



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ**  
**CENTRO DE TECNOLOGIA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ESTRUTURAL E CONSTRUÇÃO CIVIL**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL: ESTRUTURAS E**  
**CONSTRUÇÃO CIVIL**

**MARINA CHAGAS DE MENEZES**

**RESISTÊNCIA AO CISALHAMENTO DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO:**  
**EFEITOS DAS ARMADURAS DE CISALHAMENTO E LATERAL**

**FORTALEZA**

**2021**

MARINA CHAGAS DE MENEZES

**RESISTÊNCIA AO CISALHAMENTO DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO:  
EFEITOS DAS ARMADURAS DE CISALHAMENTO E LATERAL**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil: Estruturas e Construção Civil da Universidade Federal do Ceará, como requisito à obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil. Área de concentração: Estruturas.

Orientador: Prof. Dr. Antônio Macário Cartaxo de Melo.

Coorientador: Prof. Dr. Evandro Parente Junior

FORTALEZA

2021

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação  
Universidade Federal do Ceará  
Biblioteca Universitária  
Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

---

M512r Menezes, Marina Chagas de.  
RESISTÊNCIA AO CISALHAMENTO DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO: EFEITOS DAS  
ARMADURAS DE CISALHAMENTO E LATERAL / Marina Chagas de Menezes. – 2021.  
106 f. : il. color.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil: Estruturas e Construção Civil, Fortaleza, 2021.

Orientação: Prof. Dr. Antônio Macário Cartaxo de Melo.

Coorientação: Prof. Dr. Evandro Parente Junior.

1. Armaduras de cisalhamento. 2. Telas. 3. Teoria do cisalhamento-atrito. 4. Teoria do campo de compressão modificado. 5. Elementos finitos. I. Título.

CDD 624.1

---

MARINA CHAGAS DE MENEZES

**RESISTÊNCIA AO CISALHAMENTO DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO:  
EFEITOS DAS ARMADURAS DE CISALHAMENTO E LATERAL**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil: Estruturas e Construção Civil da Universidade Federal do Ceará, como requisito à obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil. Área de concentração: Estruturas.

Aprovada em: 23/04/2021.

BANCA EXAMINADORA

---

Prof. Dr. Antônio Macário Cartaxo de Melo (Orientador)  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Prof. Dr. Evandro Parente Junior (Coorientador)  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Prof. Dr. Marcelo Silva Medeiros Júnior  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Prof. Dr. Ricardo José Carvalho Silva  
Universidade Estadual Vale do Acaraú (UVA)

Aos meus pais, Jeocelis e Robson, pela  
educação e pelo apoio que sempre me  
proporcionaram.

## AGRADECIMENTOS

Ao Deus que nos dá o dom da vida, a determinação para persistir e a resiliência para lidar com as dificuldades encontradas no caminho.

Aos meus pais, Jeocelis e Robson, pela educação, pelo suporte, pela dedicação e pelo incentivo dados durante a minha vida, independente do caminho que escolhi percorrer.

À minha irmã, Maria Clara, por quem tenho grande respeito e é uma inspiração de dedicação ao trabalho e à pesquisa acadêmica.

À minha família, por ser origem de profissionais fora de série nas áreas em que atuam e, por isso, ser minha fonte de inspiração.

Ao meu grande companheiro de vida, Felipe, pela paciência e compreensão quando precisei estar mais ausente.

Ao professor Dr. Antônio Macário, pela orientação dada durante todo o trabalho desenvolvido, pela total disponibilidade de orientar independente de dia e horário, pelos conhecimentos passados e pelo suporte oferecido durante o curto período de docência na UFC.

Ao professor Dr. Evandro Parente e ao professor Dr. Marcelo Medeiros, pelo suporte dado sempre que foi necessário para o trabalho e pelo exemplo de profissionalismo no meio acadêmico.

Às amigas construídas e fortalecidas durante o mestrado, em especial à Juliana Cunha, que sempre tornaram a rotina no LMCV mais leve.

À UFC, ao DEECC e ao LMCV pela disponibilização de estrutura mais que suficiente para a execução do trabalho, seja de forma presencial ou de forma remota.

À Plasterit e à Funcap, pelo apoio financeiro por meio do projeto "Otimização do Sistema de Laje Chocolate (Sistema Construtivo Inteligente de Lajes Nervuradas Protendidas para Edifícios)", objeto do Edital 05/2016 Inovafit Fase 2, com o LMCV.

“Descobri que, quanto mais eu trabalho, mais sorte eu pareço ter.”

*Thomas Jefferson*

## RESUMO

Com a busca por eficiência e economia nas estruturas de edificações, diversos componentes das edificações vêm sendo industrializados, produzindo uma redução significativa nos custos de mão de obra. Destaca-se o crescente uso de telas soldadas ou amarradas na Construção Civil, que, nas vigas, além dos fios verticais, apresentam os fios horizontais os quais, como armadura de pele, podem agregar resistência à peça. O uso eficiente de telas requer a busca de soluções que apresentem praticidade na montagem no canteiro de obra. O comportamento de vigas de concreto armado ao cisalhamento tem sido analisado, dentre outras, pelas teorias do cisalhamento-atrito (*Shear-Friction Theory* – SFT) e do campo de compressão modificado (*Modified Compression Field Theory* – MCFT). A SFT considera a transferência de cisalhamento entre existentes ou potenciais planos de fissuração e a MCFT é um modelo de fissuração distribuída que considera o concreto fissurado como um novo material. Neste trabalho, a SFT é revisitada no que concerne à consideração da armadura da tela na resistência ao esforço cortante. Uma formulação baseada na SFT e um conjunto de ensaios da literatura são usados como referência para se estudar a influência de detalhes de estribos e taxas de armaduras. Além disso, propõe-se uma outra abordagem analítica para avaliação da resistência ao cisalhamento baseada na SFT original proposta por Loov para lidar com armaduras laterais com angulação qualquer, que é confrontada com resultados de ensaios experimentais. Para verificação do modelo proposto, bem como para análise de detalhes variados das telas, simulações numéricas são realizadas com o DIANA, um *software* de análise por elementos finitos dedicado à análise de problema complexos de Engenharia Civil e, em particular, de estruturas de concreto armado, com um modelo baseado na MCFT. Efeitos na resistência ao esforço cortante são avaliados, obtendo-se, com a MCFT, resultados mais compatíveis com a referência experimental, e que corroboram a eficiência do modelo proposto com a SFT. A ordem de grandeza das deformações e dos deslocamentos obtidos pouco varia quando alterado o detalhamento da tela. No que tange às cargas últimas, o modelo não captou variações relevantes com a mudança do detalhamento.

**Palavras-chave:** Armaduras de cisalhamento. Telas. Teoria do cisalhamento-atrito. Teoria do campo de compressão modificado. Elementos finitos.

## ABSTRACT

Since search for efficiency and economy in building structures is increasing, several building components have been industrialized, leading to a significant reduction in costs. The increasing use of welded or tied wire meshes in civil construction, which in beams, in addition to the vertical wires, they have the horizontal wires. This reinforcement can add extra strength to the specimen. Efficient use of meshes requires finding practical solutions to assemble it on site. The behavior of reinforced concrete beams in shear has been analyzed, among other theories, by Shear-Friction Theory (SFT) and Modified Compression Field Theory (MCFT). SFT considers the shear transfer between existing or potential crack planes and MCFT is a smeared cracking model which considers cracked concrete as a new material. In this research, SFT is revisited regarding wire mesh reinforcement as a way to contribute to shear strength. A formulation based on the SFT and a set of tests in literature are used as reference to study the influence of stirrups details and reinforcement rates. In addition, another analytical approach is proposed to assess the shear strength based on Loov's original SFT to deal with lateral reinforcement with any angle, which is confronted with results from experimental tests. To verify the proposed model, as well as to analyze different details of the wire meshes, numerical simulations are performed with DIANA, a finite element analysis software dedicated to the analysis of complex Civil Engineering problems and, in particular, of reinforced concrete structures, with a model based on the MCFT. Effects in shear strength are evaluated, obtaining, with MCFT, results more compatible with the experimental reference, which corroborate the efficiency of the proposed model with the SFT. The order of magnitude of strains and displacements obtained has low changes when detail of the wire mesh is modified. Regarding the ultimate loads, the model did not capture relevant variations by changing the reinforcement detail.

**Keywords:** Shear reinforcement. Wire meshes. Shear Friction Teory. Modified Compression Field Theory. Finite elements.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Seções das vigas do programa experimental realizado por Silva (2003).....	13
Figura 2 – Representação do ensaio: pórtico de apoio montado para o ensaio nas vigas .....	14
Figura 3 – Ensaio de flexão de 4 pontos.....	14
Figura 4 – Diagrama de esforço cortante para o ensaio de flexão de 4 pontos .....	15
Figura 5 – Ancoragens de estribo e elementos resistentes ao cisalhamento .....	17
Figura 6 – Possíveis layouts de estribos .....	18
Figura 7 – Traspasse de telas soldadas .....	18
Figura 8 – Detalhamento de ancoragem reta de estribos com barras soldadas .....	19
Figura 9 – Modelo de deslizamento do cisalhamento atrito .....	21
Figura 10 – Representação do ensaio <i>push-off</i> .....	23
Figura 11 – Diagrama de corpo livre (DCL) de viga na teoria do cisalhamento-atrito.....	23
Figura 12 – DCL na teoria do cisalhamento-atrito - proposta de Silva e Giongo (2006) .....	25
Figura 13 – Equações da MCFT .....	28
Figura 14 – Comparação de tensões médias no concreto com tensões locais na fissura .....	29
Figura 15 – Modelo de tensão-deformação para concreto confinado e não confinado .....	31
Figura 16 – Diagrama tensão deformação de acordo com CEB-FIP 1990 (fora de escala).....	33
Figura 17 – Esforços na seção fissurada com a armadura lateral .....	34
Figura 18 – Efeito da variação do ângulo da armadura lateral no esforço cortante $V$ pela teoria do cisalhamento-atrito .....	39
Figura 19 – Cortante para armadura lateral constante e armadura transversal variável.....	41
Figura 20 – Cortante para armadura transversal constante e armadura lateral variável.....	41
Figura 21 – Cortante para ancoragem da tela soldada variável.....	42
Figura 22 – Elemento CHX60 do Diana .....	45
Figura 23 – Elemento finito da armadura no interior do elemento sólido.....	46
Figura 24 – Análise de simetria em condições de apoio .....	48
Figura 25 – Demonstração genérica das condições de apoio assimétricas com nós impedidos apenas no movimento de translação .....	48
Figura 26 – Condições de apoio para: a) Caso 1, b) Caso 2, c) Caso 3.....	49
Figura 27 – Comparativo de condições de apoio da VS3.....	50
Figura 28 – Seções transversais das vigas utilizadas no estudo numérico .....	51
Figura 29 – Malha da viga VS para o elemento de 20 cm (Malha 1).....	52
Figura 30 – Malha da viga VS para o elemento de 10 cm (Malha 2).....	53

Figura 31 – Malha da viga VS para o elemento de 5 cm (Malha 3).....	53
Figura 32 – Vigas VQ7-1, VQ8-1, VQ9-1 e VQ10-1 adaptadas de Silva (2003).....	54
Figura 33 – Malha da viga VQ considerando elemento de 20 cm .....	56
Figura 34 – Malha da viga VQ considerando elemento de 10 cm .....	56
Figura 35 – Malha da viga VQ considerando elemento de 5 cm .....	56
Figura 36 – Curvas carga-deslocamento para VS0 .....	58
Figura 37 – Curvas carga-deslocamento para VS1 .....	59
Figura 38 – Curvas carga-deslocamento para VS3 .....	59
Figura 39 – Comparativo de resultados de curvas carga-deslocamento.....	60
Figura 40 – Evolução do $V_{m\acute{a}x}$ (cortante máximo) com a mudança do detalhamento das vigas .....	61
Figura 41 – Padrão de fissuração VS1 e VS1-1 para um terço da carga.....	62
Figura 42 – Padrão de fissuração VS1-1 e VS1 para metade da carga .....	62
Figura 43 – Padrão de fissuração VS1-1 e VS1 para dois terços da carga.....	62
Figura 44 – Padrão de fissuração VS1-1 e VS1 para carga completa.....	63
Figura 45 – Comparativo VS1-1 e VS1 na carga última da VS1-1 (355 kN).....	63
Figura 46 – Padrão de fissuração VS3-1 e VS3 para um terço da carga.....	63
Figura 47 – Padrão de fissuração VS3-1 e VS3 para metade da carga .....	64
Figura 48 – Padrão de fissuração VS3-1 e VS3 para dois terços da carga.....	64
Figura 49 – Padrão de fissuração VS3-1 e VS3 para carga completa.....	64
Figura 50 – Comparativo VS3-1 e VS3 na carga última da VS3-1 (344,43 kN).....	65
Figura 51 – Deformação perpendicular à fissura com a carga aplicada para VS1 e VS1-1.....	66
Figura 52 – Deformação perpendicular à fissura com a carga aplicada para VS3 e VS3-1.....	66
Figura 53 – Curvas carga-deslocamento das vigas VQ7-1, VQ8-1, VQ9-1 e VQ10-1 .....	67
Figura 54 – Teste de tipo de barra na ancoragem para VQ8-1 (valores em kN).....	68
Figura 55 – Curvas carga-deslocamento para a mudança de posição das barras .....	69
Figura 56 – Padrão de fissuração VQ7-1 (Carga completa – 216,8 kN).....	70
Figura 57 – Padrão de fissuração VQ8-1 (Carga completa – 201,6 kN).....	70
Figura 58 – Padrão de fissuração VQ9-1 (Carga completa – 214,4 kN).....	71
Figura 59 – Padrão de fissuração VQ10-1 (Carga completa – 209,6 kN).....	71
Figura 60 – Comparativo VQ7-1 e VQ8-1 para carga última da VQ8-1 (201,6 kN).....	72
Figura 61 – Curva carga-deslocamento da viga de seção retangular .....	73
Figura 62 – Viga de seção retangular com o estribo aberto (VQ9-1-SR-EA).....	73
Figura 63 – Viga de seção retangular com o estribo fechado (VQ9-1-SR-EF).....	74

Figura 64 – Curva carga-deslocamento da viga com seção T .....	74
Figura 65 – Viga T com o estribo aberto (VQ9-1) .....	75
Figura 66 – Viga T com estribo fechado (VQ9-1-EF) .....	75
Figura 67 – Área de trabalho do Diana.....	84
Figura 68 – Menu de ferramentas e ações ( <i>Actions</i> ) .....	85
Figura 69 – Área onde são discriminadas todas as formas do modelo ( <i>Geometry</i> ) .....	86
Figura 70 – Área onde são discriminadas todas as formas do modelo ( <i>Materials</i> ).....	87
Figura 71 – Modelos constitutivos disponíveis para cada material .....	87
Figura 72 – Área onde são discriminadas as geometrias dos elementos ( <i>Element geometries</i> ) .....	88
Figura 73 – Definição do tipo de geometria .....	88
Figura 74 – Área onde são discriminadas as condições de apoio ( <i>Supports</i> ).....	89
Figura 75 – Descrição das condições de apoio .....	90
Figura 76 – Área onde são discriminados os carregamentos ( <i>Loads</i> ) .....	91
Figura 77 – Descrição do carregamento aplicado .....	91
Figura 78 – Representação do carregamento e das condições de apoio, nos elementos estruturais .....	92
Figura 79 – Área onde são discriminados os tipos de conexões ( <i>Connections</i> ).....	92
Figura 80 – Menu de definição de características da malha .....	93
Figura 81 – Área onde são discriminadas todas as formas que tiveram algum tipo de malha atribuída ( <i>Mesh</i> ).....	94
Figura 82 – Peça estrutural com a respectiva malha distribuída .....	94
Figura 83 – Menu de análise para definições das características de cálculo .....	95
Figura 84 – Modos de análise.....	95
Figura 85 – Definição de análise linear e não linear .....	96
Figura 86 – Definição de estágios de carregamento .....	96
Figura 87 – Definição do método de análise numérica .....	97
Figura 88 – Definição do método de cálculo de matrizes .....	97
Figura 89 – Definição dos dados de saída a serem retornados com a análise .....	98
Figura 90 – Menu de resultados .....	99
Figura 91 – Exemplo de resultados obtidos no Diana .....	99
Figura 92 – VQ3 (15 x 40) .....	100
Figura 93 – VQ4 (15 x 40) .....	100
Figura 94 – VQ5 (15 x 40) .....	101

Figura 95 – VQ6 (15 x 40) .....	101
Figura 96 – VQ7 (15 x 40) .....	102
Figura 97 – VQ8 (15 x 40) .....	102
Figura 98 – VQ9 (15 x 40) .....	103
Figura 99 – VQ10 (15 x 40) .....	103
Figura 100 – VS0 (20 x 70) .....	104
Figura 101 – VS1 (20 x 70) .....	104
Figura 102 – VS3 (20 x 70) .....	105
Figura 103 – VS4 (20 x 70) .....	105
Figura 104 – VS5 (20 x 70) .....	106
Figura 105 – VS6 (20 x 70) .....	106

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Vigas e parâmetros analisados por Silva e Giongo (2006).....	13
Tabela 2 – Características reais do concreto e carga última das vigas de Silva (2003) .....	15
Tabela 3 – Telas utilizadas por Silva (2003) com especificações da GERDAU.....	16
Tabela 4 – Características das bitolas utilizadas por Silva (2003) .....	16
Tabela 5 – Valores ótimos do ângulo $\alpha$ .....	37
Tabela 6 – Comparação da resistência ao cisalhamento: experimental x soluções analíticas ..	38
Tabela 7 – Vigas utilizadas no estudo numérico de vigas altas.....	51
Tabela 8 – Diferença de deslocamentos com a redução da malha (VS).....	53
Tabela 9 – Vigas utilizadas no estudo numérico de vigas baixas.....	55
Tabela 10 – Diferença de deslocamentos com a redução da malha (VQ).....	57
Tabela 11 – Comparativo de carga última para as vigas VS de Silva (2003) .....	58
Tabela 12 – Comparativo de resultados da carga V da VS3 (valores em kN) .....	60
Tabela 13 – Carga última obtida na análise numérica (valores em kN).....	60
Tabela 14 – Deformação perpendicular à fissura mais acentuada na carga última .....	65
Tabela 15 – Cargas últimas das vigas do tipo VQ no Diana .....	67

## SUMÁRIO

1	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	6
1.1	<b>Generalidades</b> .....	6
1.2	<b>Objetivos</b> .....	8
1.3	<b>Justificativa</b> .....	9
1.4	<b>Estrutura da dissertação</b> .....	10
2	<b>ARMADURAS DE CISALHAMENTO EM VIGAS: TELAS E ESTRIBOS ABERTOS</b> .....	12
2.1	<b>Normatização do detalhamento de vigas em cisalhamento</b> .....	16
2.1.1	<i>CEB-FIP Model Code 90</i> .....	16
2.1.2	<i>NBR 6118:2014</i> .....	18
3	<b>CISALHAMENTO E EFEITOS NO CONCRETO</b> .....	20
3.1	<b>Teoria de cisalhamento em vigas</b> .....	20
3.1.1	<i>Teoria do cisalhamento-atrito (SFT)</i> .....	21
3.1.2	<i>Teoria do campo de compressão modificado (MCFT)</i> .....	26
3.2	<b>Confinamento do concreto</b> .....	30
3.2.1	<i>Considerações de normas sobre a SFT e a MCFT</i> .....	32
4	<b>MODELO ANALÍTICO PROPOSTO</b> .....	34
4.1	<b>Modelo analítico para inclusão da armadura lateral com inclinação qualquer na SFT</b> .....	34
4.2	<b>Aplicação do modelo proposto para armadura lateral com diferentes inclinações</b> .....	36
4.3	<b>Testes e análises com modelo teórico proposto</b> .....	37
5	<b>ANÁLISES NUMÉRICAS</b> .....	43
5.1	<b>Estudos numéricos sobre o cisalhamento de vigas</b> .....	43
5.2	<b>Descrição das vigas analisadas</b> .....	44
5.3	<b>Estudos numéricos no Diana</b> .....	44
5.3.1	<i>Tipos de elementos finitos</i> .....	45
5.3.2	<i>Características do concreto e das armaduras</i> .....	46
5.3.3	<i>Métodos de solução não linear</i> .....	47
5.3.4	<i>Condições de apoio e carregamento</i> .....	47
5.3.5	<i>Modelo numérico de vigas altas</i> .....	50
5.3.5.1	<i>Análise de convergência</i> .....	52

5.3.6	<i>Modelo numérico de vigas baixas</i> .....	54
5.3.6.1	<i>Análise de convergência</i> .....	55
6	<b>RESULTADOS DAS ANÁLISES NUMÉRICAS</b> .....	58
6.1	<b>Resultados obtidos com vigas altas</b> .....	58
6.2	<b>Resultados obtidos com vigas baixas</b> .....	66
6.2.1	<i>Análises de ancoragem</i> .....	67
6.2.2	<i>Comparativo entre estribos abertos e fechados</i> .....	72
6.2.2.1	<i>Viga de seção retangular simplesmente apoiada</i> .....	72
6.2.2.2	<i>Viga simplesmente apoiada com seção T</i> .....	74
7	<b>CONCLUSÕES</b> .....	77
	<b>REFERÊNCIAS</b> .....	80
	<b>APÊNDICE A – DETALHAMENTO DA USABILIDADE DO SOFTWARE</b>	
	<b>DIANA</b> .....	84
	<b>ANEXO A – DETALHAMENTO DAS VIGAS DO ENSAIO DE SILVA</b>	
	<b>(2003)</b> .....	100

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Generalidades

A construção civil brasileira enfrenta desafios relativos a custos, sustentabilidade e avanços tecnológicos. Devido à crescente competitividade no setor, a busca por redução de custos com materiais e mão de obra tem sido uma exigência das construtoras, bem como a busca pela diminuição do uso de materiais poluentes e por tecnologias construtivas mais avançadas. Um aumento de produtividade promissor, segundo Chen *et al.* (2018), pode ser obtido a partir de equipes multifuncionais e técnicas de automação *in loco*, as quais podem ser relacionadas à implementação de robótica no canteiro de obras.

Soluções e estratégias mais acessíveis e quase tão práticas e econômicas quanto a automatização já têm sido estudadas por empresas e pesquisadores para uso em estruturas de concreto armado, uma vez que a concepção estrutural com concreto é historicamente conhecida como dispendiosa, tanto de material quanto de força de trabalho. Diversas soluções estruturais têm sido propostas com esse intuito, como sistema de lajes planas, paredes de concreto, e protensão.

No exemplo particular da protensão, em sua aplicação a vigas e lajes de pavimentos, tem-se a o objetivo de aumentar a capacidade de carga do concreto ao reduzir os níveis de tensão. Cabos de protensão são instalados na peça para serem tracionados previamente ou posteriormente à concretagem e aplicarem um esforço de reação adicional na peça, diminuindo deformações e fissuras. Nesse sentido, torna-se possível utilizar peças que vençam vãos maiores, sendo estas mais esbeltas e, conseqüentemente, mais econômicas, reduzindo custos gerais com materiais de construção e mão de obra.

Entretanto, a praticidade na execução trazida para a obra por técnicas como a protensão pode ser dificultada quando os outros elementos da estrutura não estiverem compatíveis com a tecnologia utilizada. A depender da peça, as armaduras existentes para outros fins (estribos, armaduras passivas longitudinais, etc.) podem, por questões construtivas, reduzir a eficiência econômica do uso da protensão em estruturas de concreto armado. Em vigas, por exemplo, a utilização de armaduras convencionais pode dificultar o trabalho de montagem dos cabos de protensão.

Diversos autores têm estudado maneiras de armar vigas em concreto armado que consigam atender a requisitos de praticidade e economia exigidos pelo mercado. Silva (2003) propôs um estudo teórico e experimental de vigas armadas com telas soldadas e amarradas,

avaliando seu comportamento e a capacidade de resistência ao cisalhamento. O uso de telas em vigas é uma alternativa bastante prática de reduzir desperdício de material e gastos com mão de obra pelo fato de a armadura ser industrializada e chegar ao canteiro sem a necessidade de execução de amarrações e cortes das barras de aço.

Vale ressaltar que, em vigas, deve-se garantir que a resistência ao cisalhamento seja atendida tanto quanto a resistência à flexão, pois a falha por cisalhamento, em geral, ocorre de forma repentina e frágil. A resistência ao cisalhamento em peças de concreto armado pode variar bastante com as dimensões das peças, com o carregamento e com as propriedades do concreto e da armadura. Devido a isso, não existe uma única maneira para projetar vigas ao cisalhamento (WIGHT; RICHART JR; MACGREGOR, 2012). Visto que a abordagem existente com relação ao cisalhamento em vigas é bem menos frequente quando comparada com estudos voltados para flexão, diversos autores, nos últimos anos, vêm estudando exaustivamente o comportamento de peças de concreto armado em situações predominantemente de cisalhamento.

Na avaliação da resistência ao cisalhamento entre interfaces de diferentes materiais e entre concretos moldados em diferentes idades, ou em existentes ou potenciais planos de fissuração ao longo do qual pode ocorrer deslizamento, a teoria do cisalhamento atrito é sugerida em normas como CEB FIP:1990, ACI-318-14:2014 e o CSA A23.3-04:2007. Loov (1998) questionou se a teoria do cisalhamento-atrito (*Shear Friction Theory* – SFT) poderia ser usada para prever a resistência ao cisalhamento em vigas e apresentou em detalhes os conceitos rudimentares propostos por Loov (1997, *apud* Loov, 1998) e comparou os resultados com o método simplificado da norma canadense CSA A23.3-94:1994.

Ao longo de um projeto de pesquisa envolvendo o LMCV e a Empresa Plasterit, financiado pela Funcap (Inovafit Fase 2 – Edital 05/2016), a Empresa demonstrou interesse pelos estudos experimentais realizados por Silva (2003) sobre a resistência ao cisalhamento em vigas de concreto armado e, em particular, o uso de telas soldadas ou amarradas, as quais a Empresa Plasterit é capaz de produzir com máquinas específicas, e a influência de detalhes de estribos e taxas de armaduras. Silva (2003) e Silva e Giongo (2006) apresentaram uma proposta para avaliação da resistência ao esforço cortante considerando o efeito da armadura lateral horizontal. Construída a partir da formulação de cisalhamento atrito de Loov (1998), a proposta foi aplicada nos estudos de Silva (2003).

Vecchio e Collins (1986) propuseram uma modificação na teoria do campo de compressão (MITCHELL; COLLINS, 1980), incluindo a capacidade das bielas de concreto de suportar tração, surgindo a teoria do campo de compressão modificado (*Modified Compression*

*Field Theory* – MCFT), capaz de representar membranas de concreto armado sob cisalhamento. O concreto fissurado é tratado como um novo material e equilíbrio, compatibilidade e relações tensão-deformação são estabelecidas em termos de tensões médias e deformações médias. Este modelo tem sido estendido para a análise de estruturas 3D de concreto armado por Selby e Vecchio (1993). A formulação teórica deste modelo foi considerada na implementação de um modelo constitutivo baseado na deformação total no *software* de análise de estruturas em concreto armado DIANA.

A aplicação de teorias de cisalhamento alternativas para o problema de vigas de concreto armado com telas pode trazer resultados satisfatórios e mais adequados acerca do comportamento e da resistência desses elementos estruturais em situações de cisalhamento predominante. É neste contexto em que se enquadram os objetivos deste trabalho.

## 1.2 Objetivos

O objetivo geral do trabalho se concentra no estudo do comportamento de vigas de concreto armado e de sua resistência ao cisalhamento ao utilizar soluções estruturais diferenciadas no detalhamento da armadura lateral e vertical de cisalhamento.

A partir disso, apresentam-se os seguintes objetivos específicos:

- a) conhecimento do estado da arte acerca de soluções estruturais para armação ao cisalhamento de vigas em concreto armado;
- b) conhecimento do estado da arte acerca de teorias sobre o comportamento de vigas de concreto armado ao cisalhamento: modelo do cisalhamento-atrito e modelo do campo de compressão modificado;
- c) proposição de adaptações na formulação da SFT, além da inclusão dos efeitos de armaduras laterais com inclinação qualquer;
- d) avaliação da disposição da armadura lateral das telas, buscando a inclinação ótima na região de fissuração, utilizando a SFT;
- e) estudo do efeito de telas dobradas como armadura transversal em vigas na resistência ao cisalhamento, de acordo com a variação de taxas de armaduras e ancoragens;
- f) validação do modelo obtido para a SFT com ensaios experimentais e a própria MCFT;

- g) verificação do efeito de estribos abertos e de mudanças na ancoragem da tela na resistência ao cisalhamento e no padrão de fissuração, utilizando a MCFT no *software* Diana.

### 1.3 Justificativa

Diante de uma crescente demanda de redução de custos e perdas de material, além dos avanços tecnológicos em diversas áreas da engenharia, e a necessidade de a construção civil acompanhar todas essas tendências, faz-se necessário estudar e propor novas soluções construtivas capazes de atender a esses requisitos.

Algumas empresas especializadas na produção de sistemas de forma e cimbramento estão começando a fazer uso, por exemplo, de telas soldadas e/ou de padrões de armadura não convencionais para vigas e lajes, que simplificam a montagem e reduzem custos. Um exemplo é o emprego de estribos abertos com diferentes esquemas de ancoragem em vigas, produzidos a partir de telas soldadas dobradas ou a partir de telas amarradas por máquinas automatizadas e posteriormente também dobradas. Com relação ao lançamento do concreto e à colocação das armaduras e dos cabos de protensão, esta alternativa facilita o processo de produção. Esta questão também se verifica nos apoios, nos encontros de vigas e pilares.

Nesse contexto, surge a proposição do uso de telas dobradas em vigas de concreto armado, funcionando de forma simultânea como armadura de cisalhamento e armadura de pele. A viabilização do uso eficiente de telas dobradas em vigas requer estudos mais detalhados para verificar as contribuições das armaduras da tela para a resistência ao cisalhamento e à fissuração da viga e verificar o efeito dos estribos abertos, assim como das formas de ancoragem destas armaduras, visto que a ancoragem perfeita é importante para assegurar que as armaduras escoarão no estado limite último sem ocorrer escorregamento.

Os estribos devem, de acordo com a norma brasileira, “ser fechados através de um ramo horizontal, envolvendo as barras da armadura longitudinal de tração, e ancorados na face oposta. Quando essa face também puder estar tracionada, o estribo deve ter o ramo horizontal nessa região, ou ser complementado por meio de barra adicional” (NBR 6118:2014). Esforços de torção que eventualmente podem atuar na estrutura são um dos responsáveis para a necessidade de utilização de estribos fechados, ainda segundo a norma. A presença de protensão, que assegura a ausência de tensões de tração no concreto, reforça, no entanto, a discussão sobre o uso do estribo aberto e de novos detalhamentos em vigas.

No trabalho experimental e teórico sobre estribos abertos em vigas de concreto armado de seção transversal T, realizado por Silva (2003) e Silva e Giongo (2006), não se pode averiguar a influência do estribo aberto devido ao uso de estribos na mesa da seção T, havendo, assim, sempre um ramo horizontal de armadura na face superior (oposta). No entanto, outros efeitos de detalhamento como uso de soldas e amarrações são incluídos nos estudos dos autores. Segundo Wight *et al.* (2012), no modelo teórico de cisalhamento-atrito, considerado como não tão apropriado para análise da ruptura por cisalhamento, não se viu boa concordância entre os resultados experimentais e teóricos, mas sim apenas resultados conservadores. Outros métodos são comumente utilizados, tais como o clássico modelo de bielas e tirantes e a teoria do campo de compressão modificado (WIGHT; RICHART JR; MACGREGOR, 2012). Modelos numéricos podem ser usados para simular o comportamento da viga com diferentes tipologias de armaduras transversais no que concerne, principalmente, à ancoragem dos estribos do tipo aberto e a presença ou não de estribos nas regiões de ligação viga-pilar. Um *software* que tem se mostrado adequado para este tipo de análise é o Diana, uma vez que é um software largamente utilizado na engenharia para análises complexas com elementos finitos envolvendo estruturas de concreto armado.

#### **1.4 Estrutura da dissertação**

Este trabalho está dividido em sete capítulos. No presente capítulo, apresentou-se o contexto introdutório dos temas abordados no trabalho, bem como os objetivos e a justificativa da realização desse estudo.

No Capítulo 2, apresenta-se uma revisão bibliográfica acerca do uso de telas e estribos abertos e do detalhamento dessas armaduras, bem como a armadura de pele, nas vigas de concreto armado. Os estudos analíticos e experimentais realizados por Silva (2003) e Silva e Giongo (2006) são detalhados juntamente com alguns critérios do CEB FIP:1990 e da NBR 6118:2014.

No Capítulo 3, traz-se um aprofundado estudo da bibliografia que se refere a algumas teorias de cisalhamento. Nesse trabalho, foca-se no estudo da Teoria do Cisalhamento Atrito (SFT) e da Teoria do Campo de Compressão Modificado (MCFT), discriminando o surgimento das teorias e suas composições analíticas e descrevendo o trabalho realizado por diversos autores, inclusive a implementação dessas teorias em modelos computacionais. Além disso, uma breve revisão sobre o confinamento do concreto e a influência de armaduras no aumento desse confinamento e conseqüente aumento na resistência é apresentada.

No Capítulo 4, apresenta-se a proposição de modificações e revisões na formulação da SFT para a determinação da resistência ao cisalhamento. Além disso, um estudo de disposição das armaduras horizontas de pele ou de telas é realizado para verificação da eficiência.

No Capítulo 5, propõe-se um estudo numérico detalhado com base na MCFT, utilizando o *software* Diana, como forma de verificar o modelo proposto com a SFT e permitir análises mais detalhadas no que concerne à resistência ao cisalhamento e ao entendimento de padrões de fissuração. Neste capítulo, as características do modelo construído são apresentadas.

No Capítulo 6, são avaliados os resultados obtidos com as análises computacionais para diferentes variações de detalhamento das vigas, todas baseadas e adaptadas do programa experimental de Silva (2003). Taxas de armaduras, inclinações e ancoragens são analisadas neste capítulo.

Por fim, no Capítulo 7, apresentam-se as conclusões pertinentes e as sugestões para próximos estudos.

## 2 ARMADURAS DE CISALHAMENTO EM VIGAS: TELAS E ESTRIBOS ABERTOS

Estudos sobre uso de telas, principalmente as soldadas, em vigas já retoma um certo tempo, porém ainda pouco se percebe o seu uso na prática (Silva e Giongo, 2006). Cui *et al.* (2019) afirmam que o uso de telas soldadas em forma de U, criando uma abertura no topo da viga, pode criar problemas devido à ancoragem deficiente da armadura de cisalhamento, que pode reduzir a resistência da viga ao esforço cortante, e devido à perda de confinamento do concreto na zona de compressão, o que pode prejudicar o seu comportamento sob cargas sísmicas. Alguns autores (LEE *et al.*, 1986; XUAN *et al.*, 1988; PINCHEIRA *et al.*, 1989; GRIEZIC *et al.*, 1994; MANSUR *et al.*, 1987 *apud* CUI *et al.*, 2019) sugeriram o uso de fios adicionais no topo da tela soldada para suprir a falta de ancoragem. Como maneira de solucionar a falta de confinamento, Shaaban *et al.* (2018) propõem dobrar a tela soldada no topo da viga e Akhnoukh e Xie (2010) propõem sobrepor outra tela soldada dobrada para garantir o fechamento do topo da viga, o que pode levar a um custo mais alto, mas que poderia ser compensado pela praticidade de montagem das armaduras e maior eficiência no transporte que a tela aberta proporcionaria.

O modelo de cisalhamento-atrito utilizado nos estudos de Silva e Giongo (2006), foi aplicado ao programa experimental de Silva (2003), no qual 12 vigas moldadas em laboratório do tipo VQ e 7 vigas do tipo VS, conforme Figura 1, todas de seção T, foram submetidas ao ensaio de flexão de quatro pontos até a ruína, representado pelo exemplo da Figura 2 (apresentado em sua forma invertida – viga T invertida com apoios aplicados no topo e cargas aplicadas de baixo para cima). O intuito era estudar a influência de telas soldadas, alterando parâmetros e verificando a influência na peça. Foram analisados o tipo de ancoragem dos estribos (ancoragem reta da tela, ancoragem com dobra a 90° para fora, ancoragem com adição de fios de  $\varnothing$  4,2 mm e ancoragem com adição de fios de  $\varnothing$  6,3 mm), a taxa de armadura lateral e a taxa de armadura transversal. As vigas ensaiadas por Silva (2003) e utilizadas para a análise de Silva e Giongo (2006), com os respectivos parâmetros estudados, são mostradas na Tabela 1. As seções transversais dessas vigas são apresentadas na Figura 1.

Uma formulação de cisalhamento-atrito que considera a contribuição da armadura lateral na resistência à força cortante foi proposta por Silva (2003) e Silva e Giongo (2006) e aplicada a um conjunto vigas ensaiadas também por Silva (2003). Na comparação dos resultados, é possível perceber que a média dos valores de resistência ao cisalhamento do modelo teórico de Silva e Giongo (2006) vale aproximadamente 79% do valor experimental

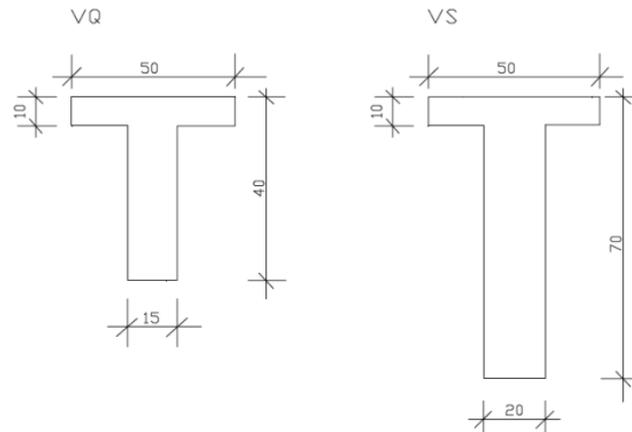
correspondente, apresentando uma variação média de 27%. Nesse contexto, o modelo do cisalhamento-atrito proposto por Silva e Giongo (2006) apresenta resultados conservadores para a resistência ao esforço cortante, cuja variação em relação aos valores experimentais é relativamente elevada quando comparada com a tolerância de engenharia.

Tabela 1 – Vigas e parâmetros analisados por Silva e Giongo (2006)

Viga ensaiada	Parâmetro variável	Parâmetro fixo
VQ3	Armadura transversal ( $\rho_{sw} = 0,185\%$ )	Armadura lateral
VQ4	Armadura transversal ( $\rho_{sw} = 0,141\%$ )	Armadura lateral
VQ5	Armadura transversal ( $\rho_{sw} = 0,106\%$ )	Armadura lateral
VQ6	Armadura transversal ( $\rho_{sw} = 0,071\%$ )	Armadura lateral
VQ7	Ancoragem (anc. fios $\varnothing 4,2$ mm)	Arm. lat. e Arm. trasnv.
VQ8	Ancoragem (anc. fios $\varnothing 6,3$ mm)	Arm. lat. e Arm. trasnv.
VQ9	Ancoragem (anc. reta)	Arm. lat. e Arm. trasnv.
VQ10	Ancoragem (anc. ganhos $90^\circ$ para fora)	Arm. lat. e Arm. trasnv.
VS3	Armadura lateral ( $\rho_{slat} = 1,176\%$ )	Armadura transversal
VS4	Armadura lateral ( $\rho_{slat} = 0,523\%$ )	Armadura transversal
VS5	Armadura lateral ( $\rho_{slat} = 0,294\%$ )	Armadura transversal
VS6	Armadura lateral ( $\rho_{slat} = 0,131\%$ )	Armadura transversal

Fonte: Adaptado de Silva e Giongo (2006)

Figura 1 – Seções das vigas do programa experimental realizado por Silva (2003)



Fonte: Silva (2003)

No estudo experimental de Silva (2003) foram realizados ensaios de flexão de 4 pontos (Figura 3, apresentando o ensaio em sua forma convencional) com 12 vigas denominadas VQ (neste trabalho chamadas de vigas baixas –  $15 \times 40 \times 305$  – cm), com relação  $a/d = 100/36 = 2,78$ , e 7 vigas VS (neste trabalho chamadas de vigas altas –  $20 \times 70 \times 540$  – cm), com relação  $a/d = 170/64 = 2,66$ , com seções apresentadas na Figura 1, onde  $a$  é o comprimento

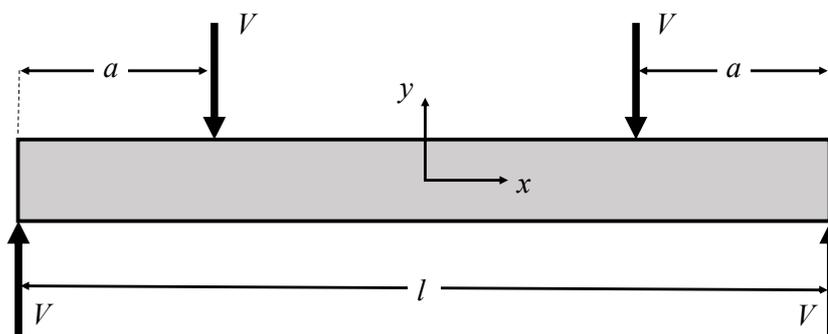
de cisalhamento e  $d$  é a altura útil, distância da face superior da viga ao centro de gravidade das armaduras. Quando aqui referido, o valor da carga  $V$ , aplicada nos pontos de carregamento, corresponde ao esforço cortante máximo (Figura 4, apresentando o ensaio em sua forma convencional). Segundo Wight *et al.* (2012), vigas com relação  $a/d$  entre 2,5 e 6 são esbeltas e possuem um padrão de fissuração formado por fissuras inclinadas que se espalham a ponto de a viga falhar nessa região. Esse é o caso das vigas aqui estudadas.

