

TESE DE MESTRADO

PROPRIEDADES ELETRÔNICAS DE FILMES METÁLICOS

Autor: *Maria Gorette Cavalcante*

Orientador: *Gil de Aquino Farias*

FORTALEZA-CEARÁ

- 1986 -

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação  
Universidade Federal do Ceará  
Biblioteca Universitária

Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

---

C364p Cavalcante, Maria Gorette.

Propriedades eletrônicas em filmes metálicos / Maria Gorette Cavalcante. – 1986.  
94 f. : il.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Ciências, Programa  
de Pós-Graduação em Física, Fortaleza, 1986.

Orientação: Prof. Dr. Gil de Aquino Farias.

1. Luz - Espalhamento. I. Título.

CDD 530

---

Maria Gorette Cavalcante

Dissertação apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal do Ceará, como parte dos requisitos para a obtenção do Grau de Mestre em Física.

Comissão Julgadora:

Gil de Aquino Farias (UFC)  
ORIENTADOR

Nilson Sena de Almeida (UFRN)

Júlio Auto Neto (UFC)

Aprovada em, 23 de Janeiro de 1986.

Aos meus pais, Francisco Lamartine  
e Sebastiana M. Lamartine.

Aos meus irmãos, Fátima, Lamartine  
e Geraldo.

## A G R A D E C I M E N T O S

. Ao professor Gil de Aquino Farias, pela valiosa orientação e incentivo.

Aos professores do Departamento de Física da UFC

- Newton Theophilo de Oliveira
- Eloneid Felipe Vasconcelos
- Margarida Maria Moreira Auto
- Júlio Auto Neto

Aos professores do Departamento de Física da UFRN

- Eudemilson Lins de Albuquerque
- Liacir dos Santos Lucena.

Ao Euclimar, pela ajuda no trato com o computador.

. Aos colegas do mestrado, pela amizade estimulante.

A Ângela Farias, pela revisão na redação.

. A Regina Fátima, pelo trabalho de datilografia e ao Murilo pelos desenhos.

. Aos órgãos CNPq e CAPES, cujo apoio financeiro possibilitou este curso e tese de mestrado.

## R E S U M O

Neste trabalho estudamos o espalhamento de luz num filme metálico com perfil periódico. Usando o método de Rayleigh, calculamos o coeficiente de reflexão devido ao espalhamento de luz neste filme.

Através dos mínimos no coeficiente de reflexão, observamos a excitação de polaritons superficiais e um aumento no campo elétrico superficial.

Calculamos também o coeficiente de reflexão usando a teoria de perturbação.

Fazendo a análise dos resultados obtidos através dos dois métodos, concluimos que o método de Rayleigh, para os parâmetros do filme que utilizamos, permite resultados físicos muito mais consistentes que os obtidos utilizando-se a teoria de perturbação.

## A B S T R A C T

In the present work we study the light scattering on a metallic film with grating surface. We calculated the reflection coefficient from this film using the Rayleigh's method. We observed the excitation of surface polaritons on the film through the minimum of the reflection coefficient. Our results are compared with the perturbation theory. We concluded that the Rayleigh's method gives more consistent results when we compare these results with those obtained using perturbation theory.

# Í N D I C E

Página

Agradecimentos.....	iii
Resumo.....	iv
Abstract.....	v
I. Introdução.....	01
II. <u>Polaritons e Plásmons em Superfícies Planas...</u>	05
II.1. - Polaritons Superficiais na Interface plana dielétrico-meio-ativo.....	05
II.2. - Plásmons superficiais na interface dielétrico-metal.....	13
II.3. - Polaritons superficiais em filmes metálicos planos.....	15
III. <u>Método de Rayleigh</u> .....	20
III.1. - Introdução.....	20
III.2. - Espalhamento de Luz e Polaritons superficiais em superfícies ru - gosas.....	21
IV. <u>Cálculo dos Coeficientes de Reflexão e transmissão em filme com perfil periódico</u> .....	34
V. <u>Resultados e Conclusões</u> .....	46
<u>Legenda de Figuras</u> .....	58
<u>Figuras</u> .....	62 a 81
<u>Apêndice A</u> .....	82
<u>Referências Bibliográficas</u> .....	93



## I N T R O D U C A O

Nas últimas décadas tem havido um interesse crescente no estudo das ondas eletromagnéticas superficiais — polaritons. Estas ondas eletromagnéticas podem existir na interface plana entre dois meios, com suas amplitudes decaindo à medida que se afastam da interface. Se a interface é rugosa, podem existir em geral oscilações eletromagnéticas localizadas próximas a estas rugosidades<sup>(1)</sup>. A amplitude do campo elétrico então decai com o aumento da distância em qualquer direção destas rugosidades.

O estudo do espalhamento de luz por superfícies rugosas tem sido feito através da difração, para os casos de pequenas e grandes rugosidades.

A difração de luz por superfícies rugosas tem sido amplamente examinada através do método de Kirchhoff<sup>(2,3)</sup>, do teorema da extinção<sup>(4)</sup> e do método de Rayleigh<sup>(4)</sup>.

No método de Kirchhoff, cuja versão foi primeiro proposta por Brekhovskikh, é considerado que<sup>(2,3)</sup>:

1º) - A aproximação das componentes desconhecidas do campo elétrico no plano tangente à superfície é feita em todos os pontos da superfície, exceto naqueles onde existem sombras.

2º) - Em todos os pontos da superfície não é considerado espalhamento múltiplo.

3º) - Para o modelo de espalhamento não é feita nenhuma outra aproximação, além das já citadas no primeiro item.

O teorema da extinção<sup>(4,5)</sup>, que é válido sem nenhuma restrição quanto à intensidade da rugosidade, é obtido utilizando-se o Teorema de Green<sup>(4)</sup>. Através deste método obtêm-se equações integrais que envolvem apenas os campos eletromagnéticos e suas derivadas na superfície.

Com o método de Rayleigh, obtêm-se as amplitudes de difração das ondas eletromagnéticas usando-se as condições de contorno dos campos eletromagnéticos na superfície rugosa. Pode-se obter, utilizando o método de Rayleigh, dois métodos de soluções<sup>(4,6)</sup> : o método das equações completas de Rayleigh e o método das equações reduzidas de Rayleigh. A forma de solução que dá resultados computacionalmente mais simples é aquela das equações reduzidas<sup>(5,6)</sup>. Estas equações só dão resultados convergentes no limite de pequenas rugosidades, e são muito restritas quando o contorno não é definido por uma função analítica. A forma de solução das equações completas de Rayleigh<sup>(5,6)</sup> é em geral correta, e qualquer comportamento não convergente é devido apenas à escolha inadequada de uma base particular<sup>(4)</sup>.

Quando a superfície rugosa tem perfil periódico bem definido — grating — o estudo teórico e experimental de difração<sup>(7)</sup> pode ser feito mais facilmente do que quando a superfície tem rugosidade aleatória.

Tem sido observado<sup>(7,8,9)</sup> que quando um fóton incidente acopla-se a um polariton superficial, a intensidade dos campos eletromagnéticos próximos à superfície é aumentada consideravelmente, em comparação com a intensidade dos campos quando a superfície do mesmo material é perfeitamente plana. Este aumento na intensidade dos campos coincide com o mínimo no coe

ficiente de reflexão. A intensidade do campo eletromagnético na superfície aumenta com a rugosidade, atingindo um valor máximo. A partir deste ponto esta intensidade decresce com o aumento da rugosidade. Este fenômeno de saturação<sup>(10,7)</sup> já foi observado e ocorre devido ao amortecimento radiativo induzido pela rugosidade do polariton superficial.

Como o polariton superficial desempenha o papel de um estado intermediário<sup>(7)</sup> no aumento do acoplamento ótico mediado pela grating, então suas propriedades intrínsecas são de fundamental interesse.

Temos como objetivo neste trabalho observar e estudar as propriedades dos polaritons superficiais em filmes metálicos com perfil periódico através do espalhamento de luz e utilizando o método de Rayleigh. Para os parâmetros do filme metálico considerado, observamos que os máximos da amplitude dos campos na superfície, correspondendo a excitação de polaritons superficiais, saturam com o aumento da rugosidade e a largura de linha destes máximos sofre influência com a rugosidade e com a espessura do filme. Observamos ainda a dependência com a rugosidade dos ângulos onde ocorrem as excitações dos polaritons.

A distribuição deste trabalho é dada da forma descrita a seguir: No capítulo II, apresentamos a definição de polaritons e plásmons superficiais e as condições ideais para que eles possam propagar-se na interface plana de um sistema semi-infinito. Calculamos ainda a relação de dispersão para polaritons superficiais num filme plano. No capítulo III, fazemos uma descrição detalhada do método de Rayleigh. Obtemos as equações comple

tas e reduzidas de Rayleigh, para um sistema semi-infinito com interface rugosa. Utilizando as equações reduzidas de Rayleigh, calculamos as amplitudes refletida e transmitida das ondas espalhadas pela superfície rugosa. No capítulo IV, utilizando o método de Rayleigh, calculamos os coeficientes de reflexão e transmissão para um filme metálico com perfil periódico. No capítulo V, apresentamos os resultados e conclusões dos cálculos obtidos no capítulo IV, para parâmetros característicos de um filme de prata. Finalmente, no apêndice A, apresentamos os cálculos dos coeficientes de reflexão e transmissão de ordem zero e um, obtidos utilizando a teoria de perturbação.

## CAPÍTULO II

### POLARITONS E PLÁSMONS EM SUPERFÍCIES PLANAS

#### II.1. - Polaritons Superficiais na Interface Plana Dielétrico-Meio Ativo.

Estudaremos aqui os polaritons superficiais, ou seja, ondas eletromagnéticas que se propagam ao longo da interface entre dois meios semi-infinitos, e cujas amplitudes decaem à medida em que se distanciam desta interface. Para que estes polaritons superficiais possam se propagar é necessário que algumas condições, que esboçaremos abaixo, sejam satisfeitas.

O sistema físico (Figura 1) que será analisado é composto de duas regiões cuja interface planar é o plano  $z = 0$ . A região I  $| z < 0 |$  está ocupada por um meio ativo caracterizado por uma constante dielétrica isotrópica  $\epsilon_1(\omega)$  real e dependente da frequência. A região II  $| z > 0 |$  está ocupada por um segundo meio dielétrico caracterizado por uma constante dielétrica  $\epsilon_2$  real, positiva e independente da frequência.

Consideremos uma onda eletromagnética que se propaga na direção  $x$  e as componentes dos campos elétrico e magnético sejam dadas por

$$\vec{E}(\vec{x}, t) = (E_x(k, \omega | z), 0, E_z(k, \omega | z)) e^{ikx - i\omega t} \quad (2.1)$$

$$\vec{H}(\vec{x}, t) = (0, H_y(k, \omega | z), 0) e^{ikx - i\omega t} \quad (2.2)$$

Uma vez que tomamos  $\vec{E}(\vec{x}, t)$  no plano sagittal — o plano definido pelo vetor de onda e a normal a superfície —  $\vec{H}(\vec{x}, t)$  é normal a este plano. A onda é dita magnética transversa ou p-polarizada.

Usando as equações de Maxwell,

$$\nabla \times \vec{E}(\vec{x}, t) = - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \vec{B}(\vec{x}, t) \quad (2.3)$$

$$\nabla \times \vec{H}(\vec{x}, t) = \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \vec{D}(\vec{x}, t) \quad , \quad (2.4)$$

as componentes do campo elétrico e magnético satisfazem as equações

$$\frac{d}{dz} E_x(k\omega|z) - ikE_z(k\omega|z) = i \frac{\omega}{c} H_y(k\omega|z) \quad (2.5)$$

$$\frac{d}{dz} H_y(k\omega|z) = i \frac{\omega}{c} D_x(k\omega|z) \quad (2.6)$$

$$ikH_y(k\omega|z) = - i \frac{\omega}{c} D_z(k\omega|z) \quad (2.7)$$

onde tomamos a permeabilidade magnética  $\mu$  igual à unidade.

A componente  $E_z(k\omega|z)$  satisfaz em cada meio as equações de onda

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial z^2} - k^2 + \epsilon_2 \frac{\omega^2}{c^2} \right) E_z(k\omega|z) = 0, \quad z > 0 \quad (2.8a)$$

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial z^2} - k^2 + \epsilon_1(\omega) \frac{\omega^2}{c^2} \right) E_z(k\omega|z) = 0, \quad z < 0 \quad (2.8b)$$

cujas soluções são,

$$E_z(k\omega|z) = A e^{-\alpha_2 z}, \quad z > 0 \quad (2.9a)$$

$$E_z(k\omega|z) = C e^{+\alpha_1 z}, \quad z < 0 \quad (2.9b)$$

onde  $k$  é o vetor de propagação do polariton superficial no plano  $z = 0$  e

$$\alpha_1(k\omega) = \left( k^2 - \epsilon_1(\omega) \frac{\omega^2}{c^2} \right)^{1/2}, \quad (2.10a)$$

$$\alpha_2(k\omega) = \left( k^2 - \epsilon_2 \frac{\omega^2}{c^2} \right)^{1/2}, \quad (2.10b)$$

são as constantes de decaimento.

Usando as equações (2.9) na equação (2.7), temos que a componente do campo magnético será dada por

$$H_y(k\omega|z) = - \frac{\omega}{c} \frac{\epsilon_2}{k} A e^{-\alpha_2 z}, \quad z > 0 \quad (2.11a)$$

$$H_y(k\omega|z) = - \frac{\omega}{c} \frac{\epsilon_1(\omega)}{k} C e^{+\alpha_1 z}, \quad z < 0 \quad (2.11b)$$

e substituindo estas equações na equação (2.6), a componente

$E_x(k\omega|z)$  será

$$E_x(k\omega|z) = - i \frac{\alpha_2}{k} A e^{-\alpha_2 z}, \quad z > 0 \quad (2.12a)$$

$$E_x(k\omega|z) = + i \frac{\alpha_1}{k} C e^{+\alpha_1 z}, \quad z < 0 \quad (2.12b)$$

A condição para que as equações (2.1) e (2.2) descrevam ondas eletromagnéticas localizadas na interface entre os dois dielétricos, no plano  $z = 0$ , é que  $\alpha_1(k\omega)$  e  $\alpha_2(k\omega)$  sejam reais e positivas.

As condições de contorno dos campos elétrico e magnético, no plano  $z = 0$ , são dadas por

$$E_x(k\omega|z) \Big|_{z^-} = E_x(k\omega|z) \Big|_{z^+} \quad (2.13a)$$

$$H_y(k\omega|z) \Big|_{z^-} = H_y(k\omega|z) \Big|_{z^+} \quad (2.13b)$$

Da condição de continuidade do campo elétrico, equação (2.13a), obtemos com as equações (2.12),  $-\alpha_2 A = \alpha_1 C$ . Usando este resultado juntamente com as equações (2.11) em (2.13b), temos:



$$\left( \frac{\epsilon_1(\omega)}{\alpha_1(k\omega)} + \frac{\epsilon_2}{\alpha_2(k\omega)} \right) A = 0. \quad (2.14)$$

A condição para que a equação (2.14) tenha uma solução não trivial ( $A \neq 0$ ) é que

$$\frac{\epsilon_1(\omega)}{\epsilon_2} = - \frac{\alpha_1(k\omega)}{\alpha_2(k\omega)}. \quad (2.15)$$

Uma vez que  $\alpha_1(k\omega)$  e  $\alpha_2(k\omega)$  são positivas - condição para que as ondas sejam localizadas na superfície -  $\epsilon_1(\omega)$  deve ser negativa.

A equação (2.15) corresponde à relação de dispersão para o polariton superficial.

O meio no qual a constante dielétrica é negativa é chamado meio ativo, já que este meio é responsável pela existência do polariton superficial.

Substituindo as equações (2.10) na equação (2.15), obtemos uma expressão para a frequência  $\omega$ , como uma função de  $k$ ,

$$\omega^2 = k^2 c^2 \left( \frac{\epsilon_1(\omega) + \epsilon_2}{\epsilon_1(\omega) \epsilon_2} \right). \quad (2.16)$$

As soluções de (2.16) que correspondem aos polaritons superficiais são aquelas em que  $\alpha_1(k\omega)$  e  $\alpha_2(k\omega)$  são positivas,  $\epsilon_1(\omega)$  é negativa na região de frequência  $\omega$  considerada e  $\epsilon_1(\omega) + \epsilon_2 \leq 0$ .

Tomando o meio ativo como um metal com uma constante dielétrica descrita por um modelo de elétron livre, temos que<sup>(11)</sup>

$$\epsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}, \quad (2.17)$$

onde  $\omega_p^2 = 4\pi n e^2 / m^*$  é a frequência de plasma dos elétrons,  $n$  é a densidade dos elétrons de condutividade e  $m^*$  sua massa efetiva.

A relação de dispersão do polariton superficial com polarização p, na interface entre o metal e o dielétrico, é obtida substituindo-se (2.17) em (2.16) e fazendo um rearranjo simples em (2.16), obteremos

$$\omega^2(k) = \frac{1}{2} \left( \frac{c^2 k^2}{\epsilon_2} + k^2 c^2 + \omega_p^2 \right) - \frac{1}{2} \left| \left( \frac{k^2 c^2}{\epsilon_2} + k^2 c^2 + \omega_p^2 \right)^2 - 4 \frac{k^2 c^2}{\epsilon_2} \omega_p^2 \right|^{1/2}. \quad (2.18)$$

Esta relação de dispersão é apresentada na Fig. 2.

A análise das propriedades dos polaritons superficiais<sup>(12)</sup>, quando o meio ativo é um material dielétrico anisotrópico, ou um material magnético, pode ser feita através de um processo análogo ao usado para o caso de um metal.

Nos cálculos anteriores, consideramos a polarização p. Entretanto, se o vetor campo elétrico  $\vec{E}(\vec{x}, t)$  é normal ao plano sagittal — polarização s — veremos que não existem ondas eletromagnéticas superficiais na interface entre os dois meios em consideração. Assim, para esta polarização as componentes do campo elétrico e magnético serão dadas por

$$\vec{E}(\vec{x}, t) = (0, E_y(ky|z), 0) e^{ikx - i\omega t} \quad (2.19)$$

$$\vec{H}(\vec{x}, t) = (H_x(k\omega|z), 0, H_z(k\omega|z))e^{+ikx-i\omega t}. \quad (2.20)$$

Substituindo as equações (2.19) e (2.20) nas equações de Maxwell (2.3) e (2.4), temos:

$$\frac{d}{dz} H_x(k\omega|z) - ikH_z(k\omega|z) = -i \frac{\omega}{c} D_y(k\omega|z) \quad (2.21)$$

$$\frac{d}{dz} E_y(k\omega|z) = -i \frac{\omega}{c} H_x(k\omega|z) \quad (2.22)$$

$$ikE_y(k\omega|z) = i \frac{\omega}{c} H_z(k\omega|z). \quad (2.23)$$

As soluções da componente  $H_z(k\omega|z)$ , que satisfazem as equações de onda semelhantes às equações (2.8), são dadas por:

$$H_z(k\omega|z) = B e^{-\alpha_2 z}, \quad z > 0 \quad (2.24a)$$

$$H_z(k\omega|z) = D e^{+\alpha_1 z}, \quad z < 0. \quad (2.24b)$$

Substituindo as equações (2.24) em (2.23), temos

$$E_y(k\omega|z) = \frac{\omega}{kc} B e^{-\alpha_2 z}, \quad z > 0 \quad (2.25a)$$

$$E_y(k\omega|z) = \frac{\omega}{kc} D e^{+\alpha_1 z}, \quad z < 0. \quad (2.25b)$$

Substituindo (2.25) em (2.21), temos que a componente  $H_x(k\omega|z)$  será dada por

$$H_x(k\omega|z) = -i \frac{\alpha_2}{k} B e^{-\alpha_2 z}, \quad z > 0 \quad (2.26a)$$

$$H_x(k\omega|z) = i \frac{\alpha_1}{k} D e^{+\alpha_1 z}, \quad z < 0. \quad (2.26b)$$

As condições de continuidade para os campos elétricos e magnéticos em  $z = 0$ , são

$$E_y(k\omega|z) \Big|_{z^-} = E_y(k\omega|z) \Big|_{z^+} \quad (2.27)$$

$$H_x(k\omega|z) \Big|_{z^-} = H_x(k\omega|z) \Big|_{z^+} \quad (2.28)$$

Substituindo as equações (2.25) em (2.27) temos que  $B = D$ . Com este resultado, e com a substituição das equações (2.26) em (2.28), obtemos:

$$(\alpha_1(k\omega) + \alpha_2(k\omega))B = 0. \quad (2.29)$$

Como uma das condições exigidas para que os polaritons se propaguem na superfície é que as constantes de decaimento  $\alpha_1(k\omega)$  e  $\alpha_2(k\omega)$  sejam positivas, a única solução possível

vel para (2.29)  $\vec{B} = 0$ . Com isto, mostramos que não existe polariton superficial com polarização s.

## II.2. - Plásmons Superficiais na Interface Plana Dielétrico-Metal.

Nesta secção trabalharemos com os plásmons superficiais, que são definidos como ondas eletromagnéticas superficiais (polaritons superficiais) no limite onde os efeitos de retardamento não são considerados, isto é, quando a velocidade da luz pode ser considerada infinita. Neste caso, o campo elétrico pode ser obtido através de um gradiente de um potencial escalar  $\phi(\vec{x}, t)$ , que satisfaça a equação de Laplace  $\nabla^2 \phi(\vec{x}, t) = 0$ .

Considerando o mesmo sistema físico da secção-II.1, as soluções da equação de Laplace que se comportam como ondas e se propagam na interface plana  $z = 0$ , mas decaem fora da interface, são obtidas da equação de onda

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \phi(\vec{x}, t) = 0. \quad (2.30)$$

A solução de (2.30) é dada por <sup>(13)</sup>,

$$\phi(\vec{x}, t) = A e^{ikx - kz - i\omega t}, \quad z > 0 \quad (2.31a)$$

$$= B e^{ikx + kz - i\omega t}, \quad z < 0. \quad (2.31b)$$

Estas soluções satisfazem as condições de contorno

$$\phi(\vec{x}, t) \Big|_{z^-} = \phi(\vec{x}, t) \Big|_{z^+} \quad (2.32)$$

$$\epsilon_1(\omega) \frac{\partial}{\partial z} \phi(\vec{x}, t) \Big|_{z^-} = \epsilon_2 \frac{\partial}{\partial z} \phi(\vec{x}, t) \Big|_{z^+}, \quad (2.33)$$

onde a primeira condição representa a continuidade da componente tangencial do campo elétrico macroscópico, e a segunda é a condição de continuidade da componente normal do deslocamento elétrico  $\vec{D}(\vec{x}, t)$  <sup>(13)</sup>.

Usando as equações (2.31) em (2.32) e (2.33), temos que

$$(\epsilon_1(\omega) + \epsilon_2)A = 0. \quad (2.34)$$

Como estamos interessados na solução não trivial ( $A \neq 0$ ), temos <sup>(13)</sup>

$$(\epsilon_1(\omega) + \epsilon_2) = 0. \quad (2.35)$$

Esta equação é a relação de dispersão dos plásmons superficiais em superfícies planas. Através dela obteremos a frequência de excitação dos plásmons superficiais.

Considerando novamente o metal como o meio ativo com a constante dielétrica expressa pela equação (2.17), e substituindo-a em (2.35), obtemos

$$\omega = \frac{\omega_p}{(1 + \epsilon_2)^{1/2}}. \quad (2.36)$$



Esta é a expressão para a frequência do plásmom superficial na interface dielétrico-metal, que é independente de  $k$ .

### II.3. - Polaritons Superficiais em Filmes Metálicos Planos.

Obteremos nesta secção a relação de dispersão para um filme plano entre dois meios.

O sistema físico considerado é o esboçado na Fig. 3. A região II  $|z| > d/2$  e a região I  $|z| < d/2$  estão ocupadas por meios dielétricos cujas constantes dielétricas isotrópicas  $\epsilon_2$  e  $\epsilon_1$ , respectivamente, são reais e independentes da frequência  $\omega$ . A região III  $-d/2 < z < +d/2$  está ocupada por um filme metálico de espessura  $d$ , caracterizado por uma constante dielétrica isotrópica  $\epsilon(\omega)$  real e dependente da frequência, expressa pela equação (2.17).

Consideremos o vetor campo elétrico  $\vec{E}(\vec{x}, t)$  no plano  $xz$ . A componente do vetor campo magnético  $\vec{H}(\vec{x}, t)$ , que não é nula, está na direção  $y$ . Assim, as componentes de  $\vec{E}(\vec{x}, t)$  e  $\vec{H}(\vec{x}, t)$  podem ser expressas pelas equações (2.1) e (2.2).

