



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA

KEVIN SANTOS GUEDES

**AVALIAÇÃO DA APLICABILIDADE DO MÉTODO BUSCA HARMÔNICA NO
AJUSTE DA CURVA DE WEIBULL**

FORTALEZA

2017

KEVIN SANTOS GUEDES

AVALIAÇÃO DA APLICABILIDADE DO MÉTODO BUSCA HARMÔNICA NO
AJUSTE DA CURVA DE WEIBULL

Trabalho de conclusão de curso, apresentado ao Curso de Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para obtenção do título de Engenheiro Mecânico.

Orientador(a): Profa. Dra. Carla Freitas de Andrade

FORTALEZA

2017

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Biblioteca Universitária
Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

G957a Guedes, Kevin Santos.
Avaliação da aplicabilidade do método busca harmônica no ajuste da curva de weibull / Kevin Santos
Guedes. – 2017.
68 f. : il. color.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Tecnologia,
Curso de Engenharia Mecânica, Fortaleza, 2017.
Orientação: Profa. Dra. Carla Freitas de Andrade.

1. Distribuição de weibull. 2. Busca harmônica. 3. Geração de energia. I. Título.

CDD 620.1

KEVIN SANTOS GUEDES

AVALIAÇÃO DA APLICABILIDADE DO MÉTODO BUSCA HARMÔNICA NO
AJUSTE DA CURVA DE WEIBULL

Trabalho de conclusão de curso,
apresentado ao Curso de Engenharia
Mecânica do Departamento de
Engenharia Mecânica da Universidade
Federal do Ceará, como requisito parcial
para obtenção do título de Engenheiro
Mecânico.

Aprovada em: 20/12/2017.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dra. Carla Freitas de Andrade (Orientadora)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Paulo Alexandre Costa Rocha
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Claus Franz Wehmann
Universidade Federal do Ceará (UFC)

A Deus.

À Maria Santíssima.

Aos meus pais, Ivan e Dianné.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por me conceder as graças necessárias para superar todas as dificuldades enfrentadas ao longo dos meus estudos.

À Santíssima Virgem Maria, pela sua pureza e pelo seu exemplo de total entrega a Deus.

À Capela Nossa Senhora da Assunção, por me transmitir as virtudes morais e os conhecimentos necessários para a minha formação como católico.

Ao meu pai, Ivan Guedes, por ter me educado com o devido rigor durante a minha vida.

À minha mãe, Dianné, por ter me consolado nas horas mais difíceis e por me ajudar a fugir das enrascadas da vida.

À minhas irmãs Karísia e Kiara, pelas diversões em família.

Aos meus amigos Arthur Silva e Tales Gurgel, pela longa, forte e duradoura amizade.

Aos meus inestimáveis amigos Nicolas, Duda e Yuri, pelas aventuras na cidade de Fortaleza, pelas tantas conversas construtivas e pelos conselhos dados.

À Sofia Vasconcelos, pelo seu divertido modo de ser.

Ao meu afilhado João Victor Viana, pela sua confiança ao me escolher como Padrinho de Crisma.

Aos meus amigos Carlos, Leonardo, Rodolfo, Matheus, João Victor, Marcelo, Calebe, Jean, Victor, Daniel e Samyo, pelas comemorações de final de semestre e saídas no meio da semana.

Aos Prof. Dra. Carla Freitas de Andrade e Dr. Paulo Alexandre, pela orientação concedida na elaboração deste trabalho.

A todos os colegas que conheci durante os anos de estudo, por terem proporcionado conversas agradáveis, risos e brincadeiras.

*“Non nobis Domine, non nobis, sed nomini
tuo da gloriam.”
(Salmo 115)*

RESUMO

Diante do atual e acelerado desenvolvimento das fontes renováveis de energia no Brasil, em especial a fonte eólica, é mister a diminuição das incertezas atreladas à instalação de parques eólicos. A principal variável a ser estimada nestes projetos é a geração de energia, cuja previsão deriva dos parâmetros de ajuste da curva de Weibull, que pode representar a distribuição de frequência de ocorrência do vento em uma determinada região. Este trabalho analisou a aplicabilidade do método heurístico Busca Harmônica – HS (do inglês, *Harmony Search*) no ajuste da curva de Weibull para a região de Triunfo-PE, na região Nordeste do Brasil. O método foi implementado utilizando a linguagem R, no programa computacional RStudio, a partir das equações propostas por Askarzadeh e Zebarjadi (2014). Já os dados de velocidade do vento utilizados foram disponibilizados pelo Sistema de Organização Nacional de Dados Ambientais (SONDA). Posteriormente, o método heurístico foi confrontado com oito métodos tradicionais de ajuste da curva de Weibull, utilizando os critérios de comparação presentes nos testes estatísticos $RMSE$, R^2 , $MAPE$ e WPD . O método HS, com a função objetivo adotada, se mostrou bastante viável para a região analisada, uma vez que seu desempenho foi superior ao dos demais métodos em todos os testes estatísticos, com exceção do WPD , que apresentou valor superior a 4%, restringindo a utilização do HS às análises preliminares de estudos de implantação de parques eólicos em Triunfo.

Palavras-chave: Distribuição de Weibull, Busca Harmônica, Geração de Energia.

ABSTRACT

In face of the current and accelerated development of renewable energy sources in Brazil, especially the wind power source, it has become necessary to decrease the doubtful associated with the setup of wind farms. On these projects, the leading estimated variable is the generation of energy, which results from Weibull distribution's adjustment parameters, that represents the frequency distribution in a given zone. This work analyzes the Harmony Search (HS) method applicability in the adjustment of the Weibull distribution for Triunfo-PE area, Brazil Northeast. The method was executed on the RStudio program, using "R", a programming language, applying the Askarzadeh and Zebarjadi (2014) equations. The wind speed data used were available by the Environmental Data National Organization System (SONDA). Later, the heuristic method was confronted against eight traditional methods from Weibull distribution's adjustment parameters, applying $RMSE$, R^2 , $MAPE$ and WPD as a comparison criteria. The HS method, with the objective function adopted, proved to be quite fit for the concerned region, once its performance was proven higher than other methods in statistical tests, with the exception of WPD , which presented a value superior to 4%, restricting the use of HS to the preliminary analyzes of studies on the setup of wind farms in Triunfo.

Keywords: Weibull distribution; Harmony Search; power generation

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	– Matriz Energética Brasileira.....	18
Figura 2	– Distribuição dos Parques Eólicos no Brasil.....	19
Figura 3	– Imagem de Satélite da Estação de Triunfo-PE.....	43
Figura 4	– Fluxograma do algoritmo de tratamento.....	45
Figura 5	– Fluxograma do Algoritmo HS.....	47
Figura 6	– Fluxograma do algoritmo de teste estatístico.....	52

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1	– Influência da variação de k , para $c = 15$	31
Gráfico 2	– Influência da variação de c , para $k = 3$	32
Gráfico 3	– Percentual de dados suspeitos no mês de Maio.....	44
Gráfico 4	– Percentual de dados suspeitos no mês de Junho.....	44
Gráfico 5	– Influência da Quantidade de Harmonias da HM nas iterações.....	50
Gráfico 6	– Histograma de Triunfo-PE.....	54
Gráfico 7	– Histograma pelos Métodos Tradicionais.....	56
Gráfico 8	– Ajuste da curva de Weibull pelo método HS.....	57
Gráfico 9	– Ajuste da curva pelo Método dos Momentos.....	66
Gráfico 10	– Ajuste da curva pelo Método Empírico.....	66
Gráfico 11	– Ajuste da curva pelo Método da Energia Padrão.....	67
Gráfico 12	– Ajuste da curva pelo Método Qui-Quadrado.....	67
Gráfico 13	– Ajuste da curva pelo Método da Máxima Verossimilhança.....	68
Gráfico 14	– Ajuste da curva pelo Método da Máxima Semelhança.....	68
Gráfico 15	– Ajuste da curva pelo Método da Energia Equivalente.....	69
Gráfico 16	– Ajuste da curva pelo Método dos Mínimos Quadrados.....	69

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	– Comparação entre valores médios e média dos valores de velocidade.....	24
Tabela 2	– Parâmetros de Weibull da região de Triunfo-PE.....	55
Tabela 3	– Parâmetros de Weibull do método HS.....	56
Tabela 4	– Testes Estatísticos.....	58

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABEE	Associação Brasileira de Energia Eólica
SONDA	Sistema de Organização Nacional de Dados Ambientais
MME	Ministério de Minas e Energia
CCEE	Câmara de Comercialização da Energia Elétrica
SIN	Sistema Interligado Nacional
PROINFA	Programa de Incentivos às Fontes Alternativas de Energia Elétrica
ONU	Organização das Nações Unidas
PCH	Pequenas Centrais Hidrelétricas
BNDES	Banco Nacional de Desenvolvimento Econômico e Social
NREL	<i>National Renewable Energy</i>
BSRN	<i>Baseline Surface Radiation Network</i>
NA	<i>Not Available</i>
NAN	<i>Not a Number</i>
IEC	<i>International Electrotechnical Commission</i>
PSO	<i>Particle Swarm Optimization</i>
HS	Busca Harmônica
HS-NPSA	Busca Harmônica com um Novo Método de Seleção de Parâmetros
HM	Memória Harmônica
HMCR	Taxa de Consideração da Memória Harmônica
PAR	Taxa de Consideração de Som
ME	Método Empírico
MM	Método do Momento
MEP	Método da Energia Padrão
MQQ	Método do Qui-Quadrado
MMV	Método da Máxima Verossimilhança
MMS	Método da máxima Semelhança
MEE	Método da Energia Equivalente
MMQ	Método dos Mínimos Quadrados
RMSE	Raiz Quadrada do Erro Quadrático Médio
MAPE	Erro Absoluto Médio Percentual
WPD	Densidade de Potência

LISTA DE SÍMBOLOS

c	Fator de escala da distribuição de Weibull
k	Fator de forma da distribuição de Weibull
M_j	j-ésimo Momento amostral
v_m	Velocidade média
v_m^2	Velocidade quadrática média
v_m^3	Velocidade Cúbica média
\bar{v}^2	Velocidade média ao quadrado
\bar{v}^3	Velocidade média ao cubo
$P(v)$	Probabilidade de ocorrência da velocidade do vento
$p(I_{v_a}^{v_b})$	Probabilidade de ocorrência do intervalo de velocidades entre v_a e v_b
S	Conjunto de dados
W_v	Variável aleatória discreta
σ_v	Desvio padrão das velocidades do vento
\bar{P}/A	Potência média disponível
$p(v)$	Função de distribuição de probabilidade da velocidade do vento
$F(v)$	Função de distribuição acumulada
Γ	Função Gamma
E_{pf}	Fator de padrão energético
v_i	Valor central do intervalo (<i>bin</i>) de velocidade
f	Frequência de ocorrência
\bar{f}	Média da frequência de ocorrência
ϵ	Erro
W	Potência eólica
σ_p	Desvio padrão de uma população
d	Erro amostral
Z	Abscissa da curva normal padrão
R^2	Coefficiente de Determinação

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	16
1.1	Justificativa.....	17
1.1	Objetivos.....	17
2	PANORAMA BRASILEIRO.....	18
2.1	Benefícios Ambientais da Energia Eólica	20
2.2	Incentivos.....	20
3	MODELAGEM DO RECURSO.....	22
3.1	Momentos Amostrais.....	22
3.2	A Velocidade do Vento Como uma Variável Discreta.....	24
3.3	A Velocidade do Vento Como uma Variável Contínua.....	25
3.3.1	<i>Análise Estatística da Velocidade do Vento.....</i>	<i>26</i>
3.3.1.1	<i>Função de densidade de probabilidade.....</i>	<i>27</i>
3.3.1.2	<i>Função de distribuição acumulada.....</i>	<i>27</i>
3.3.1.3	<i>Distribuições de probabilidade mais utilizadas.....</i>	<i>28</i>
4	DISTRIBUIÇÃO DE WEIBULL.....	29
4.1	Distribuição de Weibull na Análise dos Ventos.....	29
4.2	Modelagem Matemática da Distribuição de Weibull.....	30
4.2.1	<i>Modelagem matemática dos parâmetros de Weibull.....</i>	<i>33</i>
4.2.1.1	<i>Método do Momento (MM).....</i>	<i>34</i>
4.2.1.2	<i>Método Empírico (ME).....</i>	<i>34</i>
4.2.1.3	<i>Método da Energia Padrão (MEP)</i>	<i>35</i>
4.2.1.4	<i>Método do Qui-Quadrado (MQQ).....</i>	<i>35</i>
4.2.1.5	<i>Método da Máxima Verossimilhança (MMV).....</i>	<i>36</i>
4.2.1.6	<i>Método da Máxima Semelhança (MMS).....</i>	<i>36</i>
4.2.1.7	<i>Método da Energia Equivalente (MEE).....</i>	<i>37</i>
4.2.1.8	<i>Método dos Mínimos Quadrados (MMQ)</i>	<i>37</i>
5	MÉTODOS HEURÍSTICOS.....	39
5.1	Função Objetivo.....	39
5.2	Métodos de Otimização Natural.....	40
6	BUSCA HARMÔNICA.....	41
7	METODOLOGIA.....	43

7.1	Aquisição de Dados.....	43
7.2	Tratamento dos Dados.....	45
7.3	Histograma.....	46
7.4	RStudio.....	46
7.5	Implementação do método da Busca Harmônica.....	46
7.5.1	<i>Critério de Parada.....</i>	47
7.5.2	<i>Análise da influência da quantidade de harmonias na Memória Harmônica.....</i>	48
7.6	Implementação dos Métodos Determinísticos.....	50
7.7	Análise Estatística dos Resultados.....	50
8	RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	54
8.1	Tratamento dos Dados.....	54
8.2	Histograma.....	54
8.3	Resultados dos Métodos Determinísticos.....	55
8.4	Resultados do Busca Harmônica.....	56
8.5	Resultados dos Testes Estatísticos e Comparativo Entre os Métodos.....	58
9	CONCLUSÃO.....	60
	REFERÊNCIAS.....	62
	APÊNDICE A – GRÁFICOS DOS RESULTADOS INDIVIDUAIS DOS MÉTODOS DETERMINÍSTICOS.....	66

1 INTRODUÇÃO

A preocupação com os impactos ambientais incentivou a procura por fontes renováveis de energia. Neste âmbito, destaca-se a energia eólica, visto que esta fonte não emite gases poluentes e, como utiliza o vento para geração de energia, é inesgotável. De acordo com a ABEE (2017), a partir de dados obtidos em outubro de 2017, a matriz elétrica brasileira, de configuração renovável-térmica, apresenta uma capacidade eólica instalada de 12,33GW, equivalente a 8,0% da matriz. Ademais, os números de capacidade instalada da fonte eólica demonstram um crescimento significativo no decorrer dos anos e as previsões para os anos posteriores dão continuidade ao crescimento, fato que comprova a grande eficiência e potência inexplorada desta fonte renovável. Segundo Juárez et al. (2014), a fonte de energia eólica é a que mais se desenvolve no Brasil, devido às condições prósperas de topografia e clima.

