



ANÁLISE NUMÉRICA DE VIGAS MISTAS PROTENDIDAS COM INTERAÇÃO PARCIAL

Numerical analysis of prestressed composite beams with partial interaction

Ésio Magalhães Feitosa Lima (1); João Batista Marques de Sousa Júnior (2P);
Evandro Parente Júnior (2)

(1) Mestrando em Estruturas, Laboratório de Mecânica Computacional e Visualização, Departamento de Estruturas e Construção Civil, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza-CE, Brasil.

(2) Dr. Prof., Laboratório de Mecânica Computacional e Visualização, Departamento de Estruturas e Construção Civil, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza-CE, Brasil.

E-mail para Correspondência: esiomf@hotmail.com; joabatistasousajr@hotmail.com; (P) João Batista Marques de Sousa Júnior

Resumo: A técnica de protensão, por mais que esteja tradicionalmente referenciada às estruturas de concreto, tem se mostrado bastante benéfica e útil quando usada em estruturas mistas. Diversas pesquisas indicam que quando se pré-tensiona vigas mistas através da inserção de cabos de aço, consegue-se obter diversos benefícios: comportamento elástico em situações de carregamento elevado, maior capacidade resistente, redução da altura útil da viga e um melhor comportamento em situações de fadiga. Além disso, a protensão pode ser utilizada para reforçar vigas metálicas já existentes, em que a probabilidade de ocorrer problemas relacionados à deterioração é mais alta. Em vigas mistas a interação que ocorre na interface do perfil metálico e da laje de concreto tem grande influência no comportamento estrutural da peça. Na prática, para que um elemento misto não apresente deslizamento relativo entre os materiais, a rigidez na interface de contato deverá ser bastante alta, o que acarreta na utilização de uma grande quantidade de conectores de cisalhamento. Baseado na necessidade de se obter mais informações acerca desta técnica, o presente trabalho tem como objetivo promover uma análise numérica de vigas mistas com protensão externa em regime não linear, considerando a possibilidade de deslizamento na interface de contato da viga mista. A metodologia abordada consiste na utilização de um código computacional desenvolvido pelos autores através do programa *Matlab*. Tal código é baseado no Método dos Elementos Finitos. De início, os resultados obtidos pelo programa serão validados através de comparações com resultados experimentais de exemplos específicos da literatura que levem



em consideração a análise não linear física e geométrica destas estruturas. Por fim, o objetivo deste trabalho consiste em avaliar a influência do traçado do cabo de protensão no comportamento estrutural da viga mista.

Palavras chaves: *viga mista; protensão; interação parcial; método dos elementos finitos; análise não linear.*

Abstract: The prestressing technique, however traditionally referenced to concrete structures, has been shown to be very beneficial and useful when used in composite structures. Several works indicate that when pretensioning composite beams through the insertion of steel cables, several benefits can be obtained: elastic behavior in situations of high load, greater capacity resistant, reduction of useful height of the beam and better behavior in situations of fatigue. In addition, the prestressing technique can be used to reinforce existing composite beams, where the likelihood of deterioration-related problems is higher, such as bridge beams and walkways. In composite beams the interaction that exists at the interface of the steel beam and the concrete slab has a lot of influence on the structural behavior of the part. In practice, for a composite element to have no relative slip between the materials, the rigidity at the contact interface should be high, which leads to the use of a large number of shear connectors. Based on the need to obtain more information about this technique, the present work aims to promote a numerical analysis of prestressed composite beams in a nonlinear regime, considering the possibility of slip at the contact interface of the composite beam. The methodology is based on the use of a computer code developed by the authors through the Matlab program. Such code is based on the Finite Element Method. Initially, the results obtained by the program will be validated through comparisons with experimental results of specific examples of the literature that consider the material and geometric nonlinear analysis of these structures. Finally, the objective of this work is to evaluate the influence of the tracing of the protension cable on the structural behavior of the composite beam.

Keywords: *composite beams; prestressing; partial interaction; finite element method; nonlinear analysis.*



1 INTRODUÇÃO

Um sistema estrutural misto aço/concreto é caracterizado pela combinação de um perfil metálico e do concreto, de tal maneira que o elemento estrutural misto resultante desta junção aproveite melhor as propriedades mecânicas de cada material, em geral se tem o concreto resistindo bem à compressão e o aço à tração.

No caso de vigas mistas, essa associação ocorre quando a laje de concreto passa a atuar juntamente com a viga metálica por meio de conectores mecânicos, aumentando a rigidez e resistência do sistema, de tal forma que o concreto da laje passe a trabalhar majoritariamente contra os esforços de compressão, e o perfil metálico contra os esforços de tração. Parte da eficiência deste conjunto se dá pelo tipo de interação que ocorre entre ambos os materiais. Malite (1990) afirma que o ganho da resistência da seção composta está diretamente relacionado ao tipo de interação que existe entre a viga e a laje.

São vários os benefícios da utilização de sistemas mistos em estruturas, o seu emprego tem ganhado cada vez mais notoriedade na construção civil no âmbito nacional e mundial, porém o uso deste sistema não é tão recente. Griffis (1994) data que as primeiras obras a utilizarem um sistema estrutural misto surgiram nos Estados Unidos no fim do século XIX e o seu uso se intensificou já no século XX por volta da década de 20. O seu emprego estava atrelado não ao aprimoramento do comportamento estrutural, e sim como uma maneira de proteger o perfil metálico do fogo em situações de incêndio.

Segundo Malite (1990) as estruturas mistas começaram a ser utilizadas no Brasil por volta de 1950, através dos projetos do engenheiro Paulo Fragoso, mais precisamente no sudeste/sul. Obras como o Posto de Automóveis América (1954), Palácio do Comércio (1955), Jockey Club Brasileiro (1956), Edifício da Avenida Central (1957) e o Edifício Santa Cruz (1958) foram algumas das primeiras construções mistas do Brasil.

