Aplicação da Teoria *Fuzzy* em um Modelo Matemático de Transporte de Massa Bidimensional para Estudar Qualidade de Água em Rios Naturais

Vanessa Ueta Gomes
vanessa_ueta@yahoo.com.br
Universidade Federal do Ceará

Raimundo Oliveira de Souza
rsouza@ufc.br
Universidade Federal do Ceará

Resumo

Nesta pesquisa foi desenvolvida uma metodologia, combinando a Teoria *Fuzzy* com os Princípios de Transporte de Massa, em duas dimensões, para estudar o comportamento da qualidade da água em rios naturais. O modelo de qualidade de água é composto da equação da dispersão bidimensional, com uma velocidade dominante na direção do eixo do rio. A aplicação da Teoria *Fuzzy* no modelo de transporte permitiu que funções de pertinências para a concentração fossem determinadas ao longo do rio, em função dos parâmetros hidráulico e de transporte de massa. Assim, com esta metodologia surge uma possibilidade de que um programa de análise de risco pode ser incorporado na metodologia proposta, para determinar o risco de falha de um sistema hídrico qualquer, sujeito a lançamento de efluentes ao longo do seu curso. Os resultados mostraram que a metodologia proposta pode ser uma alternativa concreta para o estudo da análise de risco em engenharia ambiental e, especificamente, em engenharia dos recursos hídricos.

Palavras-chave: Análise de Risco. Modelos de Qualidade de Água. Teoria Fuzzy.

Abstract

In this research a methodology was developed through the combination of the *Fuzzy* Set Theory with the Principle of Mass Transport, in two dimensions, to study the behavior of the water quality in natural rivers. The water quality model is composed by the two-dimensional Dispersion Equation, with a dominant velocity in the longitudinal direction of the river. The application of the *Fuzzy* Theory in the transport model allowed that membership functions for the concentration were calculated along the river, as function of the hydraulic parameters and of mass transport parameters. Thus, with this studying it appears a possibility that a program of risk analysis can be incorporate in the proposed methodology, to determine the risk of failure of any water system, subject to an effluent release along its course. The results showed that the methodology proposed could be an real alternative for the study of the risk analysis in environmental engineering and, specifically, in the water resources engineering.

Keywords: Risk Analisis. Water Quality Modeling. Fuzzy Set Theory.

1 Introdução

Os problemas de qualidade de água e, em consequência, dos recursos hídricos têm se tornado mais latente nos dias presentes. Com o grande desenvolvimento social, principalmente causado pelos avanços tecnológicos, a demanda por água tem se tornado mais abrangente. Atualmente, um importante problema que os gestores de recursos hídricos têm que enfrentar, trata dos lançamentos de efluentes das grandes cidades. Associado a isso, existe presença de cargas difusas provenientes de grandes regiões agrícolas que, por drenagem superficial, acabam poluindo, de forma significativa, os corpos d'água. Com isso, as questões de qualidade de água aparecem como um grande desafio para pesquisadores, engenheiros e gestores que tratam do assunto.

Neste contexto, surge a busca pelo equilíbrio ambiental através de estudos que avaliem o risco de falha de qualquer sistema hídrico. Com esta finalidade, a modelagem matemática tem surgido como uma metodologia promissora, nos estudos de qualidade de água em rios, reservatórios e estuários. Sua capacidade está pautada nos avanços tecnológicos, que têm trazido possibilidades reais de se desenvolver modelos mais complexos, para representar os processos que envolvem a contaminação dos corpos d'água.

Por outro lado, com a intensificação dos problemas ambientais nos recursos hídricos, e com surgimento da necessidade de programas de gestão desses recursos naturais, tem havido a necessidade de um novo tipo de tratamento desta classe de problema. Esta necessidade é causada pela presença das incertezas contidas nas várias etapas presentes na análise destes problemas. Estas etapas vão desde o levantamento dos dados, passando pela formulação do problema e terminando na solução do modelo matemático que descreve cada processo.

Uma metodologia que vem sendo utilizada para quantificar e caracterizar incertezas é baseada na Teoria *Fuzzy*. Essa teoria, desenvolvida nos anos 60, vem se tornando uma ferramenta útil nos modelos de qualidade de água por não depender de um banco de dados tão completo, Vieira (2005).

Este trabalho teve como objetivo desenvolver uma metodologia que permita calcular a Equação Diferencial Advectiva Bidimensional, na sua forma *Fuzzy*, para estudar o comportamento de poluentes em rios naturais. Os resultados obtidos, a partir de algumas simulações, permitiram estabelecer o Cálculo de funções de pertinências para as concentrações de agentes poluentes, como função de parâmetros hidráulicos e hidrológicos do corpo hídrico.

2. Fundamentação

2.1 Teoria de Transporte de Massa

A formulação matemática de Transporte de Massas baseada no Princípio de Conservação de Massa, associada com a Lei de Fick, que permite o desenvolvimento da equação diferencial da difusão advectiva.

- **Princípio de Conservação das Massas**

Este princípio estabelece que o fluxo de massa que passa através da superfície de controle é igual à variação temporal da massa fluida no interior do volume de controle.

- **Lei de Fick**

A Lei de Transporte de Fick estabelece que o fluxo de massa por unidade de área é proporcional ao gradiente de concentração.

Combinando esses dois princípios descritos anteriormente tem- se que:

$$\mu_{\tilde{y}}(x) = \left\{ \begin{array}{l} \sup\left\{ \mu_{\tilde{x}}(x) : y = f(x), x \in X, y \in Y \right\} \\ 0 \quad de\ outra\ \ forma \end{array} \right\} \tag{1}$$

Onde:

u, v, w são as componentes do campo de velocidade do fluido;

Dx, Dy, Dz são conhecidos como coeficientes de difusão turbulenta; e

K é o coeficiente de decaimento da substância.

