



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA HIDRÁULICA E AMBIENTAL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

GUILHERME ANDERSON RODRIGUES MENDES

**OTIMIZAÇÃO E PREVISÃO DE PARÂMETROS PARA DEFINIÇÃO DO
COMPORTAMENTO CISALHANTE DE DESCONTINUIDADES ROCHOSAS POR
MEIO DE MÉTODOS META-HEURÍSTICOS E REDES NEURAIAS ARTIFICIAIS**

FORTALEZA

2021

GUILHERME ANDERSON RODRIGUES MENDES

OTIMIZAÇÃO E PREVISÃO DE PARÂMETROS PARA DEFINIÇÃO DO
COMPORTAMENTO CISALHANTE DE DESCONTINUIDADES ROCHOSAS POR MEIO
DE MÉTODOS META-HEURÍSTICOS E REDES NEURAIAS ARTIFICIAIS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil do Centro de Tecnologia da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Engenharia Civil. Área de Concentração: Geotecnia

Orientador: Prof. Dr. Silvrano Adonias Dantas Neto

FORTALEZA

2021

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Biblioteca Universitária
Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

- M491o Mendes, Guilherme Anderson Rodrigues.
Otimização e previsão de parâmetros para definição do comportamento cisalhante de descontinuidades rochosas por meio de métodos meta-heurísticos e redes neurais artificiais / Guilherme Anderson Rodrigues Mendes. – 2021.
119 f. : il. color.
- Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil: Geotecnia, Fortaleza, 2021.
Orientação: Prof. Dr. Silvrano Adonias Dantas Neto.
1. Algoritmo Genético. 2. Funções de Base Radial. 3. Descontinuidades Rochosas. 4. Resistência ao Cisalhamento. 5. Perceptrons. I. Título.

CDD 624.15

GUILHERME ANDERSON RODRIGUES MENDES

OTIMIZAÇÃO E PREVISÃO DE PARÂMETROS PARA DEFINIÇÃO DO
COMPORTAMENTO CISALHANTE DE DESCONTINUIDADES ROCHOSAS POR MEIO
DE MÉTODOS META-HEURÍSTICOS E REDES NEURAIS ARTIFICIAIS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil do Centro de Tecnologia da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Engenharia Civil. Área de Concentração: Geotecnia

Aprovada em: 30/09/2021

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Silvrano Adonias Dantas Neto (Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Aldo Durand Farfán
Universidade Estadual do Norte Fluminense (UENF)

Prof. Dr. Francisco Chagas da Silva Filho
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Dedico este trabalho a Deus, autor de meu destino, a minha mãe Ana Maria Rodrigues de Andrade e ao meu irmão Matheus Rodrigues Mendes que, com muito amor e apoio, não mediram esforços para que eu realizasse meus sonhos.

AGRADECIMENTOS

A Deus, em primeiro lugar, pela bênção da vida, por renovar minhas forças e esperanças cada dia.

A minha mãe, Ana Maria Rodrigues de Andrade, e a meu irmão e companheiro de Engenharia, Matheus Rodrigues Mendes, pelo carinho, atenção e empenho dedicado em meu aprendizado e formação.

Ao Prof. Dr. Silvrano Adonias Dantas Neto, de quem tive a honra de ser orientando, por toda a dedicação e cooperação ao longo deste projeto, e pelo empenho em transmitir seu conhecimento e experiência.

Aos demais professores do Departamento de Engenharia Hidráulica e Ambiental da Universidade Federal do Ceará, por contribuírem para minha formação acadêmica e profissional.

Aos colegas e amigos do Programa de Pós-Graduação em Geotecnia, pela convivência, troca de conhecimentos e companheirismo.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

“A oportunidade favorece a mente preparada.”

(Louis Pasteur)

RESUMO

A utilização de métodos de ensaio que considerem de forma mais realista as condições de contorno atuantes permitiu o desenvolvimento de formulações analíticas que levem em consideração os principais fatores que governam o comportamento cisalhante das descontinuidades presentes nos maciços rochosos, podendo-se citar como exemplo o modelo analítico de Oliveira e Indraratna (2010). Neste caso em particular, a aplicação da formulação analítica se torna dificultada em virtude da necessidade de determinação de constantes necessárias ao ajuste dos resultados do modelo aos dados experimentais, uma vez que não há uma metodologia de obtenção bem clara e estabelecida para tais constantes. Assim sendo, este trabalho tem por objetivo apresentar uma metodologia de otimização e previsão dos parâmetros de ajuste do modelo analítico proposto por Oliveira e Indraratna (2010) empregando-se métodos meta-heurísticos (algoritmos genéticos e PSO) associados a funções de base radial (RBF) para determinar os parâmetros de ajuste do modelo analítico a partir de dados de ensaios de cisalhamento direto em grande escala, e posteriormente aplicando-se redes neurais do tipo perceptron para o estabelecimento de relações entre os parâmetros de ajuste e as características das descontinuidades rochosas. A partir da definição do mecanismo de cisalhamento idealizado e das variáveis que caracterizam as descontinuidades rochosas, estabeleceu-se uma base de dados experimentais formada a partir dos resultados de 110 ensaios de cisalhamento direto em grande escala realizados em descontinuidades com e sem preenchimento e ensaiadas sob condições CNL e CNS. Em razão das particularidades do modelo analítico de Oliveira e Indraratna (2010), o qual pressupõe a determinação do ângulo de dilatância, funções de base radial foram aplicadas na representação das curvas deslocamento cisalhante *versus* dilatância. Através da implementação computacional de um algoritmo de otimização em software de código aberto, foram determinadas as constantes de ajustes do modelo analítico a partir de uma combinação apropriada entre variáveis que garantiram o mínimo erro de ajuste aos dados experimentais. Posteriormente, desenvolveram-se modelos de previsão baseados nos valores ótimos encontrados utilizando redes neurais artificiais do tipo perceptron, os quais foram definidas em função da rigidez normal de contorno, da tensão normal inicial, do coeficiente de rugosidade, da resistência à compressão simples da rocha intacta, do ângulo de atrito básico, da relação entre a espessura do preenchimento e a altura da aspereza e do ângulo de atrito interno do material de preenchimento. Os resultados obtidos mostraram que a utilização dos métodos meta-heurísticos e das redes neurais artificiais permitiram nos testes realizados uma interpolação satisfatória dos dados experimentais. Além disso, a aplicação da metodologia desenvolvida neste

trabalho possibilitou a obtenção de soluções geotécnicas - a partir de análises de equilíbrio limite - compatíveis com outros modelos matemáticos disponíveis. Isto mostra que o estabelecimento de um modelo de previsão desenvolvido com base em dados de entrada obtidos a partir de um processo de otimização robusto permite a obtenção das constantes do modelo analítico de forma simples, contribuindo para sua implementação e utilização na representação satisfatória do comportamento cisalhante das descontinuidades rochosas.

Palavras-chave: Algoritmo Genético. PSO. Funções de Base Radial. Descontinuidades Rochosas. Resistência ao Cisalhamento. Perceptrons.

ABSTRACT

The use of test methods that more realistically address the acting boundary conditions has allowed development of analytical formulations that take into consideration the main factors governing shear behavior of the discontinuities in rock masses. An example worth mentioning could be the analytical model of Oliveira and Indraratna (2010). In this particular case, application of the analytical formulation is hindered because it is necessary to determine constants when adjusting the results of the model to the experimental data, since there is no very clear obtainment methodology established for such constants. Therefore, the purpose of this paper is to address parameter optimization and prediction methodology to adjust an analytical model proposed by Oliveira and Indraratna (2010). To do so, metaheuristic methods (genetic algorithms and particle swarm optimization-PSO) associated with radial basis functions (RBF) are used to determine the adjustment parameters of the analytical model based on large-scale direct shear test data, and next by applying perceptron neural networks to establish relations between the adjustment parameters and characteristics of the rock discontinuities. From the definition of the idealized shear mechanism and the variables that characterize the rock discontinuities, an experimental database was established based on the results of 110 large-scale direct shear tests carried out in discontinuities with and without filling and tested under CNL and CNS conditions. Due to the particularities of the analytical model of Oliveira and Indraratna (2010), which presupposes the determination of the dilation angle, radial basis functions were applied in the representation of the shear displacement *versus* dilation curves. Through the computational implementation of an optimization algorithm in open source software, the adjustment constants of the analytical model were determined from an appropriate combination of variables that ensured the minimum adjustment error to the experimental data. Subsequently, prediction models were developed based on the optimal values found using perceptron-type artificial neural networks, which were defined as a function of the normal boundary stiffness, the initial normal stress, the roughness coefficient, the compressive strength of the intact rock, the angle of basic friction, the relationship between the thickness of the fill and the height of the roughness, and the internal friction angle of the fill material. The results showed that the use of metaheuristic methods and artificial neural networks in the tests permitted a successful interpolation of experimental data. Furthermore, the application of the methodology developed in this work made it possible to obtain geotechnical solutions - from equilibrium analysis - compatible with other available mathematical models. This demonstrates that setting a prediction model based on input data obtained from a robust

optimization process allows a simple form for obtaining analytical model constants, facilitating their implementation and use in the satisfactory representation of the shear behavior of rock discontinuities.

Keywords: Genetic Algorithm. PSO. Radial Basis Functions. Rock Discontinuities. Shear Strength. Perceptron.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Critério de falha bilinear de Patton.	23
Figura 2 – Modelo adimensional para a relação tensão de cisalhamento <i>versus</i> deslocamento.	26
Figura 3 – Procedimento de cálculo para modelar a dilatância sob condições CNS.	28
Figura 4 – Variação da taxa d_v/a em função da tensão normal.	30
Figura 5 – Variação da taxa de dilatância com o deslocamento cisalhante.	34
Figura 6 – Modelo empírico proposto para a resistência ao cisalhamento de pico.	36
Figura 7 – Modelo de resistência para descontinuidades preenchidas.	37
Figura 8 – Formulação do modelo hiperbólico.	39
Figura 9 – Modelo de resistência ao cisalhamento para descontinuidades preenchidas.	41
Figura 10 – Mecanismo de ruptura do preenchimento para pequenas espessuras.	43
Figura 11 – <i>Crossover</i> por combinação linear.	48
Figura 12 – <i>Crossover</i> pela metodologia clássica.	48
Figura 13 – Fluxograma do Algoritmo Genético.	49
Figura 14 – Diagrama esquemático do método PSO.	51
Figura 15 – Topologias PSO.	52
Figura 16 – Tratamento de restrições laterais.	52
Figura 17 – Fluxograma do PSO.	53
Figura 18 – Representação das etapas de desenvolvimento do modelo.	54
Figura 19 – Mecanismo de ruptura do preenchimento para pequenas espessuras.	55
Figura 20 – Parâmetro σ (função gaussiana).	61
Figura 21 – Representação (a) de um neurônio artificial e (b) de uma rede neural.	64
Figura 22 – Execução do processo de otimização - BIOS.	67
Figura 23 – Processo de convergência da função objetivo.	68
Figura 24 – Histograma dos valores de c_1 , c_2 e c_3	70
Figura 25 – Histograma dos valores de NRMSE (AG).	71
Figura 26 – Histograma dos valores de NRMSE (PSO).	71
Figura 27 – Dilatância vs. Deslocamento Cisalhante: (a) sem e (b) com preenchimento. Tensão de Cisalhamento vs. Deslocamento Cisalhante: (c) sem e (d) com preenchimento.	72
Figura 28 – Avaliação do número de neurônios do modelo.	73

Figura 29 – Avaliação do número de iterações do modelo.	74
Figura 30 – Arquitetura dos modelos de RNA A:7-5-1.	74
Figura 31 – Tensão de Cisalhamento vs. Deslocamento Cisalhante: (a) amostra 1, (b) amostra 2, (c) amostra 3 e (d) amostra 4.	78
Figura 32 – Talude rochoso reforçado com grampos.	79
Figura 33 – Resultados de ensaio (descontinuidade sem preenchimento).	80
Figura 34 – Fatores de segurança em função do deslocamento.	81
Figura 35 – Resultados de ensaio (descontinuidade com preenchimento).	82
Figura 36 – Fatores de segurança em função do deslocamento.	83
Figura 37 – Estágios de carga para estabilidade de blocos de rocha.	84
Figura 38 – Forças atuando no prisma: (a) estado inicial (elástico) e (b) estado de equilíbrio limite após as cargas externas e relaxação da descontinuidade.	85
Figura 39 – Fatores de segurança do bloco em função do deslocamento vertical do bloco.	88
Figura 40 – Fatores de segurança do bloco em função da espessura do preenchimento.	88

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Constantes empíricas do modelo proposto.	41
Tabela 2 – Valores para os coeficientes x e y	44
Tabela 3 – Base de dados utilizada no desenvolvimento do modelo.	58
Tabela 4 – Exemplos de funções de base radial.	60
Tabela 5 – Parâmetros de entrada (Algoritmo Genético).	63
Tabela 6 – Parâmetros de entrada (PSO).	63
Tabela 7 – Valores usados para a normalização das variáveis de entrada e saída.	66
Tabela 8 – Coeficientes de ajuste das RBF.	69
Tabela 9 – Pesos sinápticos e bias dos neurônios da camada intermediária (parâmetro c_1) – W_{ij}	75
Tabela 10 – Pesos sinápticos e bias dos neurônios da camada de saída (parâmetro c_1) – W_{j1}^T	76
Tabela 11 – Pesos sinápticos e bias dos neurônios da camada intermediária (parâmetro c_2) – W_{ij}	76
Tabela 12 – Pesos sinápticos e bias dos neurônios da camada de saída (parâmetro c_2) – W_{j1}^T	76
Tabela 13 – Pesos sinápticos e bias dos neurônios da camada intermediária (parâmetro c_3) – W_{ij}	76
Tabela 14 – Pesos sinápticos e bias dos neurônios da camada de saída (parâmetro c_3) – W_{j1}^T	76
Tabela 15 – Base de dados utilizada na validação do modelo.	77
Tabela 16 – Parâmetros do modelo obtidos com os métodos PSO e AG.	77
Tabela 17 – Parâmetros do modelo obtidos com o modelo neuronal (RNA).	77
Tabela 18 – Parâmetros do modelo proposto (descontinuidade sem preenchimento).	81
Tabela 19 – Parâmetros do modelo proposto (descontinuidade com preenchimento).	82
Tabela 20 – Parâmetros do problema.	87

LISTA DE SÍMBOLOS

τ	Tensão de cisalhamento atuante
σ_n	Tensão normal atuante para um dado deslocamento cisalhante u_s
σ_{n0}	Tensão normal inicial atuante
σ_c	Resistência à compressão simples da rocha intacta
ϕ_b	Ângulo de atrito básico
ϕ_r	Ângulo de atrito residual – interface preenchimento/rocha
ϕ_{peak}	Ângulo de atrito de pico do material de preenchimento
ϕ_{fill}	Ângulo de atrito interno do material de preenchimento
i	Ângulo de dilatação para um dado deslocamento cisalhante u_s
i_0	Ângulo inicial da aspereza
k_n	Rigidez normal de contorno
u_n	Dilatação
u_s	Deslocamento cisalhante
u_{peak}	Deslocamento cisalhante correspondente à tensão de pico
η	Fator de compressão modificado
JRC	Coefficiente de rugosidade da descontinuidade
c_1	Constante empírica que controla a taxa de compressão do preenchimento
c_2	Constante empírica que controla a degradação da aspereza
c_3	Constante de ajuste do modelo
a	Amplitude da aspereza
t	Espessura do preenchimento
$a_0, a_n e b_n$	Coefficientes da série de Fourier
T	Período de Fourier
N_h	Número de harmônicos da série de Fourier
L_f	Fator sigma de Lanczos
Φ	Função de base radial

β_i	Constantes de ajuste das funções de base radial
N_Φ	Número de funções de base radial
u_{si}	Pontos amostrados (centros das funções de base radial)
σ	Parâmetros de ajuste das funções de base radial
N	Número de pontos amostrados ao longo de um ensaio de cisalhamento
$\hat{\tau}$	Resistência ao cisalhamento estimada pelo modelo analítico
τ_i	Resistência ao cisalhamento obtida de forma experimental
p_i	Probabilidade do indivíduo i ser selecionado para cruzamento
N_{ind}	Número de indivíduos pertencentes à população
x_g	Melhor posição obtida pelas partículas vizinhas
x_p	Melhor posição obtida até a presente iteração pela partícula
$x^{(i)}$	Vetor posição para a partícula
$v^{(i)}$	Vetor velocidade para a partícula
α_1	Parâmetro cognitivo
α_2	Parâmetro social
ω	Função de inércia
$r, r_1 e r_2$	Números aleatórios entre 0 e 1
X	Vetor de variáveis de entrada do modelo neuronal
W	Matriz de pesos sinápticos do modelo neuronal
y_1	Valor do neurônio da camada de saída
b_1	Bias do neurônio da camada de saída

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	19
1.1	Objetivos	21
1.2	Estrutura da Dissertação	22
2	COMPORTAMENTO CISALHANTE DE DESCONTINUIDADES . . .	23
2.1	Modelos do comportamento cisalhante de descontinuidades sem preen-	
	chimento	23
2.1.1	<i>Patton et al. (1966)</i>	23
2.1.2	<i>Ladanyi e Archambault (1970)</i>	24
2.1.3	<i>Propostas de Barton (1973, 1977, 1982)</i>	25
2.1.4	<i>Skinas et al. (1990)</i>	27
2.1.5	<i>Seidel e Haberfield (1995)</i>	28
2.1.6	<i>Indraratna et al. (1998)</i>	29
2.1.7	<i>Indraratna e Haque (2000)</i>	31
2.1.8	<i>Indraratna et al. (2015)</i>	32
2.2	Modelos do comportamento cisalhante de descontinuidades com preen-	
	chimento	35
2.2.1	<i>Papaliangas et al. (1990)</i>	35
2.2.2	<i>Phien-Wej et al. (1990)</i>	36
2.2.3	<i>Toledo et al. (1993)</i>	37
2.2.4	<i>Indraratna et al. (1999)</i>	38
2.2.5	<i>Fishman (2004)</i>	39
2.2.6	<i>Indraratna et al. (2005)</i>	40
2.2.7	<i>Indraratna et al. (2010)</i>	41
2.2.8	<i>Shrivastava e Rao (2018)</i>	43
2.3	Conclusões Parciais	45
3	MÉTODOS META-HEURÍSTICOS PARA OTIMIZAÇÃO	46
3.1	Aspectos Gerais	46
3.2	Algoritmo Genético	47
3.3	Otimização por Nuvem de Partículas	50
3.4	Conclusões Parciais	53

4	DESENVOLVIMENTO DO MODELO	54
4.1	Introdução	54
4.2	Definição do mecanismo de cisalhamento das descontinuidades rochosas	55
4.3	Coleta de Dados	57
4.4	Ajuste das curvas de dilatância utilizando Funções de Base Radial . . .	59
4.5	Otimização por Métodos Meta-heurísticos	61
4.6	Desenvolvimento de modelo neuronal para a previsão dos parâmetros do modelo de Oliveira e Indraratna (2010)	63
5	RESULTADOS	67
5.1	Obtenção dos parâmetros via métodos de otimização meta-heurísticos .	67
5.2	Modelo neuronal de previsão dos parâmetros	72
5.3	Validação dos modelos neuronais	76
5.4	Análises de Equilíbrio Limite	78
5.4.1	<i>Problema de Estabilidade de Taludes</i>	78
5.4.2	<i>Problema de Estabilidade de Blocos em Túneis</i>	83
6	CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS . . .	90
6.1	Conclusões	90
6.2	Sugestões para Trabalhos Futuros	91
	REFERÊNCIAS	92
	APÊNDICES	98
	APÊNDICE A – Arquivos de Entrada BIOS	98
	APÊNDICE B – Código-fonte BIOS	103
	APÊNDICE C – Código-fonte Rede Neural Artificial	114
	APÊNDICE D – Valores sugeridos para as constantes do modelo de Oliveira e Indraratna (2010)	117

1 INTRODUÇÃO

Dada a sua importância no comportamento mecânico dos maciços rochosos, diversos modelos têm sido desenvolvidos ao longo do tempo para descrever o comportamento cisalhante das descontinuidades rochosas. Nestes modelos, em geral, busca-se representar o comportamento cisalhante das descontinuidades rochosas a partir de parâmetros como: presença, espessura e resistência ao cisalhamento do material de preenchimento; tensão normal inicial atuante no plano da descontinuidade; rigidez normal de contorno; rugosidade da descontinuidade; e as características de resistência e deformabilidade da rocha intacta (PATTON *et al.*, 1966; JAEGER, 1971; BARTON, 1982; LADANYI; ARCHAMBAULT, 1977; PAPALIANGAS *et al.*, 1990; PHIEN-WEJ *et al.*, 1990; JOHNSTON; LAM, 1989; SKINAS *et al.*, 1990; INDRARATNA; HAQUE, 2000; INDRARATNA *et al.*, 2010a; OLIVEIRA; INDRARATNA, 2010; INDRARATNA *et al.*, 2015; SHRIVASTAVA; RAO, 2018).

Um dos primeiros modelos clássicos desenvolvido para representar o comportamento cisalhante de descontinuidades rochosas foi proposto por Patton *et al.* (1966). Baseado no critério de Coulomb, Patton *et al.* (1966) propôs um modelo de falha bilinear para representar a tensão cisalhante de pico em descontinuidades não preenchidas baseado em resultados de ensaios de cisalhamento direto realizados sobre condições de carregamento normal constante (CNL), para o qual o mecanismo de ruptura da descontinuidade rochosa se dava por deslizamento entre os planos das asperezas (rocha intacta) e cisalhamento das asperezas que compõem o perfil de rugosidade da descontinuidade rochosa. Embora apresentasse certas limitações, o modelo de Patton *et al.* (1966) teve grande importância histórica, sobretudo por servir de base para o desenvolvimento de diversas outras formulações.

Barton (1973), baseado no modelo de Patton *et al.* (1966), considerou que a resistência ao cisalhamento de pico de uma descontinuidade rochosa sem preenchimento é também função do atrito mobilizado durante o processo de cisalhamento devido ao cisalhamento entre as faces das asperezas – representado pelo ângulo de atrito básico (ϕ_b) –, e pela rugosidade da descontinuidade representada aqui pelo coeficiente de rugosidade da junta (JRC). O modelo proposto por Barton (1973) também levou em consideração a influência da degradação das asperezas em função da resistência à compressão simples da rocha intacta (σ_c) e da tensão normal atuante em condições CNL.

Posteriormente, Barton e Choubey (1977) sugeriram a alteração do modelo de Barton (1973) com o intuito de possibilitar a aplicação do modelo para casos mais realistas, levando

em consideração o nível de alteração da rocha que interfere diretamente na sua resistência ao cisalhamento. Para isso, substituiu-se o valor do ângulo de atrito básico (ϕ_b) pelo ângulo de atrito residual (ϕ_r), e a resistência à compressão simples da rocha intacta pelo coeficiente de resistência da junta (JCS), o qual representa uma medida mais realista da resistência à degradação das asperezas, uma vez que leva em consideração a ação das intempéries atuantes na descontinuidade rochosa. Em seguida, Barton (1982) modificou a proposta de Barton e Choubey (1977), introduzindo os conceitos de resistência ao cisalhamento mobilizada (τ_{mob}) e do coeficiente de rugosidade mobilizada da descontinuidade (JRC_{mob}), permitindo assim que tal modelo possa ser aplicado para a previsão da tensão cisalhante levando-se em conta a diminuição da rugosidade das descontinuidades devido à degradação que ocorre durante o processo de cisalhamento.

Diante da necessidade de modelos que representassem o comportamento cisalhante de descontinuidades sob condições de contorno mais realistas – uma vez que modelos tradicionais como os de Patton *et al.* (1966), Barton (1973), Barton e Choubey (1977), Barton (1982), entre outros, foram desenvolvidos apenas para a previsão da tensão de pico em descontinuidades rochosas sem preenchimento sob condições CNL – vários estudos foram desenvolvidos com o objetivo de avaliar a influência de parâmetros que também influenciam no comportamento cisalhante das descontinuidades rochosas, sendo um dos primeiros a ser avaliado a rigidez normal de contorno (SKINAS *et al.*, 1990; HEUZE; BARBOUR, 1981; INDRARATNA *et al.*, 1998; INDRARATNA *et al.*, 1999). Entre estes estudos, pode-se citar a proposta de Indraratna e Haque (2000), a qual utilizou-se de séries de Fourier para representar a relação deslocamento cisalhante *versus* dilatação em descontinuidades rochosas, permitindo a previsão do comportamento cisalhante das descontinuidades rochosas não preenchidas tanto em condições CNL, como em condições de rigidez normal constante (CNS). Posteriormente, Indraratna *et al.* (2015) propuseram um modelo do comportamento cisalhante de descontinuidades rochosas naturais sob condições CNS, desta vez com a consideração do efeito de degradação das asperezas.

Além da influência da rigidez de contorno, outros estudos buscaram também avaliar o comportamento cisalhante de descontinuidades rochosas levando-se em conta o efeito da presença de material de preenchimento entre as paredes rochosas (LADANYI; ARCHAMBAULT, 1977; TOLEDO *et al.*, 1993; PAPALIANGAS *et al.*, 1993; LAMA, 1978; PHIEN-WEJ *et al.*, 1990; INDRARATNA *et al.*, 1999; INDRARATNA *et al.*, 2010a).

Entre as formulações analíticas existentes para a definição do comportamento ci-

salhante das descontinuidades rochosas, utilizou-se neste trabalho a proposta de Oliveira e Indraratna (2010), desenvolvida com o intuito de representar a influência tanto do material de preenchimento quanto da rigidez normal de contorno no comportamento cisalhante de descontinuidades rochosas, assumindo-se, para isso, que o modelo se comporta de acordo com um mecanismo de cisalhamento descrito por Toledo *et al.* (1993). Embora a proposta de Oliveira e Indraratna (2010) considere os principais fatores que governam o comportamento cisalhante das descontinuidades mencionados anteriormente, a dificuldade na determinação das constantes de ajuste do modelo aos dados experimentais torna-se o principal obstáculo para a sua aplicação prática, em virtude do extensivo trabalho laboratorial e modelagem matemática necessários.

Diante deste cenário, a aplicação de métodos meta-heurísticos de otimização e a utilização das redes neurais artificiais apresentam-se como alternativas de modelagem práticas e viáveis, especialmente por sua capacidade de resolver problemas complexos e multidimensionais, podendo-se citar aplicações em várias áreas da Mecânica das Rochas como exemplo: a determinação do perfil de rugosidade de rochas (BABANOURI *et al.*, 2013); definição de parâmetros geomecânicos e geotécnicos (MAJDI; BEIKI, 2019; SONG *et al.*, 2015); análises da resistência à compressão uniaxial de rochas (MOHAMAD *et al.*, 2018; MOMENI *et al.*, 2015); tratamento estatístico em descontinuidades rochosas (SONG *et al.*, 2017); obtenção de informações em análises de estabilidade de taludes rochosas (KALATEHJARI *et al.*, 2014); avaliação da capacidade de carga de estacas (ARMAGHANI *et al.*, 2017); escavações de túneis (XING *et al.*, 2010; ANNAN; ZHIWU, 2011; YAGIZ; KARAHAN, 2015; LI *et al.*, 2017); previsão da resistência ao cisalhamento em maciços rochosos (GAO *et al.*, 2020); previsão da resistência ao cisalhamento em descontinuidades rochosas (Dantas Neto *et al.*, 2017; LEITE; Dantas Neto, 2020); entre outras aplicações.

1.1 Objetivos

Este trabalho tem por objetivo geral aplicar métodos meta-heurísticos e redes neurais artificiais no estudo do comportamento cisalhante de descontinuidades rochosas.

Em paralelo, tem-se os seguintes objetivos específicos definidos:

- Apresentar uma metodologia de otimização e comparar a aplicação de diferentes métodos meta-heurísticos (algoritmo genético e PSO) na determinação dos valores ótimos dos parâmetros de ajuste do modelo analítico proposto por Oliveira e Indraratna (2010), segundo um indicador padrão de performance;

- Desenvolver e avaliar a capacidade de um modelo de previsão utilizando redes neurais artificiais do tipo perceptron a partir do conhecimento das variáveis governantes do comportamento cisalhante das descontinuidades rochosas;
- Avaliar a utilização de funções de base radial na determinação da relação deslocamento cisalhante *versus* dilatância;
- Aplicar a metodologia desenvolvida na obtenção de soluções geotécnicas a partir de análises de equilíbrio limite.

1.2 Estrutura da Dissertação

Esta dissertação é composta por seis capítulos. No primeiro deles, uma introdução geral ao tema é apresentada. Em seguida, no segundo capítulo, são destacados os principais modelos do comportamento cisalhante de descontinuidades, desenvolvidos ao longo de décadas de estudo por diferentes pesquisadores. Neste capítulo, tais modelos são apresentados segundo a ordem cronológica que foram desenvolvidos, separados em duas seções principais de acordo com a consideração ou não de material de preenchimento em suas formulações.

No terceiro capítulo, aspectos gerais acerca dos algoritmos meta-heurísticos de otimização são introduzidos. Dentre tais estratégias, destacam-se o Algoritmo Genético (*Genetic Algorithm* - GA) e a Otimização por Nuvem de Partículas (*Particle Swarm Optimization* - PSO).

No quarto capítulo, apresenta-se o desenvolvimento do modelo proposto, de acordo com as etapas de definição do mecanismo de cisalhamento; coleta de dados; ajuste das curvas de dilatância; otimização; e treinamento, teste e validação do modelo de previsão.

No quinto capítulo, são apresentados os resultados obtidos. Neste capítulo, além dos aspectos referentes ao conjunto de dados experimentais coletados, discute-se a utilização da metodologia desenvolvida para a obtenção de soluções geotécnicas a partir de análises de equilíbrio limite. Por fim, no sexto capítulo, apresentam-se as conclusões, considerações finais e sugestões para trabalhos futuros.

2 COMPORTAMENTO CISALHANTE DE DESCONTINUIDADES

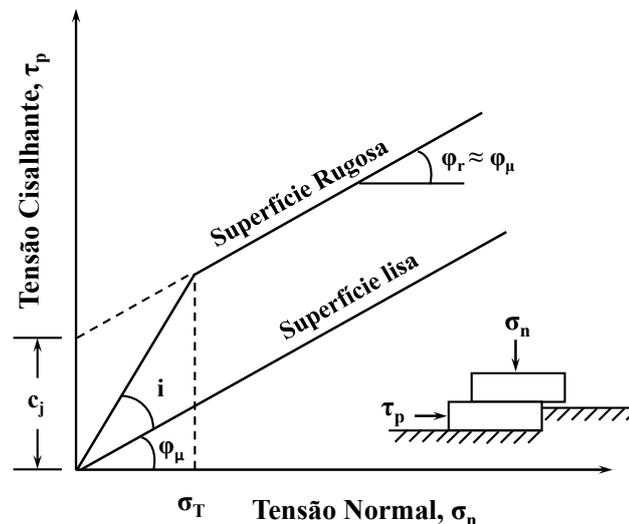
Com base em hipóteses simplificadoras e em resultados de ensaios experimentais, diversos modelos de resistência ao cisalhamento para descontinuidades rochosas têm sido desenvolvidos ao longo das últimas décadas. Tais modelos disponíveis vão desde adaptações do modelo de Mohr-Coulomb com superfícies rugosas idealizadas, a formulações mais realistas baseadas na degradação das asperezas e no ângulo de dilatância, por exemplo. A seguir, apresentam-se os principais modelos de resistência ao cisalhamento para descontinuidades rochosas, segundo a ordem cronológica de desenvolvimento destes modelos e a consideração de material de preenchimento em suas formulações.

2.1 Modelos do comportamento cisalhante de descontinuidades sem preenchimento

2.1.1 Patton *et al.* (1966)

Baseado no critério de Coulomb, Patton *et al.* (1966) realizaram uma série de ensaios de cisalhamento direto sob carga normal constante (CNL). A partir desses testes, estabeleceu-se um critério de falha bilinear com uma tensão de transição, a qual define a mudança de ruptura por deslizamento para ruptura por cisalhamento da aspereza, conforme a Figura 1.

Figura 1 – Critério de falha bilinear de Patton.



Fonte: Adaptado de Seidel e Haberfield (1995).

Para valores de tensão normal (σ_n) menores que a tensão de transição (σ_T), a tensão de cisalhamento de pico (τ_p) é governada pelo mecanismo de deslizamento e é função do ângulo

de atrito de deslizamento (ϕ_μ) e da inclinação da aspereza (i). Acima dessa tensão de transição, a tensão de cisalhamento de pico é governada pela resistência ao cisalhamento através das asperezas e é função do intercepto coesivo (c_j) e do ângulo de atrito interno residual (ϕ_r):

$$\tau_p = \begin{cases} \sigma_n \cdot \tan(\phi_\mu + i) & , \text{ para } \sigma_n < \sigma_T \\ c_j + \sigma_n \cdot \tan(\phi_r) & , \text{ para } \sigma_n \geq \sigma_T \end{cases} \quad (2.1)$$

onde a tensão de transição (σ_T) é dada por:

$$\sigma_T = \frac{c_j}{\tan(\phi_\mu + i) - \tan(\phi_r)} \quad (2.2)$$

2.1.2 *Ladanyi e Archambault (1970)*

Ladanyi e Archambault (1970) forneceram uma extensão ao modelo de Patton *et al.* (1966) para explicar os mecanismos de deslizamento e cisalhamento encontrados nas descontinuidades naturais rochosas. Para isso, foi considerada a resistência ao cisalhamento de descontinuidades compreendendo asperezas triangulares regulares com ângulos de aspereza de $\pm i$. No entanto, em vez de adotar a abordagem por equilíbrio de força usada por Patton *et al.* (1966), foram adotados princípios de energia.

Deste modo, a resistência ao cisalhamento total (S) pode ser considerada como a soma de quatro componentes, sendo três relacionadas com o mecanismo de deslizamento da aspereza (S_1, S_2, S_3) e uma relacionada com o mecanismo de cisalhamento da aspereza (S_4):

$$S = (S_1 + S_2 + S_3) \cdot (1 - a_s) + S_4 \cdot a_s \quad (2.3)$$

onde S_1 é a componente devido ao trabalho externo realizado na dilatância contra a força normal, S_2 é a componente devido ao trabalho interno adicional do atrito devido à dilatância, S_3 é a componente devido ao trabalho realizado pelo atrito interno se a amostra não mudou de volume durante o cisalhamento, S_4 é a componente devido ao cisalhamento através das asperezas rochosas, e a_s é a proporção da superfície da descontinuidade que é cisalhada (A_s) em relação ao material intacto (A).

Assumindo-se que o mecanismo de deslizamento é preponderante no comportamento da descontinuidade, assume-se:

$$S = S_1 + S_2 + S_3 \quad (2.4)$$

$$S = N \cdot \frac{dy}{dx} + S \cdot \tan \phi_u \cdot \frac{dy}{dx} + N \cdot \tan \phi_u \quad (2.5)$$

onde N é a força normal, (dy/dx) é a taxa de dilatação e ϕ_u é o ângulo de atrito básico.

Baseando-se na hipótese de aspereza rígida, estabelece-se a taxa de dilatação (dy/dx) igual à tangente do ângulo da aspereza (i). Diante disso, tem-se:

$$\tau = \frac{\sigma_n \cdot (\tan i + \tan \phi_u)}{1 - \tan i \cdot \tan \phi_u} \quad (2.6)$$

onde τ é a resistência ao cisalhamento da descontinuidade, e σ_n é a tensão normal. Para superfícies irregulares de geometria complexa, o ângulo de aspereza (i) não pode ser determinado, devendo-se substituir $\tan i$ por $v = dy/dx$.

2.1.3 Propostas de Barton (1973, 1977, 1982)

Barton (1973) estudou o comportamento das descontinuidades em rochas e propôs um critério que é uma modificação do modelo de Patton *et al.* (1966), o qual é definido como:

$$\tau = \sigma_n \cdot \tan \left[\phi_b + JRC \cdot \log \left(\frac{\sigma_c}{\sigma_n} \right) \right] \quad (2.7)$$

onde τ é a resistência ao cisalhamento da descontinuidade, σ_n é a tensão normal, ϕ_b é o ângulo de atrito básico, JRC é o coeficiente de rugosidade da descontinuidade, e σ_c é a resistência à compressão da rocha intacta.

Conforme pode ser observado, existe uma similaridade entre a Equação 2.7 e aquela proposta por Patton *et al.* (1966), de modo que a dilatação variável pode ser deduzida a partir da relação:

$$i_{\tau p} = JRC \cdot \log \left(\frac{\sigma_c}{\sigma_n} \right) \quad (2.8)$$

onde $i_{\tau p}$ é o ângulo de dilatação no pico. Contudo, é importante destacar a principal diferença entre os modelos de Patton *et al.* (1966) e Barton (1973): enquanto o primeiro usa o ângulo de dilatação inicial, o segundo adota o ângulo de dilatação na tensão de pico, de modo que a relação $i_0 = JRC$ pode ser considerada.