Inúmeros investimentos de empresas privadas e do governo têm por objetivo a redução dos custos de implantação da energia eólica e a redução das incertezas provenientes dos projetos e da modelagem matemática dos parques eólicos, visando, desta forma, o aumento da credibilidade de futuros investidores e da confiança na geração de energia limpa. Os projetos eólicos se utilizam dos dados de velocidade do vento de uma região para estimar a potência fornecida pelos aerogeradores, esta é proporcional ao cubo da velocidade e considerada um fator crítico no sucesso do projeto, pois o lucro do parque eólico está associado à energia que será gerada. Além disso, é imprescindível, em estudos preliminares, a realização de uma análise estatística da velocidade do vento para averiguar a probabilidade de que seu potencial produtivo atinja os requisitos necessários para tornar o projeto viável.

Na caracterização dos regimes de vento é utilizada a distribuição de Weibull, que deve ser ajustada junto aos dados de velocidade do vento. Esta distribuição é regida pelos fatores de forma (k) e de escala (c), a partir dos quais é possível também estimar a potência disponível no local. Inúmeros métodos são hoje utilizados para estimar os dois parâmetros, e, no entanto, precisam ser minuciosamente escolhidos ou devidamente adequados às características do vento do local, uma vez que cada método possui sua aplicabilidade em função do regime de ventos.

Dentre esses métodos, destacam-se os Heurísticos, amplamente utilizados na engenharia por fornecerem uma solução muito próxima da ótima. Neste trabalho, além dos métodos tradicionais para determinação dos parâmetros de Weibull, foi utilizado também o método heurístico da Busca Harmônica proposto por Geem et al. (2001), que possui grande

aplicabilidade em análise de regime de ventos e é também utilizado amplamente em problemas de otimização em engenharia.

1.1 Justificativa

Diante da importância dos estudos preliminares da velocidade do vento em uma região para a determinação da viabilidade de um projeto eólico, é imprescindível a diminuição das incertezas associadas a estes estudos, garantindo uma maior confiabilidade do projeto e de sua geração de energia. Dada esta situação, este trabalho procura desenvolver uma análise confiável das características do vento na região de Triunfo-PE do Nordeste do Brasil.

1.2 Objetivos

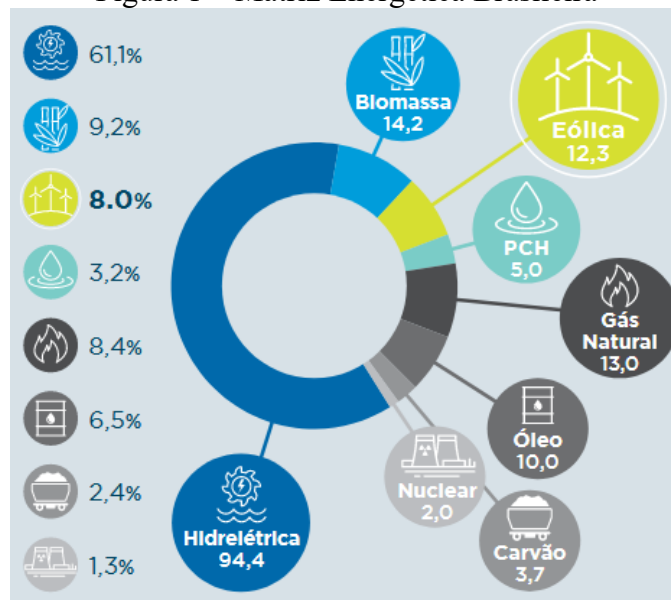
O objetivo deste trabalho foi avaliar a aplicabilidade do método heurístico Busca Harmônica – HS (do inglês, *Harmony Search*) na obtenção dos parâmetros da distribuição de Weibull para Triunfo, localizada na região Nordeste do Brasil. Especificamente, os objetivos foram:

1. Montar o histograma de frequência de ocorrência da velocidade do vento para a região de Triunfo-PE;
2. Implementar o método Busca Harmônica utilizando a linguagem de programação estatística R;
3. Ajustar um histograma real da velocidade do vento da região de Triunfo – PE;
e,
4. Comparar os resultados obtidos com os oito métodos tradicionais de ajuste.

2 PANORAMA BRASILEIRO

O governo Brasileiro apresenta hodiernamente fortes incentivos e investimentos no setor de energia, seja esta proveniente de fontes renováveis ou não. A matriz energética brasileira, caracterizada como térmica-renovável, é composta, em sua maior parte (61,1%), por fontes hidrelétricas, conforme a Figura 1, e vem apresentando elevados índices de crescimento em outras fontes limpas. A região do Nordeste brasileiro se destaca no desenvolvimento da energia eólica.

Figura 1 – Matriz Energética Brasileira



Fonte: ANEEL / ABEEólica.

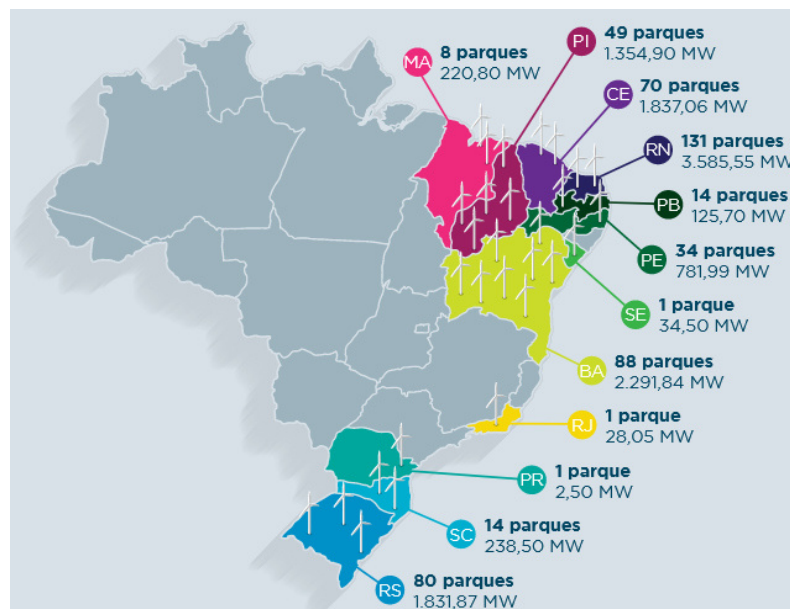
A partir de informações divulgadas (em outubro de 2017) pelo MME (Ministério de Minas e Energia) e pela CCEE (Câmara de Comercialização da Energia Elétrica), a energia eólica do Brasil atingiu um novo estágio. Em agosto de 2017, a energia eólica apresentou uma contribuição de 10% na matriz energética brasileira, alcançando, pela primeira vez na história, os dois dígitos de representação da matriz com uma média de 5.825 MW. Com este desenvolvimento, o Brasil subiu para a sétima posição entre os países com maior geração de energia eólica do mundo, ultrapassando o Canadá. De acordo com Elbia Gannoum, Presidente executiva da ABEEólica:

Estes dados mostram que a fonte eólica está entrando numa nova fase. Já é absolutamente claro para a sociedade como um todo, para os técnicos que decidem o futuro do setor e também para os integrantes do governo que a eólica não apenas é uma escolha sustentável e financeiramente vantajosa, já que apresenta grande competitividade nos leilões, mas também é uma escolha segura. O que o Brasil mais

precisa é de uma matriz diversificada e limpa, sendo que a inclusão de mais eólicas é fundamental nesse processo. Ter mais energia eólica no sistema tem se mostrado possível especialmente considerando que as ferramentas para trabalhar com a variabilidade natural da fonte eólica evoluíram muito nos últimos anos e hoje o ONS (Operador Nacional do Sistema Elétrico) atua com altíssima previsibilidade em relação à geração que vem dos ventos. Este cenário nos mostra que a eólica é uma fonte madura, segura e pronta para se expandir ainda mais na matriz”

Segundo a ABEEólica (2017), na configuração energética atual, o Brasil apresenta 12,33GW de capacidade instalada e possui mais de 490 parques eólicos, distribuídos de acordo com o mapa da Figura 2. As previsões estimam que serão instalados cerca de 230 novos parques eólicos até 2020, atingindo pelo menos 17,5GW de potência instalada.

Figura 2 – Distribuição dos Parques Eólicos no Brasil



Fonte: ANEEL / ABEEólica.

Diante da vastidão do continente brasileiro, há diversas condições favoráveis para a geração de energia eólica no país. A capacidade de geração de energia a partir dos ventos está relacionada com a presença de obstáculos na direção do vento, posição geográfica do local e morfologia e cobertura do solo (FRANK et al., 2001). Estima-se que o potencial de energia eólica no Brasil está em torno de 500GW, quando em 2001 as estimativas mostravam apenas 143GW. Este crescimento é proporcionado pelo alto desempenho dos novos aerogeradores que, nos dias de hoje, operam com diversos mecanismos de melhoria aerodinâmica, além de serem instalados em alturas superiores a 100m (AZEVEDO, 2015).

De setembro de 2016 a outubro de 2017, a geração de energia das usinas eólicas em operação atingiu um fator de capacidade médio de 41,7%, sendo registrado um valor

máximo de 50% no mês de julho. Estes números são bastante significativos, uma vez que a média mundial do fator de capacidade está entre 20 e 25% (ABEEÓLICA, 2017). Além disso, de acordo com o boletim mensal da CCEE, a geração de energia eólica do Brasil em operação comercial no SIN (Sistema Interligado Nacional), entre os meses de janeiro e agosto de 2017, apresentou um crescimento de 25,7% na produção de energia em relação ao mesmo período no ano de 2016.

A geração de energia a partir dos ventos torna-se extremamente relevante nos períodos de pouca chuva, pois a geração de energia a partir das hidrelétricas decresce, principalmente na região Nordeste do Brasil, na qual a fonte eólica já chegou ao recorde de 64% do abastecimento da região em setembro de 2017.

2.1 Benefícios Ambientais da Energia Eólica

Além da utilização do vento como matéria prima inesgotável para a geração de energia, a fonte eólica também é extremamente vantajosa pela quase não emissão de gases de efeito estufa, principalmente do dióxido de carbono (CO₂).

Segundo o relatório de novembro de 2017 da agência ambiental das Nações Unidas (ONU Meio Ambiente), cerca de 6,5 milhões de pessoas morrem por ano devido à poluição atmosférica e 80% dos centros urbanos não atingem os parâmetros de saúde estipulados para a qualidade do ar. Diante destes fatos, é imprescindível o desenvolvimento das fontes de energia renováveis e limpas.

2.2 Incentivos

Com a finalidade de diversificar a matriz energética brasileira e proporcionar maior segurança no abastecimento de energia nacional, o governo brasileiro criou o Programa de Incentivo às Fontes Alternativas de Energia Elétrica (PROINFA). Este programa, além de impulsionar as fontes renováveis, estimulou principalmente a energia eólica. Coordenado pelo MME, o PROINFA, criado pela Lei nº 14.438, de 26 de abril de 2002, tinha como meta inicial a contratação de 3,3GW de energia no SIN, sendo esta energia proveniente de pequenas centrais hidrelétricas (PCH), além de produção por biomassa e eólica.

Também é importante ressaltar o programa de apoio a investimentos em fontes renováveis de energia do Banco Nacional de Desenvolvimento Econômico e Social

(BNDES), outro importante incentivo para o desenvolvimento das fontes limpas no cenário brasileiro.

3 MODELAGEM DO RECURSO

Em estudos eólicos, o objetivo final da aquisição de dados de velocidade do vento, previsão do regime de ventos por distribuições probabilísticas e da geração de energia, da análise estatística dos modelos utilizados e dos resultados obtidos é a simulação de possíveis parques eólicos em uma determinada região (AZEVEDO, 2015).

As análises estatísticas e probabilísticas têm também a finalidade de caracterizar o recurso eólico de uma região, fornecendo dados para projetos de mapeamento eólico do local.

No entanto há diversos fatores que provocam certas disparidades entre a previsão obtida pelo modelo e o caso real. A *National Renewable Energy Laboratory* (NREL) cita alguns desses fatores:

1. Ausência de mastros para aquisição de dados no local de instalação da turbina eólica ou mesmo um único mastro para análise do regime de ventos para um possível parque eólico constituído de diversas turbinas;
2. Terreno complexo;
3. Rugosidade;
4. Interferência entre as turbinas pelo efeito de esteira; e,
5. Altura do rotor diferente da altura de medição.

Desse modo, é importante uma minuciosa adequação do modelo utilizado aos fatores que distanciam a simulação da realidade, visto que o resultado ótimo depende das considerações feitas nos cálculos e estudos. Caso o modelo não esteja devidamente adequado, ainda que o resultado obtido pela resolução matemática do fenômeno possa estar correto, é possível uma situação de grande divergência com a situação real.

3.1 Momentos Amostrais

De acordo com Silva (2003), os momentos amostrais são resultados estatísticos de alta relevância para a caracterização de um regime de vento. O j -ésimo momento amostral (M_j) de um conjunto x^j , composto por n elementos, é dado pela Equação 3.1:

$$M_j = E(x^j) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^j \quad (3.1)$$

Em estudos eólicos, são utilizados três momentos amostrais:

1. Primeiro momento: É definido como a média aritmética dos valores de velocidade do vento (v_m), conforme a Equação 3.2:

$$v_m = E(v) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n v_i \quad (3.2)$$

2. Segundo momento: É definido como a velocidade quadrática média (v^2_m), muito importante para a análise estatística do regime de ventos, visto que o seu valor é utilizado para o cálculo de variância e desvio padrão da série de dados. O segundo momento segue a Equação 3.3:

$$v^2_m = E(v^2) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n v_i^2 \quad (3.3)$$

3. Terceiro momento: É definido como a velocidade cúbica média (v^3_m), conforme a equação 3.4. Ademais, é utilizada também para a modelagem matemática da energia disponível do vento, sendo de extrema importância no estudo de uma região.

$$v^3_m = E(v^3) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n v_i^3 \quad (3.4)$$

É necessária a distinção dos resultados da velocidade quadrática média (v^2_m) e da velocidade cúbica média (v^3_m) dos da velocidade média ao quadrado (\bar{v}^2) e da velocidade média ao cubo (\bar{v}^3). A Tabela 1 apresenta os resultados do primeiro, segundo e terceiro momentos para uma série de dados de velocidade arbitrária, além dos valores de \bar{v}^2 e \bar{v}^3 .