Esta equação ajustada para ser aplicada em um meio aquático qualquer, de preferência em um rio natural, permite estudar o comportamento de um campo de concentração de substâncias poluentes.

Kachiashvili et al. (2007), apresentaram um trabalho onde o principal objetivo é de simular, através de modelagem matemática e simulação computacional, a difusão e o transporte de substâncias químicas em um rio. Os autores apresentaram um modelo uni, bi e tri-dimensional da equação da difusão advectiva em estado não permanente. O estudo de caso foi verificado para as substâncias de nitrato e fosfato em dois rios no Oeste da Geórgia. Neste caso, todo o processo de calibração foi realizado com dados desses rios. Os autores concluíram que a simulação da geometria do rio, controle de seção e as concentrações das substâncias poluentes do rio coincidem com os dados reais, mostrando, assim, a importância da modelagem matemática no método de avaliação.

2.2 Teoria *Fuzzy*

Ganoullis (1994) estabelece que a Teoria dos Conjuntos *Fuzzy* é um método matemático usado para caracterizar e propagar incertezas e imprecisões em dados e em relações funcionais. Esta teoria é usada, especialmente, quando há insuficiência de dados para caracterizar incertezas a partir de análises estatísticas.

O conceito central desta teoria está baseado em uma função de pertinência a qual representa, numericamente, o grau através do qual um elemento pertence a um conjunto.

A grande diferença existente, por exemplo, entre os conjuntos difusos e os conjuntos binários clássicos se encontra na forma de transição de um elemento para outro. No conjunto binário clássico só existem dois graus de pertinências para um elemento; 1 para o caso do elemento pertencer ao conjunto e 0 para o caso de não pertencer. Isto não acontece para o caso dos conjuntos difusos. Neste caso, um elemento pode ter vários graus de pertinência entre 0 e 1.

Segundo Ganoullis (1994), a forma mais simples de considerar incertezas em um modelo de previsão é realizar um trabalho de análise de intervalo. Por exemplo, um parâmetro incerto em um escoamento, tal como o coeficiente de dispersão, precisa ser definido em um intervalo de valores, considerando que seu valor é incerto. A teoria *fuzzy* se propõe em trabalhar nessa escala de valores, com a vantagem de dizer, através do grau de pertinência, quais os valores do coeficiente de dispersão são mais prováveis. Com isso, é possível desenvolver estudos levando em conta o grau de incerteza de cada parâmetro.

Matematicamente falando, um conjunto difuso Ã pode ser definido como sendo

$$\tilde{A} = \left\{\left(x, \mu_{\tilde{A}}(x)\right) : x \in X; \mu_{\tilde{A}}(x) \in [0,1]\right\} \tag{2}$$

Onde Ã é o conjunto difuso;

x é o elemento do conjunto difuso; e

$\mu_{\tilde{A}}$ é conhecida como função de pertinência.

Operações com Números Difusos

Os números difusos podem ser operados da mesma forma que os números clássicos. Entretanto, suas operações aritméticas podem ser consideradas operações com intervalo de confiança, realizadas para cada nível de pertinência. Assim, serão dois números difusos $\tilde{A}$ e $\tilde{B}$, e sejam A_α e B_α seus intervalos de confiança com nível em α. Em outras palavras,

$$A_\alpha = \left[a_1^\alpha, a_2^\alpha\right] \tag{3}$$

$$B_\alpha = \left[b_1^\alpha, b_2^\alpha\right] \tag{4}$$

A soma de $\tilde{A}$ e $\tilde{B}$ pode ser obtida através da expressão

$$A_\alpha \oplus B_\alpha = \left[a_1^\alpha, a_2^\alpha\right] + \left[b_1^\alpha, b_2^\alpha\right] \tag{5}$$

$$A_\alpha \oplus B_\alpha = \left[a_1^\alpha + b_1^\alpha, a_2^\alpha + b_2^\alpha\right] \tag{6}$$

A subtração $\tilde{A}$ e $\tilde{B}$ pode ser expressa por,

$$A_\alpha (-) B_\alpha = \left[a_1^\alpha - b_2^\alpha, a_2^\alpha - b_1^\alpha\right] \tag{7}$$

A multiplicação entre dois números difusos pode ser definida por

$$A_\alpha \otimes B_\alpha = \left[a_1^\alpha b_1^\alpha, a_2^\alpha b_2^\alpha\right] \tag{8}$$

Finalmente a divisão entre dois números difusos pode ser definida por

$$A_\alpha(\div)B_\alpha = \left[a_1^\alpha / b_2^\alpha, a_2^\alpha / b_1^\alpha\right] \tag{9}$$

Outra propriedade de significativa importância para a aplicação da Teoria Fuzzy nos vários exemplos da ciência é o Princípio de Extensão. Este princípio permite que sejam computadas funções de pertinências de um conjunto difuso que é função de outro conjunto difuso. Por exemplo, como coloca Ganoullis (1994), sejam X e Y dois conjuntos ordinários qualquer. Seja f uma função de X em Y. Em linguagem matemática,

$$f : x \rightarrow y \ \forall x \in X, y = f(x)\ y \in Y \tag{10}$$

Neste caso a função f é determinística e pode ser estendida para uma situação de conjunto difuso. Assim, seja $\widetilde{X}$ um conjunto difuso em X com função de pertinência $\mu_{\widetilde{A}}(x)$. A imagem de $\widetilde{X}$ em Y é um conjunto difuso $\widetilde{Y}$, com função de pertinência dada através do Princípio de Extensão, representada matematicamente através de,

$$\mu_{\widetilde{y}}(x) = \begin{cases} \sup\left\{\mu_{\widetilde{x}}(x) : y = f(x), x \in X, y \in Y\right\} \\ 0 \quad de\ outra\ \ forma \end{cases} \tag{11}$$

Este princípio é de fundamental importância nos estudos de qualidade de água, quando se usa a formulação *fuzzy*. Por exemplo, é através da aplicação deste principio que o campo de concentração, na forma de funções de pertinência, pode ser determinado.

