte: elaborado pelo autor.

Para o cálculo da gramatura a partir do coeficiente angular, vamos usar os pontos da reta $P_1(1,51; 0,01526)$ e $P_2(5,10; 0,06228)$.

$$\text{gramatura} = \frac{\Delta m}{\Delta A} = \frac{(5,10 - 1,51)}{(0,06228 - 0,01526)} = \frac{3,59}{0,04702} \approx 76,0 \text{ g/m}^2$$

A incerteza associada à subtração do valor de Δm e ΔA são dadas, respectivamente, por:

$$\sigma_{\Delta m} = 0,99 + 0,42 = 1,12$$

$$\sigma_{\Delta A} = 0,0623 + 0,00157 = 0,06387$$

Para a uma função $F = \frac{x}{yz}$, com $x = \Delta m$, $y = \Delta A$ e $z = 1$, a expressão para a incerteza (desvio) σ_F é dada por:

$$\sigma_F = |(yz)^{-1}| \sigma_x + |x(y^2z)^{-1}| \sigma_y + |x(z^2y)^{-1}| \sigma_z,$$

sendo $\sigma_x = \sigma_{\Delta m}$; $\sigma_y = \sigma_{\Delta A}$ e $\sigma_z = 0$ que, com os termos reagrupados, temos:

$$\sigma_{gramatura} = |(\Delta A)^{-1}| \sigma_{\Delta m} + |\Delta m \cdot (\Delta A)^2|^{-1} \sigma_{\Delta A}$$

Logo, substituindo os valores podemos estimar a incerteza da gramatura:

$$\sigma_{gramatura} = |(0,04702)^{-1}| \cdot 1,12 + |3,59 \cdot (0,04702)^2|^{-1} \cdot 0,06387$$

$$\sigma_{gramatura} = 127,5$$

Portanto, a gramatura encontrada experimentalmente foi de **$(7,60 \pm 12,75) \cdot 10 \text{ g/m}^2$**

Questão 8) Compare o resultado da questão anterior com o valor esperado (analise se são compatíveis) para a gramatura da folha que foi fornecida, que é de 75 g/m².

Primeiramente, vamos determinar a convergência entre os dois valores (medido e referencial) usando a equação 4.3 (discutida no capítulo 4).

$$\left| \frac{75 - 76}{75} \right| \cdot 100\% = 1,3\%$$

Dessa forma, podemos constatar que ambos os valores são compatíveis, já que 1,3% representa um valor relativamente baixo para as condições experimentais.

5.5 Mecânica: estática dos corpos rígidos

5.5.1 Conceitos

A estática é uma área da Mecânica em que procuramos estudar as condições sob as quais podem ocorrer situações de equilíbrio em um sistema físico. Por sistema físico podemos entender desde uma partícula material (corpos de dimensão desprezível) até sistemas que envolvem vários corpos com dimensões não desprezíveis. Equilíbrio, como se sabe, é um conceito bastante abrangente, que, em geral, está associado ao conceito de imutabilidade ou, mais precisamente, de estabilidade.

Na mecânica, esse conceito se refere à situação em que um corpo rígido – ou sistema de corpos rígidos – permanece em repouso (sem experimentar deslocamentos ou rotações) quando sob a ação de forças aplicadas a ele. O sistema se comporta de uma forma que ele

aparenta ser imutável. Newton *et al.* (1995), em seu livro didático *Tópicos de Física*, ainda define que o equilíbrio estático dos sólidos é moldado por situações em que eles não apresentam nenhum tipo de movimento macroscópico em relação a um dado referencial, que, bastante frequentemente, é o solo.

De acordo com Dugas (1995), em seu livro *A history of mechanics*, o primeiro livro de Mecânica, e um dos primeiros compêndios do que hoje denominamos ciências exatas, teria como título “Mecânica” (autor desconhecido) e nele são apresentados estudos sobre as máquinas simples, tema esse usualmente discutido na estática. Assim, essa teria sido a primeira área de interesse da mecânica, interesse esse reforçado algum tempo depois por Arquimedes ao empreender estudos sistemáticos da estática. Nascido em Siracusa, Arquimedes (287 a.C - 212 a.C) é considerado o pai da Mecânica. Em um de seus livros, ele expôs o princípio de funcionamento das alavancas e descreveu a determinação do centro de gravidade de um corpo qualquer, postulando as bases de toda a Estática (NEWTON, 1995, pg. 369).

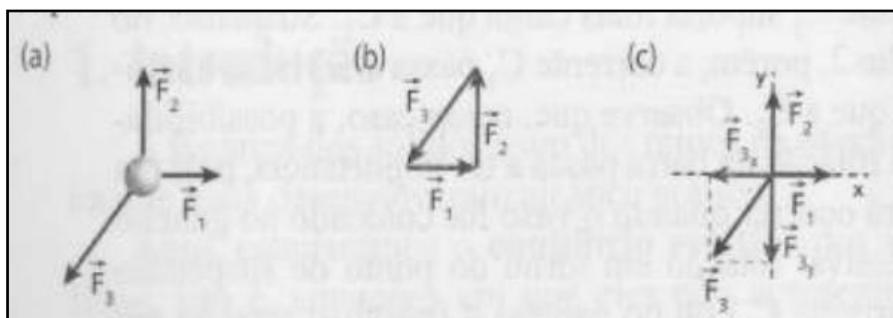
Nessa gama de assunto, há duas situações em que se aplica o estudo do equilíbrio: a estática de um ponto material e a estática de um corpo extenso (ou rígido). A diferença de ambos reside nas dimensões, de modo que um corpo extenso é aquele que possui tamanho que influencia no estudo, enquanto o ponto material possui tamanho que pode ser desprezado no estudo.

Marques (2017) ainda discute que a condição necessária e suficiente para que um ponto material esteja em equilíbrio (ou seja, em repouso ou em movimento retilíneo uniforme em relação a um referencial) é a de que a soma das forças aplicadas a ele se anule. Se o ponto material estiver sob a ação de n forças e sendo \vec{F}_i a i -ésima força agindo sobre o ponto material, a condição de equilíbrio se escreve assim:

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0 \cdot \quad (5.48)$$

Em geral, a situação explicitada na equação acima ocorre apenas para um ponto no espaço e, por isso, podemos chamá-lo de ponto de equilíbrio.

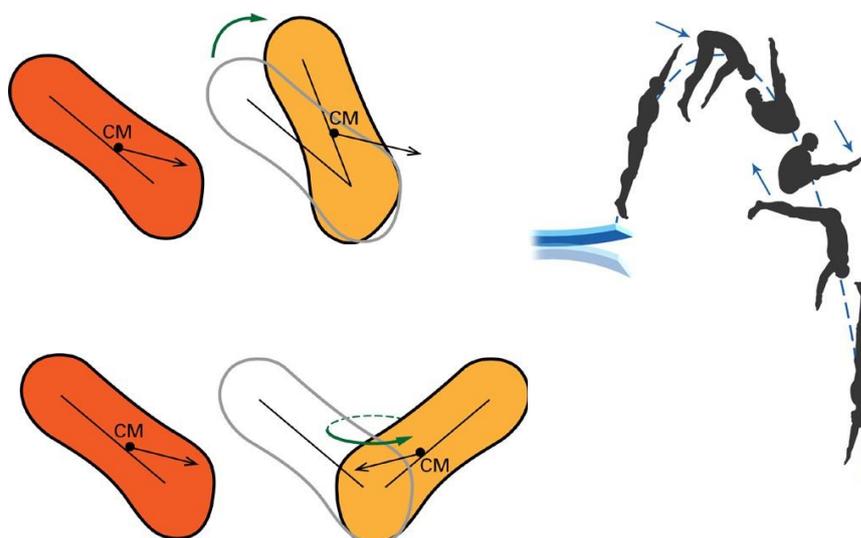
Figura 34 – Esquemática de uma partícula em equilíbrio em três situações distintas (a, b e c).



Fonte: Halliday *et al.*, 1999, p. 370

Por outro lado, definimos corpo rígido como aquele para o qual a distância entre dois pontos quaisquer sobre ele se mantém constante, independentemente das circunstâncias. Dessa forma, um corpo rígido pode exibir dois tipos de movimento. Primeiramente, temos um movimento de translação de todo o corpo rígido, que é analisado considerando-se um ponto especial do corpo rígido, conhecido como centro de massa ou centro de gravidade. Dizemos que um corpo rígido está em equilíbrio, do ponto de vista de deslocamentos do corpo todo, ou seja, do seu centro de massa, se a somatória das forças que atuam sobre o corpo for nula, sendo esta a mesma condição da equação 5.48. Tal condição é equivalente a não haver deslocamentos do centro de massa do corpo rígido, ou seja, não haver deslocamentos do corpo rígido (MARQUES, 2017, p. 413).

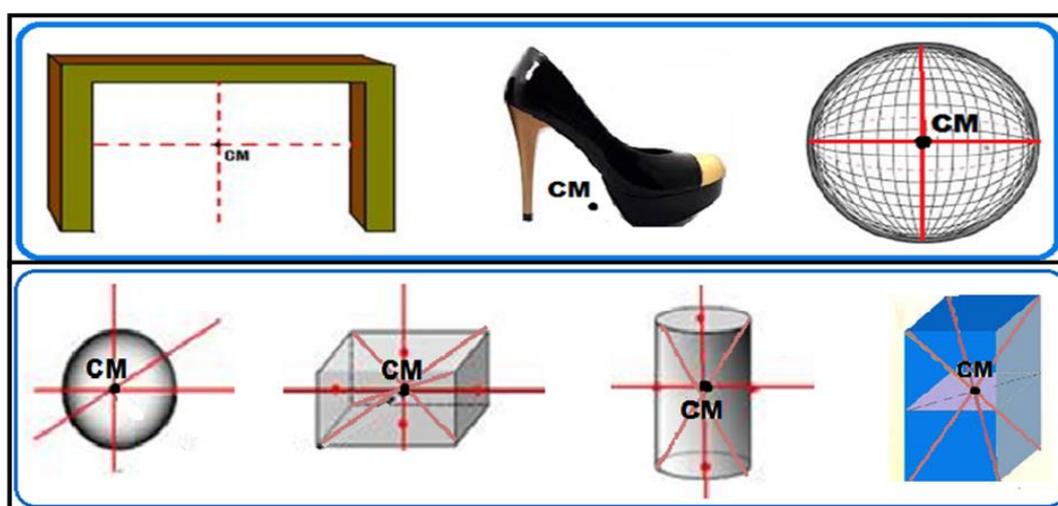
Figura 35 – Um corpo rígido pode se deslocar por inteiro e, ao mesmo tempo, experimentar um movimento de rotação



Fonte: Marques, 2017, p. 414.

Newton (1995), ainda, denomina-se centro de gravidade (CG), de um corpo ou de um sistema de pontos materiais discretos, um determinado ponto onde podemos considerar aplicado o peso total do corpo ou do sistema. Além disso, em campo gravitacional uniforme, o centro de gravidade coincide com o centro de massa. Um ponto interessante a ser frisado é que nem sempre o centro de massa de uma distribuição de massa pode estar localizado sobre essa distribuição, pois a depender dos casos pode estar localizada fora dela (ver figura 36).

Figura 36 – Exemplos de corpos (sólidos e rígidos) e suas devidas localizações de centro de massa.



Fonte: Compilações feitas pelo autor a partir das imagens de site *Física e Vestibular*.

Finalmente, devemos levar em conta a rotação como outra condição para que um corpo rígido permaneça em equilíbrio, que é um movimento independente da translação. A condição de equilíbrio de um corpo extenso sob a ação de um sistema de forças coplanares é que a soma algébrica dos momentos escalares de todas as forças em relação a qualquer eixo perpendicular ao plano das forças seja nula:

$$\sum \tau = 0 \cdot \quad (5.49)$$

A equação 5.49 pode ser expressa de outra maneira, isto é, considerando todos os momentos em módulo, podemos escrever que a soma de todos os momentos (torque) horários é igual à soma de todos os momentos anti-horários.

$$\sum \tau_{\text{horário}} = \sum \tau_{\text{anti-horário}} \cdot \quad (5.50)$$

Além disso, o torque é uma grandeza vetorial, calculada pelo produto vetorial (ou

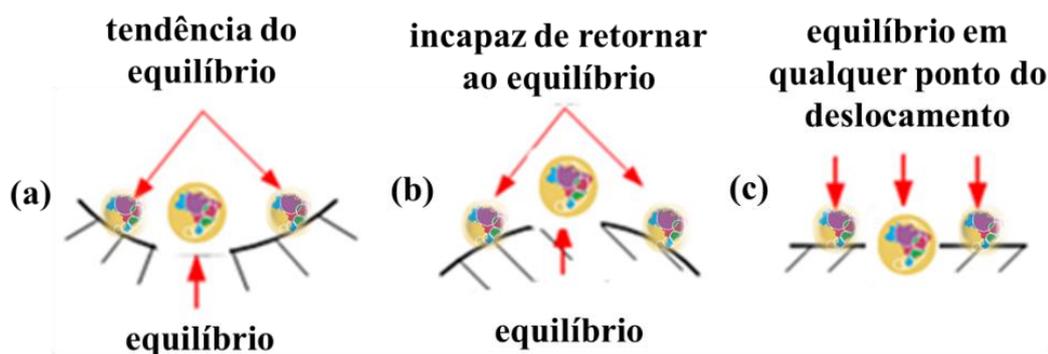
produto externo) entre o braço de alavanca (r) (também chamada de linha de ação) e a força (F). O torque e o módulo do torque podem ser calculados por meio da seguinte expressão:

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} \therefore |\tau| = r.F.\text{sen}\theta, \quad (5.51)$$

sendo a unidade de medida de $\tau = [N.m]$ no SI.

Além disso, ao estudar o comportamento de um corpo rígido em que a sua posição original é alterada, podemos lidar com tipos diferentes de equilíbrio, sendo eles: estável, instável e neutro (ver figura 37). No equilíbrio estável, o sistema (corpo), após ser afastado de sua posição de equilíbrio, retorna a esta posição por si mesmo, ou seja, o centro de gravidade se eleva, retornando em seguida à posição original. No equilíbrio instável, o sistema (corpo), após ser afastado de sua posição de equilíbrio, evolui para outro estado de equilíbrio diferente do inicial, onde o centro de gravidade está mais baixo do que antes. Finalmente, no equilíbrio neutro, o sistema (corpo), após ser afastado de sua posição inicial assume uma nova posição de equilíbrio que não pode ser diferenciada da primeira, ou seja, a altura de seu centro de gravidade não é modificada.

Figura 37 – Esquematização da posição do ponto de massa: (a) estabilidade estática positiva (equilíbrio estável) (b) estabilidade estática negativa (equilíbrio instável) (c) estabilidade estática neutra (equilíbrio neutro).



Fonte: autoria própria.

5.5.2 Abordagem Experimental de 2013

No ano de 2013, a prova da OBFEP versou sobre estática de corpos rígidos. No kit, composto basicamente por elementos do kit de 2012, a base de plástico a haste, com uma modificação e incluindo um pino metálico aonde vai ser realizado o equilíbrio da barra. E essa

barra foi refeita no formato de uma régua com furos que são separados na horizontal por uma distância fixa. Pela própria geometria de construção da régua, o centro de massa.

Na edição de 2016 diferentemente das edições anteriores por motivo de falta de recurso a prova experimental da segunda fase não abordou a mesma temática para os diferentes níveis, no nível A o tema foi equilíbrio e centro de massa, o mesmo experimento da prova experimental da edição de 2013.

Quanto as edições da OBFEP de 2013 (níveis A, B e C) e 2016 (nível A), na primeira questão experimental foram solicitados dos estudantes os conhecimentos sobre centro de massa de um corpo rígido, condição de equilíbrio estável e instável. Construir o gráfico do ângulo de equilíbrio (em graus) como função da posição do gancho na régua (em mm). Na segunda questão experimental utilizando uma balança de braços iguais foram cobrados que o estudante estime massas de elementos nas condições de equilíbrio ($F_1 r_1 = F_2 r_2$) e determinar a massa do elemento função dos braços da balança e da fração da massa do gancho de fixação conforme a figura 38.

Figura 38 – Representação da montagem experimental da OBFEP 2013.