A componente  $E_z(k\omega|z)$  do campo elétrico satisfaz, em cada uma das regiões, as equações de onda

$$\left(-k^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \epsilon_1 \frac{\omega^2}{c^2}\right)E_z(k\omega|z) = 0, \quad z < -\frac{d}{2}$$

(2.37a)

$$\left(-k^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \epsilon(\omega) \frac{\omega^2}{c^2}\right)E_z(k\omega|z) = 0, \quad -\frac{d}{2} < z < +\frac{d}{2}$$

(2.37b)

$$\left( -k^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \epsilon_2 \frac{\omega^2}{c^2} \right) E_z(k\omega|z) = 0, \quad z > + \frac{d}{2} \quad (2.37c)$$

e cujas soluções são,

$$E_z(k\omega|z) = \begin{cases} A e^{-\alpha_2 z}, & z > + \frac{d}{2} & (2.38a) \\ (B e^{-\alpha z} + C e^{+\alpha z}), & - \frac{d}{2} < z < + \frac{d}{2} & (2.38b) \\ D e^{+\alpha_1 z}, & z < - \frac{d}{2} & (2.38c) \end{cases}$$

Da equação (2.7) obtemos a componente  $H_y(k\omega|z)$  do campo magnético,

$$H_y(k\omega|z) = \begin{cases} - \frac{\omega}{kc} \epsilon_2 A e^{-\alpha_2 z}, & z > + \frac{d}{2} & (2.39a) \\ - \frac{\omega}{kc} \epsilon(\omega) (B e^{-\alpha z} + C e^{+\alpha z}), & - \frac{d}{2} < z < + \frac{d}{2} & (2.39b) \\ - \frac{\omega}{kc} \epsilon_1 D e^{+\alpha_1 z}, & z < - \frac{d}{2} & (2.39c) \end{cases}$$

Substituindo (2.39) em (2.6), teremos a componente  $E_x(k\omega|\tilde{z})$  do campo elétrico dada por,



$$-i \frac{\alpha_2}{k} A e^{-\alpha_2 z}, \quad z > + \frac{d}{2} \quad (2.40a)$$

$$\varepsilon_x(k\omega|z) = \begin{cases} -i \frac{\alpha}{k} (B e^{-\alpha z} - C e^{+\alpha z}), & -\frac{d}{2} < z < + \frac{d}{2} \end{cases} \quad (2.40b)$$

$$\begin{cases} i \frac{\alpha_1}{k} D e^{+\alpha_1 z}, & z < -\frac{d}{2} \end{cases} \quad (2.40c)$$

onde

$$\alpha_1^2(k\omega) = (k^2 - \varepsilon_1 \frac{\omega^2}{c^2}) \quad (2.41a)$$

$$\alpha_2^2(k\omega) = (k^2 - \varepsilon_2 \frac{\omega^2}{c^2}) \quad (2.41b)$$

$$\alpha^2(k\omega) = (k^2 - \varepsilon(\omega) \frac{\omega^2}{c^2}), \quad (2.41c)$$

são as constantes de decaimento em cada meio.

Usando as condições de continuidade (2.13), para as componentes do campo elétrico e do campo magnético, em cada uma das interfaces  $z = + \frac{d}{2}$  e  $z = - \frac{d}{2}$ , respectivamente, obtemos:

$$\alpha (B e^{-\alpha \frac{d}{2}} - C e^{+\alpha \frac{d}{2}}) = \alpha_2 A e^{-\alpha_2 \frac{d}{2}} \quad (2.42a)$$

$$\varepsilon(\omega) (B e^{-\alpha \frac{d}{2}} + C e^{+\alpha \frac{d}{2}}) = \varepsilon_2 A e^{-\alpha_2 \frac{d}{2}} \quad (2.42b)$$

$$-\alpha(B e^{+\alpha \frac{d}{2}} - C e^{-\alpha \frac{d}{2}}) = \alpha_1 D e^{-\alpha_1 \frac{d}{2}} \quad (2.43a)$$

$$\epsilon(\omega)(B e^{+\alpha \frac{d}{2}} + C e^{-\alpha \frac{d}{2}}) = \epsilon_1 D e^{-\alpha_1 \frac{d}{2}} \quad (2.43b)$$

Eliminando os coeficientes A e D destas equações, obtemos duas equações acopladas para os coeficientes B e C, que são

$$(\epsilon_2 \alpha - \epsilon(\omega) \alpha_2) B e^{-\alpha \frac{d}{2}} - (\epsilon_2 \alpha + \epsilon(\omega) \alpha_2) C e^{+\alpha \frac{d}{2}} = 0 \quad (2.44a)$$

$$(\epsilon_1 \alpha + \epsilon(\omega) \alpha_1) B e^{+\alpha \frac{d}{2}} - (\epsilon_1 \alpha - \epsilon(\omega) \alpha_1) C e^{-\alpha \frac{d}{2}} = 0. \quad (2.44b)$$

A relação de dispersão para o polariton superficial no filme metálico plano é obtida igualando-se a zero o determinante dos coeficientes das equações acima. Assim, teremos

$$(\epsilon_1 \alpha + \epsilon(\omega) \alpha_1)(\epsilon_2 \alpha + \epsilon(\omega) \alpha_2) - (\epsilon_1 \alpha - \epsilon(\omega) \alpha_1)(\epsilon_2 \alpha - \epsilon(\omega) \alpha_2) e^{-2\alpha d} = 0. \quad (2.45)$$

Para  $\alpha(k\omega)$  real, a equação (2.45) será dada por,

$$\epsilon_j \alpha + \epsilon(\omega) \alpha_j = 0 \text{ para } j = 1, 2, \quad (2.46)$$

quando  $d \rightarrow \infty$ . Esta equação, da qual (2.15) pode ser derivada, descreve um polariton superficial de uma única interface, correspondendo a  $z = + d/2$ .

Mostramos na Fig.(4) a relação de dispersão de polariton superficial para o filme plano entre dois meios dielétricos. Este resultado foi obtido da equação (2.45) para  $d = 500\text{\AA}$ ,  $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 3.6$  e  $\epsilon(\omega)$  dado por (2.17).

A existência de dois ramos na relação de dispersão de polariton superficial num filme plano, reflete a relação entre as constantes dielétricas nas interfaces  $z = \pm d/2$ .

## CAPÍTULO III

### MÉTODO DE RAYLEIGH

#### III.1. Introdução

O estudo de difração de luz por superfícies rugosas vem despertando bastante interesse nos últimos anos, tendo sido amplamente examinado para os casos de pequenas e grandes rugosidades<sup>(2)</sup>,<sup>(14)</sup>.

Inicialmente, o tratamento matemático dado ao problema foi feito através do método de **Kirchoff**<sup>(2)</sup>. Este método consiste essencialmente em aproximar o campo elétrico, em algum ponto da superfície, pelo campo que estaria presente no plano tangente àquele ponto. Esta aproximação é muito boa quando o raio de curvatura das irregularidades na superfície é muito maior do que o comprimento de onda da luz incidente. No entanto, é falho quando o parâmetro que define a rugosidade superficial é comparável — ou muito maior — que o comprimento de onda da luz incidente.

Um método geral para o estudo do espalhamento de luz em superfícies rugosas é obtido através do uso do teorema da extinção<sup>(4)</sup>. Entretanto, pode-se mostrar que esta técnica é equivalente ao método desenvolvido por Rayleigh e estendido por Fano.

O método de Rayleigh consiste em tomar a onda eletromagnética, em qualquer lugar no espaço, como superposição de ondas planas harmônicas, obtendo-se as amplitudes de difração através das condições de contorno dos campos eletromagnéticos na superfície rugosa. Este método dá resultados razoáveis

veis para pequenas rugosidades. No entanto, quando os parâmetros que definem a rugosidade superficial excedem um valor crítico, a obtenção de resultados convergentes torna-se difícil. Entretanto, para o caso de uma superfície com perfil periódico, é possível estudar o espalhamento de luz através do método Rayleigh mesmo quando consideramos superfícies bastante rugosas<sup>(6)</sup>.

Neste capítulo, estudaremos o método de Rayleigh para o problema de espalhamento por uma superfície rugosa  $z = \zeta(x)$ , considerando o limite de pequenas rugosidades.

### III.2. - Espalhamento de Luz e Polaritons Superficiais em Superfícies rugosas.

O sistema físico que será analisado neste capítulo é composto por dois meios semi-infinitos cuja interface é uma superfície rugosa descrita pela função de contorno superficial  $z = \zeta(x)$ . O meio na região  $z > \zeta(x)$  está ocupado pelo vácuo,  $\epsilon_2 = 1$ , enquanto o meio na região  $z < \zeta(x)$  está ocupado por um dielétrico cuja constante dielétrica isotrópica  $\epsilon(\omega)$  é real e dependente da frequência.

Consideremos uma onda eletromagnética p-polarizada incidindo do vácuo para o meio dielétrico, sendo xz o plano de incidência. Para esta polarização, apenas a componente y do campo magnético não é nula, e as componentes do vetor campo elétrico e do vetor campo magnético podem ser escritas como

$$\vec{E}(\vec{x}, t) = (E_x(k\omega|z), 0, E_z(k\omega|z)) e^{ikx - i\omega t} \quad (3.1)$$

$$\vec{H}(\vec{x}, t) = (0, H_y(k\omega | z), 0) e^{ikx - i\omega t}. \quad (3.2)$$

A relação entre o campo magnético e o campo elétrico é obtida através da equação de Maxwell

$$\nabla \times \vec{H}(\vec{x}, t) = -i \frac{\omega}{c} \vec{D}(\vec{x}, t). \quad (3.3)$$

Assim, temos que

$$E_x(k\omega | z) = -i \frac{c}{\omega \epsilon} \frac{\partial}{\partial z} H_y(k\omega | z) \quad (3.4a)$$

$$E_z(k\omega | z) = i \frac{c}{\omega \epsilon} \frac{\partial}{\partial x} H_y(k\omega | z). \quad (3.4b)$$

Usando as equações de Maxwell, (2.3) e (2.4), podemos mostrar que a componente do campo magnético  $H_y(k\omega | z)$  satisfaz as equações de onda,

$$\left( -k^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{\omega^2}{c^2} \right) H_y(k\omega | z) = 0, \quad z > \zeta(x) \quad (3.5a)$$

$$\left( -k^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \epsilon(\omega) \frac{\omega^2}{c^2} \right) H_y(k\omega | z) = 0, \quad z < \zeta(x). \quad (3.5b)$$

As soluções das equações (3.5) fora da região  $\zeta_{\min} < z < \zeta_{\max}$ . (selvedge region), são dadas por

$$z > \zeta(x)_{\max.} : H_y(k\omega | z) = B_1 e^{i(k_0 x - \alpha_2(k_0 \omega)z)} + \sum_{n=-\infty}^{+\infty} B_n(k\omega) e^{ik_n x + i\alpha_2(k_n \omega)z} \quad (3.6a)$$

$$z < \zeta(x)_{\min.} : H_y(k\omega | z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_n(k\omega) e^{ik_n x - i\alpha_1(k_n \omega)z} \quad (3.6b)$$

Na equação (3.6a) o primeiro termo do lado direito é o campo incidente, e o segundo termo o campo refletido. Na equação (3.6b)  $C_n(k\omega)$  representa as amplitudes do campo transmitido. Nestas equações  $k_n = k_0 + G_n$  onde  $G_n = 2\pi n/a$ ,  $a$  o período da rugosidade e

$$\alpha_1^2(k_n \omega) = \left( \epsilon(\omega) \frac{\omega^2}{c^2} - k_n^2 \right) \quad (3.7a)$$

$$\alpha_2^2(k_n \omega) = \left( \frac{\omega^2}{c^2} - k_n^2 \right), \quad (3.7b)$$

são as constantes de propagação na direção  $\pm z$ .

Substituindo as equações (3.6) nas equações (3.4), encontramos as componentes  $E_x(k\omega | z)$  e  $E_z(k\omega | z)$  do campo elétrico em cada região, dadas por

$$z > \zeta(x)_{\max.} : E_x(k\omega | z) = \frac{c}{\omega \epsilon} \left\{ -\alpha_2(k_0 \omega) B_1 e^{i(k_0 x - \alpha_2(k_0 \omega)z)} + \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \alpha_2(k_n \omega) B_n(k\omega) e^{ik_n x + i\alpha_2(k_n \omega)z} \right\} \quad (3.8a)$$

$$z < \zeta(x)_{\min.} : E_x(k\omega|z) = - \frac{c}{\omega \epsilon} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \alpha_1(k_n \omega) C_n(k\omega) e^{ik_n x - i\alpha_1(k_n \omega) z} \quad (3.8b)$$

e,

$$z > \zeta(x)_{\max.} : E_z(k\omega|z) = - \frac{c}{\omega \epsilon} \{ k_0 B_1 e^{i(k_0 x - \alpha_2(k_0 \omega) z)} +$$

$$+ \sum_{n=-\infty}^{+\infty} k_n B_n(k\omega) e^{ik_n x + i\alpha_2(k_n \omega) z} \} \quad (3.9a)$$

$$z < \zeta(x)_{\min.} : E_z(k\omega|z) = - \frac{c}{\omega \epsilon} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} k_n C_n(k\omega) e^{ik_n x - i\alpha_1(k_n \omega) z} \quad (3.9b)$$

As condições de continuidade na superfície  $z = \zeta(x)$ ,  
são

$$H_y(k\omega|z) \Big|_{z=\zeta(x)^-} = H_y(k\omega|z) \Big|_{z=\zeta(x)^+} \quad (3.10a)$$

$$\frac{1}{\epsilon(\omega)} \frac{\partial}{\partial n} H_y(k\omega|z) \Big|_{z=\zeta(x)^-} = \frac{\partial}{\partial n} H_y(k\omega|z) \Big|_{z=\zeta(x)^+} \quad (3.10b)$$

onde<sup>(4)</sup>

$$\frac{\partial}{\partial n} = |1 + \zeta'(x)^2|^{-1/2} \left( \frac{\partial}{\partial z} - \zeta'(x) \frac{\partial}{\partial x} \right) \quad (3.11)$$

é a derivada normal na superfície  $z = \zeta(x)$ .



Para o caso de uma rugosidade superficial determinística, onde  $\zeta(x)$  é uma função de contorno superficial conhecida e periódica, podemos escrevê-la como

$$\zeta(x) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \zeta_n e^{iG_n x}, \quad (3.12)$$

com  $G_n = 2\pi n/a$ . No caso de  $\zeta(x)$  ser uma função de contorno superficial arbitrária, a soma discreta em (3.12) é substituída por uma integral de Fourier.

Considerando uma superfície não periódica, utilizamos a variável quase-contínua  $k' = k_0 + G$  em lugar da variável  $k_n = k_0 + G_n$  nas equações (3.6), e obtemos

$$z > \zeta(x)_{\max.} : H_y(k|\omega|z) = B_1 e^{i(k_0 x - \alpha_2(k_0 \omega)z)} + \sum_{k'} B(k'\omega) e^{ik'x + i\alpha_2(k'\omega)z} \quad (3.6'a)$$

$$z < \zeta(x)_{\min.} : H_y(k|\omega|z) = \sum_{k'} C(k'\omega) e^{ik'x - i\alpha_1(k'\omega)z} \quad (3.6'b)$$

com

$$\alpha_1^2(k'\omega) = \left( \epsilon(\omega) \frac{\omega^2}{c^2} - k'^2 \right) \quad (3.7'a)$$

$$\alpha_2^2(k'\omega) = \left( \frac{\omega^2}{c^2} - k'^2 \right) \quad (3.7'b)$$

Os coeficientes  $\{ B(k'\omega) \}$  e  $\{ C(k'\omega) \}$  das soluções (3.6') são determinados usando-se o método de Rayleigh, isto é, considerando que estas soluções, que são exatas fora da região  $\zeta_{\min.} < z < \zeta_{\max.}$  (selvedge region), podem ser prolongadas até a superfície  $z = \zeta(x)$ . Então, substituindo as equações (3.6') nas condições de contorno (3.10), obtemos

$$\sum_{k'=-\infty}^{+\infty} e^{ik'x} \{ -e^{i\alpha_2(k'\omega)\zeta(x)} B(k'\omega) + e^{-\alpha_1(k'\omega)\zeta(x)} C(k'\omega) \} =$$

$$= e^{ik_0x} e^{-i\alpha_2(k_0\omega)\zeta(x)} B_i \quad (3.13a)$$

$$\sum_{k'} e^{ik'x} \{ (\alpha_2(k'\omega) - k' \frac{d}{dx} \zeta(x)) e^{+i\alpha_2(k'\omega)\zeta(x)} B(k'\omega) +$$

$$+ \frac{1}{\epsilon(\omega)} (\alpha_1(k'\omega) + k' \frac{d}{dx} \zeta(x)) e^{-i\alpha_1(k'\omega)\zeta(x)} C(k'\omega) \} =$$

$$= e^{ik_0x} \{ (\alpha_2(k_0\omega) + k_0 \frac{d}{dx} \zeta(x)) e^{-i\alpha_2(k_0\omega)\zeta(x)} B_i \},$$

$$(3.13b)$$

onde a soma em  $k'$  reduz-se à soma em  $k_n = k_0 + G_n$  para uma superfície periódica. Tomando a transformada de Fourier em ambos os lados das equações (3.13), e usando a definição

$$(e^{+i\alpha_1(k'\omega)\zeta(x)})_{k-k'} = \frac{1}{a} \int_{-a/2}^{+a/2} dx e^{+i\alpha_1(k'\omega)\zeta(x)} e^{-i(k-k')x}, \quad (3.14)$$

obtemos as equações de Rayleigh-Fano:

$$\begin{aligned} \sum_{k'} \{ -(e^{+i\alpha_2(k'\omega)\zeta(x)})_{k-k'} B(k'\omega) + (e^{-i\alpha_1(k'\omega)\zeta(x)})_{k-k'} C(k'\omega) \} = \\ = (e^{-i\alpha_2(k_0\omega)\zeta(x)})_{k-k_0} B_i, \end{aligned} \quad (3.15a)$$

$$\begin{aligned} \sum_{k'} \{ \frac{1}{\alpha_2(k'\omega)} \left( \frac{\omega^2}{c^2} - k'k \right) (e^{+i\alpha_2(k'\omega)\zeta(x)})_{k-k'} B(k'\omega) + \\ + \frac{1}{\varepsilon(\omega)\alpha_1(k'\omega)} \left( \varepsilon(\omega) \frac{\omega^2}{c^2} - k'k \right) (e^{-i\alpha_1(k'\omega)\zeta(x)})_{k-k'} C(k'\omega) \} = \\ = \frac{1}{\alpha_2(k_0\omega)} \left( \frac{\omega^2}{c^2} - k_0k \right) (e^{-i\alpha_2(k_0\omega)\zeta(x)})_{k-k_0} B_i \end{aligned} \quad (3.15b)$$

As equações (3.15) são conhecidas como as equações com pletas de Rayleigh, e nos dão resultados satisfatórios quando consideramos pequenas rugosidades.

Para superfícies muito rugosas o método de Rayleigh apresenta resultados não convergentes. Uma vez que o método de

Rayleigh é equivalente ao do teorema da extinção, conforme mostrado por Toigo et al.<sup>(4)</sup>, a não convergência das equações (3.15) deve-se apenas ao fato de não termos escolhido uma base conveniente em (3.6).

Das equações completas de Rayleigh (3.15), podemos obter equações mais simples para os coeficientes  $\{B(k'\omega)\}$  e  $\{C(k'\omega)\}$ , separadamente<sup>(6)</sup>. As equações resultantes são chamadas equações "reduzidas" de Rayleigh. Estas equações são mais convenientes para cálculos numéricos do que (3.15), quando consideramos o limite de pequenas rugosidades, pois apenas neste caso é que as equações "reduzidas" de Rayleigh dão resultados convergentes.

Multiplicando (3.13a) por  $(\alpha_1(k\omega) - k \frac{d\zeta(x)}{dx}) x \exp(-i\alpha_1(k\omega)\zeta(x) - ikx)$  e (3.13b) por  $-\varepsilon(\omega)\exp(-i\alpha_1(k\omega)\zeta(x) - ikx)$ , somando os termos correspondentes e integrando em  $x$  no intervalo  $[-\frac{a}{2}, +\frac{a}{2}]$ , obtemos

$$\sum_{k'} \left\{ \frac{1}{a} \int_{-a/2}^{+a/2} dx \left[ -(\alpha_1(k\omega) + \varepsilon(\omega)\alpha_2(k'\omega)) + (k + \varepsilon(\omega)k') \frac{d\zeta(x)}{dx} \right] x \right. \\ \times e^{-i(\alpha_1(k\omega) - \alpha_2(k'\omega))\zeta(x)} e^{-i(k-k')x} B(k'\omega) + \\ \left. + \frac{1}{a} \int_{-a/2}^{+a/2} dx \left[ (\alpha_1(k\omega) - \alpha_1(k'\omega)) - (k + k') \frac{d\zeta(x)}{dx} \right] x \right. \\ \times e^{-i(\alpha_1(k\omega) + \alpha_1(k'\omega))\zeta(x)} e^{-i(k-k')x} C(k'\omega) \left. \right\} = \\ = \frac{1}{a} \int_{-a/2}^{+a/2} dx \left[ (\alpha_1(k\omega) - \varepsilon(\omega)\alpha_2(k_0\omega)) - (k + \varepsilon(\omega)k_0) \frac{d\zeta(x)}{dx} \right] x \\ \times e^{-i(\alpha_1(k\omega) + \alpha_2(k_0\omega))\zeta(x)} e^{-i(k-k_0)x} B_i. \quad (3.16)$$

Integrando-se por partes o termo que contém  $d\zeta(x)/dx$ , e usando a definição (3.7'), obtem-se a anulação da segunda integral. A primeira e a terceira integrais são simplificadas integrando-se por partes o termo contendo  $d\zeta(x)/dx$  e usando-se a definição (3.7'). Obtemos assim, que a amplitude refletida  $B(k'\omega)$  é dada por,

$$\sum_{k'} \left\{ \left( \frac{\alpha_1(k\omega)\alpha_2(k'\omega) + kk'}{\alpha_1(k\omega) - \alpha_2(k'\omega)} \right) (e^{-i(\alpha_1(k\omega) - \alpha_2(k'\omega))\zeta(x)}) \right\}_{k=k'} B(k'\omega) =$$

$$= \left( \frac{\alpha_1(k\omega)\alpha_2(k_0\omega) - kk_0}{\alpha_1(k\omega) + \alpha_2(k_0\omega)} \right) (e^{-i(\alpha_1(k\omega) + \alpha_2(k_0\omega))\zeta(x)})_{k=k_0} B_i.$$

(3.17)

De maneira idêntica, podemos obter uma equação para o coeficiente  $\{C(k'\omega)\}$  multiplicando (3.13a) por  $(\alpha_2(k\omega) + k d\zeta(x)/dx) \exp(+i\alpha_2(k\omega)\zeta(x) - ikx)$  e (3.13b) por  $\exp(+i\alpha_2(k\omega)\zeta(x) - ikx)$ . Somando as equações resultantes, e integrando em  $x$  no intervalo  $[-\frac{a}{2}, +\frac{a}{2}]$ , temos

$$\begin{aligned}
& \sum_{k'} \left\{ \frac{1}{a} \int_{-a/2}^{+a/2} dx \left| (-\alpha_2(k\omega) + \alpha_2(k'\omega)) - (k+k') \frac{d\zeta(x)}{dx} \right| x \right. \\
& x e^{+i(\alpha_2(k\omega) + \alpha_2(k'\omega))\zeta(x)} e^{-i(k-k')x} B(k'\omega) + \\
& + \frac{1}{a} \int_{-a/2}^{+a/2} dx \left| (\alpha_2(k\omega) + \frac{1}{\epsilon(\omega)} \alpha_1(k'\omega)) + (k + \frac{1}{\epsilon(\omega)} k') \frac{d\zeta(x)}{dx} \right| x \\
& x e^{+i(\alpha_2(k\omega) - \alpha_1(k'\omega))\zeta(x)} e^{-i(k-k')x} C(k'\omega) \Big\} = \\
& = \frac{1}{a} \int_{-a/2}^{+a/2} dx \left| (\alpha_2(k\omega) + \alpha_2(k_0\omega)) + (k+k_0) \frac{d\zeta(x)}{dx} \right| x \\
& x e^{+i(\alpha_2(k\omega) - \alpha_2(k_0\omega))\zeta(x)} e^{-i(k-k_0)x} B_i. \quad (3.18)
\end{aligned}$$

Fazendo uma integração por partes no termo contendo  $d\zeta(x)/dx$  e usando (3.7'), a primeira integral anula-se e a segunda é simplificada. Na terceira integral, considerando  $k = k_0$  e  $\alpha_2(k\omega) = \alpha_2(k_0\omega)$  e tratando estes termos separadamente<sup>(4)</sup>, obtemos

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{a} \int_{-a/2}^{+a/2} dx \left| (\alpha_2(k\omega) + \alpha_2(k_0\omega)) + (k+k_0) \frac{d\zeta(x)}{dx} \right| x \\
& x e^{+i(\alpha_2(k\omega) - \alpha_2(k_0\omega))\zeta(x)} e^{-i(k-k_0)x} B_i = \\
& = 2\alpha_2(k_0\omega) \delta_{kk_0} B_i. \quad (3.19)
\end{aligned}$$



A amplitude transmitida  $C(k'\omega)$  será dada por,

$$\sum_{k'} \left\{ \left( \frac{1 - \varepsilon(\omega)}{\varepsilon(\omega)} \right) \left( \frac{\alpha_2(k\omega)\alpha_1(k'\omega) + kk'}{\alpha_2(k\omega) - \alpha_1(k'\omega)} \right) (e^{+i(\alpha_2(k\omega) - \alpha_1(k'\omega))\zeta(x)}) \right\}_{k-k'} \times C(k'\omega) = 2\alpha_2(k_0\omega)\delta_{kk_0} B_i. \quad (3.20)$$

As equações (3.17) e (3.20) são as equações "reduzidas" de Rayleigh.

