

# ESTUDO ANALÍTICO SOBRE VELOCIDADE DE VIBRAÇÃO DE SOLOS PRÓXIMOS A LINHAS FERROVIÁRIAS

Celso Gabriel Barroso Filho, Tereza Denyse P. de Araújo

*Programa de Pós-graduação em Estruturas e Construção Civil – UFC*  
*Departamento de Engenharia Estrutural e Construção Civil*  
*Centro de Tecnologia – Universidade Federal do Ceará*  
*Bloco 732 – Campus do Pici, Fortaleza-CE, CEP 60440-900, Brasil*  
[calculista009@gmail.com](mailto:calculista009@gmail.com), [denyse@ufc.br](mailto:denyse@ufc.br)

**Resumo.** Os edifícios estão sujeitos a vibrações provocadas pelo ambiente, tais como as provenientes da indústria, construções, tráfego de veículos, dentre outros. Estas vibrações podem danificar o edifício com o tempo ou gerar desconforto em seus usuários. A construção de edifícios próximos as linhas férreas está se tornando cada vez mais comum nas grandes e pequenas cidades, ao redor do mundo. O presente trabalho mostra uma metodologia analítica para a previsão das vibrações no solo, causadas pela passagem dos trens, que atingem as edificações, pessoas ou benfeitorias próximas. Utilizando um exemplo da literatura, pretende-se validar estas equações matemáticas, bem como discutir as vibrações físicas e os ruídos, que o tráfego de trens gera. O objetivo é a segurança estrutural e o melhor aproveitamento das regiões próximas às linhas de férreas. São verificados vários tipos de solo, a fim de avaliar sua influência na propagação da velocidade instantânea de vibração induzida no meio. Outros parâmetros também são analisados, tais como a distância da linha férrea, velocidade e carga do trem e o tipo de trilho. Essas análises são feitas utilizando um programa matemático. Dessa forma, espera-se contribuir para a normatização de critérios de construções de edifícios próximos a linhas férreas.

**Palavras-chave:** Velocidade de vibração. Vibração no solo. Ferrovia. Velocidade do trem.

## 1 Introdução

Devido a crescente especulação imobiliária nos perímetros urbanos, se tornou inevitável a execução de vias de tráfego automobilístico e ferroviários próximas aos edifícios. O fluxo de trens induz nesses edifícios vibrações que podem afetar seus ocupantes, bem como o sistema estrutural e o funcionamento de equipamentos. Portanto, a falta de planejamento contribui para que as vibrações geradas tenham efeitos mais acentuados e danosos nas construções. Por isso, as autoridades e órgãos responsáveis pela fiscalização e execução de edificações em ambientes urbanos, tentam estabelecer critérios para a redução desse potencial dano.

O problema ainda não é totalmente entendido, pois envolve a interação do trem com o trilho e o suporte deste, a propagação de ondas através do solo e a interação do solo com a fundação do edifício. Além disso, fatores como a rugosidade da roda e do trilho, o amortecimento do solo, a velocidade do veículo e as propriedades dinâmicas do trem afetam a amplitude e a frequência das vibrações que são geradas.

As vibrações ferroviárias são oriundas principalmente do contato entre a roda e os trilhos da ferrovia. As forças de contato são vertical, longitudinal e transversal, sendo a carga vertical a maior responsável pelas vibrações em edifícios localizados próximos as ferrovias. As vibrações se propagam pelo solo como ondas, fazendo com que as paredes, o piso e a estrutura do edifício vibrem. Assim, o trem trafegando nos trilhos é considerado a fonte da vibração, ou seja, onde a carga dinâmica é gerada; o solo se constitui no caminho por onde as ondas se propagam; essas ondas são transmitidas até o edifício que é tido como receptor. Portanto, cada uma destas regiões tem suas próprias propriedades e parâmetros que afetam os níveis de vibração global. Apesar destas regiões funcionarem como uma sequência, às vezes pode ser útil estudar cada uma delas separadamente.

O objetivo deste trabalho é apresentar uma metodologia analítica para a previsão das vibrações no solo,

causadas pela passagem dos trens, que atingem as edificações, pessoas ou benfeitorias próximas. As equações utilizadas neste trabalho foram propostas por Eason [1], cujo estudo se limitou a velocidades de trens inferiores à velocidade das ondas de Rayleigh.