Borri et al. (1998) apresentaram uma modelagem de sistemas ambientais usando a teoria *fuzzy*. Os mesmos aplicaram essa teoria para tentar resolver problemas de subjetividades na determinação dos parâmetros ambientais envolvidos. O trabalho descreve uma metodologia *fuzzy* aplicada diretamente para uma avaliação ambiental tentando relacionar, de forma clara, as expressões linguísticas e as variáveis do sistema ambiental.

Icaga (2007) usou a metodologia *fuzzy* para classificar a qualidade da água. Neste estudo, o modelo de índice para avaliação da qualidade de água de superfície é utilizado com base na lógica *fuzzy*. No método, classificações tradicionais de qualidade de água são transformadas em formas contínuas e, então, os valores das concentrações dos diferentes parâmetros são somados usando a regra *fuzzy*. Após essa soma a mesma é "desfuzzificada" para desenvolver os valores dos índices. Essa metodologia foi aplicada no Lago Eber, na Turquia, e os resultados mostraram a eficácia desses novos índices.

3 Metodologia

Como o presente trabalho trata de transporte de poluentes em um rio natural, e suas consequências do ponto de vista ambiental, é necessário inicialmente formular um modelo matemático de qualidade de água, em sua forma clássica, com base nos princípios de transporte de massa.

Tomando como base a equação (1) e aplicando-a a um rio natural tem-se,

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u\frac{\partial C}{\partial x} + v\frac{\partial C}{\partial y} + w\frac{\partial C}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x}(D_x\frac{\partial C}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(D_y\frac{\partial C}{\partial y}) + \frac{\partial C}{\partial z}(D_z\frac{\partial C}{\partial z}) - kC \tag{12}$$

Onde:

C é a concentração do poluente $[M/L^3]$;

U é média na seção da componente do campo de velocidade do fluido [L/T];

Dx, Dy, Dz são os coeficientes de Dispersão $[L^2/T]$;

k é o coeficiente de decaimento $[T^{-1}]$;

x, y, z são as coordenadas do sistema cartesiano [L];

t é o tempo [T]; e

S é a fonte ou sumidouro.

As condições de contorno do modelo são

$$C(x_0, y_0, z_0, t) = C_0 \tag{13}$$

$$C(L, H, Z, t) = C_1 \tag{14}$$

Onde:

x_0, y_0, z_0 são as coordenadas do ponto de lançamento;

L, H, Z são, respectivamente, as distâncias longitudinais, profundidade média e largura transversal do rio.

As condições iniciais podem ser definidas como sendo

$$C(x, y, z) = C_i \tag{15}$$

Para inserir as incertezas no estudo há a necessidade de se transformar o modelo matemático de qualidade de água proposto, em um novo modelo matemático com características *fuzzy*. Isto é conseguido através da transformação, por exemplo, dos parâmetros do modelo, em funções de pertinências bem definidas.

Com isso o modelo anterior pode ser reescrito na forma

$$\frac{\partial \widetilde{\mathrm{C}}}{\partial \mathrm{t}} + \widetilde{U}\frac{\partial \widetilde{\mathrm{C}}}{\partial \mathrm{x}} = \frac{\partial}{\partial \mathrm{x}}(\widetilde{D}_x \frac{\partial \widetilde{\mathrm{C}}}{\partial \mathrm{x}}) + \frac{\partial}{\partial \mathrm{y}}(\widetilde{D}_y \frac{\partial \widetilde{\mathrm{C}}}{\partial \mathrm{y}}) - \widetilde{k}\widetilde{C} \pm \widetilde{S}(x, y, z, t) \tag{16}$$

Onde:

$\widetilde{U}$ é a função de pertinência para a componente da velocidade na direção x;

$\widetilde{D}_x, \widetilde{D}_y, \widetilde{D}_z$ são as funções de pertinência para os coeficientes de dispersão;

$\widetilde{k}$ é a função de pertinência para o coeficiente de decaimento;

$\widetilde{S}$ é uma função de pertinência para a fonte com o sumidouro;

$\widetilde{C}$ é a função de pertinência para a concentração do poluente.

Neste caso, usando o Princípio da Extensão, é possível calcular o campo de concentração para cada ponto do rio, e em um tempo qualquer t., para tal basta que sejam definidos níveis de pertinência α para cada parâmetro na forma;

$$\widetilde{u} = \left[u_L^\alpha ; u_R^\alpha\right] \tag{17}$$

$$\widetilde{v} = \left[v_L^\alpha ; v_R^\alpha\right] \tag{18}$$

$$\widetilde{w} = \left[w_L^\alpha ; w_R^\alpha\right] \tag{19}$$

$$\widetilde{k} = \left[k_L^\alpha ; k_R^\alpha\right] \tag{20}$$

$$\widetilde{D}_x = \left[D_{xL}^{\ \alpha} ; D_{xR}^{\ \alpha}\right] \tag{21}$$

$$\widetilde{D}_y = \left[D_{yL}^{\ \alpha} ; D_{yR}^{\ \alpha}\right] \tag{22}$$

$$\widetilde{D}_z = \left[D_{zL}^{\ \alpha} ; D_{zR}^{\ \alpha}\right] \tag{23}$$

$$\widetilde{S} = \left[S_L^\alpha ; S_R^\alpha\right] \tag{24}$$

A aplicação desses parâmetros na equação (12) produzirá uma concentração $\widetilde{C} = \left[C_L^\alpha ; C_R^\alpha\right]$ que é a concentração resultante no rio, após um determinado tempo do lançamento. É importante lembrar que esta concentração representa a resposta do rio ao lançamento de um efluente qualquer. Esta concentração, na forma de função de pertinência, foi usada como parâmetro de entrada na formulação futura para o cálculo do risco *fuzzy*.

