ANÁLISE DA CLIMATOLOGIA DE PRECIPITAÇÃO SIMULADA EM ESCALA REGIONAL USANDO *DOWNSCALING* DINÂMICO SOBRE A REGIÃO NORTE DO NORDESTE DO BRASIL

Emerson Mariano da Silva

emerson@uece.br

Marco Aurélio H. de Castro

marco@ufc.br

Resumo

Esse estudo apresenta o resultado da simulação sazonal de precipitação no período de fevereiro a maio, para os anos de 1971 a 2000, sobre a região do Nordeste do Brasil (NEB), usando a técnica de *downscaling* dinâmico. Os modelos usados no estudo são: o Modelo Espectral Regional (RSM97), desenvolvido pelo National Centers for Environmental Prediction (NCEP), e o Modelo de Circulação Geral da Atmosfera ECHAM4.5, desenvolvido pelo Max Planck Institute. Os resultados mostram que a utilização da técnica usando os modelos acima apresenta um bom desempenho na tarefa de simulação da climatologia de precipitação sobre o NEB. Coeficientes de correlação da ordem de 0.8 foram encontrados para o total de chuvas, no período de fevereiro a maio, em relação ao observado, explicando cerca de 64% da variabilidade das chuvas na região em estudo. Em adição, se observa que o RSM97 apresenta predominante *bias* úmido em grande parte do NEB.

Palavras-chave: downscaling, previsão sazonal de chuvas.

Abstract

It is presented the results of a evaluation to seasonal rainfall (February to May) in Northeast of Brazil simulating (1971-2000) to a Regional Spectral Model (RSM97) development at National Centers for Environmental Prediction (NCEP) nested in General Circulation Model (ECHAM4.5). The results show that the RSM presented good performance at simulated total rainfall average, in Northeast of Brazil. (NEB). Coefficients of correlation between the total of rainfall from February to May observed and simulated with values the 0,8 was verified in some areas of the Northeast region, explain more 64% of the rainfall variability this region. The RSM97 presented a bias predominantly wet in great part of the NEB.

Keywords: downscaling, seasonal rain forecast.

1 Introdução

O regime de precipitação pluviométrica do Nordeste do Brasil (NEB) é tal que três quartos das chuvas ocorrem em um período de quatros meses. No setor Norte do NEB (área de 42°W a 37°W e 8°S a 2°S) esse período vai de fevereiro a maio, período chamado de estação chuvosa (SOUZA *et al.*, 1996), e tem nas condições termodinâmicas no/sobre os oceanos Pacífico e Atlântico Tropicais, e na atuação de sistemas atmosféricos de grande escala como, por exemplo, a Zona de Convergência Intertropical (ZCIT), os principais fatores influenciadores (HASTENRATH e HELLER, 1977; MOURA e SHUKLA, 1981; ALVES e REPELLI, 1992; RAO *et al.*, 1993; NOBRE e SHUKLA, 1996; ALVES *et al.*, 1997).

A determinação da quantidade e da variabilidade da precipitação ocorrida durante o período da estação chuvosa sobre o NEB, em escala regional, vem se tornando um desafio para a comunidade científica nos últimos anos.

Diversas técnicas de previsão vêm sendo usadas nessa tarefa de previsão. Dentre essas, pode-se destacar a utilização da técnica de redução de escala da previsão de precipitação pluviométrica (downscaling dinâmico), que consiste em utilizar um Modelo Numérico de Previsão Regional (MRE) aninhado a um Modelo de circulação geral da Atmosfera (MCGA), visando a obtenção de maior detalhamento das previsões climáticas, já que o MRE pode fornecer informações numa escala espacial bem menor que o MGCA.

A eficácia desta técnica é comprovada em vários estudos ao longo do globo, (JI e VERNEKAR,1997; CHRISTENSEN et al.,1998). Para o NEB se destacam os estudos numéricos realizados por Nobre et al. (2001), por Alvez et al. (2002), e por Silva et al. (2002).