Com base neste modelo, Barton e Choubey (1977) sugeriram a alteração da Equação 2.7 com o intuito de possibilitar sua aplicação para casos mais gerais. Para isso, substituiu-se o valor do ângulo de atrito básico (ϕ_b) pelo ângulo de atrito residual (ϕ_r), e a resistência à compressão uniaxial da rocha intacta (σ_c) pelo coeficiente de resistência da descontinuidade (JCS), o qual representa uma medida mais realista da resistência à degradação das asperezas, uma vez que leva em consideração a ação das intempéries atuantes da descontinuidade rochosa.

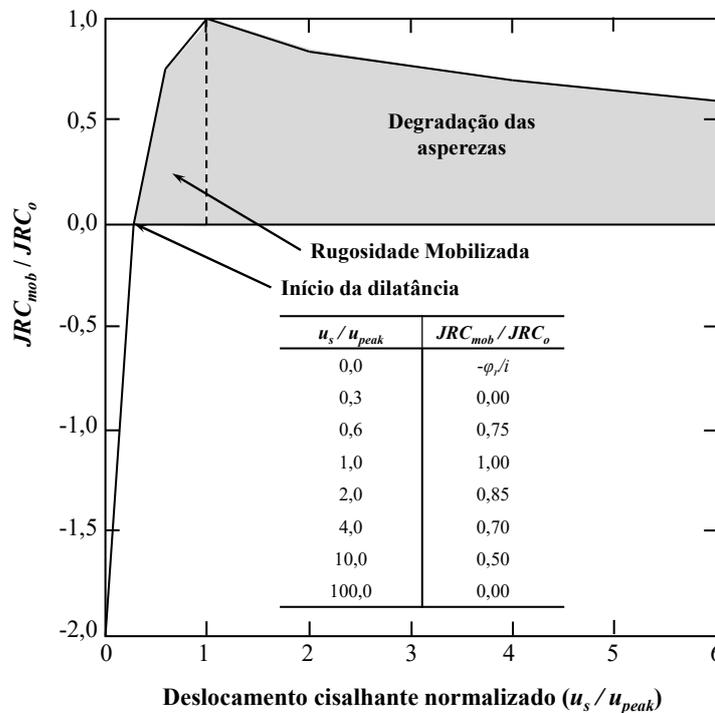
$$\tau = \sigma_n \cdot \tan \left[\phi_r + JRC \cdot \log \left(\frac{JCS}{\sigma_n} \right) \right] \quad (2.9)$$

Posteriormente, Barton (1982) modificou a Equação 2.9, a qual representa a resistência de pico, e introduziu os conceitos de resistência ao cisalhamento mobilizada (τ_{mob}) e coeficiente de rugosidade mobilizada da descontinuidade (JRC_{mob}), podendo assim ser aplicada para tensões pré e pós-pico.

$$\tau_{mob} = \sigma_n \cdot \tan \left[\phi_r + JRC_{mob} \cdot \log \left(\frac{JCS}{\sigma_n} \right) \right] \quad (2.10)$$

O coeficiente de rugosidade mobilizada (JRC_{mob}) é empiricamente reduzido para considerar o cisalhamento e dano nas asperezas como uma função do deslocamento cisalhante normalizado (u_s/u_{peak}), como mostrado na Figura 2.

Figura 2 – Modelo adimensional para a relação tensão de cisalhamento *versus* deslocamento.



Fonte: Adaptado de Oliveira e Indraratna (2010).

O deslocamento cisalhante de pico (u_{peak}) é estimado por:

$$u_{peak} = \frac{L_n}{500} \left(\frac{JRC_n}{L_0} \right)^{0,33} \quad (2.11)$$

onde L_n é o comprimento da descontinuidade na escala de campo, L_0 é o comprimento da descontinuidade na escala de laboratório, e JRC_n é o coeficiente de rugosidade da descontinuidade na escala de campo.

Os incrementos de tensão de cisalhamento ($\Delta\tau$) e de deslocamento (Δu_s) são então definidos por:

$$\Delta\tau = \begin{cases} \Delta u_s \cdot \sigma_n \cdot \left(\frac{\tan(0,75 \cdot \phi_r)}{0,2 \cdot u_{peak}} \right) \cdot L, & \text{para } (u_s/u_{peak}) < 0,2 \\ \Delta u_s \cdot \sigma_n \cdot \left(\frac{\tan(0,25 \cdot \phi_r)}{0,1 \cdot u_{peak}} \right) \cdot L, & \text{para } (u_s/u_{peak}) > 0,2 \end{cases} \quad (2.12)$$

onde L é o comprimento da descontinuidade.

O deslocamento normal mobilizado (Δu_n) é definido por:

$$\Delta u_n = \Delta u_s \cdot \tan \left[0,5 \cdot JRC_{mob} \cdot \log \left(\frac{JCS}{\sigma_n} \right) \right] \quad (2.13)$$

2.1.4 *Skinas et al. (1990)*

Skinas et al. (1990) descreveram o comportamento de descontinuidades baseado em condições CNS adotando o conceito de dilatância mobilizada, inicialmente proposto por Barton (1973) para condições CNL. A variação da dilatância (Δv) em função da variação do deslocamento cisalhante (Δu) é definida como:

$$\Delta v = \Delta u \cdot \tan(d_{n,mob}) \quad (2.14)$$

$$d_{n,mob} = \frac{1}{M} \cdot JRC_{mob} \cdot \log \left(\frac{JCS}{\sigma_n} \right) \quad (2.15)$$

onde M é o fator de dano, JRC_{mob} é o coeficiente de rugosidade da descontinuidade mobilizado, JCS é a resistência à compressão na parede da descontinuidade, e σ_n é a tensão normal. Os valores de M para tensões de pico foram definidos por Barton e Choubey (1977) como iguais a 1 e 2 para baixas e elevadas tensões normais, respectivamente. *Skinas et al. (1990)* estabeleceram que, para tensões elevadas e pós-pico, M pode assumir o valor de 5.

A dilatância em um ponto Q qualquer, na curva dilatância *versus* deslocamento cisalhante (Figura 3), e a tensão normal correspondente podem ser definidos por:

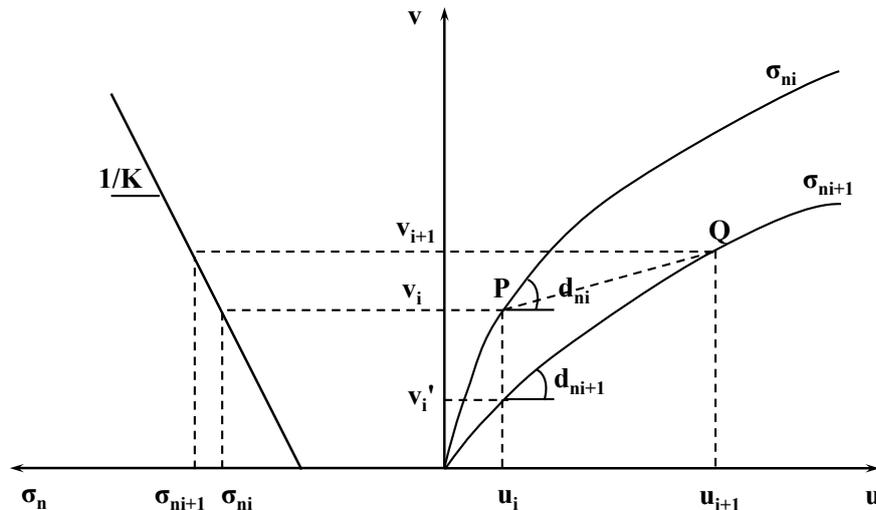
$$v_{i+1} = v_i + (u_{i+1} - u_i) \cdot \tan(d_{n,i+1}) \quad (2.16)$$

$$\sigma_{n,i+1} = \sigma_{n,i} + K \cdot (v_{i+1} - v_i) \quad (2.17)$$

Considerando-se a dilatância mobilizada, pode-se estabelecer:

$$v_{i+1} = v_i + (u_{i+1} - u_i) \cdot \tan \left[\frac{1}{M} \cdot JRC_{mob,i} \cdot \log \left(\frac{JCS}{\sigma_{n,i+1}} \right) \right] \quad (2.18)$$

Figura 3 – Procedimento de cálculo para modelar a dilatância sob condições CNS.



Fonte: Adaptado de Skinas *et al.* (1990).

Deste modo, o incremento de tensão normal ($\Delta\sigma$) pode ser calculado a partir da dilatância conhecida v_{i+1} como:

$$\Delta\sigma = \frac{K \cdot v_{i+1}}{A} \quad (2.19)$$

onde A é a área total da descontinuidade.

Por fim, a tensão de cisalhamento mobilizada para qualquer estágio do processo de cisalhamento pode ser calculada por:

$$\tau_{mob} = \sigma_{n,i+1} \cdot \tan \left[\phi_r + JRC_{mob,i+1} \cdot \log \left(\frac{JCS}{\sigma_{n,i+1}} \right) \right] \quad (2.20)$$

onde ϕ_r é o ângulo de atrito residual. Alguns estudos mostram que os valores de ϕ_r e ϕ_b são aproximadamente iguais e portanto é aceitável substituir ϕ_r por ϕ_b .

Tal modelo é baseado na hipótese de que o comportamento cisalhante de uma descontinuidade é independente do histórico de tensões, o que nem sempre pode ser aplicável, visto que o aumento da tensão normal durante o processo de cisalhamento pode causar diferentes graus de degradação das asperezas ao longo da superfície da descontinuidade. Além disso, de acordo com Indraratna e Haque (2000), o uso deste modelo é complicado porque é baseado no JRC mobilizado, o qual é de difícil obtenção.

2.1.5 Seidel e Haberfield (1995)

Seidel e Haberfield (1995) desenvolveram um modelo baseado no conceito de energia apresentado por Ladanyi e Archambault (1970). Diferentemente destes, Seidel e Haberfield

(1995) consideraram que as asperezas deformariam inelasticamente, e não como elementos rígidos, o que resultaria em permanentes e não-recuperáveis deformações na rocha, e a energia usada para causar tais deformações seria perdida no processo de esmagamento.

Por analogia ao conceito de Ladanyi e Archambault (1970) definiram-se:

$$S = S_1 + S_2 + S_3 \quad (2.21)$$

$$S = \left(N \cdot \frac{dy - dp}{dx} + N \cdot \frac{dp}{dx} \right) + S \cdot v \cdot \tan \phi_u + N \cdot \tan \phi_u \quad (2.22)$$

$$S = N \cdot \tan i + S \cdot v \cdot \tan \phi_u + N \cdot \tan \phi_u \quad (2.23)$$

onde dp é a deformação inelástica gradativa.

Nesse caso, adotando-se a mesma terminologia usada por Ladanyi e Archambault (1970), verifica-se que a redução do trabalho realizado devido à dilatação contra a força normal (S_1) é equilibrada pelo trabalho necessário e perdido na produção de deformações inelásticas, mantendo-se S_1 inalterada. Além disso, a quantidade de movimento de dilatação é reduzida devido aos movimentos inelásticos (isto é, degradação), o que modifica a componente S_2 ($v < \tan i$). Por outro lado, a componente devido ao trabalho realizado pelo atrito interno se a amostra não alterar o volume (S_3) não é afetada. Assim, estabelece-se:

$$\tau = \frac{\sigma_n \cdot (\tan i + \tan \phi_u)}{(1 - v \cdot \tan \phi_u)} \quad (2.24)$$

Além disso, Seidel e Haberfield (1995) consideraram que a descontinuidade seria composta por n asperezas com diferentes inclinações (i_j). Deste modo, a resistência ao cisalhamento de uma descontinuidade seria determinada como a soma das resistências individuais por aspereza, as quais são uma função da tensão normal atuante (σ_{nj}) e do ângulo de aspereza (i_j).

$$\tau = \frac{1}{A} \sum_{j=1}^{j=n} a_j \cdot \sigma_{nj} \cdot \frac{(\tan i_j + \tan \phi_u)}{(1 - v \cdot \tan \phi_u)} \quad (2.25)$$

onde A é a área total de contato da descontinuidade, a_j é a área de contato individual da aspereza, e σ_{nj} é a tensão normal de contato local.

2.1.6 Indraratna et al. (1998)

Indraratna et al. (1998) verificaram que a Equação 2.9 pode ser usada para estimar a resistência ao cisalhamento de pico, assumindo que a tensão normal permaneça momentaneamente constante sob condições CNS. Contudo, ao aplicar tal equação, nota-se que a resistência

ao cisalhamento para uma variedade de tensões normais tende a subestimar os resultados de laboratório.

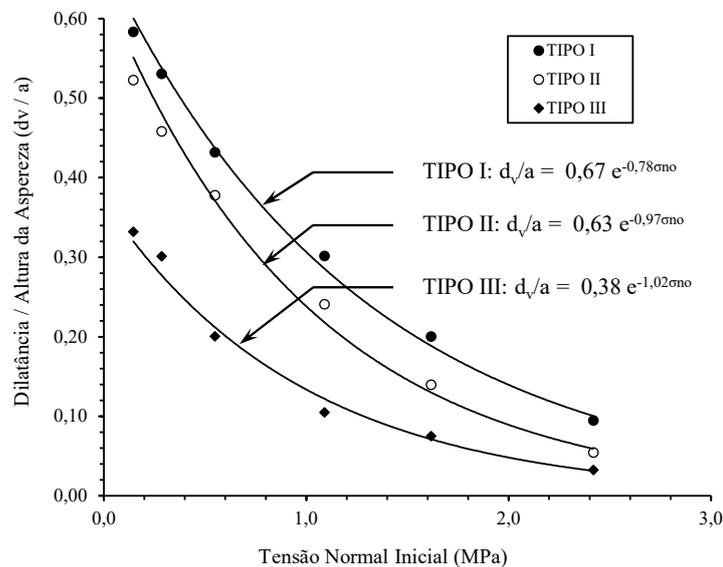
Para se adequar à condição CNS e incorporar o efeito das asperezas no que diz respeito à dilatância e degradação da superfície, propôs-se a seguinte relação usando os resultados de descontinuidades artificiais (tipos I, II, III):

$$i\tau_p = i_0 \cdot \left(1 - \frac{\sigma_n}{\sigma_c}\right)^\beta \quad (2.26)$$

onde β é um parâmetro que considera o efeito da degradação das descontinuidades. Para as descontinuidades artificiais testadas pelos autores, Tipo I, Tipo II e Tipo III, os valores de β obtidos foram 0.19, 1.5 e 3.0, respectivamente.

Além disso, é demonstrado na Figura 4 que o aumento da tensão normal sob condições CNS é regido pela dilatância das descontinuidades durante o cisalhamento. Pode-se notar que a relação normalizada entre a dilatância no pico de cisalhamento e a altura da aspereza (d_v/a) possui uma relação com a tensão normal inicial (σ_{n0}) para um determinado perfil de descontinuidade.

Figura 4 – Variação da taxa d_v/a em função da tensão normal.



Fonte: Adaptado de Indraratna *et al.* (1998).

Portanto, a tensão normal (σ_n) correspondente ao pico de tensão de cisalhamento sob rigidez normal constante (CNS) pode ser calculada conhecendo a dilatância associada e a rigidez normal da descontinuidade:

$$\sigma_{n,CNS} = \sigma_{n0} + \Delta\sigma_n = \sigma_{n0} + \frac{k \cdot d_v}{A} \quad (2.27)$$

onde $\sigma_{n,CNS}$ é a tensão normal correspondente a tensão de cisalhamento de pico para um dado valor de σ_{n0} sob rigidez normal constante, k é a rigidez normal, d_v é a dilatância correspondente a tensão de cisalhamento de pico, e A é a área da superfície da descontinuidade.

Diante disso, propôs-se a seguinte equação:

$$\tau_{p,CNS} = \sigma_{n,CNS} \cdot \tan \left[\phi_b + i_0 \cdot \left(1 - \frac{\sigma_n}{\sigma_c} \right)^\beta \right] \quad (2.28)$$

2.1.7 Indraratna e Haque (2000)

Indraratna e Haque (2000) adotaram as considerações propostas por Seidel e Haberfield (1995) para modelar o comportamento cisalhante de uma descontinuidade não preenchida com forma triangular e asperezas regulares. Neste modelo, séries de Fourier foram utilizadas para representar o comportamento da dilatância (δ_v) de uma descontinuidade em função do deslocamento cisalhante (h), segundo a forma:

$$\delta_v(h) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n \cdot \cos \left(\frac{2\pi nh}{T} \right) + b_n \cdot \sin \left(\frac{2\pi nh}{T} \right) \right] \quad (2.29)$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_a^b f(x) \cdot \cos \left(\frac{2\pi nh}{T} \right) \cdot dx \quad (2.30)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_a^b f(x) \cdot \sin \left(\frac{2\pi nh}{T} \right) \cdot dx \quad (2.31)$$

onde a_0 , a_n e b_n são parâmetros determinados de acordo com os dados experimentais, e T é o período das funções ($T = b - a$). Para um grande número de pontos, os valores de a_n e b_n podem ser simplificados segundo as equações a seguir, dividindo-se o gráfico dilatância *versus* deslocamento cisalhante em m partes iguais, e usando-se o método de integração retangular:

$$a_n \approx \frac{2}{m} \sum_{k=0}^{m-1} y_k \cdot \cos \left(\frac{2\pi nk}{m} \right) \quad (2.32)$$

$$b_n \approx \frac{2}{m} \sum_{k=0}^{m-1} y_k \cdot \sin \left(\frac{2\pi nk}{m} \right) \quad (2.33)$$

Conhecida a relação dilatância *versus* deslocamento cisalhante, a variação da tensão normal em função de uma rigidez normal constante (k_n) pode ser determinada por:

$$\sigma_n(h) = \sigma_{n0} + \Delta\sigma_{nh} = \sigma_{n0} + \frac{k_n \cdot \delta_v(h)}{A} \quad (2.34)$$

onde $\sigma_n(h)$ é a tensão normal para um deslocamento cisalhante h , σ_{n0} é a tensão normal inicial, $\Delta\sigma_{nh}$ é o acréscimo de tensão normal para um deslocamento cisalhante h , k_n é a rigidez normal, $\delta_v(h)$ é a dilatação correspondente ao deslocamento cisalhante h , e A é a área superficial da descontinuidade.

Dados o ângulo da aspereza inicial (i) e a taxa de dilatação (i_h), a resistência ao cisalhamento em função do deslocamento cisalhante pode ser calculada por meio de uma forma modificada da equação de Patton *et al.* (1966), como apresentado a seguir:

$$\tau_h = (\sigma_{n0} + \Delta\sigma_{nh}) \cdot \tan(\phi_b + i_h) = (\sigma_{n0} + \Delta\sigma_{nh}) \cdot \left[\frac{\tan \phi_b + \tan i}{1 - \tan \phi_b \cdot \tan i_h} \right] \quad (2.35)$$

onde ϕ_b é o ângulo de atrito básico, e i_h é a inclinação da reta tangente à curva da dilatação para o deslocamento cisalhante h .

Substituindo $\sigma_n(h)$ na Equação 2.35 e expressando em termos da série de Fourier, estabelece-se:

$$\tau_h = \left[\sigma_{n0} + \frac{k_n}{A} \left(\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos \left(\frac{2\pi nh}{T} \right) + b_n \sin \left(\frac{2\pi nh}{T} \right) \right) \right) \right] \left[\frac{\tan \phi_b + \tan i}{1 - \tan \phi_b \tan i_h} \right] \quad (2.36)$$

Uma vez que σ_n e i_h são funções contínuas, a tensão de cisalhamento de pico τ_p sempre existe, podendo ser definida graficamente ou usando métodos computacionais. Embora este modelo considere a trajetória de tensões durante o processo de cisalhamento, ele pode não representar o verdadeiro comportamento de descontinuidades naturais, visto que foi validado essencialmente para descontinuidades sintéticas com asperezas de geometria regular.

2.1.8 Indraratna *et al.* (2015)

Indraratna *et al.* (2015) propuseram um modelo do comportamento cisalhante de descontinuidades naturais rochosas com degradação das asperezas sob condições CNS. Neste modelo, assume-se que, sob condições CNS, o incremento de tensão normal ($d\sigma_n$) pode ser representado por:

$$d\sigma_n = K_n \cdot d\delta_v \quad (2.37)$$

onde K_n é a rigidez normal de contorno.

Além disso, com base na proposta de Heuze *et al.* (1979), estabelece-se que o incremento de deslocamento normal ($d\delta_v$) pode ser expresso por:

$$d\delta_v = \left(\frac{\partial \delta_v}{\partial \delta_h} \right)_{\sigma_n} \cdot d\delta_h + \left(\frac{\partial \delta_v}{\partial \sigma_n} \right)_{\delta_h} \cdot d\sigma_n \quad (2.38)$$

onde $d\delta_h$ é um incremento de deslocamento cisalhante, $d\sigma_n$ é um incremento de tensão normal, $(\partial\delta_v/\partial\delta_h)_{\sigma_n}$ é a taxa de dilatação para tensão normal constante e $(\partial\delta_v/\partial\sigma_n)_{\delta_h}$ é a taxa de fechamento da descontinuidade devido à compressão.

Combinando-se a Equação 2.38 com a Equação 2.37 e substituindo-se $(\partial\delta_v/\partial\delta_h)_{\sigma_n} = (\partial\delta_v/\partial\delta_h)_{CNL}$ e $(\partial\delta_v/\partial\sigma_n)_{\delta_h} = (1/k_n)_{\delta_h}$, a taxa de dilatação de uma descontinuidade sujeita à cisalhamento sob condições CNS para qualquer deslocamento cisalhante δ_h pode ser obtida por:

$$\left(\frac{d\delta_v}{d\delta_h}\right)_{CNS} = \frac{\left(\frac{\partial\delta_v}{\partial\delta_h}\right)_{CNL}}{1 - \frac{K_n}{(k_n)_{\delta_h}}} \quad (2.39)$$

Além disso, assume-se que o deslocamento cisalhante de pico ($\delta_{h,peak}$) correspondente à tensão de cisalhamento de pico é similar para as condições CNL e CNS. Assim, a taxa de dilatação da descontinuidade no pico sob condições CNL pode ser expressa pela equação de Barton e Choubey (1977):

$$\left(\frac{\partial\delta_v}{\partial\delta_h}\right)_{CNL,peak} = \tan\left(\frac{1}{M} \cdot JRC \cdot \log\left(\frac{JCS}{\sigma_n^*}\right)\right) \quad (2.40)$$

onde JRC é o coeficiente de rugosidade da descontinuidade, JCS é a resistência à compressão no plano da descontinuidade, σ_n^* é a tensão normal aplicada e M é o coeficiente de degradação, o qual recebe o valor de 1 (baixas tensões normais) ou 2 (elevadas tensões). Além disso, assume-se que $\sigma_n^* = \sigma_{n0}$ para condições CNS, visto que segundo a Equação 2.40 σ_n^* não varia com o deslocamento cisalhante.

A rigidez normal da descontinuidade para o deslocamento cisalhante no pico é dada por:

$$(k_n)_{\delta_h=\delta_{h-peak}} = \frac{1}{-\alpha \cdot \sec^2\beta + \lambda} \quad (2.41)$$

sendo:

$$\alpha = \frac{\delta_{h-peak} \cdot JRC \cdot \pi}{M \cdot \ln 10 \cdot \sigma_{n0} \cdot 180} \quad (2.42)$$

$$\beta = \frac{1}{M} \cdot JRC \cdot \log\left(\frac{JCS}{\sigma_{n0}}\right) \quad (2.43)$$

$$\lambda = \frac{k_{ni} \cdot V_m^2}{(k_{ni} \cdot V_m + \sigma_{n0})^2} \quad (2.44)$$

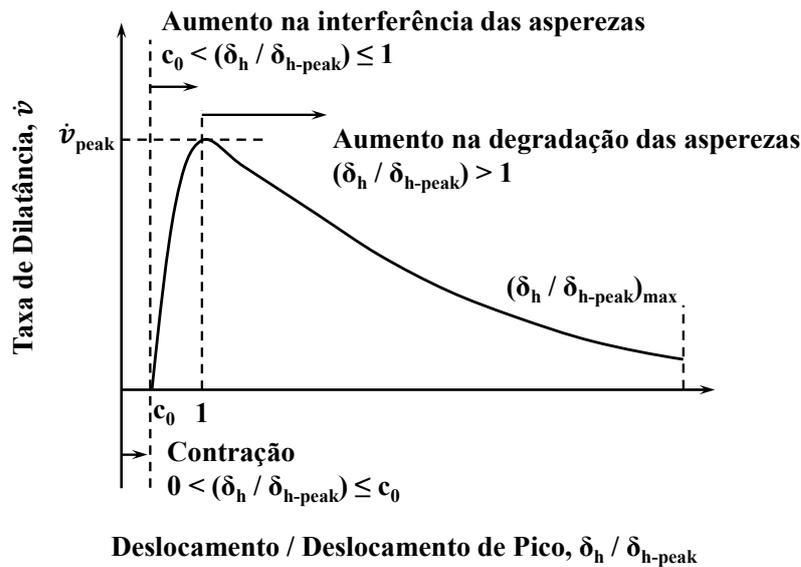
onde k_{ni} é a rigidez normal inicial, V_m é o máximo fechamento da descontinuidade e σ_{n0} é a tensão normal inicial. Combinando-se as equações anteriores e substituindo $\sigma_n^* = \sigma_{n0}$ como a

tensão inicial, a seguinte equação pode ser utilizada para o cálculo da taxa de dilatância de pico (\dot{v}_{peak}) sob condições CNS:

$$\dot{v}_{peak} = \left(\frac{d\delta_v}{d\delta_h} \right)_{CNS, peak} = \left(\frac{\tan \beta}{1 - K_n \cdot (-\alpha \cdot \sec^2 \beta + \lambda)} \right) \quad (2.45)$$

A variação da taxa de dilatância pode ser caracterizada por três zonas com base na relação $\delta_h / \delta_{h-peak}$, conforme a Figura 5.

Figura 5 – Variação da taxa de dilatância com o deslocamento cisalhante.



Fonte: Adaptado de Indraratna *et al.* (2015).

$0 < \delta_h / \delta_{h-peak} \leq c_0$: no início do cisalhamento, o contato entre as asperezas apresentará comportamento elástico. Como consequência, a dilatância será aproximadamente nula dentro de uma pequena faixa de valores para os deslocamentos cisalhantes. Assim, assume-se $\dot{v} = 0$. O valor de c_0 é considerado aproximadamente 0,3 para descontinuidades rugosas.

$c_0 < \delta_h / \delta_{h-peak} \leq 1$: as asperezas deslizam-se umas sobre as outras ao longo dos pontos de contato, de modo que a taxa de dilatância aumenta de zero até o valor de pico onde $\delta_h / \delta_{h-peak} = 1$. Neste caso, assume-se que a taxa de dilatância segue uma função quadrática:

$$\dot{v} = \dot{v}_{peak} \cdot \left[1 - \frac{1}{(c_0 - 1)^2} \left(\frac{\delta_h}{\delta_{h-peak}} - 1 \right)^2 \right] \quad (2.46)$$

$\delta_h / \delta_{h-peak} > 1$: a taxa de dilatância diminui continuamente com o deslocamento cisalhante como resultado do aumento da degradação das asperezas no plano da descontinuidade. Tal redução é representada segundo uma função exponencial:

$$\dot{v} = \dot{v}_{peak} \cdot \exp \left(- \left(c_1 \left(\frac{\delta_h}{\delta_{h-peak}} - 1 \right) \right)^{c_2} \right) \quad (2.47)$$

onde c_1 e c_2 são constantes definidas a partir de dados experimentais.

Uma vez que a variação da taxa de dilatação ($\dot{\nu}$) com o deslocamento cisalhante (δ_h) é conhecida, a dilatação (δ_ν) para qualquer deslocamento (δ_h) pode ser calculada como:

$$\delta_\nu = \int_0^{\delta_h} \dot{\nu} \cdot d\delta_h \quad (2.48)$$

Adotando-se o conceito de rugosidade mobilizada, a tensão de cisalhamento mobilizada (τ_{mob}) para qualquer deslocamento (δ_h) sob condições CNS pode ser calculada por:

$$\tau_{mob} = \left(\sigma_{n0} + K_n \cdot \int_0^{\delta_h} \dot{\nu} \cdot d\delta_h \right) \left(\frac{\tan \phi_b + \dot{\nu}}{1 - \dot{\nu} \cdot \tan \phi_b} \right) \quad (2.49)$$

A resistência ao cisalhamento mobilizada representada pela equação é válida quando a rugosidade começa a ser mobilizada no plano da descontinuidade. Consequentemente, essa equação não descreve o comportamento cisalhante dentro de uma pequena faixa de deslocamentos no início do processo de cisalhamento, devendo ser assumido comportamento elástico a partir da consideração da rigidez cisalhante da descontinuidade (k_s), a qual pode ser calculada a partir da inclinação da curva tensão *versus* deformação no início do processo de cisalhamento.

2.2 Modelos do comportamento cisalhante de descontinuidades com preenchimento

2.2.1 Papaliangas *et al.* (1990)

Papaliangas *et al.* (1990) propuseram uma relação empírica a partir de resultados experimentais para estimar a resistência ao cisalhamento de descontinuidades preenchidas. Ensaios de cisalhamento direto foram realizados em descontinuidades rochosas com duas amplitudes de rugosidade diferentes, usando-se cinzas de combustível pulverizadas, pó de mármore e argila como material de preenchimento.

Assim, utilizando-se dos resultados de ensaios, estabeleceram-se relações matemáticas em termos de porcentagem entre tensões, conforme a seguir:

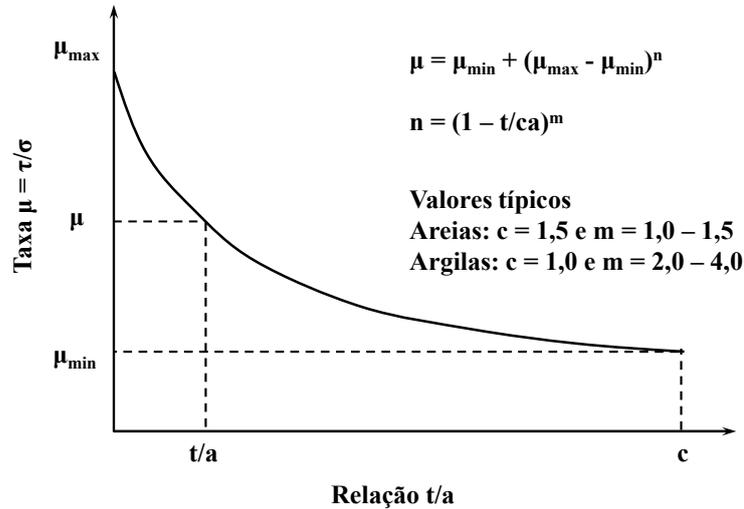
$$\mu = \mu_{min} + (\mu_{max} - \mu_{min})^n \quad (2.50)$$

$$n = \left[1 - \frac{1}{c} \left(\frac{t}{a} \right) \right]^m \quad (2.51)$$

onde $\mu = (\tau/\sigma) \cdot 100$, $\mu_{max} = (\tau_{max}/\sigma) \cdot 100$, $\mu_{min} = (\tau_{min}/\sigma) \cdot 100$, n é uma função da espessura do preenchimento válida para o intervalo ($0 < t/a < c$), t é a espessura da descontinuidade, a é a amplitude média da rugosidade, m é uma constante de ajuste, τ_{max} é a tensão de cisalhamento

de pico para a descontinuidade sem preenchimento, τ_{min} é a resistência ao cisalhamento do material de preenchimento (descontinuidades rugosas) ou a resistência ao longo da interface (descontinuidades lisas), e c é a relação t/a crítica, em que a resistência ao cisalhamento é mínima. A Figura 6 apresenta o modelo proposto.

Figura 6 – Modelo empírico proposto para a resistência ao cisalhamento de pico.



Fonte: Adaptado de Papaliangas *et al.* (1990).

Para uma série de ensaios realizados por Papaliangas *et al.* (1990), as constantes c e m foram consideradas como 1,5 e 1,0 para o pico, respectivamente. A maior desvantagem deste modelo é que exige-se a avaliação da constante m para diferentes relações t/a previamente, e não consideram-se alguns parâmetros relevantes como o ângulo de atrito básico (ϕ_b), ângulo de atrito do material de preenchimento (ϕ_{fill}) e o ângulo de dilatância (i).

2.2.2 Phien-Wej *et al.* (1990)

Phien-Wej *et al.* (1990) propuseram um modelo para representação da resistência ao cisalhamento de descontinuidades rochosas com preenchimento a partir de uma função exponencial. Para isso, foi utilizado gesso para modelar a rugosidade da descontinuidade e bentonita seca como material de preenchimento. Com base nos valores observados das tensões de cisalhamento de pico obtidas de descontinuidades do tipo rocha/rocha, rocha/preenchimento/rocha e apenas do material de preenchimento, sob diferentes tensões normais e ângulos das asperezas, definiram-se:

$$\frac{\tau_p}{\sigma_n} = \frac{\tau_0}{\sigma_n} - \frac{k_1}{\sigma_n} \cdot \left(\frac{t}{a}\right) \cdot e^{k_2 \left(\frac{t}{a}\right)} \quad (2.52)$$

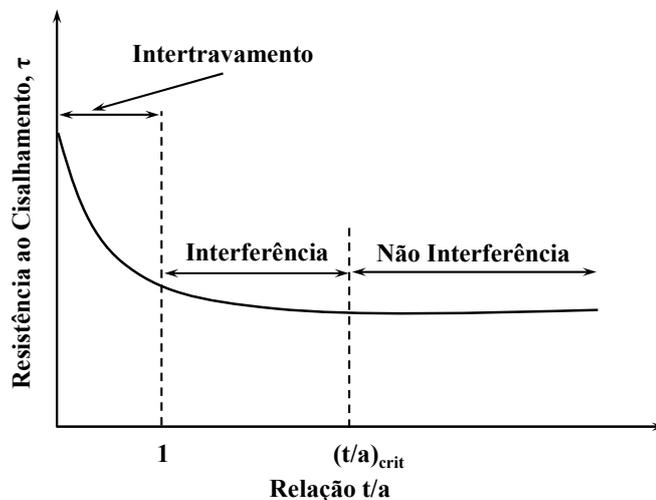
τ_p é a resistência ao cisalhamento da descontinuidade preenchida, σ_n é a tensão normal, τ_0 é a resistência ao cisalhamento da descontinuidade sem preenchimento, k_1 e k_2 são constantes que variam com a rugosidade da descontinuidade e com a tensão normal, t é a espessura do preenchimento, e a é a amplitude média da rugosidade.

O modelo é válido até a espessura do preenchimento na qual a resistência da descontinuidade preenchida é igual à resistência do preenchimento, ou seja, $t \leq \frac{a}{k_2}$.

2.2.3 Toledo et al. (1993)

Toledo et al. (1993) propuseram um modelo geral para estimar a resistência ao cisalhamento de descontinuidades preenchidas baseado em observações experimentais. Para isso, definiram três faixas de valores para a espessura do preenchimento que podem ser usadas para descrever a resistência ao cisalhamento de uma descontinuidade preenchida. Conforme a Figura 7, tais intervalos são classificados como:

Figura 7 – Modelo de resistência para descontinuidades preenchidas.



Fonte: Adaptado de Toledo et al. (1993).

Zona de Intertravamento: as superfícies das rochas entram em contato.

Zona de interferência: não há contato entre rochas, mas a resistência da descontinuidade é maior que a resistência do preenchimento apenas.

Zona de não interferência: a resistência da descontinuidade equivale à resistência do preenchimento.

O limite entre as zonas de interferência e de não interferência é definido pela relação crítica $(t/a)_{crit}$, além da qual o comportamento cisalhante da descontinuidade é governado pelo

material de preenchimento apenas. Tal relação crítica é função do tamanho dos grãos do material de preenchimento, da espessura do material de preenchimento e da altura da aspereza.

2.2.4 *Indraratna et al. (1999)*

Indraratna *et al.* (1999) utilizaram séries de Fourier para representar a redução na resistência ao cisalhamento de descontinuidades em razão do preenchimento. Nesta abordagem, a redução na resistência ao cisalhamento de descontinuidades preenchidas ($\Delta\tau_p$) foi ajustada à uma função hiperbólica, e os parâmetros de ajuste α e β foram determinados assumindo-se que a redução na resistência é função da razão t/a .

