

# Técnica Tensorial de Estimação de Atraso para GPS de Segunda e Terceira Geração

Mateus da Rosa Zanatta, Daniel Valle de Lima, João Paulo C. L. da Costa, Ricardo Kehrlé Miranda, Felix Antreich, e Rafael Timóteo de Sousa Junior

**Resumo**—Sistemas de satélites de navegação global são cruciais para serviços que demandam um posicionamento altamente preciso, como por exemplo os carros autônomos e a aviação civil, especialmente em cenários em que se tem a presença de componentes multipercurso. Neste artigo, propomos a utilização da Estrutura Semi-Algébrica para Decomposição Poliádica Canônica Aproximadas Através de Diagonalizações Simultâneas para Estimação de Atraso (SECSI) combinado com Decomposição de Valores Singulares de alta Ordem (HOSVD) para realizar estimação de atraso para sinais GPS. Adicionalmente, comparamos diferentes métodos quando processando sinais advindos dos GPS de segunda e terceira geração. Com isso, mostramos que o GPS de terceira geração supera o GPS de segunda geração.

**Palavras-Chave**—GNSS, GPS, GPS3, GPS L1C, Estimação de Atraso, SECSI

**Abstract**—Global Navigation Satellite Systems (GNSS) are crucial for applications that demand very accurate positioning, such as autonomous driving and civilian aviation, especially in scenarios in which multipath components are present. In this paper, we propose a Semi-algebraic framework for approximate Canonical Polyadic Decomposition via simultaneous matrix diagonalization (SECSI) with Higher Order Singular Value Decomposition (HOSVD) low-rank approximation based time-delay estimation scheme for the GPS. Furthermore, we compare the different methods when processing signal from the second and third generation GPS. Finally, we show that the third generation GPS outperforms the second generation.

**Keywords**—GNSS, GPS, GPS3, GPS L1C, Time-Delay Estimation, SECSI

## I. INTRODUÇÃO

Sistemas de satélites de navegação global, do inglês *Global Navigation Satellite System* (GNSS), como o GPS Americano, Galileo, GNSS Europeu, GLONASS, GNSS Russo, e o BeiDou, GNSS Chinês, são de extrema importância para aplicações que vão desde a aviação civil à mísseis guiados. Estas aplicações descritas requerem alta precisão no posicionamento do usuário, mesmo em ambientes complexos onde componentes de multipercurso estão presentes. Por isso, para que se tenha uma melhor separação entre sinais transmitidos, o GPS de terceira geração adicionará o sinal L1 *civil* (L1C) *pilot code* para ser transmitido ao lado do padrão *Coarse Acquisition* (C/A). Adicionalmente, L1C *pilot code* incluirá a *Time Multiplexed Binary Offset Carrier* (TMBOC) para que se tenha um melhor desempenho em ambientes com componentes de multipercurso e prover uma melhor separação

Mateus da Rosa Zanatta, Daniel Valle de Lima, João Paulo C. L. da Costa, Ricardo Kehrlé Miranda e Rafael Timóteo de Sousa Junior fazem parte do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade de Brasília, Brasília-DF

Felix Antreich faz parte do Departamento de Engenharia de Teleinformática, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza-CE

espectral do sinal para diminuir interferências inter-sistema e intra-sistema [1].

Neste artigo propomos a utilização da Estrutura Semi-Algébrica para Decomposição Canônica Polyadic Aproximadas Através de Diagonalizações Simultâneas para Estimação de Atraso, do inglês *Semi-algebraic framework for approximate Canonical Polyadic Decompositions via Simultaneous Matrix Diagonalizations* (SECSI), com Decomposição de Valores Singulares de alta Ordem, do inglês *Higher-Order Singular Value Decomposition* (HOSVD) para realizar a estimação de atraso para GPS de segunda e terceira geração. Adicionalmente, comparamos o a técnica proposta com as técnicas do estado-da-arte para estimação de atraso baseado na HOSVD, o método direção de chegada através da fatorização Khatri-Rao, do inglês *Direction of Arrival via Khatri-Rao Factorization* (DoA/KRF), e a técnica de estimação de atraso baseado na decomposição poliádica canônica por decomposição de autovalores generalizados, do inglês *Canonical Polyadic Decomposition by Generalized Eigenvalue Decomposition* (CPD-GEVD).

Este artigo está dividido em sete seções, incluindo esta introdução. Na Seção II é apresentada a notação utilizada. Na Seção III é apresentado o modelo de dados utilizado. A Seção IV descreve a técnica SECSI proposta. A Seção V apresenta os resultados das simulações utilizando as técnicas do estado-da-arte e a solução proposta. Na Seção VI apresentam-se as conclusões.

## II. NOTAÇÃO

Valores escalares são representados por letras em itálico ( $a, b, A, B$ ), vetores por letras minúsculas em negrito ( $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ ), matrizes por letras maiúsculas em negrito ( $\mathbf{A}, \mathbf{B}$ ), e tensores por letras maiúsculas caligráficas em negrito ( $\mathcal{A}, \mathcal{B}$ ).

Os sobrescritos  $T, *, H, -1, e +$  representam transposição, conjugação, transposição conjugada, inversão, e pseudoinversão, respectivamente.

Para uma matriz  $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{M \times N}$ , sua  $m$ -ésima linha é representada por  $\mathbf{A}_{(m, \cdot)}$  e sua  $n$ -ésima coluna é representada por  $\mathbf{A}_{(\cdot, n)}$ .

O produto produto Khatri-Rao por é representado por  $\diamond$ .