Tabela 1 – Comparação entre valores médios e média dos valores de velocidade

	v_m	v_m^2	v_m^3
A velocidade quadrática média ($51,23 \text{ m}^2/\text{s}^2$) é diferente da velocidade média ao quadrado ($46,10 \text{ m}^2/\text{s}^2$). A velocidade cúbica média ($408,95 \text{ m}^3/\text{s}^3$) é diferente da velocidade média ao cubo ($313,04 \text{ m}^3/\text{s}^3$).	3,30	10,89	35,94
	2,40	5,76	13,82
	7,70	59,29	456,53
	8,50	72,25	614,13
	8,30	68,89	571,79
	9,90	98,01	970,30
	6,70	44,89	300,76
	5,60	31,36	175,62
	8,40	70,56	592,70
	7,10	50,41	357,91
Velocidade média (v_m):	6,79 m/s	51,23	408,95
Velocidade média ao quadrado (\bar{v}^2):	46,10	m^2/s^2	
Velocidade média ao cubo (\bar{v}^3):	313,04		m^3/s^3

Fonte: Elaborado pelo autor.

3.2 A Velocidade do Vento Como uma Variável Discreta

Dado um conjunto de dados S , composto por n dados de velocidade do vento v , considerados como uma variável discreta, obtidos a partir de um dispositivo de medição e considerando que todos os valores são igualmente verossímeis, a probabilidade de ocorrência de uma determinada velocidade é dada pela Equação 3.5.

$$P(v) = \frac{1}{n} \quad (3.5)$$

Os dados pertencentes ao conjunto S podem ser divididos em intervalos de velocidade, o que resulta em valores de frequência de ocorrência pontuais (AZEVEDO, 2015). Partindo das mesmas considerações utilizadas na Equação 3.5, a probabilidade de ocorrência de um intervalo entre as velocidades v_a e v_b , composto por m_{ab} medições, é dada por:

$$P(I_{v_a}^{v_b}) = m_{ab}/n \quad (3.6)$$

Por fim, considere W_v como uma variável aleatória discreta relacionada a v e que representa a frequência relativa do conjunto de dados S . A frequência relativa de um intervalo de velocidade I , composto por m dados é dada por:

$$W_v = f(S) = m/n \quad (3.7)$$

Em estudos eólicos, esta análise estatística dos intervalos é denominada de frequência de ocorrência da velocidade do vento e pode ser visualizada através de um histograma.

Esta abordagem dos dados de velocidade consiste em uma modelagem discreta da variável velocidade do vento. Sendo v uma variável aleatória discreta, W_v também será uma variável aleatória discreta, pois, dada a possibilidade de enumerar os valores possíveis de v como $v_1, v_2, v_3, \dots, v_n$, os valores do contradomínio W_v também podem ser enumerados como $W_{v_1} = f(v_1), W_{v_2} = f(v_2), W_{v_3} = f(v_3), \dots, W_{v_n} = f(v_n)$.

3.3 A Velocidade do Vento Como uma Variável Contínua

Há duas maneiras distintas de determinar a distribuição de velocidade de uma região.

A primeira é baseada na série temporal de medições realizadas no local. No entanto, de acordo com as recomendações da Organização Mundial de Meteorologia, é necessário um período mínimo de 30 anos para conhecer com credibilidade o comportamento climatológico da região (WMO, 1981). Tal período de tempo é inviável para a execução de projetos relacionados à energia eólica.

A segunda é baseada na representação das frequências de ocorrência da velocidade do vento a partir de uma função de distribuição de probabilidade. De acordo com Justus et al. (1978) e Davenport (1963), o regime de ventos de um determinado local pode ter seu comportamento médio satisfatoriamente representado a partir de uma distribuição de probabilidade adequada. Esta maneira de determinar a distribuição de velocidade é mais utilizada. É válido ressaltar que uma mesma distribuição de probabilidade pode não ser adequada para locais distintos, por isso é necessária uma escolha minuciosa do modelo que será utilizado para se obter uma boa representação do regime de ventos.

Para cada modelo probabilístico, é necessária uma série de critérios e restrições a fim de garantir a qualidade e confiabilidade dos resultados obtidos. Dentre as aplicações destes modelos, Silva (2003) cita duas de maior relevância:

1. Extrapolação horizontal e vertical do vento: Esta aplicação é fundamentada na geração de um conjunto de informações probabilísticas de uma região tornando viável o cálculo das mesmas grandezas para outros locais; e,
2. Cálculo da estimativa de geração de energia por turbinas eólicas: Com a curva de potência e as informações do regime de vento é possível determinar a energia produzida por um aerogerador.

É válido ressaltar que, nas duas aplicações, são utilizados os modelos probabilísticos em detrimento das séries temporais obtidas, visto que é mais complexo obter uma distribuição representativa de uma região a partir de dados coletados em curtos períodos de tempo.

A estimativa de geração de energia é obtida para cada intervalo que compõe o histograma de frequência de ocorrências e, a medida em a quantidade de intervalos aumenta, tornam-se melhores as estimativas. Desse modo, quando o tamanho do intervalo tende a zero, é obtida uma representação contínua da distribuição de velocidade dos ventos, o que permite infinitos cálculos de produção de energia e, conseqüentemente, maior proximidade com a realidade.

Esta abordagem consiste em uma transformação da análise do vento como variável discreta para variável contínua. Tal alteração pode ser realizada através de modelos de distribuição probabilística.

3.3.1 Análise Estatística da Velocidade do Vento

A partir de uma análise estatística dos ventos, é possível determinar o potencial eólico de geração de energia para uma determinada região e estimar a produção de energia de um aerogerador instalado no local. Diversos autores, tais como Justus (1978), Johnson (1985) e Rohatgi e Nelson (1994), desenvolveram e discutiram estas técnicas.

Há dois cenários distintos nos quais é possível destacar a utilização dos métodos estatísticos. No primeiro, a série histórica de dados da velocidade do vento em uma determinada região e altura é conhecida, e os métodos estatísticos e a análise dos dados em termos de distribuição de probabilidade são de pouca necessidade. No entanto, no segundo cenário, no qual é almejada uma projeção da série de dados, ou quando somente uma pequena quantidade de dados está disponível, as representações analíticas da distribuição de probabilidade da velocidade dos ventos garantem uma série de vantagens.

Em termos estatísticos, a distribuição de probabilidade contínua é definida como a chance de ocorrência de um determinado valor de uma variável (como a velocidade do vento). A distribuição de probabilidade pode ser caracterizada por uma função de densidade de probabilidade ou por uma função de distribuição acumulada (MANWELL et al, 2009).

3.3.1.1 Função de densidade de probabilidade

De acordo com Manwell et al. (2009), é possível descrever a frequência de ocorrência das velocidades do vento por uma função de distribuição de probabilidade $p(v)$. Esta função representa a probabilidade de ocorrer uma velocidade do vento entre v_a e v_b e é dada por:

$$p(v_a \leq v \leq v_b) = \int_{U_a}^{U_b} p(v)dv \quad (3.8)$$

Se $p(v)$ é conhecido, pode-se calcular também outros parâmetros:

Velocidade média do vento, v_m :

$$v_m = \int_0^{\infty} v \cdot p(v) \cdot dv \quad (3.9)$$

Desvio padrão da velocidade do vento, σ_v :

$$\sigma_v = \sqrt{\int_0^{\infty} (v - v_m)^2 \cdot p(v) \cdot dv} \quad (3.10)$$

Densidade de potência média disponível, \bar{P}/A :

$$\bar{P}/A = \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \rho \cdot \int_0^{\infty} v^3 \cdot p(v) \cdot dv \quad (3.11)$$

3.3.1.2 Função de distribuição acumulada

De acordo com Manwell et al. (2009), a função de distribuição acumulada $F(v)$ representa a probabilidade de ocorrência das velocidades do vento menores ou iguais a um determinado valor de velocidade v . Esta função é dada por:

$$F(v) = \int_0^v p(v).dv \quad (3.12)$$

Ademais, a derivada da função de distribuição acumulada é igual à função densidade de probabilidade:

$$p(v) = \frac{dF(v)}{dv} \quad (3.13)$$

3.3.1.3 Distribuições de probabilidade mais utilizadas

A partir da utilização dos modelos de distribuição probabilística, é possível representar o regime de velocidade de vento de uma determinada região. No entanto, cada regime de vento requer um modelo específico para a obtenção de bons resultados, tal fato é demonstrado através dos estudos de Pishgar-Komleh et al. (2015) aplicados à distribuição de Rayleigh e Weibull (BARBOSA, 2015).

Azevedo (2015) destaca cinco distribuições mais utilizadas na representação do regime de vento:

- Distribuição Gaussiana (Normal);
- Distribuição normal bivariável;
- Distribuição de Rayleigh;
- Distribuição exponencial; e,
- Distribuição de Weibull.

De acordo com Feitosa et al. (1993), para a representação do regime de ventos da região do Nordeste do Brasil a distribuição de Weibull é a mais adequada. Por este motivo, a distribuição de Weibull foi utilizada neste trabalho.

4 DISTRIBUIÇÃO DE WEIBULL

A distribuição de probabilidade de Weibull é caracterizada como uma função unimodal e contínua. Criada em 1973 pelo engenheiro sueco Wallodi Weibull, tal função de distribuição de probabilidade mostrou-se promissora na análise de dados provenientes de áreas da física, biologia, saúde, ambiental e na representação da distribuição da velocidade dos ventos de uma determinada região (BARBOSA, 2015).

O método elaborado por Weibull foi aplicado inicialmente no ramo da metalurgia e resistência dos materiais, quando utilizado para estudos de resistência de aços, e apresentou resultados úteis no estudo da fadiga dos materiais sujeitos a carregamentos cíclicos, sendo estes estudos financiados pela força aérea americana e seus métodos utilizados por empresas como General Motors e Pratt & Whitney Aircraft. Atualmente, o método continua a ser utilizado na previsão de falhas mecânicas nos materiais e na redução das incertezas da estimativa de geração de energia eólica (ABERNETHY, 1996).

4.1 A Distribuição de Weibull na Análise dos Ventos

Durante a década de 1970, diversos estudos foram realizados na tentativa de estimar o potencial eólico dos Estados Unidos da América. A partir de médias sazonais e anuais da densidade de potência disponível, obtida a partir do cubo das velocidades médias, não se obteve um resultado satisfatório, uma vez que a frequência de ocorrência da velocidade média do vento foi baixa no período (HENNESSEY Jr., 1977).

Contudo, outros estudiosos deram procedência à análise do recurso eólico, mesmo com os consideráveis erros obtidos. Wentink (1974) e Hennessey Jr. (1977) deram início ao ajuste da velocidade do vento a partir da distribuição de Planck. Narovlyanskii (1968) aplicou o ajuste de Rayleigh com dois graus de liberdade, dada à facilidade de se obter o cubo da velocidade e, conseqüentemente, a densidade de potência. As primeiras aplicações da distribuição de Weibull, datadas em 1963, foram realizadas na análise de carregamentos de vento (DAVENTPORT, 1963). De acordo com Justus et al. (1978) e Hennessey Jr. (1977), algumas das vantagens da distribuição de Weibull são:

1. É regida por dois parâmetros, c (fator de escala) e k (fator de forma), que se adaptam melhor que a distribuição de Rayleigh (que é regida por somente um parâmetro) às distribuições de vento;

2. Apresenta grande adaptabilidade a uma grande variação de regimes de ventos;
3. Conhecidos os valores de c e k em uma determinada altura, é possível extrapolar a distribuição para diferentes alturas com o erro baixo; e,
4. Viabilizar uma representação da assimetria da distribuição de vento satisfatória.

Outrossim, é importante também ressaltar as restrições e cuidados para a modelagem dos ventos. Nesta senda, Silva (2003) destaca três considerações relevantes:

1. A curva da distribuição deve ser ajustada para a faixa de operação da turbina eólica em casos de modelagem da geração média de aerogeradores. Além disso, dada a altura do rotor das turbinas eólicas, é relevante buscar a coerência e similaridade das condições dos dados utilizados. Alguns autores distinguem os ventos em diurno e noturno, o que determina as condições de aquecimento da atmosfera nas quais as amostras foram coletadas;
2. Os registros de calma, ou seja, incidência de velocidades do vento abaixo da banda de medição do anemômetro, normalmente situada na faixa entre $0,5m/s$ e $2,0m/s$, interferem no ajuste da curva de Weibull. Quanto maior o número dessas incidências, mais próximo é o valor do parâmetro k do valor de 1, gerando uma curva que não representa o regime de ventos.
3. Se os valores de k e c não forem praticamente constantes durante o período em questão, a integração do fator de forma e de escala a partir de médias é errada, logo, os parâmetros da distribuição de Weibull dificilmente são iguais às médias no decorrer de um ano. É importante a utilização dos registros de velocidade do vento do período desejado para obter os parâmetros, o que minimiza os erros de cálculo e leva em consideração os efeitos atmosféricos.

