



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA - CAEN
MESTRADO ACADÊMICO EM ECONOMIA

LETÍCIA DA SILVA FEITOSA

SINCRONIZAÇÃO DO CICLO DE NEGÓCIOS NOS ESTADOS DO BRASIL

FORTALEZA

2021

LETÍCIA DA SILVA FEITOSA

SINCRONIZAÇÃO DO CICLO DE NEGÓCIOS NOS ESTADOS DO BRASIL

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Acadêmico em Economia do Programa de Pós-Graduação em Economia - CAEN da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Economia. Área de Concentração: Ciências Econômicas Aplicada

Orientador: Prof. Dr. Luiz Ivan de Melo Castelar

Coorientador: Prof. Dr. Cristiano da Costa da Silva

FORTALEZA

2021

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Biblioteca Universitária
Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

- F336s Feitosa, Leticia da Silva.
Sincronização do ciclo de negócios nos estados do Brasil / Leticia da Silva Feitosa. – 2021.
49 f. : il. color.
- Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Ceará, , Fortaleza, 2021.
Orientação: Prof. Dr. Luiz Ivan de Melo Castelar.
Coorientação: Prof. Dr. Cristiano da Costa da Silva.
1. Transformada de Wavelet. 2. Ciclos Econômicos. 3. IBCR. 4. Choques estruturais. I. Título.
CDD
-

LETÍCIA DA SILVA FEITOSA

SINCRONIZAÇÃO DO CICLO DE NEGÓCIOS NOS ESTADOS DO BRASIL

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Acadêmico em Economia do Programa de Pós-Graduação em Economia - CAEN do da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Economia. Área de Concentração: Ciências Econômicas Aplicada

Aprovada em:

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Luiz Ivan de Melo Castelar (Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Cristiano da Costa da Silva (Coorientador)
Universidade do Estado do Rio Grande do Norte
(UERN)

Prof. Dr. Nicolino Trompieri Neto
Universidade de Fortaleza (Unifor)

Aos meus pais, Rogerio e Telma, e irmão Érick.

AGRADECIMENTOS

À Deus, por me dá saúde e força para estudar.

À minha família por sempre me apoiarem, especialmente meus pais e meu irmão.

Ao Prof. Ivan Castelar por aceitar ser meu orientador.

Ao Prof. Cristiano da Costa da Silva pela excelente orientação e por toda ajuda no decorrer da dissertação.

Ao Prof. Guilherme Irffi por toda ajuda durante o curso.

Aos meus colegas de turma pelo apoio nas aulas, trabalhos e fora da universidade.

À Universidade Federal do Ceará pelo excelente curso de mestrado acadêmico de Economia.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes) pelo financiamento da pesquisa de mestrado via bolsa de estudos.

E por fim a todos que de alguma forma contribuiu para esse trabalho.

RESUMO

A dissertação examina os comovimentos dos ciclos econômicos estaduais vis-à-vis o ciclo econômico estadual a partir dos dados do índice de atividade econômica do Banco Central (IBCR) entre janeiro de 2003 até junho de 2020. Utilizou-se a metodologia Wavelet (Aguiar-Conraria e Soares (2011) e Aguiar-Conraria *et al.* (2018)) para identificar a sincronização entre os indicadores em uma estrutura flexível de análise tempo/frequência. Os resultados indicam substancial variação na intensidade dos comovimentos ao longo das bandas de frequência. A exceção dos Estados de Pernambuco e da Bahia, os índices apresentaram maior grau de sincronização nos ciclos de curta e média duração (1 a 2 anos e 2 a 4 anos respectivamente). A análise de coerência parcial indicou que choques estruturais no câmbio explicam grande parte do comovimento entre os estados e o índice agregado nacional. Por outro lado, identifica-se que choques não antecipados na política monetária geram efeitos assimétricos sobre o comovimento através das frequências, contribuindo para o aumento da sincronização nos ciclos de curta e média duração, porém reduzindo os comovimentos nos ciclos de longa duração (4 a 6 anos).

Palavras-chave: T transformada de Wavelet. Ciclos Econômicos. IBCR. Choques estruturais.

ABSTRACT

This dissertation examines the movements of the state economic cycles vis-à-vis the state economic cycle from the data of the economic activity index of the Central Bank (IBCR) between January 2003 until June 2020. The Wavelet methodology was used (Aguiar-Conraria e Soares (2011) and Aguiar-Conraria *et al.* (2018)) to identify the synchronization between the indicators in a flexible time/frequency analysis structure. The results indicate substantial variation in the intensity of the movements along the frequency bands. With the exception of the States of Pernambuco and Bahia, the indices showed a greater degree of synchronization in the short and medium duration cycles (1 to 2 years and 2 to 4 years respectively). The partial coherence analysis indicated that structural shocks in the exchange rate explain a large part of the movement between the states and the national aggregate index. On the other hand, we identified that unanticipated shocks in monetary policy generate asymmetric effects on the movement through frequencies, contributing to the increase of synchronization in short and medium duration cycles, however reducing the movements in long duration cycles (4 to 6 years).

Keywords: Wavelet Transform. Economic Cycles. IBCR. Structural shocks.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Trajetória Temporal dos Índices de Atividade Econômica (IBCR) – 2003M3-2020M6.	21
Figura 2 – Crescimento Médio (ao ano) dos Estados e do Brasil.	22
Figura 3 – <i>Wavelet Coherence</i> entre o Brasil e as regiões Norte e Centro-oeste.	27
Figura 4 – <i>Wavelet Coherence</i> entre o Brasil e Nordeste.	28
Figura 5 – <i>Wavelet Coherence</i> entre o Brasil e Sudeste.	29
Figura 6 – <i>Wavelet Coherence</i> entre o Brasil e Sul.	30
Figura 7 – Painel com a coerência e as coerências parciais, as quais controlam choques estruturais de dimensão monetária, cambial e na demanda agregada por commodities das regiões Norte e Centro-oeste.	33
Figura 8 – Painel com a coerência e as coerências parciais, as quais controlam choques estruturais de dimensão monetária, cambial e na demanda agregada por commodities da região Nordeste.	34
Figura 9 – Painel com a coerência e as coerências parciais, as quais controlam choques estruturais de dimensão monetária, cambial e na demanda agregada por commodities da região Sudeste.	34
Figura 10 – Painel com a coerência e as coerências parciais, as quais controlam choques estruturais de dimensão monetária, cambial e na demanda agregada por commodities da região Sul.	35
Figura 11 – Variação percentual na área de significância da coerência antes e após a adição das respectivas variáveis de controle.	36
Figura 12 – Gráficos de choques estruturais.	41

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Estatísticas Descritivas das Séries Estaduais e do Brasil – 2003M3-2020M6. 24

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
2	REVISÃO DE LITERATURA	13
2.1	Sincronização entre países	13
2.2	Sincronização entre estados	15
3	METODOLOGIA	18
3.1	Método de Wavelet Contínua	18
3.2	Ferramentas Uni e Bivariadas	19
3.3	Análise Wavelet Parcial	20
3.4	Base e descrição dos dados	20
4	RESULTADOS	26
4.1	Sincronização entre os ciclos sem a adição de variáveis de controle . . .	26
4.2	Sincronização entre os ciclos com a adição de variáveis de controle . . .	31
5	CONCLUSÕES	37
	REFERÊNCIAS	38
	APÊNDICES	41
	APÊNDICE A – Gráficos de choques estruturais.	41
	ANEXOS	41
	ANEXO A – VARs Estruturais	42

1 INTRODUÇÃO

A sincronização da atividade econômica é geralmente considerada uma condição necessária para a otimização de uma política monetária única (HAAN *et al.*, 2008). Durante crises econômicas, essa sincronização acaba sendo mais afetada e, conseqüentemente, uma política anticíclica se torna mais difícil de ser eficaz.

Analisando os efeitos da crise do sub-prime de 2008 no Brasil, em apenas dois trimestres, o PIB despencou 5,68% em 2008 e levou cerca de um ano para atingir patamar anterior à crise (FERREIRA, 2011). Paula e Pires (2017) estudaram a crise fiscal do Brasil que ocorreu entre 2014 e 2016 e seus resultados indicam que ocorreram tanto problemas de coordenação na política macroeconômica, que tornou políticas anticíclicas pouco eficazes no período 2011-2014 (assim como no caso das políticas contracionistas em 2015), quanto problemas relacionados a choques exógenos.

Baseado nisso, este trabalho se propõe investigar os comovimentos dos ciclos econômicos estaduais vis-à-vis o ciclo econômico nacional a partir dos dados do índice de atividade econômica do Banco Central (IBCR), além disso, analisa choques estruturais nos ciclos estaduais.

Seguindo Aguiar-Conraria *et al.* (2016) que estudaram os ciclos de negócios individuais dos estados dos Estados Unidos (EUA), o objetivo geral desse trabalho é analisar ciclos de negócios individuais dos estados do Brasil. A partir disso, a dissertação tem dois objetivos específicos: i. Analisar a sincronização entre os ciclos sem a adição de variáveis de controle através da função *wavelet coherence* (WC), ii. Examinar a sincronização entre os ciclos utilizado através da função *partial wavelet coherence* (PWC), que permite excluir da análise de coerência a influência de fatores externos representados a partir de variáveis de controle.

Os dados do IBCR estão disponíveis a nível nacional e também para 13 estados: Amazonas, Bahia, Ceará, Espírito Santo, Goiás, Minas Gerais, Pará, Pernambuco, Paraná, Rio de Janeiro, Rio Grande do Sul, Santa Catarina e São Paulo, para o período de 2003 a 2020. O trabalho segue Aguiar-Conraria e Soares (2011) no uso da metodologia de Wavelet para análise da sincronização entre o país e os estados.

A contribuição desse trabalho é analisar a sincronização a partir de ciclos econômicos com a transformação de wavelet para os estados brasileiros vis-à-vis o nível nacional, além disso, a pesquisa se expandiu ao trazer um cenário em que variáveis de controle fossem utilizadas para analisar choques estruturais, como choque monetário, choque no câmbio e choque de demanda por commodities nos estados brasileiros. Existem alguns trabalhos para a indústria brasileira,

contudo os trabalhos nacionais nessa área de ciclos econômicos ainda são escassos.

A dissertação está dividida em 4 seções, além dessa introdução. A primeira seção compila estudos sobre os ciclos econômicos em nível de países e regionais. A segunda seção explica o que é a transformação de Wavelet, além disso, detalha a base de dados. A terceira mostra os resultados e a última conclui a dissertação.

2 REVISÃO DE LITERATURA

Nos Estados Unidos (EUA) os estudos sobre ciclos de negócios ganharam destaque com os trabalhos publicados na National Bureau of Economic Research (NBER), onde foi publicado o livro clássico de Burns e Mitchell (1946), além dos trabalhos de Mitchell (1927) e Bry e Boschan (1971).

Mitchell (1927) define ciclos de negócios como um tipo de flutuação encontrada na atividade econômica agregada de nações que organizam seu trabalho principalmente em empresas: um ciclo consiste em expansões que ocorrem quase ao mesmo tempo em muitas atividades econômicas, seguidas por recessões, contrações e renascimentos gerais semelhantes que se fundem na fase de expansão do próximo ciclo.

Burns e Mitchell (1946) é um dos estudos mais relevantes de ciclos de negócios. Os autores analisaram o comportamento cíclico, métodos de medição do ciclo específico e do comportamento do ciclo de referência, além de tratarem o problema técnico de datar as flutuações cíclicas e realizarem análises gráficas. Bry e Boschan (1971) desenvolveram o primeiro algoritmo que calcula os ciclos de negócios. Além disso, diferenças entre as estruturas de despesas dos estados também são importantes para explicar as dissimilaridades nos ciclos de negócios dos estados.

Com o tempo os estudos sobre ciclos de negócios vêm sendo aprimorado, novas técnicas são desenvolvidas para calcular os ciclos e para descobrir o que influencia as mesmas (Beveridge e Nelson (1981), Kydland e Prescott (1982), Stock e Watson (1989) e Hamilton (1989)). A seguir, serão compilados alguns estudos, nacionais e internacionais, relevantes sobre o tema. A primeira subseção engloba sincronização entre países e a segunda subseção contém estudos sobre sincronização entre estados e regiões de um país.

2.1 Sincronização entre países

Imbs (2004) apurou os determinantes da sincronização dos ciclos de negócios entre 24 países¹ e os estados dos EUA. O autor estimou um sistema de equações simultâneas para desembaraçar as complexas interações entre o comércio, finanças, especialização setorial e ciclo de negócios. O autor concluí que abertura comercial e a especialização afetam os ciclos de

¹ Austrália, Áustria, Bélgica, Canadá, Chile, Finlândia, França, Alemanha, Israel, Itália, Japão, Coreia, México, Holanda, Noruega, Peru, Filipinas, Portugal, África do Sul, Espanha, Suécia, Suíça, o Reino Unido e os Estados Unidos.

negócios e regiões com vínculos financeiros fortes são mais sincronizadas.

Calderon *et al.* (2007) tentaram fornecer uma análise do impacto da integração comercial na sincronização do ciclo de negócios. Para isso, usaram informações anuais de 147 países para o período 1960-1999. Concluíram que países com maior comércio bilateral apresentam maior sincronização do ciclo de negócios, com um aumento de um desvio padrão na intensidade do comércio bilateral.

