



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ

CENTRO DE TECNOLOGIA

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

BRUNO VASCONCELOS SILVA

**A POTÊNCIA APARENTE EM SISTEMAS TRIFÁSICOS A TRÊS-FIOS NO
PADRÃO IEEE 1459-2010**

FORTALEZA

2021

BRUNO VASCONCELOS SILVA

A POTÊNCIA APARENTE EM SISTEMAS TRIFÁSICOS A TRÊS-FIOS NO PADRÃO
IEEE 1459-2010

Trabalho Final de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia Elétrica do Centro de Tecnologia da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr.Ing. Sérgio Daher

FORTALEZA

2021

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Biblioteca Universitária

Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

- S578p Silva, Bruno Vasconcelos.
A potência aparente em sistemas trifásicos a três-fios no Padrão IEEE 1459-2010 / Bruno Vasconcelos Silva. – 2021.
107 f. : il. color.
- Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Tecnologia, Curso de Engenharia Elétrica, Fortaleza, 2021.
Orientação: Prof. Dr. Sérgio Daher.
1. Potência aparente. 2. Fator de potência. 3. Sistemas trifásicos a três-fios. 4. Padrão IEEE 1459-2010. I. Título.

CDD 621.3

BRUNO VASCONCELOS SILVA

A POTÊNCIA APARENTE EM SISTEMAS TRIFÁSICOS A TRÊS-FIOS NO PADRÃO
IEEE 1459-2010

Trabalho Final de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia Elétrica do Centro de Tecnologia da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Elétrica.

Aprovada em: 31/08/2021

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr.Ing. Sérgio Daher
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof.^a PhD. Ruth Pastôra Saraiva Leão
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Me. Lucas Silveira Melo
Universidade Federal do Ceará (UFC)

A meus pais.

AGRADECIMENTOS

A Deus, sem Quem a existência não possui sentido. A minha mãe, a quem devo toda minha Educação. A meu pai, que não me permitiu desistir.

Ao Prof. Dr.-Ing. Sérgio Daher, pela disposição, atenção, gentileza e orientação inestimável. A todos os Professores que cruzaram meu caminho e nele deixaram uma marca.

Ao Programa de Educação Tutorial, por motivos que todos os que dele participaram conhecem. Aos amigos e colegas que fizeram estes últimos anos mais leves.

À Universidade Federal do Ceará e a todos aqueles que em prol dela trabalham. À Prof.^a PhD. Ruth Pastôra Saraiva Leão e ao Prof. Me. Lucas Silveira Melo, que tão gentilmente aceitaram participar da banca examinadora, e que forneceram contribuições valiosas para a melhora deste trabalho.

A minha família, sempre presente.

Questions like “how to define apparent power” or “what is the nonactive component of a current” are as old as alternating voltage power systems are used. Meanwhile for single phase systems under sinusoidal conditions all problems are sufficiently solved, but for the general case, that means multiphase non-sinusoidal systems, the international discussion is going on. (DEPENBROCK, 1993, p. 381).

RESUMO

Este trabalho discute a definição de potência aparente, controversa em sistemas trifásicos desequilibrados e distorcidos. Inicialmente, faz-se uma revisão dos conceitos básicos necessários à compreensão do tema, isto é, das grandezas elétricas como tensão, corrente, impedância e potência em sistemas monofásicos. Depois, esses mesmos conceitos são apresentados no contexto de sistemas trifásicos equilibrados, desequilibrados e distorcidos, servindo ao desenvolvimento do conceito de potência aparente nessas situações, o qual é discutido de forma minuciosa quando uma definição inequívoca não é possível. O texto dá mais atenção aos sistemas trifásicos a três-fios quando chega o momento de diferenciar as duas possibilidades, sem, contudo, deixar de trazer comentários pertinentes sobre os sistemas a quatro-fios. O Padrão IEEE 1459-2010, padrão internacional que traz definições para medição de grandezas elétricas de potência, é utilizado como norte do trabalho, mas sem a ele se limitar: é feita uma comparação entre a tensão eficaz do sistema no método do Padrão IEEE 1459-2010 e a tensão coletiva do sistema pelo método FBD. Definições de potência aparente baseadas na formulação descrita por Buchholz em 1922 são destacadas e encorajadas. O fator de potência, principal objeto de discussão do texto depois da potência aparente, é formulado para as situações analisadas. Após a discussão teórica, são mostrados resultados de simulação computacional comparando as definições trazidas no Padrão IEEE 1459-2010 para diversas situações de carga e de tensão, além de se discutir as implicações de tais resultados. Por fim, conclui-se que a potência aparente como definida por Buchholz é a base para as resoluções mais aceitas atualmente no contexto de sistemas trifásicos desequilibrados e distorcidos.

Palavras-chave: potência aparente; fator de potência; sistemas trifásicos a três-fios; Padrão IEEE 1459-2010.

ABSTRACT

This work discusses the apparent power definition, controversial in distorted and unbalanced three-phase systems. First, a review of the basic concepts necessary to the good understanding of the subject is carried out, i.e., of the electric quantities such as voltage, current, impedance and power in single-phase systems. Then, these same concepts are presented in the context of three-phase balanced, unbalanced, and distorted systems, serving the development of the apparent power concept in those situations, which is minutely discussed when an unequivocal definition is not possible. The text gives more attention to three-phase three-wire systems when it comes the moment of distinguishing both possibilities, not failing in bringing relevant comments on three-phase four-wire systems. The IEEE Standard 1459-2010, an international standard that brings definitions for the measurement of electric power quantities, is used as guidance to the work, but not being limited to it: a comparison between the system's effective power in IEEE Standard 1459-2010 method and the system's collective power by FBD-method is performed. Apparent power definitions based on the formulation as described by Buchholz in 1920 are highlighted and encouraged. Power factor, main object of discussion in the text after apparent power, is formulated to the analyzed situations. After the theoretical discussion, computer simulation results comparing the definitions presented in the IEEE Standard 1459-2010 for several load and voltage situations are shown, other than discussing the implications of such results. Finally, it is concluded that apparent power as defined by Buchholz is the basis for the currently most accepted resolutions in the context of unbalanced and distorted three-phase systems.

Keywords: apparent power; power factor; three-phase three-wire systems; IEEE Standard 1459-2010.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Exemplos de formas de onda de tensão, corrente e potência instantânea.....	45
Figura 2 – Carga compensada equivalente, Padrão IEEE 1459-2010 (correntes de sequência positiva em fase com fundamentais)	63
Figura 3 - Carga compensada equivalente, Método FBD	71
Figura 4 – Ensaio 4: correntes de linha	90
Figura 5 – Ensaio 4: tensões de linha	91
Figura 6 – Ensaio 5: correntes de linha	93
Figura 7 – Ensaio 5: tensões de linha	93
Figura 8 – Ensaio 6: correntes de linha	95
Figura 9 – Ensaio 6: tensões de linha	95
Figura 10 – Ensaio 8: correntes de linha	98
Figura 11 – Ensaio 8: tensões de linha	98
Figura 12 – Fatores de potência aritmético, vetorial e eficaz dos ensaios realizados	101

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Equivalência de relações nos domínios do tempo e frequência I	35
Tabela 2 – Equivalência de relações nos domínios do tempo e frequência II.....	37
Tabela 3 – Resumo e agrupamento de grandezas para sistemas trifásicos com formas de onda não-senoidais	83
Tabela 4 – Dados do ensaio 1	87
Tabela 5 – Resultados de simulação do ensaio 1.....	87
Tabela 6 – Dados do ensaio 2.....	87
Tabela 7 – Resultados de simulação do ensaio 2.....	88
Tabela 8 – Dados do ensaio 3.....	88
Tabela 9 – Resultados de simulação do ensaio 3.....	88
Tabela 10 – Componentes de frequência das tensões de linha do ensaio 4.....	89
Tabela 11 – Componentes de frequência das correntes de linha do ensaio 4.....	89
Tabela 12 – Componentes de frequência das tensões de fase do ensaio 4	89
Tabela 13 – Resultados de simulação do ensaio 4.....	90
Tabela 14 – Componentes de frequência das tensões de linha do ensaio 5.....	91
Tabela 15 – Componentes de frequência das correntes de linha do ensaio 5.....	92
Tabela 16 – Componentes de frequência das tensões de fase do ensaio 5	92
Tabela 17 – Resultados de simulação do ensaio 5.....	92
Tabela 18 – Componentes de frequência das tensões de linha do ensaio 6.....	94
Tabela 19 – Componentes de frequência das correntes de linha do ensaio 6.....	94
Tabela 20 – Componentes de frequência das tensões de fase do ensaio 6	94
Tabela 21 – Resultados de simulação do ensaio 6.....	94
Tabela 22 – Dados do ensaio 7	96
Tabela 23 – Resultados de simulação do ensaio 7.....	96
Tabela 24 – Componentes de frequência das tensões de linha do ensaio 8.....	96
Tabela 25 – Componentes de frequência das correntes de linha do ensaio 8.....	97
Tabela 26 – Componentes de frequência das tensões de fase do ensaio 8	97
Tabela 27 – Resultados de simulação do ensaio 8.....	97
Tabela 28 – Fatores de potência obtidos nos ensaios	99
Tabela 29 – Indicadores de desempenho dos ensaios	100
Tabela 30 – Defasagens entre componentes fundamentais de tensões e correntes de fase	102

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

IEEE	<i>Institute of Electrical and Electronics Engineers</i>
CA	Corrente alternada
CC	Corrente contínua
SEP	Sistema Elétrico de Potência
RMS	<i>Root mean square</i>
FBD	Fryze-Buchholz-Depenbrock
DIN	<i>Deutsches Institut für Normung</i>
AIEE	<i>American Institute of Electrical Engineers</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

W	Watt
J	Joule
V	Volt
A	Ampère
Ω	Ohm
Δ	Delta
Y	Estrela
VA	Volt-Ampère

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	25
1.1	Objetivos, metodologia e motivação	27
2	REVISÃO TEÓRICA: POTÊNCIA EM SISTEMAS MONOFÁSICOS	29
2.1	Condução	29
2.2	Sistemas de Corrente Alternada	31
2.3	Valores eficazes	32
2.4	Fasores	34
2.5	Impedância	36
2.6	Potências ativa e reativa	40
2.7	Potência aparente	44
2.8	Cargas não-senoidais	48
3	POTÊNCIA EM SISTEMAS TRIFÁSICOS	53
3.1	Sistemas trifásicos equilibrados	54
3.2	Sistemas trifásicos desequilibrados	57
3.3	Potências aparentes aritmética e vetorial	59
3.4	A potência aparente de Buchholz	61
3.5	A potência aparente do Padrão IEEE 1459-2010	62
3.6	Os valores coletivos de tensão e corrente no método FBD e no Padrão IEEE 1459-2010	68
3.7	Fator de potência	73
3.8	A potência aparente em sistemas trifásicos desequilibrados não-senoidais	76
3.9	Resolução da potência aparente pelo método do Padrão IEEE 1459-2010	80
4	RESULTADOS DE SIMULAÇÃO	85
4.1	Ensaio 1: tensões equilibradas, carga resistiva equilibrada	86
4.2	Ensaio 2: tensões desequilibradas, carga resistiva equilibrada	87
4.3	Ensaio 3: tensões equilibradas, carga resistiva monofásica	88
4.4	Ensaio 4: tensões desequilibradas e distorcidas com 5ª harmônica, carga resistiva monofásica	89
4.5	Ensaio 5: tensões desequilibradas e distorcidas com 5ª harmônica, carga indutiva monofásica	91
4.6	Ensaio 6: tensões desequilibradas e distorcidas com 5ª harmônica, carga indutiva desequilibrada	93
4.7	Ensaio 7: tensões desequilibradas, cargas indutivas desequilibradas	95

4.8 Ensaio 8: tensões desequilibradas e distorcidas com 3^a harmônica, cargas indutivas desequilibradas não-lineares	96
4.9 Discussão dos resultados dos ensaios.....	98
5 CONCLUSÃO	103
5.1 Trabalhos futuros.....	104
REFERÊNCIAS	105

1 INTRODUÇÃO

O ser humano passou a utilizar a eletricidade a seu favor desde que conseguiu entendê-la e dominá-la, o que lhe trouxe tantas facilidades que acabou se tornando extremamente dependente dela para quase tudo. Essas facilidades se constituem, em grande parte, de dispositivos e equipamentos que são alimentados ou carregados com energia elétrica. Todos esses dispositivos operam segundo os princípios do eletromagnetismo, e são necessariamente projetados e estudados com base em um modelo básico: o circuito elétrico.

Um circuito elétrico é uma interconexão de elementos elétricos (ALEXANDER, 2013), entre os quais podem ocorrer transferências de energia. Os dispositivos e equipamentos elétricos que existem podem ser vistos como cargas elétricas num circuito elétrico alimentado pela rede elétrica e conectadas a essa fonte por meio de fios condutores. O interessante é que cada um desses dispositivos demanda um fornecimento constante de energia elétrica para seu bom funcionamento. A esse fornecimento dá-se o nome de Potência Elétrica, que, por definição, é uma medida da taxa de transferência de energia elétrica no tempo (ALEXANDER, 2013). Fontes de energia fornecem potência elétrica, enquanto cargas elétricas a consomem.

A grande maioria dos Sistemas Elétricos de Potência (SEP) do mundo são sistemas trifásicos em corrente alternada (CA), que fornecem ondas de tensão senoidais produzidas em usinas de geração de energia elétrica. Individualmente, cada fase num sistema trifásico pode alimentar cargas monofásicas, constituindo-se assim circuitos monofásicos em corrente alternada. A análise teórica de circuitos CA já é muito bem estabelecida hoje, e permitiu no mundo inteiro a expansão e a melhoria das redes elétricas. Como tudo na ciência, contudo, ainda existem incertezas, e é por causa de uma dessas incertezas que este trabalho existe.

As aplicações com cargas não-lineares (como as eletrônicas) vêm crescendo cada vez mais, e é sabido que essas cargas geram distorções nas ondas de tensão e de corrente do sistema. Outros fatores como os desbalanços de cargas nas fases e as perturbações de tensão e de frequência também contribuem para essas distorções. Uma vez distorcidas, porém, as ondas elétricas resultantes deixam de moldar-se ao modelo ideal da teoria de CA, e esta passa a demandar aperfeiçoamentos para explicar as novas situações.

No caso da potência elétrica, a teoria evoluiu bastante desde que se começou a falar nela. Potência instantânea, potência ativa, potência reativa, potência complexa e potência aparente são alguns dos conceitos que surgiram com essa evolução. Esses conceitos se tornaram e continuam a ser importantes, dentre outros motivos, por possibilitarem uma medição mais

refinada não só da potência elétrica que é transmitida num circuito como da eficiência da transmissão. Isso é especialmente válido para circuitos trifásicos (uma rede elétrica trifásica, por exemplo), pois a mensuração de grandezas elétricas em circuitos monofásicos costuma ser tarefa mais simples.

Nesse contexto, o IEEE Standard 1459 (IEEE, 2010), padrão internacional cuja versão mais atual é de 2010, define e detalha as definições padrão para medição de grandezas de potência elétrica sob condições senoidais, não-senoidais, equilibradas ou desequilibradas, seja em circuitos monofásicos ou trifásicos. Essas definições envolvem diferentes fórmulas para cada situação, cada fórmula dessas tendo sua importância e suas limitações. No fim, contudo, são elas que são utilizadas para se realizar os cálculos de potência.

A potência aparente é uma grandeza importante por permitir uma forma de mensuração da eficiência energética de uma carga (pelo cálculo do fator de potência) e por possibilitar tanto o cálculo da potência reativa como um dimensionamento realista de condutores de corrente e outros dispositivos elétricos. Em situações práticas nos SEP, os parâmetros normalmente disponíveis para o cálculo da potência aparente (e de outras grandezas elétricas) são os valores e formas de onda de corrente e de tensão elétricas nos condutores e nos terminais dos componentes do sistema em questão, pois são essas grandezas que podem ser efetivamente medidas ou visualizadas.

Como dito anteriormente, não há uma única forma de se calcular a potência aparente. Para sistemas monofásicos não-distorcidos, por exemplo, o cálculo teórico é bem estabelecido e possui uma relação direta com o valor do fator de potência. Já para sistemas trifásicos, o cálculo da potência aparente é mais controverso. Há mais de uma proposta de cálculo, e o IEEE reconhece no seu Padrão 1459-2010 como se deve proceder com o cálculo para cada situação de carga. Além disso, um sistema trifásico pode ser a três ou a quatro fios. No primeiro caso, a três-fios, três condutores de fase alimentam cargas que podem estar conectada em estrela (Y, com uma tensão dita flutuante no nó chamado de centro-estrela) ou em delta (Δ). No segundo, a quatro-fios, que é o mais comum (GLOVER, 2012), três condutores de fase alimentam uma carga em estrela que tem seu centro-estrela conectado ao centro-estrela da fonte por meio de um condutor chamado de neutro (o quarto fio).

Essas múltiplas formas de se calcular a potência aparente, e, portanto, de se calcular o fator de potência, levantam o questionamento: se diferentes metodologias de cálculo resultarem em diferentes fatores de potência, e se essa diferença não for negligenciável, qual desses resultados deveria ser utilizado no cálculo do faturamento dos grandes consumidores?

Essa questão mostra que a discussão tem uma relevância prática grande, e serve como motivação para que os estudos no assunto continuem a se aprofundar.

1.1 Objetivos, metodologia e motivação

O presente trabalho se propõe, então, a realizar uma exposição teórica sobre a potência aparente, e a analisar as definições de potência aparente trifásica contidas no Padrão IEEE 1459-2010, dando destaque aos cálculos dessa grandeza para sistemas a três-fios. Também se propõe a comparar essas definições entre si por meio de algoritmos e simulações computacionais para variadas condições de carga. O tema foi sugerido pelo professor do autor, que, naturalmente, tornou-se o orientador do trabalho, e foi a ideia da inexistência de uma metodologia definitiva para o cálculo da potência aparente em sistemas trifásicos que atraiu a curiosidade e o interesse do autor. A opção pela análise do sistema a três-fios se dá pela interseção do assunto com pesquisa do professor orientador, e é uma decisão necessária para se estabelecer um escopo bem definido do trabalho, outras variantes podendo ser deixadas como sugestão para trabalhos futuros. Nas simulações computacionais será feita opção por cargas conectadas em delta pela conveniência de cálculo, pois uma carga trifásica em estrela não permitiria um cálculo rigoroso das tensões sobre as cargas, pela dificuldade matemática de se obter a tensão flutuante no centro-estrela.

O capítulo 2 faz uma revisão teórica dos conceitos de potência monofásica que o autor julgou necessários para a compreensão dos demais desenvolvimentos. O capítulo 3 traz a carga teórica principal do trabalho, principalmente apresentando e discutindo os conceitos de potência trifásica relacionados às definições do Padrão IEEE 1459-2010, bem como um pouco do desenvolvimento histórico desses conceitos. O capítulo 4, por fim, traz os resultados de simulação computacional de diferentes perfis de carga e fonte, discutindo os fatos mais relevantes que foram observados.

2 REVISÃO TEÓRICA: POTÊNCIA EM SISTEMAS MONOFÁSICOS

Neste capítulo, serão apresentados conceitos de teoria de potência necessários para fundamentar este trabalho.

Inicialmente, deve-se definir Potência, que é uma grandeza física medida em watts (W) que dá a taxa temporal de gasto ou absorção de energia. Energia é uma medida da capacidade de se realizar trabalho (ALEXANDER, 2013), o qual, por sua vez, é uma medida da energia transferida por uma força. Ambos, trabalho e energia, são medidos em joules (J). Em particular, a potência elétrica é a taxa temporal de gasto ou absorção de energia elétrica. Fala-se de potência instantânea quando se está interessado em conhecer a potência elétrica num determinado instante de tempo, ou ainda, o perfil da variação dessa grandeza no tempo. Nas próximas seções, esses conceitos serão desenvolvidos analiticamente. Também serão brevemente apresentados os conceitos de valores eficazes, fasores e impedância. Por fim, após a revisão dos conceitos de potências ativa, reativa e aparente, cargas não-senoidais são brevemente comentadas.

2.1 Condução

Sistemas monofásicos são sistemas elétricos constituídos por apenas um condutor fase e um condutor neutro. Essa fase transmite uma onda de tensão proveniente de uma fonte elétrica e conduz a corrente elétrica demandada pela carga que está alimentando, a qual retorna à fonte pelo condutor neutro.

Como em todo sistema físico, aqui também existe uma necessidade de se realizar uma análise energética do sistema descrito. Uma análise do tipo pode ser encontrada em (EMANUEL, 2010) com excelente desenvolvimento matemático. Pode-se mostrar, então, que para uma corrente elétrica fluindo num determinado instante no tempo vale:

$$dw = v \cdot i dt \quad (2.1)$$

onde:

dw é o diferencial de trabalho;

v é a tensão, medida em volts (V);

i é a corrente elétrica, medida em ampères (A);

dt é o diferencial de tempo.

Da equação 2.1, pode-se relacionar a potência instantânea p com a tensão e a corrente¹ instantâneas em dois terminais de um circuito²:

$$p = \frac{dw}{dt} = v \cdot i \quad (2.2)$$

A partir da equação 2.2 pode-se calcular a potência elétrica média. Matematicamente, isto é feito por meio de integração simples: dada a curva de $p(t)$ entre os instantes t_1 e t_2 , a potência média é dada por:

$$P = \frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \int_{t_1}^{t_2} p(t) dt \quad (2.3)$$

O resultado da integral equivale à quantidade líquida de energia que foi fornecida ou absorvida. O valor médio obtido quando se divide esse resultado pela variação temporal dá a potência elétrica constante que produziria a mesma quantidade de energia (fornecida ou absorvida) que a fonte original, no intervalo de tempo considerado.

Voltando agora à equação 2.2, os modelos matemáticos que levam a ela implicam também na existência de uma relação linear entre v e i , como apresentado em (EMANUEL, 2010), e que pode ser expressa como:

$$v = R \cdot i \quad (2.4)$$

A constante R , chamada de resistência, é uma descrição matemática do fenômeno de oposição à passagem de corrente elétrica que os diversos materiais oferecem. É uma propriedade extensiva de um objeto, pois depende de suas dimensões físicas para além de depender, também, de sua composição. Um resultado disso é que quanto maior a resistência de um objeto, menor será a corrente elétrica que por ele fluirá, para uma determinada tensão aplicada sobre dois pontos em sua superfície. A unidade da resistência elétrica é o ohm (Ω).

Contudo, essa análise se restringe a uma aplicação local de uma tensão sobre um objeto. Num sistema elétrico de potência há uma infinidade de cargas e outros elementos a ele

¹ Para mais detalhes sobre a física de grandezas elétricas básicas como corrente e tensão, bem como sobre elementos resistivos, indutivos e capacitivos em sistemas CA, sugere-se a leitura dos livros referenciados em (HAYT, 2013) e (ALEXANDER, 2013).

² A convenção de se utilizar letras minúsculas para grandezas instantâneas (no domínio do tempo) será seguida neste texto

conectados que compõem o equivalente a esse “objeto” anteriormente mencionado: o conjunto de todas essas cargas pode ser visto como uma grande e única carga, inconstante em suas características, alimentada por uma (ou várias) grande fonte de energia. Tal característica cambiante é devida, dentre outros fatores bem definidos e relevantes, às propriedades eletromagnéticas das várias cargas conectadas ao sistema, pois nos sistemas de corrente alternada as cargas podem ter características resistivas, indutivas e capacitivas.