A obtenção das informações de previsão de precipitação numa escala da ordem de 60 x 60 km (escala regional), que representam a resolução espacial mínima requerida por diversos modelos hidrológicos (GIOGI e MEARNS, 1991; Mckay e STEWART, 1998), têm auxiliado pesquisadores na construção de cenários hidrológicos (SOROOSHIAN et al., 2002; WOOD et al., 2003; GUTOWSKI JR. et al., 2003; SALATHÉ Jr., 2003).

Nesse contexto, o objetivo deste trabalho é apresentar e avaliar os resultados de simulações numéricas, da distribuição espacial e temporal da precipitação obtidas em escala regional, utilizando a técnica de downscaling dinâmico, realizadas ao longo de um período de trinta anos (1971-2000) sobre o NEB.

2 Materiais e métodos

Nas simulações numéricas da climatologia da precipitação pluviométrica sobre o NEB usou-se o Modelo Regional RSM97, desenvolvido pelo NCEP (JUANG e KANAMITSU, 1994) aninhado ao Modelo de Circulação Geral ECHAM4.5, do Max Planck Institute (ROECKNER et al. ,1996).

O RSM97 foi integrado com um conjunto de 10 membros na versão não-hidrostática, intervalo de tempo de 600 segundos em modo de simulação, com um espaçamento de grade de 60 km centrada na latitude de 30 Sul, na longitude de 27 Leste, e 18 níveis verticais. A vegetação é do tipo savana, e o domínio compreende desde o oeste da África do Sul até Região Amazônica (Figura 1), em um período de seis meses (janeiro a junho), durante 30 anos (de 1971 a 2000), utilizando como dados de inicialização os campos de saída do ECHAM4.5. Uma topografia mais refinada (60 Km), comparada à do ECHAM4.5 sobre a região Nordeste, foi utilizada como variável de contorno no MRE (Figura 2).

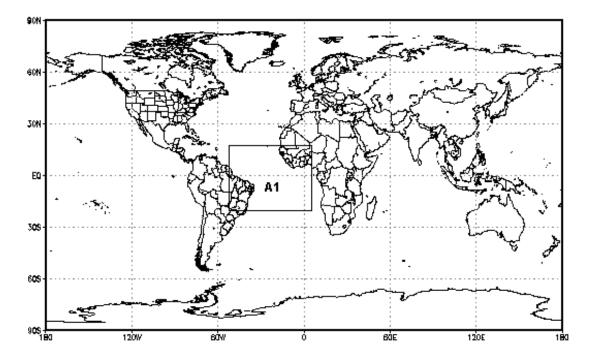
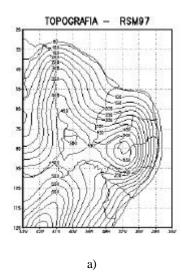


Figura 1 : Domínio do modelo global ECHAM4.5 utilizado como forçante de entrada nas simulações do RSM97. A área A1 da Figura, representa o domínio do Modelo Regional RSM97.



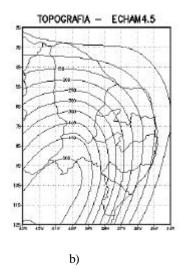


Figura 2: Topografia sobre a Região Nordeste (m). a) MRE e b) MCGA (ECHAM4.5).

O aninhamento entre o RSM97 e o ECHAM4.5 foi executado de forma unidirecional, com condições iniciais distintas em cada um dos 10 membros, ou seja, o forçante de grande escala, vento, pressão, temperatura e umidade específica do ar, são inicializados pelo ECHAM4.5 e repassados ao RSM97 em todo o domínio, e não somente nas fronteiras laterais, a cada 6 horas, em cada um dos 10 membros do conjunto nas integrações de forma distinta.

Em termos de especificações físicas na superfície, foi ativado no modelo regional um modelo de solo de duas camadas (PAN e MARTH, 1987). O modelo de solo é designado para descrever o papel da vegetação e a interação da umidade do solo sem modificar as trocas de momento, vapor d'água e energia. Para a simulação executada o tipo de solo usado tem característica intermediária entre um solo arenoso e argiloso. Foi considerada uma cobertura da vegetação de 70% da área de cada grade.

