



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ESTRUTURAL E CONSTRUÇÃO CIVIL
CURSO DE ENGENHARIA CIVIL**

CAMILLA BEZERRA RODRIGUES

ESTUDO DE FLECHAS EM LAJES MACIÇAS DE CONCRETO ARMADO

**FORTALEZA
2020**

CAMILLA BEZERRA RODRIGUES

ESTUDO DE FLECHAS EM LAJES MACIÇAS DE CONCRETO ARMADO

Monografia apresentada à Coordenação do curso de Engenharia Civil da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientadora: Prof.^a Dr.^a Magnólia Maria Campêlo Mota

FORTALEZA
2020

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Biblioteca Universitária
Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

R612e Rodrigues, Camilla Bezerra.

Estudo de flechas em lajes maciças de concreto armado / Camilla Bezerra Rodrigues. – 2020.
64 f. : il. color.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Tecnologia,
Curso de Engenharia Civil, Fortaleza, 2020.

Orientação: Profa. Dra. Magnólia Maria Campêlo Mota.

1. Laje maciça. 2. Flecha imediata. 3. Análise não-linear. 4. Analogia de Grelhas. 5. Tabelas de Bares. I.
Título.

CDD 620

CAMILLA BEZERRA RODRIGUES

ESTUDO DE FLECHAS EM LAJES MACIÇAS DE CONCRETO ARMADO

Monografia apresentada à Coordenação do curso de Engenharia Civil da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientadora: Prof.^a. Dr.^a. Magnólia Maria Campêlo Mota

Aprovada em: 24/08/2020.

BANCA EXAMINADORA

Prof.^a. Dr.^a. Magnólia Maria Campêlo Mota (Orientadora)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Ms. Hugo Campêlo Mota
Universidade de Fortaleza (UNIFOR)

Ícaro Manfrinni Rodrigues Sousa
Eng. Civil – Crea/CE: 48787

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, por me guiar e abençoar meus passos. Sem ele, nada seria possível.

À minha mãe Janete, ao meu pai Marcondes e à minha irmã Julianne por serem meus maiores apoiadores e minha força. Vocês me inspiram a ser uma pessoa melhor a cada dia. Vocês são minha base.

Ao meu namorado, Julien, por estar sempre ao meu lado me incentivando e que mesmo de longe não poupou esforços para me ajudar.

Aos meus amigos, pelas conversas, incentivos e momentos de descontração quando precisei.

Agradeço minha orientadora, professora Magnólia Mota, pela confiança, empenho e dedicação depositados para a execução deste trabalho. Assim como agradeço ao corpo docente do curso de Engenharia Civil pelos conhecimentos repassados ao longo da graduação.

Ao escritório Hugo A. Mota Consultoria Engenharia de Projetos S/C, especialmente, ao Ícaro e ao Hugo, pelo auxílio, paciência e disponibilidade.

Aos membros da banca examinadora deste trabalho, por terem aceitado o convite e se disporem avaliar meu trabalho.

A todos que, direta ou indiretamente, contribuíram para a elaboração deste trabalho.

RESUMO

Para garantir o bom funcionamento dos elementos estruturais de um edifício de concreto armado, é essencial analisar suas deformações sob as cargas que lhe são aplicadas. As lajes são os elementos de uma estrutura que sofrem as deformações mais significativas devido sua geometria. A avaliação das flechas pode ser realizada usando vários métodos de cálculo. No entanto, quando ocorrem deformações excessivas resultantes de um estado de fissuração do concreto, é necessária a utilização de métodos que permitem uma análise não-linear da peça. O presente trabalho teve como objetivo determinar as flechas imediatas de lajes maciças considerando a fissuração das seções, utilizando um método analítico e um numérico. Foi feita uma análise comparativa da aplicação das Tabelas de Bares e da Analogia de Grelhas, para o cálculo das flechas imediatas das lajes. Inicialmente, foram estudadas duas lajes isoladas, uma quadrada e uma retangular. Posteriormente, foram analisadas as lajes de um pavimento simples, com o objetivo de verificar a influência do engastamento na obtenção das flechas imediatas. Os resultados obtidos foram comparados e observou-se uma diferença significativa entre as flechas obtidas com os dois métodos. Concluiu-se que as Tabelas de Bares são mais recomendadas para uma análise linear, já a analogia de grelhas é mais indicada para quando os momentos solicitantes ultrapassam o momento de fissuração da seção.

Palavras-chave: Laje maciça. Flecha imediata. Análise não-linear. Analogia de Grelhas. Tabelas de Bares.

ABSTRACT

To guarantee the proper functioning of the structural elements of a reinforced concrete building, it is essential to analyze its deformations under the loads applied to it. Paving slabs are the elements of a structure that undergo the most significant deformations due to their geometry. The evaluation of the deflections can be performed using various calculation methods. However, when excessive deformations resulting from a cracking state of the concrete occur, it is necessary to use methods that allow a non-linear analysis of the part. The present work aims to determine the instantaneous deflections of massive paving slabs considering the cracking of the sections, using an analytical method and a numerical one. A comparative analysis was made of the application of the Bares Tables and the Grillage Analogy to calculate the instantaneous deflections of the slabs. Initially, two insulated paving slabs, one squared and one rectangular, were studied. Subsequently, the paving slabs were analyzed with a simple pavement in order to verify the influence of the setting in obtaining the instantaneous deflections. The results obtained were compared and a significant difference was observed between the deflections obtained with the two methods. It is concluded that the Bares Tables are more recommended for a linear analysis, whereas the grillage analogy is more suitable for when the requesting moments exceed the section cracking moment.

Keywords: Solid slabs. Instantaneous deflection. Non-linear analysis. Grillage Analogy. Bar Tables.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Vão efetivo	13
Figura 2 - Vãos efetivos l_x (menor vão) e l_y (maior vão).....	14
Figura 3 - Limites para deslocamentos	18
Figura 4 - Estádios de comportamento do concreto	21
Figura 5 - Seção transversal não fissurada	23
Figura 6 - Seção transversal fissurada.....	23
Figura 7 - Casos de vinculação previstos para as tabelas de Bares	27
Figura 8 - Discretização de uma laje pelo método da Analogia de Grelha.....	29
Figura 9 - Modelo laje L1	31
Figura 10 - Modelo laje L2.....	31
Figura 11 - Modelo pavimento simples	32
Figura 12 - Modelo de grelha laje L1	38
Figura 13 - Diagrama de momentos fletores L1 (tf.m).....	39
Figura 14 - Diagrama de deslocamentos L1 (cm)	40
Figura 15 - Modelo de grelha laje L2	45
Figura 16 - Diagrama de momentos fletores L2 (tf.m).....	46
Figura 17 - Diagrama de deslocamentos L2 (cm)	47
Figura 18 - Modelo de grelha pavimento simples	55
Figura 19 - Diagrama de momentos fletores pavimento simples (tf.m)	55
Figura 20 - Diagrama de deslocamentos pavimento simples (cm).....	56

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Dimensionamento ELU laje L1	36
Tabela 2 - Comparação de resultados para laje L1	40
Tabela 3 - Dimensionamento ELU laje L2	43
Tabela 4 - Comparação de resultados para laje L2	47
Tabela 5 - Vãos de cálculo	48
Tabela 6 - Cargas atuantes nas lajes	48
Tabela 7 - Cálculo da flecha elástica	49
Tabela 8 - Momentos em serviço L1/L2	49
Tabela 9 - Momentos em serviço L3/L4	49
Tabela 10 - Momento de fissuração L1, L2, L3 e L4	50
Tabela 11 - Dimensionamento armaduras L1/L2	51
Tabela 12 - Dimensionamento armaduras L3/L4	52
Tabela 13 - Cálculo do momento de inércia efetivo L1/L2	53
Tabela 14 - Cálculo do momento de inércia efetivo L3/L4	53
Tabela 15 - Cálculo da flecha imediata L1/L2	54
Tabela 16 - Cálculo da flecha imediata L3/L4	54
Tabela 17 - Comparação dos resultados das lajes L1/L2	57
Tabela 18 - Comparação dos resultados das lajes L3/L4	58

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	11
1.1 Objetivos	12
<i>1.1.1 Objetivo geral</i>	12
<i>1.1.2 Objetivos específicos</i>	12
1.2 Justificativa	12
2 REVISÃO DA LITERATURA	13
2.1 Lajes	13
2.2 Lajes maciças	14
2.3 Deformações	15
2.4 Flecha	15
2.5 Variabilidade das flechas	15
2.6 Estados-limites de serviço	16
2.7 Estado limite de deformação excessiva	17
<i>2.7.1 Combinações de ações</i>	17
<i>2.7.2 Deslocamentos limites</i>	17
2.8 Módulo de elasticidade secante	20
2.9 Estádios de comportamento do concreto armado	20
2.10 Seção Transversal Homogeneizada	22
2.11 Momento de inércia	24
2.12 Fórmula de Branson	24
2.13 Tabelas de Bares	26
2.14 Flecha não-linear	28
2.15 Analogia de grelha	28
3 METODOLOGIA	30
3.1 Exemplos	30
<i>3.1.1 Lajes isoladas</i>	30
<i>3.1.2 Lajes associadas</i>	32
3.2 Estado Limite Último	33
4 RESULTADOS E DISCUSSÕES	34
4.1 Laje 7x7m - L1	34

4.1.1 Tabelas de Bares.....	35
4.1.2 Analogia de grelhas	38
4.1.3 Comparação	40
4.2 Laje 7x8m - L2	41
4.2.1 Tabelas de Bares.....	42
4.2.2 Analogia de grelhas.....	45
4.2.3 Comparação	47
4.3 Análise de lajes associadas	48
4.3.1 Tabelas de Bares.....	48
4.3.2 Analogia de grelhas.....	54
4.3.3 Comparação	57
5 CONCLUSÃO E CONSIDERAÇÕES FINAIS	60
REFERÊNCIAS.....	61
ANEXO A – TABELAS DE BARES.....	63

1 INTRODUÇÃO

O problema da deformação excessiva em lajes de concreto armado aumentou significativamente nos últimos tempos. Há algumas décadas atrás, a preocupação com tal problema era secundária. Com a tendência moderna de se construir com cada vez maiores vãos, possível pela obtenção de concretos com maior resistência, juntamente com o avanço das ferramentas computacionais, tais edificações estão sujeitas a maiores deformações (REGGIANI, 2016).

O valor do deslocamento é limitado no Brasil pela ABNT NBR 6118:2014 que visa a partir da limitação dos deslocamentos: dar estabilidade sensorial ao usuário; permitir a utilização adequada da construção; permitir o bom funcionamento dos elementos não-estruturais; e permitir o bom funcionamento dos elementos estruturais. Haja vista que se em algum momento, o deslocamento ultrapassar os limites estabelecidos em norma, a edificação estará comprometida (FARDIN, 2017).

No item 17.3.2.1 da norma, tem-se que o modelo de comportamento da estrutura pode admitir o concreto e o aço como materiais de comportamento elástico e linear, de modo que as seções ao longo do elemento estrutural possam ter as deformações específicas determinadas no estágio I, desde que os esforços não superem aqueles que dão início à fissuração, e no estágio II, em caso contrário.

Segundo JUNGES (2011), a fissuração do concreto sob tração leva à alteração da rigidez da peça, que passa a ter comportamento não linear. Para a consideração da não linearidade física do material na determinação da flecha imediata, é necessário realizar uma análise não linear, que é mais complexa e demanda mais recursos computacionais do que uma análise linear.

De acordo com CARVALHO e FIGUEIREDO FILHO (2014), no método elástico, subestimam-se os deslocamentos, pois não é considerada a fissuração do concreto; mas também não se pode dizer que os esforços na situação de ruptura, usados no cálculo da armadura, são proporcionais aos obtidos em serviço. Ainda segundo os autores, a introdução do efeito fissuração do concreto no cálculo da flecha a partir da equação de um modelo elástico não é trivial; o melhor é empregar o método da grelha equivalente não linear.

À vista disso, torna-se fundamental a comparação de métodos elásticos e não-lineares para determinação de flechas em lajes de concreto armado. No presente trabalho é feita uma análise comparativa da aplicação das Tabelas de Bares e da Analogia de grelhas, na determinação de flechas imediatas de lajes isoladas e associadas.

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivo geral

Este trabalho tem como objetivo geral determinar as flechas imediatas de lajes maciças de concreto armado considerando a fissuração da seção, utilizando método analítico e numérico.

1.1.2 Objetivos específicos

- a) Calcular a flecha imediata de lajes maciças isoladas utilizando as Tabelas de Bares e Analogia de Grelhas;
- b) Calcular a flecha imediata de lajes maciças de um pavimento simples utilizando as Tabelas de Bares e Analogia de Grelhas;
- c) Comparação dos resultados obtidos da aplicação dos diferentes modelos e métodos, apontando suas principais diferenças.

1.2 Justificativa

As verificações ao Estado-Limite de Serviço (ELS) são algumas das verificações a serem feitas, em peças de concreto armado. Elas envolvem os requisitos exigidos da estrutura, associados à durabilidade, funcionalidade e aparência da edificação, seja em relação ao conforto dos usuários, aos equipamentos e máquinas nela empregados e condicionados à sua utilização adequada (CLÍMACO, 2016). Um dos indicadores do ELS é a deformação, que inevitavelmente ocorre como resultado de ações que se aplicam a uma estrutura.

Dado que as lajes são os elementos estruturais que primeiro recebem as cargas em uma edificação, e que possuem espessura muito pequena em relação às suas outras dimensões (comprimento e largura), elas estão sujeitas a deformações significativas. Assim, faz-se necessário estudo detalhado desse elemento.

Além disso, o estudo da deformação das lajes permite determinar sua espessura. Isso pode ter um impacto significativo no preço geral da construção, pois uma diferença de alguns centímetros de espessura pode resultar em um grande volume de concreto.

2 REVISÃO DA LITERATURA

2.1 Lajes

Lajes são elementos planos, em geral horizontais, com duas dimensões muito maiores que a terceira, sendo esta denominada espessura. A principal função das lajes é receber os carregamentos atuantes no andar, provenientes do uso da construção (pessoas, móveis e equipamentos), e transferi-los para os apoios (PINHEIRO, 2007).

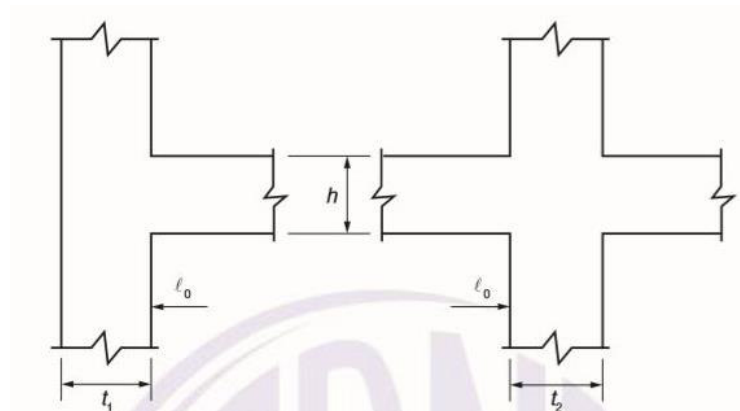
Segundo PINHEIRO (2007), no projeto de lajes, a primeira etapa consiste em determinar os vãos livres (l_0), os vãos efetivos (l_{ef}) e a relação entre os vãos teóricos. O vão livre é a distância livre entre as faces dos apoios (ou distância da extremidade livre até a face do apoio, no caso de balanços).