Figura 2 – Representação do ensaio: pórtico de apoio montado para o ensaio nas vigas



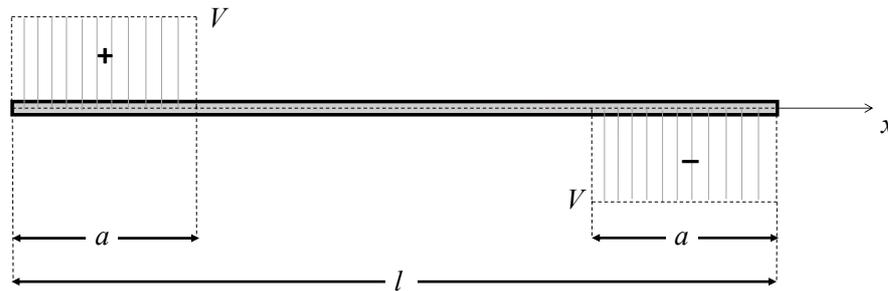
Fonte: Silva (2003)

Figura 3 – Ensaio de flexão de 4 pontos



Fonte: Autora

Figura 4 – Diagrama de esforço cortante para o ensaio de flexão de 4 pontos



Fonte: Autora

As vigas do ensaio possuem:

- Altura útil  $d = 36$  cm (vigas VQ) ou  $d = 65$  cm (vigas VS) e seção T com relação entre a largura da mesa e da nervura  $b_f/b_w$  igual a 3,33 (vigas VQ) ou 2,50 (vigas VS);
- Concreto com resistência característica à compressão ( $f_{ck}$ ) de 20 MPa aos 28 dias de idade.

Ressalta-se que foram realizados ensaios de resistência à compressão do concreto das vigas moldadas para a verificação da resistência à compressão e à tração reais, obtendo-se os valores apresentados na Tabela 2. As características do aço utilizado, tanto para as barras comuns quanto para as armaduras utilizadas em telas, também foram obtidas a partir de ensaios, obtendo-se os valores de tensão de escoamento ( $f_y$ ), de ruptura ( $f_r$ ), deformação no escoamento ( $\epsilon_y$ ) e módulo de elasticidade ( $E_s$ ), apresentados na Tabela 3 e na Tabela 4

Tabela 2 – Características reais do concreto e carga última das vigas de Silva (2003)

Série	Viga	Resistência à compressão - $f_c$ (MPa)	Resistência à tração (MPa)	Carga V última - esforço cortante máximo (kN)
A1	VQ0	36,8	2,45	87,0
	VQ1	36,8	2,45	196,5
	VQ2	36,8	2,45	196,8
	VQ3	36,8	2,45	209,1
B	VQ4	25,4	2,1	185,1
	VQ5	25,4	2,1	173,5
	VQ6	25,8	2,1	145,4
D	VQ7	25,1	2,05	213,5
	VQ8	25,1	2,05	225,4
	VQ9	26,8	2,25	206,7
	VQ10	26,8	2,25	228,5

A2	VS0	17,6	1,6	161,1
	VS1	18,8	1,6	366,3
	VS2	17,6	1,6	358,8
	VS3	18,8	1,6	384,4
C	VS4	24,9	2,1	434,8
	VS5	24,9	2,1	430,3
	VS6	21,0	1,8	413,9

Fonte: Adaptado de Silva (2003)

Tabela 3 – Telas utilizadas por Silva (2003) com especificações da GERDAU

Tela	$f_y$ (MPa)	$\varepsilon_y$ (mm/m)	$f_r$ (MPa)
Q138	744	5,63	796,5
R159	725	5,54	801
M159	669,5	5,27	725,5
L159	735,5	5,59	788,5
Q196	724,5	5,53	815,5
R196	746,5	5,64	829
M196	648,5	5,16	719
L196	680	5,32	752

Fonte: Adaptado de Silva (2003)

Tabela 4 – Características das bitolas utilizadas por Silva (2003)

$\emptyset$ Nominal	$\emptyset$ Efetivo	$f_y$ (MPa)	$\varepsilon_y$ (mm/m)	$f_r$ (MPa)	$E_s$ (MPa)
4,2	4,19	751,96	5,61	818,33	208.310
5	4,96	702,9	5,46	760,53	203.250
16	16,07	582,45	2,83	712,05	205.950
20	19,98	617,25	3	731,05	205.600

Fonte: Adaptado de Silva (2003)

## 2.1 Normatização do detalhamento de vigas em cisalhamento

Uma vez que este trabalho é fundamentado em teorias e critérios normativos fundamentados no CEB-FIP:1990 e na NBR 6118:2014, algumas exigências das armaduras de cisalhamento em vigas são descritas a seguir conforme as duas normas.

### 2.1.1 CEB-FIP Model Code 90

Este tópico refere-se às exigências de detalhamento para vigas de concreto armado sob cisalhamento segundo norma europeia CEB-FIP Model Code 90. Segundo a norma, toda

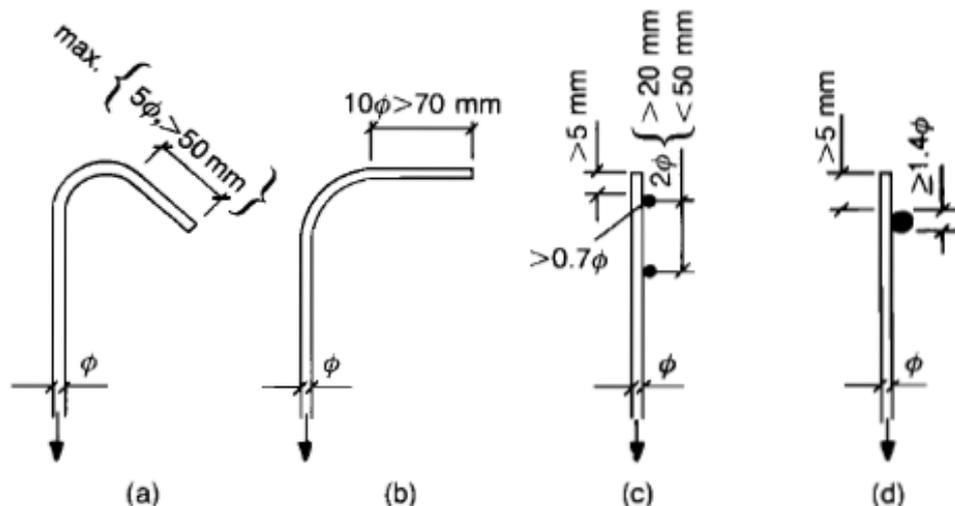
armadura deve ter o cobrimento mínimo igual ao seu diâmetro. No que concerne às armaduras transversais, a ancoragem das mesmas não deve induzir o concreto a fissurar.

Os estribos devem ter uma inclinação de pelo menos  $45^\circ$  a partir do eixo horizontal, sendo normalmente utilizadas  $45^\circ$  e  $90^\circ$ . A armadura de cisalhamento deve estar adequadamente ancorada. A ancoragem adequada não pode induzir a segregação do concreto que cobre a ancoragem. Esta é considerada completamente eficiente quando são atendidas as condições mostradas na Figura 5.

O CEB-FIP:1990 propõe alguns layouts de estribos que são apresentados na Figura 6. Percebe-se que o modelo (c) propõe uma abertura no estribo, onde a ancoragem é feita com gancho dobrado para dentro e ângulo maior que  $90^\circ$ , mas com a existência de armadura horizontal transversal da laje. Esse modelo é um dos tipos usados por Silva (2003) e será usado nas avaliações analíticas e numéricas.

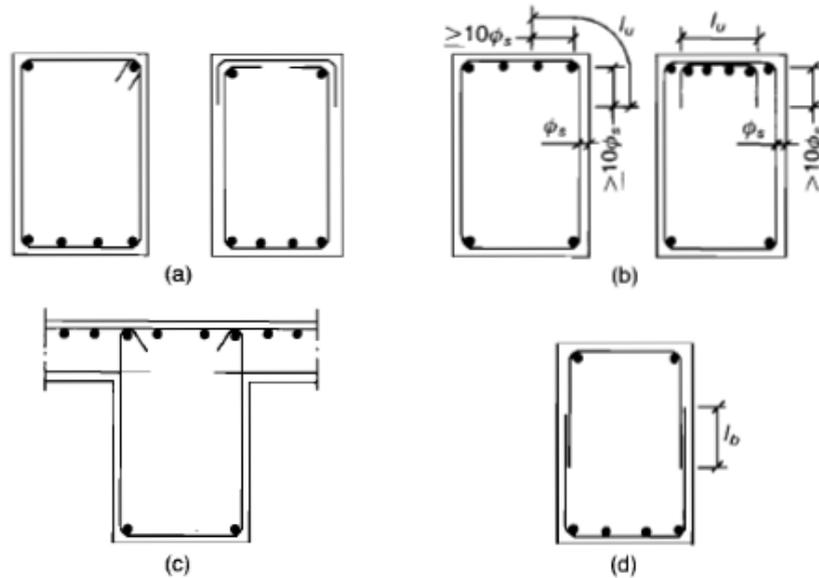
No que concerne a telas soldadas, que frequentemente têm servido como armaduras de cisalhamento, as mesmas devem adequadamente ser transpassadas conforme a Figura 7, onde  $l_o$  é o comprimento de ancoragem das emendas por traspasse, que varia conforme o tipo de ancoragem das barras, de fatores relacionados ao concreto, e da quantidade de armadura existente na seção transversal. O traspasse tipo (a) se refere às telas entremeadas uma na outra, enquanto os tipos (b) e (c) se referem a uma tela sobreposta à outra.

Figura 5 – Ancoragens de estribo e elementos resistentes ao cisalhamento



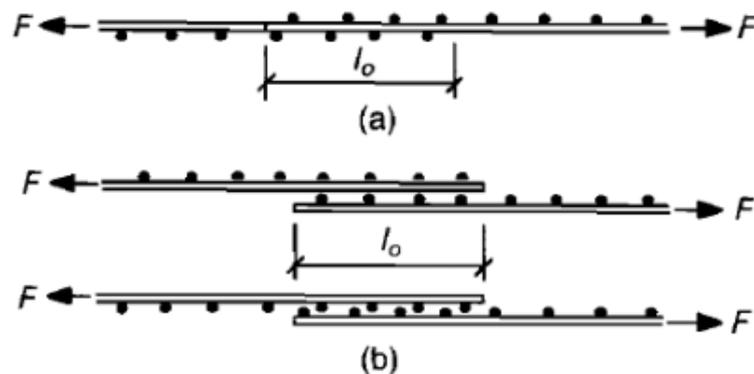
Fonte: CEB-FIP (1990)

Figura 6 – Possíveis layouts de estribos



Fonte: CEB FIP (1990)

Figura 7 – Traspasse de telas soldadas

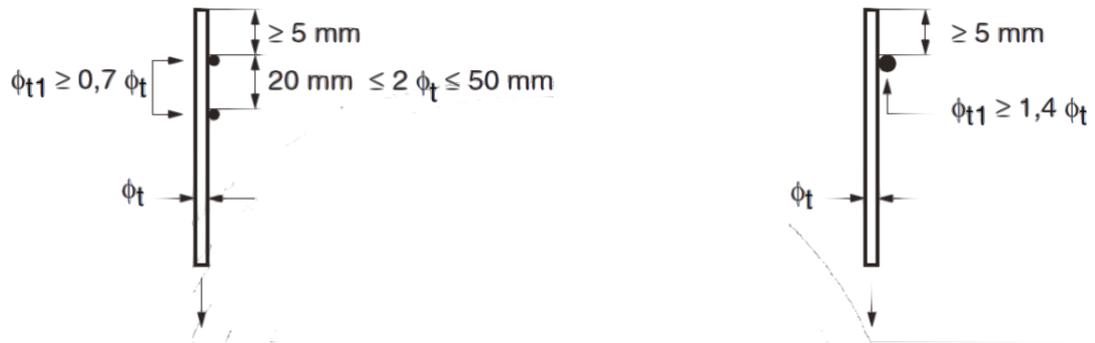


Fonte: CEB-FIP (1990)

### 2.1.2 NBR 6118:2014

No que concerne à ancoragem de estribos, estas devem ser necessariamente garantidas por meio de ganchos ou barras longitudinais soldadas nos estribos. Os ganchos podem ser semicirculares ou com inclinação de  $45^\circ$ , com ponta reta de comprimento igual a  $5\phi_t$ , mas não inferior a 5 cm, ou retos, com ponta reta maior ou igual a  $10\phi_t$ , mas não inferior a 7 cm. A ancoragem reta com barras soldadas pode ser utilizada conforme apresentada na Figura 8, que é idêntico aos casos *c* e *d* (Figura 5) do CEB-FIP.

Figura 8 – Detalhamento de ancoragem reta de estribos com barras soldadas



Fonte: NBR 6118 (2014)

A norma afirma que, para elementos lineares sob cisalhamento, é possível utilizar tanto estribos quanto telas soldadas. Essas armaduras devem possuir um ramo horizontal envolvendo a armadura longitudinal de tração e ser ancoradas na face oposta. A obrigatoriedade de ramo horizontal na face oposta surge quando esta também for tracionada.

### 3 CISALHAMENTO E EFEITOS NO CONCRETO

#### 3.1 Teoria de cisalhamento em vigas

Diversas teorias vêm sendo propostas, melhoradas e adaptadas de modo a representar de forma mais realista o comportamento das peças de concreto armado. A maioria das normas de projeto de vigas foca, quanto ao cisalhamento, na tradicional analogia de treliças de Ritter e Morsch, a qual propõe que a viga fissurada é composta por banzos tracionados e comprimidos, além de bielas de concreto comprimidas fixadas em uma angulação a  $45^\circ$  e armaduras tracionadas.

Pesquisas recentes têm concluído que a analogia de treliça, principalmente no caso de bielas a  $45^\circ$ , é conservativa quando comparada com resultados experimentais. Segundo Vecchio e Collins (1988), o ângulo de inclinação das bielas faz parte dos critérios de compatibilidade de deformação que devem ser satisfeitos juntamente com as condições de equilíbrio, estando a hipótese de bielas a  $45^\circ$  incorreta.

Além disso, sabe-se que a resistência ao cisalhamento pode chegar a valores maiores que os previstos pelo modelo de treliça devido à contribuição proporcionada pelo concreto. Tal fato deve-se às tensões de compressão desenvolvidas nas bielas de concreto e às tensões transferidas pela fissura, além de efeitos oriundos do engrenamento dos agregados (*aggregate interlock*) e do efeito de pino de armaduras longitudinais.

No que diz respeito às análises de peças ao cisalhamento, segundo Wight *et al.* (2012), os procedimentos de cálculo recaem nas análises pelo modelo de bielas e tirantes, com o qual a peça é analisada como um todo, ou pelo método das seções, pelo qual é seccionado um trecho da peça para identificar os esforços na seção. A análise de vigas pelo modelo de bielas e tirantes tem um aprofundamento mais generalista: todo o carregamento recebido é distribuído conforme equilíbrio da treliça de Morsch, por meio de banzos comprimidos e estribos, até chegar nos apoios. Além das teorias clássicas, dois outros conceitos devem ser incorporados ao estudo de cisalhamento: modelos de fissuração distribuída para diminuir as descontinuidades em um estado pós-fissuração; bem como as equações de compatibilidade e equilíbrio que devem ser satisfeitas no estado pós-fissuração.

Devido ao fato de haver controvérsias no que concerne ao estudo do cisalhamento de peças em concreto protendido e em concreto armado e de os métodos mais comuns não serem geralmente verificados, diversos autores vêm focando em pesquisas que envolvam modelos mais gerais e precisos para o estudo do cisalhamento em vigas. A teoria do

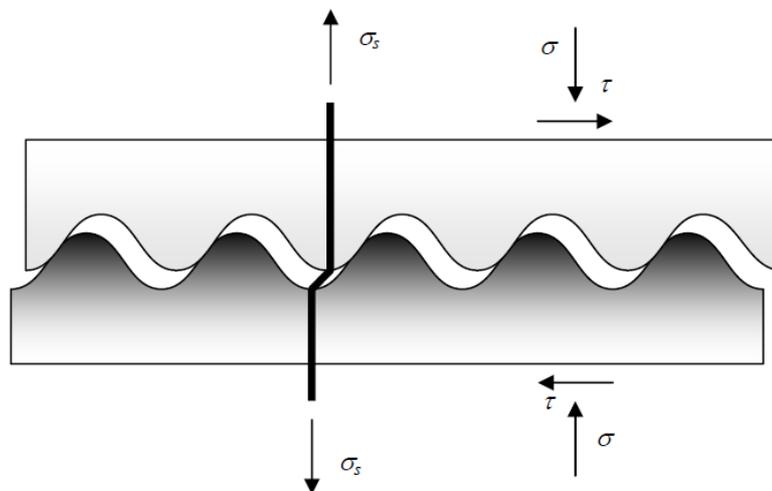
cisalhamento-atrito e a teoria do campo de compressão modificado são duas abordagens que se encaixam nesses requisitos e são detalhadas adiante. Ambas as abordagens levam em consideração que as peças de concreto estejam fraturadas, apresentando trincas e fissuras na ruína.

### 3.1.1 Teoria do cisalhamento-atrito (SFT)

A teoria do cisalhamento-atrito representa a transferência de cisalhamento entre superfícies distintas de concreto e é baseada na existência de armaduras que atravessam um plano de fissuração, desenvolvendo influência nas reações do concreto. De acordo com Mattock e Hawkins (1972), a resistência ao cisalhamento é desenvolvida devido ao aparecimento do atrito com o deslizamento entre as superfícies da fissura quando a armadura é tracionada, atingindo ou não o escoamento.

O mecanismo de transferência de esforços de cisalhamento em concreto previamente fissurado se dá com o deslizamento entre as faces da fissura. Esse deslizamento provoca uma tendência de separação das faces devido à rugosidade do concreto e ao intertravamento dos agregados. A separação gera um esforço de tração na armadura que atravessa a fissura, que é equilibrado com esforços de compressão na superfície do concreto fissurado, criando um atrito resistente ao deslizamento das faces. Esse mecanismo é apresentado na Figura 9.

Figura 9 – Modelo de deslizamento do cisalhamento atrito



Fonte: Santos e Júlio (2012)

A teoria do cisalhamento-atrito foi, de fato, inicialmente proposta por Birkeland e Birkeland (1966), na qual o cisalhamento na interface é dado com base no coeficiente de atrito. Mattock e Hawkins (1972) incluíram a contribuição da coesão nas interfaces, enquanto o coeficiente de atrito foi suposto constante. Loov (1978) incluiu a resistência à compressão do concreto como fator de influência no cisalhamento na interface. Tsoukantas e Tassios (1989) consideraram a resistência ao cisalhamento das armaduras que cruzam as interfaces no instante do deslizamento. Trabalhos mais recentes propuseram algumas novas análises para o cisalhamento-atrito. Papanicolaou e Triantafillou (2002) desenvolveram ensaios experimentais para representar o funcionamento da teoria do cisalhamento-atrito em corpos de prova de concreto de alto desempenho. Santos e Júlio (2010) propuseram melhorias nas expressões da teoria, considerando a influência da retração e do enrijecimento na interface.

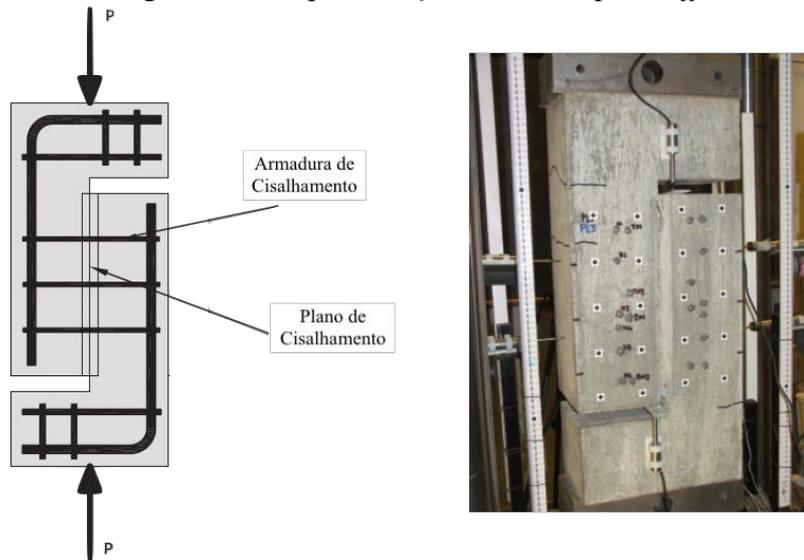
O estudo da teoria do cisalhamento atrito foi estendido para a análise da resistência de vigas ao cisalhamento por Loov (1998). Silva e Giongo (2006) incluíram a influência de armaduras laterais de telas soldadas na resistência ao cortante e compararam com resultados experimentais de Silva (2003), o qual realizou ensaios de flexão de quatro pontos em vigas de concreto armado. Devido ao intuito deste trabalho de analisar vigas no cisalhamento, revisões mais detalhadas da bibliografia foram realizadas com foco na aplicação da teoria em vigas de concreto armado.

De acordo com a proposta de Loov (1978), tem-se a seguir a equação básica para o desenvolvimento da teoria do cisalhamento atrito:

$$v = k(\sigma f'_c)^{1/2} \quad (1)$$

onde  $v$  é a tensão de cisalhamento na face inclinada da fissura,  $\sigma$  é a tensão normal na face inclinada,  $f'_c$  é a resistência à compressão do concreto e  $k$  é a constante obtida a partir de ensaios *push-off* (Figura 10) em peças de concreto. Segundo Santos e Júlio (2012), os ensaios *push-off* são usualmente utilizados para calibrar as expressões do cisalhamento-atrito. Loov (1998) considera  $k = 0,6$  um valor provável para vigas.

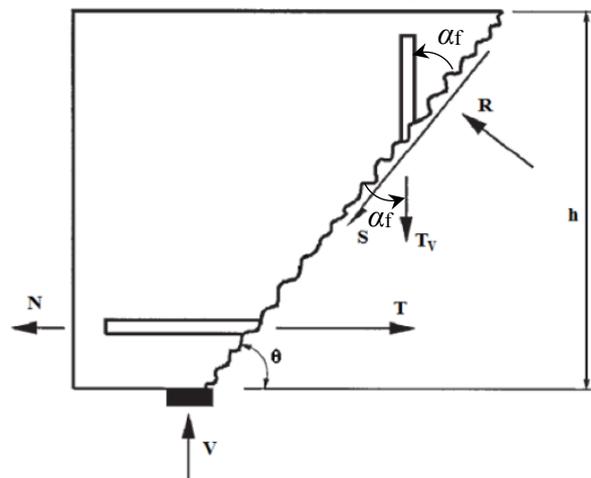
O cisalhamento-atrito é quase sempre levado em consideração apenas no cálculo e no projeto de interfaces que se formam nos planos de potenciais fissuras ou entre concretos moldados em diferentes épocas. A partir disso, Loov (1998) propôs o uso da teoria para o projeto de vigas ao cisalhamento, uma vez que vigas apresentam diversas posições onde há um potencial de formação de fissura.

Figura 10 – Representação do ensaio *push-off*

Fonte: Adaptado de Sagaseta e Vollum (2011)

A proposta de Loov (1998) inicialmente parte do equilíbrio de forças na fissura resultante da fratura de uma viga, cujo diagrama de corpo livre é mostrado na Figura 11.

Figura 11 – Diagrama de corpo livre (DCL) de viga na teoria do cisalhamento-atrito



Fonte: Loov (1998)

Como mostrado no diagrama de corpo livre da Figura 11,  $T_v$  é a força de tração atuante no estribo,  $T$  é a força de tração na armadura longitudinal oriunda da flexão,  $\theta$  é o ângulo entre o potencial plano de ruptura e o eixo longitudinal,  $\alpha_f$  é o ângulo entre o estribo e a fissura,  $V$  é a força cortante aplicada na viga e  $N$  é uma força normal externa.

Segundo Loov (1998), sendo  $A$  a área da seção inclinada da fissura, tem-se as relações:

$$v = \frac{S}{A} \quad (2)$$

$$\sigma = \frac{R}{A} \quad (3)$$

Fazendo o equilíbrio de forças, a partir do diagrama de corpo livre apresentado na Figura 11, pode-se obter:

$$R = (T - N) \operatorname{sen} \theta - (V - \Sigma T_V) \operatorname{cos} \theta \quad (4)$$

$$S = (T - N) \operatorname{cos} \theta + (V - \Sigma T_V) \operatorname{sen} \theta \quad (5)$$

Substituindo-se as Equações (2) e (3) na Equação (1) e, em seguida, as Equações (4) e (5) na equação resultante, tem-se a seguinte expressão para o esforço cortante na viga:

$$\frac{V}{C} = 0,5k^2 \left[ \left( \frac{T - N}{0,25k^2 C} + \cot^2 \theta \right)^{\frac{1}{2}} - \cot \theta \right] (1 + \cot^2 \theta) \quad (6)$$

onde  $C = f'_c b_w h$ , e  $b_w$  e  $h$  são a largura e a altura da viga, respectivamente.

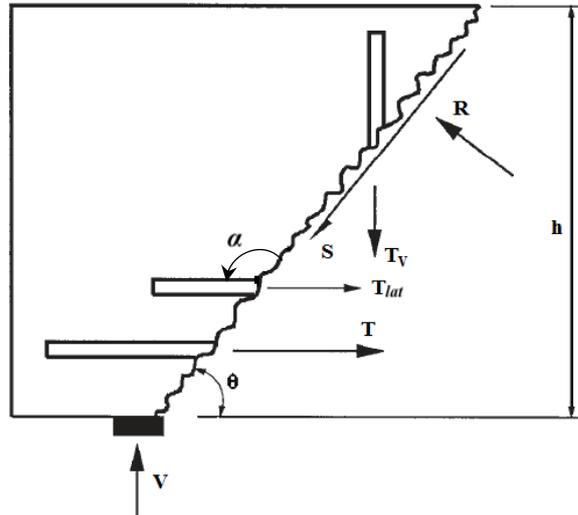
Esta equação permite estimar de forma direta a resistência ao cisalhamento para valores dados de  $k, C, T, N, \Sigma T_V$  e o ângulo  $\theta$ . A resistência ao cisalhamento é definida pelo menor valor da resistência para os planos potenciais de fissuração, que se estendem do plano ligando a borda interna do apoio à borda da carga até o valor de  $90^\circ$ . Loov (1998) reconhece que essa estratégia pode ser extremamente conservadora.

A respeito do uso de telas, com armaduras horizontais e verticais, merecem destaques os comentários de Loov (1998) a seguir. O estribo, que forma um ângulo agudo  $\alpha_f = 90^\circ - \theta$  com o potencial plano de cisalhamento, é tracionado quando a porção da viga à direita desliza ao longo desse plano. Havendo barras horizontais, o ângulo de orientação, agora obtuso, vale  $\alpha_f = 180^\circ - \theta$ . As normas correntes ACI-318-14:2014 e CSA A23.3-04:2007 não consideram efetivas as armaduras com inclinações  $\alpha_f$  maiores que  $90^\circ$  pelo fato de estas estarem comprimidas, mas Loov (1998), citando os ensaios de Mattock (1974), comenta que este mostrou a aplicabilidade da equação do cisalhamento-atrito para  $\alpha_f$  até  $155^\circ$ .

Sobre o comportamento da força na armadura longitudinal, considerando condições apropriadas de ancoragem, Loov (1998) mostrou que a resistência máxima de cisalhamento pode ocorrer antes que a armadura longitudinal atinja condições limites impostas pelo escoamento e aderência, e que o valor da força na armadura longitudinal  $T^*$  correspondente à resistência máxima de cisalhamento pode ser obtido derivando a Equação (6) em relação a  $T$  e igualando a zero.

Silva e Giongo (2006) incluíram a influência da armadura lateral horizontal na formulação de Loov (1998), considerando o efeito de telas em vigas de concreto armado (Figura 12).

Figura 12 – DCL na teoria do cisalhamento-atrito - proposta de Silva e Giongo (2006)



Fonte: Adaptado de Loov (1998)

Essa proposta adota as hipóteses de que as barras da armadura lateral contribuem para o esforço cortante e que as barras horizontais e os estribos que interceptam o plano de ruptura estão escoando. Incluindo o efeito da armadura lateral ( $T_{lat}$ ) nas expressões de  $R$  e  $S$ , sendo  $N = 0$  e fazendo apenas o equilíbrio de forças, Silva e Giongo (2006) obtiveram:

$$R = (T + \Sigma T_{lat}) \sen \theta - (V - \Sigma T_v) \cos \theta \quad (7)$$

$$S = (T + \Sigma T_{lat}) \cos \theta + (V - \Sigma T_v) \sen \theta \quad (8)$$

Substituindo as expressões de  $R$  e  $S$  (Equações (7) e (8)) nas Equações (2) e (3) e, posteriormente na Equação (1), Silva e Giongo (2006) chegaram à expressão:

$$V = 0,5k^2C \left[ \left( \frac{T + \Sigma T_{lat}}{0,25k^2C} + \cot^2 \theta \right)^{\frac{1}{2}} - \cot \theta \right] (1 + \cot^2 \theta) - (T + \Sigma T_{lat}) \cot \theta + \Sigma T_v \quad (9)$$

Para determinar o ponto de máxima resistência à força cortante em função da força na armadura longitudinal  $T$ , Silva e Giongo (2006) adaptaram o processo proposto por Loov (1998). Para isso, a formulação proposta foi modificada e, em vez de substituir  $R$  e  $S$  obtidos pelo equilíbrio de forças na Equação (1), Silva e Giongo (2006) obtiveram  $S$  a partir do equilíbrio de forças e  $R$  a partir do equilíbrio de momentos em relação ao ponto de aplicação

da força  $V$ . A nova expressão para a força  $V$  é dada como segue, onde  $\lambda = \frac{2a_{rup}}{d}$  é um coeficiente auxiliar adimensional e  $a_{rup}$  é a distância entre  $V$  e a seção fissurada:

$$V = \left[ \lambda + \operatorname{sen} \theta \sqrt{\frac{\lambda^2}{\operatorname{sen}^2 \theta} - \frac{\lambda^2 \cot^2 \theta (T + \Sigma T_{lat}) + \Sigma T_V (\cot \theta + \lambda) + \Sigma T_{lat}}{0,25k^2 C}} \right] \times \quad (10)$$

$$\times [0,5k^2 C(1 + \cot^2 \theta)] - (T + \Sigma T_{lat}) \cot \theta + \Sigma T_V$$

Derivando-se a Equação (10) em relação a  $T$  e igualando a zero, Silva e Giongo (2006) obtiveram o valor  $T^*$  que maximiza a expressão da resistência ao esforço cortante:

$$T^* = \frac{1}{\lambda \cot \theta} [(1 - \lambda \cot \theta) \Sigma T_{lat} + (\lambda + \cot \theta) \Sigma T_V] \quad (11)$$

Substituindo-se a Equação (11) na Equação (9), Silva e Giongo (2006) obtiveram o máximo valor de resistência ao esforço cortante. A expressão obtida foi utilizada para determinar a resistência ao cisalhamento de vigas considerando a influência da armadura lateral da tela. Sobre esse procedimento, destaca-se o comentário de Loov (1998) sobre a localização da força normal  $R$  no plano inclinado de cisalhamento que dependia da distribuição de deformações que poderia gerar distribuições trapezoidal, triangular ou de forma mais complexa de tensão de compressão.

### 3.1.2 Teoria do campo de compressão modificado (MCFT)

A teoria do campo de compressão modificado diz respeito, principalmente, ao efeito do cisalhamento em estruturas de concreto armado no estágio de fissuração, em um regime de não-linearidade física, levando em consideração que o concreto fissurado é um novo material que atua juntamente com a armadura em um regime elastoplástico perfeito, utilizando tensões médias e deformações médias.

A transferência de cisalhamento se dá pelo intertravamento de agregados, o que resulta em uma resistência maior que aquela oriunda apenas da armadura. Segundo Broo *et al.* (2007), sem a inclusão das proposições da MCFT, a resistência ao cisalhamento é subestimada, enquanto a abertura de fissuras é superestimada. Entretanto, incluindo a influência do concreto na capacidade resistente, a teoria do campo de compressão modificado pode superestimar a resistência ao cisalhamento e subestimar a largura da abertura de fissuras.

Vecchio e Collins (1986) iniciaram o estudo da teoria do campo de compressão modificado a partir da alteração da teoria original do campo de compressão, apresentada por Mitchell e Collins (1974) e Collins (1978), a qual desconsiderava a existência de tensões de

tração no concreto entre fissuras. Poucas teorias anteriores eram capazes de prever esse comportamento no concreto.

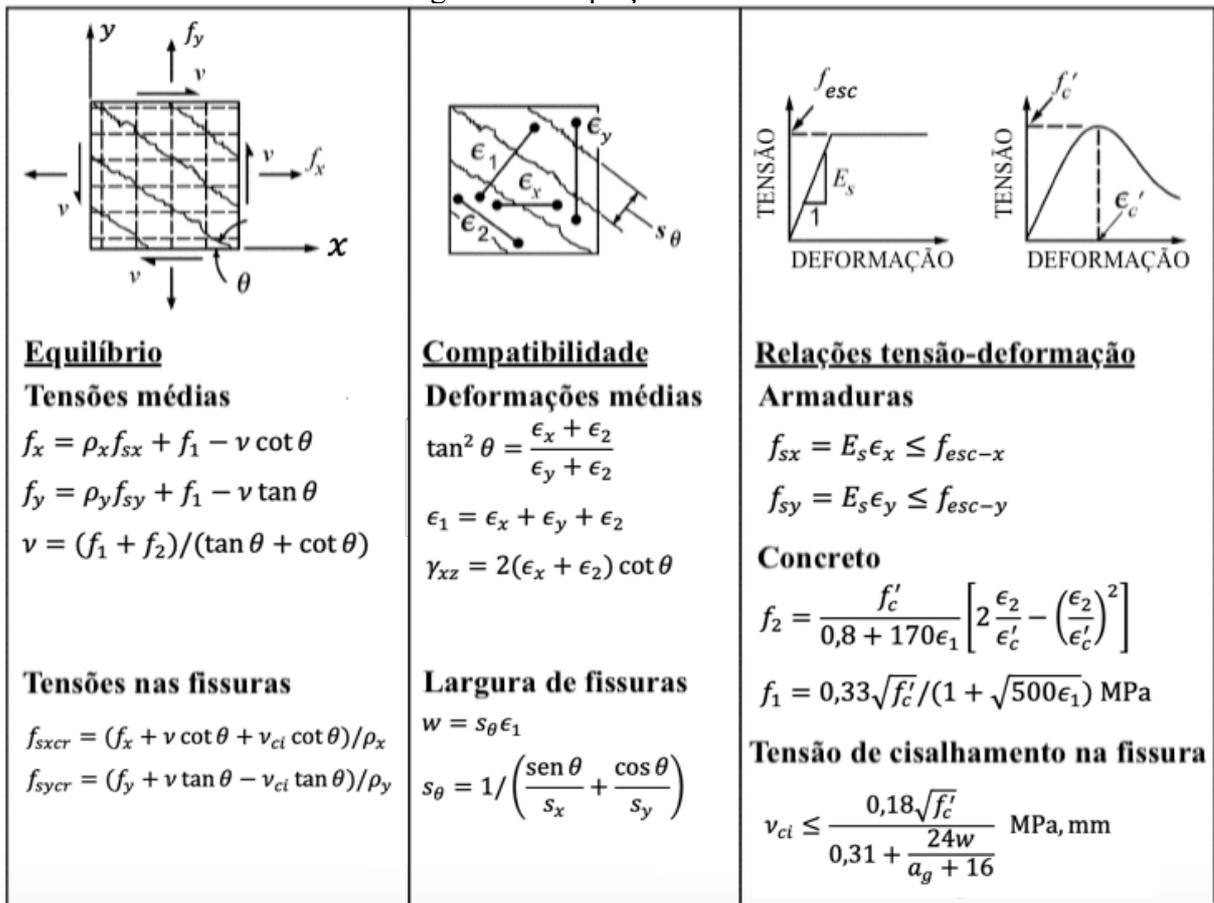
A teoria, segundo Vecchio e Collins (1986), se fundamenta nas seguintes hipóteses:

- a) nas superfícies das fissuras, há transmissão apenas de cisalhamento e compressão, já no concreto entre as fissuras, é possível existir tração;
- b) para cada estado de deformação há um único estado de tensão correspondente. Isto exclui situações em que a história do carregamento é significativa;
- c) o concreto e a armadura são perfeitamente aderidos, ou seja, deformações no concreto acompanham deformações no aço e a ancoragem não tem influência no modelo;
- d) a relação tensão média-deformação média para armadura e para o concreto não são completamente independentes, mas, para simplicidade do modelo, é assumido que são independentes.
- e) a tensão axial na armadura depende somente da deformação axial da armadura. A tensão de cisalhamento média resistida pela armadura longitudinal no plano perpendicular à armadura longitudinal é nula;
- f) o concreto armado é considerado um material isotrópico e, portanto, os eixos de deformação e tensão principais coincidem.

A MCFT é definida com base em um elemento de membrana, cujas equações de compatibilidade entre concreto e armadura, equações de equilíbrio e relações tensão-deformação do concreto e do aço são definidas como mostra a Figura 13. No entanto, alguns autores, como Bentz *et al.* (2006), já vêm utilizando a formulação da teoria para propor simplificações em sua formulação.

As relações da Figura 13 são obtidas a partir da equivalência entre o campo de tensão avaliado na região entre as fissuras (Figura 14a) e na região localizada na fissura (Figura 14b). Uma vez que ambas as configurações devem estar em equilíbrio com as tensões externas aplicadas no elemento de membrana, as tensões resultantes horizontais e verticais dos dois campos devem ser estaticamente equivalentes.