## 2 Tipos de Ondas

As vibrações geradas na fonte se propagam através do campo livre na forma de ondas. Essas ondas estão divididas em ondas de corpo ou de volume e de superfície. As ondas de corpo propagam-se no interior da terra e estão divididas em dois tipos: as primárias, também denominadas de ondas P, e as secundárias, chamadas de ondas S. As ondas P são ondas longitudinais que fazem o solo vibrar paralelamente à direção da onda, sendo as primeiras a chegar na superfície, pois têm uma velocidade de propagação maior. São conhecidas como ondas de compressão e têm menores amplitudes. Proporcionam aos corpos sólidos alterações de volume, sem alterações na forma.

As ondas S são ondas transversais ou de cisalhamento, o que significa que o solo é deslocado perpendicularmente à direção de propagação. São mais lentas que as ondas P, sendo as segundas a chegar na superfície e propagam-se apenas em corpos sólidos. Provocam alterações na forma, sem alteração de volume e sua amplitude é várias vezes maior do que a das ondas P, porém são menores do que as ondas superficiais.

As ondas de superfície são ondas que se propagam imediatamente na superfície terrestre, deslocando-se mais lentamente que as ondas de corpo, cuja velocidade é aproximadamente constante. Contudo, estas ondas são mais destrutivas, devido à sua baixa frequência, longa duração e grande amplitude. São resultantes da interação das ondas P e S com a superfície. As ondas Rayleigh (ondas R) são um tipo de onda superficial que provoca vibração no sentido contrário à propagação da onda, ou seja, em um movimento de rolamento (descrevem uma órbita elíptica e retrógrada), e sua amplitude diminui rapidamente com a profundidade. A velocidade de propagação das ondas P ( $c_P$ ), S ( $c_S$ ) e R ( $c_R$ ) são calculadas pelas seguintes expressões:

$$c_P = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} \quad c_S = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad c_R = \frac{0,87 + 1,12\nu}{1 + \nu} \quad (1)$$

Em que  $\lambda$  é a constante de elasticidade,  $\mu$  é o módulo de rigidez (também conhecido como módulo de cisalhamento),  $\rho$  é a densidade do meio e  $\nu$  é o coeficiente de Poisson. Assim, a velocidade das ondas P e S não é constante, mas variam diretamente com a rigidez dos materiais (quanto mais rígido, maior velocidade) e inversamente com a densidade (quanto mais denso, menor a velocidade).

## 3 Formulação Matemática

Para um trem em movimento, infere-se que as suas cargas verticais são muito maiores que as suas cargas longitudinais e transversais. Por isso, na modelagem do movimento do trem ao longo do trilho, são considerados apenas os deslocamentos causados pela carga vertical em relação ao solo. A ferrovia é considerada uma viga de Euler-Bernoulli infinita (trilho) sobre uma fundação elástica (dormentes e lastro), cujo coeficiente de rigidez é  $s$  (Fig. 1a).

Os deslocamentos do solo ( $u$ ,  $v$  e  $w$ ) são avaliados segundo os respectivos eixos coordenados cartesianos  $x$ ,  $y$  e  $z$ , em que a superfície do solo é definida pelo plano  $z = 0$  (Fig. 1b), indicando que o eixo positivo de  $z$  aponta para o interior do solo. Neste caso, o solo é considerado homogêneo, elástico, isotrópico, linear e semi-infinito, sujeito a um carregamento móvel com velocidade constante aplicado na sua superfície.

Eason [1] partiu das relações de tensão-deformação (Lei Hooke Generalizada) para deduzir as equações de movimento do solo. Estas equações são resolvidas através de transformadas integrais, como a transformada de Fourier e sua inversa, e através de manipulações matemáticas obtém-se as equações para o campo de deslocamentos do solo, devido a carga pontual,  $P_1$ , que se move ao longo do trilho, na direção do eixo  $x$  (Fig. 1c).