De acordo com a NBR 6118:2014, quando os apoios puderem ser considerados suficientemente rígidos quanto à translação vertical, o vão efetivo deve ser calculado pela seguinte expressão:

$$l_{ef} = l_0 + a_1 + a_2 \quad (1)$$

Onde a_1 é igual ao menor valor entre ($t_1/2$ e $0,3h$) e a_2 é igual ao menor valor entre ($t_2/2$ e $0,3h$), conforme a Figura 1.

Figura 1 – Vão efetivo

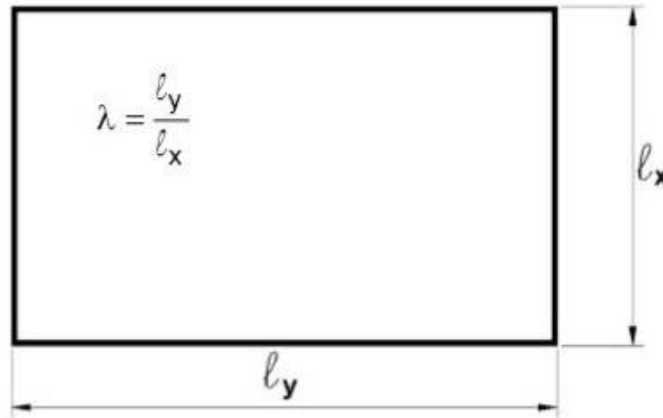


Fonte: ABNT NBR 6118:14.

Conhecidos os vãos efetivos considera-se l_x o menor vão, l_y o maior e $\lambda = l_y/l_x$ (Figura 2). De acordo com o valor de λ , é usual a seguinte classificação (PINHEIRO, 2007):

- $\lambda \leq 2 \rightarrow$ laje armada em duas direções;
- $\lambda > 2 \rightarrow$ laje armada em uma direção.

Figura 2 - Vãos efetivos l_x (menor vão) e l_y (maior vão)



Fonte: PINHEIRO, 2007.

2.2 Lajes maciças

Laje maciça é aquela onde toda a espessura é composta por concreto, contendo armaduras longitudinais de flexão e podendo eventualmente possuir armaduras transversais (PINHEIRO, 2016).

A laje maciça de concreto é a mais utilizada na construção civil por ter um método executivo e de cálculo simplificado, é uma placa plana de concreto armado maciço e sua espessura varia conforme as necessidades de cada projeto arquitetônico (MARCAL, 2014).

De acordo com a NBR 6118:2014, nas lajes maciças devem ser respeitados os seguintes limites mínimos para a espessura:

- a) 7 cm para cobertura não em balanço;
- b) 8 cm para lajes de piso não em balanço;
- c) 10 cm para lajes em balanço.

2.3 Deformações

As deformações em estruturas de concreto armado podem ter sua origem relacionada ao carregamento que sofre ou não. As de origem não relacionadas ao carregamento são, basicamente, devidas a retração, módulo de elasticidade ou às variações de temperatura. Já as deformações causadas pelo carregamento estão relacionadas diretamente com a carga que está aplicada, mas não necessariamente, indicando que o elemento estrutural está próximo do seu estado de ruptura (NEVILLE, 1997) (RÜSCH, 1980).

As deformações que dependem do carregamento têm direção definida. A deformação elástica imediata ocorre por ocasião da aplicação do carregamento e é reversível, removido o carregamento, a peça retorna à configuração original. A deformação lenta é definida como o aumento de deformação sob tensão constante. Esta parcela exerce importante influência no valor da flecha final (MOURA; MARCELLINO, 2003).

A fluência é o fenômeno em que ocorre o aumento gradual da deformação de um elemento de concreto, quando submetido a um estado de tensões constante ao longo do tempo. As flechas diferidas no tempo são causadas em decorrência da fluência do concreto. A taxa de crescimento dos deslocamentos da estrutura pela fluência é alta nos períodos imediatamente superiores à aplicação do carregamento, diminuindo ao longo do tempo, até estabilizar em um valor máximo limite (METHA; MONTEIRO, 2008).

2.4 Flecha

Entende-se por flecha, o deslocamento perpendicular de uma estrutura de concreto, ou seja, a distância entre o ponto no qual a laje não sofre deformação e o ponto em que ela sofre a deformação perpendicularmente devido a uma série de fatores, dentre os quais citam-se o carregamento, módulo de elasticidade do material e comprimento do vão (FARDIN, 2017).

2.5 Variabilidade das flechas

Vários são os fatores que exercem influência, em maior ou menor escala, sobre a ordem de grandeza dos deslocamentos. Como menciona o ACI 435.2R (1966), podem ser citados, dentre outros: o tipo, a grandeza e o histórico do carregamento; o vão e as condições de apoio do elemento estrutural; as propriedades geométricas de sua seção transversal; as propriedades dos materiais utilizados; a fissuração, a retração e a fluência do concreto; as taxas

de armadura de tração e de compressão; e o processo de execução da estrutura. Alguns deles afetam diretamente os valores dos deslocamentos, como o vão e o carregamento. Outros, indiretamente, como a taxa de armadura de compressão, que, na realidade, interfere na retração (GUARDA, 2005, p.8).

De acordo com CLÍMACO (2016), a estimativa de flechas em estruturas de concreto, mesmo rigorosa, não é muito precisa, em especial quando consideradas as ações de longa duração, pelas dificuldades em avaliar a influência de fatores como a retração, fluência, relação sobrecarga – carga permanente e efeitos de temperatura e umidade. Assim, é recomendável observar no projeto os seguintes aspectos:

- evitar a utilização de elementos demasiadamente esbeltos;
- evitar taxas de armadura de tração muito baixas;
- utilizar armaduras de compressão, se necessário;
- efetuar cura adequada do concreto;
- retardar a aplicação de cargas permanentes, evitando a retirada prematura dos escoramentos, em especial para grandes vãos e elementos em balanço.

2.6 Estados-limites de serviço

Além de garantir a segurança da estrutura contra o colapso ou qualquer outra forma de ruína estrutural que impossibilite o uso da estrutura, é necessário garantir que a estrutura de concreto armado (ou protendido) atenda aos estados limites de serviço (REGGIANI, 2016).

De acordo com CLÍMACO (2016), os ELS mais comuns nas verificações dos projetos de estruturas de concreto armado de edificações usuais são:

- a) Fissuração excessiva que afete de forma adversa a aparência, a durabilidade ou as condições de estanqueidade;
- b) Deslocamentos que causem prejuízo à aparência ou ao uso efetivo da edificação (incluindo mau funcionamento de máquinas ou serviços), ou danos inaceitáveis em outros elementos, estruturais ou não, da construção;
- c) Tensões de compressão excessivas no concreto, produzindo deformações irreversíveis e microfissuras que possam levar à perda de durabilidade;
- d) Vibrações resultando em desconforto, alarme ou perda de funcionalidade.

2.7 Estado limite de deformação excessiva

2.7.1 Combinações de ações

Nas verificações de projeto devem ser consideradas as combinações das ações mais representativas de situações reais de utilização. As combinações de serviço são classificadas de acordo com sua permanência na estrutura em quase permanentes, frequentes e raras. Na verificação do estado-limite de deformações excessivas são consideradas as combinações quase permanentes, onde as cargas permanentes (F_{gk}) são consideradas com seus valores integrais e as cargas acidentais ou variáveis (F_{qk}) ponderadas pelo fator de redução ψ_2 . A Equação (2) apresenta a combinação quase permanente de serviço.

$$F_{d,ser} = \sum F_{gi,k} + \sum \psi_{2j} F_{qj,k} \quad (2)$$

O coeficiente ψ_2 pode assumir o seguinte valor para:

- Edifícios residenciais: $\psi_2 = 0,3$
- Edifícios comerciais, de escritórios, estações e edifícios públicos: $\psi_2 = 0,4$
- Biblioteca, arquivos, oficinas e garagens: $\psi_2 = 0,6$

2.7.2 Deslocamentos limites

A norma disponibiliza valores práticos de deslocamentos-limites utilizados para verificação em serviço do estado-limite de deformações excessivas de uma estrutura. Eles são classificados nos quatro grupos básicos relacionados a seguir:

- a) aceitabilidade sensorial: o limite é caracterizado por vibrações indesejáveis ou efeito visual desagradável;
- b) efeitos específicos: os deslocamentos podem impedir a utilização adequada da construção;
- c) efeitos em elementos não estruturais: deslocamentos estruturais podem ocasionar o mau funcionamento de elementos que, apesar de não fazerem parte da estrutura, estão a ela ligados;
- d) efeitos em elementos estruturais: os deslocamentos podem afetar o comportamento do elemento estrutural, provocando afastamento em relação às hipóteses de cálculo adotadas. Se os deslocamentos forem relevantes para o elemento considerado, seus

efeitos sobre as tensões ou sobre a estabilidade da estrutura devem ser considerados, incorporando-as ao modelo estrutural adotado.

A Figura 3 apresenta os valores de deslocamentos limites estabelecidos pela norma.

Figura 3 - Limites para deslocamentos

Tipo de efeito	Razão da limitação	Exemplo	Deslocamento a considerar	Deslocamento-limite
Aceitabilidade sensorial	Visual	Deslocamentos visíveis em elementos estruturais	Total	$l/250$
	Outro	Vibrações sentidas no piso	Devido a cargas acidentais	$l/350$
Efeitos estruturais em serviço	Superfícies que devem drenar água	Coberturas e varandas	Total	$l/250^a$
	Pavimentos que devem permanecer planos	Ginásios e pistas de boliche	Total	$l/350 + \text{contraflecha}^b$
			Ocorrido após a construção do piso	$l/600$
Elementos que suportam equipamentos sensíveis	Laboratórios	Ocorrido após nivelamento do equipamento	De acordo com recomendação do fabricante do equipamento	
Efeitos em elementos não estruturais	Paredes	Alvenaria, caixilhos e revestimentos	Após a construção da parede	$l/500^c$ e 10 mm e $\theta = 0,0017 \text{ rad}^d$
		Divisórias leves e caixilhos telescópicos	Ocorrido após a instalação da divisória	$l/250^c$ e 25 mm
		Movimento lateral de edifícios	Provocado pela ação do vento para combinação frequente ($\psi_1 = 0,30$)	$H/1700$ e $H/850^e$ entre pavimentos ^f
		Movimentos térmicos verticais	Provocado por diferença de temperatura	$l/400^g$ e 15 mm

Figura 3 (Continuação)

Tipo de efeito	Razão da limitação	Exemplo	Deslocamento a considerar	Deslocamento-limite
Efeitos em elementos não estruturais	Forros	Movimentos térmicos horizontais	Provocado por diferença de temperatura	$H/500$
		Revestimentos colados	Ocorrido após a construção do forro	$l/350$
		Revestimentos pendurados ou com juntas	Deslocamento ocorrido após a construção do forro	$l/175$
	Pontes rolantes	Desalinhamento de trilhos	Deslocamento provocado pelas ações decorrentes da frenagem	$H/400$
Efeitos em elementos estruturais	Afastamento em relação às hipóteses de cálculo adotadas	Se os deslocamentos forem relevantes para o elemento considerado, seus efeitos sobre as tensões ou sobre a estabilidade da estrutura devem ser considerados, incorporando-os ao modelo estrutural adotado.		
<p>^a As superfícies devem ser suficientemente inclinadas ou o deslocamento previsto compensado por contraflechas, de modo a não se ter acúmulo de água.</p> <p>^b Os deslocamentos podem ser parcialmente compensados pela especificação de contraflechas. Entretanto, a atuação isolada da contraflecha não pode ocasionar um desvio do plano maior que $l/350$.</p> <p>^c O vão l deve ser tomado na direção na qual a parede ou a divisória se desenvolve.</p> <p>^d Rotação nos elementos que suportam paredes.</p> <p>^e H é a altura total do edifício e H_1 o desnível entre dois pavimentos vizinhos.</p> <p>^f Esse limite aplica-se ao deslocamento lateral entre dois pavimentos consecutivos, devido à atuação de ações horizontais. Não podem ser incluídos os deslocamentos devidos a deformações axiais nos pilares. O limite também se aplica ao deslocamento vertical relativo das extremidades de lintéis conectados a duas paredes de contraventamento, quando H_1 representa o comprimento do lintel.</p> <p>^g O valor l refere-se à distância entre o pilar externo e o primeiro pilar interno.</p> <p>NOTAS</p> <p>1 Todos os valores-limites de deslocamentos supõem elementos de vão l suportados em ambas as extremidades por apoios que não se movem. Quando se tratar de balanços, o vão equivalente a ser considerado deve ser o dobro do comprimento do balanço.</p> <p>2 Para o caso de elementos de superfície, os limites prescritos consideram que o valor l é o menor vão, exceto em casos de verificação de paredes e divisórias, onde interessa a direção na qual a parede ou divisória se desenvolve, limitando-se esse valor a duas vezes o vão menor.</p> <p>3 O deslocamento total deve ser obtido a partir da combinação das ações características ponderadas pelos coeficientes definidos na Seção 11.</p> <p>4 Deslocamentos excessivos podem ser parcialmente compensados por contraflechas.</p>				

Fonte: ABNT NBR 6118:14.

Segundo a NBR 6118, a deformação real da estrutura depende também do processo construtivo, assim como das propriedades dos materiais (principalmente do módulo de elasticidade e da resistência à tração) no momento de sua efetiva solicitação. Em face da grande variabilidade dos parâmetros citados, existe uma grande variabilidade das deformações reais. Não se pode esperar, portanto, grande precisão nas previsões de deslocamentos dadas pelos processos analíticos prescritos.

2.8 Módulo de elasticidade secante

O módulo de deformação secante pode ser obtido segundo método de ensaio estabelecido na ABNT NBR 8522, ou estimado pela expressão:

$$E_{cs} = \alpha_i \cdot E_{ci} \quad (3)$$

Onde

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 \cdot \frac{f_{ck}}{80} \leq 1,0 \quad (4)$$

Pode-se estimar o valor do módulo de elasticidade inicial usando a expressão seguinte para f_{ck} de 20MPa a 50MPa:

$$E_{ci} = \alpha_E \cdot 5600 \sqrt{f_{ck}} \quad (5)$$

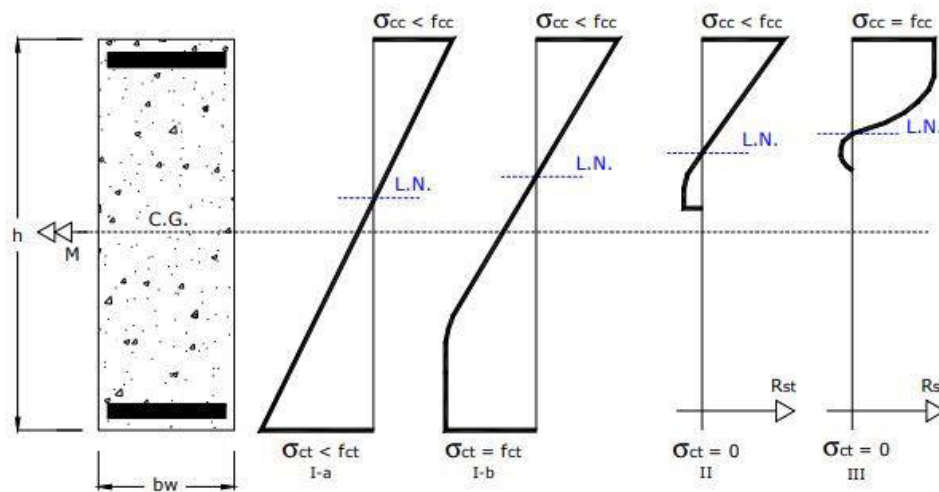
Com o valor de α_E adotado de acordo com o agregado graúdo utilizado no concreto:

- $\alpha_E = 1,2$ para basalto e diabásio;
- $\alpha_E = 1,0$ para granito e gnaisse;
- $\alpha_E = 0,9$ para calcário;
- $\alpha_E = 0,7$ para arenito.