Ductor e Leiva-Leon (2016) realizaram um exame abrangente da evolução do comovimento do ciclo de negócios em 43 países desenvolvidos e em desenvolvimento no período de 1981 a 2013. Utilizando a metodologia de índice de interdependência do ciclo de negócios e um modelo de fator dinâmico não linear, os autores mostram que a maioria das economias se tornou mais sincronizada na era recente da globalização (a partir de 2000), sugerindo que o risco sistêmico aumentou na última década. Além disso, o aumento da interdependência global está altamente relacionado à diminuição das diferenças na composição setorial entre os países.

Gong e Kim (2018) examinaram os efeitos da integração econômica na sincronização do ciclo econômico regional em três regiões emergentes/em desenvolvimento (Leste Asiático, América Latina e Europa Central e Oriental). A metodologia usada foi uma regressão que analisa os efeitos da integração comercial e financeira na sincronização do ciclo de negócios. Os autores concluíram que vínculos comuns fortes e semelhantes com os principais países industrializados fora da região, em particular, vínculos financeiros, têm um efeito positivo significativo na sincronização do ciclo econômico regional. Além disso, mostraram que a integração comercial regional tem um efeito positivo na sincronização do ciclo econômico regional e que a integração financeira regional tem um efeito negativo.

Camacho *et al.* (2019) avaliaram as consequências das crises financeiras e da dívida soberana na evolução da sincronização do ciclo econômico em todos os membros da Área do Euro. A metodologia usada é um modelo de fator dinâmico e modelo de troca de Markov. Eles concluíram que houve um declínio geral no grau de sincronização do ciclo econômico nos países da Área do Euro na sequência da crise financeira e da dívida soberana, contudo, eles recuperam os níveis de sincronização que caracterizaram o período pré-recessivo.

Cesa-Bianchi *et al.* (2019) realizaram um estudo entre os países da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) a partir de um modelo robusto de ciclos de negócios reais internacionais. Os autores mostraram que condicionada a choques comuns, as ligações financeiras tendem a resultar em ciclos de negócios menos sincronizados em 18 países

da OCDE.

Owyang *et al.* (2019) construíram um modelo com múltiplas variáveis qualitativas de estado que evoluem em um VAR para analisarem a propagação das recessões entre os países. O modelo foi aplicado ao Canadá, México e EUA para testar se os efeitos colaterais foram semelhantes antes e depois do Nafta. Os autores descobriram que há uma propensão para os ciclos se propagarem além das fronteiras. Além disso, os choques da política monetária dos EUA afetam as probabilidades de recessão do Canadá e do México.

Ferraz (2020) analisou o grau de sincronismo dos ciclos de negócio do Brasil em relação aos países da América do Sul, BRICS (Brasil, Rússia, Índia, China e África do Sul) e OCDE ao longo do período 1996 a 2016. A metodologia usada foi a correlação estática em conjunto com o índice de concordância para mensurar os ciclos de negócio, a correlação móvel e gráfico de rede. Foi possível observar uma integração mais forte do Brasil com os países do BRICS e uma tendência de dissociação para grupo da América Latina ao longo do tempo.

2.2 Sincronização entre estados

Carlino e DeFina (2004) mediram a extensão da co-circulação no emprego entre os estados do Estados Unidos (EUA) e setores² nas frequências dos ciclos econômicos. A força do comovimento é quantificada usando a medida de coesão desenvolvida por Croux *et al.* (2001). Os autores concluíram que existe uma coesão muito maior entre os estados para um determinado setor do que entre os diferentes setores de um estado.

Owyang *et al.* (2005) analisaram as fases do ciclo de negócios no nível dos estados do EUA³ a partir do modelo de mudança de regime a índices coincidentes em nível de estado para caracterizar os ciclos de negócios estaduais. Os autores descobriram diferenças significativas entre os estados nas taxas de crescimento nas fases do ciclo de negócios. Além disso, embora as recessões em nível estadual estejam geralmente associadas a recessões nacionais, seus altos e baixos diferem muito e não estão em sincronia com os altos e baixos nacionais.

Em um estudo aplicado aos estados dos EUA, Leiva-Leon (2012) calcula inferências de regime a partir de uma troca de Markov multivariada e, simultaneamente, obtém uma medida da sincronização variável no tempo entre as variáveis de estado não observadas que governam cada processo. O autor mostrou que recessões nacionais podem ser antecipadas por um índice

² Mineração, construção, manufatura, transporte, comunicações e serviços públicos, comércio por atacado e varejo, serviços e governo.

³ Todos os 50 estados.

que contabiliza a sincronização global entre os estados, confirmando sua capacidade preditiva com exercícios em tempo real.

Magrini *et al.* (2013) analisaram a possibilidade de que dado um certo nível de sincronização, algumas economias podem estar sistematicamente à frente de outras ao longo das oscilações do ciclo de negócios e tentaram descobrir as razões econômicas por trás disso. A base de dados são 48 estados dos EUA entre 1990 e 2009 e a metodologia foi um modelo econométrico de quatro equações que explica não apenas o grau de sincronização entre os ciclos dos estados dos EUA, mas também as razões econômicas pelas quais alguns deles antecipam outros. Os autores concluíram que a especialização, e particularmente no setor de alta tecnologia, desempenha um papel importante em prever se um estado lidera ou fica atrás de outro.

Owyang *et al.* (2013) estimaram os ciclos de emprego para 58 grandes cidades dos EUA. Empregando o modelo de troca de Markov. Os autores mostraram que cidades dentro do mesmo estado ou região tendem a ter ciclos de emprego semelhantes, mas cidades com misturas industriais semelhantes não. Além disso, cidades com conclusão do ensino médio, tamanho médio do estabelecimento e diversidade industrial semelhantes tendem a ter ciclos de emprego mais similares.

Aguiar-Conraria *et al.* (2016) usaram a medida de sincronização do ciclo de negócios baseada em wavelet para analisarem a atividade econômica de cada um dos 50 estados e o agregado dos EUA. Os autores chegaram à conclusão que os ciclos de negócios dos estados dos EUA são bem sincronizados, além disso, encontraram uma correlação forte e significativa entre as dissimilaridades dos ciclos econômicos e a distância entre cada par de estados.

Campos (2018) examina a interação espacial das cidades vizinhas ao longo de seus ciclos de emprego. O autor empregou o modelo bivariado com mudanças de regime de Markov para índices mensais de produção industrial em 13 estados brasileiros. Os resultados a partir dos testes de sincronização sugerem importantes heterogeneidades em relação ao grau de sincronização bilateral dos ciclos industriais entre os estados considerados, mesmo entre estados de uma mesma região geográfica.

Gadea-Rivas *et al.* (2019) analisaram as mudanças na sincronização dos ciclos econômicos regionais europeus ao longo do tempo e investigaram os fatores que poderiam explicar a dinâmica dessas mudanças. Os dados são referentes a 213 regiões da Europa e a metodologia usada foi a combinação entre comutação de regime e estrutura média do modelo dinâmico para modelos de troca de Markov. Os autores descobriram que a Grande Recessão foi

responsável por duas vezes mais sincronismo que o processo de integração da União Europeia causou em várias décadas. Além disso, mostraram que esse aumento na sincronização não foi temporário, pois a interdependência regional permaneceu em níveis muito mais elevados após o fim da Grande Recessão.

3 METODOLOGIA

3.1 Método de Wavelet Contínua

O método de wavelet contínuo tem como base a transformada de Fourier. Segundo Rua (2012), a transformada de Fourier utiliza uma base de senos e cossenos de diferentes frequências para determinar a importância de cada frequência no sinal. A transformada de Fourier de uma série temporal $x(t)$ é dada por

$$F_x(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-i\omega t} dt \quad (3.1)$$

onde ω é a frequência angular e $e^{-i\omega t} = \cos(\omega t) - i\sin(\omega t)$ de acordo com a fórmula de Euler. Contudo, a transformada de Fourier pode extrair apenas informações sobre o domínio da frequência, mas não permite identificar o momento do tempo em que aconteceu essas frequências. Por causa dessa limitação foi desenvolvida a transformada de wavelets.

Segundo Rua (2012), a transformada de wavelets decompõe uma série temporal $x(t)$ em termos de certas funções base (wavelets). Estas funções base são derivadas da chamada wavelet mãe localizada no tempo por translação e dilatação. Essa função mãe $\psi(t)$ é definida como segue ¹

$$\psi_{\tau,s}(t) = \frac{1}{\sqrt{|s|}} \psi\left(\frac{t-\tau}{s}\right) \quad (3.2)$$

A transformada de wavelet contínua torna uma função original $x(t)$, que varia no tempo, em uma outra agora sujeita ao tempo e frequência $w_y(\tau, s)$. De acordo com Aguiar-Conraria *et al.* (2018) a transformada de wavelet contínua é dada por ²

$$W_x(\tau, s) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \frac{1}{\sqrt{|s|}} \bar{\psi}\left(\frac{t-\tau}{s}\right) dt \quad s, \tau \in \mathfrak{R}, s \neq 0 \quad (3.3)$$

onde τ representa a localização do wavelet no tempo e s se refere a frequência. Precisamente, $|s|$ denota escala, e tem uma relação inversa com a frequência: se $|s| < 1$, então há uma baixa escala ou alta frequência, sendo o contrário para o caso onde $|s| > 1$. O termo $\bar{\psi}$ é a forma

¹ Para mais detalhes ver Lin *et al.* (2018).

² $\bar{\psi}$ representa a conjugação complexa da wavelet mãe. A mesma ideia se aplica a outros termos sublinhados que apresentamos. Para mais detalhes, ver Aguiar-Conraria e Soares (2011).

geral de wavelet, onde a wavelet de Morlet, inicialmente introduzida por Grossmann e Morlet (1984), é a wavelet complexa mais comumente utilizada. A wavelet de Morlet é definida como $\psi(t) = \pi^{-\frac{1}{4}} e^{i\omega_0 t} e^{-\frac{t^2}{2}}$.

3.2 Ferramentas Uni e Bivariadas

Dada duas séries, $y(t)$ e $x(t)$, o *wavelet power spectrum* é dado por

$$WPS_i(\tau, s) = |W_i(\tau, s)|^2, \quad i = y, x \quad (3.4)$$

Essa medida funciona como uma medida de variância no plano tempo/frequência.

A *cross wavelet analysis* compreende conceitos (*cross wavelet transform*, *cross wavelet power*, *wavelet coherency* e *phase-difference*) que nos permite lidar com análises para duas séries. A *cross wavelet transform* é simplesmente dado pelo produto de W_y e \overline{W}_x

$$W_{yx}(\tau, s) = W_y \overline{W}_x \quad (3.5)$$

Do mesmo jeito que se tem a ideia para variância no caso univariado, a *cross wavelet power* dá uma noção de covariância local entre duas séries temporais

$$(WPS)_{yx} = |W_{yx}| \quad (3.6)$$

A *wavelet coherence* é denotada por

$$R_{xy}(\tau, s) = \frac{|S(W_{xy}(\tau, s))|}{\sqrt{S(|W_{xx}|)S(|W_{yy}|)}} \quad (3.7)$$

onde $0 < R_{xy}(\tau, s) < 1$, e S é um operador de suavização para escala e tempo.

Para analisar uma relação do tipo lidera-segue entre $x(t)$ e $y(t)$, usa-se a *phase-difference*

$$\phi_{x,y}(\tau, s) = \tan^{-1} \left(\frac{\Im(W_{xy}(\tau, s))}{\Re(W_{xy}(\tau, s))} \right) \quad (3.8)$$

onde $\Re(\cdot)$ e $\Im(\cdot)$ são, respectivamente, as partes real e imaginária de $W_{xy}(\tau, s)$. Em resumo, tal conceito nos permite obter informação acerca de "lag"(atraso) entre ambas séries, indicando qual estava liderando e qual estava seguindo numa específica janela temporal.

3.3 Análise Wavelet Parcial

Segue-se Aguiar-Conraria *et al.* (2018) para a análise multivariada. Essas novas métricas visam analisar a relação entre $x(t)$ e $y(t)$ após controlar para um vetor de instrumentos $z(t)$. A *multiple wavelet coherence* e *complex partial wavelet coherence* entre $x(t)$ e $y(t)$ após controlar para $z(t)$ são respectivamente dadas por

$$R_{y(xz)} = \sqrt{\frac{R_{yx}^2 + R_{yz}^2 - 2\Re(\xi_{yx}\xi_{xz}\overline{\xi_{yz}})}{1 - R_{xz}^2}} \quad (3.9)$$

$$\xi_{yx,z} = \frac{\xi_{yx} - \xi_{yz}\overline{\xi_{xz}}}{\sqrt{(1 - R_{yz}^2)(1 - R_{xz}^2)}} \quad (3.10)$$

Nesta ordem, a *partial wavelet coherence* e *partial phase-difference* são o valor absoluto e o ângulo de $\xi_{yx,z}$. Elas são análogas as métricas do caso bivariado (3.7) e (3.8), e são denotadas por $R_{yx,z}$ e $\phi_{yx,z}$.

3.4 Base e descrição dos dados

A base da pesquisa foi construída a partir do Índice de Atividade Econômica Regional (IBCR), obtido através do site do Banco Central (Bacen). O IBCR incorpora variáveis consideradas como proxies para desempenho dos setores agropecuário, industrial, de serviços e de comércio a partir das pesquisas mensais do IBGE. Desse modo, seu objetivo é mensurar a evolução contemporânea da atividade econômica do país, contribuindo para a elaboração de estratégia de política monetária. Está disponível a nível nacional e também para 13 estados³, cobrindo o período 2003-2020.