Para mais informações sobre esses elementos, sugere-se a leitura dos livros-texto relacionados na nota 1, mas para efeito da atual discussão é suficiente dizer que elementos indutivos e capacitivos, apesar de gerarem correntes elétricas que podem contribuir com as perdas de potência nos condutores a que estão conectados (EMANUEL, 2010), não consomem, em si mesmos, potência elétrica útil, que é a parcela da energia consumida que será efetivamente transformada em trabalho útil. São elementos que estão constantemente recebendo e devolvendo potência elétrica sem que haja um saldo ou consumo líquido dessa energia. Assim sendo, apenas cargas com característica resistiva consomem potência útil.

2.2 Sistemas de Corrente Alternada

A forma mais comum de se gerar eletricidade é por meio de geradores eletromecânicos que, quando colocados em movimento por uma fonte mecânica de energia, conseguem converter parte dessa energia em energia elétrica. Nesse processo, é gerada uma onda de tensão senoidal que carrega a energia que será levada até as cargas consumidoras. Assim, quando se fala de Sistemas CA, está-se falando de formas de onda senoidais. Uma típica onda de tensão senoidal pode ser equacionada assim:

$$v(t) = V_m \cdot \cos(\omega t + \theta_V) \quad (2.5)$$

onde:

V_m é a amplitude ou valor de pico da tensão;

ω é a frequência angular³ da onda;

θ_V é o ângulo de fase da tensão;

³ No Brasil, a frequência elétrica é de 60 Hz. A frequência elétrica (f) se relaciona com a frequência angular por meio da fórmula: $\omega=2\pi f$. Assim, a frequência angular do SEP brasileiro é de 377 rad/s (valor arredondado).

Como toda onda senoidal pura, curvas como a da equação 2.5 são periódicas e possuem um semiciclo positivo (com valores acima de zero) e um semiciclo negativo (com valores abaixo de zero), e por isso se chamam esses sistemas de “alternados”. Para o caso de uma carga resistiva ideal, tal tensão produziria, de acordo com a equação 2.4, a corrente elétrica na equação 2.6a:

$$i(t) = \frac{V_m \cdot \cos(\omega t + \theta_V)}{R} \Leftrightarrow i(t) = \frac{V_m}{R} \cdot \cos(\omega t + \theta_V) \quad (2.6a)$$

o que resulta em:

$$i(t) = I_m \cdot \cos(\omega t + \theta_V) \quad (2.6b)$$

sendo:

$$I_m = \frac{V_m}{R} \quad (2.7)$$

onde, portanto, I_m é a amplitude ou valor de pico da corrente elétrica.

2.3 Valores eficazes

Pode-se agora definir o conceito de “valor eficaz”, costumeiramente aplicado a tensões e correntes elétricas. Os valores eficazes de tensão e corrente elétricas de um circuito CA correspondem aos valores de tensão e corrente constantes (situação que pode ser chamada de “Corrente Contínua”, CC) que entregariam a um determinado resistor ideal a mesma potência elétrica que o circuito CA em questão.

Assim, seja uma tensão $v(t)$ aplicada sobre um resistor de resistência R , gerando uma corrente $i(t)$ passando pelo resistor. Seja P_R a potência média entregue ao resistor pelo tempo de 1 período⁴ (T) de oscilação das ondas. Deseja-se encontrar os valores V_{ef} e I_{ef} tais que:

$$P_R = V_{ef} \cdot I_{ef} \quad (2.8)$$

⁴ O período T é tal que $T \cdot f = 1$. Para mais detalhes sobre funções periódicas, ver (ALEXANDER, 2013).

isto é, os valores de tensão e corrente que uma fonte de tensão contínua V_{ef} sobre um resistor de resistência R , produzindo então uma corrente contínua I_{ef} , precisaria para entregar ao resistor uma potência P_R , com I_{ef} tal que:

$$I_{ef} = \frac{V_{ef}}{R} \quad (2.9)$$

Porém, da equação 2.3:

$$P_R = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T v \cdot i \, dt$$

$$P_R = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T v \cdot \left(\frac{v}{R}\right) dt \Leftrightarrow P_R = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T \frac{v^2}{R} dt$$

Chame de V_{ef} a tensão eficaz procurada nessas condições. Das equações 2.8 e 2.9 ela é tal que:

$$P_R = V_{ef} \cdot \frac{V_{ef}}{R}$$

$$P_R = \frac{V_{ef}^2}{R} \quad (2.10)$$

Logo:

$$\frac{1}{T} \cdot \int_0^T \frac{v^2}{R} dt = \frac{V_{ef}^2}{R}$$

o que dá:

$$V_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T v^2 dt} \quad (2.11)$$

Dessa forma, o valor eficaz da tensão $v(t)$ é a raiz quadrática média (RMS, do inglês) desse sinal. De forma análoga, pode-se encontrar que:

$$P_R = R \cdot I_{ef}^2 \quad (2.12)$$

o que resulta em:

$$I_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T i^2 dt} \quad (2.13)$$

Substituindo-se a equação 2.5 na fórmula da equação 2.11, encontra-se que:

$$V_{ef} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \quad (2.14)$$

Da mesma forma:

$$I_{ef} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \quad (2.15)$$

2.4 Fasores

Uma função senoidal variando no tempo do tipo:

$$u(t) = A \cdot \cos(a \cdot t + m) \quad (2.16)$$

se caracteriza por sua amplitude A , por sua frequência angular de oscilação a e por seu ângulo de fase m . Em se trabalhando na mesma frequência a , a manipulação e operação de funções nesse formato entre si é facilitada com o uso de fasores⁵. A notação fasorial permite operar essas funções eliminando a necessidade de se lidar com a variável tempo e com a frequência angular.

Considere a função:

$$U(t) = A \cdot e^{j(a \cdot t + m)} \quad (2.17)$$

que é idêntica a:

⁵ Sugere-se a leitura de (EDMINISTER, 1991) para mais explicações sobre a matemática fasorial.

$$U(t) = A \cdot \cos(a \cdot t + m) + j \cdot A \cdot \sin(a \cdot t + m) \quad (2.18)$$

Veja que:

$$u(t) = \text{Re}(U(t))$$

e que:

$$U(t) = (A \cdot e^{jm}) \cdot e^{jat}$$

Observe que o termo entre parênteses é o que carrega as informações de amplitude e de ângulo de fase. Esse termo corresponde justamente ao fasor que vai representar a função $U(t)$. Costuma-se simbolizar um fasor por uma letra maiúscula em negrito e descrevê-lo apenas com a amplitude e o ângulo de fase, como mostrado:

$$\mathbf{U} = A \cdot e^{jm} = A \angle m \quad (2.19)$$

e, assim:

$$u(t) = A \cdot \cos(a \cdot t + m) \Leftrightarrow \mathbf{U} = A \angle m$$

$$u(t) = \text{Re}(\mathbf{U} \cdot e^{jat}) \quad (2.20)$$

Note que o fasor é um número complexo e, portanto, as operações entre fasores seguem as regras das operações entre números complexos (ver nota 5). Pelo mostrado anteriormente, então, tem-se as seguintes correspondências, para ondas numa dada frequência de oscilação, conforme indicado na Tabela 1.

Tabela 1 – Equivalência de relações nos domínios do tempo e frequência I

Domínio do tempo	Domínio da frequência ⁶	Relação de equivalência
$u(t) = A \cdot \cos(a \cdot t + m)$	$\mathbf{U} = A \cdot e^{jm} = A \angle m$	$u(t) = \text{Re}(\mathbf{U} \cdot e^{jat})$

⁶ Como a análise está sendo feita para uma frequência constante ω dada, pode-se chamar o domínio fasorial de domínio da frequência, mesmo que o termo e^{jat} esteja omitido da representação fasorial.

Domínio do tempo	Domínio da frequência ⁶	Relação de equivalência
$u(t) = A \cdot \text{sen}(a \cdot t + m)$	$U = A \cdot e^{j(m - \frac{\pi}{2})}$ $= A \angle (m - \frac{\pi}{2})$	$u(t) = \text{Re}(U \cdot e^{jat})$
$u(t) = A \cdot \text{sen}(a \cdot t + m + \frac{\pi}{2})$	$U = A \cdot e^{j(m + \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2})}$ $= A \angle m$	$u(t) = \text{Re}(U \cdot e^{jat})$

Fonte: o autor.

2.5 Impedância

Componentes indutivos e capacitivos são elementos sensíveis a variações de corrente e de tensão, respectivamente, e que modificam esses parâmetros quando presentes num circuito elétrico ativo. Em circuitos CA, são essas cargas as responsáveis pela defasagem que se verifica entre as ondas de tensão e de corrente num circuito. Esse fenômeno é previsto fisicamente, e a defasagem que surge pode ser demonstrada e mensurada matematicamente. A seguir, será feito um breve desenvolvimento dessas propriedades, baseado nas equações características de indutores e capacitores que relacionam a corrente que passa por esses elementos e a tensão sobre eles aplicada.

Para um capacitor ideal, vale:

$$i_c = C \frac{dv_c}{dt} \quad (2.21)$$

Seja a tensão da equação 2.5 aplicada sobre os terminais do capacitor. A corrente elétrica que flui pelo elemento será dada por:

$$i_c(t) = C \frac{V_m \cdot \cos(\omega t + \theta_v)}{dt}$$

$$i_c(t) = -V_m \cdot \omega C \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_v) \quad (2.22a)$$

$$i_c(t) = V_m \cdot \omega C \cdot \cos\left(\omega t + \theta_v + \frac{\pi}{2}\right) \quad (2.22b)$$

Já para um indutor ideal, vale:

$$v_L = L \frac{di_L}{dt} \quad (2.23)$$

Para as mesmas condições aplicadas ao capacitor ideal, tem-se:

$$i_L(t) = \frac{1}{L} \int V_m \cdot \cos(\omega t + \theta_V) dt$$

$$i_L(t) = V_m \cdot \frac{1}{\omega L} \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_V) \quad (2.24a)$$

$$i_L(t) = V_m \cdot \frac{1}{\omega L} \cdot \cos\left(\omega t + \theta_V - \frac{\pi}{2}\right) \quad (2.24b)$$

Observa-se então que a alimentação do capacitor ideal gerou uma corrente cujo ângulo de fase está 90° adiantado em relação à onda de tensão de alimentação. Por sua vez, a alimentação do indutor ideal gerou uma corrente cujo ângulo de fase está 90° atrasado em relação à tensão. Veja abaixo as equivalências fasoriais das funções nas equações 2.5, 2.6, 2.22 e 2.24:

Tabela 2 – Equivalência de relações nos domínios do tempo e frequência II

Domínio do tempo		Domínio da frequência
$v(t) = V_m \cdot \cos(\omega t + \theta_V)$	(2.5)	$\mathbf{V} = V_m \angle \theta_V$
$i(t) = \frac{V_m}{R} \cdot \cos(\omega t + \theta_V)$	(2.6a)	$\mathbf{I}_R = \left(\frac{V_m}{R}\right) \angle \theta_V$
$i_C(t) = V_m \cdot \omega C \cdot \cos\left(\omega t + \theta_V + \frac{\pi}{2}\right)$	(2.22b)	$\mathbf{I}_C = (V_m \cdot \omega C) \angle \left(\theta_V + \frac{\pi}{2}\right)$
$i_L(t) = V_m \cdot \frac{1}{\omega L} \cdot \cos\left(\omega t + \theta_V - \frac{\pi}{2}\right)$	(2.24b)	$\mathbf{I}_L = \left(\frac{V_m}{\omega L}\right) \angle \left(\theta_V - \frac{\pi}{2}\right)$

Fonte: o autor.

Veja também uma representação complexa dos fasores \mathbf{V} , \mathbf{I}_R , \mathbf{I}_C e \mathbf{I}_L :

$$\mathbf{V} = V_m \cdot e^{j\theta_V}$$

$$\mathbf{I}_R = \left(\frac{V_m}{R}\right) \cdot e^{j\theta_v}$$

$$\mathbf{I}_C = (V_m \cdot \omega C) \cdot e^{j(\theta_v + \frac{\pi}{2})} = (V_m \cdot \omega C) \cdot e^{j\theta_v} \cdot e^{j\frac{\pi}{2}} = j(V_m \omega C) e^{j\theta_v}$$

$$\mathbf{I}_L = \left(\frac{V_m}{\omega L}\right) \cdot e^{j(\theta_v - \frac{\pi}{2})} = \left(\frac{V_m}{\omega L}\right) \cdot e^{j\theta_v} \cdot e^{-j\frac{\pi}{2}} = -j \left(\frac{V_m}{\omega L}\right) e^{j\theta_v}$$

Agora, observe a divisão do fasor de tensão \mathbf{V} pelos fasores de corrente \mathbf{I}_R , \mathbf{I}_C e \mathbf{I}_L :

$$\frac{\mathbf{V}}{\mathbf{I}_R} = \frac{V_m \cdot e^{j\theta_v}}{\left(\frac{V_m}{R}\right) \cdot e^{j\theta_v}} = R \quad (2.25)$$

$$\frac{\mathbf{V}}{\mathbf{I}_C} = \frac{V_m \cdot e^{j\theta_v}}{j(V_m \omega C) e^{j\theta_v}} = -j \frac{1}{\omega C} \quad (2.26)$$

$$\frac{\mathbf{V}}{\mathbf{I}_L} = \frac{V_m \cdot e^{j\theta_v}}{-j \left(\frac{V_m}{\omega L}\right) e^{j\theta_v}} = j\omega L \quad (2.27)$$

Assim como se obteve a relação $\mathbf{V} = R\mathbf{I}_R$, as outras relações obtidas possuem uma propriedade semelhante, constituindo o que se chama de impedância, que é justamente a razão entre o fasor de tensão e o fasor de corrente (ALEXANDER, 2013) e, assim como a resistência, é medida em Ω .

$$\mathbf{Z} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{I}} \quad (2.28)$$

Sendo a razão entre duas grandezas complexas, a impedância também será um número complexo. Note que a impedância do circuito resistivo é um número real, e que a impedância dos circuitos capacitivo e indutivo são números complexos puros. É claro que, no geral, a maior parte dos circuitos terá uma impedância mista, com uma componente real e uma componente complexa:

$$\mathbf{Z} = R + jX \quad (2.29)$$

Nessa equação, o termo X é chamado de reatância. Como sugerem as equações 2.26 e 2.27, a reatância será negativa se a característica da carga em análise for capacitiva, sendo positiva no caso indutivo.

A impedância é, num circuito CA, o análogo da resistência em circuitos CC, e, da mesma forma, pode ser vista como uma limitação à passagem de corrente elétrica. A principal diferença é que, para além de servir como um fator de ampliação entre as ondas senoidais de tensão e de corrente, a presença da componente complexa desloca as fases dessas duas ondas entre si (MAKAROV, 2016). Isto é, em vez de tensão e corrente estarem em fase, ocorrerá que a corrente estará ou adiantada em relação à tensão, caso a impedância tenha característica capacitiva, ou estará atrasada em relação à tensão, caso a impedância tenha característica indutiva, como indica a tabela 2.

A representação fasorial da impedância indicará o módulo da impedância e o ângulo de fase. O módulo será, então, o fator de ampliação entre corrente e tensão, enquanto o ângulo de fase será responsável pelo deslocamento horizontal entre as duas ondas.

$$|\mathbf{Z}| = Z = \sqrt{R^2 + X^2} \quad (2.30)$$

$$\angle \mathbf{Z} = \theta_z = \text{atan} \left(\frac{X}{R} \right) \quad (2.31)$$

Assim:

$$\mathbf{Z} = Z \angle \theta_z \quad (2.32)$$

onde:

$$\theta_z = \theta_v - \theta_c \quad (2.33)$$

como consequência da relação fasorial da equação 2.28.

O ângulo pode também ser encontrado combinando-se as equações 2.34 e 2.35:

$$\cos \theta_z = \text{acos} \frac{R}{\sqrt{R^2 + X^2}} \quad (2.34)$$

$$\operatorname{sen} \theta_Z = \operatorname{asen} \frac{X}{\sqrt{R^2 + X^2}} \quad (2.35)$$

O ângulo θ_Z , portanto, está no intervalo $(0, \frac{\pi}{2})$ se a carga tiver característica indutiva, e no intervalo $(-\frac{\pi}{2}, 0)$ se a carga tiver característica capacitiva, já que o sinal da reatância X vai determinar a característica da carga.

2.6 Potências ativa e reativa

Considere as seguintes ondas genéricas de tensão e de corrente elétricas:

$$v(t) = V_m \cdot \cos(\omega t + \theta_V) \quad (2.5)$$

$$i(t) = I_m \cdot \cos(\omega t + \theta_C) \quad (2.36)$$

Seja $p(t)$ a potência instantânea para essas tensão e corrente num elemento de um circuito:

$$p(t) = v(t) \cdot i(t) = V_m \cdot I_m \cdot \cos(\omega t + \theta_V) \cdot \cos(\omega t + \theta_C)$$

$$p(t) = V_m \cdot I_m \cdot \frac{1}{2} [\cos(2\omega t + \theta_V + \theta_C) + \cos(\theta_V - \theta_C)]^7$$

$$p(t) = \frac{V_m I_m}{2} \cdot \cos(\theta_V - \theta_C) + \frac{V_m I_m}{2} \cdot \cos(2\omega t + \theta_V + \theta_C) \quad (2.37)$$

Perceba que a potência $p(t)$ é a soma de um termo constante com um termo senoidal no tempo. Aplicando-se então a definição de potência média num período à função $p(t)$, o resultado é o próprio termo constante. Esse resultado é chamado de potência ativa, P , é dado em W e é medida da potência efetivamente utilizada pelo elemento de circuito, como visto anteriormente. P é equacionada a seguir:

⁷ Pois $\cos A \cos B = \frac{1}{2} [\cos(A + B) + \cos(A - B)]$.

$$P = \frac{V_m I_m}{2} \cdot \cos(\theta_V - \theta_C) \quad (2.38a)$$

$$P = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_m}{\sqrt{2}} \cdot \cos(\theta_V - \theta_C) = V_{ef} \cdot I_{ef} \cdot \cos(\theta_V - \theta_C) \quad (2.38b)$$

Uma primeira observação importante é que a potência ativa depende da defasagem entre tensão e corrente, sem depender de cada um dos ângulos de fase isoladamente. A segunda observação diz respeito à componente oscilatória da potência instantânea. A equação 2.39, implicação das equações 2.1 e 2.2, permite mostrar (equação 2.40) que, para um número inteiro de semiciclos, a energia líquida absorvida pelo elemento de circuito cresce linearmente com o tempo proporcionalmente a P , sem depender da componente oscilatória.

$$w = \int_0^t p dt \quad (2.39)$$

$$w = \left[\frac{V_m I_m}{2} \cdot \cos(\theta_V - \theta_C) \cdot t + \frac{V_m I_m}{2 \cdot 2\omega} \cdot \sin(2\omega t + \theta_V + \theta_C) \right]_0^{N \frac{T}{2}} = P \cdot N \frac{T}{2} \quad (2.40)$$

Isso é suficiente para concluir que a potência ativa P de fato representa a potência que está sendo absorvida no elemento de circuito em questão.

Por simplicidade, considere que a onda de tensão na equação 2.5 tem fase inicial nula (será a referência de fase), e chame de θ a defasagem entre tensão e corrente (não deixe de perceber que o ângulo θ discriminado na equação é o mesmo ângulo de fase do fasor de impedância na equação 2.33).

$$\theta = \theta_V - \theta_C \quad (2.41)$$

Isso modifica as equações 2.5, 2.36, 2.37 e 2.38 da seguinte forma:

$$v(t) = V_m \cdot \cos(\omega t) \quad (2.42)$$

$$i(t) = I_m \cdot \cos(\omega t - \theta) \quad (2.43a)$$

$$i(t) = I_m \cdot \cos \omega t \cos \theta + I_m \cdot \sin \omega t \sin \theta \quad (2.43b)$$

$$p(t) = \frac{V_m I_m}{2} \cdot \cos \theta + \frac{V_m I_m}{2} \cdot \cos(2\omega t - \theta) \quad (2.44)$$

$$P = \frac{V_m I_m}{2} \cdot \cos \theta \quad (2.45)$$

De modo que:

$$p(t) = \frac{V_m I_m}{2} \cdot \cos \theta + \frac{V_m I_m}{2} \cdot \cos 2\omega t \cos \theta + \frac{V_m I_m}{2} \cdot \sin 2\omega t \sin \theta$$

$$p(t) = \left(\frac{V_m I_m}{2} \cos \theta \right) \cdot (1 + \cos 2\omega t) + \left(\frac{V_m I_m}{2} \sin \theta \right) \cdot \sin 2\omega t \quad (2.46)$$

Observe que, em se decompondo a corrente $i(t)$ na equação 2.43b nas componentes i_P e i_Q discriminadas respectivamente nas equações 2.47 e 2.48, nota-se que a componente i_P , que está em fase com a tensão, gera diretamente o primeiro termo da equação 2.46, que será chamado de p_P . Já a componente i_Q , gera diretamente o segundo termo da equação 2.46, que será chamado de p_Q . Dessa forma, obtém-se uma decomposição da potência instantânea.

$$i_P = I_m \cdot \cos \omega t \cos \theta \quad (2.47)$$

$$i_Q = I_m \cdot \sin \omega t \sin \theta \quad (2.48)$$

$$p_P(t) = \left(\frac{V_m I_m}{2} \cos \theta \right) \cdot (1 + \cos 2\omega t) \quad (2.49)$$

$$p_Q(t) = \left(\frac{V_m I_m}{2} \sin \theta \right) \cdot \sin 2\omega t \quad (2.50)$$

com:

$$p(t) = p_P(t) + p_Q(t) \quad (2.51)$$

Chame:

$$Q = \left(\frac{V_m I_m}{2} \text{sen } \theta \right) \quad (2.52)$$

Vê-se que a componente p_P , tendo média P , é a que produz a potência ativa. O termo oscilante dessa componente é chamado em (EMANUEL, 2010) de potência intrínseca instantânea. Já a componente p_Q , tendo média nula, é chamada de potência não-ativa instantânea. A grandeza Q é, então, chamada de potência reativa (ou não-ativa), e surge com a presença de cargas indutivas e/ou capacitivas no circuito, como visto na seção 2.5.

Também é interessante notar que as componentes i_P e i_Q estão em quadratura. Isso pode ser observado mais facilmente tomando-se a representação fasorial dessas formas de onda.

$$I_P = I_m \cdot \cos \theta \angle 0^\circ$$

$$I_Q = I_m \cdot \text{sen } \theta \angle -90^\circ, \text{ se } \theta \in \left(0, \frac{\pi}{2} \right)$$

$$I_Q = I_m \cdot |\text{sen } \theta| \angle 90^\circ, \text{ se } \theta \in \left(-\frac{\pi}{2}, 0 \right)$$

Quando a carga é puramente resistiva, o ângulo θ é nulo, e a potência instantânea é:

$$p(t) = \frac{V_m I_m}{2} (1 + \cos 2\omega t) \quad (2.53)$$

que se iguala a $p_P(t)$ para a mesma condição.