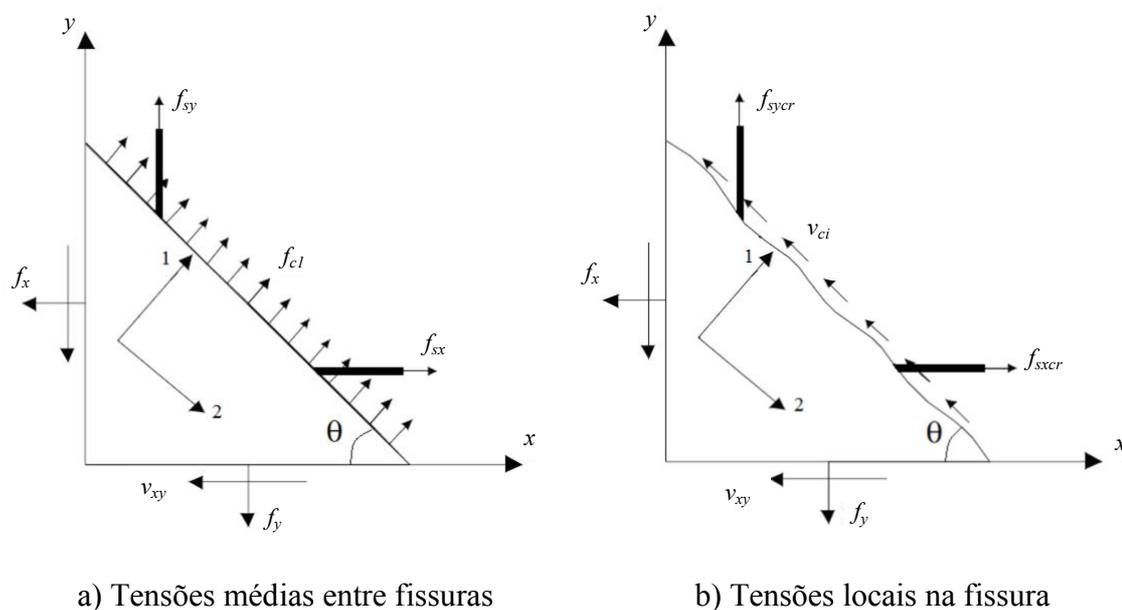
Figura 13 – Equações da MCFT



Fonte: Adaptado de Bentz *et al.* (2006)

Na Figura 14, as direções 1 e 2 representam as direções principais das tensões e das deformações,  $f_y$ ,  $f_x$  e  $v_{xy}$  são as tensões externas atuantes no elemento,  $f_{sy}$  e  $f_{sx}$  são as tensões nas armaduras transversais e longitudinais, respectivamente,  $f_{sy-cr}$  e  $f_{sx-cr}$  são as tensões nas armaduras transversais e longitudinais, respectivamente, na região fraturada, e  $f_{c1}$  e  $v_{ci}$  são a tensão média de tração no concreto na região entre as fissuras e a tensão de cisalhamento transferida por meio das faces da fissura, respectivamente. Apesar de ter sido adotado como hipótese que há transmissão de compressão na face fissurada, o equilíbrio só é atendido quando seu efeito é considerado nulo.

Figura 14 – Comparação de tensões médias no concreto com tensões locais na fissura



Fonte: Autora

A relação tensão-deformação do concreto fissurado é definida em termos de tensão média e deformação média. Essas relações foram obtidas a partir do programa experimental desenvolvido por Vecchio e Collins (1982), que usou 30 elementos de concreto armado com telas soldadas e submeteu a maioria a um ensaio de cisalhamento puro e alguns outros elementos a ensaios de compressão uniaxial, compressão biaxial e cisalhamento e cisalhamento cíclico. As tensões médias foram determinadas a partir das deformações medidas nas direções transversal e longitudinal e a partir das características de tensão e deformação das armaduras.

A matriz de rigidez tangente apresentada pela MCFT é naturalmente assimétrica devido às características das relações tensão-deformação. A tensão principal de compressão depende das deformações principais de compressão e tração, mas a tensão principal de tração depende apenas da deformação principal de tração (SELBY; VECCHIO, 1997).

A MCFT prevê a relação tensão-deformação de forma completa, o que pode tornar a teoria relativamente complexa. Autores como Bentz *et al.* (2006) propuseram uma simplificação da teoria, na qual a relação entre a resistência ao cisalhamento obtida experimentalmente e a resistência ao cisalhamento obtida pelo método é 1,11, tornando a simplificação plausível, pois, pela MCFT, a relação entre as resistências é de 1,01.

Outros autores propuseram alterações, como Wang *et al.* (2013), que propuseram uma formulação baseada na MCFT para incluir a influência de armaduras inclinadas na região de fratura de vigas ao cisalhamento a partir do equilíbrio de esforços em um elemento de

membrana constituído de armaduras longitudinais, transversais e inclinadas a um ângulo  $\alpha$ . Com a formulação proposta, Wang *et al.* (2013) obtiveram bastante precisão na determinação da resistência ao cisalhamento de vigas quando os resultados foram comparados com ensaios de flexão de quatro pontos desenvolvidos em vigas.

Selby e Vecchio (1997) apresentaram formulações para a expansão da MCFT, desenvolvida para análise de concreto armado fissurado sob estado plano de tensões, para uma análise tridimensional com a inclusão de efeitos de expansão lateral e confinamento no concreto. As relações tensão-deformação propostas são baseadas em um modelo ortotrópico não linear que reconhece o comportamento assimétrico do concreto sob um estado de tensão multiaxial. O efeito de expansão lateral do concreto sob compressão é modelado em todos os estados de tensão.

Os autores propuseram um modelo que considera o aumento da resistência do concreto devido ao confinamento, a perda de resistência devido à fissuração e os comportamentos antes e depois do pico da curva de tensão-deformação, tanto para compressão quanto para tração. Além disso, foi considerada a condição de carregamento monotônico e de curta duração em uma análise com elementos finitos baseada em métodos iterativos.

No Diana, a implementação em elementos finitos é adaptada às formulações de Selby e Vecchio (1997) para as análises tridimensionais (Diana, 2019).

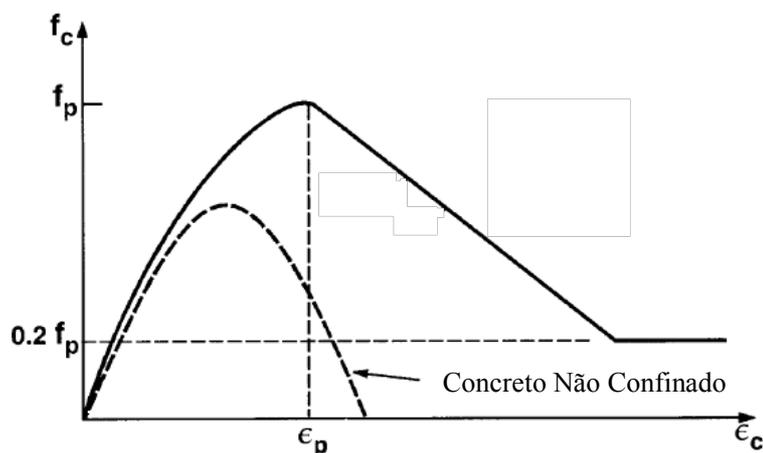
### **3.2 Confinamento do concreto**

Estudos sobre confinamento do concreto em pilares têm sido amplamente realizados, principalmente pelo fato de as armaduras de pilares terem a tendência de flambar e pela facilidade de se realizar um ensaio de compressão uniaxial em um corpo de prova de concreto e avaliar a influência dos estribos na deformação e na ductilidade do concreto no sentido transversal. Assim como em pilares, estribos podem influenciar e trazer efeitos de confinamento para vigas.

Para vigas de concreto armado, o confinamento é proporcionado por estribos espaçados a uma pequena distância. Entretanto, quando o concreto está sob baixas tensões, estribos passam a ser menos influentes. Quando as tensões no concreto chegam próximo da tensão limite de ruptura, as deformações transversais ao eixo da viga passam a ser mais relevantes devido à fissuração interna e os estribos passam a reagir com as tensões de confinamento (BOUAMRA; AIT TAHAR, 2017).

A Figura 15 apresenta as curvas tensão-deformação para o concreto confinado e o não confinado apresentadas por Selby e Vecchio (1997). É evidente o aumento da ductilidade do concreto quando confinado.

Figura 15 – Modelo de tensão-deformação para concreto confinado e não confinado



Fonte: Adaptado de Selby e Vecchio (1997)

Segundo Selby e Vecchio (1997), a expansão lateral do concreto aumenta rapidamente nas proximidades do pico e esse comportamento é modelado considerando que apenas os coeficientes de Poisson nas direções principais são independentes. Para o concreto não fissurado, o coeficiente de Poisson inicial é utilizado. Quando o concreto fissura na direção principal de tração, somente a deformação de expansão nessa direção torna-se zero, ou seja, o coeficiente de Poisson correspondente a essa direção é zero. Quando a direção intermediária fissura, o coeficiente correspondente a essa direção é zero. Quando as três direções ortogonais falham, todos os coeficientes de Poisson são zero.

Outros autores realizaram estudos de confinamento em concreto armado. Em ensaios realizados por Mander *et al.* (1988), pode-se verificar o efeito do confinamento em peças de concreto armado carregadas axialmente. A variável mais significativa é a taxa de armadura que cerca o concreto. O aumento da taxa de armadura permite um aumento do pico de tensão de compressão, bem como a deformação de compressão associada, e da deformação última por compressão. Em ensaios de vigas para a análise da influência do confinamento na resistência à compressão, Radnic *et al.* (2013) concluíram que a resistência da viga e a capacidade de defletir aumentam com a diminuição do espaçamento de estribos.

Tee *et al.* (2013) realizaram o ensaio de flexão de quatro pontos e concluíram que as vigas com armaduras de confinamento em forma de espiral conseguiram atingir cargas

maiores e defletir menos que as vigas que não possuíam. Bouamra e Ait tahar (2017) utilizaram placas metálicas curvadas soldadas nas armaduras longitudinais como técnica para aumento do confinamento na viga, observando-se que, em estágios maiores de carga, a resistência à flexão pode chegar a valores 55% maiores nas vigas com o artifício de confinamento em relação às vigas não confinadas.

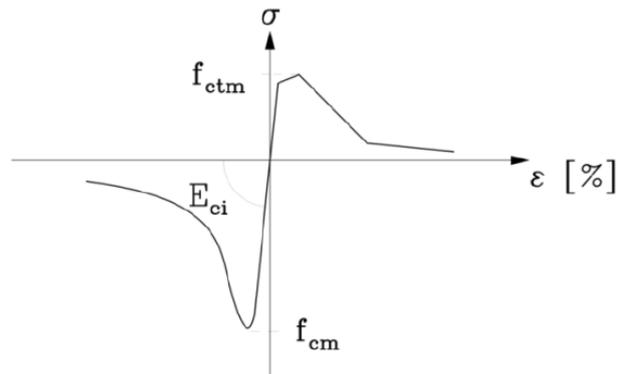
### **3.2.1 Considerações de normas sobre a SFT e a MCFT**

A norma europeia Eurocode 2, a americana ACI-318-14:2014, a canadense CSA A23.3-04:2007 e a NBR 6118:2014, incluem, em parte das suas exigências, os princípios básicos do modelo de bielas e tirantes. As normas ACI-318-14:2014 e CSA A23.3-04:2007 propõem o uso da SFT para o cálculo do cisalhamento em interfaces de concretos moldados em diferentes épocas, de concretos pré-fabricados ou em fissuras existentes ou de potencial formação. A norma ACI 318:2007 propõe que a transferência de cisalhamento é desenvolvida com a armadura que atravessa a fissura no escoamento. O Eurocode 2 faz menção apenas às interfaces de concreto moldadas em diferentes períodos, enfatizando a necessidade de determinação da rugosidade das superfícies. Já a NBR 6118:2014 propõe o uso de modelos de cisalhamento-atrito para o cálculo e o dimensionamento de consoles.

De acordo com Collins *et al.* (2007), apesar de o Eurocode 2 se fundamentar na teoria do limite inferior, em que um modelo de treliça com angulação variável é incorporado, essa norma não possui bases teóricas para fundamentar casos em que não há armaduras de cisalhamento. As provisões do Eurocode 2 para este caso têm base totalmente empírica. Para a norma canadense CSA A23.3-04:2007, o caso de peças de concreto sem armaduras transversais é considerado a partir da introdução da MCFT nas exigências dessa norma. No que diz respeito ao projeto de vigas ao cisalhamento, a norma CSA A23.3-04:2007 fundamenta-se na simplificação proposta por Bentz *et al.* (2006) da MCFT.

O CEB FIP:1990 tem seu modelo de fissuração descrito nas linhas da Teoria do Campo de Compressão Modificado com base em uma curva de tração, que apresenta uma aproximação composta por trechos lineares, apresentada na Figura 16. Já a NBR 6118:2014, no que concerne ao cálculo e detalhamento de vigas sob o cisalhamento, tem forte embasamento no modelo de bielas e tirantes, considerando possibilidades de inclinação entre 30° a 45°.

Figura 16 – Diagrama tensão deformação de acordo com CEB-FIP 1990 (fora de escala)



Fonte: Diana Theory Manual Release 10.3 (2019)

Hirata (2013), na análise comparativa de normas para representar a resistência ao cisalhamento, concluiu que aquelas cujas formulações derivam da MCFT apresentaram um comportamento uniforme e adequado na maioria dos intervalos de parâmetros. Um exemplo de alta qualificação é a norma canadense. Ainda nesse estudo, a NBR 6118:2007 não se mostrou favorável nos casos de média ou baixa armadura de cisalhamento (estribos), baixa quantidade de armadura de flexão ou de elementos sem estribo com altura maior que 25 cm.

## 4 MODELO ANALÍTICO PROPOSTO

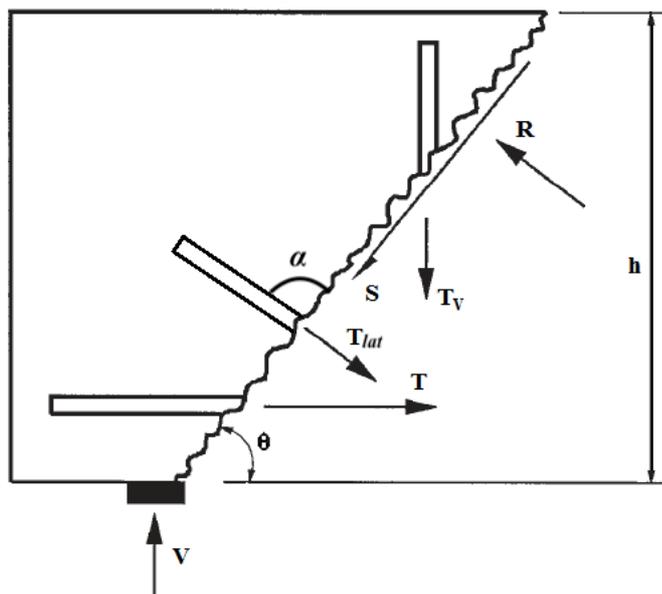
### 4.1 Modelo analítico para inclusão da armadura lateral com inclinação qualquer na SFT

Silva e Giongo (2006) incluíram o efeito da armadura lateral horizontal no desenvolvimento da STF e, para obter a expressão para a máxima resistência ao cisalhamento, utilizaram as expressões das forças de cisalhamento e normal ( $S$  e  $R$ ) determinadas fazendo-se o equilíbrio de forças e momentos na seção fissurada, respectivamente, como visto no Capítulo 3.

Aqui neste trabalho, propõe-se um modelo analítico alternativo para avaliar a resistência ao cisalhamento com a inclusão de armaduras laterais com inclinação qualquer, usando apenas equações de equilíbrio de forças para a determinação da máxima resistência ao cisalhamento, utilizando procedimento semelhante ao de Loov (1998).

A orientação da armadura lateral é definida pelo ângulo  $\alpha$  em relação ao plano de fissuração, conforme Figura 17, que também mostra os esforços nas armaduras, onde  $T_{lat}$  é a força de tração atuante na armadura lateral. Não será considerada armadura lateral com direção ascendente, i.e.,  $\alpha + \theta > 180^\circ$ .

Figura 17 – Esforços na seção fissurada com a armadura lateral



Fonte: Adaptado de Loov (1998)

Aplicando o equilíbrio de forças nas direções paralela e normal à fissura do elemento apresentado na Figura 17, obtêm-se as expressões para  $R$  e  $S$ , incluindo a influência da armadura lateral com inclinação  $\alpha$ :

$$R = T \sen \theta + \Sigma T_{lat} \sen \alpha - (V - \Sigma T_V) \cos \theta \quad (12)$$

$$S = T \cos \theta - \Sigma T_{lat} \cos \alpha + (V - \Sigma T_V) \sen \theta \quad (13)$$

Aplicando essas relações na expressão da tensão de cisalhamento  $v = v(\sigma)$  proposta por Loov (1978), Equação (1), com as tensões definidas pelas Equações (2) e (3), obtém-se a equação

$$a V^2 + b V + c = 0, \quad (14)$$

onde

$$a = \sen^2 \theta \quad (15)$$

$$b = k^2 f'_c A \cos \theta + 2 T \cos \theta \sen \theta - 2 \Sigma T_{lat} \sen \theta \cos \alpha - 2 \Sigma T_V \sen^2 \theta \quad (16)$$

$$c = T^2 \cos^2 \theta + \Sigma T_{lat}^2 \cos^2 \alpha - 2 T \Sigma T_{lat} \cos \theta \cos \alpha - 2 T \Sigma T_V \cos \theta \sen \theta + 2 \Sigma T_{lat} \Sigma T_V \cos \alpha \sen \theta + \Sigma T_V^2 \sen^2 \theta - k^2 f'_c A T \sen \theta - k^2 f'_c A \Sigma T_{lat} \sen \alpha - k^2 f'_c A \Sigma T_V \cos \theta \quad (17)$$

A solução da Equação (14), fazendo

$$f'_c A = \frac{C}{\sen \theta} \quad (18)$$

fornece a expressão do cortante para um ângulo  $\alpha$  qualquer, dada por

$$V = 0,5k^2 C \left[ \left( \frac{T - \Sigma T_{lat} \cos(\theta + \alpha)}{0,25k^2 C} + \cot^2 \theta \right)^{\frac{1}{2}} - \cot \theta \right] (1 + \cot^2 \theta) - (T \cos \theta - \Sigma T_{lat} \cos \alpha) \frac{1}{\sen \theta} + \Sigma T_V \quad (19)$$

Derivando  $V$  em relação a  $T$  e igualando a zero, obtém-se a expressão de  $T^*$  que maximiza a resistência ao esforço cortante para uma inclinação  $\alpha$  qualquer:

$$T^* = \frac{0,25k^2 C}{\cot^2 \theta} (1 + 2 \cot^2 \theta) + \Sigma T_{lat} \cos(\theta + \alpha) \quad (20)$$

Substituindo  $T^*$  na Equação (19), obtém-se a expressão para a resistência ao esforço cortante máxima:

$$V_{max} = 0,25k^2 C \tan \theta + [\sen(\theta + \alpha)] \Sigma T_{lat} + \Sigma T_V \quad (21)$$

#### 4.2 Aplicação do modelo proposto para armadura lateral com diferentes inclinações

Para o caso particular da armadura lateral horizontal, correspondente aos estudos de Silva e Giongo (2006), fazendo  $\alpha = 180^\circ - \theta$  na Equação (19), obtém-se a expressão para o esforço cortante idêntica à Equação (9), aqui reproduzida,

$$V_{180-\theta} = 0,5k^2C \left[ \left( \frac{T + \Sigma T_{lat}}{0,25k^2C} + \cot^2 \theta \right)^{\frac{1}{2}} - \cot \theta \right] (1 + \cot^2 \theta) - (T + \Sigma T_{lat}) \cot \theta + \Sigma T_V \quad (22)$$

A tração e o esforço cortante máximos podem ser obtidos da mesma forma usando as Equações (20) e (21), resultando para a tração máxima

$$T^*_{180-\theta} = 0,25k^2C(\tan^2 \theta - 2) - \Sigma T_{lat} \quad (23)$$

e para o cortante máximo

$$V_{max,180-\theta} = 0,25k^2C \tan \theta + \Sigma T_V \quad (24)$$

Como visto no Capítulo 3, Silva e Giongo (2006) não usaram a Equação (22) para determinação de  $V_{max}$ , pois recorreram a uma equação adicional de equilíbrio de momentos para determinação de  $R$ , na obtenção da expressão do esforço cortante  $V$ , obtendo a Equação (10).

Observa-se que, pela Equação (24), a SFT não incorpora de forma explícita os efeitos da armadura lateral quando esta é horizontal. O efeito da armadura lateral pode existir no ângulo  $\theta$ , que influencia na formulação de forma direta. Por este motivo, é válida a realização de ensaios modificando a inclinação para confirmar a existência desse efeito no ângulo  $\theta$ .

Para o caso particular da armadura perpendicular à fissura, fazendo  $\alpha = 90^\circ$  na Equação (21), obtém-se:

$$V_{max,90} = 0,25k^2C \tan \theta + \Sigma T_{lat} \cos \theta + \Sigma T_V \quad (25)$$

Para obter a orientação  $\alpha$  ótima para armadura lateral que maximiza a resistência ao esforço cortante, tem-se a Equação (19) como ponto de partida. Considerando  $T$  variável com o carregamento e  $\alpha$  um parâmetro variável de projeto, i.e.,  $V(T, \alpha)$ ,  $V_{max}$  pode ser obtido a partir da condição de estacionaridade:

$$\frac{\partial V}{\partial T} = 0 \quad (26)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \alpha} = 0 \quad (27)$$

Pela primeira condição, obtém-se a Equação (20). Da segunda condição, tem-se que

$$\operatorname{sen}^2(\theta + \alpha) = \frac{\operatorname{sen}^2 \alpha}{\operatorname{cos}^2 \theta} \quad (28)$$

Sabendo que  $0 < \theta < 90^\circ$  e, como suposto,  $\theta + \alpha \leq 180^\circ$ , i.e., armadura lateral sempre com inclinação horizontal ou descendente, tem-se que  $\operatorname{sen}(\theta + \alpha) \geq 0$ ,  $\operatorname{cos} \theta > 0$  e  $\operatorname{sen} \alpha > 0$ . Assim, pode-se escrever

$$\operatorname{sen}(\theta + \alpha) = \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\operatorname{cos} \theta} \quad (29)$$

que, desenvolvendo-se, resulta na condição:

$$\theta + \alpha = 90^\circ \quad (30)$$

A partir das expressões apresentadas na Equação (20), obtêm-se os valores ótimos de  $T$  e  $\alpha$  que maximizam  $V$ . A Tabela 5 apresenta os ângulos  $\alpha$  ótimos considerando os valores de  $\theta$  medidos nos ensaios de Silva (2003).

Substituindo os valores da Tabela 5 na expressão de  $V$  (Equação (19)), obtêm-se os valores máximos para a resistência ao esforço cortante. Observando os valores de  $\alpha$  apresentados na Tabela 5 e comparando-os com os ângulos  $\theta$  medidos nas vigas ensaiadas por Silva (2003), percebe-se que a inclinação ótima da armadura longitudinal é vertical, pois a soma de  $\alpha$  e  $\theta$  resulta sempre em  $90^\circ$ , em conformidade com a Equação (30).

Tabela 5 – Valores ótimos do ângulo  $\alpha$

Viga ensaiada	$\alpha_{otm}$ (graus)	$\theta$ (graus)
VQ3	54,8	35,2
VQ4	55,7	34,3
VQ5	54,5	35,5
VQ6	60,2	29,8
VQ7	61,3	28,7
VQ8	57,7	32,3
VQ9	52,0	38,0
VQ10	58,2	31,8
VS3	59,9	30,1
VS4	52,5	37,5
VS5	52,2	37,8
VS6	59,6	30,4

Fonte: Autora

### 4.3 Testes e análises com modelo teórico proposto

Para avaliação da expressão obtida de  $V_{max,180-\theta}$ , Equação (24), esta foi aplicada a algumas vigas ensaiadas por Silva (2003). Nesse sentido, todos os parâmetros aplicados na

formulação foram oriundos do ensaio ( $k$ ,  $C$ ,  $\theta$ ,  $\Sigma T_{lat}$ ,  $\Sigma T_V$ ). Diferente de Loov (1998), Silva (2003) utilizou  $k$  variável com as características de cada viga. Além disso,  $\Sigma T_V$  é um parâmetro que pode variar com  $\theta$ , uma vez que, quanto menor o ângulo, mais armaduras transversais cruzam a seção da fissura. O detalhamento dessas vigas encontra-se no Anexo A. A Tabela 6 apresenta a variação dos resultados obtidos por Silva e Giongo (2006) e pelo modelo proposto, comparados com os resultados experimentais.

A aplicação da formulação é passível de ser utilizada com parâmetros de ensaio, onde o ângulo  $\theta$  é obtido a partir do plano de ruptura. Em situações de projeto, a aplicação da SFT fica condicionada ao uso do ângulo  $\theta$  que resulta no menor valor de resistência ao cortante, tal qual proposto por Silva e Giongo (2006).

Tabela 6 – Comparação da resistência ao cisalhamento: experimental x soluções analíticas

<b>Viga ensaiada</b>	<b>Experimental</b>	<b>Teórico de Silva e Giongo (2006)</b>	<b>Var. Relativa (S&amp;G)</b>	<b>Modelo Teórico Proposto</b>	<b>Var. Relativa (Prop.)</b>
VQ3	209,1	178,03	-14,9%	178,71	-14,5%
VQ4	185,1	149,86	-19,0%	155,35	-16,1%
VQ5	173,5	124,30	-28,4%	132,68	-23,5%
VQ6	145,4	95,94	-34,0%	95,96	-34,0%
VQ7	213,5	144,84	-32,2%	151,73	-28,9%
VQ8	225,4	160,04	-29,0%	162,40	-27,9%
VQ9	206,7	182,24	-11,8%	182,48	-11,7%
VQ10	228,5	161,89	-29,2%	161,89	-29,1%
VS3	384,4	334,56	-13,0%	359,71	-6,4%
VS4	434,8	417,54	-4,0%	430,09	-1,1%
VS5	430,3	423,23	-1,6%	431,08	+0,2%
VS6	413,9	332,88	-19,6%	459,72	+11,1%

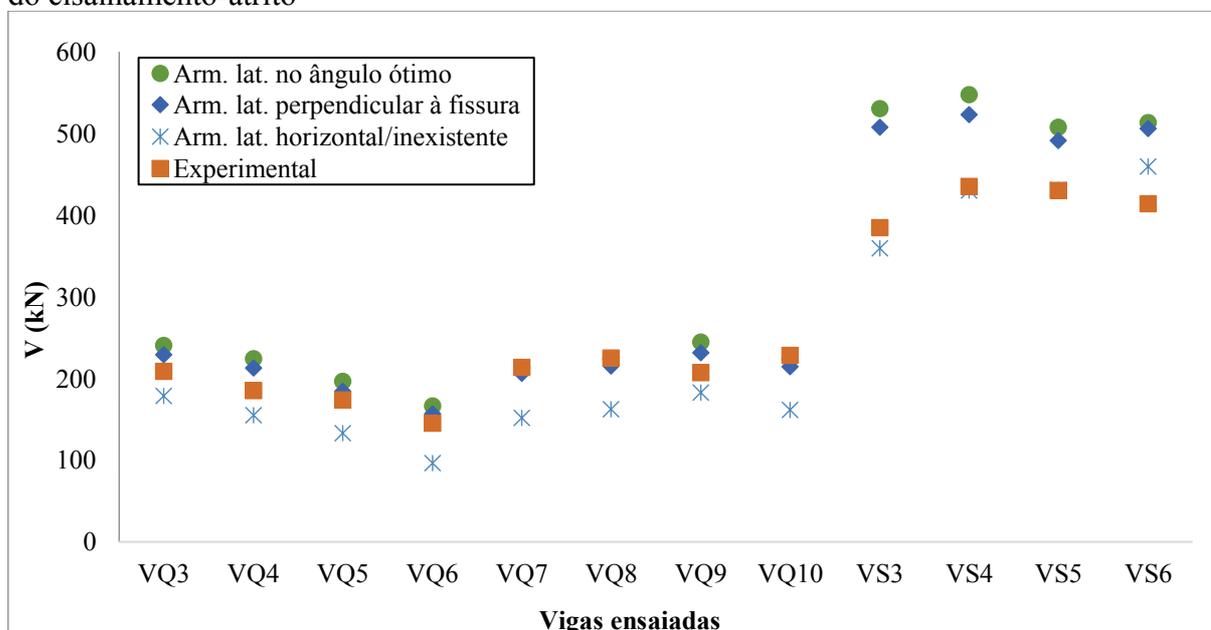
Fonte: Autora

Com exceção das vigas VS5 e VS6, todas as demais vigas com resultados obtidos a partir do modelo proposto apresentaram-se menos conservadores que os obtidos por Silva e Giongo (2006). No entanto, percebe-se que, de modo geral, o modelo proposto neste trabalho apresentou variações com relação aos valores experimentais iguais ou menores que os resultados obtidos por Silva e Giongo (2006), o que leva a concluir que a derivação da Equação (9) em vez da Equação (10) pode se apresentar mais pertinente e próxima da realidade no que concerne à estimativa da resistência ao cisalhamento.

Na análise de armaduras com inclinações diferentes, a Figura 18 apresenta um comparativo do valor do esforço cortante para telas com armadura lateral perpendicular à

fissura, horizontal, no ângulo ótimo e inexistente para cada uma das vigas do programa experimental analisadas por Silva e Giongo (2006).

Figura 18 – Efeito da variação do ângulo da armadura lateral no esforço cortante  $V$  pela teoria do cisalhamento-atrito



Fonte: Autora

Assim, de acordo com a SFT, o uso da inclinação vertical na região de ruptura provoca um aumento muito pequeno (em torno de 4,6%) da resistência ao cisalhamento quando comparada com a inclinação perpendicular ao plano de fissuração. Nas rupturas por cisalhamento, as tensões máximas (principais) ocorrem normais à face do trecho de ruptura, no entanto a hipótese da SFT de a superfície de fissuração existir previamente leva a obter uma resistência maior quando as armaduras são verticais. Pela Equação (24), armaduras laterais horizontais causam efeito idêntico ao caso de não haver armadura lateral. Entretanto, nos ensaios de Silva (2003), a influência da armadura lateral, por exemplo, existe, apesar de pequena.

A partir da expressão apresentada na Equação (21) em função de  $\alpha$ , pode-se verificar a variação no seu comportamento alterando fatores como as taxas de armadura lateral e transversal. Não é possível incluir diretamente efeitos do tipo de ancoragem da tela (ancoragem com fios extras de 4,2 mm de diâmetro, de 6,3 mm de diâmetro, ancoragem reta e ancoragem com dobra para fora da viga), mas entende-se que este efeito pode, de forma indireta, estar sendo incorporado no ângulo de inclinação da fissura ( $\theta$ ), obtido dos ensaios de Silva (2003). Dessa forma, os parâmetros medidos são utilizados na formulação como forma de tentar

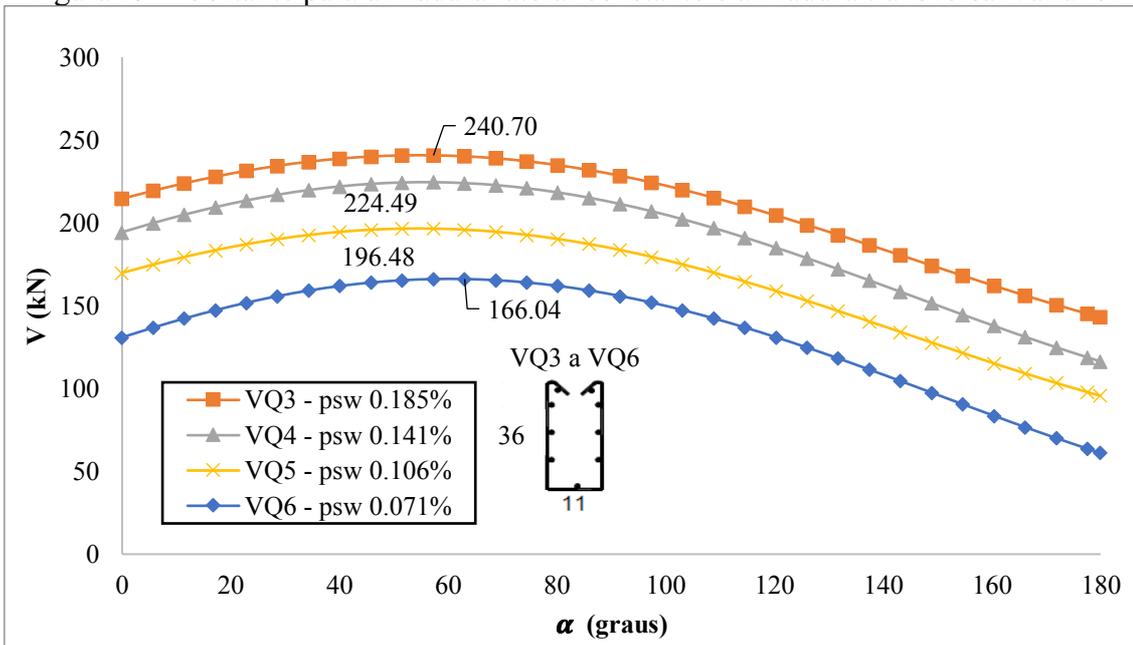
representar o comportamento ao esforço cortante com a variação do tipo de ancoragem. Vale ressaltar que a mudança de inclinação do ângulo  $\alpha$  pode fazer variar o ângulo  $\theta$ , mas, neste trabalho, considerou-se que esta influência seria muito pequena.

Dividindo as vigas estudadas em três grupos, em que é variado somente um único parâmetro por vez, chega-se aos comportamentos apresentados na Figura 19, na Figura 20 e na Figura 21. É possível notar que o aumento da taxa de armadura transversal, mantendo os outros parâmetros fixos, não altera bruscamente o formato das curvas e contribui somente para um deslocamento regular das mesmas. Como esperado, maiores taxas de armadura transversal levam a maiores resistências ao esforço cortante.

A alteração da taxa de armadura lateral, mantendo outros parâmetros constantes, causa uma acentuada alteração na forma da curva, com umas apresentando um caráter mais abatido que as outras. O aumento do abatimento é percebido com a redução da taxa de armadura lateral. Assim, quanto menor a taxa, menor o efeito que a angulação dessas armaduras tem na resistência ao cisalhamento. No entanto, o aumento da taxa de armadura lateral não leva, necessariamente, a um aumento da resistência ao cisalhamento.

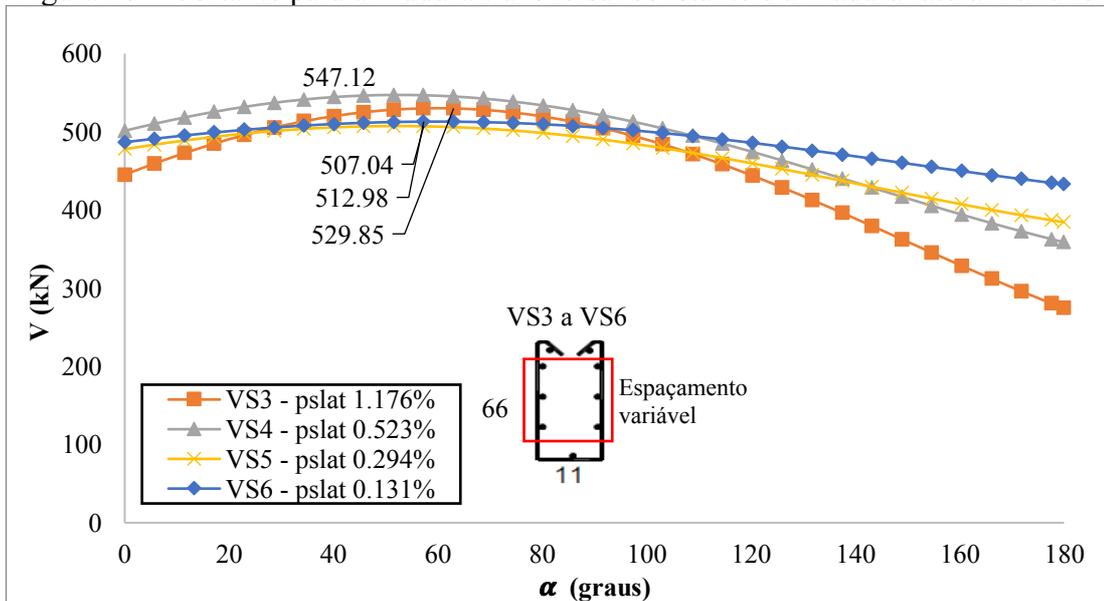
Variando o tipo de ancoragem, percebe-se que utilizar fios de 6.3 mm ou utilizar ganchos abertos para fora da viga gera o mesmo efeito. Como esperado, as resistências ao cisalhamento para ancoragem com fios de bitola de 4,2 mm de diâmetro são menores que as resistências para ancoragem com fios de 6.3 mm de diâmetro. A utilização de ancoragem reta, entrando com os fios da tela soldada dentro da mesa da viga T, resulta em resistências maiores. A mudança de ancoragem pouco influencia no formato da curva. Visto que a resistência ao cortante é diretamente proporcional à tangente de  $\theta$ , nota-se uma relação entre o apresentado na Figura 21 e os ângulos  $\theta$  de cada viga (VQ7 – 28,7°, VQ8 – 32,3°, VQ9 – 38°, VQ10 – 31,8°): quanto maior o ângulo, mais elevada é a curva, ou seja, maior a resistência da viga.

Figura 19 – Cortante para armadura lateral constante e armadura transversal variável



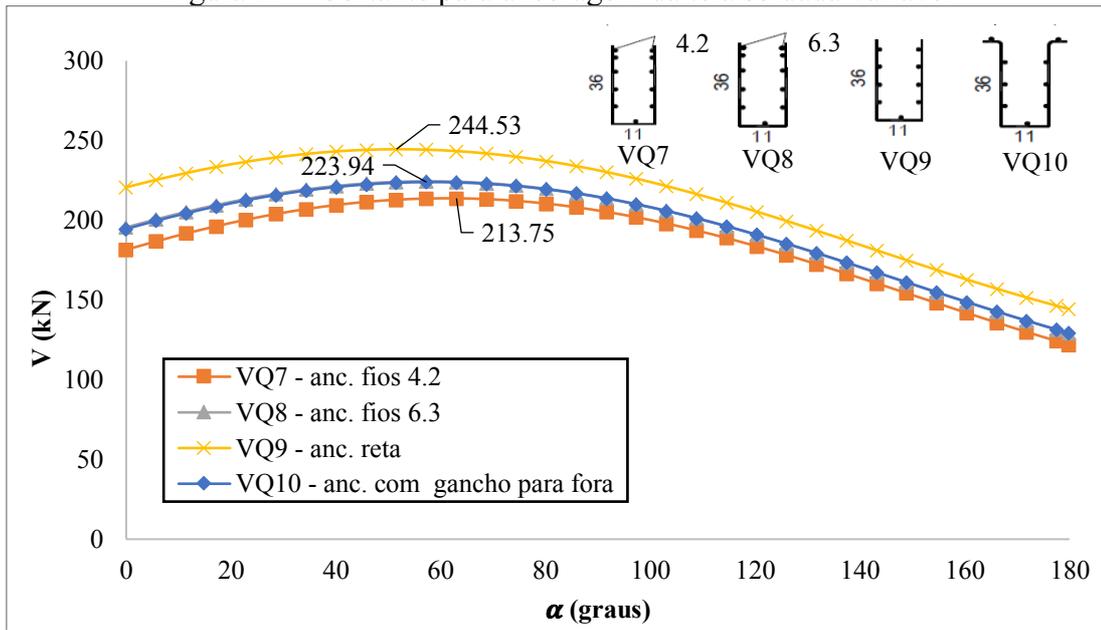
Fonte: Autora

Figura 20 – Cortante para armadura transversal constante e armadura lateral variável



Fonte: Autora

Figura 21 – Cortante para ancoragem da tela soldada variável



Fonte: Autora

## 5 ANÁLISES NUMÉRICAS

Para avaliar os resultados obtidos com a SFT bem como os experimentais, foram realizadas análises numéricas com elementos finitos no *software* Diana, utilizando elementos tridimensionais para representar as vigas e modelo constitutivo fundamentado na MCFT. Diversos outros autores debruçaram-se sobre a MCFT por meio do Diana para analisar os efeitos do cisalhamento e o comportamento de vigas, como discutido adiante.

### 5.1 Estudos numéricos sobre o cisalhamento de vigas

Broo *et al.* (2007) utilizaram o Diana para desenvolver um estudo numérico de painéis de cisalhamento e vigas sob flexão, cisalhamento e torção com elementos finitos lineares de casca. Foram utilizados modelos de fissura rotacionados e fixos com base nas deformações totais, ambos fundamentados na MCFT. Broo *et al.* (2007) simularam uma viga testada em um ensaio de flexão de quatro pontos. Considerando a contribuição do concreto na expressão do MCFT, a análise gerou valores superestimados para a resistência do concreto ao cisalhamento e valores subestimados para as deformações médias quando comparados aos ensaios experimentais. Segundo Broo *et al.* (2007), isso se deve ao fato de, por essa teoria, as tensões de tração poderem ser transferidas pelas fissuras oriundas da flexão, mesmo após o escoamento das armaduras longitudinais.

Colajanni *et al.* (2014) propuseram um modelo para prever a resistência ao cisalhamento de vigas armadas com estribos com mais de um tipo de inclinação ao mesmo tempo e validaram a proposta utilizando o código de elementos finitos disponível no VecTor2, *software* baseado no MCFT, desenvolvendo a modelagem de vigas sujeitas ao ensaio de flexão de quatro pontos, superarmadas à flexão para induzir à falha por cisalhamento. Foram usados três padrões de inclinação, que foram comparados com vigas com estribos verticais apenas, e foi possível concluir que, para baixas taxas de armadura transversal, estribos verticais possuem maior eficiência na resistência ao cisalhamento. No entanto, com taxas de armadura transversal elevadas, qualquer aumento na quantidade de estribos verticais torna-se pouco efetivo, o que não ocorre com armaduras inclinadas. Com taxas elevadas de armadura transversal, estribos inclinados, principalmente com inclinação de 45° e 55°, apresentaram-se mais efetivos em resistir ao cisalhamento.