A técnica de protensão é utilizada para melhorar o comportamento de peças estruturais e vem sendo bastante difundida em estruturas de concreto, porém seu uso pode ser atrelado a diversos tipos de materiais. Vários trabalhos indicam que o uso dos cabos de protensão em vigas mistas é bastante viável e benéfico à peça, podendo melhorar o seu comportamento, tanto na ruptura quanto em serviço. Saadatmanesh *et al* (1989) afirma que existem quatro principais benefícios obtidos ao protender vigas mistas:

- Comportamento elástico em situações com carga elevada;
- Maior carga última;
- Redução da altura útil;
- Redução de flechas em serviço;

A protensão pode ser utilizada inclusive para reforçar vigas metálicas já existentes, em que a probabilidade de ocorrer problemas relacionados à deterioração é mais alta, além disso, pode ser utilizada para reforçar estruturas sujeitas a um aumento de sobrecarga.

Os benefícios da protensão aliados ao grande potencial das estruturas mistas resultam em uma alternativa viável e bastante útil para soluções estruturais que necessitam atender a imposições arquitetônicas e construtivas. Sendo assim, é justificável a elaboração de estudos mais aprofundados sobre o tema.

2 VIGAS MISTAS DE AÇO E CONCRETO PROTENDIDAS

A tipologia da viga mista protendida consiste basicamente na união do perfil metálico com a laje de concreto por meio de conectores mecânicos, onde o perfil metálico é pré-tensionado por cabos de aço. A laje de concreto pode ser moldada *in-loco* ou pré-fabricada. O cabo de aço tem seu traçado definido pelos desviadores e são ancorados em suas extremidades através de elementos como os enrijecedores, como mostrado na Figura 1.

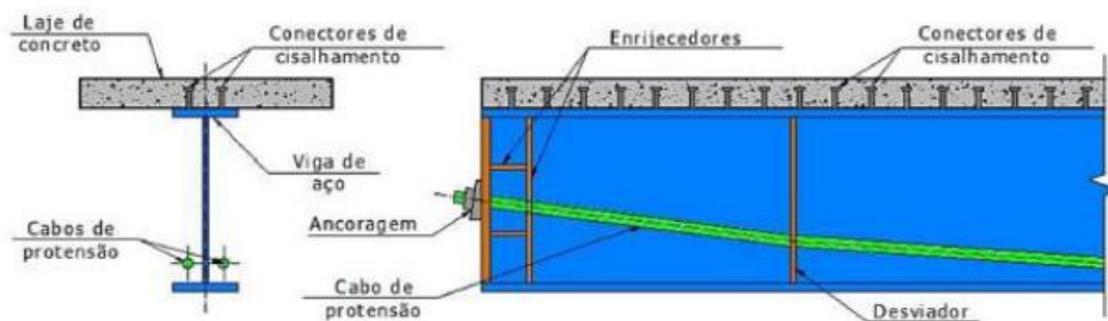


Figura 1. Tipologia de vigas mistas protendidas

Fonte: (Nelsen, 2013)

Quando se trata de vigas metálicas ou mistas é importante entender os princípios da técnica de protensão externa. Reis (2003) apresenta as principais características:

- Os cabos de protensão são colocados fora da área física da seção transversal da peça;
- A força de protensão é transmitida apenas pelos pontos de ancoragem e na região dos desviadores;
- A aderência entre o cabo de protensão e a estrutura acontece apenas nos pontos de ancoragem e desvio dos cabos;
- Os desviadores devem ser posicionados com alto grau de precisão para reduzir o atrito e evitar danos ao aço de protensão, além de provocarem excentricidades;

A técnica de protensão aplicada a vigas mistas de aço/concreto pode conduzir a estruturas que aproveitam melhor as características principais de cada material, sendo importante aprimorar e divulgar técnicas e teorias que permitam e incentivem sua utilização. A seguir serão mostradas algumas pesquisas desenvolvidas ao longo de anos que abordam a técnica da protensão em vigas mistas.

Os artigos utilizados como referência para este trabalho datam do final da década de 80 até os dias atuais. Autores como Saadatmanesh, Albrecht e Ayyub (1989); Ayyub, Sohn e Saadatmanesh (1990); Chen (2005); Lorenc e Kubica (2006); e Chen, Wang e Jia (2009) realizaram estudos experimentais relacionados a vigas mistas protendidas. Além destes, existem diversos trabalhos de caráter numérico/analíticos, podendo citar autores como: Dall'Asta e Zona (2005); Zona, Ragni e Dall'Asta (2009); Chen e Jia (2010); Nie et al (2011); e, Lou, Lopes e Lopes (2016) e Oliveira (2017).

Estes estudos fortificam a viabilidade desta técnica, além de impulsionar o surgimento de novos trabalhos, sendo experimentais ou numéricos, com o objetivo de se obter informações cada vez mais precisas sobre o comportamento estrutural destas peças.

3 FORMULAÇÃO DOS ELEMENTOS FINITOS

3.1 Elemento finito de viga mista com interação parcial

A formulação do elemento finito de viga mista deste trabalho é baseada no elemento finito de pórtico plano. Considerou-se o modelo de barras submetidas à flexão, os efeitos axiais devidos aos esforços normais à seção transversal, como também o deslizamento relativo entre os materiais (interação parcial). A formulação deste elemento será desenvolvida a partir da hipótese cinemática por Newmark *et al* (1951) como ilustra a Figura 2.