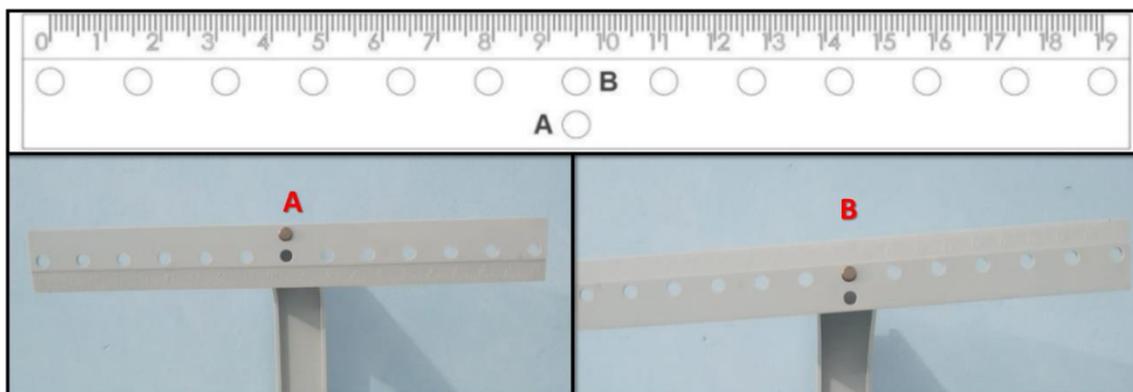
Fonte: autoria própria.

QUESTÃO EXPERIMENTAL 1: Centro de Massa e equilíbrio

a) A régua pode ser suspensa por qualquer furo encaixado de forma adequada no pino de metal da haste. Em qual dos furos o equilíbrio é instável? Explique (use no máximo duas linhas para a resposta).

O furo B, pois ele foi o único na qual a barra pode girar livremente e não parar na mesma posição.

Figura 39 – Representação dos furos A e B da régua, com B sendo o furo na qual a barra apresenta equilíbrio instável.



Fonte: autoria própria.

b) A posição do centro de massa coincide com o a do centro geométrico da régua?

Resposta: SIM ou NÃO.

Sim, pela própria geometria de construção.

c) Medida da posição de equilíbrio da régua: Monte a régua fixando-a pelo ponto A no pino da haste. Nesta situação definiremos a posição de equilíbrio horizontal como $\theta = 0$. Na figura abaixo a régua está na posição de equilíbrio estável quando um gancho (representado pela seta) é colocado em dos furos. Realize medidas da posição de equilíbrio colocando o gancho nos furos de um dos lados da régua como indicado na tabela abaixo. Para a medida dos ângulos use adequadamente um dos transferidores fornecidos.

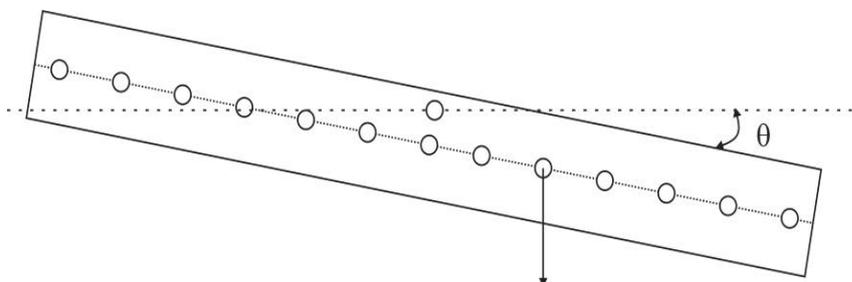
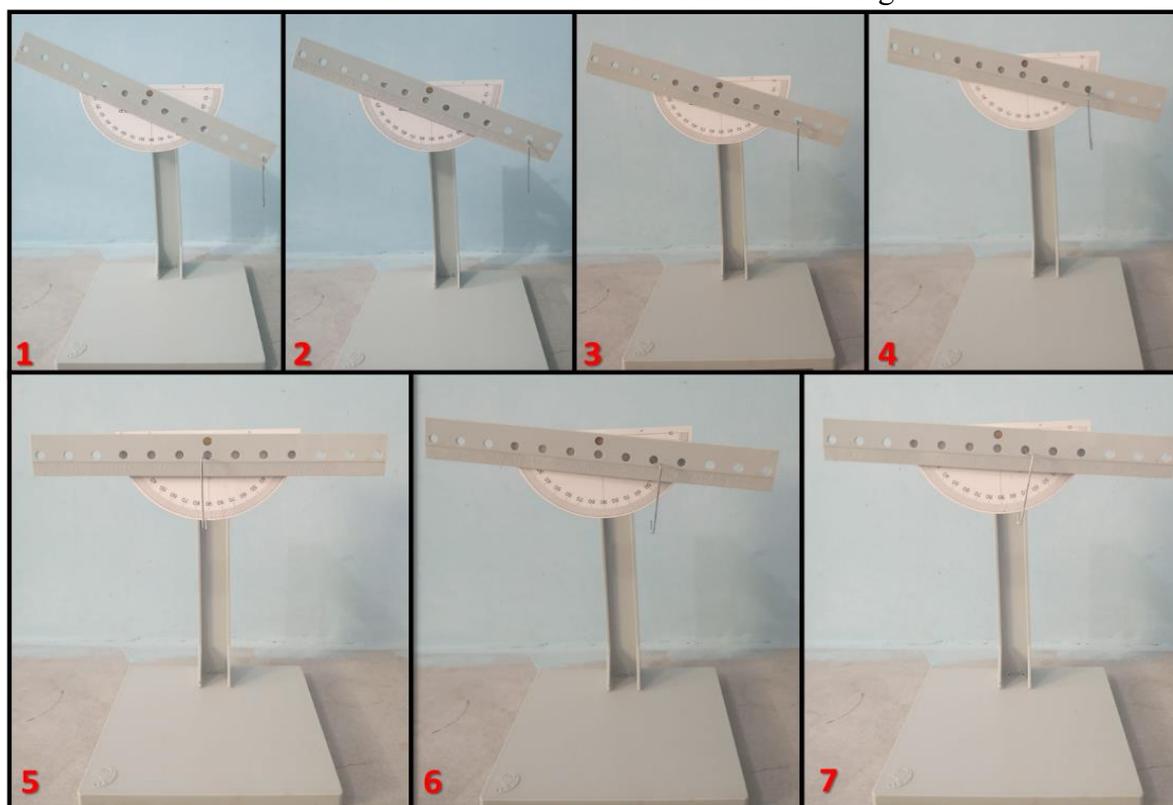


Tabela 14 – Resultados do ângulo de equilíbrio, em graus, para cada posição do gancho colocado nos furos de um lado da régua.

Número do furo	Posição do furo na régua (mm)	Ângulo de equilíbrio (graus)
1	0	25
2	15,8	20
3	31,6	15
4	47,4	13
5	63,2	7
6	79,0	3
7	95,0	0

Fonte: elaborado pelo autor.

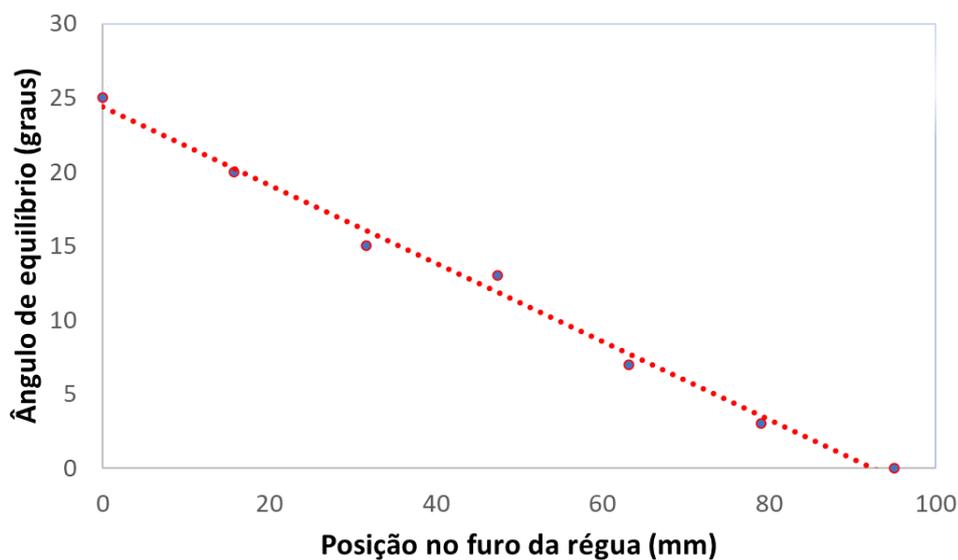
Figura 40 – Representação das medidas dos ângulos de equilíbrio em função do número dos furos. A linha de cima do transferidor serviu como nível da régua.



Fonte: autoria própria.

d) Faça um gráfico do ângulo de equilíbrio (em graus) como função da posição do gancho na régua (em mm).

Gráfico 8 – Ângulo de equilíbrio (graus) em função da posição no furo da régua (mm). O tracejado em vermelho representa a curva que melhor ajusta os pontos experimentais.

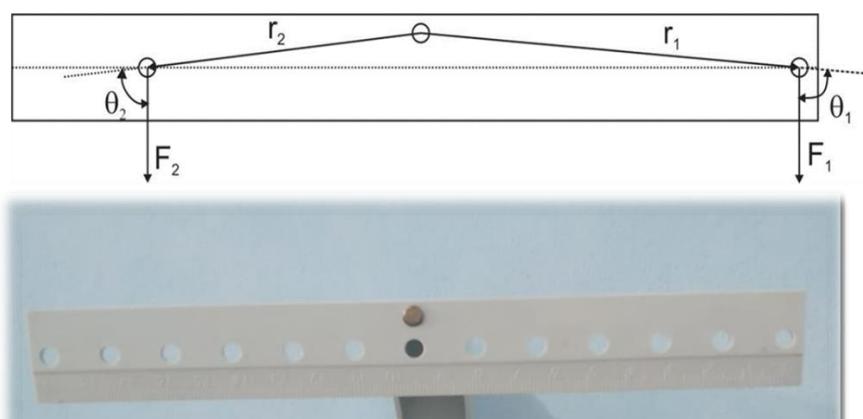


Fonte: autoria própria.

QUESTÃO EXPERIMENTAL 2: Medidas de Massa a partir do Equilíbrio Horizontal (Balança de braços iguais)

Para este procedimento experimental, utilizou-se o modelo ilustrado na figura 41 para estudar o equilíbrio horizontal da régua.

Figura 41 – Modelo para estudo do equilíbrio horizontal.



Fonte: autoria própria.

Na situação acima, o aluno teria que lembrar que para a régua sem nenhum objeto, as forças da extremidade F_1 e F_2 são iguais e, por consequência, as distâncias r_1 e r_2 também serão iguais. Além disso, para este experimento a distância d_1 é muito menor que

os raios r_1 e r_2 , de tal forma que podemos usar a relação $\text{sen } \theta_1 \approx \text{sen } \theta_2 \approx 1$.

Quanto ao torque τ aplicado no ponto de apoio pela força, podemos escrevê-lo como:

$$\tau_1 = F_1 r_1 \text{sen } \theta_1 \text{ e } \tau_2 = F_2 r_2 \text{sen } \theta_2$$

a) Medida da massa do elemento P_2 : Coloque e mantenha um gancho no furo 1 (vide tabela 1). Com o outro gancho com os elementos P_2 obtenha o equilíbrio horizontal determinando o valor de r_2 e complete a tabela do roteiro experimental (ver tabela 15).

Conforme o procedimento experimental discutido anteriormente, realizou-se as medidas solicitadas na prova. As montagens do experimento e a tabela com os resultados estão ilustradas na figura 42.

Figura 42 – Medidas da massa do elemento P_2 ao manter um gancho na extremidade à esquerda



Fonte: autoria própria.

Tabela 15 – Medidas de r_2 em função do número de elementos P_2 , a partir do equilíbrio horizontal da régua.

Número de elementos P_2	r_2 (mm)
1	64
2	48
3	39
4	31

Fonte: elaborado pelo autor..

b) Derive uma equação a partir dos torques das forças F_1 e F_2 , na situação de equilíbrio horizontal, para a massa do elemento P_2 (MP_2) como função da massa do gancho (M_G) e dos valores de r_1 e r_2 . Use n com representação para o número de elementos P_2 .

Conforme a realização do procedimento experimental, constatou-se que a massa do elemento P_2 é uma fração da massa do gancho. Além disso, no equilíbrio horizontal para a régua sem nenhum objeto temos que $F_1 = F_2$ e $r_1 = r_2$. Sendo assim:

$$F_1 r_1 = F_2 r_2, \text{ sendo } F_1 = M_G \cdot g \text{ e } F_2 = P_G + P_2$$

$$M_G \cdot g \cdot r_1 = (P_G + P_2) r_2$$

$$M_G \cdot g \cdot r_1 = (P_G + P_2) r_2$$

$$M_G \cdot g \cdot r_1 = (M_G \cdot g + n \cdot m_2 \cdot g) r_2$$

Colocando g em evidência e tirando-o da equação, temos:

$$M_G \cdot r_1 = (M_G + n \cdot m_2) r_2$$

$$\frac{M_G \cdot r_1}{r_2} = M_G + n \cdot m_2$$

$$\frac{M_G \cdot r_1}{r_2} - M_G = n \cdot m_2$$

Por fim, da equação acima podemos deduzir a massa do elemento P_2 (MP_2) em função das variáveis mencionadas no enunciado, sendo ela:

$$m_2 = \frac{M_G}{n} \left(\frac{r_1}{r_2} - 1 \right),$$

sendo n a quantidade de P_2 no gancho.

c) Complete a tabela 16 com os valores calculados para a massa MP_2 obtida para cada medida da tabela 2 do roteiro experimental (ver tabela 16), completando-a.

O gancho à esquerda estava fixo no furo 1, logo o raio em relação ao centro de massa era de $r_1 = 95 \text{ mm}$ (metade da régua). Além disso, do roteiro experimental, foi dado que $M_G = 0,5 \text{ g}$. Usando a expressão encontrada no item b e os dados da tabela (15) do item a, podemos determinar a massa MP_2 para cada conjunto de r_2 e n . Sendo assim, temos:

$$(m_2)_1 = \frac{0,5}{1} \left(\frac{95}{64} - 1 \right) = 0,242 \text{ g.}$$

$$(m_2)_2 = \frac{0,5}{2} \left(\frac{95}{48} - 1 \right) = 0,245 \text{ g.}$$

$$(m_2)_3 = \frac{0,5}{3} \left(\frac{95}{39} - 1 \right) = 0,239 \text{ g.}$$

$$(m_2)_4 = \frac{0,5}{4} \left(\frac{95}{31} - 1 \right) = 0,258 \text{ g.}$$

Tabela 16 – Medidas da massa do elemento MP_2 , em gramas, em função do número de elementos P_2 .

Número de elementos P_2	MP_2 (gramas)
1	0,242
2	0,245
3	0,239
4	0,258

Fonte: elaborado pelo autor..

d) Compare a massa do elemento P_1 (MP_1) com a massa média do elemento P_2 (MP_2) obtida no item c).

Primeiramente, vamos calcular a massa média do elemento P_2 com os dados da tabela do item c.

$$MP_{2\text{média}} = \frac{MP_{2_1} + MP_{2_2} + MP_{2_3} + MP_{2_4}}{4}$$

$$MP_{2\text{média}} = \frac{0,242 + 0,245 + 0,239 + 0,258}{4} = \mathbf{0,246}$$

Aplicando as regras de arredondamento, temos $MP_{2\text{média}} = 0,25 \text{ g}$

Como as massas dos ganchos são iguais, comparando-se a massa do elemento P_1 com a massa do elemento P_2 , constatamos que elas são iguais.