Deste modo, a resistência ao cisalhamento da descontinuidade preenchida foi representado como uma combinação de séries de Fourier simulando a mudança na tensão normal a partir da tensão inicial (σ_{n0}), conforme as equações a seguir:

$$(\tau_p)_{infilled} = (\tau_p)_{clean} - \Delta\tau_p \quad (2.53)$$

$$\Delta\tau_p = \sigma_{n0} \cdot \left(\frac{t/a}{\alpha \cdot (t/a) + \beta} \right) \quad (2.54)$$

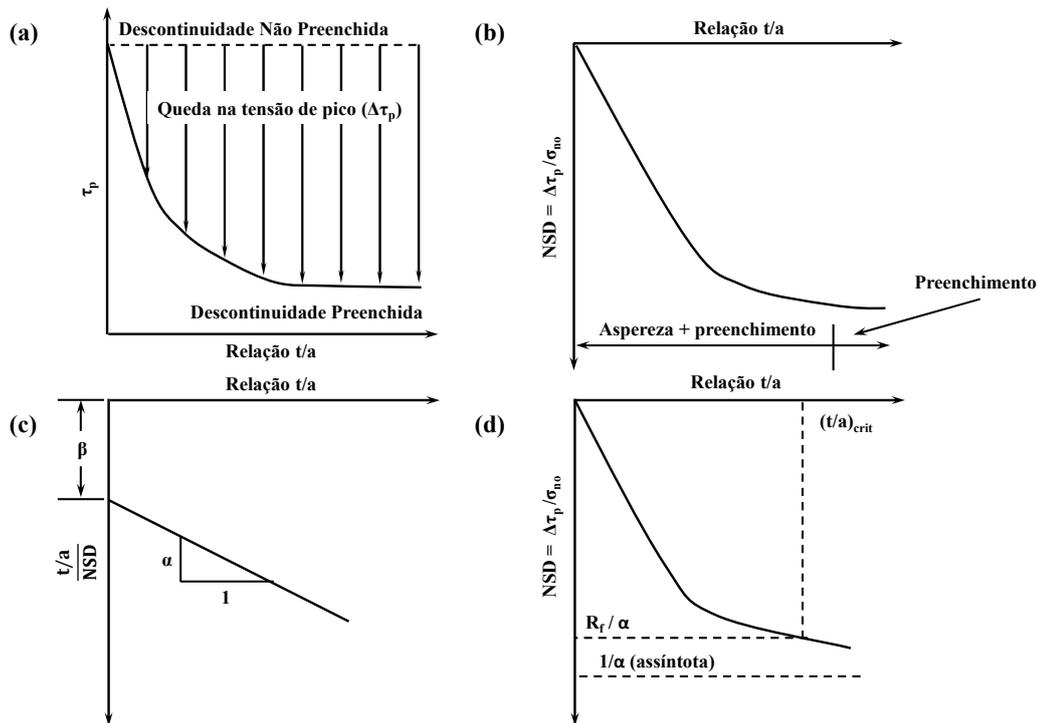
$$(\tau_p)_{clean} = \left[\sigma_{n0} + \frac{k_n}{A_j} \cdot \left(\frac{a_0}{2} + a_1 \cdot \cos \frac{2\pi h_{\tau p}}{T} \right) \right] \cdot \left(\frac{\tan \phi_b + \tan i}{1 - \tan \phi_b \tan i_{hp}} \right) \quad (2.55)$$

onde $h_{\tau p}$ e i_{hp} são o deslocamento cisalhante e o ângulo de dilatância correspondente à tensão de cisalhamento de pico respectivamente, k_n é a rigidez normal, i é o ângulo da aspereza inicial, σ_{n0} é a tensão normal inicial, ϕ_b é o ângulo de atrito básico, A_j é a área superficial da descontinuidade, a_0 e a_1 são coeficientes de Fourier, T é o período de integração da série de Fourier, t/a é a razão entre a espessura do preenchimento e a altura da aspereza, e α e β são constantes hiperbólicas.

Além disso, Indraratna *et al.* (1999) verificaram que, além de um certo limite, a redução na resistência ao cisalhamento ($\Delta\tau_p$) torna-se insignificante, ou seja, o preenchimento controla o processo de cisalhamento, conforme a Figura 8. Deste modo, sugere-se que a função se torne assintótica em $1/\alpha$, e a partir de um fator de redução R_f , define-se $(t/a)_{crit}$. De acordo com os autores, o fator R_f varia de 0,8 a 0,9.

Apesar de ser conveniente sua utilização na determinação da resistência ao cisalhamento, a maior desvantagem deste modelo é a necessidade de avaliar com antecedência as constantes hiperbólicas para várias relações t/a e diferentes perfis de asperezas. Além disso, estas constantes são frequentemente sensíveis ao tipo de material de preenchimento, e o ajuste pela função hiperbólica nem sempre é adequada para alguns tipos de preenchimento como o grafite.

Figura 8 – Formulação do modelo hiperbólico.



Fonte: Adaptado de Indraratna *et al.* (1999).

2.2.5 Fishman (2004)

Fishman (2004) desenvolveu um modelo matemático a partir de um grande número de investigações de campo em descontinuidades rochosas, realizadas do ano de 1961 a 1993 na Rússia. Os dados incluíam 156 ensaios de campo realizados em diversos locais com características geológicas distintas. Tal modelo foi desenvolvido com a finalidade principal de generalizar os dados experimentais a partir de propriedades conhecidas das descontinuidades.

Boas correlações foram obtidas assumindo-se que o coeficiente de cisalhamento ($\tan \psi$) varia segundo uma função logarítmica, e que o modelo de resistência ao cisalhamento da descontinuidade pode ser apresentado conforme a seguir:

$$\tan \psi = \frac{\tau_p}{\sigma} = a - b \cdot \ln \left(\frac{t}{a} \right) \quad (2.56)$$

onde $\tan \psi$ é o coeficiente de cisalhamento, τ_p e σ são a tensão de cisalhamento de pico e a tensão normal ao longo do plano de cisalhamento, respectivamente, a e b são coeficientes de ajuste do modelo, e t/a é a razão entre a espessura do preenchimento e a amplitude média da rugosidade.

Dentre as limitações do modelo, cita-se o fato de não considerar a influência da rugosidade, da resistência à compressão da descontinuidade e a degradação das asperezas durante

o processo de cisalhamento. Conseqüentemente, espera-se que exista uma grande variabilidade entre a resistência esperada e o observado por ensaios de laboratório ou de campo.

2.2.6 Indraratna *et al.* (2005)

Indraratna *et al.* (2005) desenvolveu um modelo de estimativa da resistência ao cisalhamento de descontinuidades preenchidas com base em uma série de ensaios realizados em dois tipos de modelos de descontinuidades, com ângulos de asperezas de 9,5° e 18,5° e grafite e bentonita usados como materiais de preenchimentos. Seu modelo considera o efeito da rugosidade da descontinuidade, sua degradação e a mudança da tensão no plano de cisalhamento durante o processo de cisalhamento, bem como a influência da razão t/a para descontinuidades preenchidas.

Assim, definiram-se duas funções algébricas A e B cuja soma é equivalente à resistência ao cisalhamento normalizada τ_s/σ_n para diferentes valores de t/a menores que um valor crítico $(t/a)_{cr}$.

$$A = \tan(\phi_b + i) \cdot (1 - \kappa)^\alpha \quad (2.57)$$

$$B = \tan \phi_{fill} \cdot \left(\frac{2}{1 + 1/\kappa} \right)^\beta \quad (2.58)$$

$$\frac{\sigma_n}{\sigma_{n0}} = \left(\frac{2}{1 + \kappa} \right)^\gamma \quad (2.59)$$

$$\frac{\tau_s}{\sigma_n} = A + B = \tan(\phi_b + i) \cdot (1 - \kappa)^\alpha + \tan \phi_{fill} \cdot \left(\frac{2}{1 + 1/\kappa} \right)^\beta \quad (2.60)$$

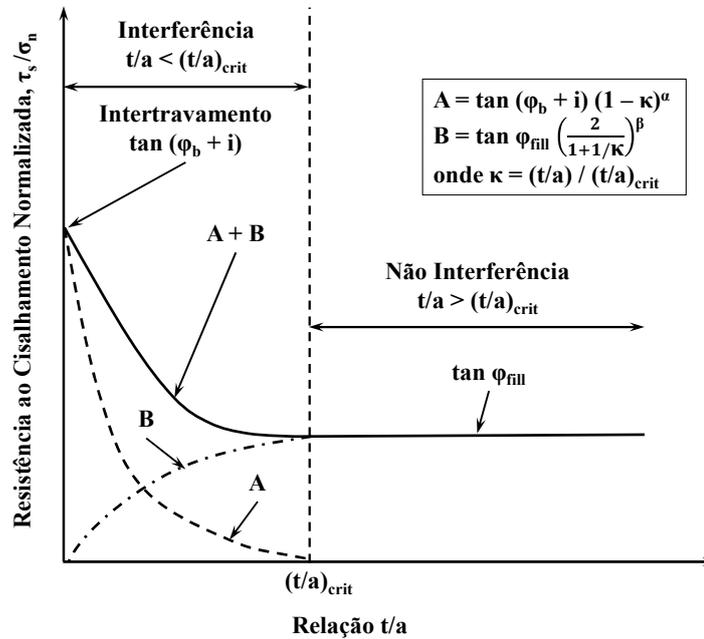
onde $\kappa = (t/a)/(t/a)_{cr}$, σ_n é a tensão normal, σ_{n0} é a tensão normal inicial, ϕ_{fill} é o ângulo de atrito de pico do preenchimento, e α , β e γ são constantes empíricas definidas a partir dos resultados de ensaios. Para $(t/a) > (t/a)_{cr}$, a resistência ao cisalhamento normalizada é dada pela constante:

$$\frac{\tau_s}{\sigma_n} = \tan \phi_{fill} \quad (2.61)$$

A definição das duas funções algébricas (A e B) que controlam as parcelas de resistência da rocha e do preenchimento baseia-se nas regiões de interferência e não interferência, propostas por Toledo *et al.* (1993). A função A , que controla a influência da superfície da descontinuidade da rocha, diminui gradualmente até 0 para $t/a \approx (t/a)_{crit}$, além do qual o processo de cisalhamento é controlado apenas pelo material de preenchimento. Por outro lado,

a função B aumenta até $\tan \phi_{fill}$. A zona de interferência é representada pela soma das duas funções A e B , conforme a Figura 9.

Figura 9 – Modelo de resistência ao cisalhamento para descontinuidades preenchidas.



Fonte: Indraratna *et al.* (2005).

Em ambas as situações, qualquer coesão (c_j) das descontinuidades é desconsiderada. A coesão pode ser considerada, por exemplo, quando o preenchimento é composto por material coesivo. Em tais circunstâncias, a parcela $(c_j)/\sigma_n$ deve ser adicionada. Na Tabela 1 são apresentados alguns valores para as constantes do modelo.

Tabela 1 – Constantes empíricas do modelo proposto.

Tipo de descontinuidade	Material de preenchimento	$(t/a)_{crit}$	α	β
Tipo 1 $i = 9,5^\circ$ $a = 2,5$ mm	Grafite ($\phi_{fill} = 21^\circ$)	1,2	1,7	1,3
	Bentonita ($\phi_{fill} = 25^\circ$)	1,5	1,2	1,4
	Areia Argilosa ($\phi_{fill} = 30^\circ$)	1,4	1,1	2,5
Tipo 2 $i = 18,5^\circ$ $a = 5,0$ mm	Grafite ($\phi_{fill} = 21^\circ$)	1,4	1,5	2,2
	Bentonita ($\phi_{fill} = 25^\circ$)	1,8	1,1	3,1
	Areia Argilosa ($\phi_{fill} = 30^\circ$)	1,6	1,1	4,4

Fonte: Adaptado de Indraratna *et al.* (2005).

2.2.7 Indraratna *et al.* (2010)

Indraratna *et al.* (2010a) propuseram um critério cisalhamento-deslocamento semi-empírico que incluiu a contribuição do preenchimento. Tal critério é baseado em um modelo de

deslizamento do tipo Coulomb no qual a influência do preenchimento durante o cisalhamento é considerada como:

$$\tau = \sigma_n \cdot \left\{ \left[\frac{\tan \phi_b + \tan i_0}{1 - \tan \phi_b \cdot \tan i} \right] \cdot \eta + \tan(\phi_{fill} + i) \cdot (1 - \eta) \right\} \quad (2.62)$$

$$i = \tan^{-1} \left(\frac{\partial u_n}{\partial u_s} \right) \quad (2.63)$$

$$u_n = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{N_h} L_f \cdot \left[a_n \cdot \cos \left(\frac{2\pi \cdot n \cdot u_s}{T} \right) + b_n \cdot \sin \left(\frac{2\pi \cdot n \cdot u_s}{T} \right) \right] \quad (2.64)$$

$$L_f = \begin{cases} 1 & \text{se } \frac{n \cdot \pi}{N_h} = 0 \\ \frac{\sin \left(\frac{n \cdot \pi}{N_h} \right)}{\frac{n \cdot \pi}{N_h}} & \text{se } \frac{n \cdot \pi}{N_h} \neq 0 \end{cases} \quad \eta = \begin{cases} 0 & \text{se } < 0 \\ \frac{u_s - u_0}{c_1 \cdot u_s + c_2} & \text{se } < 1 \\ 1 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.65)$$

onde τ é a tensão de cisalhamento, σ_n é a tensão normal, i é o ângulo de dilatância para um dado deslocamento cisalhante, i_0 é o ângulo da aspereza inicial, u_n é o deslocamento normal, u_s é o deslocamento cisalhante, u_0 é o deslocamento cisalhante além do qual a interferência da aspereza é observada, c_1 e c_2 são constantes empíricas que definem a geometria da função η , a_0 , a_n e b_n são coeficientes da série de Fourier, T é o período de Fourier, N_h é o número de harmônicas, L_f é o fator sigma de Lanczos, e η é o fator de compressão.

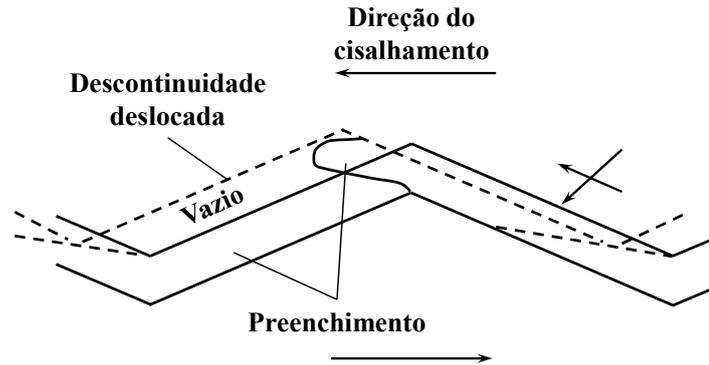
O modelo acima é baseado em um mecanismo de cisalhamento que ocorre em três fases distintas, conforme Toledo *et al.* (1993):

Fase I. A primeira fase é controlada principalmente pela resistência do material de preenchimento. Neste caso, a função da rocha é estabelecer os limites para as superfícies de ruptura do solo, as quais são definidas pela geometria ou rugosidade da descontinuidade.

Fase II. Durante a segunda fase, conforme o cisalhamento prossegue, o preenchimento acima da superfície de deslizamento é "espremido" de sua posição entre as asperezas para preencher o espaço gerado no lado descarregado da descontinuidade, conforme a Figura 10. Após algum deslocamento, as duas superfícies da rocha eventualmente entrarão em contato.

Fase III. A partir de então, o processo de cisalhamento será regido pela forma das asperezas e pela resistência da rocha, o que marca o início da terceira fase. Dependendo do nível da tensão normal aplicada, pode ocorrer dilatância devido ao deslizamento de um bloco sobre o outro e quebra das asperezas, como normalmente ocorre em descontinuidades não preenchidas.

Figura 10 – Mecanismo de ruptura do preenchimento para pequenas espessuras.



Fonte: Adaptado de Toledo *et al.* (1993).

2.2.8 Shrivastava e Rao (2018)

Shrivastava e Rao (2018) aplicaram o modelo de resistência bilinear desenvolvido por Patton *et al.* (1966) para descontinuidades sem preenchimento sob condições CNL como base para o desenvolvimento de um novo modelo, o qual foi aplicado para descontinuidades com preenchimento. Para isso, o modelo de Patton *et al.* (1966) foi modificado para incluir a influência da tensão normal no plano de cisalhamento em condições CNS e considerar a redução da influência da aspereza no comportamento cisalhante da descontinuidade devido a um aumento na espessura do material de preenchimento.

Além disso, considerou-se que na tensão de cisalhamento de pico, sob condições CNS, a tensão normal permanece momentaneamente constante. Tal equação é representada a seguir:

$$\tau_{p,infill} = P_n \cdot \tan(\phi_b + i'_{infill}) \quad (2.66)$$

onde $\tau_{p,infill}$ é a tensão de cisalhamento de pico de descontinuidades preenchidas, P_n é a tensão normal correspondente à tensão de cisalhamento de pico, ϕ_b é o ângulo de atrito básico, e i'_{infill} é o ângulo efetivo da aspereza preenchida.

Segundo os resultados de ensaios realizados, verifica-se que há uma relação linear entre a tensão normal correspondente à tensão de cisalhamento de pico (P_n) e a tensão normal inicial (P_i), como mostrado:

$$P_n = a \cdot P_i + b \quad (2.67)$$

onde a e b são constantes. Análises de regressão indicam que a constante a é praticamente insensível ao ângulo da aspereza e à razão t/a e pode ser aproximadamente igual a 1, o que é

semelhante em descontinuidades não preenchidas. O coeficiente b , por simplicidade, pode ser aproximado por $b = 0,04 \cdot k_n$.

Além disso, verificou-se que o aumento na taxa t/a causa uma redução na contribuição das asperezas na resistência. Tal influência é considerada no modelo por meio do ângulo efetivo da aspereza preenchida (i'_{infill}), o qual depende das relações P_n/σ_c e t/a para diferentes ângulos de aspereza (i). A seguinte equação descreve o comportamento analisado:

$$\frac{i'_{infill}}{i} = x \cdot \ln \left(\frac{P_n}{\sigma_c} \right) + y \quad (2.68)$$

onde i é o ângulo inicial da aspereza, σ_c é a resistência à compressão uniaxial da rocha, e x e y são coeficientes que dependem da relação t/a e do ângulo da aspereza, conforme a Tabela 2.

Tabela 2 – Valores para os coeficientes x e y .

Ângulo da aspereza (i)	t/a	X	Y	R^2
30° - 30°	0,0	-0,30	-0,356	0,95
	1,0	-0,26	-0,494	0,96
	1,4	-0,33	-0,821	0,99
	2,0	-0,13	-0,906	0,75
15° - 15°	1,0	-0,51	-1,140	0,88
0° - 0°	$t = 5 \text{ mm}$	-0,07	0,730	0,99

Fonte: Adaptado de Shrivastava e Rao (2018).

A Equação 2.68 será válida apenas para $t/a < (t/a)_{cr}$. Para $t/a \geq (t/a)_{cr}$ a resistência ao cisalhamento precisa ser calculada a partir da resistência ao cisalhamento do preenchimento apenas. Neste caso, aplicam-se as seguintes equações:

$$\tau_p = P_n \cdot \tan \phi \quad (2.69)$$

$$\frac{\phi}{\phi_b} = x \cdot \ln \left(\frac{P_n}{\sigma_c} \right) + y \quad (2.70)$$

onde ϕ é o ângulo de atrito da descontinuidade preenchida.

Os parâmetros básicos como ϕ_b , σ_c e k_n são necessários para qualquer descontinuidade em rocha, e podem ser determinados em laboratório ou a partir de revisão bibliográfica. O ângulo da aspereza (i) pode ser medido ou calculado a partir do valor de JRC pelo método sugerido por Maksimović (1996), o qual pode ser aproximado por $i = 2 \cdot JRC$.

Dentre as limitações do modelo, destaca-se o fato de: ser desenvolvido para rochas com baixas resistências e baixas rigidezes; ter sido formulado com base apenas em asperezas de perfil triangular, segundo uma abordagem bidimensional; os ensaios terem sido realizados

segundo condições estáticas; a influência dos diferentes tipos de preenchimentos e da espessura do preenchimento demandarem validação adicional, tendo sido investigados apenas preenchimentos em condições secas, ou seja, sem considerar a influência da umidade.

2.3 Conclusões Parciais

Com base nas formulações disponíveis, percebe-se que diversos modelos foram desenvolvidos para representar a condição CNL apenas. Embora a consideração da rigidez de contorno seja mais realista em muitos casos, a escassez de ensaios compatíveis e o contexto histórico no qual tais modelos foram desenvolvidos podem justificar a não inclusão de k_n nesses modelos.

Nos casos em que a condição CNS é considerada, a acurácia do modelo depende sobretudo da estimativa da dilatância, a qual depende fortemente da geometria das asperezas, da resistência da rocha intacta e da tensão normal atuante na descontinuidade. Esse aspecto é, sem dúvidas, o grande desafio dos modelos que buscam representar a influência da rigidez de contorno no comportamento cisalhante de descontinuidades.

Em alguns dos modelos, a utilização das asperezas segundo um perfil triangular ainda demanda de validação adicional, uma vez que partem de uma situação idealizada. Deste modo, faz-se necessária a validação prévia em descontinuidades com superfícies naturais.

No caso de descontinuidades preenchidas, a qualidade do modelo depende significativamente da forma como a relação (t/a) ou simplesmente a espessura do material de preenchimento são consideradas. Na grande maioria dos casos, a espessura do material de preenchimento é definida por um valor único, o que pode comprometer a aplicação em situações reais de campo.

3 MÉTODOS META-HEURÍSTICOS PARA OTIMIZAÇÃO

3.1 Aspectos Gerais

A formulação matemática de um problema de otimização fundamenta-se na extremização de uma ou mais funções representativas do problema, com um ou mais objetivos e sujeito ou não a restrições. A forma padrão de um problema de otimização é:

$$\text{Minimize } f_i(\mathbf{x}), \mathbf{x} \in \mathbb{R}, i = 1, 2, \dots, L \quad (3.1)$$

sujeito às restrições:

$$g_j(\mathbf{x}) \leq 0, j = 1, 2, \dots, M \quad (\text{Restrições de Comportamento}) \quad (3.2)$$

$$\mathbf{x}_k^{inf} \leq \mathbf{x}_k \leq \mathbf{x}_k^{sup}, k = 1, 2, \dots, N \quad (\text{Restrições Laterais}) \quad (3.3)$$

onde f_i e g_j são funções não-lineares. O vetor de projeto $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ pode ser composto por variáveis contínuas, discretas ou mistas, dentro do espaço de dimensão N . As funções f_i são chamadas *funções objetivo* ou *funções custo*, e quando $i > 1$ a otimização é denominada multiobjetivo ou multicritério (SAWARAGI *et al.*, 1985). Em geral, problemas de otimização são definidos como problemas de minimização, embora também possam ser definidos como um problema de maximização, substituindo-se $f_i(x)$ por $-f_i(x)$.

Segundo Yang *et al.* (2012), os algoritmos de otimização podem ser classificados de várias maneiras, dependendo do foco ou das características que estamos tentando comparar. Basicamente, os algoritmos podem ser classificados como determinísticos ou estocásticos. Se um algoritmo trabalha de maneira mecanicamente determinística, sem qualquer natureza aleatória, é chamado determinístico. Para esse algoritmo, alcança-se a mesma solução final se começarmos pelo mesmo ponto inicial. Por outro lado, se houver alguma aleatoriedade no algoritmo, este geralmente alcançará um ponto diferente toda vez que for executado, independentemente do ponto de partida. O Algoritmo Genético e o PSO são bons exemplos de algoritmos estocásticos.

O método mais simples e muito frequentemente usado para introduzir aleatoriedade em um algoritmo é escolher o ponto de partida de forma aleatória. Entretanto, uma maneira mais elaborada de fazê-lo é usar a aleatoriedade dentro de diferentes componentes de um algoritmo. Nesse caso, geralmente chamamos esse algoritmo de *meta-heurístico*.

Em um processo de otimização usando algoritmos meta-heurísticos, variáveis de projeto são atribuídas aleatoriamente e, em seguida, as funções objetivo são avaliadas. O conjunto

de variáveis de projeto, ou o vetor de projeto, é gerado várias vezes e armazenado como uma matriz contendo possíveis soluções. Esta é a parte inicial do algoritmo e o processo é semelhante para todas os algoritmos meta-heurísticos.

Após esse processo inicial, o objetivo é tentar melhorar os resultados com base nos princípios especiais do algoritmo de interesse. Esses princípios são diferentes para cada algoritmo meta-heurístico e geralmente são inspirados ou relacionados a um processo biológico. Algoritmos meta-heurísticos inspirados nas observações de um processo geralmente fornecem um conjunto de equações que podem ser usadas para atualizar as variáveis de projeto durante a iteração, conforme se verifica nas seções a seguir.

3.2 Algoritmo Genético

A ideia de um Algoritmo Genético fundamenta-se na Teoria Darwinista da Evolução (HOLLAND, 1975). Segundo esta, Darwin afirmava que apenas os mais aptos sobrevivem às adversidades do meio ambiente e, portanto, conseguem transmitir seus genes aos descendentes. De modo análogo, a aplicação de Algoritmos Genéticos baseia-se na premissa de que, partindo-se de uma população diversa e aleatória de soluções, um número finito de seleções, mutações e *crossovers* encontraria um indivíduo com características ótimas para um dado problema.

Em outras palavras, os Algoritmos Genéticos buscam, dentro dos limites laterais do problema, encontrar o projeto com melhor desempenho que atenda a todas as restrições estabelecidas. O algoritmo define então que, a princípio, um conjunto de indivíduos deva ser gerado aleatoriamente dentro do espaço de busca, sendo que cada indivíduo é composto pelas variáveis de projeto. Deste modo, as possíveis soluções são então avaliadas de acordo com suas respectivas aptidões, determinando o quão bom é o indivíduo para o dado problema. Sendo assim, define-se que os mais aptos terão consequentemente maiores probabilidades de serem selecionados para reprodução, semelhante ao que propôs Darwin.

Para a etapa de seleção, diversos métodos podem ser aplicados, dentre os quais destacam-se os métodos da Roleta e do Ranking (ARORA, 2012). No método da Roleta, por exemplo, assume-se que a probabilidade de um indivíduo ser selecionado parte explicitamente do valor da função aptidão:

$$p_i = \frac{Fit_i}{\sum_{k=1}^{N_{ind}} Fit_k} \quad (3.4)$$

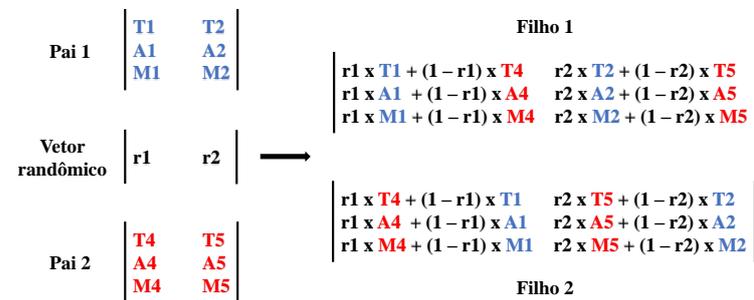
onde p_i é a probabilidade do indivíduo i ser selecionado e N_{ind} é o número de indivíduos. No caso do método do Ranking, a probabilidade de um indivíduo ser selecionado é definida de acordo com sua posição dentre todos mediante o valor da função aptidão, de modo que o melhor indivíduo ocupe a posição de maior *ranking*:

$$p_i = \frac{Rnk_i}{\sum_{k=1}^{N_{ind}} Rnk_k} \tag{3.5}$$

Classificados quanto ao desempenho, os indivíduos (pais) são cruzados e dão origem aos filhos, que substituirão os piores indivíduos da população. Nesta etapa, denominada cruzamento (*crossover*), a geração dos filhos pode ocorrer das seguintes formas:

Combinação Linear. Consiste na combinação linear dos genes dos pais para formar os filhos. O processo é realizado individualmente em cada gene, com a geração de um número aleatório r entre 0 e 1. Tal número é então utilizado para calcular uma média ponderada dos genes dos pais (Figura 11).

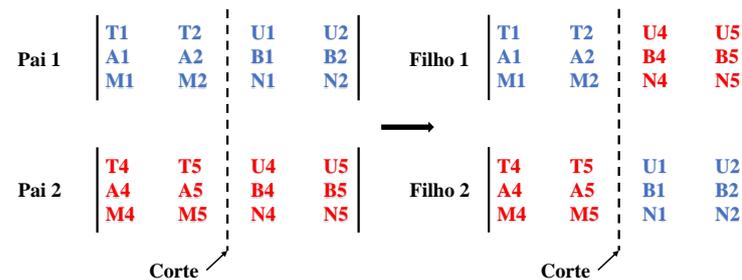
Figura 11 – *Crossover* por combinação linear.



Fonte: Adaptado de Rocha (2013).

Metodologia Clássica. Consiste na definição de um ou mais planos de corte na representação genotípica dos cromossomos dos pais e a posterior recombinação das partes para formar os filhos (Figura 12).

Figura 12 – *Crossover* pela metodologia clássica.



Fonte: Adaptado de Almeida e Awruch (2009).

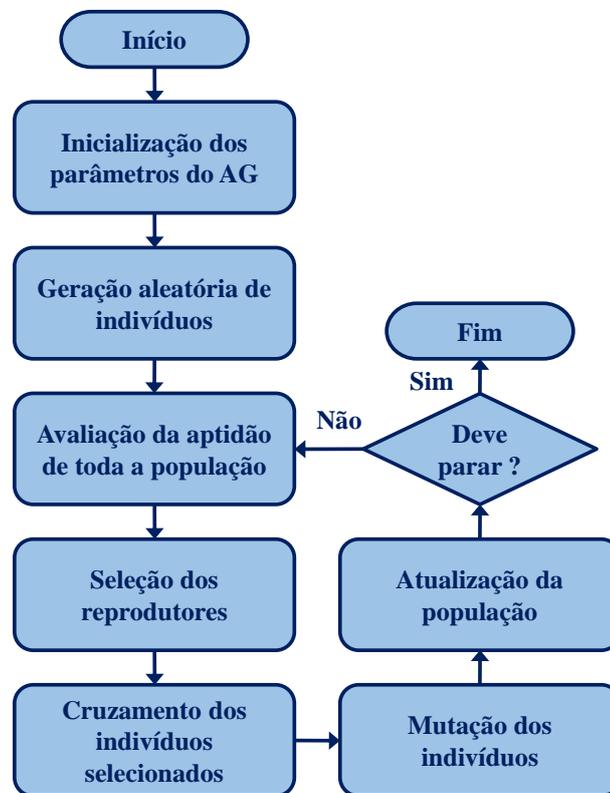
Além disso, os melhores indivíduos de uma geração podem ser copiados diretamente para a geração seguinte, de modo que os demais são substituídos pelos novos indivíduos obtidos na etapa de cruzamento, em um processo conhecido como *elitismo*. Isso evita, portanto, que as melhores soluções sejam substituídas e a melhor solução piore de uma geração para outra.

A partir da população atualizada, indivíduos são escolhidos para sofrer mutação, de modo que algumas de suas características são mudadas aleatoriamente. Este procedimento impede, por exemplo, que a população convirja prematuramente para um mínimo local e que se torne homogênea ao longo das gerações.

Normalmente, problemas de otimização por Algoritmos Genéticos requerem um grande número de avaliações para obter bons resultados, o que implica em um custo computacional elevado quando comparado com os algoritmos baseados em gradientes. Contudo, a avaliação de cada indivíduo é independente dos demais, podendo ser facilmente paralelizada computacionalmente.

Assim, o ciclo representado na Figura 13 repete-se até que uma condição de parada seja satisfeita, em geral até a quantidade definida de gerações.

Figura 13 – Fluxograma do Algoritmo Genético.



Fonte: Elaborado pelo autor.

3.3 Otimização por Nuvem de Partículas

A Otimização por Nuvem de Partículas (PSO) foi desenvolvida por Kennedy e Eberhart (1995) e busca simular o comportamento de grupos sociais, como colônias de formigas, abelhas e bandos de pássaros, por exemplo, na busca por alimento. Para isso, o algoritmo pesquisa o domínio de uma função objetivo ajustando as trajetórias de agentes individuais, chamadas partículas, a partir de vetores definidos de maneira quase estocástica. Assim, as partículas tendem a se mover em direção ao melhor local atual, enquanto se movem para novos locais. Essencialmente, assume-se que cada partícula realiza a própria busca, baseando-se, para isso, na sua experiência e no comportamento dos demais membros do grupo.

Em termos de otimização, cada partícula representa uma possível solução que percorre o espaço de projeto na busca por posições que forneçam um valor menor (problema de minimização) para a função objetivo. A cada ciclo, as velocidades e posições das partículas são atualizadas. Semelhante ao Algoritmo Genético, um grupo de partículas é gerada aleatoriamente, onde cada partícula é definida como um vetor formado por todas as variáveis de projeto.

O movimento de um enxame de partículas consiste em dois componentes principais: um componente estocástico e um componente determinístico. Cada partícula é atraída para a melhor posição obtida pelas partículas vizinhas (\mathbf{x}_g) e para sua melhor posição obtida até a presente iteração (\mathbf{x}_p), enquanto ao mesmo tempo tende a se mover aleatoriamente. Assim, seja $\mathbf{x}^{(i)}$ e $\mathbf{v}^{(i)}$ o vetor posição e velocidade para a partícula i , respectivamente. O novo vetor de velocidade e a nova posição são determinados por:

$$\mathbf{v}^{(i)} = \mathbf{v}^{(i)} + \alpha_1 \cdot r_1 \cdot (\mathbf{x}_p - \mathbf{x}^{(i)}) + \alpha_2 \cdot r_2 \cdot (\mathbf{x}_g - \mathbf{x}^{(i)}) \quad (3.6)$$

$$\mathbf{x}^{(i)} = \mathbf{x}^{(i)} + \mathbf{v}^{(i)}$$

onde α_1 é o parâmetro cognitivo, α_2 é o parâmetro social, e r_1 e r_2 são números randômicos uniformemente distribuídos no intervalo $[0, 1]$. Segundo Yang *et al.* (2016), pode-se assumir $\alpha_1 \approx \alpha_2 \approx 2$.

Destaca-se ainda que as partículas devem se distribuir de maneira relativamente uniforme, para que possam avaliar a maioria das regiões, o que é especialmente importante. Além disso, recomenda-se definir a velocidade inicial de uma partícula como zero, devendo limitá-la a um intervalo $[-v_{max}, v_{max}]$.

Existem muitas variantes do algoritmo PSO padrão, mas a melhoria mais notável é

provavelmente usar a função de inércia ω para que $\mathbf{v}^{(i)}$ seja substituído por $\omega \cdot \mathbf{v}^{(i)}$:

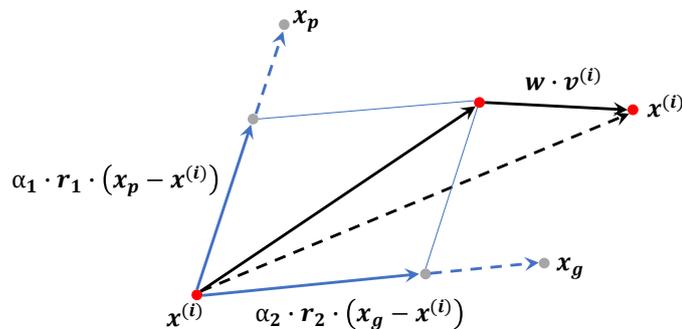
$$\mathbf{v}^{(i)} = \omega \cdot \mathbf{v}^{(i)} + \alpha_1 \cdot r_1 \cdot (\mathbf{x}_p - \mathbf{x}^{(i)}) + \alpha_2 \cdot r_2 \cdot (\mathbf{x}_g - \mathbf{x}^{(i)}) \quad (3.7)$$

$$\mathbf{x}^{(i)} = \mathbf{x}^{(i)} + \mathbf{v}^{(i)}$$

onde ω assume o valor entre 0 e 1. No caso mais simples, a função de inércia pode ser tomada como uma constante, tipicamente entre 0,5 e 0,9. Isso é equivalente à introdução de uma massa virtual para estabilizar o movimento das partículas e, portanto, espera-se que o algoritmo convirja mais rapidamente. Valores mais elevados para ω incentivam a exploração global, enquanto valores menores promovem a exploração local (MAJDI; BEIKI, 2019).

Assim, a velocidade da partícula é definida como uma combinação linear de três vetores: a velocidade anterior $\mathbf{v}^{(i)}$, o vetor que aponta para a melhor posição da partícula ($\mathbf{x}_p - \mathbf{x}^{(i)}$) e o que aponta para a melhor posição da vizinhança ($\mathbf{x}_g - \mathbf{x}^{(i)}$) (Figura 14). Conforme a Equação 3.7, a velocidade da partícula representa um incremento em seu deslocamento, assumindo-se para isso uma variação de tempo $\Delta t = 1$.

Figura 14 – Diagrama esquemático do método PSO.