O operador  $\text{diag}\{\cdot\}$  aplicado à uma matriz retorna um vetor com a diagonal da matriz. A aplicação de  $\text{diag}^{-1}\{\cdot\}$  a um vetor resulta numa matriz diagonal com os elementos do vetor em sua diagonal.

O operador  $\text{vec}\{\cdot\}$  empilha os vetores de uma matriz, transformando-a num vetor.

Uma propriedade importante do operador  $\text{vec}\{\cdot\}$  é para  $\mathbf{X} = \mathbf{ABC}$  com  $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{I \times J}$ , uma matriz diagonal  $\mathbf{B} \in \mathbb{C}^{J \times J}$ , e  $\mathbf{C} \in$

$\mathbb{C}^{J \times K}$ ,

$$\text{vec}\{\mathbf{X}\} = \text{vec}\{\mathbf{ABC}\} = (\mathbf{C}^T \diamond \mathbf{A})\text{diag}\{\mathbf{B}\} \in \mathbb{C}^{JK}. \quad (1)$$

O desdobramento de modo  $n$  do tensor  $\mathcal{A}$  é representado por  $[\mathcal{A}]_{(n)}$ . O desdobramento gera uma representação matricial de um tensor “desembrulhando” um tensor fixando seu  $n$ -ésimo índice enquanto se incrementa os outros índices em ordem reversa e concatena-se na direção do  $n+1$ -ésimo índice, finalmente permutando os índices [2].

O produto de modo  $n$  de um tensor  $\mathcal{A} \in \mathbb{C}^{I_1 \times \dots \times I_{n-1} \times I_n \times I_{n+1} \times \dots \times I_N}$  e uma matriz  $\mathbf{B} \in \mathbb{C}^{J \times I_n}$  é representado por  $\mathcal{A} \times_n \mathbf{B} \in \mathbb{C}^{I_1 \times \dots \times I_{n-1} \times J \times I_{n+1} \times \dots \times I_N}$  [2].

### III. MODELO DE DADOS

Esta seção apresenta o modelo de dados do tensor de recepção. A Subseção III-B explica a formação do tensor de recepção antes de ser correlacionado usando um banco correlator, e na Subseção III-B o tensor de recepção é multiplicado pelo banco correlator. O modelo de dados é baseado em [3], estendido para múltiplos satélites [4].

#### A. Modelo de dados pré-correlação

O modelo de dados do receptor tensorial supõe um arranjo receptor de  $M$  elementos, observando  $D$  satélites visíveis, com  $L_d$  sinais vindo de cada  $d$ -ésimo satélite, correspondendo à ordem do modelo para o  $d$ -ésimo satélite. Com  $l_d = 1$  para o componente de linha-de-visada, do inglês *line-of-sight* (LOS), e  $l_d > 1$  para componentes não-LOS (NLOS).

Para o  $d$ -ésimo satélite, a resposta do sinal do  $d$ -ésimo sinal sobre o arranjo é  $\mathbf{A}_d[k] = [\mathbf{a}(\phi_{d,1}), \dots, \mathbf{a}(\phi_{d,L_d})] \in \mathbb{C}^{M \times L_d}$  que concatena em suas colunas os vetores de direção dos  $L_d$  sinais. As  $L_d$  amplitudes complexas do sinal são coletadas na matriz diagonal  $\mathbf{\Gamma}_d[k] = \text{diag}^{-1}\{\gamma_d\} = \text{diag}^{-1}\{\gamma_{d,1}, \dots, \gamma_{d,L_d}\} \in \mathbb{C}^{L_d \times L_d}$ . As amostras do código, que usado para separar os sinais dos satélites e estimar o atraso [5], são coletados em  $\mathbf{C}_d[k] = [\mathbf{c}_d[\tau_{d,1}], \dots, \mathbf{c}_d[\tau_{d,L_d}]]^T \in \mathbb{R}^{L_d \times N}$  amostrado com atraso  $\tau_{d,l_d}$ ,  $l_d = 1, \dots, L_d$ . O índice de cada período do código é  $k$  e a amostragem é feita para um total de  $K$  períodos.

Coletando  $N$  amostras a cada  $k$ -ésimo período de código,

$$\begin{aligned} \mathbf{X}[k] &= \sum_{d=1}^D \mathbf{A}_d[k] \mathbf{\Gamma}_d[k] \mathbf{C}_d[k] + \mathbf{N}[k], \\ &= \mathbf{A}[k] \mathbf{\Gamma}[k] \mathbf{C}[k] + \mathbf{N}[k] \in \mathbb{C}^{M \times N}, \end{aligned} \quad (2)$$

e  $\mathbf{N}[k]$  é ruído gaussiano branco aditivo e  $L = \sum_{d=1}^D L_d$ .