Na segunda subseção se concentram os resultados da análise dos choques estruturais, cujos gráficos que representam o período avaliado estão no apêndice. As informações utilizadas para inflação foram obtidas pelo Índice Nacional de Preços ao Consumidor (IPC), para a renda usada foi o Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA) e para a taxa de desemprego os dados foram coletados através Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios Contínua (PNAD Contínua) que está disponível no site do Instituto Brasileiro de Geografia e

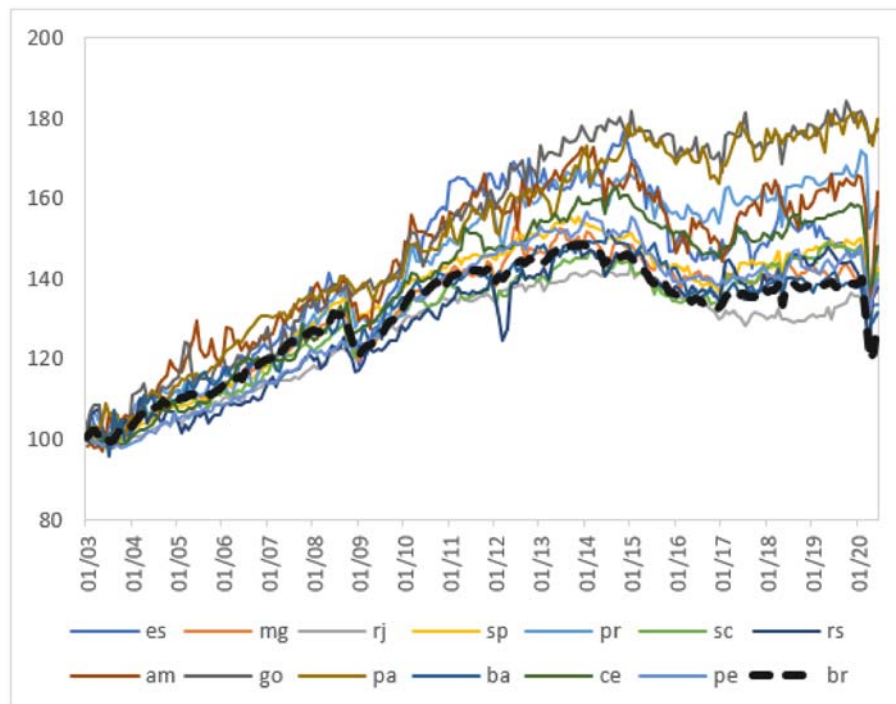
³ Amazonas, Bahia, Ceará, Espírito Santo, Goiás, Minas Gerais, Pará, Pernambuco, Paraná, Rio de Janeiro, Rio Grande do Sul, Santa Catarina e São Paulo.

Estatística (IBGE). Quanto a taxa de juros adotada neste trabalho foi a taxa selic over e o Índice Monetário utilizado foi o M2, dispostos no site do Banco Central do Brasil (BCB). Quanto ao investimento, considerou-se o estoque líquido de capital fixo, enquanto que a taxa de câmbio teve como parâmetro a taxa de câmbio efetiva real, acessível através do portal do Ipeadata.

A Figura 1 exibe a trajetória dos índices de atividade econômica dos estados e do Brasil (base fixa 2002=100) durante o período de março de 2003 até junho de 2020. De maneira geral, a tendência temporal dos índices pode ser dividida entre dois períodos:

- i. Intervalo entre 2003M3 até 2014M4: trajetória temporal ascendente (tendência de crescimento) com uma quebra estrutural no final de 2008 (crise do sub-prime);
- ii. Intervalo entre 2014M5 até 2020M6: período de maior turbulência na economia brasileira resultando em duas recessões técnicas (crise fiscal entre 2014M4 e 2016M12 e crise da pandemia do COVID-19 a partir de 2020M3), uma trajetória descendente da atividade econômica.

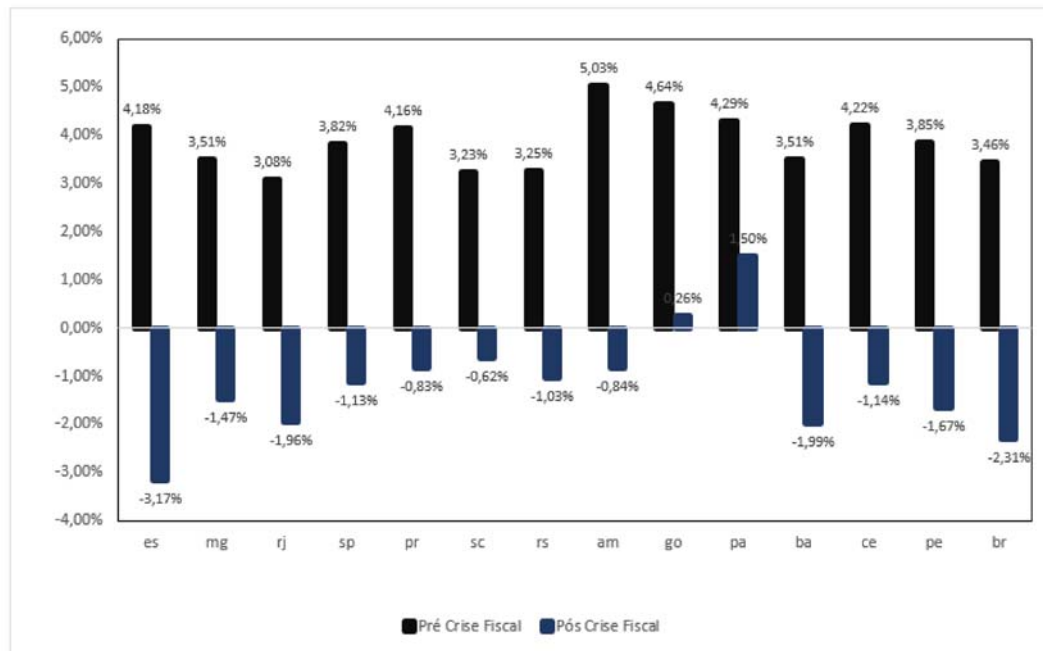
Figura 1 – Trajetória Temporal dos Índices de Atividade Econômica (IBCR) – 2003M3-2020M6.



Fonte: elaborada pela autora (2021).

A Figura 2 reporta a taxa de crescimento médio (ao ano) para as economias estaduais e Brasil. Os Estados da Região Norte e Centro-Oeste contidos na amostra exibiram as maiores taxas de crescimento real durante o período pré-crise fiscal de 2014, as demais regiões apresentaram um padrão similar com o crescimento oscilando entre 3,08% a.a. (Rio de Janeiro) e 4,22%

Figura 2 – Crescimento Médio (ao ano) dos Estados e do Brasil.



Fonte: elaborada pela autora (2021).

a.a. (Ceará). Com relação ao período pós crise fiscal, somente os Estados do Pará (1,60%) e do Goiás (0,26%) mantiveram uma taxa de variação positiva no índice de atividade econômica. O caminho através do período turbulento gerou maiores perdas relativas para a região Sudeste e região Nordeste, com destaque para Espírito Santo, Bahia e Rio de Janeiro (com perdas de 3,17%, 1,99% e 1,96% ao ano, respectivamente).

A Tabela 1 reporta as principais estatísticas descritivas associadas as séries em taxas de crescimento, computado a partir da primeira diferença de seus valores em logaritmo natural, transformação que será utilizada para o exercício empírico. As estatísticas foram segmentadas em dois intervalos com igual duração, sendo o primeiro entre março de 2003 até julho de 2011 (período de maior estabilidade na economia nacional relativo à amostra) e o segundo dentre julho de 2011 até junho de 2020 (compreendendo o intervalo de recessão completo dentre os anos de 2014 até 2016 e os primeiros impactos da crise associada à pandemia do COVID-19).

De forma geral, além da queda pronunciada na taxa média de crescimento ao mês no segundo intervalo, as estatísticas de dispersão indicam também aumento na volatilidade dos ciclos. No que tange ao desvio padrão, somente o Estado de Goiás reportou uma queda relativa do indicador no segundo intervalo, reportando um aumento de 60,3% no desvio padrão ao longo do segundo período. As medidas de curtose e assimetria indicaram maior probabilidade de ocorrência de valores extremos na distribuição das séries ao longo do segundo intervalo (com exceção novamente para o Estado do Goiás e também para o Estado do Amazonas).

Quanto as medidas descritivas de sincronização (Tabela 1: Painel b), os valores nas linhas são dados pela correlação (ou dissimilaridade) entre o estado descrito na coluna e o Brasil. Observou-se um aumento médio de 55% na correlação dos ciclos dos Estados vis-à-vis o Brasil no segundo intervalo (0,382 no primeiro intervalo contra 0,591 no segundo), incremento especialmente relacionado ao crescimento no nível de correlação para os estados nordestinos (elevação de 104%, 132% e 423% para BA, CE e PE, respectivamente), os quais ao lado dos estados da Região Norte e Centro-Oeste eram os menos correlacionados com a taxa de crescimento nacional no primeira intervalo.

Tabela 1 – Estatísticas Descritivas das Séries Estaduais e do Brasil – 2003M3-2020M6.

Estatística	Intervalo	ES	MG	RJ	SP	PR	SC	RS	AM	GO	PA	BA	CE	PE	BR
Painel a: Estatísticas Descritivas															
Média	2003M1:2011M7	0.426	0.320	0.285	0.369	0.389	0.281	0.281	0.474	0.396	0.412	0.331	0.405	0.343	0.335
	2011M8:2020M6	-0.174	-0.021	-0.068	-0.020	0.029	0.034	0.010	0.008	0.118	0.131	-0.066	-0.020	-0.027	-0.097
Desv. Padrão	2003M1:2011M7	2.087	1.091	0.686	0.675	1.572	1.035	1.676	2.249	2.222	1.260	2.120	1.241	0.844	0.867
	2011M8:2020M6	2.144	1.501	1.080	1.337	2.006	1.651	2.063	3.255	1.788	1.687	1.340	1.441	1.323	1.447
Mínimo	2003M1:2011M7	-6.200	-4.526	-2.131	-2.645	-4.331	-3.490	-4.908	-5.463	-9.159	-3.519	-6.694	-5.800	-1.456	-3.254
	2011M8:2020M6	-8.934	-4.513	-6.236	-7.428	-11.185	-7.137	-5.936	-18.721	-4.054	-5.590	-5.322	-7.600	-5.914	-9.551
Máximo	2003M1:2011M7	4.375	2.727	2.527	1.960	3.881	2.806	4.612	6.080	9.906	4.199	11.225	4.751	3.164	2.038
	2011M8:2020M6	5.396	5.414	2.029	4.633	6.243	4.994	9.730	14.370	5.373	4.396	3.946	6.501	2.990	5.249
Curtose	2003M1:2011M7	0.375	4.163	1.522	3.702	0.213	1.354	0.762	0.086	7.926	1.708	7.490	7.513	0.431	3.113
	2011M8:2020M6	2.538	2.535	9.806	10.327	10.127	5.160	6.790	12.933	0.569	1.070	1.990	12.515	5.852	20.747
Assimetria	2003M1:2011M7	-0.355	-1.183	0.120	-1.283	-0.314	-1.149	0.268	0.100	-0.143	-0.655	0.650	-1.047	0.247	0.382
	2011M8:2020M6	-0.837	0.119	-1.965	-1.564	-1.868	-0.894	1.040	-0.813	0.235	-0.299	-0.672	-1.141	-1.332	0.591
Painel b: Estatísticas de Sincronização (Estados vis-à-vis Brasil)															
Correlação	2003M1:2011M7	0.370	0.561	0.308	0.644	0.475	0.607	0.482	0.215	0.292	0.291	0.249	0.342	0.134	0.382
	2011M8:2020M6	0.309	0.540	0.678	0.854	0.707	0.772	0.534	0.657	0.395	0.238	0.508	0.794	0.702	0.591
Dissimilaridade	2003M1:2011M7	0.184	0.126*	0.511	0.078*	0.079*	0.119*	0.226	0.249	0.225	0.323	0.197	0.294	0.200	0.216
	2011M8:2020M6	0.193*	0.349	0.187	0.113*	0.312	0.074*	0.237	0.253	0.402	0.327	0.146*	0.107*	0.123*	0.217

Fonte: elaborada pela autora (2021).

A dissimilaridade computa a distância média entre as fases angulares das transformadas de wavelet em cada par (tempo/frequência) de segmento correspondente, podendo ser interpretada como uma medida de distância econômica (AGUIAR-CONRARIA *et al.*, 2016). Ao longo do estudo foi adotado a frequência entre 1 e 6 anos para a análise dos ciclos econômicos, justificando-se a escolha na limitação temporal dos dados que inviabiliza a interpretação de comovimentos de frequência mais baixo devido ao grau de incerteza relacionado à transformação dos dados. A dissimilaridade oscila entre 0 e 1, e quanto mais próxima de zero, mais similares são as séries correspondentes ao longo da frequência avaliada. No que concerne aos resultados, apesar do nível médio de dissimilaridade ter permanecido constante, destaca-se que o número de valores estatisticamente significantes subiu de 4 pares no primeiro intervalo para 7 pares no segundo, indicando maior conectividade entre os ciclos dos estados em relação ao Brasil. Novamente, os resultados advogam para um incremento na sincronização dos ciclos nos estados nordestinos em relação ao cenário nacional com os três estados apresentando grau de dissimilaridade estatisticamente significante somente no intervalo associado à maior instabilidade econômica (os níveis de dissimilaridade descaíram do intervalo entre 0,197 e 0,294 no primeiro intervalo para o intervalo entre 0,107 e 0,123 no segundo intervalo). Somente os Estados de São Paulo e de Santa Catarina apresentaram parâmetros estatisticamente significantes em ambos períodos, destacando potencialmente o grau de interdependência entre o ciclo do Estado de maior relevância econômica do país e o ciclo nacional ao longo de todo o intervalo.