Para resolver o modelo de transporte *fuzzy*, proposto neste trabalho, foi usado o Método das Diferenças Finitas, segundo Chagas (2005), e sua formulação podem ser resumidas como segue.

Tomando a equação (16), em uma dimensão, e aplicando o método das diferenças finitas com o algoritmo de Crank-Nicholson, a equação acima mencionada pode ser escrita na forma matricial abaixo.

$$\widetilde{A}(\alpha)\widetilde{C}_{i-1}^{j+1}(\alpha)+\widetilde{B}(\alpha)\widetilde{C}_{i}^{j+1}(\alpha)+\widetilde{D}(\alpha)\widetilde{C}_{i+1}^{j+1}(\alpha)=\widetilde{F}_{i}^{j}(\alpha) \tag{25}$$

Onde A, B, D são os coeficientes da matriz [M];

$\widetilde{F}_i^j$ é o vetor com todas as informações conhecidas; e

$\widetilde{C}(\alpha)$ é o vetor solução das funções de pertinências do modelo para cada ponto do domínio e para cada tempo considerado.

(26)

Assim, tem-se,

$$\left[\widetilde{\varphi}(\alpha)\right]\left[\widetilde{C}(\alpha)\right]=\left[\widetilde{F}(\alpha)\right]$$

Onde: α é o nível de pertinência considerado.

A solução desta equação matricial fornece os valores das concentrações em forma de funções de pertinências.

4 Resultados

Nesta seção serão apresentados os resultados obtidos a partir de um conjunto de simulações realizadas em um rio natural qualquer para o modelo matemático na sua forma *fuzzy*. Neste caso os parâmetros *fuzzificado*s foram: o coeficiente de dispersão longitudinal Dx, o coeficiente de dispersão transversal D_y e a profundidade h.

Os resultados mostram a concentração em forma de função de pertinência para cada ponto do rio e para cada intervalo de tempo. Em uma primeira simulação foram considerados, em forma de função de pertinência simultânea,

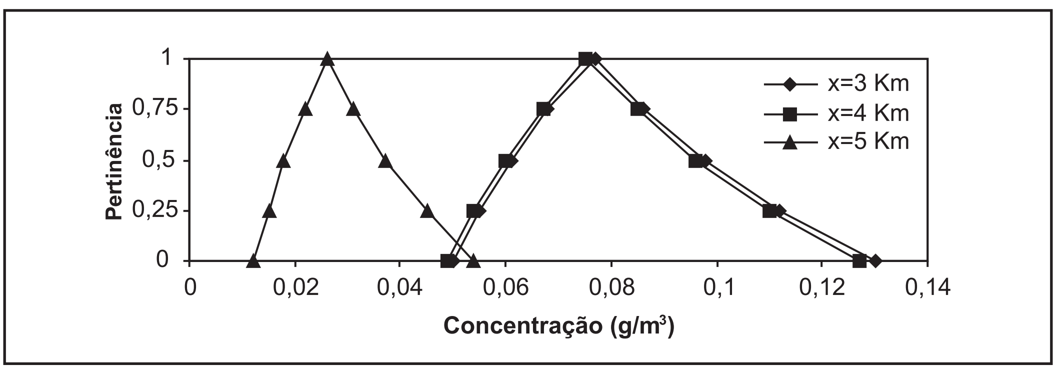

Figura 1: Funções de Pertinência nas seções a 3, 4 e 5 km para um tempo de 40 minutos.

os três parâmetros mencionados. Neste caso, foi considerado um rio de dimensões comuns para a região Nordeste, com uma velocidade média de 0,2 m/s. Considerou-se também um o lançamento instantâneo de 500 kg, de uma substância conservativa, situado a uma distância de 3 km da origem. Para esses dados, os seguintes resultados foram obtidos.

A Figura 1 mostra as funções de pertinência para uma linha no meio do rio, onde o y = 0; para as seções de 3 km, 4 km e 5 km; e para um tempo de 40 minutos de observação após o lançamento. Como pode ser observado, nos pontos correspondentes a 3 km e 4 km, as funções de pertinência são muito próximas, com a concentração de maior grau de pertinência nas proximidades de 0,08 g/m³. Por outro lado, na seção de 5 km, a função de pertinência encontrada difere consideravelmente das anteriores, tendo o seu maior grau de pertinência em torno de 0,03 g/m³. Esta diferença é causada pelo fato de que em 40 minutos a nuvem poluente ainda não alcançou a seção de 5 km em sua plenitude. Com isso as concentrações nessa seção continuam bastante baixas.