Aplicando o operador  $\text{vec}\{\cdot\}$  a (2) para transformá-lo num vetor e aplicando a propriedade descrita na em (1),

$$\begin{aligned} \text{vec}\{\mathbf{X}[k]\} &= \text{vec}\{\mathbf{A}[k] \mathbf{\Gamma}[k] \mathbf{C}[k] + \mathbf{N}[k]\} \\ &= \text{vec}\{\mathbf{A}[k] \text{diag}^{-1}\{\gamma[k]\} \mathbf{C}[k] + \mathbf{N}[k]\}, \\ &= (\mathbf{C}[k]^T \diamond \mathbf{A}[k]) \gamma[k] + \text{vec}\{\mathbf{N}[k]\}. \end{aligned} \quad (3)$$

Concatenando todos os  $K$  vetores de cada  $k$ -ésimo período de código (3) pode-se omitir o índice  $k$ :

$$\tilde{\mathbf{X}} = (\mathbf{C}^T \diamond \mathbf{A}) \tilde{\mathbf{\Gamma}} + \tilde{\mathbf{N}} = \tilde{\mathbf{X}}_0 + \tilde{\mathbf{N}} \in \mathbb{C}^{MN \times K}, \quad (4)$$

em que  $\tilde{\mathbf{X}}_0$  é o sinal recebido sem ruído e  $\tilde{\mathbf{\Gamma}} = [\gamma[1], \dots, \gamma[K]] \in \mathbb{C}^{L \times K}$  concatena as amplitudes complexas.  $\mathbf{C}[k]$  e  $\mathbf{A}[k]$  não se alteram e permanecem iguais para todo  $k$ .

A transposta de  $\tilde{\mathbf{X}}_0$  possui a mesma estrutura que o desdobramento do primeiro modo de um tensor de recepção sem ruído  $\mathcal{X}_0$ :

$$[\mathcal{X}_0]_{(1)} = \tilde{\mathbf{X}}_0^T = \tilde{\mathbf{\Gamma}}^T (\mathbf{C}^T \diamond \mathbf{A}) \in \mathbb{C}^{K \times MN}. \quad (5)$$

Dobrando (5) num tensor seguindo o modelo PARAFAC [6], usando um tensor identidade de terceira ordem  $\mathcal{I}_{3,L} \in \mathbb{C}^{L \times L \times L}$ , e considerando o caso com ruído:

$$\begin{aligned} \mathcal{X} &= \mathcal{X}_0 + \mathcal{N} \\ &= \mathcal{I}_{3,L} \times_1 \tilde{\mathbf{\Gamma}}^T \times_2 \mathbf{C}^T \times_3 \mathbf{A} + \mathcal{N} \in \mathbb{C}^{K \times N \times M}. \end{aligned} \quad (6)$$

#### B. Modelo de dados pós-correlação

Para separar o sinal do  $d$ -ésimo satélite dos outros, um banco correlator é aplicado ao código usando o produto de modo-2. Um banco correlator é uma matriz  $\mathbf{Q}_d$  que concatena  $Q$  réplicas deslocadas do código  $\mathbf{c}_d \in \mathbb{R}^N$  com atraso  $\tau_q$ ,  $q = 1, \dots, Q$ :

$$\mathbf{Q}_d = [\mathbf{c}_d[\tau_1] \quad \dots \quad \mathbf{c}_d[\tau_Q]] \in \mathbb{R}^{N \times Q}. \quad (7)$$

Como a aplicação direta do banco correlator torna o ruído colorido, um banco comprimido é calculado utilizando a decomposição em valores singulares, do inglês *Singular Value Decomposition* (SVD), econômica à  $\mathbf{Q}_d$  [7]:

$$\mathbf{Q}_d = \mathbf{Q}_{\omega,d} \mathbf{\Sigma} \mathbf{V}^H, \quad (8)$$

em que o banco comprimido é  $\mathbf{Q}_{\omega,d} \in \mathbb{C}^{N \times Q}$ .

Aplicando o banco correlator comprimido à (6) para extrair o sinal do  $d$ -ésimo satélite:

$$\begin{aligned} \mathcal{Y}_d &= \mathcal{X} \times_2 \mathbf{Q}_{\omega,d}^T \in \mathbb{C}^{K \times Q \times M}, \\ &= \mathcal{I}_{3,L} \times_1 \tilde{\mathbf{\Gamma}}^T \times_2 (\mathbf{C}_d \mathbf{Q}_{\omega,d})^T \times_3 \mathbf{A}_d + \mathcal{N}_{\omega}. \end{aligned} \quad (9)$$

O desdobramento do terceiro modo de (9) é

$$[\mathcal{Y}_d]_{(3)} = \mathbf{A}_d (\tilde{\mathbf{\Gamma}}_d^T \diamond (\mathbf{C}_d \mathbf{Q}_{\omega,d})^T)^T + [\mathcal{N}_{\omega}]_{(3)}. \quad (10)$$

### IV. TÉCNICA PROPOSTA

Para a realização da estimação de fatores para a realização da estimação de atraso propomos a utilização da SECSI [8]–[11] em conjunto com a aproximação HOSVD. Dessa forma o método SECSI, como ilustrado na Figura 1, aplica o HOSVD ao sinal recebido  $\mathcal{Y}_d$

$$\mathcal{Y}_d = \mathcal{S} \times_1 \mathbf{U}_1 \times_2 \mathbf{U}_2 \times_3 \mathbf{U}_3, \quad (11)$$

em que  $\mathcal{S} \in \mathbb{C}^{L_d \times L_d \times L_d}$ ,  $\mathbf{U}_1 \in \mathbb{C}^{K \times L_d}$ ,  $\mathbf{U}_2 \in \mathbb{C}^{Q \times L_d}$ , e  $\mathbf{U}_3 \in \mathbb{C}^{M \times L_d}$ . Logo,  $\mathcal{S}$  pode ser representado como:

$$\mathcal{S} = \mathcal{I} \times_1 \mathbf{T}_1 \times_2 \mathbf{T}_2 \times_3 \mathbf{T}_3, \quad (12)$$

em que  $\mathbf{T}_1$ ,  $\mathbf{T}_2$ , e  $\mathbf{T}_3 \in \mathbb{C}^{L_d \times L_d}$ . Logo,

$$\mathbf{U}_1 \mathbf{T}_1 = \mathbf{\Gamma}^T, \quad (13)$$

$$\mathbf{U}_2 \mathbf{T}_2 = (\mathbf{C} \mathbf{Q}_{\omega})^T, \quad (14)$$

$$\mathbf{U}_3 \mathbf{T}_3 = \mathbf{A}^T. \quad (15)$$

Propõe-se realizar a diagonalização simultânea utilizando as fatias do terceiro-modo do tensor  $\mathcal{S}$  indexadas pela variável  $i$ . Assim, temos a fatia do terceiro-modo do tensor  $\mathcal{S}$  representada como:

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_{3,i} &= (\mathcal{S} \times_3 \mathbf{U}_3) \times_3 \mathbf{e}_i^T, \\ &= \mathbf{T}_1 \text{diag}^{-1}\{\mathbf{A}_{(i,\cdot)}^*\} \mathbf{T}_2^T, \end{aligned} \quad (16)$$

logo,

$$\mathbf{S}_{3,p} = \mathbf{T}_1 \text{diag}^{-1} \{ \mathbf{A}_{(p,\cdot)}^* \} \mathbf{T}_2^T, \quad (17)$$

em que  $\mathbf{e}_i^T$  é um vetor de zeros exceto na  $i$ -ésima posição, e  $p$  é um índice arbitrário entre um e o total de fatias à serem diagonalizadas:

$$p = \arg \min_i \text{cond}\{\mathbf{S}_{3,i}\}, \quad (18)$$

em que  $\text{cond}\{\cdot\}$  calcula o número condicional da matriz. Portanto, podemos calcular as matrizes à direita correspondentes às fatias do terceiro-modo. Uma vez que  $p$  é fixado, podemos variar todos os valores de  $i$ , assim obtendo  $N - 1$  equações, já que  $i \neq p$ . Dessa forma, primeiramente, define-se a matriz à direita para a fatia do terceiro-modo da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_{3,i}^{\text{rhs}} &= \mathbf{S}_{3,i} \mathbf{S}_{3,p}^{-1}, \\ &= \mathbf{T}_1 \text{diag}^{-1} \{ \text{diag} \{ \mathbf{A}_{(i,\cdot)}^H, \mathbf{A}_{(p,\cdot)} \} \} \mathbf{T}_1^{-1}, \\ &= \mathbf{T}_1 \mathbf{A}^H \mathbf{T}_1^{-1}, \end{aligned} \quad (19)$$

Após obter  $\mathbf{S}_{3,i}^{\text{rhs}}$  podemos encontrar a matriz  $\hat{\mathbf{T}}_1$  que diagonaliza simultaneamente as  $N - 1$  equações utilizando [12] e [13]. Então, utilizamos  $\mathbf{U}_1$  de (11) para estimar  $\hat{\mathbf{T}}_1^T$

$$\mathbf{U}_1 \hat{\mathbf{T}}_1 = \hat{\mathbf{T}}_1^T, \quad (20)$$

Após isso, de acordo com (9), no caso sem ruído temos

$$[\mathcal{Y}_d]_{(1)}^T = [(\mathbf{CQ}_\omega) \diamond \mathbf{A}] \mathbf{T}_1, \quad (21)$$

e uma vez que  $\hat{\mathbf{T}}_1^T$  é dado em (20), definimos  $\mathbf{F}^{(2,3)}$  como

$$\begin{aligned} \mathbf{F}^{(2,3)} &= [\mathcal{Y}_d]_{(1)}^T \hat{\mathbf{T}}_1^+ = [(\mathbf{CQ}_\omega)^T \diamond \mathbf{A}] \mathbf{T}_1 \hat{\mathbf{T}}_1^+ \\ &\approx [(\mathbf{CQ}_\omega)^T \diamond \mathbf{A}] \in \mathbb{C}^{QM \times L_d}. \end{aligned} \quad (22)$$

As matrizes-fator  $(\hat{\mathbf{CQ}}_\omega)^T$  e  $\hat{\mathbf{A}}$  podem ser estimadas à partir de (22) utilizando a Fatorização Khatri-Rao de mínimos quadrados, do inglês *Least Squares Khatri-Rao Factorization* (LSKRF) [14], [15].

Uma vez que as matrizes de fatores  $(\hat{\mathbf{CQ}}_\omega)^T$ ,  $\hat{\mathbf{A}}$ , e  $\hat{\mathbf{T}}_1^T$  foram estimadas estas são normalizadas para seus  $\ell_d$ -ésimo componente:

$$(\hat{\mathbf{CQ}}_\omega)_{(\cdot,\ell_d)}^T = (\hat{\mathbf{CQ}}_\omega)_{(\cdot,\ell_d)}^T / \|(\hat{\mathbf{CQ}}_\omega)_{(\cdot,\ell_d)}^T\|_F \quad (23)$$

$$\hat{\mathbf{A}}_{(\cdot,\ell_d)} = \hat{\mathbf{A}}_{(\cdot,\ell_d)} / \|\hat{\mathbf{A}}_{(\cdot,\ell_d)}\|_F \quad (24)$$

$$\hat{\mathbf{T}}_1^T_{(\cdot,\ell_d)} = \hat{\mathbf{T}}_1^T_{(\cdot,\ell_d)} / \|\hat{\mathbf{T}}_1^T_{(\cdot,\ell_d)}\|_F. \quad (25)$$