5.6 Mecânica: Lei de Hooke

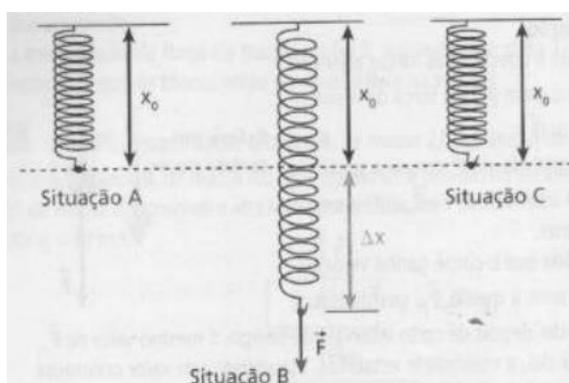
5.6.1 Conceitos

Na Física, existe uma grande variedade de forças de interação, e que a caracterização de tais forças é, via de regra, um trabalho de caráter puramente experimental. Entre as forças de interação que figuram mais frequentemente nos processos que se desenvolvem ao nosso redor figuram as chamadas forças elásticas, isto é, forças que são exercidas por sistemas elásticos quando sofrem deformações (PRASS, 2018, p. 1). Por este motivo é interessante que se tenha uma idéia do comportamento mecânico dos sistemas elásticos, sendo este, precisamente, o nosso objetivo deste subtópico.

Um material tem comportamento elástico quando as deformações causadas por determinada tensão desaparecem com a retirada dela. De acordo com Beer (1995), para que o material ainda apresente comportamento elástico é preciso que as forças que atuam nele estejam abaixo do limite de elasticidade (maior valor de tensão). Se as forças excederem esse limite, o corpo não retorna a forma original e fica permanentemente deformado. Para os experimentos da OBFEP, presume-se que as molas estejam dentro do limite elástico e que, portanto, a lei de Hooke será válida.

Como forma de representar tal comportamento elástico, vamos considerar a figura 43 que representa uma mola de massa desprezível presa em uma extremidade fixa.

Figura 43 – Sistema massa-mola na vertical em equilíbrio e diferentes situações.



Fonte: Ramalho *et al.* (1999, p. 152).

Na figura 43, temos na situação A temos uma mola não deformada com o seu comprimento natural (x_0); na situação B, uma força \vec{F} foi aplicada à extremidade livre da mola, provocando nela uma deformação (alongamento) Δx ; finalmente, na situação C, a força \vec{F} foi

suprimida e a mola recobrou seu comprimento natural x_0 . Newton (1999), em seu livro didático, expõe que a situação apresentada na figura 43 demonstra que, pelo fato de a mola ter recobrado seu comprimento natural, depois de cessada a ação da força, dizemos que ela experimentou uma deformação elástica.

Na situação supracitada, quando uma mola está sujeita à uma força \vec{F} de deformação ao longo do seu comprimento, ela passa a exercer uma força elástica \vec{F}_{el} de mesma intensidade e sentido oposto ao da força \vec{F} , isto é:

$$\vec{F}_{el} = -\vec{F}. \quad (5.52)$$

É importante frisar que o sinal negativo da equação 5.52 denota que a força restauradora devido à mola é no sentido oposto ao sentido da força que causou o deslocamento. Em outras palavras, puxando uma mola para baixo causará uma extensão da mola para baixo, que por sua vez resultará em uma força para cima devido a mola. Sendo assim, a força que uma mola troca com objetos em contato com ela é diretamente proporcional à sua deformação, de modo que:

$$\vec{F} = k\vec{x} \therefore F = k \cdot \Delta x, \quad (5.53)$$

sendo k a constante de proporcionalidade característica do material e das dimensões que constitui a mola, denominada constante elástica (usualmente expressa em N/m).

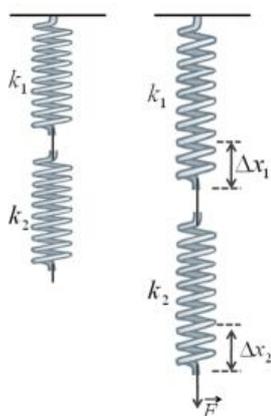
Perceba que neste caso a força é variável, aumentando de maneira proporcional à deformação da mola (que pode ser alongamento ou encurtamento). A expressão (5.53) recebe o nome de lei de Hooke em homenagem ao físico inglês Robert Hooke que investigou o comportamento de materiais elásticos.

No entanto, como a maioria da mecânica clássica, a lei de Hooke funciona apenas dentro de um quadro de referência limitado. Como nenhum material pode ser comprimido além de um certo tamanho mínimo (ou esticado além de um tamanho máximo) sem alguma deformação permanente ou mudança de estado, isso só se aplica enquanto uma quantidade limitada de força ou deformação estiver envolvida. Mesmo com essas limitações, a lei de Hooke é compatível com as leis de equilíbrio estático de Newton, e ambas tornam possível deduzir a relação entre deformação e tensão para objetos complexos em termos dos materiais intrínsecos das propriedades de que são feitos.

Nesse ínterim, ao trabalhar com a força elástica, a associação de molas é um recurso valioso. Através da associação, é possível modificar a dureza equivalente das molas de acordo com a necessidade. Aplicando a Lei de Hooke, conseguimos encontrar a relação entre as constantes elásticas e deduzir fórmulas para calcular a constante elástica equivalente da associação.

Na associação de molas em série (figura 44), identificamos um conjunto de molas em série se tomarmos de dois a dois e uma de suas extremidades estarem conectadas uma na outra. A força é então distribuída por igual no conjunto.

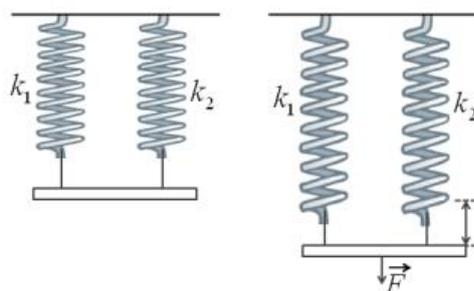
Figura 44 – Associação de molas em série.



Fonte: Peruzzo, 2013, p.70

Na associação em paralelo (figura 45), temos um tipo de configuração caracterizado pelas duas extremidades do conjunto de molas estarem todos unidos em duas superfícies. Com a variação da distância entre as duas superfícies as deformações em todas as molas serão iguais.

Figura 45 – Associação de molas em paralelo.



Fonte: Peruzzo, 2013, p.71

Na associação em série a intensidade da força aplicada nas 2 molas é igual à deformação total do sistema Δx , a qual é:

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2, \quad (5.54)$$

sendo Δx_1 e Δx_2 as deformações em cada mola.

Através da lei de Hooke, explicitada na equação 5.53, vem que:

$$\Delta x = \frac{F}{k}. \quad (5.55)$$

Sendo k_s a constante elástica equivalente da associação em série. Relacionando (5.54) com (5.55), encontram-se:

$$\frac{1}{k_s} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \therefore k_s = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}. \quad (5.56)$$

No caso de n molas associadas em série, vem que:

$$\frac{1}{k_s} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \dots + \frac{1}{k_n}. \quad (5.57)$$

Na associação em série a constante elástica k_s é sempre menor que a menor constante elástica da associação. Por isso que, para uma força aplicada de intensidade \vec{F} a deformação Δx é maior que os deslocamentos individuais em cada mola.

Na associação em paralelo, aplicando-se uma força \vec{F} na barra rígida que prende as 2 molas, estas sofrem deformações iguais. Cada mola sofre a atuação de uma força, de modo que:

$$F = F_1 + F_2. \quad (5.58)$$

Sendo k_p a constante elástica da associação em paralelo, relacionando a lei de Hooke com (5.58), vem que:

$$k_p = k_1 + k_2. \quad (5.59)$$

No caso de n molas associadas em paralelo, k_p fica determinada por:

$$k_p = k_1 + k_2 + \dots + k_n. \quad (5.60)$$

Na associação em paralelo a constante elástica k_p é sempre maior que as constantes elásticas de cada mola. Por isso a deformação da associação é menor que a deformação de cada mola.

5.6.2 Abordagem experimental de 2012

Na edição de 2012 da OBFEP, a prova abordou essencialmente o conteúdo de deformação elástica para aplicar e verificar a Lei de Hooke nas medidas experimentais. Os estudantes dispuseram de um kit experimental contendo uma base de plástico, uma haste de plástico, uma régua de plástico de 15 cm e uma caixinha com duas molas, quatro arruelas e um gancho de massa muito menor que a de uma arruela.

Com a disposição dos materiais listados acima, montou-se a haste na base com os devidos cuidados no encaixe da haste. Fixou-se uma das extremidades da mola no topo da haste, que continha um pequeno orifício, e na outra extremidade foi pendurado o gancho. As arruelas foram colocadas no gancho de modo a determinar elongação da mola (ver figura 46).

Figura 46 – Montagem do experimento da OBFEP 2012.



Fonte: autoria própria.

Questão experimental 1

a) Para cada mola (uma de cada vez) montada na extremidade da haste como indicado na figura 1 meça o valor de x (em cm) ao se acrescentar uma unidade de massa (Au) de cada vez até completar as quatro. Anote os valores numa tabela no caderno de resoluções (ver tabela 17).

Inicialmente, essa elongação da mola x foi determinada como sendo a distância entre os extremos da região helicoidal (circular) como indicado na figura 47. Para medir a

deformação, usou-se a régua de plástico. A incerteza padrão associada a esse ato de medição com a régua devemos ser a metade da menor divisão da escala, isto é:

$$\sigma = \frac{L_e}{2} \quad (5.61)$$

Conforme discutido no capítulo 5, o limite de erro L_e de calibração de uma régua deve ser no máximo igual à menor divisão da escala. Assim, para a leitura de uma régua graduada em milímetros, como a régua disponibilizada pela OBFEP, o limite de erro pode ser considerado como:

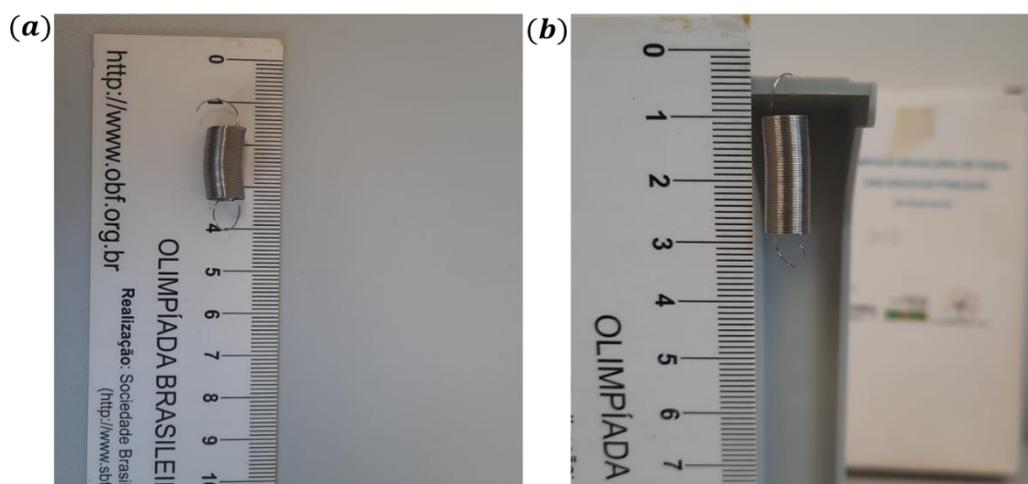
$$L_e = 1 \text{ mm}$$

Dessa forma, a incerteza padrão associada à medição anterior será:

$$\sigma = \frac{L_e}{2} = \frac{1}{2} = 0,5 \text{ mm}$$

No caso das régua centimetrada e decimetrada, as incertezas de escalas também se utiliza a metade da menor escala para expressar a incerteza. Feita essa observação, para cada uma das molas mediu-se o comprimento livre x_i (ver figura 47), ou seja, o valor de x sem nenhuma tensão aplicada na sua extremidade, obtendo-se $x_{l_{mola\ 1}} = (15 \pm 0,5) \text{ mm}$ e $x_{l_{mola\ 2}} = (18 \pm 0,5) \text{ mm}$.

Figura 47 – Medidas do comprimento livre (inicial) x_i de cada mola: (a) mola 1, com $x_i = 1,5 \text{ cm}$; (b) mola 2, com $x_i = 1,8 \text{ cm}$.

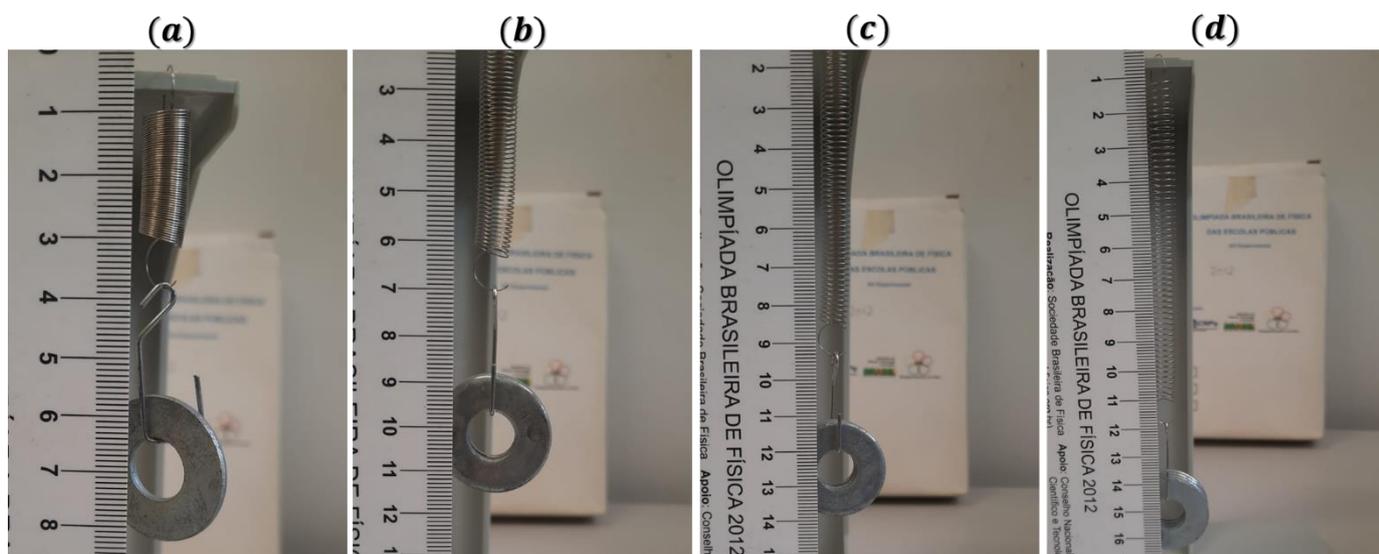


Fonte: elaborado pelo autor.

Após medir o comprimento de cada mola em seu estado relaxado, mediu-se o valor de x ao se acrescentar uma unidade de massa (arruela) de cada vez no gancho até completar as

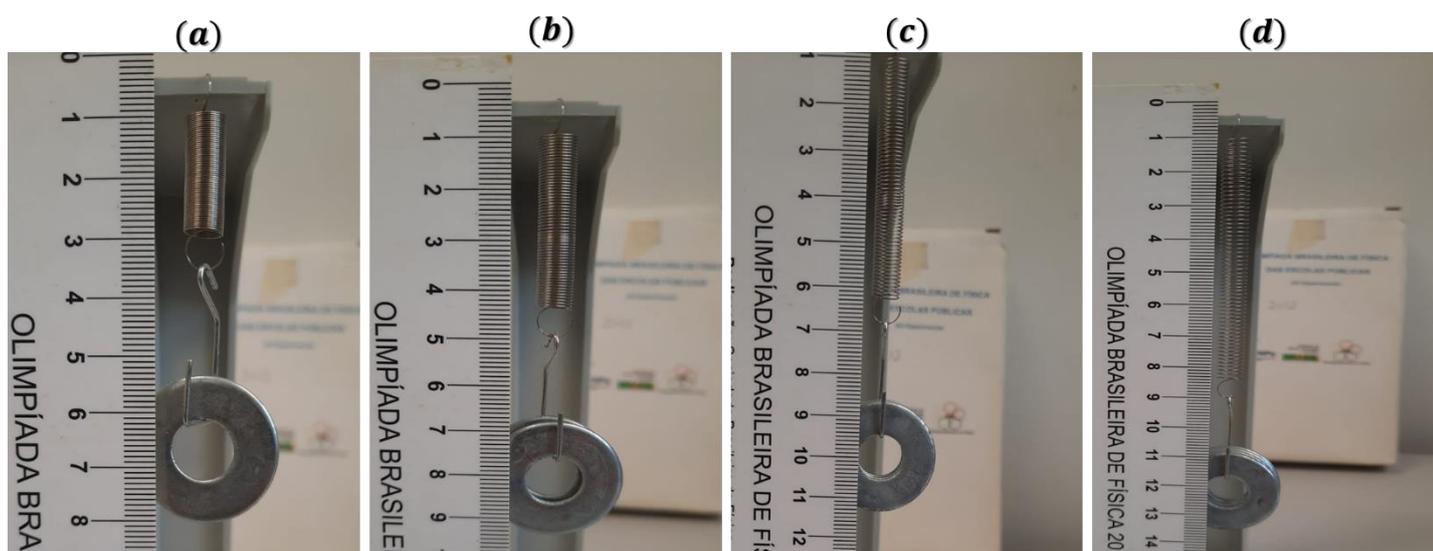
quatro. As figuras 48 e 49 mostram os registros experimentais para a mola 1 e mola 2, respectivamente.