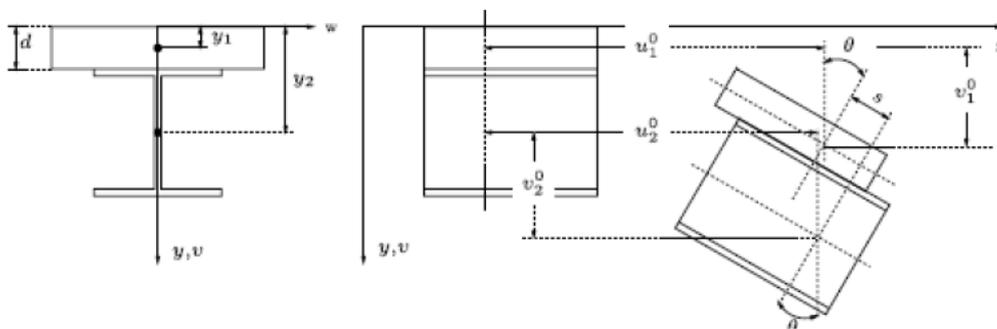


Figura 2. Hipótese cinemática

Fonte: (Sousa Jr. et al, 2010)

Toda a formulação mostrada a seguir será baseada na teoria de vigas de Euler-Bernoulli. De acordo com a hipótese de Bernoulli e considerando rotações moderadas da seção, os valores dos deslocamentos s , v , u_1 , e u_2 podem ser matematicamente expressos como apresentados nas Equações (1), (2), (3) e (4) respectivamente. O sobrescrito 0 denota valores medidos a partir de um eixo de referência, o valor subscrito (1) consiste na representação do concreto, e o valor subscrito (2) consiste na representação do aço.

$$s(x) = u_2^0(x) - u_1^0(x) + h\theta \quad (1)$$

$$v(x, y) = v^0(x) \quad (2)$$

$$u_1(x, y) = u_1^0(x) - (y - y_1) \frac{dv^0(x)}{dx} \quad (3)$$

$$u_2(x, y) = u_2^0(x) - (y - y_2) \frac{dv^0(x)}{dx} \quad (4)$$

O termo h representa a diferença entre os centroides de cada material. Considerando a formulação Lagrangeana total, tem-se que as deformações axiais na viga são as deformações de Green-Lagrange. Nesse contexto, o incremento das deformações pode ser calculado utilizando as Equações (5) em que $\alpha = 1, 2$.

$$\delta\varepsilon_\alpha = \delta u_{\alpha,x}^0 - (y - y_\alpha) \delta v_{,xx}^0 + \frac{\delta(v_{,x}^0)^2}{2} \quad (5)$$

O princípio dos trabalhos virtuais será utilizado para a formulação do elemento finito de viga mista. Sousa Jr. *et al* (2010) cita que o trabalho virtual interno de um elemento isolado de comprimento l , pode ser definido a partir das somas dos trabalhos internos dos dois materiais e do deslizamento relativo entre as camadas. A Equação (6) é descrita como:

$$\delta W_{\text{int}} = \int_0^l \left(\sum_{\alpha=1,2} \int_{A_\alpha} \delta\varepsilon_{x\alpha} \sigma_{x\alpha} dA_{x\alpha} + \delta s S \right) dx \quad (6)$$

Já o trabalho virtual externo é obtido a partir da contribuição das cargas atuantes na superfície. A equação que define o trabalho externo é apresentada através da Equação (7). Os termos p_x e p_y representam a força por unidade de volume e os termos t_x e t_y representam as forças por unidade de área:

$$\delta W_{ext} = \int_V \left(\sum_{\alpha=1,2} \delta u_{\alpha} p_{x\alpha} + p_y \delta v \right) dV + \int_{\Omega} (\delta u_{\alpha} t_{x\alpha} + t_y \delta v) d\Omega \quad (7)$$

As definições de força normal e de momento são apresentadas nas Equações (8) e (9) respectivamente.

$$N_{\alpha} = \int_{A_{\alpha}} \sigma_{x\alpha} dA_{\alpha} \quad (8)$$

$$M_{\alpha} = \int_{A_{\alpha}} \sigma_{x\alpha} (y - y_{\alpha}) dA_{\alpha} \quad (9)$$

O trabalho virtual interno pode ser reescrito na forma como a Equação (10) ilustra:

$$\delta W_{int} = \int_0^l \delta \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\sigma} dx \quad (10)$$

A Equação (11) mostra o vetor das deformações generalizadas e a Equação (12) ilustra o vetor das tensões generalizadas:

$$\boldsymbol{\varepsilon}^T = \left\{ \varepsilon_1^0 \quad \varepsilon_2^0 \quad \kappa \quad s \right\} \quad (11)$$

$$\boldsymbol{\sigma}^T = \left\{ N_1 \quad N_2 \quad M \quad S \right\} \quad (12)$$

Os graus de liberdade do elemento finito de viga mista são ilustrados na Figura 3. É interessante notar que a o grau de interpolação dos deslocamentos axiais é quadrático, isso é explicado no trabalho de Dall'Asta e Zona (2004). Os autores afirmam que na Equação que envolve o deslizamento (1), os termos polinomiais de u e v podem ter grau diferente, causando assim problemas de *locking*.