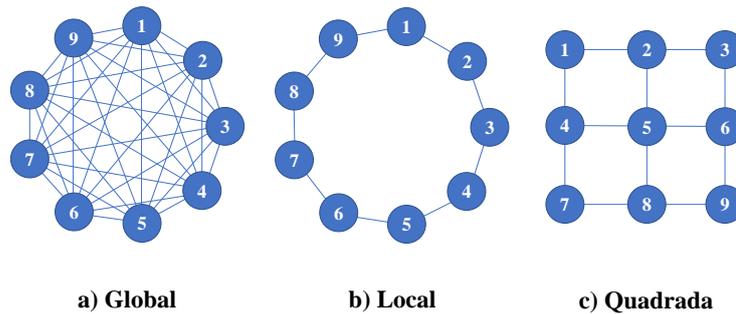


Fonte: Adaptado de Yin *et al.* (2018).

Outro importante parâmetro a ser considerado refere-se ao modo como a vizinhança (topologia) está organizada, visto que tal condição influencia em seu aprendizado (KENNEDY; MENDES, 2006). Destacam-se três propostas para a definição da vizinhança: Topologia Geral, Local e Quadrada (Figura 15). Na Topologia Global, considera-se que a melhor posição da vizinhança é aquela dentre todos na população. A escolha por essa metodologia em geral contribui para uma convergência rápida e prematura (mínimos locais).

Segundo Kennedy e Mendes (2006), a Topologia Local (ou em Anel) e a Topologia Quadrada, apresentam os resultados mais satisfatórios do PSO, visto que contribuem para

Figura 15 – Topologias PSO.

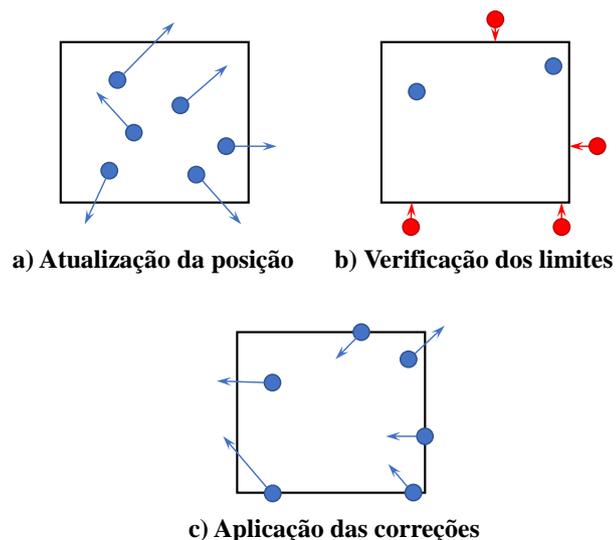


Fonte: Adaptado de Barroso (2015).

uma capacidade maior de exploração do espaço de busca, garantindo a diversidade. Assim, normalmente a velocidade de convergência é reduzida em comparação com o uso da Topologia Global, porém uma menor suscetibilidade à convergência prematura é obtida.

Em problemas com restrições laterais, onde cada variável apresenta limite inferior e superior, deve-se atentar para a violação de tais determinações. Para isso, adota-se um tratamento para restrições segundo Clerc (2012), de modo que, quando a violação é detectada aplica-se uma correção na velocidade da partícula, impedindo-se que as soluções saiam do espaço de projeto. Logo, quando uma violação é identificada, a variável de projeto violada é corrigida para o valor do limite violado, sendo também aplicada modificação na componente da velocidade da partícula que violou a restrição, como ilustrado pela Figura 16.

Figura 16 – Tratamento de restrições laterais.

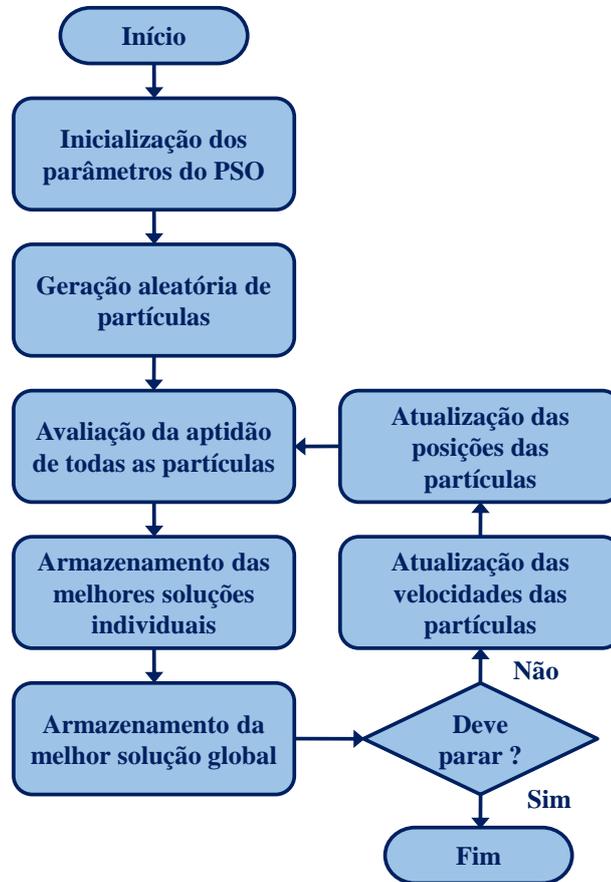


Fonte: Adaptado de Barroso (2015).

Analogamente ao Algoritmo Genético, o custo computacional do processo de otimização depende diretamente do número de partículas e do número de iterações utilizado. O

fluxograma da Figura 17 representa as principais etapas do método PSO.

Figura 17 – Fluxograma do PSO.



Fonte: Adaptado de Hajihassani *et al.* (2018).

3.4 Conclusões Parciais

Em problemas de otimização, sobretudo naqueles de natureza não-linear, o uso de algoritmos meta-heurísticos representa um grande avanço em relação aos algoritmos matemáticos tradicionais, uma vez que a busca pelos extremos (máximos ou mínimos) de um problema se dá de forma global, o que favorece a criação de modelos robustos e confiáveis.

Por outro lado, a utilização de métodos meta-heurísticos apresenta elevado custo computacional, visto que em geral tais métodos realizam um grande número de avaliações. Nestes casos, estratégias baseadas em computação paralela podem ser uma alternativa para a redução no tempo de resposta.

4 DESENVOLVIMENTO DO MODELO

4.1 Introdução

Conforme destacado no Capítulo 2, existe uma infinidade de modelos matemáticos e analíticos disponíveis que podem ser utilizados para representar o comportamento cisalhante de descontinuidades rochosas. Entre as principais aspectos de tais modelos, destaca-se a possibilidade de consideração de material de preenchimento, a inclusão da rigidez de contorno do problema, a caracterização da superfície da descontinuidade (ângulo da aspereza e ângulo de atrito básico, por exemplo), o tipo de formulação adotada (teórica ou empírica), entre outros aspectos.

Sabendo-se disso, buscou-se um modelo analítico com aplicação genérica que, associado a uma ferramenta computacional de otimização, pudesse garantir elevada capacidade de ajuste e previsão de resultados. Neste caso, tal combinação resultaria em um modelo robusto com potencial para descrever o comportamento cisalhante de quaisquer descontinuidades rochosas, desde que corretamente caracterizadas.

Conforme pode-se observar na Figura 18, o desenvolvimento do modelo proposto consistiu na realização de cinco etapas com diferentes propósitos. Na primeira delas, definiu-se o modelo analítico e o mecanismo de cisalhamento a ser adotado como referência, partindo-se de uma extensa revisão bibliográfica de modelos existentes.

Figura 18 – Representação das etapas de desenvolvimento do modelo.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Em seguida, foram selecionados dados experimentais de diferentes referências bibliográficas para o desenvolvimento do modelo, os quais foram obtidos a partir de ensaios de cisalhamento direto em larga escala.

Após esta etapa, realizou-se a implementação computacional do modelo em um software de código aberto (*open source*), no qual técnicas computacionais de otimização e interpolação de dados foram adotadas. Em função das características particulares do método analítico escolhido, uma estratégia de interpolação foi estabelecida para representar a relação entre a dilatância e o deslocamento cisalhante nas descontinuidades. Além disso, para que

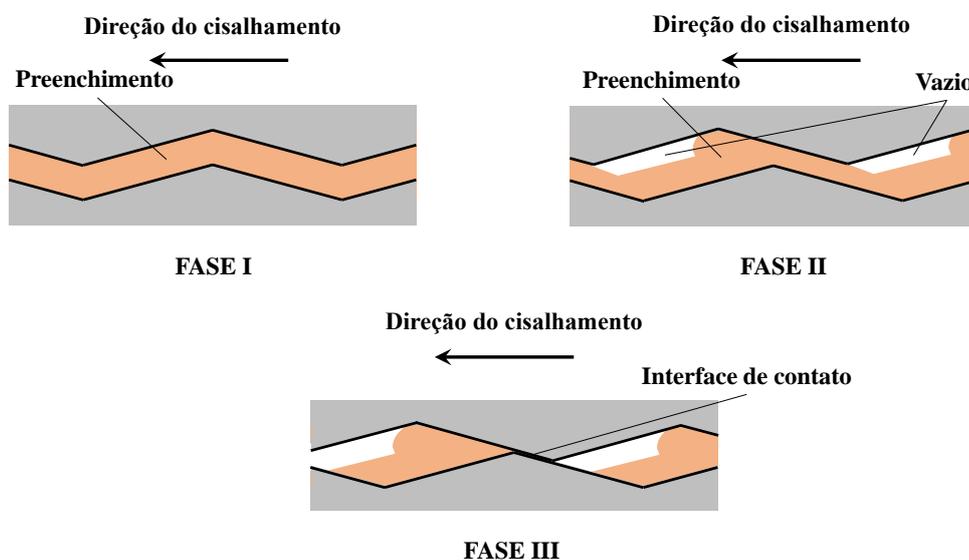
fosse realizada a escolha apropriada de parâmetros, métodos de otimização foram utilizados na minimização do erro de ajuste do modelo aos dados experimentais.

Por fim, desenvolveu-se um modelo de previsão dos parâmetros otimizados em função das principais variáveis que representam o comportamento cisalhante de descontinuidades rochosas, conforme apresentado a seguir.

4.2 Definição do mecanismo de cisalhamento das descontinuidades rochosas

O modelo analítico de Oliveira e Indraratna (2010) consiste em um critério cisalhamento - deslocamento semi-empírico que inclui a contribuição do material de preenchimento na representação do comportamento cisalhante de descontinuidades rochosas. Tal critério baseia-se no mecanismo de cisalhamento que ocorre em três fases distintas conforme Toledo *et al.* (1993) e ilustrado na Figura 19.

Figura 19 – Mecanismo de ruptura do preenchimento para pequenas espessuras.



Fonte: Adaptado de Toledo *et al.* (1993).

Na Fase I, a resistência do material de preenchimento governa o comportamento cisalhante da descontinuidade rochosa. Neste caso, a função da rocha é estabelecer as fronteiras para as superfícies de ruptura do material de preenchimento, as quais são definidas pela geometria e rugosidade da descontinuidade rochosa. Na Fase II, à medida que o processo de cisalhamento ocorre, o material de preenchimento presente na parte superior da superfície de deslizamento é comprimido e passa a preencher o espaço gerado no lado descarregado da descontinuidade.

Após este processo, as asperezas entram em contato, de modo que o comportamento cisalhante passa a ser governado pelo atrito entre as paredes da descontinuidade (Fase III).

Matematicamente, o modelo de Oliveira e Indraratna (2010) é representado pela soma de duas funções algébricas (Equação 4.1), as quais buscam representar o mecanismo apresentado na Figura 19. A primeira delas visa considerar a resistência do cisalhamento da descontinuidade governada pelo contato entre as paredes rochosas, a qual diminui com o aumento da relação t/a . A outra parcela, por sua vez, busca estimar a contribuição do material de preenchimento na resistência ao cisalhamento da descontinuidade rochosa, a qual aumenta com o aumento da relação t/a (TOLEDO *et al.*, 1993; INDRARATNA *et al.*, 2010a; INDRARATNA *et al.*, 2014; OLIVEIRA; INDRARATNA, 2010).

Além da influência do material de preenchimento, o modelo busca representar o processo de degradação das asperezas pela inclusão de um fator empírico, o qual simula a variação do ângulo de dilatância durante o processo de cisalhamento. Para isso, assume-se que a relação entre a dilatância e o deslocamento cisalhante pode ser aproximada pela série de Fourier. A formulação matemática do modelo é apresentada entre as Equações 4.1 e 4.7.

$$\tau = \sigma_n \cdot \left(\left[\frac{\tan \phi_b + \tan i_d}{1 - \tan \phi_b \cdot \tan i} \right] \cdot (1 - \eta) + \tan \phi_r \cdot \eta \right) \quad (4.1)$$

$$\eta = \exp \left(- \frac{u_s \cdot JRC}{100 \cdot c_1 \cdot a \cdot (t/a)} \right) \quad (4.2)$$

$$i_d = (i_0 - i) \cdot \exp \left(- \frac{(u_s - u_{peak})^2 \cdot JRC}{100 \cdot (c_2 \cdot a)^2} \right) + i \quad (4.3)$$

$$i = \tan^{-1} \left(\frac{du_n}{du_s} \right) \quad (4.4)$$

$$u_n = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{N_h} L_f \left[a_n \cdot \cos \left(\frac{2\pi n u_s}{T} \right) + b_n \cdot \sin \left(\frac{2\pi n u_s}{T} \right) \right] \quad (4.5)$$

$$u_{peak} = \left(\frac{a}{\tan i_0} \right) \cdot \sigma_{n0}^{-c_3} \quad (4.6)$$

$$L_f = \begin{cases} 1 & \text{se } n\pi/N_h = 0 \\ (N_h/n\pi) \cdot \sin(n\pi/N_h) & \text{se } n\pi/N_h \neq 0 \end{cases} \quad (4.7)$$

onde τ é a tensão de cisalhamento; σ_{n0} é a tensão normal inicial; σ_n é a tensão normal atuante na descontinuidade; ϕ_b é o ângulo de atrito básico; ϕ_r é o ângulo de atrito residual – interface preenchimento/rocha; i é o ângulo de dilatância para um dado deslocamento cisalhante; i_0 é o ângulo inicial da aspereza; u_n é a dilatância; u_s é o deslocamento cisalhante; u_{peak} é o deslocamento cisalhante correspondente à tensão de pico; η é o fator de compressão modificado; JRC é o coeficiente de rugosidade da descontinuidade; c_1 e c_2 são constantes empíricas que

controlam a taxa de compressão do preenchimento e a degradação da aspereza respectivamente; c_3 é uma constante de ajuste do modelo; a é a amplitude da aspereza; t é a espessura do preenchimento; a_0 , a_n e b_n são coeficientes da série de Fourier; T é o período de Fourier; N_h é o número de harmônicos; e L_f é o fator sigma de Lanczos.

De acordo com a proposta inicial de Oliveira e Indraratna (2010), o valor da constante empírica c_2 deve ser encontrado a partir de uma interpolação de dados experimentais obtidos em ensaios de cisalhamento em grande escala, enquanto o valor de c_1 pode ser determinado usando-se a formulação apresentada entre as Equações 4.8 e 4.11, em função da resistência ao cisalhamento de pico obtida em ensaios de cisalhamento direto em larga escala.

$$c_1 = \left(-\frac{u_{peak} \cdot JRC}{100 \cdot \ln(A_1/A_2) \cdot a \cdot (t/a)} \right) \quad (4.8)$$

$$A_1 = \tan \phi_{peak} - A_3 \quad (4.9)$$

$$A_2 = \tan \phi_r - A_3 \quad (4.10)$$

$$A_3 = \left[\frac{\tan \phi_b + \tan i_0}{1 - \tan \phi_b \cdot \tan i} \right] \quad (4.11)$$

onde ϕ_{peak} é o ângulo de atrito de pico do material do preenchimento da descontinuidade rochosa.

Apesar de Oliveira e Indraratna (2010) apresentarem uma formulação para determinação dos parâmetros c_1 , c_2 e c_3 , ainda existem pontos a serem discutidos e avaliados na proposta dos autores, sobretudo em relação à representação do comportamento pós-pico e à dificuldade de obtenção laboratorial das condições do preenchimento na interface. É em virtude destas dificuldades que se optou neste trabalho pelo desenvolvimento de uma metodologia para a previsão dos parâmetros c_1 , c_2 e c_3 considerados na formulação analítica proposta por Oliveira e Indraratna (2010) por meio de métodos meta-heurísticos de otimização em conjunto com resultados de ensaios de cisalhamento direto, e posterior modelagem utilizando redes neurais artificiais, a partir das quais é possível a estimativa destes parâmetros do modelo analítico utilizando-se das variáveis que governam o comportamento das descontinuidades rochosas.

4.3 Coleta de Dados

A partir da adoção do método analítico proposto por Oliveira e Indraratna (2010) que considera o mecanismo de cisalhamento descrito por Toledo *et al.* (1993) é possível a definição das principais variáveis governantes do comportamento cisalhante das descontinuidades rochosas. Com base nisto, para o estabelecimento de uma proposta para a previsão dos parâmetros de

ajuste do modelo analítico buscou-se montar uma base de dados experimentais formada a partir dos resultados de 110 ensaios de cisalhamento direto em grande escala realizados em descontinuidades rochosas com e sem preenchimento e ensaiadas sob condições CNL e CNS.

A Tabela 3 apresenta um resumo dos valores das principais variáveis que governam o comportamento cisalhante das descontinuidades rochosas utilizadas no desenvolvimento deste trabalho, quais sejam a rigidez normal de contorno (k_n), a rugosidade representada pelos valores do ângulo de inclinação inicial (i_0) e altura das asperezas (a), como também pelo valor de JRC , a tensão normal inicial (σ_{n0}) atuante na descontinuidade, as características da rocha intacta, como a resistência à compressão simples (σ_c) e o ângulo de atrito básico (ϕ_b), além das características do preenchimento, como a razão t/a e o ângulo de atrito interno do material de enchimento (ϕ_{fill}), obtidas para os 110 ensaios coletados nos mais diferentes trabalhos indicados.

Tabela 3 – Base de dados utilizada no desenvolvimento do modelo.

Fontes	Ens.	k_n (kPa/mm)	i_0 (graus)	a (mm)	σ_{n0} (MPa)	JRC	σ_c (MPa)	ϕ_b (graus)	t/a	ϕ_{fill} (graus)
Haque (1999)	6	0	9,5	2,5	0,16 - 2,43	4	12,0	38,0	0,0	-
	3	0	28,0	3,0	0,30 - 1,20	14	12,0	38,0	0,0	-
Haque (1999)	6	453	9,5	2,5	0,16 - 2,43	4	12,0	38,0	0,0	-
	3	453	28,0	3,0	0,30 - 1,20	14	12,0	38,0	0,0	-
	6	453	18,5	5,0	0,16 - 2,43	8	12,0	38,0	0,0	-
	6	453	26,5	7,5	0,16 - 2,43	13	12,0	38,0	0,0	-
	5	453	6,0	1,0	0,56 - 2,69	3	20,0	32,0	0,0	-
Skinas et al. (1990)	2	0 - 133	20,0	3,0	1,00	10	27,5	37,0	0,0	-
Haque (1999)	4	453	9,5	2,5	0,16	4	12,0	38,0	0,4 - 1,6	35,5
	4	453	9,5	2,5	0,30	4	12,0	38,0	0,6 - 1,6	35,5
	4	453	9,5	2,5	0,56	4	12,0	38,0	0,6 - 1,8	35,5
	4	453	9,5	2,5	1,10	4	12,0	38,0	0,6 - 1,8	35,5
	5	453	18,5	5,0	0,30	8	12,0	38,0	0,3 - 1,8	35,5
	5	453	18,5	5,0	0,56	8	12,0	38,0	0,3 - 1,8	35,5
	5	453	18,5	5,0	1,10	8	12,0	38,0	0,3 - 1,8	35,5
Papaliangas et al. (1993)	5	0	24,0	7,0	0,05	12	3,5	30,0	0,0 - 1,0	30,0
	6	0	24,0	7,0	0,10	12	3,5	30,0	0,0 - 1,1	30,0
Indraratna et al. (2010)	5	453	18,5	5,0	0,80	8	21,5	36,0	0,0 - 2,0	27,5
Shrivastava e Rao (2018)	3	91	30,0	5,0	0,51 - 2,04	15	11,75	45,0	0,0	-
	5	0	30,0	5,0	0,05 - 2,04	15	11,75	45,0	0,0	-
	3	91	30,0	5,0	0,10 - 2,04	15	11,75	45,0	1,0	28,8
	3	0	30,0	5,0	0,10 - 2,04	15	11,75	45,0	1,0	28,8
	4	91	30,0	5,0	0,10 - 2,04	15	11,75	45,0	1,4	28,8
	4	0	30,0	5,0	0,10 - 2,04	15	11,75	45,0	1,4	28,8
	1	91	30,0	5,0	0,10	15	11,75	45,0	2,0	28,8
	3	0	30,0	5,0	0,51 - 2,04	15	11,75	45,0	2,0	28,8

Tais informações foram utilizadas neste trabalho para a obtenção das constantes c_1 , c_2 e c_3 consideradas no modelo analítico de Oliveira e Indraratna (2010) para a representação do comportamento cisalhante das descontinuidades rochosas via a utilização dos métodos meta-

heurísticos (Algoritmo Genético e PSO). Uma vez obtidas tais constantes para todo o conjunto de descontinuidades apresentado na Tabela 3, pode-se então, construir um conjunto de treinamento e testes para o estabelecimento de um modelo de previsão relacionando as constantes c_1 , c_2 e c_3 às variáveis governantes do comportamento cisalhante das descontinuidades rochosas por meio da utilização das redes neurais artificiais.

4.4 Ajuste das curvas de dilatância utilizando Funções de Base Radial

O modelo de Oliveira e Indraratna (2010) utilizado para o desenvolvimento da metodologia proposta neste trabalho pressupõe a determinação do ângulo de dilatância i , o qual varia em função do deslocamento cisalhante u_s durante o cisalhamento da descontinuidade rochosa. De acordo com estes autores, o ângulo de dilatância deve ser determinado a partir da curva deslocamento cisalhante (u_s) *versus* dilatância (u_n), obtida de um ensaio de cisalhamento direto em grande escala. Assim, visando representar matematicamente o ângulo de dilatância i para diferentes valores de u_s , os autores propõem a utilização das séries de Fourier para aproximação da curva experimental, de forma a permitir a obtenção do valor de i de acordo com a Equação 4.4 apresentada anteriormente.

Conforme Oliveira e Indraratna (2010) estabelecem em seu trabalho, o uso de séries de Fourier para a estimativa do ângulo de dilatância em modelos de resistência ao cisalhamento de descontinuidades não é algo imperativo, de modo que outras relações podem ser usadas. Neste sentido, a utilização de funções de base radial (RBF) mostra-se como uma alternativa viável, uma vez que as RBF são ferramentas poderosas para interpolação e aproximação de dados multivariados dispersos. Dentre suas características, está a capacidade de modelar problemas arbitrários, o potencial para lidar com pontos de dados dispersos em múltiplas dimensões e a implementação relativamente simples (MULLUR; MESSAC, 2005).

Inicialmente propostas por Hardy (1971), as RBF têm como proposta geral representar uma certa função desconhecida cujos valores estão disponíveis em um conjunto finito de pontos. Tais funções são sempre expressas em termos da distância Euclidiana $r = \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\|$ de um ponto genérico \mathbf{x} para um conjunto de dados pré-definidos \mathbf{x}_i . Assim, supondo que $u_n = f(u_s)$ é uma função a qual se deseja representar, a aproximação por RBF pode ser dada pela Equação 4.12:

$$u_n(u_s) = \sum_{i=1}^{N_\phi} \beta_i \cdot \phi_i(\|u_s - u_{si}\|) \quad (4.12)$$

onde u_{si} representa os pontos amostrados (centros das funções), β_i são os parâmetros de ajuste e N_ϕ é o número de funções. Em estratégias baseadas em interpolação, o número de funções de base radial é comumente definido como igual à quantidade de pontos amostrados. Além disso, usar tais pontos como centros das funções contribui para melhores resultados (AMOUZGAR; STRÖMBERG, 2017).

Assim sendo, os parâmetros de ajuste β_i podem ser obtidos a partir da definição de uma matriz quadrada de ordem N_ϕ composta por funções de base radial. Tal matriz é denominada *Matriz de Interpolação* e sua aplicação assegura solução única para os pesos, garantindo deste modo que nos pontos amostrados a solução é exata. Fora destes, no entanto, o valor em um ponto genérico é definido por uma interpolação não-linear. Deste modo, dado que nos N_ϕ pontos amostrados os vetores u_n e u_s são conhecidos, um sistema de equações possível e determinado pode ser estabelecido segundo a Equação 4.13:

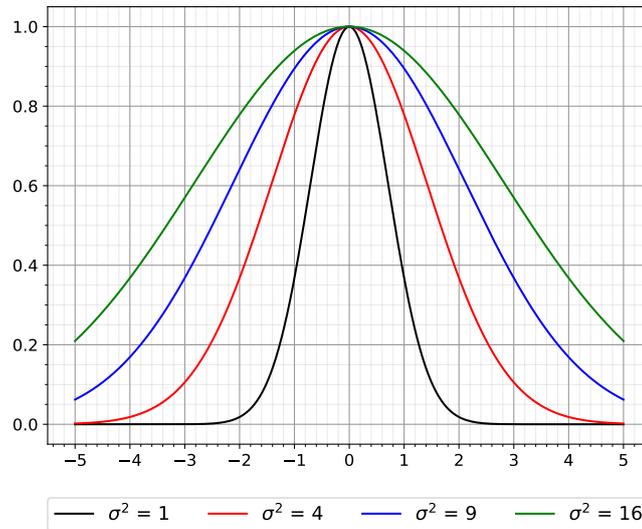
$$u_n(u_s) = \begin{bmatrix} \phi_1(u_{s1}) & \phi_2(u_{s1}) & \dots & \phi_n(u_{s1}) \\ \phi_1(u_{s2}) & \phi_2(u_{s2}) & \dots & \phi_n(u_{s2}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_1(u_{sn}) & \phi_2(u_{sn}) & \dots & \phi_n(u_{sn}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_n \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

Algumas das principais funções de base radial ϕ são apresentadas na Tabela 4. O parâmetro $\sigma > 0$, presente nas funções multiquadrática e gaussiana, por exemplo, deve ser ajustado de acordo com o problema, visto que a acurácia do método depende fortemente deste valor (KITAYAMA *et al.*, 2011). Em outras palavras, tal parâmetro está relacionado com a "suavidade" do espaço a ser aproximado, conforme verifica-se na Figura 20.

Tabela 4 – Exemplos de funções de base radial.

Nomenclatura	Função ϕ
Cúbica	r^3
Thin-plate spline	$r^2 \cdot \log r$
Multiquadrática	$\sqrt{r^2 + \sigma^2}$
Gaussiana	$e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}}$

A adoção de RBFs com parâmetro σ pode ser vista de duas maneiras. Se por um lado a determinação do valor ótimo pode apresentar-se trabalhosa, a possibilidade de ajustá-lo de acordo com o problema mostra-se como o grande diferencial em relação às outras funções. O conceito de valor ótimo para σ , em outras palavras, diz respeito àquele que proporcione o menor erro de ajuste.

Figura 20 – Parâmetro σ (função gaussiana).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Em resumo, o valor ideal para o parâmetro de suavidade depende do número e distribuição das amostras. Buscando uma abordagem mais geral, Kitayama *et al.* (2011) apresentam:

$$\sigma = \frac{d_{max}}{\sqrt{m} \sqrt[3]{N_\phi}} \quad (4.14)$$

sendo d_{max} a maior distância entre duas amostras e m o número de variáveis.

Conforme apresentado, a função de referência ϕ pode assumir diversas formas, sendo a função gaussiana comumente utilizada (KITAYAMA *et al.*, 2012; WU *et al.*, 2016). Assim, uma vez definidos os parâmetros de ajuste β_i , os valores da dilatância para o modelo podem ser representados segundo a Equação 4.15:

$$u_n(u_s) = \sum_{i=1}^{N_\phi} \beta_i \cdot \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{u_s - u_{si}}{\sigma} \right)^2 \right] \quad (4.15)$$

Visto que a função gaussiana é contínua em todo o domínio e apresenta soluções analíticas para as derivadas de primeira ordem, os valores do ângulo de dilatância i podem ser expressos matematicamente e determinados para quaisquer pontos dentro do intervalo amostrado, segundo a Equação 4.16:

$$i = \tan^{-1} \left(\frac{du_n}{du_s} \right) = \tan^{-1} \left[\sum_{i=1}^{N_\phi} -\beta_i \cdot \left(\frac{u_s - u_{si}}{\sigma} \right) \cdot \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{u_s - u_{si}}{\sigma} \right)^2 \right] \right] \quad (4.16)$$

4.5 Otimização por Métodos Meta-heurísticos

Com o objetivo de definir parâmetros do modelo de Oliveira e Indraratna (2010) que proporcionem o melhor ajuste das curvas τ versus u_s do modelo aos dados experimentais,

propôs-se o desenvolvimento de uma formulação matemática fundamentada na extremização da função objetivo apresentada na Equação 4.17. Tal função representa a medida de desempenho NRMSE (Raiz do Erro Quadrado Médio Normalizado), a qual possibilita a obtenção de uma estimativa do erro e a comparação da adequabilidade entre resultados:

$$\text{Minimize } NRMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\hat{\tau}_i - \tau_i)^2}{\sum_{i=1}^N \tau_i^2}} \quad (4.17)$$

onde N é o número de pontos amostrados, $\hat{\tau}_i$ é o valor estimado da resistência ao cisalhamento pelo modelo analítico e τ_i é o valor real da resistência ao cisalhamento obtido de forma experimental e disponível para o i -ésimo ponto no conjunto da base de dados utilizada. Além da definição de uma função objetivo, foram selecionados os parâmetros c_1 , c_2 e c_3 do modelo de Oliveira e Indraratna (2010) como variáveis de projeto, estabelecendo-os como variáveis contínuas e independentes entre si, de modo que qualquer combinação entre os três parâmetros poderia ocorrer.

Para viabilizar tal proposta, utilizou-se o software BIOS (BIOS, 2020) na solução do problema de otimização, o qual adota em sua estrutura algoritmos meta-heurísticos e uma codificação baseada no paradigma de programação orientada ao objeto. Para isso, foram realizadas implementações de rotinas de cálculo em linguagem C++, a partir da criação de uma classe exclusiva para o problema (ver Apêndice B).

Na realização do processo de otimização, variáveis de projeto foram atribuídas aleatoriamente e, em seguida, a função objetivo foi avaliada iterativamente. Após esse processo inicial, o conjunto de variáveis de projeto, ou o vetor de projeto, foi armazenado como uma matriz contendo possíveis soluções. A partir dos métodos especiais dos algoritmos adotados, inspirados em processos naturais ou biológicos, buscou-se melhorar os resultados da função objetivo a partir da atualização das variáveis de projeto durante as iterações.

Dentre os algoritmos disponíveis, adotaram-se os métodos de otimização PSO e Algoritmo Genético, com o objetivo de avaliar a eficácia da metodologia apresentada e garantir a validação dos resultados pelo uso de diferentes meta-heurísticas, conforme resumidamente apresentado. Para cada um destes algoritmos, foram estabelecidos parâmetros fixos em todas as simulações realizadas, conforme a Tabela 5 e Tabela 6.

Para a resolução do problema de otimização pelo Algoritmo Genético, adotaram-se as recomendações de Yang *et al.* (2012), os quais estabelecem que a taxa de cruzamento deve

apresentar uma probabilidade alta, geralmente entre 80 % e 95 %, e a probabilidade de mutação deve ser tipicamente baixa, de 0,1 % a 5 % . Desde modo, garante-se a manutenção dos melhores resultados ao longo das gerações e evita-se convergências prematuras. Além disso, assumiu-se o método de seleção por *ranking* e o tipo de cruzamento por combinação linear.

Tabela 5 – Parâmetros de entrada (Algoritmo Genético).

Parâmetros do modelo	
Número de Gerações	500
Tamanho da População	500
Método de Seleção	Ranking
Método de Cruzamento	Combinação Linear
Taxa de Cruzamento	0,90
Taxa de Mutação	0,05

No caso particular do método de otimização PSO, foi estabelecida a topologia do tipo quadrada, a qual favorece maior exploração do espaço de busca. Além disso, adotaram-se parâmetros iguais a $\omega = 0,9$ (inércia da partícula), $\alpha_1 = 1,5$ (parâmetro cognitivo) e $\alpha_2 = 1,5$ (parâmetro social).

Tabela 6 – Parâmetros de entrada (PSO).

Parâmetros do modelo	
Número de Ciclos	500
Número de Partículas	500
Topologia	Quadrada
Inércia da Partícula	0,9
Parâmetro Cognitivo	1,5
Parâmetro Social	1,5

É importante destacar que, embora este estudo considere algumas recomendações na definição dos parâmetros, a prática adquirida através da implementação computacional dos algoritmos é fundamental para se adquirir alguma sensibilidade sobre os valores destes parâmetros e, portanto, defini-los da melhor forma.

4.6 Desenvolvimento de modelo neuronal para a previsão dos parâmetros do modelo de Oliveira e Indraratna (2010)

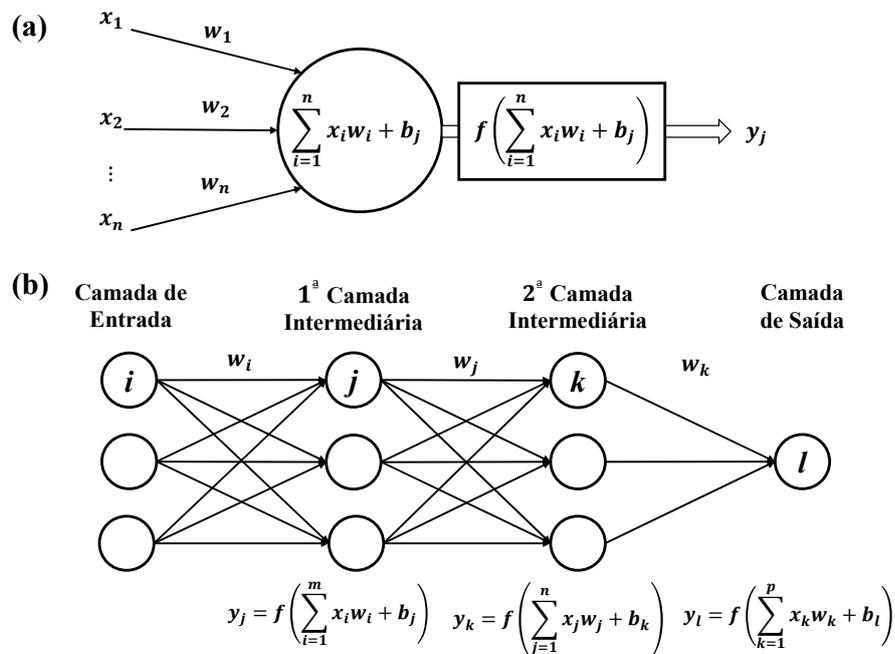
Uma vez definidos a partir da aplicação dos métodos meta-heurísticos ao conjunto experimental utilizado, procedeu-se ao desenvolvimento de um modelo de previsão dos valores

de c_1 , c_2 e c_3 da proposta de Oliveira e Indraratna (2010). Tal iniciativa visa apresentar uma alternativa à obtenção de tais parâmetros diante da indisponibilidade de técnicas computacionais que garantam sua escolha otimizada, como os métodos meta-heurísticos, e até mesmo pelas dificuldades experimentais envolvidas na determinação de tais constantes de ajuste.

Entre as possíveis técnicas disponíveis para o desenvolvimento de modelos de previsão, optou-se pela utilização das redes neurais artificiais (RNA), as quais têm sido aplicadas com sucesso no desenvolvimento de trabalhos recentes na área de Mecânica das Rochas (Dantas Neto *et al.*, 2017; OCAK; SEKER, 2012; MAJDI; REZAEI, 2013; ZHOU *et al.*, 2020).

Essencialmente, uma RNA consiste em um modelo matemático baseado no sistema nervoso central humano, composto por um conjunto de nós (neurônios artificiais) conectados entre si via pesos sinápticos (HAYKIN, 2008). Conforme a Figura 21a, o cálculo do valor de um neurônio da camada de saída de uma RNA é feita aplicando-se uma função de ativação à soma das variáveis de entrada (\mathbf{x}) ponderadas pelos pesos sinápticos (\mathbf{w}) e bias. O valor obtido para este neurônio é então utilizado como entrada para a próxima camada de neurônios, cujos valores são calculados de forma semelhante, repetindo-se o processo até que o valores dos neurônios da camada de saída da rede sejam obtidos (Figura 21b).

Figura 21 – Representação (a) de um neurônio artificial e (b) de uma rede neural.