4.2 Modelagem Matemática da Distribuição de Weibull

A distribuição de probabilidade de Weibull para uma velocidade do vento v é dada pela função de densidade de probabilidade:

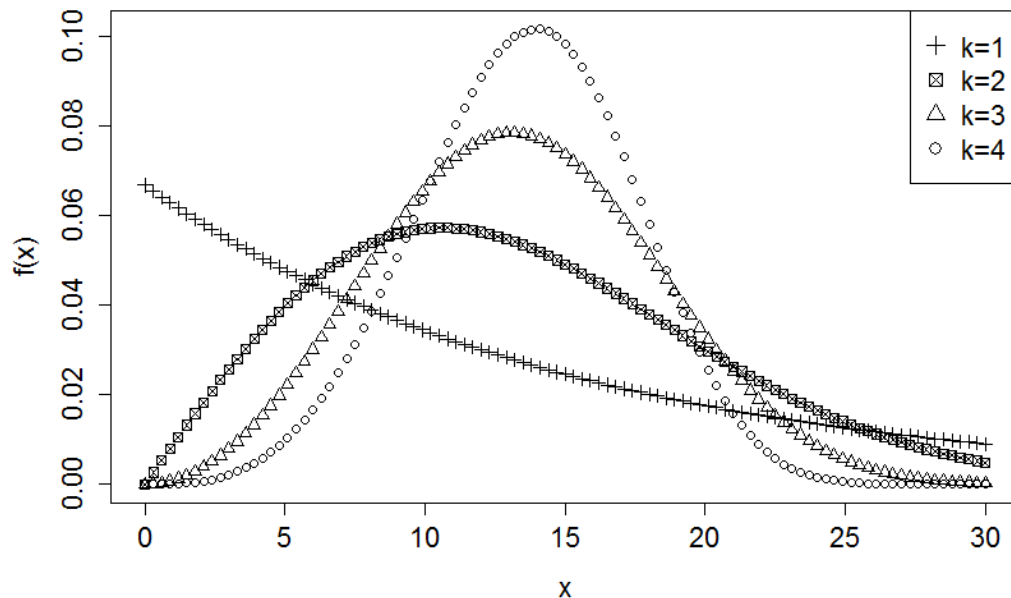
$$p(v) = \left(\frac{k}{c}\right)\left(\frac{v}{c}\right)^{(k-1)}e^{-\left(\frac{v}{c}\right)^k} \quad (4.1)$$

Na qual o parâmetro c é o fator de escala, medido em m/s , e k o fator de forma, que é adimensional. A função de distribuição acumulada é dada por:

$$F(v) = \int_0^v p(v)dv = 1 - e^{-\left(\frac{v}{c}\right)^k} \quad (4.2)$$

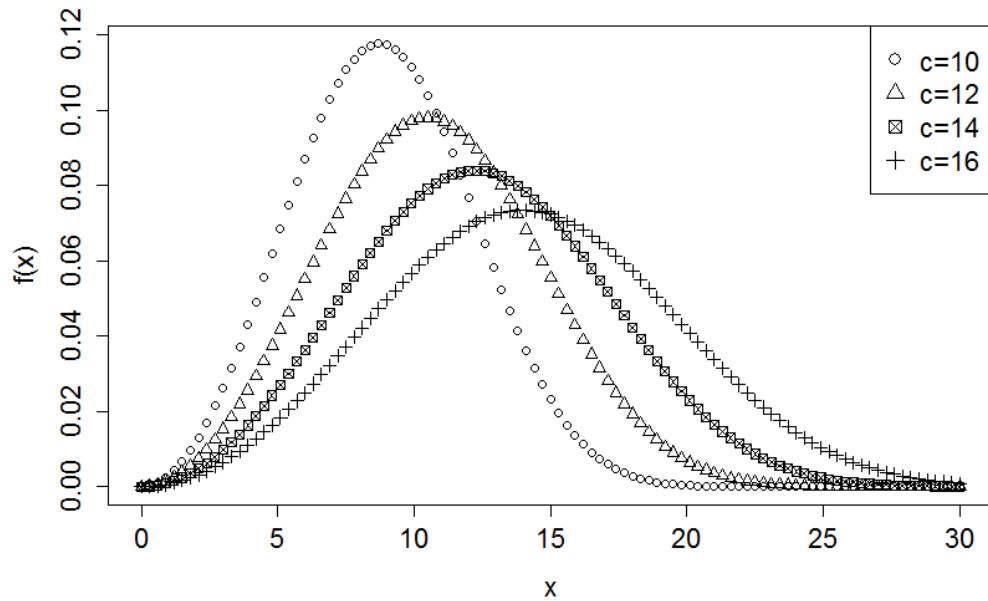
Os valores c e k regem o comportamento da curva de Weibull. O fator de escala está diretamente relacionado com a velocidade média dos ventos e o fator de forma é dependente do desvio padrão das amostras. Os Gráficos 1 e 2 mostram o impacto da variação de c e k .

Gráfico 1 – Influência da variação de k , para $c = 15$.



Fonte: Elaborado pelo autor

Para uma variação de k , mantendo o valor de c constante, a velocidade média varia, ainda que mantido o valor do fator de escala constante. Ademais, para $k = 1$, a distribuição apresenta um formato exponencial, para $k = 2$, a curva assume a forma da distribuição de Rayleigh e, à medida que o fator de forma aumenta, o valor da curtose cresce e se aproxima da forma leptocúrtica. Isto significa que a distribuição se torna mais concentrada e simétrica na medida em que o valor do fator de forma aumenta. As caudas pesadas, ou seja, muito próximas do eixo das abscissas, indicam que as velocidades não se distanciam do valor médio, representando um regime de vento constante (AZEVEDO, 2015).

Gráfico 2 – Influência da variação de c , para $k = 3$.

Fonte: Elaborado pelo autor

Já para uma variação de c , mantendo o valor de k constante, o desvio padrão varia, ainda que mantido o valor do fator de forma constante. Quanto maior o valor de c , maior é a dispersão das amostras de velocidade, e quanto maior a dispersão, maior as velocidades de vento alcançadas. Desse modo a curtose se aproxima da forma platicúrtica, característica de valores com maior dispersão, ou seja, representa um regime de vento inconstante.

É possível observar que o fator de forma e de escala influenciam diretamente na análise de um regime de ventos e na sua distribuição de probabilidade, uma vez que os parâmetros c e k operam simultaneamente e de forma contrária no comportamento da curva de distribuição.

Dada a relevância dos parâmetros c e k , diversos estudos foram realizados com a finalidade de estimar tais valores e otimizá-los para aplicação em energia eólica. Rocha et al. (2012) desenvolveram métodos numéricos para a aquisição dos parâmetros de Weibull, os métodos foram aplicados nas regiões de Camocim e Paracuru, ambas situadas no estado do Ceará.

Dorvlo (2002) determinou os valores de c e k em quatro regiões de Oman, na Arábia Saudita, utilizando o método do Qui-Quadrado. Akdag e Dinler (2009) analisaram o ajuste da curva de Weibull em distribuição de vento a partir da densidade de potência, o que resultou no Método da Energia Padrão, através do qual se tornou possível determinar os parâmetros da distribuição a partir dos valores de velocidade média e densidade de potência.

Silva (2003), baseando-se nos estudos de Akdag e Dinler (2009), desenvolveu o Método da Energia Equivalente, através do qual os valores de c e k são determinados a partir da redução do erro quadrado entre a potência prevista pelo histograma de distribuição de frequência de ocorrência e a potência da curva de Weibull.

Andrade et al. (2014) realizaram uma comparação dos métodos Gráfico, da Energia Padrão, do Momento, da Máxima Verossimilhança, da Máxima Semelhança, Energia Equivalente e Empírico, através da potência disponível prevista e medida. Os dados utilizados foram obtidos na região de Icapuí e Camocim, no nordeste do Brasil.

4.2.1 Modelagem matemática dos parâmetros de Weibull

Na tentativa de representar o regime de ventos de uma determinada região, um dos passos preliminares mais importantes é a estimativa dos parâmetros c e k de maneira tal que os erros obtidos sejam mínimos. A estimativa é realizada a partir de métodos numéricos, tais como:

- Método dos Mínimos Quadrado;
- Método da Máxima Verossimilhança;
- Método da Máxima Semelhança;
- Método da Energia Equivalente;
- Método da Energia Padrão;
- Método do Qui-Quadrado;
- Método Empírico; e,
- Método do Momento.

No entanto, mesmo com a diversidade de métodos de estimativa dos parâmetros de Weibull, é importante salientar que cada um possui suas restrições e particularidades quanto ao tipo de dado necessário e quanto a sua aplicação. Os estudos de Andrade et al. (2014) demonstraram que, para duas regiões distintas, métodos diferentes se mostraram mais eficientes, ou seja, o desempenho do método está diretamente relacionado com o regime de ventos, com as condições climáticas, como temperatura, e com as condições geográficas, como o relevo da região em estudo.

Outra abordagem para a determinação dos valores de c e k é baseada em métodos heurísticos, visto que estes são elaborados com a finalidade de obter um valor ótimo com uma

menor necessidade de processamento. Carneiro et al. (2016) demonstraram a utilização do Método Enxame de Partículas - PSO (do inglês, *Particle Swarm Optimization*) na estimativa dos parâmetros de Weibull. Azevedo (2015) obteve sucesso no ajuste da distribuição de Weibull a partir da aplicação de diversos métodos heurísticos de otimização, demonstrando a viabilidade e eficiência destes.

4.2.1.1 Método do Momento (MM)

O Método do Momento proposto por Hennessey Jr. (1977) é também denominado de método do desvio padrão e da velocidade média, pois, a partir destes valores, é possível caracterizar o regime de ventos, conforme as Equações 4.3 e 4.4:

$$v_m = c\Gamma\left(1 + \frac{1}{k}\right) \quad (4.3)$$

$$\sigma_v = c\left[\Gamma\left(1 + \frac{2}{k}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{k}\right)\right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.4)$$

Nas quais:

$$v_m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n v_i \quad (4.5)$$

$$\sigma_v = \left[\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (v_i - v_m)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.6)$$

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{(x-1)} e^{-t} dt \quad (4.7)$$

4.2.1.2 Método Empírico (ME)

De acordo com Justus et al. (1978) e Chang (2011), o método empírico consiste em uma variação do Método do Momento. Ademais, para $1 \leq k \leq 10$, uma boa aproximação para o parâmetro k é obtido através da Equação 4.8:

$$k = \left(\frac{\sigma_v}{v_m}\right)^{-1,086} \quad (4.8)$$

Uma vez calculado o valor do fator de forma, o parâmetro c é obtido a partir da Equação 4.3.

4.2.1.3 Método da Energia Padrão (MEP)

Baseado no fator de padrão energético (E_{pf}), que é a razão entre a velocidade cúbica média e o cubo da velocidade média, conforme a Equação 4.9, o método da Energia Padrão, de acordo com Akdag e Dinler (2009), apresentou as seguintes vantagens:

- Não requer histogramas;
- Não utiliza regressão linear ou métodos numéricos; e,
- A partir da velocidade média e da densidade de potência, os parâmetros de Weibull são facilmente determinados.

$$E_{pf} = \frac{v_m^3}{(v_m)^3} \quad (4.9)$$

O fator de forma é calculado pela Equação 4.10:

$$k = 1 + \frac{3,69}{(E_{pf})^2} \quad (4.10)$$

Uma vez conhecido o valor de k , o valor de c é determinado pela Equação 4.3.

4.2.1.4 Método do Qui-Quadrado (MQQ)

O método do Qui-Quadrado, elaborado por Dorvlo, 2002, é baseado na minimização do erro do teste de Qui-Quadrado entre os dados previstos e os dados medidos, de acordo com a Equação 4.11. Assim como nos métodos Empírico e Energia Padrão, uma vez calculado o valor de k , c é calculado pela Equação 4.3.

$$X^2 = \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{\left[F(v_i) - \left(1 + \exp\left(\frac{v_i}{k}\right)^k \right)^2 \right]}{\left(1 - \exp\left(\frac{v_i}{k}\right)^k \right)} \right\} \quad (4.11)$$

4.2.1.5 Método da Máxima Verossimilhança (MMV)

O Método da Máxima Verossimilhança, primeiramente proposto por Stevens (1979) para a aplicação em estudos eólicos, utiliza os dados históricos da série de vento sem a necessidade da distribuição de frequência dos dados (SILVA, 2003). Dentre as vantagens deste método, destaca-se a capacidade de processar todas as informações obtidas durante o período em estudo, o que aproxima os resultados da realidade (AZEVEDO, 2015).

Os parâmetros de Weibull são calculados pelas Equações 4.12 e 4.13:

$$k = \left(\frac{\sum_{(i=1)}^n v_i^k \cdot \ln(v_i)}{\sum_{(i=1)}^n v_i^k} - \frac{\sum_{(i=1)}^n \ln(v_i)}{n} \right)^{-1} \quad (4.12)$$

$$c = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n v_i^k \right)^{\frac{1}{k}} \quad (4.13)$$

Para a execução deste método é necessária certa sofisticação computacional, uma vez que, para encontrar a solução, são imprescindíveis técnicas numéricas avançadas e processamento iterativo.

4.2.1.6 Método da Máxima Semelhança (MMS)

Desenvolvido por Barnsdoff-Nielsen (1977), este método é uma variação da Máxima Verossimilhança, sendo também conhecido como Método da Máxima Verossimilhança Modificado. Ele exige que os dados coletados estejam dispostos em uma distribuição de frequência de ocorrência (histograma), para então, a partir das Equações 4.14 e 4.15, determinar os parâmetros de Weibull.

$$k = \left(\frac{\sum_{i=1}^n [h_i v_i^k \ln(v_i)]}{\sum_{i=1}^n h_i v_i^k} - \frac{\sum_{i=1}^n [h_i \ln(v_i)]}{\sum_{i=1}^n h_i} \right)^{-1} \quad (4.14)$$

$$c = \left[\frac{1}{\sum_{i=1}^n h_i} \sum_{i=1}^n k_i v_i \right]^{\frac{1}{k}} \quad (4.15)$$

4.2.1.7 Método da Energia Equivalente (MEE)

Proposto por Silva (2003), este método parte do pressuposto de que, em regiões onde a distribuição de velocidade do vento apresenta elevada concentração em torno da média, o comportamento se afasta da distribuição de Weibull, o que pode levar a soluções incoerentes com a realidade em processos iterativos. Para sanar este problema, os parâmetros de Weibull, em um processo iterativo, são modelados com base na densidade de potência, fornecendo um ajuste mais próximo da realidade. Este método procura minimizar a diferença entre a densidade de energia das observações e da curva teórica. Os parâmetros são estimados com base no terceiro momento amostral da velocidade do vento, através da minimização do erro quadrado relacionado ao ajuste, conforme a Equação 4.16. O parâmetro c é obtido pela Equação 4.17.

$$\epsilon^2 = \sum_{i=1}^n \left\{ W_i - e^{-\left[\frac{(v_i-1)(\Gamma(1+3/k))^{\frac{1}{3}}}{(v^3_m)^{\frac{1}{3}}} \right]^k} + e^{-\left[\frac{v_i(\Gamma(1+3/k))^{\frac{1}{3}}}{(v^3_m)^{\frac{1}{3}}} \right]^k} \right\} \quad (4.16)$$

$$c = \left[\frac{v^3_m}{\Gamma(1 + \frac{3}{k})} \right]^{\frac{1}{3}} \quad (4.17)$$

4.2.1.8 Método dos Mínimos Quadrados (MMQ)

Considerando que as velocidades do vento estão divididas em n intervalos de velocidade, $0 - V_1, V_1 - V_2, V_2 - V_3, \dots, V_n - V_{n-1}$, com frequências de ocorrência, $f_1, f_2, f_3, \dots, f_n$, e frequência acumulada, $F_1 = f_1, F_2 = f_1 + f_2, F_3 = f_1 + f_2 + f_3, F_n = F_{n-1} + f_n$, a Equação 4.2 da distribuição acumulada pode ser transformada para uma forma linear $y = ax + b$ através das relações:

$$x_i = \ln(V_i) \quad (4.18)$$

$$y_i = \ln[-\ln(1 - F_i)] \quad (4.19)$$

Os valores de x_i e y_i são dispostos em um plano cartesiano gerando um gráfico de dispersão. Neste gráfico é realizada uma regressão linear a fim de obter os coeficientes a e b da Equação 4.18. Por fim, os parâmetros k e c são obtidos pela Equação 4.20 e 4.21.

$$k = b \quad (4.20)$$

$$c = e^{\left(\frac{-a}{b}\right)} \quad (4.21)$$

Nos casos que utilizam distribuição de frequência, a variável v_i é o valor central do intervalo (*bin*) de velocidade.