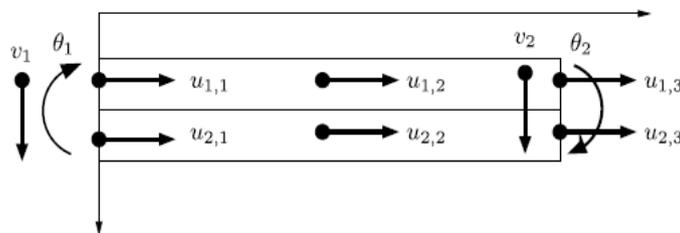


Figura 3. Graus de liberdade do elemento finito de viga mista

Fonte: (Sousa Jr. et al., 2010)

O vetor que armazena as deslocabilidades do elemento finito é ilustrado na Equação (13).

$$\mathbf{d}^T = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1^0 & \mathbf{u}_2^0 & \mathbf{v} \end{bmatrix} \quad (13)$$

Os termos \mathbf{u}_α representam os graus de liberdade axiais, enquanto \mathbf{v} , representa os graus de liberdade transversais. A matriz \mathbf{N} que armazena os polinômios de interpolação é ilustrada pela Equação (14):

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} \mathbf{N}_u^T & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{N}_u^T & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{N}_v^T \end{bmatrix} \quad (14)$$

Os termos \mathbf{N}_u e \mathbf{N}_v representam respectivamente os polinômios de Lagrange e Hermite. O incremento de deformações pode ser reescrito como mostra a Equação (15):

$$\delta \boldsymbol{\varepsilon} = \bar{\partial} \mathbf{N} \delta \mathbf{d} = \bar{\mathbf{B}} \delta \mathbf{d} \quad (15)$$

A matriz que transforma deslocamentos em deformações, é ilustrada na Equação (16):

$$\bar{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} \mathbf{N}_{u,x}^T & \mathbf{0} & \mathbf{v}^T \mathbf{N}_{v,x} \mathbf{N}_{v,x}^T \\ \mathbf{0} & \mathbf{N}_{u,x}^T & \mathbf{v}^T \mathbf{N}_{v,x} \mathbf{N}_{v,x}^T \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\mathbf{N}_{v,xx}^T \\ -\mathbf{N}_u^T & \mathbf{N}_u^T & h \mathbf{N}_{v,x}^T \end{bmatrix} \quad (16)$$

O vetor de forças internas pode ser ilustrado como mostra a Equação (17):

$$\mathbf{g} = \int_0^l \bar{\mathbf{B}}^T \boldsymbol{\sigma} dx \quad (17)$$

A matriz de rigidez tangente é obtida derivando o vetor das forças internas \mathbf{g} em relação ao vetor dos deslocamentos \mathbf{d} , como mostrado na Equação (18).

$$\mathbf{k} = \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{d}} = \int_0^l \frac{\partial \bar{\mathbf{B}}^T}{\partial \mathbf{d}} \boldsymbol{\sigma} dx + \int_0^l \bar{\mathbf{B}}^T \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}}{\partial \mathbf{d}} dx \quad (18)$$

O primeiro termo da equação resulta na matriz de rigidez geométrica, e o segundo termo, na matriz de rigidez material. A Equação (19) ilustra a matriz de rigidez material:

$$\int_0^l \bar{\mathbf{B}}^T \mathbf{C} \bar{\mathbf{B}} dx \quad (19)$$

O termo \mathbf{C} representa a matriz constitutiva tangente. Para integração dos termos desta matriz, e do vetor de tensões generalizadas ilustrado em (12) este trabalho utiliza métodos numéricos bastante conhecidos, o método das fatias para integração ao longo da seção transversal, e o método das quadraturas de Gauss e Lobatto, para integração ao longo do comprimento.

Por fim, a matriz de rigidez geométrica é ilustrada através da Equação (20)

$$\int_0^l \frac{\partial \bar{\mathbf{B}}^T}{\partial \mathbf{d}} \boldsymbol{\sigma} dx = \int_0^l \mathbf{B}_{\text{NL}} (N_1 + N_2) dx \quad (20)$$

Onde o termo \mathbf{B}_{NL} é representado através da Equação (21):

$$\mathbf{B}_{\text{NL}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{N}_{v,x} \mathbf{N}_{v,x}^T \end{bmatrix} \quad (21)$$

A contribuição da armadura passiva da laje na matriz de rigidez material segue o modelo apresentado por Fafitis (2001), onde cada barra é considerada um ponto discreto com sua respectiva área, coordenadas e tensão, correspondente ao centroide da armadura. Para evitar somar a contribuição da resistência do concreto com a contribuição da resistência do aço passivo, deve-se subtrair a área de concreto correspondente a área da barra de aço.

3.2 Elemento finito de cabo de protensão

O elemento finito de cabo considerado para este trabalho foi estudado por Moreira (2016), toda a formulação e considerações podem ser vistas em seu trabalho, que consiste em uma análise numérica de vigas de concreto protendidas.

Quando se trata de vigas mistas protendidas externamente, a associação entre o elemento finito cabo de protensão e o elemento finito viga mista tem suas particularidades. Em vigas de concreto protendidas, o cabo está ancorado à viga de forma contínua, em suas extremidades e ao longo de todo o comprimento, neste caso a quantidade de elementos finitos de cabo é limitada apenas pela quantidade de elementos de viga, basta que os nós de ambas malhas sejam coincidentes.

No caso de vigas mistas protendidas, o cabo está ancorado nos enrijecedores das extremidades da viga e nas regiões onde existem enrijecedores/desviadores ao longo do vão. Neste caso é convencional que a quantidade de nós da malha de elementos finitos de cabo seja igual à quantidade de enrijecedores/desviadores existentes no perfil metálico.

O ideal é que as malhas de elementos de viga e de cabo sejam definidas de tal forma que as coordenadas dos enrijecedores/desviadores coincidam com a coordenada de algum nó da malha de elementos finitos de viga e de algum nó da malha de elementos de cabo. Essa condição é necessária para existir interação entre os dois elementos finitos, em outras palavras, os termos do vetor de forças internas e da matriz de rigidez tangente do elemento de cabo devem ser transferidos para as posições corretas do vetor de forças internas e da matriz de rigidez tangente do elemento viga. A Figura 4 ilustra um esquema de malha adequado.