Considerando a carga da roda  $P_1$  distribuída elasticamente em  $x = 0$  e  $z = 0$ , então, a função de distribuição da carga pode ser escrita como:

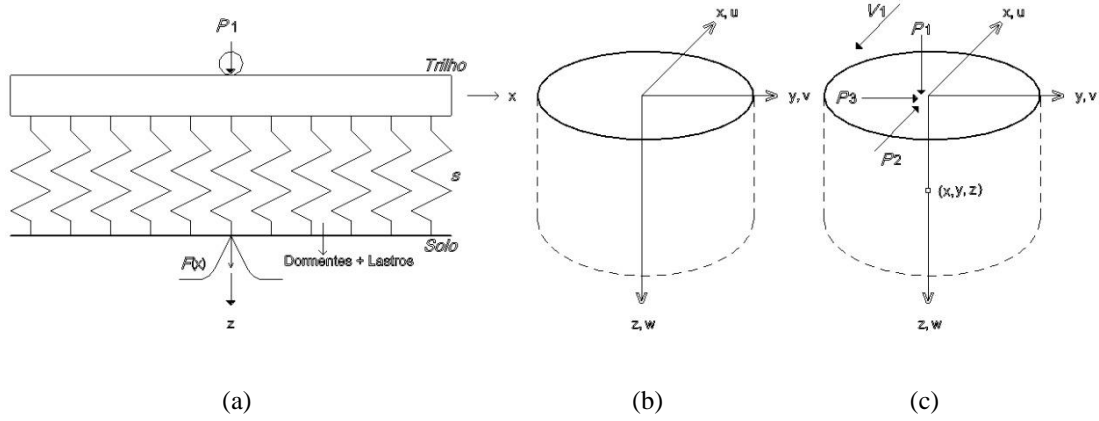


Figura 1. (a) Modelo da ferrovia; (b) Deslocamentos  $u$ ,  $v$  e  $w$  do solo, segundo os eixos coordenados; (c) Carga-trem-eixo (Fonte: Autor)

$$F(x) = \frac{P_1}{2\alpha} e^{-|x|/\alpha} \left( \cos\left(\frac{|x|}{\alpha}\right) + \sin\left(\frac{|x|}{\alpha}\right) \right). \quad (2)$$

Em que,  $\alpha$  é o comprimento característico da pista ferroviária, que depende do módulo de elasticidade do material do trilho,  $E$ , e de sua inércia,  $I$ :

$$\alpha = \sqrt[4]{\frac{4EI}{s}}. \quad (3)$$

Dentre as equações mencionadas por Carvalho [2], tem-se a equação que mede o deslocamento vertical,  $w$ , ao longo do eixo  $z$ , que é objeto do presente estudo e é expresso por:

$$w = \frac{F}{4\pi^2\mu} \int_0^\pi \frac{\gamma_1}{H} \left[ \frac{\gamma_1 \left( 1 - \frac{1}{2} \alpha_2^2 \cos^2 \varphi \right)}{R_1^2} - \frac{\gamma_1}{R_2^2} \right] d\varphi. \quad (4)$$

Em que,  $z$  representa a profundidade do solo,  $\mu$  é módulo de cisalhamento do meio por onde a onda se propaga. Os parâmetros  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$ ,  $R_1$ ,  $R_2$  e  $H$  são simplificações matemáticas, definidas como:

$$\gamma_1 = \sqrt{1 - \alpha_1^2 \cos^2 \varphi} \quad \gamma_2 = \sqrt{1 - \alpha_2^2 \cos^2 \varphi}. \quad (5)$$

$$H = \left( 1 - \frac{1}{2} \alpha_1^2 \cos^2 \varphi \right)^2 - \gamma_1 \gamma_2. \quad (6)$$

$$R_1 = \sqrt{r^2 \cos^2 \theta - \varphi + \gamma_1^2 z^2} \quad R_2 = \sqrt{r^2 \cos^2 \theta - \varphi + \gamma_2^2 z^2}. \quad (7)$$

