



1º ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA-PROJETO-PRODUÇÃO
EM CONCRETO PRÉ-MOLDADO

São Carlos, 03 - 04 de novembro de 2005

Lajes Treliçadas Protendidas (Pré-Tração)

Prestressed Filigree

ALBUQUERQUE, A. T. de ⁽¹⁾; MOTA, J.E. ⁽²⁾; CARACAS, J. ⁽³⁾ e NOBRE, E. G. ⁽⁴⁾

(1) *Doutorando, Escola de Engenharia de São Carlos (EESC - USP)*
email: agosto@hepta.eng.br

(2) *Professor Assistente, Universidade Federal do Ceará (UFC)*
email:Joaquim@sc.usp.br

(3) *Engenheiro Civil, Impacto Protensão*
email: impactoprotende@secrel.com.br

(4) *Graduando de Engenharia Civil, Universidade Federal do Ceará (UFC)*
email: ednardonobre@yahoo.com.br

Rua Bento Albuquerque 1600, ap 802, cep 60190080

Resumo

As vigotas pré-moldadas protendidas apresentam uma série de vantagens sobre as vigotas convencionais e por isso cada vez mais ganham espaço no mercado consumidor. Baseado nesta realidade buscou-se desenvolver a laje treliçada protendida (pré-tração) que é mais simples de se fabricar por dispensar o uso de extrusora e ainda permite o acréscimo de armadura passiva no seu processo de fabricação. Apresenta-se então o processo construtivo e vários exemplos comparativos.

Palavras-Chave: Lajes treliçadas, Pré-tração

1 Introdução

As vigotas pré-moldadas protendidas apresentam uma série de vantagens sobre as vigotas convencionais e por isso cada vez mais ganham espaço no mercado consumidor. Baseado nesta realidade buscou-se desenvolver a laje treliçada protendida (pré-tração) que é mais simples de se fabricar por dispensar o uso de extrusora e ainda permite o acréscimo de armadura passiva no seu processo de fabricação. Apresenta-se então o processo de fabricação e vários exemplos comparativos.

2 Processo de Fabricação de Lajes Treliçadas Protendidas

Inicialmente é feito o tensionamento dos fios em uma pista, em seguida colocam-se as treliças para se fazer a concretagem. O sistema dispensa o uso de moldadoras, utilizadas nas vigotas protendidas convencionais, que representam um custo elevado de manutenção, operação e de valor de aquisição. O sistema proposto consiste apenas de uma concretagem de uma forma, com operação bastante rápida e simples, com baixo custo e fácil adaptação aos diversos tamanhos de vãos. Em função disso pode-se ter pistas bem menores com aproximadamente 40 m de comprimento, o que não é viável para pistas de protensão com moldadoras que se exige no mínimo 100 m, em média. Após o concreto atingir resistência especificada os fios são liberados e se dá a protensão.

3 Exemplo de Cálculo de uma Laje Treliçada Protendida (Pré-Tração)

3.1 Dados da sapata

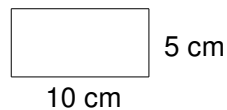


Fig. 1 – Base da Treliça.

$$A_{sap} = 0,005m^2$$

$$I_{sap} = 1,042 \cdot 10^{-6} m^4$$

$$y_{cg} = 0,025m$$

$$w_1 = -w_2 = 4,167 \cdot 10^{-5} m^3$$

$$f_{ck} = 30MPa$$

Comentário ¹: Utiliza-se um concreto com um melhor f_{ck} para resistir ao ato da protensão e como será produzido e lançado em fábrica haverá um maior controle de qualidade.

Comentário ²: Adotou-se uma seção de 5 cm de altura para garantir um cobrimento maior (figura 1).

3.2 Dados dos fios de protensão

$$A_{\phi} = 28 \cdot 10^{-6} m^2$$

$$f_{ptk} = 1750 MPa$$

$$f_{pyk} = 1580 MPa$$

CP175RB

Comentário: Adotou-se dois fios de 6 mm, para garantir um bom envolvimento dos fios pelo concreto (figura 2).