2.9 Estádios de comportamento do concreto armado

Tradicionalmente, a análise em serviço das estruturas em concreto armado é baseada nas hipóteses clássicas de estádios de comportamento, nas quais se considera a seção íntegra ou fissurada dependendo da intensidade de solicitação (NOGUEIRA, 2010). A Figura 4 ilustra a caracterização de cada um dos 3 estádios.

Figura 4 - Estádios de comportamento do concreto



Fonte: NOGUEIRA, 2010.

- a) Estádio I – Esse primeiro estágio é dividido em duas fases, na primeira I-a, a seção do concreto é submetida a pequenas solicitações, inferiores à resistência à tração e à compressão do concreto. Desse modo, não há fissuração na estrutura e a proporcionalidade entre tensão e deformação é mantida. Na segunda fase, I-b as solicitações aumentam e consequentemente as tensões de tração também, até atingirem a resistência a tração. Com isso surge a primeira fissura, mas ainda assim, o concreto tracionado contribui na resistência da estrutura.
- b) Estádio II – Fase em que o concreto abaixo da linha neutra encontra-se totalmente fissurado e, portanto, não resiste mais à tração. Toda a região tracionada de concreto é desprezada, a penas a armadura localizada abaixo da linha neutra contribui no desempenho global da estrutura. Apesar disso, o aço e o concreto estão ambos na fase elástica.
- c) Estádio III – As solicitações atingem intensidades elevadas. Desse modo, o aço atinge início do escoamento e o concreto atinge o estado de ruptura, ou seja, o módulo da tensão na fibra mais comprimida de concreto atinge o valor da resistência à compressão.

2.10 Seção Transversal Homogeneizada

Guarda (2005) afirma que para uma melhor estimativa do valor do momento de inércia de uma seção de concreto armado, é necessário se considerar a influência das armaduras de tração e de compressão. Para isso, uma possibilidade é a utilização da seção homogeneizada, na qual se substitui a área de aço por uma área equivalente de concreto, dada por $\alpha_e \cdot A_s$. Onde α_e é a relação entre os módulos de elasticidade do aço e do concreto, também chamada de razão modular.

A posição da linha neutra de uma seção transversal não fissurada, ilustrada na Figura 5, pode ser encontrada igualando-se a zero o momento estático em relação à linha neutra. Desse modo, tem-se a seguinte expressão:

$$x_I = \frac{\frac{b \cdot h^2}{2} + (\alpha_e - 1) \cdot A_s \cdot d + (\alpha_e - 1) \cdot A'_s \cdot d'}{b \cdot h + (\alpha_e - 1) \cdot A_s + (\alpha_e - 1) \cdot A'_s} \quad (6)$$

Assim, o momento de inércia no estágio I vale:

$$I_I = \frac{b \cdot h^3}{12} + b \cdot h \cdot \left(x_I - \frac{h}{2}\right)^2 + (\alpha_e - 1) \cdot A_s \cdot (d - x_I)^2 + (\alpha_e - 1) \cdot A'_s \cdot (x_I - d')^2 \quad (7)$$

Sendo

b - largura da seção transversal;

h - altura da seção transversal;

x_I - é a posição da linha neutra da seção no estágio I;

α_e - relação entre os módulos de elasticidade do aço e do concreto;

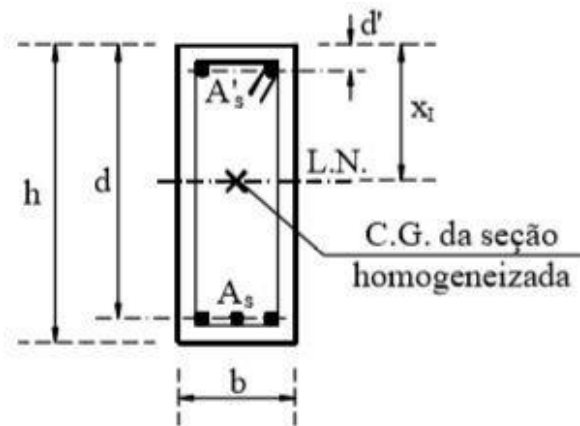
A_s - área de aço da armadura de tração;

A'_s - área de aço da armadura de compressão;

d - distância do centro de gravidade da armadura de tração até a fibra mais comprimida;

d' - distância do centro de gravidade da armadura de compressão até a fibra mais comprimida;

Figura 5 - Seção transversal não fissurada



Fonte: GUARDA, 2005.

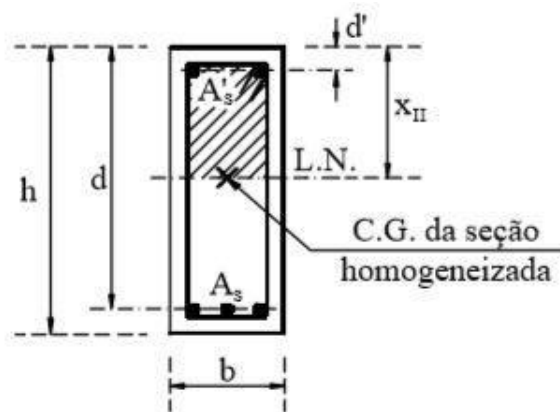
Para uma seção transversal fissurada, ilustrada na Figura 6, a posição da linha neutra pode ser obtida através da seguinte expressão:

$$b \cdot \frac{x_{II}^2}{2} + \alpha_e \cdot A'_s \cdot (x_{II} - d') - \alpha_e \cdot A_s \cdot (d - x_{II}) = 0 \quad (8)$$

Desse modo, o momento de inércia no estágio II é dado pela expressão abaixo:

$$I_{II} = b \cdot \frac{x_{II}^3}{3} + \alpha_e \cdot A'_s \cdot (x_{II} - d')^2 + \alpha_e \cdot A_s \cdot (d - x_{II})^2 \quad (9)$$

Figura 6 - Seção transversal fissurada



Fonte: GUARDA, 2005.

2.11 Momento de inércia

O cálculo de flechas com inércia do estágio I fornece resultados contra a segurança nos casos de laje onde o momento de fissuração é ultrapassado em serviço e, portanto, a laje está fissurada. Já o cálculo com inércia do estágio II fornece resultados com flechas excessivas pois não considera a parte íntegra da peça e sua contribuição para o aumento da rigidez (MOURA; MARCELLINO, 2003).

De acordo a NBR 6118, para a verificação do estado-limite de deformação de lajes, devem ser usados os critérios dados no item 17.3.2 da norma, considerando a possibilidade de fissuração (estádio II).

No item 17.3.2.1 da norma, tem-se que o modelo de comportamento da estrutura pode admitir o concreto e o aço como materiais de comportamento elástico e linear, de modo que as seções ao longo do elemento estrutural possam ter as deformações específicas determinadas no estágio I, desde que os esforços não superem aqueles que dão início à fissuração, e no estágio II, em caso contrário.

O American Concrete Institute (ACI Committee 435, 1966) foi a primeira norma a adotar o método para o cálculo simplificado de flecha imediata. A norma brasileira NBR 6118 na versão de 1978, recomendava utilizar a inércia do estágio I puro para o cálculo de flechas de elementos lineares, o que pode levar a resultados superestimados. Na versão de 2003, a norma passou a adotar a fórmula de Branson para o cálculo de flechas imediatas em vigas (JUNGES, 2011). Posteriormente, na versão NBR 6118:2014 foi adotado este método também para a estimativa de flechas imediatas em lajes de concreto armado. (REGGIANI, 2016, p.69).

2.12 Fórmula de Branson

Visando à avaliação da influência da fissuração e da colaboração do concreto tracionado entre as fissuras no momento de inércia da seção transversal, BRANSON (1965) realizou um estudo experimental em vigas retangulares e T, simplesmente apoiadas e contínuas, submetidas a carregamentos uniformemente distribuídos e de curta duração. Baseado nos resultados de seus ensaios e nos de outros pesquisadores, ele sugeriu a utilização de um valor médio ponderado de momento de inércia, compreendido entre o momento de inércia da seção não fissurada I_I e o da seção fissurada homogeneizada I_{II} , chamado de momento de inércia efetivo (GUARDA, 2005, p.23). A expressão obtida por Branson é dada por:

$$I_m = \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^n \cdot I_I + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^n\right] \cdot I_{II} \quad (10)$$

Em que:

I_m – Momento de inércia efetivo;

I_I – Momento de inércia da peça no estágio I (da seção bruta ou homogeneizada);

I_{II} – Momento de inércia da peça no estágio II puro;

M_r – Momento de fissuração do concreto;

M_a – Momento atuante, de serviço, na seção mais solicitada;

n – Índice de valor igual a 4, para situações em que a análise é feita em apenas uma seção da peça, ou igual a 3, quando se faz a análise da peça ao longo de todo o seu comprimento.

Para uma avaliação aproximada da flecha imediata, a NBR 6118:2014 indica o uso da expressão de rigidez equivalente, que é uma adaptação da expressão (8) dada a seguir:

$$(EI)_{eq,t0} = E_{cs} \left\{ \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3 I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3\right] I_{II} \right\} \leq E_{cs} I_c \quad (11)$$

onde

I_c - momento de inércia da seção bruta de concreto;

I_{II} - momento de inércia da seção fissurada de concreto no estágio II, calculado com

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cs}};$$

M_a - momento fletor na seção crítica do vão considerado, ou seja, o momento máximo no vão para vigas biapoiadas ou contínuas e momento no apoio para balanços, para a combinação de ações considerada nessa avaliação;

M_r - momento de fissuração do elemento estrutural, cujo valor deve ser reduzido à metade no caso de utilização de barras lisas;

E_{cs} - módulo de elasticidade secante do concreto.

De acordo com CLÍMACO (2016), nos ELS, uma peça de concreto armado em regime global elástico pode ter suas várias regiões trabalhando no estágio I, quando não fissuradas, e no estágio II, se fissuradas. A divisão entre os esses dois estádios de comportamento é definida pelo momento de fissuração, que é dado pela expressão a seguir:

$$M_r = \frac{\alpha f_{ct} I_c}{y_t} \quad (12)$$

onde

α - fator que correlaciona aproximadamente a resistência à tração na flexão com a resistência à tração direta. Adota-se $\alpha = 1,5$ para seções retangulares e $\alpha = 1,2$ para seções T ou duplo T;

y_t - distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada;

I_c - momento de inércia da seção bruta de concreto;

f_{ct} - resistência à tração direta do concreto, deve ser usado o $f_{ct,m}$ no estado-limite de deformação excessiva;

Conforme o item 8.2.5 da NBR, para concretos de classes até C50:

$$f_{ct,m} = 0,3 f_{ck}^{2/3} \quad (13)$$

O momento de inércia da seção bruta é dado por:

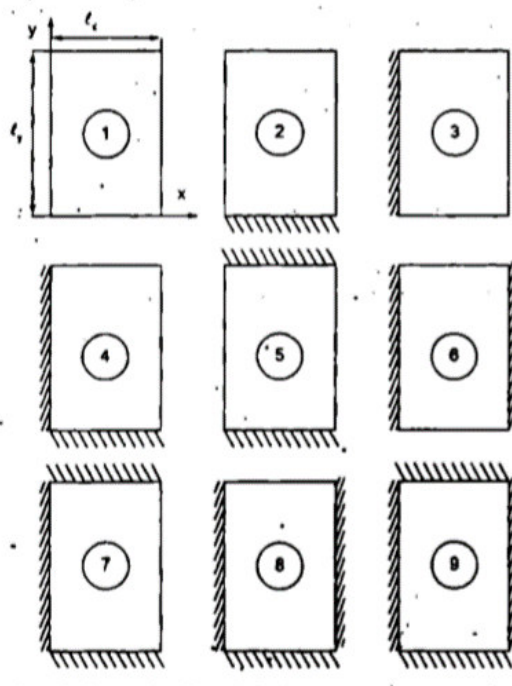
$$I_c = \frac{bh^3}{12} \quad (14)$$

2.13 Tabelas de Bares

As Tabelas de Bares (1972) foram desenvolvidas com base no processo de cálculo de placas por séries trigonométricas. Elas possibilitam a determinação de forma simplificada dos momentos fletores máximos e flechas máximas de placas de acordo com a geometria e as condições de apoio (simplesmente apoiadas ou engastadas).

As tabelas foram desenvolvidas para um coeficiente de Poisson ν igual a 0,20. Os valores dos coeficientes são dados em função dos casos de vinculação e de λ . Os casos previstos para uso das tabelas de Bares são ilustrados na Figura 7.

Figura 7 - Casos de vinculação previstos para as tabelas de Bares



Fonte: CARVALHO E FIGUEIREDO FILHO, 2014.

A equação para o cálculo da flecha é a seguinte:

$$f_e = \frac{p \cdot l_x^4}{E \cdot h^3} \cdot \frac{\alpha}{100} \quad (15)$$

Sendo

f_e – flecha elástica imediata;

p - combinação de cargas quase permanente;

α - coeficiente encontrado no ANEXO A;

l_x - menor vão da laje;

E - módulo de elasticidade do concreto;

h – altura ou espessura da laje.

Os momentos fletores máximos positivos (m) nas direções x e y são dados pelas Equações 16 e 17.

$$m_x = \mu_x \cdot \frac{p \cdot l_x^2}{100} \quad (16)$$

$$m_y = \mu_y \cdot \frac{p \cdot l_x^2}{100} \quad (17)$$

Os momentos fletores máximos negativos (x) nas direções x e y são dados pelas Equações 18 e 19.

$$x_x = \mu'_x \cdot \frac{p \cdot l_x^2}{100} \quad (18)$$

$$x_y = \mu'_y \cdot \frac{p \cdot l_x^2}{100} \quad (19)$$

Os coeficientes μ_x , μ_y , μ'_x e μ'_y para os casos de vinculação 1 a 6 são fornecidos no ANEXO A.