Já quando a carga é puramente reativa, isto é, sem componente resistiva, o ângulo θ é de $\pm 90^\circ$ (ou $\pm \frac{\pi}{2}$ rad). Nesse caso, a potência instantânea seria simplesmente:

$$p(t) = \frac{V_m I_m}{2} \text{sen } 2\omega t \quad (2.54)$$

que se iguala a $p_Q(t)$ para a mesma condição.

2.7 Potência aparente

Já foi visto que a potência instantânea $p(t)$ é a composição de uma função constante com uma senoidal. Da equação 2.44 (por exemplo) tira-se que a forma de onda dessa potência instantânea atinge o máximo e o mínimo dados pela inequação abaixo:

$$P - \frac{V_m I_m}{2} \leq p(t) \leq P + \frac{V_m I_m}{2} \quad (2.55)$$

Seja:

$$S = \frac{V_m I_m}{2} \quad (2.56)$$

Dessa forma, S , chamado de potência aparente, é a amplitude de oscilação da potência instantânea em torno do seu valor médio P , podendo ser encontrada por meio das equações 2.57 e 2.58. A figura 1 mostra formas de onda de tensão e de corrente e a potência instantânea correspondente, para que essas relações possam ser mais bem visualizadas.

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad (2.57)$$

$$S = \sqrt{\left(\frac{V_m I_m}{2} \cos \theta\right)^2 + \left(\frac{V_m I_m}{2} \sin \theta\right)^2}$$

$$S = \frac{V_m I_m}{2} = V_{ef} I_{ef} \quad (2.58)$$

Nas condições senoidais que estão sendo consideradas aqui, a potência aparente aparece como parâmetro importante na determinação das perdas de potência na linha (perdas de condução devidas à resistência intrínseca dos condutores). Utilizando-se a equação 2.12 (e não a 2.10 pois, para efeito do cálculo da potência dissipada na linha, medir a corrente que passa por um condutor é mais prático que medir a tensão sobre um trecho contínuo de condutor, que pode ser muito longo), pode-se calcular essa perda como:

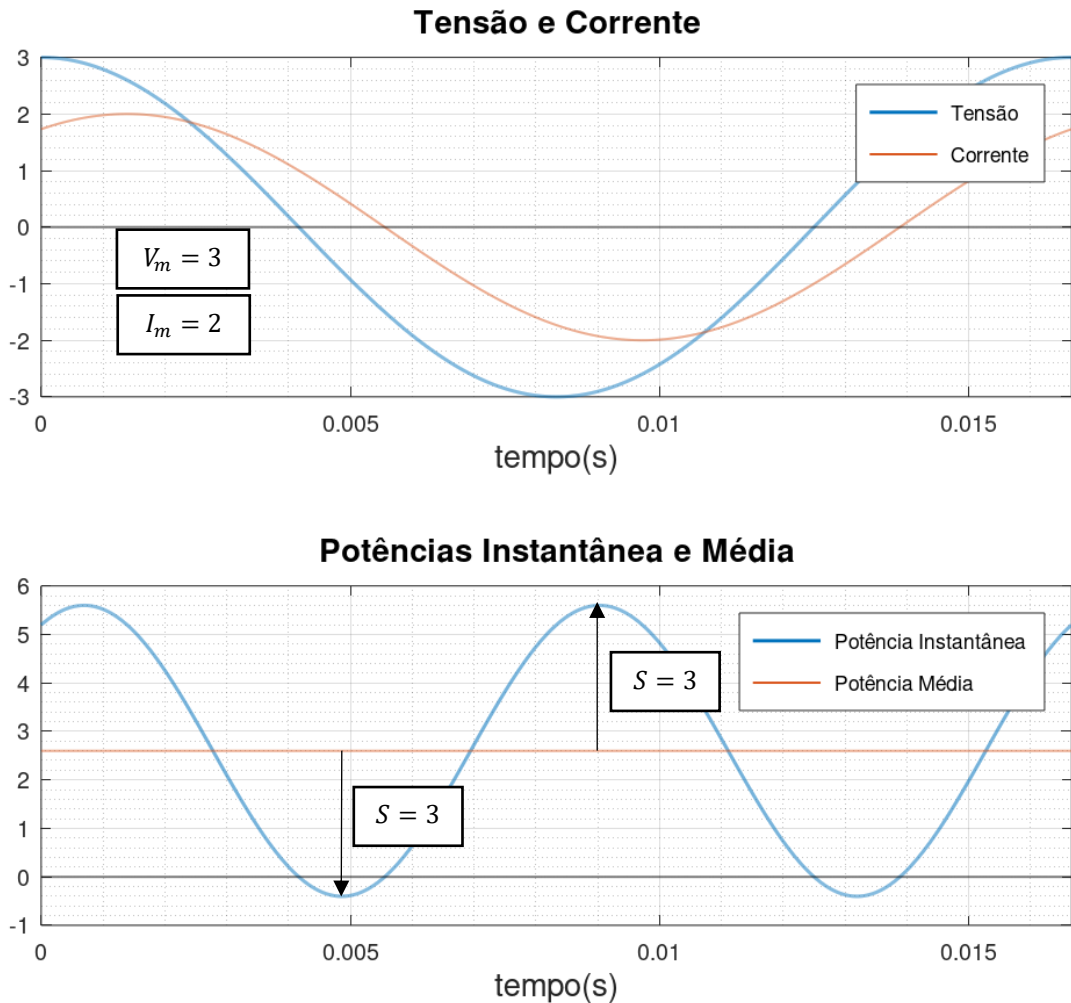
$$\Delta P = R_s \cdot I_{ef}^2 \quad (2.59)$$

onde R_s é a resistência do trecho de condutor (entre fonte e carga, por exemplo)

Assim:

$$\Delta P = \frac{R_s}{V_{ef}} S^2 = \frac{R_s}{V_{ef}} (P^2 + Q^2) \quad (2.60)$$

Figura 1 – Exemplos de formas de onda de tensão, corrente e potência instantânea



Fonte: o autor.

Observe que as perdas na linha (fenômeno chamado de efeito Joule) são diretamente proporcionais ao quadrado da potência aparente. Esse fato é importante pois revela que a presença de cargas reativas aumenta as perdas na linha, além de fornecer uma relação física direta entre as perdas e a potência aparente.

As equações 2.58 a 2.60 mostram, então, que as perdas de energia podem ser reduzidas por meio da redução da carga reativa líquida do sistema, ou, ainda, mostram que, em se fixando valores para tensão, corrente e perdas num determinado sistema, a potência aparente

é o maior valor de potência ativa que pode ser obtido por ele. Isso ocorrerá, claro, quando a potência reativa for nula (o que equivale à condição de ângulo de deslocamento nulo entre tensão e corrente). Por outro lado, excesso de conteúdo reativo em um sistema vai aumentar a corrente necessária para alimentar uma determinada carga (veja a equação 2.61, reordenação da equação 2.58), o que é ruim por si só pois fios condutores possuem uma capacidade limitada de condução para que possam funcionar adequadamente.

$$I_{ef} = \frac{S}{V_{ef}} \quad (2.61)$$

Percebe-se, portanto, que uma potência ativa próxima da potência aparente em módulo é um indicador de eficiência energética e econômica num sistema monofásico CA, ao passo de que uma potência aparente muito maior que a potência ativa é sinônimo de perdas. O fator de potência, definido na equação 2.62, é um coeficiente que consegue medir essa eficiência.

$$fp = \frac{P}{S} \quad (2.62)$$

Como $P \leq S$, então $fp \leq 1$, o que significa que um fator de potência unitário é o ideal a ser buscado⁸ e equivale à condição de ausência de potência reativa líquida no sistema. Das equações 2.45 e 2.56, encontra-se:

$$fp = \frac{S \cdot \cos \theta}{S}$$

$$fp = \cos \theta \quad (2.63)$$

isto é, a defasagem entre tensão e corrente está diretamente relacionada ao fator de potência.

Como explicado na seção 2.5, a reatância de uma impedância é negativa para cargas capacitivas e positiva para cargas indutivas e, por isso, o seno do ângulo de fase do fasor de

⁸ Dado que capacitores e indutores possuem impedâncias de sinais opostos, a inserção de uma capacitância adequada num sistema com reativo de característica indutiva, por exemplo, reduz a presença de reativos no sistema, uma vez que a reatância da carga em questão é diminuída, o que diminui a defasagem entre tensão e corrente (e eleva o fator de potência). Esse tipo de aplicação é chamado de técnica de compensação, e é largamente utilizado em SEPs de grande porte para reduzir a carga reativa na rede elétrica. O capítulo 3 traz mais comentários sobre este tópico.

impedância (que é o mesmo ângulo de defasagem entre tensão e corrente, como já mostrado) é negativo ou positivo dependendo da característica da carga. Uma vez que se pode equacionar P e Q como mostram as equações 2.64 e 2.65, atribui-se a Q um sinal que, também, depende da característica da carga: a potência reativa Q será negativa caso a carga seja capacitiva, e será positiva caso a carga seja indutiva.

$$P = S \cdot \cos \theta \quad (2.64)$$

$$Q = S \cdot \sen \theta \quad (2.65)$$

As duas equações anteriores juntas à equação 2.57 sugerem a formatação de P , Q e S num triângulo retângulo de hipotenusa S . Essa figura, chamada de triângulo de potências, é construída representando-se a potência ativa (“real”) num eixo horizontal e a potência reativa (“imaginária”) num eixo vertical. A hipotenusa desse triângulo formará um ângulo θ com a potência ativa P . Tal representação dá origem ao conceito de potência complexa, uma formulação vetorial para a potência aparente⁹. Defina a potência complexa \mathbf{S} como:

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2} \mathbf{V} \cdot \mathbf{I}^* \quad (2.66)$$

onde \mathbf{V} é o fasor de tensão, correspondente à forma de onda da equação 2.5, e \mathbf{I} é o fasor de corrente, correspondente à forma de onda da equação 2.36, isto é:

$$\mathbf{V} = V_m \angle \theta_V \quad (2.67)$$

$$\mathbf{I} = I_m \angle \theta_C \quad (2.68)$$

com \mathbf{I}^* representando o conjugado complexo do fasor \mathbf{I} :

$$\mathbf{I}^* = I_m \angle -\theta_C \quad (2.69)$$

de forma que:

⁹ Mais detalhes sobre o triângulo de potências e ilustrações podem ser encontrados nos livros sugeridos nas notas 1 e 5 e em (EMANUEL, 2010). Como o conceito não será necessário para o desenvolvimento do restante do assunto, o autor preferiu não o detalhar no texto.

$$\mathbf{S} = \frac{V_m I_m}{2} \angle(\theta_V - \theta_C) \quad (2.70)$$

Alternativamente, pode-se trabalhar com os valores eficazes de tensão e corrente (que é como normalmente se definem esses fasores nos cálculos elétricos):

$$\mathbf{V}_{ef} = V_{ef} \angle \theta_V \quad (2.71)$$

$$\mathbf{I}_{ef} = I_{ef} \angle \theta_C \quad (2.72)$$

de modo que:

$$\mathbf{S} = \mathbf{V}_{ef} \cdot \mathbf{I}_{ef}^* \quad (2.73a)$$

$$\mathbf{S} = V_{ef} I_{ef} \angle(\theta_V - \theta_C) \quad (2.73b)$$

$$\mathbf{S} = S \angle \theta \quad (2.73c)$$

A potência complexa \mathbf{S} é um equacionamento muito útil nos cálculos de potência, e tem sua importância por embutir numa única fórmula simples as principais informações relativas à potência consumida por uma carga. A partir dela, pode-se encontrar as potências ativa e reativa e, em se conhecendo o fasor de tensão do elemento de cálculo em questão, pode-se determinar a corrente elétrica envolvida, e vice-versa. Vale destacar que a potência complexa não é um fasor propriamente dito, uma vez que não representa uma forma de onda senoidal variante no tempo.

2.8 Cargas não-senoidais

Uma carga linear é aquela que responde linearmente à sua entrada. Por exemplo, uma carga resistiva responde linearmente a uma tensão senoidal, pois gera uma corrente senoidal que é apenas uma versão em escala da tensão aplicada. Isso vale também para impedâncias reativas em sistemas CA. Contudo, há cargas cuja resposta a uma tensão senoidal, por exemplo, não apresenta tal propriedade. Cargas eletrônicas, que costumam contar com circuitos chaveados, exemplificam a situação. As partidas de motores geram picos de corrente

elétrica que também constituem não-linearidades. O resultado da presença dessas cargas em um sistema é que a corrente nos condutores da rede elétrica se torna distorcida em relação ao perfil senoidal que deveria idealmente possuir. No contexto de sistemas CA (senoidais), então, cargas não-lineares são ditas não-senoidais, pois não terão uma resposta senoidal à aplicação de uma tensão senoidal.

A princípio, o que foi desenvolvido para sistemas monofásicos CA até aqui não teria validade para o caso de cargas não-senoidais, mas o desenvolvimento das transformadas de Fourier permitiu a análise de formas de onda em termos de componentes múltiplas de frequência.¹⁰ Em outras palavras, essa ferramenta matemática fornece a representação de um sinal como a soma de formas de onda senoidais em frequências múltiplas da frequência fundamental (ver nota 3), cada uma dessas componentes tendo uma determinada amplitude e uma determinada fase inicial. Assim, em vez das equações 2.42 e 2.43, tem-se:

$$v(t) = \sum_k v_k(t) = \sum_k V_k \cdot \cos(k\omega t) \quad (2.74)$$

$$i(t) = \sum_k i_k(t) = \sum_k I_k \cdot \cos(k\omega t - \theta_k) \quad (2.75)$$

onde k é um inteiro positivo¹¹ que representa o conjunto de componentes de frequência presentes no sistema.

As equações 2.74 e 2.75 permitem uma análise de potência mais abrangente e mais próxima da realidade. Para um elemento de circuito com tensão e corrente como dadas nessas equações, a potência instantânea será:

$$p(t) = \sum_s \sum_r V_r \cdot \cos(r\omega t) \cdot I_s \cdot \cos(s\omega t - \theta_s) \quad (2.76)$$

tendo, como potência média, de acordo com a equação 2.3:

¹⁰ Ver o livro (OPPENHEIM, 2010) para detalhes da teoria de transformadas de Fourier.

¹¹ Cargas operando em estado transiente e outros fatores (MARZ, 2016) podem promover o aparecimento de inter-harmônicos, que são componentes harmônicos cujas frequências não são múltiplos inteiros da frequência do sistema. Esse problema não será discutido neste trabalho.

$$P = \frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \left\{ \sum_s \sum_{r \neq s} \frac{V_r I_s}{2} \cdot \left[\frac{\text{sen}((r+s)\omega t - \theta_s)}{(r+s)\omega} + \frac{\text{sen}((r-s)\omega t + \theta_s)}{(r-s)\omega} \right]_{t_1}^{t_2} \right. \\ \left. + \sum_{r=s} \frac{V_r I_s}{2} \cdot \left[\frac{\text{sen}(2r\omega t - \theta_s)}{2r\omega} + t \cdot \cos \theta_s \right]_{t_1}^{t_2} \right\} \quad (2.77)$$

Considerando-se a variação de tempo de um período, os termos senoidais terão média nula:

$$P = \sum_r \frac{V_r I_r}{2} \cdot \cos \theta_r \quad (2.78)$$

o que sugere que a potência ativa neste caso é a soma das potências ativas de cada componente harmônica. Uma análise similar à feita na seção 2.6 poderá mostrar que a potência ativa P dessa situação é um valor representativo da potência real que está sendo absorvida pelo elemento de circuito em questão. Para efeito do presente estudo, distingue-se a primeira parcela P_1 do somatório, por esta representar a potência ativa fundamental, assim como é usual agrupar as parcelas restantes num único termo P_H que identifica a contribuição total das harmônicas para a potência ativa. Assim:

$$P_1 = \frac{V_1 I_1}{2} \cdot \cos \theta_1 \quad (2.79)$$

$$P_H = \sum_{r \neq 1} P_r \quad (2.80)$$

onde:

$$P_r = \frac{V_r I_r}{2} \cdot \cos \theta_r \quad (2.81)$$

Foi visto anteriormente que num sistema CA senoidal a potência ativa não é suficiente para se determinar as perdas de linha no sistema em questão ou para se dimensionar certos equipamentos elétricos, por exemplo. A presença de cargas não lineares no sistema não altera, logicamente, essa realidade, e se faz necessário, portanto, buscar outras definições

matemáticas para o que até aqui se chamou de potências não-ativa (ou reativa) e aparente. Contudo, dado que a ideia central deste trabalho está nos sistemas trifásicos, e, em particular, nos sistemas trifásicos a três fios, não serão feitos nele comentários adicionais sobre potência em sistemas monofásicos não-senoidais, pois será desenvolvido o tópico de sistemas trifásicos não-senoidais no próximo capítulo. O que foi apresentado até aqui constitui o que o autor considera serem os fundamentos mínimos para uma compreensão geral básica do tema.

3 POTÊNCIA EM SISTEMAS TRIFÁSICOS

Sistemas CA trifásicos constituem a forma majoritária de geração e transmissão de energia elétrica no mundo (CHAPMAN, 2013). Sua existência se baseia principalmente na operação de geradores trifásicos: máquinas rotativas que, tendo três enrolamentos deslocados de 120° entre si, geram três ondas de tensão por indução eletromagnética, uma em cada enrolamento. Idealmente, essas ondas de tensão serão senoidais, terão mesmos módulo e frequência¹² e defasagem de 120° entre si, como mostram as equações 3.1 a 3.3 no próximo tópico.

De fato, as tensões geradas nas fontes¹³ de um SEP são praticamente perfeitas. Num sistema trifásico ideal as fases seriam igualmente carregadas, e muitas das discussões do assunto já estariam encerradas. Num sistema real, contudo, o carregamento desigual das fases e o conteúdo reativo e harmônico inserido por muitas cargas traz dificuldades teóricas e práticas.

Às fases de um sistema trifásico podem ser conectadas, por exemplo, cargas monofásicas, cargas trifásicas ligadas em Δ ¹⁴ e cargas trifásicas ligadas em Y. A princípio, mesmo cargas trifásicas poderiam ser atendidas por três sistemas monofásicos individuais, mas uma série de desvantagens de ordem econômica e operacional em relação ao desempenho de um sistema trifásico de fato torna essa possibilidade inviável¹⁵. Cargas monofásicas e cargas trifásicas em Y geralmente exigem a presença de um quarto condutor (condutor neutro) na rede para seu funcionamento, enquanto cargas trifásicas em Δ operam conectadas a três-fios.

Quando se passa ao estudo dos sistemas trifásicos, os conceitos apresentados no capítulo anterior precisam ser adaptados ao novo contexto. Essa transição é simples para conceitos como potência ativa: em vez de um único valor de potência ativa, agora haverá um para cada fase, e o valor total dado pela soma dos três. Já conceitos como fator de potência e potência aparente perdem qualquer obviedade que porventura possuísem na análise monofásica, além de serem influenciados pela ausência ou presença de um condutor neutro no sistema, por exemplo.

Na realidade, a maior parte dos sistemas de distribuição é a quatro-fios (GLOVER, 2012), pois o condutor neutro comum às fases é uma das vantagens oferecidas por esses sistemas. Sistemas trifásicos a três-fios existem, mesmo assim, e a esses maior atenção será dada neste trabalho, por motivos já mencionados na introdução. Este capítulo começa, então,

¹² Ver nota 3 no capítulo 2.

¹³ Vale comentar que fontes de corrente trifásicas são raras, de maneira geral (ALEXANDER, 2013).

¹⁴ Para mais informações sobre cargas trifásicas e suas configurações, pode-se consultar (MAKAROV, 2016).

¹⁵ Para uma descrição mais detalhada das vantagens dos sistemas trifásicos, ver (GLOVER, 2012).

com uma análise do modelo trifásico equilibrado, a fim de apresentar suas características principais, fazendo em seguida um contraponto com os sistemas desequilibrados. As definições tradicionais de potência aparente são mostradas e, por fim, os assuntos relacionados à metodologia proposta no Padrão IEEE 1459-2010 são discutidos.

3.1 Sistemas trifásicos equilibrados

As equações 3.1 a 3.3 a seguir representam o conjunto de tensões de fornecimento de um sistema trifásico equilibrado.

$$v_a(t) = V_m \cdot \cos(\omega t) \quad (3.1)$$

$$v_b(t) = V_m \cdot \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \quad (3.2)$$

$$v_c(t) = V_m \cdot \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) \quad (3.3)$$

onde:

V_m é a amplitude ou valor de pico da tensão em cada fase do sistema;

ω é a frequência angular da onda (ver nota 3 do capítulo 2).

Um sistema trifásico é dito equilibrado quando a carga é a mesma em cada uma das fases e as tensões possuem mesma amplitude e mesma defasagem entre si, de forma que as correntes acabam, também, possuindo mesma amplitude e igual defasagem entre si. Tome, então, as equações 3.4 a 3.6 para correntes de fase em situação de equilíbrio, em que a defasagem θ entre corrente e tensão para cada fase vem de já se estar levando em conta a presença de cargas reativas (θ é zero se as cargas forem puramente resistivas). Dito isto, é importante observar que os conceitos definidos no capítulo anterior, como os de valores eficazes, impedâncias reativas e de fasores, continuam válidos aqui, com essas definições se aplicando a cada fase individual.

$$i_a(t) = I_m \cdot \cos(\omega t - \theta) \quad (3.4a)$$

$$i_a(t) = I_m \cos \omega t \cos \theta + I_m \operatorname{sen} \omega t \operatorname{sen} \theta \quad (3.4b)$$

$$i_b(t) = I_m \cdot \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3} - \theta\right) \quad (3.5a)$$

$$i_b(t) = I_m \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \cos \theta + I_m \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \sin \theta \quad (3.5b)$$

$$i_c(t) = I_m \cdot \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3} - \theta\right) \quad (3.6a)$$

$$i_c(t) = I_m \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) \cos \theta + I_m \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) \sin \theta \quad (3.6b)$$

onde:

I_m é a amplitude da corrente em cada fase do sistema;

θ é a defasagem entre corrente e tensão de uma mesma fase.