## 5.2 Descrição das vigas analisadas

Diante do interesse de se estudar o uso de telas em vigas, mais especificamente o efeito da sua armadura lateral e o seu layout na resistência ao cisalhamento, os ensaios realizados por Silva (2003) e Silva e Giongo (2006) foram a base deste trabalho. Então, estuda-se o comportamento de vigas T com duas seções distintas (Figura 1) uma baixa e uma alta, com diferentes disposições de armadura, submetidas a duas cargas concentradas P, conforme ensaio de flexão de quatro pontos, tendo ênfase nos seguintes pontos:

- a) vigas altas (armadura de pele é mandatória) – considera-se o conjunto de vigas do tipo VS da série A2 (cujas características são apresentadas na Figura 1 e na Tabela 2) ensaiadas por Silva (2003). As vigas são verificadas analiticamente pela SFT e numericamente no Diana usando a MCFT, bem como alterações são realizadas nas armaduras para se estudar os efeitos na resistência ao cisalhamento. Vale pontuar que a única diferença entre as vigas VS2 e VS3 é que a primeira apresenta fios amarrados e a segunda apresenta tela soldada. Visto que as análises deste trabalho não fazem diferenciação, foram utilizados os resultados experimentais da VS3 como comparativo, uma vez que a VS2 apresentou problemas durante a concretagem e precisou ser reparada.
- b) vigas baixas (armadura de pele não é necessária) – considera-se o conjunto de vigas VQ da série D (cujas características são apresentadas na Figura 1 e na Tabela 2) ensaiadas por Silva (2003). Neste caso, são feitas alterações com a retirada de armaduras das mesas e mudanças dos tipos de ancoragem para observar o comportamento da resistência ao cisalhamento e comparações com a viga de seção retangular.

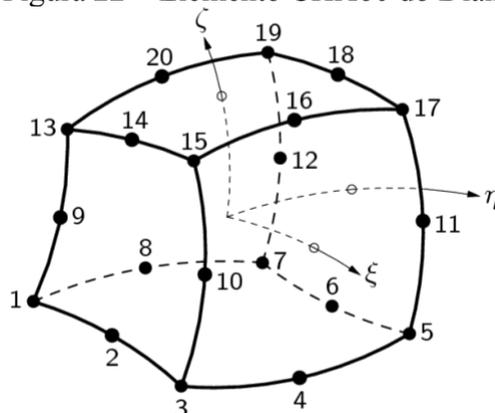
## 5.3 Estudos numéricos no Diana

Além do estudo analítico com base na SFT, simulações numéricas foram desenvolvidas com o software Diana usando a teoria do campo de compressão modificado para verificar o efeito da retirada de estribos na mesa das vigas, o uso de estribos abertos, bem como a variação do tipo de ancoragem na resistência ao cisalhamento. Uma descrição resumida dos modelos é apresentada a seguir.

### 5.3.1 Tipos de elementos finitos

As vigas foram modeladas usando para o concreto o elemento hexaedro tridimensional CHX60 – *brick*, isoparamétrico de 20 nós e 60 graus de liberdade, com função de interpolação quadrática e integração de Gauss, mostrado na Figura 22.

Figura 22 – Elemento CHX60 do Diana

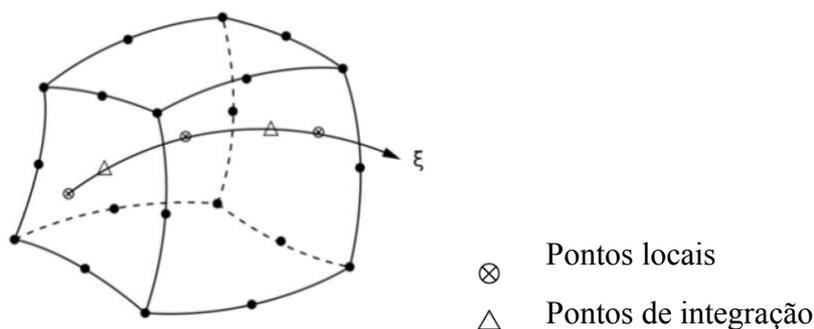


Fonte: Diana Theory Manual Release 10.3 (2019)

No Diana, é possível considerar o deslizamento entre materiais (armadura tipo “*bond-slip*”), ou seja, a deformação na armadura é diferente da deformação do material dentro do qual a mesma se encontra. Além disso, é possível considerar situações em que a armadura é embutida no concreto, ou seja, as deformações nas armaduras são obtidas a partir do campo de deslocamentos dos elementos do meio em que se encontra, o que implica uma perfeita aderência entre os materiais. Neste trabalho, a armadura é embutida no concreto e não possui graus de liberdade próprios.

As barras da armadura são divididas em segmentos que devem estar completamente inseridos em um elemento (Figura 23). Uma vez declaradas as coordenadas dos elementos sólidos de concreto e das armaduras, ao processar o modelo, o Diana cria “pontos locais” ou *location points* na interseção das barras da armadura com condições de contorno do elemento sólido bem como entre essas interseções. Os pontos locais definem a curvatura que a barra pode assumir. Em cada partícula, são realizadas integrações numéricas nos chamados *integration points* para determinar o vetor tangente à barra, no sentido do qual são determinadas as variáveis deformação e tensão axial.

Figura 23 – Elemento finito da armadura no interior do elemento sólido



Fonte: Diana Theory Manual Release 10.3 (2019)

### 5.3.2 Características do concreto e das armaduras

O modelo constitutivo não linear utilizado para o concreto no Diana segue as proposições do CEB-FIP, cuja fundamentação teórica para o comportamento de fissuração é baseada na deformação total, desenvolvido no Diana nas linhas da MCFT (*Total Strain Based Crack Model*) (Diana, 2019). Para que seja possível realizar uma análise tridimensional e levar em consideração o efeito de Poisson, a formulação no Diana é embasada na descrição teórica do modelo proposto por Selby e Vecchio (1997), onde sugere-se modelar o concreto considerando uma formulação ortotrópica.

A relação tensão-deformação proposta no CEB-FIP é apresentada na Figura 16. Utiliza-se o concreto de classe C20, similar à classe de concreto utilizada no ensaio de Silva (2003), visto que o Diana pré-determina as classes de concreto. Ou seja, os valores de resistência à compressão apresentados na Tabela 2 são aproximados para 20 MPa. A partir da determinação da classe do concreto como C20, propriedades básicas como o módulo de elasticidade, a tensão de tração última ( $f_t$ ) e a tensão de compressão média ( $f_{cm}$ ) são determinadas. Além disso, as propriedades necessárias para as funções de fissuração podem ser definidas: a tensão de tração ( $f_t$ ) e o coeficiente do Modo-I de energia de fratura ( $G_{If}$ ).

O modelo constitutivo utilizado para as armaduras foi o elastoplástico perfeito, baseado na plasticidade de Von Mises sem endurecimento. A plasticidade de Von Mises apresenta uma condição de escoamento com aproximação mais suave que a de Tresca. Foi desconsiderado o deslizamento entre a armadura e o concreto, com a configuração de armaduras embutidas no concreto. Assim, a aderência entre concreto e aço foi considerada perfeita.

### 5.3.3 *Métodos de solução não linear*

Para solução das equações não lineares, decorrente das não linearidades física e geométrica, foi selecionado o método clássico, incremental e iterativo, de Newton-Raphson. As análises são conduzidas além dos estágios de comportamento linear elástico do material e grandes deslocamentos são solicitados.

Além de outros métodos, é possível utilizar no Diana os métodos de Newton-Raphson Regular e Modificado. Com o primeiro, a matriz de rigidez tangente é avaliada em cada iteração, determinando-a a partir do último estado conhecido, mesmo que não seja um estado de equilíbrio. O regular apresenta uma convergência quadrática, sendo necessárias poucas iterações. No que concerne ao método modificado, a matriz de rigidez tangente é avaliada no início do incremento, sendo avaliada em um estado em equilíbrio já convergido. Geralmente, o método de Newton Raphson Modificado converge ao equilíbrio de forma mais lenta que o Método de Newton Raphson Regular (Diana, 2019). Neste trabalho, utilizou-se o método regular.

Combinado aos métodos iterativos utilizados nesse estudo para soluções de equações não lineares, foi utilizado o procedimento de busca linear implementado no Diana. O objetivo de utilizar a busca linear é evitar que as previsões do método utilizado sejam direcionadas a mínimos locais, cujas soluções ainda se encontram longe do equilíbrio, dificultando a convergência do processo global. Tal fato pode ocorrer em estruturas com grandes não linearidades físicas, como é o caso dos exemplos aqui estudados.

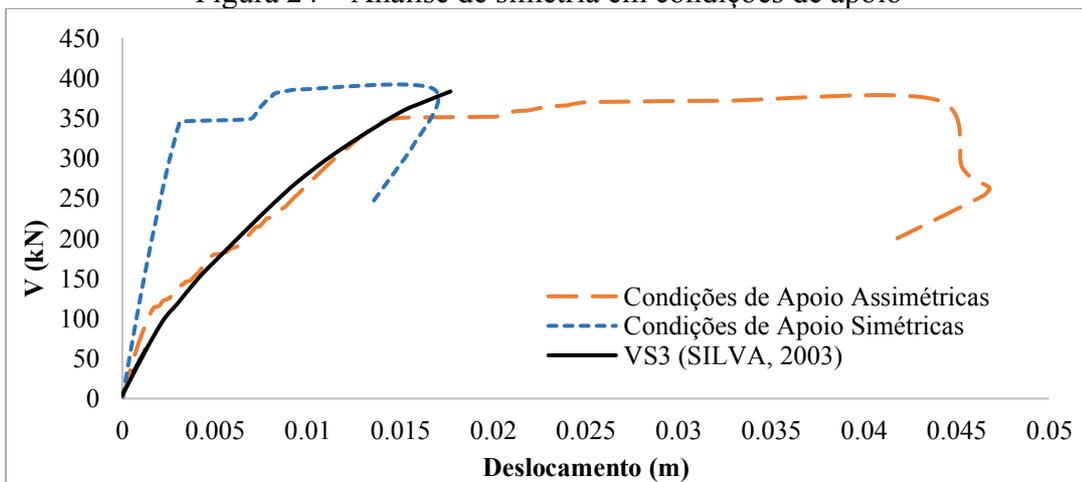
O algoritmo de busca linear implementado no Diana modifica a escala do vetor deslocamentos obtidos a partir dos métodos iterativos convencionais para valores que minimizem a energia potencial ( $\Pi$ ). Esse algoritmo visa auxiliar o processo iterativo global, não sendo adequado utilizá-lo de forma isolada, pois o mesmo não continua a partir do momento em que a derivada da energia potencial chega a 0.

### 5.3.4 *Condições de apoio e carregamento*

A simetria da estrutura (geometria, material, carregamento e condições de contorno), inicialmente imaginada para as vigas ensaiadas efetivamente não se verifica quando ensaios reais são realizados. As condições de contorno impostas a deslocamentos associados a graus de liberdade de translação, devido ao uso de modelo 3D (elementos CHX60 – brick), foram investigadas buscando-se a melhor representação associada à carga de cisalhamento

máxima. O estudo foi realizado com um modelo da VS3 de Silva (2003) com elementos de 20 cm (Figura 24) e verificou-se que condições de contorno assimétricas (travamentos em X, Y e Z em um apoio e apenas em Y em outro, conforme apresentado na Figura 25) representam mais adequadamente o comportamento até a ruptura no ensaio. Na Figura 24 são analisadas as curvas carga-deslocamento, considerando o deslocamento no ponto central da face inferior da viga. Tal fato vale para todas as curvas carga-deslocamento apresentadas adiante.

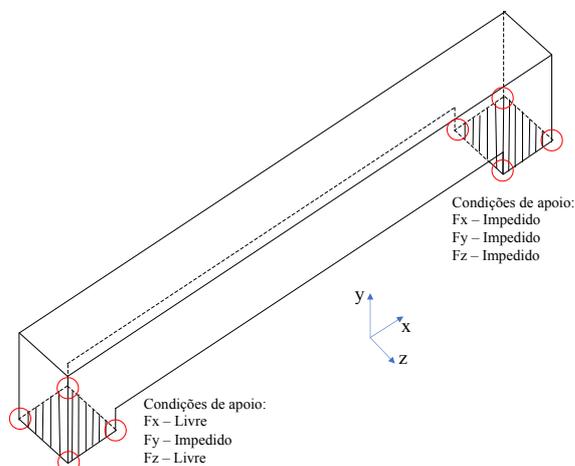
Figura 24 – Análise de simetria em condições de apoio



Fonte: Autora

As condições de contorno no Diana podem ser introduzidas a partir de sua aplicação em uma face de uma entidade, sendo, a partir daí, considerado que as condições de contorno são aplicadas nos vértices da entidade.

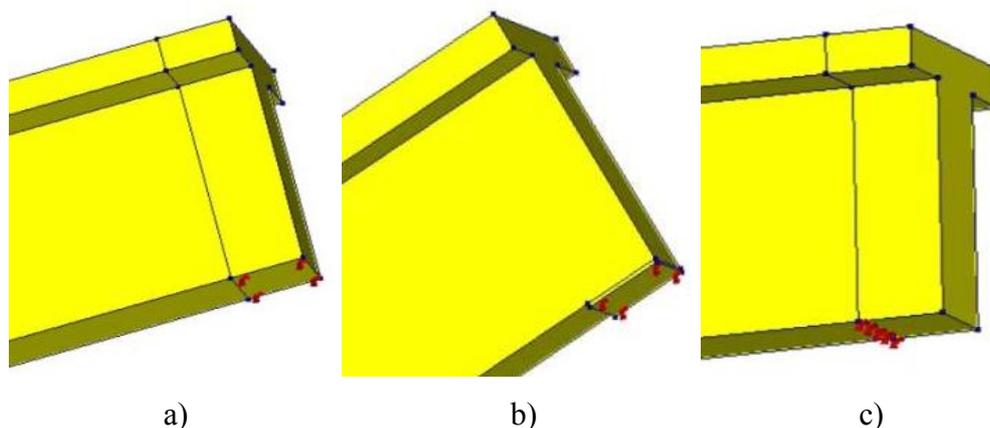
Figura 25 – Demonstração genérica das condições de apoio assimétricas com nós impedidos apenas no movimento de translação



Fonte: Autora

Três situações foram comparadas com o intuito de verificar o melhor tipo de situação para a representação da condição de apoio (Figura 26). O caso 1 considera que as condições de apoio são aplicadas diretamente em uma face (20 cm x 20 cm) do modelo da viga (áreas hachuradas da Figura 25). O caso 2 considera que a viga se apoia em uma placa rígida (com módulo de elasticidade em torno de 10 vezes maior que o módulo do concreto), de 1 cm de espessura e dimensões 20 cm x 20 cm, na qual se aplicam as condições de apoio. E o caso 3 considera que as condições de apoio são aplicadas ao longo das linhas de partição, em ambos os lados da viga, com o intuito de permitir liberdade de rotação nos apoios. O comparativo do comportamento da força cortante para os três casos e o ensaio de Silva (2003) é feito com a VS3 e é apresentado na Figura 27.

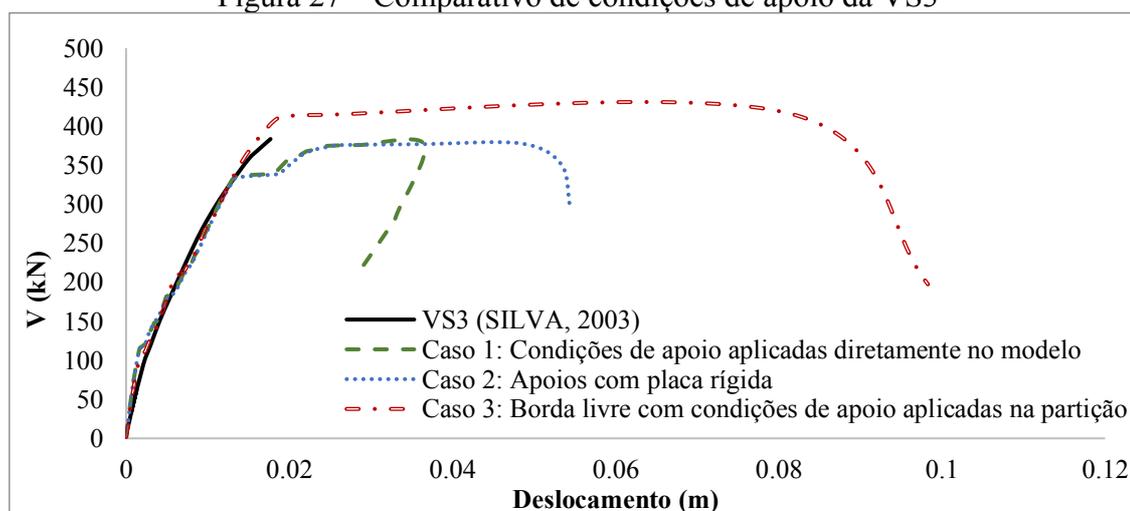
Figura 26 – Condições de apoio para: a) Caso 1, b) Caso 2, c) Caso 3



Fonte: Adaptado do Diana

Vale ressaltar que, ao aplicar as condições de apoio em um elemento sólido no Diana, as mesmas são rearranjadas para os vértices do elemento estrutural, ou seja, aplicar as condições de apoio em uma face significa, na verdade, aplicar as mesmas nos nós dessa face.

Figura 27 – Comparativo de condições de apoio da VS3



Fonte: Autora

A partir da análise da Figura 27, percebe-se que os casos 1 e 2 foram assertivos no que concerne ao cortante máximo da VS3 de Silva (2003), e que o caso 3 apresentou resistência maior que o experimental e, por isso, foi descartado. O caso 1 apresentou esforço cortante máximo equivalente ao da VS3 e o menor deslocamento dentre os casos. Assim, adotou-se o caso 1 de condições de apoio como o padrão para as análises subsequentes.

No que concerne ao padrão de carregamento, as duas cargas ativas do ensaio de quatro pontos foram aplicadas, cada uma, distribuída em uma placa rígida sobre a largura da mesa da viga. Foi aplicada uma carga distribuída na superfície das placas que resulta em uma carga de referência de 1 kN. A análise é realizada com controle de carga com base em um fator de carga aplicado à carga de referência. Quando a convergência não é atingida, muda-se para o controle de comprimento de arco. É chamada de  $V$  a carga em kN atuante em cada um dos pontos de carregamento (devido à disposição das cargas, também corresponde ao esforço cortante na viga). Assim, a carga total aplicada no ensaio de flexão de 4 pontos é  $2V$ .

### 5.3.5 *Modelo numérico de vigas altas*

Seis vigas do tipo alta (grupo VS) foram analisadas no DIANA, conforme mostradas na Tabela 7, das quais três foram ensaiadas e analisadas por Silva (2003). As outras três vigas, destacadas na tabela (*boldface*), foram criadas a partir da retirada de armaduras das primeiras vigas, geralmente, os estribos da mesa, causando uma perda de confinamento no concreto desta região das vigas.

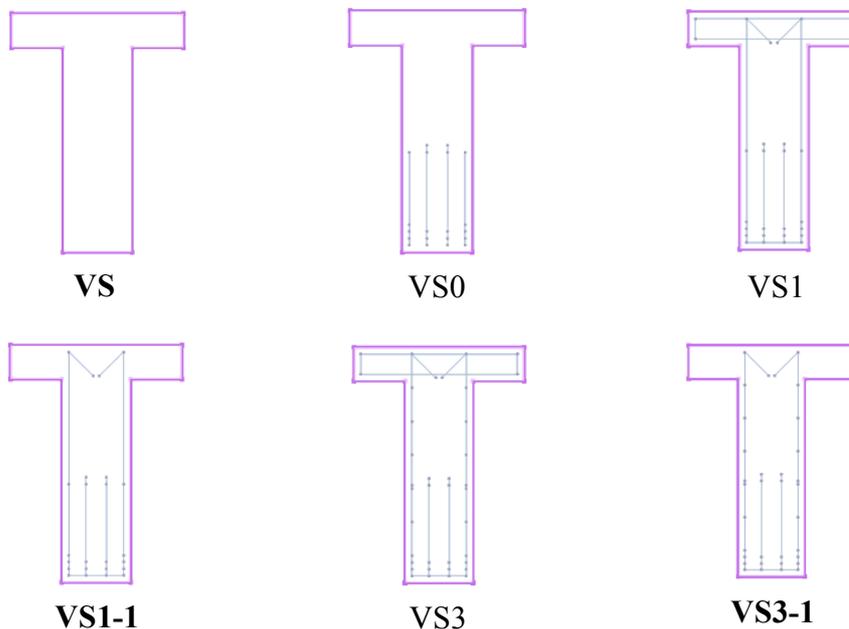
Tabela 7 – Vigas utilizadas no estudo numérico de vigas altas

<b>Vigas do estudo numérico</b>	<b>Descrição</b>
<b>VS</b>	Viga sem armadura.
<b>VS0</b>	Viga com apenas armadura longitudinal positiva.
<b>VS1</b>	Viga com armadura longitudinal positiva, porta estribos, estribo na mesa e estribo na alma.
<b>VS1-1</b>	Viga com armadura longitudinal positiva e estribo na alma.
<b>VS3</b>	Viga com armadura longitudinal positiva, porta estribos, estribo na mesa, estribo na alma e armadura lateral.
<b>VS3-1</b>	Viga com armadura longitudinal positiva, estribo na alma e armadura lateral.

Fonte: Autora

A Figura 28 mostra a seção transversal de cada uma das vigas, considerando o concreto com contorno lilás e transparente para facilitar a visualização das dobras das armaduras longitudinais e o contorno dos estribos dentro das vigas.

Figura 28 – Seções transversais das vigas utilizadas no estudo numérico



Fonte: Adaptado do Diana

Os valores utilizados para a tensão de escoamento das armaduras foram aproximações dos valores obtidos nos ensaios de Silva (2003), que chegaram em 620 MPa para bitola de 20 mm, 582,45 MPa para bitola de 16 mm, 703 MPa para a bitola de 5 mm e 751, 96

MPa para fios de 4,2 mm. Nas análises, foram utilizados os valores aproximados: 600 MPa para bitolas de 20 e 16 mm, 700 MPa para bitola de 5 mm e 750 MPa para bitola de 4,2 mm.

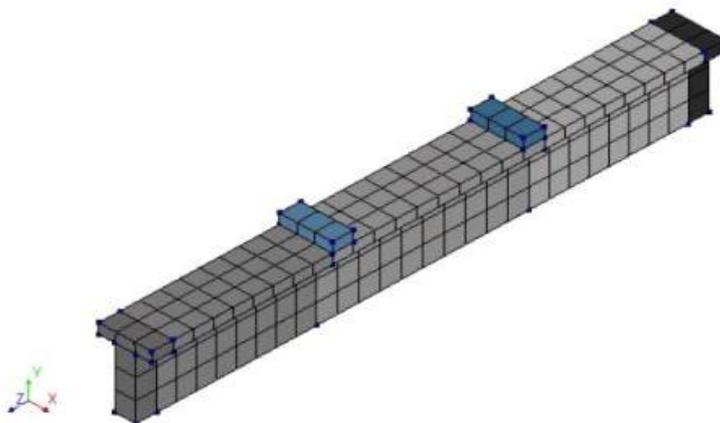
### 5.3.5.1 *Análise de convergência*

Foi realizado um estudo de convergência com o refinamento da malha usando análise linear. Para isto, foi escolhida a viga VS, sem armadura, para facilitar a análise, visto que o uso da malha estabelecida a partir da VS nas outras vigas mostrou resultados consistentes.

Para a determinação do módulo de elasticidade do concreto, tomou-se a resistência à compressão real da viga do grupo A2 do estudo de Silva (2003) que resultou mais próximo do  $f_{ck}$  teórico de 20 MPa, ou seja, foi utilizada a resistência à compressão de 18,8 MPa. O cálculo do módulo de elasticidade foi determinado conforme a NBR 6118:2014 para concretos até 50 MPa de resistência, resultando em um módulo de elasticidade inicial de 24,3 GPa. Para os suportes, tomou-se um material homogêneo, porém com características semelhantes ao do aço, sendo utilizado para o módulo de elasticidade o valor de 210 GPa.

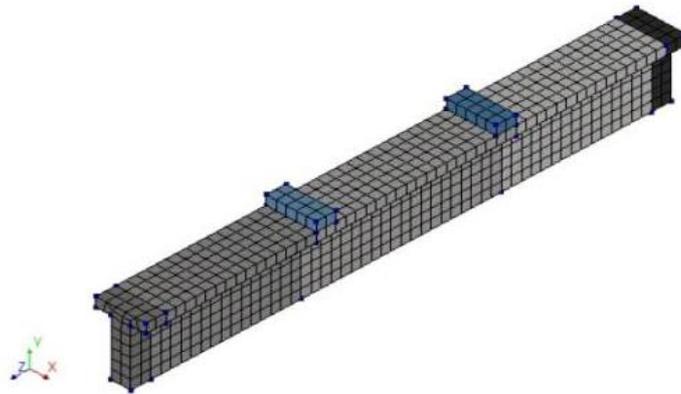
A carga aplicada em cada suporte da viga foi a pior carga última para a série A2 do grupo VS: 384,4 kN, conforme Silva (2003). Foram criados três tipos de malha, considerando que, a cada refinamento, as arestas dos elementos são reduzidas à metade. A Figura 29, a Figura 30 e Figura 31 apresentam as malhas para elementos de 20 cm, 10 cm e 5 cm de aresta.

Figura 29 – Malha da viga VS para o elemento de 20 cm (Malha 1)



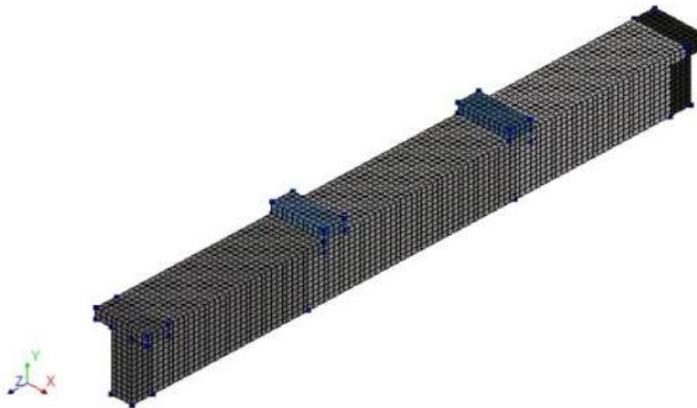
Fonte: Adaptado do Diana

Figura 30 – Malha da viga VS para o elemento de 10 cm (Malha 2)



Fonte: Adaptado do Diana

Figura 31 – Malha da viga VS para o elemento de 5 cm (Malha 3)



Fonte: Adaptado do Diana

Com os elementos de 20 cm, 10 cm e 5 cm, foi obtida uma função de ajuste relacionando os comprimentos desses elementos com o deslocamento máximo na face inferior da viga. Por extrapolação, estimou-se o deslocamento quando o tamanho do elemento tende a zero, obtendo-se  $v_{h_{elem} \rightarrow 0} = 7,92$ , representando uma malha infinitamente refinada. Obtendo a diferença percentual entre o deslocamento obtido com os diferentes tipos de malha e o deslocamento de referência ( $v_{h_{elem} \rightarrow 0}$ ), tem-se os dados apresentados na Tabela 8. A convergência é efetiva já com o elemento de 20 cm, o que pode ser justificado pela característica quadrática. Pelo tempo de processamento menor, foi utilizado o elemento de 20 cm.

Tabela 8 – Diferença de deslocamentos com a redução da malha (VS)

$h_{elem}$	Desloc. Máximo ( $v$ )	Diferença $v \times v_{h_{elem} \rightarrow 0}$
20 cm	7,39	6,63%
10 cm	7,64	3,49%
5 cm	7,78	1,79%

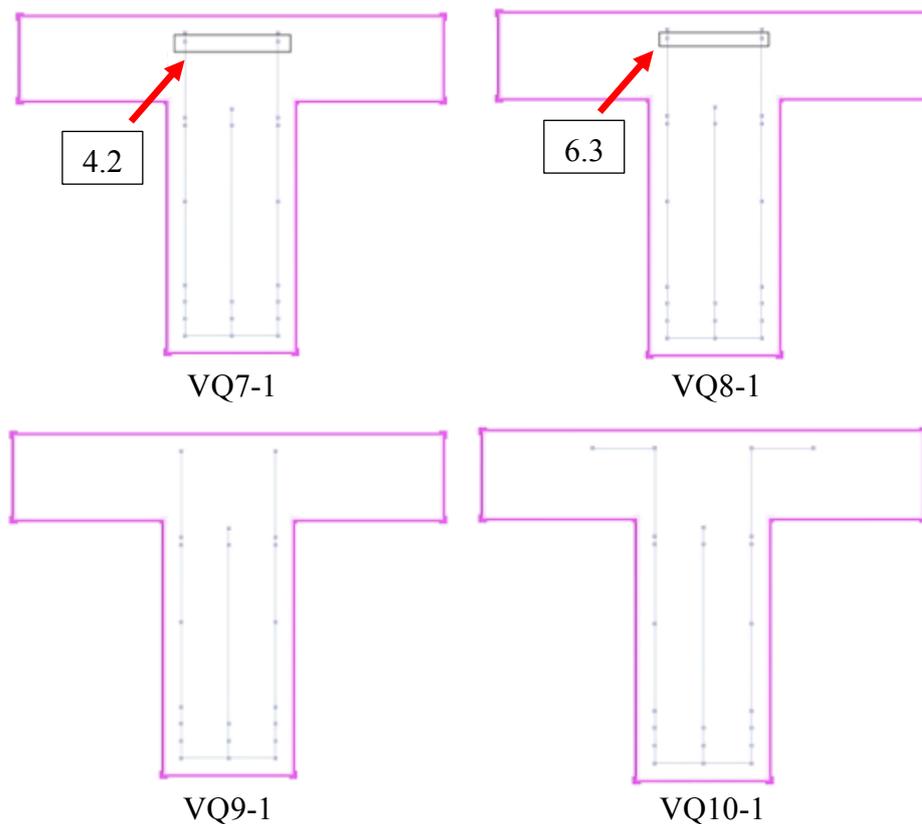
Fonte: Autora

### 5.3.6 Modelo numérico de vigas baixas

Segundo a NBR 6118:2014, em vigas com altura igual ou inferior a 60 cm, a utilização de armadura de pele pode ser dispensada. Nesse contexto, foram analisadas vigas da classe VQ ensaiadas por Silva (2003), visando avaliar possíveis influências das ancoragens utilizadas.

Foram considerados os 4 tipos de ancoragem analisados por Silva (2003), mas aqui retirando a armadura da mesa com o objetivo de deixar o estribo aberto na face superior. A Figura 32 apresenta as seções transversais das vigas com as diferentes ancoragens analisadas, que são detalhadas na Tabela 9. Todas as vigas são adaptadas a partir de vigas do ensaio de Silva (2003).

Figura 32 – Vigas VQ7-1, VQ8-1, VQ9-1 e VQ10-1 adaptadas de Silva (2003)



Fonte: Adaptado do Diana

Tabela 9 – Vigas utilizadas no estudo numérico de vigas baixas

<b>Vigas do estudo numérico</b>	<b>Descrição da ancoragem</b>
VQ7-1	Viga sem estribo na mesa com 2 barras de 4,2mm amarradas nos estribos e armadura lateral.
VQ8-1	Viga sem estribo na mesa com 2 barras de 6,3mm amarradas nos estribos e armadura lateral.
VQ9-1	Viga sem estribo na mesa com ancoragem reta e armadura lateral.
VQ10-1	Viga sem estribo na mesa com ancoragem dobrada para fora da mesa e armadura lateral.

Fonte: Autora

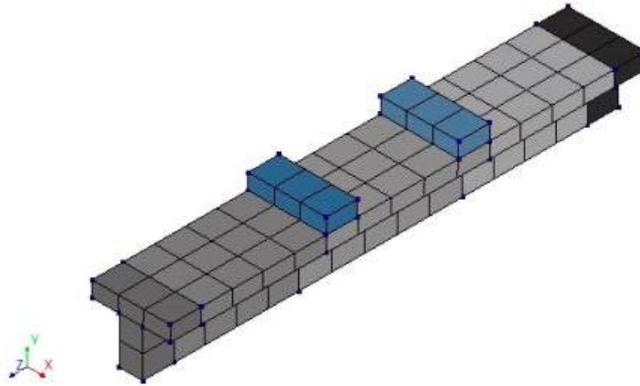
A posição da barra de ancoragem das vigas VQ7 e VQ8 é explícita por Silva (2003) acima de todas as vigas de 4,2 mm, no entanto, na modelagem da VQ7-1 e VQ8-1, a mesma é incluída a uma distância de 1 cm abaixo da extremidade da armadura vertical, atendendo aos critérios da NBR 6118:2014. A bitola de 4,2 mm de diâmetro, entretanto, utilizada para o fio de ancoragem da VQ7 não atende às exigências da norma. Visto que esse padrão foi utilizado na análise de Silva (2003), neste trabalho, o mesmo padrão foi mantido para não haver diferenças relevantes em relação às vigas de base.

### 5.3.6.1 *Análise de convergência*

Para a determinação do módulo de elasticidade do concreto, seguiu-se procedimento semelhante ao estudo de vigas altas: tomou-se a resistência à compressão real da viga do grupo D do estudo de Silva (2003), conforme Tabela 2, mais próxima do  $f_{ck}$  teórico de 20 MPa, ou seja, foi utilizada a resistência à compressão de 25,1 MPa. O cálculo do módulo de elasticidade foi determinado conforme a NBR 6118:2014 para concretos até 50 MPa de resistência, resultando em um módulo de elasticidade inicial de 28,1 GPa. Para os suportes, seguiu-se o mesmo padrão feito para as vigas altas.

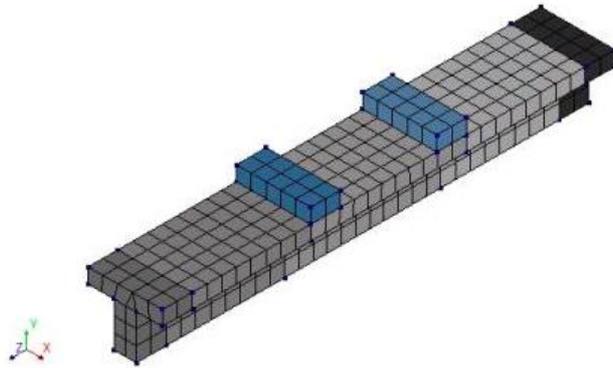
A carga aplicada em cada suporte da viga linear elástica, foi a pior carga última ocorrida para a série D do grupo VQ: 228,5 kN, conforme Silva (2003). A discretização das malhas também seguiu análise de convergência conforme realizada com as vigas do tipo VS. As dimensões utilizadas para os elementos foram inicialmente 20 cm, sendo reduzidas, em seguida, para 10 cm e 5 cm de aresta. A Figura 33, a Figura 34 e a Figura 35 apresentam a viga VQ discretizada para cada um dos três casos.

Figura 33 – Malha da viga VQ considerando elemento de 20 cm



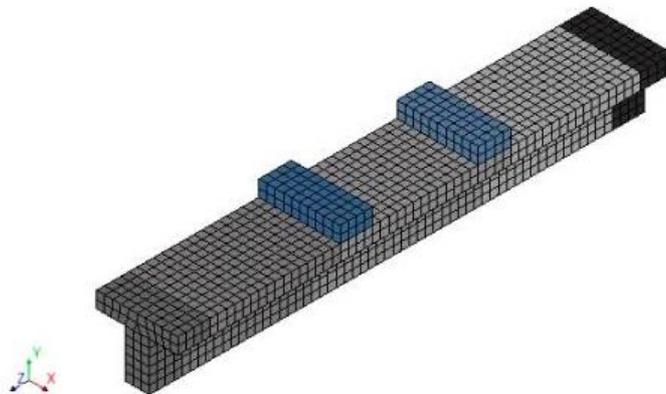
Fonte: Adaptado do Diana

Figura 34 – Malha da viga VQ considerando elemento de 10 cm



Fonte: Adaptado do Diana

Figura 35 – Malha da viga VQ considerando elemento de 5 cm



Fonte: Adaptado do Diana

Assim como feito para o estudo de convergência da VS, utilizou-se um elemento quadrático, o que faz malhas mais esparsas gerarem resultados muito próximos dos resultados

das malhas mais refinadas. Obtendo-se uma função de ajuste que relaciona elementos de 20 cm, 10 cm e 5 cm de comprimento com o deslocamento máximo na face inferior da viga, foi possível estimar por extrapolação o deslocamento máximo para o tamanho do elemento tendendo a zero, ou seja,  $v_{h_{elem} \rightarrow 0} = 3,27$ . Obtendo a diferença percentual entre os deslocamentos obtidos com os diferentes tipos de malha e o deslocamento de referência ( $v_{h_{elem} \rightarrow 0}$ ), tem-se o apresentado na Tabela 10. Devido à rápida convergência e o menor tempo de processamento, foi utilizado nas análises o elemento de 20 cm.

Tabela 10 – Diferença de deslocamentos com a redução da malha (VQ)

$h_{elem}$	Desloc. Máximo ( $v$ )	Diferença $v \times v_{h_{elem} \rightarrow 0}$
20 cm	2,92	4,32%
10 cm	3,05	2,73%
5 cm	3,15	1,51%

Fonte: Autora

## 6 RESULTADOS DAS ANÁLISES NUMÉRICAS

### 6.1 Resultados obtidos com vigas altas

Os resultados para a carga última obtidos no Diana para as vigas VS são mostrados e comparados com os experimentais na Tabela 11. Percebe-se uma excelente aproximação, e a maior variação foi de cerca de 3% na VS3. A exceção foi a VS0, apresentada na Figura 36, onde observa-se a formação de um patamar, com um posterior endurecimento, que não foi observado no ensaio. Aliás não só neste caso, mas em todos. Se considerarmos a carga correspondente ao patamar, a diferença torna-se também pequena. A Figura 37 e a Figura 38 apresentam a alta relação entre os resultados no que concerne à VS1 e à VS3, respectivamente.

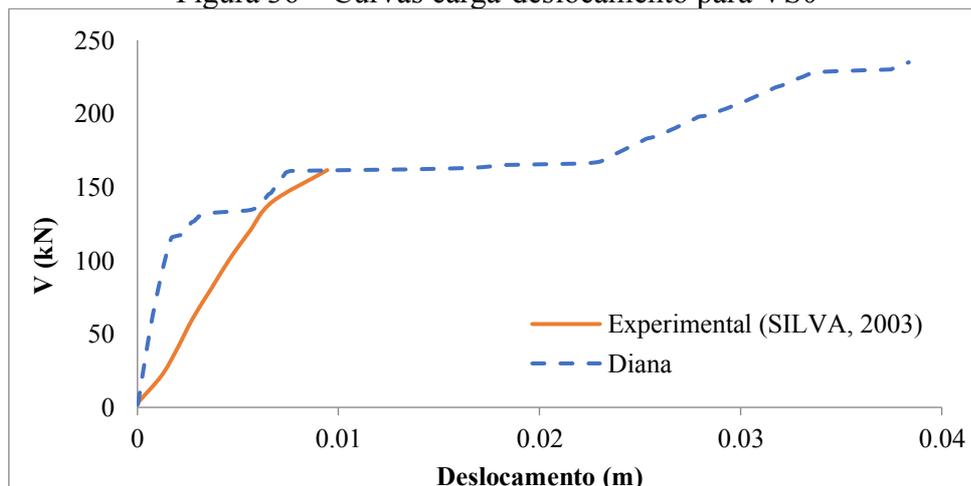
Segundo Silva (2003), a VS0 apresentou corpos de prova com resistência à compressão de 17,6 MPa, menor que a previsão de 20 MPa. Além disso, houve reparos na VS0 devido a alguns vazios que surgiram na extremidade inferior da mesma.