5 MÉTODOS HEURÍSTICOS

A *Heurística* é uma área composta por métodos que simulam o desenvolvimento e aprendizado de variáveis, que por sua vez adquirem experiência ao longo dos processos iterativos e, desta maneira, encontram a solução do problema. Ademais, é importante ressaltar que nem sempre a solução encontrada é a melhor, mas, geralmente, tende a valores muito próximos da solução ótima (BARBOSA, 2015).

Diante da característica de desenvolvimento e acúmulo de experiência das variáveis, é esperado que os métodos heurísticos apresentem grande adaptabilidade para diversas situações, o que, em estudos eólicos, significa adaptar-se a diversos regimes de ventos (AZEVEDO, 2015).

De acordo com Geem et al. (2001), os métodos heurísticos suprem as deficiências da modelagem matemática em problemas de otimização por alcançarem uma solução muito próxima da ótima com baixo tempo de processamento, por não necessitarem de estimativas iniciais bem elaboradas e por obterem resultados sem grandes erros.

5.1 Função Objetivo

Dentre os métodos heurísticos existentes, não há um em específico que possa, em tempo viável, atingir a solução ótima, os resultados obtidos através de métodos determinísticos e heurísticos, geralmente, se aproximam do valor ideal (AZEVEDO, 2015).

Em todo processo de otimização, é almejado o melhor resultado de uma função modelada de acordo com o problema em questão, esta função recebe o nome de Função Objetivo. Proposta por Azevedo (2015), a função objetivo adotada para o método heurístico utilizado neste trabalho é a minimização do somatório do erro quadrado (ϵ^2) entre a frequência de ocorrência obtida a partir da curva ajustada (f_{ajuste}) e a frequência de ocorrência determinada pelo histograma dos dados tratados de velocidade do vento da região ($f_{observado}$) em todos os n intervalos de velocidade do histograma, conforme descrito na Equação 5.1:

$$\epsilon^2 = \sum_{i=1}^n (f_{ajuste} - f_{observado})^2 \quad (5.1)$$

5.2 Métodos de Otimização Natural

Durante a década de 1950, deu-se início ao desenvolvimento de algoritmos heurísticos baseados em fenômenos biológicos e no comportamento de populações. No entanto, devido à baixa capacidade de processamento computacional na época, tais métodos eram limitados e, somente a partir da década de 1980, com o desenvolvimento computacional, foram utilizados como substitutos para a solução de problemas onde os métodos determinísticos não obtinham resultados satisfatórios (SECCHI; BISCAIA JR., 2012).

Dentre os métodos heurísticos aplicados na engenharia, pode-se citar:

- Recozimento Simulado (*Simulated Annealing*);
- Método do Formigueiro (*Ant Colony Optimization – ACO*);
- Busca Tabu;
- Algoritmo Genético;
- Métodos do Enxame de Partículas (*Particle Swarm Optimization – PSO*);
- e,
- Busca Harmônica (*Harmony Search - HS*);

6 BUSCA HARMÔNICA

Baseado no processo artístico e criativo de um músico, o método heurístico Busca Harmônica foi primeiramente proposto por Geem et al. (2001) para resolver problemas de otimização. No meio musical, um músico executa determinados acordes em um instrumento através de sua experiência ou de um processo aleatório, a improvisação, e, baseando-se em parâmetros estéticos, o artista compõe a obra e melhora sua experiência. De forma análoga, as possíveis soluções de um problema podem ser selecionadas a partir de uma geração aleatória ou da inteligência computacional e podem também ser melhoradas tendo como base uma função objetivo (ASKARZADEH e ZEBARJADI, 2014).

O método da Busca Harmônica é análogo ao processo de busca pela melhor harmonia por parte de um grupo musical. Tal busca é efetivada pela combinação dos elementos existentes ou a partir da geração de novos elementos, simulando a improvisação dos músicos (BARBOSA, 2015).

O algoritmo de busca harmônica descrito por Geem et al. (2001) é conduzido da seguinte maneira:

1. Inicialização da Memória Harmônica – HM (do inglês, *Harmony Memory*). Esta possui uma quantidade previamente definida de possíveis soluções para o caso em questão, sendo cada solução possível chamada de Harmonia;
2. Improvisação de novas harmonias a partir da HM;
3. Se a nova harmonia for melhor do que a pior harmonia da HM, ela é introduzida na HM e a pior harmonia é excluída. Caso contrário, a nova harmonia é excluída; e,
4. O passo 2 é repetido até que seja atingido o critério de parada.

A partir do algoritmo exposto, é possível inferir que, caso a solução ótima não esteja contida na HM, pelo processo de combinação das soluções existentes, seria impossível para o método atingir esta solução. Com a finalidade de solucionar este problema, é introduzido no algoritmo um coeficiente denominado Taxa de Consideração da Memória Harmônica – *HMCR* (do inglês, *Harmony Memory Considering Rate*) (BARBOSA, 2015).

O *HMCR*, que varia de 0 a 1, é definido como a probabilidade de gerar uma nova harmonia a partir da HM, enquanto que $1 - HMCR$ é a probabilidade da nova harmonia ser selecionada do conjunto total de possíveis soluções. Se o *HMCR* for próximo de 1, a diversidade das soluções não será preservada (pior busca global), enquanto que se o *HMCR*

for próximo de 0, a diversidade será alta. Ou seja, este parâmetro é responsável pelo nível de variabilidade de busca global (ASKARZADEH e ZEBARJADI, 2014).

Para evitar que o algoritmo se prenda a mínimos locais, outro coeficiente, denominado Taxa de Ajuste do Som – *PAR* (do inglês, *Pitch Adjusting Rate*), é introduzido. Este parâmetro, assim como o *HMCR*, varia de 0 a 1 e define a probabilidade da harmonia criada ser substituída por um elemento de sua vizinhança dentro de um intervalo denominado de Largura de Variação (*bw*). O parâmetro *PAR* é responsável pelo nível de variabilidade de busca local e, quanto maior o seu valor, maior a probabilidade de um elemento da vizinhança ser selecionado.

A geração da HM inicial pode ser realizada através da seleção de valores que se supõem estar próximos da solução ótima ou então através de um sorteio aleatório dos valores dentro do intervalo de possíveis soluções, sendo este último utilizado neste trabalho. Já a geração de novas harmonias é realizada em duas etapas distintas. Na primeira, é decidido se a nova harmonia será proveniente de algum dos elementos da HM ou se será selecionada do conjunto total de soluções possíveis, tal decisão é regida pelo parâmetro *HMCR*. Na segunda etapa, um sorteio é realizado para decidir se será adicionado ou subtraído o passo *bw* na harmonia gerada na etapa anterior, esta probabilidade é regida pelo parâmetro *PAR* (BARBOSA, 2015).

Dada a função e importância dos parâmetros *HMCR* e *PAR*, é imprescindível uma escolha adequada destes. Geem et al. (2001) determinaram valores fixos para os parâmetros. Mahdavi et al. (2007) propuseram a variação do *PAR* e *bw* em função do número de iterações. Askarzadeh e Zebarjadi (2014), com o intuito de simplificar e facilitar a escolha dos parâmetros, propõem o seguinte equacionamento para os coeficientes do busca harmônica (HS-NPSA):

$$HMCR = 0,9 + 0,1 \cdot rand(0,1) \quad (6.1)$$

$$PAR = \frac{1 - rand(0,1)}{2} \quad (6.2)$$

$$bw = rand(0,1) \quad (6.3)$$

Onde *rand(0,1)* é um número selecionado aleatoriamente dentro do intervalo de 0 a 1.

Neste trabalho, a formulação descrita por Askarzadeh e Zebarjadi (2014) foi adotada para a implementação do algoritmo HS.

7 METODOLOGIA

7.1 Aquisição de Dados

Os dados anemométricos utilizados neste trabalho foram adquiridos através do projeto Sistema de Organização Nacional de Dados Ambientais (SONDA) e foram disponibilizados online pelo Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais.

Foram utilizados dados coletados durante 1 (um) ano, cujas medições eram realizadas de dez em dez minutos pela estação SONDA TRI-23, em Triunfo-PE, localizada na latitude $07^{\circ}49'38'' S$ e longitude $38^{\circ}07'20'' O$ a 1123m a.n.m, além disso, as medições foram feitas em duas alturas diferentes, 25m e 50m, sendo esta última utilizada neste trabalho. Os dados são referentes ao ano de 2006, visto que este ano é o mais recente que possui dados para todos os meses do ano.

Figura 3 – Imagem de Satélite da Estação de Triunfo-PE



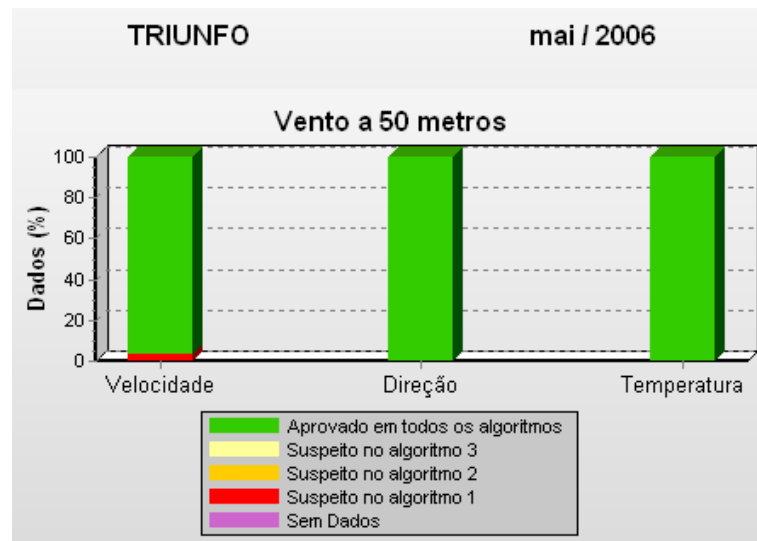
Fonte: Google Earth.

Destarte, é importante ressaltar que há vários fatores que afetam as medições, tais como condições climáticas extraordinárias, relâmpagos, acidentes com animais e mau funcionamento do dispositivo de medição. Diante disso, o projeto SONDA submete os dados adquiridos a um processo de validação baseado no controle de qualidade de dados da *Baseline Surface Radiation Network* (BSRN), antes de disponibilizá-los. No entanto, tal processo de

validação não corrige os dados, mas gera um código de validação que sinaliza os dados caracterizados como suspeitos, ficando a critério do usuário utilizá-los ou não.

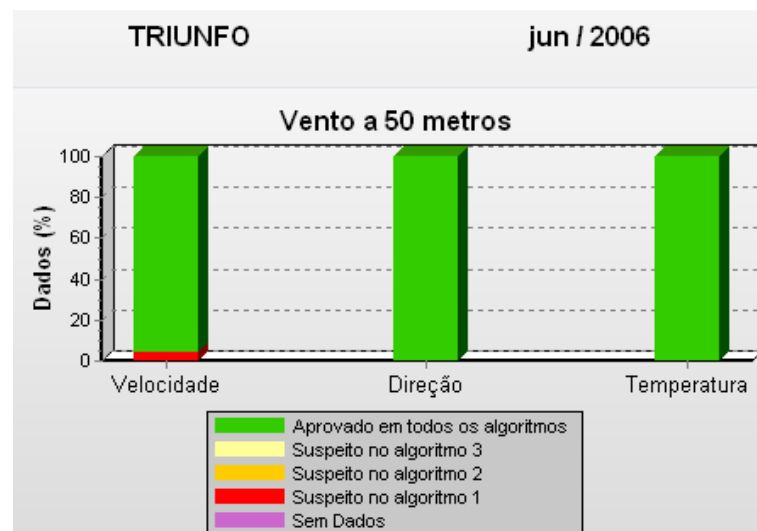
Dentre os dados selecionados da região de Triunfo-PE, nos meses de Maio e Junho, um pequeno percentual foi caracterizado como suspeito, conforme demonstrado pelos Gráficos 3 e 4. Os demais meses não apresentaram dados suspeitos.

Gráfico 3 – Percentual de dados suspeitos no mês de Maio



Fonte: Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (2017).

Gráfico 4 – Percentual de dados suspeitos no mês de Junho

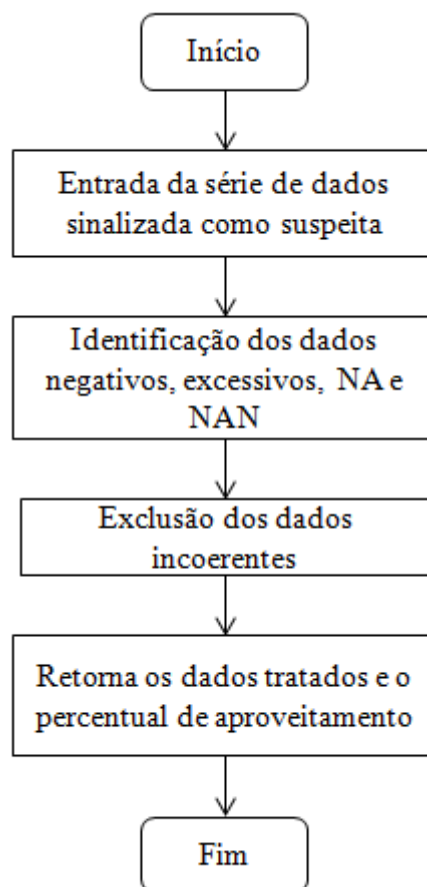


Fonte: Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (2017).