Uma observação importante diz repeito ao suporte dos números *fuzzy* para essa simulação. Observando as funções, percebe-se que a influência dos parâmetros *fuzzy* causa mais sensibilidade ao modelo nas seções de 3 km e 4 km onde o intervalo dos números *fuzzy* é maior, onde seus valores atingem o intervalo [0,05; 0,13]. Enquanto que na seção de 5 km esse intervalo é bem menor [0,011; 0,055]. É importante notar que nos extremos desses intervalos o grau de pertinência é zero, o que mostra que as possibilidades de sua presença no rio são remotas

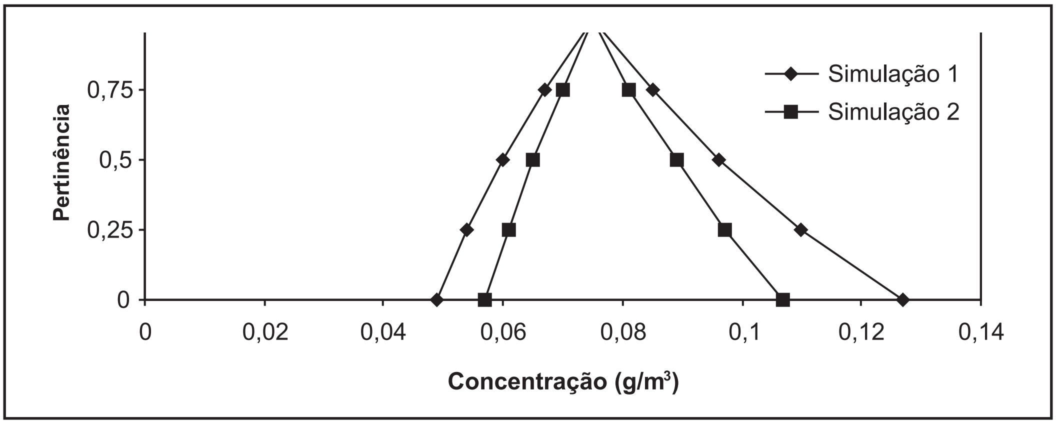

Figura 2: Comparação entre as Funções de Pertinência da Concentração para as simulações 1 e 2.

Em outra simulação procurou-se eliminar o caráter *fuzzy* do coeficiente de dispersão longitudinal, mantendo o valor constante de 200 m^2/s. Os resultados mostram que suporte da função de pertinência diminuiu para um intervalo de [0,059;0,011]. Este resultado permite concluir que o coeficiente de dispersão longitudinal é sensível na solução do modelo *fuzzy*, principalmente no que diz respeito a esses suportes das funções de pertinência, de grande importância para o cálculo do risco. Este resultado pode ser verificado na Figura 2.

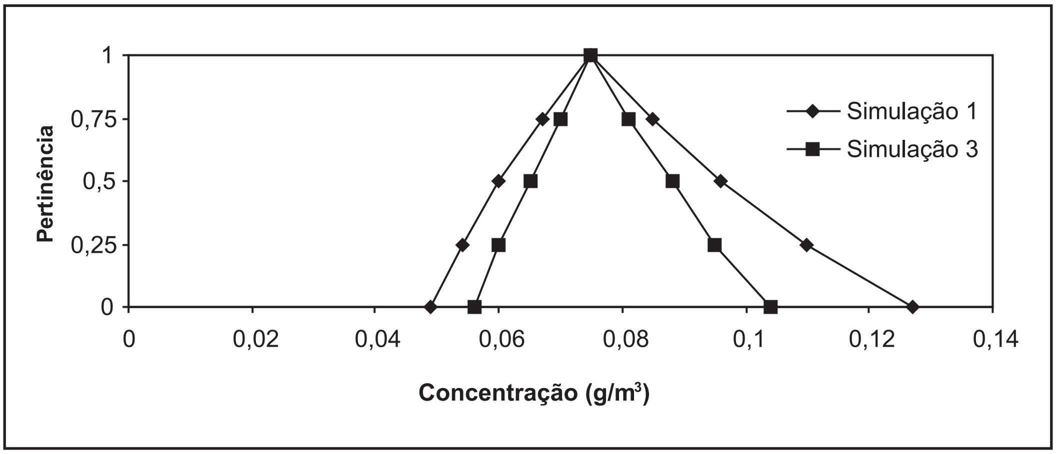

Figura 3: Comparação entre as Funções de Pertinência da Concentração para as simulações 1 e 3.

A Figura 3 mostra uma simulação onde o coeficiente de dispersão transversal foi considerado constante. Neste caso, a profundidade foi considerada constante. De acordo com os resultados pode-se verificar que as funções de pertinência tiveram seus suportes reduzidos, como no caso anterior. Este resultado mostra que o modelo também é sensível ao coeficiente de dispersão transversal.

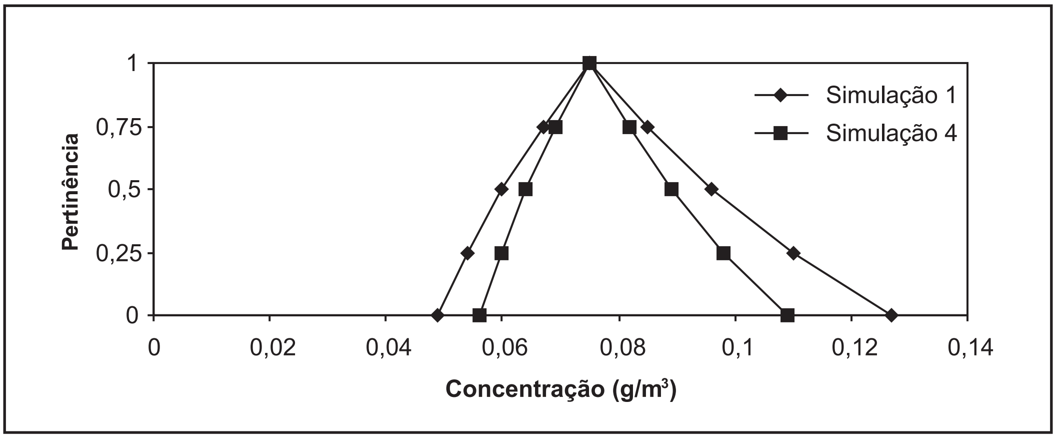

Figura 4: Comparação entre as Funções de Pertinência da Concentração para as simulações 1 e 4.