2.14 Flecha não-linear

Segundo CARVALHO e FIGUEIREDO FILHO (2014), uma forma simplificada de considerar a fissuração é, conforme indicado por Moura & Marcelino (2003), corrigir a flecha obtida pela Equação 15 multiplicando-se pela relação entre a inércia da seção bruta e a inércia equivalente obtida de acordo com a NBR 6118:2014.

$$f_{imediate} = f_e \cdot \frac{I_c}{I_m} \quad (20)$$

2.15 Analogia de grelha

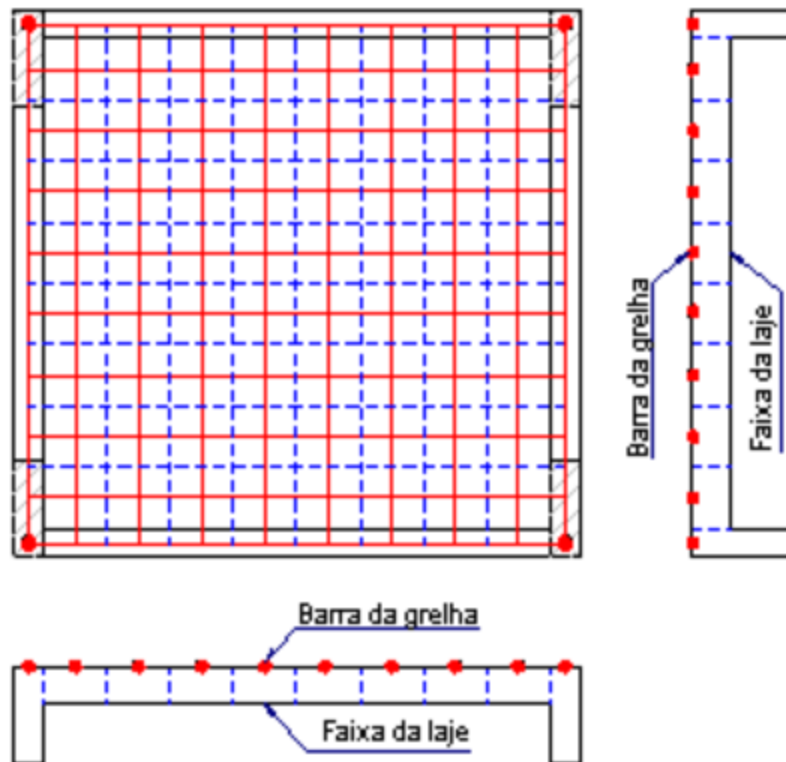
O processo de grelha equivalente ou analogia de grelha foi utilizado inicialmente por Marcus (Timoshenko & Woinowsky, 1959) para calcular esforços em placas com bordas indeslocáveis verticalmente. O procedimento consiste em substituir a placa (laje) por uma malha equivalente de vigas (grelha equivalente) (CARVALHO; FIGUEIREDO FILHO, 2014).

Para analisar uma laje através da analogia de grelha, esta deve ser discretizada com uma série de faixas com largura determinada, onde estas faixas podem ser substituídas por elementos estruturais de barras situadas nos seus eixos, o que forma uma grelha plana. Todas as barras e nós da grelha situam-se no mesmo plano, facilitando a análise e o processamento do método. É atribuída uma inércia à flexão e uma inércia à torção a cada barra da grelha (REGGIANI, 2016).

As cargas distribuídas dividem-se entre os elementos da grelha equivalente, de acordo com a área de influência de cada elemento. Podem ser consideradas uniformemente distribuídas ao longo dos elementos ou, dentro de certa aproximação, concentradas nos nós (CARVALHO; FIGUEIREDO FILHO, 2014).

Um exemplo de discretização de uma laje isolada pode ser observado na Figura 8.

Figura 8 - Discretização de uma laje pelo método da Analogia de Grelha



Fonte: PUEL, 2010.

3 METODOLOGIA

A metodologia adotada no presente trabalho foi baseada no estudo de casos de lajes maciças de concreto armado. Foram calculadas as flechas imediatas de lajes maciças isoladas e associadas, através de uma análise não-linear.

O estudo iniciou-se com a revisão bibliográfica com base em livros de projeto estrutural e trabalhos publicados com tema relacionado ao estudo de flechas em lajes. Posteriormente, foram decididos os exemplos a serem analisados.

Primeiramente, foram analisadas lajes isoladas e simplesmente apoiadas, por se tratar da configuração mais básica. Posteriormente, foram analisadas as lajes de um pavimento simples, com o objetivo de verificar a influência da continuidade da laje na obtenção das flechas imediatas. Nos estudos foram utilizados os seguintes métodos:

- Tabelas de Bares
- Analogia de grelhas

O primeiro método, Tabelas de Bares, é baseado na teoria de placas e o segundo baseado em grelhas equivalentes. No presente trabalho, as análises por Analogia de Grelha foram realizadas com o programa TQS 21.10, versão educativa. No módulo “Grelha Não-Linear” do programa.

3.1 Exemplos

3.1.1 Lajes isoladas

Os primeiros exemplos são de duas lajes isoladas, L1 e L2, simplesmente apoiadas em seus contornos, e com espessura de 12 cm. A principal diferença entre as duas lajes era a dimensão dos vãos, a primeira é uma laje quadrada de 7x7 m, e a segunda retangular, 7x8 m. No modelo das lajes no programa TQS foram consideradas vigas 20x70 cm.

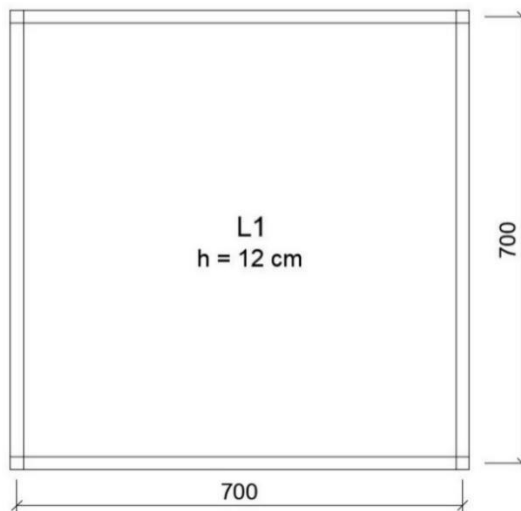
Na análise das lajes isoladas, foram empregadas, além do peso próprio, uma sobrecarga permanente de revestimento de 1,50 kN/m², e uma carga acidental de 3,0 kN/m², e as seguintes características para a seção:

- $f_{ck} = 20$ MPa
- Peso específico do concreto = 25 kN/m³
- Aço CA50

Conforme a NBR 6118:2014, foi adotada uma classe de agressividade ambiental II, referente a uma agressividade moderada em zona urbana e com pequeno risco de deterioração da estrutura. Com a classe de agressividade escolhida, o cobrimento nominal recomendado para lajes é de 25 mm, porém o item 7.4.7.4 da norma permite aplicar uma redução de 5 mm desse valor no caso de haver um controle rigoroso de qualidade na execução, o que será assumido no presente estudo com $c = 20$ mm.

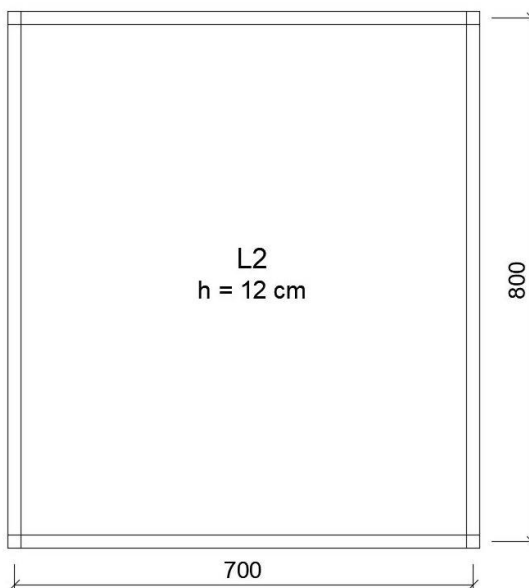
As Figuras 9 e 10 apresentam o modelo das lajes isoladas L1 e L2.

Figura 9 - Modelo laje L1



Fonte: Próprio autor.

Figura 10 - Modelo laje L2



Fonte: Próprio autor.

3.1.2 Lajes associadas

A fim de analisar a influência da continuidade nas lajes, foi analisado um pavimento simples composto por 4 lajes de mesma espessura, 14 cm. Esse exemplo se aproxima de casos comuns encontrados em edifícios.

As lajes L1 e L2 possuem as seguintes dimensões:

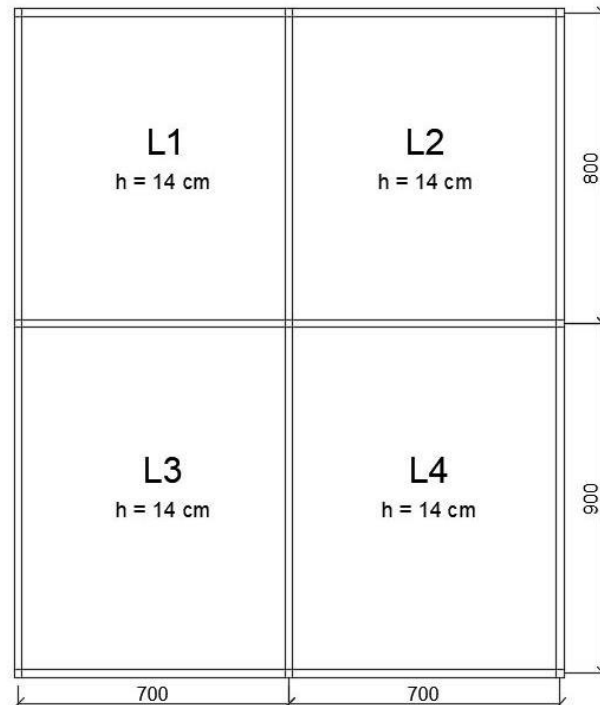
- $l_x = 7 \text{ m}$
- $l_y = 8 \text{ m}$

Enquanto as lajes L3 e L4 possuem as seguintes dimensões:

- $l_x = 7 \text{ m}$
- $l_y = 9 \text{ m}$

A Figura 11 apresenta o modelo do pavimento simples. Foi considerado que os apoios intermediários entre as lajes serão de engastamento. No modelo das lajes no programa TQS foram consideradas vigas 20x70 cm.

Figura 11 - Modelo pavimento simples



Fonte: Próprio autor.

Na análise das lajes, foram empregadas, além do peso próprio, uma sobrecarga permanente de revestimento de 1,50 kN/m², e uma carga acidental de 3,0 kN/m², e as seguintes características para a seção:

- $f_{ck} = 20$ MPa
- $c = 2,5$ mm
- Peso específico do concreto = 25 kN/m³

3.2 Estado Limite Último

O dimensionamento no Estado Limite Último (ELU) das lajes será realizado com o auxílio de planilhas eletrônicas desenvolvidas pelo próprio autor e com base nas recomendações da norma NBR 6118:2014. Segundo a norma, o coeficiente de ponderação das ações no estado-limite último, γ_f , para uma combinação de ações normais, é igual a 1,4. Serão utilizadas as Equações 21 a 25 no cálculo das áreas de armaduras necessárias.

A posição da linha neutra da seção é dada por:

$$x = 1,25 \cdot d \left[1 - \sqrt{1 - \frac{M_d}{0,425 \cdot b \cdot f_{cd} \cdot d^2}} \right] \quad (21)$$

Sendo,

$$d = h - c - \frac{\emptyset}{2} \quad (22)$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{1,4} \quad (23)$$

A área de armadura, A_s , é dada por:

$$A_s = \frac{M_d}{f_{yd}(d-0,4x)} \quad (24)$$

Com,

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{1,15} \quad (25)$$

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

O módulo de elasticidade secante será obtido de acordo com o item 8.2.8 da NBR 6118:2014. Em todos os exemplos estudados no presente trabalho, o f_{ck} adotado foi de 20 MPa.

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 \cdot \frac{f_{ck}}{80} = 0,8 + 0,2 \cdot \frac{20}{80} = 0,85 \leq 1,0$$

Adotando $\alpha_E = 1,0$ para granito, tem-se:

$$E_{ci} = \alpha_E \cdot 5600 \sqrt{f_{ck}} = 1,0 \cdot 5600 \sqrt{20} = 25044 \text{ MPa}$$

Finalmente,

$$E_{cs} = \alpha_i \cdot E_{ci} = 0,85 \cdot 25044 = 21287 \text{ MPa}$$

4.1 Laje 7x7m - L1

A primeira laje a ser analisada será denominada L1. Laje maciça simplesmente apoiada nos quatro lados em apoios indeformáveis, com as seguintes características:

- $l_x = 7 \text{ m}$
- $l_y = 7 \text{ m}$
- $\lambda = 1,0 \rightarrow$ bidirecional
- $h = 12 \text{ cm}$

As cargas permanentes e acidentais atuantes na laje são:

$$g = 25 \times 0,12 + 1,5 = 4,5 \text{ kN/m}^2$$

$$q = 3,0 \text{ kN/m}^2$$

A carga total atuante é:

$$p_{total} = 4,5 + 3,0 = 7,5 \text{ kN/m}^2$$

A carga atuante na combinação quase permanente de serviço, considerando a laje em um edifício residencial, com $\psi_2 = 0,3$, é:

$$p_{ser} = 4,5 + 0,30 \times 3,0 = 5,4 \text{ kN/m}^2$$

Para a combinação ao ELU, majora-se a carga total com o coeficiente γ_f igual a 1,4.

$$p_{ELU} = (4,5 + 3,0) \times 1,4 = 10,5 \text{ kN/m}^2$$

4.1.1 Tabelas de Bares

De acordo com a Figura 7, a laje L1 se enquadra no Caso 1, laje simplesmente apoiada nos quatro lados. Para um λ igual a 1,0 nos quadros de Bares do ANEXO A, tem-se:

- $\alpha = 4,67$
- $\mu_x = 4,41$
- $\mu_y = 4,41$

Os momentos fletores positivos calculados para a combinação quase permanente são:

$$m_x = m_y = \mu_x \cdot \frac{p \cdot l_x^2}{100} = \frac{4,41 \times 5,4 \times 7,0^2}{100} = 11,67 \text{ kN.m}$$

É necessário o cálculo do momento de fissuração para comparação com o momento solicitante e saber se ocorre fissuração na laje. Para concretos de classes até C50, é usado $f_{ct,m}$ igual a f_{ct} .

$$f_{ct,m} = 0,3 f_{ck}^{2/3} = 0,3 \times 20^{2/3} = 2,21 \text{ MPa}$$

O momento de inércia da seção bruta é:

$$I_c = \frac{bh^3}{12} = \frac{1 \times 0,12^3}{12} = 1,44 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

Para seções retangulares, α é igual a 1,5, logo o momento de fissuração é:

$$M_r = \frac{\alpha f_{ct} I_c}{y_t} = \frac{1,5 \times 2,21 \times 10^3 \times 1,44 \times 10^{-4}}{0,06} = 7,96 \text{ kN.m}$$

O momento solicitante atuante em L1, $m_x = 11,67 \text{ kN.m}$, é maior que o momento de fissuração, $M_r = 7,96 \text{ kN.m}$, logo, a peça fissura e será necessário introduzi-la no cálculo da flecha.

A relação entre os módulos de elasticidade do aço e do concreto, é:

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cs}} = \frac{210000}{21287} = 9,87$$

A Tabela 1 apresenta os valores encontrados no dimensionamento de armadura na direção x para L1.