As equações completas de Rayleigh, (3.13), e as equações reduzidas, (3.17) e (3.20), dão resultados satisfatórios quando são consideradas superfícies com rugosidades pequenas. A forma simples das equações (3.17) e (3.20) facilita a obtenção de resultados numéricos, embora obtenham-se resultados convergentes somente para rugosidades menores que as consideradas em (3.13) <sup>(3)</sup>.

Se considerarmos, nas equações (3.13), o campo incidente como sendo nulo, isto é,  $B_i = 0$ , obteremos duas equações homogêneas para  $\{B(k'\omega)\}$  e  $\{C(k'\omega)\}$ . Considerando ainda que a superfície tenha um perfil periódico, a variável quase-contínua  $k' = k_0 + G$  será substituída por  $k_n = k_0 + G_n$ . Então,

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left\{ -(e^{+i\alpha_2(k_n\omega)\zeta(x)})_{k_r - k_n} B_n(k\omega) + (e^{-i\alpha_1(k_n\omega)\zeta(x)})_{k_r - k_n} C_n(k\omega) \right\} = 0 \quad (3.21)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left\{ \frac{1}{\alpha_2(k_n\omega)} \left( \frac{\omega^2}{c^2} - k_n k_r \right) (e^{-i\alpha_2(k_n\omega)\zeta(x)})_{k_r - k_n} B_n(k\omega) + \frac{1}{\varepsilon(\omega)\alpha_1(k_n\omega)} \left( \varepsilon(\omega) \frac{\omega^2}{c^2} - k_n k_r \right) (e^{-i\alpha_1(k_n\omega)\zeta(x)})_{k_r - k_n} C_n(k\omega) \right\} = 0. \quad (3.22)$$

Com a solução não trivial das equações (3.21) e (3.22), obteremos a relação de dispersão  $\omega(k)$  para os polaritons superficiais, através dos zeros do determinante de dimensão finita dos coeficientes  $\{B_n(k\omega)\}$  e  $\{C_n(k\omega)\}$ . De forma mais simples isto pode ser feito com as equações (3.17) e (3.20), tal que

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left\{ \left( \frac{\alpha_1(k_r\omega)\alpha_2(k_n\omega) + k_r k_n}{\alpha_1(k_r\omega) - \alpha_2(k_n\omega)} \right) (e^{-i(\alpha_1(k_r\omega) - \alpha_2(k_n\omega))\zeta(x)}) \right\}_{k_r - k_n} B_n(k\omega) = 0 \quad (3.23)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left\{ \left( \frac{1 - \epsilon(\omega)}{\epsilon(\omega)} \right) \left( \frac{\alpha_2(k_r\omega)\alpha_1(k_n\omega) + k_r k_n}{\alpha_2(k_r\omega) - \alpha_1(k_n\omega)} \right) (e^{+i(\alpha_2(k_r\omega) - \alpha_1(k_n\omega))\zeta(x)}) \right\}_{k_r - k_n} C_n(k\omega) = 0 \quad (3.24)$$

As equações (3.23) e (3.24) foram obtidas considerando-se o retardamento, ou seja, a velocidade da luz como sendo finita. Se não levarmos em conta o efeito de retardamento, onde a velocidade da luz é considerada infinita, obteremos a relação de dispersão dos plásmos superficiais.

Em um meio semi-infinito com interface plana, a relação de dispersão dos polaritons (Fig. 2) e dos plásmos apresenta apenas um ramo. Se a interface tem perfil periódico, como estamos considerando, a relação de dispersão dos polaritons<sup>(16)</sup> e dos plásmos<sup>(6)</sup> divide-se em um número infinito de ramos, quando são usadas as equações "reduzidas" de Rayleigh.

A ortogonalização e o método variacional<sup>(2),(17)</sup> — de



extensão um tanto menor — são combinações que resultam num conjunto de equações convergentes. Estes métodos não têm aplicabilidade satisfatória no caso de permitividade finita.

## CAPÍTULO IV

### CÁLCULO DOS COEFICIENTES DE REFLEXÃO E TRANSMISSÃO EM FILME COM PERFIL PERIÓDICO

Neste capítulo nosso objetivo é estudar o espalhamento de luz em filmes metálicos com perfil periódico, e para isto utilizamos o método de Rayleigh.

Consideremos um sistema composto de três regiões, cujos contornos são dados por duas interfaces: uma delas plana,  $z = d$ , e a outra com perfil periódico senoidal (grating) estacionário  $z = \zeta(x)$ , de período "a" (Fig. 5). A escolha de uma superfície com este perfil permite a obtenção de resultados exatos, além de simular os efeitos de uma superfície rugosa com perfil aleatório. Através do cálculo dos coeficientes de reflexão e transmissão neste sistema, podemos analisar as excitações superficiais. As regiões  $z > d$  e  $z < \zeta(x)$  estão ocupadas por dielétricos caracterizados por constantes dielétricas isotrópicas reais, independentes da frequência  $\epsilon_1$  e  $\epsilon_2$ , respectivamente, enquanto que a região  $\zeta(x) < z < d$  está ocupada pelo filme metálico de constante dielétrica complexa  $\epsilon(\omega)$  dependente da frequência.

A luz incidente na região  $z > d$  é p-polarizada e o campo elétrico está no plano-xz.

Para esta polarização as componentes do vetor campo elétrico e do vetor campo magnético são expressas por

$$\vec{E}(x,t) = (E_x(k\omega|z), 0, E_z(k\omega|z)) e^{ikx - i\omega t} \quad (4.1)$$

$$\vec{H}(\vec{x}, t) = (0, H_y(k\omega|z), 0)e^{ikx - i\omega t}. \quad (4.2)$$

Com as equações de Maxwell (2.3) e (2.4) temos que a componente não nula do vetor campo magnético satisfaz as equações de onda dadas por,

$$\left( -k^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \epsilon_1 - \frac{\omega^2}{c^2} \right) H_y(k\omega|z) = 0, \quad z > d \quad (4.3a)$$

$$\left( -k^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \epsilon(\omega) - \frac{\omega^2}{c^2} \right) H_y(k\omega|z) = 0, \quad \zeta_{\max.} < z < d \quad (4.3b)$$

$$\left( -k^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \epsilon_2 - \frac{\omega^2}{c^2} \right) H_y(k\omega|z) = 0, \quad z < \zeta_{\min.} \quad (4.3c)$$

A solução da equação (4.3a) é

$$z > d: H_y(k\omega|z) = e^{ik_0 x - i\alpha_1(k_0 \omega)z} + \sum_{n=-\infty}^{+\infty} R_n(k\omega) e^{ik_n x + i\alpha_1(k_n \omega)z} \quad (4.4)$$

onde

$$k_n = k_0 + \frac{2\pi}{a} n, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (4.5)$$

$$\alpha_1(k_n \omega) = \left( \epsilon_1 \frac{\omega^2}{c^2} - k_n^2 \right)^{1/2}, \quad k_n^2 < \epsilon_1 \frac{\omega^2}{c^2} \quad (4.6a)$$

$$= i \left( k_n^2 - \epsilon_1 \frac{\omega^2}{c^2} \right)^{1/2}, \quad k_n^2 > \epsilon_1 \frac{\omega^2}{c^2} \quad (4.6b)$$

e  $k_0$  é a componente  $x$  do vetor de onda da luz incidente, dado por  $k_0 = \sqrt{\epsilon_1} \frac{\omega}{c} \sin \theta$ . Na equação (4.4) o primeiro termo do lado direito é o campo incidente cuja amplitude estamos considerando igual à unidade, e o segundo termo é o campo refletido. Dependendo da relação entre  $\epsilon_1 \omega^2 / c^2$  e  $k_n^2$  na equação (4.6),  $\alpha_1(k_n \omega)$  pode ser real ou imaginário de forma que a componente do campo pode irradiar ou propagar-se localizada na superfície.

As soluções das equações (4.3b) e (4.3c) fora da região  $\zeta_{\min.} < z < \zeta_{\max.}$ , são

$$\zeta_{\max.} < z < d: H_y(k\omega|z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{ik_n x} \{ A_n(k\omega) e^{-i\alpha(k_n \omega)z} + B_n(k\omega) e^{+i\alpha(k_n \omega)z} \} \quad (4.7)$$

$$z < \zeta_{\min.}: H_y(k\omega|z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} T_n(k\omega) e^{ik_n x - i\alpha_2(k_n \omega)z} \quad (4.8)$$

onde

$$\alpha(k_n \omega) = \left( \epsilon(\omega) \frac{\omega^2}{c^2} - k_n^2 \right)^{1/2} \quad \text{Re} \alpha(k_n \omega) > 0 \quad (4.9a)$$

$$\text{Im} \alpha(k_n \omega) > 0$$

$$\alpha_2(k_n \omega) = (\epsilon_2 \frac{\omega^2}{c^2} - k_n^2)^{1/2}, \quad k_n^2 < \epsilon_2 \frac{\omega^2}{c^2} \quad (4.9b)$$

$$= i(k_n^2 - \epsilon_2 \frac{\omega^2}{c^2})^{1/2}, \quad k_n^2 > \epsilon_2 \frac{\omega^2}{c^2} \quad (4.9c)$$

Optamos por trabalhar com a componente  $y$  do campo magnético porque tratamos apenas com uma equação escalar em cada região.

As componentes do vetor campo elétrico podem ser obtidas da equação de Maxwell,

$$\nabla \times \vec{H}(\vec{x}, t) = -i \frac{\omega}{c} \vec{D}(\vec{x}, t), \quad (4.10)$$

ou seja,

$$E_x(k\omega|z) = -i \frac{c}{\omega\epsilon} \frac{\partial}{\partial z} H_y(k\omega|z) \quad (4.11a)$$

$$E_z(k\omega|z) = i \frac{c}{\omega\epsilon} \frac{\partial}{\partial x} H_y(k\omega|z). \quad (4.11b)$$

Assim, substituindo as equações (4.4), (4.7) e (4.8) em (4.11), teremos

$$z > d: E_x(k\omega|z) = \frac{c}{\omega\epsilon_1} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \alpha_1(k_n \omega) e^{ik_n x} \{-\delta_{n0} e^{-i\alpha_1(k_0 \omega)z} + R_n(k\omega) e^{+i\alpha_1(k_n \omega)z}\} \quad (4.12a)$$

$$\zeta_{\max.} < z < d: E_x(k\omega|z) = \frac{c}{\omega\epsilon(\omega)} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \alpha(k_n\omega) e^{ik_n x} \{-A_n(k\omega) e^{-i\alpha(k_n\omega)z} + B_n(k\omega) e^{+i\alpha(k_n\omega)z}\} \quad (4.12b)$$

$$z < \zeta_{\min}: E_x(k\omega|z) = -\frac{c}{\omega\epsilon_2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \alpha_2(k_n\omega) T_n(k\omega) e^{ik_n x - i\alpha_2(k_n\omega)z} \quad (4.12c)$$

$$z > d: E_z(k\omega|z) = -\frac{c}{\omega\epsilon_1} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} k_n e^{+ik_n x} \{\delta_{n0} e^{-i\alpha_1(k_0\omega)z} + R_n(k\omega) e^{+i\alpha_1(k_n\omega)z}\} \quad (4.13a)$$

$$\zeta_{\max.} < z < d: E_z(k\omega|z) = -\frac{c}{\omega\epsilon(\omega)} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} k_n e^{+ik_n x} \{A_n(k\omega) e^{-i\alpha(k_n\omega)z} + B_n(k\omega) e^{+i\alpha(k_n\omega)z}\} \quad (4.13b)$$

$$z < \zeta_{\min}: E_z(k\omega|z) = -\frac{c}{\omega\epsilon_2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} k_n T_n(k\omega) e^{+ik_n x - i\alpha_2(k_n\omega)z} \quad (4.13c)$$

As condições de contorno satisfeitas pela componente do campo magnético na superfície plana,  $z = d$ , e na superfície com grating,  $z = \zeta(x)$ , seguem da continuidade da componente tangencial do campo magnético, e da componente normal do campo elétrico através destas superfícies, ou seja,

$$H_y(k\omega|z) \Big|_{z=d^-} = H_y(k\omega|z) \Big|_{z=d^+} \quad (4.14a)$$

$$\frac{1}{\epsilon(\omega)} \frac{\partial}{\partial z} H_y(k\omega|z) \Big|_{z=d^-} = \frac{1}{\epsilon_1} \frac{\partial}{\partial z} H_y(k\omega|z) \Big|_{z=d^+} \quad (4.14b)$$

e

$$H_y(k\omega|z) \Big|_{z=\zeta(x)^+} = H_y(k\omega|z) \Big|_{z=\zeta(x)^-} \quad (4.15a)$$

$$\frac{1}{\epsilon(\omega)} \frac{\partial}{\partial n} H_y(k\omega|z) \Big|_{z=\zeta(x)^+} = \frac{1}{\epsilon_2} \frac{\partial}{\partial n} H_y(k\omega|z) \Big|_{z=\zeta(x)^-} \quad (4.15b)$$

onde

$$\frac{\partial}{\partial n} = |1 + \zeta'(x)^2|^{-1/2} \left( -\zeta'(x) \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} \right) \quad (4.16)$$

é a derivada ao longo do vetor unitário normal à superfície e dirigida para fora dela.

As equações (4.4), (4.7) e (4.8) dão a componente

$H_y(k\omega, z)$  do campo magnético em cada uma das regiões. No entanto, como estamos tratando de um problema de espalhamento, nos interessam apenas os campos eletromagnéticos nos dielétricos contornando o filme metálico ( $z > d$  e  $z < \zeta(x)$ ). Portanto, é conveniente eliminarmos o campo no filme e trabalharmos apenas com os campos nos dois meios dielétricos. Isto pode ser feito aplicando-se o método de Rayleigh. Deste modo, o campo no filme metálico entra no problema indiretamente, isto é, através das condições de contorno.

Substituindo as equações (4.4) e (4.7) nas condições de contorno (4.14), obtemos

$$\begin{aligned} e^{-i\alpha(k_n\omega)d} A_n(k\omega) + e^{+i\alpha(k_n\omega)d} B_n(k\omega) = \\ = \delta_{n0} e^{-i\alpha_1(k_0\omega)d} + e^{+i\alpha_1(k_n\omega)d} R_n(k\omega) \end{aligned} \quad (4.17a)$$

e

$$\begin{aligned} -e^{-i\alpha(k_n\omega)d} A_n(k\omega) + e^{+i\alpha(k_n\omega)d} B_n(k\omega) = \\ = \frac{\epsilon(\omega)\alpha_1(k_n\omega)}{\epsilon_1\alpha(k_n\omega)} \left[ -\delta_{n0} e^{-i\alpha_1(k_0\omega)d} + e^{+i\alpha_1(k_n\omega)d} R_n(k\omega) \right]. \end{aligned} \quad (4.17b)$$

Considerando que as equações (4.7) e (4.8) que são válidas fora da região  $\zeta_{\min.} < z < \zeta_{\max.}$  sejam prolongadas através da



superfície — método de Rayleigh —, e substituindo-as nas condições de contorno (4.15), temos

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{ik_n x} \{ e^{-i\alpha(k_n \omega) \zeta(x)} A_n(k\omega) + e^{+i\alpha(k_n \omega) \zeta(x)} B_n(k\omega) \} =$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{ik_n x - i\alpha_2(k_n \omega) \zeta(x)} T_n(k\omega) \quad (4.18a)$$

e

$$\frac{1}{\epsilon(\omega)} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{ik_n x} \{ -(\alpha(k_n \omega) + k_n \zeta'(x)) e^{-i\alpha(k_n \omega) \zeta(x)} A_n(k\omega) +$$

$$(\alpha(k_n \omega) - k_n \zeta'(x)) e^{+i\alpha(k_n \omega) \zeta(x)} B_n(k\omega) \} =$$

$$= \frac{1}{\epsilon_2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{ik_n x} \{ -(\alpha_2(k_n \omega) + k_n \zeta'(x)) e^{-i\alpha_2(k_n \omega) \zeta(x)} T_n(k\omega) \}.$$

$$(4.18b)$$

Substituindo nas equações (4.18) os coeficientes  $\{A_n(k\omega)\}$  e  $\{B_n(k\omega)\}$  obtidos através das equações (4.17), e usando as seguintes expansões,

$$e^{i\alpha \zeta(x)} = \sum_{p=-\infty}^{+\infty} X_p(\alpha) e^{+i \frac{2\pi p}{a} x} \quad (4.19)$$

$$\zeta'(x) e^{i\alpha\zeta(x)} = \sum_{p=-\infty}^{+\infty} \frac{2\pi p/a}{\alpha} \chi_p(\alpha) e^{i \frac{2\pi p}{a} x} \quad (4.20)$$

com

$$\chi_p(\alpha) = \frac{1}{a} \int_{-a/2}^{+a/2} dx e^{+i\alpha\zeta(x)} e^{-i \frac{2\pi p}{a} x}, \quad (4.21)$$

obtivemos duas equações acopladas para as amplitudes dos campos refletido e transmitido,

$$\begin{aligned} & \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left\{ \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\epsilon(\omega)\alpha_1(k_0\omega)}{\epsilon_1\alpha(k_n\omega)} \right) \chi_{m-n}(-\alpha(k_n\omega)) e^{+i\alpha(k_n\omega)d} \right. \\ & + \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\epsilon(\omega)\alpha_1(k_n\omega)}{\epsilon_1\alpha(k_n\omega)} \right) \chi_{m-n}(\alpha(k_n\omega)) e^{-i\alpha(k_n\omega)d} \left| e^{+i\alpha_1(k_n\omega)d} R_n(k\omega) - \right. \\ & \left. - \chi_{m-n}(-\alpha_2(k_n\omega)) T_n(k\omega) \right\} = \\ & = \left\{ - \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\epsilon(\omega)\alpha_1(k\omega)}{\epsilon_1\alpha(k\omega)} \right) \chi_m(-\alpha(k\omega)) e^{+i\alpha(k\omega)d} \right. \\ & \left. - \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\epsilon(\omega)\alpha_1(k\omega)}{\epsilon_1\alpha(k\omega)} \right) \chi_m(\alpha(k\omega)) e^{-i\alpha(k\omega)d} \right| \times e^{-i\alpha_1(k\omega)d}, m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \end{aligned} \quad (4.22a)$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left\{ \frac{1}{2} \left( \frac{k_m k_n - \epsilon(\omega) \omega^2 / c^2}{\epsilon(\omega) \alpha(k_n \omega)} \right) \left| \left( 1 - \frac{\epsilon(\omega) \alpha_1(k_n \omega)}{\epsilon_1 \alpha(k_n \omega)} \right) X_{m-n}(-\alpha(k_n \omega)) \times \right. \right. \\
& \quad \left. \left. \times e^{+i\alpha(k_n \omega) d} - \left( 1 + \frac{\epsilon(\omega) \alpha_1(k_n \omega)}{\epsilon_1 \alpha(k_n \omega)} \right) X_{m-n}(\alpha(k_n \omega)) e^{-i\alpha(k_n \omega) d} \right| e^{+i\alpha_1(k_n \omega) d} R_n(k\omega) - \right. \\
& \quad \left. - \left( \frac{k_m k_n - \epsilon_2 \omega^2 / c^2}{\epsilon_2 \alpha_2(k_n \omega)} \right) X_{m-n}(-\alpha_2(k_n \omega)) T_n(k\omega) \right\} = - \frac{1}{2} \left( \frac{k_m k - \epsilon(\omega) \omega^2 / c^2}{\epsilon(\omega) \alpha(k\omega)} \right) \times \\
& \quad \times \left| \left( 1 + \frac{\epsilon(\omega) \alpha_1(k\omega)}{\epsilon_1 \alpha(k\omega)} \right) X_m(-\alpha(k\omega)) e^{+i\alpha(k\omega) d} - \left( 1 - \frac{\epsilon(\omega) \alpha_1(k\omega)}{\epsilon_1 \alpha(k\omega)} \right) X_m(\alpha(k\omega)) \right. \\
& \quad \left. \times e^{-i\alpha(k\omega) d} \right| e^{-i\alpha_1(k\omega) d}, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (4.22b)
\end{aligned}$$

As amplitudes dos campos refletido e transmitido,  $R_n(k\omega)$  e  $T_n(k\omega)$ , das equações (4.22) podem ser obtidas numericamente considerando um número finito de termos, e então aumentando-se este número até obter-se a convergência.

As soluções de (4.22) podem ser obtidas por perturbação. Para isto expandimos os coeficientes de reflexão e transmissão em função de  $\zeta(x)$ , ou seja,

$$R_m(k\omega) = R_m^{(0)}(k\omega) + R_m^{(1)}(k\omega) + \dots \quad (4.23a)$$

e

$$T_m(k\omega) = T_m^{(0)}(k\omega) + T_m^{(1)}(k\omega) + \dots, \quad (4.23b)$$

onde o índice superior corresponde à ordem da expansão. No Apêndice A estes coeficientes são obtidos até à primeira ordem.

Os coeficientes de reflexão e transmissão são obtidos através do cálculo do vetor de Poynting, tomado em média sobre o tempo,

$$\langle \vec{S} \rangle = \text{Re} \left( \frac{c}{4\pi} \right) \frac{1}{2} (\vec{E} \times \vec{H}^*). \quad (4.24)$$

Para o campo incidente temos, usando as equações (4.4), (4.12a) e (4.13a),

$$\langle \vec{S} \rangle_{\text{inc.}} = \frac{c^2}{8\pi\omega\epsilon_1} (\vec{x}_0 k_0 - \vec{z}_0 \alpha_1(k_0\omega)) \quad , \quad (4.25a)$$

onde  $\vec{x}_0$  e  $\vec{z}_0$  são vetores unitários.

Considerando que apenas um modo irradia (modo  $n$ ) e usando as equações (4.4), (4.8), (4.12a,c) e (4.13a,c), temos que a componente  $z$  do vetor de Poynting para os campos refletido e transmitido, respectivamente, é dado por

$$\langle \vec{S} \rangle_{\text{refl.}} = \frac{c^2}{8\pi\omega\epsilon_1} |R_n(k\omega)|^2 (\vec{x}_0 k_n - \vec{z}_0 \alpha_1(k_n\omega)). \quad (4.25b)$$

e

$$\langle \vec{S} \rangle_{\text{trans.}} = \frac{c^2}{8\pi\omega\epsilon_2} |T_n(k\omega)|^2 (\vec{x}_0 k_n - \vec{z}_0 \alpha_2(k_n\omega)). \quad (4.25c)$$

A refletividade, definida como a razão do fluxo de energia da onda refletida pelo fluxo incidente, é dada por

$$R_n(k\omega) = |R_n(k\omega)|^2 \quad (4.26)$$

De maneira semelhante, temos que a transmissividade, definida como a razão do fluxo de energia da onda transmitida pelo fluxo incidente é

$$T_n(k\omega) = |T_n(k\omega)|^2 \quad (4.27)$$

onde  $R_n(k\omega)$  e  $T_n(k\omega)$  nas equações (4.26) e (4.27) são as amplitudes dos campos refletidos e transmitido.

## CAPÍTULO V

### RESULTADOS E CONCLUSÕES

Apresentamos neste capítulo os resultados numéricos e suas conclusões para os coeficientes de reflexão e transmissão calculados no capítulo anterior, considerando um filme de prata (Fig. 5), com uma grating de período  $a = 4000\text{\AA}$ . A frequência da radiação incidente na interface plana do filme corresponde a  $1.17\text{eV}$ , e a constante dielétrica do filme de prata tem o valor<sup>(11)</sup>

$$\epsilon(\omega) = (0.04 + 7.5i)^2. \quad (5.1)$$

Os dois meios dielétricos contornando este filme têm a mesma constante dielétrica igual a 3.6.