Tabela 11 – Comparativo de carga última para as vigas VS de Silva (2003)

Solução	VS0 (kN)	VS1 (kN)	VS3 (kN)
Diana	234,9	363	374
Experimental	161,1	366,3	384,4
Variação	+45,81%	-0,90%	-2,71%

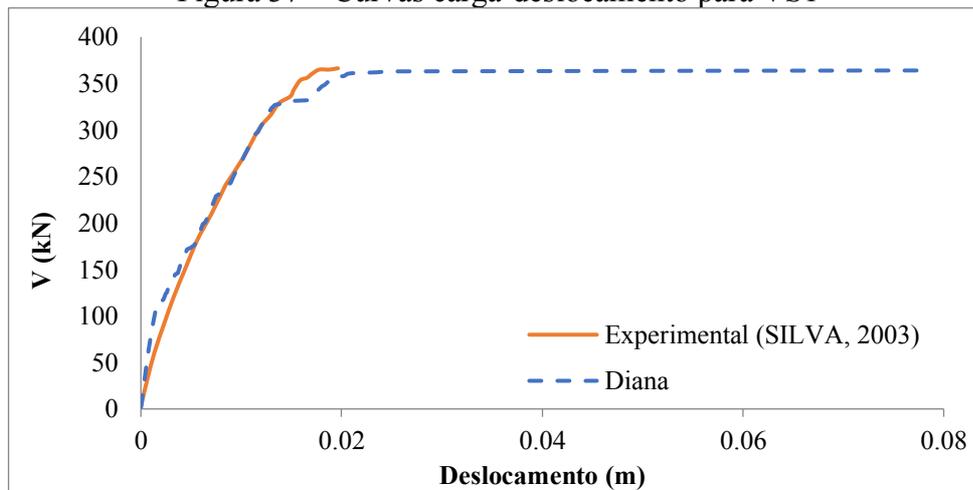
Fonte: Autora

Figura 36 – Curvas carga-deslocamento para VS0



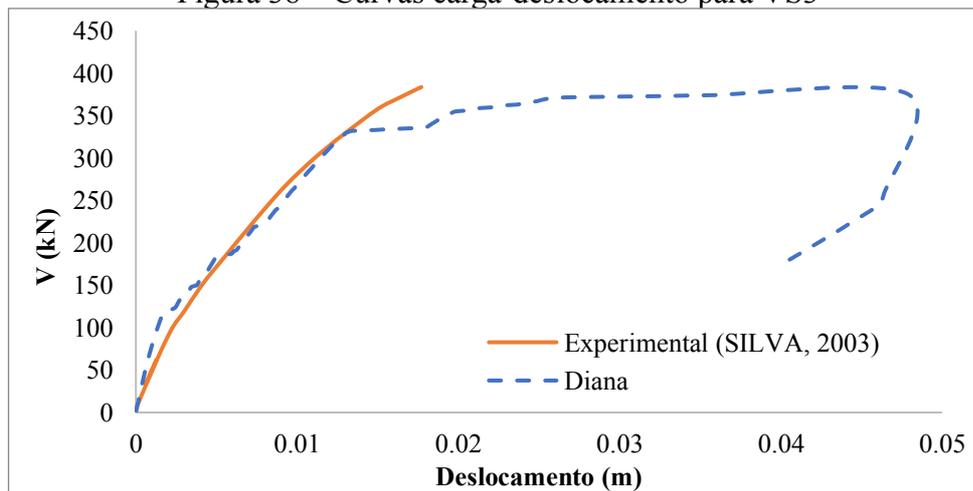
Fonte: Autora

Figura 37 – Curvas carga-deslocamento para VS1



Fonte: Autora

Figura 38 – Curvas carga-deslocamento para VS3



Fonte: Autora

Comparando os resultados obtidos para a resistência ao esforço cortante com as teorias de cisalhamento-atrito e a do campo de compressão modificado com o valor experimental, percebe-se uma elevada assertividade por parte da última teoria. A SFT de Silva e Giongo (2006) apresentou diferença de em torno de 13%, enquanto a SFT aqui proposta apresentou apenas 7% de variação, e a solução no Diana apresentou uma variação menor que 3%, como pode ser visto na Tabela 12. As curvas carga-deslocamento das simulações numéricas são mostradas na Figura 39 e o resumo de cargas últimas obtidas na Tabela 13.

Tabela 12 – Comparativo de resultados da carga V da VS3 (valores em kN)

Exp.	Silva e Giongo (2006)	Modelo Teórico Proposto	Diana-MEF
	334,54	359,71	374,00
384,40	<b>Varição</b>	<b>Varição</b>	<b>Varição</b>
	-12,87 %	-6,42 %	-2,71 %

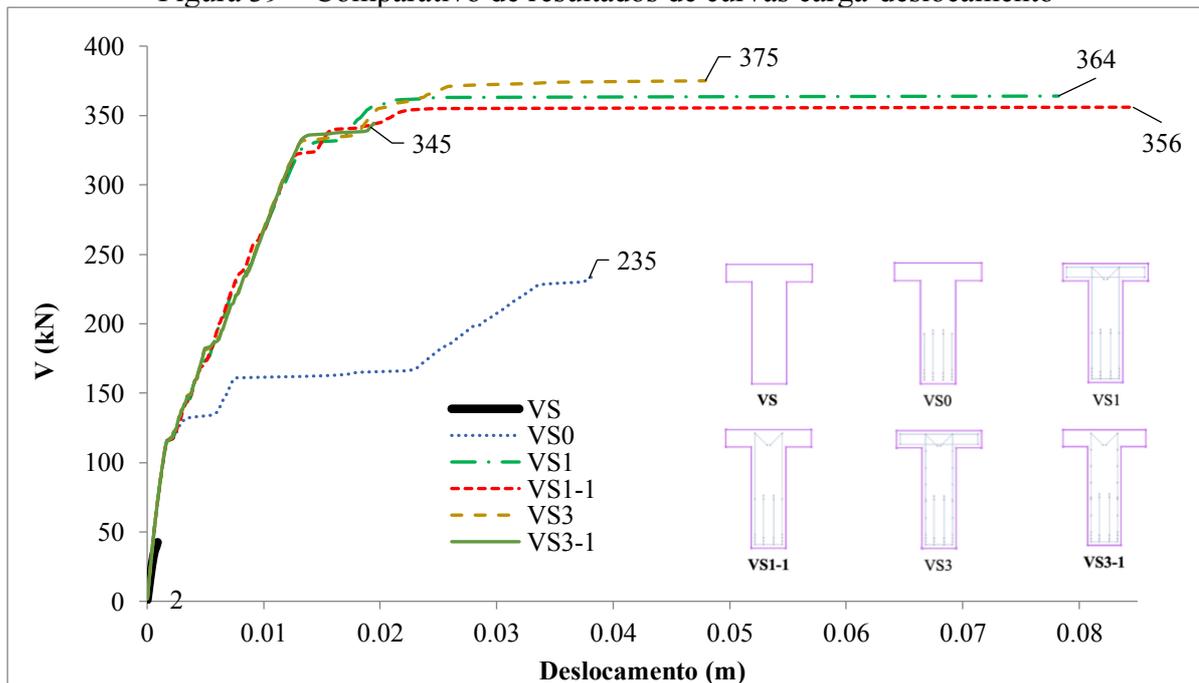
Fonte: Autora

Tabela 13 – Carga última obtida na análise numérica (valores em kN)

Viga analisada	Diana-MEF
VS	43
VS0	234,9
VS1	363
VS1-1	355
VS3	374
VS3-1	344,43

Fonte: Autora

Figura 39 – Comparativo de resultados de curvas carga-deslocamento

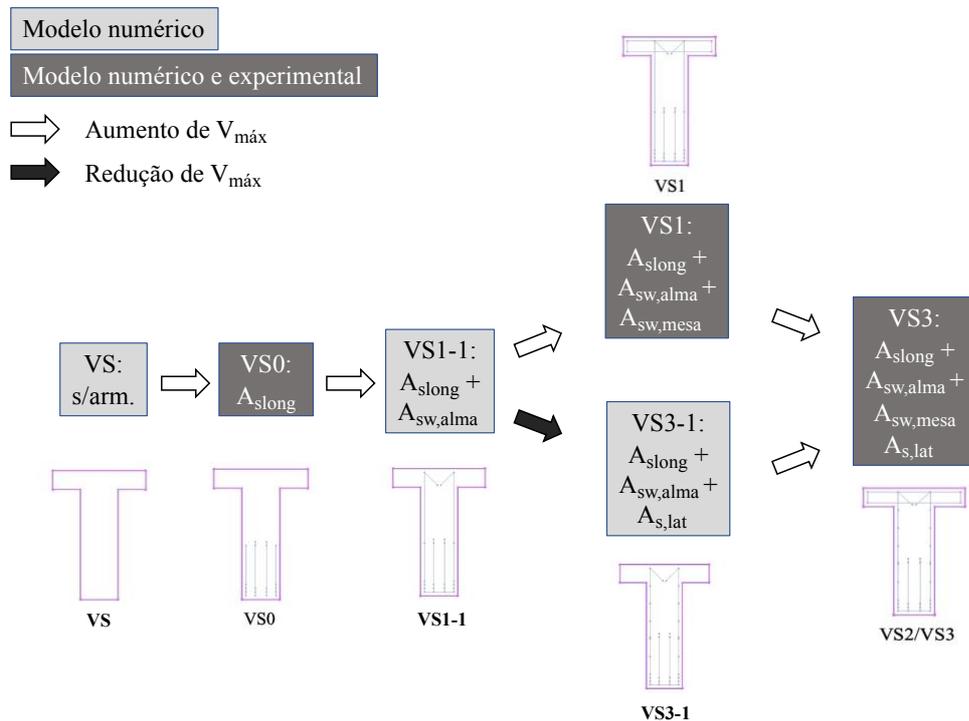


Fonte: Autora

A sequência de modificações e análises realizadas é mostrada na Figura 40 para melhor análise dos resultados mostrados na Figura 39. Os comportamentos das vigas VS, VS0 e VS1-1 seguem uma lógica dentro do esperado. A adição de armaduras na mesa da VS1-1, passando para VS1, contribui para um aumento sutil de 2,25 % na resistência da viga. Com a

adição de armaduras de pele à VS1, passando para VS3, a carga aumenta em 5,35 %. Voltando à VS1-1, por outro lado, a adição de armadura de pele, passando para a VS3-1, pode ter contribuído para um modelo de viga superarmada, tal que a viga perde ductilidade e sofre de ruptura do tipo frágil. Para afastar a influência de problema numéricos, neste caso, os passos (*steps*) foram constantemente controlados para ajustes no resultado, que não alteraram significativamente a resposta obtida.

Figura 40 – Evolução do  $V_{m\acute{a}x}$  (cortante máximo) com a mudança do detalhamento das vigas



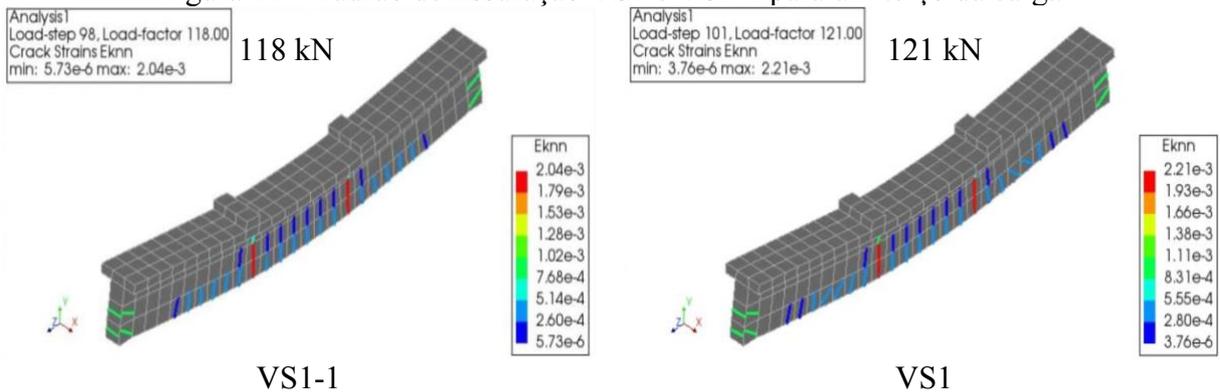
Fonte: Adaptado do Diana

A evolução do comportamento da fissuração é representada pela deformação de fissuração  $E_{knn}$ , normal à abertura das fissuras, nos pontos de integração do elemento, mostradas nas Figuras Figura 41 a Figura 50. As assimetrias observadas nos padrões de fissuração, que se acentuam com o aumento da carga, podem surgir de problemas numéricos, mas, neste caso, principalmente da assimetria assumida para as condições de contorno.

Na apresentação do padrão de fissuração em algumas vigas com o aumento da carga aplicada e, conseqüentemente, do esforço cortante, consideraram-se quatro estágios de carga: um terço da carga de ruptura, metade da carga de ruptura, dois terços da carga de ruptura e a própria carga de ruptura. Das Figuras Figura 41 a Figura 50 tem-se a representação dos comparativos entre VS1 e VS1-1, e VS3 e VS3-1, vigas com armadura de cisalhamento.

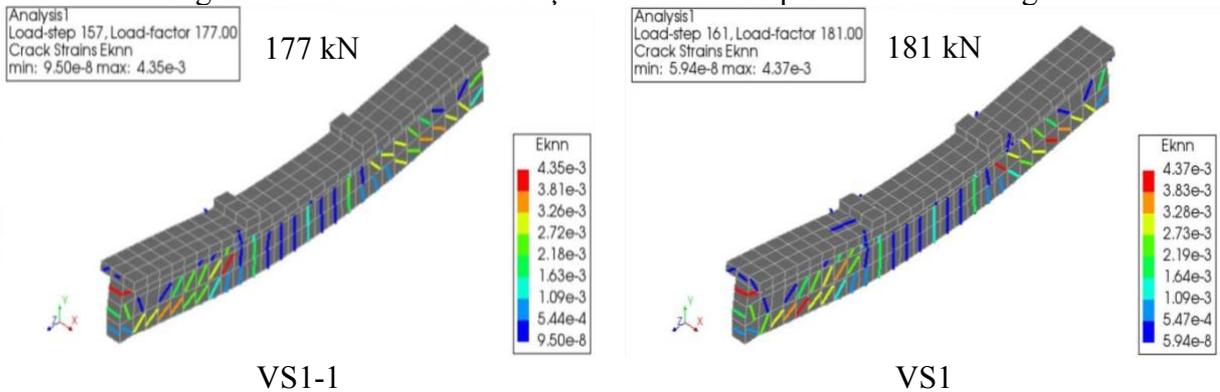
Percebe-se que, para todos os casos analisados, que, com um terço da carga, poucas fissuras são típicas de cisalhamento, sendo as de flexão mais relevantes. Já para metade da carga, a fissuração típica de cisalhamento torna-se mais acentuada, permanecendo e se agravando até a carga última. Além disso, nota-se que a fissuração no topo da viga é insignificante para até metade da carga. De forma geral, todos os exemplos apresentaram um padrão típico de ruptura por cisalhamento na carga de ruptura, como era esperado.

Figura 41 – Padrão de fissuração VS1 e VS1-1 para um terço da carga



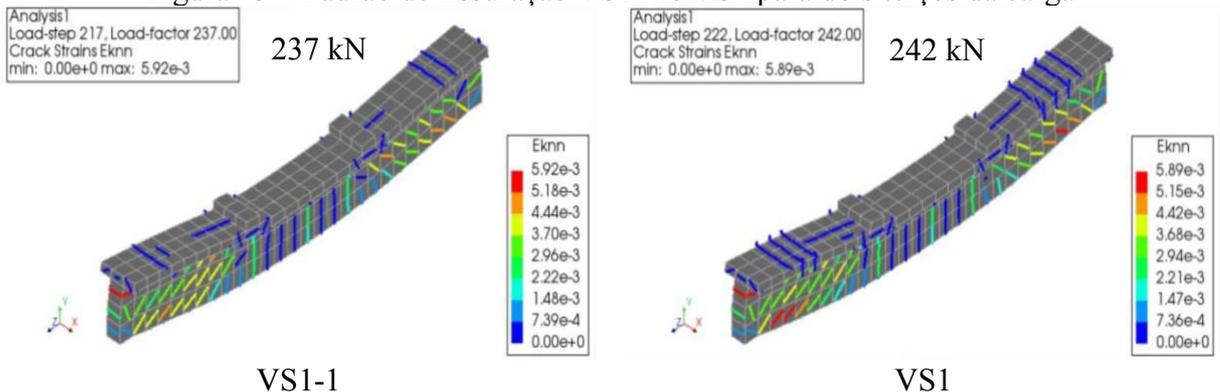
Fonte: Adaptado do Diana

Figura 42 – Padrão de fissuração VS1-1 e VS1 para metade da carga



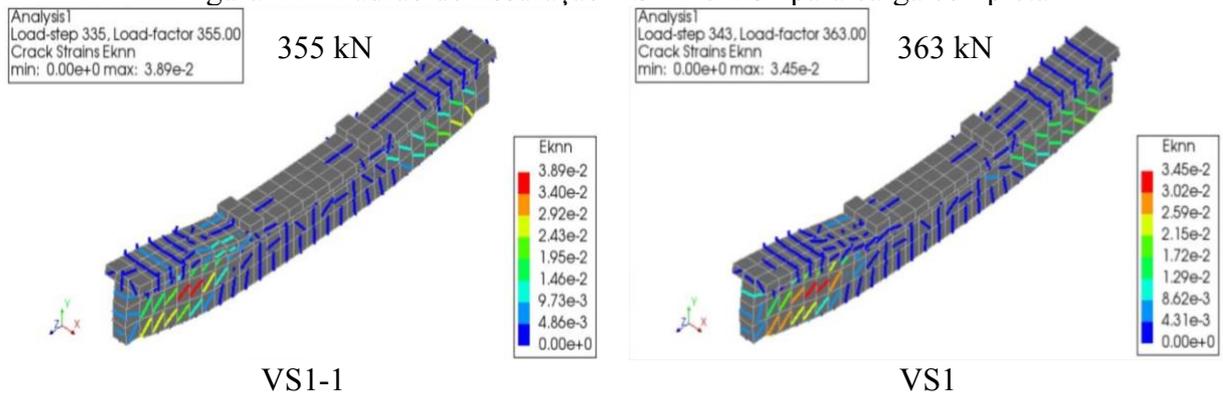
Fonte: Adaptado do Diana

Figura 43 – Padrão de fissuração VS1-1 e VS1 para dois terços da carga



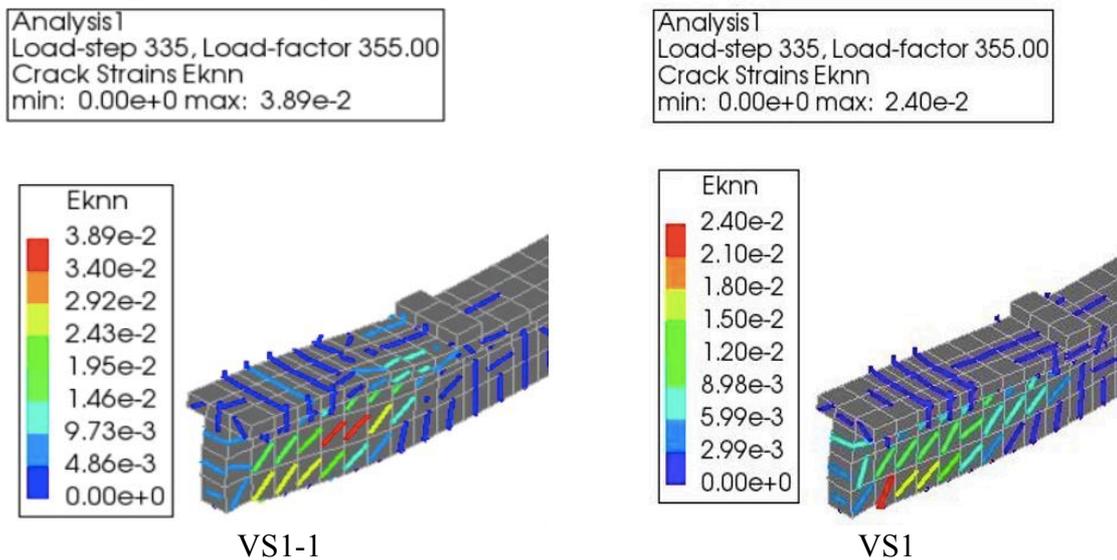
Fonte: Adaptado do Diana

Figura 44 – Padrão de fissuração VS1-1 e VS1 para carga completa



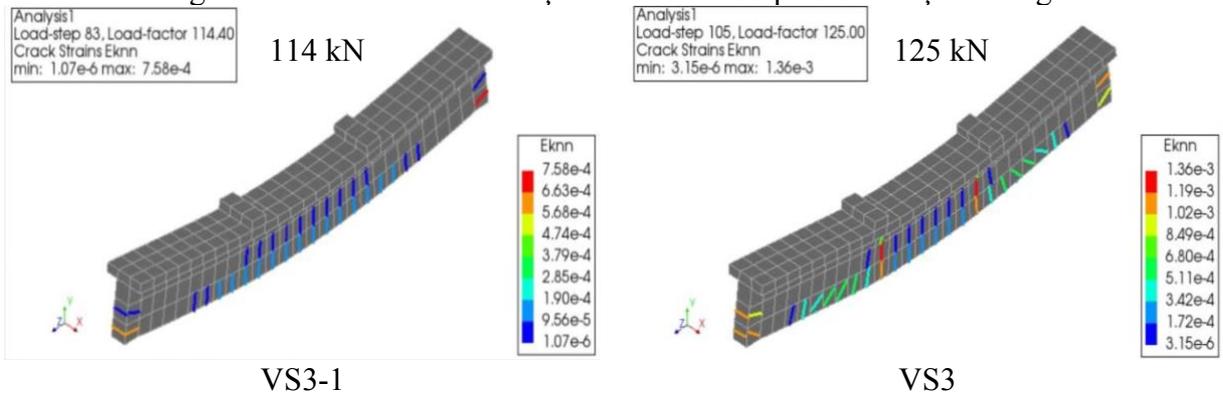
Fonte: Adaptado do Diana

Figura 45 – Comparativo VS1-1 e VS1 na carga última da VS1-1 (355 kN)



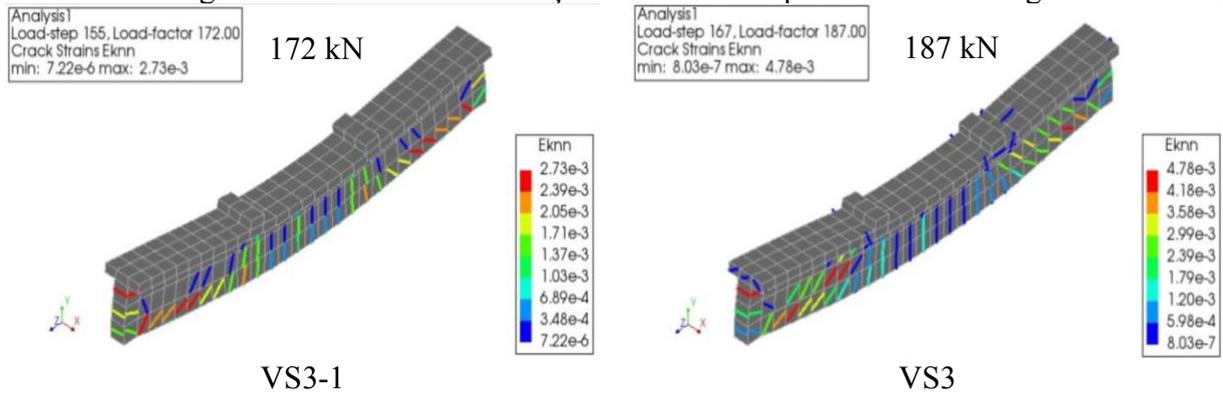
Fonte: Adaptado do Diana

Figura 46 – Padrão de fissuração VS3-1 e VS3 para um terço da carga



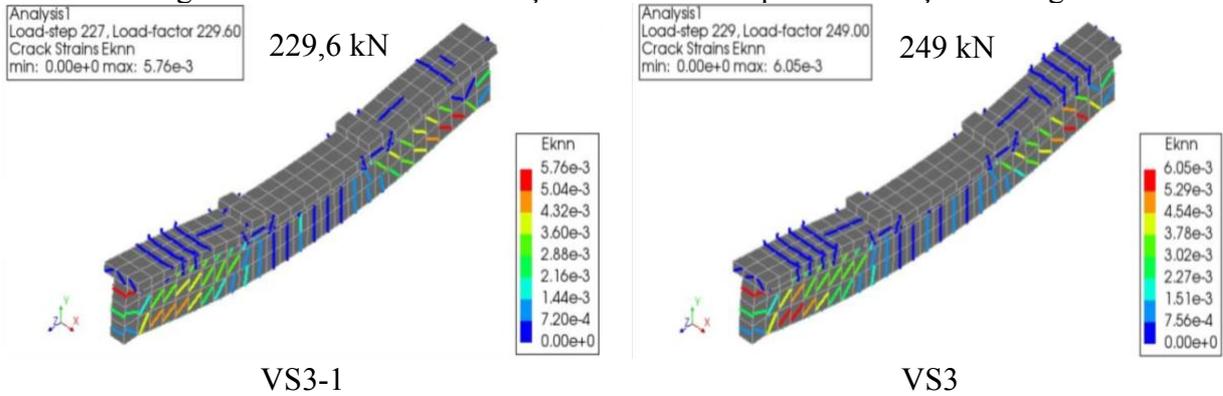
Fonte: Adaptado do Diana

Figura 47 – Padrão de fissuração VS3-1 e VS3 para metade da carga



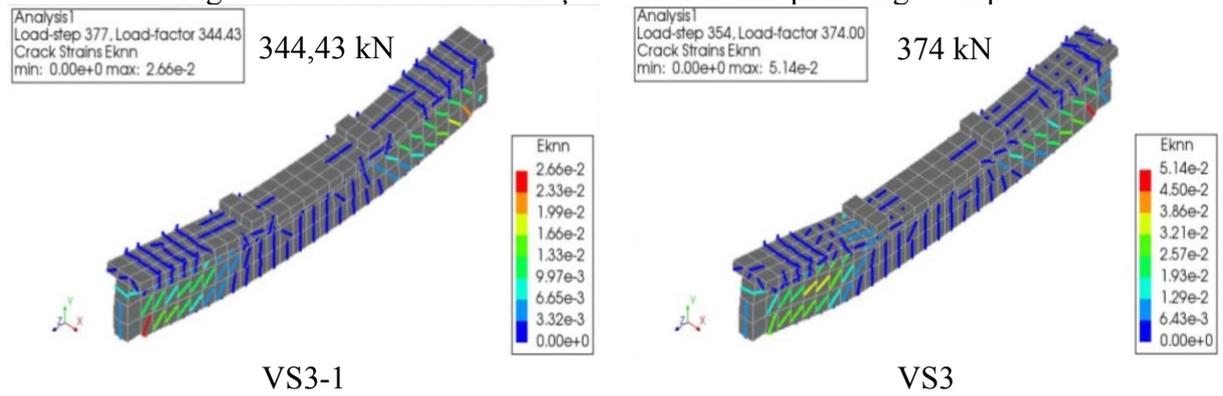
Fonte: Adaptado do Diana

Figura 48 – Padrão de fissuração VS3-1 e VS3 para dois terços da carga



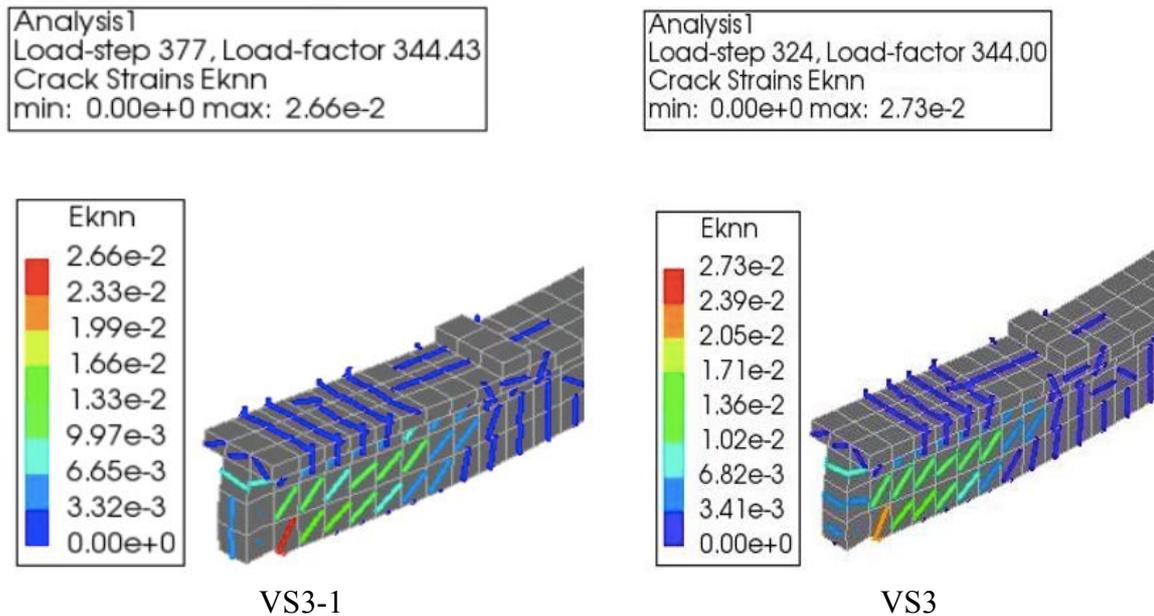
Fonte: Adaptado do Diana

Figura 49 – Padrão de fissuração VS3-1 e VS3 para carga completa



Fonte: Adaptado do Diana

Figura 50 – Comparativo VS3-1 e VS3 na carga última da VS3-1 (344,43 kN)



Fonte: Adaptado do Diana

A Tabela 14 apresenta as maiores deformações nas vigas VS1 e VS3 com a retirada dos estribos da mesa. Buscando entender como se dá o desenvolvimento dessas deformações conforme aumento da carga aplicada, apresentam-se as curvas de tendência nas Figuras Figura 51 e Figura 52.

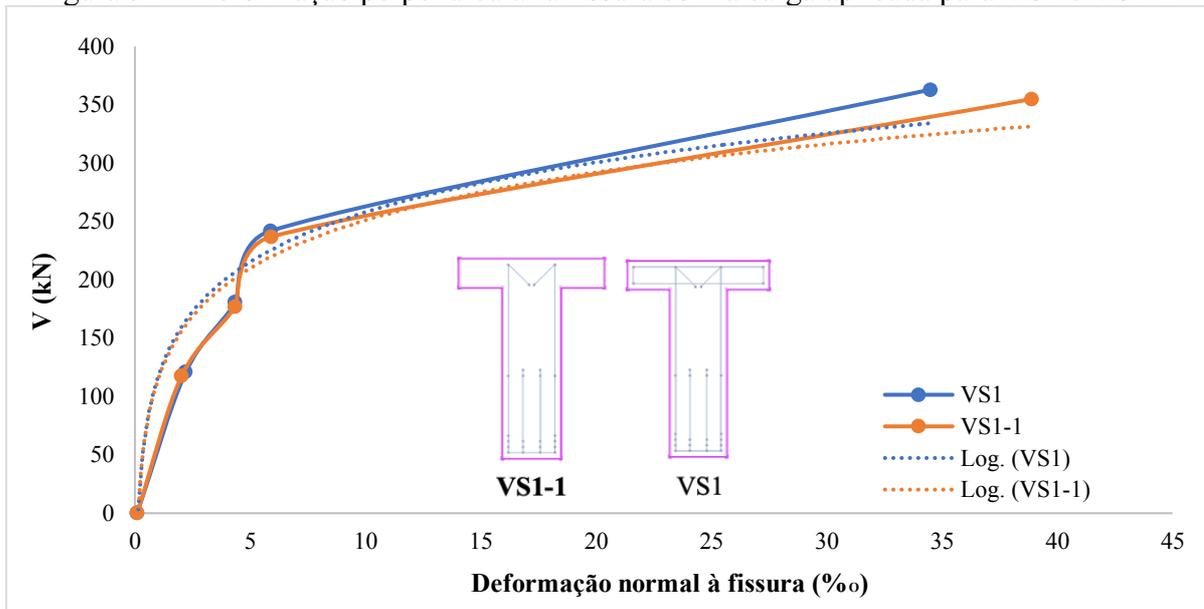
É possível notar, com essas análises, que a presença de estribos na mesa gera um aumento de carga para o caso da VS1 e da VS1-1, apesar de pouco significativo. As vigas VS3 e VS3-1, diferentemente das vigas VS1 e VS1-1, possuem armadura lateral, mas, a adição de armaduras de pele na VS1-1, transformando-a na VS3-1, favoreceu uma ruptura frágil. No que tange às deformações na fissura, por exemplo, nota-se que as fissuras da VS3-1 deformam menos que as das outras vigas no momento da ruptura.

Tabela 14 – Deformação perpendicular à fissura mais acentuada na carga última

	Deformação	Variação
VS1-1	3,89E-02	-11,3%
VS1	3,45E-02	
VS3-1	2,66E-02	+93,2%
VS3	5,14E-02	

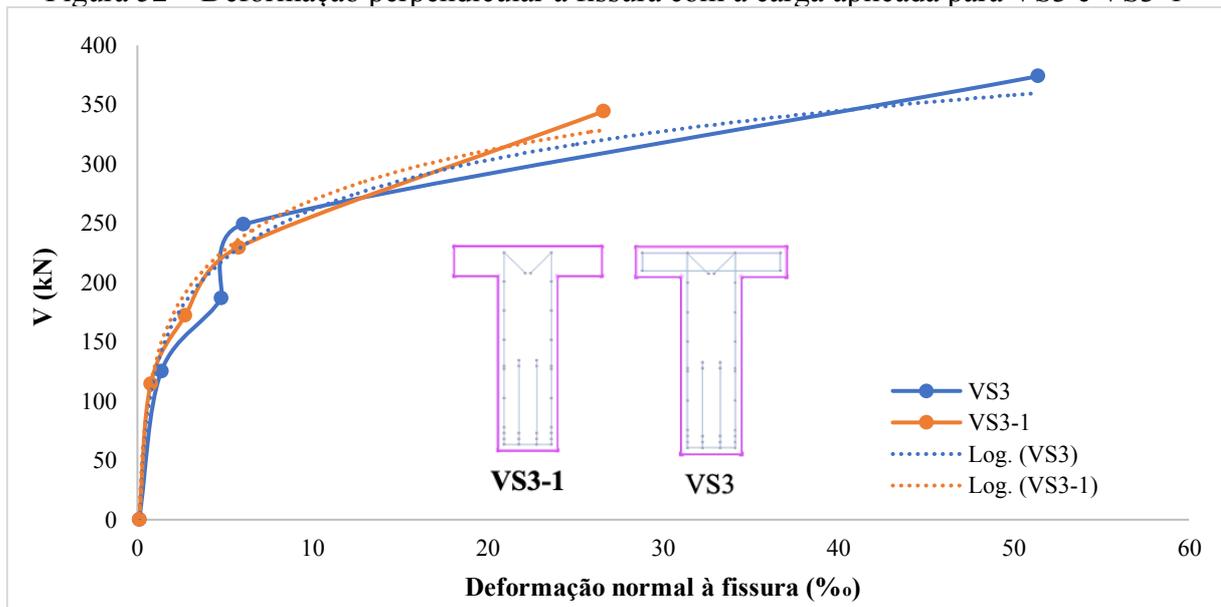
Fonte: Autora

Figura 51 – Deformação perpendicular à fissura com a carga aplicada para VS1 e VS1-1



Fonte: Autora

Figura 52 – Deformação perpendicular à fissura com a carga aplicada para VS3 e VS3-1



Fonte: Autora

## 6.2 Resultados obtidos com vigas baixas

Para o estudo de vigas baixas, além da análise das ancoragens na resistência ao cisalhamento e dos padrões de fissuração, comparativos entre a situação de estribos abertos e fechados também são realizados.

### 6.2.1 Análises de ancoragem

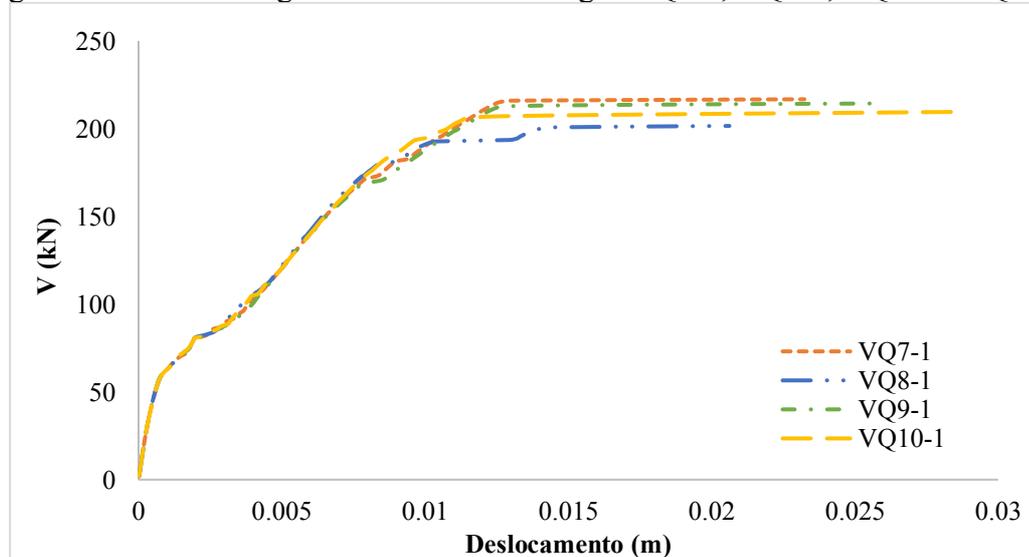
Comparando os esforços cortantes máximos que cada uma das vigas passou a resistir com as variações de ancoragem (Tabela 15), a redução da resistência da viga mais solicitada para a menos solicitada ao modificar o tipo de ancoragem é de apenas 7,5%. As curvas carga-deslocamento são mostradas na Figura 53. Nos ensaios originais de Silva (2003), as vigas VQ7, VQ8, VQ9 e VQ10, com armadura transversal na mesa, apresentaram, respectivamente, resistência ao esforço cortante iguais a 213,5 kN, 225,4 kN, 206,7 kN e 228, kN.

Tabela 15 – Cargas últimas das vigas do tipo VQ no Diana

<b>Carga V última no Diana</b>			
VQ7-1 (kN)	VQ8-1 (kN)	VQ9-1 (kN)	VQ10-1 (kN)
216,8	201,6	214,4	209,6

Fonte: Autora

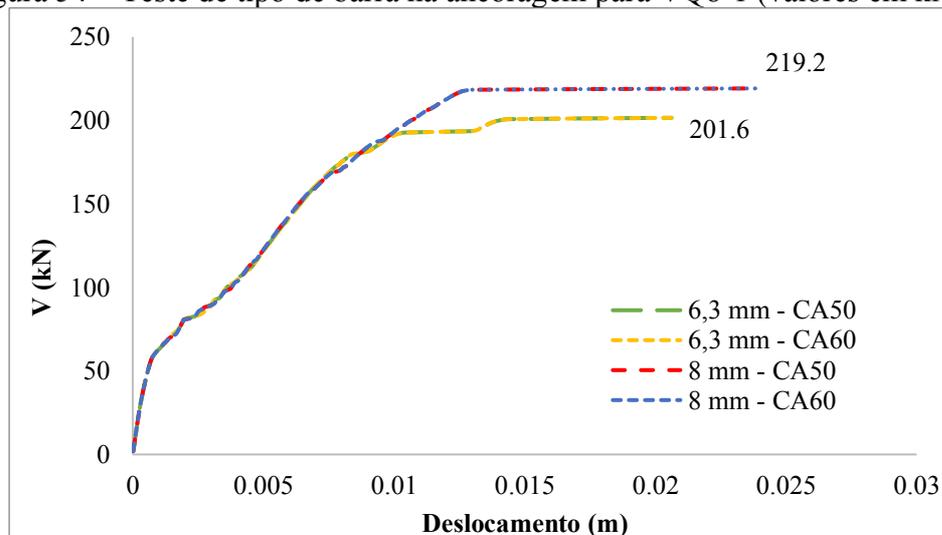
Figura 53 – Curvas carga-deslocamento das vigas VQ7-1, VQ8-1, VQ9-1 e VQ10-1



Fonte: Autora

A viga que resultou em maior resistência ao esforço cortante foi a VQ7-1. A princípio, esperava-se que a resistência da VQ8-1 fosse maior que a da VQ7-1 pelo fato de a bitola da armadura de ancoragem utilizada ser maior. Como essas bitolas são fabricadas com diferentes aços (CA50 e CA60), as mesmas tiveram tensões de escoamento computadas com valores diferentes no Diana. Devido a isso, testes foram realizados com a VQ8-1 para avaliar o efeito do tipo de aço e do diâmetro, cujos resultados são mostrados na Figura 54.