É fácil verificar que tanto a soma das três ondas de tensão como a soma das três ondas de corrente são nulas. As equações 3.4a, 3.5a e 3.6a foram expandidas nas equações 3.4b, 3.5b e 3.6b com o intuito de evidenciar as componentes em quadratura associadas às potências ativa e reativa, como pode ser visto a seguir. A potência instantânea total p para esse sistema pode ser equacionada como uma soma simples de funções mostrada nas equações 3.7a e 3.7b, esta última mostrando a possibilidade de cálculo para um sistema a três-fios.

$$p = v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c \quad (3.7a)$$

$$p = v_{ab} i_a + v_{cb} i_b = v_{ba} i_b + v_{ca} i_c = v_{ac} i_a + v_{bc} i_b \quad (3.7b)$$

Substituindo as equações anteriores de tensões e correntes na equação 3.7a, por exemplo, encontra-se:

$$\begin{aligned} p(t) &= \left(\frac{V_m I_m}{2} \cdot \cos \theta\right) (1 + \cos 2\omega t) + \left(\frac{V_m I_m}{2} \cdot \sin \theta\right) \sin 2\omega t \\ &+ \left(\frac{V_m I_m}{2} \cdot \cos \theta\right) \left[1 + \cos\left(2\omega t - \frac{4\pi}{3}\right)\right] + \left(\frac{V_m I_m}{2} \cdot \sin \theta\right) \sin\left(2\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \\ &+ \left(\frac{V_m I_m}{2} \cdot \cos \theta\right) \left[1 + \cos\left(2\omega t + \frac{4\pi}{3}\right)\right] + \left(\frac{V_m I_m}{2} \cdot \sin \theta\right) \sin\left(2\omega t + \frac{4\pi}{3}\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
p(t) &= 3 \left(\frac{V_m I_m}{2} \cdot \cos \theta \right) + \left(\frac{V_m I_m}{2} \cdot \cos \theta \right) \left[\cos 2\omega t + \cos \left(2\omega t - \frac{4\pi}{3} \right) + \cos \left(2\omega t + \frac{4\pi}{3} \right) \right] \\
&\quad + \left(\frac{V_m I_m}{2} \cdot \sin \theta \right) \left[\sin 2\omega t + \sin \left(2\omega t - \frac{4\pi}{3} \right) + \sin \left(2\omega t + \frac{4\pi}{3} \right) \right] \\
p(t) &= 3 \cdot \left(\frac{V_m I_m}{2} \cdot \cos \theta \right) \tag{3.8}
\end{aligned}$$

O termo $\cos \theta$ indica que a potência ativa máxima que esse sistema pode fornecer é igual a $3V_{ef}I_{ef}$. Lembre-se que a potência aparente monofásica corresponde à máxima potência ativa que poderia ser fornecida pelo sistema. Seria bom, portanto, que uma definição robusta de potência aparente trifásica cumprisse essa propriedade. As formulações de potência aparente para sistemas trifásicos que serão trabalhadas neste capítulo permitem obter o resultado mencionado no início deste parágrafo para o caso particular de cargas equilibradas, o que é perfeitamente esperado e bem-vindo.

Note que os termos oscilatórios da potência instantânea se cancelam¹⁶, o que não quer dizer que eles não existam. Aplicando aqui os conceitos definidos no capítulo 2, cada fase contribui com as potências ativa e reativa P_{fase} e Q_{fase} :

$$P_{fase} = V_{ef} I_{ef} \cos \theta$$

$$Q_{fase} = V_{ef} I_{ef} \sin \theta$$

onde:

V_{ef} é o valor eficaz da tensão;

I_{ef} é o valor eficaz da corrente.

Comparando o desenvolvimento da equação 3.8 com o resultado análogo na análise monofásica, pode-se observar que os termos oscilatórios lá chamados de “potência intrínseca instantânea” e de “potência não-ativa instantânea” se anulam na equação da potência instantânea trifásica equilibrada (e claramente não se anulam no caso desequilibrado, como será

¹⁶ Esse valor constante de potência instantânea produz, em máquinas rotativas trifásicas, um torque praticamente constante. Assim, uma vez que as componentes oscilatórias se cancelam, a vibração que elas produziram no eixo mecânico da máquina é reduzida, contribuindo assim para a conservação desse eixo e, portanto, constituindo uma das grandes vantagens dos sistemas trifásicos (GLOVER, 2012).

visto na próxima seção). Isso não quer dizer, no caso equilibrado, que essas componentes sejam inexistentes, o que pode ser verificado quando se faz o cálculo das perdas na linha de cada fase. Aqui se está assumindo que as linhas de cada fase possuem igual impedância R_s .

$$\Delta P_{fase} = \frac{R_s}{V_{ef}^2} (P_{fase}^2 + Q_{fase}^2) \quad (3.9)$$

de forma que, considerando-se o equilíbrio do sistema, cada fase está igualmente carregada com as mesmas potências ativa e reativa. Assim:

$$\Delta P_{total} = \frac{3R_s}{V_{ef}^2} (P_a^2 + Q_a^2) \quad (3.10)$$

o que indica que as componentes reativas continuam presentes (já que contribuem para as perdas Joule), apesar de sua soma nula. Além disso, uma outra propriedade que a potência aparente monofásica possui e cuja presença numa definição de potência aparente trifásica (S) é considerada primordial (EMANUEL, 2010) é a proporcionalidade das perdas na linha com S^2 (ver equação 2.60), o que também se verifica facilmente neste caso de cargas equilibradas para $S = 3V_{ef}I_{ef}$.

3.2 Sistemas trifásicos desequilibrados

Considere agora um sistema trifásico desequilibrado. As equações das tensões se tornam:

$$v_a(t) = V_a \cdot \cos(\omega t + \alpha_a) \quad (3.11)$$

$$v_b(t) = V_b \cdot \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3} + \alpha_b\right) \quad (3.12)$$

$$v_c(t) = V_c \cdot \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3} + \alpha_c\right) \quad (3.13)$$

onde:

V_a, V_b, V_c são as amplitudes das tensões nas fases a, b e c respectivamente;

$\alpha_a, \alpha_b, \alpha_c$ são os desequilíbrios de fase nas tensões.

Abaixo são mostradas as equações das correntes em cada fase e, como anteriormente, as resoluções dessas equações a fim de se explicitar suas componentes em fase e em quadratura com a respectiva tensão.

$$i_a(t) = I_a \cdot \cos(\omega t + \alpha_a - \theta_a) \quad (3.14a)$$

$$i_a(t) = I_a \cos(\omega t + \alpha_a) \cos \theta_a + I_a \sin(\omega t + \alpha_a) \sin \theta_a \quad (3.14b)$$

$$i_b(t) = I_b \cdot \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3} + \alpha_b - \theta_b\right) \quad (3.15a)$$

$$i_b(t) = I_b \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3} + \alpha_b\right) \cos \theta_b + I_b \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3} + \alpha_b\right) \sin \theta_b \quad (3.15b)$$

$$i_c(t) = I_c \cdot \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3} + \alpha_c - \theta_c\right) \quad (3.16a)$$

$$i_c(t) = I_c \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3} + \alpha_c\right) \cos \theta_c + I_c \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3} + \alpha_c\right) \sin \theta_c \quad (3.16b)$$

Pode-se agora calcular a potência instantânea de cada fase. Abaixo são mostrados os cálculos para a fase a .

$$p_a = v_a i_a$$

$$p_a = V_a I_a \cos^2(\omega t + \alpha_a) \cos \theta_a + V_a I_a \cos(\omega t + \alpha_a) \sin(\omega t + \alpha_a) \sin \theta_a$$

$$p_a = \frac{V_a I_a \cos \theta_a}{2} \cdot [1 + \cos(2\omega t + 2\alpha_a)] + \frac{V_a I_a \sin \theta_a}{2} \cdot \sin(2\omega t + 2\alpha_a) \quad (3.17)$$

Analogamente, temos os seguintes resultados para as duas outras fases:

$$p_b = \frac{V_b I_b \cos \theta_b}{2} \left[1 + \cos\left(2\omega t - \frac{4\pi}{3} + 2\alpha_b\right) \right] + \frac{V_b I_b \sin \theta_b}{2} \cdot \sin\left(2\omega t - \frac{4\pi}{3} + 2\alpha_b\right) \quad (3.18)$$

$$p_c = \frac{V_c I_c \cos \theta_c}{2} \left[1 + \cos \left(2\omega t + \frac{4\pi}{3} + 2\alpha_c \right) \right] + \frac{V_c I_c \sin \theta_c}{2} \cdot \sin \left(2\omega t + \frac{4\pi}{3} + 2\alpha_c \right) \quad (3.19)$$

Aplicar aqui a equação 3.7 não permitirá obter um resultado simplificado como o da equação 3.8, pois as defasagens resultantes do desequilíbrio, que existem na prática, removem a simetria que permitiu a eliminação dos termos oscilatórios no caso equilibrado. Da equação 3.17 e do que foi exposto no capítulo anterior, conclui-se que a potência ativa e a potência reativa de cada fase são dadas pelas já conhecidas formulações:

$$P_k = V_{k_{ef}} I_{k_{ef}} \cos \theta_k \quad (3.20)$$

$$Q_k = V_{k_{ef}} I_{k_{ef}} \sin \theta_k \quad (3.21)$$

em que $k = a, b, c$ e:

$V_{k_{ef}}$ indica a tensão eficaz na fase k ;

$I_{k_{ef}}$ indica a corrente eficazes da fase k ;

θ_k indica a defasagem entre tensão e corrente na fase k .

As perdas nas linhas podem ser encontradas de forma análoga à já mostrada no caso equilibrado, considerando-se a equação 3.9 para cada fase.

3.3 Potências aparentes aritmética e vetorial

Para sistemas trifásicos desequilibrados, o Padrão IEEE 1459-2010 elenca três conceitos de potência aparente trifásica: a aritmética, a vetorial e a eficaz. As duas primeiras serão formuladas nesta seção.

A potência aparente aritmética trifásica, S_A , é definida como a soma simples das potências aparentes (reais) de cada fase:

$$S_A = S_a + S_b + S_c \quad (3.22)$$

onde, para $k = a, b, c$:

$$S_k = V_{k_{ef}} I_{k_{ef}} \quad (3.23)$$

Essa é uma definição simples e tradicional que funciona em sistemas equilibrados e é mencionada no Padrão IEEE 1459-2010. Num sistema equilibrado a potência transmitida em cada fase é a mesma, e a equação 3.22 gera o resultado esperado ($3V_{ef}I_{ef}$), como foi explicado anteriormente e como pode ser visto a seguir:

$$S_a = S_b = S_c = V_{ef}I_{ef}$$

$$S_A = S_a + S_b + S_c = 3V_{ef}I_{ef}$$

Já a potência aparente vetorial trifásica é definida como segue, com Q_a , Q_b e Q_c dadas como na equação 2.52 do capítulo anterior:

$$P = P_a + P_b + P_c \quad (3.24)$$

$$Q = Q_a + Q_b + Q_c \quad (3.25)$$

$$S_V = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad (3.26)$$

Essa é outra definição tradicional que também funciona bem em sistemas equilibrados, isto é, resulta em $S = 3V_{ef}I_{ef}$. Nesse cenário, então:

$$P = 3P_{fase}$$

$$Q = 3Q_{fase}$$

$$S_V = 3\sqrt{P_{fase}^2 + Q_{fase}^2} = 3S_{fase} = 3V_{ef}I_{ef}$$

O Padrão IEEE 1459-2010 adjetiva ambas as definições de “desatualizadas, velhas”, desencorajando seu uso em favor da potência aparente eficaz, mencionada na abertura desta seção, e que será explicada na seção 3.4, a seguir.

3.4 A potência aparente de Buchholz

Na análise monofásica realizada no capítulo anterior, mostrou-se que a grandeza definida como potência aparente (monofásica) tem um significado físico bem definido. Ela apareceu como a amplitude de oscilação da potência instantânea (em torno da potência média), como um fator proporcional às perdas na linha por efeito Joule, e ainda como a máxima potência ativa que poderia ser entregue pela fonte no sistema em questão. Isso sugere, então, sua relação com o dimensionamento de redes elétricas e de outros equipamentos como motores e transformadores, com o aquecimento e as perdas nas linhas, com análises de eficiência energética e com o faturamento de energia elétrica (por meio do fator de potência). Não é de se admirar, portanto, que se procure uma formulação para potência aparente trifásica que consiga representar bem esses significados e utilizações. Todos os cálculos econômicos de geração, transmissão e distribuição de energia giram em torno dessa grandeza (EMANUEL, 1999), que é dado crucial nos projetos de equipamentos elétricos (EMANUEL, 2010). Em 1954, por exemplo, a potência aparente já aparecia em equações de modelagem e dimensionamento de transformadores e de máquinas rotativas CA (EMANUEL, 1993).

Na verdade, em se tratando de sistemas trifásicos equilibrados, não existe controvérsia em relação ao cálculo da potência aparente. Nos anos 1920 já se tinham as definições mais tradicionais de potência aparente, aritmética e vetorial, bem estabelecidas para sistemas equilibrados (CURTIS, 1935). Mas quando o sistema se torna desequilibrado ou distorcido, surge a necessidade de uma formulação que leve essas condições em consideração. Décadas mais tarde, a quarta edição do *IEEE Standard Dictionary of Electrical and Electronics Terms*¹⁷, publicada em 1988, ainda trazia uma definição de fator de potência (trifásico) que, para sistemas senoidais desequilibrados, se tornava confusa ao considerar os dois conceitos de potência aparente supramencionados sem indicar qual seria a formulação “correta” para a situação (FILIPSKI, 1994).

No que diz respeito a formulações (isto é, às equações em si) de potência aparente, a definição mais aceita atualmente por estudiosos da área para o caso trifásico desequilibrado foi proposta por Buchholz (BUCHHOLZ, 1922)¹⁸, e recebeu uma tentativa de explicação por Goodhue, que escreveu que, “em função do aquecimento, há uma definição interessante de fator

¹⁷ “Dicionário de termos elétricos e eletrônicos”.

¹⁸ Esta referência não foi consultada pelo autor deste trabalho, sendo citada pela sua importância, uma vez que parece ser a origem dessa definição tão importante e que é, por isso, largamente referenciada em outros trabalhos científicos. Ver nota 18, a seguir.

de potência de uma linha trifásica” (GOODHUE, 1933). Tal definição é reproduzida na equação 3.27.

$$fP_{BUCHHOLZ-GOODHUE} = \frac{\sqrt{3}P_{TOTAL}}{\sqrt{I_a^2 + I_b^2 + I_c^2} \cdot \sqrt{V_{ab}^2 + V_{bc}^2 + V_{ca}^2}} \quad (3.27)$$

em que:

P_{TOTAL} é a potência ativa total nas três fases sistema.

V_{ab} , V_{bc} e V_{ca} são os valores eficazes das tensões de linha do sistema;

I_a , I_b e I_c são os valores eficazes das correntes de linha

A novidade nessa equação em relação às definições de potência aparente e vetorial é a forma coletiva de se expressar a tensão e a corrente, e é essa abordagem que constitui o que se pode chamar de definição de Buchholz. Mais de uma metodologia de resolução para a potência aparente é baseada nessa ideia, ainda que a formulação para as corrente e tensão coletivas sejam incrementadas.

3.5 A potência aparente do Padrão IEEE 1459-2010

Com o nome de potência aparente eficaz do sistema (S_e , também chamada de “potência aparente do sistema”, “potência aparente equivalente” ou ainda “potência aparente coletiva”), a definição defendida pelo Padrão IEEE 1459-2010 se utiliza dos conceitos de tensão eficaz do sistema (V_e) e de corrente eficaz do sistema (I_e), como sugeridos por Buchholz (ver equação 3.27), e formulados nas equações 3.28 e 3.29:

$$\sqrt{3}V_e = \sqrt{\frac{V_{ab}^2 + V_{bc}^2 + V_{ca}^2}{3}} \quad (3.28a)$$

ou

$$V_e = \sqrt{\frac{V_a^2 + V_b^2 + V_c^2}{3}} \quad (3.28b)$$

e

$$I_e = \sqrt{\frac{I_a^2 + I_b^2 + I_c^2}{3}} \quad (3.29)$$

onde:

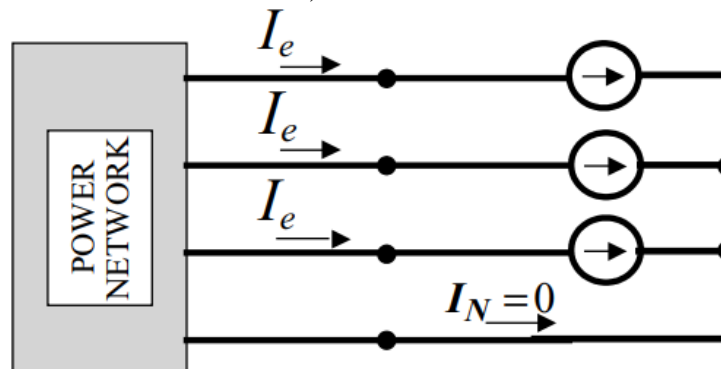
V_a , V_b e V_c são os valores eficazes das tensões de fase do sistema;

de forma que:

$$S_e = 3V_e I_e \quad (3.30)$$

Observe que essas definições correspondem a um modelo equivalente em que as tensões, bem como as cargas, são equilibradas, e que deve representar o que o sistema original seria quando totalmente compensado. A figura 2 permite visualizar esse modelo teórico:

Figura 2 – Carga compensada equivalente, Padrão IEEE 1459-2010 (correntes de sequência positiva em fase com fundamentais)



Fonte: EMANUEL (2010).

Agora que formulados e definidos, pode-se apresentar justificativas teóricas para esses conceitos. Para tanto, tome um sistema trifásico a três-fios¹⁹ e considere um sistema trifásico equilibrado equivalente com as mesmas perdas de condução na linha²⁰ que o circuito original desequilibrado, isto é:

¹⁹ Num sistema a quatro-fios, um tratamento mais completo levaria em conta a resistência R_n do condutor neutro.

²⁰ Essa, na verdade, é uma abordagem que remonta a Lyon, que discutiu de forma efetiva um conceito de fator de potência em sistemas trifásicos. Ele escreveu em (LYON, 1920) que, para se conceituar o fator de potência polifásico, pode-se considerar que a carga real seja substituída por um conjunto de resistências tais que as correntes eficazes demandadas por cada resistência sejam as mesmas demandadas pela carga real em cada fase, mantendo-se as tensões originais.

$$\Delta P_I = R_a I_a^2 + R_b I_b^2 + R_c I_c^2 \quad (3.31)$$

$$\Delta P_I = 3R_s I_e^2 \quad (3.32)$$

em que:

R_a, R_b e R_c são as resistências dos alimentadores de fase;

I_e é o valor eficaz da corrente nas três fases do sistema equivalente;

R_s é a resistência dos alimentadores do sistema equivalente.

A seguinte igualdade permite equacionar o valor da resistência equivalente R_s que mantém o balanço das perdas de potência:

$$R_a I_a^2 + R_b I_b^2 + R_c I_c^2 = R_s I_a^2 + R_s I_b^2 + R_s I_c^2$$

de modo que:

$$R_s = \frac{R_a I_a^2 + R_b I_b^2 + R_c I_c^2}{I_a^2 + I_b^2 + I_c^2} \quad (3.33)$$

Uma vez que linhas trifásicas bem projetadas devem ser constituídas por condutores com impedâncias presumivelmente iguais, a resistência equivalente R_s acaba tendo o mesmo valor das resistências dos condutores de fase desse sistema nessa condição. A equação 3.29, portanto, pode ser encontrada a partir das equações 3.31 e 3.32 fazendo-se essa consideração. A partir de uma manipulação algébrica na equação 3.32, então, pode-se mostrar que existe uma relação direta²¹ entre as perdas de potência na linha e o quadrado da potência aparente eficaz do sistema:

$$\Delta P_I \cdot (\sqrt{3}V_e)^2 = 3R_s I_e^2 \cdot 3V_e^2$$

$$\Delta P_I \cdot (\sqrt{3}V_e)^2 = R_s (9V_e^2 I_e^2)$$

²¹ O Padrão IEEE 1459-2010 trata essa linearidade entre S^2 e ΔP como exigência, exigência essa que as potências aparentes aritmética e vetorial não cumprem, como mostra (CANTURK, 2015).

$$\Delta P_l = \frac{R_s}{(\sqrt{3}V_e)^2} S_e^2 \quad (3.34)$$

Destacar essa relação é produto dos esforços para se tentar encontrar um significado físico no conceito de potência aparente. As perdas de potência num alimentador simples, suprimindo uma carga linear e equilibrada, podem ser calculadas, de acordo com (EMANUEL, 1999), pela equação 3.35.

$$\Delta P = \frac{r}{V^2} S^2 + \frac{V^2}{R_M} \quad (3.35)$$

onde:

r é a resistência série equivalente;

R_M é resistência shunt equivalente (do ramo de magnetização);

V é a tensão fase-fase no barramento de carga.

O primeiro termo da equação representa as perdas de condução e o segundo representa as perdas no núcleo. Numa situação de trifásica e de desequilíbrio, o equacionamento dessas perdas seria mais complexo, mas permanece o fato de que as perdas por condução estão associadas às correntes e que as perdas no núcleo e nos dielétricos²² estão associadas às tensões. Num outro artigo de 1993, em que esse conceito de potência aparente em sistemas desequilibrados não-distorcidos é defendido pelo autor, Filipiski argumenta, na seção de discussão, que a potência aparente proposta não poderia ser uma medida exata para as perdas totais de transmissão e distribuição, uma vez que não estaria levando as perdas relacionadas às tensões em consideração (FILIPSKI, 1993). Assim, o significado físico dessa definição de potência aparente está associado apenas às perdas de condução nas linhas (e ao aquecimento, nas palavras de Goodhue vistas anteriormente).

Para encontrar de forma similar uma equação para a tensão eficaz do sistema existem duas abordagens principais, detalhadas a seguir. O primeiro método apresentado é explicado no Padrão IEEE 1459-2010, e considera que o consumo de potência ativa deve ser o mesmo tanto no circuito desequilibrado original como num circuito equilibrado hipotético. As

²² As perdas do alimentador incluem as perdas a vazio, isto é, perdas no núcleo de transformadores e em dielétricos (EMANUEL, 2010).

componentes ativas da carga original são modeladas como dois conjuntos de resistências equivalentes, um deles conectado em Δ e um outro conectado em Y. A potência ativa consumida nesse modelo de cargas pode ser equacionada como:

$$P = P_Y + P_{\Delta} = \left(\frac{V_a^2}{R_Y} + \frac{V_b^2}{R_Y} + \frac{V_c^2}{R_Y} \right) + \left(\frac{V_{ab}^2}{R_{\Delta}} + \frac{V_{bc}^2}{R_{\Delta}} + \frac{V_{ca}^2}{R_{\Delta}} \right) \quad (3.36)$$

onde:

R_Y é a resistência equivalente das cargas alimentadas entre fase e neutro, isto é, cuja potência ativa consumida tem valor igual ao primeiro termo entre parênteses do lado direito da equação;

R_{Δ} é a resistência equivalente para cargas alimentadas entre fases, isto é, cuja potência ativa consumida tem valor igual ao segundo termo entre parênteses do lado direito da equação.