A grating é caracterizada por uma função de contorno senoidal,

$$\zeta(x) = \zeta_0 \cos\left(\frac{2\pi}{a} x\right), \quad (5.2)$$

onde  $\zeta_0$  é a amplitude da grating e "a" o período. Para esta grating, os termos  $X_m(\alpha)$  nas equações (4.21) podem ser escritos como

$$(e^{-i\alpha(k_n\omega)\zeta(x)})_{m-n} = (-i)^{m-n} J_{m-n}(\alpha(k_n\omega)\zeta_0), \quad (5.3)$$

onde  $J_n(x)$  é uma função de Bessel de primeira ordem. Assim, com a função de contorno definida em (5.2), as equações (4.21a) e (4.21b), podem ser escritas como,

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left\{ \left| \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\varepsilon(\omega)\alpha_1(k_0\omega)}{\varepsilon_1\alpha(k_n\omega)} \right) (-1)^{m-n} (i)^{-n} J_{m-n}(\alpha(k_n\omega)\zeta_0) e^{+i\alpha(k_n\omega)d} \right. \right. +$$

$$\left. \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\varepsilon(\omega)\alpha_1(k_n\omega)}{\varepsilon_1\alpha(k_n\omega)} \right) (i)^{-n} J_{m-n}(\alpha(k_n\omega)\zeta_0) e^{-i\alpha(k_n\omega)d} \right|$$

$$\times e^{+i\alpha_1(k_n\omega)d} R_n(k\omega) - (-1)^{m-n} (i)^{-n} J_{m-n}(\alpha_2(k_n\omega)\zeta_0) T_n(k\omega) \} =$$

$$= \left| - \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\varepsilon(\omega)\alpha_1(k\omega)}{\varepsilon_1\alpha(k\omega)} \right) (-1)^m J_m(\alpha(k\omega)\zeta_d) e^{+i\alpha(k\omega)d} \right. -$$

$$\left. - \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\varepsilon(\omega)\alpha_1(k\omega)}{\varepsilon_1\alpha(k\omega)} \right) J_m(\alpha(k\omega)\zeta_0) e^{-i\alpha(k\omega)d} \right| e^{-i\alpha_1(k\omega)d},$$

$$m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (5.4)$$



$$\begin{aligned}
& \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left\{ \frac{1}{2} \left( \frac{k_m k_n - \epsilon(\omega) \omega^2 / c^2}{\epsilon(\omega) \alpha(k_n \omega)} \right) \left| \left( 1 - \frac{\epsilon(\omega) \alpha_1(k_n \omega)}{\epsilon_1 \alpha(k_n \omega)} \right) (-1)^{m-n} (i)^{-n} J_{m-n}(\alpha(k_n \omega) \zeta_0) \right. \right. \\
& \times e^{+i\alpha(k_n \omega) d} - \left. \left( 1 + \frac{\epsilon(\omega) \alpha_1(k_n \omega)}{\epsilon_1 \alpha(k_n \omega)} \right) (i)^{-n} J_{m-n}(\alpha(k_n \omega) \zeta_0) e^{-i\alpha(k_n \omega) d} \right| \times \\
& \times e^{+i\alpha_1(k_n \omega) d} R_n(k\omega) - \left( \frac{k_m k_n - \epsilon_2 \omega^2 / c^2}{\epsilon_2 \alpha_2(k_n \omega)} \right) (-1)^{m-n} (i)^{-n} J_{m-n}(\alpha_2(k_n \omega) \zeta_0) \times \\
& \times T_n(k\omega) \Big\} = - \frac{1}{2} \left( \frac{k_m k - \epsilon(\omega) \omega^2 / c^2}{\epsilon(\omega) \alpha(k\omega)} \right) \times \left| \left( 1 + \frac{\epsilon(\omega) \alpha_1(k\omega)}{\epsilon_1 \alpha(k\omega)} \right) \times \right. \\
& \left. (-1)^m J_m(\alpha(k\omega) \zeta_0) e^{+i\alpha(k\omega) d} - \left( 1 - \frac{\epsilon(\omega) \alpha_1(k\omega)}{\epsilon_1 \alpha(k\omega)} \right) J_m(\alpha(k\omega) \zeta_0) \times \right. \\
& \left. \times e^{-i\alpha(k\omega) d} \right\} e^{-i\alpha_1(k\omega) d}, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (5.5)
\end{aligned}$$

Ou ainda, escrevendo (5.4) e (5.5) em uma forma matricial, temos

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \begin{pmatrix} M_{mn}^{11}(k\omega) & M_{mn}^{12}(k\omega) \\ M_{mn}^{21}(k\omega) & M_{mn}^{22}(k\omega) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_n(k\omega) \\ T_n(k\omega) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C(k\omega) \\ D(k\omega) \end{pmatrix}. \quad (5.6)$$

As amplitudes  $R_n(k\omega)$  e  $T_n(k\omega)$  são obtidas resolvendo-se a equação matricial (5.6) para uma dimensão finita  $M = 4(2N+1)$ , onde  $N$  é um número inteiro igual ou maior que zero, (correspon-



dendo a  $m, n = (-N, \dots, 0, \dots, N)$ , e aumentando-se  $M$  até obter-se uma solução convergente. Como no método das equações "reduzidas" de Rayleigh, as soluções convergem somente para pequenos valores da intensidade da rugosidade  $\zeta_0/a$ . Obtivemos, para valores da intensidade da rugosidade  $\zeta_0/a \lesssim 0.04$ , resultados convergentes para  $M \lesssim 44$ .

Para a periodicidade da grating  $a = 4000\text{\AA}$  e a frequência  $\omega = 1.17\text{eV}$ , apenas  $\alpha_1(k_0\omega)$ , equações (4.6), é real. Assim, somente a componente  $n = 0$ , correspondente aos coeficientes  $|R_0|$  e  $|T_0|$ , irradia. Uma vez que apenas uma componente ( $n=0$ ) irradia, qualquer diminuição nestes coeficientes implica numa transferência de energia da onda incidente para uma onda localizada na superfície, ou seja, a excitação de um polariton superficial.

O primeiro ponto a observar é que a componente  $x$  do vetor de onda incidente está situada na região  $\omega > c|k|$ , e a curva de dispersão de polaritons está na região  $\omega < c|k|$  (Fig. 6). Deste modo, não é possível o acoplamento entre a luz incidente e um polariton, numa superfície plana. Para ocorrer este acoplamento, é necessário que a simetria translacional, no plano  $xy$ , seja quebrada. Isto é obtido quando colocamos uma grating neste plano. Assim, a excitação de um polariton superficial só ocorre quando a componente  $x$  do vetor de onda incidente acopla-se a um vetor da rede recíproca  $2\pi n/a$  ( $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ), de modo que  $k_n \approx k_x \pm 2\pi n/a \approx |k_{p0}|(\omega)$ .

Fixando a periodicidade  $a = 4000\text{\AA}$  e a frequência  $\omega = 1.17\text{eV}$ , observamos que as excitações ocorrem com  $n = -1$  (Fig. 6). Esta observação é feita através do aumento na intensidade das amplitudes  $|R_{-1}|^2$  e  $|T_{-1}|^2$  da onda eletromagnética localiza-

da na superfície, e através de uma diminuição considerável nas amplitudes  $R_0$  e  $T_0$  da onda eletromagnética irradiada.

Para "a" e " $\omega$ " fixos, temos que a relação

$k_{-1} \cong k_x - \frac{2\pi}{a} \cong |k_{\text{pol}}(\omega)| -$  onde  $k_{\text{pol}}(\omega)$  é a parte real do vetor de onda do polariton superficial —, depende apenas do ângulo  $\theta$  através da componente  $k_x = \sqrt{\epsilon_1} \frac{\omega}{c} \sin\theta$  do vetor de onda incidente. Apresentamos a seguir o coeficiente de reflexão  $|R_0|^2$ , a soma  $(|R_0|^2 + |T_0|^2)$ , a amplitude da onda localizada na superfície  $|R_{-1}|^2$  e a soma  $(|R_{-1}|^2 + |T_{-1}|^2)$  como funções de  $\theta$ , para os quais variamos os parâmetros  $\zeta_0/a$  e  $d$  do filme de prata.

Na Fig. 7.a., apresentamos o coeficiente de reflexão  $|R_0|^2$  e a soma dos coeficientes de reflexão e transmissão  $(|R_0|^2 + |T_0|^2)$ , como funções do ângulo de incidência para uma intensidade de rugosidade  $\zeta_0/a = 0.01$  e  $d = 800\text{\AA}$ . Na Fig. 7.b., apresentamos a amplitude  $|R_{-1}|^2$  da onda localizada na superfície e a soma das amplitudes  $(|R_{-1}|^2 + |T_{-1}|^2)$ , como funções do ângulo de incidência, para os mesmos parâmetros  $\zeta_0/a$  e  $d$ . Observamos na Fig. 7.a. a ocorrência de mínimos no coeficiente de reflexão ( $|R_0|^2 \cong 0.99370$  e  $|R_0|^2 \cong 0.99357$ ), nos ângulos  $\theta = 21.07^\circ$  e  $\theta = 21.49^\circ$ . Na Fig. 7.b observamos um aumento na amplitude ( $|R_{-1}|^2 \cong 0.15997$  e  $|R_{-1}|^2 \cong 0.26236$ ) da onda localizada na superfície para estes mesmos ângulos. Estes mínimos no coeficiente de reflexão ocorrem em virtude do aumento na amplitude da onda localizada na superfície. Assim, temos que os mínimos no coeficiente de reflexão correspondem à excitação de polaritons superficiais.

Apresentamos nas Figs. 8.a e 9.a o coeficiente de reflexão  $|R_0|^2$  e a soma dos coeficientes de reflexão e transmissão,

$|R_0|^2 + |T_0|^2$  como funções de ângulo de incidência para o mesmo valor de  $d$ , mas com as intensidades da rugosidade iguais a  $\zeta_0/a = 0.02$  e  $\zeta_0/a = 0.03$ , respectivamente. Nas Figs. 8.b e 9.b, apresentamos, para estes mesmos parâmetros, a amplitude  $|R_{-1}|^2$  e a soma das amplitudes  $(|R_{-1}|^2 + |T_{-1}|^2)$  da onda localizada na superfície como funções do ângulo de incidência.

Através das Figs. 7.a, 8.a e 9.a, observamos que os mínimos no coeficiente de reflexão estão se deslocando, ou seja, afastam-se entre si, quando aumentamos a intensidade da rugosidade  $\zeta_0/a$ . Consequentemente, observamos através das Figs. 7.b, 8.b e 9.b, uma aproximação entre os máximos da amplitude da onda localizada na superfície. Isto se deve ao fato da relação de dispersão dos polaritons superficiais depender da intensidade da rugosidade. Com o aumento da relação  $\zeta_0/a$ , os ramos dos modos superficiais afastam-se entre si, na região de  $k$  pequeno que é a região que estamos considerando neste trabalho. Na região de  $k$  próximo à zona de Brillouin ( $k = \pi/a$ ) estes ramos sofrem uma divisão<sup>(18)</sup> (split).

Através das Figs. 7.b, 8.b e 9.b, observamos que os máximos da amplitude da onda localizada na superfície aumentam com a intensidade  $\zeta_0/a$ , atingindo um valor de saturação em  $\zeta_0/a = 0.02$  (Fig. 8.b). A partir desta rugosidade, observamos que este máximo decresce com o aumento de  $\zeta_0/a$ .

O fenômeno de saturação do polariton superficial deve-se ao fato desta excitação, além de sofrer o amortecimento devido à dissipação de energia no meio, sofrer também amortecimento radiativo induzido pela grating à medida em que a in

tensidade da rugosidade aumenta<sup>(10)</sup>. Assim, quando a rugosidade da superfície atinge um valor crítico, a energia absorvida pelo polariton é transmitida para outros modos, produzindo uma saturação no modo superficial excitado.

Considerando ainda as Figs. 7.b, 8.b e 9.b, vemos que a largura de linha dos máximos da amplitude da onda localizada na superfície aumenta com a rugosidade. Este aumento é pequeno e os dois modos têm um comportamento semelhante. Este fato era esperado, visto que, quanto maior a rugosidade da superfície mais rapidamente o polariton é atenuado..

À medida em que aumentamos a intensidade da rugosidade de  $\zeta_0/a$ , os ângulos onde ocorrem os máximos da amplitude da onda localizada na superfície (Figs. 8.b e 9.b), não coincidem com os ângulos onde ocorrem os mínimos no coeficiente de reflexão (Figs. 8.a e 9.a). Isto se deve ao fato de uma pequena parte da energia estar sendo absorvida pelos outros modos do campo dentro do filme.

Analisaremos agora como a diminuição na espessura do filme afeta a excitação do polariton superficial. Para isto consideramos o filme de prata com uma grating com a mesma periodicidade ( $a = 4000\text{\AA}$ ), com espessura  $d = 500\text{\AA}$  e as intensidades da rugosidade  $\zeta_0/a = 0.0075, 0.01, 0.02$  e  $0.03$ , respectivamente.

Na Fig. 10.a, apresentamos o coeficiente de reflexão  $|R_0|^2$  e a soma dos coeficientes de reflexão e transmissão ( $|R_0|^2 + |T_0|^2$ ), como funções do ângulo de incidência para  $\zeta_0/a = 0.0075$ . Na Fig. 10.b, apresentamos a amplitude  $|R_{-1}|^2$  e a soma das amplitudes ( $|R_{-1}|^2 + |T_{-1}|^2$ ) da onda localizada



na superfície, como funções do ângulo de incidência para a mesma intensidade da rugosidade  $\zeta_0/a$ . Na Fig. 10.a, os mínimos no coeficiente de reflexão ( $|R_0|^2 \approx 0.98379$  e  $|R_0|^2 \approx 0.98157$ ) ocorrem nos ângulos  $\theta = 20.27^\circ$  e  $\theta = 21.98^\circ$ , enquanto que na Fig. 10.b, observamos um aumento na amplitude ( $|R_{-1}|^2 \approx 0.86259$  e  $|R_{-1}|^2 \approx 0.33741$ ) nos ângulos  $\theta = 20.29^\circ$  e  $\theta = 21.98^\circ$ . No coeficiente de reflexão, os mínimos ocorrem em virtude do aumento nas amplitudes da onda localizada na superfície. Portanto, estes mínimos novamente correspondem à excitação de polaritons superficiais no filme.

Na Fig. 11.a, apresentamos o coeficiente de reflexão  $|R_0|^2$  e a soma dos coeficientes de reflexão e transmissão ( $|R_0|^2 + |T_0|^2$ ), como funções do ângulo de incidência para  $\zeta_0/a = 0.01$ . Na Fig. 11.b, apresentamos a amplitude  $|R_{-1}|^2$  e a soma das amplitudes ( $|R_{-1}|^2 + |T_{-1}|^2$ ) da onda localizada na superfície, como funções do ângulo de incidência para a mesma intensidade da rugosidade  $\zeta_0/a$ . Na Fig. 11.a, os mínimos no coeficiente de reflexão ( $|R_0|^2 \approx 0.97943$  e  $|R_0|^2 \approx 0.97712$ ) ocorrem em  $\theta = 20.26^\circ$  e  $\theta = 21.98^\circ$ . Na Fig. 11.b, observamos um aumento na amplitude ( $|R_{-1}|^2 \approx 1.2428$  e  $|R_{-1}|^2 \approx 4.1481$ ) da onda localizada na superfície nos ângulos  $\theta = 20.28^\circ$  e  $\theta = 21.98^\circ$ .

Apresentamos nas Figs. 12.a e 13.a, o coeficiente de reflexão  $|R_0|^2$  e a soma dos coeficientes de reflexão e transmissão ( $|R_0|^2 + |T_0|^2$ ), como funções do ângulo de incidência para o mesmo  $d$ , tomando as intensidades da rugosidade iguais a  $\zeta_0/a = 0.02$  e  $\zeta_0/a = 0.03$ , respectivamente. Nas Figs. 12.b e 13.b, apresentamos a amplitude  $|R_{-1}|^2$  e a soma das amplitudes ( $|R_{-1}|^2 + |T_{-1}|^2$ ) da onda localizada na superfície, como fun-

ções do ângulo de incidência para os mesmos parâmetros  $d$  e  $\zeta_0/a$  considerados nas Figs. 12.a e 13.a, respectivamente.

Através das Figs. 10.a, 11.a, 12.a e 13.a, observamos que os mínimos no coeficiente de reflexão ocorrem em ângulos mais afastados entre si, quando comparados com o filme de espessura  $d = 800\text{\AA}$ . Consequentemente, os máximos da amplitude da onda localizada na superfície também estão mais afastados.

Observamos, nas Figs. 10.b, 11.b, 12.b e 13.b, que a saturação nas amplitudes da onda localizada na superfície, ocorre para intensidades da rugosidade diferentes. Portanto, à medida em que aumentamos a intensidade da rugosidade, a amplitude correspondente ao maior ângulo ( $\theta = 21.98^\circ$ ) atinge uma saturação com  $\zeta_0/a = 0.01$  (Fig. 11.b), enquanto que a outra amplitude da onda ( $\theta = 20.23^\circ$ ) satura com  $\zeta_0/a = 0.02$  (Fig. 12.b).

Para o filme com espessura  $d = 500\text{\AA}$ , mas com intensidades da rugosidade diferentes (Figs. 10.b, 11.b, 12.b e 13.b), observamos que a largura de linha de um dos máximos, correspondente ao menor ângulo, sofre uma influência maior com a rugosidade.

Os modos dos polaritons superficiais para um filme metálico espesso comportam-se de forma semelhante, porque as ondas evanescentes dentro do filme não superpõem-se<sup>(19)</sup>, devido a grande separação entre as interfaces, correspondendo assim as propriedades de um meio semi-infinito. Quando aumentamos a espessura do filme até  $d = 1200\text{\AA}$ , observamos que os máximos da amplitude da onda localizada na superfície aproximam-se até colapsarem e formarem um único máximo. Para um filme metálico relativamente fino, os modos dos polaritons superficiais comportam-se

de maneira diferente entre si, devido a uma superposição das ondas evanescentes. Consequentemente, a diminuição na espessura do filme é um fator importante para o comportamento da largura de linha e da saturação dos polaritons superficiais.

Para analisarmos o efeito da espessura sobre o comportamento dos polaritons superficiais, vamos comparar filmes com espessuras diferentes, mas com a mesma rugosidade, Figs. 8.b e 12.b. Para o filme com  $d = 500\text{\AA}$ , (Fig. 8.b), a largura de linha, relativa ao menor ângulo, é maior que a largura de linha correspondente ao filme com  $d = 800\text{\AA}$ , (Fig. 12.b). A outra largura de linha do filme com  $d = 500\text{\AA}$ , sofre uma pequena diminuição em relação à sua correspondente para o filme com  $d = 800\text{\AA}$ .

A largura de linha cresce com o inverso do comprimento de atenuação do polariton superficial. O modo do polariton superficial, cujo comprimento de atenuação aumenta quando a espessura do filme diminui, é chamado modo antissimétrico. Aquele modo com comprimento oposto é chamado modo simétrico<sup>(19)</sup>. Assim, nas Figs. 8.b e 12.b, a excitação relativa ao menor ângulo corresponde ao modo simétrico, tem uma maior largura de linha e portanto um menor comprimento de atenuação. A outra excitação corresponde ao modo antissimétrico, que possui uma menor largura de linha e conseqüentemente um maior comprimento de atenuação.

Através das Figs. 7.b, 8.b, 11.b e 12.b, podemos observar que o efeito da rugosidade sobre a largura de linha é mais significativo para o filme com  $d = 500\text{\AA}$ . Isto porque num filme fino a atenuação devido ao processo dissipativo ( $\epsilon(\omega)$  complexo) é menor. Estas observações estão em concordância com os resultados obtidos por G.A.Farias e A.A.Maradudin<sup>(8)</sup>, para um filme com rugosidade aleatória.



Usando a teoria de perturbação (Apêndice A), obtivemos, além dos coeficientes de reflexão e transmissão, a relação de dispersão, equação (A.18), dos polaritons superficiais num filme metálico. Através da equação (A.18), observamos que esta relação de dispersão não depende da intensidade da rugosidade  $\zeta_0/a$ , e que esta equação é equivalente à relação de dispersão de polaritons para um filme metálico plano, equação (2.45). Portanto, a ressonância ocorre sempre nos mesmos ângulos, independente de qual seja a intensidade da rugosidade  $\zeta_0/a$ .

Como a expressão para  $R_m^{(1)}(k\omega)$ , equação (A20.a), depende do quadrado da rugosidade  $\zeta_0$ , não é possível observarmos o fenômeno de saturação. Isto significa que a teoria de perturbação só é válida no limite de pequenos valores de  $\zeta_0$ .

Como não existe na literatura nenhum resultado experimental para o sistema físico que utilizamos, não podemos fazer nenhuma comparação entre os resultados que obtivemos e os experimentais. Entretanto, como obtivemos estes resultados usando valores experimentais para a frequência  $\omega$  e a constante dielétrica  $\epsilon(\omega)$  do filme de prata, acreditamos que não haverá maiores problemas na verificação experimental, já que o método de Rayleigh nos fornece resultados consistentes. Isto porque observamos a dependência com a rugosidade dos ângulos correspondentes à excitação de polaritons superficiais e o fenômeno de saturação, efeitos estes que já foram observados num sistema físico semi-infinito com interface rugosa<sup>(10)</sup>. Além disto, observamos a influência da rugosidade e da espessura do filme sobre a largura de linha, e verificamos que estes resultados são consistentes com os obtidos em filmes planos<sup>(19)</sup> e filmes com rugosidades aleatórias<sup>(8)</sup>.

Os efeitos observados no problema analisado não são levados em conta na teoria de perturbação. Portanto, concluímos que o método de Rayleigh nos leva a resultados físicos mais consistentes e melhores que os obtidos com a teoria de perturbação.

## LEGENDA DE FIGURAS

Fig. 1 - Ilustração de um sistema físico semi-infinito com interface plana. O meio ativo (Região I) é caracterizado por uma constante dielétrica  $\epsilon(\omega)$  dependente da frequência, e  $\epsilon_2$  (Região II) é independente da frequência.

Fig. 2 - Relação de dispersão para polaritons superficiais na interface plana entre um metal e um dielétrico.

Fig. 3 - Ilustração de um sistema físico composto por um filme metálico plano de constante dielétrica  $\epsilon(\omega)$  dependente da frequência (Região III), contornado por dois meios de constantes dielétricas  $\epsilon_1$  (Região I) e  $\epsilon_2$  (região II) independentes da frequência.

Fig. 4 - Relação de dispersão para polaritons superficiais num filme metálico plano caracterizado por uma constante dielétrica  $\epsilon(\omega)$  real e dependente da frequência, e  $\epsilon_1 = \epsilon_2$ .

Fig. 5 - Ilustração do sistema físico analisado neste trabalho. A grating tem uma função de contorno senoidal, as constantes dielétricas  $\epsilon_1$  e  $\epsilon_2$  são independentes da frequência, e  $\epsilon(\omega)$  é a função dielétrica do filme metálico.

Fig. 6 - Ilustração da excitação de polaritons superficiais. Relação de dispersão de polaritons superficiais num filme metálico plano (região de  $k$  pequeno). A linha pontilhada é a linha de luz.

Fig. 7.a-Coeficiente de reflexão  $|R_0|^2$  (linha pontilhada) e soma dos coeficientes de reflexão e transmissão  $|R_0|^2 + |T_0|^2$  (linha sólida), como funções do ângulo de incidência, para um filme metálico com grating, com  $d = 800\text{\AA}$  e  $\zeta_0/a = 0.01$ .

Fig.7.b -Amplitude  $|R_{-1}|^2$  da onda localizada na superfície' (linha pontilhada) e soma das amplitudes  $|R_{-1}|^2 + |T_{-1}|^2$  (linha sólida), como funções do ângulo de incidência, para um filme metálico com grating, com  $d = 800\text{\AA}$  e  $\zeta_0/a = 0.01$ .

Fig.8.a.-Coeficiente de reflexão  $|R_0|^2$ (linha pontilhada) e soma dos coeficientes de reflexão e transmissão  $|R_0|^2 + |T_0|^2$  (linha sólida), como funções do ângulo de incidência, para um filme metálico com grating, com  $d = 800\text{\AA}$  e  $\zeta_0/a = 0.02$ .

Fig.8.b.-Amplitude  $|R_{-1}|^2$  da onda localizada na superfície' (linha pontilhada) e soma das amplitudes  $|R_{-1}|^2 + |T_{-1}|^2$  (linha sólida), como funções do ângulo de incidência, para um filme metálico com grating, com  $d = 800\text{\AA}$  e  $\zeta_0/a = 0.02$ .

Fig.9.a.-Coeficiente de reflexão  $|R_0|^2$  (linha pontilhada) e

soma dos coeficientes de reflexão e transmissão  $|R_0|^2 + |T_0|^2$  (linha sólida), como funções do ângulo de incidência, para um filme metálico com grating, com  $d = 800\text{\AA}$  e  $\zeta_0/a = 0.03$ .

Fig.9.b.-Amplitude  $|R_{-1}|^2$  da onda localizada na superfície (linha pontilhada) e soma das amplitudes  $|R_{-1}|^2 + |T_{-1}|^2$  (linha sólida), como funções do ângulo de incidência, para um filme metálico com grating, com  $d = 800\text{\AA}$  e  $\zeta_0/a = 0.03$ .

Fig.10.a-Coefficiente de reflexão  $|R_0|^2$  (linha pontilhada) e soma dos coeficientes de reflexão e transmissão  $|R_0|^2 + |T_0|^2$  (linha sólida), como funções do ângulo de incidência, para um filme metálico com grating, com  $d = 500\text{\AA}$  e  $\zeta_0/a = 0.0075$ .

Fig.10.b-Amplitude  $|R_{-1}|^2$  da onda localizada na superfície (linha pontilhada) e soma das amplitudes  $|R_{-1}|^2 + |T_{-1}|^2$  (linha sólida), como funções do ângulo de incidência, para um filme metálico com grating, com  $d = 500\text{\AA}$  e  $\zeta_0/a = 0.0075$ .

Fig.11.a-Coefficiente de reflexão  $|R_0|^2$  (linha pontilhada) e soma dos coeficientes de reflexão e transmissão  $|R_0|^2 + |T_0|^2$  (linha sólida), como funções do ângulo de incidência, para um filme metálico com grating, com  $d = 500\text{\AA}$  e  $\zeta_0/a = 0.01$ .