Em seguida, constrói-se um tensor  $\mathcal{G}_\ell$  correspondente à partir  $\ell_d$ -ésimo componente das matrizes de fatores normalizadas em (25)

$$\mathcal{G}_{\ell_d} = \hat{\mathbf{T}}_1^T_{(\cdot,\ell_d)} \circ (\hat{\mathbf{CQ}}_\omega)_{(\cdot,\ell_d)}^T \circ \hat{\mathbf{A}}_{(\cdot,\ell_d)}, \quad (26)$$

em que  $\mathcal{G}_{\ell_d} \in \mathbb{C}^{K \times Q \times M}$ . Em seguida, armazena-se o tensor  $\mathcal{G}_{\ell_d}$  correspondente ao  $\ell_d$ -ésimo componente em uma matriz

$$\mathbf{G}_{(\cdot,\ell_d)} = \text{vec} \{ \mathcal{G}_{\ell_d} \}, \quad (27)$$

em que  $\mathbf{G} \in \mathbb{C}^{KM \times L_d}$ . Assim, pode-se calcular as amplitudes através da multiplicação da pseudo-inversa de  $\mathbf{G}$  pelo tensor  $\mathcal{Y}_d$ :

$$\gamma = \mathbf{G}^+ \text{vec} \{ \mathcal{Y}_d \} \quad (28)$$

em que  $\gamma = [\gamma_1, \dots, \gamma_{L_d}]$ . Em seguida, para encontrar a coluna de  $(\hat{\mathbf{CQ}}_\omega)$  que corresponde ao componente de linha de visada,

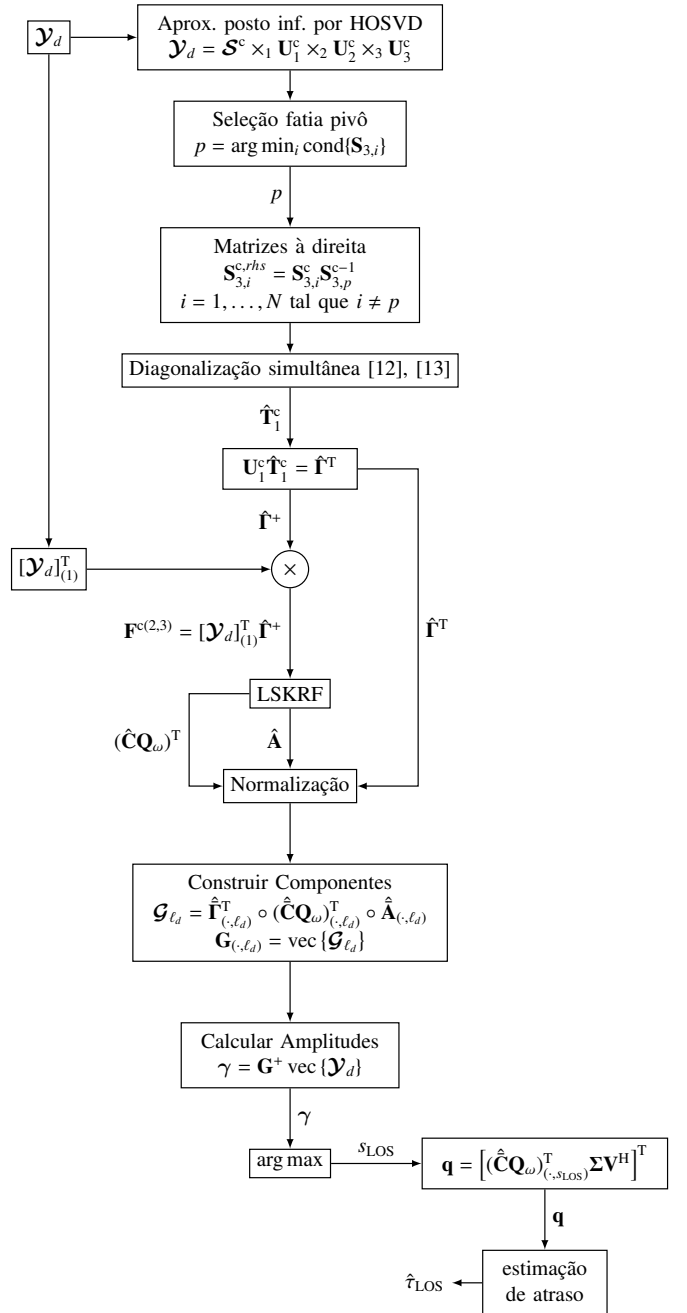


Fig. 1: Diagrama de bloco da técnica SECSI proposta para estimação de atraso usando a matriz à direita da terceira dimensão de  $\mathcal{S}$

aplica-se  $\arg \max$  à  $\gamma$  e encontra-se a posição do elemento  $\gamma_{s_{\text{LOS}}}$  que possui a maior magnitude

$$s_{\text{LOS}} = \arg \max_{\gamma_{s_{\text{LOS}}}} \gamma \quad (29)$$

Depois, usa-se  $s_{\text{LOS}}$  para selecionar o componente LOS da matriz estimada  $(\hat{\mathbf{CQ}}_\omega)^T$  e a multiplica por  $\Sigma \mathbf{V}^H$  obtida através da aplicação da decomposição em valores singulares econômica à  $\mathbf{Q}$

$$\mathbf{q} = [(\hat{\mathbf{CQ}}_\omega)_{(\cdot,s_{\text{LOS}})}^T \Sigma \mathbf{V}^H]^T. \quad (30)$$

Finalmente, o vetor  $\mathbf{q}$  é interpolado utilizando a interpolação de spline cúbica para alcançar maior precisão na estimação de atraso [4], [16]–[18].