Em que,  $r$  e  $\theta$  representam a localização em coordenadas polares do ponto no espaço onde os deslocamentos são medidos. Os coeficientes  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  são determinados a partir da velocidade do trem  $V_t$  e das velocidades das ondas P ( $c_p$ ) e S ( $c_s$ ), definidas pela eq. (1). Então, estes coeficientes são definidos por:

$$\alpha_1 = \frac{V_t}{c_p} \quad \alpha_2 = \frac{V_t}{c_s}. \quad (8)$$

A eq. (4) pode ser usada para extrair soluções numéricas em qualquer ponto no interior do solo, porém não pode ser resolvida na superfície, já que, em  $z = 0$ , a integral do limite não é igual ao limite da integral. Para o cálculo da velocidade instantânea do solo no eixo  $z$ , deve-se derivar a eq. (4) em relação ao tempo, obtendo-se:

$$\frac{d}{dt} w = v_w = \frac{d}{dt} \left( \frac{F x z}{4\pi^2 \mu} \right) \int_0^\pi \frac{\gamma_1}{H} \left\{ \frac{\gamma_1 \left( 1 - \frac{1}{2} \alpha_2^2 \cos^2 \varphi \right)}{R_1^2} - \frac{\gamma_1}{R_2^2} \right\} d\varphi. \quad (9)$$

### 3.1 Validação

A validação das equações analíticas aqui mostradas é realizada modelando-se um exemplo prático encontrado no trabalho de Yang e Hung [3]. No caso em questão, o trem é representado por uma carga móvel pontual  $P_1$ , equivalente a uma massa com valor de 20.483,50 kg, sendo a massa total do vagão igual a 81,9 ton distribuída em quatro pontos de contato com a pista, movendo-se a uma velocidade de 324 km/h que é próximo do valor da velocidade da onda Rayleigh no solo que mede 331,2 km/h. As características geotécnicas do solo são 50 MPa para o módulo de elasticidade longitudinal, 0,25 para o coeficiente de Poisson e 2000 kg/m<sup>3</sup> de densidade de solo. São feitas medições para um intervalo de tempo de -0,05 s a 0,05 s, sendo o instante zero o ponto onde ocorre o maior deslocamento no solo, cujo valor é 7,14 mm. Neste instante, a carga móvel está alinhada com o ponto de observação que está a um metro de profundidade do solo. Verifica-se, portanto, que há uma boa concordância entre os dois resultados, principalmente no ponto de pico.

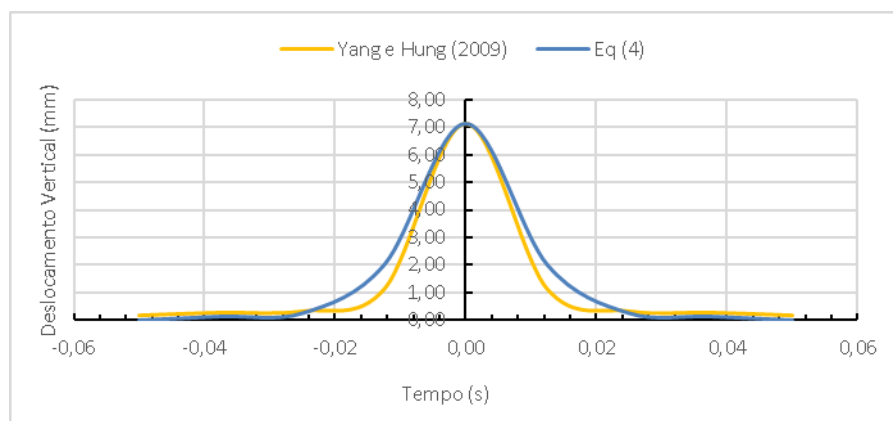


Figura 2. Comparação entre a eq. (4) e Yang e Hung [3]

## 4 Legislação FTA

De acordo com FTA [4], a vibração induzida por trem consiste em movimentos flutuantes rapidamente com um movimento médio de zero. Existem vários métodos diferentes que são usados para quantificar o nível de vibração. A velocidade de pico de partículas (*Peak Particle Velocity* - PPV) é definida como o pico positivo ou negativo instantâneo máximo do sinal de vibração. O nível de velocidade de vibração,  $L_v$ , em decibéis é definido como:

$$L_v = 20 \log_{10} \left( \frac{v_t}{v_{ref}} \right). \quad (10)$$

Em que,  $v_t$  é a amplitude da velocidade do trem e  $v_{ref}$  é a faixa de velocidade de referência. Um valor de referência deve ser sempre especificado toda vez que uma quantidade é expressa em termos de decibéis. A FTA [4] sugere que o valor de referência para a velocidade de vibração seja  $2,54 \times 10^{-8}$  m/s.