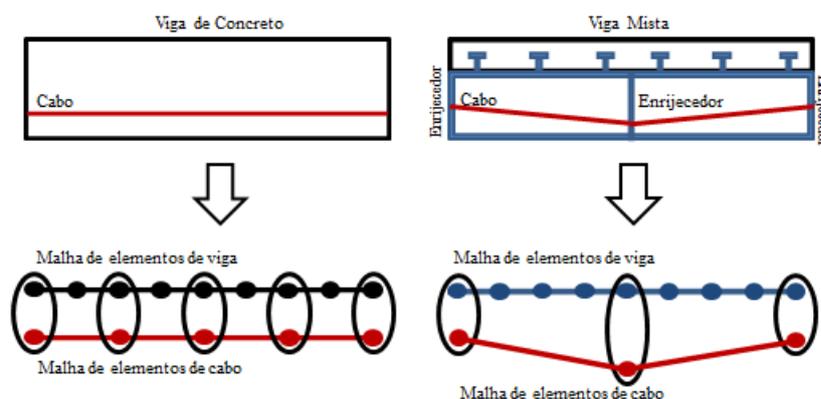


Figura 4. Esquema de malha elementos de vigas de concreto e vigas mistas protendidas

Fonte: (Autor, 2018)

Como mostrado na Figura 3, o elemento finito de viga mista sob interação parcial utilizado neste trabalho tem dois eixos. Neste caso, existe outra condição além das já mostradas para vincular os elementos de cabo aos elementos de viga. Os nós da malha de elementos finitos de cabo devem estar acoplados aos nós da malha de elementos de viga referentes ao perfil metálico. A Figura 5 ilustra essa condição.

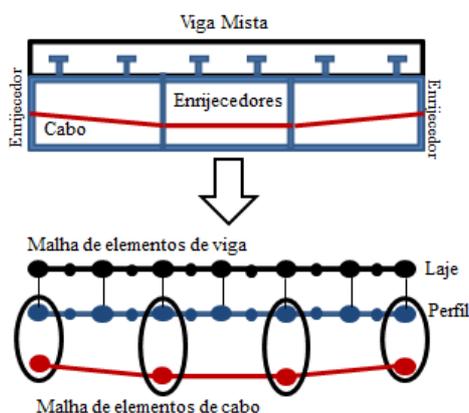


Figura 5. Esquema de malha elementos de vigas de concreto e vigas mistas protendidas sob interação parcial

Fonte: (Autor,2018)



4 MODELOS CONSTITUTIVOS

Os modelos constitutivos adotados neste trabalho provêm de diversas referências da literatura nacional e internacional. A não linearidade física dos materiais é considerada através do uso de relações tensão-deformação uniaxiais não lineares, para o concreto, aço passivo, conectores de cisalhamento e para o aço de protensão.

Para consideração do material concreto em regime não linear físico, diversas relações tensão – deformação foram adotadas. As curvas de autores como Hognestad (1951) e Zupan e Saje (2005) são consideradas, pois estas apresentam o fenômeno de amolecimento do concreto.

O aço passivo considerado possui comportamento elástico, e apresenta as mesmas características na tração e compressão. Os modelos elasto plástico perfeito e elasto plástico com endurecimento linear foram considerados.

Além da curva tensão deformação da NBR 6118:2014 um modelo constitutivo idealizado por Menegotto e Pinto (1973) foi considerado neste trabalho para representar o comportamento do cabo de protensão.

Um dos primeiros estudos a avaliar o comportamento de conectores de cisalhamento foi feito por Ollgaard et al. (1971). Os dados deste trabalho vêm sendo amplamente utilizado por diversos autores, cuja relação constitutiva dos elementos de ligação é representada por meio de uma equação exponencial. Além desta, uma curva simplificada bi linear foi considerada para avaliar o comportamento dos conectores de cisalhamento.

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

O objetivo deste tópico é verificar se a formulação desenvolvida neste trabalho representa bem o comportamento de vigas mistas protendidas considerando a possibilidade de deslizamento entre os materiais. O modelo implementado neste trabalho será validado através de comparações com dados experimentais encontrados na literatura.

A integração ao longo do comprimento do elemento baseou-se na quadratura de Gauss com 3 pontos. Para a integração da seção transversal, a laje de concreto foi dividida em 4 fatias de espessura constante, o perfil em 10 fatias, sendo 8 para discretização da alma e 1 para cada mesa. A malha possui 18 elementos de viga mista e a quantidade de elementos de cabo variam a partir da quantidade de enrijecedores.

A viga utilizada para validação do código foi ensaiada por Ayyub, Sohn e Saadatmanesh (1990), e consta no trabalho dos autores como sendo a Viga A. Esta viga possui as dimensões e os materiais apresentados na Figura 6

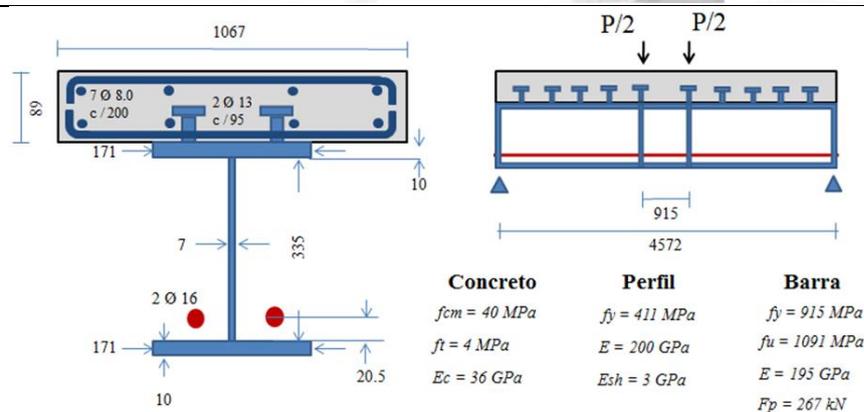


Figura 6. Viga A (Ayyub, Sohn e Saadatmanesh, 1990)

Fonte: (Autor, 2018)

A Figura 7 ilustra o caminho de equilíbrio gerado pelo código proposto. Além dos dados gerados pelo código, a curva mostra os resultados experimentais e analíticos de Ayyub, Sohn e Saadatmanesh (1990). O deslocamento vertical foi medido em um nó situado no meio do vão.