Temperaturas da Superfície do Mar (TSM) observadas nos Oceanos Pacífico, Atlântico e Índico, no período de 1971-2000 do conjunto de dados chamados "Optimum Interpolation" (REYNOLDS e SMITH, 1994), serviram de variáveis de contorno à superfície nas simulações do modelo ECHAM4.5.

Vale ressaltar que a configuração utilizada nas simulações foi escolhida depois de vários testes realizados (SILVA et al., 2002), que teve como principal objetivo avaliar as mudanças causadas nos campos de saída do modelo regional em função das variações no espaçamento de grade, na posição da fronteira lateral, bem como no passo de tempo de cada simulação dos dados de entrada no modelo regional.

A fim de se comparar qualitativamente a simulação da distribuição de precipitação simulada com a observada utilizouse dados de chuva (FUNCEME e Instituto Nacional de Meteorologia - INMET - 1971-2000) interpolados para o mesmo espaçamento de grade do modelo regional. Em adição, foi investigado o desempenho das simulações ECHAM4.5/RSM97 usando estatística descritiva, desvio absoluto (bias), erro quadrático médio, bem como correlações espaciais (SPIEGEL, 1985) entre esses dois conjuntos de dados foram calculados.

3 Resultados e discussões

A Figura 3 mostra a climatologia de precipitação simulada pelo RSM97, usando a técnica de downscaling dinâmico. Precipitação mais intensa (acima de 700 mm) foi simulada nas áreas serranas (e noroeste, e sul do Ceará) e menos intensas no centro-sul da Bahia e setor central do Ceará e Paraíba (abaixo de 500 mm), concordando qualitativamente com o observado por Alves et al.(1992).

Uma diferença significativa nessa simulação corresponde à área litorânea entre o Ceará e o Rio Grande do Norte, cujos totais de precipitação no período de fevereiro a maio é superior a 700 mm (ALVES et al.,1992). Isto indica que o modelo regional pode ser deficiente em simular a precipitação devido a circulações locais relativas ao contraste oceano-atmosfera, os chamados efeitos de brisa.

O desvio absoluto (bias) entre a climatologia de precipitação simulada e a observada para o quadrimestre fevereiro a maio sobre o NEB é mostrada na Figura 4, onde se observa que o modelo regional tem um bias úmido em grande parte da

região. Porém, um bias seco foi observado em áreas do centro norte do Nordeste, principalmente no estado do Ceará e centro do estado Pernambuco.

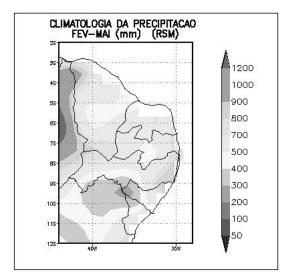


Figura 3: Climatologia da precipitação sazonal (mm), fevereiro a maio, para a Região Nordeste simulada pelo RSM97 para o período de 1971-2000.

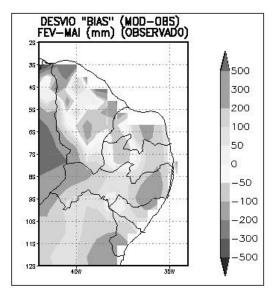


Figura 4: Desvio absoluto (*bias*) em milímetros da precipitação sazonal, fevereiro a maio entre o simulado pelo RSM97 e as observações para a Região Nordeste (1971-2000).

Na Figuras 5 tem-se a anomalia de precipitação média simulada e observada para a estação chuvosa na região norte do NEB. Em geral, observa-se que o sistema de previsão ECHAM4.5/RSM97 captura a tendência média do total de precipitação, ao longo do tempo no período em estudo. Em alguns anos, entretanto, a técnica usada não foi capaz de capturar essa tendência, como por exemplo, do ano de 1976 para o ano de 1977.

Em adição, observa-se que esse sistema de previsão tem melhor desempenho na captura da assinatura de precipitação em anos que apresentaram condições termodinâmicas tidas como extremas (El Niño, La Niña, Dipolo do Atlântico) no/sobre os Oceanos Atlântico e Pacífico Tropicais (1971, 73, 74, 76, 77, 83, 85, 87, 89, 92, 98 e 96).