## V. SIMULAÇÃO

Para a realização da simulação é utilizado um arranjo linear uniforme, do inglês *Uniform Linear Array* (ULA), centro-hermitiano com  $M = 8$  elementos espaçados por meio comprimento de onda. São considerados a recepção de dois sinais GNSS, o primeiro é um código pseudo-aleatório C/A do GPS enquanto o segundo é um código pseudo-aleatório da L1C do canal piloto do GPS, em que ambos possuem uma portadora de frequência  $f_c = 1575.42$  MHz. O código L1C do GPS possui uma duração total de transmissão  $t_{3rd} = 10$  ms, uma largura de banda  $B_{3rd} = 12.276$  MHz, a maior largura de banda é consequência da modulação TMBOC. Com isso, para se ter uma comparação justa, [16] utiliza-se a largura de banda do código C/A  $B_{2nd} = B_{3rd}$ . Ambos os códigos são amostrado à cada  $K$ -ésimo período durante  $K = 30$  períodos com um período de duração de  $\Delta\tau = 10$  ms. Dessa forma, são coletadas  $N = 245520$  amostras para ambos códigos C/A e L1C.

Os componentes de LOS e NLOS são gerados com uma diferença de azimute de  $\Delta\phi = 60^\circ$ . Adicionalmente, o componente LOS possui um atraso  $\tau_{LOS}$  enquanto o componente NLOS possui um atraso  $\tau_{NLOS}$  tal que  $\tau_{NLOS_1} = \tau_{LOS} + \Delta\tau$  quando  $L_d = 2$  sinais são recebidos e quando temos  $L_d = 3$  sinais sendo recebidos se tem um segundo componente NLOS com um atraso  $\tau_{NLOS_2} = \tau_{NLOS_1} + \Delta\tau$ . Uma das abordagens utiliza *forward-backward averaging* (FBA) [19] e *Expanded Spatial Smoothing* (ESPS) [20] na qual a ULA é dividida em  $L_s = 5$  sub arranjos com  $M_s = 4$  elementos cada. A relação portadora-ruído é  $C/N_0 = 48$  dB-Hz, resultando numa razão sinal-ruído pós-correlação de  $SNR_{pós} \approx 25$  dB para GPS de segunda e terceira geração.

Para realizar as simulações foi utilizado o esquema Monte Carlo com 2000 iterações. Dessa forma os resultados obtidos são expressados na forma do erro quadrático médio multiplicado pela velocidade da luz, em metros, para vários  $\Delta\tau$ . Os resultados são comparados com o caso ideal, onde se tem o conhecimento a priori do canal ( $\mathbf{A}$  e  $\bar{\Gamma}$ ) e a correlação sem ruído do sinal LOS com o banco correlator [18].

### A. Estimação de Atraso Utilizando GPS de segunda geração

Os resultados das simulações incluem a comparação da técnica CPD-GEVD do estado-da-arte com o método HOSVD SECSI para GPS de segunda geração. Adicionalmente, para fins comparativos, durante as simulações foi adicionado a técnica *Higher-Order Orthogonal Iteration* (HOOI) [21] ao SECSI, que substitui o método de HOSVD.

Observe na Figura 2 que, para  $L_d = 3$ , o método CPD-GEVD apresenta pior performance quando  $\Delta\tau < 0.2T_c$ . Esse erro ocorre pela forte correlação entre os sinais LOS e NLOS. Também, note que a técnica SECSI apresenta um pico quando os sinais estão fortemente correlacionados, porém SECSI mostra-se mais tolerante e consegue estimar o atraso com sucesso.

### B. Estimação de Atraso Utilizando GPS Terceira Geração

Os resultados das simulações incluem: a comparação da técnica CPD-GEVD do estado-da-arte com o método HOSVD SECSI para o GPS de terceira geração.

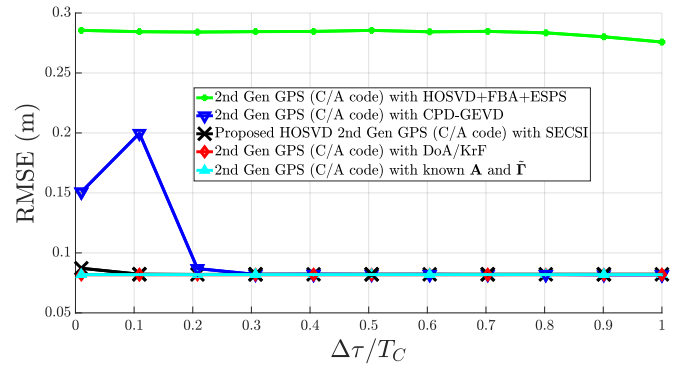


Fig. 2: Simulação segunda geração com  $L_d = 3$ ,  $N = 245520$ ,  $K = 30$ ,  $M = 8$  antenas

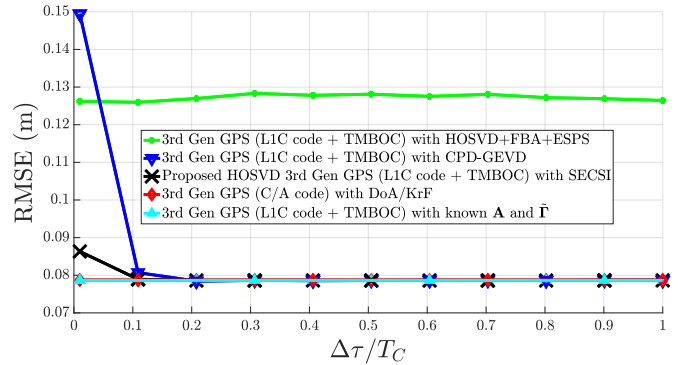


Fig. 3: Simulação terceira geração com  $L_d = 3$ ,  $N = 245520$ ,  $K = 30$ ,  $M = 8$  antenas