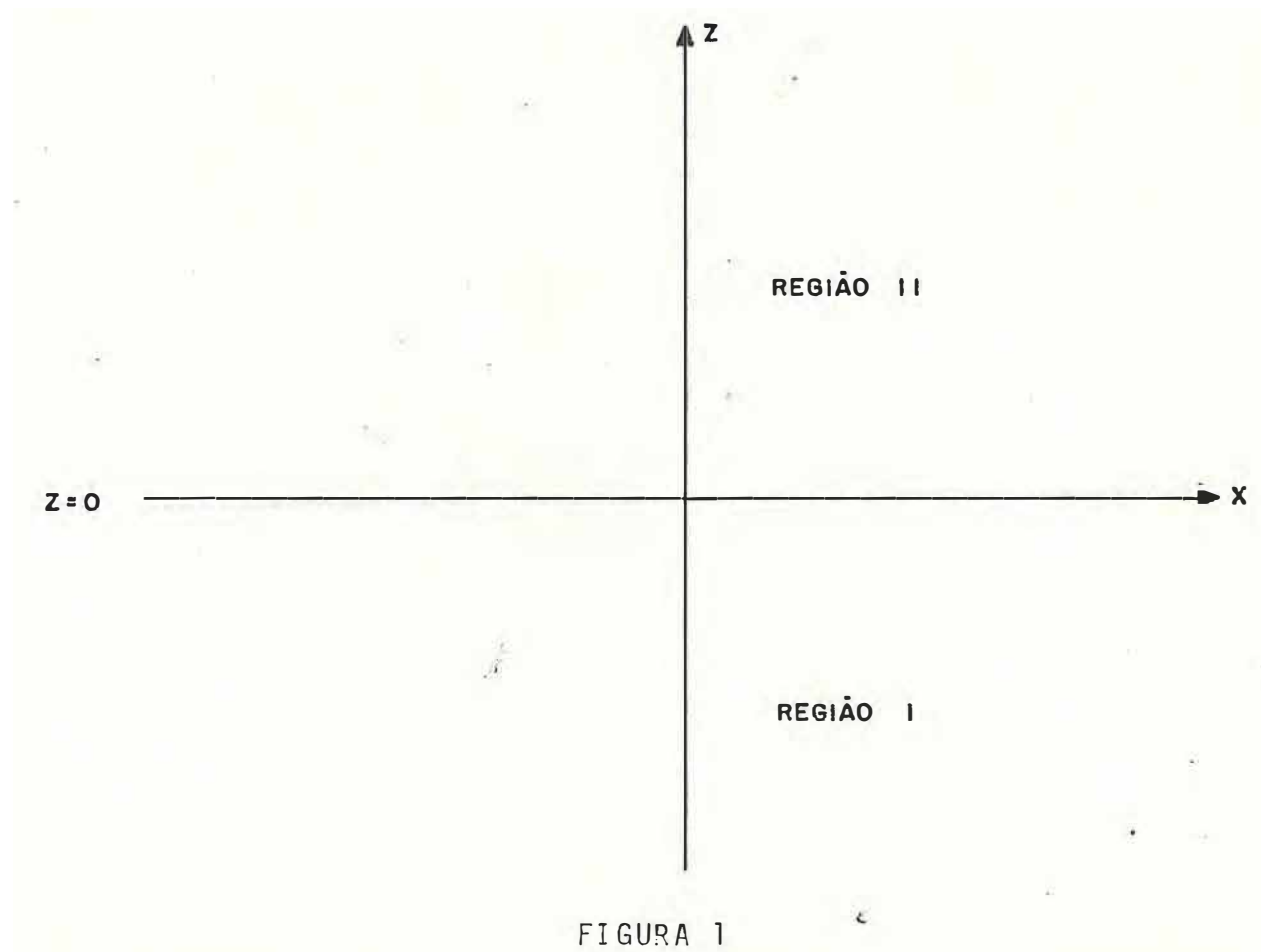
Fig.11.b - Amplitude  $|R_{-1}|^2$  da onda localizada na superfície (linha pontilhada) e soma das amplitudes  $|R_{-1}|^2 + |T_{-1}|^2$  (linha sólida), como funções do ângulo de incidência, para um filme metálico com grating, com  $d = 500\text{\AA}$  e  $\zeta_0/a = 0.01$ .

Fig.12.a - Coeficiente de reflexão  $|R_0|^2$  (linha pontilhada) e soma dos coeficientes de reflexão e transmissão  $|R_0|^2 + |T_0|^2$  (linha sólida), como funções do ângulo de incidência, para um filme metálico com grating, com  $d = 500\text{\AA}$  e  $\zeta_0/a = 0.02$ .

Fig.12.b - Amplitude  $|R_{-1}|^2$  da onda localizada na superfície (linha pontilhada) e soma das amplitudes  $|R_{-1}|^2 + |T_{-1}|^2$  (linha sólida), como funções do ângulo de incidência, para um filme metálico com grating, com  $d = 500\text{\AA}$  e  $\zeta_0/a = 0.02$ .

Fig.13.a - Coeficiente de reflexão  $|R_0|^2$  (linha pontilhada) e soma dos coeficientes de reflexão e transmissão  $|R_0|^2 + |T_0|^2$  (linha sólida), como funções do ângulo de incidência, para um filme metálico com grating, com  $d = 500\text{\AA}$  e  $\zeta_0/a = 0.03$ .

Fig.13.b - Amplitude  $|R_{-1}|^2$  da onda localizada na superfície (linha pontilhada) e soma das amplitudes  $|R_{-1}|^2 + |T_{-1}|^2$  (linha sólida), como funções do ângulo de incidência, para um filme metálico com grating, com  $d = 500\text{\AA}$  e  $\zeta_0/a = 0.03$ .





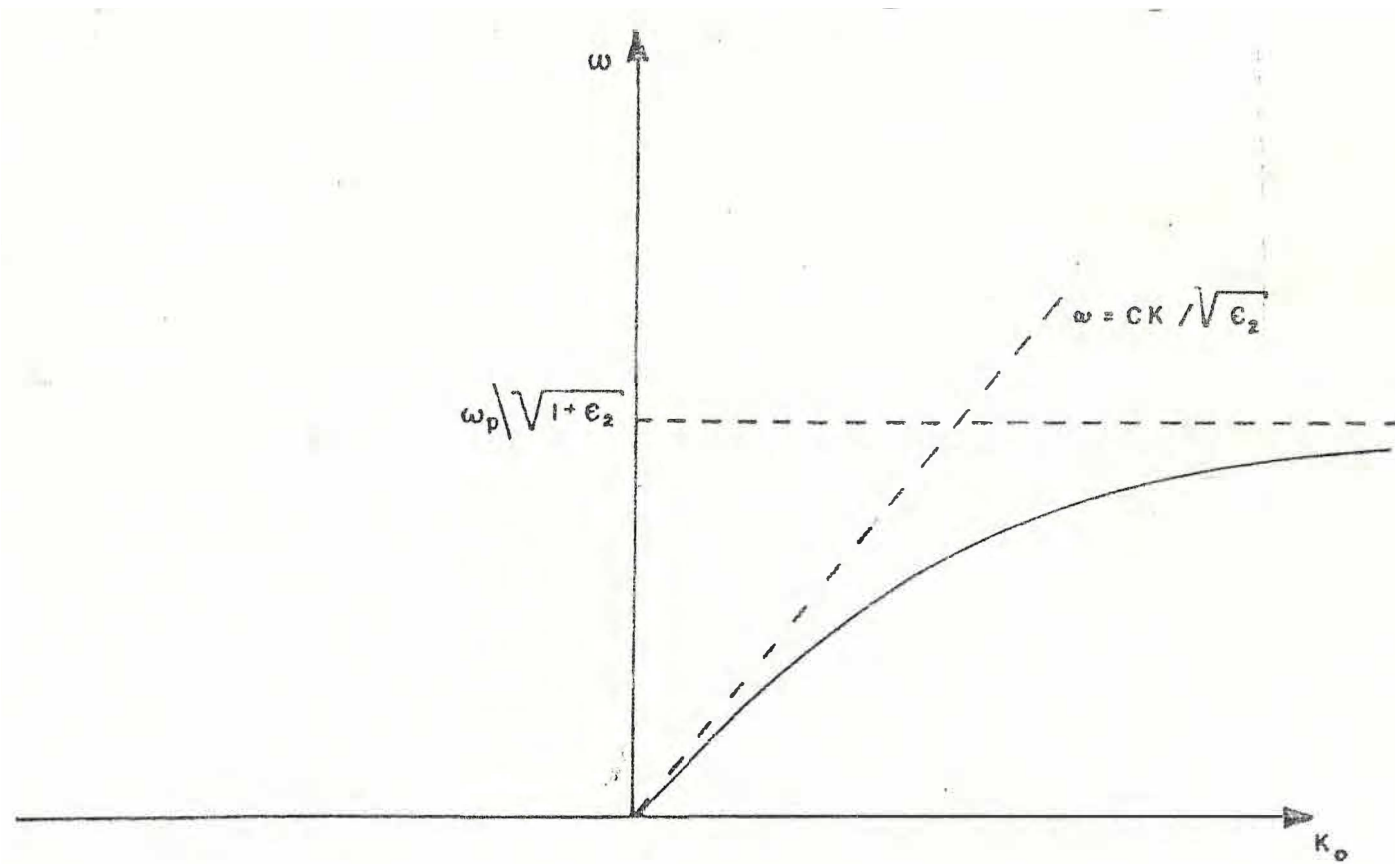


FIGURA 2

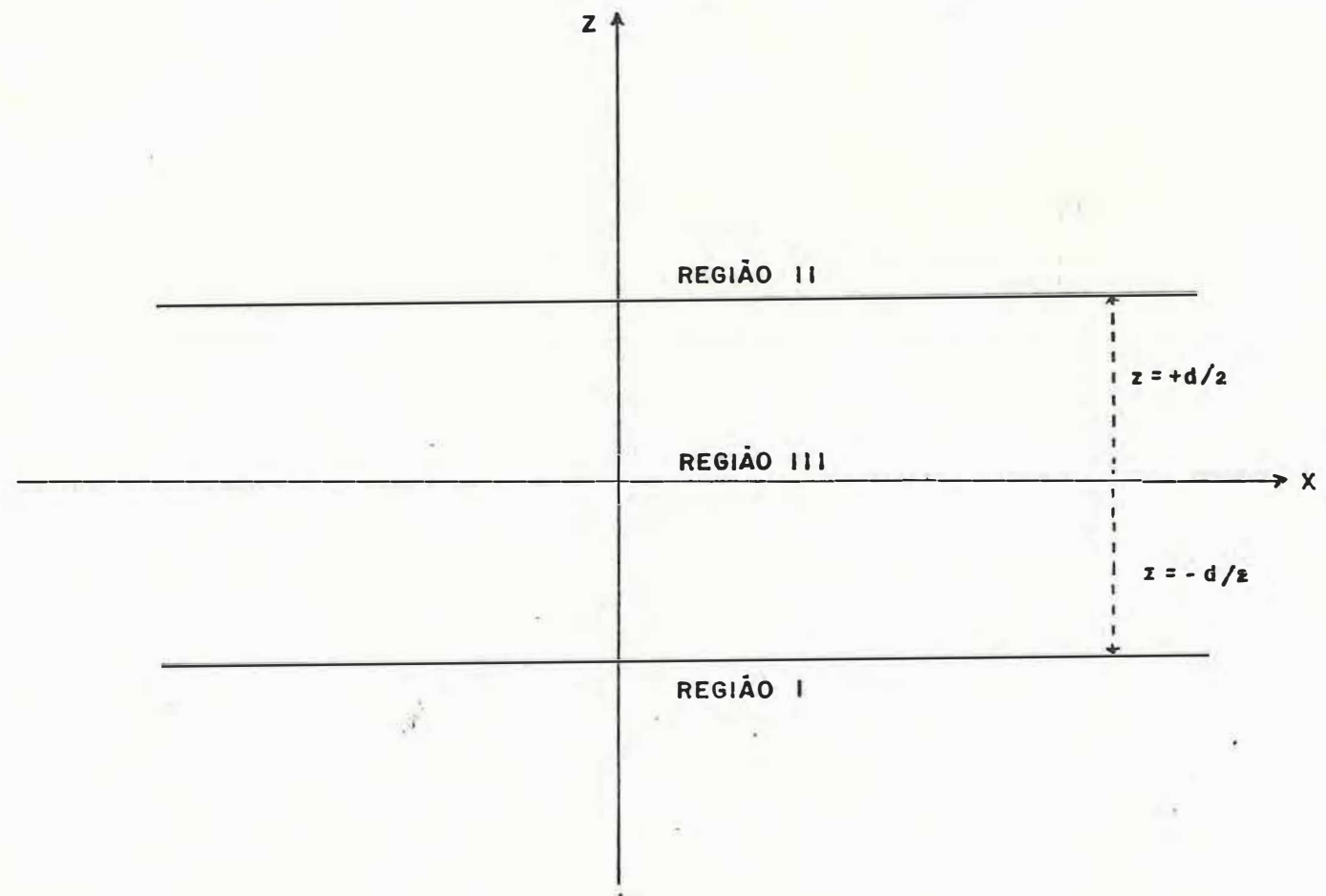


FIGURA 3

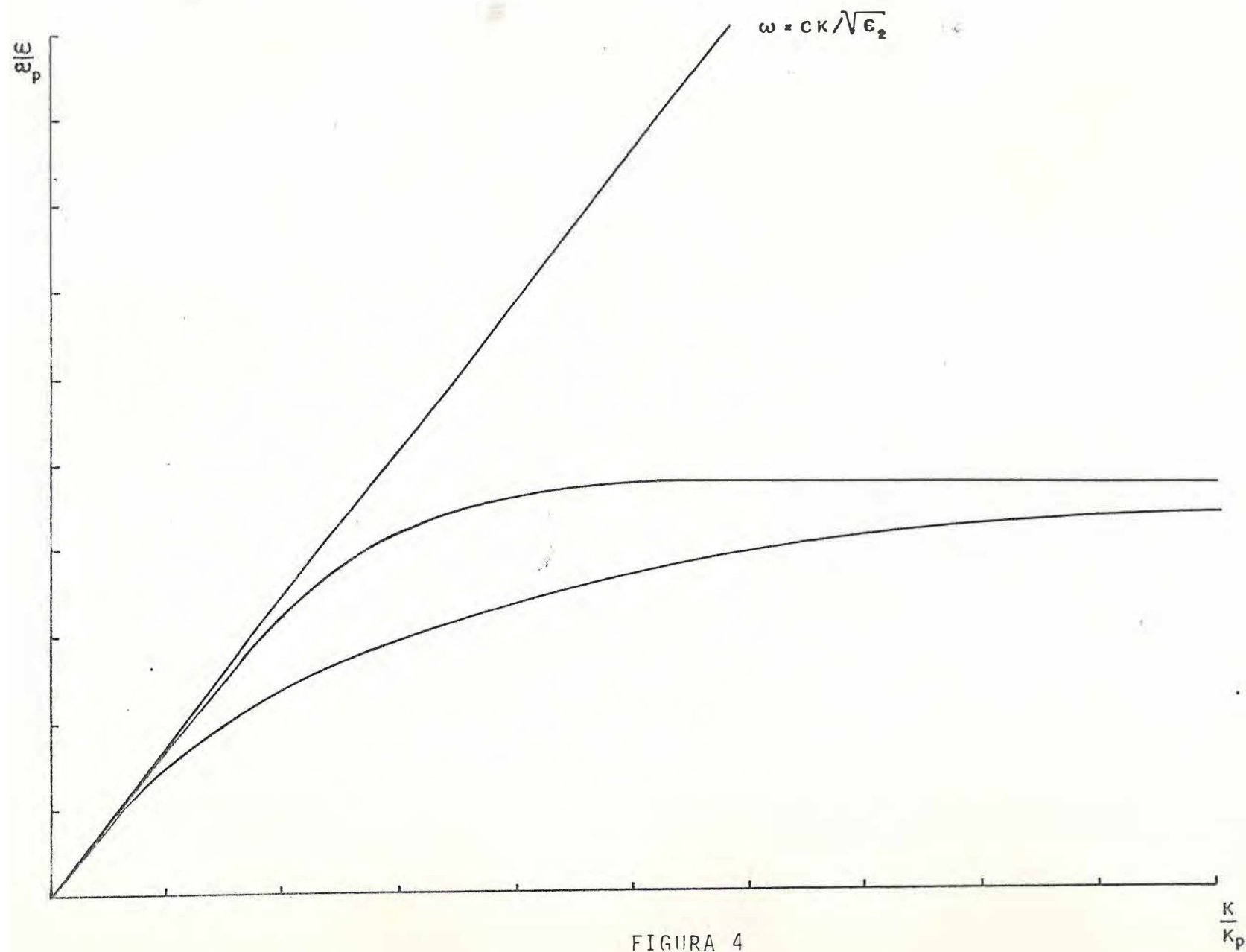
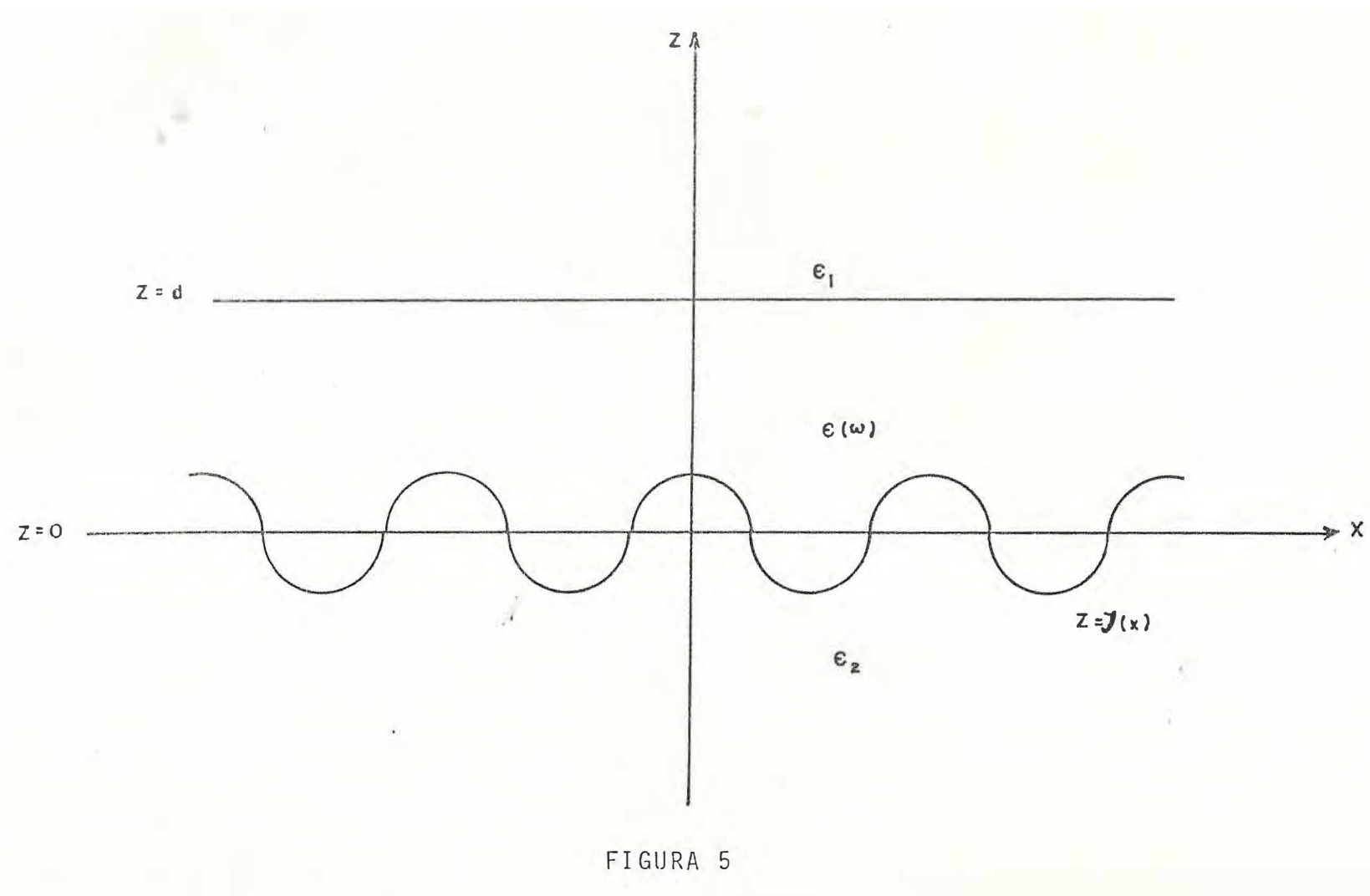


FIGURA 4



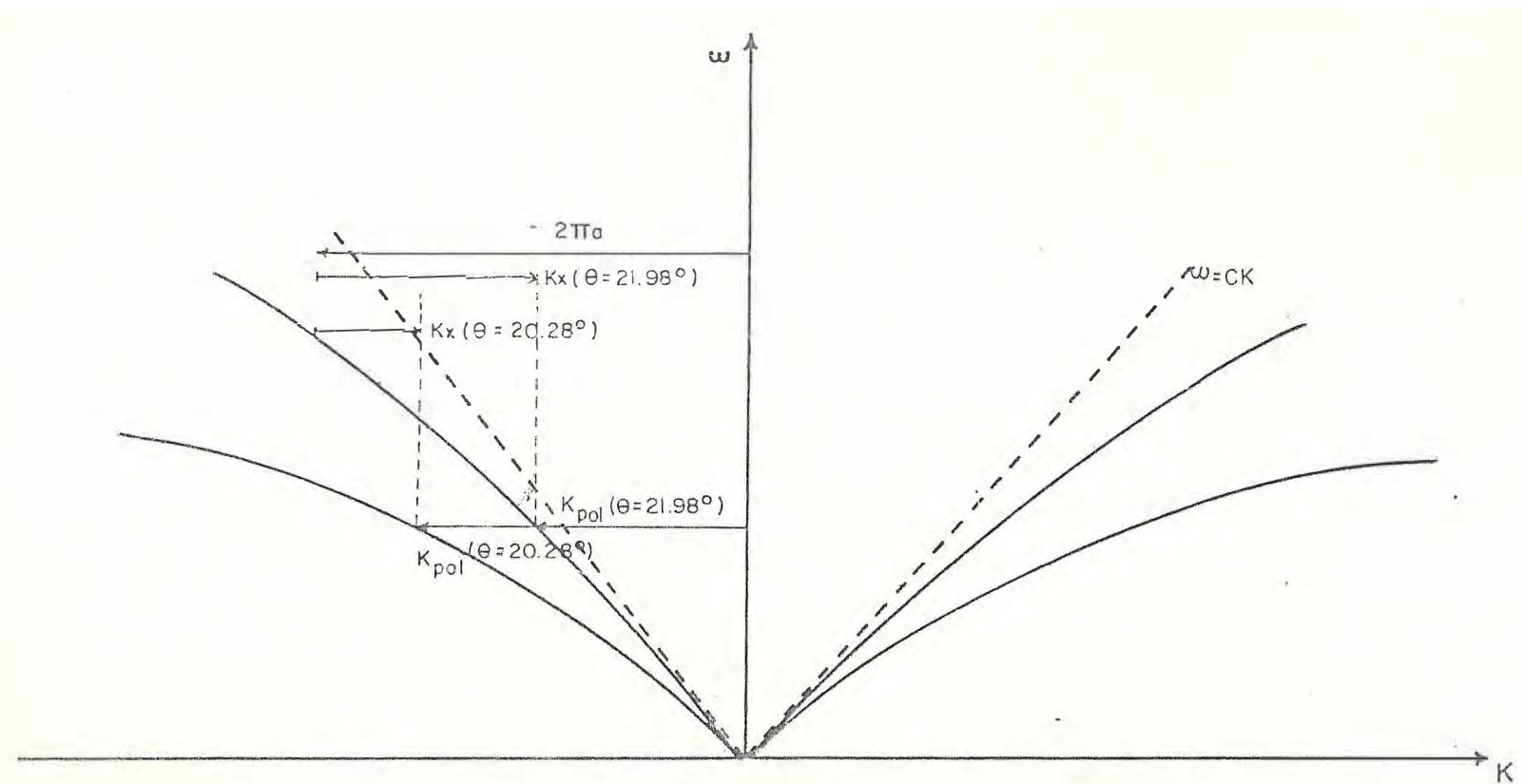
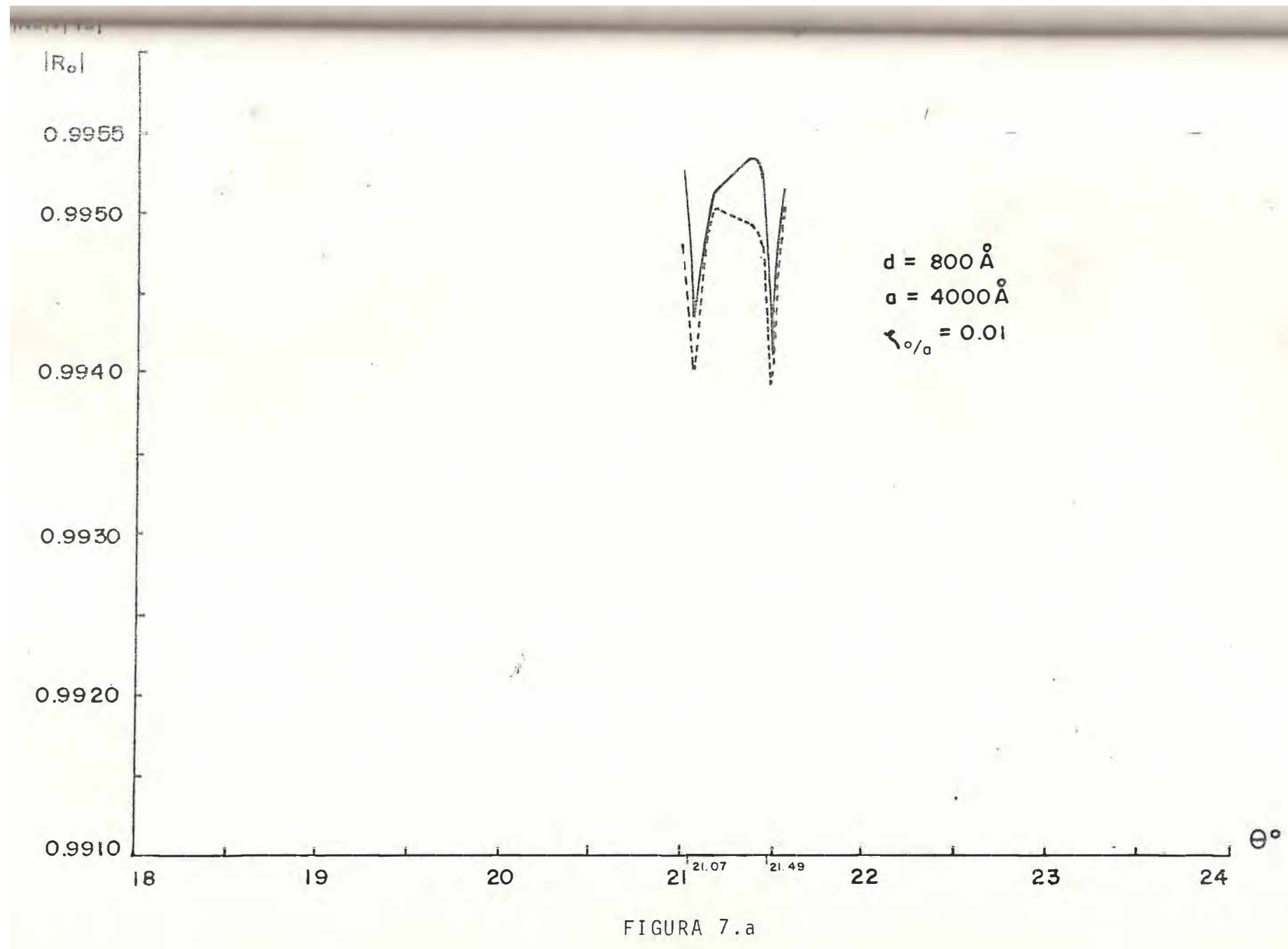