Valores de vibração acima de 80 dB causam o máximo aborrecimento momentâneo para os usuários de edificações; acima de 90 dB, a vibração causa dificuldade de leitura e dificuldade de visão para qualquer pessoa submetida a esses níveis de vibração; a partir de 100 dB, a vibração já pode causar danos as estruturas e edificações, tais como o aparecimento de trincas e fissuras na fachada ou em ambientes internos, até o colapso progressivo da edificação caso a vibração atinja valores próximos da frequência natural da estrutura.

## 5 Estudo de caso

No Brasil existem quatro tipos de locomotivas, a saber: a locomotiva a vapor (a primeira a ser criada), a locomotiva a diesel (criada com o objetivo de tornar os trens mais rápidos), a locomotiva elétrica (criada com o objetivo de transformar o transporte urbano mais rápido, também conhecida como metrô) e, finalmente, a locomotiva a biodiesel (criada com o objetivo de emitir menos dióxido de carbono na atmosfera, ou seja, é mais ecológica). A velocidade média das ferrovias varia de 23,40 km/h a 31,07 km/h. Dependendo da potência da locomotiva e do número de vagões engatados, os trens podem chegar a uma velocidade máxima de 60 km/h, de acordo como jornal Estado de São Paulo [5]. Para o presente estudo, são considerados quatro tipos de velocidade: 20 km/h, 30 km/h, 40 km/h, 50 km/h e 60 km/h.

O transporte ferroviário é diversificado e, dentre os tipos de vagões e locomotivas de veículos utilizados no Brasil, destacam-se principalmente: vagão aberto (gôndola) que não precisa de proteção climática, vagão fechado para produtos que necessitam de proteção precisa contra o clima, Hopper (vagão adaptado com funil para facilitar o descarregamento), vagão tanque para transporte de fluidos, vagão plataforma e vagão carro usado para o transporte doméstico de passageiros. O peso da tara da maioria dos vagões varia entre 25.000 kg e 36.000 kg e o peso bruto máximo carregado é de 100.000 kg. Para os fins deste estudo, serão utilizados os valores de 80.000 kg e 100.000 kg. A análise é feita a uma distância de até 40 metros da pista, no eixo de deslocamento  $z$  a uma profundidade de 10 cm da superfície solo. O tipo de trilho usado na análise é o TR-57, cujo valor de  $\alpha$  (eq. 3) é igual a 0,77.

As ferrovias existentes no Brasil passam pelos mais diversos tipos de solo. Para os fins deste estudo, com o objetivo de avaliar a influência do tipo de solo na resposta final da velocidade, é realizada uma análise paramétrica através da variação de suas propriedades para três tipos de solo (Tabela 1). As propriedades das argilas 1 e 2 foram extraídas de Ortigão [6], e as do solo argiloso arenoso macio foi retirado de Hesami *et al.* [7].

Tabela 1. Características dos solos para o estudo de caso

Tipo de solo	$c_R$ (m/s)	$c_S$ (m/s)	$c_P$ (m/s)	$\nu$	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$E$ (N/m <sup>2</sup> )	$G$ (N/m <sup>2</sup> )
Argila 1	92,00	100,00	173,20	0,25	2000,00	$50 \times 10^6$	$20 \times 10^6$
Argila 2	142,50	150,00	1071,21	0,49	2000,00	$134,1 \times 10^6$	$45 \times 10^6$
Argila arenosa macia	90,09	98,82	161,37	0,20	1600,00	$37,488 \times 10^6$	$15,62 \times 10^6$