Tabela 1- Dimensionamento ELU laje L1

p	10,50 kN/m ²
lx	7,00 m
μ_x	4,41
M _{xd}	22,69 kN.m
ϕ	10,00 mm
c	2,00 cm
d	9,50 cm
f _{ck}	20,00 MPa
f _{cd}	14,29 MPa
f _{yk}	50 kN/cm ²
f _{yd}	43,48 kN/cm ²
x	2,785 cm
As _x	6,22 cm ² /m

Fonte: Autor (2020)

A posição da linha neutra considerando a seção não fissurada, no estádio I:

$$x_I = \frac{\frac{1 \times 0,12^2}{2} + (9,87 - 1) \times 6,22 \times 10^{-4} \times 0,095}{1 \times 0,12 + (9,87 - 1) \times 6,22 \times 10^{-4}} = 0,0615 \text{ m}$$

Assim, o momento de inércia no estádio I vale:

$$I_I = \frac{1 \times 0,12^3}{12} + 1 \times 0,12 \times \left(0,0615 - \frac{0,12}{2}\right)^2 + (9,87 - 1) \times 6,22 \times 10^{-4} \times (0,095 - 0,0615)^2$$

$$I_I = 1,50 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

A posição da linha neutra para a seção transversal no estádio II calculada através da equação (8):

$$x_{II} = \frac{9,87 \times 6,22 \times 10^{-4}}{1} \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2}{9,87 \times 0,0066}} \right] = 0,0286 \text{ m}$$

Assim, o momento de inércia da seção no estádio II, com $d = 9,5 \text{ cm}$, é:

$$I_{II} = 1 \times \frac{0,0286^3}{3} + 9,87 \times 6,22 \times 10^{-4} \times (0,095 - 0,0286)^2 = 3,49 \times 10^{-5} \text{ m}^4$$

Desta forma, o momento de inércia efetivo da seção dado pela Equação (10), é:

$$I_m = \left(\frac{7,96}{11,67}\right)^4 \cdot 1,50 \times 10^{-4} + \left[1 - \left(\frac{7,96}{11,67}\right)^4\right] \cdot 3,49 \times 10^{-5} = 5,99 \times 10^{-5} \text{ m}^4$$

A flecha elástica obtida usando Equação (20), é:

$$f_e = \frac{5,4 \times 7,0^4}{21287 \times 10^3 \times 0,12^3} \times \frac{4,67}{100} = 0,0165 \text{ m} = 1,65 \text{ cm}$$

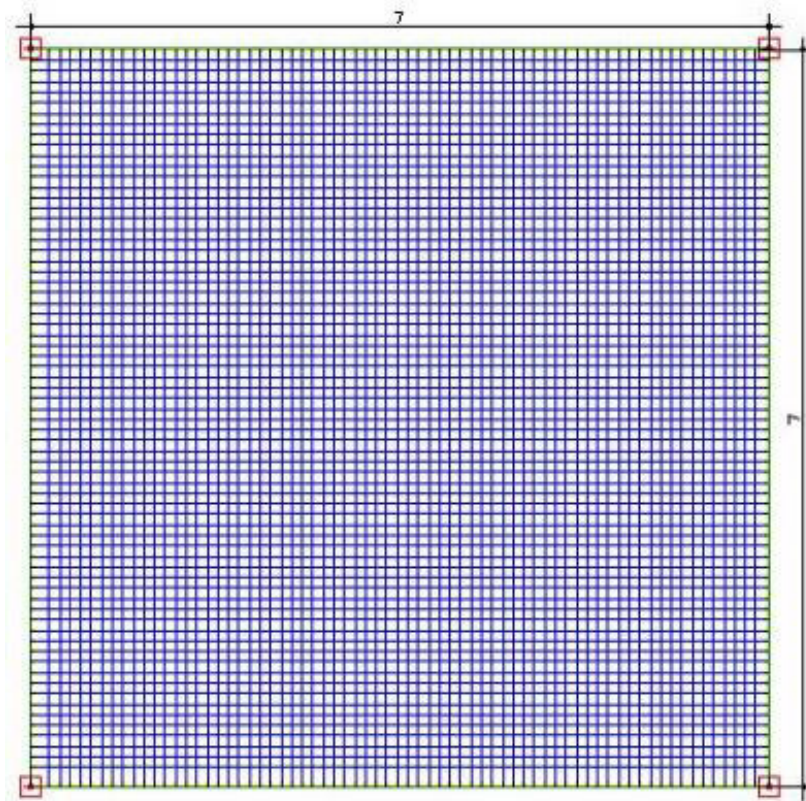
Finalmente, a flecha imediata considerando a fissuração da seção, pode ser obtida pela multiplicação da flecha elástica pela razão dos momentos de inércia da seção bruta e efetivo:

$$f_{imediate} = f_e \cdot \frac{I_c}{I_m} = 1,65 \times \frac{1,44 \times 10^{-4}}{5,99 \times 10^{-5}} = 3,96 \text{ cm}$$

4.1.2 Analogia de grelhas

Para a análise por analogia de grelhas, a laje foi discretizada em uma malha com barras espaçadas de 10 cm entre elas. A Figura 12 apresenta o modelo de grelha gerado pelo TQS.

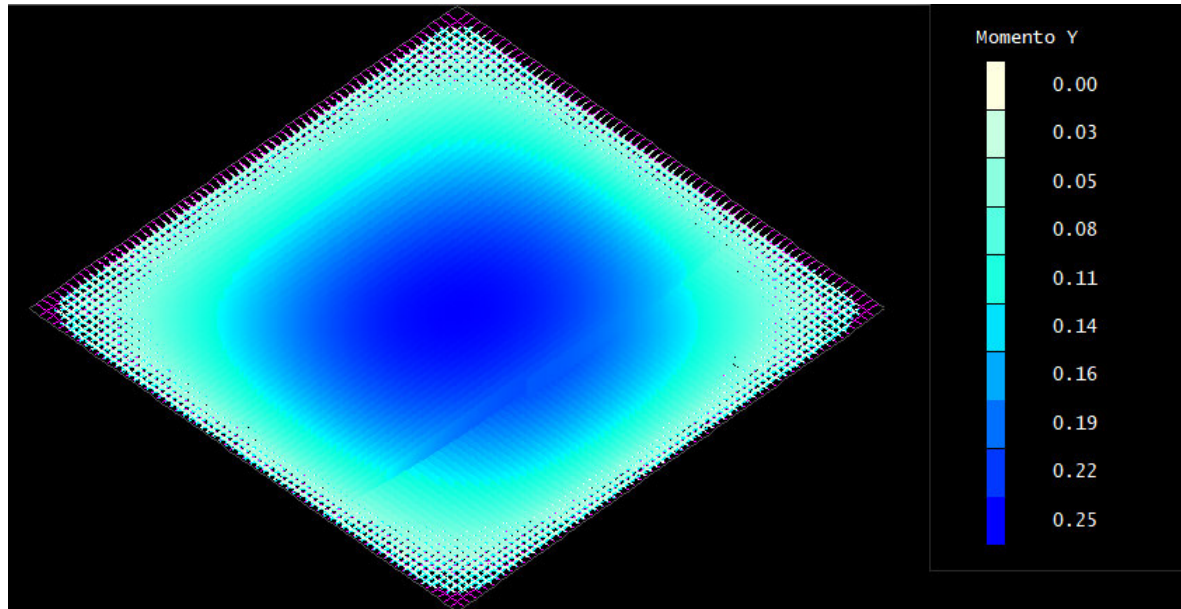
Figura 12 - Modelo de grelha laje L1



Fonte: Autor (2020).

A Figura 13 apresenta o diagrama de momentos fletores para a laje L1.

Figura 13 - Diagrama de momentos fletores L1 (tf.m)

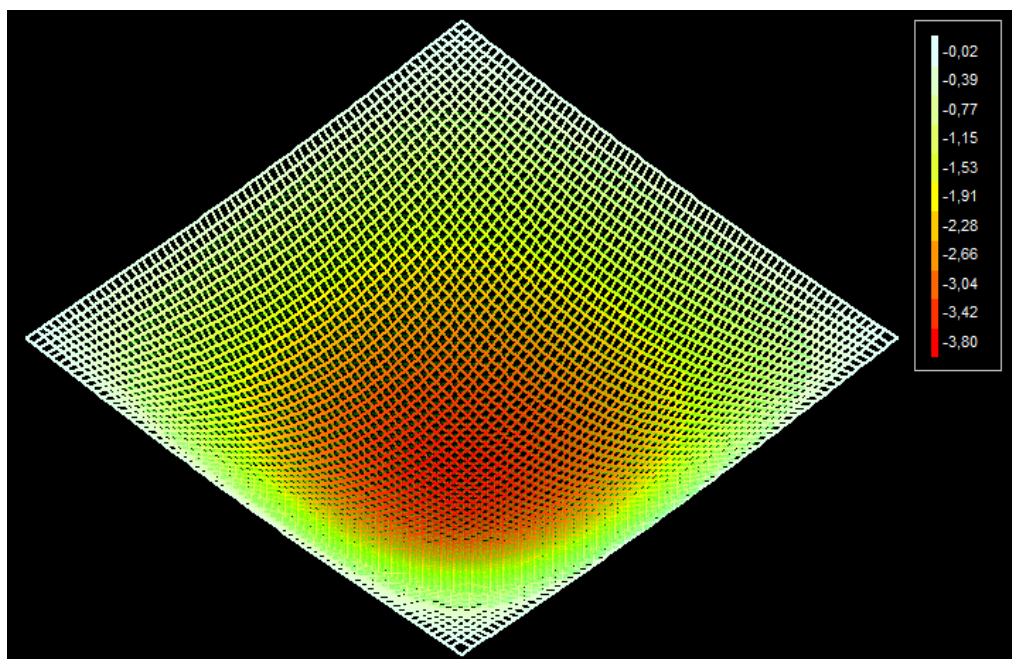


Fonte: Autor (2020).

O diagrama acima fornece os resultados dos momentos aplicados em cada barra da grelha, para obter os valores correspondentes à laje, é necessário dividir os valores mostrados no diagrama pelo espaçamento da malha, 0,10m, para obter o valor correspondente à laje. Desse modo, o momento fletor máximo positivo é de 25 kN.m.

A Figura 14, mostra o diagrama de deslocamentos para a laje L1 obtido no visualizador de grelha não-linear do programa TQS.

Figura 14 - Diagrama de deslocamentos L1 (cm)



Fonte: Autor (2020).

Observa-se no diagrama que a flecha imediata máxima obtida é de 3,80 cm.

4.1.3 Comparação

A Tabela 2 apresenta um resumo dos resultados obtidos pelos dois métodos utilizados no presente projeto, analogia de grelhas (TQS) e Tabelas de Bares.

Tabela 2 - Comparação de resultados para laje L1

	TQS	Bares	Diferença (%)
Mtotal ELU (kN.m)	25,00	16,21	+54,2
As,x (cm ² /m)	7,95	6,22	+27,8
Ii (m ⁴)	1,54E-04	1,50E-04	+2,7
Iii (m ⁴)	4,00E-05	3,49E-05	+14,6
Im (m ⁴)	6,20E-05	5,99E-05	+3,5
Flecha imediata (cm)	3,80	3,96	-4,0

Fonte: Autor (2020)

Com os resultados da Tabela 2, observa-se que o momento fletor obtido pela utilização da analogia de grelha resultou maior que aquele obtido utilizando-se as Tabelas de Bares, aproximadamente 54,2%, enquanto a flecha resultou menor em aproximadamente 4%. Esta diferença pode ser explicada pelo fato de a área de armadura principal calculada com o TQS ser, consideravelmente, maior que a obtida pelas tabelas, resultando em um maior momento de inércia equivalente, I_m .

Dado que o momento em serviço é superior ao momento crítico, o cálculo da flecha imediata da laje é feito considerando o estágio de fissuração da seção. Por consequência, a inércia no estágio II possui um impacto importante na flecha final. Neste sentido, é interessante comparar os valores de I_{II} nos dois modelos usados. Pode-se notar que a inércia, I_{II} , é 14,6% maior utilizando analogia de grelha.

Em relação a Equação 20, observa-se que a flecha não-linear é inversamente proporcional ao momento de inércia equivalente. Logo, considerando que a flecha elástica e o momento de inércia da seção bruta, são os mesmos para os dois métodos, quanto maior I_m , menor será a flecha imediata. O que corresponde ao resultado obtido para L1.

4.2 Laje 7x8m - L2

A segunda laje a ser analisada será denominada L2. Laje maciça simplesmente apoiada nos quatro lados em apoios indeformáveis, com as seguintes características:

- $l_x = 7$ m
- $l_y = 8$ m
- $\lambda = 1,15 \rightarrow$ bidirecional
- $h = 12$ cm

As cargas permanentes e acidentais atuantes na laje são:

$$g = 25 \times 0,12 + 1,5 = 4,5 \text{ kN/m}^2$$

$$q = 3,0 \text{ kN/m}^2$$

A carga total atuante é:

$$p_{total} = 4,5 + 3,0 = 7,5 \text{ kN/m}^2$$

A carga atuante na combinação quase permanente de serviço, considerando a laje em um edifício residencial, com $\psi_2 = 0,3$, é:

$$p_{ser} = 4,5 + 0,30 \times 3,0 = 5,4 \text{ kN/m}^2$$

Para a combinação ao ELU, majora-se a carga total com o coeficiente γ_f igual a 1,4.

$$p_{ELU} = (4,5 + 3,0) \times 1,4 = 10,5 \text{ kN/m}^2$$

4.2.1 Tabelas de Bares

De acordo com a Figura 7, a laje L2 se enquadra no Caso 1, laje simplesmente apoiada nos quatro lados. Para um λ igual a 1,15 nos quadros de Bares do ANEXO A, tem-se:

- $\alpha = 6,09$
- $\mu_x = 5,56$
- $\mu_y = 4,49$

Os momentos fletores positivos, na combinação quase permanente, calculados com as equações (16) e (17) são:

$$m_x = \mu_x \cdot \frac{p \cdot l_x^2}{100} = \frac{5,56 \times 5,4 \times 7,0^2}{100} = 14,71 \text{ kN.m}$$

$$m_y = \mu_y \cdot \frac{p \cdot l_x^2}{100} = \frac{4,49 \times 5,4 \times 7,0^2}{100} = 11,88 \text{ kN.m}$$

É necessário o cálculo do momento de fissuração para comparação com o momento solicitante e saber se ocorre fissuração na laje. Para concretos de classes até C50, é usado $f_{ct,m}$ igual a f_{ct} .

$$f_{ct,m} = 0,3 f_{ck}^{2/3} = 0,3 \times 20^{2/3} = 2,21 \text{ MPa}$$

O momento de inércia da seção bruta é:

$$I_c = \frac{bh^3}{12} = \frac{1 \times 0,12^3}{12} = 1,44 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

Para seções retangulares, α é igual a 1,5, logo o momento de fissuração é:

$$M_r = \frac{\alpha f_{ct} I_c}{y_t} = \frac{1,5 \times 2,21 \times 10^3 \times 1,44 \times 10^{-4}}{0,06} = 7,96 \text{ kN.m}$$

Será analisada a laje na direção de maior momento atuante, no caso, a direção x, com momento fletor positivo igual a $m_x = 14,71 \text{ kN.m}$. Como este momento é maior que o momento de fissuração, $M_r = 7,96 \text{ kN.m}$, a peça irá fissurar. A relação entre os módulos de elasticidade é a mesma da laje anteriormente analisada, 9,87.

A Tabela 3 apresenta os valores encontrados no dimensionamento de armadura na direção x para L2.