Figura 48 – Medidas das distensões da *mola 1* para cada arruela colocada no gancho: (a) massa de 1 Au = uma arruela; (b) 2 Au = duas arruelas; (c) 3 Au = três arruelas e (d) 4 Au = quatro arruelas.



Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 49 – Medidas das distensões da *mola 2* para cada arruela colocada no gancho: (a) massa de 1 Au = uma arruela; (b) 2 Au = duas arruelas; (c) 3 Au = três arruelas e (d) 4 Au = quatro arruelas.



Fonte: elaborado pelo autor.

Os valores encontram-se na tabela 17, com as devidas incertezas.

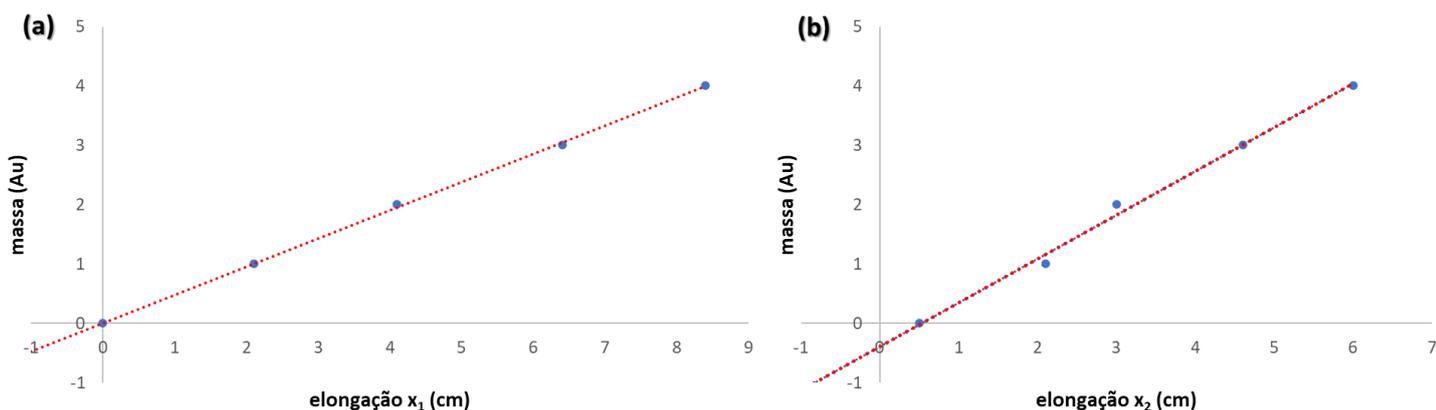
Tabela 17 – Valores encontrados para as elongações das molas ao serem submetidas pelo peso de cada arruela, em que 1 Au = uma arruela, 2 Au = duas arruelas, 3 Au = três arruelas e 4 Au = quatro arruelas.

Massa (Au)	x_1 (cm) – Mola 1	x_2 (cm) – Mola 2
1	$2,1 \pm 0,05$	$2,1 \pm 0,05$
2	$4,1 \pm 0,05$	$3,0 \pm 0,05$
3	$6,4 \pm 0,05$	$4,6 \pm 0,05$
4	$8,4 \pm 0,05$	$6,0 \pm 0,05$

Fonte: elaborado pelo autor.

b) Usando os valores experimentais da tabela do item anterior construa dois gráficos da Massa (em unidades de Au) como função da elongação das molas. Trace para cada gráfico a reta que melhor representa o comportamento dos pontos experimentais.

Gráfico 9 – Massa (em unidades de Au) como função da elongação das molas (em cm): (a) mola 1, com o tracejado em vermelho que melhor ajusta os pontos experimentais; (b) mola 2, com a curva em vermelho que melhor ajusta os pontos experimentais.



Fonte: autoria própria.

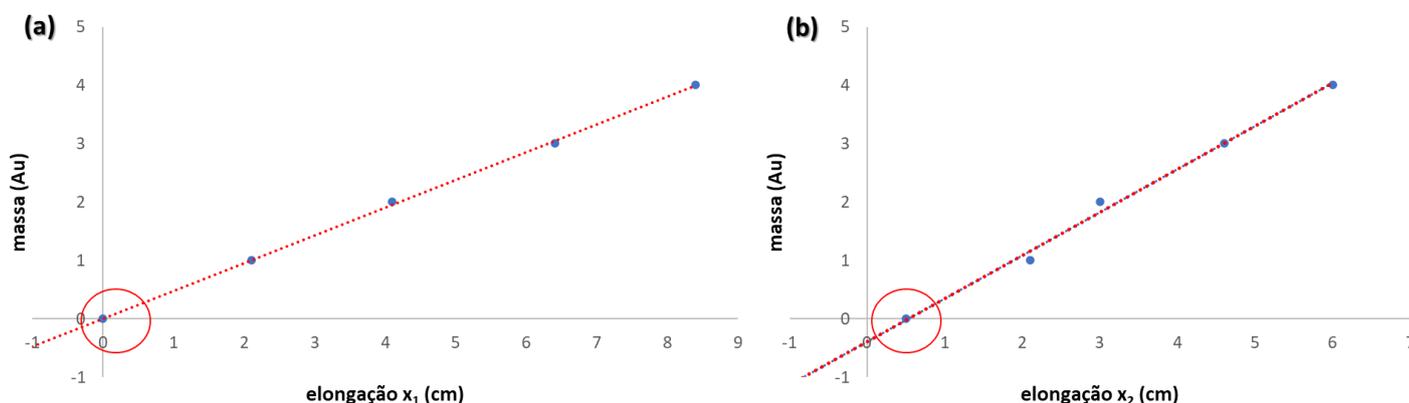
c) Obtenha a partir dos gráficos:

c₁) Os valores de x_1 e x_2 para massa = 0 Au.

Analisando os gráficos da questão anterior, constatou-se que para a mola 1 a reta que melhor representa os comportamentos dos pontos experimentais passa pela origem, ou seja,

no ponto $P(x, y) = P(0, 0)$. Isso quer dizer que o valor da elongação da mola 1 é de $x_1 = 0 \text{ cm}$ para $massa = 0 \text{ Au}$. Usando esse mesmo raciocínio para a mola 2, observou-se que para a $massa = 0 \text{ Au}$ a reta que melhor ajusta os pontos experimentais não passa pela origem, e sim quando o valor de x na abscissa vale $x_2 = 0,5 \text{ cm}$.

Gráfico 10 – Análise das retas para o gráfico da massa em função da elongação de cada mola: (a) reta passa pela origem quando $x_1 = 0 \text{ cm}$; (b) reta passa pela abscissa quando



$x_2 = 0,5 \text{ cm}$.

Fonte: autoria própria.

c2) Os valores da relação de proporcionalidade entre a massa e a elongação para as duas molas. Expresse os resultados em unidades de (Au/cm).

O valor dessa proporcionalidade pode ser obtido através do coeficiente angular α dos gráficos da *questão 1b*. Para a mola 1 vamos usar os conjuntos de dados $P_1 = (2,1; 1)$ e $P_2 = (4,1; 2)$; para a mola 2, usaremos $P_1 = (2,1; 1)$ e $P_2 = (3,0; 2)$. Sendo assim, temos:

$$\alpha = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\Delta m}{\Delta x_1} = \frac{m_2 - m_1}{(x_1)_2 - (x_1)_1}$$

$$mola\ 1 = \frac{(2 - 1)}{(4,1 - 2,1)} = \frac{1}{2} = 0,5 \left[\frac{Au}{cm} \right]$$

E para mola 2:

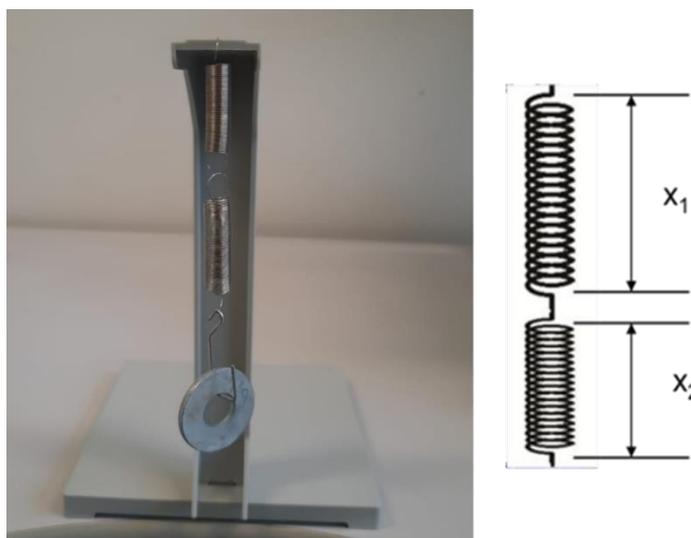
$$mola\ 2 = \frac{(2 - 1)}{(3,0 - 2,1)} = \frac{1}{0,9} = 1,1 \left[\frac{Au}{cm} \right]$$

Analisando os dois resultados acima, é possível concluir que a mola 1 é mais elástica porque para uma mesma variação de massa Δm temos $\Delta x_1 > \Delta x_2$.

Questão Experimental 2

a) Monte as duas molas uma conectada a outra como indicado na figura 3 do roteiro (figura 50-esquerda). Repita o procedimento do item a) da questão anterior e monte a tabela com os resultados experimentais obtidos.

Figura 50 – Representação das molas 1 e 2 conectadas em série, conforme o procedimento experimental (figura à direita).



Fonte: autoria própria.

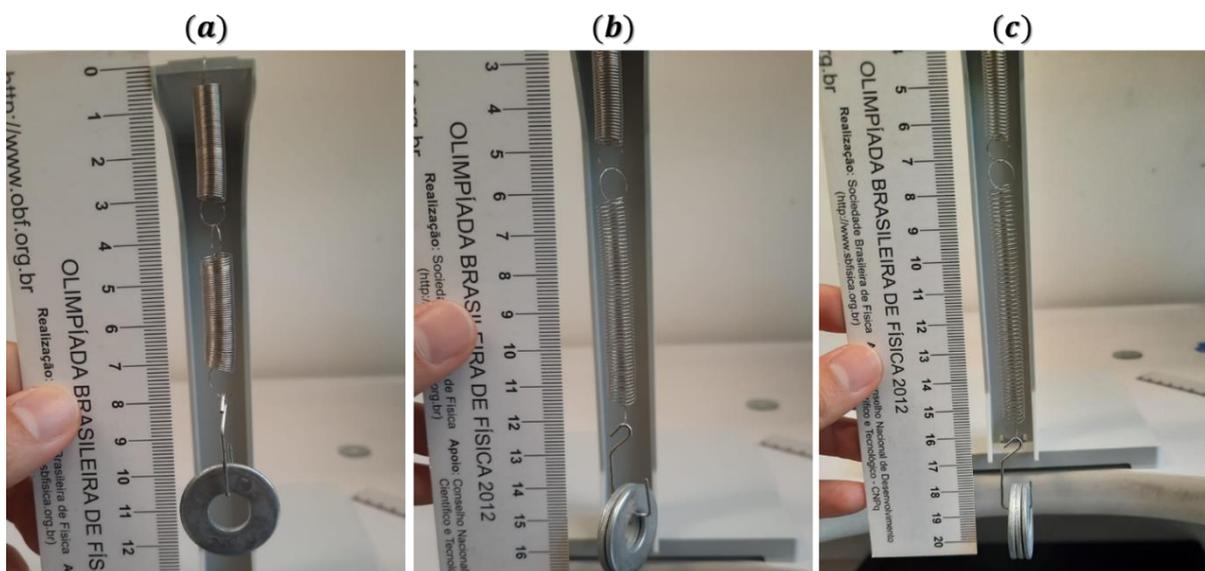
Seguindo o roteiro experimental, mediu-se as elongações das molas em série, montadas na extremidade da haste, ao se acrescentar uma unidade de massa (Au) de cada vez (ver figura 51). Os resultados encontram-se na tabela 18, conforme o aluno deveria apresentar no Caderno de Resoluções.

Tabela 18 – Valores da soma das elongações x_1 e x_2 em função do número de massa das arruelas, onde 1 Au = uma arruela, 2 Au = duas arruelas e 3 Au = três arruelas.

Massa (Au)	$x_1 + x_2$ (cm)
1	$3,7 \pm 0,05$
2	$6,6 \pm 0,05$
3	$10,5 \pm 0,05$

Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 51 – Registros das distensões das molas 1 e 2, ligadas em série, para cada arruela colocada no gancho: (a) massa de 1 Au = uma arruela; (b) 2 Au = duas arruelas e (c) 3 Au = três arruelas.



Fonte: autoria própria.

b) Determine a partir da tabela anterior (ver tabela 18) o valor da constante de proporcionalidade entre a massa e a elongação para o sistema com as duas molas conectadas. Expresse o resultado em unidades de (Au/cm).

Para pensar nessa proporcionalidade, devemos nos atentar às exigências do enunciado. Para expressar o resultado em unidades de Au/cm , certamente o aluno teria que pensar numa expressão onde:

$$\frac{\Delta m}{\Delta(x_1 + x_2)}$$

Escolhendo os dois primeiros pontos da tabela, temos:

$$\frac{\Delta m}{\Delta(x_1 + x_2)} = \frac{(m_2 - m_1)}{\Delta(x_1 + x_2)_2 - \Delta(x_1 + x_2)_1} = \frac{2 - 1}{6,6 - 3,7} = \frac{1}{2,9} = 0,34 \left[\frac{Au}{cm} \right]$$

Comparando o resultado desta questão com os resultados do item c) da questão experimental 1, os alunos poderiam concluir que as duas molas em série são equivalentes a uma mola mais elástica porque a razão $\frac{\Delta m}{\Delta x}$ é menor.

c) A partir da análise dos resultados determine o valor da constante elástica k de um sistema com n molas idênticas de constante elástica $k_1 (i = 1, 2, 3, \dots)$ conectadas como na figura 50.

Nesta configuração, devemos lembrar que quando a primeira mola (de comprimento x_1), se deformar, ela exercerá uma força elástica puxando a segunda mola (de comprimento x_2). A segunda mola reagirá tentando segurar a primeira, de tal forma que essa disputa de forças faz com que ambas exerçam a mesma força elástica. Além disso, ao puxar as molas, cada uma delas sofre uma deformação. A soma de cada uma das deformações equivale à deformação total.

$$\Delta x_T = \Delta x_1 + \Delta x_2$$

$$F_T = F_1 + F_2, \text{ com } F_1 = k_1 \Delta x_1 \text{ e } F_2 = k_2 \Delta x_2$$

Da lei de Hooke, temos:

$$\Delta x_T = \frac{F_{el}}{k}$$

Para duas molas:

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$$

Finalmente, para n molas idênticas temos:

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} + \dots + \frac{1}{k_n}$$

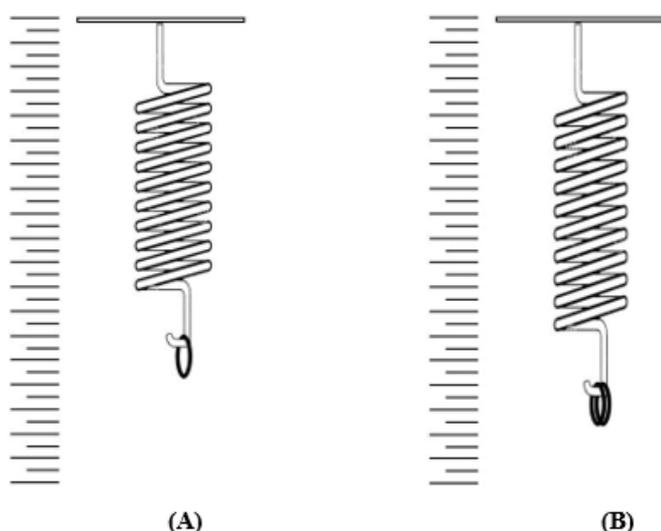
5.6.3 Abordagem experimental de 2021

Na edição de 2021 da OBFEP, para os níveis A e B, a prova abordou também o conteúdo de deformação elástica para aplicar e verificar a Lei de Hooke nas medidas experimentais. Diferentemente da edição de 2012, onde os alunos tiveram que realizar as medidas, na edição de 2021 os estudantes teriam que fazer apenas análise e tratamento dos dados já disponibilizados na prova.