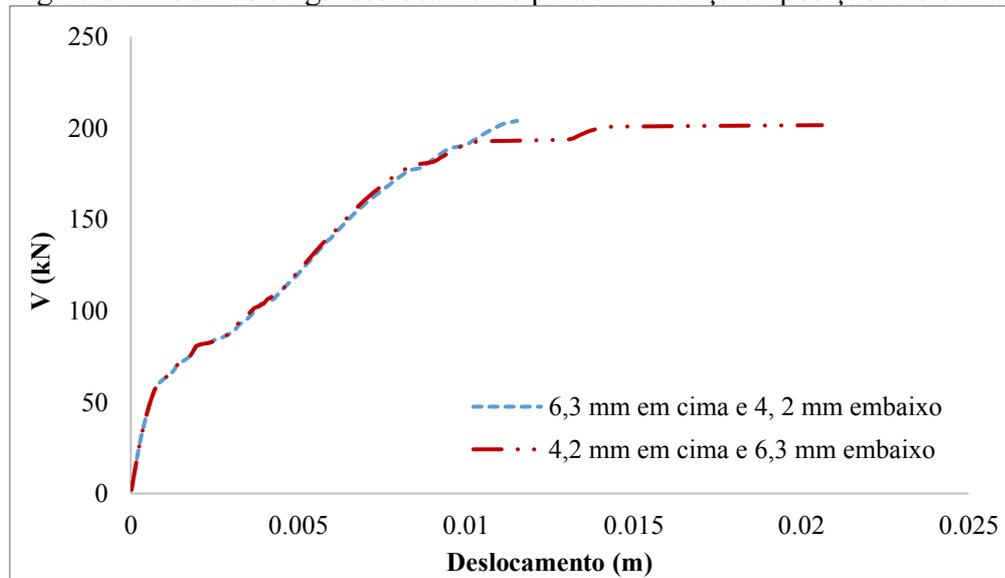
Figura 54 – Teste de tipo de barra na ancoragem para VQ8-1 (valores em kN)



Fonte: Autora

Para o caso avaliado, percebe-se que o aumento do diâmetro, como esperado, fez a viga aumentar de resistência em 8,7%. No entanto, não houve influência da mudança do tipo de aço (CA50 ou CA60) da ancoragem na resistência das vigas. Devido a isso, fez-se um novo teste com uma situação hipotética para fomentar a discussão, embora fora do padrão sugerido pela NBR 6118:2014. Trocou-se a posição da armadura de ancoragem de 6,3 mm pela posição onde se encontrava a armadura de pele de 4,2 mm, que era logo acima da posição da armadura de ancoragem, para checar se ocorreria alguma variação relevante. O resultado é mostrado na Figura 55. Percebe-se que elevar a armadura de ancoragem de 6,3 mm e baixar a de pele de 4,2 mm resultou em uma maior fragilidade na ruptura da viga e causou praticamente nenhuma alteração na resistência da mesma. Para o caso da VQ8-1, no detalhe apresentado por Silva (2003), as armaduras de 6,3 mm encontram-se acima de todas as barras de 4,2 mm da tela. Já nos modelos construídos no Diana, a armadura de 6,3 mm foi posicionada logo abaixo da armadura de 4,2 mm mais superior da tela.

Figura 55 – Curvas carga-deslocamento para a mudança de posição das barras

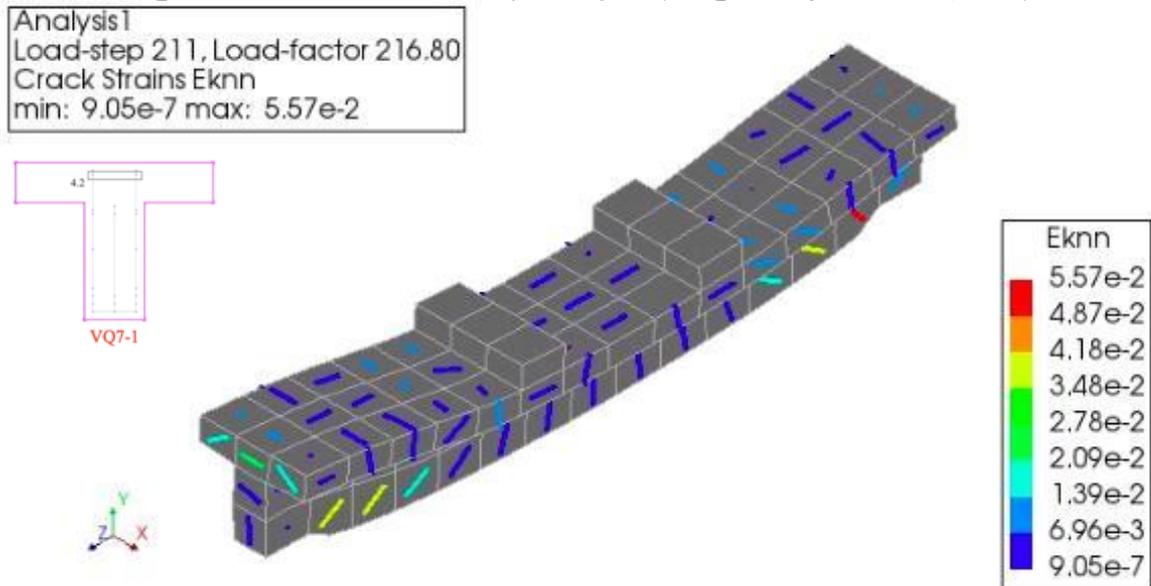


Fonte: Autora

O modelo constitutivo adotado no Diana considera aderência perfeita entre a armadura e o concreto, o que pode ter influenciado na obtenção dos resultados esperados. Além disso, a barra adicionada no ensaio não é soldada à tela, é apenas amarrada.

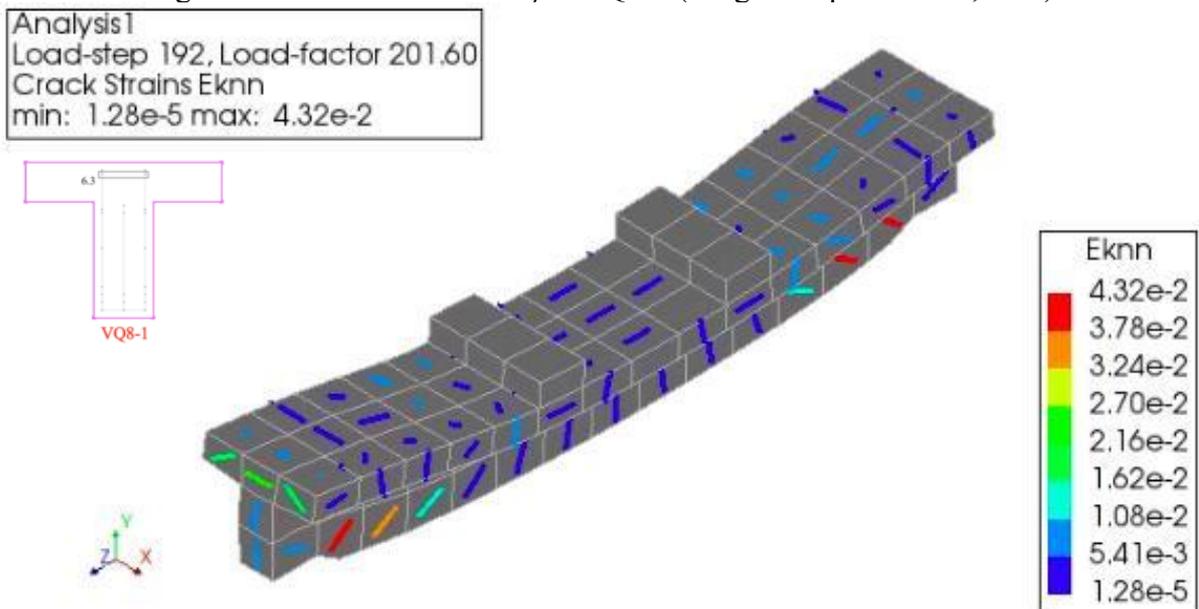
A seguir, da Figura 56 à Figura 59, tem-se a representação do padrão de fissuração conforme a variação de ancoragem. Na face superior da mesa da viga, existe uma tendência menor de formação de fissuras com o uso de barras de 6,3 mm de diâmetro (VQ8-1). Comparando VQ7-1 e VQ8-1 (Figura 60), tem-se que a utilização de barras de 6,3 mm de diâmetro permite que, para a mesma carga de 201,6 kN, as fissuras tenham uma deformação mais expressiva (ou seja, uma maior ductilidade) na iminência de sua formação (deformações 2,5x maiores). Em geral, o aumento do diâmetro das barras de ancoragem permite que a viga de concreto armado apresente uma maior ductilidade.

Figura 56 – Padrão de fissuração VQ7-1 (Carga completa – 216,8 kN)



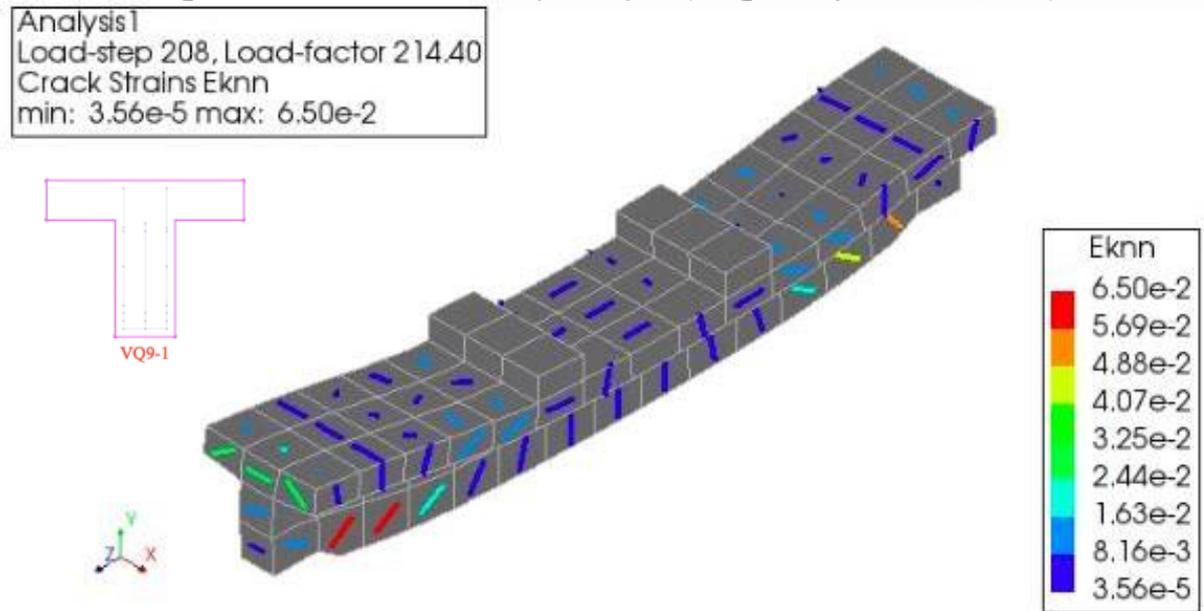
Fonte: Adaptado do Diana

Figura 57 – Padrão de fissuração VQ8-1 (Carga completa – 201,6 kN)



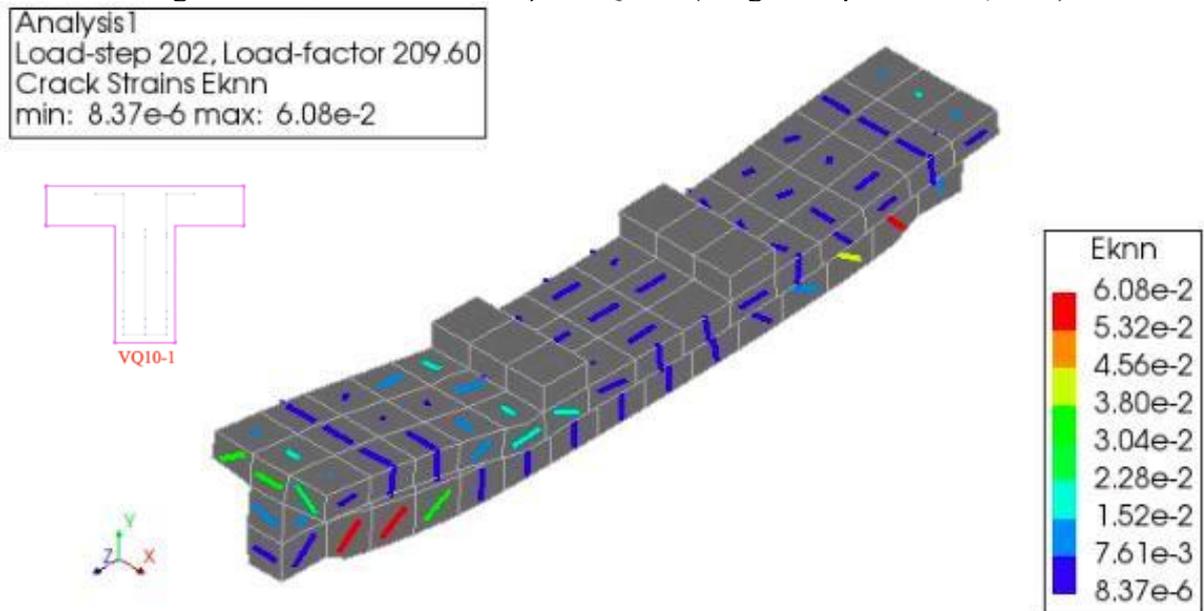
Fonte: Adaptado do Diana

Figura 58 – Padrão de fissuração VQ9-1 (Carga completa – 214,4 kN)



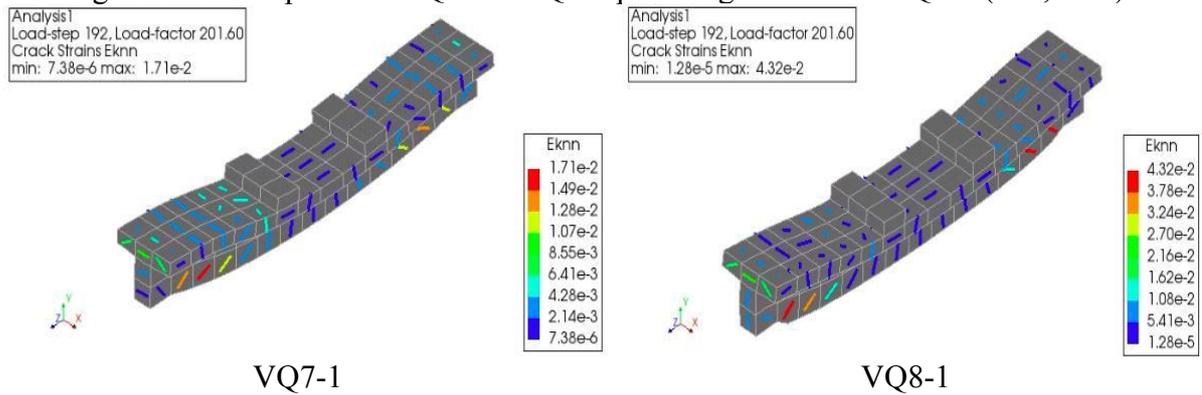
Fonte: Adaptado do Diana

Figura 59 – Padrão de fissuração VQ10-1 (Carga completa – 209,6 kN)



Fonte: Adaptado do Diana

Figura 60 – Comparativo VQ7-1 e VQ8-1 para carga última da VQ8-1 (201,6 kN)



Fonte: Adaptado do Diana

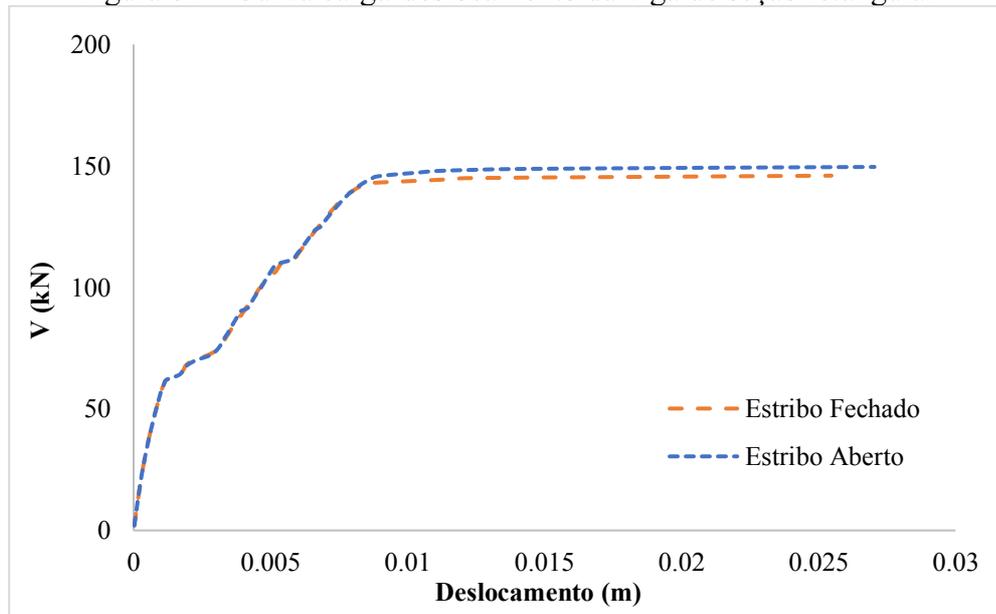
## 6.2.2 Comparativo entre estribos abertos e fechados

Visto a justificativa de utilizar estribos abertos e outras formas de detalhamento de ancoragem em vigas, foram realizados testes com vigas de seção retangular e T, com estribos abertos e fechados. A norma NBR 6118:2014 permite o uso de estribos abertos em regiões da viga comprimidas por momento positivo. As vigas de seção retangular são chamadas de VQ9-1-SR, pois a viga de estribo aberto (VQ9-1-SR-EA) possui detalhamento (tipo de ancoragem), altura e largura da base idênticos ao da alma da VQ9-1, conforme Figura 32. A outra se distingue desta pelo estribo fechado (VQ9-1-SR-EF). Já as vigas T com estribo aberto são a própria VQ9-1, enquanto a outra se distingue também apenas pelo estribo fechado (VQ9-1-EF).

### 6.2.2.1 Viga de seção retangular simplesmente apoiada

Para o caso de viga de seção retangular, verifica-se que o uso de estribo aberto ou fechado pouco influencia na resistência ao cisalhamento da viga, com uma variação de 2%, podendo até ser considerada praticamente desprezível (Figura 61).

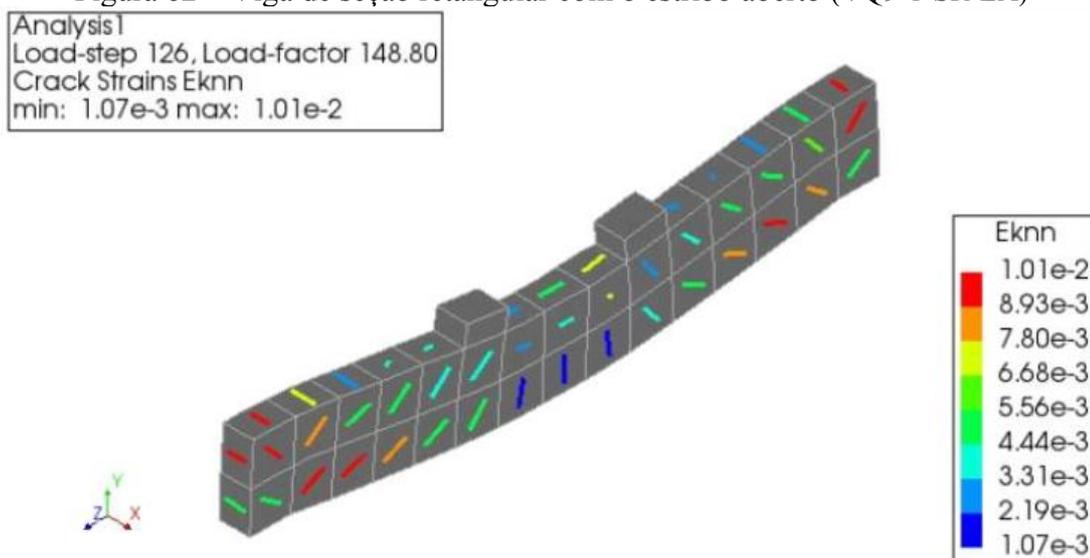
Figura 61 – Curva carga-deslocamento da viga de seção retangular



Fonte: Autora

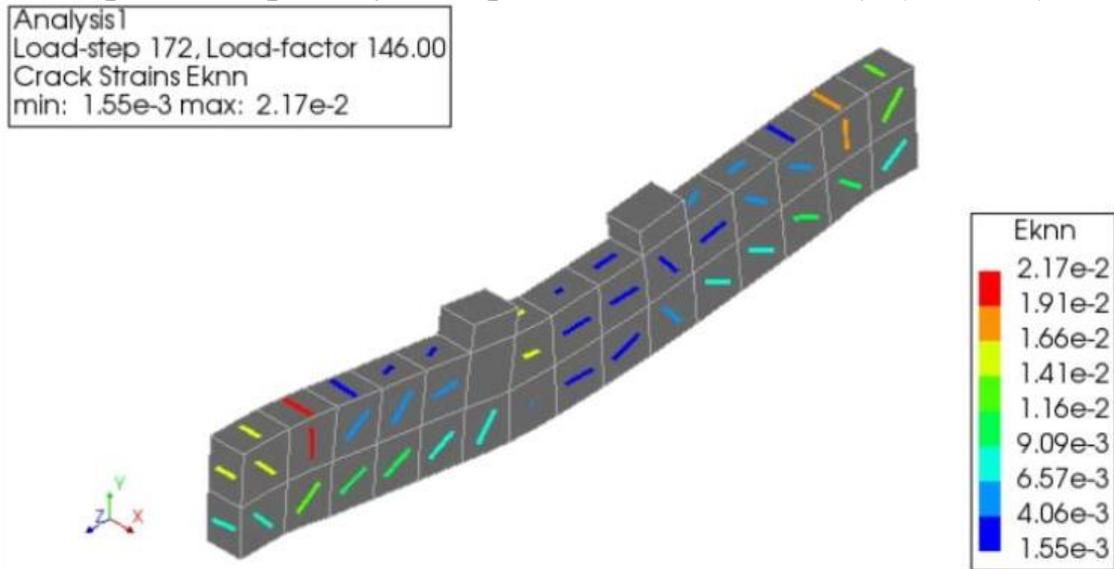
Pelas análises da Figura 62 e da Figura 63, percebe-se que o uso de estribo aberto causa um aumento muito sutil nas deformações nas fissuras antes da abertura das mesmas, principalmente no topo das vigas. Além disso, com o uso de estribo aberto, a viga apresentou algumas fissuras típicas de flexão, o que não ocorreu para o caso com estribo fechado. No geral, ambas vigas se encontram em mecanismos de cisalhamento.

Figura 62 – Viga de seção retangular com o estribo aberto (VQ9-1-SR-EA)



Fonte: Adaptado do Diana

Figura 63 – Viga de seção retangular com o estribo fechado (VQ9-1-SR-EF)

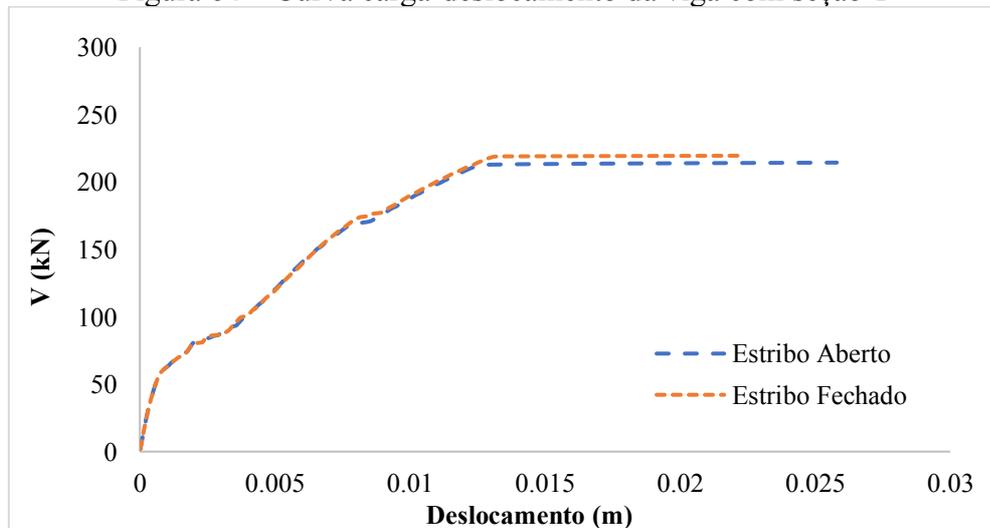


Fonte: Adaptado do Diana

#### 6.2.2.2 Viga simplesmente apoiada com seção T

Avaliando as curvas carga-deslocamento das vigas simplesmente apoiadas com seção T (Figura 64), percebe-se que o uso de estribo fechado leva a um leve aumento na resistência da viga, em cerca de 2,4%, valor tão irrisório quanto o que foi obtido para o caso das vigas retangulares. Assim, apesar de pequena a diferença, a VQ9-1-EF favorece o uso de estribos fechados.

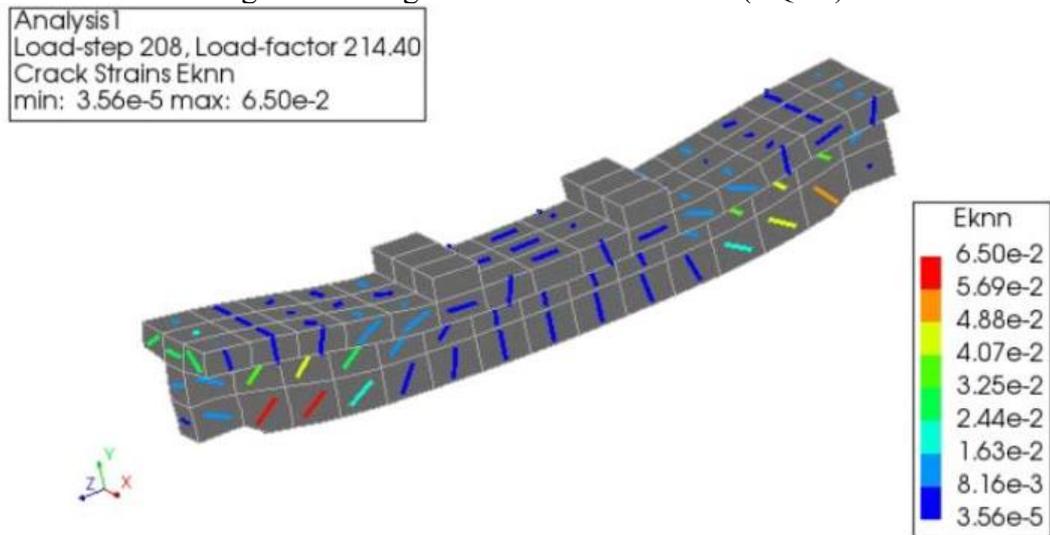
Figura 64 – Curva carga-deslocamento da viga com seção T



Fonte: Autora

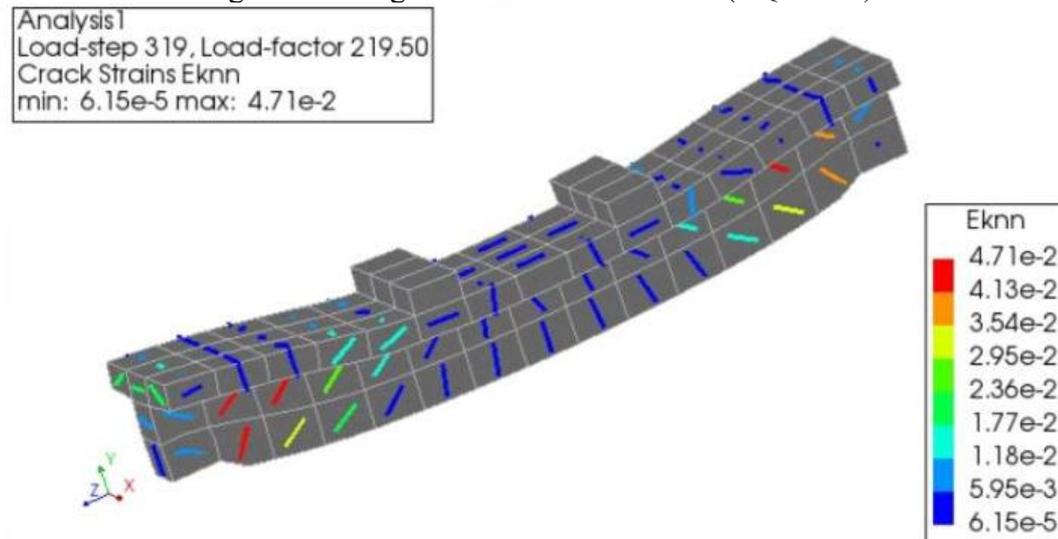
De acordo com o que é visualizado na Figura 65, na Figura 66 percebe-se que a presença da mesa reduz os níveis de deformações no topo, transferindo os maiores níveis de deformação para a alma da viga. Além disso, as vigas apresentam algumas fissuras típicas de flexão, mas com deformações muito menores que as fissuras típicas de cisalhamento. Assim, como esperado, a ruína é puramente por cisalhamento, o que endossa o uso de vigas T em análises desse tipo de ruína, como feito por Silva (2003).

Figura 65 – Viga T com o estribo aberto (VQ9-1)



Fonte: Autora

Figura 66 – Viga T com estribo fechado (VQ9-1-EF)



Fonte: Autora

Comparando as vigas da Figura 65 e Figura 66, verifica-se que as maiores deformações nas fissuras são aquelas na região de ruptura por esforço cortante, enquanto as deformações no topo da viga são mais aliviadas quando comparados com a deformação máxima na viga. A retirada de estribo traz um aumento de cerca de 38% nas deformações. No entanto, mesmo com estribos abertos ou fechados, a intensidade de formação dessas fissuras no topo da viga é muito menor quando comparada com a alma da mesma em ambos os casos.

## 7 CONCLUSÕES

A teoria do cisalhamento atrito (SFT), conforme normas de projeto, para análise de cisalhamento em situações em que se tem uma fissura pré-existente ou quando há uma junção de dois materiais, é revisitada no que concerne à resistência ao cisalhamento de vigas de concreto armado. A partir de um estudo experimental e de uma formulação para avaliação da máxima resistência ao cisalhamento ( $V_{max}$ ), baseada na SFT, apresentada por Silva (2003) e Silva e Giongo (2006), que analisaram a influência do uso de telas, soldadas ou amarradas, como armadura de cisalhamento, com destaque para a inclinação e a taxa de armadura lateral, bem como o tipo de ancoragem, uma nova proposta, com uma expressão analítica, para avaliação de  $V_{max}$  é apresentada.

O novo modelo analítico incorporou a armadura lateral da tela com base direta na proposta original de Loov (1998) e produziu resultados mais próximos dos experimentais de Silva (2003) para situação de armadura lateral horizontal. A expressão foi generalizada para armadura lateral com orientação arbitrária  $\alpha$ . Supondo fixa a orientação  $\theta$  da fissura, um estudo mostrou o comportamento de  $V_{max}$  em função de  $\alpha$ .

Simulações numéricas foram analisadas usando modelos 3D de elementos finitos no software DIANA por meio da Teoria do Campo de Compressão Modificado (MCFT). Com os resultados, foi possível ter mais uma fonte de validação do modelo analítico proposto para a SFT. As simulações também permitiram avaliar os padrões de fissuração, típicos de ruptura por cisalhamento, e, principalmente, a resistência ao cisalhamento das vigas. Essencialmente, nos dois conjuntos de vigas modeladas, foram investigados os efeitos da taxa de armadura lateral e do tipo de ancoragem na resistência ao cisalhamento.

Análises podem ter sido prejudicadas pela variabilidade de parâmetros não controlados nos resultados experimentais e por eventuais não convergências dos modelos numéricos. Citam-se como exemplos, nos modelos experimentais, a variação de  $f_{ck}$  nas vigas tipo VS, nas quais deveria variar somente a taxa de armadura lateral, e o ângulo  $\theta$ , utilizado como parâmetro fixo, que pode sofrer influência da inclinação da armadura lateral. O efeito das inclinações da armadura lateral na inclinação da fissura pode ser esclarecido com a realização de ensaios experimentais com variadas inclinações da armadura lateral, caso haja viabilidade de fabricação das mesmas. Nos modelos numéricos, podem-se citar limitações devido à aderência perfeita adotada para a interface aço-concreto das barras da tela.

De posse da nova formulação e dos parâmetros utilizados no ensaio de Silva (2003), um estudo com as armaduras laterais mostrou a variação da resistência ao cisalhamento com a

inclinação dessas armaduras. A inclinação correspondente à resistência máxima foi a direção vertical, orientação esta reforçada por Colajanni *et al.* (2014) nos estudos computacionais com estribos inclinados utilizando a MCFT, mas esta solução pode ser, na prática, incompatível com o uso da tela. Essa resistência, no entanto, pouco se diferencia da resistência proporcionada pela armadura com inclinação perpendicular à fissura.

Para armadura lateral horizontal, obteve-se no desenvolvimento da formulação proposta que seu efeito não é capturado pela SFT, ou seja, as contribuições dessa armadura com inclinação não são incorporadas pela teoria. O mesmo não ocorre com a proposta de formulação de Silva e Giongo (2006): apesar de os autores não terem explicitado a formulação final para  $V_{max}$ , a mesma possui contribuição da armadura lateral oriunda do equilíbrio de momentos.

Com base nos resultados das análises de resistência ao cisalhamento com a mudança do ângulo  $\alpha$  de inclinação da armadura lateral, o aumento da taxa de armadura transversal tem uma associação direta com o aumento da resistência ao esforço cortante, o que era esperado devido à contribuição de uma parcela independente da armadura transversal na formulação do  $V_{max}$ . Enquanto isso, o aumento da resistência ao cisalhamento não está explicitamente ligado à taxa de armadura lateral e qualquer mudança na resistência com a mudança de taxa de armadura lateral pode ser devido à sua influência na inclinação do ângulo  $\theta$ , além de outros fatores como o  $f_{ck}$  do concreto.

A variação da resistência com o tipo de ancoragem mostra-se acentuada, porém outros efeitos, como possíveis ineficiências na execução do ensaio que causam uma variação inadequada dos parâmetros utilizados nas análises, podem contribuir para o resultado e torná-lo pouco consistente.

As simulações numéricas no DIANA foram realizadas usando modelos 3D com o elemento finito hexaedro isoparamétrico CHX60 - *brick* para o concreto e as armaduras foram modeladas usando a representação incorporada (*embedded*). Para o concreto, foi usado o modelo de fissuração distribuída de deformação total, nos moldes da Teoria do Campo de Compressão Modificado proposta por Vecchio e Collins (1986), com as propriedades básicas especificadas pelo CEB FIP:1990. Para o aço foi utilizado o modelo de Von Mises sem endurecimento.

Na avaliação do detalhamento das vigas tipo VS, percebe-se que a adição de estribos na mesa gera uma melhoria na capacidade resistente, apesar de pequena. Ou seja, na incorporação de estribo na mesa da VS1-1, passando para VS1, e na mesa da VS3-1, passando para VS3, o aumento da resistência ao cisalhamento chegou a 9% de variação. Além disso, percebe-se que a adição de armadura de pele em viga que já possui estribo na mesa (passagem

da VS1 para a VS3) causa um aumento da ordem de 3% na resistência. No entanto, a adição de armadura lateral em viga que não possui estribo na mesa (passagem da VS1-1 para a VS3-1) conduziu a uma ruptura frágil com resistência menor da VS3-1. Analisando os tipos de fissuração das vigas VS, percebe-se que todas apresentaram padrão típico de ruptura por cisalhamento, devendo-se perceber que, na mesa, para até metade da carga, em todos os exemplos realizados, o grau de fissuração na mesa é pouco relevante.

Nas análises do tipo de ancoragem (vigas VQ7-1, VQ8-1, VQ9-1 e VQ10-1), o modelo numérico não apresentou evidências da influência do tipo de ancoragem, principalmente pelo fato de a viga com menor resistência e a de maior resistência se diferenciarem por apenas 7,5% no valor da resistência ao cisalhamento. Em relação ao padrão de fissuração das vigas tipo VQ, percebem-se também padrões típicos de ruptura por cisalhamento e efeitos do tipo de ancoragem no aumento da ductilidade.

Comparando o estribo com ancoragem reta e o mesmo tipo de estribo fechado com um ramo superior, para as vigas tipo VQ, concluiu-se que a variação da resistência ao cisalhamento é pouco relevante em ambos casos: vigas com mesa ou vigas de seção retangular.

Na análise de estribos abertos e fechados nas vigas retangulares, o uso de estribo aberto causou um aumento muito sutil nas deformações no topo da viga. No caso de vigas tipo T, a presença da mesa fez o nível de deformação nas fissuras no topo da mesa diminuir, sendo estas mais intensas na alma da viga.

De forma geral, pode-se verificar que as modelagens realizadas não capturaram variações relevantes entre as mudanças de detalhamentos, sejam estes referentes a armadura lateral, ancoragem, detalhes de estribos ou armação de mesa em vigas T. Tal resultado reforça a possibilidade de explorar a utilização de detalhamentos mais particulares e práticos em vigas, atendendo-se, em qualquer caso, o que a norma reforça em relação ao detalhamento de vigas.

Para trabalhos futuros, vale verificar malhas mais refinadas para captura de efeitos localizados que podem trazer inconsistências para os modelos numéricos, uso de outros modelos constitutivos, análises locais de ancoragem, de fissuras e deformações e de comportamentos pós-críticos das curvas carga deslocamento. Além disso, propõe-se a realização de análises modelando o tipo de conexão entre armaduras da tela (soldada ou amarrada). Além disso, sugere-se considerar no modelo constitutivo que a aderência da ancoragem da armadura no concreto não é perfeita, de modo que o deslizamento entre os materiais possa ser captado. Vale propor também o estudo detalhado da influência das armaduras no confinamento da viga, avaliando a expansão do concreto na direção transversal ao eixo longitudinal, juntamente com a fissuração.

## REFERÊNCIAS

- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE (ACI). **ACI 318 - Building code requirements for structural concrete and commentary**. Farmington Hills, 2014.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 6118 – Projeto de estruturas de concreto: Procedimento**. Rio de Janeiro, 2014.
- CANADIAN STANDARDS ASSOCIATION (CSA). **CSA A23.3.-04 - Design of concrete structures**. Ontario, 2007.
- COMITE EURO-INTERNACIONAL DU BETON (CEB). **CEB-FIP Model Code 1990 – Design Code**. Londres, 1993.
- AKHNOUKH, A. K.; XIE, H. Welded wire reinforcement versus random steel fibers in precast/prestressed ultra-high performance concrete I-girders. **Construction and Building Materials**, n. 24, p. 2200-2207, 2010.
- BAZANT, Z. P.; BECQ-GIRAUDON, E. Statistical prediction of fracture parameters of concrete and implications for choice of testing standard. **Cement and Concrete Research**, n. 32, p. 529-556, 2002.
- BENTZ, E. C.; VECCHIO, F. J.; COLLINS, M. P. Simplified modified compression field theory for calculating shear strength of reinforced concrete elements. **ACI Structural Journal**, v. 103, n. 4, p. 614-624, 2006.
- BIRKELAND, P. W.; BIRKELAND, H. W. Connections in precast concrete construction. **ACI Journal**, v. 63, n. 3, p. 345-368, 1966.
- BOUAMRA, Y.; AIT TAHAR, K. Mechanical performance of a confined reinforced concrete beam. **Procedia Structural Integrity**, n. 5, p. 155-162, 2017.
- BROO, H. et al. Simulation of shear-type cracking and failure with non-linear finite-element method. **Magazine of Concrete Research**, Londres, v. 59, n. 9, p. 673-687, 2007.
- CERVERA, M.; CHIUMENTI, M. Mesh objective tensile cracking via a local continuum damage model and a crack tracking technique. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, n. 196, p. 304-320, 2006.
- CHEN, Q.; SOTO, B.; ADEY, B. Construction automation: Research areas, industry concerns and suggestions for advancement. **Automation in Construction**, n. 94, p. 22-38, 2018.
- COLAJANNI, P. et al. Shear capacity in concrete beams reinforced by stirrups with two different inclinations. **Engineering Structures**, v. 81, n. 1, p. 444-453, 2014.
- COLLINS, M. P. Towards a rational theory for RC members in shear. **Journal of the Structural Division**, v. 104, n. 4, p. 649-666, 1978.