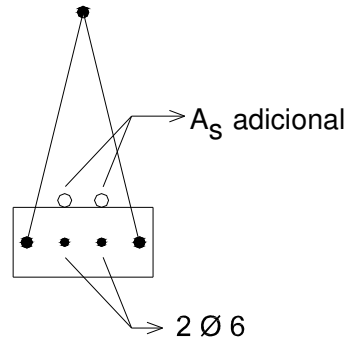


Fig. 2 – Seção da treliça.

3.3 Protensão inicial

$$\sigma_{pi} \leq \begin{cases} 0,77 f_{ptk} \\ 0,85 f_{pyk} \end{cases} \Rightarrow \sigma_{pi} = 1343 MPa$$

$$P_i = -2 \cdot A_{\phi} \cdot 1343 = 0,0752 MN$$

$$P_a = 0,97 \cdot P_i = 0,073 MN$$

Comentário ¹: A força P_i é a força inicial de protensão e a força P_a é a força imediatamente anterior à transferência da protensão às peças pré-moldadas. Admitiu-se aproximadamente que as perdas iniciais representam 3 % da força aplicada.

3.4 Verificação do concreto no ato da protensão

$$\sigma_{cp} = \frac{P_a}{A_{sap}} = -14,6 MPa$$

$$\sigma_{limite} = 0,7 f_{ckj} = 0,7 \cdot 0,7 \cdot f_{ck} = 14,7 MPa \Rightarrow \sigma_{cp} < \sigma_{limite}$$

Comentário ¹: Admite-se que no ato da aplicação da força de protensão a sapata de concreto já atingiu uma resistência de 70% do f_{ck} .

3.5 Dados da seção completa

Utilizou-se como material inerte uma forma plástica removível (figura 3) de 21 cm de altura, com distância entre eixos de 70 cm e mesa com altura de 5 cm, com essas características obteve-se, por nervura, as seguintes características geométricas:

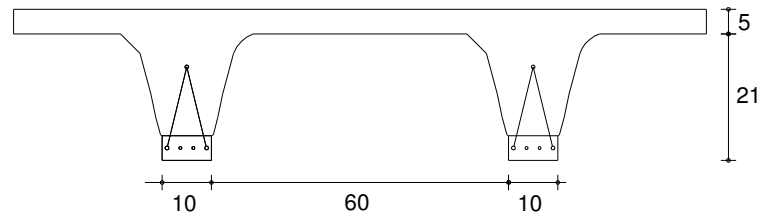


Fig. 3 – Seção da laje.

$$A = 0,0602m^2$$

$$y_{cg} = 0,1827m$$

$$I = 3,14 \cdot 10^{-4} m^4$$

$$w_1 = 0,0017m^3$$

$$w_2 = -0,0041m^3$$

Comentário ¹: Admitiu-se como índice 1 a zona inferior à linha neutra e como índice 2 a superior à linha neutra.

Comentário ²: A nervura tem uma base inferior de 10 cm e uma base superior de 14 cm e o caixote possui uma distância livre de 60 cm e 56 cm na parte inferior e superior respectivamente.

Comentário ³: Embora a seção apresentada na figura 3 tenha uma entre-eixo de 70 cm, a NBR 6118 (2003) permite a verificação do cisalhamento como laje, já que a espessura da nervura média é de 12 cm.

3.6 Solicitações e tensões no meio do vão

Seguem o vão e os carregamentos adotados, por nervura:

$$l = 7,0m$$

$$g_1 = pp_{sap} = 0,125kN/m$$

$$g_2 = pp_{cml} = 1,38kN/m$$

$$g_3 = 1,5kN/m^2 = 1,05kN/m$$

$$q = 4kN/m^2 = 2,8kN/m$$

$$\Sigma(g + q) = 5,33kN/m$$

$$M_d = 1,4 \frac{\Sigma(g + q) \cdot l^2}{8} = 1,4 \left(\frac{5,33 \cdot 7^2}{8} \right) = 0,0459MN.m$$

Comentário: A parcela permanente é dividida em peso próprio da sapata, do concreto moldado in loco e da pavimentação e revestimento. Adotou-se uma sobre-carga de 4 kN/m².