Desta forma, analisaram-se as distribuições mensais das anomalias médias diárias, no período de fevereiro a maio, para o setor norte do NEB, para composição de anos secos (associados a anos de ocorrência de El Niño: 1973, 77, 83, 87, 92, 98), e anos chuvosos (associados a anos de ocorrência de La Niña: 1971, 74, 76, 89 e 96), assim com em alguns anos particulares, considerados como extremos para essa área.

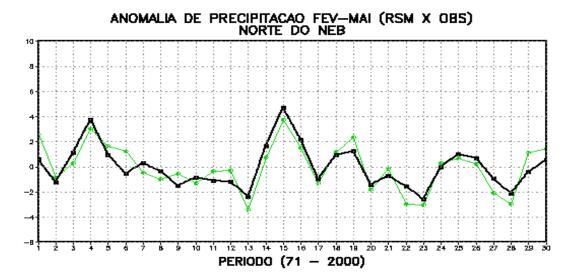


Figura 5: Anomalia de precipitação (mm/dia), média, para o setor Norte (42°W a 37°W e 8°S a 2°S) simulada pelo RSM97 (linha verde) e observada (linha preta) para o período 1971-2000. Os números nos eixos dos x representam os anos 1 (1971) e 30 (2000), respectivamente.

A Figura 6 mostra o coeficiente de correlação entre a climatologia de precipitação observada e a simulada, para o setor Norte do NEB. Verifica-se que em grande parte do semi-árido nordestino os coeficientes de correlação são acima de 0.6, incluindo algumas áreas com valores superiores a 0.7 e 0.8.

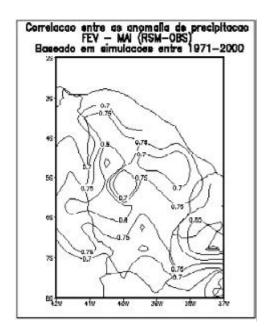


Figura 6 Coeficiente de correlação (r) entre o observado e o simulado pelo RSM97 para o total de precipitação sazonal (fevereiro a maio) para o setor Norte da Região Nordeste (42°W a 37°W e 8S a 2S).

Na Figura 7 tem-se a distribuição mensal das anomalias médias diárias, no período de fevereiro a maio, para a composição de anos secos, relativos à ocorrência de evento El Niño, no setor norte do NEB. Observa-se que, no período em estudo, tanto as anomalias médias diárias de precipitação observada, como as simuladas apresentaram valores negativos, exceto a anomalia média observada nessa composição no mês de março. Este fato mostra que, apesar de quantitativamente os valores simulados apresentarem diferenças com os observados, qualitativamente a técnica captura a tendência da distribuição das anomalias médias diárias de precipitação nos anos tidos como secos nessa região.

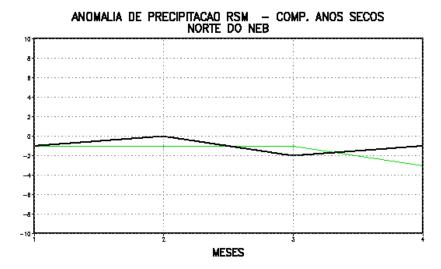


Figura 7: Distribuição de anomalias médias diárias para o período de fevereiro a maio, para a composição de anos secos, no setor norte do NEB. Os números nos eixos dos x representam os meses 1 (fevereiro) e 4 (maio), respectivamente.

A Figura 8 mostra a distribuição mensal das anomalias médias diárias, no período de fevereiro a maio, para a composição de anos chuvosos, relativos à ocorrência de evento La Niña, no setor norte do NEB. Observa-se uma situação oposta à mostrada anteriormente, ou seja, anomalias médias diárias simuladas com valores positivos. Já as anomalias observadas mostraram valores positivos para os meses de fevereiro e abril. Entretanto, mostraram valores próximos de zero para os meses de fevereiro e maio.

Esse fato indica que a técnica usada para a previsão de precipitação na estação chuvosa, para o setor norte do NEB apresenta uma tendência úmida, ou seja, tende a superestimar os valores da precipitação, em relação aos observados nessa região.