## 6 Análise dos Solos

Para todos os tipos de solos, foram analisadas duas situações, uma com a carga de vagão de 80 toneladas e a outra com a carga de 100 ton. Para a argila 1, considerando a primeira situação (Fig. 3a), para todas as velocidades de trem analisadas, observa-se que para distâncias superiores a cinco metros, o nível de vibração é inferior a 100 dB que é o valor limite em que é passível de acontecer danos humanos e estruturais a construções e benfeitorias; para distâncias superiores a 20 metros da pista ferroviária, o nível de vibração atinge valores menores do que 80 dB que, de acordo com o manual do FTA [4], é a faixa que causa aborrecimento e perturbações aos usuários de edifícios. Portanto, para vagões de 80 ton, as regiões que estão além de 20 metros podem ser consideradas seguras. Já para a segunda situação (Fig. 3b), cuja carga de vagão é maior, para todas as velocidades de trem, observa-se que numa faixa de até 10 metros da pista, todas as velocidades de vibração são superiores a 80 dB, sendo que a maioria é superior a 100 dB, podendo chegar até 130 dB exatamente ao lado da pista. De acordo com a análise da segunda situação, só existe um nível seguro para o uso humano e estrutural que é para uma distância além de 30 metros da linha do trem.

Para a argila 2, considerando a primeira situação (Fig. 4a), para todas as velocidades de trem analisadas, observa-se que, para todas as distâncias da pista ferroviária, o impacto de vibração é inferior a 100 dB, sendo o único efeito sentido pelos usuários de habitações é um moderado desconforto a parti de uma faixa de 5 metros da linha do trem. Já na segunda situação (Fig. 4b), tem-se valores de velocidade de vibração ligeiramente superiores a primeira situação, porém a mesma só ultrapassa o valor de 100 dB na faixa imediatamente ao lado da pista (até 5 metros), sendo que o valor máximo pode chegar até 125 dB. A argila 2 tem tanto um módulo de elasticidade longitudinal quanto o transversal maior do que os da argila 1, o que torna o solo mais coeso e, conseqüentemente, menos suscetível a vibrações, esse efeito foi também observado por Feng *et al.* [8], por fim para a argila 2 as distâncias acima dos 10 metros da pista ferroviária são livres de danos estruturais e aborrecimento e incômodo humano.