3.7 Estado Limite Último (Flexão)

3.7.1 Excentricidade dos fios

Considerou-se a seção plena, sapata pré-moldada integrada ao concreto in loco, logo a excentricidade dos fios de protensão passou a ser:

$$e_p = 0,1827 - 0,025 = 0,1577m$$

Este valor corresponde à distância do centro de gravidade da seção completa aos fios de protensão.

3.7.2 Cálculo do pré-alongamento

Admitiu-se uma perda total de 30 %

$$P_\infty = 0,7P_i = 0,0526MN$$

$$\sigma_{cp} = \frac{P_\infty \cdot e_p^2}{I} + \frac{P_\infty}{A} = 5,039MPa$$

$$P_{nd} = 0,9(P_\infty + \alpha_p \cdot A_p \cdot \sigma_{cp}) = 0,0494MN$$

$$\varepsilon_{pnd} = \frac{P_{nd}}{A_p \cdot E_p} = \frac{0,0494}{2(28 \cdot 10^{-6}) \cdot 195000} = 0,0045$$

3.7.3 Equações de equilíbrio

Adota-se um valor para β_x e verifica-se o equilíbrio de força e momento:

$$x = 0,028 \Rightarrow \beta_x = \frac{x}{d} = \frac{0,028}{0,235} = 0,1191 < 0,259 \Rightarrow \varepsilon_c = 0,01 \frac{0,028}{0,235 - 0,028} = 0,0014$$

$$\varepsilon_s = \varepsilon_c \frac{(1 - \beta_x)}{\beta_x} = 0,0104 \Rightarrow \Delta\varepsilon_p = \varepsilon_s$$

Comentário ¹: Encontram-se na mesma posição a armadura de protensão e a armadura do banzo inferior da treliça, ou seja, possuem o mesmo alongamento ($\Delta\varepsilon_p = \varepsilon_s$).

$$\varepsilon_s^{armadura_adicional} = \varepsilon_c \frac{0,205 - 0,028}{0,028} = 0,0089$$

Comentário ²: A armadura adicional fica acima da sapata de concreto, logo tem um alongamento diferenciado que é calculado em função de sua altura.

$$\varepsilon_p = \varepsilon_{pnd} + \Delta\varepsilon_p = 0,0149$$

Comentário ³: O alongamento dos fios de protensão deve ser composto pelo pré-alongamento e o alongamento da flexão.

Calculam-se então as tensões nos fios e armaduras passivas:

$$\sigma_{sd}(\text{treliça}) = 210000 \cdot 0,0104 = 2037 \text{MPa}$$

$$\sigma_{sd}(\text{adicional}) = 210000 \cdot 0,0089 = 1743 \text{MPa}$$

$$\sigma_{sd} \leq f_{yd} = \frac{500}{1,15} = 435 \text{MPa}$$

$$\sigma_{pd} = E_p \cdot \varepsilon_p = 2769 \text{MPa} \leq f_{pyd} = 0,9 \left(\frac{1750}{1,15} \right) = 1369 \text{MPa}$$

Para o cálculo do equilíbrio de forças tem-se, considerando que o concreto moldado *in loco* tenha resistência de 25 MPa:

$$R_{cd} = 0,85 \frac{25}{1,4} 0,7 \cdot 0,8 \cdot 0,028 = 0,238 \text{MN}$$

$$R_{pd} = 1369 (2 \cdot 28 \cdot 10^{-6}) = 0,0767 \text{MN}$$

$$R_{sd}(\text{treliça}) = 435 (0,48 \cdot 10^{-4}) = 0,0209 \text{MN}$$

$$R_{sd}(\text{adicional}) = A_s \cdot 435$$

$$R_{cd} = R_{sd}(\text{treliça}) + R_{pd} + R_{sd}(\text{adicional})$$

$$A_s = 3,23 \cdot 10^{-4} \text{m}^2$$

Com isso tem-se a armadura adicional e para completar a verificação faz-se a verificação de equilíbrio dos momentos:

$$M_{rd} = R_{cd} \left(\frac{h}{2} - 0,4x \right) + 435 A_{s(\text{treliça})} \left(d - \frac{h}{2} \right) + R_{pd} \left(d_p - \frac{h}{2} \right) + 435 A_{s(\text{adicional})} \left(d' - \frac{h}{2} \right)$$