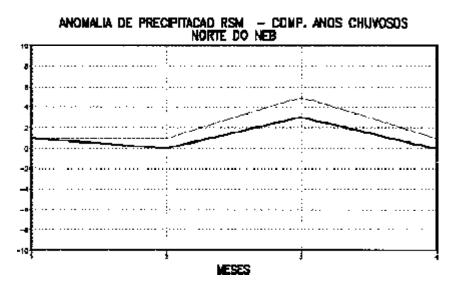


Figura 8: Distribuição de anomalias médias diárias para o período de fevereiro a maio, para a composição de anos chuvosos, no setor norte do NEB. Os números nos eixos dos x representam os meses 1 (fevereiro) e 4 (maio), respectivamente.

A Tabela 1 é uma síntese das análises feitas acima. Nota-se uma predominância de um *bias* úmido na Região do norte do trado na Figura 3 1977.ncia Nordeste do Brasil como mostrado na Figura 4. Os coeficientes de correlação são maiores para a composição de anos de El Niño (acima de 0,9) do que para anos de La Niña (valores em torno de 0,7 a abaixo), indicando que ECHAM4.5/RSM97 apresenta melhor desempenho para estes referidos anos.

Tabela 1: Estatística entre o observado e o simulado (1971-2000) e para o conjunto de anos de El Niño e La Niña citados na seção de introdução. Todos os valores exceto o coeficiente de correlação estão em (mm/dia). Norte do NEB significa a área norte do Nordeste (42°W a 37°W e 8°S a 2′S).

	Média	Coef. de Correlação	Desvio Padrão	Erro Quad. Médio	Desvio (bias)
Simulado_NNEB (1971-2000)	5,85	0,85	1,74	173,22	1,38
OBS_NNEB (1971-2000)	5,33		1,68		
Simulado_NNEB (anos de EL Niño)	4,09	0,97	1,45	20,46	1,17
OBS_NNEB (anos de EL Niño)	4,41		1,39		
Simulado_NNEB (anos de La Niña)	7,88	0,73	1,18	29,58	1,39
OBS_NNEB (anos de La Niña)	7,08		2,03		

4 Conclusões

As análises mostraram uma avaliação dos resultados da simulação do ECHAM4.5/RSM97 para precipitações na Região Nordeste do Brasil, no período de 1971 a 2000. Nessas análises não foi feita nenhuma inferência sobre as questões físicas do modelo regional em relação aos seus resultados, por exemplo, parâmetros físicos de superfície ou altitude (fluxos de calor, balanço de umidade no solo, etc). Os resultados apresentados referem-se apenas a comparação entre a precipitação sazonal simulada e a observada (total de fevereiro a maio) na Região Nordeste do Brasil.

Os resultados mostraram que a utilização da técnica de redução de escala da previsão de precipitação, com os referidos modelos aninhados, apresentou um bom desempenho para simular a anomalia da precipitação sazonal, principalmente no setor Norte do NEB.

A climatologia do ECHAM4.5/RSM97 mostrou uma configuração semelhante à observada, apesar de ter apresentado predominantemente um *bias* úmido ao longo da Região Nordeste, exceto pequenas áreas do estado do Ceará e áreas do centro-oeste de Pernambuco.

Correlações explicando mais de 64% da variabilidade do total sazonal de chuva (período de fevereiro a maio) foram observadas em quase toda a região em estudo.

Apesar de não ter sido feita nenhuma comparação objetiva com os resultados do ECHAM4.5, aparentemente, a grande vantagem da utilização do ECHAM4.5/RSM97 são os seus resultados apresentarem uma melhor resolução espacial, e também conseguirem reproduzir a variabilidade da chuva em escala regional.

Menciona-se que os resultados aqui apresentados referem-se ao desempenho da simulação chamada analogamente de previsão perfeita (KUMAR e HORLING, 1995), pois levou em consideração que o principal forçante climático para os trópicos (TSM) foi a observada. Estudos futuros deverão ser executados com TSM's previstas e persistidas para se verificar qual diferença entre os resultados, além de testar o aninhamento com outros tipos de MCGA's.