Essa mesma potência, portanto, deverá ser aquela consumida por um sistema equilibrado hipotético com tensão equivalente V_e :

$$P = P_Y + P_{\Delta} = \left(\frac{V_e^2}{R_Y} + \frac{V_e^2}{R_Y} + \frac{V_e^2}{R_Y} \right) + \left(\frac{(\sqrt{3}V_e)^2}{R_{\Delta}} + \frac{(\sqrt{3}V_e)^2}{R_{\Delta}} + \frac{(\sqrt{3}V_e)^2}{R_{\Delta}} \right)$$

A igualdade das duas equações permite, então, a derivação de uma formulação para a tensão equivalente:

$$\frac{V_a^2 + V_b^2 + V_c^2}{R_Y} + \frac{V_{ab}^2 + V_{bc}^2 + V_{ca}^2}{R_{\Delta}} = 3 \frac{V_e^2}{R_Y} + 9 \frac{V_e^2}{R_{\Delta}}$$

de modo que:

$$V_e = \sqrt{\frac{\frac{V_a^2 + V_b^2 + V_c^2}{R_Y} + \frac{V_{ab}^2 + V_{bc}^2 + V_{ca}^2}{R_{\Delta}}}{\frac{3}{R_Y} + \frac{9}{R_{\Delta}}}} \quad (3.37)$$

A variável ξ , como definida pelo Padrão IEEE 1459-2010, é a razão entre a potência ativa consumida pelas cargas em Δ e a consumida pelas cargas em Y, como mostra a equação 3.38:

$$\xi = \frac{P_{\Delta}}{P_Y} = \frac{\frac{9V_e^2}{R_{\Delta}}}{\frac{3V_e^2}{R_Y}} = \frac{3R_Y}{R_{\Delta}} \quad (3.38)$$

A inserção desse parâmetro na equação 3.37 permite encontrar uma formulação para V_e que só depende das tensões de fase e de linha e da razão ξ , como desenvolvido a seguir:

$$V_e = \sqrt{\frac{3(V_a^2 + V_b^2 + V_c^2) + (V_{ab}^2 + V_{bc}^2 + V_{ca}^2) \cdot \left(\frac{3R_Y}{R_{\Delta}}\right)}{9 + 9\frac{3R_Y}{R_{\Delta}}}}$$

$$V_e = \sqrt{\frac{3(V_a^2 + V_b^2 + V_c^2) + \xi(V_{ab}^2 + V_{bc}^2 + V_{ca}^2)}{9(1 + \xi)}} \quad (3.39)$$

Perceba, contudo, que esse desenvolvimento pressupõe a existência de cargas conectadas em Y. Em sistemas a três-fios, cargas conectadas em Y não se conectam ao condutor neutro, o que pode ser prejudicial às cargas conectadas e constituir perigo pessoal por causa da flutuação de tensão. Para efeito da seguinte análise, então, considere um sistema a três-fios com cargas conectadas em Δ . Matematicamente, essa consideração se traduz em tornar nula a potência ativa consumida nas resistências R_Y , isto é:

$$P_Y \rightarrow 0 \Leftrightarrow R_Y \rightarrow \infty \Rightarrow \xi \rightarrow \infty$$

de forma que V_e assume a expressão da equação 3.28a. A estimação do parâmetro ξ em situações práticas é difícil (EMANUEL, 2010). O Padrão IEEE 1459-2010 recomenda que se atribua $\xi = 1.0$ quando não houver mais informação disponível²³, de modo que o próprio Padrão indica que a equação 3.28a fornece uma aproximação excelente quando as condições de desequilíbrio não forem severas (IEEE, 2010). Em particular para sistemas a três fios, a equação gera “resultados

²³ Esse coeficiente não afeta de forma significativa o valor de V_e (IEEE, 2010).

precisos”, de acordo com o Padrão IEEE 1459-2010, como também será comentado na seção 3.6, a seguir.

Uma outra justificativa para a expressão da equação 3.28 é fornecida em (EMANUEL, 2010), e considera as já comentadas perdas dependentes das tensões, ΔP_V , assumindo uma resistência *shunt* equivalente R_S :

$$\Delta P_V = \frac{V_{ab}^2 + V_{bc}^2 + V_{ca}^2}{R_S} = \frac{9V_e^2}{R_S} \quad (3.40)$$

o que, por meio de um desenvolvimento análogo ao feito para as perdas de condução, entrega o resultado esperado.

Finalmente, em condição de equilíbrio, a equação $S_e = 3V_e I_e$ produz o mesmo resultado que as definições de potência aparente aritmética e vetorial, o que é facilmente verificável.

3.6 Os valores coletivos de tensão e corrente no método FBD e no Padrão IEEE 1459-2010

Os estudos e discussões relacionados aos conceitos de potência não constituem fins em si mesmos. A evolução dessas pesquisas, que remontam a mais de um século atrás, abriu espaço para a conclusão de que, para além da potência ativa (a útil, para todos os efeitos), existe uma potência não-ativa cuja presença pode ser atribuída a uma série de fatores. O conhecimento de que essa categoria de potência causa transtornos aos sistemas em que ela aparece traz a necessidade da investigação de sua origem e de sua quantidade, a fim de que seus efeitos negativos possam ser devidamente reduzidos, se não eliminados.

A potência aparente, que, dentre outras aplicações, é usada em medição para faturamento, na definição das capacidades máximas de equipamentos elétricos e como valor de referência para cálculo de fator de potência, é um conceito que foi estendido da análise monofásica, onde é muito mais bem definida, para a trifásica (FILIPSKI, 1991). Ainda na análise monofásica senoidal, o fato de essa grandeza representar, sob determinadas condições, a máxima potência ativa que um determinado sistema poderia produzir ao se compensar sua componente reativa, estabeleceu um atributo que muito se esperava poder encontrar numa definição análoga para sistemas trifásicos.

Idealmente, então, a potência aparente trifásica deveria representar a potência ativa máxima que poderia ser obtida num sistema ao se compensar suas componentes não-ativas, que, tão idealmente quanto, seriam numericamente bem discriminadas e teriam suas origens rastreadas, no processo de investigação mencionado anteriormente. Essa investigação, esse tipo de análise, é chamada “resolução”. Contudo, algumas definições de potência aparente não carregam um significado físico para o caso geral de sistemas distorcidos, sendo assim formulações puramente matemáticas. Contra isso, Filipski comenta que se uma determinada potência aparente polifásica não possui um significado físico, então ela não pode ser decomposta em componentes de potência como as reativa e de distorção (FILIPSKI, 1991).

Assim, para além de se determinar uma ou outra formulação matemática para potência aparente, é fundamental que se tenha um mecanismo para se analisar as relações de potência num sistema (as “resoluções”, como comentado acima). Em outras palavras, deve-se distinguir a equação em si da metodologia de análise. Nos anos 1950 e 1960, alguns engenheiros perceberam as vantagens da potência aparente de Buchholz e propuseram formas de decompô-la em componentes ortogonais (EMANUEL, 2010). Depenbrock conta, em (DEPENBROCK, 1993), que, no fim dos anos 1970, na Alemanha, havia-se chegado a um acordo, resultado de alguns anos de debate, quanto a diretrizes essenciais que deveriam nortear as pesquisas de teorias de potência que atendessem os casos mais gerais (desequilibrados e distorcidos). Em 1979, baseado num trabalho de Fryze, de 1932, e num trabalho de Buchholz²⁴, de 1950, Depenbrock sugeriu o chamado “Método-FBD, uma ferramenta geralmente aplicável para analisar relações de potência”²⁵. Tal ferramenta ganhou bastante destaque em trabalhos dos anos 1990, e fornece uma decomposição considerada definitiva por alguns para as relações de potência em sistemas trifásicos, como será discutido adiante.

No contexto dos sistemas trifásicos senoidais desequilibrados, a potência aparente proposta por Buchholz é a que mais se aproxima de possuir um significado físico. O mérito de sua proposta está na abordagem do sistema como conjunto, isto é, nos conceitos coletivos de tensão e corrente. Mas para além de sua relação com as perdas de condução nas linhas, manifesta na definição de potência aparente eficaz do Padrão IEEE 1459-2010, ela consegue também expressar a potência ativa máxima que o sistema pode fornecer na análise feita com o método FBD (se consideradas determinadas condições). Essas duas das linhas de estudo, o

²⁴ Originalmente publicados em alemão, os trabalhos de Fryze e Buchholz em que Depenbrock se baseou parecem ter permanecido desconhecidos no mundo científico de língua inglesa por muito tempo (DEPENBROCK, 1993).

²⁵ “*The FDB-method, a generally applicable tool for analyzing power relations*”, título do artigo em que Depenbrock descreve o método.

método FBD e o método trazido no Padrão IEEE 1459-2010, serão brevemente discutidas a seguir, a primeira sendo digna de comentário e de comparação por sua relevância.

“O método FBD foi abraçado por muitos estudiosos como a teoria que leva à definição definitiva de potência aparente que se iguala à máxima potência ativa que pode ser transmitida sob dadas restrições” (EMANUEL, 2010). Essa abordagem especifica um ponto estrela virtual, O , e considera o ramo entre esse ponto e o ponto de neutro da carga, N , como uma quarta fase tal que a soma das quatro tensões definidas entre cada “fase” e o ponto estrela virtual seja nula, isto é:

$$v_{aO} + v_{bO} + v_{cO} + v_{nO} = 0$$

Nesse sistema, define-se então as tensão e corrente coletivas:

$$V_{\Sigma}^2 = V_{aO}^2 + V_{bO}^2 + V_{cO}^2 + V_{nO}^2 \quad (3.41)$$

$$I_{\Sigma}^2 = I_a^2 + I_b^2 + I_c^2 + I_n^2 \quad (3.42)$$

com a potência aparente do sistema definida como:

$$S_{\Sigma} = V_{\Sigma} I_{\Sigma} \quad (3.43)$$

Pode ser provado que, se V_{Σ} e I_{Σ} forem mantidos constantes, o resultado de S_{Σ} dá a potência ativa máxima que essas tensões assimétricas²⁶ podem transmitir ao sistema (EMANUEL, 2010). Esse método consegue separar as correntes no sistema em componentes ativas, ortogonais e de desequilíbrio, permitindo, assim, decompor S_{Σ} em potências ativa, reativa, e noutras duas componentes ortogonais resultantes do desequilíbrio da carga.

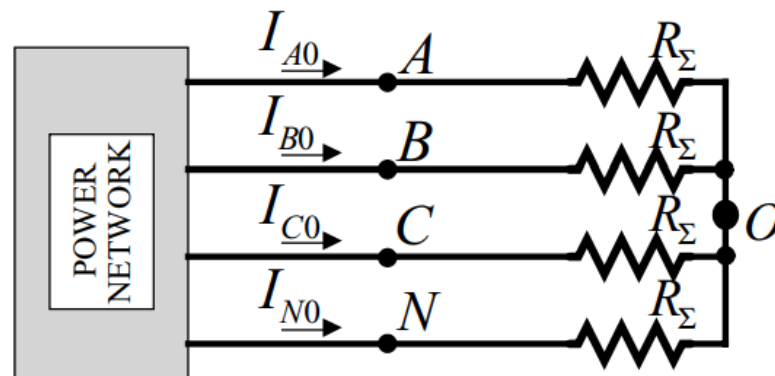
Cabem agora uma comparação entre essas formulações de potência aparente (a do método FBD e a do Padrão IEEE 1459-2010) e uma discussão das consequências dessa comparação na análise de sistemas a três fios (a comparação matemática será feita, a princípio, para um sistema a quatro-fios, dado que os desenvolvimentos utilizados como referência foram feitos para esse caso mais geral, os comentários sobre o caso de três-fios sendo dados em seguida).

²⁶ A teoria das componentes simétricas desenvolvida por Fortescue (FORTESCUE, 1918) representou um marco importantíssimo na análise de sistemas polifásicos. Neste trabalho, contudo, não serão dadas explicações sobre o tema, que será tratado como de conhecimento geral.

Em (WILLEMS, 2005) são distinguidas duas possibilidades de abordagem para potência aparente derivadas da análise monofásica. A primeira delas enxerga a tensão como uma imposição do sistema de potência, de modo que a potência aparente corresponderia à máxima potência ativa que pode ser transmitida para esse determinado conjunto de tensões e para as mesmas condições de perdas na linha. A segunda, por sua vez, enfatiza o impacto que a carga tem no sistema de potência, impacto este caracterizado pelas perdas relacionadas às tensões e às perdas relacionadas às correntes. No método do Padrão IEEE 1459-2010, o sistema compensado é perfeitamente simétrico (lembre-se que ele considera um modelo equivalente equilibrado de tensões V_e e correntes I_e), diferente do método FBD, que é desenvolvido por meio da análise de cada um dos quatro ramos fonte-carga com seus respectivos valores de tensão e de corrente²⁷, e em que o sistema compensado teórico não é (necessariamente) simétrico. Assim, percebe-se que o método FBD corresponde a esta segunda abordagem, e que o método do Padrão IEEE 1459-2010 corresponde à primeira.

Compare a figura 2, na seção 3.5, com a figura 3, a seguir. Perceba as diferenças entre os modelos à luz do que acaba de ser exposto: o método do IEEE pressupõe não apenas uma carga equivalente equilibrada, mas o conjunto de tensões também equilibrado. O método FBD é mais fiel à proposta original de Lyon (ver nota 20), ao preservar as tensões originais em seu desenvolvimento.

Figura 3 - Carga compensada equivalente, Método FBD



Fonte: EMANUEL (2010).

Essa diferença entre os dois métodos é manifesta no valor da tensão eficaz (ou coletiva) do sistema. Para fins de comparação, tome V_e' e I_e' tais que:

²⁷ Para o desenvolvimento matemático completo do método FBD, veja (DEPENBROCK, 1993) e (EMANUEL, 2010).

$$S_{\Sigma} = V_{\Sigma} I_{\Sigma} = 3V_e' I_e'$$

considerando, então:

$$V_e' = \frac{V_{\Sigma}}{\sqrt{3}}$$

$$I_e' = \frac{I_{\Sigma}}{\sqrt{3}}$$

Pode-se mostrar que V_{Σ} , como definido na equação 3.41, é idêntico a (WILLEMS, 2005):

$$V_{\Sigma} = \sqrt{\frac{V_a^2 + V_b^2 + V_c^2 + V_{ab}^2 + V_{bc}^2 + V_{ca}^2}{4}}$$

de modo que:

$$V_e' = \frac{V_{\Sigma}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{V_a^2 + V_b^2 + V_c^2 + V_{ab}^2 + V_{bc}^2 + V_{ca}^2}{12}} \quad (3.44)$$

Formulação idêntica ao membro direito da equação 3.44 pode ser obtida pela substituição do parâmetro ξ por 3 na equação 3.39, caso em que $R_{\Delta} = R_Y$. A mesma equação, em componentes simétricas²⁸, é idêntica a:

$$V_e' = \sqrt{V^{+2} + V^{-2} + \frac{V_0^2}{4}} \quad (3.45)$$

Ao mesmo tempo, a recomendação do Padrão IEEE 1459-2010 de $\xi = 1$ forneceria o seguinte equacionamento para V_e :

²⁸ Ver nota 25.

$$V_e = \sqrt{\frac{3(V_a^2 + V_b^2 + V_c^2) + (V_{ab}^2 + V_{bc}^2 + V_{ca}^2)}{18}} \quad (3.46)$$

que, em componentes simétricas, fica:

$$V_e = \sqrt{V^{+2} + V^{-2} + \frac{V^0^2}{2}} \quad (3.47)$$

Uma vez que a corrente eficaz (ou coletiva) do sistema é a mesma nas duas abordagens (em ambas pode-se considerar a corrente de neutro e, ainda, uma resistência diferente para esse condutor, no cálculo da corrente coletiva para o sistema a quatro-fios), as diferenças no cálculo da potência aparente pelos dois métodos só dependerão dos valores das tensões coletivas. Observe que o valor de V_e' é menor que o valor de V_e , o que significa que a potência aparente no método FBD é menor que a potência aparente obtida pelo método do Padrão IEEE 1459-2010 para sistemas a quatro-fios.

Entretanto, constatada a ausência de componentes de sequência zero na tensão, conclui-se que ambas as definições geram o mesmo resultado, o que permite, finalmente, entrar no contexto dos sistemas a três-fios, dada a ausência de componentes de sequência zero em tais situações²⁹. O Padrão afirma que, de fato, a equação 3.48, que nada mais é que a versão da equação 3.28a em componentes simétricas, gera resultados precisos para sistemas a três-fios.

$$V_e = \sqrt{V^{+2} + V^{-2}} \quad (3.48)$$

3.7 Fator de potência

O fator de potência, já discutido no capítulo anterior, é uma figura de mérito que se propõe a medir a eficiência da utilização da rede elétrica, e o que faz de maneira razoavelmente bem definida em sistemas monofásicos. Adaptar o conceito de fator de potência para o caso trifásico exigiria, simplesmente, uma definição de potência aparente, já que não há ambiguidade no conceito de potência ativa. Dadas as diversas definições de potência aparente, é natural que o fator de potência trifásico seja definido de forma diferente para cada uma dessas definições.

²⁹ Assumindo-se, por exemplo, o transformador alimentador conectado em Δ .

Por exemplo, pode-se falar de fator de potência aritmético e de fator de potência vetorial (CURTIS, 1935), relacionados a essas respectivas definições de potência aparente. Para que o fator de potência seja um coeficiente representativo, é necessário, portanto, que a potência aparente também o seja.

Independentemente da precisão dos diversos métodos de resolução da potência aparente para a decomposição dessa grandeza em suas componentes ativa e não-ativa, é fato que para uma mesma quantidade de potência ativa sendo transmitida numa linha, a amplitude da corrente elétrica é maior quanto maior for a presença de componentes não-ativas. Como consequência tem-se a redução do aproveitamento de equipamentos termicamente limitados (como o próprio condutor) e aumento das quedas de tensão e das perdas do sistema. A presença de energia reativa na rede elétrica é, portanto, economicamente desvantajosa, gerando prejuízos para os consumidores e para os proprietários ou mantenedores de instalações elétricas (PAULILO, 2013). Esse problema pode ser combatido por meio da compensação de reativos, nome dado a um conjunto de técnicas que permitem a redução do montante de energia reativa no sistema.

Um sistema compensado deve ser, portanto, mais eficiente que um não-compensado. Em sistemas monofásicos, o fator de potência está intimamente relacionado com a compensação de reativos, como será mostrado a seguir. Lembre-se, do capítulo anterior, que a perda de potência num condutor de resistência R_s transportando uma corrente eficaz I_{ef} é:

$$\Delta P = R_s I_{ef}^2 \quad (2.59)$$

Suponha uma linha transportando uma corrente eficaz I_{ef} que carrega energia ativa e reativa a partir de uma fonte de tensão eficaz V_{ef} , e seja θ a defasagem entre corrente e tensão nessa linha. As potências aparente e ativa da carga são:

$$S = V_{ef} I_{ef} \quad (2.58)$$

$$P = S \cos \theta \quad (2.64)$$

Em um sistema totalmente compensado, a corrente eficaz fluindo pela linha seria:

$$I_{comp} = \frac{P}{V_{ef}} = I_{ef} \cos \theta \quad (3.49)$$

uma vez que não haveria componente reativa líquida na energia sendo transmitida. Observe o desenvolvimento a seguir:

$$fp = \frac{P}{S} = \frac{V_{ef} I_{ef} \cos \theta}{V_{ef} I_{ef}} = \frac{I_{ef} \cos \theta}{I_{ef}} = \sqrt{\frac{R_s (I_{ef} \cos \theta)^2}{R_s I_{ef}^2}} = \sqrt{\frac{\Delta P_{comp}}{\Delta P}} \quad (3.50)$$

com ΔP_{comp} e ΔP sendo, da equação 2.59, as perdas na linha para os sistemas compensado e não-compensado, respectivamente.

Percebe-se, então, que o fator de potência ganha uma outra interpretação a partir da manipulação acima: ele está relacionado à razão entre o mínimo possível de perda para esse sistema e o valor real de perda, sendo unitário quando as perdas efetivas se reduzem ao mínimo possível, caso de máxima eficiência, portanto.

O Padrão IEEE 1459-2010 orienta que os sistemas polifásicos devam ser encarados como um caminho único de transmissão de energia, de forma que uma medida de eficiência deve ser capaz de mensurar de forma coletiva a qualidade da utilização das fases do sistema, condição esta que os fatores de potência aritmético e vetorial, por exemplo, não atendem de forma satisfatória. Como será mostrado no capítulo 4, um consumidor trifásico com uma fase não-utilizada na alimentação de sua carga resistiva, não seria penalizado pelo desequilíbrio dessa carga e conseqüente sobrecarga em duas fases do sistema. O fator de potência vetorial, principalmente, não enxerga esse tipo de mau uso ou subutilização da rede elétrica, dando um valor elevado de fator de potência simplesmente por tratar-se de uma carga resistiva.

A definição de Buchholz, então, além de cumprir a mencionada orientação ao tratar de valores coletivos de tensão e de corrente, por estar, como visto, diretamente associada com as perdas de potência nas linhas, admite uma relação com a definição de fator de potência apresentada na equação 3.50. De fato, essa abordagem do conceito de fator de potência é, por si só, melhor que as definições de fator de potência aritmético, fp_A , e vetorial, fp_V , equacionadas abaixo, que não são bem-sucedidas como um coeficiente coletivo da utilização das linhas do sistema (EMANUEL, 2010).

$$fp_A = \frac{P}{S_A} \quad (3.51)$$

$$fp_V = \frac{P}{S_V} \quad (3.52)$$

Para a definição de potência aparente do Padrão IEEE 1459-2010, pode-se equacionar o fator de potência como:

$$fp_e = \frac{P}{S_e} \quad (3.53)$$

As desvantagens trazidas ao sistema pelas componentes de sequência negativa e zero da potência ativa, contudo, podem favorecer a definição de fator de potência na equação 3.54 como melhor medida de eficiência (EMANUEL, 1993):

$$fp = \frac{P_+}{S} \quad (3.54)$$

dado que:

$$P = P^+ + P^- + P^0 \quad (3.55)$$

Por fim, pode-se provar que:

$$S_V \leq S_A \leq S_e$$

e que, portanto, para um sistema desequilibrado:

$$fp_e < fp_A < fp_V$$

3.8 A potência aparente em sistemas trifásicos desequilibrados não-senoidais

O caso mais geral, de sistemas desequilibrados e distorcidos, é também o de mais complexa análise e, como se poderia esperar, as propostas de análises ainda não produziram consenso entre os teóricos do assunto (EMANUEL, 2010). Vários estudos sobre o tópico foram realizados, e muitos trabalhos de referência foram publicados nos anos 1980 e 1990. Aqui serão apresentadas duas formulações para a potência aparente nessas condições.

Inicialmente será mostrada uma abordagem difundida por muitas décadas, a já conhecida potência aparente vetorial, que nos anos 1990 ainda constava em padrões do IEEE (FILIPSKI, 1991). Tal formulação, explicada em (CURTIS, 1935), expande para o sistema trifásico desequilibrado e distorcido o conceito de Budeanu de potência aparente em sistemas

monofásicos não-senoidais (BUDEANU, 1927), o qual leva em conta a chamada potência de distorção, inserindo esse termo na equação mais tradicional de potência aparente vetorial:

$$S_V = \sqrt{P^2 + Q^2 + D^2} \quad (3.56)$$

em que P é a potência ativa total da carga, Q é a potência reativa total da carga e D é a potência de distorção total, equacionados como segue:

$$P = \sum_{k=a,b,c} P_k \quad (3.57)$$

$$Q = \sum_{k=a,b,c} Q_k \quad (3.58)$$

$$D = \sum_{k=a,b,c} D_k \quad (3.59)$$

Cada termo P_k , Q_k e D_k é, por sua vez, a soma das componentes ativas, reativas e de distorção geradas pelo conteúdo harmônico de cada fase k :

$$P_k = \sum_h V_{kh} I_{kh} \cos \theta_{kh} \quad (3.60)$$

$$Q_k = \sum_h V_{kh} I_{kh} \sen \theta_{kh} \quad (3.61)$$

Definindo-se a potência aparente de cada fase, S_k , como o produto dos valores RMS de tensão e de corrente para cada fase, pode-se definir a potência de distorção para cada fase:

$$S_k = V_k I_k = \sqrt{\sum_h V_{kh}^2 \sum_h I_{kh}^2} \quad (3.62)$$

$$D_k = \sqrt{S_k^2 - P_k^2 - Q_k^2} \quad (3.63)$$

É importante observar que as potências não-ativas acima definidas são rejeitadas por muitos engenheiros modernos (EMANUEL, 2010). O mérito de Budeanu de reconhecer a existência de componentes de potência não-ativas além da reativa não compensa as deficiências de seu modelo, pois, acerca dos fenômenos de potência em circuitos não-senoidais, as potências reativa e de distorção de Budeanu não fornecem informação real ou que pudesse ser utilizada para o projeto de circuitos de compensação (CZARNECKI, 1987). Na abordagem trifásica que seu método inspirou, que acaba de ser apresentada, um dos principais problemas é a possibilidade de as potências reativas em fases distintas se cancelarem mutuamente, anulando o termo Q apesar da existência de fluxo reativo no sistema. Essa situação é discutida e exemplificada em (FILIPSKI, 1994). O Padrão IEEE 1459-2010 deixou de incluir esse método na revisão feita da versão 1459-2000.