Tabela 3 - Dimensionamento ELU laje L2

P	10,50 kN/m ²
Lx	7,00 m
Mx	5,18
Mdx	28,61 kN.m
Ø	10,00 mm
C	2,00 cm
D	9,50 cm
Fck	20,00 MPa
Fcd	14,29 MPa
Fyk	50 kN/cm ²
Fyd	43,48 kN/cm ²
X	3,665 cm
As,x	8,19 cm ² /m

Fonte: Autor (2020)

A posição da linha neutra considerando a seção não fissurada, no estádio I:

$$x_I = \frac{1 \times 0,12^2}{2} + (9,87 - 1) \times 8,19 \times 10^{-4} \times 0,095}{1 \times 0,12 + (9,87 - 1) \times 8,19 \times 10^{-4}} = 0,0620 \text{ m}$$

Assim, o momento de inércia no estádio I vale:

$$I_I = \frac{1 \times 0,12^3}{12} + 1 \times 0,12 \times \left(0,0620 - \frac{0,12}{2}\right)^2 + (9,87 - 1) \times 8,19 \times 10^{-4} \times (0,095 - 0,0620)^2$$

$$I_I = 1,52 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

A posição da linha neutra para a seção transversal no estádio II calculada através da equação (8):

$$x_{II} = \frac{9,87 \times 8,19 \times 10^{-4}}{1} \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2}{9,87 \times 0,00862}} \right] = 0,0319 \text{ m}$$

Assim, o momento de inércia da seção no estádio II, com $d = 9,5 \text{ cm}$, é:

$$I_{II} = 1 \times \frac{0,0319^3}{3} + 9,87 \times 8,19 \times 10^{-4} \times (0,095 - 0,0319)^2 = 4,30 \times 10^{-5} \text{ m}^4$$

Desta forma, o momento de inércia efetivo da seção dado pela Equação (10), é:

$$I_m = \left(\frac{7,96}{14,71}\right)^4 \cdot 1,52 \times 10^{-4} + \left[1 - \left(\frac{7,96}{14,71}\right)^4\right] \cdot 4,30 \times 10^{-5} = 5,83 \times 10^{-5} \text{ m}^4$$

A flecha elástica obtida usando Equação (20), é:

$$f_e = \frac{5,4 \times 7,0^4}{21287 \times 10^3 \times 0,12^3} \times \frac{6,09}{100} = 0,0215 \text{ m} = 2,15 \text{ cm}$$

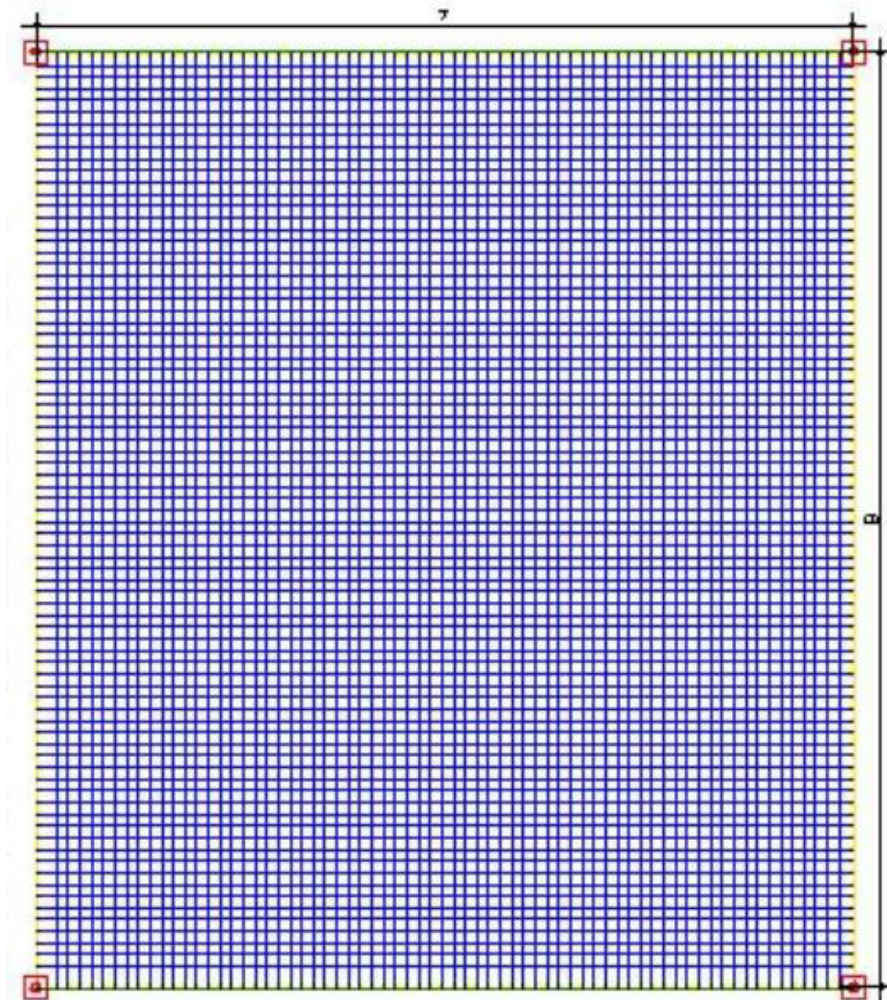
Finalmente, a flecha imediata considerando a fissuração da seção, pode ser obtida pela multiplicação da flecha elástica pela razão dos momentos de inércia da seção bruta e efetivo:

$$f_{\text{imediata}} = f_e \cdot \frac{I_c}{I_m} = 2,15 \times \frac{1,44 \times 10^{-4}}{5,83 \times 10^{-5}} = 5,30 \text{ cm}$$

4.2.2 Analogia de grelhas

Para a análise por analogia de grelhas, a laje foi discretizada em uma malha com barras espaçadas de 10 cm entre elas. A Figura 15 apresenta o modelo de grelha gerado pelo TQS.

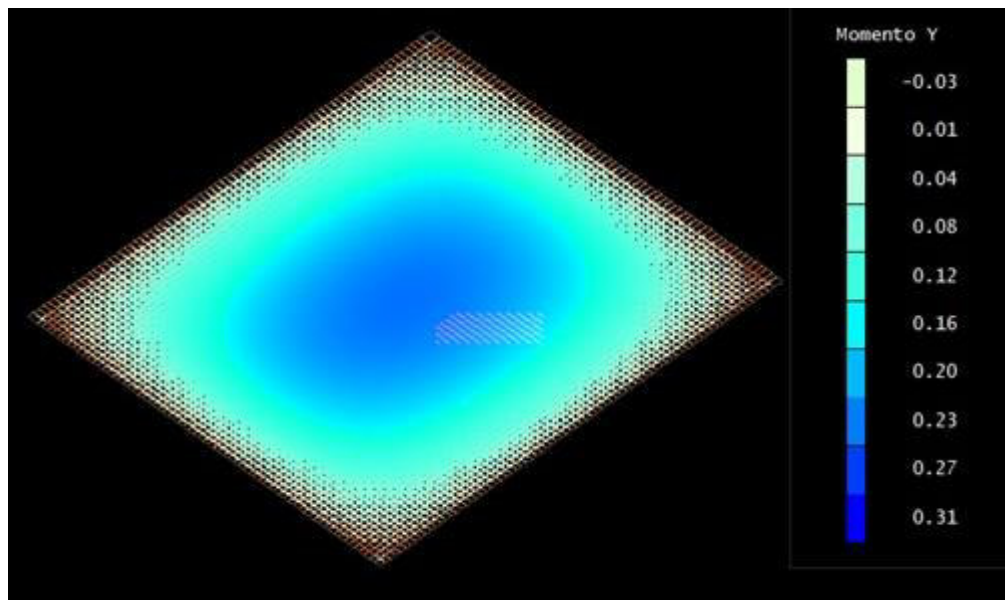
Figura 15 - Modelo de grelha laje L2



Fonte: Autor (2020).

A Figura 16 apresenta o diagrama de momentos fletores para a laje L2.

Figura 16 - Diagrama de momentos fletores L2 (tf.m)

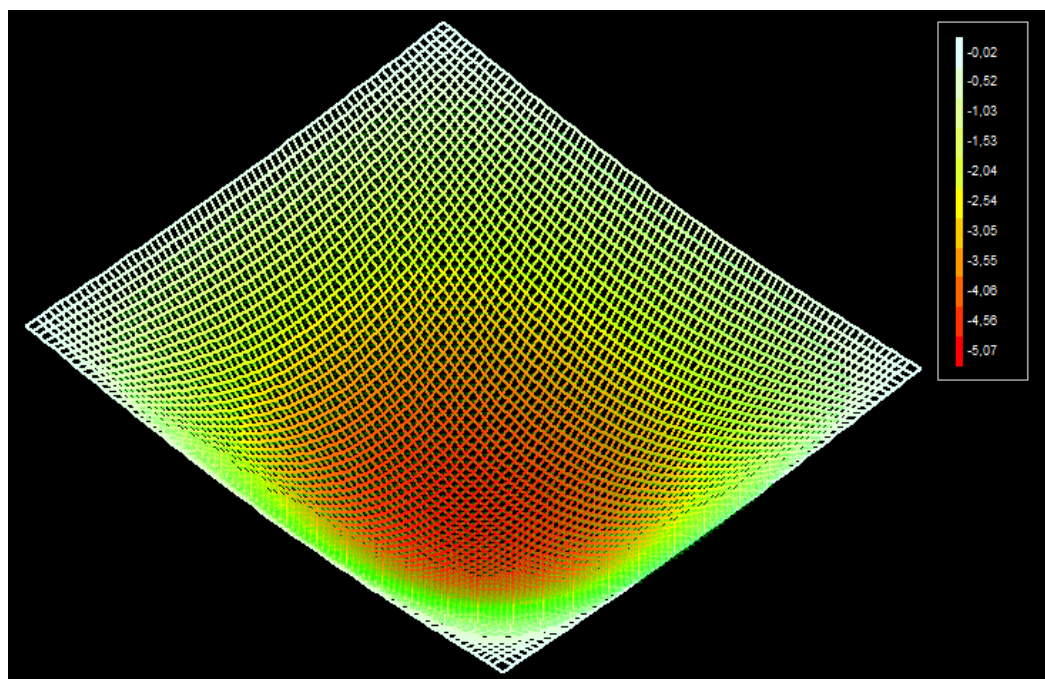


Fonte: Autor (2020).

O diagrama acima fornece os resultados dos momentos aplicados em cada barra da grelha, para obter os valores correspondentes à laje, é necessário dividir os valores mostrados no diagrama pelo espaçamento da malha, 0,10m, para obter o valor correspondente à laje. Desse modo, o momento fletor máximo positivo é de 31 kN.m.

Figura 17, mostra o diagrama de deslocamentos para a laje L2 obtido no visualizador de grelha não-linear do programa TQS.

Figura 17 - Diagrama de deslocamentos L2 (cm)



Fonte: Autor (2020).

Observa-se no diagrama que a flecha imediata máxima obtida é de 5,07 cm.

4.2.3 Comparação

A Tabela 4 apresenta um resumo dos resultados obtidos pelos dois métodos utilizados no presente projeto, analogia de grelhas (TQS) e Tabelas de Bares.

Tabela 4 - Comparação de resultados para laje L2

	TQS	Bares	Diferença (%)
Mtotal ELU (kN.m)	31,00	20,43	+51,7
As,x (cm ² /m)	11,07	8,19	+35,2
Ii (m ⁴)	1,54E-04	1,52E-04	+1,3
Iii (m ⁴)	4,81E-05	4,30E-05	+11,9
Im (m ⁴)	6,00E-05	5,83E-05	+2,9
Flecha imediata (cm)	5,07	5,30	-4,3

Fonte: Autor (2020)

Com os resultados da Tabela 4, observa-se que o momento fletor obtido pela utilização da analogia de grelha resultou maior que aquele obtido utilizando-se as Tabelas de Bares, aproximadamente 51,7%, enquanto a flecha resultou menor em aproximadamente 4,34%. Da mesma forma que para a laje L1, o momento fletor, a área de armadura e o momento de inércia equivalente, obtidos com o programa TQS, são maiores que os obtidos com as Tabelas de Bares. Por outro lado, as diferenças percentuais são menores para L2. Isso pode ser explicado pela geometria da laje, que por ser retangular, se aproxima mais de uma laje armada em uma direção, tendo seu comportamento mais próximo ao de uma viga.

4.3 Análise de lajes associadas

4.3.1 Tabelas de Bares

A Tabela 5 apresenta as dimensões das lajes do pavimento, assim como suas classificações e os casos correspondentes as Tabelas de Bares.

Tabela 5 - Vãos de cálculo

Laje	h (m)	lx (m)	ly (m)	λ	Classificação	Caso
L1/L2	0,14	7,00	8,00	1,10	bidirecional	4
L3/L4	0,14	7,00	9,00	1,30	bidirecional	4

Fonte: Autor (2020)

As cargas consideradas na análise são mostradas na Tabela 6.

Tabela 6 - Cargas atuantes nas lajes

Laje	Cargas Permanentes (kN/m ²)		Sobrecarga (kN/m ²)		Carga total (kN/m ²)	Comb. quase permanente (kN/m ²)
	pp	revest.	g	q	$p = g + q$	$p = g + 0,3q$
L1/L2	3,50	1,50	5,00	3,00	8,00	5,90
L3/L4	3,50	1,50	5,00	3,00	8,00	5,90

Fonte: Autor (2020)

A seguir, a Tabela 7, apresenta as flechas elásticas calculadas para as lajes do pavimento.

Tabela 7 - Cálculo da flecha elástica

Laje	h (m)	Ecs (Mpa)	Lx (m)	$p = g + 0,3q$ (kN/m ²)	Caso	wc	fe (m)	fe (cm)
L1/L2	0,14	21287	7,00	5,90	4	2,91	7,06E-03	0,71
L3/L4	0,14	21287	7,00	5,90	4	3,73	9,05E-03	0,90

Fonte: Autor (2020)

As Tabelas 8 e 9 apresentam os momentos positivos e negativos em serviço, para as lajes L1 a L4, e os respectivos coeficientes de Bares. A carga usada no cálculo, foi a corresponde à combinação quase permanente, 5,90 kN/m².

Tabela 8 - Momentos em serviço L1/L2

L1/L2			
μ_x	3,30	Mserv,x+	9,54 kN.m
μ'_x	7,87	Mserv,x-	22,75 kN.m
μ_y	2,81	Mserv,y+	8,12 kN.m
μ'_y	7,36	Mserv,y-	21,28 kN.m

Fonte: Autor (2020)

Tabela 9 - Momentos em serviço L3/L4

L3/L4			
μ_x	4,16	Mserv,x+	12,03 kN.m
μ'_x	9,37	Mserv,x-	27,09 kN.m
μ_y	2,69	Mserv,y+	7,78 kN.m
μ'_y	7,81	Mserv,y-	22,58 kN.m

Fonte: Autor (2020)

A Tabela 10 mostra os valores considerados no cálculo do momento de fissuração.

Tabela 10 - Momento de fissuração L1, L2, L3 e L4

α	1,5
Ic	2,29E-04 m ⁴
Yt	0,07 m
Fck	20,00 MPa
Fctm	2,21 MPa
Mr	10,83 kN.m
Fonte: Autor (2020)	

Para as lajes L1 e L2, apenas os momentos negativos nas duas direções são superiores ao momento de fissuração. Entretanto, para as lajes L3 e L4, os dois momentos na direção x são maiores que o de fissuração, e na direção y, apenas o negativo. Nas etapas seguintes, serão considerados unicamente os momentos na direção principal para a análise de flechas.