FIGURA 6



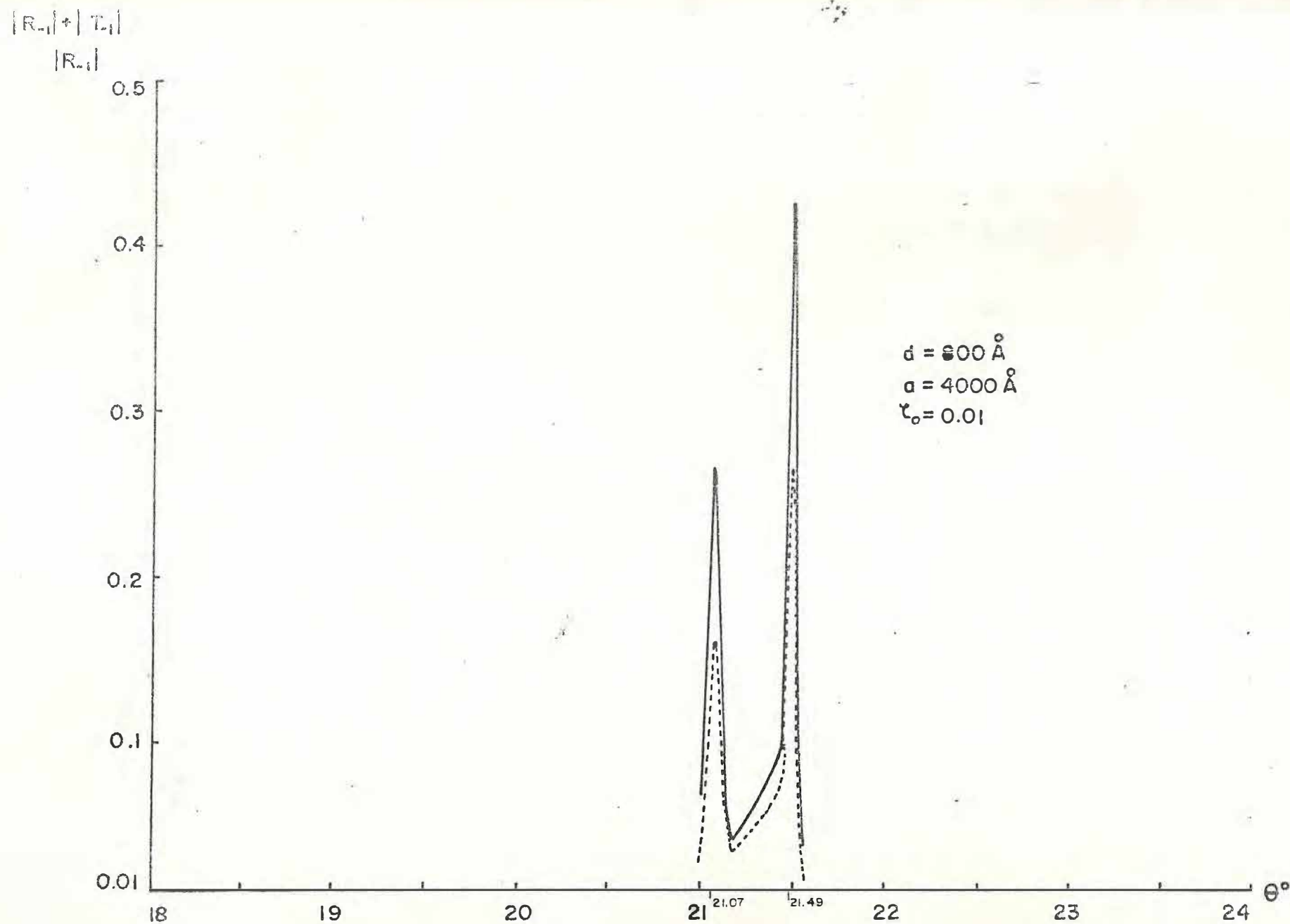


FIGURA 7.b



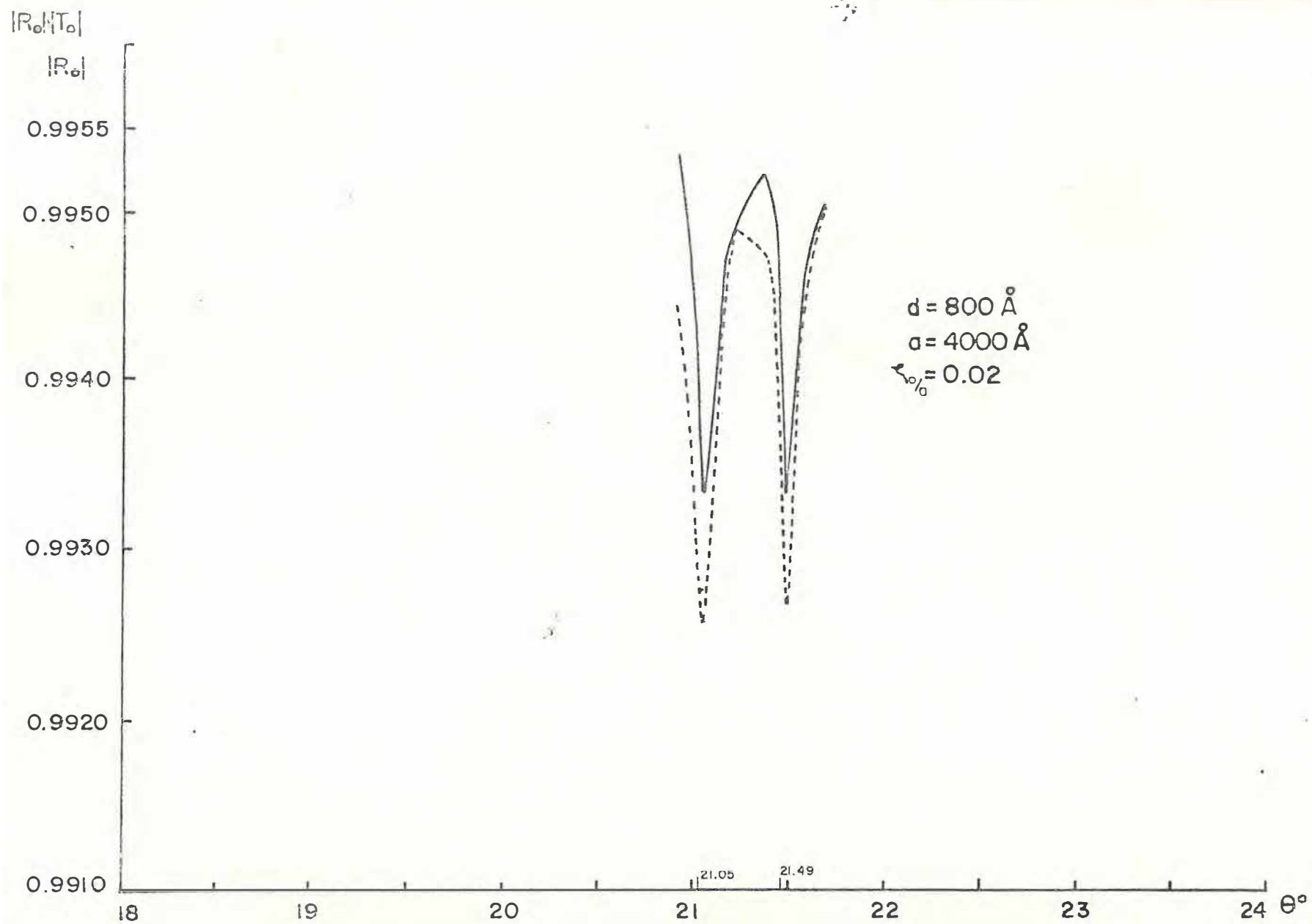


FIGURA 8.a.

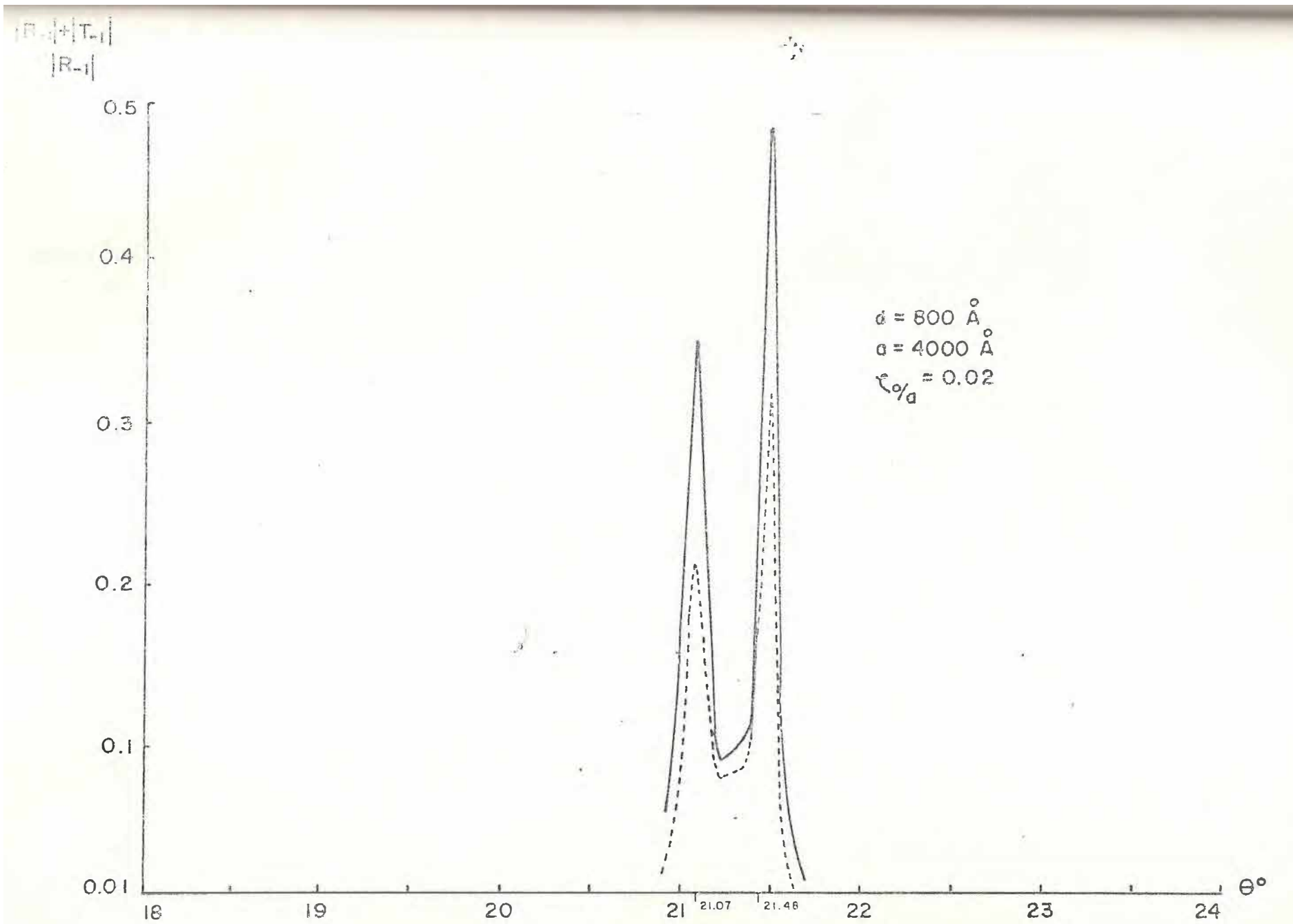
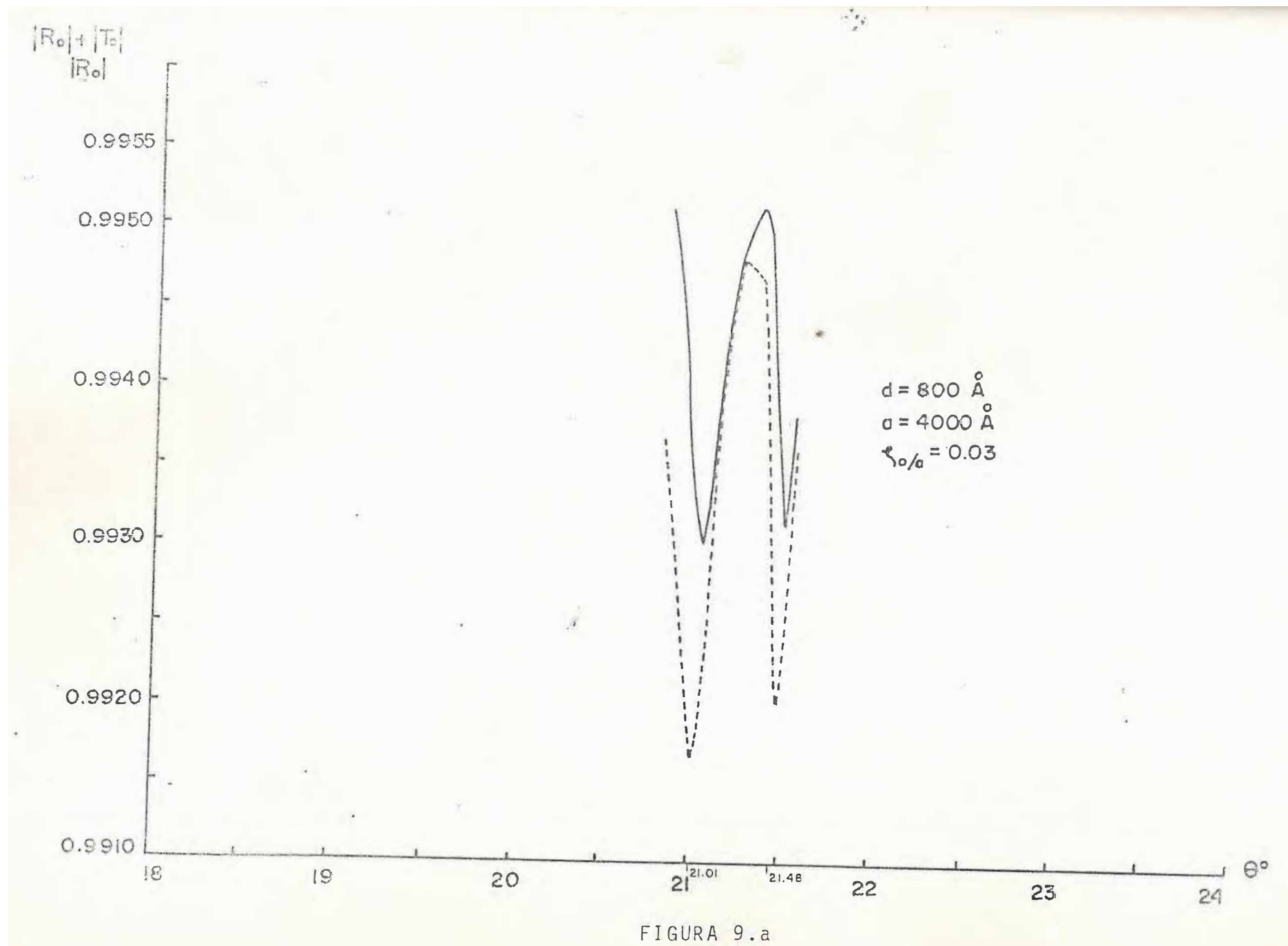