Apesar disso, instrumentos de medição empregando essa técnica foram produzidos nas últimas duas décadas (EMANUEL, 2010). Os limites tecnológicos de algumas décadas atrás foram removidos com os avanços nas tecnologias de amostragem digital, tornando a implementação de modelos complexos extremamente facilitada. Em artigo publicado em 1996 por um grupo de trabalho do IEEE, é dito que muitos dos novos medidores da época ou se utilizavam de conceitos ultrapassados ou reproduziam o princípio de funcionamento de dispositivos eletromecânicos mais antigos (IEEE, 1996). Em outras palavras, as possibilidades e vantagens de medidores modernos se perdem quando não há um consenso sobre uma definição dos conceitos de potência adequada ao perfil contemporâneo de carga elétrica.

Assim, chega-se aos modelos que constam em padrões internacionais atuais. Aqui será apresentado o método do Padrão IEEE 1459-2010. Novamente se utilizando da definição de Buchholz, e semelhantemente ao que foi feito na seção anterior, parte-se da equivalência das perdas nas linhas dos sistemas real e hipotético.

$$\Delta P = 3R_e I_e^2 = R_{cc} \sum_h K_{sh} (I_{ah}^2 + I_{bh}^2 + I_{ch}^2) + R_{ncc} \sum_h K_{snh} I_{nh}^2 \quad (3.64)$$

Na equação 3.64, R_{cc} e R_{ncc} correspondem às resistências dos condutores de fase e de neutro, respectivamente, em corrente contínua, e K_{sh} e K_{snh} correspondem aos coeficientes que corrigem essas resistências para os efeitos pelicular e de proximidade que se manifestam na condução de correntes CA, para cada nível harmônico h . Em sistemas a três fios, a última parcela da soma no membro direito da equação é desconsiderada pela ausência de condutor

neutro, de modo que, assumindo-se $R_e = K_{s1}R_{cc}$, isto é, a resistência equivalente das linhas no sistema hipotético iguais às resistências das linhas reais na frequência fundamental, obtém-se:

$$I_e = \sqrt{\frac{1}{3} \sum_h \frac{K_{sh}}{K_{s1}} (I_{ah}^2 + I_{bh}^2 + I_{ch}^2)} \quad (3.65)$$

Os coeficientes K_{sh} são de desconhecidos em grande parte das aplicações práticas, de modo que o Padrão recomenda que se atribua o valor unitário³⁰ a esses termos, resultando na expressão:

$$I_e = \sqrt{\frac{1}{3} \sum_h (I_{ah}^2 + I_{bh}^2 + I_{ch}^2)} \quad (3.66)$$

que pode ser reescrita como a própria equação 3.29, uma vez que

$$I_k = \sum_h I_{kh}^2 \quad (3.67)$$

é o valor RMS das correntes em cada linha $k = a, b, c$.

A tensão eficaz do sistema pode ser equacionada imitando-se a lógica que levou à equação 3.37, incluindo, aqui, as componentes harmônicas nos valores eficazes das tensões do sistema:

$$3 \frac{V_e^2}{R_Y} + 9 \frac{V_e^2}{R_\Delta} = \sum_h \left(\frac{V_{ah}^2}{R_Y} + \frac{V_{bh}^2}{R_Y} + \frac{V_{ch}^2}{R_Y} \right) + \sum_h \left(\frac{V_{abh}^2}{R_\Delta} + \frac{V_{bch}^2}{R_\Delta} + \frac{V_{cah}^2}{R_\Delta} \right) \quad (3.68)$$

A equação 3.68 permite encontrar, então:

$$V_e = \sqrt{\frac{3 \sum_h (V_{ah}^2 + V_{bh}^2 + V_{ch}^2) + \xi \sum_h (V_{abh}^2 + V_{bch}^2 + V_{cah}^2)}{9(1 + \xi)}} \quad (3.69)$$

Para um sistema a três-fios, a equação se torna:

³⁰ Essa consideração não deixa o consumidor em desvantagem, uma vez que a corrente eficaz se torna menor do que seria com a aplicação exata da fórmula (IEEE, 2010).

$$V_e = \sqrt{\frac{\sum_h (V_{abh}^2 + V_{bch}^2 + V_{cah}^2)}{9}} \quad (3.70)$$

que pode ser reescrita numa formulação idêntica à da equação 3.28a, uma vez que

$$V_k = \sum_h V_{kh}^2 \quad (3.71)$$

de modo que, finalmente:

$$S_e = 3V_e I_e \quad (3.30)$$

com o fator de potência podendo ser dado pela mesma equação 3.53.

3.9 Resolução da potência aparente pelo método do Padrão IEEE 1459-2010

A resolução do referido método é mostrada no Padrão IEEE 1459-2010 para o caso de sistema a três-fios. Para os propósitos deste trabalho, o autor considerou necessária a reprodução das seguintes análises, mas o Padrão ainda define coeficientes de distorção harmônica que não serão mostrados aqui.

Primeiramente, define-se as corrente e tensão eficazes fundamentais, mostradas nas equações 3.72 e 3.73.

$$I_{e1} = \sqrt{\frac{I_{a1}^2 + I_{b1}^2 + I_{c1}^2}{3}} \quad (3.72)$$

$$V_{e1} = \sqrt{\frac{V_{ab1}^2 + V_{bc1}^2 + V_{ca1}^2}{9}} \quad (3.73)$$

Em seguida, utilizando-se das equações 3.66 e 3.70, define-se as corrente e tensão eficazes não-fundamentais (equações 3.74 e 3.75).

$$I_{eH} = \sqrt{I_e^2 - I_{e1}^2} = \sqrt{\frac{I_{aH}^2 + I_{bH}^2 + I_{cH}^2}{3}} \quad (3.74)$$

$$V_{eH} = \sqrt{V_e^2 - V_{e1}^2} = \sqrt{\frac{V_{abH}^2 + V_{bcH}^2 + V_{caH}^2}{9}} \quad (3.75)$$

Numa situação ideal, a corrente eficaz levaria em consideração os coeficientes de correção mostrados na equação 3.65. Pelos motivos já mencionados, contudo, elas podem permanecer nos formatos mais simples mostrados nas equações sem prejuízos para o usuário. Finalmente, a resolução da potência aparente eficaz da equação 3.30 pode ser obtida como segue:

$$\begin{aligned} S_e^2 &= (3V_e I_e)^2 = 9V_e^2 I_e^2 = 9(V_{e1}^2 + V_{eH}^2)(I_{e1}^2 + I_{eH}^2) \\ 9V_e^2 I_e^2 &= 9V_{e1}^2 I_{e1}^2 + 9V_{e1}^2 I_{eH}^2 + 9V_{eH}^2 I_{e1}^2 + 9V_{eH}^2 I_{eH}^2 \end{aligned} \quad (3.76)$$

Definindo:

$$S_{e1} = 3V_{e1} I_{e1} \quad (3.77)$$

$$S_{eH} = 3V_{eH} I_{eH} \quad (3.78)$$

$$D_{e1} = 3V_{e1} I_{eH} \quad (3.79)$$

$$D_{eV} = 3V_{eH} I_{e1} \quad (3.80)$$

encontra-se:

$$S_e^2 = S_{e1}^2 + D_{e1}^2 + D_{eV}^2 + S_{eH}^2 \quad (3.81)$$

onde:

S_{e1} é a potência aparente eficaz fundamental;

S_{eH} é a potência aparente eficaz harmônica;

D_{e1} é a potência de corrente de distorção, pois é consequência da existência de I_{eH} ;

D_{eV} é a potência de distorção de tensão, pois é consequência da existência de V_{eH} .

Pode-se ainda definir a potência aparente eficaz não-fundamental:

$$S_{eN}^2 = S_e^2 - S_{e1}^2 = D_{e1}^2 + D_{eV}^2 + S_{eH}^2 \quad (3.82)$$

Um outro parâmetro que pode ser utilizado para mensurar a distorção harmônica é definido a seguir:

$$D_{eH} = \sqrt{S_{eH}^2 - P_{eH}^2} \quad (3.83)$$

Como resultado dessas definições, pode-se formular um coeficiente para medir a poluição harmônica, como segue na equação 3.84:

$$\frac{S_{eN}}{S_{e1}} \quad (3.84)$$

Por fim, para a mensuração do desequilíbrio do sistema, utiliza-se das componentes de sequência positiva.

$$P_1^+ = 3V_1^+ I_1^+ \cos \theta_1^+ \quad (3.85)$$

$$Q_1^+ = 3V_1^+ I_1^+ \sen \theta_1^+ \quad (3.86)$$

$$S_1^+ = \sqrt{P_1^{+2} + Q_1^{+2}} \quad (3.87)$$

Com essas três grandezas pode-se mensurar o desequilíbrio por meio da equação 3.88:

$$S_{U1} = \sqrt{S_{e1}^2 - S_1^{+2}} \quad (3.88)$$

de modo que a seguinte formulação (equação 3.89) possa servir de coeficiente para mensurar o desequilíbrio relativo do sistema:

$$\frac{S_{U1}}{S_1^+} \quad (3.89)$$

Por fim, o fator de potência fundamental de sequência positiva é definido na equação 3.90.

$$fp_1^+ = \frac{P_1^+}{S_1^+} \quad (3.90)$$

O Padrão IEEE 1459-2010 traz ainda um quadro-resumo descritivo das principais grandezas envolvidas em sua resolução da potência aparente eficaz. A tabela 3 reproduz o mencionado quadro (traduzido pelo autor deste trabalho).

Tabela 3 – Resumo e agrupamento de grandezas para sistemas trifásicos com formas de onda não-senoidais

Grandeza ou Indicador	Combinado	Potências fundamentais	Potências não-fundamentais
Aparente	S_e (VA)	$S_{e1} S_1^+ S_{U1}$ (VA)	$S_{eN} S_{eH}$ (VA)
Ativa	P (W)	P_1^+ (W)	P_H (W)
Não-ativa	N^{31} (var)	Q_1^+ (var)	$D_{e1} D_{eV} D_{eH}$ (var)
Utilização da linha	fp_e	fp_1^+	-
Poluição harmônica	-	-	S_{eN}/S_{e1}
Desequilíbrio de carga	-	S_{U1}/S_1^+	-

Fonte: IEEE (2010) (adaptado).

Emanuel conclui que a potência aparente de Buchholz serve bem não apenas para os casos equilibrado senoidal e desequilibrado senoidal, conseguindo ser útil até no caso equilibrado não-senoidal, mas reconhece que a dificuldade de se estimar os coeficientes K_{sh} , por exemplo, torna o método imperfeito para lidar com o caso geral não-senoidal (EMANUEL, 1999). Para esse mesmo caso, a norma alemã DIN 40110 também propõe uma metodologia de resolução, baseada no método FBD comentado anteriormente. Contudo, o caso para condições não-senoidais é complexo o suficiente para que não haja ainda um consenso definitivo sobre

³¹ Divisão da potência aparente em componente ativa e não-ativa (N), de acordo com $S_e^2 = P^2 + N^2$. “Essa abordagem, porém, não separa as potências fundamentais de sequência positiva” (IEEE, 2010).

sua resolução, e uma discussão em (WILLEMS, 2005) revela a delicadeza do atributo “máxima potência ativa atingível” para essa situação.









Por fim, apesar de haver concordância quanto ao conceito de corrente coletiva utilizado no Padrão IEEE 1459-2010 e na norma DIN 40110 supramencionada, não existe uma formulação para a tensão coletiva que sirva bem para todas as situações (EMANUEL, 2010), e a abordagem do Padrão IEEE é favorecida em (EMANUEL, 2010). Por essas razões, o método da norma DIN 40110 não será discutido aqui para o caso desequilibrado e não-senoidal.

Vê-se, então, que a definição de potência aparente defendida pelo Padrão IEEE 1459-2010 para o caso mais geral de sistemas trifásicos possui uma resolução clara e tem suas grandezas base de tensão e corrente coletivas baseadas em equivalências físicas com o sistema em análise. Além de realizar a decomposição da potência em componentes representativas, o método ainda permite a definição de indicadores de qualidade para o sistema. Assim, tudo considerado, pode-se concluir que a proposta do IEEE é razoável, no mínimo, e será interessante observar sua aplicação e popularização nos anos vindouros.

4 RESULTADOS DE SIMULAÇÃO

Este capítulo apresenta oito ensaios computacionais feitos a fim de comparar as formulações desenvolvidas no capítulo 3, isto é, potências aparentes aritmética, vetorial e eficaz, de acordo com o Padrão IEEE 1459-2010. Para efeito da realização dos ensaios, componentes de sequência-zero nas tensões de fase envolvidas serão consideradas inexistentes ($V_0 = 0$), o que é uma premissa coerente para uma rede de distribuição³² (DEPENBROCK, 1996), e que é manifesta na equação 4.1. Além disso, as cargas serão conectadas em Δ , como resultado de se estar trabalhando com sistemas a três-fios, de modo que as tensões e correntes de linha, respectivamente, se anulam quando somadas, como mostram as equações 4.2 e 4.3. Para a potência aparente aritmética serão utilizadas as equações 3.22 e 3.23; para a potência aparente vetorial será utilizada a definição de Budeanu (equações 3.56 a 3.63), que generaliza as formulações das equações 3.24 a 3.26; para a potência aparente eficaz do sistema, por fim, serão utilizadas as equações 3.66, 3.70 e 3.30, que também engloba os demais casos. Os oito ensaios são categorizados nos seguintes casos de carga:



-  • 1º caso: tensões equilibradas, carga resistiva equilibrada;
-  • 2º caso: tensões desequilibradas, carga resistiva equilibrada;
-  • 3º caso: tensões equilibradas, carga resistiva monofásica;
-  • 4º caso: tensões desequilibradas e distorcidas com 5ª harmônica, carga resistiva monofásica;
-  • 5º caso: tensões desequilibradas, carga indutiva monofásica;
-  • 6º caso: tensões desequilibradas e distorcidas com 5ª harmônica, carga indutiva desequilibrada;
-  • 7º caso: tensões desequilibradas, carga indutiva desequilibrada;
-  • 8º caso: tensões desequilibradas e distorcidas com 3ª harmônica, carga indutiva desequilibrada não-linear.

Os dados utilizados nos ensaios foram fornecidos pelo Professor Orientador deste trabalho, que, em software próprio, gerou pontos de dados para duas tensões de linha e para duas correntes de linha, uma vez que as terceiras tensão e corrente de linha podem ser inequivocamente determinadas, como mostram as equações 4.2 e 4.3. As tensões de fase, por

³² O Padrão IEEE 1459-2010 nota que “na maior parte dos sistemas práticos, $V_0/V_+ < 0,04$.”

sua vez, também podem ser encontradas de forma direta como consequência da equação 4.1, como mostrado nas equações 4.4 a 4.6.

$$0 = V_0 = \frac{V_a + V_b + V_c}{3} \Leftrightarrow V_a + V_b + V_c = 0 \quad (4.1)$$

$$V_{ab} + V_{bc} + V_{ca} = 0 \Leftrightarrow V_{ca} = -(V_{ab} + V_{bc}) \quad (4.2)$$

$$I_a + I_b + I_c = 0 \Leftrightarrow I_c = -(I_a + I_b) \quad (4.3)$$

Para derivar as tensões de fase, parte-se da equação 4.1, encontrando-se os resultados abaixo.

$$V_c = -V_a - V_b \Leftrightarrow 3V_c = (V_c - V_a) + (V_c - V_b) = V_{ca} - V_{bc} = -V_{ab} - 2V_{bc}$$

$$V_c = \frac{-V_{ab} - 2V_{bc}}{3} \quad (4.4)$$

$$V_b = V_{bc} + V_c \quad (4.5)$$

$$V_a = V_{ab} + V_b \quad (4.6)$$

A análise dos dados foi feita no software Octave³³, versão 6.3.0, por meio da implementação de algoritmos computacionais e utilizando-se da ferramenta Fast Fourier Transform³⁴ para verificação quantitativa das harmônicas presentes no sistema. Os resultados dos ensaios são apresentados nas subseções 4.1 a 4.8, com a última seção, 4.9, trazendo uma discussão comparativa dos resultados obtidos.

4.1 Ensaio 1: tensões equilibradas, carga resistiva equilibrada

Os dados do sistema estão organizados na Tabela 4, e as grandezas de potência relacionadas na Tabela 5.

³³ Software livre disponível em <https://www.gnu.org/software/octave/index> (acesso em 06/09/2021).

³⁴ Mais detalhes sobre o algoritmo da Transformada Rápida de Fourier podem ser encontrados em (CHAPRA, 2012).

Tabela 4 – Dados do ensaio 1

Tensões de linha (V)	V_{ab}	V_{bc}	V_{ca}
	$17,3205\angle(30,0586^\circ)$	$17,3205\angle(-89,9414^\circ)$	$17,3205\angle(150,0586^\circ)$
Correntes de linha (A)	I_a	I_b	I_c
	$6,0000\angle(0,0586^\circ)$	$6,0000\angle(-119,9414^\circ)$	$6,0000\angle(120,0586^\circ)$
Tensões de fase (V)	V_a	V_b	V_c
	$10,0000\angle(0,0586^\circ)$	$10,0000\angle(-119,9414^\circ)$	$10,0000\angle(120,0586^\circ)$

Fonte: o autor.

Tabela 5 – Resultados de simulação do ensaio 1

Potência ativa (W)	Total (P)		Sequência positiva (P⁺)	
	180		180	
Potência aparente (VA)	S_A	S_V	S_e	S_1^+
	180	180	180	180
Fator de potência	fp_A	fp_V	fp_e	fp_1^+
	1	1	1	1

Fonte: o autor.

4.2 Ensaio 2: tensões desequilibradas, carga resistiva equilibrada

Os dados do sistema estão organizados na Tabela 6, e as grandezas de potência relacionadas na Tabela 7.

Tabela 6 – Dados do ensaio 2

Tensões de linha (V)	V_{ab}	V_{bc}	V_{ca}
	$19,0788\angle(33,0631^\circ)$	$22,5389\angle(-87,3985^\circ)$	$20,8806\angle(144,5622^\circ)$
Correntes de linha (A)	I_a	I_b	I_c
	$6,6091\angle(-2,9459^\circ)$	$7,2333\angle(-114,4450^\circ)$	$7,8077\angle(117,5157^\circ)$
Tensões de fase (V)	V_a	V_b	V_c
	$11,0151\angle(-2,9459^\circ)$	$12,0554\angle(-114,4450^\circ)$	$13,0128\angle(117,5157^\circ)$

Fonte: o autor.

Tabela 7 – Resultados de simulação do ensaio 2

Potência ativa (W)	Total (P)		Sequência positiva (P ⁺)	
		261,60		259,20
Potência aparente (VA)	S _A	S _V	S _e	S ₁ ⁺
	261,60	261,60	261,60	259,20
Fator de potência	fp _A	fp _V	fp _e	fp ₁ ⁺
	1	1	1	1

Fonte: o autor.

4.3 Ensaio 3: tensões equilibradas, carga resistiva monofásica

Os dados do sistema estão organizados na Tabela 8, e as grandezas de potência relacionadas na Tabela 9.

Tabela 8 – Dados do ensaio 3

Tensões de linha (V)	V _{ab}	V _{bc}	V _{ca}
	17,3205∠(30,0586°)	17,3205∠(-89,9414°)	17,3205∠(150,0586°)
Correntes de linha (A)	I _a	I _b	I _c
	3,4641∠(30,0583°)	3,4641∠(-149,9412°)	0,00003∠(-120,0586°)
Tensões de fase (V)	V _a	V _b	V _c
	10,0000∠(0,0586°)	10,0000∠(-119,9414°)	10,0000∠(120,0586°)

Fonte: o autor.

Tabela 9 – Resultados de simulação do ensaio 3

Potência ativa (W)	Total (P)		Sequência positiva (P ⁺)	
		60,001		60,001
Potência aparente (VA)	S _A	S _V	S _e	S ₁ ⁺
	69,283	60,001	84,853	60,001
Fator de potência	fp _A	fp _V	fp _e	fp ₁ ⁺
	0,8660	1	0,7071	1

Fonte: o autor.

4.4 Ensaio 4: tensões desequilibradas e distorcidas com 5ª harmônica, carga resistiva monofásica

Neste caso, a presença de harmônicas aumenta a quantidade de informação necessária para caracterizar os dados do sistema, de modo que estes estão organizados nas tabelas 10 a 12. As grandezas de potência estão relacionadas na Tabela 13.

Tabela 10 – Componentes de frequência das tensões de linha do ensaio 4

Harmônica	V_{ab} (V)	V_{bc} (V)	V_{ca} (V)
1	$16,6433\angle(38,6977^\circ)$	$22,5389\angle(-87,3985^\circ)$	$18,5203\angle(139,1652^\circ)$
3	0,0000	0,0000	0,0000
5	$1,4142\angle(-179,7070^\circ)$	$1,4142\angle(0,2930^\circ)$	0
RMS	16,703	22,583	18,520

Fonte: o autor.

Tabela 11 – Componentes de frequência das correntes de linha do ensaio 4

Harmônica	I_a (A)	I_b (A)	I_c (A)
1	$3,3287\angle 38,6974^\circ$	$3,3287\angle -141,3020^\circ$	$0,0000\angle(113,4763^\circ)$
3	0,0000	0,0000	0,0000
5	$0,2828\angle -179,7070^\circ$	$0,2828\angle 0,2930^\circ$	$0,0000\angle -179,40$
RMS	3,3407	3,3407	0,0000

Fonte: o autor.

Tabela 12 – Componentes de frequência das tensões de fase do ensaio 4

Harmônica	V_a (V)	V_b (V)	V_c (V)
1	$9,0185\angle(-3,6119^\circ)$	$11,6762\angle(-109,9754^\circ)$	$12,5831\angle(113,4718^\circ)$
3	0,0000	0,0000	0,0000
5	$0,4714\angle(-179,707^\circ)$	$0,9428\angle(0,2930^\circ)$	$0,4714\angle(-179,707^\circ)$
RMS	9,0308	11,7142	12,5919

Fonte: o autor.