• **[QUESTÕES DA PROVA NÍVEL B]**

Procedimento experimental: Para encontrar a constante elástica de uma mola, adotou-se o seguinte experimento: uma mola foi pendurada em um anteparo horizontal, paralelamente à uma escala milimetrada, conforme ilustrado pela Figura 52 (A). Adicionou-se, então, algumas arruelas à extremidade inferior da mola, operando a deformação representada pela Figura 52 (B). Pode-se, então, mensurar o deslocamento total da mola, encontrando a distância da sua variação e, por conseguinte, sua força elástica.

Figura 52 – Montagem experimental da prova de 2021 (nível B)

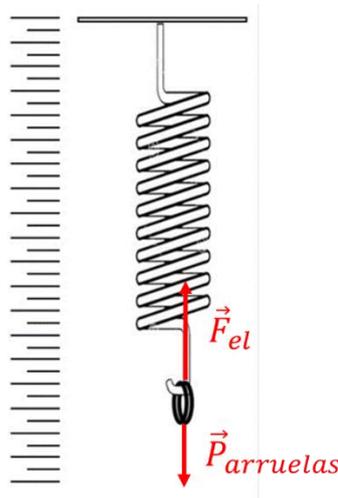


Fonte: roteiro experimental da prova.

Questão 1) Considerando a Figura 52 (B), faça o diagrama de forças. Quais as direções e sentidos das forças gravitacional e elástica?

Como a força elástica \vec{F}_{el} é uma força restauradora, ela passa a ser exercida na mesma direção e no sentido oposto à força externa (peso das arruelas $\vec{P}_{arruelas}$), conforme mostra a figura 53.

Figura 53 – Representação do diagrama de forças do conjunto experimental, com a \vec{F}_{el} (vertical para cima) e $\vec{P}_{arruelas}$ (vertical para baixo).



Fonte: Adaptado pelo autor, do roteiro experimental.

Procedimento experimental da questão 2) Variamos o peso na extremidade inferior da mola, anotando o deslocamento dessa mesma extremidade para cada um dos pesos adicionados. Esses valores experimentais estão organizados na tabela 19.

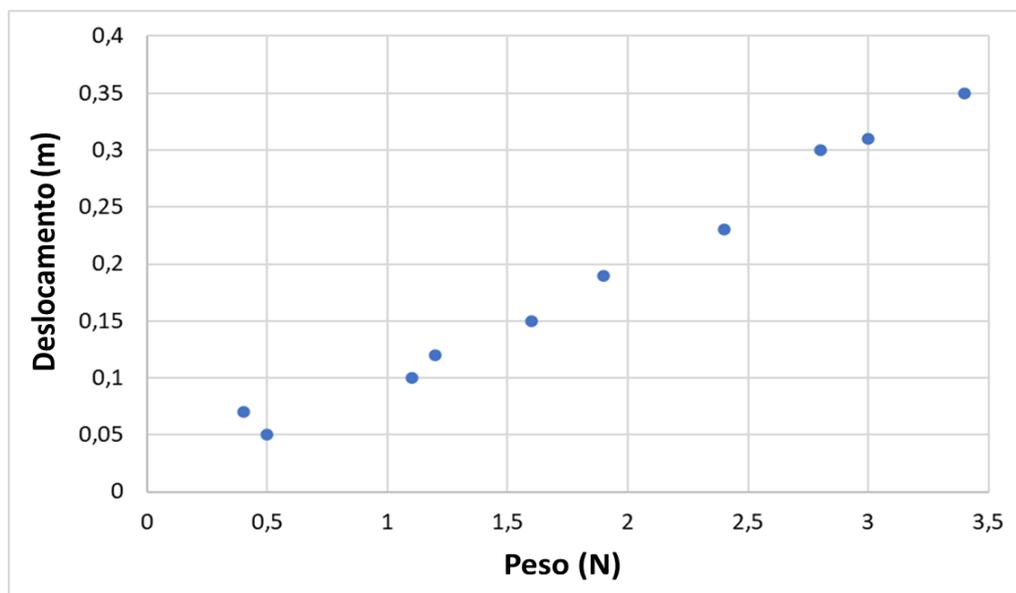
Tabela 19 – Dados experimentais (peso e deslocamento) da questão 2

Peso (N)	Deslocamento (m)
0,5	0,05
0,4	0,07
1,1	0,10
1,2	0,12
1,6	0,15
1,9	0,19
2,4	0,23
2,8	0,30
3,0	0,31
3,4	0,35

Fonte: elaborado pelo autor a partir dos dados experimentais.

Questão 2) Com os dados acima, use o papel milimetrado do Caderno de Resoluções para fazer um gráfico do deslocamento por força (peso) - deslocamento no eixo y e peso no eixo x.

Gráfico 11 – Deslocamento da mola em função do peso (força) colocado na sua extremidade inferior. Os pontos azuis representam os pontos experimentais da tabela da questão.

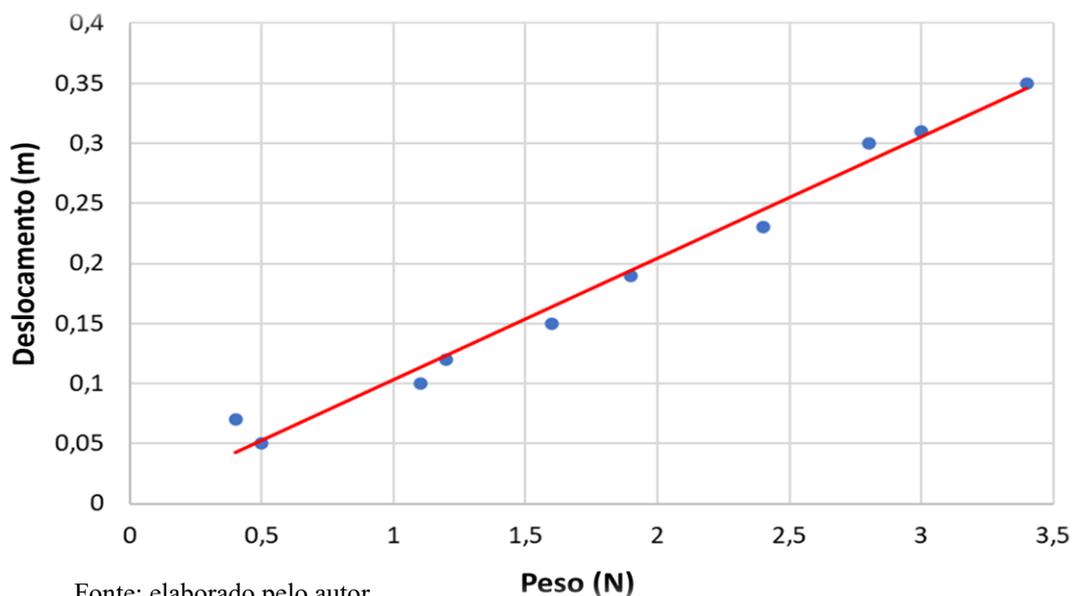


Fonte: elaborado pelo autor.

Um gráfico semelhante ao gráfico 11 se encontra no apêndice A (página 167), desta vez feito à mão com o uso do papel milimetrado disponibilizado na prova experimental.

Questão 3) Com o gráfico pronto, desenhe a reta média, a reta que mais se aproxime de todos os pontos do gráfico.

Gráfico 12 – Deslocamento da mola em função do peso (força). A reta em vermelho representa a reta média, ajustando os pontos experimentais em azuis.



Fonte: elaborado pelo autor.

Questão 4) Essa reta média pode ser escrita como uma equação da forma $y = ax + b$

a) No caso do gráfico obtido no Caderno de Resoluções (ver gráfico 12), considerando $b = 0$, compare essa equação com a equação da Lei de Hooke indicando a que corresponde o valor de a .

Do somatório das forças no eixo vertical, temos que $|F_{el}| = |P|$. Logo, da Lei de Hooke temos:

$$P = k \cdot x$$

Comparando a função afim ($y = ax + b$) com as coordenadas dos eixos x e y do gráfico, constatamos que $y = \text{deslocamento da mola}$, $x = \text{peso } (P) \text{ da arruela}$ e $a = \text{coeficiente angular da reta}$. O coeficiente angular será:

$$a = \frac{y}{x} = \frac{\text{deslocamento} \left[\frac{m}{N} \right]}{\text{peso}}$$

Então o valor de a corresponde ao inverso da constante elástica k , isto é, $a = \frac{1}{k}$.

b) Qual o significado físico da constante b , no caso em que b é diferente de zero?

Vimos que, para este experimento, a função afim é descrita por:

$$\text{deslocamento} = a \cdot \text{peso}$$

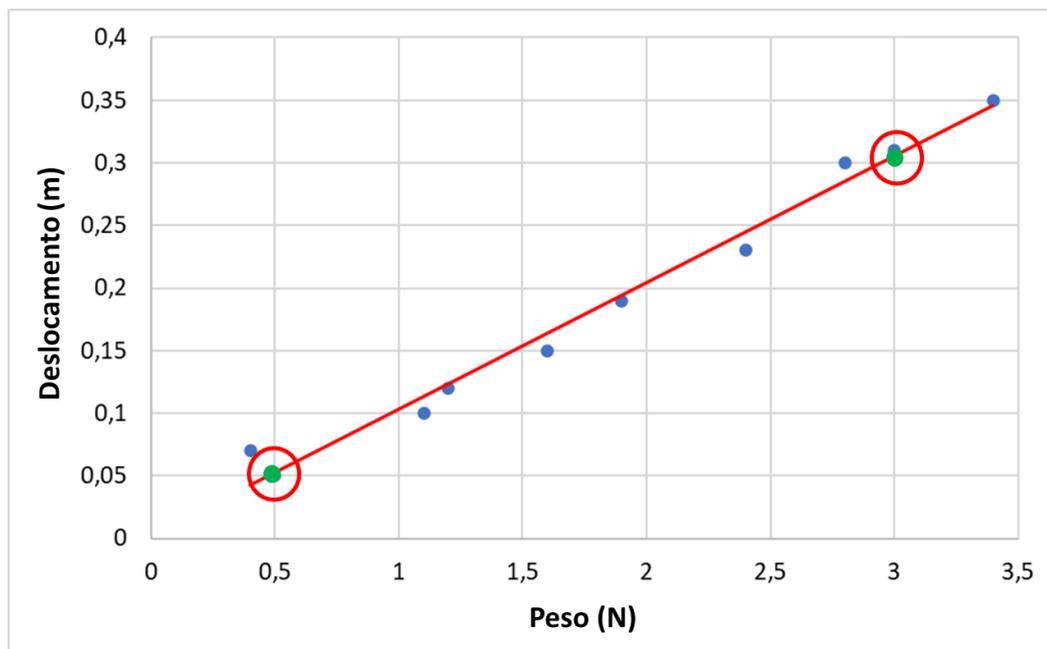
O coeficiente linear b é o ponto onde a reta cruza o eixo das ordenadas, ou seja, o eixo do deslocamento. Isso quer dizer que se b for diferente de zero, o significado físico do coeficiente linear indicaria que a mola estaria deslocada uma certa posição em relação ao seu ponto de equilíbrio. Como consequência, ainda teríamos a lei de Hooke obedecendo à uma aproximação linear.

Questão 5) Usando a reta média, que fez no item 3, siga os passos seguintes:

a) escolha dois pontos a e b na reta e escreva o peso (F) e o deslocamento (x) correspondente a cada ponto, ou seja: (F_a, x_a) e (F_b, x_b) .

Nesse caso, sugere-se que o estudante escolha pontos distantes entre si da reta, pois pontos muito próximos acarretas em incertezas mais elevadas e, muitas vezes, fora de controle. Os pontos $P_a(F_a, x_a)$ e $P_b(F_b, x_b)$ escolhidos a seguir referem-se, respectivamente, a $(0,5 \text{ N}; 0,05 \text{ m})$ e $(3,0 \text{ N}; 0,3 \text{ m})$.

Gráfico 13 – Deslocamento da mola em função do peso (força) colocado na sua extremidade inferior. Os pontos verdes representam os pontos a e b usados no cálculo do coeficiente angular da reta, já os pontos azuis representam os pontos experimentais.



Fonte: elaborado pelo autor.

b) Determine a relação de proporcionalidade $k = (F_b - F_a)/(x_b - x_a)$ e responda: se uma mola tiver para k um valor maior que o obtido na relação acima, ela será mais ou menos elástica que a mola desta questão? Justifique.

É importante pontuar que essa relação de proporcionalidade k abordada no enunciado não é igual ao coeficiente angular da reta presente no gráfico 13. Dos pontos experimentais escolhidos no item a, temos:

$$k = \frac{F_b - F_a}{x_b - x_a} = \frac{(3,0 - 0,5)}{(0,3 - 0,05)} = \frac{2,5}{0,25} = \mathbf{10\ N/m},$$

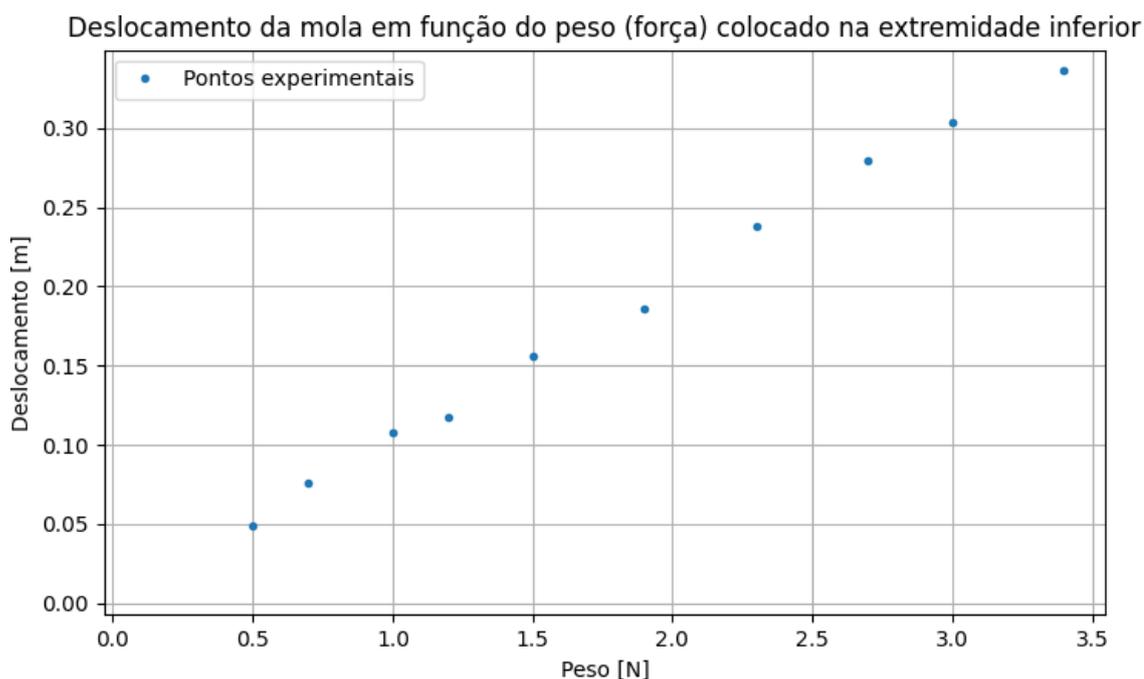
Como k é a constante elástica que representa a “dureza” da mola, se uma mola tiver para k um valor maior que a obtida experimentalmente ($k > 10\ N/m$) ela será menos elástica (mais dura) porque necessitaria de mais força aplicada para obter o mesmo deslocamento.