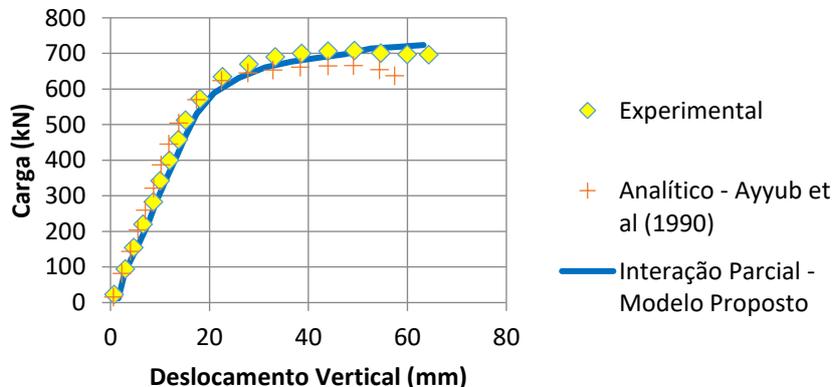


Figura 7. Caminho de equilíbrio da viga A (Ayyub, Sohn e Saadatmanesh, 1990)

Fonte: (Autor, 2018)

Os resultados ilustrados na Figura 7 mostram que o modelo proposto representou bem o comportamento da estrutura, logo o código desenvolvido pode ser utilizado para avaliar a influência do traçado do cabo de protensão no comportamento estrutural da viga mista. A Figura 8 ilustra a curva carga – deslocamento vertical da viga ilustrada na Figura 6, considerando diversas excentricidades, em relação ao centroide do perfil metálico, do cabo de protensão com traçado reto.

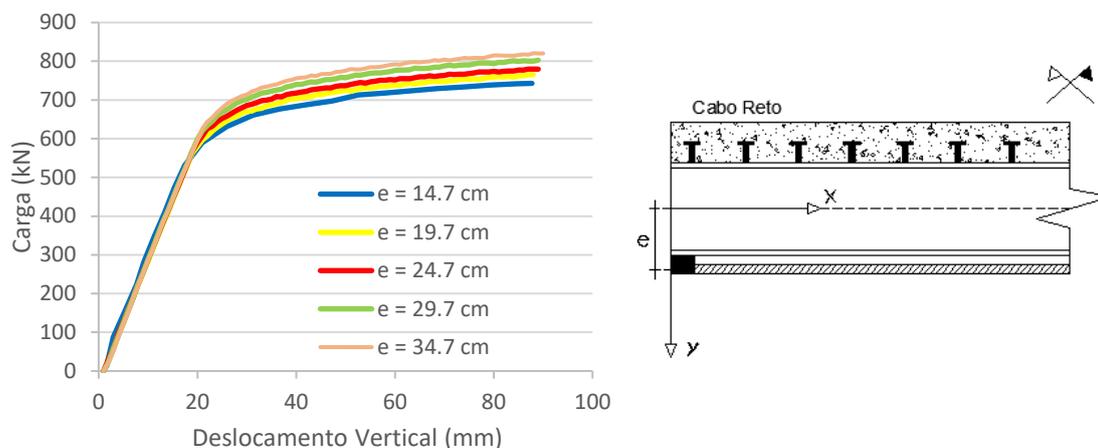


Figura 8. Caminho de equilíbrio – Traçado reto de cabo

Fonte: (Autor, 2018)

A Figura 8 mostra que conforme a excentricidade do cabo de protensão aumenta em relação a um eixo de referência da viga, a viga mista alcança cargas últimas mais elevadas. A Figura 9 ilustra a curva carga – deslocamento vertical da viga apresentada na Figura 6, considerando diversas excentricidades, em relação ao centroide do perfil metálico, do cabo de protensão com traçado triangular.

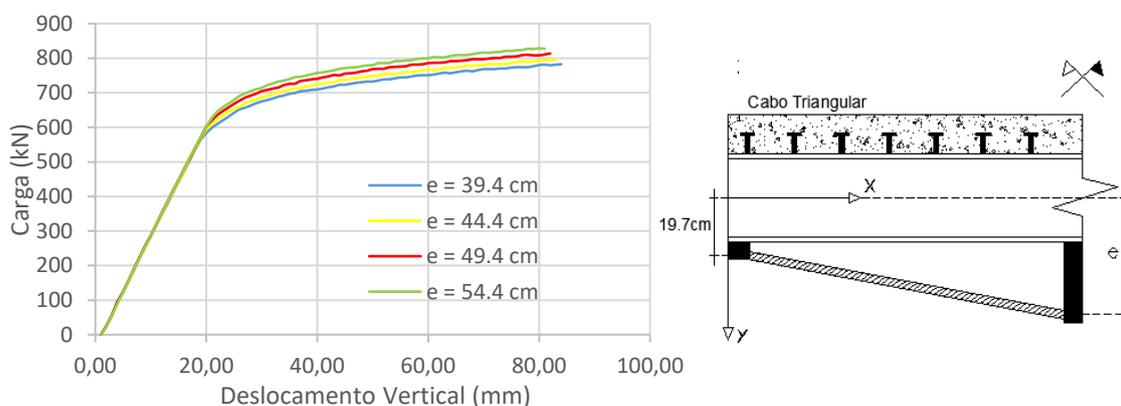


Figura 9. Caminho de equilíbrio – Traçado triangular de cabo

Fonte: (Autor, 2018)

Da mesma forma como ocorreu com o traçado reto de cabo, a viga com traçado de cabo triangular apresentou um aumento de carga última conforme a excentricidade do cabo aumenta, porém, os deslocamentos máximos alcançados foram praticamente iguais. A Figura 10 ilustra a curva carga – deslocamento vertical da viga apresentada na Figura 6, considerando diversas excentricidades, em relação ao centroide do perfil metálico, do cabo de protensão com traçado trapezoidal.