4 RESULTADOS

Nesta seção aborda-se a análise de sincronização dos ciclos econômicos dos principais estados brasileiros vis-à-vis o Brasil a partir da metodologia *wavelet*. Para facilitar a interpretação dos resultados, serão utilizados mapas de calor em que o eixo vertical denota a frequência do ciclo e o eixo horizontal indicará o período temporal. A coloração será dependente do nível de coerência, variando do azul escuro (baixa coerência, ou independência entre os ciclos) até o vermelho escuro (alta coerência, ou sincronização entre os ciclos). Para obter os valores críticos subjacentes aos valores de coerência serão utilizados 1000 replicações de Monte Carlo a partir da hipótese nula de que a coerência segue um processo ARMA(1,1). As áreas de significância estatística (a um nível de 5% de significância) estão contornadas por linhas pretas. Por fim, devido à necessidade de simulação de valores adicionais aos limites extremos da amostra, que geram incertezas sobre os níveis de coerência reportados¹, a sincronização entre os ciclos será avaliada somente dentro do cone de influência (COI), que é reportado a partir de uma linha preta no formato cônico.

Na primeira subseção analisa-se a sincronização entre os ciclos sem a adição de variáveis de controle através da função WC. Posto isso, na segunda subseção é utilizado a função PWC, que permite excluir da análise de coerência a influência de fatores externos representados a partir de variáveis de controle. Neste sentido, se a adição de uma variável de controle z_t reduz (aumenta) o grau de coerência entre as variáveis x_t e y_t em um determinada região no espaço frequência/tempo, então interpreta-se que a variável z_t é responsável pelo aumento (diminuição) da sincronização entre o par (x_t, y_t) naquele intervalo.

4.1 Sincronização entre os ciclos sem a adição de variáveis de controle

Antes de iniciar o processo de discussão dos resultados é importante discutir a importância prática da análise de sincronização em uma estrutura dinâmica temporal e flexível no domínio da frequência. Dentre o período de 2003 a 2020, após uma estabilidade inicial na dinâmica econômica, a economia brasileira sofreu recorrentes episódios de turbulência econômica desde o advento da grande crise internacional de 2008.

Durante a crise de 2008, o governo brasileiro implementou políticas anticíclicas de cunho monetário e fiscal a fim de minimizar os reflexos do choque estrutural na economia

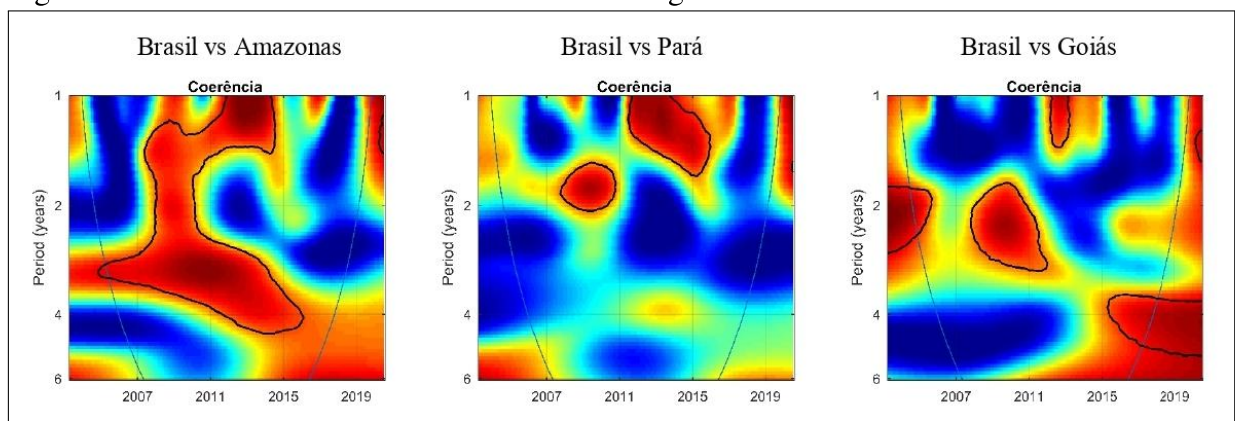
¹ Para mais detalhes, vide Aguiar-Conraria e Soares (2014).

internacional. O resultado destas políticas foi imediato, contribuindo para o aumento do consumo e, conseqüentemente, para a manutenção da renda. Em reflexo dessa dinâmica, a economia brasileira recuperou-se rapidamente, já no ano de 2009 (FILHO, 2020).

Contudo, Jr *et al.* (2015) destaca que o efeito indireto da manutenção das políticas para o enfrentamento da crise internacional fora descontrolado posterior dos gastos públicos, com o descompasso entre as receitas e despesas públicas. Paula e Pires (2017) agregam que problemas associados à coordenação na política macroeconômica resultaram em políticas anticíclicas de baixa eficácia durante o período de 2011-2014, refletindo-se em um baixo espaço para políticas contracionistas durante o intervalo da crise fiscal a partir do segundo semestre de 2014.

A Figura 3 mostra a WC entre o Brasil e as regiões Norte (Amazonas e Pará) e Centro-Oeste (Goiás). Destaca-se um nível relativamente baixo de sincronização especialmente no horizonte de baixa frequência (4 a 6 anos), sem qualquer período de coerência estatisticamente significativa até o advento da crise fiscal de 2014. Em termos específicos, a relação Brasil-Pará não apresentou coerência estatisticamente significativa para as frequências média e baixa ao longo de toda a amostra, sugerindo baixa persistência dos choques em âmbito nacional sob a dinâmica do mesmo. Por outro lado, o ciclo de crescimento do Amazonas tornou-se relativamente mais sincronizado ao índice nacional a partir da crise internacional, destaca-se que a partir da segunda metade da amostra o Estado apresentou maior coerência nos extremos da distribuição frequencial (baixa e alta frequência), e total independência cíclica após o ano de 2016.

Figura 3 – *Wavelet Coherence* entre o Brasil e as regiões Norte e Centro-oeste.

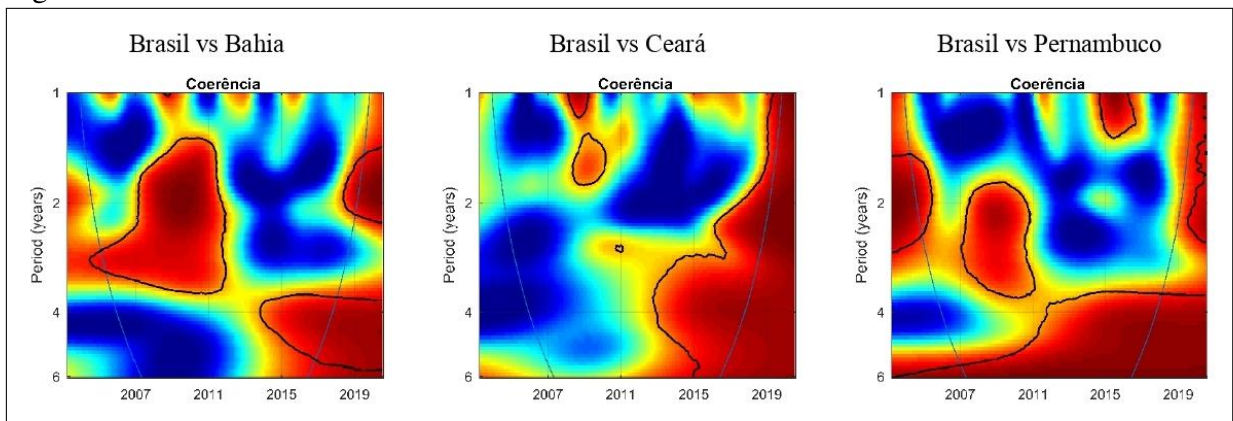


Fonte: elaborada pela autora (2021).

Com relação aos Estados do Nordeste (Bahia, Pernambuco e Ceará), observa-se um comportamento heterogêneo no tocante à sincronização com o índice agregado nacional. Para o Estado do Ceará, somente duas regiões de baixa duração (nas adjacências da crise internacional

em frequência alta) são observadas no período pré-crise fiscal. Por outro lado, o comovimento se torna forte especialmente após 2015 em que a forte sincronização se inicia no ciclo de longa duração e em seguida se espalha para as demais frequências também, tornando os ciclos sincronizados em todas as frequências após 2018.

Figura 4 – *Wavelet Coherence* entre o Brasil e Nordeste.



Fonte: elaborada pela autora (2021).

O aumento na intensidade de sincronização entre Pernambuco e Brasil no segundo intervalo amostral (pós-2011), reportado na seção descritiva, deve-se especialmente ao casamento dos ciclos de baixa frequência (4 a 6 anos), que se tornou estatisticamente significativo ao longo de toda esta banda frequencial após 2011. Por outro lado, a exceção de uma pequena ilha no ciclo de curta duração (1 a 2 anos) em 2015 e duas ilhas no ciclo de média duração (2 a 4 anos) em 2005 e entre 2008-2010, respectivamente, Pernambuco apresenta um padrão de baixa coerência com o índice agregado nacional.

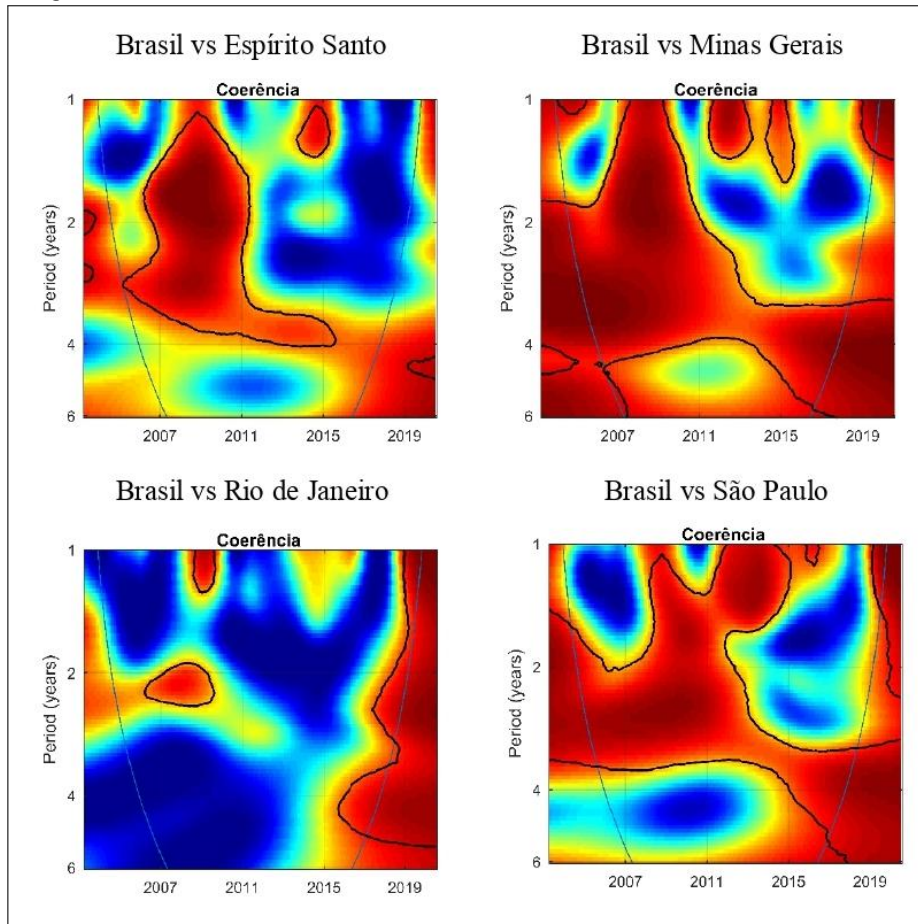
Quando inspecionamos o par Brasil-Bahia, detectamos duas regiões duradouras de alta coerência. A primeira indica uma forte dependência no ciclo de frequência média (2 a 4 anos) entre 2006 e 2011, espalhando-se para o ciclo de frequência alta (1 a 2 anos) após o advento da crise internacional. Outra região de forte coerência, está associada à crise fiscal, é identificada a partir do segundo semestre de 2014 no ciclo de longa duração (4 a 6 anos).

Diante do exposto, fica evidente que a atividade econômica nordestina possui maior exposição aos períodos de turbulência no indicador nacional, indicando a incerteza econômica gerado a partir do início da crise fiscal de 2014 com efeitos persistentes sobre o ambiente econômico desta região.

Com respeito à Região Sudeste (Figura 5), observa-se uma integração robustamente superior das economias de São Paulo e Minas Gerais com o índice nacional em relação aos

demais estados. É válido ressaltar também que o ciclo de frequência média pode ser considerado núcleo de sincronização para ambos os Estados, existindo forte coerência ao longo de todo o período amostral nesta banda frequencial. Com relação aos intervalos de forte sincronização em frequência alta, novamente as ilhas de significância estão relacionadas aos períodos de crise econômica.

Figura 5 – *Wavelet Coherence* entre o Brasil e Sudeste.



Fonte: elaborada pela autora (2021).