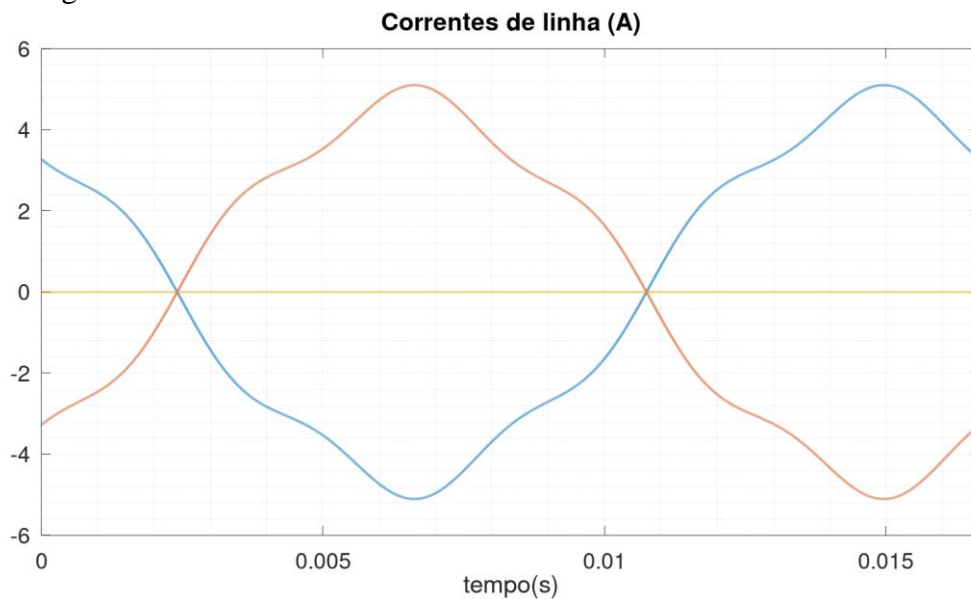
Tabela 13 – Resultados de simulação do ensaio 4

Potência ativa (W)	Total (P)	Fundamental (P_1)	Sequência positiva (P^+)	Sequência positiva fundamental (P_1^+)
	55,801	55,4009	62,901	62,7008
Potência aparente (VA)	S_A	S_V	S_e	S_1^+
	69,303	55,910	91,772	63,420
Fator de potência	fp_A	fp_V	fp_e	fp_1^+
	0,8052	0,9980	0,6080	0,9887

Fonte: o autor.

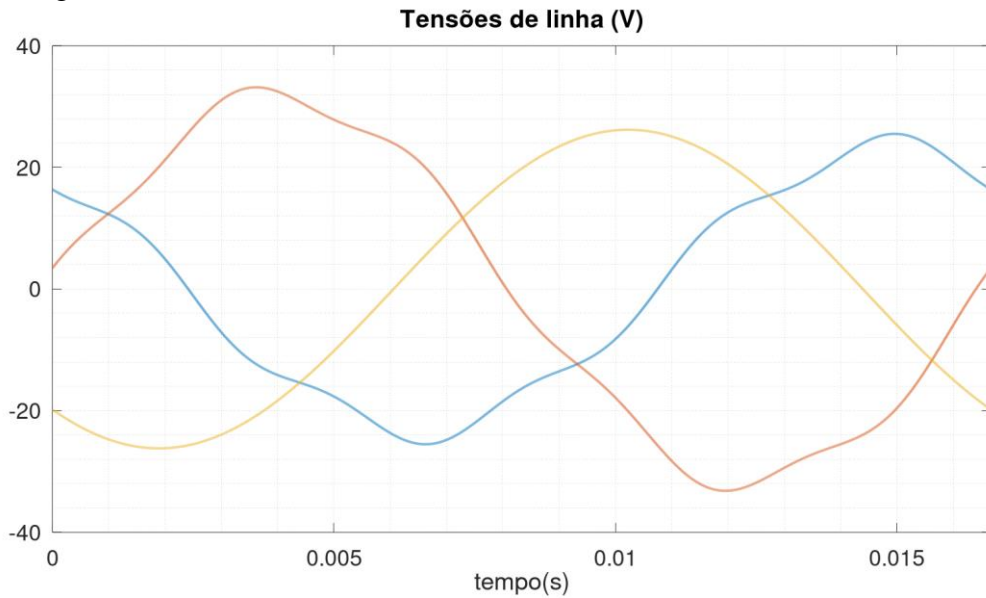
As figuras 4 e 5 mostram, respectivamente, o perfil das ondas de corrente e de tensão. Observe a corrente da fase c , que é nula. A tensão senoidal na figura 5 corresponde à tensão V_{ca} , na qual não há presença de conteúdo harmônico.

Figura 4 – Ensaio 4: correntes de linha



Fonte: o autor.

Figura 5 – Ensaio 4: tensões de linha



Fonte: o autor.

4.5 Ensaio 5: tensões desequilibradas e distorcidas com 5ª harmônica, carga indutiva monofásica

Neste caso, a presença de harmônicas aumenta a quantidade de informação necessária para caracterizar os dados do sistema, de modo que estes estão organizados nas tabelas 14 a 16. As grandezas de potência estão relacionadas na Tabela 17.

Tabela 14 – Componentes de frequência das tensões de linha do ensaio 5

Harmônica	V_{ab} (V)	V_{bc} (V)	V_{ca} (V)
1	16,6433 \angle (38,6977°)	22,5389 \angle (-87,3985°)	18,5203 \angle (139,1652°)
3	0,0000	0,0000	0,0000
5	1,4142 \angle (-179,7070°)	1,4142 \angle (0,2930°)	0
RMS	16,703	22,583	18,520

Fonte: o autor.

Tabela 15 – Componentes de frequência das correntes de linha do ensaio 5

Harmônica	I_a (A)	I_b (A)	I_c (A)
1	$8,9627\angle 106,8692^\circ$	$8,9627\angle -73,1037^\circ$	$0,00004\angle (113,4887^\circ)$
3	0,0000	0,0000	0,0000
5	$0,2828\angle -179,7070^\circ$	$0,2828\angle 0,2930^\circ$	$0,0000\angle -179,36$
RMS	3,3407	3,3407	0,0000

Fonte: o autor.

Tabela 16 – Componentes de frequência das tensões de fase do ensaio 5

Harmônica	V_a (V)	V_b (V)	V_c (V)
1	$9,0185\angle (-3,6119^\circ)$	$11,6762\angle (-109,9754^\circ)$	$12,5831\angle (113,4718^\circ)$
3	0,0000	0,0000	0,0000
5	$0,4714\angle (-179,707^\circ)$	$0,9428\angle (0,2930^\circ)$	$0,4714\angle (-179,707^\circ)$
RMS	9,0308	11,7142	12,5919

Fonte: o autor.

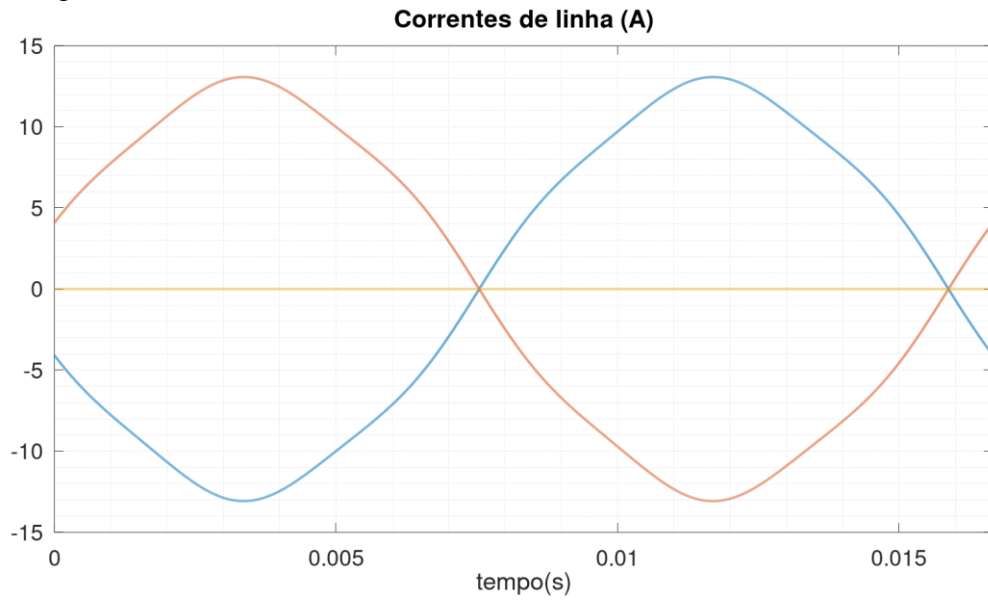
Tabela 17 – Resultados de simulação do ensaio 5

Potência ativa (W)	Total (P)	Fundamental (P_1)	Sequência positiva (P^+)	Sequência positiva fundamental (P_1^+)
	55,801	55,4009	39,085	38,8851
Potência aparente (VA)	S_A	S_V	S_e	S_1^+
	186,02	149,78	246,34	170,76
Fator de potência	fp_A	fp_V	fp_e	fp_1^+
	0,3000	0,3725	0,2265	0,2277

Fonte: o autor.

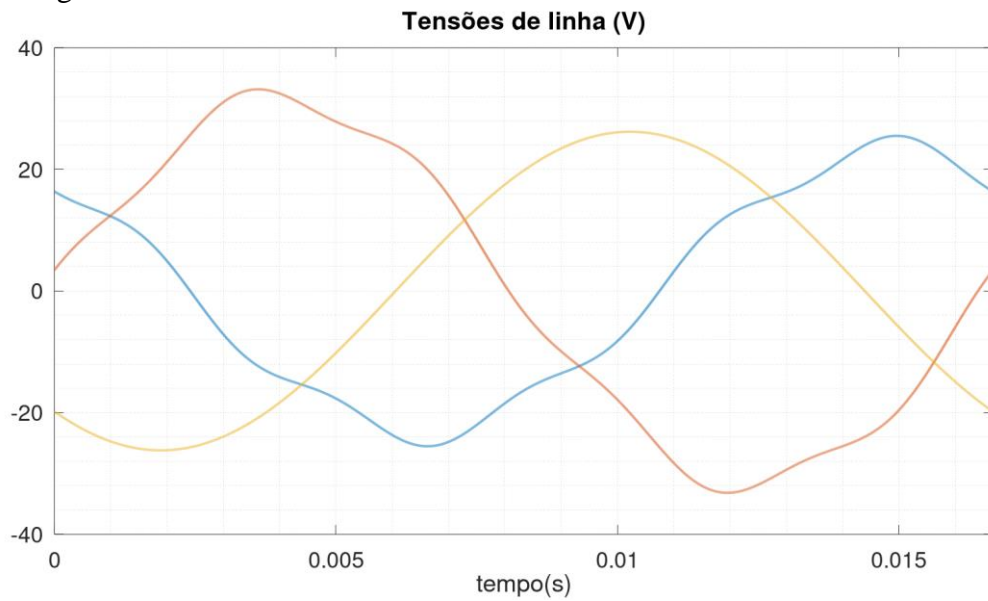
As figuras 6 e 7 mostram, respectivamente, o perfil das ondas de corrente e de tensão. Observe a corrente da fase c , que é nula. A tensão senoidal na figura 7 corresponde à tensão V_{ca} , na qual não há presença de conteúdo harmônico.

Figura 6 – Ensaio 5: correntes de linha



Fonte: o autor.

Figura 7 – Ensaio 5: tensões de linha



Fonte: o autor.

4.6 Ensaio 6: tensões desequilibradas e distorcidas com 5ª harmônica, carga indutiva desequilibrada

Neste caso, a presença de harmônicas aumenta a quantidade de informação necessária para caracterizar os dados do sistema, de modo que estes estão organizados nas tabelas 18 a 20. As grandezas de potência estão relacionadas na Tabela 21.

Tabela 18 – Componentes de frequência das tensões de linha do ensaio 6

Harmônica	V_{ab} (V)	V_{bc} (V)	V_{ca} (V)
1	$16,6433\angle(38,6977^\circ)$	$22,5389\angle(-87,3985^\circ)$	$18,5203\angle(139,1652^\circ)$
3	0,0000	0,0000	0,0000
5	$1,4142\angle(-179,7070^\circ)$	$1,4142\angle(0,2930^\circ)$	0
RMS	16,703	22,583	18,520

Fonte: o autor.

Tabela 19 – Componentes de frequência das correntes de linha do ensaio 6

Harmônica	I_a (A)	I_b (A)	I_c (A)
1	$15,5410\angle 74,5094^\circ$	$16,8987\angle - 34,4745^\circ$	$18,8740\angle(-163,3395^\circ)$
3	0,0000	0,0000	0,0000
5	$0,2828\angle - 179,7070^\circ$	$0,3771\angle 0,2930^\circ$	$0,0943\angle - 179,7070^\circ$
RMS	15,544	16,903	18,874

Fonte: o autor.

Tabela 20 – Componentes de frequência das tensões de fase do ensaio 6

Harmônica	V_a (V)	V_b (V)	V_c (V)
1	$9,0185\angle(-3,6119^\circ)$	$11,6762\angle(-109,9754^\circ)$	$12,5831\angle(113,4718^\circ)$
3	0,0000	0,0000	0,0000
5	$0,4714\angle(-179,707^\circ)$	$0,9428\angle(0,2930^\circ)$	$0,4714\angle(-179,707^\circ)$
RMS	9,0308	11,7142	12,5919

Fonte: o autor.

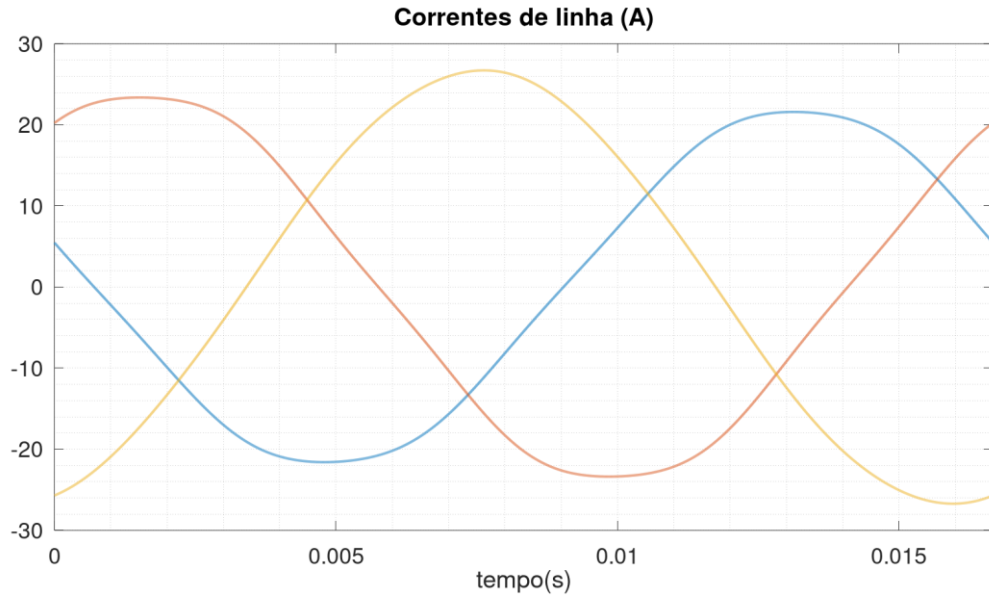
Tabela 21 – Resultados de simulação do ensaio 6

Potência ativa (W)	Total (P)	Fundamental (P_1)	Sequência positiva (P^+)	Sequência positiva fundamental (P_1^+)
	106,95	106,4167	108,89	108,6250
Potência aparente (VA)	S_A	S_V	S_e	S_1^+
	576,04	574,91	577,40	562,55
Fator de potência	fp_A	fp_V	fp_e	fp_1^+
	0,1857	0,1860	0,1852	0,1931

Fonte: o autor.

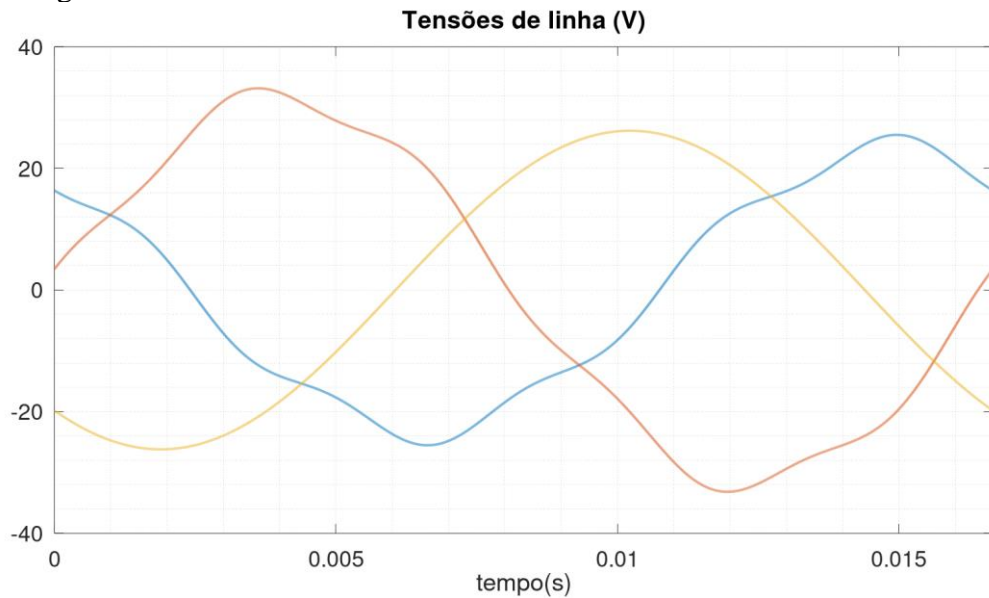
As figuras 8 e 9 mostram, respectivamente, o perfil das ondas de corrente e de tensão.

Figura 8 – Ensaio 6: correntes de linha



Fonte: o autor.

Figura 9 – Ensaio 6: tensões de linha



Fonte: o autor.

4.7 Ensaio 7: tensões desequilibradas, cargas indutivas desequilibradas

Os dados do sistema estão organizados na Tabela 22, e as grandezas de potência relacionadas na Tabela 23.

Tabela 22 – Dados do ensaio 7

Tensões de linha (V)	V_{ab}	V_{bc}	V_{ca}
	19,0788∠(33,0631°)	22,5389∠(-87,3985°)	20,8806∠(144,5622°)
Correntes de linha (A)	I_a	I_b	I_c
	18,0788∠(40,0585°)	28,0899∠(-64,5861°)	29,3105∠(152,0524°)
Tensões de fase (V)	V_a	V_b	V_c
	11,0151∠(-2,9459°)	12,0554∠(-114,4450°)	13,0128∠(117,5157°)

Fonte: o autor.

Tabela 23 – Resultados de simulação do ensaio 7

Potência ativa (W)	Total (P)		Sequência positiva (P⁺)	
	678,13		656,1149	
Potência aparente (VA)	S_A	S_V	S_e	S^+
	919,19	912,75	927,95	891,20
Fator de potência	fp_A	fp_V	fp_e	fp^+
	0,7378	0,7430	0,7308	0,7362

Fonte: o autor.

4.8 Ensaio 8: tensões desequilibradas e distorcidas com 3ª harmônica, cargas indutivas desequilibradas não-lineares

Neste caso, a presença de harmônicas aumenta a quantidade de informação necessária para caracterizar os dados do sistema, de modo que estes estão organizados nas tabelas 24 a 26. As grandezas de potência estão relacionadas na Tabela 27.

Tabela 24 – Componentes de frequência das tensões de linha do ensaio 8

Harmônica	V_{ab} (V)	V_{bc} (V)	V_{ca} (V)
1	19,0788∠(33,0631°)	22,5389∠(-87,3985°)	20,8806∠(144,5622°)
3	0,7071∠(-179,8242°)	0,7071∠(-179,8242°)	1,4142∠(0,1758°)
RMS	19,092	22,550	20,928

Fonte: o autor.

Tabela 25 – Componentes de frequência das correntes de linha do ensaio 8

Harmônica	I_a (A)	I_b (A)	I_c (A)
1	26,7818∠8,5459°	28,5206∠ - 68,753°	43,2038∠148,46°
3	6,1794∠ - 143,29°	0,70642∠ - 75,978°	6,4848∠42,481°
5	0,88399∠108,71°	0,077716∠68,386°	0,94459∠ - 74,346
7	0,06375∠ - 32,692°	0,0028618∠ - 146,58°	0,06264∠144,91°
9	0,0014496∠0	0,000035295∠0	0,0014143∠0
RMS	27,500	28,529	43,698

Fonte: o autor.

Tabela 26 – Componentes de frequência das tensões de fase do ensaio 8

Harmônica	V_a (V)	V_b (V)	V_c (V)
1	11,0151∠(-2,9459°)	12,0554∠(-114,4450°)	13,0128∠(117,5157°)
3	0,7071∠(-179,8242°)	0	0,7071∠(0,1758°)
RMS	11,038	12,055	13,032

Fonte: o autor.

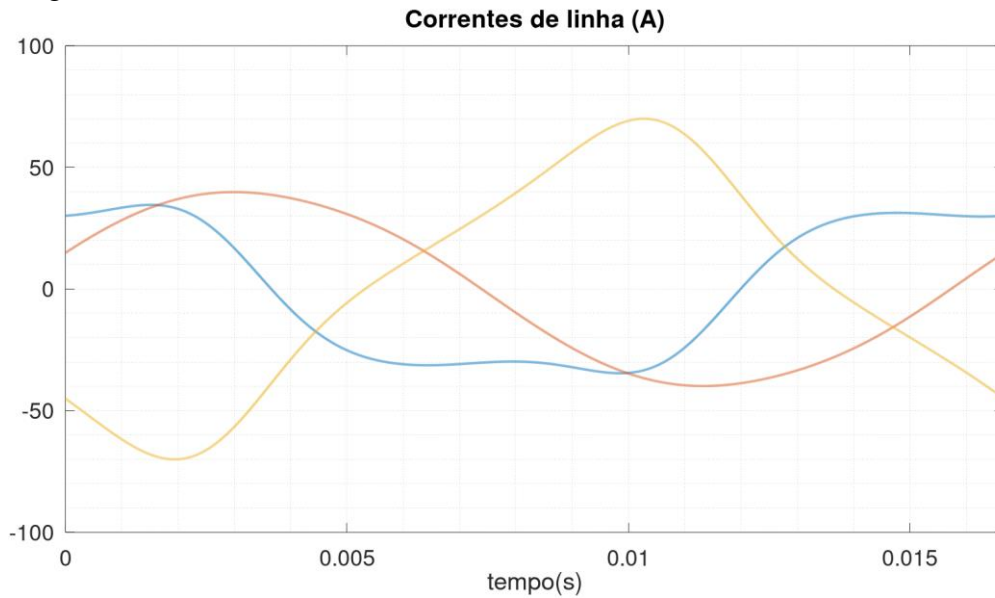
Tabela 27 – Resultados de simulação do ensaio 8

Potência ativa (W)	Total (P)	Fundamental (P_1)	Sequência positiva (P^+)	Sequência positiva fundamental (P_1^+)
	1018,3657	1011,4636	991,4615	988,4305
Potência aparente (VA)	S_A	S_V	S_e	S_1^+
	1216,9	1187,5	1233,1	1136,4
Fator de potência	fp_A	fp_V	fp_e	fp_1^+
	0,8368	0,8575	0,8258	0,8698

Fonte: o autor.