• **[QUESTÕES DA PROVA NÍVEL A]**

As questões experimentais da prova do nível A foram semelhantes às do nível B, com exceção da segunda pergunta. Nela, os alunos do 9º não teriam que fazer o gráfico do deslocamento da mola em função do peso, apenas traçar a reta que melhor ajusta os pontos experimentais. Veja:

Procedimento experimental da questão 2) Variamos o peso na extremidade inferior da mola, anotando o deslocamento dessa mesma extremidade para cada um dos pesos adicionados. Com esses valores, podemos montar o gráfico que relaciona a medida do deslocamento ao peso na extremidade, obtendo o gráfico reproduzido na figura 54.

Figura 54 – Representação do gráfico da questão 2 (prova do nível A)



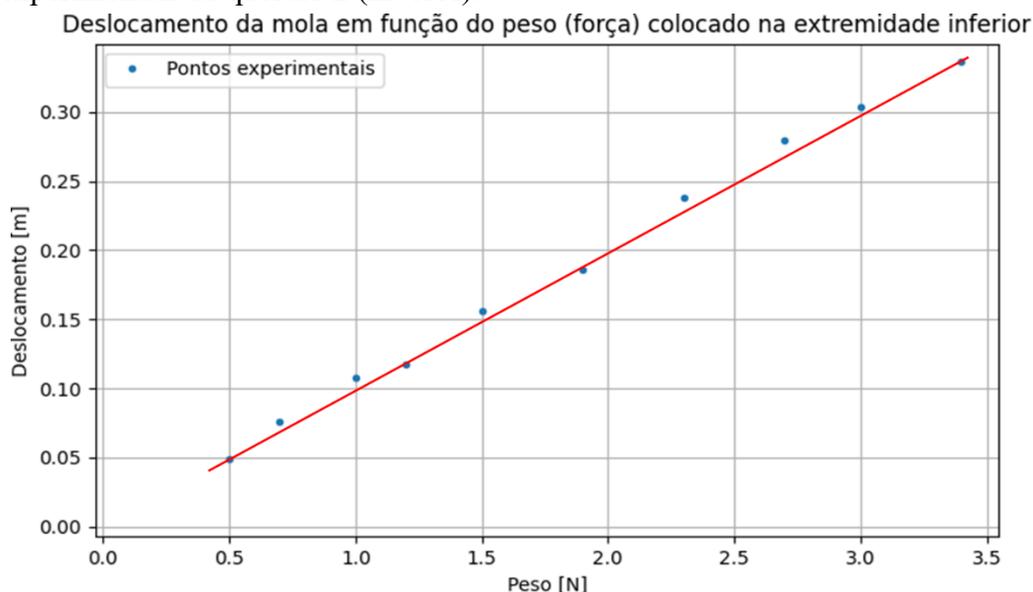
Fonte: roteiro experimental da prova.

Questão 2) Considerando a figura acima trace, no gráfico reproduzido no Caderno de Resoluções, a reta que mais se aproxima de todos os pontos, isto é, a reta média.

Para traçar uma reta média, nesse caso, o estudante deve utilizar uma régua e a reta desenhada deve ser tal que os pontos fiquem aleatoriamente distribuídos em torno dessa reta. Pelo gráfico do enunciado, não se deve ligar ponto a ponto, mas obter uma curva que melhor

ajusta os pontos experimentais. Por ser um desenho feito de forma manual, o estudante teria que ter senso crítico durante a sua análise.

Figura 55 – Representação da reta média (em vermelho), que melhor ajusta os pontos experimentais da questão 2 (nível A).



Fonte: adaptado pelo autor, a partir do gráfico da questão 2 (nível A).

5.7 Eletromagnetismo: efeito termiônico

5.7.1 Conceitos

Para que se tenha noção do funcionamento do efeito termiônico é necessário entender a estrutura da matéria. Todos os materiais são compostos de átomos que, em seu núcleo, há a presença de prótons e nêutrons, e ao mesmo tempo são cercados por elétrons. Esses elétrons são distribuídos em vários níveis ao redor do núcleo e, portanto, possuem diferentes níveis de energia (NEWTON, 2001). Assim, se um determinado material for aquecido, a energia térmica fornecida aumenta a energia cinética dos elétrons dentro do material. Isso faz com que eles superem a força de atração que existe entre eles e os prótons dentro dos respectivos núcleos.

Como resultado, eles são eliminados do material e serão liberados no espaço ao redor do material. Quanto mais calor é fornecido, maior é o número de elétrons ejetados. Este fenômeno é conhecido como emissão termiônica, ou seja, emissão de íons chamados termíons devido à energia térmica fornecida. Para Andrade *et al.* (2013), a emissão de elétrons de uma

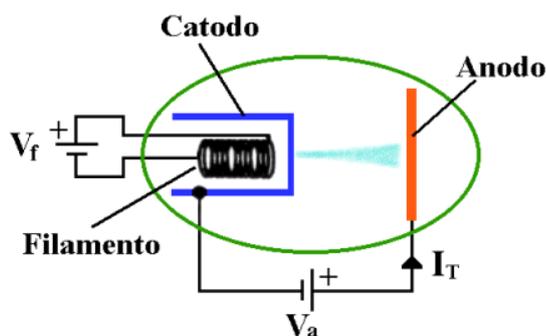
superfície metálica, que configura o efeito termiônico, ocorre quando o aquecimento se situa a temperaturas suficientemente alta da ordem de 2000 K .

As pesquisas sobre emissão termiônica não são recentes, e contam com a contribuição de diversos pesquisadores. Ainda de acordo com Andrade *et al.* (2013, p.1):

[...] Um dos primeiros a descrever esse fenômeno foi o físico inglês Frederick Guthrie, em 1873, quando observou que uma bola de ferro aquecida a alta temperatura retinha uma carga negativa em sua vizinhança. Em 1880, esse efeito foi observado por Thomas Edison quando investigava as causas da ruptura do filamento da lâmpada incandescente. O inglês Owen W. Richardson foi um dos principais investigadores do efeito termiônico e, por seu trabalho, recebeu o Prêmio Nobel de Física de 1928.

Em geral, as experiências para demonstrar o efeito termiônico são comumente realizadas em válvulas, que são dispositivos constituídos de um tubo evacuado com dois eletrodos (catodos e anodos) eletricamente isolados (LIMA *et al.*, 2001). Uma construção típica deste experimento é mostrada na figura 56.

Figura 56 - Representação do efeito termiônico com a emissão de elétrons por um catodo aquecido, com I_T representando a corrente termiônica e $V = V_f - V_a$ a diferença de potencial entre o catodo e o anodo.



Fonte: *Physica.info* [s.d.]. Disponível em: < <https://physika.info/site/documents/termion.pdf> >.

Na figura 56, é possível perceber que o catodo (eletrodo negativo) está sendo aquecido por um filamento de tungstênio submetido a uma tensão V_f . Quando suficientemente aquecida, a superfície desse catodo emite elétrons que serão acelerados em direção ao terminal positivo (anodo) pelo potencial V_a , gerando a corrente termiônica I_T .

Uma grandeza fundamental a ser determinada no efeito termiônico é a densidade de corrente dos elétrons emitidos, a chamada corrente termiônica (J_0). No entanto, a dedução dessa grandeza requer um conhecimento de Mecânica Quântica Estatística, mais especificamente sobre destruição de Maxwell-Boltzmann. Dessa forma, deduzir e aplicar

matematicamente essa grandeza foge do escopo da OBFEP, por não fazer parte dos assuntos da Educação Básica.

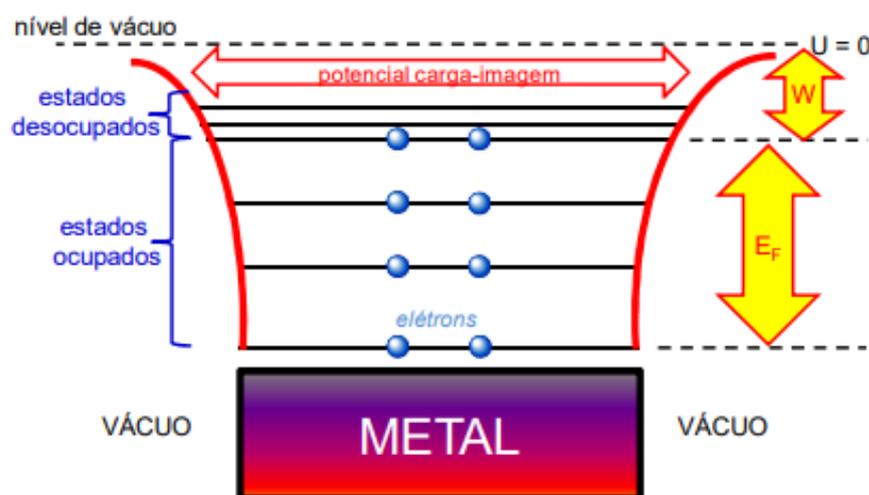
Nessa abordagem teórica, nos limitaremos em apresentar a fórmula da densidade de corrente, proposta inicialmente por Richardson em 1916 e corrigida por Dushman em 1930 (LIMA *et al.*, 2001) dada por:

$$J_0 = AT^2 e^{-\psi/kT} \text{ (Amperes/cm}^2\text{)}, \quad (5.62)$$

sendo A a constante de Richardson igual a $120,4 \text{ Amperes/cm}^2$, k a constante de Boltzmann, T a temperatura em graus Kelvin e ψ a função trabalho do material em elétron-volts.

Analisando a equação 5.62, é possível notar que a densidade de corrente depende de características do material e, nesse caso, principalmente da função trabalho ψ (ou W). A função trabalho é a energia mínima que deve ser fornecida a um elétron para removê-lo da superfície metálica, conforme observa-se na figura 57. Nos experimentos, inclusive o da OBFEP de 2021, costuma-se usar como metal o filamento de Tungstênio, por ser um metal muito rígido e por ter ponto de fusão maior que qualquer outro material puro, cuja função de trabalho é de $4,5 \text{ eV}$.

Figura 57 – Representação esquemática dos níveis de energia associados a elétrons em um metal. Nela é possível visualizar a função trabalho como sendo a energia necessária para extrair um elétron deste nível.



5.7.2 Abordagem experimental de 2021

A prova experimental do nível C da edição de 2021 trouxe um experimento uma área da Física que até então não tinha sido abordada: Eletromagnetismo. Tratando-se de uma prova com os dados experimentais previamente fornecidos, os estudantes foram conduzidos a interpretar e refletirem, a partir da análise e tratamento de dados, sobre o Efeito Termiônico através da ejeção de elétrons de um fio de tungstênio, quando submetido a temperaturas entre 600 K e 3000 K no interior de uma câmara de vácuo cilíndrica.

O procedimento experimental, bem como as questões da prova, encontra-se a seguir.

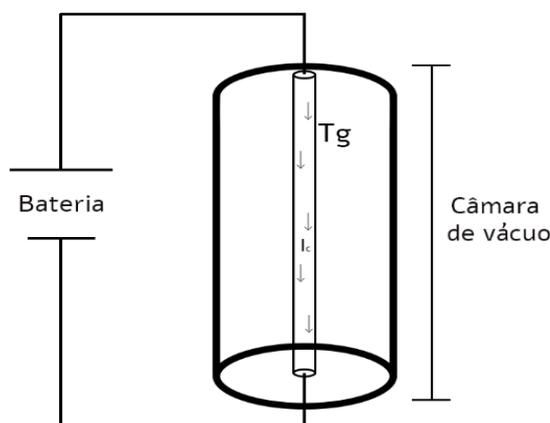
- **Procedimento experimental**

Uma corrente elétrica é aplicada a um filamento de tungstênio aquecido entre 600 K e 3000 K no interior de uma câmara de vácuo cilíndrica. O Efeito Termiônico acarretará a “soltura” dos elétrons provenientes do filamento em função da temperatura.

Entre o filamento e a superfície interna da câmara cilíndrica é induzida uma diferença de potencial, de tal forma que a superfície interna do cilindro é positiva.

NOTE: *existem duas correntes elétricas no experimento: a corrente no filamento (exibida na figura 58), que é responsável por aquecer o filamento; e a corrente entre o filamento e o cilindro, que não é exibida na figura 1 do arranjo experimental (figura 58), que surge quando aplicamos uma diferença de potencial, justamente em função dos elétrons emitidos pelo efeito termiônico.*

Figura 58 – Arranjo experimental da prova do nível C



Fonte: roteiro experimental da prova.

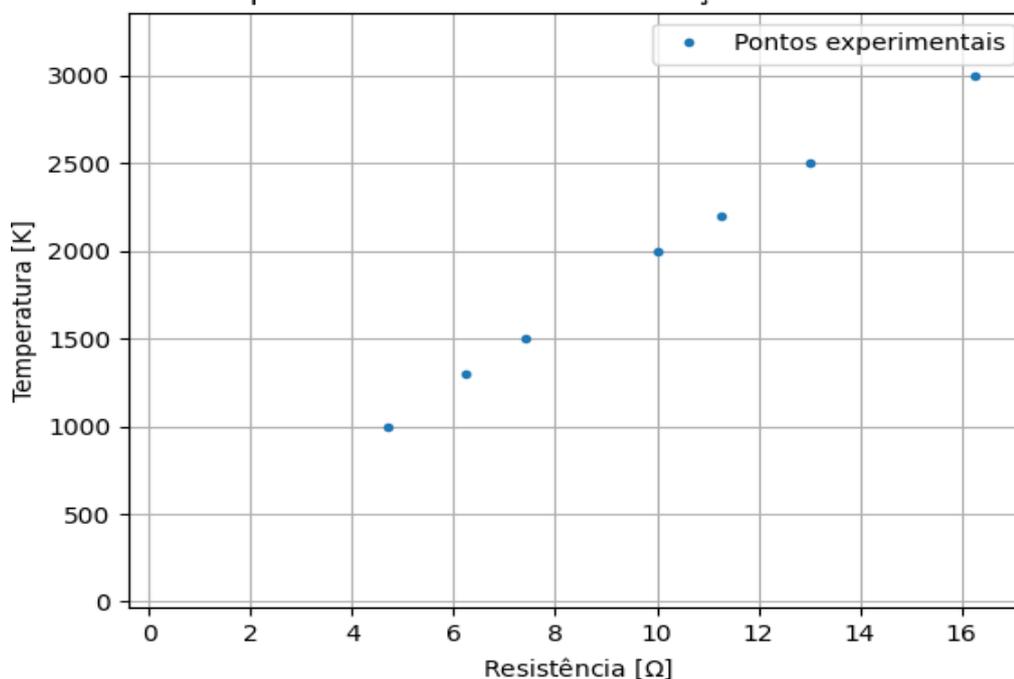
Questão 1 – A corrente elétrica, ao atravessar um condutor, aquece o material.

Qual o nome desse efeito?

Trata-se do Efeito Joule. O estudante deveria entender que esse aquecimento surge em razão das diversas colisões que ocorrem os elétrons e os átomos que constituem a estrutura cristalina do material. Em relação ao experimento do Efeito Termiônico, quando aumenta a temperatura do filamento, mais resistivo se torna esse filamento.

Questão 2 – A temperatura do filamento é uma função da resistividade do filamento. Variando a corrente, variamos sua resistividade e, conseqüentemente, a temperatura do filamento se altera. Abaixo está o gráfico (ver figura 59) com a relação entre as altas temperaturas e a resistência.