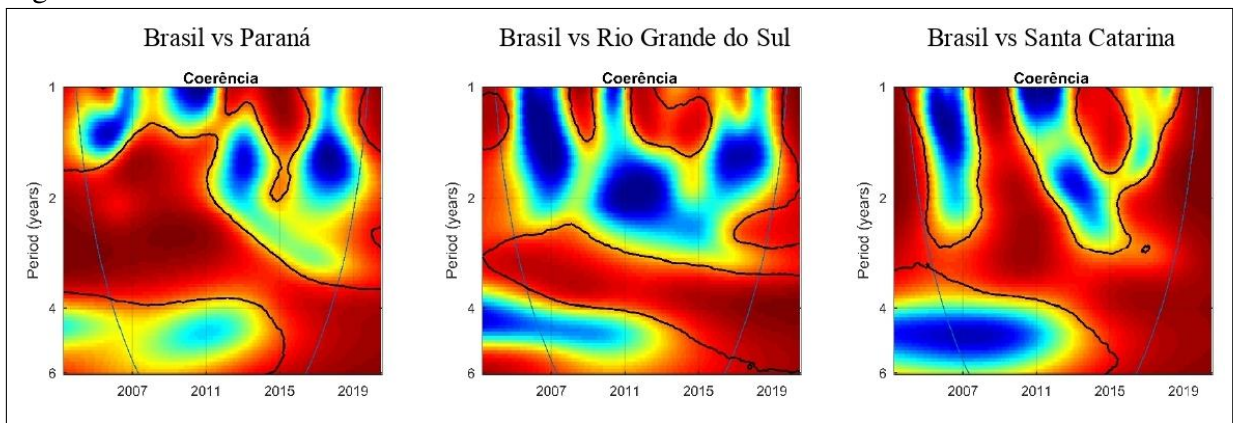
A despeito de um padrão de independência na trajetória do ciclo econômico do Rio de Janeiro até meados de 2015, apresentou-se uma tendência análoga ao observado para o Ceará, com um ano de diferença e com o espraiamento da onda de sincronização ocorrendo da banda frequencial baixa (4 a 6 anos) em direção à banda frequencial alta (1 a 2 anos). O estado fluminense possui uma economia fortemente dependente da atividade extrativa mineral (destacando-se o petróleo), o que explica a sua dinâmica independente na trajetória de curto prazo. No entanto, advogamos que os episódios associados ao escândalo de corrupção na Petrobras (com investigação deflagrada no final de 2014, porém com desdobramentos importantes ocorrendo especialmente entre março de 2015 e o final de 2017) alinhados ao alto endividamento estadual

intensificaram a tendência de deterioração da atividade econômica no estado fluminense, gerando uma maior exposição do mesmo à choques exógenos no âmbito nacional.

Apesar de possuir uma estrutura de produtividade também dependente da atividade extrativa mineral, o Espírito Santo apresentou descasamento ao ciclo agregado nacional após 2014. O estado capixaba fora o que mais encolheu em termos de atividade econômica desde o advento da crise fiscal. Esta evidência pode ser parcialmente explicada pela dependência da composição do PIB do Estado em relação à mineradora Samarco (que representava 4,7% do PIB capixaba em 2014). Neste sentido, a paralisação das atividades da mineradora em novembro de 2015 após a tragédia da barragem de Fundão, em Mariana (MG) gerou efeitos encadeados para frente e para trás na estrutura produtiva, tornando a trajetória da economia estadual relativamente mais desconectada da dinâmica nacional.

Os resultados para a região sul (Figura 6) assemelham-se aos discutidos acima, observa-se uma maior proeminência na sincronização em frequência média (2 a 4 anos), com todos os Estados apresentando coerência alta e estatisticamente significativa através de todo o período amostral (dentro do cone de influência). Destaca-se também a ausência de comovimentos em frequência baixa durante o intervalo associado à grande crise internacional. Em contrapartida, a crise fiscal gerou comovimentos mais persistentes, resultando em regiões significantes de alta coerência em frequência baixa. Em termos específicos, destaca-se que a redução na sincronização entre o Paraná e Brasil reportada na seção descritiva é predominantemente associada a redução na coerência na frequência entre 1,5 ano e 4 anos em detrimento de um aumento na sincronização no ciclo de longa duração no segundo intervalo.

Figura 6 – *Wavelet Coherence* entre o Brasil e Sul.



Fonte: elaborada pela autora (2021).

Em suma, as evidências reportadas sustentam a importância de uma estrutura variante

no tempo e flexível na frequência para inferir a sincronização entre os ciclos econômicos dos estados brasileiros. A dinâmica na região Nordeste é um bom exemplo neste sentido, Silva *et al.* (2020) e Campos (2018) observaram baixa importância relativa de flutuações comuns (identificadas a partir da decomposição de tendências e ciclos comuns e do modelo de fatores dinâmicos, respectivamente) sobre a dinâmica da produção industrial nordestina, Neto *et al.* (2019) reforçam este resultado no tocante ao índice de emprego formal. No entanto, todos estes estudos identificam os comovimentos através de ferramentas invariantes no tempo. Apesar dos resultados não serem diretamente comparáveis, em decorrência de diferenças no período temporal e no indicador de ciclo econômico, nossas evidências indicam que tal relação é fase dependente, com as flutuações nacionais influenciando a dinâmica do crescimento dos estados nordestinos em períodos de recessão econômica.

O comportamento próximo dos ciclos de negócios entre os estados das regiões Sul e Sudeste - especialmente entre Minas Gerais, São Paulo, Paraná e Santa Catarina- é um aspecto consensual entre os estudos anteriores na literatura nacional (Portugal e Moraes (2008), Campos (2018), Neto *et al.* (2019) e Silva *et al.* (2020)). Os resultados aqui obtidos convergem neste sentido e adicionam que a frequência média (entre 2 e 4 anos) é o núcleo desta sincronização. A baixa sincronização em frequência baixa no período pré-crise fiscal indica restrição sobre comovimentos mais persistentes.

4.2 Sincronização entre os ciclos com a adição de variáveis de controle

Os resultados apontados na subseção anterior sugerem um certo grau de similaridade nas respostas dos estados a distúrbios comuns em períodos de recessão econômica (nível alto de coerência na vizinhança de recessões econômicas) e tendência de independência nas flutuações cíclicas em intervalos de expansão econômica, indicando diferenças nas fontes distúrbios e/ou respostas assimétricas através dos estados brasileiros.

Em certa medida, tais evidências convergem com as conclusões derivadas da literatura de *regional cycles* no âmbito internacional e nacional. Através da combinação do modelo de componentes não observados e do modelo de vetores autorregressivos (VAR), Kouparitsas (2002) identificam que a maior fração do erro de previsão da variância dos ciclos econômicos regionais norte-americanos são decorrentes de flutuações no componente comum. Evidências no mesmo sentido são suportadas por Norman e Walker (2007) para as regiões australianas, os autores adicionam que o Produto Interno Bruto das regiões responde de forma predominante

e persistente à choques comuns mesmo após oito trimestres. Através do modelo de fatores dinâmicos, Campos (2018) indicam que, em média, 51% da variância estimada dos ciclos de produção industrial dos estados brasileiros é explicada pela variabilidade no fator industrial nacional.

Existem diferentes correntes teóricas que identificam fatores associados à ocorrência de spillovers de choques estruturais sobre as flutuações cíclicas em âmbito regional. Em uma primeira linha, alterações na política fiscal e/ou monetária originam inovações comuns sobre o estado das economias regionais (KOU PARITSAS, 2002). Neste sentido, identificar se a direção de tais respostas é comum entre as regiões/estados possui importância prática para o desenho de mecanismo de tais políticas. Se for verificado que as regiões possuem respostas homogêneas a choques de política, então políticas anticíclicas horizontais tendem a ser efetivas para a suavização dos ciclos econômicos regionais. Por outro lado, caso se observe respostas assimétricas das regiões, então políticas específicas tendem a ser mais efetivas.

Uma segunda linha teórica tem estudado a importância de choques externos na promoção dos spillovers citados. Neste sentido, choques no setor financeiro, conflitos políticos e distúrbios na demanda por commodities observados no contexto internacional tendem a resultar em flutuações cíclicas comuns em âmbito regional (Canova e Dellas (1993) e Mejía-Reyes *et al.* (2018)). Em economias emergentes a taxa de câmbio tende a ser uma proxy para a identificação de tais choques internacionais, na medida em que a turbulência nos mercados internacionais tende a promover fuga de capitais e redução do investimento direto estrangeiro, resultando em desvalorização cambial.

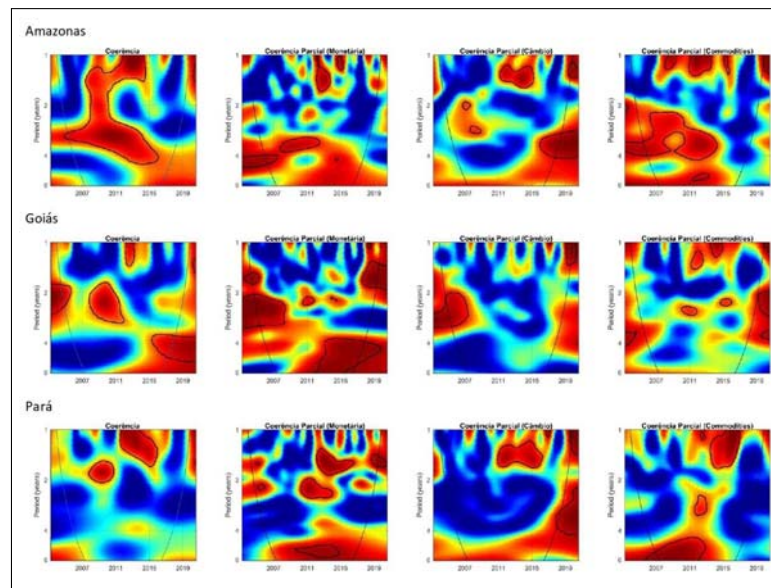
Nesta seção, ambas as correntes serão consideradas empiricamente a partir da adição de choques estruturais de política monetária (oferta de moeda e taxa de juros), distúrbios estruturais no câmbio e choques na demanda agregada por commodities no mercado internacional.

Os dois primeiros choques foram identificados a partir de um modelo VAR Estrutural para a economia brasileira. As restrições sobre as equações primitivas foram definidas com base no equilíbrio do mercado monetário e fiscal com base em Sims *et al.* (1986). As equações identificadas e a trajetória temporal dos choques de política monetária e cambial são apresentadas em anexo.

Já o choque de demanda agregada internacional por commodities foi obtido a partir da atualização do modelo VAR Estrutural proposto em Kilian (2009). O autor baseia-se em indicadores de variação percentual na produção mundial de petróleo, de preço real do petróleo e

no índice de atividade econômica real construído pelo próprio autor (baseado em uma cesta de commodities) para identificar as interrelações no mercado internacional. Assim como no caso anterior, as equações identificadas e a trajetória temporal do choque encontram-se em anexo.

Figura 7 – Painel com a coerência e as coerências parciais, as quais controlam choques estruturais de dimensão monetária, cambial e na demanda agregada por commodities das regiões Norte e Centro-oeste.

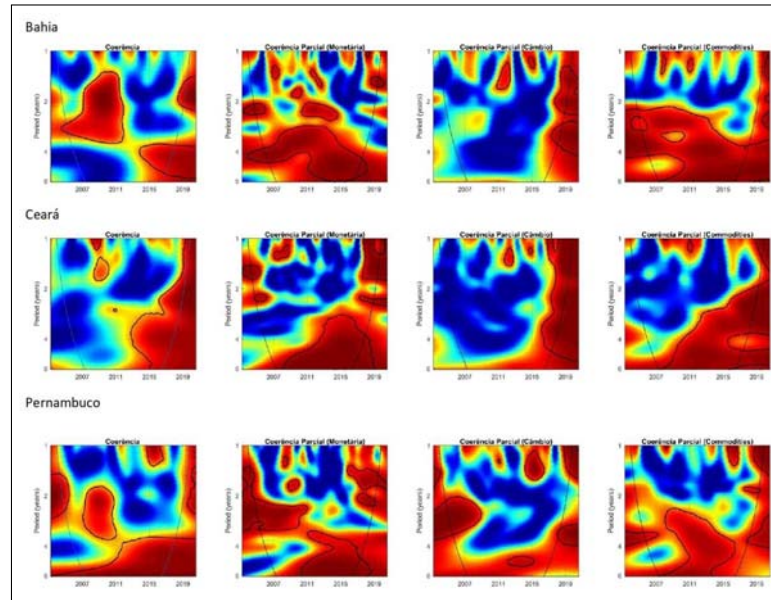


Fonte: elaborada pela autora (2021).

As Figuras 7, 8, 9 e 10 exibem o painel com a coerência e as coerências parciais, as quais controlam choques estruturais de dimensão monetária, cambial e na demanda agregada por commodities, respectivamente. Já os painéis da Figura 11 apresentam a variação percentual na área de significância da coerência antes e após a adição das respectivas variáveis de controle. De forma geral, variações positivas (negativas) indicam que a variável de controle enfraquece (fortalece) a coerência entre os ciclos.