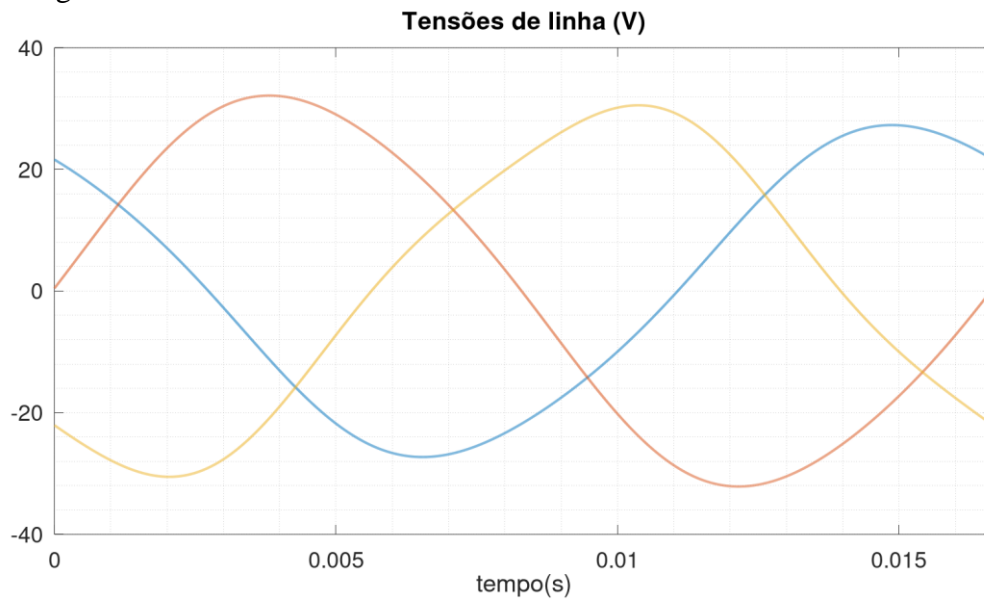
As figuras 10 e 11 mostram, respectivamente, o perfil das ondas de corrente e de tensão.

Figura 10 – Ensaio 8: correntes de linha



Fonte: o autor.

Figura 11 – Ensaio 8: tensões de linha



Fonte: o autor.

4.9 Discussão dos resultados dos ensaios

Serão feitos a seguir alguns comentários a respeito dos resultados apresentados. O primeiro diz respeito à simples comparação entre os valores de potência aparente obtidos nos dois primeiros ensaios: observe, nas tabelas 5 e 7, que as três formulações de potência aparente (aritmética, vetorial e eficaz) são numericamente iguais entre si nos dois casos, como foi discutido no início do capítulo 3. Como consequência, os fatores de potência são iguais nos dois

casos, o que ocorreria mesmo que esses sistemas não fossem puramente resistivos, desde que o equilíbrio ainda se verificasse. Veja a tabela 28, que resume os valores obtidos para os fatores de potência nos ensaios. Uma vez que a carga se mantém equilibrada em ambos os ensaios, pode-se inferir que, pelo menos para cargas resistivas, nenhuma das definições é sensível ao desequilíbrio de tensões no segundo ensaio, não deixando o consumidor em desvantagem por um problema da rede elétrica. O inverso pode ser constatado com o terceiro ensaio, onde as tensões equilibradas não impedem o prejuízo que o desequilíbrio de cargas impõe ao fator de potência, pelo menos para as definições aritmética e eficaz de potência aparente. Aqui, pode ser observada a utilidade do fator de potência como medida da boa utilização da rede: a carga monofásica, apesar de resistiva, representa um exemplo de mau uso da rede, dado que uma fase é totalmente subutilizada.

Tabela 28 – Fatores de potência obtidos nos ensaios

Número do ensaio	$fp_A = \frac{P}{S_A}$	$fp_V = \frac{P}{S_V}$	$fp_e = \frac{P}{S_e}$	$fp_1^+ = \frac{P_1^+}{S_1^+}$
1	1	1	1	1
2	1	1	1	1
3	0,8660	1	0,7071	1
4	0,8052	0,9980	0,6080	0,9887
5	0,3000	0,3725	0,2265	0,2277
6	0,1857	0,1860	0,1852	0,1931
7	0,7378	0,7430	0,7308	0,7362
8	0,8368	0,8575	0,8258	0,8698

Fonte: o autor.

Compare, agora, os ensaios 3, 4 e 5: a carga é monofásica nas três situações (conectada entre os terminais *a* e *b*) e a potência ativa total é a mesma nos três casos. Nos ensaios 3 e 4, cujas cargas são resistivas, percebe-se que os fatores de potência vetorial e fundamental de sequência positiva são unitários no ensaio 3 e praticamente unitários no caso do ensaio 4, a diferença entre os dois casos estando no desequilíbrio de tensões no quarto ensaio. Fica claro, aqui, um dos problemas da definição de potência aparente vetorial: um consumidor trifásico não seria penalizado pela subutilização da rede segundo esse método (até o fator de potência aritmético, sendo o mais rudimentar, consegue ser mais útil nesse quesito). Já nos ensaios 4 e 5, com mesmas tensões desequilibradas e distorcidas, a diferença é a característica

da carga: a carga no quinto ensaio possui uma componente indutiva. Na presença dessa carga, os quatro valores de fator de potência são bruscamente reduzidos, atingindo patamares similares, com o menor valor ocorrendo no fator de potência eficaz, e o maior, como esperado, no vetorial. Isso está de acordo com o fato bem-estabelecido de que o fator de potência penaliza a presença de componentes não-ativas.

O sexto ensaio, por sua vez, difere do quinto pela carga trifásica em vez de monofásica, com as tensões se mantendo igualmente desequilibradas e distorcidas. Apesar de uma comparação numérica direta entre os dados mostrados para os dois casos não ser possível (pelos diferentes valores de carga/potência ativa consumida), pode-se utilizar os indicadores expressos nas equações 3.53, 3.84, 3.89 e 3.90, resumidos na tabela 29, para promover alguma comparação. Note que, enquanto o fator de potência unitário é a quantidade ideal, os indicadores de desequilíbrio e de distorção são ideais quando se anulam. Assim, dentre os ensaios 5 e 6, o 5 tem maior grau de desequilíbrio, e a diferença não é negligenciável, o que indica que, para um sistema trifásico, ter três fases carregadas, ainda que consideravelmente desequilibradas entre si, ainda representa um grau de desequilíbrio menor que ter uma carga monofásica conectada entre dois terminais. A poluição harmônica no ensaio 6 também é levemente menor que a do ensaio 5. O fator de potência, contudo, ainda é maior no ensaio 5, independentemente da definição utilizada.

Tabela 29 – Indicadores de desempenho dos ensaios

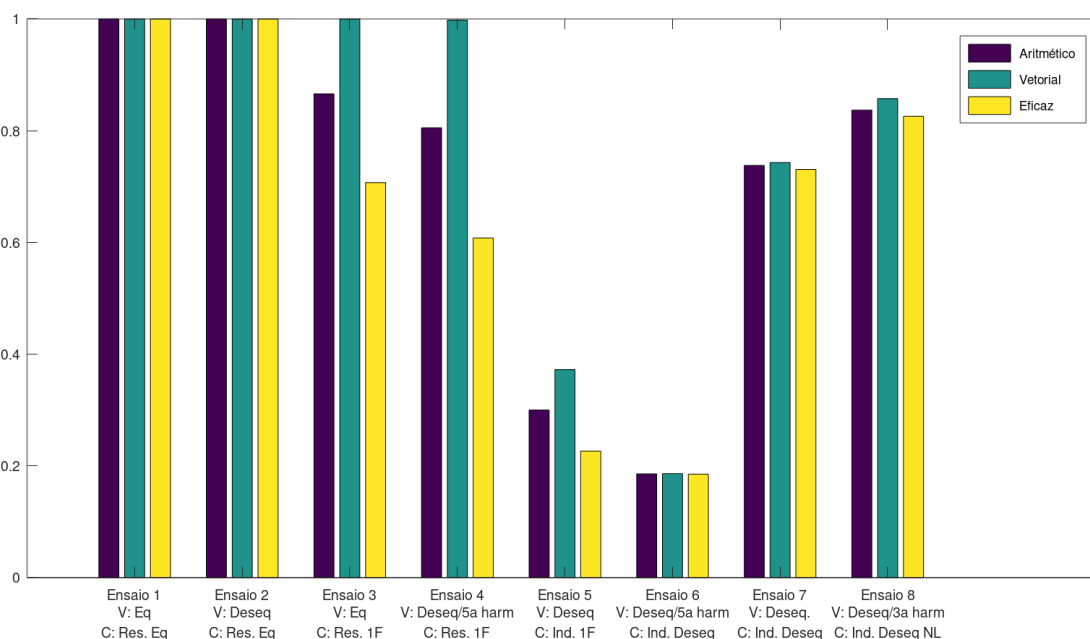
Número do ensaio	Indicador de utilização da linha		Indicador de desequilíbrio	Indicador de poluição harmônica
	$fp = \frac{P}{S_e}$	$fp_1^+ = \frac{P_1^+}{S_1^+}$	$\frac{S_{U1}}{S_1^+} = \frac{\sqrt{S_{e1}^2 - S_1^{+2}}}{S_1^+}$	$\frac{S_{eN}}{S_{e1}} = \frac{\sqrt{S_e^2 - S_{e1}^2}}{S_{e1}}$
1	1	1	0	0
2	1	1	0,1364	0
3	0,7071	1	1,0000	0
4	0,6080	0,9887	1,0352	0,1039
5	0,2265	0,2277	1,0352	0,067421
6	0,1852	0,1931	0,2225	0,061714
7	0,7308	0,7362	0,2901	0
8	0,8258	0,8698	0,3834	0,1631

Fonte: o autor.

Sobre o maior desequilíbrio verificado nos ensaios 3 a 5, observe a figura 12, que resume os fatores de potência aritméticos, vetoriais e eficazes obtidos nos ensaios, e facilita a comparação visual entre os resultados. É interessante observar que as maiores divergências de resultado ocorrem exatamente nesses três ensaios: veja que, nos demais ensaios, os três fatores de potência são muito próximos entre si, quando não são iguais.

Entre os ensaios 7 e 8, as principais diferenças são a não-linearidade da carga e uma leve distorção (3ª harmônica) das tensões presentes no oitavo ensaio. Como as tabelas 23 e 27 mostram, o fator de potência é maior neste ensaio do que naquele, o que surpreende quando se leva em conta que o ensaio 7 é ao mesmo tempo menos desequilibrado e menos poluído com conteúdo harmônico que o ensaio 8. Tanto aqui como na comparação entre os ensaios 5 e 6, a maior presença de conteúdo não-ativo que explica ambas as situações é manifesta na defasagem entre tensões e correntes de fase (mesma tensão de linha, neste caso). De fato, observe esses valores organizados na Tabela 30: é notável que os ensaios com mais e maiores defasagens são aqueles com menores fatores de potência.

Figura 12 – Fatores de potência aritmético, vetorial e eficaz dos ensaios realizados



Fonte: o autor.

Uma conclusão já esperada pelo que foi comentado no fim da seção 3.6 é a de que os fatores de potência aritmético e vetorial subestimam o conteúdo não-ativo do sistema, dado que a potência aparente coletiva será sempre maior ou igual às potências aparente aritmética e vetorial, isto é, o fator de potência vetorial é maior que o aritmético, que é maior que o eficaz,

por sua vez. A verificação desse fenômeno é particularmente notável nos ensaios 3 e 4, como já foi discutido.

Tabela 30 – Defasagens entre componentes fundamentais de tensões e correntes de fase

Número do ensaio	$\theta_{Va1} - \theta_{Ia1}(^\circ)$	$\theta_{Vb1} - \theta_{Ib1}(^\circ)$	$\theta_{Vc1} - \theta_{Ic1}(^\circ)$
1	0	0	0
2	0	0	0
3	-30	30	0
4	-42,309	31,327	-0,0045
5	-110,51	-36,872	-0,0169
6	-78,121	-75,501	-83,189
7	-43,004	-49,859	-34,537
8	-11,492	-45,692	-30,94

Fonte: o autor.

Por fim, de acordo com o Padrão IEEE 1459-2010, o fator de potência de sequência positiva (bem como o fator de potência fundamental) é uma razão que ajuda a avaliar separadamente as condições de fluxo de potência na frequência fundamental do sistema. É interessante notar as diferenças entre a potência ativa total e as parcelas fundamental e de sequência-positiva da potência ativa, que conseguem dar uma ideia, respectivamente, de quanta energia ativa provém do conteúdo harmônico e de quanto da potência ativa total é convertida em potência ativa de sequência-negativa, a fim de que essas grandezas possam ser úteis na melhora da qualidade da energia no sistema.

As simulações trouxeram mais clareza ao corpo teórico do trabalho, e os resultados obtidos permitiram a visualização de algumas questões práticas que as definições de potência discutidas evocam. É interessante perceber a influência que cada perfil de carga e de fonte gera nos números obtidos, e os indicadores de qualidade indicados pelo Padrão 1459-2010, à luz desses valores, parecem cumprir bem sua função.

5 CONCLUSÃO

Muitas discussões sobre como definir a potência aparente em sistemas trifásicos desequilibrados e distorcidos ocorreram nos últimos cem anos. Os maiores avanços dessas pesquisas, contudo, se deram nas décadas mais recentes. O significado físico pouco definido, ou mesmo ilusório, das definições mais antigas de potência aparente aritmética e vetorial já haviam sido apontados e questionados, e o resgate da hoje quase centenária definição de potência aparente de Buchholz deu um novo fôlego à discussão. O Padrão IEEE 1459-2000 compilou vários dos resultados mais recentes. Na época, os instrumentos de medição mais conhecidos falhavam em avaliar as grandezas para situações de distorção (IEEE, 2000).

A potência aparente eficaz permite um cálculo racional do fator de potência, seja para sistemas senoidais desequilibrados, não-senoidais equilibrados ou não-senoidais desequilibrados (IEEE, 2000). Mesmo havendo diferentes métodos de resolução para analisar essa proposta, os mais proeminentes sendo os do padrão alemão DIN 40110 e do padrão 1459-2010 do IEEE, há concordância entre pesquisadores do assunto de que a potência aparente eficaz do sistema é a definição mais completa e que mais se aproxima de ter um significado físico bem definido.

Além de cumprir o requisito básico de gerar o mesmo resultado que as definições tradicionais para situação de equilíbrio de carga, a resolução dessa definição pelo chamado método FBD permite demonstrar que, em situação de carga senoidal, a potência aparente coletiva é o maior valor de potência ativa que pode ser obtido pelo sistema para determinadas condições, sendo assim um resultado digno de mérito e que é considerado por alguns estudiosos como o melhor método disponível de resolução da potência aparente (EMANUEL, 2010).

Em sistemas senoidais a três-fios, o método do Padrão IEEE 1459-2010 fornece um equacionamento que concorda com a formulação do método FBD para a mesma situação, produzindo resultados precisos na aplicação prática (IEEE, 2010). Em sistemas a quatro-fios, a presença do condutor neutro gera mais possibilidades de análise, tornando-se um pouco mais complexa. Já em sistemas distorcidos, o método do Padrão IEEE 1459-2010 destrincha a chamada potência aparente eficaz do sistema e é bem-sucedido em fornecer uma decomposição significativa para essa grandeza, constituindo assim um robusto mecanismo de estudo das componentes de potência envolvidas.

Finalmente, os ensaios computacionais realizados permitiram pôr a prova as principais definições de potência aparente e de fator de potência abordadas no trabalho. Verificou-se que o fator de potência vetorial não consegue julgar de forma satisfatória a

qualidade da utilização das linhas trifásicas. Na verdade, a versão de 2010 do Padrão IEEE 1459 deixou de trazer a metodologia de cálculo da potência aparente vetorial baseada no trabalho de Budeanu, a qual ainda constava na versão de 2000. Constatou-se, também, que nenhuma das três formulações de fator de potência analisadas penaliza o consumidor pelo desequilíbrio das tensões fornecidas pela fonte, pelo menos para cargas resistivas. Por fim, os indicadores de qualidade que o Padrão IEEE 1459-2010 deriva a partir da decomposição de sua potência aparente eficaz do sistema foram descritos e aplicados nas simulações a fim de se mensurar o desequilíbrio e o conteúdo harmônico do sistema.

5.1 Trabalhos futuros

São sugeridos os seguintes temas para trabalhos futuros:

- O método de L. S. Czarnecki (CZARNECKI, 1988) para potência aparente em sistemas trifásicos a três-fios, que é uma abordagem simplificada baseada nas teorias de Buccholz e Fryze (EMANUEL, 2010);
- O método FBD adaptado para sistemas trifásicos a três-fios;
- Uma comparação entre esses dois métodos;
- Uma discussão mais específica e detalhada da potência aparente em sistemas trifásicos a quatro-fios.

REFERÊNCIAS

ALEXANDER, Charles K.; SADIKU, Matthew N. O. **Fundamentals of Electric Circuits**. 5 ed. New York: McGraw-Hill, 2013.

BUCHHOLZ, F. Die Drehstrom-Scheinleistung bei Ungleichmassiger Belastung Der Drei Zweige. *In: Licht und Kraft*, No. 2, Jan. 1922, p. 9–11.

BUDEANU, C. **Puissances réactives et fictives**. Institut national roumain pour l'étude de l'aménagement et de l'utilisation des sources d'énergie. Bucarest: Cultura națională, 1927.

CANTURK, S.; BALCI, M. E.; HOCAOGLU, M. H. On the Definition of Apparent Power. *In: Electrical Power Quality and Utilisation*, Journal Vol. XVIII, No. 2, 2015.

CHAPMAN, Stephen J. **Fundamentos de Máquinas Elétricas**. 5 ed. Porto Alegre: AMGH, 2013.

CHAPRA, Steven C. **Applied numerical methods with MATLAB for engineers and scientists**. 3 ed. New York: McGraw-Hill, 2012.

CURTIS, Harvey L.; SILSBEE, Francis B. Definitions of Power and Related Quantities. *In: AIEE Transactions*, Vol. 54, No. 4, April 1935, p. 394–404.

CZARNECKI, Leszek S. What is Wrong with the Budeanu Concept of Reactive and Distortion Power and Why It Should be Abandoned. *In: IEEE Transactions on instrumentation and measurement*, Vol. IM-36, No. 3, September 1987. p. 834-837.

CZARNECKI, Leszek S. Orthogonal Decomposition of the Currents in a 3-Phase Nonlinear Asymmetrical Circuit with a Nonsinusoidal Voltage Source. *In: IEEE Transactions on instrumentation and measurement*, Vol. 37, No. 1, March 1988. p. 30-34.

DEPENBROCK, M. The FBD-method, a generally applicable tool for analyzing power relations. *In: IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 8, No. 2. May 1993, p. 381-387.

DEPENBROCK, M.; STAUDT, V. Discussion to “Practical Definitions for Powers in Systems with Nonsinusoidal Waveforms and Unbalanced Loads: A Discussion.” *In: IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 11, No. 1, January 1996. p. 89.

EDMINISTER, Joseph A. **Circuitos elétricos**: reedição da edição clássica. 2 ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil Ltda, 1991.

EMANUEL, Alexander E. Apparent power definitions for three-phase systems. *In: IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 14, No. 3, July 1999. p. 767-772.

EMANUEL, Alexander Eigeles. On the definition of power factor and apparent power in unbalanced polyphase circuits with sinusoidal voltage and currents. *In: IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 8, No. 3, July 1993. p. 841-847.

EMANUEL, Alexander Eigeles. **Power definitions and the physical mechanism of power flow**. 1 ed. Chichester: John Wiley & Sons, Ltd, 2010.

FILIPSKI, P. S. Polyphase apparent power and power factor under distorted waveform conditions. *In: IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 6, No. 3, July 1991. p. 1161-1165.

FILIPSKI, P. S. Discussion to “On the definition of power factor and apparent power in unbalanced polyphase circuits with sinusoidal voltage and currents.” *In: IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 8, No. 3, July 1993. p. 850.

FILIPSKI, P. S.; BAGHZOUZ, Y.; COX, M. D. Discussion of power definitions contained in the IEEE Dictionary. *In: IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 9, No. 3, July 1994, p. 1237-1243.

FORTESCUE, C. L. Method of symmetrical co-ordinates applied to the solution of polyphase networks. *In: Transactions of the American Institute of Electrical Engineers*, Vol. XXXVII, No. 2, July 1918. p. 1027-1140.

GLOVER, J. DUNCAN; SARMA, MULUKUTLA S.; OVERBYE, THOMAS J. **Power system analysis and design**. 5 ed. Stamford: Cengage Learning, 2012.

GOODHUE, W. M. Discussion to “Reactive Power in Need of Clarification.” *In: Transactions AIEE*, Vol. 52, Sept. 1933, p. 787.

HAYT, William H.; BUCK, John A. **Eletrromagnetismo**. 8 ed. Porto Alegre: AMGH, 2013.

IEEE Power Engineering Society. **IEEE Std 1459-2000**: Standard Definitions for the Measurement of Electric Power Quantities Under Sinusoidal, Nonsinusoidal, Balanced, or Unbalanced Conditions. New York: The Institute of Electrical and Electronics Engineer, Inc, 2000.

IEEE Power & Energy Society. **IEEE Std 1459-2010**: Standard Definitions for the Measurement of Electric Power Quantities Under Sinusoidal, Nonsinusoidal, Balanced, or Unbalanced Conditions. New York: The Institute of Electrical and Electronics Engineer, Inc, 2010.

IEEE Working Group on Nonsinusoidal Situations. Practical Definitions for Powers in Systems with Nonsinusoidal Waveforms and Unbalanced Loads: A Discussion. *In: IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 11, No. 1, January 1996. p. 79-87.

LYON, W. V. Discussion to “Power Factor in Polyphase Circuits.” *In: Transactions of the American Institute of Electrical Engineers*, vol. XXXIX, no. 2, July 1920, p. 1515-1520.

MAKAROV, Sergey N.; LUDWIG, Reinhold; BITAR, Stephen J. **Practical Electrical Engineering**. 1 ed. Switzerland: Springer International Publishing, 2016.

MARZ, Michael B. Interharmonics: What they are, where they come from and what they do. University of Minnesota. Minnesota Power Systems Conference, 2016. Disponível em: <https://ccaps.umn.edu/minnesota-power-systems-conference/papers-presentations-brochures>

OPPENHEIM, Alan V.; WILLSKY, Allan S. **Sinais e Sistemas**. 2 ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2010.

PAULILO, Gilson.; GARCIA, Flávio Resende. Compensação reativa e qualidade da energia elétrica. *In: O Setor Elétrico*, Ed. 91, agosto de 2013. p. 36-43. Disponível em: <https://osetoreletrico.com.br/capitulo-viii-compensacao-reativa-e-qualidade-de-energia-eletrica/>.

WILLEMS, Jacques L.; GHIJSELEN, Jozef A.; EMANUEL, Alexander E. The Apparent Power Concept and the IEEE Standard 1459-2000. *In: IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 20, No. 2, April 2005. p. 876-884.