COLLINS, M. P. et al. **An adequate theory for the shear strength of reinforced concrete structures**. Morley Symposium on Concrete Plasticity and its Application. Cambridge: University of Cambridge. 2007. p. 75-94.

COLLINS, M. P.; MITCHELL, D. Shear and Torsion Design of Prestressed and Non-Prestressed Concrete Beams. **PCI Journal**, v. 11, n. 41, 1980.

CUI, M. et al. Experimental study on the shear performance of RC beams reinforced with welded reinforcement grids. **Construction and Building Materials**, n. 203, p. 377-391, 2019.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. **Eurocode 2 – Design of concrete structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings**. Bélgica, 2004.

HIRATA, F. P. **Análise comparativa entre modelos de predição de norma e dados de ensaios na determinação da resistência ao cisalhamento**. 2013. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2013.

JÄGER, P.; STEINMANN, P.; KUHL, E. On local tracking algorithms for the simulation of three-dimensional discontinuities. **Computational Mechanics**, n. 42, p. 395-406, 2008.

LOOV, R. E. **Design of precast connections**. Compa International Pte, Ltd. Singapore: [s.n.]. 1978.

LOOV, R. E. Review of A23.3-94 simplified method of shear design and comparison with results using shear friction. **Canadian Journal of Civil Engineering**, v. 25, p. 437-450, 1998.

MANDER, J. B.; PRIESTLEY, M. J. N.; PARK, R. Theoretical Stress-Strain Model for Confined Concrete. **Journal of Structural Engineering**, v. 114, n. 8, p. 1804-1826, 1988.

MATTOCK, A. H.; HAWKINS, N. M. Shear transfer in reinforced concrete - recent research. **PCI Journal**, Chicago, v. 17, n. 2, p. 55-74, 1972.

MITCHELL, D.; COLLINS, M. P. Diagonal compression field theory - A rational model for structural concrete in pure torsion. **ACI Journal**, v. 71, n. 8, p. 396-408, 1974.

PAPANICOLAOU, C. G.; TRIANTAFILLOU, T. C. Shear transfer capacity along pumice aggregate concrete and high-performance concrete interfaces. **Materials and Structures**, v. 35, p. 237-245, 2002.

RADNIC, J. et al. Effect of confined concrete on compressive strength of RC beams. **Advances in Concrete Construction**, Coréia, v. 1, n. 3, p. 215-225, 2013.

SAGASETA, J.; VOLLUM, R. L. Influence of aggregate fracture on shear transfer through cracks in reinforced concrete. **Magazine of Concrete Research**, v. 63, n. 2, p. 119-137, 2011.

SANTOS, P. M. D.; JÚLIO, E. N. B. S. **Recommended improvements to current shear-friction provisions of model code**. 3rd. fib International Congress. Washington DC: [s.n.], 2010.

SANTOS, P. M. D.; JÚLIO, E. N. B. S. A state-of-the-art review on shear-friction. **Engineering Structures**, v. 45, p. 435-448, 2012.

SELBY, R. G.; VECCHIO, F. J. A constitutive model for analysis of reinforced concrete solids. **Canadian Journal of Civil Engineering**, n. 24, p. 460-470, 1997.

SHAABAN, I. G. et al. Flexural characteristics of lightweight ferrocement beams with various types of core materials and mesh reinforcement. **Construction and Building Materials**, n. 171, p. 802-816, 2018.

SILVA, R. C. **Vigas de concreto armado com telas soldadas: análise teórica e experimental da resistência à força cortante e do controle da fissuração**. 2003. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2003.

SILVA, R. C.; GIONGO, J. S. Resistência à força cortante de vigas de concreto armado com telas soldadas: formulação proposta pela teoria do cisalhamento-atrito. **Cadernos de Engenharia de Estruturas**, São Carlos, v. 8, n. 31, p. 93-108, 2006.

TEE, H. H.; AL-SANJERY, K.; CHIANG, J. C. L. Behaviour of reinforced concrete beams with confined concrete related to ultimate bending and shear strength. **AIP Conference Proceedings**, v. 1818, 2016.

TSOUKANTAS, S. G.; TASSIOS, T. P. Shear resistance of connections between reinforced concrete linear precast elements. **ACI Structural Journal**, v. 86, n. 3, p. 249-249, 1989.

VECCHIO, F. Nonlinear finite element analysis of reinforced concrete membranes. **ACI Structural Journal**, n. 86, p. 26-35, 1989.

VECCHIO, F. Finite element modeling of concrete expansion and confinement. **Journal of Structural Engineering**, v. 118, n. 9, p. 2390-2406, 1992.

VECCHIO, F. J.; COLLINS, M. P. **The response of reinforced concrete to in-plane shear and normal stresses**. Toronto: Department of Civil Engineering, University of Toronto, 1982.

VECCHIO, F. J.; COLLINS, M. P. The modified compression-field theory for reinforced concrete elements subjected to shear. **ACI Journal**, v. 83, n. 2, p. 219-231, 1986.

VECCHIO, F. J.; COLLINS, M. P. Predicting the response of reinforced concrete beams subjected to shear using modified compression field theory. **ACI Structural Journal**, v. 85, n. 3, p. 258-268, 1988.

WANG, L. et al. Shear capacity of reinforced concrete beam with diagonal reinforcement based on modified compression field theory. **Journal of Highway and Transportation Research and Development**, Pequim, v. 7, n. 3, p. 47-52, 2013.

WIGHT, J. K.; RICHART JR, F. E.; MACGREGOR, J. G. **Reinforced concrete - mechanics and design**. 6th. ed. New Jersey: Pearson Education, 2012.

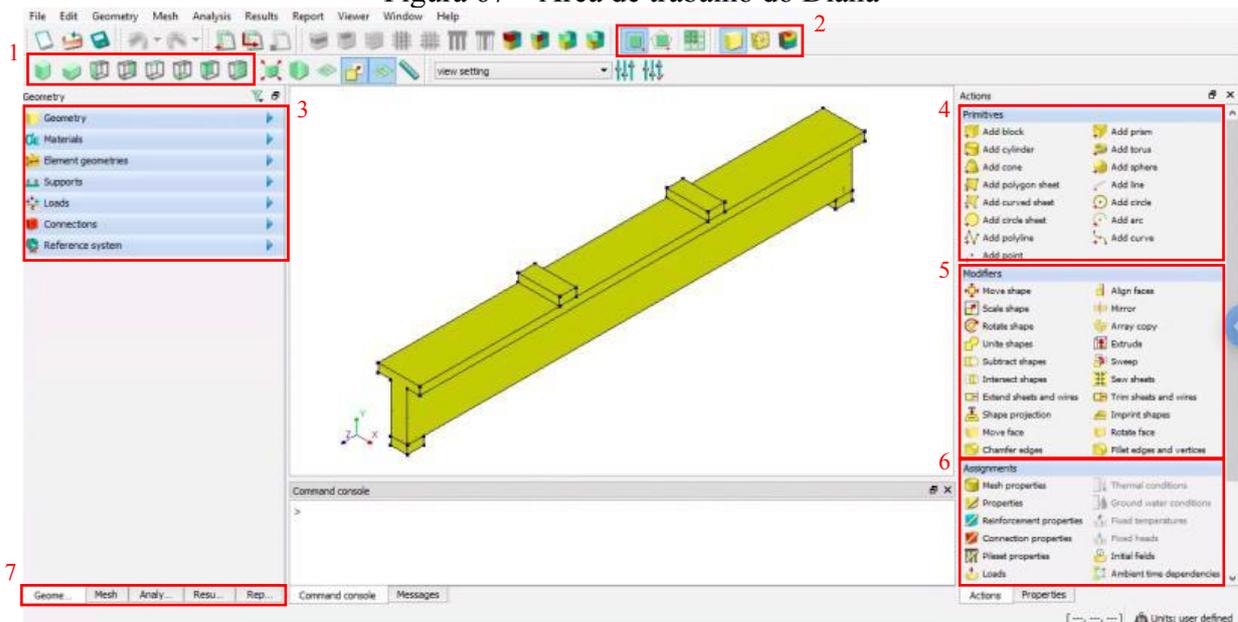
## APÊNDICE A – DETALHAMENTO DA USABILIDADE DO SOFTWARE DIANA

### A.1 Descrição do *software* Diana

Diana é um *software* de cálculo e análise com base no MEF que possui uma elaborada biblioteca de modelos constitutivos, elementos e procedimentos de análise, permitindo que o Diana tenha um alto grau de flexibilidade com elevada capacidade para modelagem de estruturas de concreto armado e protendido.

A área de trabalho do Diana possui uma aparência simples e intuitiva (Figura 67). A área central é onde os modelos e objetos são representados, posicionados conforme os eixos definidos como padrão.

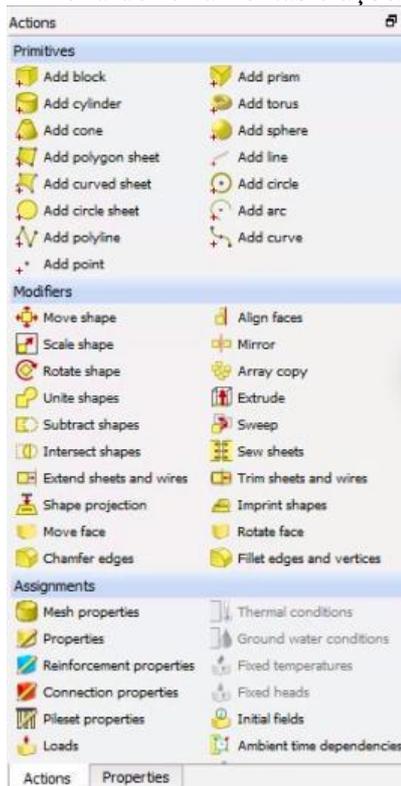
Figura 67 – Área de trabalho do Diana



Fonte: Autora

#### A.1.1 Geometria e forma

O desenho das estruturas pode ser feito com o auxílio do menu *Actions*, no qual existem diversas possibilidades de inclusão de formas e modificadores dessas formas. Além de proporcionar as opções de desenho de formas, no menu *Actions* (Figura 68), também existem as opções de propriedades do material e malha.

Figura 68 – Menu de ferramentas e ações (*Actions*)

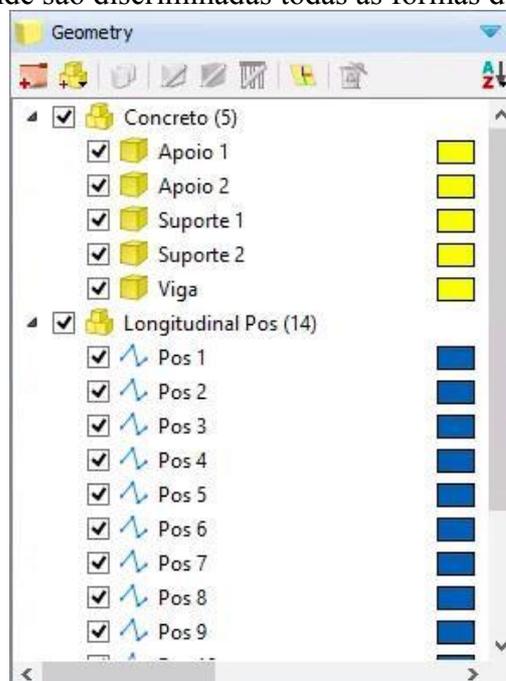
Fonte: Autora

No indicativo 1 da Figura 67, é possível configurar a posição dos eixos globais e a forma de visualização do modelo. No indicativo 2, é possível alterar a visualização da malha do modelo. No indicativo 3, tem-se a área onde pode-se visualizar os modelos criados, bem como as armaduras e, além disso, é onde pode-se determinar as características dos materiais, as características das armaduras, condições de apoio e carregamento e os tipos de conexões entre modelos. O desenho primitivo das formas pode ser feito na região do indicativo 4 e as modificações, edições e melhorias podem ser feitas com as opções do indicativo 5. O desenho é a primeira etapa a ser realizada e somente em seguida que devem ser atribuídas as características do indicativo 3. Após todo o modelo estar desenhado e com características atribuídas, pode-se acionar as opções do indicativo 6, que se referem à criação da malha. O indicativo 7, por fim, apresenta as opções para mudar de menu, onde os menus *Analysis* e *Results* são as opções que permitem criar uma análise (critérios de cálculo) e ver os resultados obtidos, respectivamente.

As formas criadas podem ser nomeadas e divididas em grupos. Todas as formas do modelo ficam na aba *Geometry* (Figura 69), onde o bloco amarelo representa que a forma é um sólido e a linha azul representa que sua forma é linear (tipo utilizado muito frequentemente para armaduras).

Vale ressaltar que, na aba *Geometry*, é possível ativar e desativar a forma para ficar visível ou não apenas marcando e desmarcando a opção de seleção (Figura 69).

Figura 69 – Área onde são discriminadas todas as formas do modelo (*Geometry*)



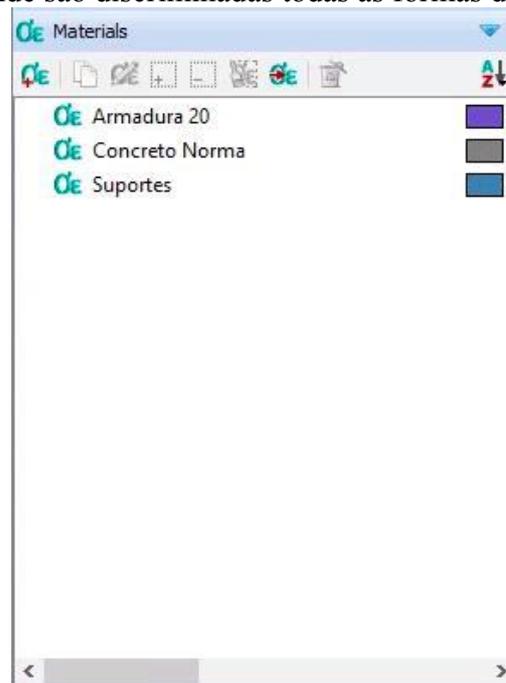
Fonte: Autora

### A.1.2 *Materiais e características constitutivas*

Todo material criado é listado na aba *Materials* (Figura 70), e novos materiais podem ser adicionados também nessa mesma aba. Nesta seção, pode-se escolher o tipo de material (concreto, concreto – normas, solos e rochas, armaduras, aço, aço – normas, elementos de interface e outros) e, além disso, definem-se as teorias e os modelos constitutivos que representam aquele material, conforme mostrado na Figura 71. No caso dos exemplos deste estudo, foram escolhidos critérios normativos baseados no CEB-FIP (1990) para o concreto, enquanto para a armadura foi utilizada a classe *Reinforcements* e um modelo elastoplástico perfeito de Von Mises.

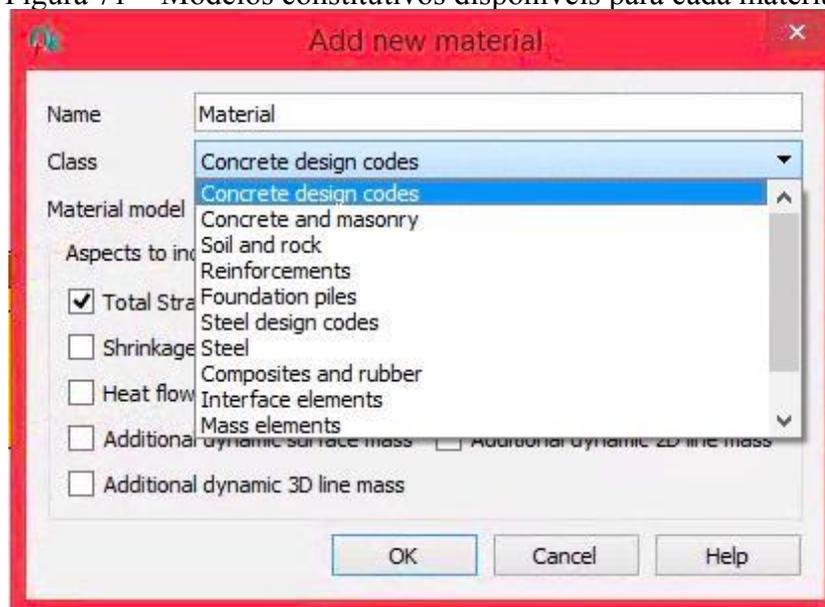
Logo abaixo do campo de seleção do modelo teórico do material, existem opções de análises extras que podem ser selecionadas para avaliar, por exemplo, fissuração, fluência, retração, efeitos dinâmicos e outras características variáveis conforme o modelo constitutivo.

Figura 70 – Área onde são discriminadas todas as formas do modelo (*Materials*)



Fonte: Autora

Figura 71 – Modelos constitutivos disponíveis para cada material



Fonte: Autora

### A.1.3 Geometrias dos elementos

Detalhes referentes às minúcias das dimensões dos elementos modelados previamente são criados e listados na aba *Element geometries* (Figura 72). Na mesma aba, é possível adicionar novas geometrias e dimensões que são atribuídas a cada modelo gráfico.

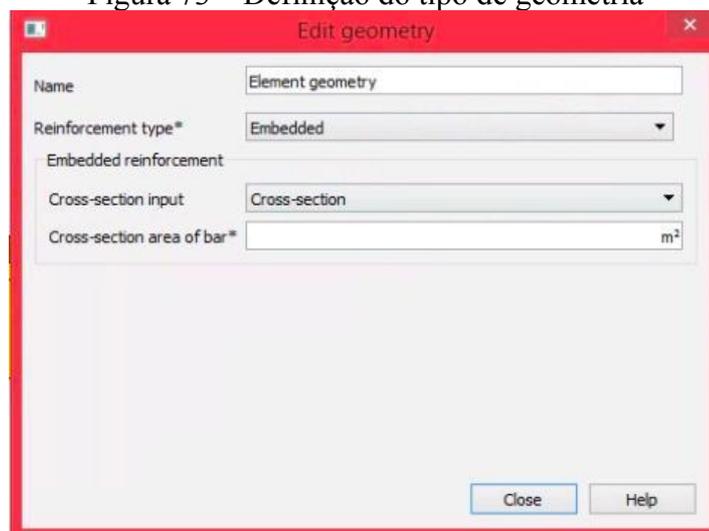
É nessa própria aba onde se criam novas geometrias, as quais podem ser os diâmetros das seções transversais de armaduras, bem como a ligação dessas armaduras com o concreto, podendo ser embutidas ou funcionar em colaboração com o concreto a partir de propriedades de ancoragem, dentre outras características para elementos sólidos, placas e cascas e também características para estacas (Figura 73).

Figura 72 – Área onde são discriminadas as geometrias dos elementos (*Element geometries*)



Fonte: Autora

Figura 73 – Definição do tipo de geometria

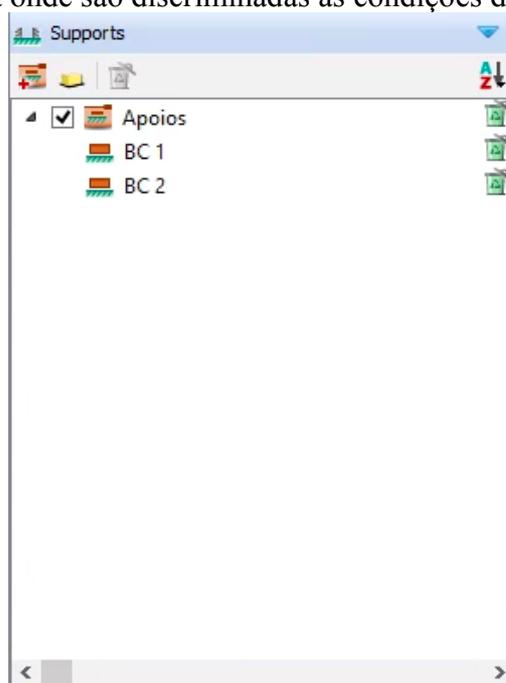


Fonte: Autora

#### A.1.4 Condições de apoio e carregamentos

Todas as diferentes condições de apoio, que se diferenciam umas das outras por atuarem em superfícies, bordas lineares ou nós isolados, bem como por possuírem a possibilidade de assumir características de apoio de primeiro ou segundo gênero, dentre outras possibilidades, devem ser criadas e elencadas na aba *Supports* (Figura 74).

Figura 74 – Área onde são discriminadas as condições de apoio (*Supports*)



Fonte: Autora

Na própria aba *Supports*, ao criar uma nova condição de apoio, deve-se inicialmente referenciar qual vai ser a superfície, o vértice ou a aresta que terá restrições de deslocamento, selecionando todos os pontos de travamento. Após estabelecido um sistema de coordenadas e o tipo de alvo, deve-se dizer quais direções de translação e rotação devem ser fixadas (Figura 75).

No que diz respeito ao carregamento, este deve ser definido e caracterizado na aba *Loads* (Figura 76). O carregamento definido pode ser global ou aplicado diretamente a uma forma, face, linha ou ponto. A primeira definição é aplicada no modelo por completo e se refere a carregamentos de peso próprio, aceleração ou força centrífuga, já a segunda definição refere-se a cargas concentradas, distribuídas, deformação ou deslocamento prescrito a depender da situação que se deseja representar. Na janela que aparece para a criação do carregamento,

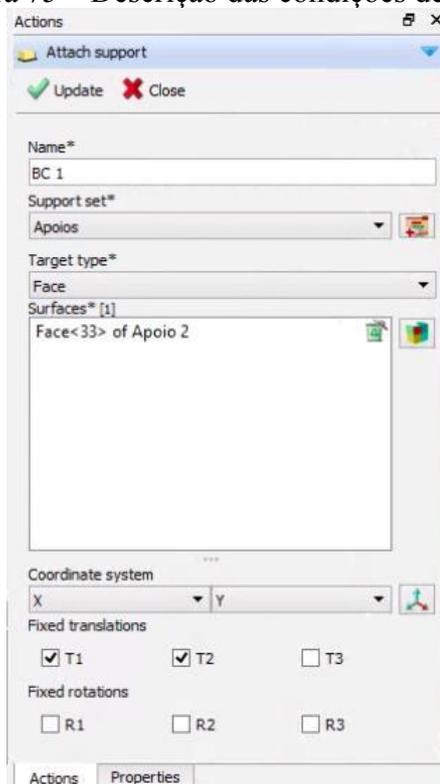
também se faz necessário definir a intensidade do carregamento e as direções de atuação das forças (Figura 77).

Além da criação das cargas, na seção mostrada na Figura 76, pode-se criar os casos de carregamento, variando apenas os fatores da combinação de carregamento, conforme a necessidade de variar entre cargas permanentes, variáveis, excepcionais, cargas móveis, dentre outros. As análises deste trabalho focaram na aplicação de cargas características, então não houve a necessidade de uso de combinações de carregamento.

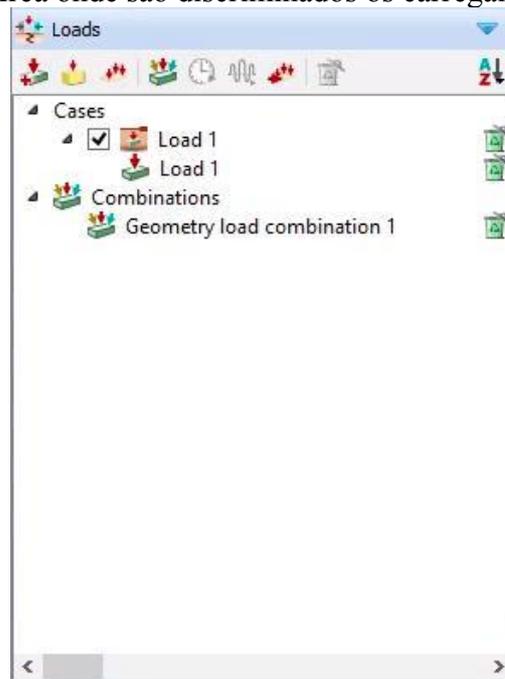
Na Figura 78, tem-se a representação gráfica da disposição do carregamento e das condições de apoio criadas para o modelo estrutural desenvolvido.

O Diana permite mesclar elementos estruturais sem que necessariamente haja uma definição de características da interface. Nesse caso, os elementos estruturais se comportam como se fossem um único com características distintas, e a interface de contato entre os elementos possui características perfeitas. Se eventualmente desejar-se definir propriedades da interface, é possível fazê-lo a partir do menu *Connections*, apresentado na Figura 79, definindo características como rigidez, comportamento de mola, rótulas ou superfície de interface, por exemplo.

Figura 75 – Descrição das condições de apoio

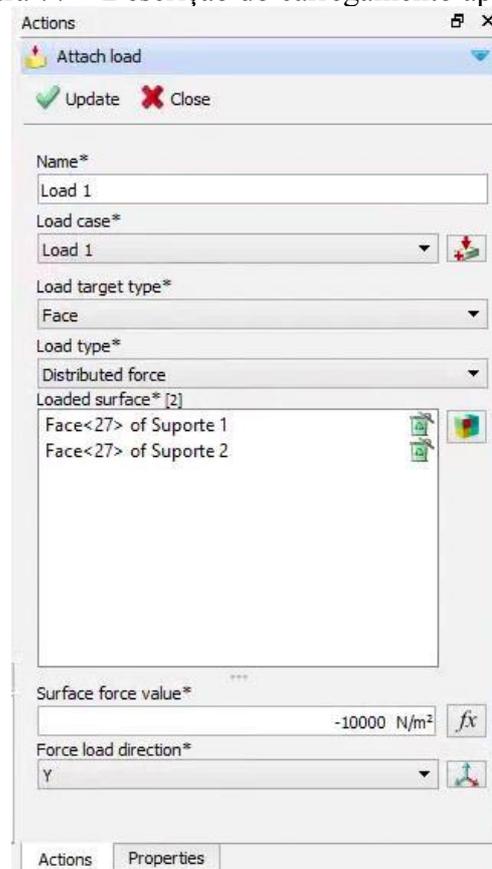


Fonte: Autora

Figura 76 – Área onde são discriminados os carregamentos (*Loads*)

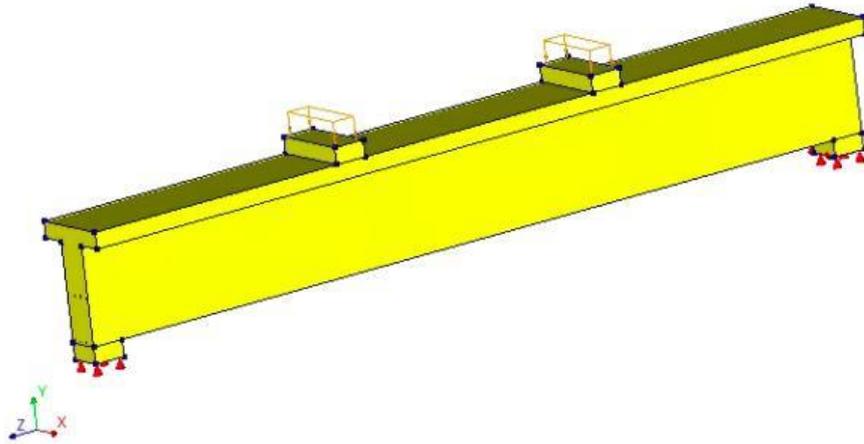
Fonte: Autora

Figura 77 – Descrição do carregamento aplicado



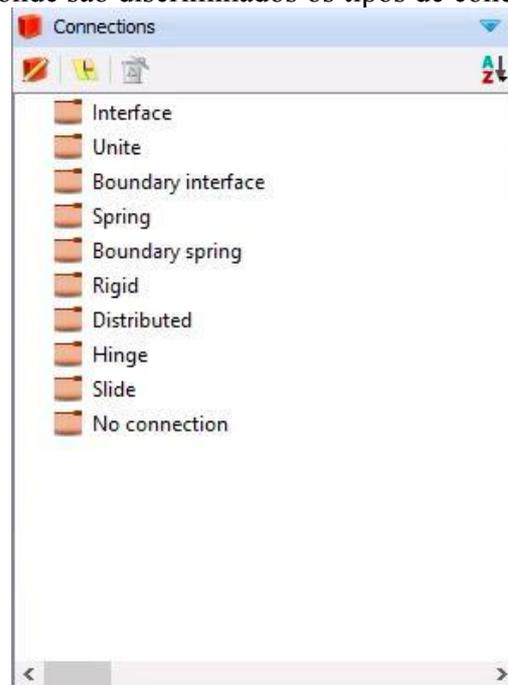
Fonte: Autora

Figura 78 – Representação do carregamento e das condições de apoio, nos elementos estruturais



Fonte: Autora

Figura 79 – Área onde são discriminados os tipos de conexões (*Connections*)



Fonte: Autora

#### **A.1.5 Definição de malha**

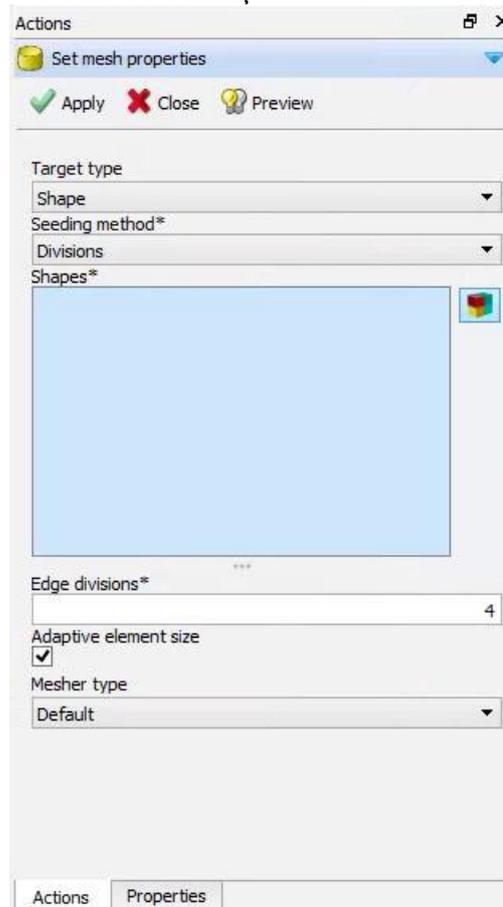
Ainda no menu *Actions*, na seção *Assignments*, apresentado na Figura 68, é possível definir as propriedades da malha, como o tamanho do elemento, o tipo de elemento (linear ou quadrático), que pode ser o padrão, definido ao criar o modelo de trabalho, ou modificado para um modelo em específico, e como a malha vai se distribuir em elementos na peça estrutural.

Essas características são definidas no menu que se abre ao definir as propriedades da malha (*Mesh Properties*), mostrado na Figura 80.

O Diana define a malha das armaduras embutidas nas peças automaticamente quando os elementos sólidos são divididos em elementos finitos de modo a garantir a compatibilidade. A Figura 81 apresenta o menu *Mesh*, onde todas as formas são apresentadas com suas respectivas divisões, ou seja, quantos elementos finitos existe em cada forma. Além disso, também são apresentadas todas as armaduras que também possuem sua malha definida. Esse menu pode ser acessado ao clicar na opção *Mesh* na seção mostrada pelo indicativo 7 na Figura 67.

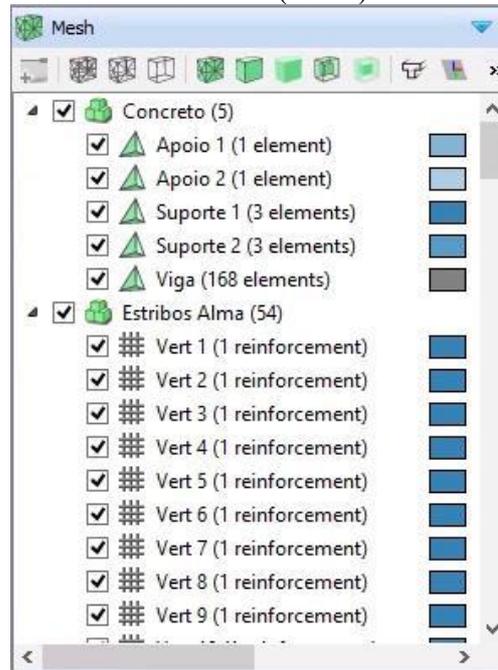
A Figura 82 apresenta o elemento estrutural com a malha já toda distribuída nos elementos sólidos. Não é possível visualizar armaduras pois elas se encontram no interior das formas.

Figura 80 – Menu de definição de características da malha



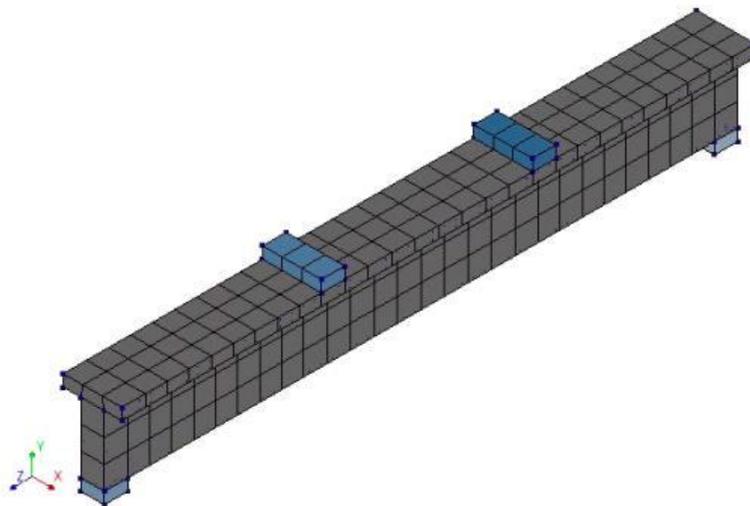
Fonte: Autora

Figura 81 – Área onde são discriminadas todas as formas que tiveram algum tipo de malha atribuída (*Mesh*)



Fonte: Autora

Figura 82 – Peça estrutural com a respectiva malha distribuída

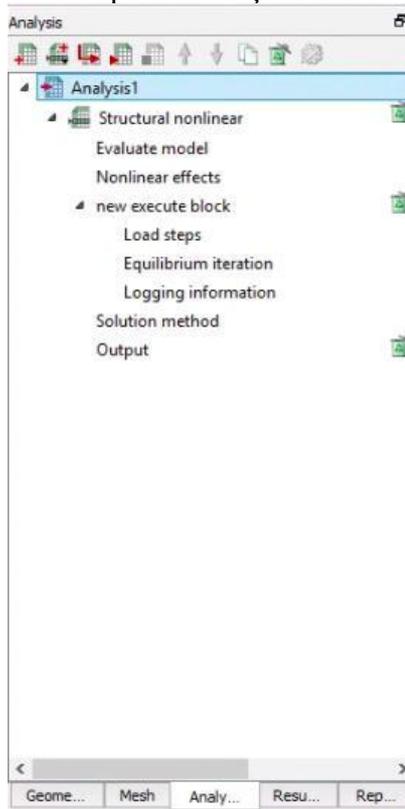


Fonte: Autora

#### A.1.6 Procedimentos de análise

Uma vez que todos os elementos estejam criados e o material, o carregamento, as condições de apoio e a distribuição de malha definidos, é possível partir para os procedimentos de análise, criando uma análise no menu *Analysis*, mostrado na Figura 83.

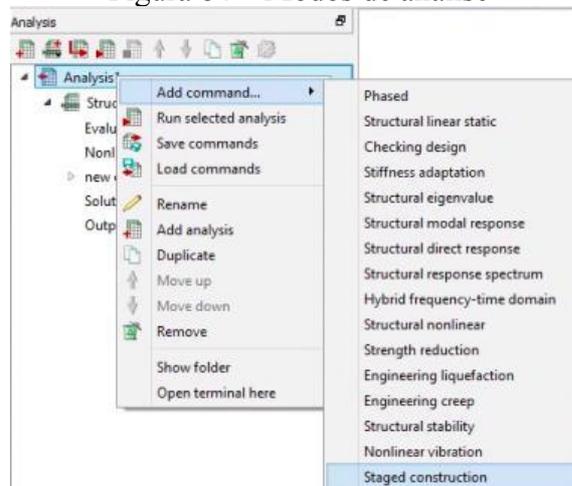
Figura 83 – Menu de análise para definições das características de cálculo



Fonte: Autora

Após criada a análise, é importante definir como será essa análise, se será linear, não linear, análise de estabilidade, análise de modos de vibração, análise de autovalores e autovetores, dentre outros exemplificados na Figura 84.

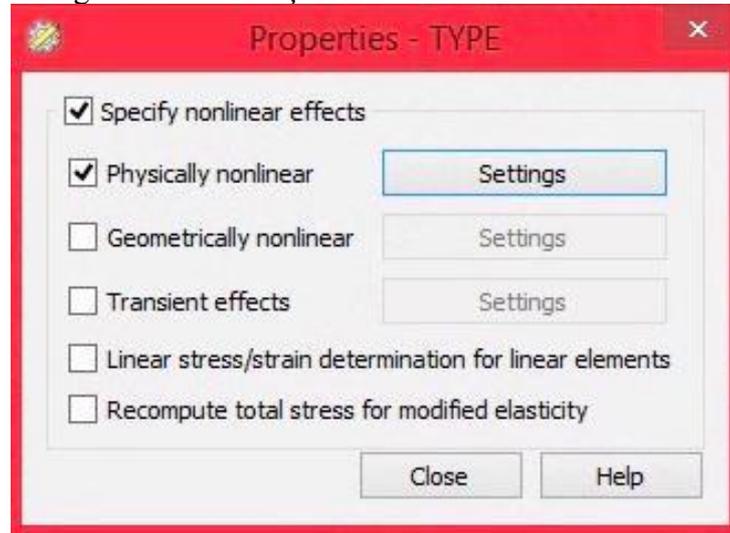
Figura 84 – Modos de análise



Fonte: Autora

No mesmo menu de análise, é possível definir a análise quanto à não linearidade física ou geométrica, bem como definir uma análise de tensão-deformação puramente linear. Essas possibilidades são apresentadas na Figura 85.

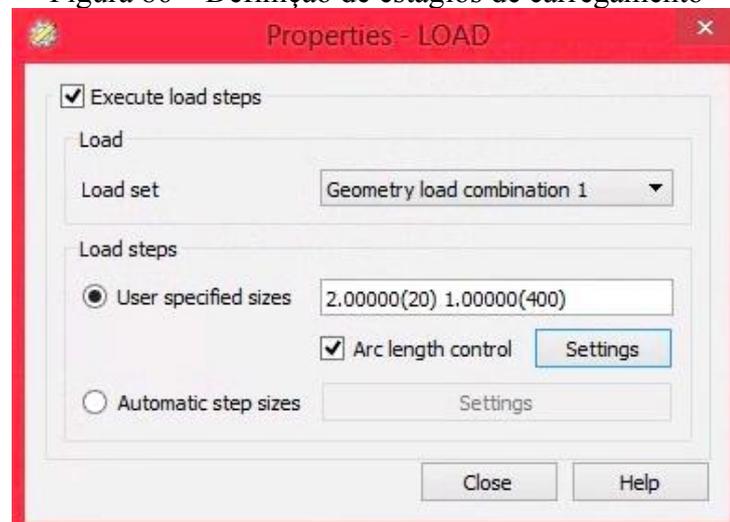
Figura 85 – Definição de análise linear e não linear



Fonte: Autora

No que diz respeito ao carregamento, este não é necessariamente aplicado de forma integral: existe a possibilidade de implementar estágios de carga definidos pelo usuário. Na Figura 86, por exemplo, tem-se que os 20 primeiros estágios de carga tem um fator igual a 2, enquanto os 400 estágios seguintes possuem fator igual a 1. É possível fazer análise com controle de comprimento de arco ativando a opção referente à mesma.