Observe na Figura 3 note que para  $L_d = 3$  a técnica SECSI apresenta um pico quando os sinais estão fortemente correlacionados, porém SECSI, novamente, mostra-se mais tolerante e consegue estimar o atraso com sucesso. Ainda é possível notar que o método CPD-GEVD obtém um melhor resultado quando combinado com o GPS de terceira geração. O melhor resultado obtido pelo GPS de terceira geração é atribuído ao uso da modulação TMBOC, uma vez que esta modulação permite melhor performance em cenário com multipercursos e aplica uma melhor separação espacial aos sinais.

### C. Arranjo de Antenas com Erro

Apresentamos o resultado das simulações utilizando os métodos de estimação de atraso do estado-da-arte para GPS de segunda e terceira geração e o método proposto HOSVD SECSI e HOOI SECSI. Supõe-se um arranjo de antenas com erros de posicionamento que recebem  $L_d = 2$  e  $L_d = 3$  sinais com um atraso relativo fixado em  $\Delta\tau = 0.5T_c$ .

Na Figura 4 pode-se notar que a adição do componente NLOS tem um baixo impacto na estimação do atraso uma vez que o HOSVD+FBA+ESPS tem um aumento de 0.1 m e o DoA/KRF mantém quase que o mesmo erro. Mais uma vez, o método CPD-GEVD, o método HOSVD SECSI proposto e o HOOI SECSI tem performance similar ao caso ideal.

### D. Sinais Recebidos com DoA Variável

Nesta seção apresentamos o resultado de simulações para os métodos do estado-da-arte e para o método HOSVD SECSI proposto para ambos GPS de segunda e terceira geração. Temos um atraso relativo fixado em  $\Delta\tau = 0.5T_c$ . Supõe-se que utilizamos ângulos randômicos que variam entre  $-0.25$  rad e

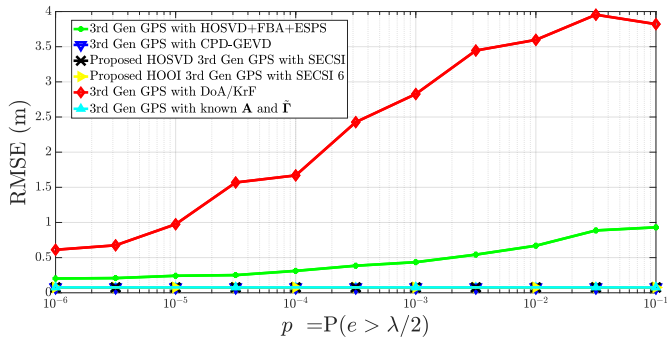


Fig. 4: Simulação terceira geração com  $L_d = 3$ ,  $N = 245520$ ,  $K = 30$ ,  $M = 8$  antenas

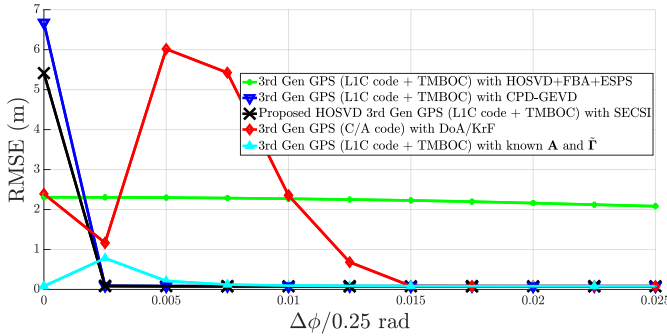


Fig. 5: Simulação terceira geração com  $L_d = 3$ ,  $N = 245520$ ,  $K = 30$ ,  $M = 8$  antenas

0.25 rad para o componente LOS. Assim, cada simulação irá variar o ângulo de chegada de cada NLOS baseado no ângulo de chegada do componente LOS.

Na Figura 5 nota-se que os métodos do estado-da-arte HOSVD+FBA+ESPS e o DoA/KRF são sensíveis à diferença de ângulo de chegada quando  $L_d = 3$ . Mais uma vez pode-se notar que o método estado-da-arte CPD-GEVD e o método proposto HOSVD SECSI apresentam um maior erro do que o DoA/KRF quando  $\Delta\phi = 0 \times 0.25$  rad. Adicionalmente, é possível notar que o GPS de terceira geração apresentam um menor erro quando comparados com o GPS de segunda geração.

## VI. CONCLUSÃO

As simulações mostraram que a técnica SECSI superou a CPD-GEVD quando os componentes LOS e NLOS estão fortemente correlatados. Além disso, a técnica SECSI combinada com HOSVD apresentou uma leve melhora em relação à técnica SECSI combinada com HOOI quando os sinais LOS e NLOS estavam fortemente correlatados. Adicionalmente, foram realizadas simulações considerando um arranjo com imperfeições no posicionamento. Notou-se que as técnicas HOOI e HOSVD SECSI mostraram-se robustas e apresentaram performance similar ao cenário em que se utiliza um arranjo com posicionamento perfeito. Finalmente, ao avaliar a diferença mínima de DoA que permite que as técnicas de estado-da-arte e as técnicas propostas consigam realizar a estimação de atraso do sinal LOS, mostramos que, ao compararmos os métodos apresentados, as técnicas CPD-GEVD e HOSVD SECSI apresentam as melhores estimativas quando os sinais LOS e NLOS atingem o arranjo de antenas em ângulos próximos.