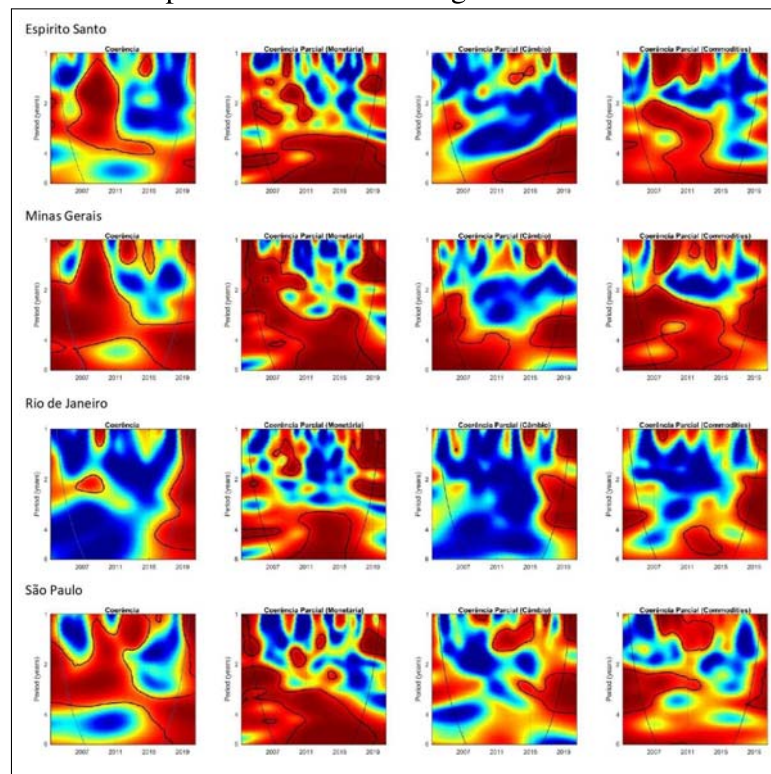
De forma geral, observa-se que distúrbios não esperados na política monetária reduzem consideravelmente as regiões de significância estatística (redução de 9,56%, em média) em frequência alta (1 a 2 anos). Por outro lado, observa-se um aumento substancial na região de significância das coerências após o controle dos distúrbios monetários em frequência baixa (4 a 6 anos), especialmente na segunda metade da amostra. Em termos regionais, o aumento da região estatisticamente significativa é mais pronunciado para a região sul e sudeste (31,29 pontos percentuais, em média) em relação às demais regiões (21,56 pontos percentuais, em média). Em suma, sugere-se que inovações na política monetária causam flutuações comuns sobre os

Figura 8 – Painel com a coerência e as coerências parciais, as quais controlam choques estruturais de dimensão monetária, cambial e na demanda agregada por commodities da região Nordeste.



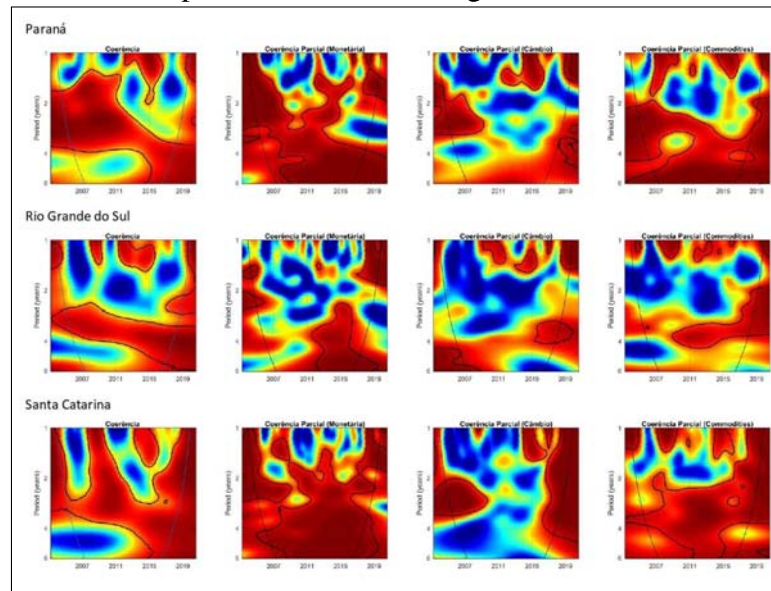
Fonte: elaborada pela autora (2021).

Figura 9 – Painel com a coerência e as coerências parciais, as quais controlam choques estruturais de dimensão monetária, cambial e na demanda agregada por commodities da região Sudeste.



Fonte: elaborada pela autora (2021).

Figura 10 – Painel com a coerência e as coerências parciais, as quais controlam choques estruturais de dimensão monetária, cambial e na demanda agregada por commodities da região Sul.



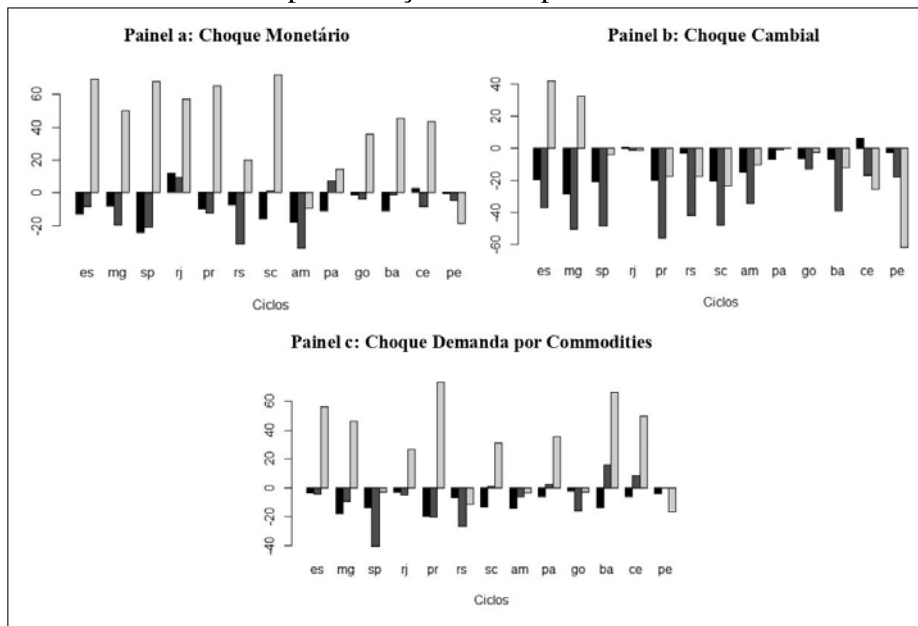
Fonte: elaborada pela autora (2021).

ciclos dos estados no curto prazo, exercendo efeito contrário no ciclo de longa duração. Uma das possíveis hipóteses para o resultado observado especialmente na segunda metade do intervalo amostral diz respeito a inconsistência na política macroeconômica nacional durante o período 2011-2014 devido a ausência de coordenação entre as políticas monetária, cambial e fiscal. O descolamento das expectativas futuras de juros com a taxa Selic vigente à época potencialmente reduziu o espaço temporal de influência da política monetária sobre o ambiente econômico, proporcionando o efeito decoupling nas flutuações cíclicas de longa duração dos estados.

Os resultados com a adição de choques estruturais no câmbio sugerem forte influência do componente cambial sobre os ciclos econômicos estaduais, reforçando os comovimentos dos pares especialmente na frequência de 2 a 4 anos (-31,24 pontos percentuais, em média). A taxa efetiva de câmbio possui um comportamento pró-cíclico em relação ao ciclo da economia nacional, com episódios de forte desvalorização frente aos períodos de turbulência na economia internacional e em decorrência da deterioração no ambiente econômico nacional.

Campos (2018) encontrou evidências similares no âmbito da produção industrial nacional, sugerindo que flutuações no câmbio se tornaram especialmente relevantes para explicar a trajetória da flutuação nacional comum a partir da grande crise internacional. Diante disso, as inovações no câmbio tendem a capturar mudanças nos fundamentos macroeconômicos, refletindo-se sobre a sincronização na banda de frequência núcleo no ciclo de negócios dos

Figura 11 – Variação percentual na área de significância da coerência antes e após a adição das respectivas variáveis de controle.



Fonte: elaborada pela autora (2021).

1: A diferença é mensurada como: área de significância na coerência parcial - área de significância na coerência.

estados brasileiros.

Por fim, foram observados resultados mistos no cenário em que choques estruturais na demanda mundial por commodities sobre a sincronização entre os estados e o Brasil, porém com uma tendência de redução na sincronização dos ciclos em frequência baixa. A forte e persistente transmissão de inovações na demanda por commodities sobre a dinâmica dos ciclos estaduais alinha-se à maior vulnerabilidade de mercados emergentes à choques externos (LOWE *et al.*, 2005). Neste sentido, as diferentes respostas dos estados frente à tais distúrbios devem ser relacionados à composição produtiva da matriz de exportações e importações, refletindo em segunda medida diferenças na resposta dos preços dos produtos específicos frente à choques estruturais externos. É válido observar que os estados de São Paulo, Rio Grande do Sul, Amazonas e Goiás foram os únicos com evidências de que choques na demanda por commodities contribuem para a sincronização com o ciclo nacional nas três bandas de frequência. Paula (2018) também evidencia resposta assimétrica dos estados de Goiás e Rio Grande do Sul frente à choques na demanda mundial em relação aos demais estados, indicando que o IBCR dos estados não responde a choques de demanda agregada mundial, mantendo-se no estado de equilíbrio inicial.

5 CONCLUSÕES

O presente trabalho se propôs a examinar os comovimentos dos ciclos econômicos estaduais vis-à-vis o ciclo econômico estadual a partir do IBCR, para isso, foi usada a metodologia *wavelet* que é uma função capaz de avaliar simultaneamente a relação entre variáveis em diferentes frequências e se essa relação tem evoluído ao longo do tempo.

Os resultados sustentam a importância de uma estrutura variante no tempo e flexível na frequência para inferir a sincronização entre os ciclos econômicos dos estados brasileiros. Além disso, indicam que a atividade econômica nordestina possui maior exposição aos períodos de turbulência no indicador nacional, indicando que incerteza econômica gerada a partir do início da crise fiscal de 2014 gerou efeitos persistentes sobre o ambiente econômico desta região.

Percebe-se que existe uma integração robusta dos ciclos de negócios entre os estados das regiões Sul e Sudeste - especialmente entre Minas Gerais, São Paulo, Paraná e Santa Catarina - o que é um aspecto consensual entre os estudos anteriores na literatura nacional (Portugal e Moraes (2008), Campos (2018), Neto *et al.* (2019) e Silva *et al.* (2020)). Os resultados aqui obtidos convergem neste sentido e adicionam que a frequência média (entre 2 e 4 anos) é o núcleo desta sincronização.

A análise de coerência parcial indicou que choques estruturais no câmbio explicam grande parte do comovimento entre os estados e o índice agregado nacional, reforçando os comovimentos dos pares especialmente na frequência de 2 a 4 anos. Por outro lado, identifica-se que choques não antecipados na política monetária geram efeitos assimétricos sobre o comovimento através das frequências, contribuindo para o aumento da sincronização nos ciclos de curta e média duração, porém reduzindo os comovimentos nos ciclos de longa duração (4 a 6 anos). Além disso, foram observados resultados mistos no cenário em que choques estruturais na demanda mundial por commodities sobre a sincronização entre os estados e o Brasil, porém com uma tendência de redução na sincronização dos ciclos em frequência baixa.

Vale ressaltar que a sincronização entre os estados das regiões Sul e Sudeste com o Brasil, pode estar associado aos indicadores econômicos da participação da indústria no valor adicionado e participação dos serviços no valor adicionado, contudo para entender melhor o motivo dessa sincronização seria interessante fazer uma análise mais robusta da composição dos estados.