Figura 59 – Representação do gráfico da questão 2 da prova experimental
Temperatura do filamento em função da resistência

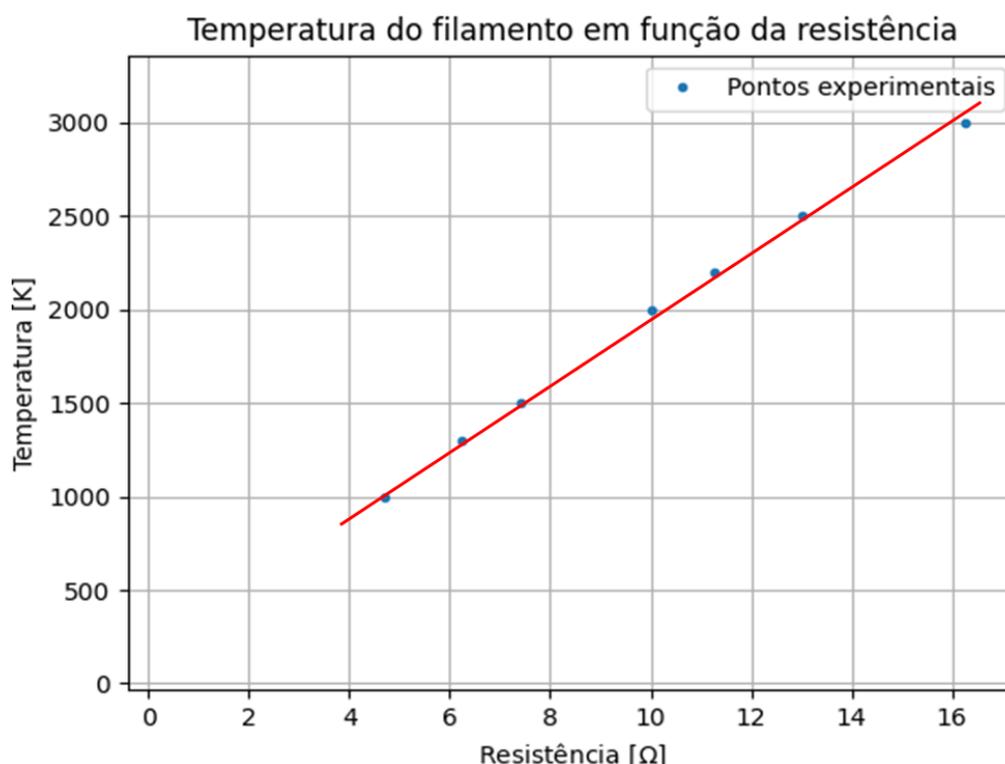


Fonte: roteiro da prova experimental.

• **Considerando a figura acima do roteiro experimental (figura 59) trace, no gráfico reproduzido no Caderno de Resoluções, a reta média, ou seja, a reta que melhor se ajusta a todos os pontos.**

Analisando o comportamento dos pontos experimentais, podemos traçar a reta média, sendo ela:

Figura 60 – Representação do traçado da reta média (vermelho) dos pontos experimentais disponibilizados na questão 2.



Fonte: adaptado pelo autor, da segunda questão experimental.

Questão 3 – Tendo a reta média, encontre a função da temperatura, $T = f(R) = aR + b$.

Comparando a equação do enunciado com a função afim, o estudante chegaria ao raciocínio que a representa a taxa de variação da temperatura em relação à resistência, que pode ser determinada a partir do coeficiente angular da reta. Analisando a reta média, vamos escolher dois pontos da reta mais distantes entre si, sendo eles: $P_1(4; 900)$ e $P_2(16; 3000)$. Para o coeficiente angular, temos:

$$a = \frac{\Delta T}{\Delta R} = \frac{3000 - 900}{16 - 4} = \frac{2100}{12} = 175 \left[\frac{K}{\Omega} \right]$$

Como o ponto $P_2(16; 3000)$ é mais fácil de ser visualizado no gráfico, vamos usá-lo para determinar o coeficiente linear b (adimensional). Substituindo-o na função da temperatura, bem como empregando o valor do coeficiente angular determinado anteriormente,

temos:

$$3000 = 175 \cdot 16 + b \rightarrow b = 200$$

Ou seja, o gráfico deve interceptar o eixo da ordenada quando $b = 200$

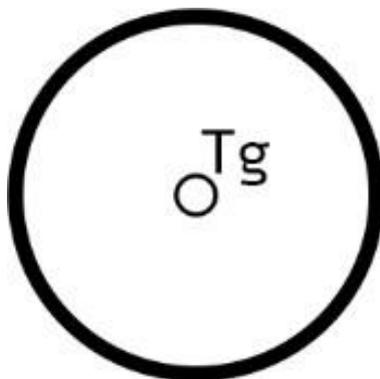
Dessa forma, a função da temperatura será:

$$T = 175 \cdot R + 200$$

Procedimento experimental da questão 4: Uma vez que o filamento chega a altas temperaturas, inicia-se a emissão de elétrons. O filamento adquire carga positiva e, só então, o ligamos à DDP na superfície da câmara de vácuo para atrair os elétrons. Lembre-se: elétrons em movimento são uma corrente elétrica.

Questão 4 – Considere a Figura 2 reproduzida na página 4 do Caderno de Resoluções (figura 61). Desenhe as linhas de campo elétrico do filamento na superfície do cilindro, indicando tanto seu sentido quanto as polaridades do fio e da superfície da câmara de vácuo. Dica: a corrente entre o filamento e o cilindro vai seguir essas linhas de campo.

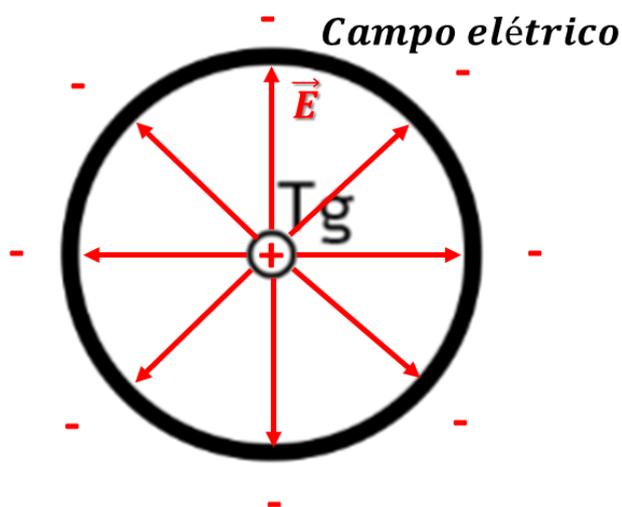
Figura 61 - Seção transversal da câmara de vácuo. Ao centro, o filamento de tungstênio



Fonte: roteiro da prova experimental (2021, nível C).

Como os elétrons serão atraídos da parede da superfície cilíndrica, e existe uma diferença em relação ao eletrodo (que está positivo), então a superfície tem que estar negativa em relação ao eletrodo. Os elétrons serão ejetados da camada cilíndrica para o eletrodo, em que as linhas de campo sairão da carga positiva e, como o sentido convencional da corrente é de oposição ao movimento dos elétrons, então os elétrons seguirão o sentido oposto das linhas de campo. A figura 62 mostra a esquematização desse processo.

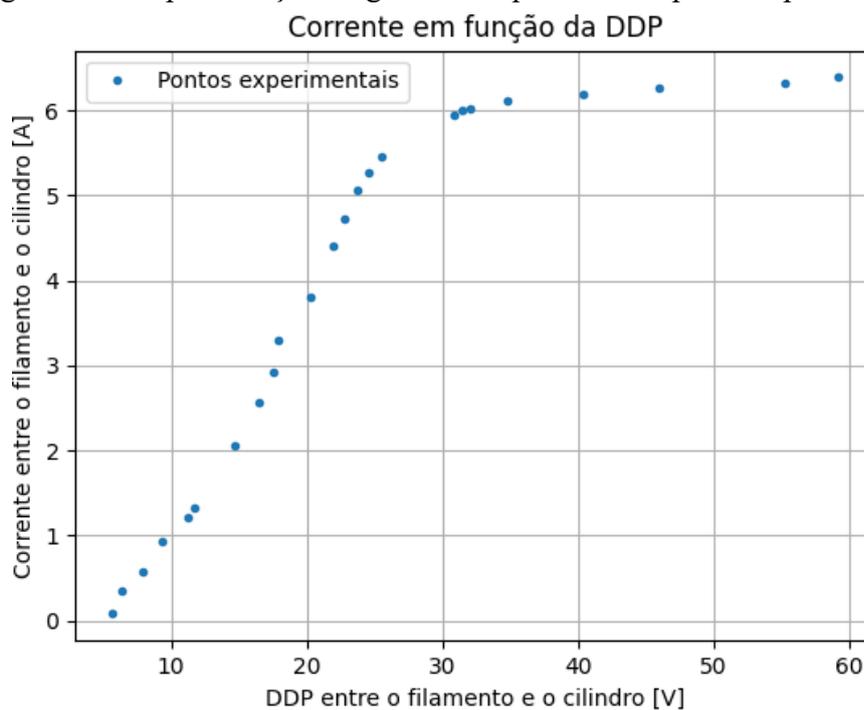
Figura 62 – Esquematização das linhas de campo elétrico, da polaridade do filamento e da superfície do cilindro.



Fonte: adaptado pelo autor, da quarta questão experimental.

Questão 5 – Variando a diferença de potencial entre o filamento e a superfície interna do cilindro, a corrente presente entre o filamento e a superfície do cilindro varia conforme o seguinte gráfico (figura 63):

Figura 63 – Representação do gráfico da questão 5 da prova experimental



Fonte: roteiro experimental da prova.

a. Perceba que há uma DDP mínima para que haja corrente elétrica entre o filamento e o cilindro. Por que isso acontece? O que acontece em volta do filamento quando a DDP é inferior a esse mínimo? (Dica: pense nos elétrons)

Isso acontece porque a taxa de emissão termiônica depende da natureza do material. Nesse caso, a quantidade de energia necessária para que ocorra a emissão termiônica está diretamente ligada com a força trabalho ϕ , que para o filamento de tungstênio possui um valor fixo. Se a DDP for inferior a esse mínimo, não será possível observar o efeito termiônico, em outras palavras, os elétrons permaneceriam em volta do filamento e não seriam ejetados da superfície metálica.

b. Depois dos 30 V de DDP a corrente não cresce como antes. Por que isso acontece?

Porque a corrente termiônica alcançou seu nível de saturação, reforçando que a remoção de elétrons da superfície metálica não pode continuar indefinidamente. Colocar mais corrente através do filamento após este ponto não aumenta a emissão de elétrons, mas faz com que o filamento diminua sua vida útil, por exemplo.

6 CONCLUSÃO

Diante da busca por alternativas ao ensino tradicional de Física em sala de aula, neste trabalho buscamos refletir sobre a importância do uso da Olimpíada Brasileira de Física das Escolas Públicas (OBFEP) como uma ferramenta de ensino e aprendizagem. Assim, o objetivo geral foi propor o uso da OBFEP em sala de aula, através das questões experimentais, contribuindo para a melhoria do ensino e aprendizagem da Física.

Após compilar e analisar as provas experimentais das edições de 2012 a 2021 (níveis A, B e C), verificou-se que os experimentos abordaram os temas de mecânica clássica (estática dos corpos rígidos e hidrostática, abordando assuntos de equilíbrio, balança de equilíbrio e de rotação, lei de Hooke e empuxo), calorimetria (calor específico e calor latente), ondulatória (pêndulo simples e oscilador massa-mola) e eletromagnetismo (efeito termiônico).

Além disso, no nosso referencial teórico, buscamos discutir as realizações de olimpíadas de conhecimento sob a ótica da competitividade e da aprendizagem. Ao estudarmos as questões e as montagens experimentais, constatamos que, embora a competitividade esteja presente, ela não é foco da OBFEP e não visa a exclusão das Escolas Públicas, mas o engajamento de alunos e professores com a Física devido às suas fortes características educacionais e motivadoras de ensino e aprendizagem. Ainda nesta lógica, os experimentos discutidos neste trabalho podem ser utilizados nas escolas públicas que não possuem laboratórios didáticos, aproximando a realidade dos alunos que posteriormente possam estar realizando a OBFEP.

Outrossim, ao efetuar uma revisão bibliográfica voltada à produção científica sobre a OBFEP e da Física Experimental, constatou-se que há mais materiais voltados à OBF, como as provas e suas resoluções, e escassez de materiais sobre a OBFEP, sendo até mesmo difícil encontrar as provas das edições anteriores. Tendo em vista que o público⁵ da OBFEP ainda é maior que da OBF, reforça ainda as dificuldades que alunos e professores podem ter para se familiarizarem com as provas ou até mesmo encontrá-las na literatura. Por isso, neste trabalho

⁵ Na edição de 2019, por exemplo, a OBFEP contou com 2.518 escolas que inscreveram 440.403 alunos. Na OBF, do mesmo ano, houve a participação de aproximadamente 1.495 escolas privadas e 916 escolas públicas, totalizando 89.360 alunos inscritos. Os dados são do Relatório Anual da Sociedade Brasileira de Física (janeiro 2019 – dezembro 2019). Disponível em: <http://www.sbfisica.org.br/v1/arquivos_diversos/relatorios/2019/relatorio-gestao-2019.pdf>.

propusemos um guia de soluções das provas anteriores da OBFEP (das edições de 2012 a 2021, dos níveis A, B e C) e, como complemento, um material didático que aborda conteúdos sobre a análise e tratamento de dados experimentais, com uma linguagem clara e adequada aos alunos e professores do ensino médio e fundamental.

Com a análise das provas experimentais, espera-se que este trabalho subsidie reflexões para os professores de Física e Ciências que atuam no Ensino Fundamental e Ensino Médio sobre o potencial que a OBFEP, através de seus experimentos, possui como ferramenta de ensino, além de incentivar os alunos a desenvolverem o pensamento crítico e reflexões sobre sua aprendizagem. Visamos, ainda, que esta pesquisa estimule a instauração de uma cultura de participação e utilização das questões desta olimpíada no contexto escolar.

REFERÊNCIAS

- AFONSO, Júlio Carlos; SILVA, Raquel Medeiros da. **A evolução da balança analítica**. Quím. Nova, São Paulo, v. 27, n. 6, dez. 2004. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0100-40422004000600030&lng=en&nrm=iso. Acesso em: 26 out. 2021.
- ALCARÁS, J. R. **Mecânica quântica oscilador harmônico quântico**. Disponível em: <https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/1260883/mod_resource/content/2/2015_jose_renat_o_oscilador_harmonico.pdf> Acesso em 24 set. 2021.
- ANDRADE, A. C. A., REIS, H. F. A. F., SIQUEIRA, A. M. de O., MADUREIRA, M. F., GOUVEA, N. A., GONZAGA, L. F., MENEZES, T. L. de, & FREIRE, B. H. de F. (2017). **Propagação de incertezas: um experimento acadêmico simples**. The Journal of Engineering and Exact Sciences, 3(3), 358–368.
- ANDRADE, N. S. DE et al. **Investigação teórica e experimental do efeito termiônico**. Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 35, no 1, 2013.
- ANDREATA, M. A. **Aula expositiva e Paulo Freire**. Ensino em Re-Vista, [S. l.], v. 26, n. 3, p. 700–724, 2019. DOI: 10.14393/ER-v26n3a2019-4. Disponível em: <<https://seer.ufu.br/index.php/emrevista/article/view/50981>> Acesso em 14 out. 2021.
- ARAÚJO, M. S. T.; ABIB, M. L. V. S. **Atividades Experimentais no Ensino de Física: Diferentes Enfoques, Diferentes Finalidades**. Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 25, n.2, p. 176-194, jun. 2003.
- ARRUDA, S. M & LABURÚ, C. E. Considerações sobre a função do experimento no ensino de ciências. **In: Pesquisas em ensino de ciências e matemática**. Série: Ciências & Educação, n. 3, Bauru, São Paulo, 1996. p.14- 24.
- AUSUBEL, D. P. **Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva**. 1. Ed., Lisboa-PT, Plátano Edições Técnicas, 2003. 219p
- AUSUBEL, David P., NOVAK, Joseph D., HANESIAN, Helen. **Psicologia educacional**. Tradução Eva Nick. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.
- AUSUBEL, David. **Aquisição e Retenção de Conhecimentos: uma perspectiva cognitiva**. Portugal: Plátano Edições Técnicas, 1. ed., traduzido por Lígia Teodoro, 2003.
- BARBOSA, Eduardo Fernandes; MOURA, Dácio Guimarães de. Metodologias ativas de aprendizagem na Educação Profissional e Tecnológica. **Boletim Técnico do Senac**, v. 39, n. 2, p. 48-67, 19 ago. 2013. Disponível em: Acesso em 28 set. 2021.
- BARTZIK, Franciele; ZANDER, Leiza Daniele. A Importância das aulas práticas de ciências no ensino fundamental. **Arquivo Brasileiro de Educação**, v. 4, n. 8, p. 31- 38, 2016.