Fonte: Adaptado de Vieira *et al.* (2017).

A definição dos valores dos pesos sinápticos e bias em uma RNA ocorre a partir de um processo de treinamento, onde um conjunto de dados de entrada-saída conhecidos é utilizado.

Desta forma, os valores dos pesos sinápticos podem ser definidos de acordo com algoritmos computacionais, os quais visam a minimização do erro na camada de saída.

Neste estudo, o desenvolvimento das RNA utilizou os resultados dos 110 ensaios de cisalhamento direto em larga escala citados na Tabela 3. Este conjunto de informações foi dividido em três grupos: o conjunto de treinamento, formado pelos resultados obtidos em 90 ensaios (80% dos dados disponíveis) aleatoriamente escolhidos; o conjunto de teste, formado por 16 resultados de ensaios (15% dos dados disponíveis); e o conjunto de validação, formado pelas 4 amostras (5% dos dados disponíveis) restantes.

Os dados constituintes do conjunto de treinamento foram utilizados para o ajuste dos pesos sinápticos da rede, enquanto as amostras de teste serviram para avaliar a capacidade de generalização do modelo neuronal à medida que os hiperparâmetros foram sendo ajustados (HAYKIN, 2008). Convém salientar que a utilização de apenas 15% dos dados na fase de teste se deu pela pequena quantidade de dados experimentais disponíveis para o desenvolvimento do modelo de previsão, se comparado com a utilizada por outros autores (Dantas Neto *et al.*, 2017; LEITE; Dantas Neto, 2020). Para validação do modelo neuronal desenvolvido para a previsão dos parâmetros c_1 , c_2 e c_3 da proposta de Oliveira e Indraratna (2010), procedeu-se à comparação dos resultados obtidos pelo modelo neuronal final com os resultados de ensaios de cisalhamento direto em larga escala pertencentes ao conjunto de validação definido anteriormente.

Para cada uma das variáveis c_1 , c_2 e c_3 foram desenvolvidos modelos neuronais específicos, para os quais foram testadas diferentes arquiteturas de rede, até a obtenção de um modelo de previsão que apresentasse o melhor desempenho entre os testados, expresso por meio do coeficiente de correlação (R^2) entre as saídas calculadas pelo modelo de previsão e os valores-alvos (targets) disponíveis nos conjuntos utilizados nas fases de treinamento e teste. Em todos os modelos testados, e levando-se em conta os principais fatores que influenciam o comportamento das discontinuidades rochosas, foram adotadas as seguintes variáveis de entrada:

- x_1 = constante de rigidez normal (k_n), em kPa/mm;
- x_2 = tensão normal inicial (σ_{n0}), em MPa;
- x_3 = *JRC*;
- x_4 = resistência à compressão uniaxial da rocha intacta (σ_c), em MPa;
- x_5 = ângulo de atrito básico (ϕ_b), em graus;
- x_6 = relação entre a espessura do material de preenchimento e a altura da aspereza (t/a);
- x_7 = ângulo de atrito do material de preenchimento (ϕ_{fill}), em graus.

As funções sigmoide e linear forma utilizadas para a ativação dos neurônios das camadas intermediária e de saída, respectivamente (HAYKIN, 2008). A normalização de todas as variáveis usadas como entrada e saída no desenvolvimento do modelo proposto foi feita no intervalo (0, 1) conforme procedimento utilizado por Dantas Neto *et al.* (2017). A Tabela 7 apresenta os valores mínimos e máximos utilizados na normalização durante a fase de treinamento e teste.

Tabela 7 – Valores usados para a normalização das variáveis de entrada e saída.

	c_1	c_2	c_3	k_n (kPa/mm)	σ_{n0} (MPa)	JRC	σ_c (MPa)	ϕ_b (graus)	t/a	ϕ_{fill} (graus)
x_{min}	0,001	0,001	-1,314	0,0	0,05	3	3,5	30,0	0,0	0,0
x_{max}	9,719	2,368	4,360	453,0	2,69	15	27,5	45,0	2,0	35,5

Para levar em consideração hipóteses específicas do problema modelado, foi desenvolvido um algoritmo computacional em linguagem Python a partir da importação da biblioteca Keras, a qual fornece uma interface Python para redes neurais artificiais (ver Apêndice C). Na construção do modelo, foi definida a utilização do otimizador RMSprop, assumindo-se taxas de aprendizado entre 0,001 e 0,1. Na avaliação da qualidade do modelo, foi estabelecida a função de custo MSE (Mean Squared Error), a qual é responsável pelo cálculo do erro durante a fase de treinamento. Em todos os casos, um número máximo de duzentas mil épocas foi definido como critério de parada, embora o treinamento pudesse ser interrompido a partir do momento em que um aumento do erro de estimativa nos valores das amostras de teste fosse verificado (overfitting).

5 RESULTADOS

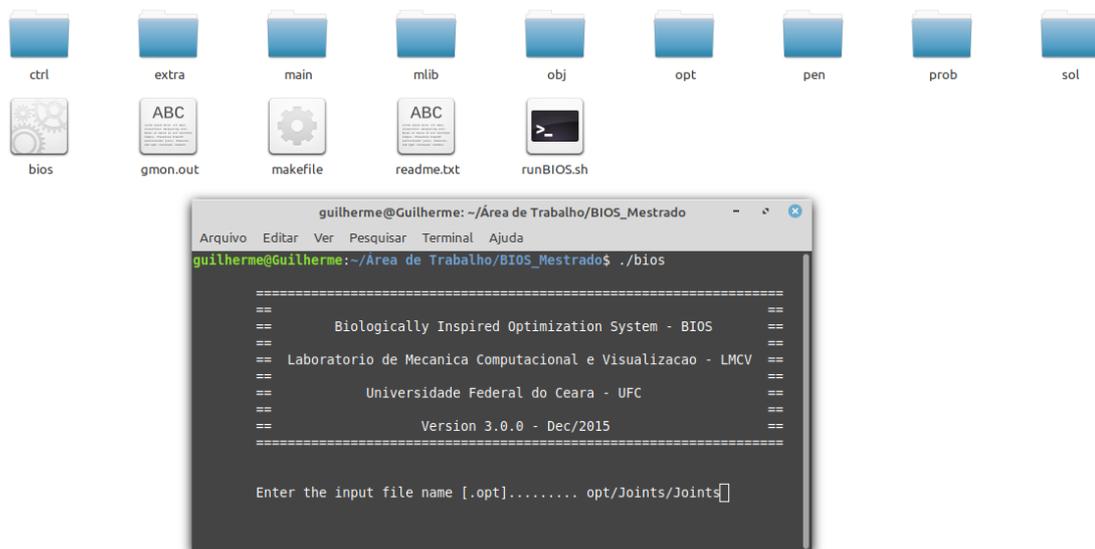
5.1 Obtenção dos parâmetros via métodos de otimização meta-heurísticos

A princípio, os métodos meta-heurísticos do Algoritmo Genético e PSO foram utilizados para a obtenção dos parâmetros c_1 , c_2 e c_3 do modelo de Oliveira e Indraratna (2010) referentes aos 110 resultados de ensaios selecionados. Com base no modelo analítico e na análise computacional desenvolvida, avaliou-se a capacidade de ajuste para cada ensaio especificado, determinando-se as melhores soluções com base em um processo de minimização do erro.

Para isso, foi necessária a especificação dos parâmetros de entrada do programa BIOS (2020), responsável pelo processo de otimização, conforme Apêndice A. O BIOS (2020) trabalha com dois arquivos de entrada: o primeiro deles refere-se ao arquivo de extensão `.opt`, o qual lida com parâmetros relacionados ao algoritmo de otimização propriamente dito; enquanto o segundo arquivo, de extensão `.roc`, contém as informações particulares do problema, devendo ser definido de acordo com os dados do ensaio.

Com base nesses arquivos de entrada, o programa calcula as possíveis soluções e seleciona a melhor entre todas. Para iniciar o processo, adotando-se um sistema operacional Linux, deve-se fornecer o endereço da pasta do programa BIOS no terminal. Após isso, executa-se a linha de comando `./bios`, conforme a Figura 22. Com o surgimento da tela de apresentação do programa, insere-se o caminho relativo do arquivo de extensão `.opt` (`opt/Joints/Joints`). Automaticamente, é selecionado o arquivo de extensão `.roc`, iniciando-se o processo de otimização.

Figura 22 – Execução do processo de otimização - BIOS.

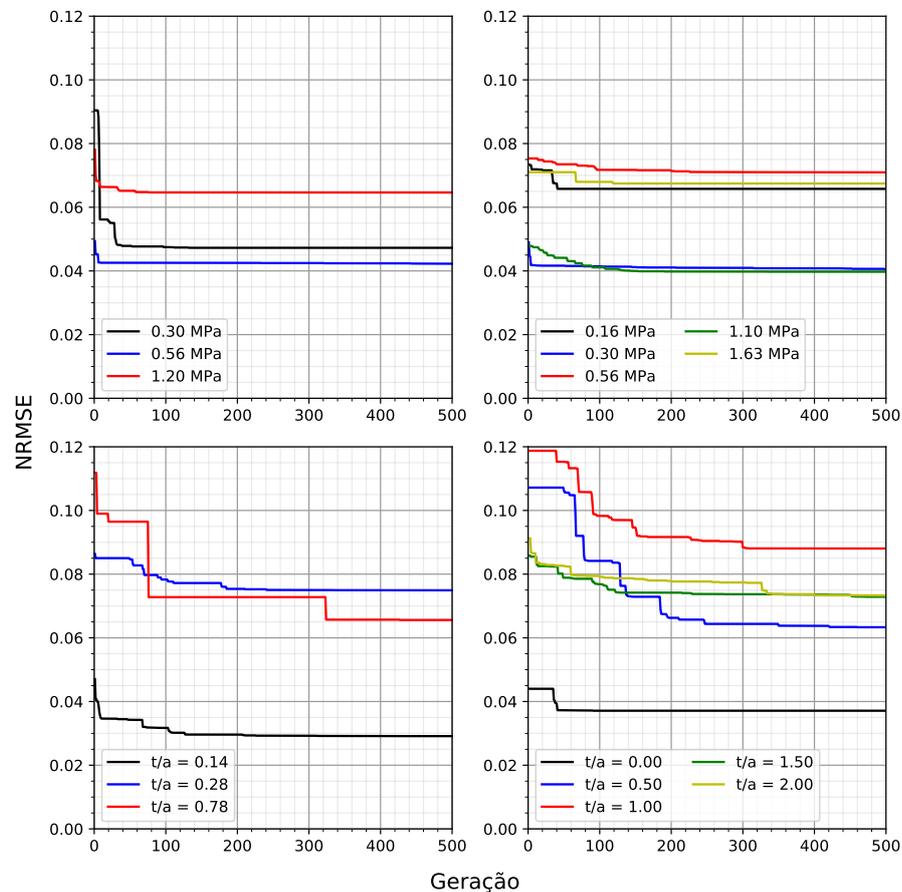


Fonte: Elaborado pelo autor.

Concluído o processo, o programa retorna um arquivo de extensão .out, o qual apresenta os detalhes do projeto ótimo. A partir das informações contidas neste arquivo é possível, por exemplo, verificar o processo de convergência da função objetivo em cada otimização realizada. Tais dados são úteis para avaliar se de fato o algoritmo comporta-se como esperado.

Conforme pode ser avaliado na Figura 23, o processo de convergência da função objetivo ao longo das gerações pode apresentar comportamento variável de acordo com os dados dos ensaios adotados. Isso ocorre porque a convergência depende das soluções iniciais avaliadas, da complexidade do problema, da eficiência do algoritmo, e dos parâmetros adotados.

Figura 23 – Processo de convergência da função objetivo.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Em cada uma das simulações realizadas – 225.500 com o Algoritmo Genético e 253.506 com o PSO – possíveis soluções foram avaliadas. Neste caso, a diferença entre o número de avaliações se deve em razão dos mecanismos de busca dos algoritmos e de suas metodologias de atualização da população/grupo de partículas.

A partir dos exemplos da Tabela 8, definidos com base nos ensaios apresentados em Haque (1999) e Indraratna *et al.* (2010a), é possível verificar os valores dos coeficientes de ajuste

adotados no cálculo da relação u_s versus u_n para descontinuidades sem e com preenchimento, respectivamente. Com base nos resultados da Figura 27a e Figura 27b, verifica-se que a aplicação das RBF resulta em um ajuste satisfatório dos dados para os exemplos ilustrados. Conforme explicado na seção 4.4, o número de coeficientes de ajuste coincide com o número de pontos amostrados.

Tabela 8 – Coeficientes de ajuste das RBF.

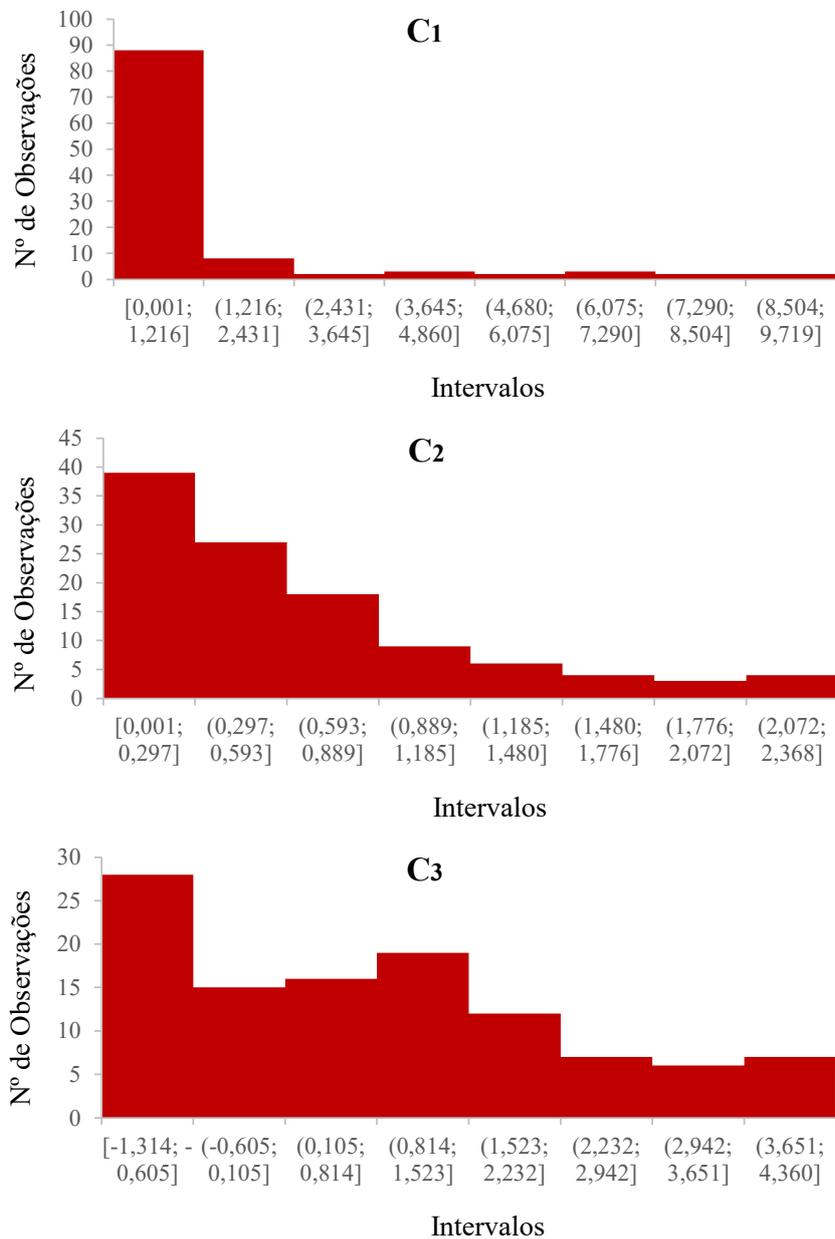
Coeficiente	Haque (1999)					Indraratna <i>et al.</i> (2010a)				
	0,16 MPa	0,30 MPa	0,56 MPa	1,10 MPa	1,63 MPa	$t/a = 0,0$	$t/a = 0,5$	$t/a = 1,0$	$t/a = 1,5$	$t/a = 2,0$
β_1	-0,0568	-0,0473	-0,0314	-0,0131	-0,0351	0,1213	-0,0167	0,0197	0,0303	0,0490
β_2	0,1202	0,1094	0,0666	0,0267	0,0708	-0,2143	0,0451	-0,0310	-0,0453	-0,0898
β_3	-0,1322	-0,1544	-0,0769	-0,0216	-0,0691	0,0572	-0,0930	-0,0103	-0,0288	0,0393
β_4	0,1228	0,1873	0,0955	-0,0229	0,0823	-0,1276	0,0966	-0,0094	-0,0066	-0,0500
β_5	-0,1740	-0,2307	-0,0829	0,0532	-0,0524	0,0329	-0,0721	-0,0084	-0,0161	0,0243
β_6	0,2271	0,2687	0,0574	-0,1008	-0,0037	-0,0126	0,0455	-0,0125	0,0131	-0,0131
β_7	-0,2977	-0,3227	-0,0426	0,1087	0,0377	0,0454	-0,0084	0,0205	0,0008	-0,0141
β_8	0,3153	0,3635	0,0255	-0,1044	-0,0742	0,0399	-0,0113	-0,0066	0,0100	0,0413
β_9	-0,2331	-0,3430	-0,0310	0,1101	0,0807	0,0048	-0,0032	-0,0017	0,0084	-0,0297
β_{10}	0,1151	0,2373	0,0316	-0,0775	-0,0646	0,0271	0,0065	0,0180	0,0175	0,0124
β_{11}	-0,0560	-0,1773	-0,0142	0,0681	0,0290	-0,0153	-0,0103	-0,0073	-0,0012	0,0284
β_{12}	0,0475	0,1264	-0,0212	-0,0428	-0,0028	0,0472	0,0163	0,0183	0,0278	-0,0273
β_{13}	-0,0108	-0,0004	0,0650	0,0199	-0,0164	-0,0134	-0,0415	-0,0022	-0,0384	0,0598
β_{14}	-0,0023	-0,0368	-0,1092	-0,0046	0,0332	-0,0065	0,0492	0,0223	0,0416	-0,0503
β_{15}	0,0253	0,0319	0,1052	-0,0192	-0,0195	-0,0163	-0,0262	-0,0281	-0,0539	0,0402
β_{16}	-0,0185	-0,0181	-0,0497	0,0138	0,0001	-0,0189	0,0512	0,0456	0,0457	-0,0231
β_{17}	-0,0246	-0,0183	0,0196	-0,0111	0,0095	-0,0016	-0,0389	-0,0673	-0,0563	-0,0115
β_{18}	0,0149	0,0115	-0,0085	0,0069	-0,0055	-0,0295	0,0415	0,0645	0,0337	0,0207
β_{19}	-	-	-	-	-	0,0043	-0,0628	-0,0674	-0,0231	-0,0563
β_{20}	-	-	-	-	-	0,0089	0,0574	0,0484	0,0114	0,0516
β_{21}	-	-	-	-	-	-0,0155	-0,0779	-0,0843	-0,0175	-0,0645
β_{22}	-	-	-	-	-	0,0265	0,0431	0,0585	0,0187	0,0443

Embora tanto as séries de Fourier - adotadas como referência no trabalho de Oliveira e Indraratna (2010) - como as RBF mostrem-se alternativas viáveis na interpolação dos dados experimentais, o uso de RBF possibilita a determinação dos parâmetros de ajuste do modelo a partir da resolução de um sistema de equações possível e determinado de dimensão conhecida, o que dispensa o cuidado especial com o número de termos necessários para garantir a convergência do modelo, como ocorre nas séries de Fourier.

Para efeito de implementação, foram desconsiderados os valores do parâmetro c_1 nos casos em que a descontinuidade rochosa não apresentava preenchimento ($t/a = 0$), assumindo-se $\eta = 0$ na Equação 4.1, ou seja, admitindo que o comportamento cisalhante da descontinuidade rochosa se dá apenas em função do contato rocha-rocha. Conforme os resultados, nas situações com descontinuidades preenchidas, o parâmetro c_1 restringiu-se ao intervalo [0,001; 9,719]. No caso do parâmetro que controla a degradação da aspereza c_2 , foram obtidos valores dentro do intervalo [0,001; 2,368] considerando-se descontinuidades sem e com preenchimento. Por

último, a constante de ajuste c_3 do modelo apresentou valores dentro dos limites $[-1,314; 4,360]$ para os casos analisados, conforme verificado na Figura 24.

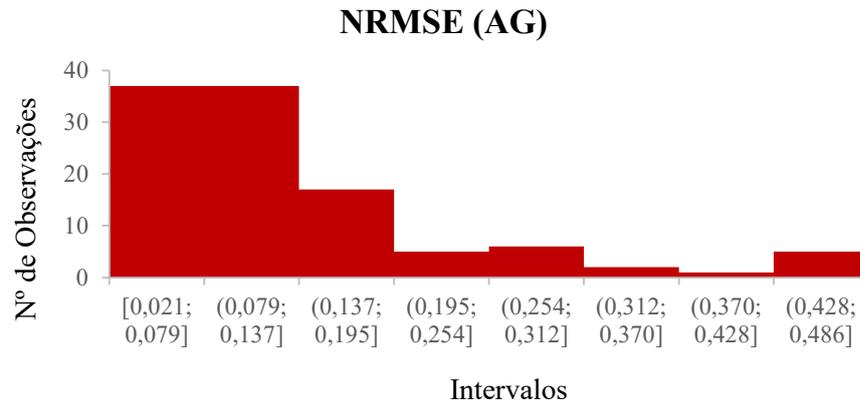
Figura 24 – Histograma dos valores de c_1 , c_2 e c_3 .



Fonte: Elaborado pelo autor.

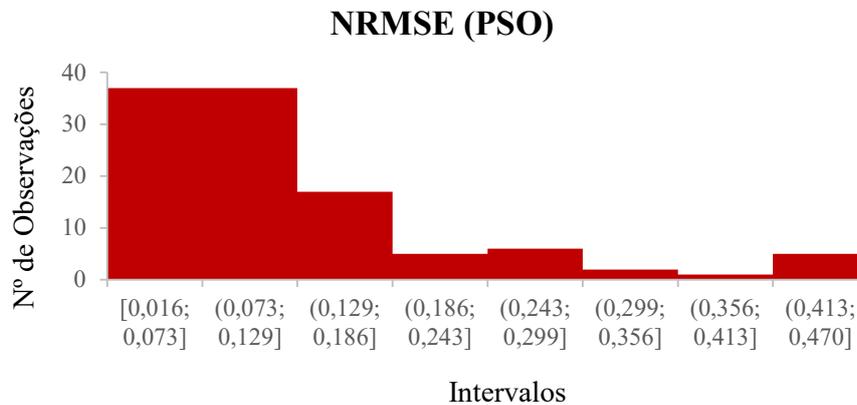
A Figura 25 e a Figura 26 apresentam os valores de $NRMSE$ obtidos para os processos de otimização utilizando o Algoritmo Genético e o PSO, respectivamente, a partir dos quais pode-se observar um desempenho muito semelhante entre estas metodologias. Tal semelhança sugere a obtenção de mínimos globais nos casos analisados, visto que diferentes metodologias foram capazes de encontrar soluções otimizadas muito próximas.

Figura 25 – Histograma dos valores de NRMSE (AG).



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 26 – Histograma dos valores de NRMSE (PSO).

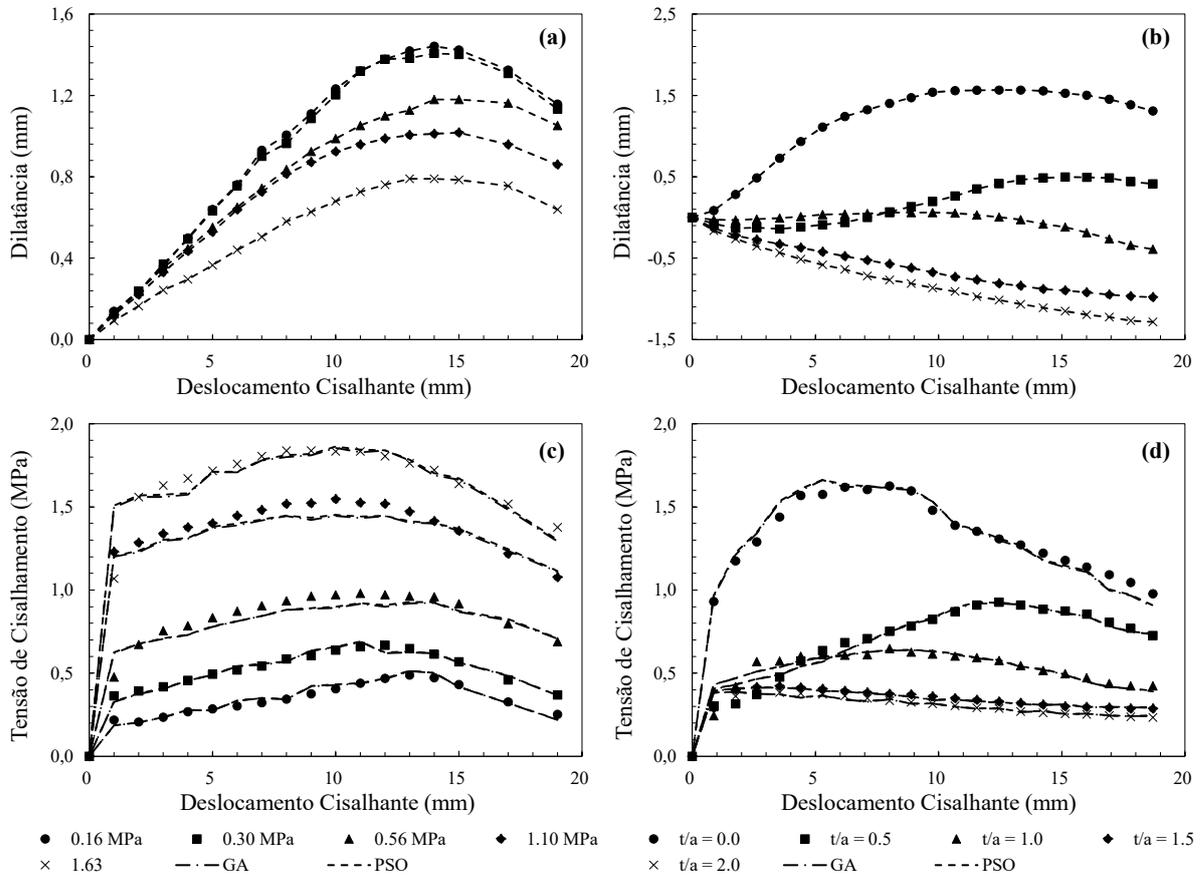


Fonte: Elaborado pelo autor.

A semelhança entre os resultados obtidos pelos diferentes algoritmos meta-heurísticos pode ser comprovada na Figura 27, a qual mostra a comparação entre alguns resultados de ensaios de cisalhamento direto em grande escala e aqueles obtidos pela aplicação da proposta de Oliveira e Indraratna (2010) utilizando os valores dos parâmetros c_1 , c_2 e c_3 obtidos no processo de otimização a partir dos métodos do Algoritmo Genético e do PSO.

Os resultados apresentados na Figura 27 foram obtidos para descontinuidades rochosas com as seguintes características: $k_n = 453$ kPa/mm, $\sigma_{n0} = 0,16 - 1,63$ MPa, $JRC = 4$, $\sigma_c = 12,0$ MPa, e $\phi_b = 38,0$ graus (situação sem preenchimento); $k_n = 453$ kPa/mm, $\sigma_{n0} = 0,80$ MPa, $JRC = 8$, $\sigma_c = 21,5$ MPa, $\phi_b = 36,0$ graus, $t/a = 0 - 2$, e $\phi_{fill} = 27,5$ graus (situação com preenchimento). Tais resultados evidenciam que a aplicação dos métodos meta-heurísticos para a obtenção dos parâmetros c_1 , c_2 e c_3 na proposta de Oliveira e Indraratna (2010) leva a uma interpolação satisfatória dos dados experimentais. Um resumo de todos os valores de c_1 , c_2 e c_3 sugeridos para as descontinuidades analisadas neste estudo é apresentado no Apêndice D.

Figura 27 – Dilatância vs. Deslocamento Cisalhante: (a) sem e (b) com preenchimento. Tensão de Cisalhamento vs. Deslocamento Cisalhante: (c) sem e (d) com preenchimento.



Fonte: Elaborado pelo autor.

5.2 Modelo neuronal de previsão dos parâmetros

A partir da aplicação dos métodos meta-heurísticos para a obtenção dos valores de c_1 , c_2 e c_3 para diferentes tipos de discontinuidades e condições de contorno, foi elaborado o banco de dados para o desenvolvimento de modelos de previsão de cada um destes parâmetros aplicando-se os conceitos de redes neurais artificiais. Em tais modelos neuronais, conforme mencionado anteriormente, a ativação dos neurônios da camada intermediária foi feita por meio da utilização da função sigmoide (Equação 5.1) e para os neurônios da camada de saída foi considerada a função linear (Equação 5.2).

$$f(W^T X) = \frac{1}{1 + \exp(-W^T X)} \quad (5.1)$$

$$f(W^T X) = W^T X \quad (5.2)$$

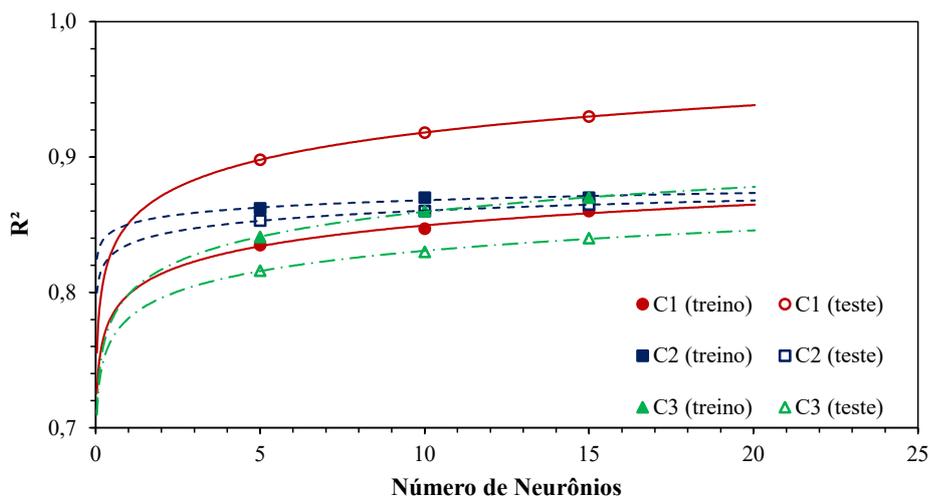
A utilização de uma combinação entre a função sigmoide e a função linear apresenta como vantagem o fato de permitir que os modelos de previsão sejam facilmente definidos a

partir de uma equação vetorial não-linear escrita em função dos vetores formados pelos pesos sinápticos entre as diferentes camadas constituintes da rede neural artificial.

Diante disso, foram analisadas três diferentes arquiteturas ($A_1:7-5-1$, $A_2:7-10-1$ e $A_3:7-15-1$), nas quais um número fixo de 7 (sete) neurônios na camada de entrada e 1 (um) neurônio na camada de saída foi definido para todas as arquiteturas, assim como uma quantidade variável de 5 (cinco), 10 (dez) e 15 (quinze) neurônios foi estabelecida para as respectivas camadas intermediárias.

A Figura 28 apresenta a relação entre os coeficientes de determinação (R^2) - definidos a partir de uma regressão linear simples entre os valores reais de c_1 , c_2 e c_3 e aqueles previstos pelo modelo neuronal - e o número de neurônios definido para as camadas intermediárias da rede neural. Como base nesta relação, é possível verificar que os valores de R^2 sofrem pouca variação com o aumento no número de neurônios.

Figura 28 – Avaliação do número de neurônios do modelo.



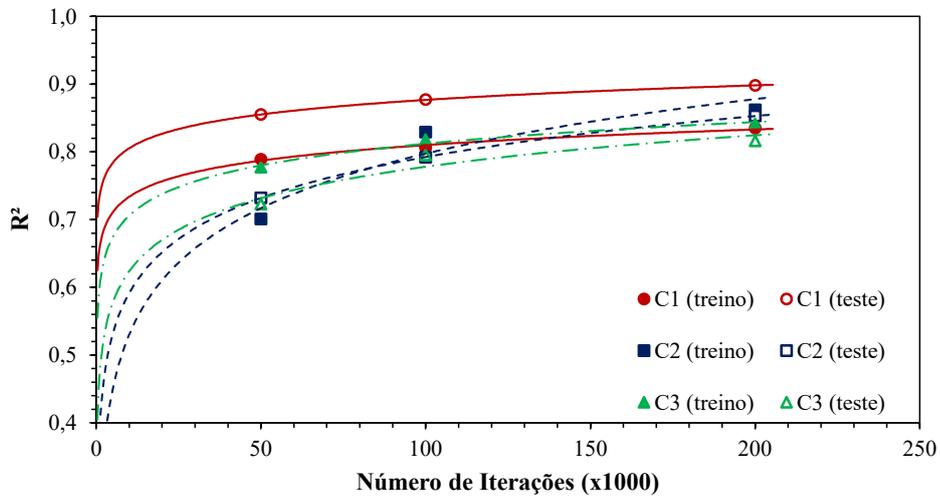
Fonte: Elaborado pelo autor.

Os resultados obtidos nas fases de treinamento e teste durante o desenvolvimento dos modelos de previsão dos parâmetros c_1 , c_2 e c_3 mostraram que as arquiteturas apresentaram desempenho muito semelhante. Assim, prezando-se pela simplicidade do modelo neuronal, optou-se pela arquitetura $A_1:7-5-1$. Neste caso, os coeficientes de determinação obtidos foram: $R^2 = 0,84$ (treinamento) e $R^2 = 0,90$ (teste) para a variável c_1 ; $R^2 = 0,86$ (treinamento) e $R^2 = 0,85$ (teste) para a variável c_2 ; e $R^2 = 0,84$ (treinamento) e $R^2 = 0,82$ (teste) para a variável c_3 .

A partir da Figura 29 é possível verificar os valores do coeficiente de determinação R^2 em função do número de iterações testadas para o modelo neuronal de arquitetura $A_1:7-5-1$. Neste caso, os melhores resultados foram alcançados quando atingido o número máximo de

200.000 (duzentos mil) iterações, o que sugere a não ocorrência de *overfitting*.

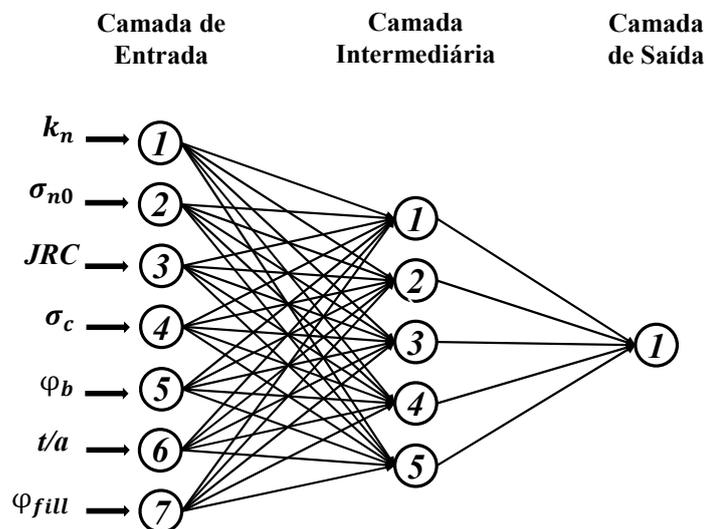
Figura 29 – Avaliação do número de iterações do modelo.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Na Figura 30 apresenta-se a arquitetura $A_1:7-5-1$, na qual o neurônio da variável de saída representa cada um dos parâmetros c_1 , c_2 e c_3 , sendo os pesos sinápticos e bias obtidos especificamente para cada modelo de previsão.