5 Agradecimentos

Os autores agradecem a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e a Fundação Cearense de Apoio à Pesquisa (FUNCAP) pelo suporte financeiro dados para a realização desse trabalho. Em adição os autores agradecem a toda a equipe que participou do Projeto *Downscaling*, na Fundação Cearense de Meteorologia e Recursos Hídricos (FUNCEME).

Referências

ALVES, J. M. B.; REPELLI, C. A. A variabilidade pluviométrica no setor Norte do Nordeste e os eventos El Niño/Oscilação Sul (ENOS). *Revista Brasileira de Meteorologia*, v. 7, n. 2, p. 583-592, 1992.

ALVES, J. M. B. et al. Uma avaliação preliminar da simulação de precipitação sobre o Nordeste do Brasil usando um aninhamento de um modelo numérico regional com um modelo numérico global. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE METEOROLOGIA, 7., 2002, Foz de Iguaçu. *Anais... Foz do Iguaçu*, 2002. p. 3824-3830. 1 CD-ROM.

CHRISTENSEN, O. B. et al. Very-high-resolution regional climate simulations over Scandinavia-present climate. *Journal of Climate*, v. 11, n. 12, p. 3204-3229, 1998.

GIORGI, F.; MERNS, L. O. Approaches to the simulation of regional climate change: a review. *Review of Geophysics*, v. 29. p. 191-216, 1991.

GUTOWSKI JUNIOR. W. J. et al. *Statistical versus dynamical for hydrology analyses*. Disponível em: http://www.pircs.iastate.edu./abstracts/AGU_99-06.pdf >. Acesso em: 6 ago. 1999.

HASTENRATH, S; HELLER, L. Dynamics of climatic hazards in Northeast Brazil. Royal Meteorological Society-Quarterly Journal, v. 103, p. 77-92, 1977.

JI, Y; VERNEKAR, A. Simulation of the Asian summer monsoons of 1987 and 1988 with a regional model nested in a global GCM. Journal of Climate, v. 10, n. 8, p. 1965-1979, 1997.

JUANG, H. M. H.; KANAMITSU, M. The NMC nested regional spectral model. *Monthly Weather Review*, v. 122, p. 3-26, 1994.

KUMAR, A.; HOERLING, M. P. Prospects and limitations of seasonal atmospheric GCM predictions. *Bulletin of the American Meteorological Society*, v. 76, p. 335-345, 1995.

MACKAY, M. D.; STEWART, R. D. Downscaling the hydrological cycle in the Mackenzie Basin with Canadian Regional Climate Model. *Atmosphere-Ocean*, v. 36, p. 179-211, 1998.

MOURA, A. D.; SHUKLA, J. On the dynamics of droughts in northeast Brazil: observations, theory and numerical experiments with a general circulation model. *Journal of the Atmospheric Sciences*, v. 38, p. 2653-2675, 1981.

NOBRE, P.; MOURA, A. D.; SUN, L. Dynamical downscaling of seasonal climate predicition over Nordeste Brazil with ECHAM3 and NCEP's regional spectral model at IR. *Bulletin of the American Meteorological Society*, v. 82, p. 2787-2796, 2001.

NOBRE, P.; SHUKLA, J. Variations of sea surface temperature, wind stress and rainfall over the Tropical Atlantic and South America. *Journal of Climate*, v. 9, p. 2464- 2479, 1996.

PAN, H.-L.; MARTH, L. Interaction between soil hydrology and boundary layer development. *Boundary-Layer Meteorology*, v. 38, p. 185-202, 1987.

RAO, V. B.; LIMA, M. C.; FRANCHITO, S. H. Seazonal and interannual variations of rainfall over Eastern Northeast Brazil. *Journal of Climate*, v. 6, p. 1754-1763, 1993.

REYNOLDS, R. W.; SMITH, T. M. Improved global sea surface temperature analysis using optimum interpolation. *Journal of Climate*, v. 7, p. 929-948, 1994.

ROECKNER, E. et al. *The atmospheric general circulation model ECHAM-4:* model description and simulation of present-day climate. Berlin: Max Planck Institute for Meteorology, 1996. Report N°. 218.