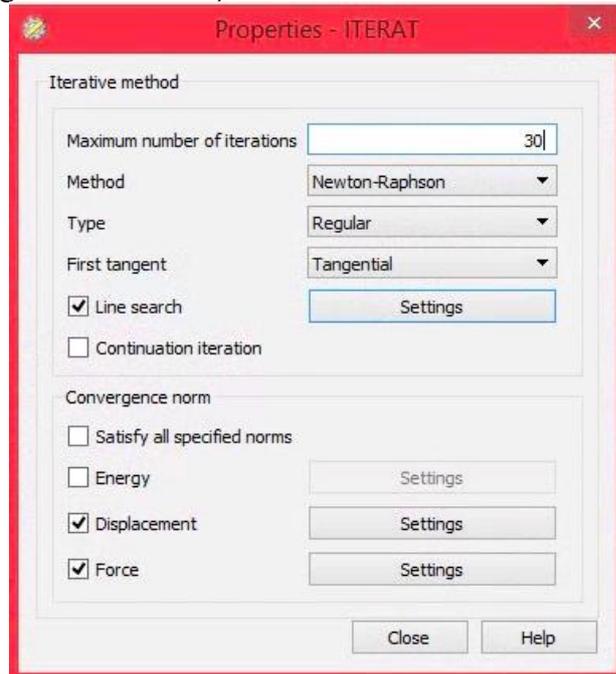
Figura 86 – Definição de estágios de carregamento



Fonte: Autora

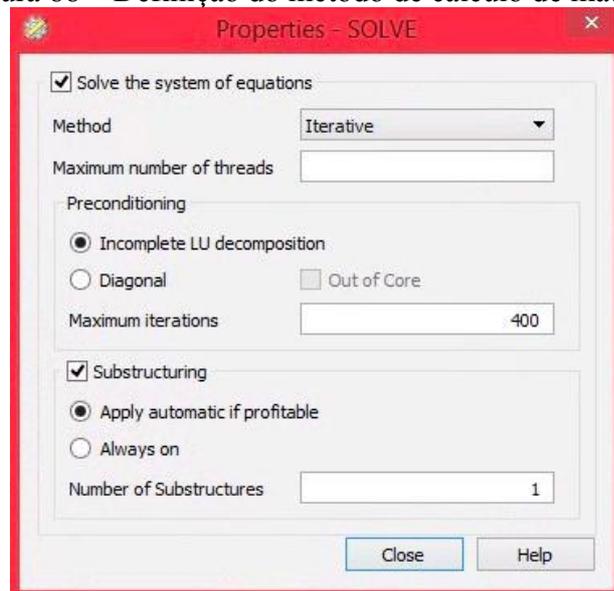
A análise numérica pode ser determinada por diversos métodos, sendo Newton-Raphson o mais utilizado. Na aba de definição do método iterativo, pode-se determinar o número de iterações que o processo de Newton-Raphson, por exemplo, irá fazer naquela etapa de análise, bem como o tipo de busca a ser realizada pelo processo numérico. A Figura 87 apresenta a área de definição do método numérico.

Figura 87 – Definição do método de análise numérica



Fonte: Autora

Figura 88 – Definição do método de cálculo de matrizes

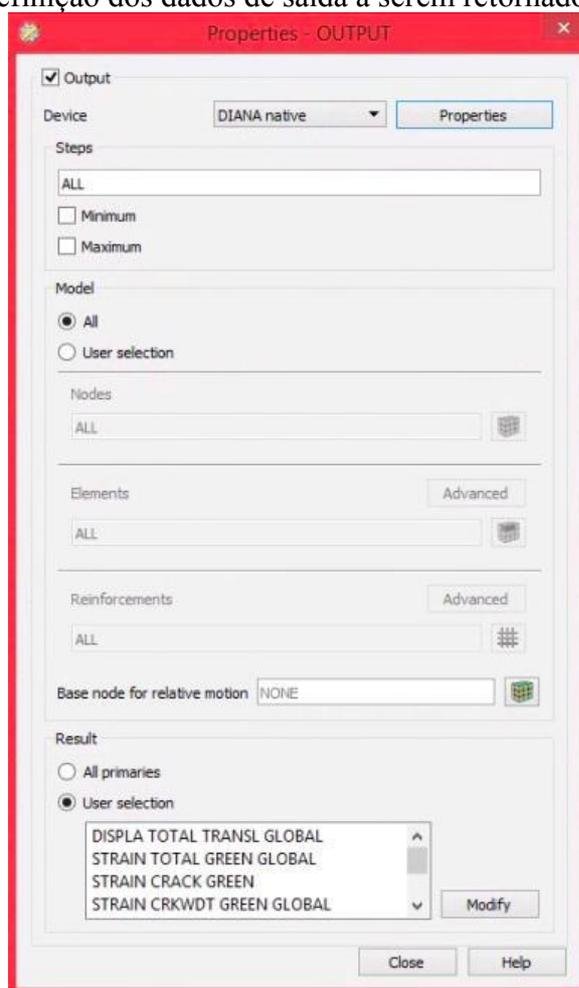


Fonte: Autora

É possível definir o procedimento de cálculo de matrizes das equações de equilíbrio, por meio do menu apresentado na Figura 88. Além do método iterativo, existem os métodos de Cholesky, bem como métodos de cálculo de matrizes esparsas.

A Figura 89 apresenta o menu de definição dos dados de saída que são possíveis de serem escolhidos pelo usuário. Existem os dados de saída padrão, mas, dependendo da complexidade da análise, é interessante escolher outras características de saída.

Figura 89 – Definição dos dados de saída a serem retornados com a análise



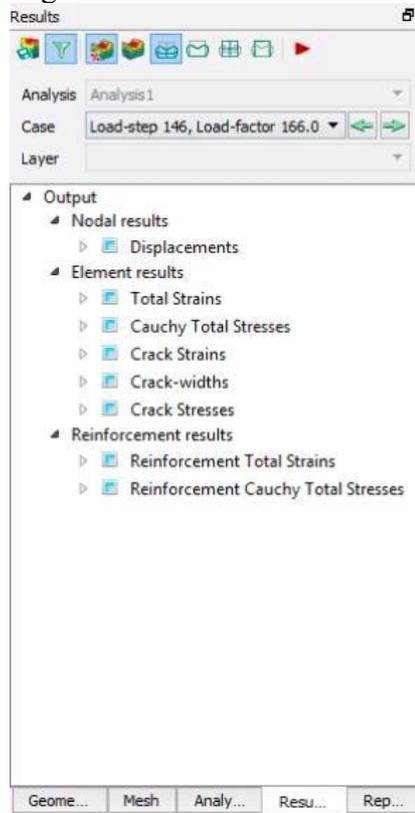
Fonte: Autora

### A.1.7 Verificações e resultados

Uma vez realizada a análise, é possível verificar todos os resultados no menu *Results*, apresentado na Figura 90, no qual existe a diferenciação de resultados nodais, resultados referentes aos elementos e resultados referentes às armaduras. As principais análises são deformações locais, globais, deslocamentos, tensões de Cauchy, deformações na fissura,

bem como abertura de fissura. Esses resultados podem ser observados em cada estágio de carregamento, selecionado na opção *Case*.

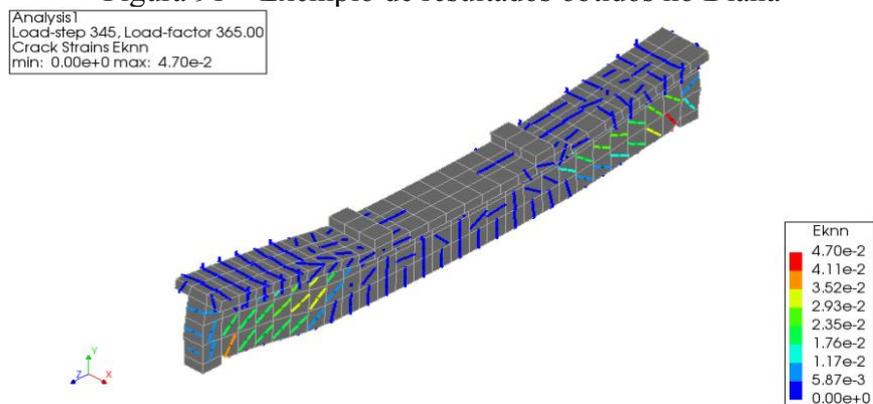
Figura 90 – Menu de resultados



Fonte: Autora

A Figura 91 apresenta um exemplo de visualização de resultados no Diana. Nesse caso, são mostradas as deformações nas fissuras, formando o padrão de fissuração na viga de exemplo.

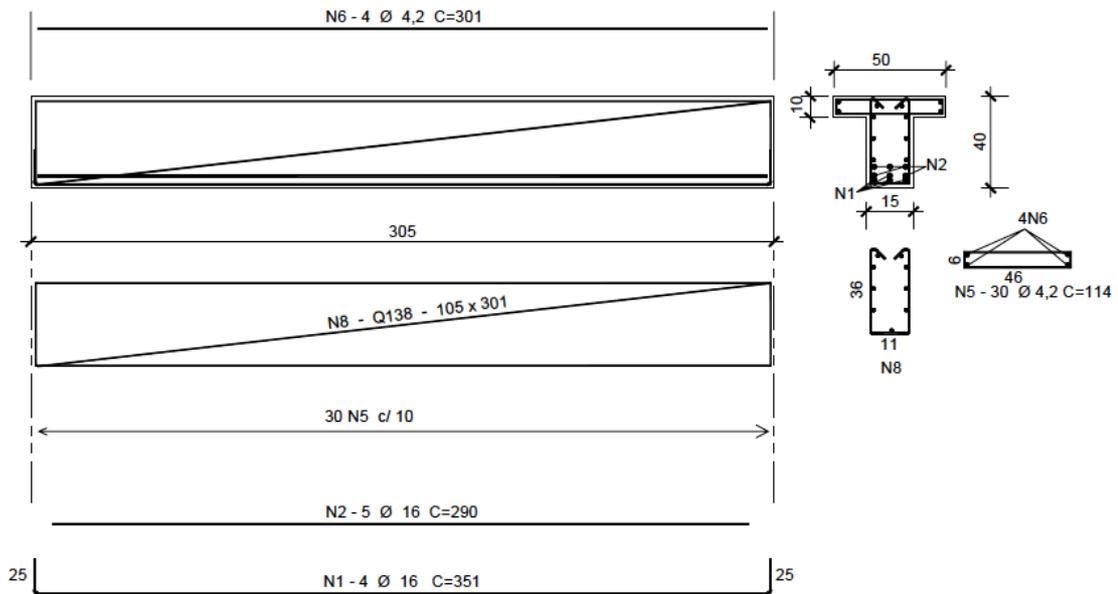
Figura 91 – Exemplo de resultados obtidos no Diana



Fonte: Autora

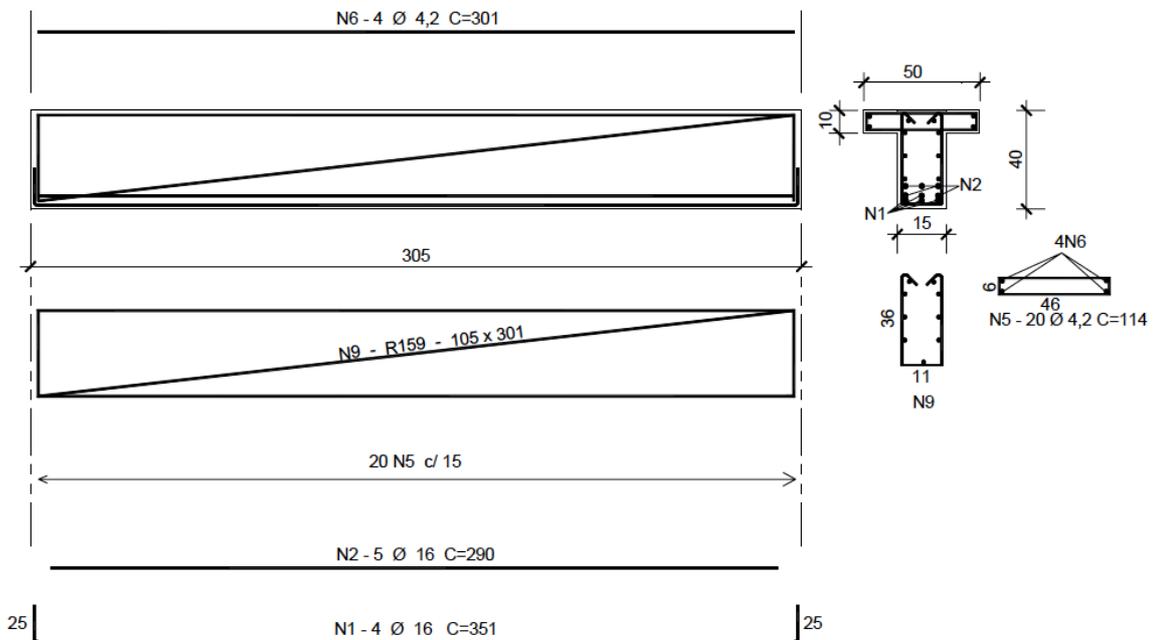
ANEXO A – DETALHAMENTO DAS VIGAS DO ENSAIO DE SILVA (2003)

Figura 92 – VQ3 (15 x 40)



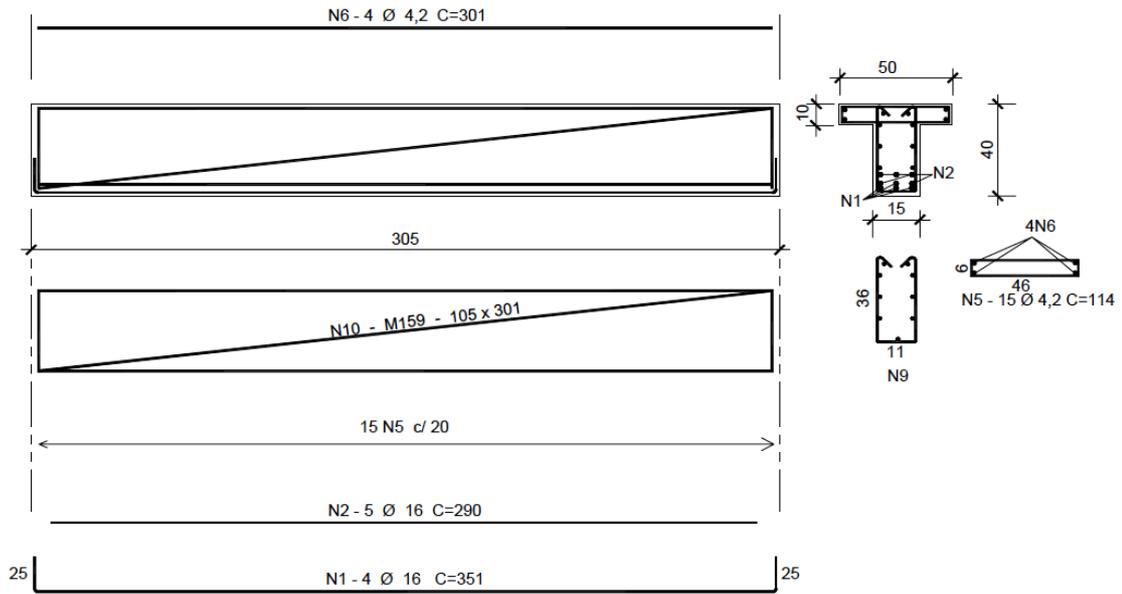
Fonte: Silva (2003)

Figura 93 – VQ4 (15 x 40)



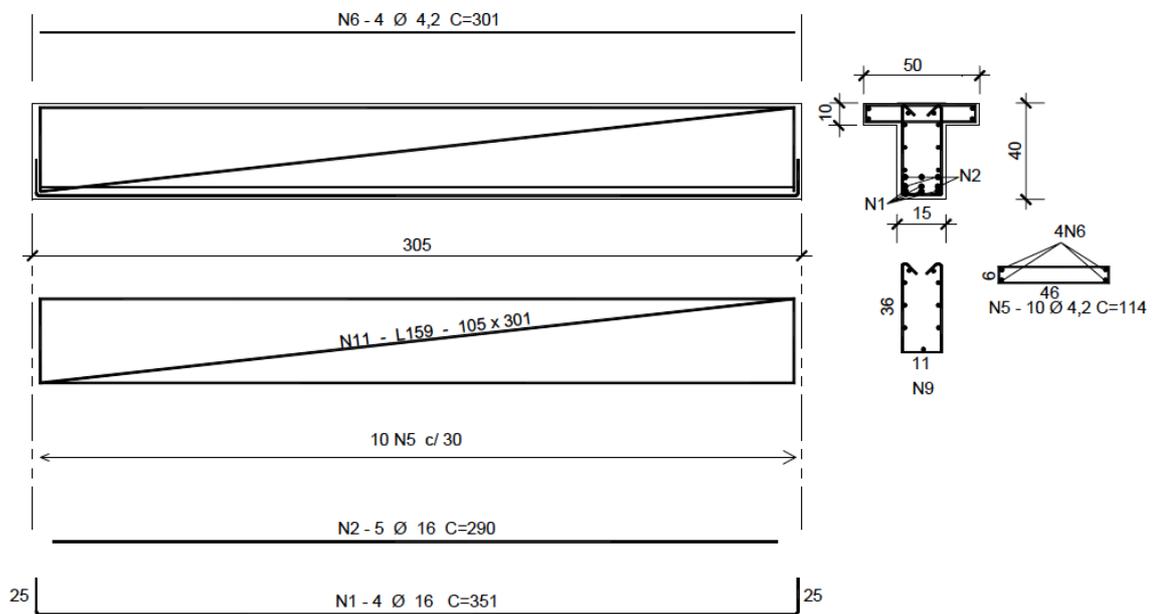
Fonte: Silva (2003)

Figura 94 – VQ5 (15 x 40)



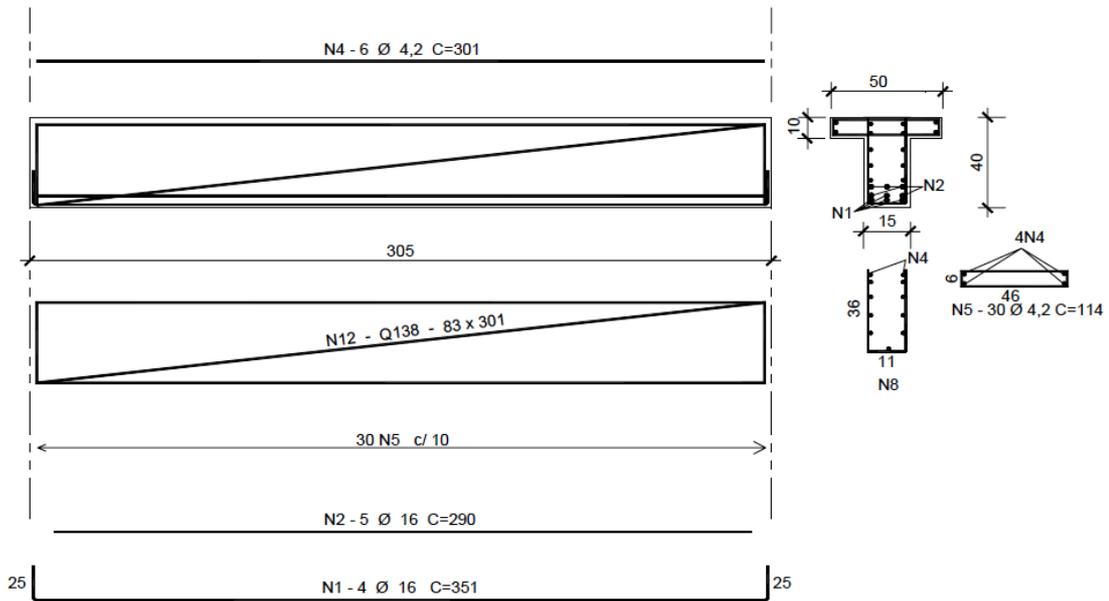
Fonte: Silva (2003)

Figura 95 – VQ6 (15 x 40)



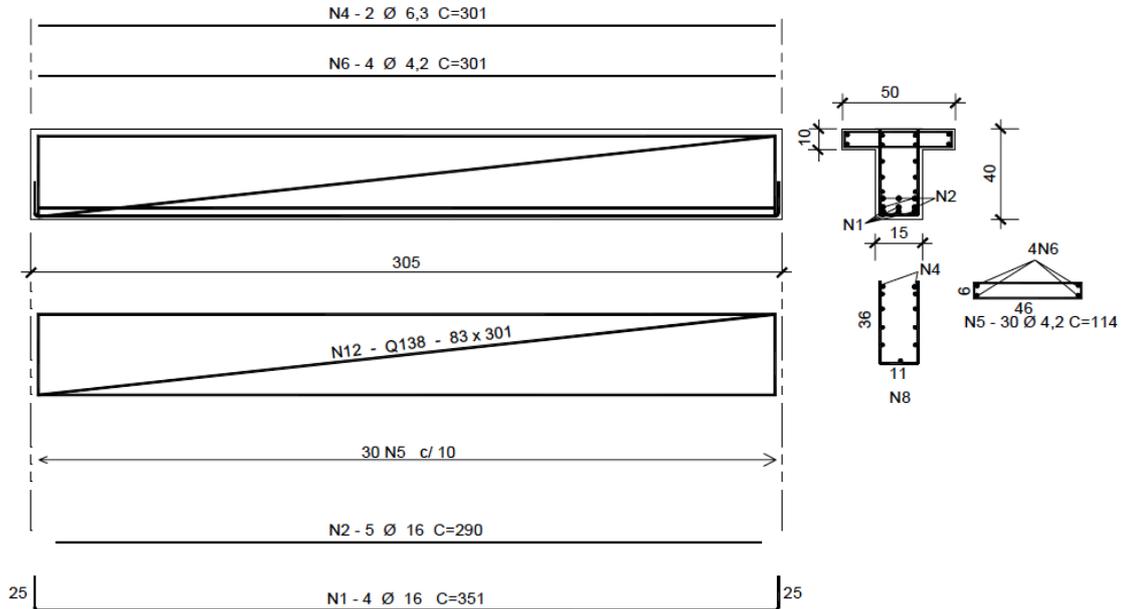
Fonte: Silva (2003)

Figura 96 – VQ7 (15 x 40)



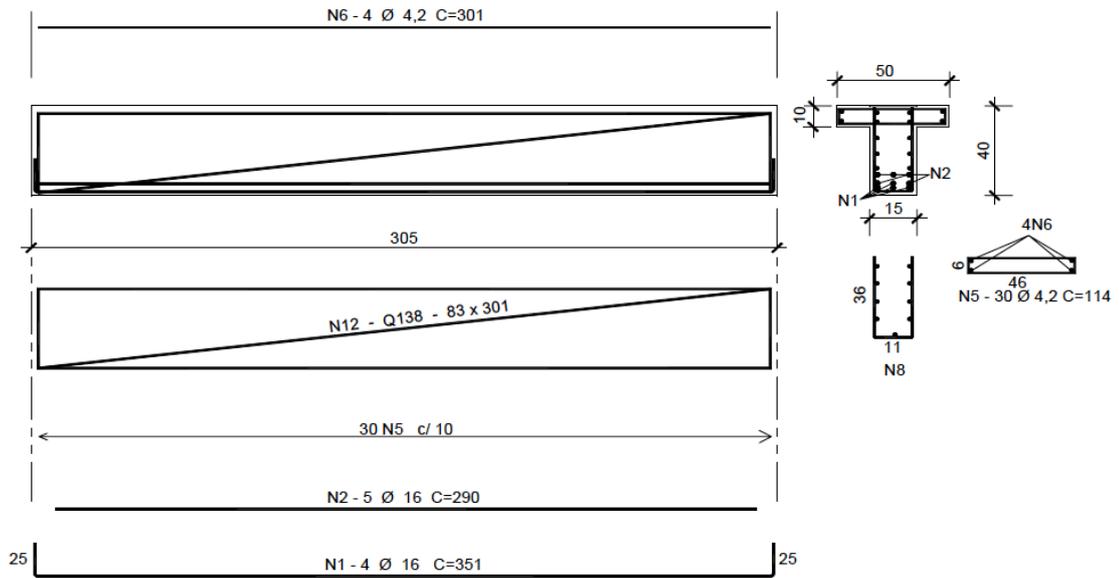
Fonte: Silva (2003)

Figura 97 – VQ8 (15 x 40)



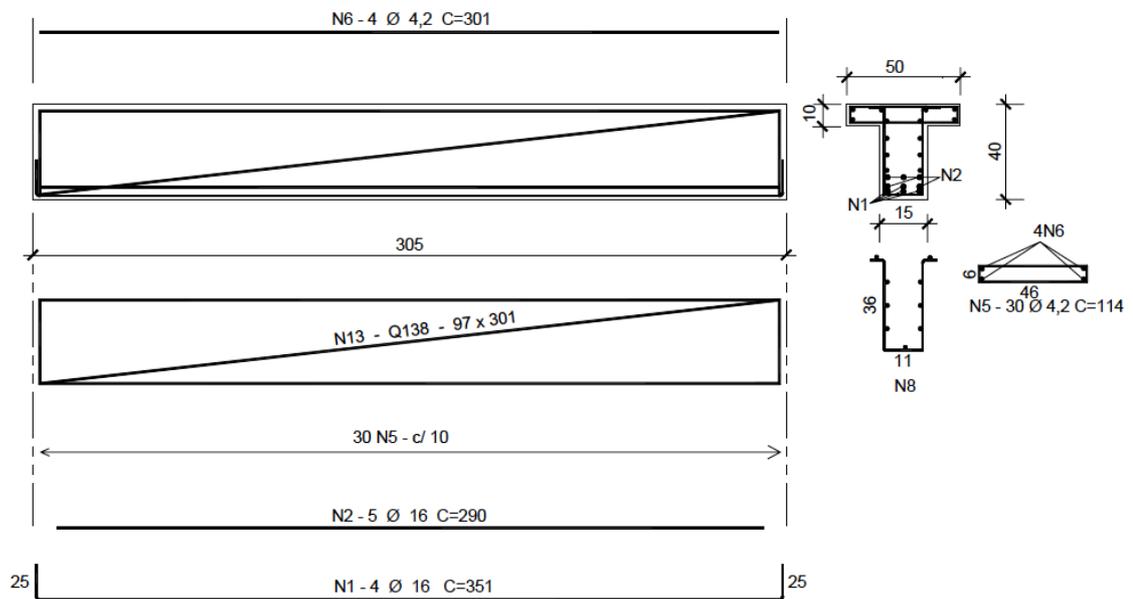
Fonte: Silva (2003)

Figura 98 – VQ9 (15 x 40)



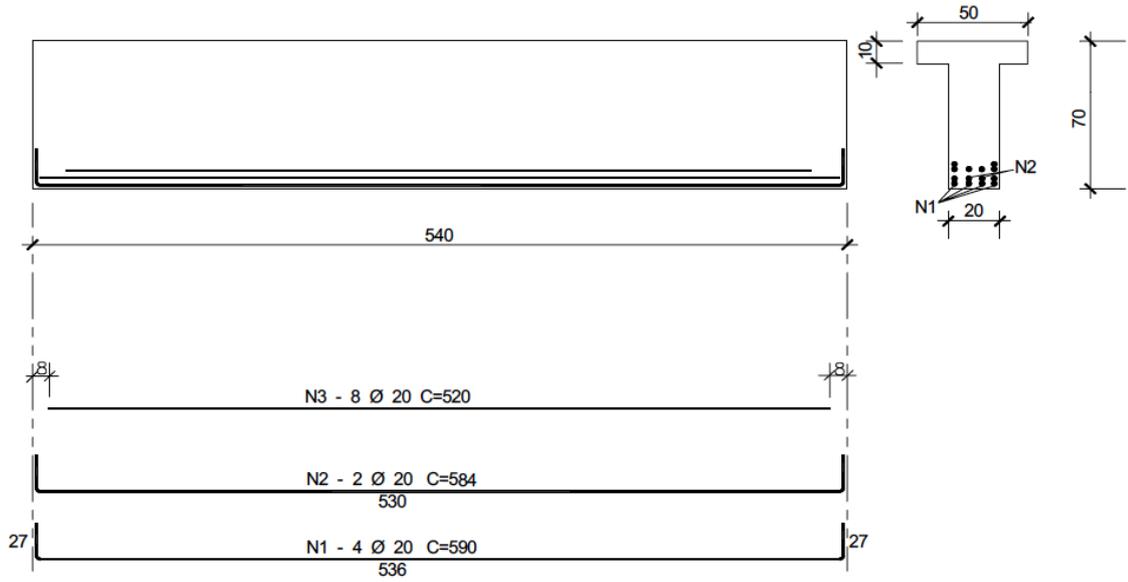
Fonte: Silva (2003)

Figura 99 – VQ10 (15 x 40)



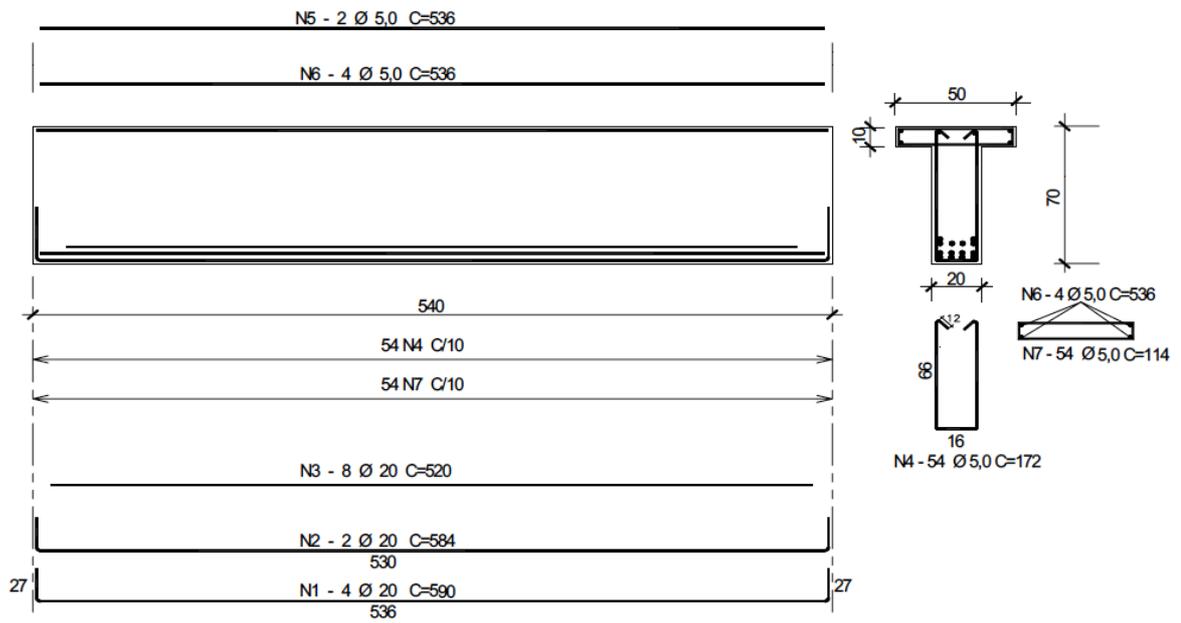
Fonte: Silva (2003)

Figura 100 – VS0 (20 x 70)



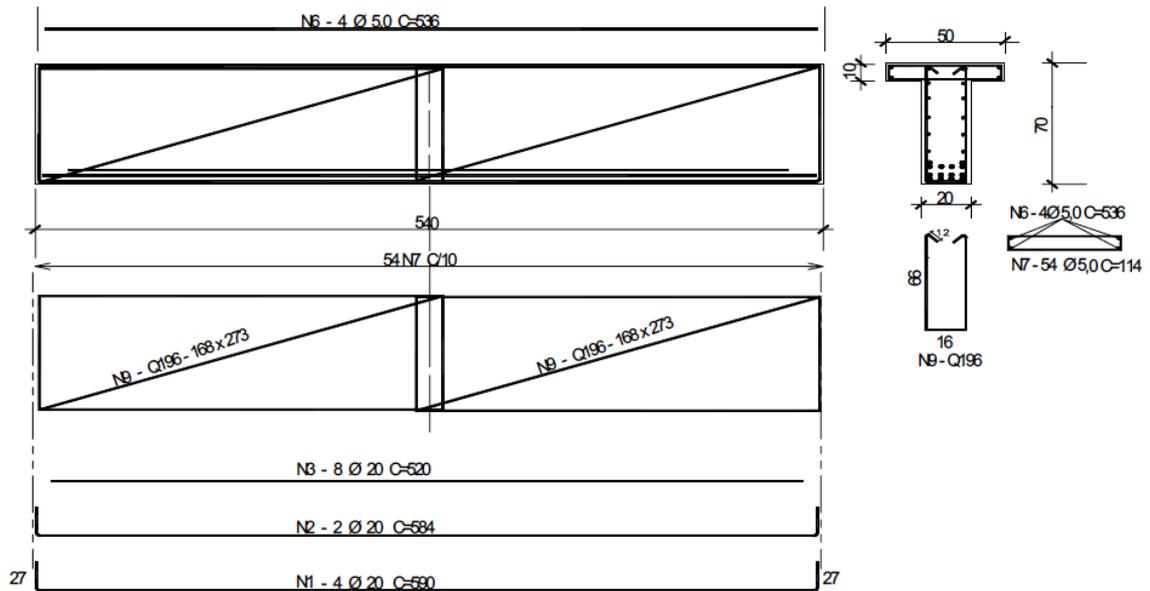
Fonte: Silva (2003)

Figura 101 – VS1 (20 x 70)



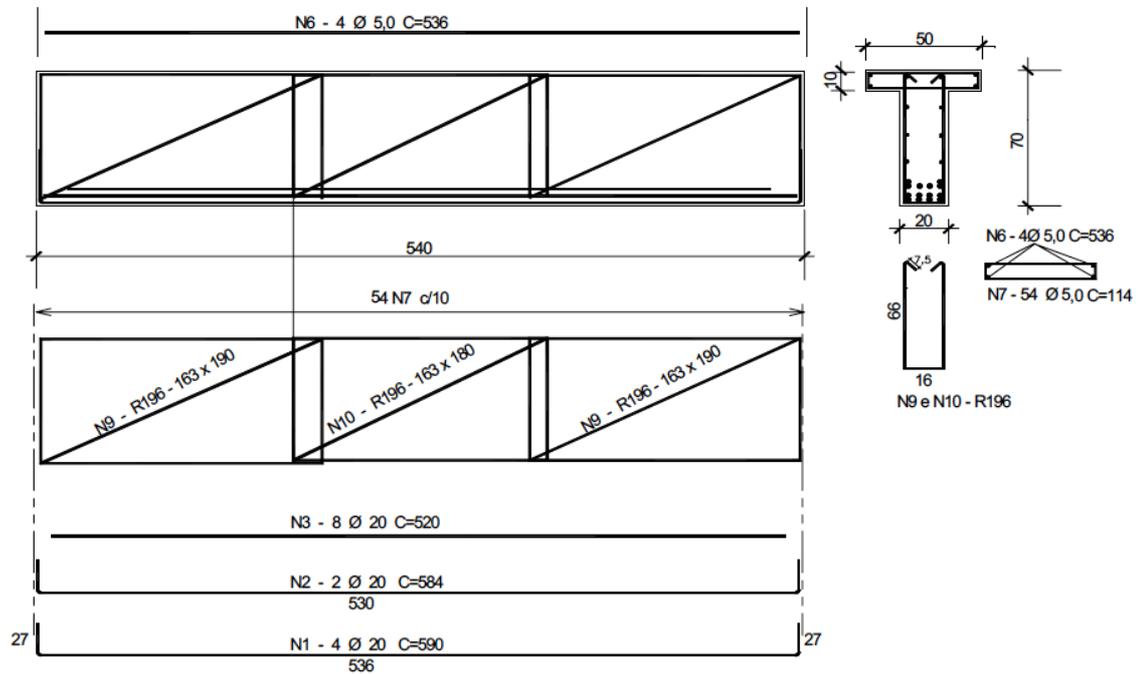
Fonte: Silva (2003)

Figura 102 – VS3 (20 x 70)



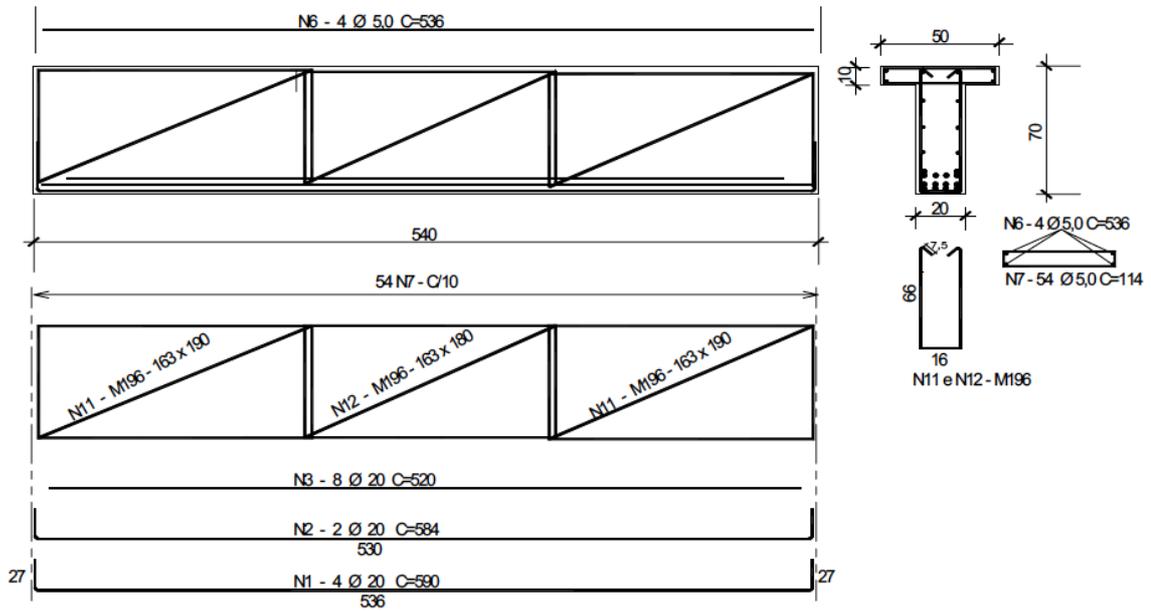
Fonte: Silva (2003)

Figura 103 – VS4 (20 x 70)



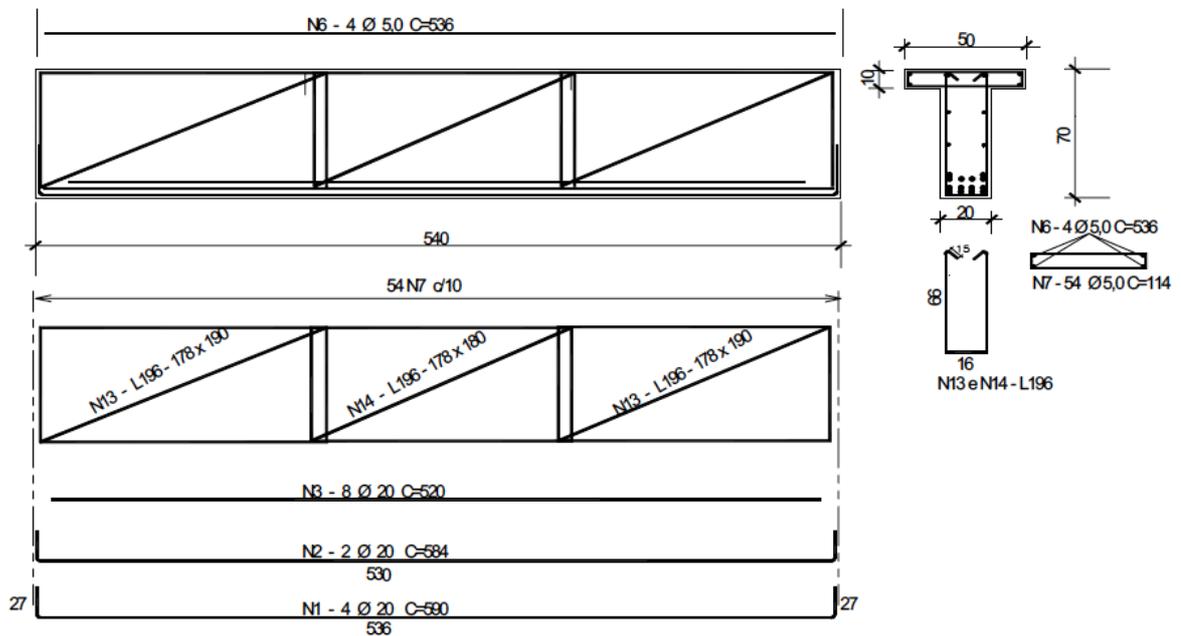
Fonte: Silva (2003)

Figura 104 – VS5 (20 x 70)



Fonte: Silva (2003)

Figura 105 – VS6 (20 x 70)



Fonte: Silva (2003)