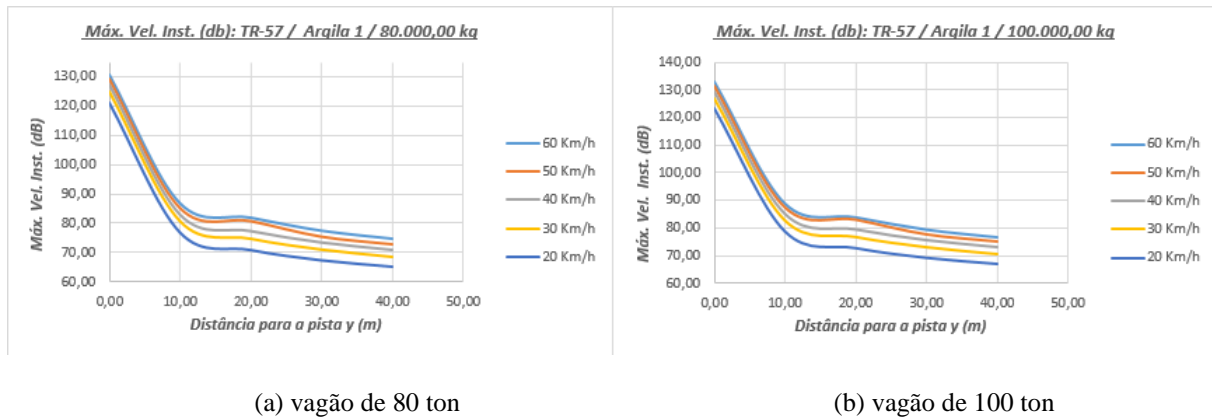


Figura 3. Velocidade máxima (dB) vs. distância da pista (m) para a argila 1

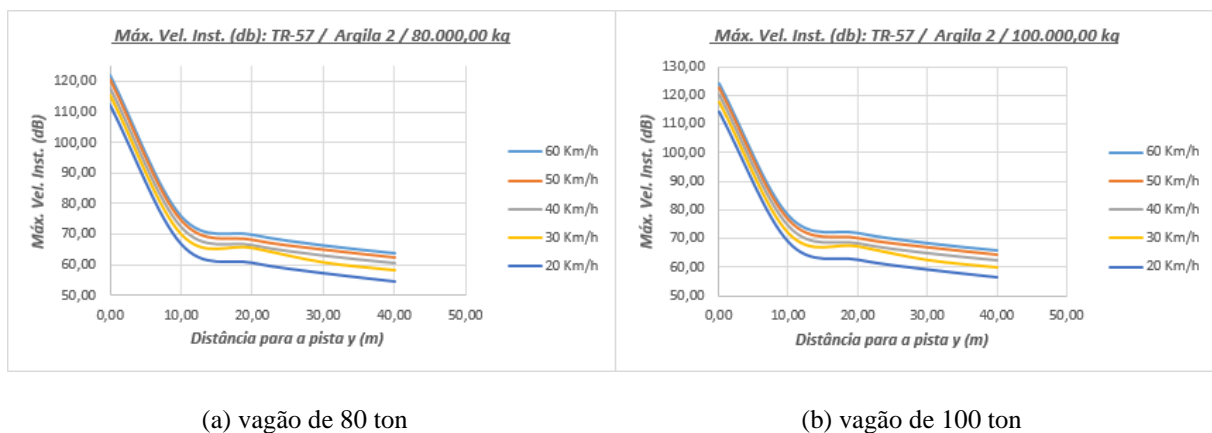


Figura 4. Velocidade máxima (dB) vs. distância da pista (m) para a argila 2

Para o terceiro solo, que é a argila arenosa macia, na primeira situação (Fig. 5a), para quaisquer velocidades de trem analisadas, observa-se que, para distâncias superiores a oito metros, o nível de vibração é inferior a 100 dB, assim como observado para a argila 1; para uma faixa superior a 25 metros da pista ferroviária, o nível de vibração atinge valores menores do que 80 dB que, de acordo com a FTA [4], é a faixa segura para usuários de edifícios. Já para a segunda situação (Fig. 5b), para todas as velocidades de trem, observa-se que, numa faixa de até 10 metros da pista, todas as velocidades de vibração são superiores a 80 dB, sendo que grande parte é superior a 100 dB, podendo chegar até 135 dB exatamente ao lado da pista. De acordo com a análise da segunda situação, só existe um nível seguro para o uso humano e estrutural que é para uma distância além de 30 metros da linha do trem.

É observado que a velocidade de vibração no solo varia inversamente em relação aos parâmetros geotécnicos, como o módulo de elasticidade transversal, longitudinal, densidade, coeficiente de Poisson e a velocidade de propagação das ondas P, S e R no solo. Ou seja, com menores valores de velocidade de ondas no solo (eq. 1), maiores serão as vibrações devido a passagem de trens que viajam estejam eles se movendo a velocidades maiores ou menores do que a velocidade das ondas Rayleigh no solo em questão.

Para os trens franceses TGV ou Eurostar, os cálculos mostram que ocorre um aumento de cerca de 70 dB na velocidade de vibração do solo em comparação com os trens convencionais, podendo assim ser esta a causa de danos estruturais sérios nas construções em torno da linha. Felizmente, os solos com baixas velocidades de onda Rayleigh (cerca de 100 m/s) são incomuns, a faixa mais típica de valores de  $c_R$  fica em torno 250-500 m/s. No entanto, os projetistas e construtores de pistas de trens de alta velocidade devem estar cientes do risco potencial de vibrações excessivas no solo (Krylov [9]).