7.2 Tratamento dos Dados

Visto que há dados sinalizados como suspeitos, os dados foram submetidos a um processo de tratamento para remover valores de velocidade negativos, excessivos, valores não numéricos NA (*Not Available*) e NAN (*Not A Number*). O tratamento foi efetivado a partir de um algoritmo implementado através da linguagem de programação R que segue o procedimento descrito na Figura 4:

Figura 4 – Fluxograma do algoritmo de tratamento



Fonte: Elaborado pelo autor.

Os dados tratados foram armazenados em um arquivo denominado “Dados Tratados Triunfo-PE.txt” para serem, posteriormente, utilizados nos métodos determinísticos e heurístico. Além disso, foi calculada a velocidade média, máxima, mínima e o desvio padrão dos dados obtidos.

7.3 Histograma

O histograma foi elaborado a partir da função *hist* da linguagem R, que recebe como parâmetro de entrada os dados tratados da velocidade do vento e retorna o histograma de distribuição da frequência de ocorrência. A função foi ajustada de tal maneira que no eixo das ordenadas estão as frequências relativas, ou seja, o número de ocorrências de um intervalo de velocidade dividido pelo número total de amostras e, no eixo das abscissas, as velocidades estão dispostas em intervalos com amplitude de 1 *m/s*.

Os histogramas foram utilizados para facilitar a comparação com as distribuições de Weibull obtidas através dos métodos utilizados neste trabalho. Diante disso, a curva de distribuição de frequência obtida para cada par *c* e *k* foi sobreposta ao histograma da região de Triunfo-PE, proporcionando a verificação visual da qualidade do ajuste.

7.4 RStudio

O programa computacional RStudio é um ambiente de desenvolvimento integrado para implementação de algoritmos em linguagem C, C++, R, Python, HTML, entre outras. A linguagem R, derivada da S, da Bell Laboratories, é focada em análises estatísticas e geração de gráficos. Além disso, diversas bibliotecas são disponibilizadas, melhorando a eficácia e organização do ambiente de trabalho (RSTUDIO, 2017).

A linguagem R é utilizada amplamente por estatísticos como ferramenta para o desenvolvimento de rotinas de análise de dados, além de proporcionar grande versatilidade na apresentação dos resultados (R-PROJECT, 2017). Pelas vantagens citadas, a linguagem R e a interface de desenvolvimento integrado RStudio foram utilizadas neste trabalho para a implementação dos algoritmos.

7.5 Implementação do método da Busca Harmônica

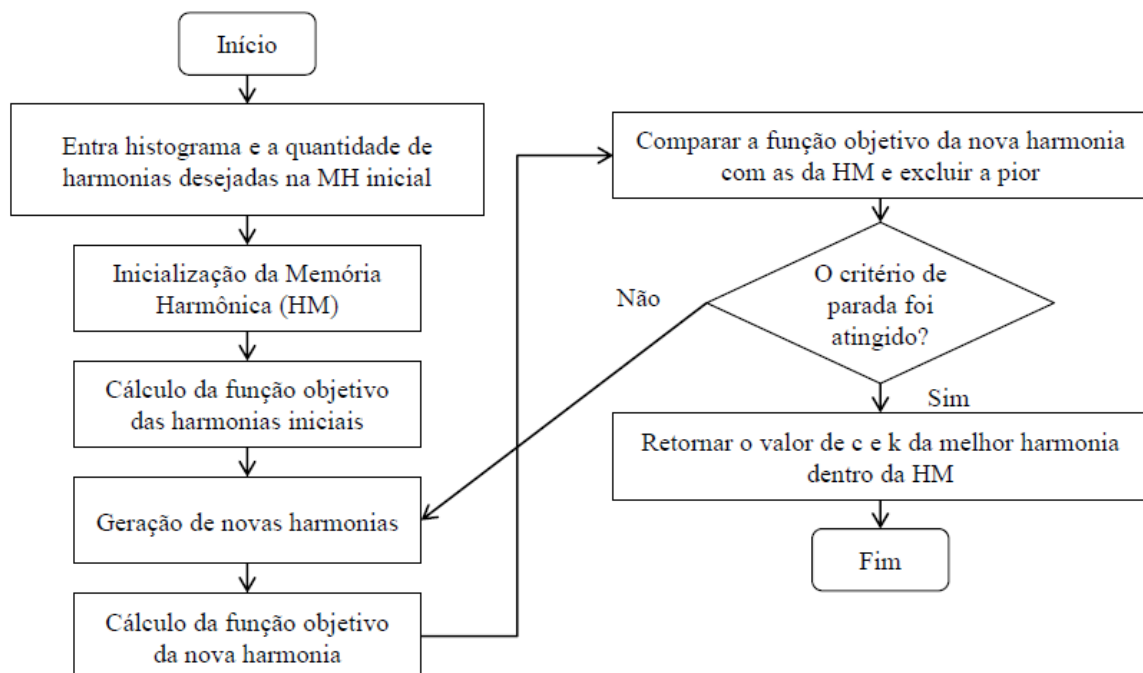
O método heurístico da Busca Harmônica (HS) foi implementado na linguagem R através do programa computacional RStudio. Para este método, foi criada uma função que recebe como parâmetros de entrada o histograma da distribuição de frequência da velocidade do vento da região de Triunfo-PE e o número de harmonias para compor a Memória Harmônica (HM) inicial.

As equações utilizadas para os parâmetros *HMCR*, *PAR* e *bw* são as propostas por Askarzadeh e Zebarjadi (2014), discutidas no tópico 6 deste trabalho, e a função objetivo adotada é a minimização do somatório do erro quadrado (ϵ^2), cuja modelagem matemática foi detalhada na equação 5.1. A HM inicial é gerada através de um sorteio aleatório dos valores dentro do intervalo de possíveis soluções. O algoritmo implementado para o HS segue o fluxograma da Figura 5.

7.5.1 Critério de Parada

O critério de parada utilizado para o Busca Harmônica é o valor da função objetivo. Quando esta atinge um valor menor que 10^{-4} , as iterações são cessadas e o algoritmo retorna o valor de *k* e *c* resultantes. Utilizando este critério de parada com o valor de 10^{-5} , o método da Busca Harmônica, aplicado à região de Triunfo, não obteve resultados, nem mesmo com o número de iterações se aproximando dos dois milhões e o tempo de processamento em torno das duas horas de duração. Isso significa que a solução não está convergindo para um valor de função objetivo menor que 10^{-5} , mas está muito próxima da solução ótima. Diante da inviabilidade da utilização do valor de 10^{-5} no critério de parada, foi adotado o valor de 10^{-4} , que fornece resultados satisfatórios em baixo tempo de processamento.

Figura 5 – Fluxograma do Algoritmo HS



Fonte: Elaborado pelo autor.

7.5.2 Análise da influência da quantidade de harmonias na Memória Harmônica

Uma vez que é possível, no método da Busca Harmônica, determinar diferentes valores possíveis de harmonias para compor a memória harmônica inicial (HM), tornou-se necessário analisar a influência deste parâmetro na eficácia do método.

Para efetivar esta análise, foi executada uma série de testes do método HS, variando o número de harmonias de 1 até 24. Este valor foi escolhido com base nos trabalhos de Barbosa (2015), que utiliza uma quantidade inicial de 12 harmonias no HS aplicado a uma região de Pernambuco obtendo resultados extremamente satisfatórios. O intervalo de 1 a 24 foi então escolhido variando o número de harmonias inicial de Barbosa (2015) para ± 12 . O valor de 0 não foi adotado pois é necessário, no HS, uma quantidade mínima de uma harmonia para compor a HM. Desta forma, foi obtido um intervalo suficientemente grande para observar a influência do número de harmonias na HM inicial.

Outro importante parâmetro para efetivar esta análise é a quantidade de amostras a serem observadas. Neste caso em questão, uma amostra consiste em uma única execução do método HS com uma determinada quantidade de harmonias na HM inicial, e, uma vez que a característica heurística do método possibilita a obtenção de diferentes resultados com os mesmos parâmetros de entrada, a população é definida como as infinitas soluções possíveis de serem obtidas através do HS com uma determinada quantidade de harmonias. Além disso, a quantidade de amostras deve ser suficientemente grande para que seus valores médios forneçam uma representação significativa da população. Diante desta necessidade, a quantidade mínima de amostras necessárias (T_a) para representar a população foi calculada conforme a Equação 7.1, proposta por Fonseca e Martins (2015) para este tipo de situação.

$$T_a = \left(\frac{Z - \sigma_p}{d} \right)^2 \quad (7.1)$$

Onde, para o caso em questão:

- Z é a abscissa da curva normal padrão, fixado um nível de confiança. O nível de confiança adotado neste trabalho é de 99%, logo, o valor de Z é 2,57;
- σ_p é o desvio padrão da população, estimado a partir de trabalhos semelhantes ou, caso não haja dados suficientes para obter a estimativa, a partir de uma determinada quantidade de amostras existentes, sendo esta última possibilidade utilizada neste trabalho; e,

- d é o erro amostral, que é a máxima diferença admissível pelo investigador entre a média populacional e a média das amostras. Neste trabalho, foi utilizado um erro amostral de 2%.

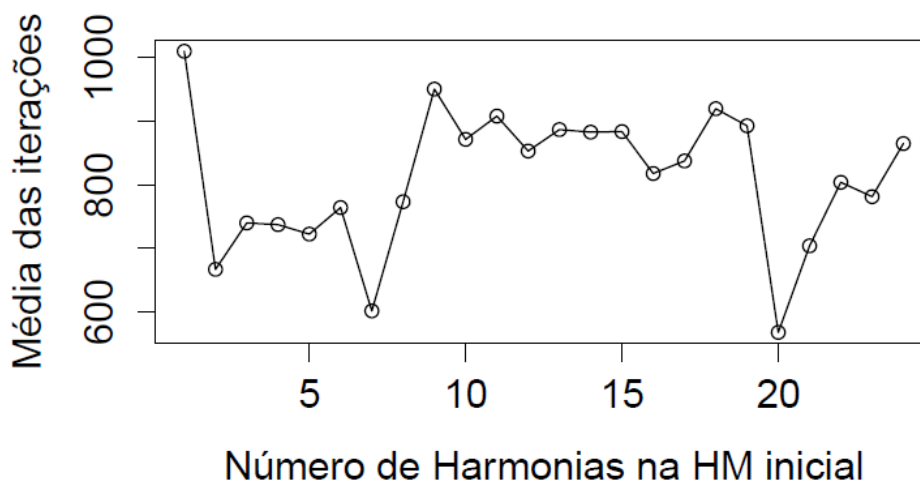
O dimensionamento da amostra foi realizado para o HS com todas as quantidades de harmonias dentro do intervalo de 1 a 24 e o maior resultado obtido foi de 424. Este valor foi então utilizado para todos os casos possíveis dentro do intervalo por motivos de padronização. O HS foi executado 424 vezes para cada valor possível de harmonias na HM inicial, totalizando 10176 execuções. O tempo de processamento total foi de aproximadamente quatro horas e quarenta minutos.

O método HS foi então executado 424 vezes para cada valor dentro do intervalo de 1 a 24 harmonias. Em todas as execuções, com todas as possibilidades de harmonias iniciais dentro do intervalo, o método atingiu o critério de parada. Desse modo, pode-se supor que a quantidade de harmonias iniciais na HM não influencia na obtenção do resultado, mas sim na quantidade de iterações, ou seja, no processamento computacional necessário para atingir a solução. Com a finalidade de averiguar esta suposição, foi elaborado o Gráfico 5, que contém, no eixo das abscissas, a quantidade de harmonias iniciais na HM inicial e, no eixo das ordenadas, a quantidade média de iterações necessárias para que seja atingido o critério de parada das 424 amostras analisadas.

A partir do comportamento aleatório do Gráfico 5, é possível inferir que, para uma quantidade de harmonias iniciais na HM maior que 1, a quantidade de iterações médias para a obtenção do resultado não é uma função da quantidade de harmonias. O valor médio de iterações com a quantidade de harmonias igual a 1 é elevado em relação aos demais devido às características do método utilizado. Uma vez que a HM inicial é composta por somente 1 harmonia, mais combinações são necessárias para atingir o critério de parada, ou seja, é necessário uma maior quantidade de iterações e maior processamento computacional.

Diante dos fatos expostos, para a obtenção dos resultados neste trabalho, foi utilizada uma quantidade de 12 harmonias para compor a HM inicial. O HS foi executado 424 vezes e o resultado final do parâmetro k e c é o valor médio dessas amostras. O resultado obtido foi salvo em um arquivo do tipo *.txt e apresentado em uma tabela.

Gráfico 5 – Influência da Quantidade de Harmonias da HM nas iterações



Fonte: Elaborado pelo autor.

7.6 Implementação dos Métodos Determinísticos

Os métodos determinísticos analisados neste trabalho foram todos implementados utilizando a ferramenta estatística RStudio. Para cada método, uma função foi criada e esta recebe como parâmetro de entrada a série de dados tratados composta pelas velocidades do vento na região de Triunfo-PE e retorna os valores de c e k obtidos. Os códigos de cada uma das funções estão armazenados em um arquivo denominado “Métodos Determinísticos.R”.

Uma vez geradas as funções, a série de dados tratados contendo as velocidades do vento foi submetida a cada um dos métodos e seus respectivos resultados (valores de k e c) foram armazenados em uma matriz de seis linhas e duas colunas, na qual as linhas são referentes aos métodos utilizados e as colunas são utilizadas para armazenar o valor obtido dos parâmetros de Weibull. Nesta matriz, a primeira coluna armazena o valor de k e a segunda o valor de c . A matriz de resultados foi salva em um arquivo do tipo *.txt e os resultados obtidos foram apresentados em uma tabela.