FIGURA 8.6



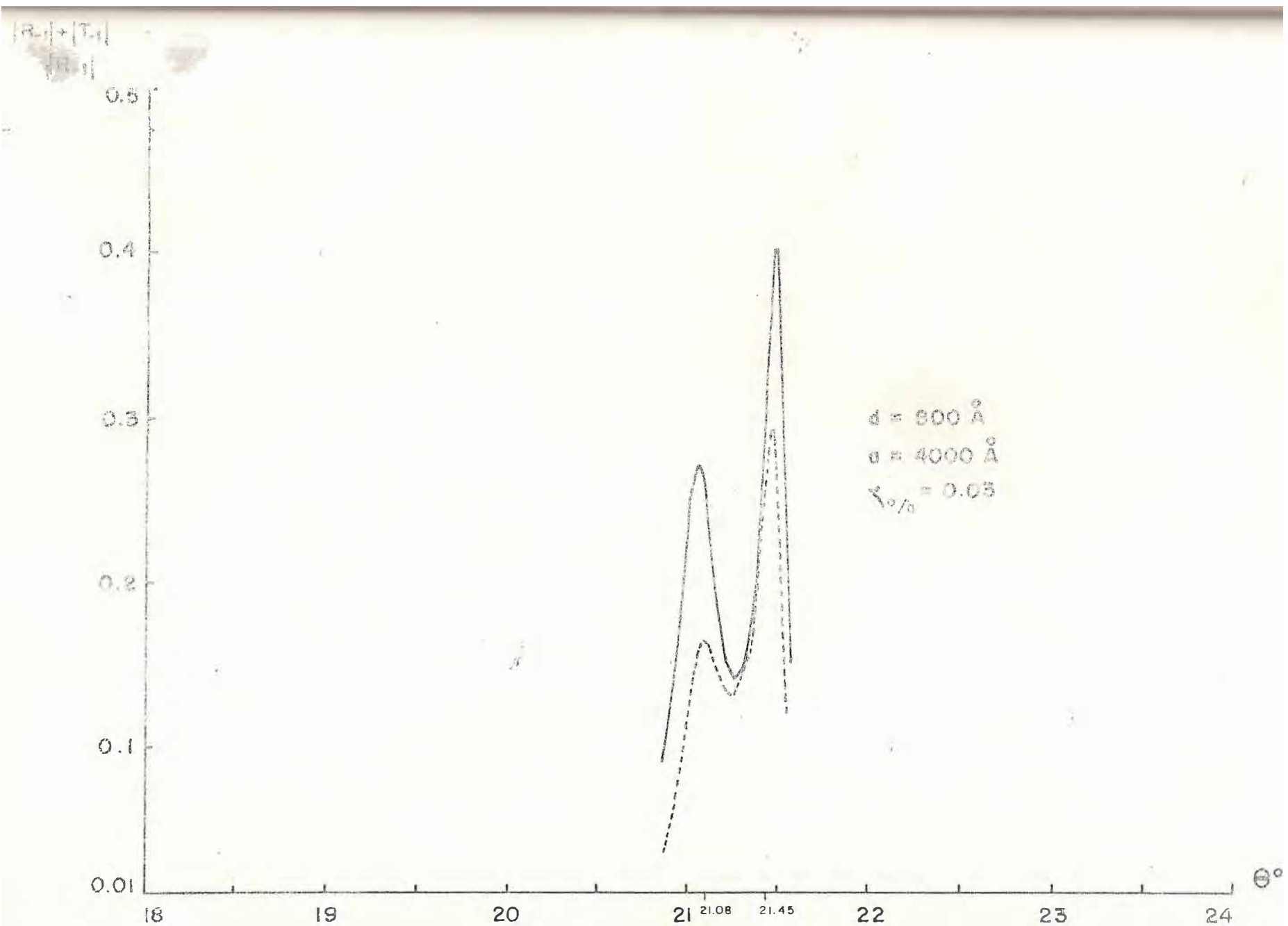


FIGURA 9.b

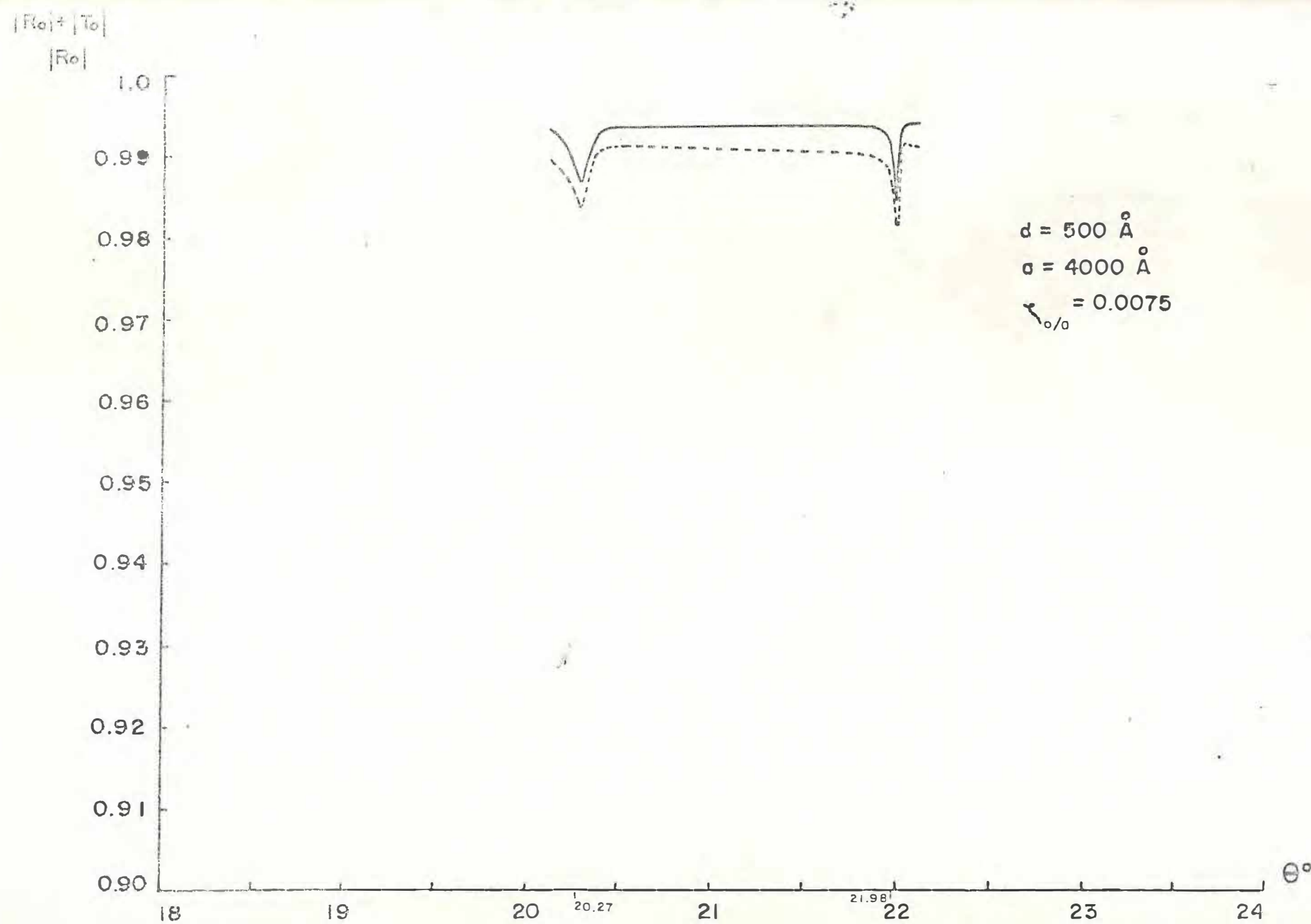


FIGURA 10.a

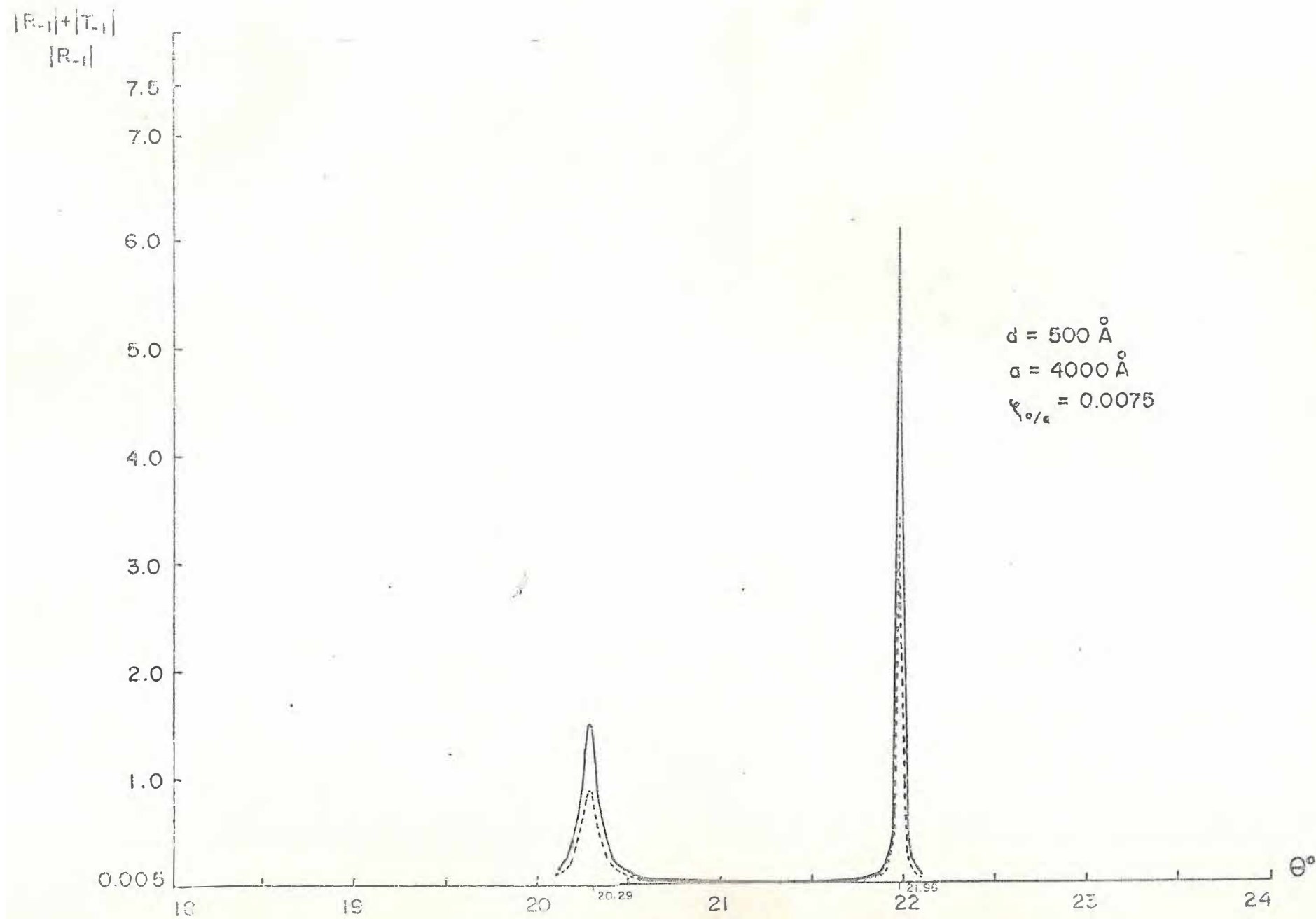


FIGURA 10.b

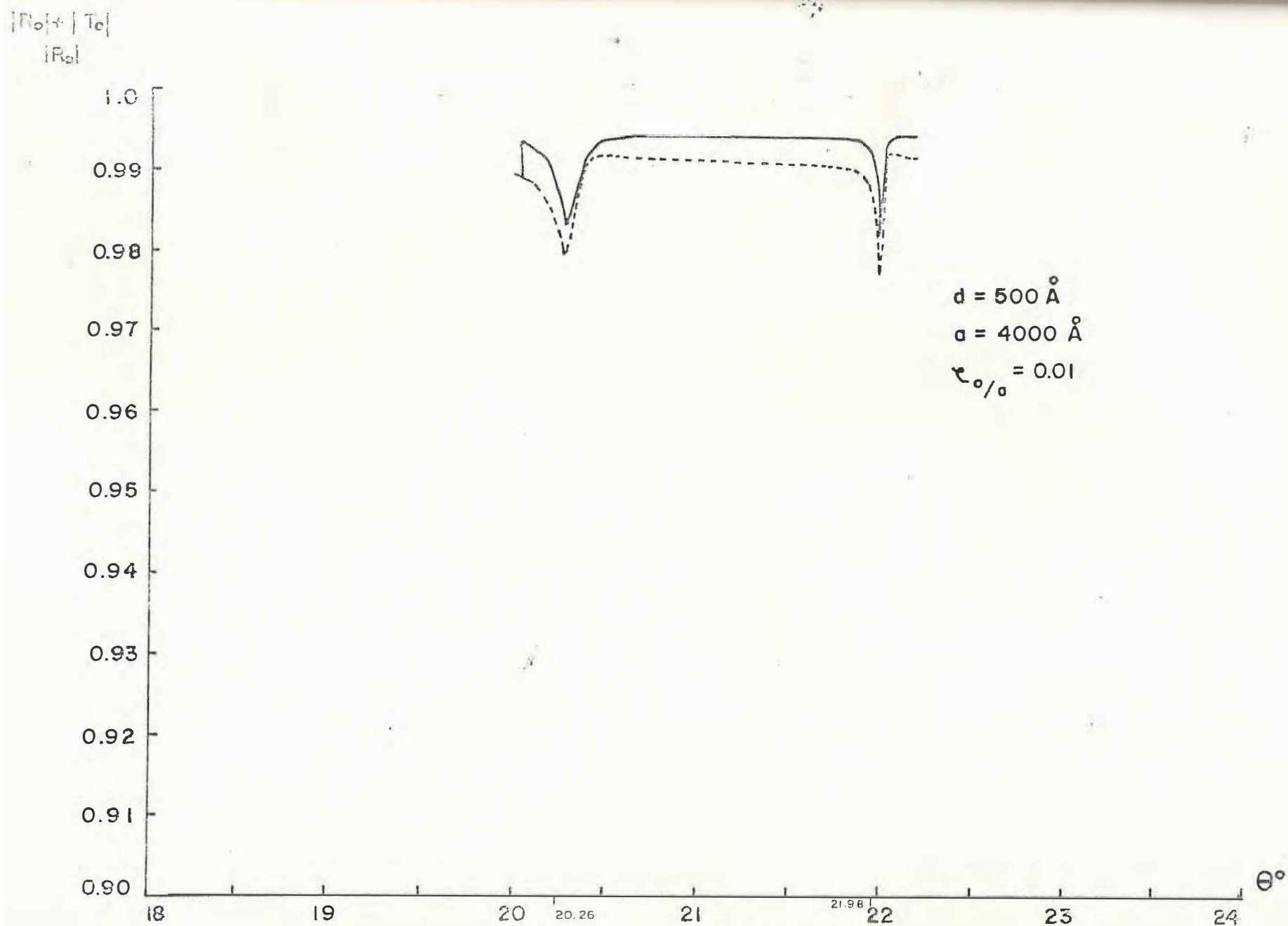


FIGURA 11.a



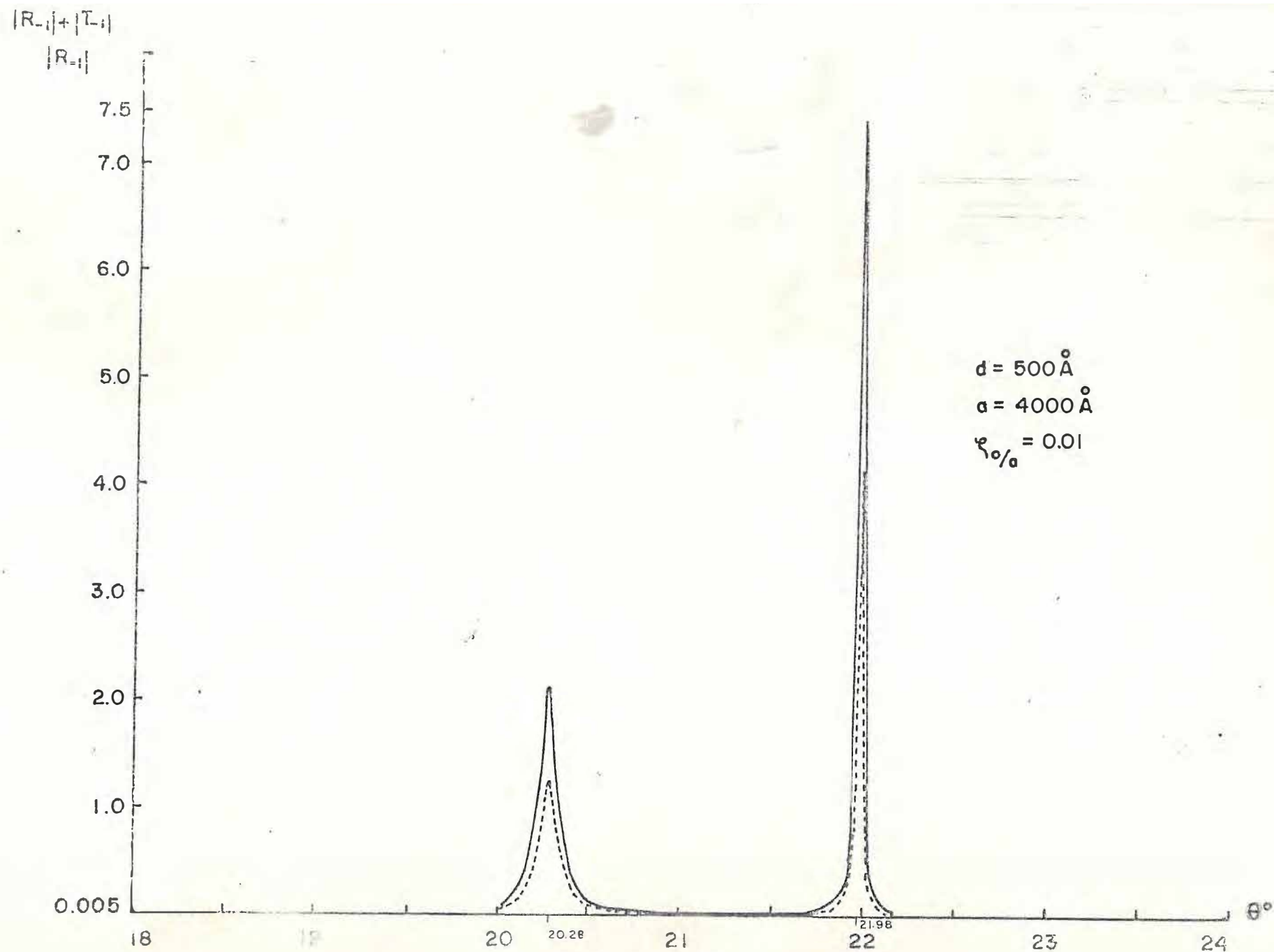


FIGURA 11.b

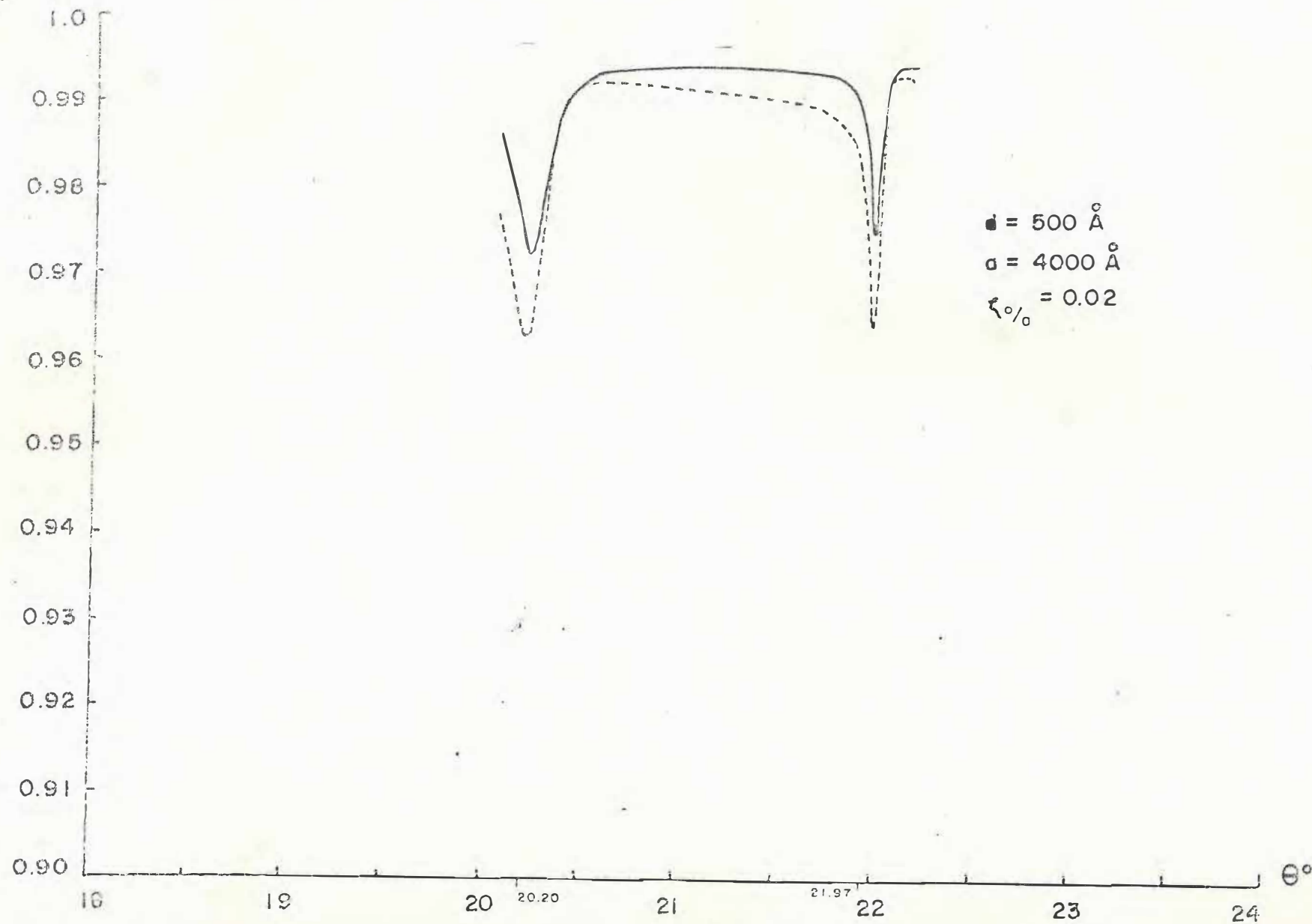
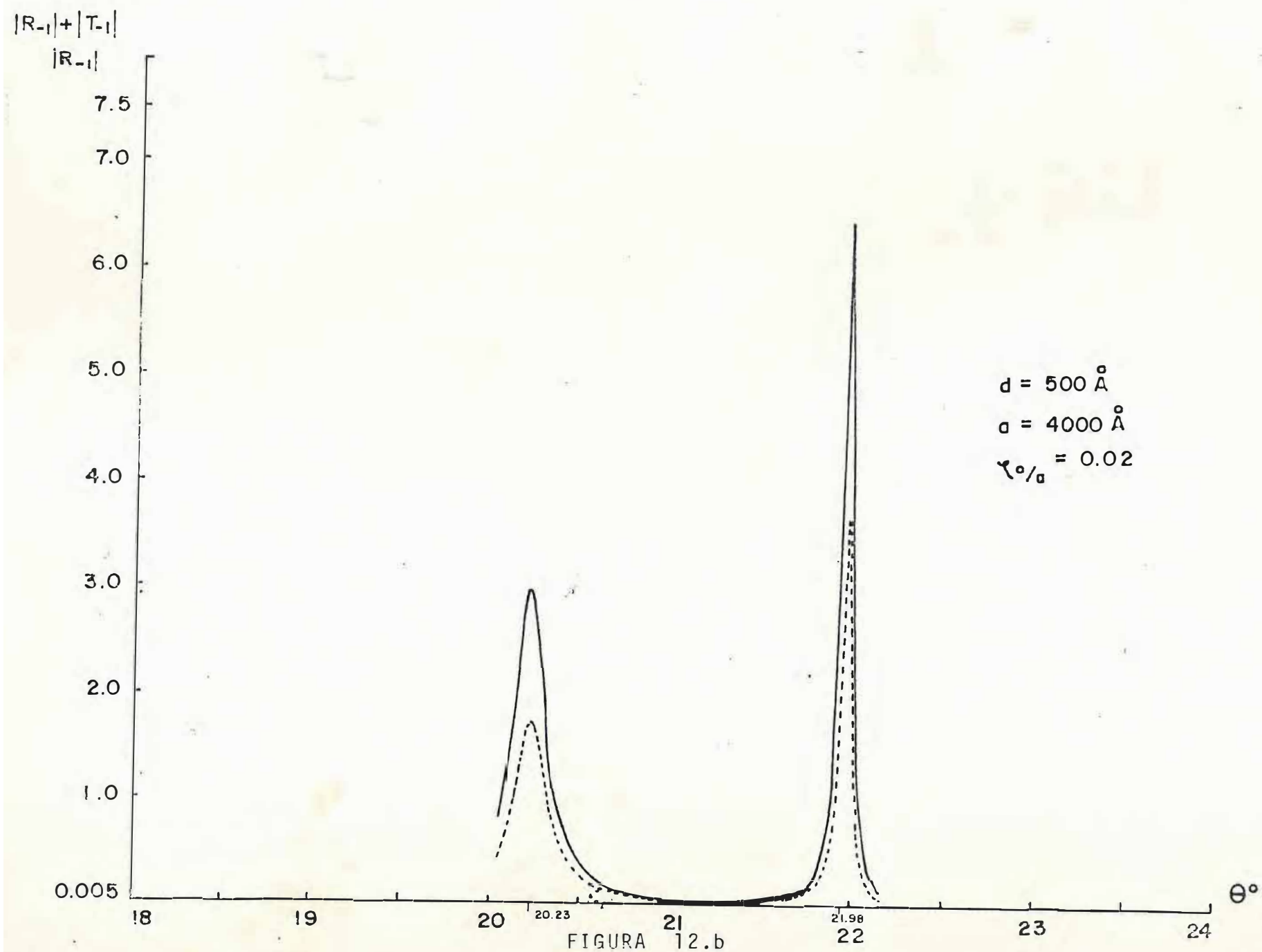
$\frac{|R_0| + |T_0|}{|R_0|}$  $|R_0|$ 

FIGURA 12.a



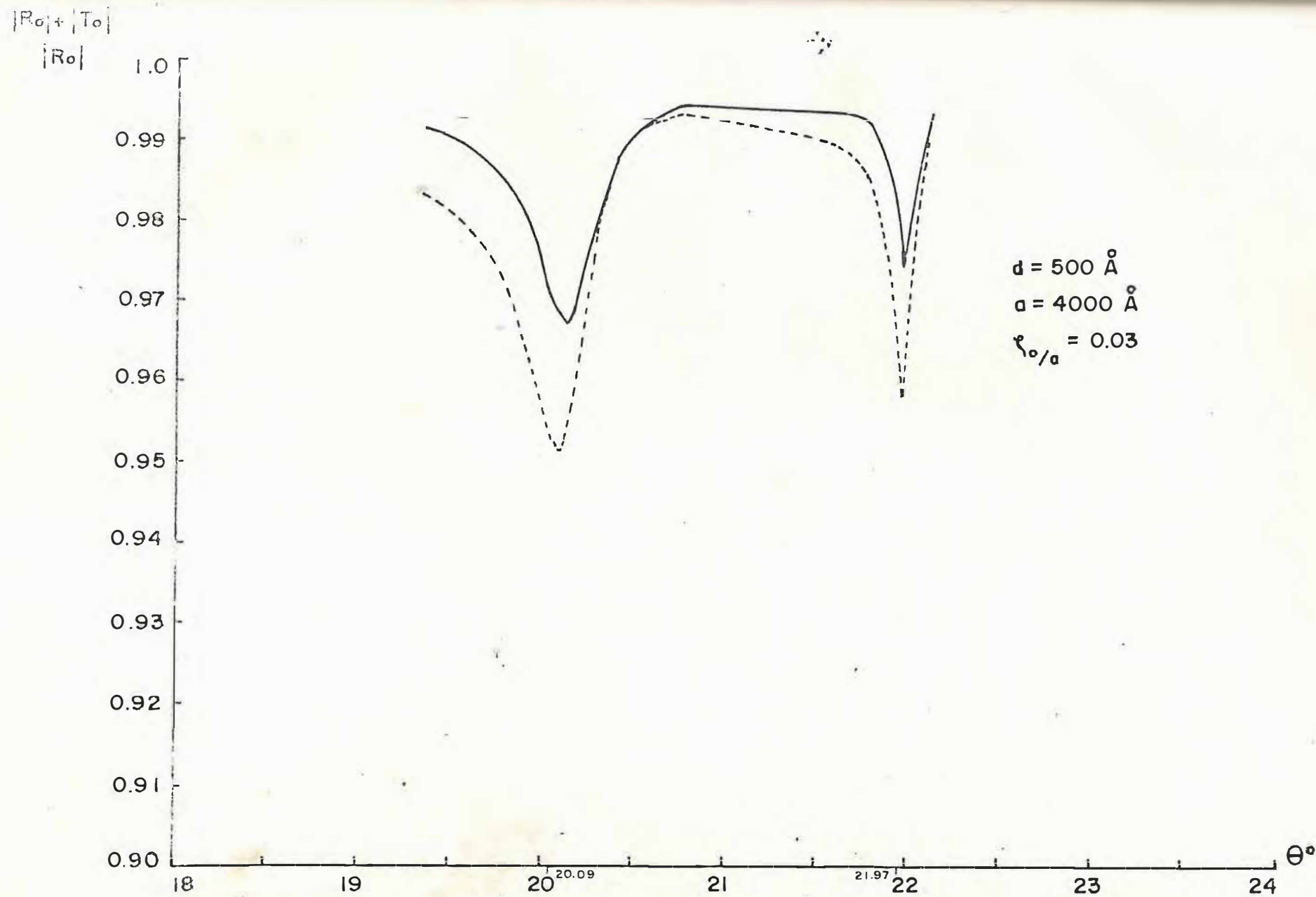


FIGURA 13.a

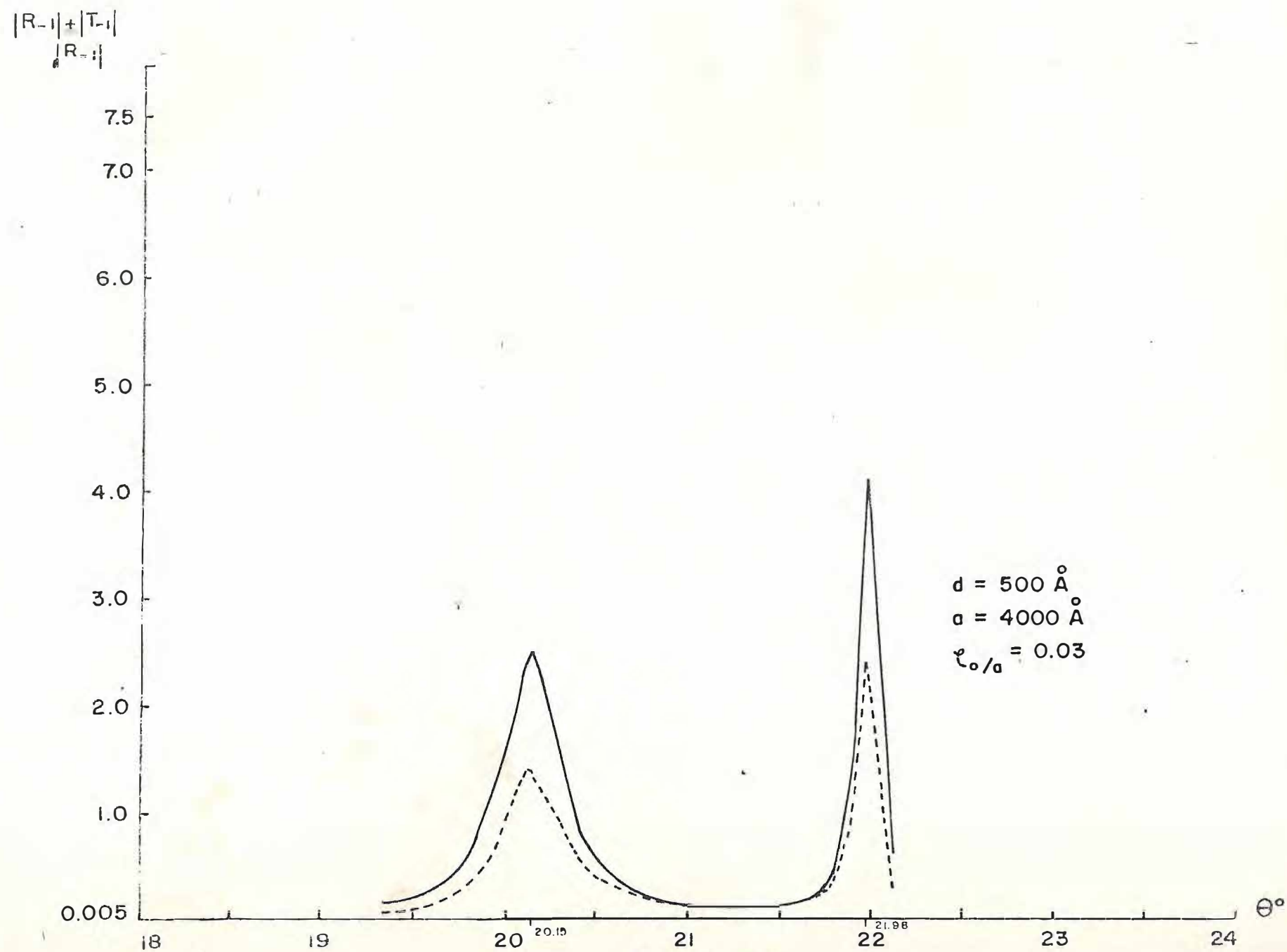


FIGURA 13.b

## APÊNDICE A

### COEFICIENTES DE REFLEXÃO E TRANSMISSÃO ATRAVÉS DA TEORIA DA PERTURBAÇÃO

Neste apêndice, apresentamos o cálculo dos coeficientes de reflexão e transmissão para o filme metálico com grating, utilizando a teoria da perturbação. Consideramos apenas os termos da aproximação até primeira ordem.