BAZIN, M. (1987). **Three years of living science in Rio de Janeiro: learning from experience.** Scientific Literacy Papers, 67-74. Brasil. (1998). Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: Ciências Naturais/Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF.

BORGES, T. S; ALENCAR, G. **Metodologias ativas na promoção da formação crítica do estudante:** o uso das metodologias ativas como recurso didático na formação crítica do estudante do et. Cairu em Revista. Jul/ago. 2014, Ano 03, nº 04, p. 119- 143, ISSN 22377719. Disponível em: < <https://bit.ly/2MjEDsa>> Acesso em 19 set. 2021.

BRASIL. MEC. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **PCNs+ Ensino Médio:** orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília, 2002.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília: Ministério da Educação, 2018. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/a-base>> Acesso em: 4 fev. 2022.

BUENO, W. da C. **Jornalismo científico:** revisitando o conceito. In: VICTOR, C.; CALDAS, G.; BORTOLIERO, S. (Org.). Jornalismo científico e desenvolvimento sustentável. São Paulo: All Print, 2009, p. 157-178.

CARVALHO, Anna Maria Pessoa de. *et al.* **Ciências no Ensino Fundamental: o conhecimento físico.** São Paulo: Scipione, 1998. (Pensamento e Ação no Magistério).

CARVALHO, Carla Joana de Almeida. **O Ensino e a Aprendizagem das Ciências Naturais através da Aprendizagem Baseada na Resolução de Problemas:** Um estudo com alunos de 9º ano, centrado no tema Sistema Digestivo. Ano 2009, p. 4-9. Disponível em: < <http://repositorium.sdum.uminho.pt/handle/1822/9792>> Acesso em 02 out. 2021.

DE CASTRO COSTAA, João Paulo; ISENMANNA, Sofia Lopes; MORAISA, Lara Melanie B. Conhecimentos mobilizados nos itens objetivos da primeira fase da Olimpíada Brasileira de Física na óptica da Taxonomia de Bloom Revisada. **Lat. Am. J. Sci. Educ**, v. 6, p. 12028, 2019.

DEWEY, John. **Como pensamos.** São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1953.

DOCHY, F.; SEGERS, M.; BOSSCHE, V. P.; GIJBELS, D. Effects of problem-based learning: a meta-analysis. **Learning and Instruction**, v. 3, p. 533-568, 2003.

DONATELLI, G. D. KONRATH, A. C. **Simulação de Monte Carlo na Avaliação de Incertezas de Medição.** Revista de Ciência & Tecnologia, V. 13, n 25/26, p. 5-15. jan./dez. 2005.

DWECK, S.C. How can teachers develop students' motivation and success? **In Educational World:** An education world e-interview with Carol Dweck, 2000. Disponível em: < https://www.educationworld.com/a_issues/chat/chat010.shtml> Acesso em 22 nov. 2021.

GUM. **Guia para a Expressão da Incerteza de Medição**. Rio de Janeiro: INMETRO, ABNT, 2008.

HALLIDAY, D. **Fundamentos de Física**, Volume 2: Gravitação, Ondas e Termodinâmica/ David Halliday, Robert Resnick, Jearl Walker; tradução Ronaldo Sérgio de Biasi. – 10. ed. – Rio de Janeiro: LTC, 2016.

INMETRO. **Vocabulário Internacional de Termos Fundamentais e Gerais de Metrologia – VIM**, Portaria 029 de 1995, 3ª. Edição, 2003.

KIEFER, Neci Iolanda Schwanz; PILATTI, Luiz Alberto. **Roteiro para a elaboração de uma aula significativa**. Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia, [s.l.], v. 7, n. 1, p.1-23, 15 maio 2014. Universidade Tecnológica Federal do Parana (UTFPR).

LANGHI, R.; NARDI, R. **Ensino da astronomia no Brasil**: educação formal, informal, não formal e divulgação científica. Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 31, n. 4, 4402, 2009.

LIMA, E.F. de, FOSCHINI, M. e MAGINI, M. **O efeito termoiônico**: uma nova proposta experimental. Revista Brasileira de Ensino de Física [online]. 2001, v. 23, n. 4. Acesso em 12 de jan. de 2021. Disponível em: <<https://doi.org/10.1590/S0102-47442001000400005>>

LOPES, G. S. **Ambientes Virtuais de Ensino**: aspectos estruturais e tecnológicos, 2001. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção)- Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2001.

MARANHÃO, Tatiana de P. A. Avaliação de impacto da olimpíada brasileira de Matemática nas escolas públicas (OBMEP - 2005/2009). In: **Avaliação do impacto da Olimpíada Brasileira de Matemática nas escolas públicas – OBMEP 2010**. Brasília: Centro de Gestão e Estudos Estratégicos, 2011. Disponível em: <http://monografias.ufma.br/jspui/handle/123456789/2836>. Acesso em: 21 dez. 2021.

MIKHAIL, E.; ACKERMAN, F. **Observations and Least Squares**. University Press of America, 1976. 497 p.

MOREIRA, M. A. **Teorias de Aprendizagem**. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária Ltda., 1999.

MOURA, Ronaldo Cristiano da Silva. **A Olimpíada Brasileira de Física das Escolas Públicas como instrumento de aprendizagem**. 2019. 113 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Física) – Instituto de Física, Programa de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Ensino de Física em Rede Nacional, Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2019.

NAKAMURA, O.; MARTINS, M. G. R.; GUTMANN, F. W. **Olimpíada Brasileira de Física das Escolas Públicas**: problemas e resoluções 2010-2011. 1 ed. São Paulo: Sociedade Brasileira de Física, 2012. 217 p. v.1.

NARDI, R. **Questões atuais no ensino de ciências**. 2.ed. São Paulo: Escrituras Editora, 1999. 106p.

NETO, J. C. S. **Metrologia e controle dimensional**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2012.

NOVAES, Luiz Carlos. Os impactos da política educacional paulista na prática docente e na organização do trabalho pedagógico nas escolas estaduais paulistas na perspectiva dos professores. **Jornal de Políticas Educacionais**, nº 5, janeiro–junho de 2009, p. 13–26.

OBFEF. **Olimpíada Brasileira de Física das Escolas Públicas**. Disponível em <http://www.sbfisica.org.br/~obfef/a-obfef/sobre/> Acesso em 17 set. 2021.

OLIVEIRA, Patrícia de Santos; NASCIMENTO, Marta Cristina; BIANCONI, M. Lucia. **Mudanças Conceituais ou Comportamentais?** Ciência e Cultura. Vol.57, nº4. São Paulo, 2005.

ORNELLAS FARIAS, Antonio José. **A psicologia educacional da aprendizagem significativa aplicada a programação escolar**. Revista Psicologia & Saberes, [S.l.], v. 7, n. 8, p. 20-40, jul. 2018. ISSN 2316-1124. Disponível em <<http://revistas.cesmac.edu.br/index.php/psicologia/article/view/772>>. Acesso em 20 nov. 2021.

PALMIERI, Marilicia Witzler Antunes Ribeiro. **Cooperação, competição e individualismo: Uma análise microgenética de contextos de desenvolvimento na pré-escola**. Tese de Doutorado. Brasília, 2003.

PASTORINI, R. C. **Investigando as atitudes dos docentes do ensino básico que vêm influenciando negativamente a imagem da disciplina de física**. (2013). (Dissertação de Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática. Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul. 2013. Disponível em: <<http://repositorio.pucrs.br/dspace/bitstream/10923/5623/1/000453311Texto%2BCompleto0.pdf>> Acesso em 12 out. 2021.

PERUZZO, Jucimar. **A Física Através de Experimentos: Mecânica**. V.I/Jucimar Peruzzo.Irani (SC): 2013.

PIACENTINI, J.J. **Introdução ao Laboratório de Física**. Editora da UFSC, 2005. Portaria Inmetro nº 150, de 29 de março de 2016.

RAMALHO, J. F., *et al.* **Os Fundamentos da Física**: São Paulo: Editora Moderna Ltda. 1999.

REZENDE, F.; OSTERMANN, F. Olimpíadas de ciências: uma prática em questão. **Ciências & Educação (Bauru)** v.18, n.1, 2012.

ROBINSON, S. Coaching a High School Science Olympiad Team. **Academic Exchange**, v. Summer, p. 272-277, 2003.

ROCHA, T. O. *et al.* In: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 3., 2016, Natal. **Anais do III Congresso Nacional de Educação**. Campina Grande: Realize Eventos e Editora, 2016. p. 1-11.

SANTIAGO, R. B. (2011). **Análise dos resultados da olimpíada brasileira de física 2010 no estado do Rio de Janeiro**. Disponível em: http://cbpfindex.cbpf.br/publication_pdfs/CS01411.2011_10_07_11_39_31.pdf. Acesso em: 04 out. 2021.

SANTOS JÚNIOR, M. J.; IRIGOYEN, E. R. C. **Metrologia dimensional: teoria e prática**. 1ª edição – Porto Alegre: Editora da Universidade/UFRGS, 1985. 190p.

SOUZA, M. H. DE E SPINELLI, W. **Guia prático para Cursos de Laboratório**, São Paulo: Scipione, 1997.

SOUZA, S. C.; DOURADO, L. Aprendizagem Baseada Em Problemas (ABP): Um Método De Aprendizagem Inovador Para O Ensino Educativo. **Holos**, vol. 5, 2015, p. 182-200 Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte Natal, Brasil. Disponível em: <http://www2.ifrn.edu.br/ojs/index.php/HOLOS/article/view/2880> Acesso em 01 out. 2021.

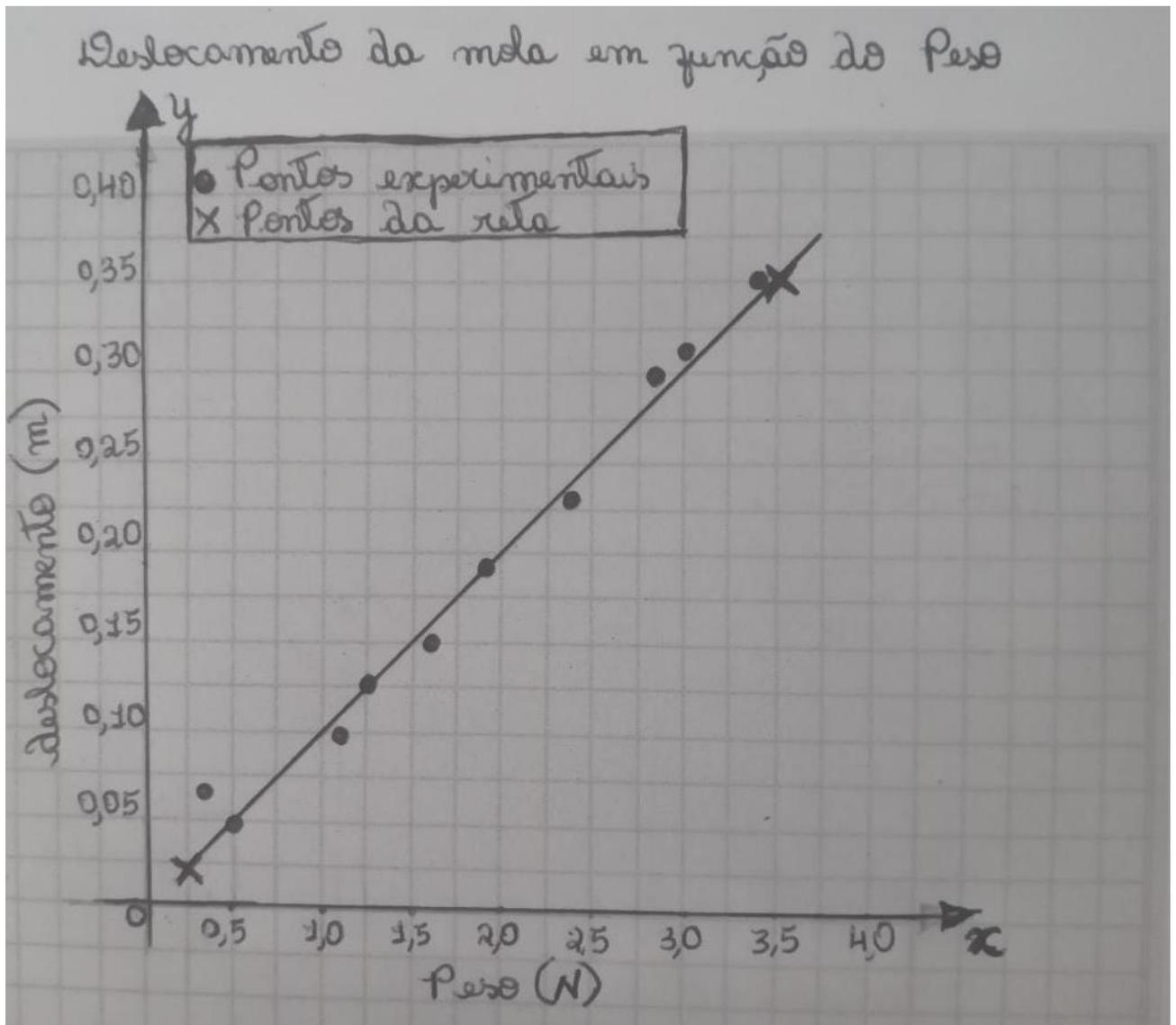
TAYLOR, J. R. **Introdução à análise de erros: o estudo de incertezas em medições físicas**. 2. ed. Porto Alegre: Bookman, 2012. 352 p.

TIPLER, Paul A.; MOSCA, Gene. **Física para Cientistas e Engenheiros - Vol. 2**, 5ª ed. Rio de Janeiro: LTC, 2006.

VIANNA, J. D. M. *et al.* Olimpíadas de Física. **Revista Física na Escola**, São Paulo, v. 1, n. 1, 2000.

YAMAMOTO, K.; FUKU, L. F. **Física para o Ensino Médio: Eletricidade, Física Moderna**, vol. 3. São Paulo: Saraiva, 2016.

APÊNDICE A – GRÁFICO FEITO À MÃO NO PAPEL MILIMETRADO



Fonte: elaborado pelo autor.

ANEXO A – CADERNO DE RESOLUÇÕES DA SEGUNDA FASE (OBFEP 2018)


Olimpíada Brasileira de Física das Escolas Públicas 2018
 Segunda fase

Nota Final

Caderno de Resoluções - 2ª Fase
Leia atentamente antes do início do seu preenchimento

- 1 - Este caderno contém **QUATRO** páginas. Confira antes de começar a resolver a prova. Qualquer problema, chame o fiscal.
- 2 - As **Questões Teóricas** devem ser resolvidas **em ordem crescente** nos espaços indicados neste caderno. Indique o número correspondente à questão no espaço reservado.
- 3 - **Para a 1ª e 2ª séries, a Questão Experimental** deve ser resolvida no espaço reservado na **página 4** deste caderno. Leia as instruções do Caderno de Questões antes de iniciar a prova. As demais séries, neste ano, **NÃO** têm parte prática (falta de recursos).
- 4 - É permitido apenas o uso de caneta e régua neste caderno. Todas as respostas e desenvolvimentos devem estar a CANETA.
- 5 - O aluno deve estar de posse de seu documento de identificação com FOTO RECENTE. Se o mesmo tiver documentação com foto que não permita o reconhecimento, poderá ser solicitado uma averiguação posterior pela Comissão Examinadora.
- 6 - Não é permitido o uso de quaisquer tipos de calculadora e telefones celulares que devem estar desligados durante a prova.
- 7 - Somente o **Caderno de Resoluções** deverá ser devolvido ao fiscal/professor no final da prova; **o kit da experiência deverá ficar sobre a mesa.**
- 8 - O estudante deverá permanecer na sala, no mínimo, **90 minutos.**

Nome:		Série:
Nº e tipo de documento de identificação apresentado:		
Nome da Escola:		
E-mail:		Telefone: ()
Cidade da Escola:		Estado:
Assinatura:		

Questão N°	Questão Teórica	Nota



Olimpíada Brasileira de Física das Escolas Públicas 2018
Segunda fase

Questão N°	Questão Teórica	Nota
Questão N°	Questão Teórica	Nota



Olimpíada Brasileira de Física das Escolas Públicas 2018
Segunda fase

Espaço para a Questão Experimental (1ª e 2ª séries)

Espaço para Rascunho (9ºano, 3ª e 4ª séries)

Nota