7.7 Análise Estatística dos Resultados

Para comparar a qualidade dos resultados obtidos através de cada um dos métodos utilizados neste trabalho, quatro testes foram selecionados:

1. Raiz quadrada do erro quadrático médio (do inglês, *Root Mean Square Error* - RMSE): É geralmente utilizada para mensurar a diferença entre os valores reais observados e os valores obtidos através de um modelo. Quanto maior o valor do RMSE, maior a dispersão de duas variáveis correlacionadas em torno do valor médio esperado (BARBOSA, 2015). Valores pequenos deste teste garantem maior credibilidade nos resultados obtidos dos dados analisados. O RMSE é dado pela equação 7.2:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (f_i^{\text{calculado}} - f^{\text{medido}})^2}{n}} \quad (7.2)$$

2. Coeficiente de determinação (R^2): É definido com a medida de ajuste de um modelo em relação aos valores reais. O valor de R^2 varia de 0 (zero) a 1 (um), em percentagem, e, quanto maior, mais os modelo se ajusta às amostras. O R^2 é dado pela equação 7.3:

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (f_i^{\text{calculado}} - \bar{f}^{\text{medido}})^2}{\sum_{i=1}^n (f_i^{\text{medido}} - \bar{f}^{\text{medido}})^2} \quad (7.3)$$

3. Erro absoluto médio percentual (do inglês, *Mean Absolute Percentage Error* - MAPE): É definido como a precisão da previsão de um modelo estatístico e mede o erro em percentagem, conforme a Equação 7.4. Logo, quanto menor o valor do MAPE, maior a confiabilidade.

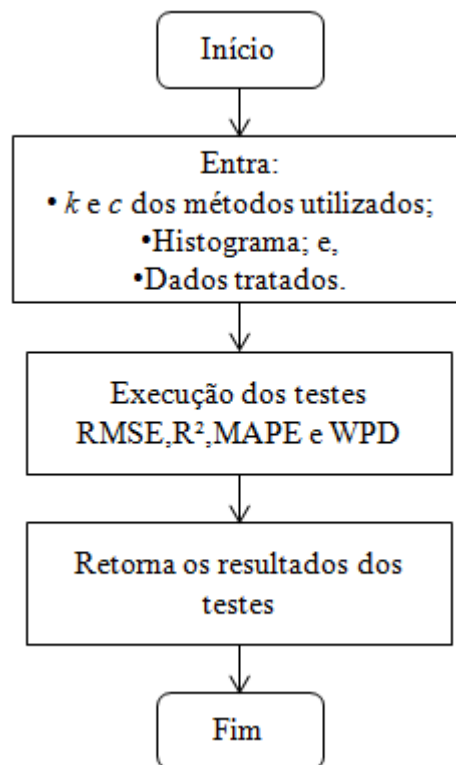
$$MAPE = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{f_i^{\text{calculado}} - f^{\text{medido}}}{f^{\text{medido}}} \right| \right) \cdot 100\% \quad (7.4)$$

4. *WPD*: Uma vez que o objetivo de grande parte dos ajustes da curva de Weibull, em estudos eólicos, é estimar o potencial energético da região, torna-se relevante analisar o desvio percentual em *WPD* (densidade de potência) de cada par (k e c) encontrado em relação ao histograma de distribuição de frequência de ocorrência. Este teste procura identificar o valor da média da velocidade cúbica do histograma (WPD_{medido}) e da curva de Weibull gerada a partir dos parâmetros k e c (WPD_{estimado}). É calculado pela Equação 7.5 e, quanto mais próximo de zero, melhor.

$$WPD = \left(\frac{WPD_{estimado} - WPD_{medido}}{WPD_{medido}} \right) \cdot 100\% \quad (7.5)$$

Nos testes $RMSE$, R^2 e $MAPE$, n é o número de amostras, f^{medido} é a frequência de ocorrência relativa do histograma e $f_i^{calculado}$ é valor obtido através dos métodos utilizados. É importante ressaltar que nos testes $RMSE$, R^2 e $MAPE$, a proximidade da curva com os picos do histograma são indicativos da qualidade do ajuste, ou seja, representam uma avaliação do primeiro momento amostral da velocidade. Já o WPD fornece o valor da média da velocidade cúbica a partir do histograma, ou seja, consiste em uma avaliação do terceiro momento amostral da velocidade do vento (AZEVEDO, 2015).

Figura 6 – Fluxograma do algoritmo de teste estatístico



Fonte: Elaborado pelo autor

Os testes foram todos implementados em uma função no RStudio e, posteriormente, foi elaborada uma função que recebe como parâmetros de entrada os resultados de k e c obtidos pelos métodos heurístico e determinísticos utilizados neste trabalho e a distribuição de frequência de ocorrência dos ventos da região de Triunfo-PE. A

Figura 6 demonstra o fluxograma do algoritmo. Por fim, os resultados dos testes foram armazenados em um arquivo do tipo *.txt e apresentados em uma tabela.

A partir do que foi exposto nesta metodologia, diversos resultados numéricos foram obtidos e a interpretação deles foi minuciosamente elaborada para possibilitar a análise da aplicabilidade do método HS.

8 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os resultados armazenados nos arquivos do tipo *.txt foram todos organizados e adequadamente apresentados neste capítulo.

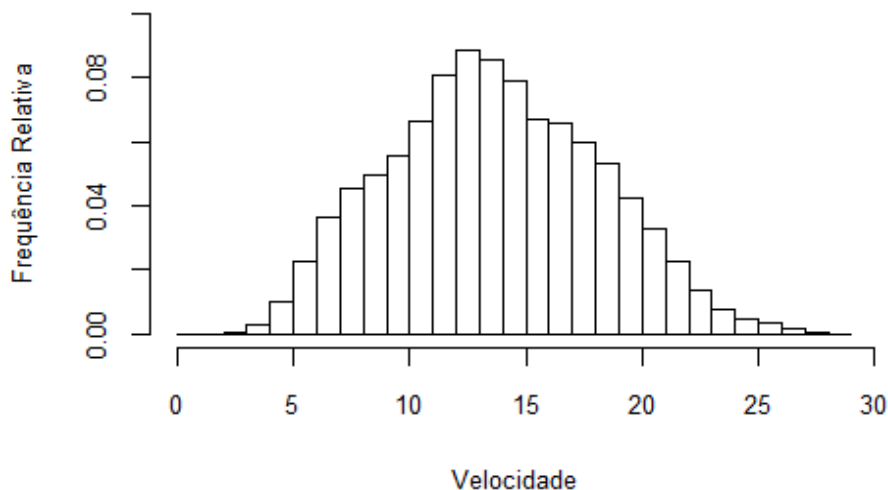
8.1 Tratamento dos Dados

Apesar da sinalização de dados suspeitos, explicitada no tópico 7.1 deste trabalho, o percentual de aproveitamento obtido foi de 100%, ou seja, todos os dados originais foram utilizados. O arquivo final de dados possui um total de 52.560 dados de velocidade do vento, estando, desse modo, de acordo com a norma IEC (2005), que define um mínimo de 1 (um) ano de dados integrados medidos em intervalos de 10 minutos para caracterizar o regime de ventos de uma determinada região.

8.2 Histograma

O resultado da determinação da frequência de ocorrência dividida pela quantidade total de dados, em cada intervalo de velocidade, resulta no histograma do Gráfico 6. Nele é apresentada a frequência relativa para auxiliar a comparação visual com os resultados das distribuições de Weibull geradas a partir de cada par k e c encontrados pelos métodos abordados neste trabalho.

Gráfico 6 – Histograma de Triunfo-PE



Fonte: Elaborado pelo autor

A partir do histograma, foi possível perceber que, para a região de Triunfo-PE, durante o período de um ano, há uma grande diversificação das velocidades do vento, com velocidades que variam entre um mínimo de $2,32 \text{ m/s}$ e um máximo de $28,7 \text{ m/s}$. A velocidade média calculada é de $13,52 \text{ m/s}$ e o desvio padrão é $4,51 \text{ m/s}$. O histograma apresenta uma forma que pode ser devidamente representada por uma distribuição de Weibull que demonstre um valor médio em torno de 14 m/s .

8.3 Resultados dos Métodos Determinísticos

Os resultados dos parâmetros de Weibull obtidos a partir de cada método determinístico estão dispostos na Tabela 2. Ademais, as curvas de Weibull geradas a partir dos resultados foram sobrepostas ao histograma de Triunfo, conforme o Gráfico 7. Os resultados individuais podem ser mais bem observados nos gráficos contidos no apêndice A deste trabalho.

Tabela 2 – Parâmetros de Weibull da região de Triunfo-PE

Método	k	$c \text{ [m/s]}$
MM	3,3361	15,2103
ME	3,3290	15,2119
MEP	3,0761	15,2702
MQQ	3,0524	15,2756
MMV	3,3337	15,2254
MMS	3,3283	15,2191
MEE	3,0004	15,0249
MMQ	9,9496	14,9003

Fonte: Elaborado pelo autor

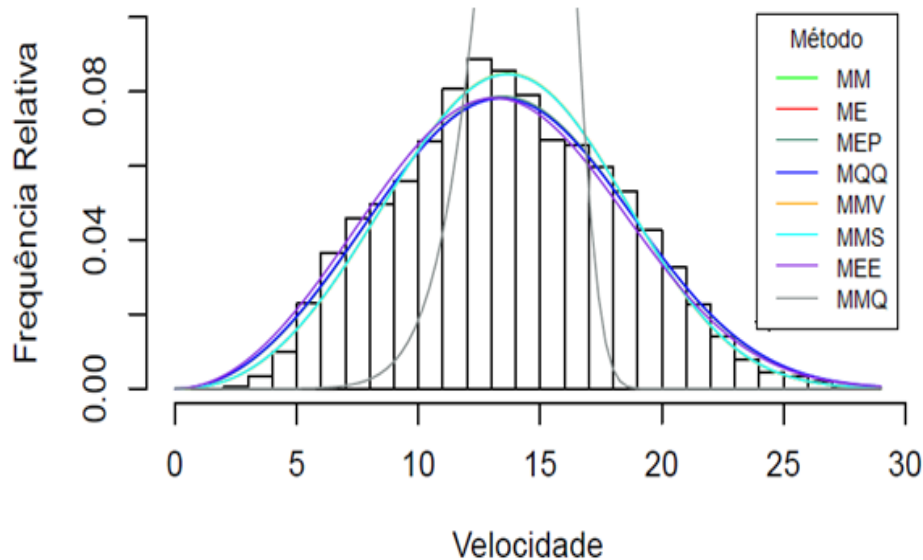
A partir da inspeção visual dos resultados no Gráfico 7 e dos dados da Tabela 2, é possível perceber que, em todos os métodos determinísticos abordados, com exceção do Método dos Mínimos Quadrados, a distribuição de Weibull se aproxima muito do valor médio de 14 m/s e abrange a grande diversidade de dados da velocidade do vento no histograma, o que reflete bem as características do regime de ventos e comprova a aplicabilidade dos métodos na região de Triunfo.

O MMQ apresentou distribuição de Weibull bem destoante do formato do histograma. Apesar do valor médio da curva estar em torno de 14 m/s , quando comparada à distribuição de velocidade, é possível observar grandes disparidades nos valores distintos do

médio. Outro aspecto importante que vale ser ressaltado é que, na curva ajustada do MMQ, os valores se concentram em torno do valor médio, o que não reflete as características apresentadas no histograma. Além disso, a frequência relativa fornecida pela curva não é representativa da frequência real observada na distribuição de frequência. Desse modo, é possível inferir que o MMQ não é aplicável à região de Triunfo.

Por fim, dado que, visualmente e numericamente, todos os resultados dos métodos determinísticos são semelhantes, com exceção do MMQ, é necessário analisar os resultados dos testes estatísticos para efetivar um estudo mais detalhado dos resultados obtidos.

Gráfico 7 – Ajuste Pelos Métodos Tradicionais



Fonte: Elaborado pelo autor.

8.4 Resultados do Busca Harmônica

Os resultados dos parâmetros de Weibull obtidos a partir do método heurístico HS estão dispostos na Tabela 3. Ademais, a curva de Weibull gerada a partir dos parâmetros k e c obtidos foi sobreposta ao histograma de Triunfo, conforme o Gráfico 8.

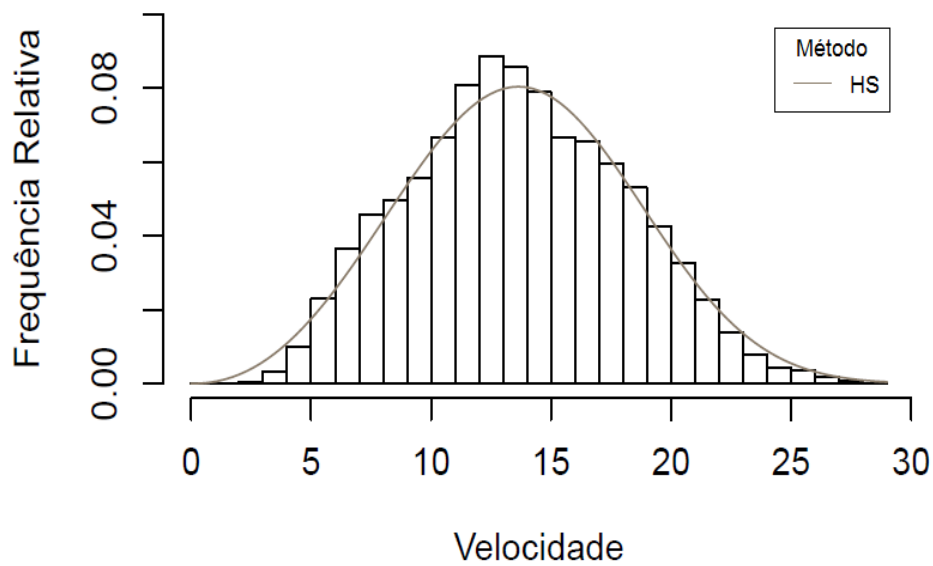
Tabela 3 – Parâmetros de Weibull do método HS

Método	k	c [m/s]
HS	3,1734	15,3620

Fonte: Elaborado pelo autor

Pode ser observado, no Gráfico 8, que a distribuição de Weibull se aproxima muito do valor médio de 14 m/s , o que reflete bem as características do regime de ventos e comprova a aplicabilidade do método HS, com a função objetivo utilizada, na região de Triunfo. Os valores de k e c obtidos são coerentes com o esperado, visto que o valor de c está relativamente próximo da média da região e o valor k possibilita a representação da grande diversidade de velocidades do vento observadas no histograma. Ademais, é importante ressaltar que o tempo de processamento para obtenção dos resultados aqui apresentados foi de trinta e dois minutos, o que é muito elevado em comparação aos demais métodos, pois estes apresentaram tempo de processamento em torno de um minuto. Este elevado tempo de processamento se deve ao fato de serem utilizadas 424 amostras para obtenção do valor médio de k e c .