$$M_{rd} = 0,0491 \text{MN.m} > M_d \Rightarrow \text{Ok!}$$

3.8 Verificação da concretagem

Durante a fase de concretagem tem-se uma seção mista de aço e concreto. Para efeito de cálculo das características geométricas considerou-se o banzo superior da treliça como uma área de concreto em função da relação entre os módulos de elasticidade:

$$y_{cg} = \frac{M_e}{A} = 0,0358 \text{m}$$

$$I = 1,038 \cdot 10^{-5} \text{m}^4$$

$$w_1 = 2,89 \cdot 10^{-4} \text{m}^3$$

$$w_2 = -6,32 \cdot 10^{-5} \text{m}^3$$

Como o vão tem $\ell=7,0\text{m}$ será considerado uma escora central ($\ell=3,5\text{m}$), de forma que funcionará com uma viga contínua (figura 4), que segundo VASCONCELOS (1984) verifica-se para:

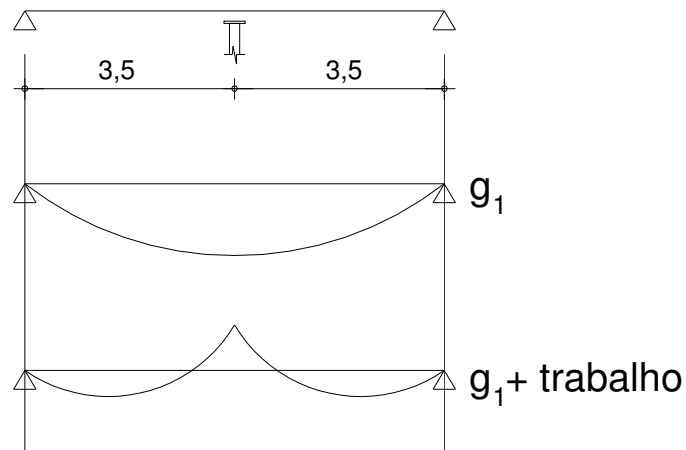


Fig. 4 – Escoramento

Máximo momento positivo:

$$M = 4(g_1 + g_2 + trabalho) \left(\frac{xm}{l} \right)^2 \frac{l^2}{8} = 2,27 MN.m$$

$$xm = \frac{8g_1 + 3(g_2 + trabalho)}{g_1 + g_2} \frac{l}{16} = 1,436m$$

Máximo momento negativo: $X = (g_1 - 0,25g_2) \frac{l^2}{8} = -2,41 MN.m$

Com estes valores calcularam-se as tensões:

$$\frac{M}{w_1} = 7,85 MPa$$

$$\frac{M}{w_2} = -35,9 MPa$$

$$\frac{X}{w_1} = -8,33 MPa$$

$$\frac{X}{w_2} = 38,13 MPa$$

Como o concreto se encontra na zona de índice 1 e pré-comprimido com uma tensão de $-14,6 MPa$ ao ser tracionado com M/w_1 continua sendo solicitado por uma tensão de compressão. Se considerássemos uma situação mais desfavorável, ou seja, dois vãos biapoiados de $l=3,5$ m:

$$M = \frac{2,21 \cdot 3,5^2}{8} = 3,38 MN.m \Rightarrow \frac{M}{w_1} = \frac{3,38}{2,89 \cdot 10^{-4}} = 11,7 MPa < -14,6 MPa$$

4 Exemplos comparativos

Com o objetivo de avaliar exhaustivamente a viabilidade econômica do sistema laje treliçada protendida (pré-tração), desenvolveu-se uma série de exemplos comparativos utilizando treliças convencionais, vigotas protendidas (volterranas) e treliças protendidas.