REFERÊNCIAS

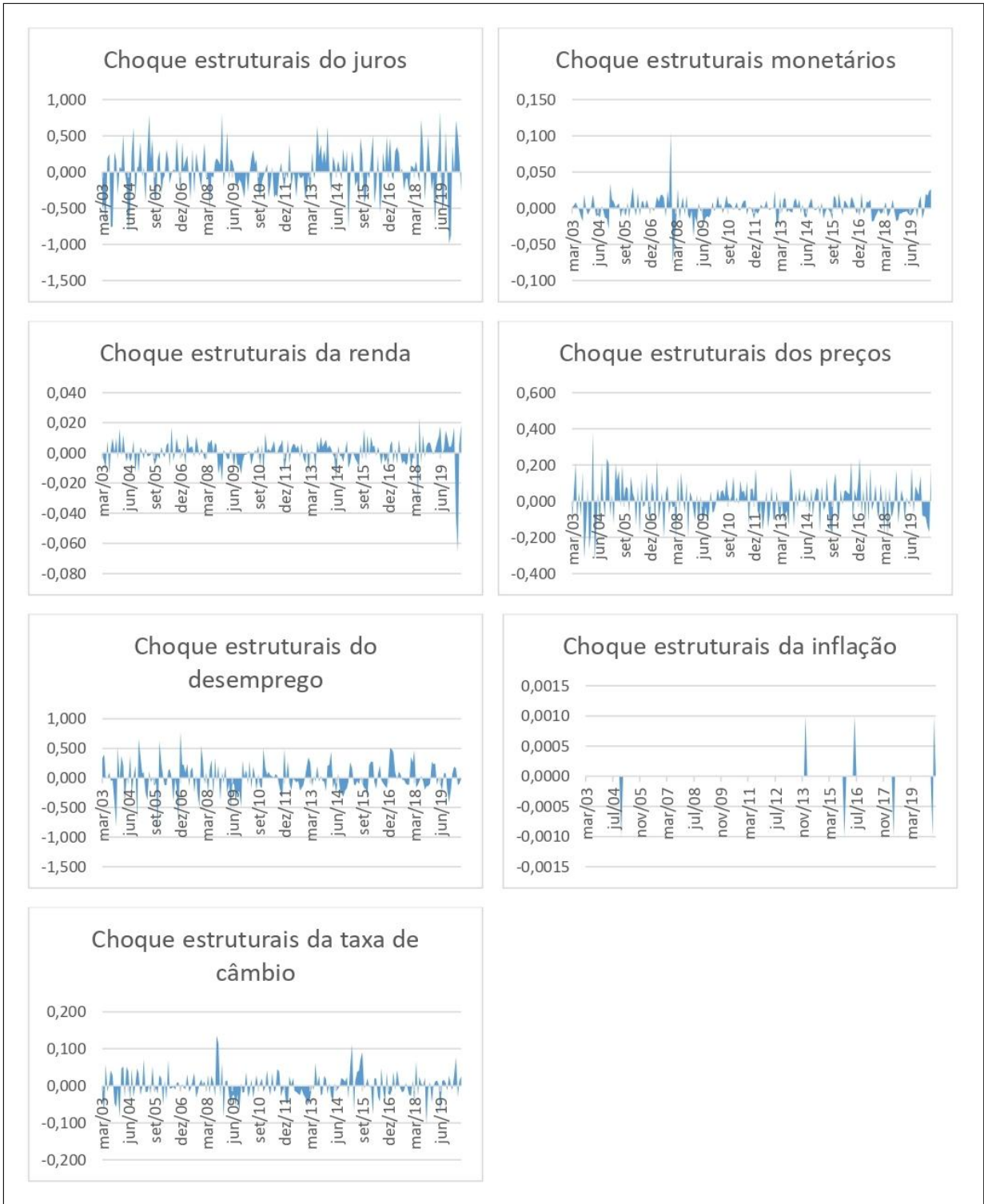
- AGUIAR-CONRARIA, L.; BRINCA, P.; GUðJÓNSSON, H. V.; SOARES, M. J. Business cycle synchronization across us states. **The BE Journal of Macroeconomics**, De Gruyter, v. 17, n. 1, 2016.
- AGUIAR-CONRARIA, L.; MARTINS, M. M.; SOARES, M. J. Estimating the taylor rule in the time-frequency domain. **Journal of Macroeconomics**, Elsevier, v. 57, p. 122–137, 2018.
- AGUIAR-CONRARIA, L.; SOARES, M. J. Business cycle synchronization and the euro: A wavelet analysis. **Journal of Macroeconomics**, Elsevier, v. 33, n. 3, p. 477–489, 2011.
- AGUIAR-CONRARIA, L.; SOARES, M. J. The continuous wavelet transform: Moving beyond uni-and bivariate analysis. **Journal of Economic Surveys**, Wiley Online Library, v. 28, n. 2, p. 344–375, 2014.
- BEVERIDGE, S.; NELSON, C. R. A new approach to decomposition of economic time series into permanent and transitory components with particular attention to measurement of the ‘business cycle’. **Journal of Monetary economics**, Elsevier, v. 7, n. 2, p. 151–174, 1981.
- BRY, G.; BOSCHAN, C. **Cyclical Analysis of Time Series: Selected Procedures and Computer Programs**. [S.l.]: National Bureau of Economic Research, 1971.
- BURNS, A. F.; MITCHELL, W. C. **Measuring Business Cycles**. [S.l.]: National Bureau of Economic Research, 1946.
- CALDERON, C.; CHONG, A.; STEIN, E. Trade intensity and business cycle synchronization: Are developing countries any different? **Journal of international Economics**, Elsevier, v. 71, n. 1, p. 2–21, 2007.
- CAMACHO, M.; CARO, A.; LOPEZ-BUENACHE, G. The two-speed europe in business cycle synchronization. **Empirical Economics**, Springer, p. 1–16, 2019.
- CAMPOS, R. H. d. C. **Comovimentos de política monetária e ciclos de negócios: uma abordagem através de modelos de fatores** 2018. 129 f. Tese (Doutorado em Economia) — Programa de Pós-Graduação em Economia, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2018.
- CANOVA, F.; DELLAS, H. Trade interdependence and the international business cycle. **Journal of international economics**, Elsevier, v. 34, n. 1-2, p. 23–47, 1993.
- CARLINO, G. A.; DEFINA, R. H. How strong is co-movement in employment over the business cycle? evidence from state/sector data. **Journal of Urban Economics**, Elsevier, v. 55, n. 2, p. 298–315, 2004.
- CESA-BIANCHI, A.; IMBS, J.; SALEHEEN, J. Finance and synchronization. **Journal of International Economics**, Elsevier, v. 116, p. 74–87, 2019.
- CROUX, C.; FORNI, M.; REICHLIN, L. A measure of comovement for economic variables: Theory and empirics. **Review of Economics and Statistics**, MIT Press, v. 83, n. 2, p. 232–241, 2001.
- DUCTOR, L.; LEIVA-LEON, D. Dynamics of global business cycle interdependence. **Journal of International Economics**, Elsevier, v. 102, p. 110–127, 2016.

- ENDERS, W. **Applied econometric time series**. 4. ed. [S.l.]: University of Alabama, 2015.
- FERRAZ, D. H. **Caracterização dos Ciclos de Negócio e o Efeito de Crises Econômicas: América do Sul, BRICS E OCDE** 2020. 38 f. Dissertação (Mestrado em Economia) — Programa de Pós-Graduação em Economia, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2020.
- FERREIRA, M. F. **Crises econômicas brasileiras : persistência e profundidade das recessões e velocidade das recuperações** 2011. 71 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Econômicas) — Departamento de Economia, Faculdade de Economia, Administração, Contabilidade e Ciência da Informação e Documentação - FACE, Universidade de Brasília, Brasília, 2011.
- FILHO, R. B. Gasto público e crescimento econômico: Testando a hipótese da lei de wagner à economia brasileira (1996-2016). **Planejamento e Políticas Públicas**, n. 53, 2020.
- GADEA-RIVAS, M. D.; GÓMEZ-LOSCOS, A.; LEIVA-LEON, D. Increasing linkages among european regions. the role of sectoral composition. **Economic Modelling**, Elsevier, v. 80, p. 222–243, 2019.
- GONG, C.; KIM, S. Regional business cycle synchronization in emerging and developing countries: Regional or global integration? trade or financial integration? **Journal of International Money and Finance**, Elsevier, v. 84, p. 42–57, 2018.
- GROSSMANN, A.; MORLET, J. Decomposition of hardy functions into square integrable wavelets of constant shape. **SIAM journal on mathematical analysis**, SIAM, v. 15, n. 4, p. 723–736, 1984.
- HAAN, J. D.; INKLAAR, R.; JONG-A-PIN, R. Will business cycles in the euro area converge? a critical survey of empirical research. **Journal of economic surveys**, Wiley Online Library, v. 22, n. 2, p. 234–273, 2008.
- HAMILTON, J. D. A new approach to the economic analysis of nonstationary time series and the business cycle. **Econometrica: Journal of the econometric society**, JSTOR, p. 357–384, 1989.
- IMBS, J. Trade, finance, specialization, and synchronization. **Review of economics and statistics**, MIT Press, v. 86, n. 3, p. 723–734, 2004.
- JR, M. A.; LISBOA, M. d. B.; PESSÔA, S. O ajuste inevitável. **Folha de S. Paulo**, v. 19, 2015.
- KILIAN, L. Not all oil price shocks are alike: Disentangling demand and supply shocks in the crude oil market. **American Economic Review**, v. 99, n. 3, p. 1053–69, 2009.
- KOUPARITSAS, M. A. Understanding us regional cyclical comovement: How important are spillovers and common shocks? **Available at SSRN 377781**, 2002.
- KYDLAND, F. E.; PRESCOTT, E. C. Time to build and aggregate fluctuations. **Econometrica: Journal of the Econometric Society**, JSTOR, p. 1345–1370, 1982.
- LEIVA-LEON, D. Monitoring synchronization of regional recessions: A markov-switching network approach. In: **The Twelfth Annual Missouri Economics Conference, St Louis Federal Reserve website**. <http://research.stlouisfed.org/conferences/moconf/2012/Leiva-LeonDanilo.pdf>. [S.l.: s.n.], 2012.

- LIN, F.-L.; YANG, S.-Y.; MARSH, T.; CHEN, Y.-F. Stock and bond return relations and stock market uncertainty: Evidence from wavelet analysis. **International Review of Economics Finance**, Elsevier, v. 55, p. 285–294, 2018.
- LOWE, P.; VALDÉS, R.; GOLDFAJN, I.; CÉSPEDES, L. F. Policy responses to external shocks: The experiences of australia, brazil and chile. **Documentos de Trabajo (Banco Central de Chile)**, Banco Central de Chile, n. 321, p. 1, 2005.
- MAGRINI, S.; GEROLIMETTO, M.; DURAN, H. E. Business cycle dynamics across the us states. **The BE Journal of Macroeconomics**, De Gruyter, v. 13, n. 1, p. 795–822, 2013.
- MEJÍA-REYES, P.; RENDÓN-ROJAS, L.; VERGARA-GONZÁLEZ, R.; AROCA, P. International synchronization of the mexican states business cycles: Explaining factors. **The North American Journal of Economics and Finance**, Elsevier, v. 44, p. 278–288, 2018.
- MITCHELL, W. C. **Business Cycles: The Problem and Its Setting**. [S.l.]: National Bureau of Economic Research, 1927.
- NETO, N. T.; SILVA, C. da; CASTELAR, I.; GADELHA, J. L. da C. Caracterização dos ciclos de negócios dos setores produtivos da indústria brasileira. **CAEN**, p. 1–19, 2019.
- NORMAN, D.; WALKER, T. Co-movement of australian state business cycles. **Australian Economic Papers**, Wiley Online Library, v. 46, n. 4, p. 360–374, 2007.
- OWYANG, M. T.; PIGER, J.; SOQUES, D. Contagious switching. **FRB St. Louis Working Paper**, n. 2019-14, 2019.
- OWYANG, M. T.; PIGER, J.; WALL, H. J. Business cycle phases in us states. **Review of Economics and Statistics**, MIT Press, v. 87, n. 4, p. 604–616, 2005.
- OWYANG, M. T.; PIGER, J.; WALL, H. J. Discordant city employment cycles. **Regional Science and Urban Economics**, Elsevier, v. 43, n. 2, p. 367–384, 2013.
- PAULA, A. M. D. **Choques externos e de incerteza local: uma análise nos ciclos econômicos estaduais** 2018. 144 f. Dissertação (Mestrado em Economia) — Mestrado em Economia, Centro de Desenvolvimento e Planejamento Regional, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2018.
- PAULA, L. F. d.; PIRES, M. Crise e perspectivas para a economia brasileira. **Estudos avançados**, SciELO Brasil, v. 31, n. 89, p. 125–144, 2017.
- PORTUGAL, M.; MORAES, I. Business cycle in the industrial production of brazilian states. **Análise Econômica**, v. 26, n. 50, 2008.
- RUA, A. Wavelets em economia. **Boletim económico**, Banco de Portugal, p. 77–86, 2012.
- SILVA, C. D. C. D.; NETO, N. T.; CASTELAR, L. I.; SILVA, E. V. A. da. Ciclos econômicos na atividade industrial brasileira: uma análise no domínio do tempo e da frequência. **Nova Economia**, v. 30, n. 2, p. 483–515, 2020.
- SIMS, C. A. *et al.* Are forecasting models usable for policy analysis? **Quarterly Review**, Federal Reserve Bank of Minneapolis, v. 10, n. Win, p. 2–16, 1986.
- STOCK, J. H.; WATSON, M. W. New indexes of coincident and leading economic indicators. **NBER macroeconomics annual**, MIT press, v. 4, p. 351–394, 1989.

APÊNDICE A – GRÁFICOS DE CHOQUES ESTRUTURAIS.

Figura 12 – Gráficos de choques estruturais.



Fonte: elaborada pela autora (2021).

ANEXO A – VARS ESTRUTURAIS

Na seção de resultados foram consideradas empiricamente a adição de choques estruturais de política monetária e distúrbios estruturais no câmbio, ambos foram identificados a partir de um modelo VAR Estrutural, esse modelo se encontra nesse anexo e segue o livro Enders (2015).

A abordagem VAR de Sims (1980) tem a propriedade desejável de que todas as variáveis sejam tratadas simetricamente, de modo que todas as variáveis sejam endógenas em conjunto e o economista não dependa de nenhuma "incrível restrição de identificação". Considere um sistema VAR de primeira ordem do tipo representado por:

$$x_t = A_0 + A_1 x_{t-1} + e_t$$

Embora a abordagem VAR produza apenas valores estimados de A_0 e A_1 , para fins de exposição, é útil tratar cada um como sendo conhecido. O erro de previsão passo a passo é:

$$x_{t+n} - E_t x_{t+n} = e_{t+n} + A_1 e_{t+n-1} + A_1^2 e_{t+n-2} + \dots + A_1^{n-1} e_{t+1} \quad (\text{A.1})$$

Mesmo que a análise econométrica nunca revele os valores reais de A_0 e A_1 , um modelo apropriadamente especificado terá previsões imparciais e com variância mínima. Um pesquisador interessado apenas em previsões pode querer reduzir o modelo VAR superparametrizado a fim de melhorar a precisão das estimativas e reduzir a variância do erro de previsão. No entanto, deve ficar claro que a previsão com um VAR é uma extensão multivariada da previsão usando uma autorregressão simples.

No entanto, dada a natureza um tanto *ad hoc* da decomposição de Choleski, a beleza da abordagem parece diminuída ao construir funções de resposta de impulso e decomposições de variância de erro de previsão. Além disso, a abordagem VAR foi criticada por ser desprovida de qualquer conteúdo econômico. O único papel do economista é sugerir as variáveis apropriadas para incluir no VAR. A partir daí, o procedimento é quase mecânico. No entanto, é possível usar uma teoria econômica para impor restrições às variáveis para que os resultados não sejam *ad hoc*.