## AGRADECIMENTOS

Os autores gostariam de agradecer o suporte das Agências de Pesquisa e Inovação FAPDF (Fundação de Apoio a Pesquisa do Distrito Federal), Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) sob a bolsa de produtividade número 303343/2017-6, e o Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

## REFERÊNCIAS

- [1] F. Macchi, "Development and testing of an L1 combined GPS-Galileo software receiver," Ph.D. dissertation, University of Calgary, 2010.
- [2] L. D. Lathauwer, B. D. Moor, and J. Vandewalle, "A multilinear singular value decomposition," *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications*, vol. 21, no. 4, pp. 1253–1278, 2000.
- [3] B. Hammoud, F. Antreich, J. A. Nossek, J. A. Nossek, J. P. C. L. da Costa, and A. L. F. d. Almeida, "Tensor-based approach for time-delay estimation," in *WSA 2016; 20th International ITG Workshop on Smart Antennas*, March 2016, pp. 1–7.
- [4] D. V. de Lima, J. P. C. L. da Costa, F. Antreich, and G. Del Galdo, "High resolution time-delay estimation via direction of arrival estimation and Khatri-Rao factorization for multipath mitigation," in *Workshop on Smart Antennas (WSA)*, Berlin, 2017.
- [5] K. Borre, D. M. Akos, N. Bertelsen, P. Rinder, and S. H. Jensen, *A Software-Defined GPS and Galileo Receiver: A Single-Frequency Approach*, ser. Applied and Numerical Harmonic Analysis. Birkhäuser Boston, 2007.
- [6] R. A. Harshman, "Foundations of the PARAFAC procedure: models and conditions for an "explanatory" multimodal factor analysis," 1970.
- [7] J. Selva Vera, "Efficient multipath mitigation in navigation systems," Ph.D. dissertation, Universitat Politècnica de Catalunya, 2003.
- [8] F. Roemer and M. Haardt, "A closed-form solution for parallel factor (PARAFAC) analysis," in *2008 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, March 2008, pp. 2365–2368.
- [9] —, "A closed-form solution for multilinear PARAFAC decompositions," in *2008 5th IEEE Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop*, July 2008, pp. 487–491.
- [10] —, "A semi-algebraic framework for approximate cp decompositions via simultaneous matrix diagonalizations (SECSI)," *Signal Processing*, vol. 93, no. 9, pp. 2722 – 2738, 2013.
- [11] K. Naskovska and M. Haardt, "Extension of the semi-algebraic framework for approximate CP decompositions via simultaneous matrix diagonalization to the efficient calculation of coupled CP decompositions," in *2016 50th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*. IEEE, nov 2016.
- [12] T. Fu and X. Gao, "Simultaneous diagonalization with similarity transformation for non-defective matrices," in *2006 IEEE International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing Proceedings*, vol. 4, May 2006, pp. IV–IV.
- [13] J.-F. Cardoso and A. Souloumiac, "Jacobi angles for simultaneous diagonalization," *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications*, vol. 17, no. 1, pp. 161–164, 1996.
- [14] F. Roemer and M. Haardt, "Tensor-based channel estimation (TENICE) for two-way relaying with multiple antennas and spatial reuse," in *2009 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, April 2009, pp. 3641–3644.
- [15] J. P. C. L. da Costa, D. Schulz, F. Roemer, M. Haardt, and J. A. Apolinário, "Robust R-D parameter estimation via closed-form PARAFAC in kronecker colored environments," in *2010 7th International Symposium on Wireless Communication Systems*, Sept 2010, pp. 115–119.
- [16] M. R. Zanatta, R. K. Miranda, J. P. C. L. da Costa, F. Antreich, and D. V. de Lima, "Antenna array based receivers for third generation global positioning system," in *Workshop on Communication Networks and Power Systems*, November 2017.
- [17] D. V. de Lima, J. P. C. L. da Costa, J. P. A. Maranhão, and R. T. de Souza Jr, "Time-delay estimation via procrustes estimation and Khatri-Rao factorization for GNSS multipath mitigation," in *11th IEEE International Conference on Signal Processing and Communication Systems (ICSPCS)*, Gold Coast, 2017.
- [18] D. V. de Lima, J. P. da Costa, F. Antreich, R. K. Miranda, and G. Del Galdo, "Time-Delay estimation via CPD-GEVD applied to tensor-based GNSS arrays with errors," in *2017 IEEE 7th International Workshop on Computational Advances in Multi-Sensor Adaptive Processing (CAMSAP) (IEEE CAMSAP 2017)*, Curaçao, Netherlands Antilles, Dec. 2017.
- [19] S. U. Pillai and B. H. Kwon, "Forward/backward spatial smoothing techniques for coherent signal identification," *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, vol. 37, no. 1, pp. 8–15, 1989.

- [20] P. R. Gomes, A. L. de Almeida, J. P. C. da Costa, J. Mota, D. V. de Lima, and G. Del Galdo, "Tensor-based methods for blind spatial signature estimation in multidimensional sensor arrays," *International Journal of Antennas and Propagation*, vol. 2017, 2017.
- [21] L. D. Lathauwer, B. D. Moor, and J. Vandewalle, "On the best Rank-1 and Rank- $(R_1, R_2, \dots, R_N)$  approximation of higher-order tensors," *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications*, vol. 21, no. 4, pp. 1324–1342, 2000.