4.1 Exemplos comparativos (treliças convencionais x protendidas)

Para o cálculo das treliças convencionais utilizou-se o software da empresa PUMA e para o cálculo das treliças protendidas o software desenvolvido pela Impacto Protensão. Adotou-se em todos os exemplos as seguintes características:

- Fck=20 MPa (resistência do concreto moldado no local);
- Utilização de EPS como material inerte, proporcionando uma distância livre entre nervuras de 33 cm;
- Admitiu-se que a treliça convencional tem uma base de 12 x 3 cm e a treliça protendida uma base de 12 x 4 cm, logo as duas alternativas teriam uma nervura de 9 cm (descontando o encaixe do EPS);
- Uma carga permanente de 100 kg/m² de pavimentação e revestimento;
- Adotou-se em todas as treliças protendidas uma protensão com dois fios de 6.0 mm;
- Adotou-se R\$ 3,00 / kg para o aço comum e R\$ 6,12 / kg para o aço protendido;
- Todos os exemplos foram considerados com uma capa de concreto de 4cm;

Seguem abaixo os resultados dos exemplos (Tabela 1 e Gráficos 1 e 2).

Tabela 1 – Resultados exemplos comparativos entre treliça convencional x protendida.

Vão (m)	q (kg/m ²)	Treliça	Altura Total (cm)	Custo aço (ml)	Custo aço (ml)	Opção mais econômica	Variação custo (%)
				(R\$/nervura) CA	(R\$/nervura) CP		
3	300	TR08644	12	1.79	2.72	CA	51.8
4	300	TR08644	12	3.88	2.72	CP	-30.0
3	200	TR08644	12	1.46	2.72	CA	86.2
4	200	TR08644	12	3.14	2.72	CP	-13.5
5	300	TR1064	14	4.27	4.07	CP	-4.8
5	200	TR1064	14	3.43	2.72	CP	-20.8
5.6	300	TR12645	16	3.06	3.71	CA	21.3
5.6	200	TR12645	16	3.17	2.72	CP	-14.2
6	300	TR16745	20	3.80	2.72	CP	-28.5
6	200	TR16745	20	2.89	2.72	CP	-6.0
6.8	200	TR16745	20	3.90	3.39	CP	-13.0
6.8	250	TR16745	20	5.08	4.20	CP	-17.3
7	300	TR20746	24	4.27	4.07	CP	-4.8
7	200	TR20746	24	3.43	2.72	CP	-20.8
7.8	200	TR20746	24	4.63	4.12	CP	-10.9

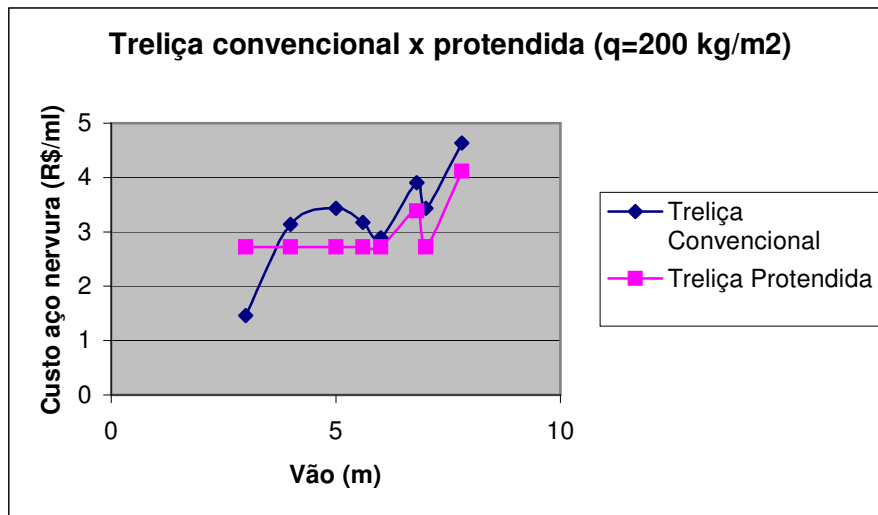


Gráfico 1 – Treliça convencional x Treliça protendida (q=200 kg/m2)