Figura 30 – Arquitetura dos modelos de RNA A:7-5-1.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Considerando-se a arquitetura apresentada na Figura 30, a resposta de cada um dos modelos neuronais pode ser obtida a partir do emprego da Equação 5.3:

$$y_1 = W_{j1}^T f(W_{ij}^T X) + b_1 \quad (5.3)$$

onde y_1 é o valor do neurônio da camada de saída correspondentes a cada um dos parâmetros c_1 , c_2 e c_3 ; b_1 é o bias do neurônio da camada de saída; X é o vetor formado pelos valores normalizados das variáveis de entrada, dado por:

$$X = \left[1 \quad k_{n,nor} \quad \sigma_{n0,nor} \quad JRC_{nor} \quad \sigma_{c,nor} \quad \phi_{b,nor} \quad (t/a)_{nor} \quad \phi_{fill,nor} \right]^T \quad (5.4)$$

W_{ij}^T é a transposta da matriz W_{ij} formada pelos pesos sinápticos (w_{ij}) entre os i neurônios da camada de entrada e os j neurônios da primeira camada oculta e seus bias (b_j), dada por:

$$W_{ij} = \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & b_3 & \dots & b_j \\ w_{11} & w_{12} & w_{13} & \dots & w_{1j} \\ w_{21} & w_{22} & w_{23} & \dots & w_{2j} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{i1} & w_{i2} & w_{i3} & \dots & w_{ij} \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

e o vetor W_{j1}^T é a transposta do vetor formado pelos pesos sinápticos entre o neurônio da camada de saída e os neurônios da camada oculta, calculado como:

$$W_{j1} = \left[w_{11} \quad w_{21} \quad w_{31} \quad \dots \quad w_{j1} \right]^T \quad (5.6)$$

Os pesos sinápticos obtidos para os modelos de previsão dos parâmetros c_1 , c_2 e c_3 a serem utilizados na formulação apresentada entre a Equação 5.3 e Equação 5.6 necessários à obtenção de tais parâmetros a partir do conhecimento características das descontinuidades rochosas expressas pelas variáveis de entrada – após processo de normalização – são apresentados entre a Tabela 9 e Tabela 14.

Tabela 9 – Pesos sinápticos e bias dos neurônios da camada intermediária (parâmetro c_1) – W_{ij} .

Entrada	Camada Intermediária				
	1	2	3	4	5
Bias	-0,9832	-0,9835	1,1902	-1,6882	0,9685
k_n	-0,0737	-0,0736	-0,0076	0,0880	0,0746
σ_{n0}	0,0968	0,0968	-0,0968	0,2409	-0,0988
JRC	-0,6844	-0,6845	-0,9055	0,4495	0,6827
σ_c	-0,1303	-0,1302	-0,1563	0,1238	0,1305
ϕ_b	0,0539	0,0539	-0,0231	-0,1112	-0,0557
t/a	-0,7041	-0,7041	-0,3741	-0,8389	0,7052
ϕ_{fill}	-0,0337	-0,0336	0,0760	0,0278	0,0339

Tabela 10 – Pesos sinápticos e bias dos neurônios da camada de saída (parâmetro c_1) – W_{j1}^T .

Saída	Bias	Camada Intermediária				
		1	2	3	4	5
1	2,4197	9,9317	10,5358	-5,9439	-8,4249	-0,4070

Tabela 11 – Pesos sinápticos e bias dos neurônios da camada intermediária (parâmetro c_2) – W_{ij} .

Entrada		Camada Intermediária				
		1	2	3	4	5
Bias		-0,9701	1,7417	-1,3011	0,8009	-1,4075
k_n		-0,2792	-0,2925	0,4916	0,7117	-0,5152
σ_{n0}		-0,1944	0,4342	-0,1399	-0,0820	-0,4834
JRC		-0,0828	0,2029	0,2566	-0,0550	0,3595
σ_c		0,2964	-0,5712	0,0785	0,5011	0,1195
ϕ_b		0,4820	-0,3696	-0,7778	-0,2176	-0,3808
t/a		-0,3610	-0,1523	0,0316	-0,3328	-0,2517
ϕ_{fill}		-0,6534	-0,4458	0,2466	-0,2728	-0,3860

Tabela 12 – Pesos sinápticos e bias dos neurônios da camada de saída (parâmetro c_2) – W_{j1}^T .

Saída	Bias	Camada Intermediária				
		1	2	3	4	5
1	1,0848	-12,4937	-2,7435	-15,6258	8,2294	15,6830

Tabela 13 – Pesos sinápticos e bias dos neurônios da camada intermediária (parâmetro c_3) – W_{ij} .

Entrada		Camada Intermediária				
		1	2	3	4	5
Bias		1,3316	2,0907	1,3317	1,2684	-1,3348
k_n		-0,1317	-0,3251	-0,1317	0,0685	0,1317
σ_{n0}		0,9703	-0,0540	0,9703	-0,9678	-0,9704
JRC		0,0856	0,7376	0,0856	0,1155	-0,0853
σ_c		-0,0191	-0,2207	-0,0191	-0,0482	0,0192
ϕ_b		0,0518	0,2095	0,0518	-0,0809	-0,0517
t/a		0,1054	-0,0514	0,1054	-0,1296	-0,1049
ϕ_{fill}		-0,1401	-0,5021	-0,1401	0,1406	0,1403

Tabela 14 – Pesos sinápticos e bias dos neurônios da camada de saída (parâmetro c_3) – W_{j1}^T .

Saída	Bias	Camada Intermediária				
		1	2	3	4	5
1	-2,1033	1,8891	-6,8066	1,9567	11,5155	-18,1056

5.3 Validação dos modelos neuronais

A Tabela 15 apresenta as características da descontinuidade utilizada na validação dos modelos neuronais propostos, a qual foi inicialmente descrita em Shrivastava e Rao (2018).

Com base nestes dados, foram obtidos os valores das constantes c_1 , c_2 e c_3 do modelo de Oliveira e Indraratna (2010) a partir dos métodos de otimização do Algoritmo Genético e PSO, conforme descrito na Tabela 16, e a partir do modelo neuronal desenvolvido, de acordo com a Tabela 17.

Tabela 15 – Base de dados utilizada na validação do modelo.

Amostra	k_n (kPa/mm)	i_0 (graus)	a (mm)	σ_{n0} (MPa)	JRC	σ_c (MPa)	ϕ_b (graus)	t/a	ϕ_{fill} (graus)
1	91	30,0	5,0	2,04	15	11,75	45,0	1,0	28,8
2	0	30,0	5,0	2,04	15	11,75	45,0	1,0	28,8
3	91	30,0	5,0	2,04	15	11,75	45,0	1,4	28,8
4	0	30,0	5,0	2,04	15	11,75	45,0	1,4	28,8

Tabela 16 – Parâmetros do modelo obtidos com os métodos PSO e AG.

Amostra	PSO				Algoritmo Genético			
	c_1	c_2	c_3	NRMSE	c_1	c_2	c_3	NRMSE
1	0,736	0,539	1,373	0,0400	0,754	0,516	1,267	0,0404
2	0,945	0,329	0,434	0,2083	0,938	0,345	0,511	0,2085
3	0,484	0,310	1,383	0,0315	0,491	0,294	1,387	0,0318
4	0,636	0,274	0,510	0,2035	0,617	0,281	0,493	0,2037

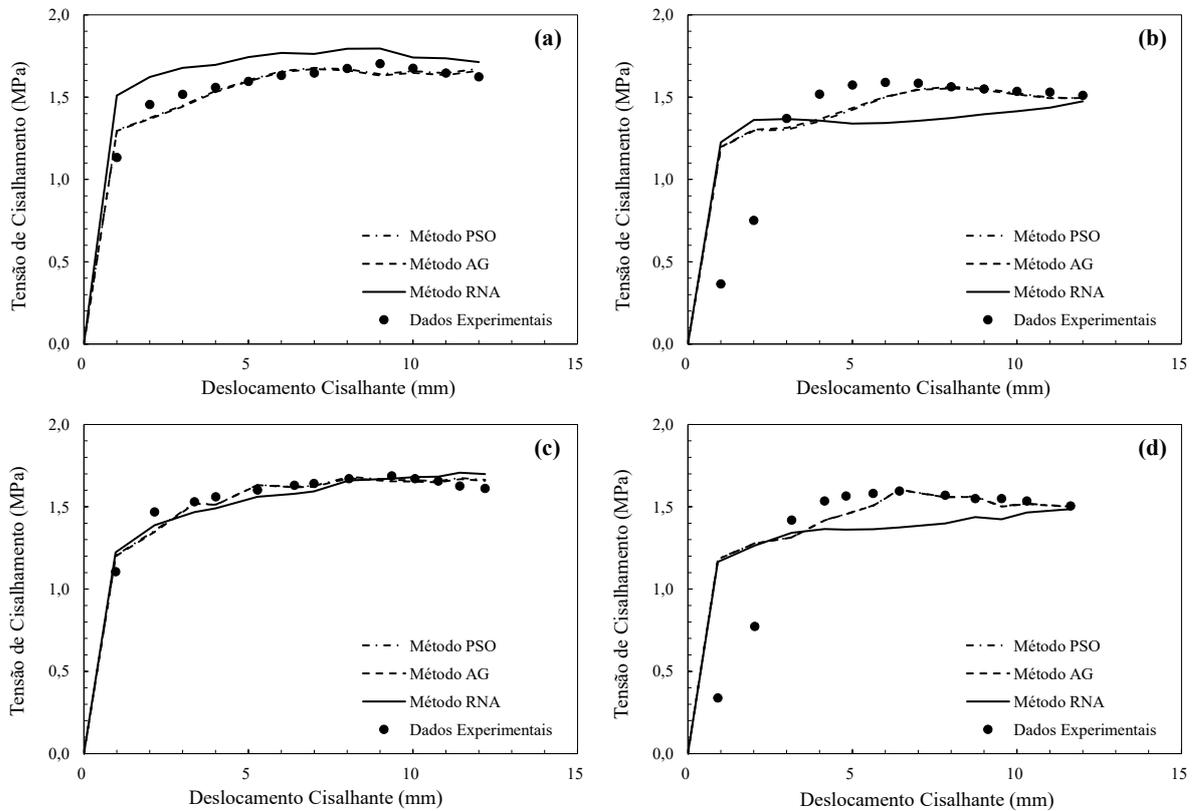
Tabela 17 – Parâmetros do modelo obtidos com o modelo neuronal (RNA).

Amostra	RNA			
	c_1	c_2	c_3	NRMSE
1	0,311	0,381	2,096	0,1021
2	0,825	0,198	2,023	0,2396
3	0,438	0,252	1,990	0,0396
4	0,896	0,062	1,908	0,2178

Com base nas curvas apresentadas na Figura 31 e nos valores de NRMSE descritos na Tabela 16 e Tabela 17, percebe-se que o modelo neuronal pode ser utilizado como uma alternativa prática para a estimativa dos parâmetros c_1 , c_2 e c_3 do modelo de Oliveira e Indraratna (2010), uma vez que os resultados obtidos se aproximaram satisfatoriamente dos dados experimentais utilizados na validação do modelo.

Embora a aplicação do Algoritmo Genético e do PSO resulte em melhores soluções, o modelo neural demanda menor custo computacional e apresenta maior facilidade de aplicação, permitindo a obtenção dos parâmetros e sua aplicação na prática.

Figura 31 – Tensão de Cisalhamento vs. Deslocamento Cisalhante: (a) amostra 1, (b) amostra 2, (c) amostra 3 e (d) amostra 4.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Em razão do número reduzido de amostras utilizadas neste estudo (110 ensaios de cisalhamento direto em larga escala), é provável que a obtenção de um número maior de resultados de ensaios de descontinuidades rochosas com condições de contorno diferentes daquelas utilizadas neste estudo contribua para o aumento na qualidade do modelo neuronal, aproximando-se dos resultados obtidos pelos métodos meta-heurísticos.

5.4 Análises de Equilíbrio Limite

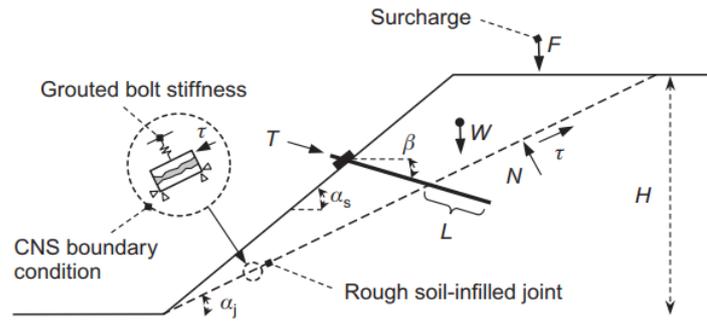
5.4.1 Problema de Estabilidade de Taludes

Um problema de estabilidade de taludes similar ao apresentado em Indraratna *et al.* (2010a) e Dantas Neto *et al.* (2017) será adotado como exemplo de aplicação do modelo. Conforme a Figura 32, o talude é representado por uma inclinação α_s , uma altura H e por uma descontinuidade de ângulo α_j , em relação ao plano horizontal.

O peso da cunha instável (W), por unidade de comprimento, pode ser definida por:

$$W = 0,5 \cdot \gamma \cdot H^2 \cdot [\cot(\alpha_j) - \cot(\alpha_s)] \quad (5.7)$$

Figura 32 – Talude rochoso reforçado com grampos.



Fonte: Indraratna *et al.* (2010a).

onde γ é o peso específico da rocha intacta.

Considerando-se uma sobrecarga F na crista da encosta, a força normal inicial (N_0) aplicada à descontinuidade pode ser determinada por:

$$N_0 = (W + F) \cdot \cos(\alpha_j) \quad (5.8)$$

Para tensões inferiores à tensão de plastificação do material, a inclusão de elementos estruturais (grampos) introduz uma rigidez normal constante à descontinuidade. Além disso, os grampos só funcionam de forma eficaz se o plano da descontinuidade dilatar durante o movimento de cisalhamento, induzindo tensões que dependem da rigidez destes elementos estruturais. Assim, a força normal (N) atuando perpendicularmente ao plano da descontinuidade pode ser descrita por:

$$N = N_0 + \frac{n}{s_h} \cdot T \cdot \sin(\alpha_j + \beta) \quad (5.9)$$

onde n é o número de grampos ao longo da seção transversal do talude, s_h é o espaçamento horizontal entre os grampos, β é o ângulo de inclinação do grampo em relação à horizontal, e T é a força aplicada por um grampo ancorado (assumindo-se que todos os grampos contribuem com carga), sendo definida por:

$$T = \frac{E_b \cdot A_b}{L_b} \cdot \frac{\delta_v}{\sin(\alpha_j + \beta)} \quad (5.10)$$

onde E_b é o módulo de elasticidade do grampo, A_b é a área da seção transversal do grampo, L_b é o comprimento efetivo ancorado do grampo, e δ_v é o deslocamento normal ao plano da descontinuidade.

Deste modo, o fator de segurança (F_s) do talude pode ser definido por:

$$F_s = \frac{\tau \cdot [H / \sin(\alpha_j)] + (n/s_h) \cdot T \cdot \cos(\alpha_j + \beta)}{(W + F) \cdot \sin(\alpha_j)} \quad (5.11)$$

onde τ é a tensão de resistência ao cisalhamento ao longo da descontinuidade, calculada de acordo com algum modelo matemático específico.

Com base na formulação apresentada na Equação 5.9, a tensão normal (σ_n) atuante na superfície da descontinuidade pode ser obtida dividindo-se a força normal pela respectiva área da superfície, conforme:

$$\sigma_n = \frac{N \cdot \sin(\alpha_j)}{H} \quad (5.12)$$

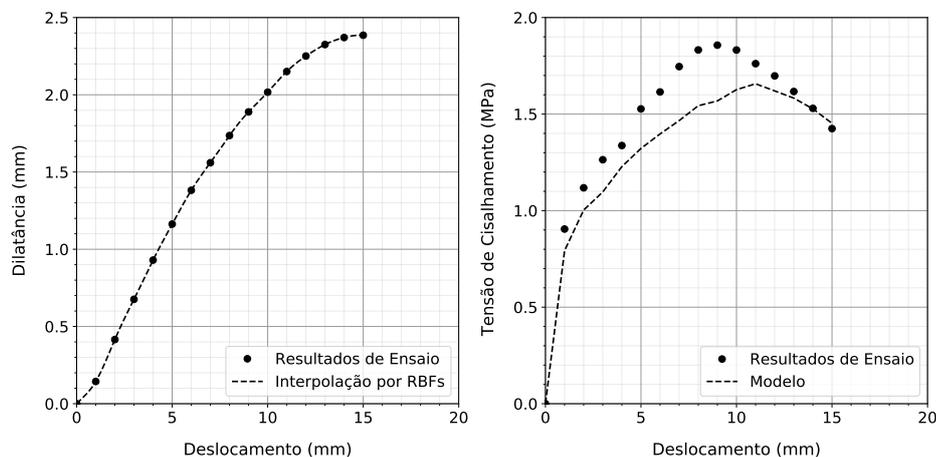
Para condições semelhantes à apresentada na Figura 32, a rigidez normal (k_n) agindo sobre a descontinuidade é geralmente calculada como uma função das propriedades elásticas dos elementos estruturais, limitando a dilatância. Neste exemplo, o valor de k_n é calculado pela seguinte expressão:

$$k_n = \frac{n \cdot E_b \cdot A_b \cdot \sin(\alpha_j)}{H \cdot L_b \cdot s_h \cdot \sin(\alpha_j + \beta)} \quad (5.13)$$

Neste exemplo, os parâmetros que definem a geometria do talude, o peso específico da rocha intacta e a sobrecarga, são: $H = 30,5$ m, $\alpha_s = 80^\circ$, $\alpha_j = 50^\circ$, $\gamma = 27,5$ kN / m³ e $F = 25$ MN. Os grampos têm diâmetro de 63,5 mm, comprimento efetivo de ancoragem $L_b = 1,0$ m, inclinação com a horizontal $\beta = 15^\circ$, espaçamento $s_h = 1,4$ m, módulo de elasticidade $E_b = 200$ GPa e quantidade total $n = 30$. Além disso, assume-se que a descontinuidade está submetida a uma tensão normal inicial $\sigma_{n0} = 540$ kPa e rigidez normal $k_n = 380$ kPa/mm.

Com o objetivo de comparar a performance do modelo baseado nos algoritmos meta-heurísticos com diferentes modelos analíticos, um conjunto de dados experimentais oriundos de um ensaio de cisalhamento direto em larga escala foi selecionado, conforme a Figura 33.

Figura 33 – Resultados de ensaio (descontinuidade sem preenchimento).



Fonte: Elaborado pelo autor.

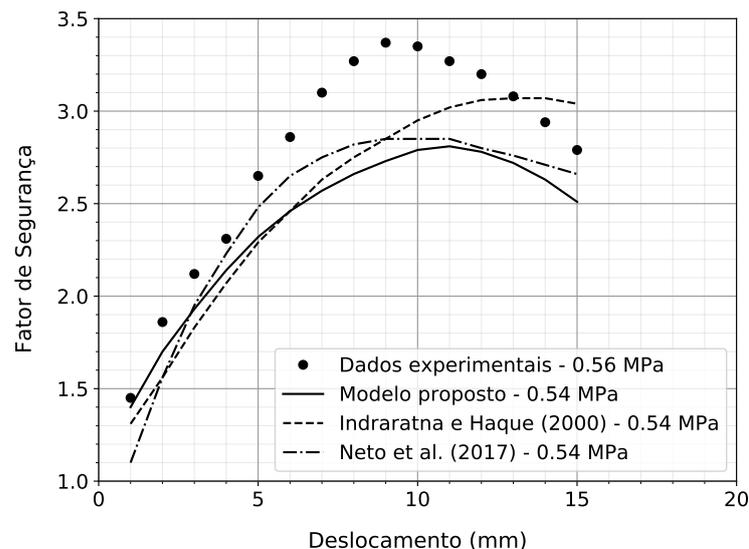
Neste caso, a tensão normal inicial ($\sigma_{n0} = 560$ kPa) e a rigidez normal ($k_n = 320$ kPa/mm) utilizadas no ensaio são relativamente próximas aos valores adotados no problema, o que possibilita a aplicação dos parâmetros obtidos no ensaio ao caso em questão. Na Tabela 18 são apresentados os parâmetros que foram usados para representar o comportamento cisalhante da descontinuidade em análise. Neste caso, considerou-se a descontinuidade sem preenchimento e com perfil semelhante ao adotado no estudo desenvolvido por Dantas Neto *et al.* (2017).

Tabela 18 – Parâmetros do modelo proposto (descontinuidade sem preenchimento).

k_n (kPa/mm)	i_0 (graus)	a (mm)	σ_{n0} (MPa)	JRC	ϕ_b (graus)	ϕ_{fill} (graus)	t/a	c_1	c_2	c_3
320	18,5	5,0	0,56	8	37,5	-	0,0	0,001	0,696	-1,198

Conforme pode ser verificado na Figura 34, o uso da tensão de cisalhamento obtida a partir do ensaio de laboratório resultou na superestimativa dos fatores de segurança, basicamente porque nos dados experimentais a tensão normal é maior que a aplicada pelos modelos. Além disso, verifica-se que o modelo proposto consegue captar a tendência de redução nos fatores de segurança para grandes deslocamentos, assim como o modelo de Dantas Neto *et al.* (2017), sugerindo-se que a consideração de um fator de degradação das asperezas e a utilização de um processo de otimização na calibração do modelo podem garantir resultados próximos à realidade.

Figura 34 – Fatores de segurança em função do deslocamento.

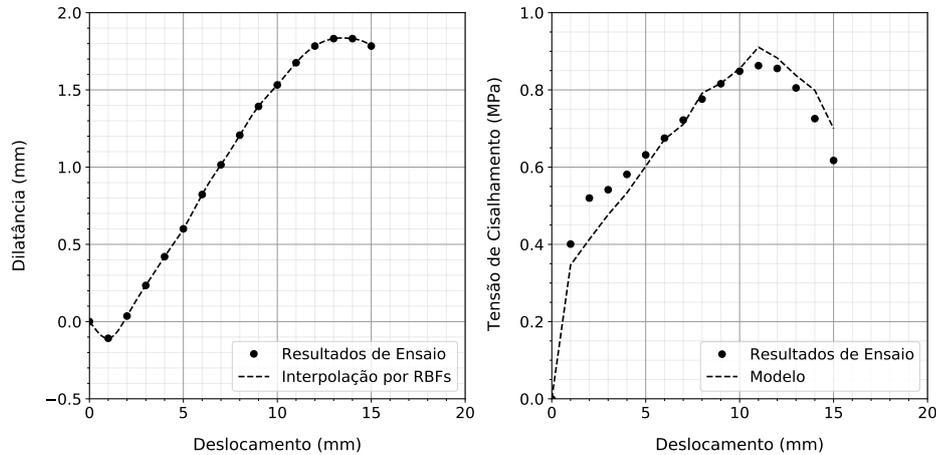


Fonte: Elaborado pelo autor.

Em uma segunda abordagem, desta vez considerando-se a presença de material de preenchimento, foram coletados dados de um ensaio de laboratório (Figura 35) e aplicados os

resultados ao problema em análise.

Figura 35 – Resultados de ensaio (descontinuidade com preenchimento).



Fonte: Elaborado pelo autor.

Conforme verifica-se na Tabela 19, foram considerados no ensaio os mesmos valores de tensão normal inicial ($\sigma_{n0} = 560$ kPa) e de rigidez normal ($k_n = 320$ kPa/mm) para o perfil de descontinuidade. Entretanto, uma razão $t/a = 0,3$ foi adotada, semelhante ao exemplo tratado no trabalho de Indraratna *et al.* (2010a).

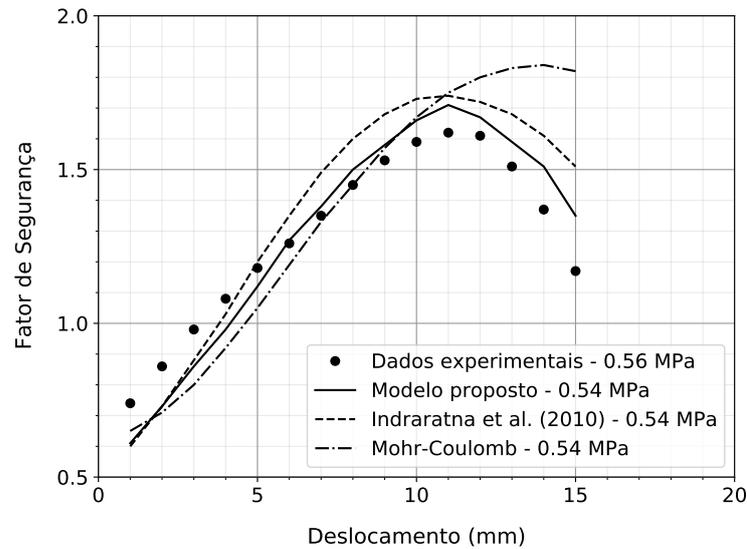
Tabela 19 – Parâmetros do modelo proposto (descontinuidade com preenchimento).

k_n (kPa/mm)	i_0 (graus)	a (mm)	σ_{n0} (MPa)	JRC	ϕ_b (graus)	ϕ_{fill} (graus)	t/a	c_1	c_2	c_3
320	18,5	5,0	0,56	8	37,5	35,5	0,3	1,248	0,192	-2,649

Nesta abordagem, os fatores de segurança foram calculados segundo os métodos de Mohr-Coulomb e Indraratna *et al.* (2010a), e comparados aos valores obtidos pelo modelo proposto, conforme a Figura 36. Para deslocamentos inferiores àquele correspondente à tensão de cisalhamento de pico, o modelo proposto apresentou resultados intermediários aos obtidos pelos demais modelos. Contudo, para deslocamentos superiores ao deslocamento correspondente à tensão de cisalhamento de pico, o modelo resultou em fatores de segurança inferiores aos demais modelos, o que pode ser explicado pela consideração do fator de degradação e do fator de compressão (η) modificado, associados ao processo de otimização.

Além disso, nota-se que a utilização do modelo de Mohr-Coulomb, em especial para deslocamentos superiores ao deslocamento correspondente à tensão de cisalhamento de pico, resulta em fatores de segurança superestimados, o que não ocorre com os outros dois modelos que levam em consideração a degradação das asperezas e a dilatação na descontinuidade.

Figura 36 – Fatores de segurança em função do deslocamento.



Fonte: Elaborado pelo autor.

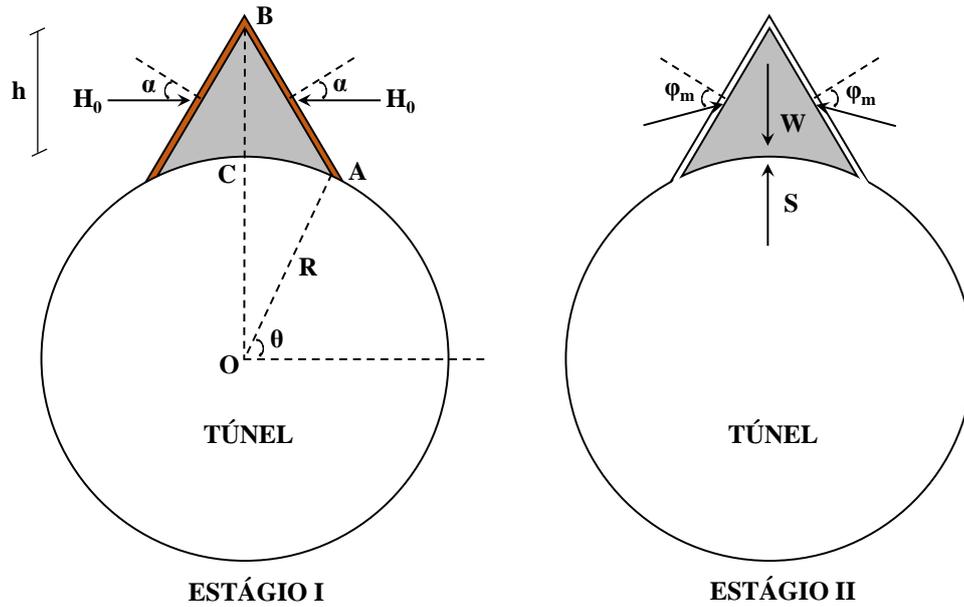
5.4.2 Problema de Estabilidade de Blocos em Túneis

Neste exemplo, apresentado em Oliveira (2009), foi investigada a estabilidade de um bloco de rocha para o projeto de escavação de um túnel. Tal bloco será tratado de forma analítica, bidimensional e segundo um eixo de simetria, conforme proposto por Bray (1977) e modificado por Sofianos *et al.* (1999).

Tal abordagem analítica é dividida em dois estágios. No primeiro, as descontinuidades são assumidas infinitamente rígidas e o maciço rochoso é tratado como um meio homogêneo, isotrópico e linearmente elástico. No fim deste estágio, a força horizontal inicial confinante atuando na rocha (H_0) é avaliada. Durante o segundo estágio, as descontinuidades são assumidas flexíveis e o maciço rochoso é tratado como rígido. Neste estágio, conforme apresentado na Figura 37, as forças atuantes no bloco são a força horizontal (H), a força de suporte (S) e o peso próprio (W).

De modo geral, a estabilidade do bloco está intrinsecamente relacionada com o processo de relaxação, o que exige a consideração das propriedades de deformabilidade das descontinuidades que definem o bloco. Como destacado, inicialmente a rigidez normal (K_n) e cisalhante (K_s) das descontinuidades são assumidas elevadas o suficiente para que a presença delas possa ser ignorada. Assim, é possível determinar a distribuição das tensões, assumindo que a rocha comporta-se como um meio elástico contínuo. Embora simplificada, tal abordagem permite estimar a magnitude das forças atuantes no bloco a partir das componentes de tensões, da área e da orientação de cada descontinuidade.

Figura 37 – Estágios de carga para estabilidade de blocos de rocha.



Fonte: Adaptado de Indraratna *et al.* (2010b).

Para o caso de um campo de tensões biaxial não-hidrostático e aberturas circulares, Sofianos *et al.* (1999) propôs que a força horizontal inicial atuando no bloco (H_0) pode ser determinada integrando-se a componente tangencial de tensão ($\sigma_{\theta\theta}$) da solução de Kirsch ao longo da linha CB na Figura 37:

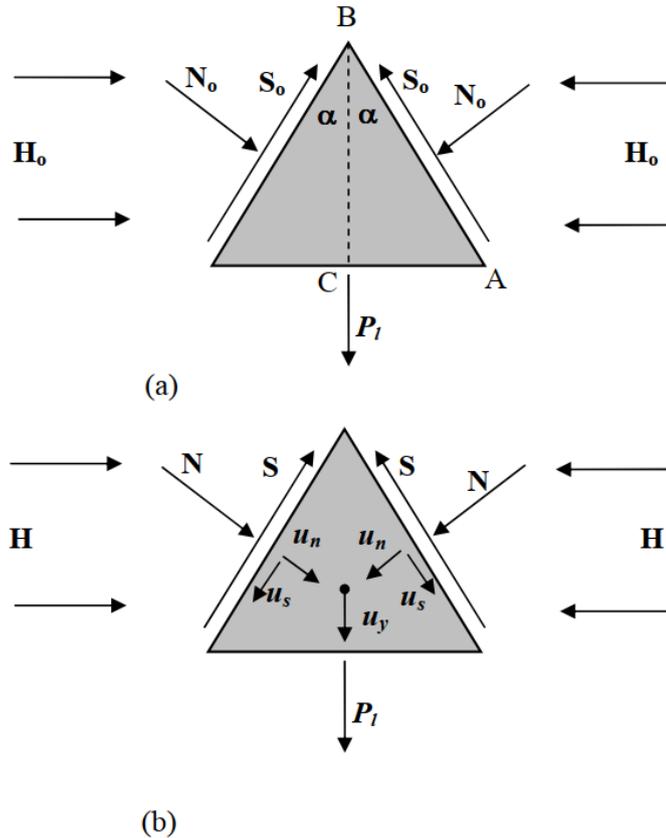
$$\begin{aligned}
 H_0 &= \int_R^{R+h} \sigma_{\theta\theta} dr \\
 &= \frac{\sigma_v R}{2} \left\{ (1+k_0) \left[\left(\frac{h}{R} + 1 \right) - \frac{1}{\frac{h}{R} + 1} \right] - (1-k_0) \left[\left(\frac{h}{R} + 1 \right) - \frac{1}{\left(\frac{h}{R} + 1 \right)^3} \right] \right\}
 \end{aligned} \tag{5.14}$$

onde σ_v é a tensão vertical, k_0 é a razão entre a tensão horizontal e a tensão vertical, R é o raio da abertura e h é a altura do bloco.

Antes do processo de relaxação (redução da rigidez da descontinuidade), ou seja, antes de atingir o estado de equilíbrio limite, o diagrama de corpo livre do bloco pode ser representado pela Figura 38a. Neste caso, as forças N_0 e S_0 , necessárias ao equilíbrio estático do bloco, podem ser determinadas em função da força horizontal H_0 :

$$\begin{cases} N_0 = H_0 \cdot \cos \alpha \\ S_0 = H_0 \cdot \sin \alpha \end{cases} \tag{5.15}$$

Figura 38 – Forças atuando no prisma: (a) estado inicial (elástico) e (b) estado de equilíbrio limite após as cargas externas e relaxação da descontinuidade.



Fonte: Indraratna *et al.* (2010b).

Quando o estado de equilíbrio limite é atingido, o bloco desloca-se verticalmente uma distância u_y . Como consequência, deslocamentos u_s e u_n , com direções indicadas na Figura 38b, ocorrem na superfície da descontinuidade. Além disso, as forças normal e cisalhante sofrem incrementos de carga que levam a novos valores de equilíbrio N e S . Assim, assumindo-se que o bloco não se deforma durante a relaxação da descontinuidade, as deformações u_s e u_n podem ser obtidas a partir do deslocamento vertical u_y do bloco:

$$\begin{cases} u_s = u_y \cdot \cos \alpha \\ u_n = u_y \cdot \sin \alpha \end{cases} \quad (5.16)$$

Deste modo, as forças de equilíbrio (normal e cisalhante) atuantes no plano da descontinuidade podem ser definidas por:

$$\begin{cases} N = H_0 \cdot \cos \alpha - K_n \cdot u_y \cdot \sin \alpha \\ S = H_0 \cdot \sin \alpha + K_s \cdot u_y \cdot \cos \alpha \end{cases} \quad (5.17)$$

Além disso, a força cisalhante (S) no início da plastificação ou tensão de pico pode

ser estabelecida como:

$$S = N \cdot \tan \phi_{peak} \quad (5.18)$$

Assumindo-se um modelo elástico perfeitamente plástico para as descontinuidades, o deslocamento vertical do bloco de rocha (u_y) necessário para mobilizar completamente a resistência das descontinuidades pode ser determinado rearranjando-se as equações 5.17 e 5.18:

$$u_y = \frac{H_0 \cdot \sin(\phi_{peak} - \alpha)}{K_s \cdot \cos \alpha \cdot \cos \phi_{peak} + K_n \cdot \sin \alpha \cdot \sin \phi_{peak}} \quad (5.19)$$

onde K_s é a rigidez ao cisalhamento da descontinuidade, K_n é a rigidez normal da descontinuidade, e ϕ_{peak} é o ângulo de atrito de pico da descontinuidade.

Dado que o problema considerado envolve o estado de equilíbrio limite do bloco, o fator de segurança (FS) pode finalmente ser expresso por:

$$FS = \frac{P_l + R}{W} \quad (5.20)$$

onde R é a força de suporte, P_l é a força limitante e W é o peso do bloco por unidade de comprimento, dado por:

$$W = \gamma \cdot R^2 \cdot \left[\cos^2 \theta \cdot (\tan \theta + \cot \alpha) - \frac{\pi}{2} + \theta \right] \quad (5.21)$$

onde γ é o peso específico da rocha, e θ e α são os ângulos indicados na Figura 37, sendo θ definido por:

$$\theta = \cos^{-1} \left(\frac{h + R}{R} \cdot \sin \alpha \right) + \alpha \quad (5.22)$$

Neste caso, a força resultante necessária para estabelecer o estado de equilíbrio limite (P_l) pode ser escrita a partir do equilíbrio de forças na direção vertical:

$$P_l = 2 \cdot (S \cdot \cos \alpha - N \cdot \sin \alpha) + c \cdot L \cdot \cos \alpha \quad (5.23)$$

onde c é o intercepto coesivo da descontinuidade e L é o comprimento da descontinuidade.

Adotando-se uma abordagem baseada em incrementos de deslocamento, a força de cisalhamento na descontinuidade pode ser definida por:

$$S = \begin{cases} H_0 \cdot \sin \alpha + K_s \cdot u_y \cdot \cos \alpha & \text{se } (H_0 \cdot \sin \alpha + K_s \cdot u_y \cdot \cos \alpha) \cdot N^{-1} < y \\ N \cdot y & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (5.24)$$

onde y pode ser igual a $\tan \phi_{peak}$, caso a descontinuidade seja representada segundo o modelo de Mohr-Coulomb, ou igual à função apresentada na Equação 5.25, caso o modelo de Oliveira e Indraratna (2010) seja adotado:

$$y = \left[\left(\frac{\tan \phi_b + \tan i_d}{1 - \tan \phi_b \cdot \tan i} \right) \cdot (1 - \eta) + \tan \phi_r \cdot \eta \right] \quad (5.25)$$

Neste último caso, o deslocamento u_s usado no cálculo do fator η e de i_d é:

$$u_s = u_y \cdot \cos \alpha \quad (5.26)$$

De forma exemplificativa, definiu-se um bloco de rocha simétrico, localizado no entorno de um túnel circular, com raio $R = 5,0$ m, ângulo $\alpha = 32^\circ$, altura $h = 4,0$ m, peso específico $\gamma = 26$ kN/m³, tensão vertical $\sigma_v = 570$ kPa e $k_0 = 1,5$. Tal bloco é controlado por uma descontinuidade preenchida sob condições CNS.