A Tabela 11 apresenta o dimensionamento das armaduras positivas e negativas para as lajes L1 e L2.

Tabela 11 - Dimensionamento armaduras L1/L2

L1/L2			
Armadura positiva		Armadura negativa	
h	14,00 cm	h	14,00 cm
b	100,00 cm	b	100,00 cm
p	8,00 kN/m ²	p	8,00 kN/m ²
lx	7,00 m	lx	7,00 m
μ +	3,30	μ -	7,87
Mk +	12,94 kN.m	Mk -	30,85 kN.m
Md +	18,11 kN.m	Md -	43,19 kN.m
∅	10,00 mm	∅	16,00 mm
c	2,50 cm	c	2,50 cm
d	11,00 cm	d	10,70 cm
fck	20,00 MPa	fck	20,00 MPa
fed	14,29 MPa	fed	14,29 MPa
fyk	50 kN/cm ²	fyk	50 kN/cm ²
fyd	43,48 kN/cm ²	fyd	43,48
x	1,815 cm	x	5,145 cm
As,x+	4,05 cm ² /m	As,x-	11,49 cm ² /m

Fonte: Autor (2020)

A Tabela 12 apresenta o dimensionamento das armaduras positivas e negativas para as lajes L3 e L4.

Tabela 12 - Dimensionamento armaduras L3/L4

L3/L4			
Armadura positiva		Armadura negativa	
h	14 cm	h	14 cm
b	100 cm	b	100 cm
p	8 kN/m ²	p	8 kN/m ²
lx	7 m	lx	7 m
μ +	4,16	μ -	9,37
Mk +	16,31 kN.m	Mk -	36,73 kN.m
Md +	22,83 kN.m	Md -	51,42 kN.m
∅	10 mm	∅	16 mm
c	2,5 cm	c	2,5 cm
d	11 cm	d	10,70 cm
fck	20 MPa	fck	20 MPa
fcd	14,29 MPa	fcd	14,29 MPa
fyk	50 kN/cm ²	fyk	50kN/cm ²
fyd	43,48 kN/cm ²	fyd	43,48 kN/cm ²
x	2,335 cm	x	6,552 cm
As,x+	5,22 cm ² /m	As,x-	14,69 cm ² /m

Fonte: Autor (2020)

A seguir, as Tabelas 13 e 14, apresentam os valores encontrados para a posição da linha neutra e momento de inércia das seções nos estádios I e II, assim como, o momento de inércia efetivo para as quatro lajes.

Tabela 13 - Cálculo do momento de inércia efetivo L1/L2

L1/L2	
x_I	0,0734 m
I_I	2,47E-04 m ⁴
x_{II}	0,0442 m
I_{II}	9,08E-05 m ⁴
I_c	2,29E-04 m ⁴
M_r	10,83 kN.m
M_a	22,75 kN.m
I_m	9,88E-05 m ⁴

Fonte: Autor (2020)

Tabela 14 - Cálculo do momento de inércia efetivo L3/L4

L3/L4	
x_I	0,0742 m
I_I	2,51E-04 m ⁴
x_{II}	0,0483 m
I_{II}	1,07E-04 m ⁴
I_c	2,29E-04 m ⁴
M_r	10,83 kN.m
M_a	27,09 kN.m
I_m	1,11E-04 m ⁴

Fonte: Autor (2020)

Finalmente, pode-se calcular as flechas imediatas para as lajes. As Tabelas 15 e 16, mostram os valores encontrados.

Tabela 15 - Cálculo da flecha imediata L1/L2

L1/L2	
Dimensões	7x8 m
Flecha elástica	0,71 cm
Ic	2,29E-04 m ⁴
I m	9,88E-05 m ⁴
Ic / I m	2,31
Flecha imediata	1,63 cm

Fonte: Autor (2020)

Tabela 16 - Cálculo da flecha imediata L3/L4

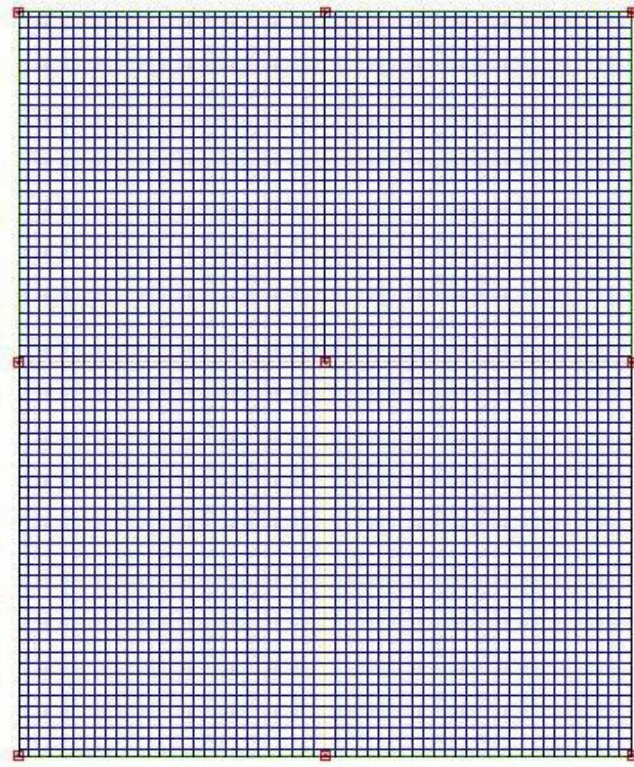
L3/L4	
Dimensões	7x9 m
Flecha elástica	0,90 cm
Ic	2,29E-04 m ⁴
I m	1,11E-04 m ⁴
Ic / I m	2,07
Flecha imediata	1,87 cm

Fonte: Autor (2020)

4.3.2 Analogia de grelhas

Na análise por analogia de grelhas, a laje foi discretizada em uma malha com barras espaçadas de 25 cm entre elas. O programa limita o número máximo de 6000 nós, não sendo possível distancia menor que 25 cm entre as barras para o presente exemplo. A Figura 18 apresenta o modelo de grelha gerado pelo TQS.

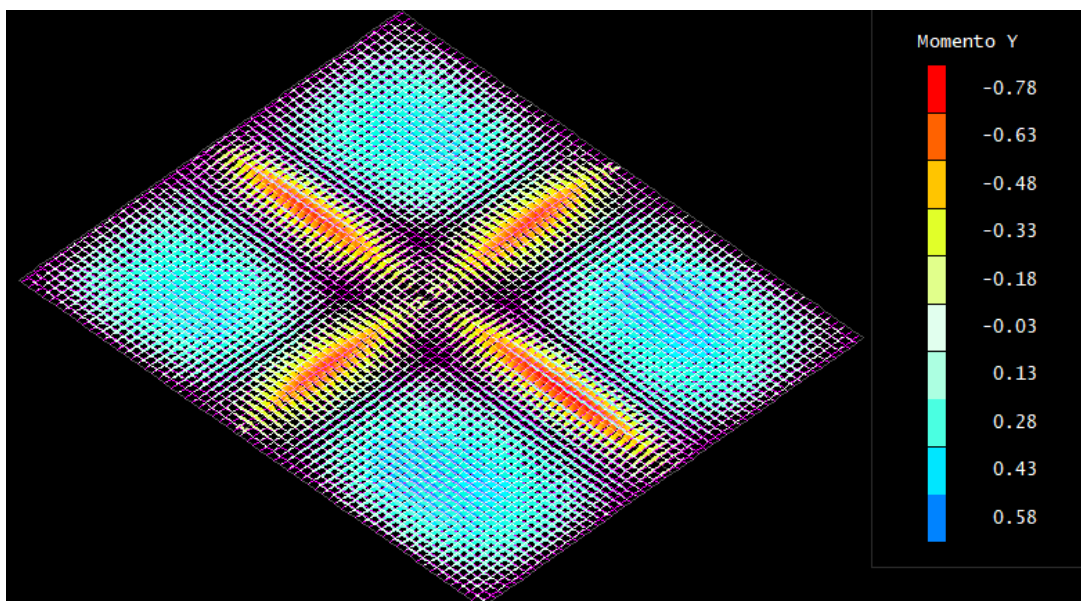
Figura 18 - Modelo de grelha pavimento simples



Fonte: Autor (2020)

A Figura 19 apresenta o diagrama de momentos fletores para as lajes do pavimento simples.

Figura 19 - Diagrama de momentos fletores pavimento simples (tf.m)

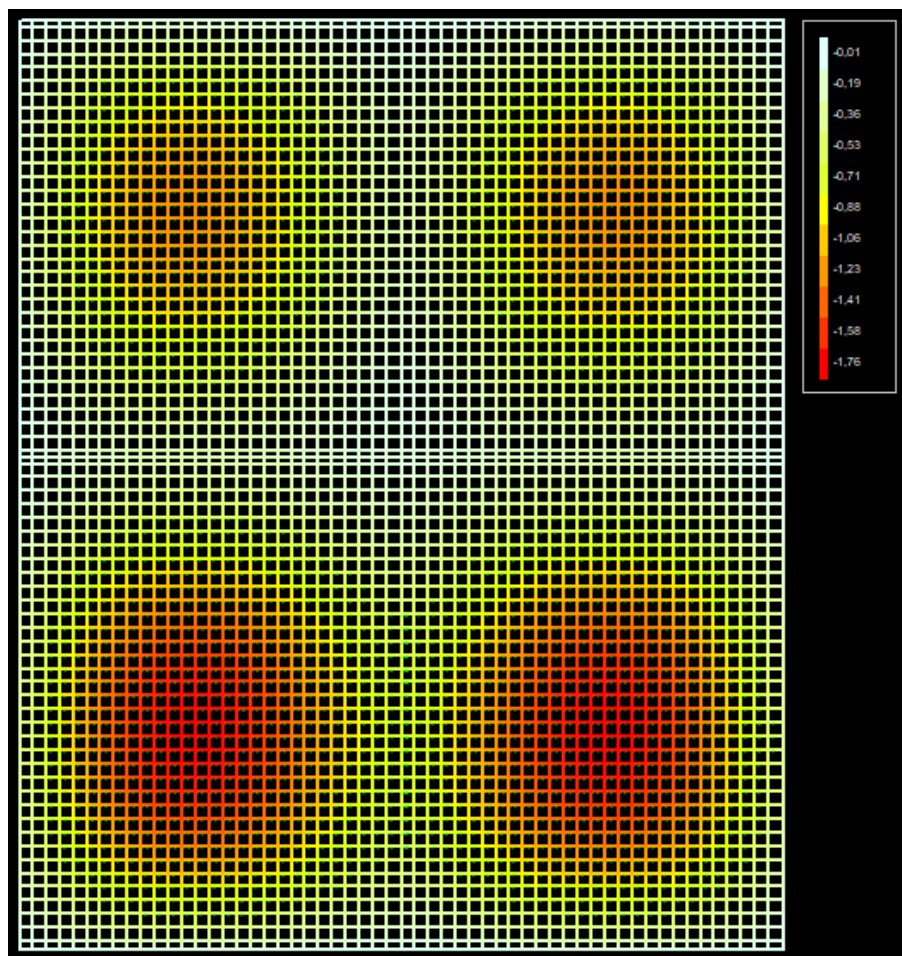


Fonte: Autor (2020)

O diagrama acima fornece os valores dos momentos aplicados em cada barra da grelha, para obter os valores correspondentes à laje, é necessário dividir os valores mostrados no diagrama pelo espaçamento da malha da grelha, 0,25 m. Logo, o momento fletor máximo positivo para L1 e L2 é de 19,60 kN.m, e para L3 e L4 é de 23,20 kN.m. O momento fletor máximo negativo para L1 e L2 é de 27,60 kN.m, e para L3 e L4 é de 30,40 kN.m.

A Figura 20, mostra o diagrama de deslocamentos para a laje L1 obtido no visualizador de grelha não-linear do programa TQS.

Figura 20 - Diagrama de deslocamentos pavimento simples (cm)



Fonte: Autor (2020)

A flecha máxima para L1 e L2 é de 1,26 cm e para L3 e L4 é 1,76 cm.

4.3.3 Comparação

A Tabela 17 apresenta um resumo dos resultados obtidos pelos dois métodos utilizados no presente projeto, analogia de grelhas (TQS) e Tabelas de Bares, para as lajes L1 e L2.

Tabela 17 - Comparação dos resultados das lajes L1/L2

L1/L2	Mtotal,x+ ELU (kN.m)	Mtotal,x- ELU (kN.m)	As,x+ (cm ² /m)	As,x- (cm ² /m)	Ii (m ⁴)	Iii (m ⁴)	Im (m ⁴)	Flecha imediate (cm)
TQS	19,60	27,60	5,02	9,96	2,49E-04	1,12E-04	1,35E-04	1,26
Bares	12,84	30,85	4,05	11,49	2,47E-04	9,08E-05	9,88E-05	1,63
Diferença (%)	+52,6	-10,5	+24,0	-13,3	+0,8	+22,8	+36,6	-22,7

Fonte: Autor (2020)

Com os resultados da Tabela 17, observa-se que o momento fletor obtido pela utilização da analogia de grelha resultou maior que aquele obtido utilizando-se as Tabelas de Bares, aproximadamente 52,6%, enquanto a flecha resultou menor em aproximadamente 22,7%.

Estes resultados podem ser comparados com os obtidos para a laje isolada L2, da Tabela 4. Nota-se que as diferenças entre os momentos positivos, na direção principal x, são próximas, isto é coerente, em visto as lajes têm as mesmas dimensões l_x e l_y . No entanto, observa-se que o momento positivo obtido nas lajes L1/L2 associadas é menor do que o obtido na laje L2 isolada. Esta redução se deve ao engastamento das lajes no pavimento, que em continuidade, transmite as cargas ao apoio central. O momento negativo no engastamento compensa o momento positivo no centro da laje. Como resultado, as lajes assumem menos esforços e o momento positivo é menor nas lajes contínuas.

Contudo, os outros parâmetros não são comparáveis, pois, a espessura das lajes é diferente. De fato, como o momento negativo obtido no pavimento é consideravelmente grande, uma espessura de 12 cm não seria suficiente para a implementação da área de armadura necessária. Por esse motivo, usou-se uma espessura de 14 cm para reduzir a quantidade de armadura no nível do apoio central.

A Tabela 18 apresenta um resumo dos resultados obtidos pelos dois métodos utilizados no presente projeto, analogia de grelhas (TQS) e Tabelas de Bares, para as lajes L3 e L4.

Tabela 18 - Comparação dos resultados das lajes L3/L4

L3/L4	Mtotal,x+ ELU (kN.m)	Mtotal,x- ELU (kN.m)	As,x+ (cm ² /m)	As,x- (cm ² /m)	Ii (m ⁴)	Iii (m ⁴)	Im (m ⁴)	Flecha imediatea (cm)
TQS	23,20	30,40	5,90	11,14	2,53E-04	1,22E-04	1,29E-04	1,76
Bares	16,31	36,73	5,22	14,64	2,51E-04	1,07E-04	1,11E-04	1,87
Diferença (%)	+42,2	-17,2	+13,0	-23,9	+0,8	+14,0	+16,2	-5,9

Fonte: Autor (2020)

Observa-se que da Tabela 18 que o momento fletor obtido pela utilização da analogia de grelha resultou maior que aquele obtido utilizando-se as Tabelas de Bares, aproximadamente 42,2%, enquanto a flecha resultou menor em aproximadamente 5,9%.