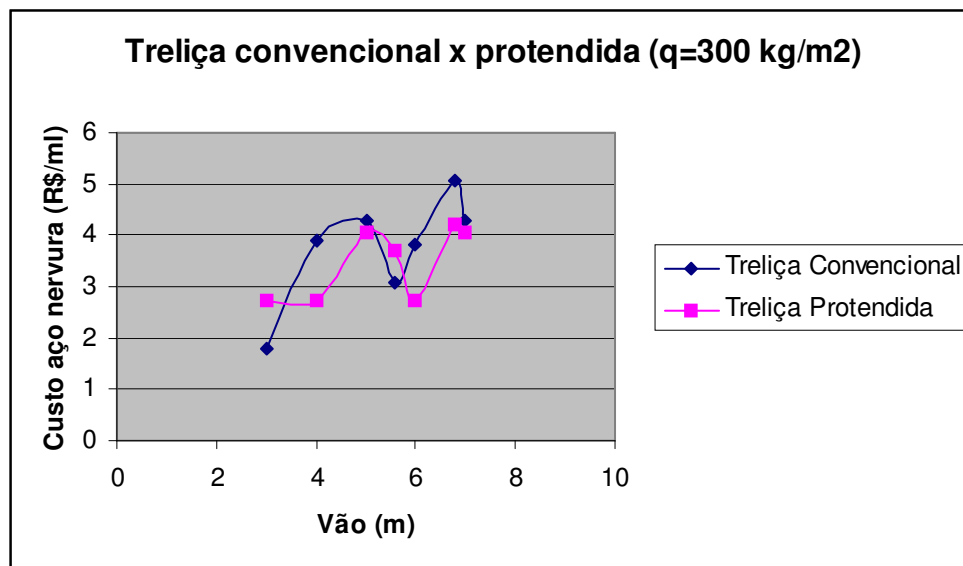


Gráfico 2- Treliça convencional x treliça protendida (q=300 kg/m2)

4.1.1 Conclusões

Observa-se que a alternativa protendida não teve o custo do aço reduzido para o vão de 3,0 m, mas ressalta-se que, muito provavelmente, para este vão a treliça protendida dispensará o escoramento.

Salienta-se que os custos dos materiais (aço comum e protendido) não incluem mão de obra e a experiência tem mostrado que as fábricas pré-moldadas, na maioria das vezes, preferem armadura protendida pelo fato de não necessitarem de atividade corte e dobra.

Ressalta-se ainda que a protensão diminuiu os deslocamentos, tanto pela contraflecha verificada em alguns ensaios iniciais e também por manter a seção menos fissurada.

Diante disso conclui-se que o sistema é bastante promissor já que produz um elemento de melhor qualidade pelo mesmo, ou até menor, custo.

4.2 Exemplos comparativos (Vigota protendida h=10cm x Treliza protendida)

A partir das mesmas condições explicitadas nas alíneas de “a” a “g” do item 4.1., fizeram-se dimensionamentos de vigotas protendidas de um fabricante em Fortaleza com uma altura de 10 cm. Seguem abaixo os resultados comparando-se com as treliças protendidas (Tabela 2 e Gráficos 3 e 4).

Tabela 2 – Resultados exemplos comparativos entre vigota protendida (h=10cm) x treliça protendida.

Vão (m)	q (kg/m ²)	Treliza	Altura Total (cm)	Custo aço (ml)	Custo aço (ml)	Opção mais econômica	Variação custo (%)
				(R\$/nervura) Vigota	(R\$/nervura) Treliza		
5	300	TR1064	14	3.77	4.07	Vigota	7.90
5	200	TR1064	14	2.83	2.72	CP	-3.9
5.6	300	TR12645	16	3.77	3.71	CP	-1.6
5.6	200	TR12645	16	2.83	2.72	CP	-3.9
6	300	TR16745	20	3.77	2.72	CP	-27.8
6	200	TR16745	20	2.83	2.72	CP	-3.4
6.8	200	TR16745	20	3.77	3.39	CP	-10.0
6.8	250	TR16745	20	3.77	4.20	Vigota	11.4
7	300	TR20746	24	3.77	4.07	Vigota	7.9
7	200	TR20746	24	2.83	2.72	CP	-3.4
7.8	200	TR20746	24	4.72	4.12	CP	-12.7