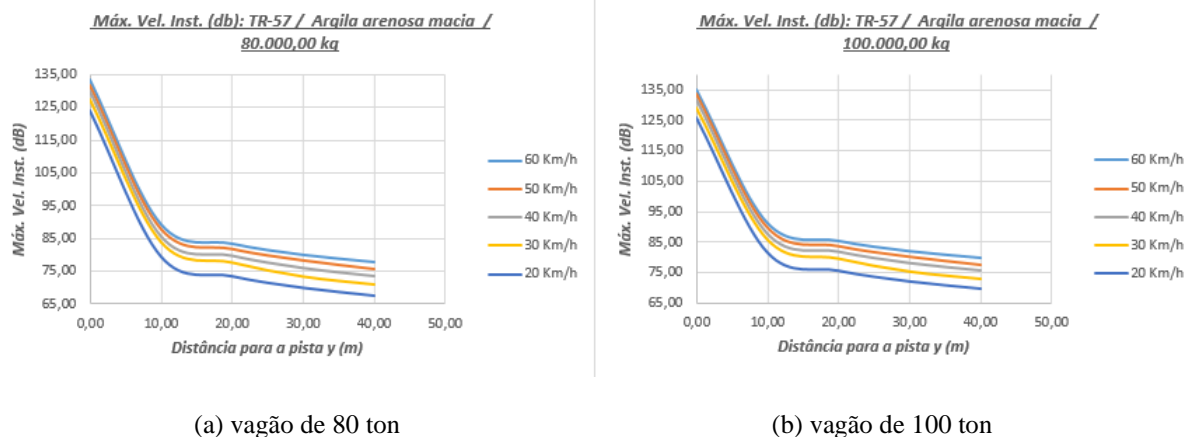


Figura 5. Velocidade máxima (dB) vs. distância da pista (m) para a argila arenosa macia

## 7 Conclusões

Do exposto pode-se concluir que a expressão analítica de Eason [1], para o cálculo dos deslocamentos do solo devido a passagem de trens, é satisfatória e representa muito bem o comportamento do mesmo. Quanto ao estudo de caso, pode-se obter as seguintes conclusões: (a) quanto mais rijo for o solo (maior módulo de elasticidade), menores serão as velocidades de vibração do solo; (b) quanto maior a velocidade das ondas P, S e R no solo, menor é a velocidade de vibração no solo; (c) em torno de 20 metros de distância da pista, observa-se um leve aumento na velocidade de vibração, o que caracteriza a zona de amplificação, segundo Xia et al. [10]; (d) quando a velocidade e a carga dos vagões aumentam, a velocidade de vibração também aumenta.

**Agradecimentos.** O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

**Declaração de autoria.** Os autores confirmam que são os únicos responsáveis pela autoria deste trabalho, e que todo o material aqui incluído como parte do presente trabalho é propriedade (e autoria) dos autores, ou tem a permissão dos proprietários a serem incluídos aqui.

## Referências

- [1] G. Eason. "The stresses produced in a semi-infinite solid by a moving surface force". *International Journal of Engineering Science*, v. 2, pp. 581-609, 1965.
- [2] A. F. P. Carvalho, Análise paramétrica da vibração do solo induzida pelo tráfego ferroviário. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2016.
- [3] Y. B. Yang, H. H. Hung, Wave propagation for train-induced vibrations: A finite/infinite element approach. World Scientific Publishing Company, 2009.
- [4] FTA (Federal Transit Administration), Transit noise and vibration impact assessment. Department of Transportation – USA, 2006.
- [5] <https://economia.estadao.com.br/noticias/geral,velocidade-das-ferrovias-brasileiras-esta-mais-baixa-do-que-em-2001,70002135773>.
- [6] J. A. R. Ortigão, Wave propagation and microstrain behaviour of soils. Terratek, 2007.
- [7] S. Hesami, S. Ahmadi, A. T. Ghalesari, "Numerical Modeling of Train-induced Vibration of Nearby Multi-Story Building: A Case Study". *KSCE Journal of Civil Engineering*, v. 20, n. 5, pp. 1701-1713, 2016.
- [8] S.-J. Feng et al. "Simulation and mitigation analysis of ground vibrations induced by high-speed train with three dimensional FEM". *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, v. 94, pp. 204-214, 2017.
- [9] V. V. Krylov, "Effects of Track Properties on Ground Vibrations Generated by High-Speed Trains". *Acustica – acta acustica*, v. 84, pp. 78-90, 1998.
- [10] H. Xia, N. Zhang, Y. M. Cao, "Experimental study of train-induced vibrations of environments and buildings". *Journal of Sound and Vibration*, v. 280, n. 3-5, pp. 1017-1029, 2005.