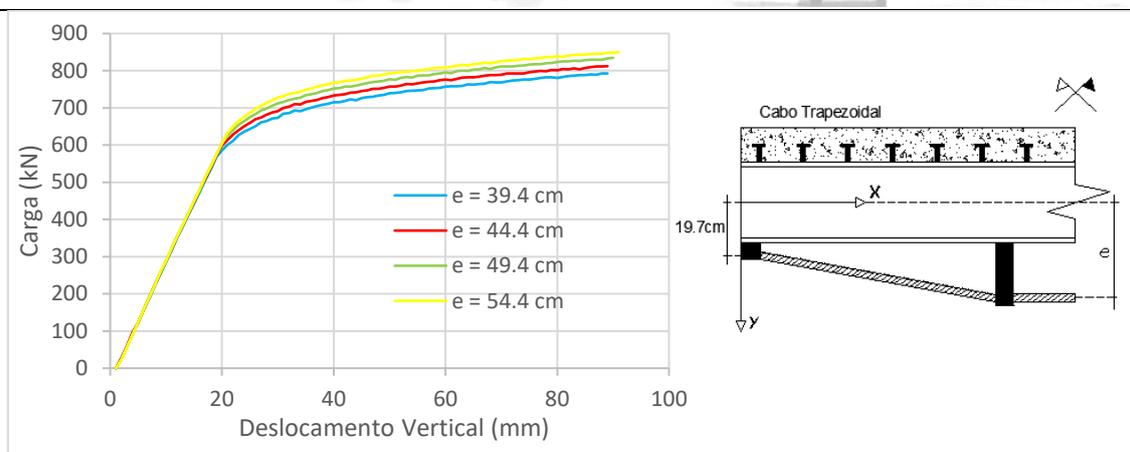


Figura 10. Caminho de equilíbrio – Traçado trapezoidal de cabo

Fonte: (Autor, 2018)

Assim como os outros dois modelos mostrados anteriormente, a excentricidade do cabo de protensão forneceu um aumento de carga última para a viga mista, porém não houveram mudanças nos deslocamentos máximos atingidos. A Figura 11 mostra uma comparação entre os tipos de traçado de cabo.

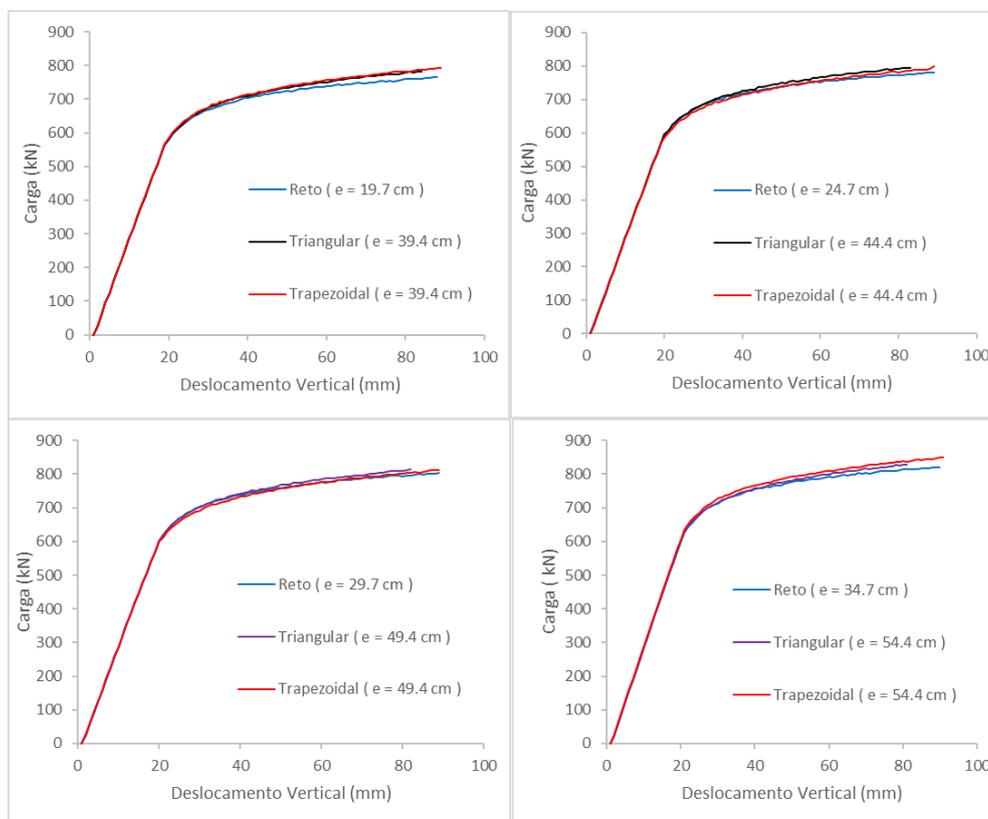


Figura 11. Caminho de equilíbrio – Comparação entre traçados

Fonte: (Autor, 2018)

Analisando a Figura 11, nota-se que as vigas que apresentam cabos de protensão com traçado poligonal, ou seja, com traçado triangular e trapezoidal, atingiram cargas últimas levemente superiores às cargas últimas da viga com traçado reto de cabo de protensão. Pode-se verificar isto através da Tabela 1.