Os parâmetros adotados neste exemplo são resumidos na Tabela 20. Neste caso, buscou-se investigar o efeito de diferentes espessuras de preenchimento na estabilidade do bloco, usando para isso os modelos de Oliveira e Indraratna (2010) e de Mohr-Coulomb, comumente utilizado em análises numéricas. De forma simplificada, assumiu-se que as rigidezes k_n e k_s atuantes no bloco são semelhantes àquelas obtidas em laboratório.

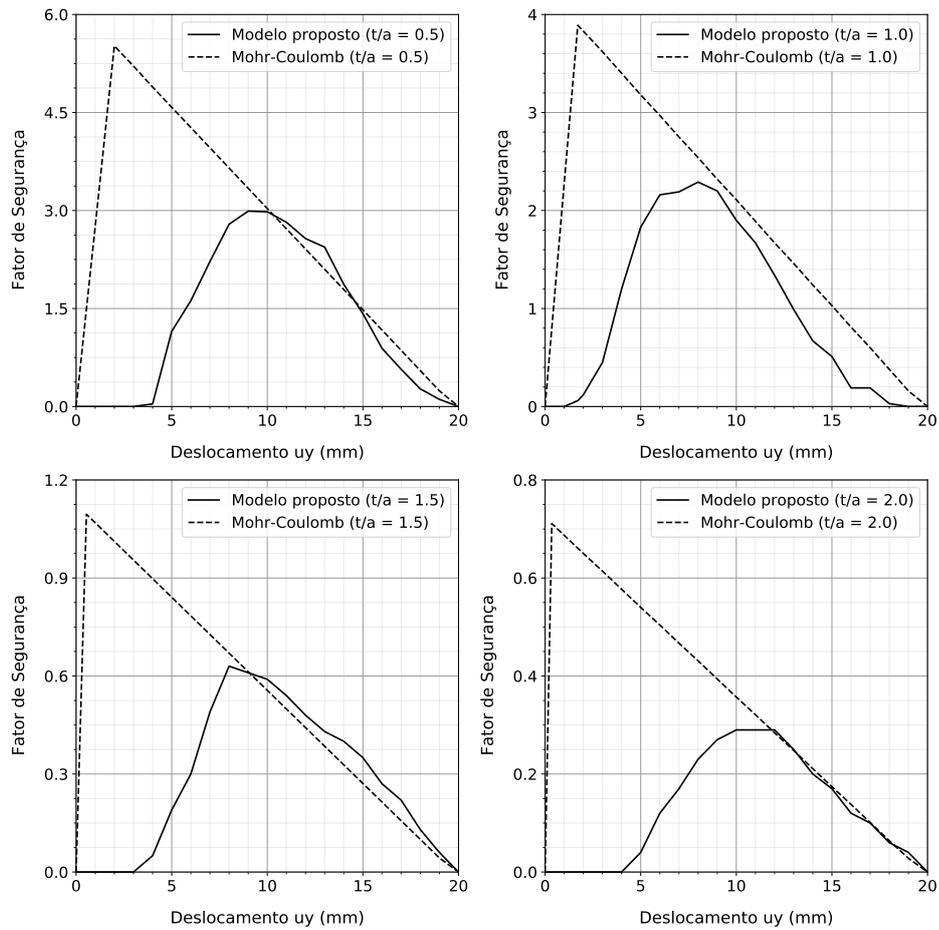
Tabela 20 – Parâmetros do problema.

k_n (kPa/mm)	k_s (kPa/mm)	σ_{n0} (MPa)	ϕ_b (graus)	ϕ_r (graus)	ϕ_{peak} (graus)	t/a	c_1	c_2	c_3
453	400	0,80	35,5	27,5	40,5	0,5	0,326	0,370	-2,817
453	300	0,80	35,5	27,5	38,1	1,0	0,153	0,461	-6,367
453	250	0,80	35,5	27,5	33,7	1,5	0,027	3,069	7,958
453	250	0,80	35,5	27,5	33,1	2,0	0,019	4,680	9,582

Baseando-se em incrementos de deslocamento (Δu_y), compararam-se os valores dos fatores de segurança para as diferentes espessuras de preenchimento, conforme a Figura 39. Com base nos resultados, nota-se que em casos com significativa interferência das asperezas, a aplicação do modelo elástico perfeitamente-plástico de Mohr-Coulomb subestima os valores dos deslocamentos necessários para mobilizar completamente a resistência da descontinuidade, em comparação com modelo de Oliveira e Indraratna (2010).

Em todos os casos, a redução dos fatores de segurança pós-pico deve-se, em parte, à redução da tensão normal aplicada às descontinuidades que ocorre com o aumento do deslocamento vertical do bloco, simulando o mecanismo de relaxação.

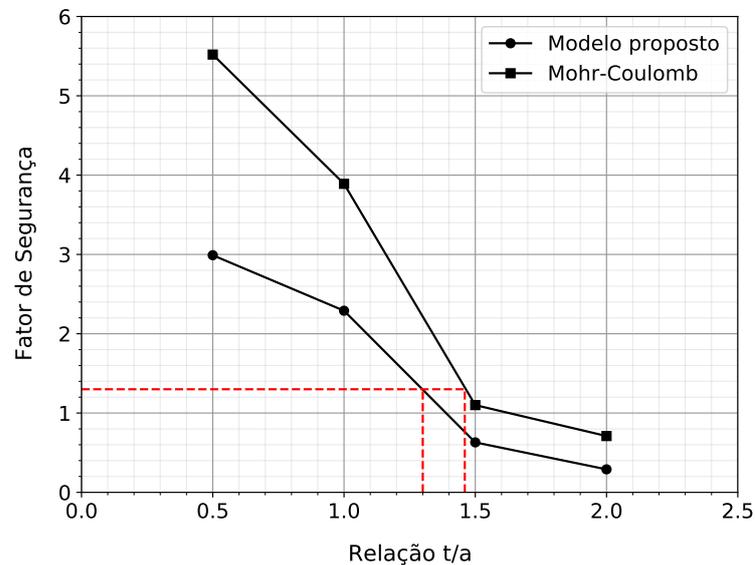
Figura 39 – Fatores de segurança do bloco em função do deslocamento vertical do bloco.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Conforme a Figura 40, verifica-se que há uma tendência de redução dos fatores de segurança com o aumento da espessura do preenchimento.

Figura 40 – Fatores de segurança do bloco em função da espessura do preenchimento.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Assumindo-se $FS_{min} = 1,3$, percebe-se que a partir de valores $t/a > 1,46$ a inclusão de elementos de reforço se faz necessária, segundo o modelo de Mohr-Coulomb. Tal limite é próximo ao valor de $(t/a)_{crit} = 1,5$ sugerido por Oliveira (2009). Por outro lado, a aplicação do modelo de Oliveira e Indraratna (2010) sugere que a utilização de elementos de reforço deva ocorrer em menores espessuras, ou seja, quando t/a for superior 1,3.

6 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

6.1 Conclusões

Este estudo apresentou uma metodologia de otimização baseada em métodos meta-heurísticos (Algoritmo Genético e PSO) associados a funções de base radial (RBF) para determinar os parâmetros de ajuste do modelo analítico proposto por Oliveira e Indraratna (2010). A partir desta proposta, obteve-se uma solução robusta capaz de representar de forma satisfatória o comportamento cisalhante de descontinuidades rochosas sujeitas a diferentes condições de contorno. Tal abordagem permitiu a obtenção facilitada das constantes c_1 , c_2 e c_3 do modelo de Oliveira e Indraratna (2010) e consequentemente a utilização de um modelo de previsão de tais constantes baseado em redes neurais artificiais (RNA) bastante realista, uma vez que leva em consideração os principais parâmetros governantes do comportamento cisalhante de descontinuidades rochosas.

Embora tanto as séries de Fourier quanto as RBF resultem em um ajuste satisfatório aos dados experimentais na determinação da relação deslocamento cisalhante versus dilatância, o uso de RBF dispensa o cuidado especial com o número de termos necessários para garantir a convergência do modelo, como ocorre nas séries de Fourier. No conjunto de resultados de ensaios apresentados, as RBF garantiram bom ajuste aos dados experimentais e possibilitaram a determinação dos ângulos de dilatância, essenciais ao modelo de Oliveira e Indraratna (2010).

A aplicação do método PSO resultou em soluções muito semelhantes às aquelas encontradas pelo Algoritmo Genético, o que sugere a obtenção de mínimos globais para a função NRMSE, visto que estratégias diferentes foram capazes de obter soluções praticamente idênticas. Na maioria dos casos analisados, o indicador padrão de performance NRMSE apresentou valores próximos de zero, garantindo uma elevada concordância entre as tensões de cisalhamento obtidas pelo modelo e aquelas medidas nos ensaios. Desta forma, é possível afirmar que seu uso representa um avanço em relação à metodologia original, visto que apresenta uma abordagem bastante clara e precisa para a determinação dos parâmetros do modelo.

Embora apresentem certas limitações, os modelos de previsão por RNA têm como intuito principal possibilitar a determinação dos parâmetros do modelo de Oliveira e Indraratna (2010) para situações em que o uso de métodos meta-heurísticos seja impossibilitado por desconhecimento da ferramenta ou ausência de recursos técnicos suficientes, por exemplo. Em caso contrário, é recomendável a utilização do processo de otimização na definição dos valores

de c_1 , c_2 e c_3 , o qual possibilita a obtenção de melhores resultados.

Conforme verificado, a utilização da metodologia proposta neste trabalho pode ser aplicada na resolução de problemas de equilíbrio limite, obtendo resultados compatíveis com outros modelos matemáticos disponíveis. Contudo, ainda demanda de validação adicional em relação a problemas numéricos de maior complexidade.

6.2 Sugestões para Trabalhos Futuros

Para a melhoria e validação dos resultados obtidos, seguem as seguintes recomendações para pesquisas futuras:

- Aplicar diferentes algoritmos meta-heurísticos de otimização, como por exemplo, os métodos da *Colônia de Abelhas Artificiais* e do *Sistema Imunológico Artificial*;
- Aplicar outros métodos de interpolação de dados para a determinação da relação deslocamento cisalhante *versus* dilatância, como alternativa às RBF e séries de Fourier;
- Avaliar a aplicação da metodologia proposta em descontinuidades reais sujeitas a condições de contorno diferentes daquelas utilizadas neste estudo;
- Validar o metodologia desenvolvida em problemas de natureza numérica e de maior complexidade.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, F.; AWRUCH, A. Design optimization of composite laminated structures using genetic algorithms and finite element analysis. **Composite structures**, Elsevier, v. 88, n. 3, p. 443–454, 2009. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2008.05.004>.
- AMOUZGAR, K.; STRÖMBERG, N. Radial basis functions as surrogate models with a priori bias in comparison with a posteriori bias. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, Springer, v. 55, p. 1453–1469, 2017. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00158-016-1569-0>.
- ANNAN, J.; ZHIWU, W. Optimizing supporting parameters of metro tunnel based on improved particle swarm optimization arithmetic. **Procedia Engineering**, Elsevier, v. 15, p. 4857–4861, 2011. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2011.08.906>.
- ARMAGHANI, D. J.; RAJA, R. S. N. S. B.; FAIZI, K.; RASHID, A. S. A. *et al.* Developing a hybrid pso–ann model for estimating the ultimate bearing capacity of rock-socketed piles. **Neural Computing and Applications**, Springer, v. 28, n. 2, p. 391–405, 2017. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00521-015-2072-z>.
- ARORA, J. **Introduction to Optimum Design**. [S.l.]: Academic Press, 2012. DOI: <https://doi.org/10.1016/C2009-0-61700-1>.
- BABANOURI, N.; NASAB, S. K.; SARAFRAZI, S. A hybrid particle swarm optimization and multi-layer perceptron algorithm for bivariate fractal analysis of rock fractures roughness. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, Elsevier, v. 60, p. 66–74, 2013. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2012.12.028>.
- BARROSO, E. S. **Análise e otimização de estruturas laminadas utilizando a formulação isogeométrica**. 156 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil: Estruturas e Construção Civil) — Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2015.
- BARTON, N. Review of a new shear-strength criterion for rock joints. **Engineering geology**, Elsevier, v. 7, n. 4, p. 287–332, 1973. DOI: [https://doi.org/10.1016/0013-7952\(73\)90013-6](https://doi.org/10.1016/0013-7952(73)90013-6).
- BARTON, N. **Modelling rock joint behavior from in situ block tests: implications for nuclear waste repository design**. [S.l.]: Office of Nuclear Waste Isolation, Battelle Project Management Division, 1982. v. 308.
- BARTON, N.; CHOUBEY, V. The shear strength of rock joints in theory and practice. **Rock mechanics**, Springer, v. 10, n. 1-2, p. 1–54, 1977. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF01261801>.
- BIOS. **Biologically Inspired Optimization System**. 2020. Disponível em: <<http://www.pec.ufc.br/index.php/pt-br/downloads>>. Acesso em: 16 jul. 2020.
- CLERC, M. Beyond standard particle swarm optimisation. IGI Global, p. 1–19, 2012. DOI: <https://doi.org/10.4018/978-1-4666-1592-2.ch001>.
- Dantas Neto, S. A.; INDRARATNA, B.; OLIVEIRA, D. A. F.; ASSIS, A. P. de. Modelling the shear behaviour of clean rock discontinuities using artificial neural networks. **Rock Mechanics and Rock Engineering**, Springer, v. 50, n. 7, p. 1817–1831, 2017. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00603-017-1197-z>.

FISHMAN, Y. A. Shear resistance along rock mass discontinuities: results of large-scale field tests. **International journal of rock mechanics and mining sciences** (1997), v. 41, n. 6, p. 1029–1034, 2004.

GAO, J.; AMAR, M. N.; MOTAHARI, M. R.; HASANIPANAH, M.; ARMAGHANI, D. J. Two novel combined systems for predicting the peak shear strength using rbfnn and meta-heuristic computing paradigms. **Engineering with Computers**, Springer, 2020. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00366-020-01059-y>.

HAJIHASSANI, M.; ARMAGHANI, D. J.; KALATEHJARI, R. Applications of particle swarm optimization in geotechnical engineering: a comprehensive review. **Geotechnical and Geological Engineering**, Springer, v. 36, n. 2, p. 705–722, 2018. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10706-017-0356-z>.

HAQUE, A. Shear behaviour of soft rock joints under constant normal stiffness. University of Wollongong, 1999.

HARDY, R. L. Multiquadric equations of topography and other irregular surfaces. **Journal of geophysical research**, Wiley Online Library, v. 76, n. 8, p. 1905–1915, 1971. DOI: <https://doi.org/10.1029/JB076i008p01905>.

HAYKIN, S. **Neural networks and learning machines**. New Jersey: Pearson Prentice Hall, 2008. DOI: <https://doi.org/978-0131471399>.

HEUZE, F. E.; BARBOUR, T. G. New models for rock joints and interfaces. **ASTM Geotechnical Testing Journal**, v. 108, n. GT5, 1981. DOI: <https://doi.org/10.1061/AJGEB6.0001293>.

HEUZE, F. E. *et al.* Dilatant effects of rock joints. In: INTERNATIONAL SOCIETY FOR ROCK MECHANICS AND ROCK ENGINEERING. **4th ISRM Congress**. [S.l.], 1979.

HOLLAND, J. Adaptation in natural and artificial systems. University of Michigan Press, Ann Arbor, 1975.

INDRARATNA, B.; HAQUE, A. Shear behaviour of rock joints. 2000.

INDRARATNA, B.; HAQUE, A.; AZIZ, N. Laboratory modelling of shear behaviour of soft joints under constant normal stiffness conditions. **Geotechnical & Geological Engineering**, Springer, v. 16, n. 1, p. 17–44, 1998. DOI: <https://doi.org/10.1023/A:1008880112926>.

INDRARATNA, B.; HAQUE, A.; AZIZ, N. Shear behaviour of idealized infilled joints under constant normal stiffness. **Géotechnique**, Thomas Telford Ltd, v. 49, n. 3, p. 331–355, 1999. DOI: <https://doi.org/10.1680/geot.1999.49.3.331>.

INDRARATNA, B.; OLIVEIRA, D.; BROWN, E. A shear-displacement criterion for soil-infilled rock discontinuities. **Géotechnique**, Thomas Telford Ltd, v. 60, n. 8, p. 623–633, 2010. DOI: <https://doi.org/10.1680/geot.8.P.094>.

INDRARATNA, B.; OLIVEIRA, D. A.; BROWN, E.; ASSIS, A. P. D. Effect of soil-infilled joints on the stability of rock wedges formed in a tunnel roof. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, Elsevier, v. 47, n. 5, p. 739–751, 2010. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2010.05.006>.

INDRARATNA, B.; PREMADASA, W.; BROWN, E. T.; GENS, A.; HEITOR, A. Shear strength of rock joints influenced by compacted infill. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, Elsevier, v. 70, p. 296–307, 2014. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2014.04.019>.

INDRARATNA, B.; THIRUKUMARAN, S.; BROWN, E.; ZHU, S.-P. Modelling the shear behaviour of rock joints with asperity damage under constant normal stiffness. **Rock Mechanics and Rock Engineering**, Springer, v. 48, n. 1, p. 179–195, 2015. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00603-014-0556-2>.

INDRARATNA, B.; WELIDENIYA, H.; BROWN, E. A shear strength model for idealised infilled joints under constant normal stiffness. **Géotechnique**, Thomas Telford Ltd, v. 55, n. 3, p. 215–226, 2005. DOI: <https://doi.org/10.1680/geot.2005.55.3.215>.

JAEGER, J. Friction of rocks and stability of rock slopes. **Geotechnique**, Thomas Telford Ltd, v. 21, n. 2, p. 97–134, 1971. DOI: <https://doi.org/10.1680/geot.1971.21.2.97>.

JOHNSTON, I. W.; LAM, T. S. Shear behavior of regular triangular concrete/rock joints—analysis. **Journal of geotechnical engineering**, American Society of Civil Engineers, v. 115, n. 5, p. 711–727, 1989. DOI: [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9410\(1989\)115:5\(711\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9410(1989)115:5(711)).

KALATEHJARI, R.; ALI, N.; KHOLGHIFARD, M.; HAJIHASSANI, M. The effects of method of generating circular slip surfaces on determining the critical slip surface by particle swarm optimization. **Arabian Journal of Geosciences**, Springer, v. 7, n. 4, p. 1529–1539, 2014. DOI: <https://doi.org/10.1007/s12517-013-0922-5>.

KENNEDY, J.; EBERHART, R. Particle swarm optimization. In: IEEE. **Proceedings of ICNN'95-International Conference on Neural Networks**. [S.l.], 1995. v. 4, p. 1942–1948. DOI: <https://doi.org/10.1109/ICNN.1995.488968>.

KENNEDY, J.; MENDES, R. Neighborhood topologies in fully informed and best-of-neighborhood particle swarms. **IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part C (Applications and Reviews)**, IEEE, v. 36, n. 4, p. 515–519, 2006. DOI: <https://doi.org/10.1109/TSMCC.2006.875410>.

KITAYAMA, S.; ARAKAWA, M.; YAMAZAKI, K. Sequential approximate optimization using radial basis function network for engineering optimization. **Optimization and Engineering**, Springer, v. 12, n. 4, p. 535–557, 2011. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11081-010-9118-y>.

KITAYAMA, S.; ARAKAWA, M.; YAMAZAKI, K. Sequential approximate optimization for discrete design variable problems using radial basis function network. **Applied mathematics and computation**, Elsevier, v. 219, n. 8, p. 4143–4156, 2012. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.amc.2012.10.030>.

LADANYI, B.; ARCHAMBAULT, G. Simulation of shear behavior of a jointed rock mass. **Proc. 11th Symp. on Rock Mechanics: Theory and Practice (AIME)**, p. 105–125, 1970.

LADANYI, B.; ARCHAMBAULT, G. Shear strength and deformability of filled indented joints. In: **Proc International Symposium on the Geotechnics of Structurally Complex Formations. Capri**. [S.l.: s.n.], 1977. v. 1, n. 1, p. 317–326.

LAMA, R. Influence of clay fillings on shear behaviour of joints. 1978.

LEITE, A. R. S.; Dantas Neto, S. A. A predictive model for the peak shear strength of infilled soft rock joints developed with a multilayer perceptron. *Soils and Rocks*, v. 43, p. 575–589, 2020. DOI: <https://doi.org/10.28927/SR.434575>.

LI, T.; LI, Y.; YANG, X. Rock burst prediction based on genetic algorithms and extreme learning machine. *Journal of Central South University*, Springer, v. 24, n. 9, p. 2105–2113, 2017. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11771-017-3619-1>.

MAJDI, A.; BEIKI, M. Applying evolutionary optimization algorithms for improving fuzzy c-mean clustering performance to predict the deformation modulus of rock mass. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, Elsevier, v. 113, p. 172–182, 2019. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2018.10.030>.

MAJDI, A.; REZAEI, M. Prediction of unconfined compressive strength of rock surrounding a roadway using artificial neural network. *Neural Computing and Applications*, Springer, v. 23, n. 2, p. 381–389, 2013. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00521-012-0925-2>.

MAKSIMOVIĆ, M. The shear strength components of a rough rock joint. *International journal of rock mechanics and mining sciences & geomechanics abstracts*, Elsevier, v. 33, n. 8, p. 769–783, 1996. DOI: [https://doi.org/10.1016/0148-9062\(95\)00005-4](https://doi.org/10.1016/0148-9062(95)00005-4).

MOHAMAD, E. T.; ARMAGHANI, D. J.; MOMENI, E.; YAZDAVAR, A. H.; EBRAHIMI, M. Rock strength estimation: a pso-based bp approach. *Neural Computing and Applications*, Springer, v. 30, n. 5, p. 1635–1646, 2018. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00521-016-2728-3>.

MOMENI, E.; ARMAGHANI, D. J.; HAJIHASSANI, M.; AMIN, M. F. M. Prediction of uniaxial compressive strength of rock samples using hybrid particle swarm optimization-based artificial neural networks. *Measurement*, Elsevier, v. 60, p. 50–63, 2015. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2014.09.075>.

MULLUR, A. A.; MESSAC, A. Extended radial basis functions: more flexible and effective metamodeling. *AIAA journal*, v. 43, n. 6, p. 1306–1315, 2005. DOI: <https://doi.org/10.2514/1.11292>.

OCAK, I.; SEKER, S. E. Estimation of elastic modulus of intact rocks by artificial neural network. *Rock mechanics and rock engineering*, Springer, v. 45, n. 6, p. 1047–1054, 2012. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00603-012-0236-z>.

OLIVEIRA, D. An advancement in analytical modelling of soil-infilled rock joints and their practical applications. University of Wollongong, 2009.

OLIVEIRA, D.; INDRARATNA, B. Comparison between models of rock discontinuity strength and deformation. *Journal of geotechnical and geoenvironmental engineering*, American Society of Civil Engineers, v. 136, n. 6, p. 864–874, 2010. DOI: [https://doi.org/10.1061/\(asce\)gt.1943-5606.0000284](https://doi.org/10.1061/(asce)gt.1943-5606.0000284).

PAPALIANGAS, T.; HENCHER, S.; LUMSDEN, A.; MANOLOPOULOU, S. The effect of frictional fill thickness on the shear strength of rock discontinuities. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, Elsevier, v. 30, n. 2, p. 81–91, 1993. DOI: [https://doi.org/10.1016/0148-9062\(93\)90702-F](https://doi.org/10.1016/0148-9062(93)90702-F).

PAPALIANGAS, T.; LUMSDEN, A.; HENCHER, S.; MANOLOPOULOU, S. Shear strength of modelled filled rock joints. In: **International symposium on rock joints**. [S.l.: s.n.], 1990. p. 275–282.

PATTON, F. D. *et al.* Multiple modes of shear failure in rock. In: INTERNATIONAL SOCIETY FOR ROCK MECHANICS AND ROCK ENGINEERING. **1st ISRM Congress**. [S.l.], 1966.

PHIEN-WEJ, N.; SHRESTHA, U.; RANTUCCI, G. Effect of infill thickness on shear behaviour of rock joints. In: **International symposium on rock joints**. [S.l.: s.n.], 1990. p. 289–294.

ROCHA, I. B. C. M. d. **Análise e otimização de cascas laminadas considerando não linearidade geométrica e falha progressiva**. 159 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil: Estruturas e Construção Civil) — Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2013.

SAWARAGI, Y.; NAKAYAMA, H.; TANINO, T. **Theory of multiobjective optimization**. [S.l.]: Elsevier, 1985.

SEIDEL, J.; HABERFIELD, C. The application of energy principles to the determination of the sliding resistance of rock joints. **Rock mechanics and rock engineering**, Springer, v. 28, n. 4, p. 211–226, 1995. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF01020227>.

SHRIVASTAVA, A. K.; RAO, K. S. Physical modeling of shear behavior of infilled rock joints under cnl and cns boundary conditions. **Rock Mechanics and Rock Engineering**, Springer, v. 51, n. 1, p. 101–118, 2018. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00603-017-1318-8>.

SKINAS, C.; BANDIS, S.; DEMIRIS, C. Experimental investigations and modelling of rock joint behaviour under constant stiffness. In: CRC PRESS. **International symposium on rock joints**. [S.l.], 1990. p. 301–308.

SONG, S.; WANG, Q.; CHEN, J.; LI, Y.; ZHANG, W.; RUAN, Y. Fuzzy c-means clustering analysis based on quantum particle swarm optimization algorithm for the grouping of rock discontinuity sets. **KSCE Journal of Civil Engineering**, Springer, v. 21, n. 4, p. 1115–1122, 2017. DOI: <https://doi.org/10.1007/s12205-016-1223-9>.

SONG, Z.; JIANG, A.; JIANG, Z. Back analysis of geomechanical parameters using hybrid algorithm based on difference evolution and extreme learning machine. **Mathematical Problems in Engineering**, Hindawi, v. 2015, 2015. DOI: <https://doi.org/10.1155/2015/821534>.

TOLEDO, P. D.; FREITAS, M. D.; CGCOL. Laboratory testing and parameters controlling the shear strength of filled rock joints. **Geotechnique**, Thomas Telford Ltd, v. 43, n. 1, p. 1–19, 1993. DOI: <https://doi.org/10.1680/geot.1993.43.1.1>.

VIEIRA, S.; PINAYA, W.; MECHELLI, A. Using deep learning to investigate the neuroimaging correlates of psychiatric and neurological disorders: methods and applications. **Neuroscience & Biobehavioral Reviews**, Elsevier, v. 74, p. 58–75, 2017. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.neubiorev.2017.01.002>.

WU, Z.; WANG, D.; JIANG, Z.; ZHANG, W. *et al.* Unified estimate of gaussian kernel width for surrogate models. **Neurocomputing**, Elsevier, v. 203, p. 41–51, 2016. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.neucom.2016.03.039>.

XING, J.; JIANG, A.; QIU, J. Studying the adaptive control of tunnel excavation based on numerical simulation and particle swarm optimization. In: **ICCTP 2010: Integrated Transportation Systems: Green, Intelligent, Reliable**. [S.l.: s.n.], 2010. p. 3117–3125. DOI: [https://doi.org/10.1061/41127\(382\)334](https://doi.org/10.1061/41127(382)334).

YAGIZ, S.; KARAHAN, H. Application of various optimization techniques and comparison of their performances for predicting tbm penetration rate in rock mass. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, Elsevier, v. 80, p. 308–315, 2015. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2015.09.019>.

YANG, X.-S.; BEKDAŞ, G.; NIGDELI, S. M. **Metaheuristics and optimization in civil engineering**. [S.l.]: Springer, 2016. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-3-319-26245-1>.

YANG, X.-S.; GANDOMI, A. H.; TALATAHARI, S.; ALAVI, A. H. **Metaheuristics in water, geotechnical and transport engineering**. [S.l.]: Newnes, 2012.

YIN, Z.-Y.; JIN, Y.-F.; SHEN, J. S.; HICHER, P.-Y. Optimization techniques for identifying soil parameters in geotechnical engineering: comparative study and enhancement. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, Wiley Online Library, v. 42, n. 1, p. 70–94, 2018. DOI: <https://doi.org/10.1002/nag.2714>.

ZHOU, J.; BEJARBANEH, B. Y.; ARMAGHANI, D. J.; TAHIR, M. Forecasting of tbm advance rate in hard rock condition based on artificial neural network and genetic programming techniques. **Bulletin of Engineering Geology and the Environment**, Springer, v. 79, p. 2069–2084, 2020. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10064-019-01626-8>.

APÊNDICE A – ARQUIVOS DE ENTRADA BIOS

Código-fonte 1 – Definição do arquivo de entrada (Joints.opt).

```
1 OPTIMIZATION.ALGORITHM
2 StdGA
3 StdPSO
4 INDIVIDUAL.TYPE
5 DoubleVector
6 OPTIMIZATION.NUMBER
7 1
8 MAXIMUM.GENERATIONS
9 500
10 POPULATION.SIZE
11 500
12 CONSTRAINT.TOLERANCE
13 1.0e-5
14 PROBLEM.TYPE
15 Joints
16 PENALTY.METHOD
17 Static
18 Adaptive
19 Deb2000
20 SELECTION.METHOD
21 Ranking
22 FitnessProportional
23 Tourney
24 Crossover.METHOD
25 LinearCombination
26 Classical
27 PENALTY.CONSTANT.FACTOR
28 1.0e6
29 Crossover.RATE
```

```

30 0.90
31 MUTATION.PROBABILITY
32 0.05
33 SWARM.TOPOLOGY
34 Square
35 Ring
36 Gbest
37 PARTICLE.INERTIA
38 CONST 0.9
39 LINEAR 0.9 0.4
40 COGNITIVE.FACTOR
41 CONST 1.5
42 LINEAR 2.5 0.0
43 SOCIAL.FACTOR
44 CONST 1.5
45 LINEAR 0.0 2.5
46 END

```

Definições dos termos identificados no arquivo .opt

OPTIMIZATION.ALGORITHM. Determina o algoritmo de otimização. O BIOS trabalha com diversos algoritmos, sendo o Algoritmo Genético (StdGA) e o PSO (StdPSO) adotados neste estudo.

INDIVIDUAL.TYPE. Especifica o tipo de indivíduo. Neste caso, uma vez que as variáveis podem assumir qualquer valor numérico, o algoritmo associará computacionalmente cada solução possível a um vetor de variáveis contínuas.

OPTIMIZATION.NUMBER. Determina o número de otimizações executadas, onde cada otimização contempla n gerações.

MAXIMUM.GENERATIONS. Determina o número de gerações. Uma geração representa um ciclo completo do algoritmo.

POPULATION.SIZE. Determina o tamanho da população, ou seja, o número de soluções possíveis que serão avaliadas ao longo de uma geração.

CONSTRAINT.TOLERANCE. Representa a tolerância a partir da qual uma restrição

passa a ser considerada violada.

PROBLEM.TYPE. Especifica o problema a ser otimizado. Tal descrição é importante para que o algoritmo reconheça qual processo será executado.

PENALTY.METHOD. Especifica o método de penalização adotado, ou seja, como o algoritmo trata as soluções com restrições violadas.

SELECTION.METHOD. Especifica o método de seleção adotado.

CROSSOVER.METHOD. Especifica o método de cruzamento entre os indivíduos selecionados.

PENALTY.CONSTANT.FACTOR. Fator constante de penalização, adotado quando o método é do tipo estático (*Static*).

CROSSOVER.RATE. Taxa de cruzamento. Este parâmetro define qual percentual da população deverá ser substituído ao final de uma geração.

MUTATION.PROBABILITY. Percentual de indivíduos que sofrerão mutação ao final de uma geração.

SWARM.TOPOLOGY. Especifica o tipo de topologia (vizinhança) no método PSO.

PARTICLE.INERTIA. Especifica a função de inércia das partículas.

COGNITIVE.FACTOR. Determina o parâmetro cognitivo das partículas.

SOCIAL.FACTOR. Determina o parâmetro social das partículas.

Código-fonte 2 – Definição do arquivo de entrada (Joints.roc).

```

1  ERROR.FUNCTION
2  NRMSE
3  RMSE
4  MRE
5  SSE
6  MSE
7  NUM.POINTS
8  22
9  NORMAL.STIFFNESS
10 453.0
11 ASPERITY.ANGLE
12 18.5
13 ASPERITY.AMPLITUDE

```

```
14 5.0
15 THICKNESS . INFILL
16 2.5
17 NORMAL . STRESS
18 0.80
19 JRC
20 8
21 FRICTION . ANGLE
22 35.5
23 RESIDUAL . ANGLE
24 27.5
25 EXPERIMENTAL . DATA
26 22
27 0.00 0.0000 0.0000 0.8000
28 0.87 0.3007 -0.0767 0.7602
29 1.76 0.3150 -0.1332 0.7589
30 2.62 0.3723 -0.1252 0.7726
31 3.55 0.4761 -0.1413 0.7734
32 4.41 0.5728 -0.1171 0.7833
33 5.30 0.6372 -0.0888 0.7946
34 6.20 0.6838 -0.0605 0.8289
35 7.11 0.7088 0.0001 0.8509
36 8.01 0.7518 0.0687 0.8962
37 8.89 0.7840 0.1333 0.9312
38 9.76 0.8234 0.1939 0.9650
39 10.67 0.8699 0.2626 1.0102
40 11.56 0.9093 0.3514 1.0550
41 12.46 0.9272 0.4161 1.0867
42 13.34 0.9093 0.4645 1.1241
43 14.25 0.8842 0.4847 1.1400
44 15.14 0.8735 0.4969 1.1526
45 16.01 0.8556 0.4928 1.1593
```

```
46 16.93 0.8055 0.4847 1.1542
47 17.80 0.7697 0.4403 1.1434
48 18.70 0.7267 0.4120 1.1294
49 END
```

Definições dos termos identificados no arquivo .roc

ERROR.FUNCTION. Especifica a função para o cálculo do erro de ajuste, ou seja, a função objetivo do problema.

NUM.POINTS. Especifica o número de pontos amostrados ao longo de um ensaio.

NORMAL.STIFFNESS. Especifica a rigidez normal de contorno.

ASPERITY.ANGLE. Especifica o ângulo da aspereza.

ASPERITY.AMPLITUDE. Especifica a amplitude da aspereza.

THICKNESS.INFILL. Especifica a espessura do material de preenchimento.

NORMAL.STRESS. Especifica a tensão normal inicial.

JRC. Especifica o valor de JRC.

FRICITION.ANGLE. Especifica o ângulo de atrito básico da descontinuidade.

RESIDUAL.ANGLE. Especifica o ângulo de atrito residual do material de preenchimento.

EXPERIMENTAL.DATA. Especifica os valores de deslocamento de cisalhamento, tensão de cisalhamento, deslocamento normal e tensão normal, respectivamente.