Numa quarta simulação foram *fuzzificado*s apenas o coeficiente de dispersão longitudinal e o coeficiente de dispersão transversal. Neste caso a altura foi considerada constante. A Figura 4 mostra esse resultado onde se verifica que o suporte da função de pertinência para esse experimento é menor do que o primeiro experimento, onde foram considerados os três parâmetros *fuzzy*, mas é maior que os dois últimos experimentos. Este resultado mostra que a profundidade é menos sensível do que os coeficientes de dispersão longitudinal e transversal.

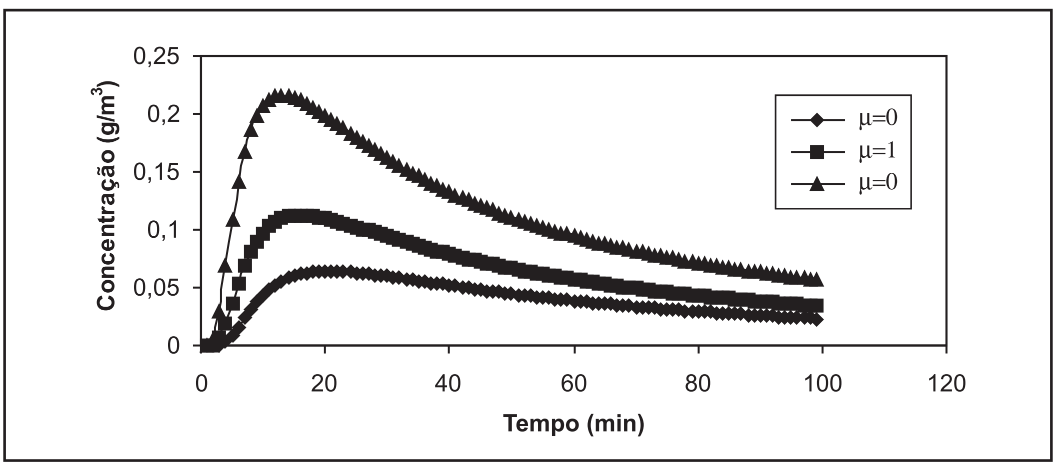

Figura 5: Funções de Pertinência na seção de 4 km da origem em função do tempo.

A Figura acima mostra as concentrações com zero grau de pertinência inferior e superior e com o máximo grau de pertinência em uma seção a 4 km da origem em função do tempo. Através da figura é possível verificar a variabilidade dessas funções de pertinência para o experimento simulado. Uma análise mais profunda permite verificar que os suportes das funções de pertinência mudam em função do tempo de acordo com a presença da massa poluente, atingindo um máximo, para este experimento, nas proximidades de 15 minutos, caindo em seguida para valores muito pequenos com o tempo. Este resultado mostra a riqueza de possibilidades que poderão ser analisadas quando se aplica a Teoria *Fuzzy* nas equações diferenciais de transporte de massa.

O modelo foi aplicado, como exemplo, em um rio hipotético, com os seguintes dados: para o coeficiente de dispersão longitudinal foi considerado o valor de 356 m^2/s com um desvio de 20%, onde este valor central corresponde o elemento com maior grau de pertinência. Para o coeficiente de dispersão transversal foi considerado o valor com maior grau de pertinência 10,17m^2/s. A profundidade foi considerada 1,6 m para o maior grau de pertinência. Assim, os parâmetros *fuzzy* foram Dx = [285;356;427], Dy =[8,1;10,17;12,2] e h = [1;1,6;2].

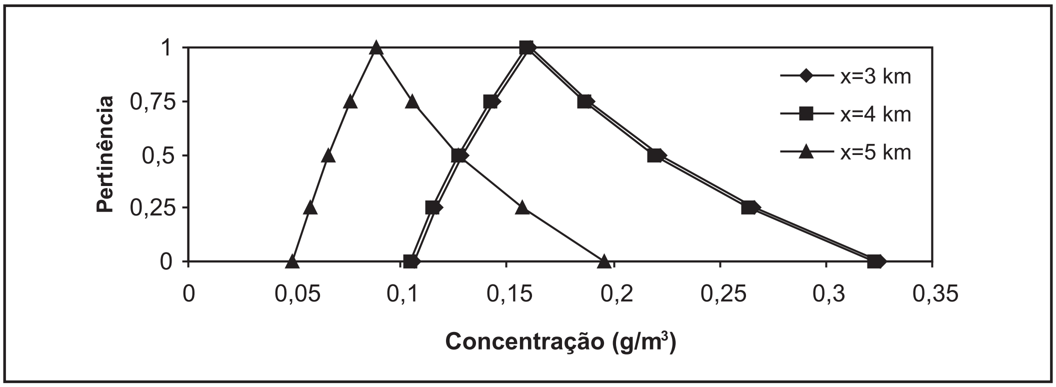

Figura 6: Funções de Pertinência nas seções a 3, 4 e 5 km para um rio hipotético para um tempo de 40 minutos.

A Figura 6 mostra as funções de pertinência para um tempo de 40 minutos nas seções 3 km, 4 km e 5 km. Os resultados mostram que nas seções 3 e 4 km as funções de pertinência são equivalentes onde a concentração com maior grau de pertinência para este tempo esta muito próxima de 0,16 g/m^3. Entretanto para a seção de 5 km a concentração com maior grau de pertinência é próximo de 0,1 g/m^3. Este resultado é explicado pelo fato de que em 40 minutos a massa poluente ainda não chegou à seção a 5 km da origem, fazendo que sua concentração seja muito baixa comparada às seções a 3 e 4 km. Por outro lado, os resultados mostram um aumento no intervalo dos números *fuzzy* para este experimento, fato este que certamente influenciaria numa análise de risco de colapso ambiental do rio. Isto quer dizer que para cada grau de pertinência os números *fuzzy* têm um intervalo maior.