Tabela 1. Cargas últimas

Cargas Últimas (kN)				
Excentricidade				
Traçado	19.7 cm	24.7 cm	29.7 cm	34.7 cm
Reto	765,3	779,5	802,7	820,5
Traçado	39.4 cm	44.4 cm	49.4 cm	54.4 cm
Triangular	782,3	794,8	813,5	827,1
Trapezoidal	792,3	798,3	813,1	849,8

6 CONCLUSÕES

Este trabalho consistiu em avaliar numericamente vigas mistas de aço e concreto protendidas em que há possibilidade de escorregamento relativo entre os materiais, tendo como abordagem uma análise não linear física e geométrica baseada no método dos elementos finitos. Ao todo, foram analisadas 3 vigas mistas com diferentes configurações de traçado de cabo.

O foco deste trabalho se restringiu a implementações computacionais e modelagens numéricas, sendo assim, não foram explorados aqui aspectos normativos e construtivos referentes a técnica de protensão em vigas mistas, o que deixa esses pontos livres para serem avaliados em trabalhos futuros.

A partir da avaliação dos resultados, é notório que o traçado de cabo de protensão pode alterar a carga última de vigas mistas, mesmo quando se admite a possibilidade de ocorrer deslizamentos na interface. Considerando as mesmas configurações de material e geometria, as vigas que apresentam um traçado de cabo trapezoidal apresentaram cargas últimas maiores do que as vigas com traçado de cabo triangular e reto.

Em relação às excentricidades, conforme se aumenta a distância dos cabos de protensão em relação a um eixo de referência qualquer, a carga última das vigas tanto com traçado reto, triangular ou trapezoidal são amplificadas.

REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR6118: Projeto de estruturas de concreto - procedimento*. Rio de Janeiro, 2014.



- AYYUB, B. M.; SOHN, Y. G.; SAADATMANESH, H. *Journal of Structural Engineering*. v. 166(11), p. 2931-2951. Prestressed composite girders under positive moment. 1990.
- CHEN, S. *Journal of Constructional Steel Research*. v. 61, p. 1613- 1630. Experimental study of prestressed steel-concrete composite beams with external tendons for negative moments. 2005.
- CHEN, S.; WANG, X.; JIA, Y. *Journal of Constructional Steel Research*. v. 65, p. 1480-1489. A comparative study of continuous steel-concrete composite beams prestressed with external tendons: Experimental investigation. 2009.
- DALL'ASTA, A. D.; DEZI, L. *Journal of Structural Engineering*. v. 124(5), p. 588-597. Nonlinear behavior of externally prestressed composite beams: Analytical model. 1998.
- DALL'ASTA A, ZONA A. *Finite Element And Design*. Slip locking in finite elements for composite beams with deformable shear connection. 2004.
- GRIFFIS, L.G. The 1994 T.R. High Lecture. *Composite frame construction*. In: *National Steel Construction Conference*. Pennsylvania, 1994.
- HOGNESTAD, E. A study of combined bending and axial load in reinforced concrete members, *University of Illinois Engineering Experiment Station, Bulletin Series no. 399*, Bulletin no. I, 1951
- LORENCE, W.; KUBICA, E. *Journal of Constructional Steel Research*. v. 62, p. 1353-1366. Behavior of composite beams prestressed with external tendons: Experimental study. 2006.
- MALITE, M. *Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo*. Sobre cálculo de vigas mistas aço-concreto: ênfase em edifícios. São Carlos, 1990.
- MENEGOTTO, M.; PINTO P. E. Method of analysis for cyclically loaded reinforced concrete plane frames, including changes in geometry and non-elastic behavior of elements under combined normal force and bending. *IABSE preliminary report for symposium on resistance and ultimate deformability of structures acted on well-defined repeated loads*, Lisbon. p 15–22, 1973.
- MOREIRA, L. S. *Dissertação de Mestrado - Universidade Federal do Ceará*. Análise não linear via elementos finitos de vigas de concreto com protensão não aderente. Fortaleza, 2016.
- NELSEN, A. C. H. *Dissertação de Mestrado – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade Federal de São Carlos*. Comportamento estrutural de vigas mistas de aço e concreto com proteção externa. São Carlos, 2013.



NEWMARK, N. M. SIESS C. P, VIEST I. M. *Proc Soc Exp Stress Anal*. Tests and analysis of composite beams with incomplete interaction. 1951.

OLIVEIRA, M.V.X. *Dissertação de Mestrado – Universidade Federal do Ceará*. Análise numérica de vigas mistas protendidas. Fortaleza, 2017.

Ollgaard, J.G., Slutter, R.G. and Fisher, J.W. Shear strength of stud connectors in lightweight and normal weight concrete, *AISC Eng. J.*, vol. 2, pp. 55-64, 1971.

REIS, F. J. C. *Dissertação de Mestrado-COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro*. Influência do nível de protensão na deformação de estruturas executadas com protensão externa. Rio de Janeiro, 2003.

SAADATMANESH, H.; ALBRECHT, P.; AYYUB, B. M. *Journal of Structural Engineering*. v. 115(9), p. 2348-2363. Experimental study of prestressed composite beams. Tucson, 1989.

SOUSA JR, J. B. M.; OLIVEIRA, C. E. M.; SILVA, A. R. *Journal of Constructional Steel Research*. v. 66, p. Displacement-based nonlinear finite element analysis of composite beam-columns with partial interaction. Ouro Preto, 2010.

ZUPAN, D. & SAJE, M. Analytical integration of stress field and tangent material modulus over concrete cross-sections. *Computers and Structures*, v. 83, p. 2368-2380, Mar. 2005.