SALATHÉ JUNIOR, E. P. Comparison of various precipitation downscaling methods for the simulation of streamflow in a rainshadow river basin. *International Journal of Climatology*, v. 23, p. 887-901, 2003.

SILVA, E. M. et al. Resultados de uma simulação climática utilizando "downscaling" dinâmico sobre o Nordeste do Brasil. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE METEOROLOGIA, 7., Foz de Iguaçu, 2002. *Anais...* Foz do Iguaçu, 2002. p. 3824-3830. 1 CD- ROM.

SOUZA, E. B.; ALVES, J. M. B.; REPELLI, C. A. A variabilidade espacial da precipitação sobre o Estado do Ceará. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE METEOROLOGIA, 9., 1996, Campos do Jordão, SP. *Anais.*.. Campos do Jordão, SP, 1996. p. 196-200.

SPIEGEL, M. R. Estatística. 2. ed. São Paulo: Schaum McGraw-Hill, 1985. 454 p.

SROOSHIAN, S.; WHITAKER, M. P. L.; HOUGUE, T. S. Regional and global hydrology and water resources issues: the role of international and national programs. *Aquatic Sciences*, v. 64, p. 317-327, 2003.

WOOD, A. W. et al. *Hydrologic implications of dynamical and statistical approaches to downscaling climate model outputs*. Disponível em: http://www.hydro.washington.edu/Lettenmaier/Publications/ACPI/Wood_DS_final_073003.pdf>. Acesso em: 12 nov. 2005.

SOBRE OS AUTORES

Emerson Mariano da Silva

Mestre em Meteorologia, formado pela Universidade Federal da Paraíba, *Campus* de Campina Grande, hoje, Universidade Federal de Campina Grande (UFCG). Aluno do Curso de Doutorado de Recursos Hídricos da Universidade Federal do Ceará.

Marco Aurélio Holanda de Castro

Professor Adjunto do Departamento de Engenharia Hidráulica e Ambiental da Universidade Federal do Ceará (DEHA-UFC)

Apêndice

O desempenho de um conjunto de simulações de um modelo, ou de modelos aninhados, em relação a um conjunto de observações, pode ser investigado usando-se estatística descritiva: médias, desvios padrões, erro quadrático médio e correlações espaciais. Seja um conjunto de simulações de um modelo (\mathbf{f}_i) , e um conjunto de observações $(\mathbf{f}_{i,obs})$:

1. A média de cada um dos conjuntos pode ser escrita, respectivamente, como:

$$\mathbf{f}_0 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \mathbf{f}_i \tag{1}$$

$$\mathbf{f}_{0,obs} = \frac{1}{N_{obs}} \sum_{i=1}^{N} \mathbf{f}_{i,obs}$$
(2)

Onde N é o numero total de simulações, e N_{obs} é o numero total de observações.

2. O desvio padrão de cada conjunto:

$$\mathbf{S} = \left\{ \sum_{i=1}^{N} \frac{(\mathbf{f}_i - \mathbf{f}_0)^2}{N} \right\}^{1/2} \tag{3}$$

$$\mathbf{S}_{obs} = \left\{ \sum_{i=1}^{N} \frac{(\mathbf{f}_{i,obs} - \mathbf{f}_{0,obs})^2}{N} \right\}^{1/2}$$

$$\tag{4}$$

3. O Erro quadrático médio da simulação em relação ao observado:

$$E = \left\{ \sum_{i=1}^{N} \frac{\left(\mathbf{f}_{i} - \mathbf{f}_{i,obs} \right)^{2}}{N} \right\}^{1/2}$$
 (5)

4. Determinação do bias (simulado em relação ao observado):

$$B = \mathbf{f}_0 - \mathbf{f}_{0,obs} \tag{6}$$

5. Coeficiente de correlação foi calculado pela formulação clássica (Spiegel, 1985):

$$r = \frac{\sum (\mathbf{f}_i - \mathbf{f}_0)(\mathbf{f}_{i,obs} - \mathbf{f}_{0,obs})}{\sqrt{\sum (\mathbf{f}_i - \mathbf{f}_0)^2 \sum (\mathbf{f}_i - \mathbf{f}_{0,obs})^2}}$$
(7)