Nota-se que o momento principal positivo, M_{x+} , obtido para as lajes L3 e L4 é maior que o obtido para as lajes L1 e L2. Este aumento pode ser explicado pela relação l_y/l_x , que é mais importante para a laje 7x9 m. De fato, quanto maior l_y em relação a l_x , mais a laje será solicitada na direção principal. O mesmo foi observado anteriormente para as lajes isoladas L1 e L2, quando o momento principal aumentou 5 kN.m ao aumentar a l_y em 1 m.

Além disso, se compararmos os momentos obtidos com o programa TQS, para L1/L2 e L3/L4, observa-se um aumento de aproximadamente 3kN.m para M_{x+} e M_{x-} . No entanto, quando analisamos os momentos obtidos com as tabelas, observa-se que o aumento em M_{x-} é consideravelmente maior entre as lajes. Com isso, nota-se uma possível superestimação dos momentos no engastamento pelo método de Bares. De fato, este método é baseado em coeficientes, enquanto a analogia de grelhas é mais precisa. É por esse motivo que se obtém uma maior diferença de área de armadura negativa, $A_{s,x-}$ (-23,9%).

Observa-se que para as lajes L3 e L4, as áreas de armaduras obtidas são maiores que para L1 e L2, o que é proporcional ao aumento dos momentos citado anteriormente. Este aumento possui um impacto direto no momento de inércia das lajes no estágio II, que é igualmente maior.

A fim de comparar os resultados obtidos para as flechas imediatas, é importante focar na área de armadura positiva, pois estas são posicionadas onde a flecha máxima ocorre. No presente exemplo, observa-se que a diferença de $A_{s,x+}$, entre os dois métodos, é de 13,0%, o que corresponde aproximadamente a diferença entre I_{II} , de 14,0%. Isto explica a diferença de apenas 5,9% observada para as flechas imediatas.

5 CONCLUSÃO E CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve como objetivo central avaliar as flechas imediatas de lajes isoladas e associadas, utilizando as Tabelas de Bares e a Analogia de Grelhas através de uma análise não-linear. Para isso, foram estudadas as seguintes configurações: uma laje isolada quadrada, uma retangular e quatro lajes de um pavimento simples engastadas.

Os resultados obtidos permitiram a identificação de alguns dos parâmetros que possuem influência nas deformações de uma laje em concreto armado: as dimensões l_x e l_y , a espessura, a classe do concreto e as condições de apoio.

Primeiramente, os resultados obtidos para as lajes isoladas, mostrou que um aumento de 0,15 na razão dos vãos l_x e l_y , resultou em um aumento de 24% do momento positivo na direção principal e 33,4% da flecha.

Em seguida, com o estudo das lajes de um pavimento simples foi possível analisar a influência das condições de apoio nas deformações. Constatou-se uma diminuição do momento no vão de 58% quando considerado o engastamento em dois lados das lajes. Esta diferença pode ser explicada pela presença do momento negativo no apoio central, que leva a uma diminuição no momento positivo. Além disso, o momento negativo não foi desprezível, resultando em uma seção de armadura negativa considerável. Conseqüentemente, nos exemplos de lajes engastadas, foi necessário o aumento da espessura de 12 cm para 14 cm, permitindo o dimensionamento coerente da armadura de flexão negativa.

Em relação aos dois métodos utilizados, Analogia de Grelhas e Tabelas de Bares, foram obtidas flechas imediatas menores para o primeiro método em todos os exemplos. Essa diferença pode ser explicada pela consideração da seção transversal das vigas, feita pelo programa TQS, bloqueando os deslocamentos verticais nos apoios, reduzindo as flechas no vão.

Recomenda-se a utilização das Tabelas de Bares para uma análise inicial ou para um pré-dimensionamento. Neste caso, o método pode ser útil para verificar se o momento solicitante é inferior ao momento crítico na seção. Se isso for constatado, é aceitável a utilização das tabelas para estimação as deformações elásticas de uma laje. De fato, os coeficientes de cálculo dados nas tabelas foram obtidos a partir de um coeficiente de Poisson de 0,2, que corresponde a uma seção transversal não fissurada. Para uma análise mais precisa o ideal será o uso de um programa computacional que considere a não-linearidade da seção.

Sugere-se que em trabalhos futuros, seja dado continuidade ao estudo do tema proposto, utilizando outros métodos para o cálculo das flechas imediatas, analisando qual será o mais adaptado por uma análise não-linear.

REFERÊNCIAS

ACI 435R, **Control of Deflection in Concrete Structures**. American Concrete Institute, Detroit, 2003.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118:2014. Projeto de estruturas de concreto – Procedimento**. Rio de Janeiro, 2014.

CARVALHO, R. C.; FIGUEIREDO FILHO, J. R. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado**. 4. ed. São Carlos: Edufscar, 2014, p.415.

CLÍMACO, João Carlos Teatini de Souza. **Estruturas de Concreto Armado: Fundamentos de projeto, dimensionamento e verificação**. 3. ed. Brasília: Unb, 2016.

FARDIN, Hedelvan. **Análise de modelos de cálculo de flecha em lajes de concreto armado**. 2017. 101 f. TCC (Graduação em Engenharia Civil) - Universidade de Santa Cruz do Sul, Rio Grande do Sul, 2017.

GUARDA, M.C.C. **Cálculo de deslocamentos em pavimentos de edifícios de concreto armado**. 2005. 253p. Tese (Doutorado em Engenharia) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2005.

JUNGES, Elizabeth. **Estudo comparativo entre métodos simplificados e modelos de elementos finitos não lineares para o cálculo de flecha imediata em vigas de concreto armado**. 2011. 360 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2011.

MARÇAL, Ana Russowsky. **Estudo de lajes de concreto armado: comparativo de cálculo entre lajes treliçadas e maciças, utilizando método elástico**. 2014. 55 f. TCC (Graduação em Engenharia Civil) - Universidade de Santa Maria, Rio Grande do Sul, 2014.

METHA, K. P. e MONTEIRO, P. J. M. **Concreto Microestrutura, Propriedades e Materiais**, 3 ed. São Paulo, Ibracon, 2008.

MOURA, M. W.; MARCELLINO, N. A. **Avaliação da deformação em lajes bidirecionais de concreto armado**. Disponível em: <<http://repositorio.furg.br/handle/1/6338>>. Acesso em: 03 nov. 2019.

NEVILLE, A. M. (1997). **Propriedades do Concreto**. São Paulo: Pini.

NOGUEIRA, Caio Gorla. **Desenvolvimento de modelos mecânicos, de confiabilidade e de otimização para aplicação em estruturas de concreto armado**. 2010. 345 f. Tese

(Doutorado) – Departamento de Engenharia de Estruturas, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2010.

PINHEIRO, Libânio Miranda. **Fundamentos do concreto e projeto de edifícios**. 2007. Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo, São Carlos, 2007.

PINHEIRO, Guilherme. **Análise comparativa de dois tipos de lajes com ênfase na influência do vão e do carregamento no estado limite de deformações excessivas**. TCC (Graduação em Engenharia Civil) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2016.

PUEL, André. **Diferença de flechas entre lajes de um pavimento simétrico**. 2010. Disponível em: <<http://faq.altoqi.com.br/content/274/668/pt-br/diferença-de-flechas-entrelajes-de-um-pavimento-simetrico.html>>. Acesso em: 08 julho 2020.

REGGIANI, Renato França Pires. **Verificação de lajes de concreto armado no Estado Limite de Serviço de deformação excessiva**. 2016. 151 f. TCC (Graduação em Engenharia Civil) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2016.

RÜSCH, H. (1980). **Concreto Armado e Protendido: Propriedades dos Materiais e Dimensionamento**. Rio de Janeiro: Campus Ltda.

ANEXO A – TABELAS DE BARES

Quadro 7.2 Coeficiente α para cálculo de flechas elásticas em lajes retangulares submetidas a carregamento uniformemente distribuído.

λ	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4	Caso 5	Caso 6	Caso 7	Caso 8	Caso 9
1,00	4,67	3,20	3,20	2,42	2,21	2,21	1,81	1,81	1,46
1,05	5,17	3,61	3,42	2,67	2,55	2,31	2,04	1,92	1,60
1,10	5,64	4,04	3,63	2,91	2,92	2,41	2,27	2,04	1,74
1,15	6,09	4,47	3,82	3,12	3,29	2,48	2,49	2,14	1,87
1,20	6,52	4,91	4,02	3,34	3,67	2,56	2,72	2,24	1,98
1,25	6,95	5,34	4,18	3,55	4,07	2,63	2,95	2,33	2,10
1,30	7,36	5,77	4,35	3,73	4,48	2,69	3,16	2,42	2,20
1,35	7,76	6,21	4,50	3,92	4,92	2,72	3,36	2,48	2,30
1,40	8,14	6,62	4,65	4,08	5,31	2,75	3,56	2,56	2,37
1,45	8,51	7,02	4,78	4,23	5,73	2,80	3,73	2,62	2,45
1,50	8,87	7,41	4,92	4,38	6,14	2,84	3,91	2,68	2,51
1,55	9,22	7,81	5,00	4,53	6,54	2,86	4,07	2,53	2,57
1,60	9,54	8,17	5,09	4,65	6,93	2,87	4,22	2,87	2,63
1,65	9,86	8,52	5,13	4,77	7,33	2,87	4,37	2,78	2,68
1,70	10,15	8,87	5,17	4,88	7,70	2,88	4,51	2,79	2,72
1,75	10,43	9,19	5,26	4,97	8,06	2,88	4,63	2,81	2,76
1,80	10,71	9,52	5,36	5,07	8,43	2,89	4,75	2,83	2,80
1,85	10,96	9,82	5,43	5,16	8,77	2,89	4,87	2,85	2,83
1,90	11,21	10,11	5,50	5,23	9,08	2,90	4,98	2,87	2,85
1,95	11,44	10,39	5,58	5,31	9,41	2,90	5,08	2,89	2,88
2,00	11,68	10,68	5,66	5,39	9,72	2,91	5,19	2,91	2,91
∞	15,35	15,35	6,38	6,38	15,35	3,07	6,38	3,07	3,07

Fonte: Carvalho e Figueiredo Filho, 2007.

Quadro 7.3 Coeficientes μ_x , μ_y , μ'_x e μ'_y para cálculo dos momentos máximos em lajes retangulares uniformemente carregadas (Caso 1, 2 e 3).

λ	Caso 1		Caso 2			Caso 3		
	μ_x	μ_y	μ_x	μ_y	μ'_y	μ_x	μ'_x	μ_y
1,00	4,41	4,41	3,07	3,94	8,52	3,94	8,52	3,07
1,05	4,80	4,45	3,42	3,78	8,79	4,19	8,91	2,84
1,10	5,18	4,49	3,77	3,90	9,18	4,43	9,30	2,76
1,15	5,56	4,49	4,14	3,97	9,53	4,64	9,63	2,68
1,20	5,90	4,48	4,51	4,05	9,88	4,85	9,95	2,59
1,25	6,27	4,45	4,88	4,10	10,16	5,03	10,22	2,51
1,30	6,60	4,42	5,25	4,15	10,41	5,20	10,48	2,42
1,35	6,93	4,37	5,60	4,18	10,64	5,36	10,71	2,34
1,40	7,25	4,33	5,95	4,21	10,86	5,51	10,92	2,25
1,45	7,55	4,30	6,27	4,19	11,05	5,64	11,10	2,19
1,50	7,86	4,25	6,60	4,18	11,23	5,77	11,27	2,12
1,55	8,12	4,20	6,90	4,17	11,39	5,87	11,42	2,04
1,60	8,34	3,14	7,21	4,14	11,55	5,98	11,55	1,95
1,65	8,62	4,07	7,42	4,12	11,67	6,07	11,67	1,87
1,70	8,86	4,00	7,62	4,09	11,79	6,16	11,80	1,79
1,75	9,06	3,96	7,66	4,05	11,88	6,24	11,92	1,74
1,80	9,27	3,91	7,69	3,99	11,96	6,31	12,04	1,68
1,85	9,45	3,83	8,22	3,97	12,03	6,38	12,14	1,64
1,90	9,63	3,75	8,74	3,94	12,14	6,43	12,24	1,59
1,95	9,77	3,71	8,97	3,88	12,17	6,47	12,29	1,54
2,00	10,00	3,64	9,18	3,80	12,20	6,51	12,34	1,48
∞	12,57	3,77	9,18	3,80	12,20	7,61	12,76	1,48

Fonte: Carvalho e Figueiredo Filho, 2007.

Quadro 7.4 Coeficientes μ_x , μ_y , μ'_x e μ'_y para cálculo dos momentos máximos em lajes retangulares uniformemente carregadas (Caso 4, 5 e 6).

λ	Caso 4				Caso 5			Caso 6		
	μ_x	μ'_x	μ_y	μ'_y	μ_x	μ_y	μ'_y	μ_x	μ'_x	μ_y
1,00	2,81	6,99	2,81	6,99	2,15	3,17	6,99	3,17	6,99	2,15
1,05	3,05	7,43	2,81	7,18	2,47	3,32	7,43	3,29	7,20	2,07
1,10	3,30	7,87	2,81	7,36	2,78	3,47	7,87	3,42	7,41	1,99
1,15	3,53	8,28	2,80	7,50	3,08	3,58	8,26	3,52	7,56	1,89
1,20	3,76	8,69	2,79	7,63	3,38	3,70	8,65	3,63	7,70	1,80
1,25	3,96	9,03	2,74	7,72	3,79	3,80	9,03	3,71	7,82	1,74
1,30	4,16	9,37	2,69	7,81	4,15	3,90	9,33	3,79	7,93	1,67
1,35	4,33	9,65	2,65	7,88	4,50	3,96	9,69	3,84	8,02	1,59
1,40	4,51	9,93	2,60	7,94	4,85	4,03	10,00	3,90	8,11	1,52
1,45	4,66	10,41	2,54	8,00	5,19	4,09	10,25	3,94	8,13	1,45
1,50	4,81	10,62	2,47	8,06	5,53	4,14	10,49	3,99	8,15	1,38
1,55	4,93	10,82	2,39	8,09	5,86	4,16	10,70	4,03	8,20	1,34
1,60	5,06	10,99	2,31	8,12	6,18	4,17	10,91	4,06	8,25	1,28
1,65	5,16	11,16	2,24	8,14	6,48	4,14	11,08	4,09	8,28	1,23
1,70	5,27	11,30	2,16	8,15	6,81	4,12	11,24	4,12	8,30	1,18
1,75	5,36	11,43	2,11	8,16	7,11	4,12	11,39	4,14	8,31	1,15
1,80	5,45	11,55	2,04	8,17	7,41	4,10	11,43	4,15	8,32	1,11
1,85	5,53	11,57	1,99	8,17	7,68	4,08	11,65	4,16	8,33	1,08
1,90	5,60	11,67	1,93	8,18	7,95	4,04	11,77	4,17	8,33	1,04
1,95	5,67	11,78	1,91	8,19	8,21	3,99	11,83	4,17	8,33	1,01
2,00	5,74	11,89	1,88	8,20	8,47	3,92	11,88	4,18	8,33	0,97
∞	7,06	12,50	1,95	8,20	12,58	4,13	11,88	4,18	8,33	0,97

Fonte: Carvalho e Figueiredo Filho, 2007.