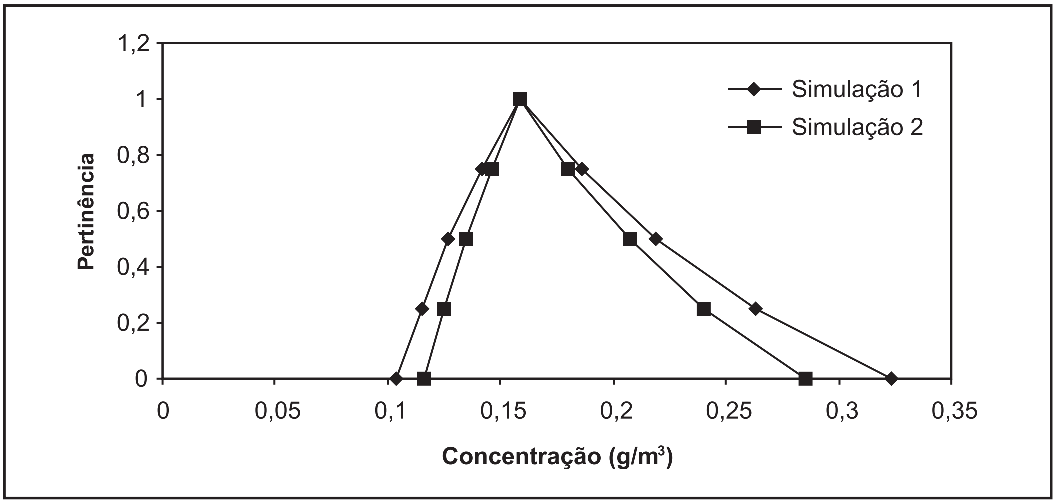

Figura 7: Comparação entre as Funções de Pertinência da Concentração no rio hipotético para as simulações 1 e 2.

Em seguida foi feita uma nova simulação mantendo constante o coeficiente de dispersão longitudinal, deixando *fuzzificado* os outros dois parâmetros. Os resultados, representados na Figura 7, mostram que para o rio que está sendo considerado, a "desfuzzificação" do coeficiente de dispersão longitudinal não é tão significativa, tendo em vista que para esse experimento os limites do intervalo da função de pertinência em seu suporte não é tão diferente do experimento anterior.

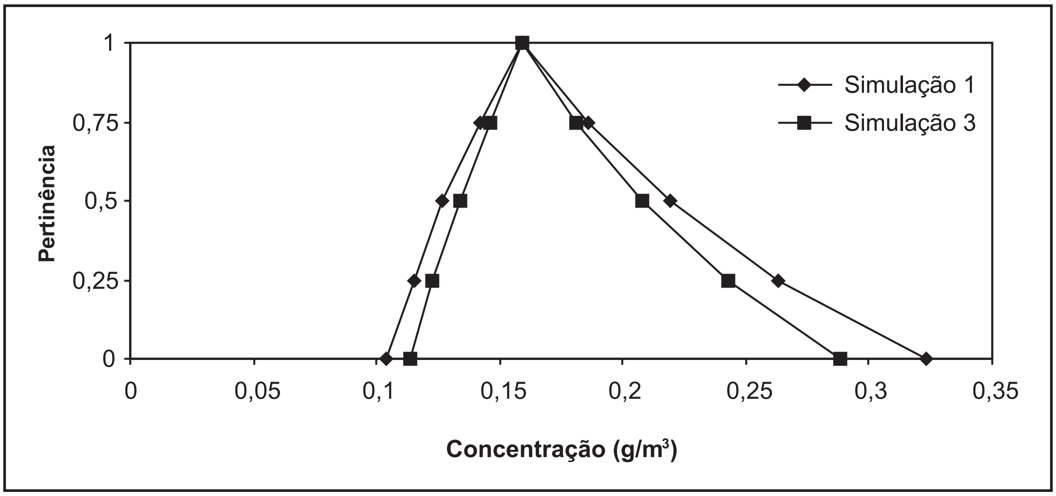

Figura 8: Comparação entre as Funções de Pertinência da Concentração no rio hipotético para as simulações 1 e 3.

A mesma situação se verifica nas Figuras 8 e 9 quando apenas os parâmetros de dispersão longitudinal e a profundidade são *fuzzificado*s. Este resultado mostra que os parâmetros de um rio podem alterar de forma mais intensa ou menos intensa o comportamento das funções de pertinência da concentração, o que certamente irá alterar o funcional do risco quando este é calculado com base nessas funções de pertinência. Por outro lado a "desfuzzificação" da profundidade apresentou um resultado bem diferente dos anteriores. Neste caso o suporte da função de pertinência reduziu-se consideravelmente. Seus valores estão dentro do intervalo [0,125;0,2] mostrando, assim, que para este rio considerado, a profundidade tomada como um numero *fuzzy* exerce um efeito mais significativo do que quando ela é tomada como um número constante.