A.1 - Decomposições Estruturais

A menos que o modelo estrutural subjacente possa ser identificado a partir do modelo VAR de forma reduzida, as inovações em uma decomposição de Choleski não têm uma

interpretação econômica direta. No entanto, em vez de usar uma decomposição de Choleski, é possível impor restrições aos erros de forma a identificar completamente os choques estruturais de uma forma que seja consistente com um modelo econômico subjacente. Reconsidere o VAR de duas variáveis:

$$y_t + b_{12}z_t = b_{10} + \gamma_{11}y_{t-1} + \gamma_{12}z_{t-1} + \varepsilon_{yt}$$

$$b_{21}y_t + z_t = b_{20} + \gamma_{21}y_{t-1} + \gamma_{22}z_{t-1} + \varepsilon_{zt}$$

de modo que seja possível escrever o modelo na forma de:

$$y_t = a_{10} + a_{11}y_{t-1} + a_{12}z_{t-1} + e_{1t}$$

$$z_t = a_{20} + a_{21}y_{t-1} + a_{22}z_{t-1} + e_{2t}$$

Para fins de notação, podemos definir a_{i0} como o elemento i do vetor A_0 , a_{ij} como o elemento na linha i e coluna j da matriz A_1 e e_{it} como o elemento i do vetor e_t . Para nossos propósitos, o ponto importante a notar é que os dois termos de erro e_{1t} e e_{2t} são, na verdade, compostos dos choques subjacentes ε_{yt} e ε_{zt} . De (5.22) e (5.23),

$$\begin{bmatrix} e_{1t} \\ e_{2t} \end{bmatrix} = \frac{1}{1 - b_{12}b_{21}} \begin{bmatrix} 1 & -b_{12} \\ -b_{21} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{yt} \\ \varepsilon_{zt} \end{bmatrix} \quad (\text{A.2})$$

Embora esses choques compostos sejam erros de previsão um passo à frente em y_t e z_t , eles não têm uma interpretação estrutural. Portanto, há uma diferença importante entre o uso de VARs para previsões e análises econômicas. Em (5.51), e_{1t} e e_{2t} são erros de previsão. Se estamos interessados apenas em previsões, os componentes dos erros de previsão não são importantes. Dado o modelo econômico de (5.17) e (5.18), ε_{yt} e ε_{zt} são as mudanças autônomas em y_t e z_t no período t , respectivamente. Se quisermos obter as funções de resposta ao impulso ou as decomposições de variância, é necessário usar os choques estruturais (i.e., ε_{yt} e ε_{zt} , não os erros de previsão. O objetivo de um VAR estrutural é usar a teoria econômica (ao invés da decomposição de Choleski) para recuperar as inovações estruturais dos resíduos e_{1t} e e_{2t} .

A decomposição de Choleski realmente faz uma forte suposição sobre os erros estruturais subjacentes. Suponha, como em (5.31) - (5.33), selecionamos uma ordem tal que

$b_{21} = 0$. Lembre-se que com uma ordem recursiva tal que z_t é causalmente anterior a y_t , as duas inovações puras podem ser recuperadas como

$$\varepsilon_{yt} = e_{1t} + b_{12}e_{2t} \quad (\text{A.3})$$

e

$$\varepsilon_{zt} = e_{2t} \quad (\text{A.4})$$

Forçar $b_{21} = 0$ é equivalente a assumir que uma inovação em y_t não tem um efeito contemporâneo em z_t . A menos que haja uma base teórica para essa suposição, os choques subjacentes são identificados de forma inadequada. Como tal, as respostas de impulso e decomposições de variância resultantes dessa identificação imprópria podem ser bastante enganosas.

Se o coeficiente de correlação entre e_{1t} e e_{2t} for baixo, a ordenação provavelmente não será importante. Porém, em um VAR com várias variáveis, é improvável que todas as correlações sejam pequenas. Afinal, ao selecionar as variáveis a serem incluídas em um modelo, é provável que você escolha variáveis que exibem fortes comovimentos. Quando os resíduos de um VAR são correlacionados, não é prático tentar todas as ordenações alternativas. Com um modelo de quatro variáveis, existem 24 (i.e., 4!) Ordenações possíveis. Sims (1986) e Bernanke (1986) propuseram modelar as inovações usando análise econômica. A ideia básica é estimar as relações entre os choques estruturais usando um modelo econômico. Para entender o procedimento, é útil examinar a relação entre os erros de previsão e as inovações estruturais em um VAR n-variável. Como essa relação é invariante para o comprimento do atraso, considere o modelo de primeira ordem com n variáveis:

$$\begin{bmatrix} 1 & b_{12} & b_{13} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & 1 & b_{23} & \dots & b_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ b_{n1} & b_{n2} & b_{n3} & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1t} \\ x_{2t} \\ \dots \\ x_{nt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{10} \\ b_{20} \\ \dots \\ b_{n0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & \gamma_{13} & \dots & \gamma_{1n} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \gamma_{23} & \dots & \gamma_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \gamma_{n1} & \gamma_{n2} & \gamma_{n3} & \dots & \gamma_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1t-1} \\ x_{2t-1} \\ \dots \\ x_{nt-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \\ \dots \\ \varepsilon_{nt} \end{bmatrix} \quad (\text{A.5})$$

ou, em forma compacta:

$$Bx_t = \Gamma_0 + \Gamma_1 x_{t-1} + \varepsilon_t \quad (\text{A.6})$$

A generalização multivariada de (5.19) é obtida pela pré-multiplicação por B_{-1} de modo que

$$x_t = B_{-1}\Gamma_0 + B_{-1}\Gamma_1x_{t-1} + B_{-1}\varepsilon_t \quad (\text{A.7})$$

Definindo $A_0 = B_{-1}\Gamma_0$, $A_1 = B_{-1}\Gamma_1$ e $e_t = B_{-1}\varepsilon_t$ resulta (5.19). O problema, então, é pegar os valores observados de e_t e restringir o sistema de forma a recuperar ε_t como $\varepsilon_t = Be_t$. No entanto, a seleção dos vários b_{ij} não pode ser completamente arbitrária. A questão é restringir o sistema de forma a (i) recuperar os vários ε_{it} e (ii) preservar a estrutura de erro assumida em relação à independência dos vários ε_{it} choques. Para resolver esse problema de identificação, basta contar as equações e as incógnitas. Usando OLS, podemos obter a matriz de variância/covariância Σ :

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 & \dots & \sigma_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \dots & \sigma_n^2 \end{bmatrix} \quad (\text{A.8})$$

onde cada elemento de Σ é restrito como a soma

Como Σ é simétrico, ele contém apenas $\frac{(n^2+n)}{2}$ elementos distintos. Existem n elementos ao longo da diagonal principal, $(n-1)$ ao longo da primeira fora da diagonal, $(n-2)$ ao longo da próxima fora da diagonal, ..., e um elemento de canto para um total de $\frac{(n^2+n)}{2}$ elementos livres.

Dado que os elementos diagonais de B são todos unitários, B contém $n^2 - n$ valores desconhecidos. Além disso, existem os n valores desconhecidos $var(\varepsilon_{it})$ para um total de n^2 valores desconhecidos no modelo estrutural [i.e., os $n^2 - n$ valores de B mais os n valores $var(\varepsilon_{it})$]. Agora, a resposta para o problema de identificação é simples; a fim de identificar as incógnitas n^2 dos conhecidos $\frac{(n^2+n)}{2}$ elementos independentes de Σ , é necessário impor um adicional $n^2 - [\frac{(n^2+n)}{2}] = \frac{(n^2+n)}{2}$ restrições sobre o sistema. Este resultado se generaliza para um modelo com p defasagens: Para identificar o modelo estrutural a partir de um VAR estimado, é necessário impor $\frac{(n^2+n)}{2}$ restrições ao modelo estrutural.

Reserve um momento para contar o número de restrições em uma decomposição de Cholesky. No sistema acima, a decomposição de Cholesky requer que todos os elementos acima da diagonal principal sejam zero:

$$\begin{aligned}
b_{12} &= b_{13} = b_{14} = \dots = b_{1n} = 0 \\
b_{23} &= b_{24} = \dots = b_{2n} = 0 \\
b_{34} &= \dots = b_{3n} = 0 \\
&\dots \\
b_{n-1n} &= 0
\end{aligned}$$

Portanto, há um total de $\frac{(n^2+n)}{2}$ restrições; o sistema é identificado exatamente. Para dar um exemplo específico, considere a seguinte decomposição de Choleski em um VAR de três variáveis

$$\begin{aligned}
e_{1t} &= \varepsilon_{1t} \\
e_{2t} &= c_{21}\varepsilon_{1t} + \varepsilon_{2t} \\
e_{3t} &= c_{31}\varepsilon_{1t} + c_{32}\varepsilon_{2t} + \varepsilon_{3t}
\end{aligned}$$

Com base na discussão anterior, você deve ser capaz de demonstrar que ε_{1t} , ε_{2t} e ε_{3t} podem ser identificados a partir das estimativas de e_{1t} , e_{2t} e e_{3t} e da matriz de variância/covariância Σ . Em termos de nossa notação anterior, defina a matriz $C = B^1$ com os elementos c_{ij} . Portanto, $e_t = C\varepsilon_t$. Uma forma alternativa de modelar a relação entre os erros de previsão e as inovações estruturais é

$$\begin{aligned}
e_{1t} &= \varepsilon_{1t} + c_{13}\varepsilon_{3t} \\
e_{2t} &= c_{21}\varepsilon_{1t} + \varepsilon_{2t} \\
e_{3t} &= c_{31}\varepsilon_{2t} + \varepsilon_{3t}
\end{aligned}$$

Observe a ausência de uma estrutura triangular. Aqui, o erro de previsão de cada variável é afetado por sua própria inovação estrutural e a inovação estrutural em uma outra variável. Dadas as restrições $\frac{(9-3)}{2} = 3$ em C, a condição necessária para a identificação exata de B e ε_t é satisfeita. No entanto, conforme ilustrado na próxima seção, impor $\frac{(n^2-n)}{2}$ restrições não é uma condição suficiente para a identificação exata. Infelizmente, a presença de não linearidades significa que não existem regras simples que garantam a identificação exata.

Para aqueles que desejam um pouco mais de formalidade, escreva a matriz de variância/covariância dos resíduos da regressão como

$$Eee' = \Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 \end{pmatrix} \tag{A.9}$$

Dado que $e_t = B^{-1}\varepsilon_t$ deve ser o caso de

$$Ee_t e_t^T = EB^{-1}\varepsilon_t \varepsilon_t^T (B^{-1})^T = B^{-1}E(\varepsilon_t \varepsilon_t^T)(B^{-1})^T \quad (\text{A.10})$$

Observe que $E(\varepsilon_t \varepsilon_t^T)$ é a matriz de variância/covariância das inovações estruturais (Σ_ε). Uma vez que a covariância entre os choques estruturais é zero, podemos escrever Σ_ε como

$$\Sigma_\varepsilon = \begin{bmatrix} \text{var}(\varepsilon_1) & 0 \\ 0 & \text{var}(\varepsilon_2) \end{bmatrix} \quad (\text{A.11})$$

Para encontrar a relação entre as inovações estruturais e os resíduos da regressão, substitua Σ e Σ_ε em (5.52) para obter

$$\begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 \end{pmatrix} = B^{-1} \begin{bmatrix} \text{var}(\varepsilon_1) & 0 \\ 0 & \text{var}(\varepsilon_2) \end{bmatrix} (B^{-1})^T \quad (\text{A.12})$$

ou

$$\begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & b_{12} \\ b_{21} & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \text{var}(\varepsilon_1) & 0 \\ 0 & \text{var}(\varepsilon_2) \end{bmatrix} \left[\begin{pmatrix} 1 & b_{12} \\ b_{21} & 1 \end{pmatrix}^{-1} \right]^T \quad (\text{A.13})$$

Uma vez que os dois lados devem ser idênticos elemento por elemento, deve ser o caso de

$$\begin{aligned} \sigma_1^2 &= \left[\frac{1}{(1-b_{12}b_{21})} \right]^2 [\text{var}(\varepsilon_1) + b_{12}^2 \text{var}(\varepsilon_2)] \\ \sigma_{12}^2 &= \left[\frac{1}{(1-b_{12}b_{21})} \right]^2 [-b_{12} \text{var}(\varepsilon_2) - b_{21} \text{var}(\varepsilon_1)] \\ \sigma_{21}^2 &= \left[\frac{1}{(1-b_{12}b_{21})} \right]^2 [-b_{12} \text{var}(\varepsilon_2) - b_{21} \text{var}(\varepsilon_1)] \\ \sigma_2^2 &= \left[\frac{1}{(1-b_{12}b_{21})} \right]^2 [\text{var}(\varepsilon_2) - b_{21}^2 \text{var}(\varepsilon_1)] \end{aligned}$$

Como os quatro valores de Σ são conhecidos, parece que existem quatro equações para determinar os quatro valores desconhecidos b_{12} , b_{21} , $\text{var}(\varepsilon_1)$ e $\text{var}(\varepsilon_2)$. No entanto, a simetria do sistema é tal que $\sigma_{21} = \sigma_{12}$ e modo que existem apenas três equações independentes para determinar os quatro valores desconhecidos. Como tal, a identificação não é possível, a menos que outra restrição seja imposta.

Para generalizar o argumento para um sistema VAR de enésima ordem, temos

$$\Sigma = B^{-1}\Sigma_{\varepsilon}(B^{-1})^T \quad (\text{A.14})$$

onde Σ , B^1 e Σ_{ε} são matrizes nn . Usando a mesma lógica, é possível mostrar que é necessário impor $\frac{(n^2+n)}{2}$ restrições adicionais em B^1 para identificar completamente o sistema.