Seja

$$X_m(\alpha(k_m \omega)) = \frac{1}{a} \int_{-a/2}^{+a/2} dx e^{-i \frac{2\pi m}{a} x} |1 + i\alpha(k_m \omega)\zeta(x) + \dots|$$

$$= \delta_{m,0} + i\alpha(k_m \omega)\zeta(m) + \dots \quad (A1)$$

e

$$R_m(k\omega) = R_m^{(0)}(k\omega) + R_m^{(1)}(k\omega) + \dots \quad (A2)$$

$$T_m(k\omega) = T_m^{(0)}(k\omega) + T_m^{(1)}(k\omega) + \dots \quad (A3)$$

Na aproximação de ordem zero, as equações (4.22), são dadas por

$$\frac{1}{2} \left| \left( 1 - \frac{\epsilon(\omega) \alpha_1(k_m \omega)}{\epsilon_1 \alpha(k_m \omega)} \right) e^{+i \alpha(k_m \omega) d} + \left( 1 + \frac{\epsilon(\omega) \alpha_1(k_m \omega)}{\epsilon_1 \alpha(k_m \omega)} \right) e^{-i \alpha(k_m \omega) d} \right| e^{+i \alpha_1(k_m \omega) d} R_m^{(0)}(k \omega)$$

$$- T_m^{(0)}(k \omega) = - \frac{1}{2} \delta_{m,0} \left| \left( 1 + \frac{\epsilon(\omega) \alpha_1(k \omega)}{\epsilon_1 \alpha(k \omega)} \right) e^{+i \alpha(k \omega) d} + \right.$$

$$\left. \left( 1 - \frac{\epsilon(\omega) \alpha_1(k \omega)}{\epsilon_1 \alpha(k \omega)} \right) e^{-i \alpha(k \omega) d} \right| e^{-i \alpha_1(k \omega) d}$$

(A4.a)

e

$$\frac{1}{2} \left( \frac{k_m^2 - \epsilon(\omega) \omega^2 / c^2}{\epsilon(\omega) \alpha(k_m \omega)} \right) \left| \left( 1 - \frac{\epsilon(\omega) \alpha_1(k_m \omega)}{\epsilon_1 \alpha(k_m \omega)} \right) e^{+i \alpha(k_m \omega) d} - \left( 1 + \frac{\epsilon(\omega) \alpha_1(k_m \omega)}{\epsilon_1 \alpha(k_m \omega)} \right) e^{-i \alpha(k_m \omega) d} \right|$$

$$\times e^{+i \alpha_1(k_m \omega) d} R_m^{(0)}(k \omega) - \left( \frac{k_m^2 - \epsilon_2 \omega^2 / c^2}{\epsilon_2 \alpha_2(k_m \omega)} \right) T_m^{(0)}(k \omega) =$$

$$= - \frac{1}{2} \left( \frac{k^2 - \epsilon(\omega) \omega^2 / c^2}{\epsilon(\omega) \alpha(k \omega)} \right) \left| \left( 1 + \frac{\epsilon(\omega) \alpha_1(k \omega)}{\epsilon_1 \alpha(k \omega)} \right) e^{+i \alpha(k \omega) d} - \left( 1 - \frac{\epsilon(\omega) \alpha_1(k \omega)}{\epsilon_1 \alpha(k \omega)} \right) e^{-i \alpha(k \omega) d} \right| \times$$

$$\times e^{-i \alpha_1(k \omega) d} \delta_{m,0} \quad (A4.b)$$

Temos então que,



$$R_m^{(0)}(k\omega) = \delta_{m,0} \frac{|-(\epsilon(\omega)\alpha_2 - \epsilon_2\alpha)(\epsilon(\omega)\alpha_1 + \epsilon_1\alpha) + (\epsilon(\omega)\alpha_2 + \epsilon_2\alpha)(\epsilon(\omega)\alpha_1 - \epsilon_1\alpha)e^{-2i\alpha d}| e^{-2i\alpha_1 d}}{\Delta_0^{(0)}} \quad (A5.a)$$

e

$$T_m^{(0)}(k\omega) = \delta_{m,0} \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \frac{|-(\epsilon(\omega)\alpha_1 - \epsilon_1\alpha)^2 + (\epsilon(\omega)\alpha_1 + \epsilon_1\alpha)^2| e^{-i(\alpha_1 + \alpha)d}}{\Delta_0^{(0)}} \quad (A5.b)$$

onde

$$\Delta_0^{(0)} = |-(\epsilon(\omega)\alpha_2 - \epsilon_2\alpha)(\epsilon(\omega)\alpha_1 - \epsilon_1\alpha) + (\epsilon(\omega)\alpha_2 + \epsilon_2\alpha)(\epsilon(\omega)\alpha_1 + \epsilon_1\alpha)e^{-2i\alpha d}| \quad (A6)$$

e

$$\alpha_1 = \alpha_1(k\omega) \quad (A7.a)$$

$$\alpha = \alpha(k\omega) \quad (A7.b)$$

$$\alpha_2 = \alpha_2(k\omega) \quad (A7.c)$$

Considerando agora as equações para  $R_m^{(1)}(k\omega)$  e  $T_m^{(1)}(k\omega)$ , da equação (4.22a), temos que

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left\{ \frac{1}{2} \left[ \left( 1 - \frac{\varepsilon(\omega)\alpha_1(k_n\omega)}{\varepsilon_1\alpha(k_n\omega)} \right) (\delta_{m,n} - i\alpha(k_n\omega)\xi(m-n)) e^{+i\alpha(k_n\omega)d} \right. \right. +$$

$$\left. \left( 1 + \frac{\varepsilon(\omega)\alpha_1(k_n\omega)}{\varepsilon_1\alpha(k_n\omega)} \right) (\delta_{m,n} + i\alpha(k_n\omega)\xi(m-n)) e^{-i\alpha(k_n\omega)d} \right] e^{+i\alpha_1(k_n\omega)d} \times$$

$$\times \left[ R_n^{(0)}(k\omega) + R_n^{(1)}(k\omega) \right] -$$

$$- (\delta_{m,n} - i\alpha_2(k_n\omega)\xi(m-n)) \left[ T_n^{(0)}(k\omega) + T_n^{(1)}(k\omega) \right] \} =$$

$$= -\frac{1}{2} \left\{ \left( 1 + \frac{\varepsilon(\omega)\alpha_1(k\omega)}{\varepsilon_1\alpha(k\omega)} \right) (\delta_{m,0} - i\alpha(k\omega)\xi(m)) e^{+i\alpha(k\omega)d} + \left( 1 - \frac{\varepsilon(\omega)\alpha_1(k\omega)}{\varepsilon_1\alpha(k\omega)} \right) (\delta_{m,0} + i\alpha(k\omega)\xi(m)) \right\}$$

$$\times e^{-i\alpha(k\omega)d} \left[ e^{-i\alpha_1(k\omega)d} \right], \quad (A8.a)$$

e da equação (4.22b), temos que

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left\{ \frac{1}{2} \left( \frac{k_m k_n - \epsilon(\omega) \omega^2 / c^2}{\epsilon(\omega) \alpha(k_n \omega)} \right) \left| \left( 1 - \frac{\epsilon(\omega) \alpha_1(k_n \omega)}{\epsilon_1 \alpha(k_n \omega)} \right) (\delta_{m,n} e^{-i\alpha(k_n \omega) d} \tilde{\zeta}(m-n)) e^{+i\alpha(k_n \omega) d} \right. \right.$$

$$\left. \left( 1 + \frac{\epsilon(\omega) \alpha_1(k_n \omega)}{\epsilon_1 \alpha(k_n \omega)} \right) (\delta_{m,n} e^{+i\alpha(k_n \omega) d} \tilde{\zeta}(m-n)) e^{-i\alpha(k_n \omega) d} \right| e^{+i\alpha_1(k_n \omega) d} \times$$

$$\times \left| R_n^{(0)}(k\omega) + R_n^{(1)}(k\omega) \right| -$$

$$- \left( \frac{k_m k_n - \epsilon_2 \omega^2 / c^2}{\epsilon_2 \alpha_2(k_n \omega)} \right) (\delta_{m,n} e^{-i\alpha_2(k_n \omega) d} \tilde{\zeta}(m-n)) \left| T_n^{(0)}(k\omega) + T_n^{(1)}(k\omega) \right| \} =$$

$$= - \frac{1}{2} \left( \frac{k_m k_n - \epsilon(\omega) \omega^2 / c^2}{\epsilon(\omega) \alpha(k\omega)} \right) \left| \left( 1 + \frac{\epsilon(\omega) \alpha_1(k\omega)}{\epsilon_1 \alpha(k\omega)} \right) (\delta_{m,0} e^{-i\alpha(k\omega) d} \tilde{\zeta}(m)) e^{+i\alpha(k\omega) d} \right. -$$

$$\left. \left( 1 - \frac{\epsilon(\omega) \alpha_1(k\omega)}{\epsilon_1 \alpha(k\omega)} \right) (\delta_{m,0} e^{+i\alpha(k\omega) d} \tilde{\zeta}(m)) e^{-i\alpha(k\omega) d} \right| e^{-i\alpha_1(k\omega) d} \cdot$$

(A8.b)

Com as equações (A8), obtemos

$$\frac{1}{2} \left| \left( 1 - \frac{\epsilon(\omega)\alpha_1(k_m\omega)}{\epsilon_1\alpha(k_m\omega)} \right) e^{+i\alpha(k_m\omega)d} + \left( 1 + \frac{\epsilon(\omega)\alpha_1(k_m\omega)}{\epsilon_1\alpha(k_m\omega)} \right) e^{-i\alpha(k_m\omega)d} \right| e^{+i\alpha_1(k_m\omega)d} R_m^{(1)}(k\omega) -$$

$$- T_m^{(1)}(k\omega) = \frac{1}{2} i\alpha(k\omega)\tilde{\zeta}(m) \left| \left( 1 + \frac{\epsilon(\omega)\alpha_1(k\omega)}{\epsilon_1\alpha(k\omega)} \right) e^{+i\alpha(k\omega)d} - \left( 1 - \frac{\epsilon(\omega)\alpha_1(k\omega)}{\epsilon_1\alpha(k\omega)} \right) e^{-i\alpha(k\omega)d} \right| \times$$

$$\times e^{-i\alpha_1(k\omega)d} + \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left\{ \frac{1}{2} i\alpha\tilde{\zeta}(m-n) \left| \left( 1 - \frac{\epsilon(\omega)\alpha_1(k_n\omega)}{\epsilon_1\alpha(k_n\omega)} \right) e^{+i\alpha(k_n\omega)d} - \right. \right.$$

$$\left. \left( 1 + \frac{\epsilon(\omega)\alpha_1(k_n\omega)}{\epsilon_1\alpha(k_n\omega)} \right) e^{-i\alpha(k_n\omega)d} \right| e^{+i\alpha_1(k_n\omega)d} R_n^{(0)}(k\omega) - i\alpha_2(k_n\omega)\tilde{\zeta}(m-n) T_n^{(0)}(k\omega) \},$$

(A9.a)

e

$$\frac{1}{2} \left( \frac{k_m^2 - \epsilon(\omega)\omega^2/c^2}{\epsilon(\omega)\alpha(k_m\omega)} \right) \left| \left( 1 - \frac{\epsilon(\omega)\alpha_1(k_m\omega)}{\epsilon_1\alpha(k_m\omega)} \right) e^{+i\alpha(k_m\omega)d} - \left( 1 + \frac{\epsilon(\omega)\alpha_1(k_m\omega)}{\epsilon_1\alpha(k_m\omega)} \right) e^{-i\alpha(k_m\omega)d} \right| \times$$

$$\times e^{+i\alpha_1(k_m\omega)d} R_m^{(1)}(k\omega) - \left( \frac{k_m^2 - \epsilon_2\omega^2/c^2}{\epsilon_2\alpha_2(k_m\omega)} \right) T_m^{(1)}(k\omega) =$$

$$= \frac{1}{2} i\alpha(k\omega)\tilde{\zeta}(m) \left( \frac{k_m k - \epsilon(\omega)\omega^2/c^2}{\epsilon(\omega)\alpha(k\omega)} \right) \left| \left( 1 + \frac{\epsilon(\omega)\alpha_1(k\omega)}{\epsilon_1\alpha(k\omega)} \right) e^{+i\alpha(k\omega)d} \right.$$

$$\left. \left( 1 - \frac{\epsilon(\omega)\alpha_1(k\omega)}{\epsilon_1\alpha(k\omega)} \right) e^{-i\alpha(k\omega)d} \right| e^{-i\alpha_1(k\omega)d} + \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left\{ \frac{1}{2} i\alpha(k_n\omega)\tilde{\zeta}(m-n) \left( \frac{k_m k_n - \epsilon(\omega)\omega^2/c^2}{\epsilon(\omega)\alpha(k_n\omega)} \right) \times \right.$$

$$\left| \left( 1 - \frac{\epsilon(\omega)\alpha_1(k_n\omega)}{\epsilon_1\alpha(k_n\omega)} \right) e^{+i\alpha(k_n\omega)d} + \left( 1 + \frac{\epsilon(\omega)\alpha_1(k_n\omega)}{\epsilon_1\alpha(k_n\omega)} \right) e^{-i\alpha(k_n\omega)d} \right| e^{+i\alpha_1(k_n\omega)d} R_n^{(0)}(k\omega) -$$

$$- i\alpha_2(k_n\omega)\tilde{\zeta}(m-n) \left( \frac{k_m k_n - \epsilon_2\omega^2/c^2}{\epsilon_2\alpha_2(k_n\omega)} \right) T_n^{(0)}(k\omega) \}.$$

(A9.b)

As equações (A9) podem ser escritas de forma reduzida como,

$$A_m^{(1)} R_m^{(1)}(k\omega) + B_m^{(1)} T_m^{(1)}(k\omega) = E_m^{(1)} \quad (A10.a)$$

$$C_m^{(1)} R_m^{(1)}(k\omega) + D_m^{(1)} T_m^{(1)}(k\omega) = F_m^{(1)} \quad (A10.b)$$

onde

$$A_m^{(1)} = \frac{1}{2} \frac{1}{\epsilon_1 \alpha(k_m \omega)} \left| \begin{array}{l} -(\epsilon(\omega) \alpha_1(k_m \omega) - \epsilon_1 \alpha(k_m \omega)) + (\epsilon(\omega) \alpha_1(k_m \omega) + \epsilon_1 \alpha(k_m \omega)) \times \\ \times e^{-2i\alpha(k_m \omega)d} \left| e^{+i|\alpha_1(k_m \omega) + \alpha(k_m \omega)|d} \right| \end{array} \right| \quad (A11)$$

$$B_m^{(1)} = -1 \quad (A12)$$

$$C_m^{(1)} = \frac{1}{2} \frac{1}{\epsilon_1 \epsilon(\omega)} \left| \begin{array}{l} (\epsilon(\omega) \alpha_1(k_m \omega) - \epsilon_1 \alpha(k_m \omega)) + (\epsilon(\omega) \alpha_1(k_m \omega) + \epsilon_1 \alpha(k_m \omega)) \times \\ \times e^{-2i\alpha(k_m \omega)d} \left| e^{+i|\alpha_1(k_m \omega) + \alpha(k_m \omega)|d} \right| \end{array} \right| \quad (A13)$$

$$D_m^{(1)} = \frac{\alpha_2(k_m \omega)}{\epsilon_2} \quad (A14)$$

$$\begin{aligned}
E_m^{(1)} = \frac{1}{2} i \tilde{\zeta}(m) \{ & | (\epsilon(\omega) \alpha_1(k\omega) + \epsilon_1 \alpha(k\omega)) e^{+i\alpha(k\omega)d} + \\
& (\epsilon(\omega) \alpha_1(k\omega) - \epsilon_1 \alpha(k\omega)) e^{-i\alpha(k\omega)d} | \frac{e^{-i\alpha_1(k\omega)d}}{\epsilon_1} + \\
& + | -(\epsilon(\omega) \alpha_1(k\omega) - \epsilon_1 \alpha(k\omega)) e^{+i\alpha(k\omega)d} - (\epsilon(\omega) \alpha_1(k\omega) + \epsilon_1 \alpha(k\omega)) e^{-i\alpha(k\omega)d} | \\
& \times \frac{e^{+i\alpha_1(k\omega)d}}{\epsilon_1} R_0^{(0)}(k\omega) - 2\alpha_2(k\omega) T_0^{(0)}(k\omega) \} \quad (A15)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F_m^{(1)} = \frac{1}{2} i \tilde{\zeta}(m) \{ & ( \frac{k_m k - \epsilon(\omega) \omega^2 / c^2}{\epsilon_1 \epsilon(\omega) \alpha(k\omega)} ) | (\epsilon(\omega) \alpha_1(k\omega) + \epsilon_1 \alpha(k\omega)) e^{+i\alpha(k\omega)d} - \\
& - (\epsilon(\omega) \alpha_1(k\omega) - \epsilon_1 \alpha(k\omega)) e^{-i\alpha(k\omega)d} | e^{-i\alpha_1(k\omega)d} + \\
& + ( \frac{k_m k - \epsilon(\omega) \omega^2 / c^2}{\epsilon_1 \epsilon(\omega) \alpha(k\omega)} ) | -(\epsilon(\omega) \alpha_1(k\omega) - \epsilon_1 \alpha(k\omega)) e^{+i\alpha(k\omega)d} + \\
& + (\epsilon(\omega) \alpha_1(k\omega) + \epsilon_1 \alpha(k\omega)) e^{-i\alpha(k\omega)d} | e^{+i\alpha_1(k\omega)d} R_0^{(0)}(k\omega) - \\
& - 2( \frac{k_m k - \epsilon_2 \omega^2 / c^2}{\epsilon_2} ) T_0^{(0)}(k\omega) \} \quad (A16)
\end{aligned}$$

O determinante da equação (A10) é dado por

$$\begin{aligned}
DET_m^{(1)} &= \frac{\alpha_2(k_m \omega)}{\epsilon_2} A_m^{(1)} + C_m^{(1)} \\
&= \Delta_m^{(1)} \times \frac{1}{2} \frac{e^{+i | \alpha_1(k_m \omega) + \alpha(k_m \omega) | d}}{\epsilon_1 \epsilon_2 \epsilon(\omega) \alpha(k_m \omega)} \quad (A17)
\end{aligned}$$



onde

$$\Delta_m^{(1)} = - (\epsilon(\omega)\alpha_1(k_m\omega) - \epsilon_1\alpha(k_m\omega)) (\epsilon(\omega)\alpha_2(k_m\omega) - \epsilon_2\alpha(k_m\omega)) + \\ (\epsilon(\omega)\alpha_1(k_m\omega) + \epsilon_1\alpha(k_m\omega)) (\epsilon(\omega)\alpha_2(k_m\omega) + \epsilon_2\alpha(k_m\omega)) e^{-2i\alpha(k_m\omega)d} \quad (A18)$$

A equação (A18) é equivalente a equação (2.45), ou seja, é a relação de dispersão para o polariton superficial num filme metálico plano. Tal que,

$$R_m^{(1)}(k\omega) = \frac{1}{\text{DET}_m^{(1)}} \left( \frac{\alpha_2(k_m\omega)}{\epsilon_2} E_m^{(1)} + F_m^{(1)} \right) \quad (A19.a)$$

e

$$T_m^{(1)}(k\omega) = \frac{1}{\text{DET}_m^{(1)}} (A_m^{(1)} F_m^{(1)} - C_m^{(1)} E_m^{(1)}) \quad (A19.b)$$

Temos então que os coeficientes de reflexão e transmissão, na aproximação de primeira ordem, obtidos de (A19), são

$$R_m^{(1)}(k\omega) = \frac{1}{\Delta_0^{(0)} \Delta_m^{(1)}} i\tilde{\zeta}(m) \{ 8\epsilon_1\epsilon(\omega)(\epsilon(\omega) - \epsilon_2)\alpha_1(k\omega)\alpha(k\omega)\alpha(k_m\omega) \times \\ \times | \epsilon(\omega)\alpha_2(k\omega)\alpha_2(k_m\omega) - \epsilon_2 k_m k | \} e^{-i | (\alpha_1(k_m\omega) + \alpha_1(k\omega)) + (\alpha(k_m\omega) + \alpha(k\omega)) } \quad (A20.a)$$



e

$$\begin{aligned}
 T_m^{(1)}(k\omega) = & \frac{4 \epsilon_2 \epsilon(\omega) \alpha_1(k\omega) \alpha(k\omega)}{\Delta_0(0) \Delta_m(1)} i \tilde{\zeta}(m) e^{-i(\alpha_1(k\omega) + \alpha(k\omega))d} \times \\
 & \times \{ k_m k(\epsilon_2 - \epsilon(\omega)) | -(\epsilon(\omega) \alpha_1(k_m \omega) - \epsilon_1 \alpha(k_m \omega)) + \\
 & + (\epsilon(\omega) \alpha_1(k_m \omega) + \epsilon_1 \alpha(k_m \omega)) e^{-2i\alpha(k_m \omega)d} | - \\
 & - \alpha_2(k\omega) \alpha(k_m \omega) (\epsilon(\omega) - \epsilon_2) | (\epsilon(\omega) \alpha_1(k_m \omega) - \epsilon_1 \alpha(k_m \omega)) + \\
 & + (\epsilon(\omega) \alpha_1(k_m \omega) + \epsilon_1 \alpha(k_m \omega)) e^{-2i\alpha(k_m \omega)d} | \} \quad (A20.b)
 \end{aligned}$$

onde

$$\tilde{\zeta}(m) = \frac{1}{2} \int_{-a/2}^{+a/2} dx e^{-i \frac{2\pi m}{a} x} \zeta(x). \quad (A21)$$

Para a função de contorno superficial

$$\zeta(x) = \zeta_0 \cos \frac{2\pi}{a} x \quad (A22)$$

temos,

$$\begin{aligned} \tilde{\zeta}(m) = \operatorname{Re} \tilde{\zeta}(m) &= \zeta_0/2, \quad m = |1| \\ &0, \quad m \neq |1| \end{aligned} \tag{A23}$$

onde  $\zeta_0$  é a amplitude da Grating.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- (1) A.G.Mal'shukov and Sh. A. Shekhmamet'ev, Sov. Phys. Solid State 25 , 1509 (1983)
- (2) Petr Beckmann and André Spizzichino - The Scattering of Electromagnetic Waves from Rough Surfaces (Pergamon, New York, 1963).
- (3) A. Wirgin - Opt. Soc. Am. 73, 1028 (1983).
- (4) F.Toigo, A.Marvin, V.Celli and N.R.Hill - Phys. Rev. B15, 5618 (1977).
- (5) N.E.Glass and A.A.Maradudin - Phys. Rev. B24, 595 (1981).
- (6) N.E.Glass and A.A.Maradudin - Surface Science 114, 240 (1982)
- (7) N.E.Glass, M.Weber and D.L.Mills - Phys. Rev. B29, 6548 (1984)
- (8) Gil A. Farias and A.A.Maradudin - Phys. Rev. B27, 7093 (1983)
- (9) M.Nevière and R.Reinisch - Phys. Rev. B26, 5403 (1982)
- (10) D.L.Mills and M.Weber - Phys. Rev. B26, 1075 (1982)
- (11) P.B.Johnson and R.W.Christy - Phys. Rev. B6, 4370 (1972)
- (12) D.L.Mills and Burstein - Prog. Phys. 37, 817-926 (1974)
- (13) A.A.Maradudin, in Surface Polaritons, Edited by V.M.Agranovich and D.L.Mills (North-Holland, Amsterdam, 1982).
- (14) A.A.Maradudin and W. Zierau - Phys. Rev. B14, 484 (1976)

- (15) Ping Sheng, R.S.Stepleman and P.N.Sanda - Phys. Rev. B26, 2907 (1982)
- (16) Bernardo Laks, D.L.Mills and A.A.Maradudin - Phys. Rev. B23, 4965 (1981)
- (17) W.C.Meecham - J.Appl. Phys. 27, 361 (1956)
- (18) Margarida M. Auto and G.A.Farias and A.A.Maradudin - A ser publicado na Surface Science (1986).
- (19) Dror Sarid - Phys. Rev. Letters 47, 1927 (1981).