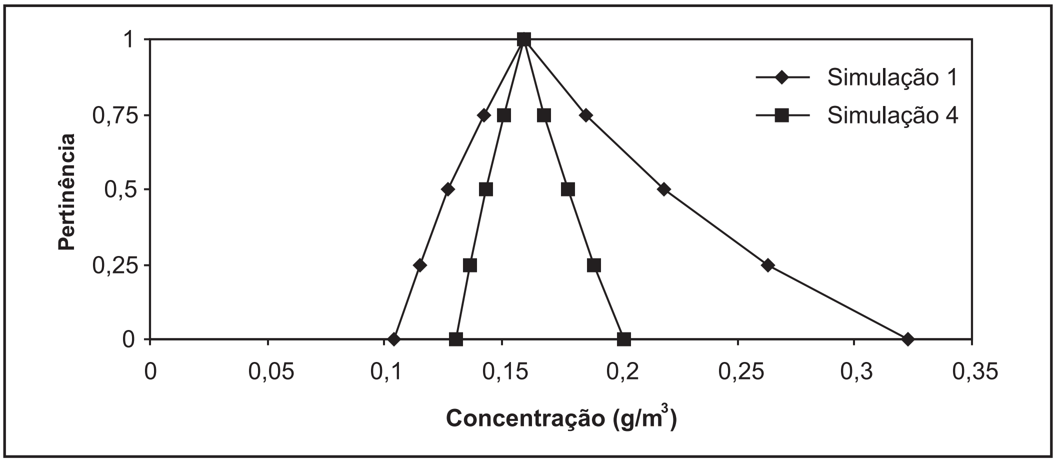

Figura 9: Comparação entre as Funções de Pertinência da Concentração no rio hipotético para as simulações 1 e 4.

A Figura 10 mostra o comportamento das funções de pertinência em função do tempo para uma seção de 4 km da origem. Os resultados mostram que o suporte das funções de pertinência atinge o máximo em 10 minutos onde o intervalo varia de [0,2;08] com um valor de maior grau de pertinência em torno de 0,38 g/m^3. Em seguida, esses valores caem sistematicamente, à medida que aumenta o tempo de observação.

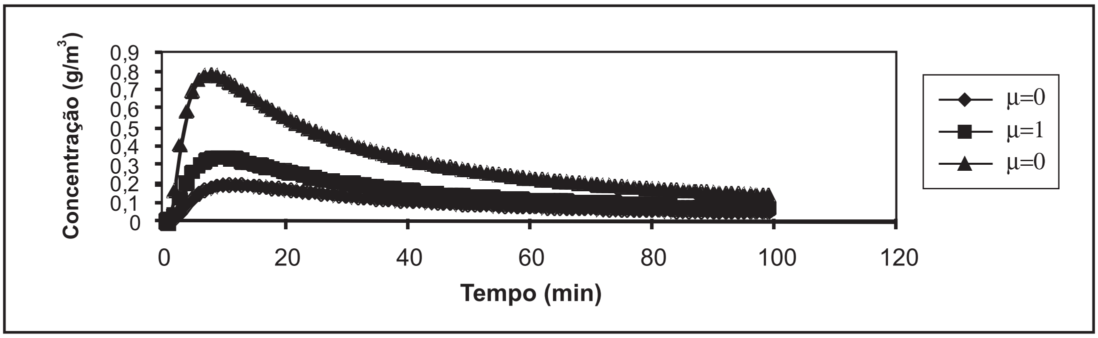

Figura 10: Funções de Pertinência para a Concentração no rio hipotético, na seção de 4 km da origem em função do tempo.

5 Conclusões

Após algumas simulações realizadas, com a ajuda de um programa computacional desenvolvido para esta pesquisa, e uma análise dos resultados obtidos, algumas conclusões puderam ser tiradas. Do ponto de vista da própria metodologia proposta, os resultados mostraram que a aplicação da teoria *fuzzy* na equação da dispersão se configura como uma alternativa para o estudo da qualidade de água, levando em conta os aspectos de incertezas. Ou seja, considerando que o risco é uma quantificação das incertezas, pode-se dizer que o uso desta formulação pode se transformar em uma metodologia viável no cálculo e na avaliação do risco de contaminação de um sistema hídrico qualquer sujeito a lançamentos de efluentes.

Com relação à solução do modelo e, em consequência, a determinação do campo de concentração, ao longo do rio, os resultados mostram que as funções de pertinências desta variável de controle podem ser avaliadas, com base nos principais parâmetros hidráulicos do rio. Isto mostra a versatilidade da formulação no processo de análise do comportamento do campo de concentração, como função do tempo e do espaço. Por exemplo, os resultados mostraram que as funções de pertinência são sensíveis aos coeficientes de dispersão longitudinal e transversal. Este fato é determinante na análise do comportamento do risco, em um sistema hídrico qualquer.

Evidentemente que este campo de estudo está em sua fase embrionária, mas os resultados mostraram que o uso da Teoria *Fuzzy*, como ferramenta auxiliar nas equações de transporte, pode ser uma alternativa com potencial concreto para o estudo de análise de risco em sistemas dinâmicos, como é o caso de rios naturais

Referências

BORRI, D.; CONCILIO, G.; CONTE, E. A fuzzy approach for modelling knowledge in environmental systems evaluation. *Comput. Environ. and Urban Systems*, New York, n. 23, p. 299-313, 1998.

CHAGAS, P. F. *Perspectivas da aplicação da teoria Fuzzy para cálculo de risco em sistemas hidrodinâmicos*. 2005. 190 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Departamento de Engenharia Hidráulica e Ambiental, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2005.

GANOULIS, J. G. *Engineering risk analysis of water pollution*: probabilities and fuzzy sets. New York: VCH, 1994.

ICAGA, Y. Fuzzy evaluation of water quality classification. *Ecological Indicators*, n. 7, p. 710-718, 2007.

KACHIASHVILI, K. et al. Modeling and simulation of pollutants transport in rivers. *Applied Mathematical Modelling*, n. 31, p. 1371-1396, 2007.

VIEIRA, V. P. P. B. *Análise de risco aplicada a recursos hídricos*: fundamentos, e aplicações. Porto Alegre: ABRH, 2005.