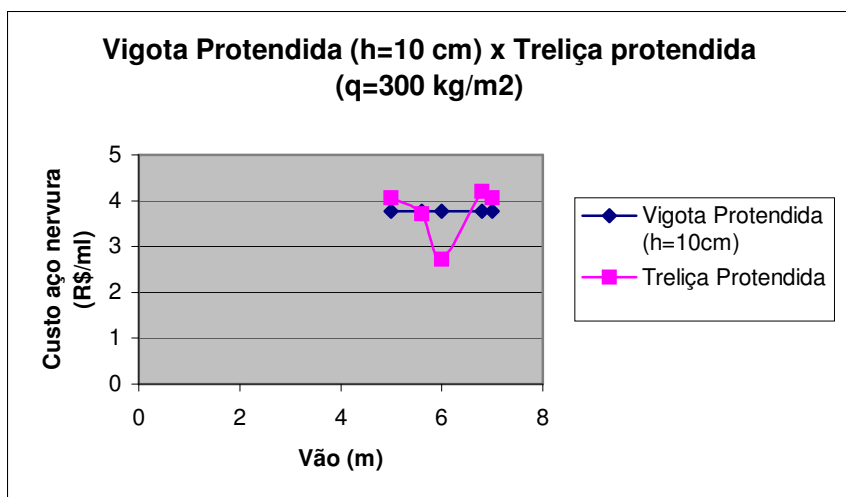
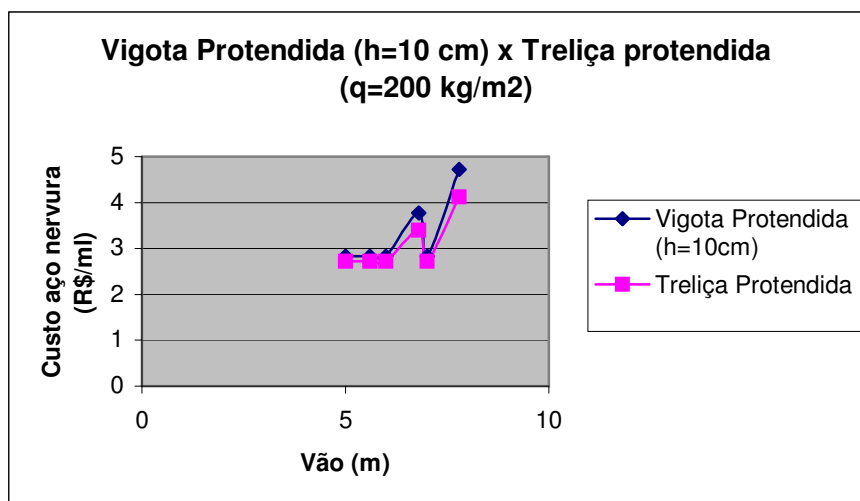


Gráfico 3 – Vigota protendida x Treliza protendida (q=300 kg/m²)

Gráfico 4 – Vigota protendida x Treliza protendida (q=200 kg/m²)

4.2.1 Conclusões

Observa-se que além de demonstrar melhor viabilidade econômica quando comparadas às vigotas protendidas, as lajes treliçadas (pré-tração) apresentam algumas vantagens construtivas.

As lajes treliçadas quando têm um aumento de solicitação podem ser complementadas com armaduras passivas, já as vigotas têm que aumentar a protensão.

As lajes treliçadas têm a armadura da treliça, que atua no combate ao cisalhamento e assegura uma melhor transferência de esforços entre o concreto pré-moldado e o moldado *in loco*, as vigotas não possuem tal ligação.

Salienta-se ainda que para a execução das vigotas é necessário equipamentos caros, como moldadoras ou extrusoras.

5 Referências

EL DEBS, M.K. (2000). **Concreto pré-moldado: fundamentos e aplicações**. EESC. Universidade de São Paulo. São Carlos.

FUSCO, P. B. e FRANCA, A. B. M. da (1997). **As lajes nervuradas na moderna construção de edifícios**. AFALA & ABRAPEX, São Paulo.

VASCONCELOS, A. C. de e FERREIRA, M. O. (1984). **Cálculo atualizado de peças pré-moldadas protendidas complementadas com concreto local**. Reunião anual IBRACON, São Paulo.