APÊNDICE B – CÓDIGO-FONTE BIOS

Código-fonte 3 – Definição da classe cJoints (arquivo joints.h)

```

1  #ifndef _JOINTS_H
2  #define _JOINTS_H
3
4  #include <vector>
5  #include <string>
6  #include "problem.h"
7  #include "vec.h"
8
9  // -----
10 // Definition of Joints class:
11 //
12 class cJoints : public cProblem
13 {
14     protected:
15
16     // Joints properties.
17
18     static cVector Us;    // Shear displacement
19     static cVector Un;    // Normal displacement
20     static cVector Ts;    // Shear stress
21     static cVector Sn;    // Normal stress
22
23     static string Error;  // Error calculation function
24     static int NumPoints; // Number of points
25     static double K;      // Normal stiffness
26     static double i0;     // Asperity angle
27     static double a;      // Asperity amplitude
28     static double t;      // Thickness infill
29     static double Sn0;    // Initial normal stress
30     static double JRC;    // JRC value
31     static double Sc;     // Uniaxial compressive strength
32     static double phib;   // Basic friction angle of the rock
33     static double phir;   // Residual friction angle of the infill
34
35     // Variables
36
37     cVector Coef;
38     int ncoef;
39
40     protected:
41
42     bool Decode(int *, cVector &);
43     void PrintResult(int *, ostream &);
44     void CalcDilation (cVector &, int );
45     double CalcDerivative (cVector &, double);
46     double CalcError (cVector &, cVector &);
47
48     public:
49
50     static void ReadError(void);
51     static void ReadNumPoints(void);
52     static void ReadNormalStiffness(void);
53     static void ReadAsperityAngle(void);
54     static void ReadAsperityAmplitude(void);
55     static void ReadThicknessInfill(void);
56     static void ReadNormalStress(void);
57     static void ReadJRC(void);
58     static void ReadCompStrength(void);

```

```

59 static void ReadFrictionAngle(void);
60 static void ReadResidualAngle(void);
61 static void ReadExperimentalData(void);
62
63 void WriteVar(int *algvar);
64 void GetBounds(int, int*, int*);
65 double Evaluate(int*, cVector&);
66
67 cJoints(void);
68 ~cJoints(void);
69 };
70
71 #endif

```

Código-fonte 4 – Definição da classe cJoints (arquivo joints.cpp)

```

1 #include <cmath>
2 #include <fstream>
3 #include <iomanip>
4 #include <iostream>
5 #include <sstream>
6 #include <stdio.h>
7 #include <stdlib.h>
8 #include <string>
9 #include <cstdlib>
10
11 #include "gradiente.h"
12 #include "joints.h"
13 #include "gbldef.h"
14 #include "gblvar.h"
15 #include "input.h"
16 #include "utl.h"
17
18 // -----
19 // Static variables:
20 //
21 string      cJoints :: Error      = "SSE";
22 int         cJoints :: NumPoints = 18;
23 double      cJoints :: K          = 453;
24 double      cJoints :: i0         = 9.5;
25 double      cJoints :: a          = 2.5;
26 double      cJoints :: t          = 0.0;
27 double      cJoints :: Sn0        = 0.16;
28 double      cJoints :: JRC        = 4.0;
29 double      cJoints :: Sc         = 12.0;
30 double      cJoints :: phib       = 37.5;
31 double      cJoints :: phir       = 37.5;
32 cVector     cJoints :: Us;
33 cVector     cJoints :: Un;
34 cVector     cJoints :: Ts;
35 cVector     cJoints :: Sn;
36
37 // -----
38 // Register problems on the problem factory:
39 //
40 static const bool registeredProb[] =
41 {
42     cProblemFactory :: Register("Joints", MakeProb<cJoints>, ".roc")
43 };
44
45 // -----
46 // Set read functions labels:

```

```

47 //
48 static const bool ReadFuncRegister[] =
49 {
50     ProbMap( ).Insert("ERROR.FUNCTION", cJoints::ReadError),
51     ProbMap( ).Insert("NUM.POINTS", cJoints::ReadNumPoints),
52     ProbMap( ).Insert("NORMAL.STIFFNESS", cJoints::ReadNormalStiffness),
53     ProbMap( ).Insert("ASPERITY.ANGLE", cJoints::ReadAsperityAngle),
54     ProbMap( ).Insert("ASPERITY.AMPLITUDE", cJoints::ReadAsperityAmplitude),
55     ProbMap( ).Insert("THICKNESS.INFILL", cJoints::ReadThicknessInfill),
56     ProbMap( ).Insert("NORMAL.STRESS", cJoints::ReadNormalStress),
57     ProbMap( ).Insert("JRC", cJoints::ReadJRC),
58     ProbMap( ).Insert("COMPRESSIVE.STRENGTH", cJoints::ReadCompStrength),
59     ProbMap( ).Insert("FRICTION.ANGLE", cJoints::ReadFrictionAngle),
60     ProbMap( ).Insert("RESIDUAL.ANGLE", cJoints::ReadResidualAngle),
61     ProbMap( ).Insert("EXPERIMENTAL.DATA", cJoints::ReadExperimentalData)
62 };
63
64 // -----
65 // Auxiliary variables.
66 //
67
68 // -----
69 // Public methods:
70 //
71
72 // ===== ReadError =====
73
74 void cJoints :: ReadError(void)
75 {
76     if (!(in >> Error))
77     {
78         cout << "Error in the input of the error value." << endl;
79         exit(0);
80     }
81 }
82
83 // ===== ReadNumPoints =====
84
85 void cJoints :: ReadNumPoints(void)
86 {
87     if (!(in >> NumPoints))
88     {
89         cout << "Error in the input of the numpoints." << endl;
90         exit(0);
91     }
92 }
93
94 // ===== ReadNormalStiffness =====
95
96 void cJoints :: ReadNormalStiffness (void)
97 {
98     if (!(in >> K))
99     {
100         cout << "Error in the input of the stiffness." << endl;
101         exit(0);
102     }
103 }
104
105 // ===== ReadAsperityAngle =====
106
107 void cJoints :: ReadAsperityAngle (void)
108 {
109     if (!(in >> i0))
110     {

```

```

111     cout << "Error in the input of the asperity angle." << endl;
112     exit(0);
113 }
114 }
115
116 // ===== ReadAsperityAmplitude =====
117
118 void cJoints :: ReadAsperityAmplitude (void)
119 {
120     if (!(in >> a))
121     {
122         cout << "Error in the input of the asperity amplitude." << endl;
123         exit(0);
124     }
125 }
126
127 // ===== ReadThicknessInfill =====
128
129 void cJoints :: ReadThicknessInfill (void)
130 {
131     if (!(in >> t))
132     {
133         cout << "Error in the input of the thickness infill." << endl;
134         exit(0);
135     }
136 }
137
138 // ===== ReadNormalStress =====
139
140 void cJoints :: ReadNormalStress (void)
141 {
142     if (!(in >> Sn0))
143     {
144         cout << "Error in the input of the normal stress." << endl;
145         exit(0);
146     }
147 }
148
149 // ===== ReadJRC =====
150
151 void cJoints :: ReadJRC (void)
152 {
153     if (!(in >> JRC))
154     {
155         cout << "Error in the input of the JRC value." << endl;
156         exit(0);
157     }
158 }
159
160 // ===== ReadCompStrength =====
161
162 void cJoints :: ReadCompStrength (void)
163 {
164     if (!(in >> Sc))
165     {
166         cout << "Error in the input of the Sc value." << endl;
167         exit(0);
168     }
169 }
170
171 // ===== ReadFrictionAngle =====
172
173 void cJoints :: ReadFrictionAngle (void)
174 {

```

```

175     if (!(in >> phib))
176     {
177         cout << "Error in the input of the phib value." << endl;
178         exit(0);
179     }
180 }
181
182 // ===== ReadResidualAngle =====
183
184 void cJoints :: ReadResidualAngle(void)
185 {
186     if (!(in >> phir))
187     {
188         cout << "Error in the input of the phir value." << endl;
189         exit(0);
190     }
191 }
192
193 // ===== ReadExperimentalData =====
194
195 void cJoints :: ReadExperimentalData (void)
196 {
197     int numed = 0;
198
199     if (!(in >> numed) || numed == 0)
200     {
201         cout << "Error in the input of the number of data." << endl;
202         exit(0);
203     }
204
205     Us.Resize(numed);
206     Un.Resize(numed);
207     Ts.Resize(numed);
208     Sn.Resize(numed);
209
210     for (int i = 0; i < numed; i++)
211     {
212         if (!(in >> Us[i]))
213         {
214             cout << "Error in the input of the shear displacement." << endl;
215             exit(0);
216         }
217
218         if (!(in >> Ts[i]))
219         {
220             cout << "Error in the input of the shear stress." << endl;
221             exit(0);
222         }
223
224         if (!(in >> Un[i]))
225         {
226             cout << "Error in the input of the normal displacement." << endl;
227             exit(0);
228         }
229
230         if (!(in >> Sn[i]))
231         {
232             cout << "Error in the input of the normal stress." <<endl;
233             exit(0);
234         }
235     }
236 }
237
238 // ===== cJoints =====

```

```

239
240 cJoints :: cJoints(void)
241 {
242     PrintBlock = true;
243
244     // Set the number of variables and constraints.
245
246     NumVar = 3;
247     NumConstr = 0;
248
249     // Calculate RBF + polynomial interpolation.
250
251     ncoef = NumPoints + 3;    // Number of coefficients (RBF + 3)
252     Coef.Resize(ncoef);
253     Coef.Init ( );
254     CalcDilation(Coef, ncoef);
255 }
256
257 // ===== ~cJoints =====
258
259 cJoints :: ~cJoints(void)
260 {
261 }
262
263 // ===== GetBounds =====
264
265 void cJoints :: GetBounds(int i, int *low, int *upp)
266 {
267     double step1 = 1.0e-3;
268     double step2 = 1.0e-3;
269     double step3 = 1.0e-3;
270
271     *low = 0;
272
273     if (i == 0)
274         *upp = round((100.0 - 0.0)/step1);
275
276     else if (i == 1)
277         *upp = round((100.0 - 0.0)/step2);
278
279     else
280         *upp = round((100.0 + 100.0)/step3);
281 }
282
283 // ===== Evaluate =====
284
285 double cJoints :: Evaluate(int *algvar, cVector &constr)
286 {
287     // Decode variables.
288
289     cVector var;
290     Decode(algvar, var);
291
292     if (!Decode(algvar, var))
293     {
294         cout << "Falha no processo de decodificacao." << endl;
295
296         for (int i = 0; i < NumConstr; i++)
297             constr[i] = 1.0;
298
299         return 1.0e8;
300     }
301
302     // Calculate estimated shear stress.

```

```

303
304   cVector T (NumPoints);
305   T.Init( );
306
307   // Model of Oliveira (2010).
308
309   double c1 = var[0];
310   double c2 = var[1];
311   double c3 = var[2];
312
313   // Calculate upeak.
314
315   double upeak = (a/tan(i0*M_PI/180))*pow(Sn0,-c3);
316
317   for (int j = 1; j < NumPoints; j++)
318   {
319       double us = Us(j);
320
321       // Dilation angle i.
322
323       double i = (180/M_PI)*atan(CalcDerivative(Coef, us));
324
325       // Dilation angle id.
326
327       double id = (i0 - i)*exp(-(pow(us - upeak,2)*JRC)/(100*pow(c2*a,2))) + i;
328
329       // Squeezing factor n.
330
331       double n = exp(-(us*JRC)/(100*c1*t));
332
333       // Shear stress T.
334
335       T(j) = Sn(j)*((1 - n)*(tan(phib*M_PI/180) + tan(id*M_PI/180))/(1 - tan(
336         phib*M_PI/180)*tan(i*M_PI/180)) + n*tan(phir*M_PI/180));
337   }
338
339   // Calculate objective function value.
340
341   double fobj = CalcError(T, Ts);
342
343   // Return the objective function value.
344
345   return (fobj);
346 }
347 // -----
348 // Protected methods:
349 //
350
351 // ===== Decode =====
352
353 bool cJoints :: Decode(int *algvar, cVector &var)
354 {
355     var.Resize(NumVar);
356
357     double step1 = 1.0e-3;
358     double step2 = 1.0e-3;
359     double step3 = 1.0e-3;
360
361     var[0] = step1*algvar[0] + step1;
362     var[1] = step2*algvar[1] + step2;
363     var[2] = step3*algvar[2] - 100.0;
364
365     return true;

```

```

366 }
367
368 // ===== PrintResult =====
369
370 void cJoints :: PrintResult(int *algvar, ostream &res)
371 {
372     // Decode variables.
373
374     cVector var;
375     Decode(algvar, var);
376
377     if (!Decode(algvar, var))
378         res << "Falha no processo de decodificacao." << endl;
379
380     double c1 = var[0];
381     double c2 = var[1];
382     double c3 = var[2];
383
384     res << fixed;
385     res << "===== " << endl;
386     res << "          COEFICIENTS INTERPOLATION          " << endl;
387     res << "===== " << endl;
388     res << right;
389
390     for (int i = 0; i < ncoef; i++)
391         res << i + 1 << "          |" << setprecision(4) << fixed << setw(12) << Coef(
392             i) << " |" << endl;
393
394     res << "-----" << endl;
395     res << endl;
396
397     // Calculate upeak
398     double upeak = (a/tan(i0*M_PI/180))*pow(Sn0,-c3);
399
400     // Calculate estimated shear stress
401
402     res << fixed;
403     res << "===== " << endl;
404     res << "          MODEL RESULTS          " << endl;
405     res << "===== " << endl;
406     res << "  upeak (mm) |  us (mm)  |  i (deg) | id (deg) |   n   |  Ts (MPa)
407         |  T (MPa)  |" << endl;
408     res << "===== " << endl;
409
410     cVector T (NumPoints);
411     T.Init( );
412
413     for (int j = 1; j < NumPoints; j++)
414     {
415         double us = Us(j);
416
417         // Dilation angle i
418         double i = (180/M_PI)*atan(CalcDerivative(Coef, us));
419
420         // Dilation angle id
421
422         double id = (i0 - i)*exp(-(pow(us - upeak,2)*JRC)/(100*pow(c2*a,2))) + i;
423
424         // Squeezing factor n
425
426         double n = exp(-(us*JRC)/(100*c1*t));
427

```

```

428 // Shear stress T
429
430 T(j) = Sn(j)*((1 - n)*(tan(phib*M_PI/180) + tan(id*M_PI/180))/(1 - tan(
431 phib*M_PI/180)*tan(i*M_PI/180)) + n*tan(phir*M_PI/180));
432
433 // Display results
434
435 res << setprecision(2) << fixed << setw(12) << upeak << " |";
436 res << setprecision(2) << fixed << setw(10) << us << " |";
437 res << setprecision(2) << fixed << setw(8) << i << " |";
438 res << setprecision(2) << fixed << setw(9) << id << " |";
439 res << setprecision(2) << fixed << setw(6) << n << " |";
440 res << setprecision(3) << fixed << setw(11) << Ts (j)<<" |";
441 res << setprecision(3) << fixed << setw(10) << T (j)<<" |";
442 res << endl;
443 }
444
445 res << endl;
446
447 // Calculate objective function value
448
449 double fobj = CalcError(T, Ts);
450
451 res << fixed;
452 res << "===== " << endl;
453 res << "          OPTIMIZATION RESULTS          " << endl;
454 res << "===== " << endl;
455 res << "      c1   |   c2   |   c3   |   fobj   |" << endl;
456 res << "===== " << endl;
457
458 res << setprecision(5) << fixed << setw(9) << c1 << " |";
459 res << setprecision(5) << fixed << setw(9) << c2 << " |";
460 res << setprecision(5) << fixed << setw(9) << c3 << " |";
461 res << setprecision(5) << fixed << setw(9) << fobj << " |";
462 res << endl;
463 }
464 // ===== WriteVar =====
465
466 void cJoints :: WriteVar(int *algvar)
467 {
468     PrintResult(algvar, cout);           // Screen
469     PrintResult(algvar, out);           // File
470 }
471
472 // ===== CalcDilation =====
473
474 void cJoints :: CalcDilation (cVector &coef, int n)
475 {
476     // Calculate D parameter
477
478     double D = (Us(NumPoints - 1) - Us(0))/NumPoints;
479
480     // Calculate interpolation matrix
481
482     cMatrix H (n,n);
483     H.Init( );
484
485     cMatrix invH (n,n);
486     invH.Init( );
487
488     cVector b (n);
489     b.Init( );
490

```

```

491 // Define RBF functions.
492
493 for (int i = 0; i < NumPoints; i++)
494 {
495     for (int j = 0; j < NumPoints; j++)
496     {
497         double s = pow(Us(j) - Us(i), 2);
498
499         double k = s/(2*pow(D,2));
500
501         H(i,j) = exp(-k);
502     }
503 }
504
505 // Define polynomial functions.
506
507 for (int i = 0; i < NumPoints; i++)
508 {
509     for (int j = NumPoints; j < n; j++)
510     {
511         H(i,j) = pow(Us(i), n - j);
512
513         H(j,i) = pow(Us(i), n - j);
514     }
515 }
516
517 // Define b vector.
518
519 for (int i = 0; i < NumPoints; i++)
520     b(i) = Un(i);
521
522 H.CompInverse(invH);
523
524 for (int i = 0; i < n; i++)
525     for (int j = 0; j < n; j++)
526         coef(i) += invH(i,j)*b(j);
527 }
528
529 // ===== CalcDerivative =====
530
531 double cJoints :: CalcDerivative (cVector &coef, double us)
532 {
533     int n = coef.Dim( );
534
535     double dus = 0.0;
536
537     // Calculate D parameter
538
539     double D = (Us(NumPoints - 1) - Us(0))/NumPoints;
540
541     // Calculate RBF functions.
542
543     for (int i = 0; i < NumPoints; i++)
544     {
545         double m = us - Us(i);
546
547         double s = pow(m, 2);
548
549         double k = s/(2*pow(D,2));
550
551         dus += - Coef(i)*m*exp(-k)/pow(D,2);
552     }
553
554     // Calculate polynomial functions.

```

```

555
556     for (int i = NumPoints; i < n; i++)
557         dus += Coef(i)*(n - i)*pow(us, n - i - 1);
558
559     return dus;
560 }
561
562 // ===== CalcError =====
563
564 double cJoints :: CalcError (cVector &t, cVector &ts)
565 {
566     double error = 0.0;
567
568     // SSE - sum of squared error
569     if (Error == "SSE")
570     {
571         for (int i = 1; i < NumPoints; i++)
572             error += pow(t(i) - ts(i),2);
573     }
574
575     // MSE - mean squared error
576     if (Error == "MSE")
577     {
578         for (int i = 1; i < NumPoints; i++)
579             error += pow(t(i) - ts(i),2)/NumPoints;
580     }
581
582     // MRE - mean relative error
583     if (Error == "MRE")
584     {
585         for (int i = 1; i < NumPoints; i++)
586             error += pow((t(i) - ts(i))/ts(i),2)/NumPoints;
587     }
588
589     // RMSE - root mean squared error
590     if (Error == "RMSE")
591     {
592         for (int i = 1; i < NumPoints; i++)
593             error += pow(t(i) - ts(i),2)/NumPoints;
594
595         error = sqrt(error);
596     }
597
598     // NRMSE - normalized root mean squared error
599     if (Error == "NRMSE")
600     {
601         double p1 = 0.0;
602         double p2 = 0.0;
603
604         for (int i = 1; i < NumPoints; i++)
605         {
606             p1 += pow(t(i) - ts(i),2);
607             p2 += pow(ts(i),2);
608         }
609
610         error = sqrt(p1/p2);
611     }
612
613     return error;
614 }
615
616 // ===== End of file =====

```

APÊNDICE C – CÓDIGO-FONTE REDE NEURAL ARTIFICIAL

Código-fonte 5 – Código-fonte (arquivo RNA.ipynb)

```

1 # Importar bibliotecas
2 !pip install -q seaborn
3 import pathlib
4 from google.colab import files
5 import matplotlib.pyplot as plt
6 import pandas as pd
7 import seaborn as sns
8 import tensorflow as tf
9 import numpy as np
10
11 from tensorflow import keras
12 from tensorflow.keras import layers
13
14 # Importar arquivos de dados
15 arquivo = files.upload()
16 dados_treino = pd.read_csv ("C1_treinamento.csv", sep=";")
17 dados_teste = pd.read_csv ("C1_teste.csv", sep=";")
18 limites = pd.read_csv ("C1_normalizacao.csv", sep=";")
19
20 # Apresentar matriz transposta
21 estat_limites = limites.describe()
22 estat_limites = estat_limites.T
23
24 # Funcao normalizacao de dados
25 def padroniza(x):
26     return (x-estat_limites["min"])/(estat_limites["max"]-estat_limites["min"])
27
28 # Normalizacao de dados
29 norm_dados_treino = padroniza(dados_treino)
30 norm_dados_teste = padroniza(dados_teste)
31
32 # Separacao das variaveis predictoras da variavel target
33 target_treino = dados_treino.pop("c1")
34 target_teste = dados_teste.pop("c1")
35
36 # Construcao do modelo
37 def const_modelo():
38     # Modelo sequencial com camadas densamente conectadas
39     # Funcao de ativacao Sigmoid e ReLu
40     # Output de um valor numerico na ultima camada
41
42     modelo = keras.Sequential([
43         layers.Dense(5,activation="sigmoid",input_shape
44             =[len(dados_treino.keys())]),
45         layers.Dense(1,activation="relu")
46     ])
47
48     # Escolha do otimizador e taxa de aprendizado
49     otimizador = tf.keras.optimizers.RMSprop(0.05)
50
51     # Funcao de custo MSE (Mean Squared Error)
52     modelo.compile(
53         loss = "mse",
54         optimizer = otimizador,
55         metrics = ["mae", "mse"]
56     )
57     return modelo

```

```

58 modelo = const_modelo()
59
60 modelo.summary()
61
62 # Esta classe auxilia a visualizacao do modelo
63 class MostraProgresso(keras.callbacks.Callback):
64     def on_epoch_end (self, epoch, logs):
65         if epoch % 100 == 0:
66             print("")
67             print("=", end=" ")
68
69 # Numero maximo de epocas
70 EPOCHS = 200000
71
72 # Early Stopping cessa o treinamento quando o score de validacao nao aumenta
73 # O parametro patience define a quantidade de epocas para checar as melhores
74 early_stop = keras.callbacks.EarlyStopping(monitor="val_loss", patience=50,
75                                             restore_best_weights=True)
76
77 historia = modelo.fit(
78     x = norm_dados_treino,
79     y = target_treino,
80     epochs = EPOCHS,
81     validation_data = (norm_dados_teste, target_teste),
82     verbose = 0,
83     callbacks = [early_stop,MostraProgresso()]
84 )
85
86 hist = pd.DataFrame(historia.history)
87 hist.describe()
88
89 def plota_historico(historia):
90     hist = pd.DataFrame(historia.history)
91     hist["epoch"] = historia.epoch
92
93     # Grafico MAE
94     plt.figure(figsize = (10,5))
95     plt.xlabel("Epocas")
96     plt.ylabel("MAE")
97     plt.plot(hist["epoch"],hist["mae"], label = "Error train")
98     plt.legend(loc="best")
99     plt.plot(hist["epoch"],hist["val_mae"], label = "Error val")
100    plt.legend(loc="best")
101
102    # Grafico MSE
103    plt.figure(figsize = (10,5))
104    plt.xlabel("Epocas")
105    plt.ylabel("MSE")
106    plt.plot(hist["epoch"],hist["mse"], label = "Error train")
107    plt.legend(loc="best")
108    plt.plot(hist["epoch"],hist["val_mse"], label = "Error val")
109    plt.legend(loc="best")
110
111    plt.show()
112
113    plota_historico(historia)
114
115    # Verificacao do erro de validacao
116    loss, mae, mse = modelo.evaluate(norm_dados_teste, target_teste, verbose=2)
117
118    # Previsao dos valores de teste
119    prev_teste = modelo.predict(norm_dados_teste).flatten()
120
121    # Plotar grafico
122    plt.scatter(target_teste, prev_teste)

```

```
121 plt.xlabel("Real", fontsize=18)
122 plt.ylabel("Previsto", fontsize=18)
123 plt.axis("equal")
124 plt.axis("square")
125 _ = plt.plot([-100,100],[-100,100])
126
127 # Coeficiente de correlacao
128 corr_matrix = np.corrcoef(target_teste, prev_teste)
129 corr = corr_matrix[0,1]
130 R2 = corr**2
131 R2
132
133 # Previsao dos valores de treino
134 prev_treino = modelo.predict(norm_dados_treino).flatten()
135
136 # Plotar grafico
137 plt.scatter(target_treino, prev_treino)
138 plt.xlabel("Real", fontsize=18)
139 plt.ylabel("Previsto", fontsize=18)
140 plt.axis("equal")
141 plt.axis("square")
142 _ = plt.plot([-100,100],[-100,100])
143
144 # Coeficiente de correlacao
145 corr_matrix_treino = np.corrcoef(target_treino, prev_treino)
146 corr_treino = corr_matrix_treino[0,1]
147 R2_treino = corr_treino**2
148 R2_treino
149
150 # Pesos sinapticos e bias
151 modelo.layers[0].get_weights()
152 modelo.layers[1].get_weights()
```

**APÊNDICE D – VALORES SUGERIDOS PARA AS CONSTANTES DO MODELO DE
OLIVEIRA E INDRARATNA (2010)**

Ensaio	k_n (kPa/mm)	i_0 (graus)	a (mm)	σ_{n0} (MPa)	JRC	σ_c (MPa)	ϕ_b (graus)	t/a	ϕ_{fill} (graus)	c_3	c_2	c_1
1	0,0	9,5	2,5	0,16	4	12,00	37,5	0,00	0,00	-0,796	0,423	0,001
2	0,0	9,5	2,5	0,30	4	12,00	37,5	0,00	0,00	-0,499	1,150	0,001
3	0,0	9,5	2,5	0,56	4	12,00	37,5	0,00	0,00	-0,518	0,937	0,001
4	0,0	9,5	2,5	1,10	4	12,00	37,5	0,00	0,00	1,133	1,207	0,001
5	0,0	9,5	2,5	1,63	4	12,00	37,5	0,00	0,00	0,681	1,247	0,001
6	0,0	9,5	2,5	2,43	4	12,00	37,5	0,00	0,00	1,016	0,467	0,001
7	0,0	28,0	3,0	0,30	14	12,00	37,5	0,00	0,00	0,911	1,744	0,001
8	0,0	28,0	3,0	0,56	14	12,00	37,5	0,00	0,00	1,678	2,127	0,001
9	0,0	28,0	3,0	1,20	14	12,00	37,5	0,00	0,00	-0,665	1,555	0,001
10	453,0	9,5	2,5	0,16	4	12,00	37,5	0,00	0,00	-0,061	0,131	0,001
11	453,0	9,5	2,5	0,30	4	12,00	37,5	0,00	0,00	-0,767	0,825	0,001
12	453,0	9,5	2,5	0,56	4	12,00	37,5	0,00	0,00	-0,725	0,943	0,001
13	453,0	9,5	2,5	1,10	4	12,00	37,5	0,00	0,00	1,295	0,981	0,001
14	453,0	9,5	2,5	1,63	4	12,00	37,5	0,00	0,00	0,863	0,541	0,001
15	453,0	9,5	2,5	2,43	4	12,00	37,5	0,00	0,00	0,533	1,253	0,001
16	453,0	28,0	3,0	0,30	14	12,00	37,5	0,00	0,00	0,157	2,113	0,001
17	453,0	28,0	3,0	0,56	14	12,00	37,5	0,00	0,00	1,572	2,177	0,001
18	453,0	28,0	3,0	1,20	14	12,00	37,5	0,00	0,00	-1,132	1,518	0,001
19	453,0	18,5	5,0	0,16	8	12,00	37,5	0,00	0,00	-0,345	0,493	0,001
20	453,0	18,5	5,0	0,30	8	12,00	37,5	0,00	0,00	-0,460	0,717	0,001
21	453,0	18,5	5,0	0,56	8	12,00	37,5	0,00	0,00	-1,198	0,696	0,001
22	453,0	18,5	5,0	1,10	8	12,00	37,5	0,00	0,00	1,662	0,612	0,001
23	453,0	18,5	5,0	1,63	8	12,00	37,5	0,00	0,00	1,372	0,404	0,001
24	453,0	18,5	5,0	2,43	8	12,00	37,5	0,00	0,00	0,898	0,384	0,001
25	453,0	26,5	7,5	0,16	13	12,00	37,5	0,00	0,00	-0,715	0,504	0,001
26	453,0	26,5	7,5	0,30	13	12,00	37,5	0,00	0,00	-0,890	0,364	0,001
27	453,0	26,5	7,5	0,56	13	12,00	37,5	0,00	0,00	-0,883	0,680	0,001
28	453,0	26,5	7,5	1,10	13	12,00	37,5	0,00	0,00	2,048	0,331	0,001
29	453,0	26,5	7,5	1,63	13	12,00	37,5	0,00	0,00	1,793	0,219	0,001
30	453,0	26,5	7,5	2,43	13	12,00	37,5	0,00	0,00	1,049	0,142	0,001
31	453,0	6,0	1,0	0,56	3	20,00	32,0	0,00	0,00	-0,298	2,190	0,001
32	453,0	6,0	1,0	1,10	3	20,00	32,0	0,00	0,00	3,150	0,233	0,001
33	453,0	6,0	1,0	1,63	3	20,00	32,0	0,00	0,00	2,678	0,053	0,001
34	453,0	6,0	1,0	2,16	3	20,00	32,0	0,00	0,00	1,860	0,001	0,001
35	453,0	6,0	1,0	2,69	3	20,00	32,0	0,00	0,00	1,218	0,014	0,001
36	0,0	20,0	3,0	1,00	10	27,50	37,0	0,00	0,00	1,000	2,013	0,001
37	133,3	20,0	3,0	1,00	10	27,50	37,0	0,00	0,00	1,000	1,520	0,001
38	453,0	9,5	2,5	0,16	4	12,00	37,5	0,40	35,50	0,476	1,026	7,950
39	453,0	9,5	2,5	0,16	4	12,00	37,5	0,60	35,50	0,419	0,821	6,350
40	453,0	9,5	2,5	0,16	4	12,00	37,5	0,80	35,50	0,551	0,683	4,048
41	453,0	9,5	2,5	0,16	4	12,00	37,5	1,60	35,50	0,725	0,218	0,083
42	453,0	9,5	2,5	0,30	4	12,00	37,5	0,60	35,50	0,685	0,858	7,937
43	453,0	9,5	2,5	0,30	4	12,00	37,5	1,00	35,50	0,943	0,782	2,577
44	453,0	9,5	2,5	0,30	4	12,00	37,5	1,40	35,50	1,030	0,558	1,403
45	453,0	9,5	2,5	0,30	4	12,00	37,5	1,60	35,50	1,158	0,393	1,517
46	453,0	9,5	2,5	0,56	4	12,00	37,5	0,60	35,50	1,733	0,854	9,719
47	453,0	9,5	2,5	0,56	4	12,00	37,5	1,00	35,50	1,535	0,728	5,673
48	453,0	9,5	2,5	0,56	4	12,00	37,5	1,40	35,50	1,444	0,669	2,090
49	453,0	9,5	2,5	0,56	4	12,00	37,5	1,80	35,50	1,875	0,462	1,565
50	453,0	9,5	2,5	1,10	4	12,00	37,5	0,60	35,50	4,077	0,800	9,253
51	453,0	9,5	2,5	1,10	4	12,00	37,5	1,00	35,50	3,894	0,520	5,682
52	453,0	9,5	2,5	1,10	4	12,00	37,5	1,40	35,50	4,360	0,330	3,707
53	453,0	9,5	2,5	1,10	4	12,00	37,5	1,80	35,50	4,272	0,001	0,001
54	453,0	18,5	5,0	0,30	8	12,00	37,5	0,30	35,50	-0,828	0,230	1,696
55	453,0	18,5	5,0	0,30	8	12,00	37,5	0,60	35,50	-1,032	0,223	0,907

Ensaio	k_n (kPa/mm)	i_0 (graus)	a (mm)	σ_{n0} (MPa)	JRC	σ_c (MPa)	ϕ_b (graus)	t/a	ϕ_{fill} (graus)	c_3	c_2	c_1
56	453,0	18,5	5,0	0,30	8	12,00	37,5	1,00	35,50	-0,736	0,253	3,647
57	453,0	18,5	5,0	0,30	8	12,00	37,5	1,40	35,50	0,420	0,188	0,012
58	453,0	18,5	5,0	0,30	8	12,00	37,5	1,80	35,50	0,427	0,010	0,001
59	453,0	18,5	5,0	0,56	8	12,00	37,5	0,30	35,50	1,649	0,192	1,248
60	453,0	18,5	5,0	0,56	8	12,00	37,5	0,60	35,50	1,685	0,206	0,660
61	453,0	18,5	5,0	0,56	8	12,00	37,5	1,00	35,50	1,469	0,014	1,200
62	453,0	18,5	5,0	0,56	8	12,00	37,5	1,40	35,50	1,748	0,001	0,001
63	453,0	18,5	5,0	0,56	8	12,00	37,5	1,80	35,50	1,477	0,001	0,001
64	453,0	18,5	5,0	1,10	8	12,00	37,5	0,30	35,50	3,350	0,173	0,830
65	453,0	18,5	5,0	1,10	8	12,00	37,5	0,60	35,50	3,164	0,180	0,439
66	453,0	18,5	5,0	1,10	8	12,00	37,5	1,00	35,50	3,068	0,057	0,746
67	453,0	18,5	5,0	1,10	8	12,00	37,5	1,40	35,50	3,748	0,028	0,750
68	453,0	18,5	5,0	1,10	8	12,00	37,5	1,80	35,50	3,265	0,018	0,001
69	0,0	24,0	7,0	0,05	12	3,50	30,0	0,00	0,00	-0,062	0,910	0,001
70	0,0	24,0	7,0	0,05	12	3,50	30,0	0,14	30,00	-0,279	2,084	1,566
71	0,0	24,0	7,0	0,05	12	3,50	30,0	0,28	30,00	0,050	0,567	2,654
72	0,0	24,0	7,0	0,05	12	3,50	30,0	0,78	30,00	0,117	0,006	0,001
73	0,0	24,0	7,0	0,05	12	3,50	30,0	1,00	30,00	0,137	0,001	0,001
74	0,0	24,0	7,0	0,10	12	3,50	30,0	0,00	0,00	0,491	2,368	0,001
75	0,0	24,0	7,0	0,10	12	3,50	30,0	0,12	30,00	-1,314	1,810	1,609
76	0,0	24,0	7,0	0,10	12	3,50	30,0	0,30	30,00	0,457	0,864	0,001
77	0,0	24,0	7,0	0,10	12	3,50	30,0	0,42	30,00	0,143	0,017	0,001
78	0,0	24,0	7,0	0,10	12	3,50	30,0	0,69	30,00	0,197	0,005	0,001
79	0,0	24,0	7,0	0,10	12	3,50	30,0	1,10	30,00	1,709	1,728	0,001
80	453,0	18,5	5,0	0,80	8	21,50	35,5	0,00	0,00	-1,015	0,347	0,001
81	453,0	18,5	5,0	0,80	8	21,50	35,5	0,50	27,50	-1,117	0,370	0,326
82	453,0	18,5	5,0	0,80	8	21,50	35,5	1,00	27,50	-1,067	0,461	0,153
83	453,0	18,5	5,0	0,80	8	21,50	35,5	1,50	27,50	3,958	1,069	0,027
84	453,0	18,5	5,0	0,80	8	21,50	35,5	2,00	27,50	3,582	1,680	0,019
85	91,0	30,0	5,0	0,51	15	11,75	45,0	0,00	0,00	-0,013	1,310	0,001
86	91,0	30,0	5,0	1,02	15	11,75	45,0	0,00	0,00	2,599	0,582	0,001
87	91,0	30,0	5,0	2,04	15	11,75	45,0	0,00	0,00	1,523	0,300	0,001
88	0,0	30,0	5,0	0,05	15	11,75	45,0	0,00	0,00	-0,100	1,530	0,001
89	0,0	30,0	5,0	0,10	15	11,75	45,0	0,00	0,00	-0,350	0,830	0,001
90	0,0	30,0	5,0	0,51	15	11,75	45,0	0,00	0,00	-0,884	0,841	0,001
91	0,0	30,0	5,0	1,02	15	11,75	45,0	0,00	0,00	2,011	0,164	0,001
92	0,0	30,0	5,0	2,04	15	11,75	45,0	0,00	0,00	1,781	0,038	0,001
93	91,0	30,0	5,0	0,10	15	11,75	45,0	1,00	28,80	-0,106	0,900	0,001
94	91,0	30,0	5,0	1,02	15	11,75	45,0	1,00	28,80	3,739	0,452	0,206
95	91,0	30,0	5,0	2,04	15	11,75	45,0	1,00	28,80	1,373	0,539	0,736
96	0,0	30,0	5,0	0,10	15	11,75	45,0	1,00	28,80	-0,230	1,120	0,001
97	0,0	30,0	5,0	1,02	15	11,75	45,0	1,00	28,80	3,068	0,287	0,312
98	0,0	30,0	5,0	2,04	15	11,75	45,0	1,00	28,80	0,434	0,329	0,945
99	91,0	30,0	5,0	0,10	15	11,75	45,0	1,40	28,80	-0,111	1,200	0,007
100	91,0	30,0	5,0	0,51	15	11,75	45,0	1,40	28,80	-1,134	0,960	0,063
101	91,0	30,0	5,0	1,02	15	11,75	45,0	1,40	28,80	3,896	0,182	0,117
102	91,0	30,0	5,0	2,04	15	11,75	45,0	1,40	28,80	1,373	0,310	0,484
103	0,0	30,0	5,0	0,10	15	11,75	45,0	1,40	28,80	-0,230	1,200	0,001
104	0,0	30,0	5,0	0,51	15	11,75	45,0	1,40	28,80	1,624	0,481	0,023
105	0,0	30,0	5,0	1,02	15	11,75	45,0	1,40	28,80	3,590	0,326	0,205
106	0,0	30,0	5,0	2,04	15	11,75	45,0	1,40	28,80	0,510	0,274	0,636
107	91,0	30,0	5,0	0,10	15	11,75	45,0	2,00	28,80	-0,956	0,653	0,006
108	0,0	30,0	5,0	0,51	15	11,75	45,0	2,00	28,80	1,760	0,272	0,925
109	0,0	30,0	5,0	1,02	15	11,75	45,0	2,00	28,80	3,144	0,001	6,100
110	0,0	30,0	5,0	2,04	15	11,75	45,0	2,00	28,80	1,100	0,001	6,600