Gráfico 8 – Ajuste da curva de Weibull pelo método HS



Fonte: Elaborado pelo autor

O resultado do ajuste da curva de Weibull pelo método HS é, visualmente e numericamente, muito similar ao ajuste realizado pelos métodos determinísticos. Logo, é necessário analisar os resultados dos testes estatísticos para efetivar um estudo comparativo minucioso dos resultados obtidos.

8.5 Resultados dos Testes Estatísticos e Comparativo Entre os Métodos

Os parâmetros de Weibull da região de Triunfo estimados pelos oito métodos numéricos tradicionais e pelo método HS foram registrados e, a partir destes, foram calculados os testes estatísticos $RMSE$, R^2 , $MAPE$ e WPD . Os resultados dos testes, bem como os parâmetros de Weibull de cada método, estão dispostos na Tabela 4.

Todos os métodos abordados neste trabalho, com exceção do MMQ, obtiveram boa representatividade do primeiro e do terceiro momento amostral da velocidade do vento. No erro em relação ao terceiro momento, destaca-se o MEE, com erro WPD desprezível de $-2,220 \cdot 10^{-14}\%$. Foi observado também que o MEE não apresentou o melhor desempenho nos demais testes, ainda que tenha obtido boa representação. Os MQQ, MEP e o método HS, com a função objetivo adotada, apresentam erro superior a 3% no terceiro momento, o que, de acordo com Azevedo (2015), restringe a utilização destes métodos a análises preliminares de geração de energia. O MMQ apresenta erro absoluto superior a 12% no teste WPD , fato que o torna inviável para estudos eólicos em Triunfo.

Tabela 4 – Testes Estatísticos

Método	k	c [m/s]	$RMSE$	R^2	$MAPE$ [%]	WPD [%]
MM	3,3361	15,2103	0,0007244	0,98206	0,2801	-0,241
ME	3,3291	15,2119	0,0007182	0,98234	0,2894	-0,141
MEP	3,0761	15,2702	0,0007207	0,98224	0,2969	3,912
MQQ	3,0524	15,2756	0,0007436	0,98109	0,3081	4,344
MMV	3,3337	15,2254	0,0007242	0,98206	0,2801	0,081
MMS	3,3283	15,2191	0,0007185	0,98234	0,2791	0,007
MEE	3,0004	15,0249	0,0007894	0,97869	0,3446	-2,220e-14
MMQ	9,9496	14,9003	0,0094625	-2,06086	3,2434	-12,485
HS	3,1734	15,3620	0,0007022	0,98314	0,2780	4,541

Fonte: Elaborado pelo autor.

O ajuste obtido pelo método heurístico HS foi satisfatório. O desempenho deste método nos testes $RMSE$, R^2 e $MAPE$, ou seja, na avaliação do primeiro momento, é superior a todos os outros métodos abordados, o que demonstra a validade e competitividade deste método, apesar do erro no terceiro momento ser de 4,541%.

O MMQ apresentou valor de $k = 9,9496$, estando, dessa forma, distante dos valores obtidos pelos outros métodos. Já o seu valor de $c = 14,9003$ está próximo dos demais. O seu resultado em todos os testes estatísticos, quando comparados aos demais, é o

pior tanto no primeiro como no terceiro momentos, sendo este método o menos indicado para Triunfo. Em contrapartida, de acordo com os trabalhos de Azevedo (2015), o MMQ apresentou resultados satisfatórios no ajuste do histograma da região de Petrolina-PE, comprovando que o mesmo método pode apresentar desempenhos distintos em regiões diferentes.

A partir dos dados da Tabela 4, é possível observar também que todos os métodos, com exceção do MMQ, obtiveram resultados próximos para os testes estatísticos e para os parâmetros de Weibull estimados. Este fato representa a capacidade dos métodos de encontrar uma solução plausível para o problema.

9 CONCLUSÃO

Foi possível, neste trabalho, determinar as frequências de ocorrência das velocidades do vento da região de Triunfo e, posteriormente, dividi-las pela quantidade total de dados de velocidade, obtendo, desta maneira, o histograma de frequência relativa das velocidades do vento de Triunfo-PE.

O método Busca Harmônica – HS foi devidamente implementado utilizando a linguagem estatística R através do programa computacional RStudio. Na implementação do HS foi utilizada a metodologia descrita por Askarzadeh e Zebarjadi (2014), explicitada no tópico 6 deste trabalho.

Foi possível também realizar o ajuste do histograma real de velocidades do vento da região de Triunfo através do HS e dos métodos tradicionais de ajuste, que são: MM (Método do Momento), ME (Método Empírico), MEP (Método da Energia Padrão), MQQ (Método do Qui-Quadrado), MMV (Método da Máxima Verossimilhança), MMS (Método da Máxima Semelhança), MEE (Método da Energia Equivalente) e MMQ (Método dos Mínimos Quadrados). Uma inspeção visual foi realizada para verificar a qualidade do ajuste obtido por cada método, e, como os resultados foram muito similares, com exceção do MMQ, foi realizada uma análise mais detalha a partir dos testes estatísticos.

Foi demonstrado neste trabalho que, no método HS, a quantidade média de iterações para a obtenção dos resultados, ou seja, o processamento computacional necessário para a execução do método, não é uma função da quantidade de harmonias na HM inicial. Ademais, os valores de $k = 3,1734$ e $c = 15,3620$ obtidos são coerentes com o esperado, visto que o valor de c está relativamente próximo da média da região de Triunfo e o valor k possibilita a representação da grande diversidade de velocidades do vento observadas no histograma.

Nos testes estatísticos, o HS foi confrontado com oito métodos determinísticos de ajuste da curva de Weibull explorados neste trabalho. Os critérios de comparação utilizados foram: a avaliação do primeiro momento amostral das velocidades do vento, realizada através dos testes $RMSE$, R^2 e $MAPE$ e a avaliação do terceiro momento amostral das velocidades do vento, realizada através do teste WPD .

A partir dos resultados dos testes estatísticos, foi possível inferir que o HS, com a função objetivo adotada, pode ser satisfatoriamente utilizado na determinação dos parâmetros de Weibull de Triunfo. Este fato é comprovado pelo seu desempenho superior em relação aos demais métodos na avaliação do primeiro momento, o que o torna competitivo em relação a

eles. E ainda, é importante ressaltar que o ajuste obtido pelo HS foi considerado bastante representativo das características dos ventos de Triunfo.

No entanto, o desempenho do HS no terceiro momento (*WPD*) apresentou erro superior a 4%, este fato restringe a utilização deste método, com a função objetivo escolhida, à análises preliminares de geração de energia na região estudada.

Para trabalhos futuros, sugere-se a análise da geração da memória harmônica inicial a partir de resultados obtidos através dos métodos determinísticos, o que pode diminuir a necessidade de processamento computacional e auxiliar na convergência do método para a obtenção da solução.

REFERÊNCIAS

- ABEEÓLICA. 2017. Disponível em: < http://www.abeeolica.org.br/wp-content/uploads/2017/10/04_Infovento.pdf> Acesso em 28 de novembro de 2017.
- ABEEÓLICA. 2017. Disponível em: < <http://www.abeeolica.org.br/wp-content/uploads/2017/11/Dados-Mensais-ABEEolica-11.2017.pdf>> Acesso em 28 de novembro de 2017.
- ABEEÓLICA. 2017. Disponível em: < <http://www.abeeolica.org.br/noticias/dez-fatos-sobre-energia-eolica-brasileira-que-voce-talvez-nao-saiba-3/>> Acesso em 28 de novembro de 2017.
- ABERNETHY, R. B. The new Weibull handbook. [S.l.]: Dr. Robert B. Abernethy, 1996.
- AKDAG, S. A.; DINLER, A. A new method to estimate weibull parameters for wind energy applications. *Energy Conversion and Management*, v. 50, n. 7, p. 1761 – 1766, 2009. ISSN 0196-8904. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0196890409000934>>.
- ANDRADE, C. F. de; NETO, H. F. M.; ROCHA, P. A. C.; SILVA, M. E. V. da. An efficiency comparison of numerical methods for determining weibull parameters for wind energy applications: A new approach applied to the northeast region of brazil. *Energy Conversion and Management*, v. 86, n. 0, p. 802 – 810, 2014. ISSN 0196-8904. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0196890414005718>>.
- ASKARZADEH, Alireza; ZEBARJADI, Masoud. Wind power modeling using harmony search with a novel parameter setting approach. *Journal Of Wind Engineering And Industrial Aerodynamics*, [s.l.], v. 135, p.70-75, dez. 2014.
- AZEVEDO, Danilo César Rodrigues. Métodos Heurísticos Aplicados no Ajuste de Curvas de Weibull em Energia Eólica. 2015. 126 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Mecânica, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2015.
- BARBOSA, Hélio de Paula. Utilização da Busca Harmônica no Ajuste da Curva de Weibull em Energia Eólica. 2015. 69p. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Mecânica, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2015.
- BARNSDOFF-NIELSEN, O. Exponentially Decreasing Distribution for the Logarithm of Particle Size. *Proc. R. London, England*, 353, p401-419, 1997.
- CARNEIRO, T. C.; MELO, S. P.; CARVALHO, P. C. M.; BRAGA, A. P. S. Particle Swarm Optimization method for estimation of Weibull parameters: A case study for the Brazilian northeast region. *Renewable Energy*, [s.l.], v. 86, p.751-759, fev. 2016. No prelo.
- CHANG, T. P. Performance comparison of six numerical methods in estimating weibull parameters for wind energy application. *Applied Energy*, v. 88, n. 1, p. 271 – 283, 2011. ISSN 0306-2619. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0306261910002321>>.

DAVENPORT, A.G. The Relationship of Wind Structure to Wind Loading. National Physics Laboratory, London – England, 1963.

DORVLO, A. S. Estimating wind speed distribution. *Energy Conversion and Management*, v. 43, n. 17, p. 2311 – 2318, 2002. ISSN 0196-8904. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0196890401001820>>.

EMPRESA DE PESQUISA ENERGÉTICA. Ministério de Minas e Energia. Balanço Energético Nacional 2017: Ano Base 2017. Rio de Janeiro: Epe, 2017.

FEITOSA, E.A.N., ROHATGI, J.S, LOBORIO, E. The influence of High Weibull Shape Factor on the Design of Wind Turbines in Wind Energy. Houston - USA, ASME, 1993, 14 p. 87-88.

FONSECA, Jairo Simon da; MARTINS, Gilberto de Andrade. Curso De Estatística. 6. ed. São Paulo: Tlas S.a., 2015. 320 p.

FRANK, H. P.; RATHMANN, O.; MORTENSEN, N. G.; LANDBERG, L. The numerical wind atlas. RISØ, 2001.

GEEM, Zong Woo; KIM, Joong Hoon; LOGANATHAN, G.v.. A New Heuristic Optimization Algorithm: Harmony Search. *Simulation*, [s.l.], v. 76, n. 2, p.60-68, 1 fev. 2001.

HENNESSEY Jr., Joseph P. Some Aspects of Wind Power Statistics. *Journal Of Applied Meteorology*, Corvallis, v. 16, p.119-128, 1977

HYNDMAN, R. J.; KOEHLER, A. B. (2006). "Another look at measures of forecast accuracy". *International Journal of Forecasting*.

INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS. Sistema de Organização Nacional de Dados Ambientais. Online. Disponível em < <http://sonda.ccst.inpe.br/>>. Acesso em 24 de novembro de 2017.

INTERNATIONAL ELECTROTECHNICAL COMMISSION. IEC 61400-1: Wind Turbines - Part 1: Design Requirements. 3 ed. [s.l.]: Iec, 2005. 92 p.

JOHNSON, G. L. (1985) *Wind Energy Systems*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ.

JUÁREZ, A. A.; ARAÚJO, A. M.; ROHATGI, J. S.; FILHO, O. D. Q. O.; Development of the wind power in brazil: Political, social and technical issues. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, v. 39, n. 0, p. 828 – 834, 2014. ISSN 1364-0321. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1364032114005383>>.

JUSTUS, C. G.; HARGRAVES, W. R.; MIKHAIL, A.; GRABER, G. Methods for estimating wind speed frequency distributions. *Journal of applied meteorology*, v. 17, n. 3, p. 347–353, 1978.

MAHDAVI, M.; FESANGHARY, M.; DAMANGIR, E.. An improved harmony search algorithm for solving optimization problems. *Applied Mathematics And Computation*, [s.l.], v. 188, n. 2, p.1567-1579, maio 2007.

MANWELL, James; MCGOWAN, Jon; ROGERS, Anthony. Wind Energy Explained: Theory, Design and Application. 2. ed. United Kingdom: Wiley, 2009. 705 p.

NAROVLYANSKII, G. (1968). Aviation Climatology. Israel Program for Scientific Translations, Jerusalém, 1968, 218p.

NREL. Wind Resource Assessment Handbook : Fundamentals for conducting a successful monitoring program. Prepared by aws scientific. [S.l.: s.n.], 1997.

PISHGAR-KOMLEH, S.; KEYHANI, A.; SEFEEDPARI, P. Wind speed and power density analysis based on weibull and rayleigh distributions (a case study: Firouzkooh county of iran). Renewable and Sustainable Energy Reviews, v. 42, n. 0, p. 313 – 322, 2015. ISSN 1364-0321. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1364032114008454>>.

ROCHA, P. A. C.; SOUSA, R. C. de; ANDRADE, C. F. de; SILVA, M. E. V. da. Comparison of seven numerical methods for determining Weibull parameters for wind energy generation in the northeast region of brazil. Applied Energy, v. 89, n. 1, p. 395 – 400, 2012. ISSN 0306-2619. Special issue on Thermal Energy Management in the Process Industries. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0306261911004983>>.

ROHATGI, J. S.; NELSON, V. (1994). Wind Characteristics: An Analysis for the Generation of Wind Power. Alternative Energy Institute, Canyon, TX.

R-PROJECT. 2017. Disponível em: < <https://www.r-project.org/>>. Acesso em: 15 de novembro de 2017.

RSTUDIO. 2017. Disponível em: <<http://www.rstudio.com/>>. Acesso em: 15 de novembro de 2017.

SECCHI, A. R.; BISCAIA JR., E. C. Otimização de processos.: Notas de aula. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, 2012.

SILVA, G. Características de vento da região nordeste: análise, modelagem e aplicações para projetos de centrais eólicas. UFPE, 2003.

STEVENS, M. J.; SMULDERS, P. T. The Estimation of the Parameters of The Weibull Wind Speed Distribution for Wind Energy Utilization Purposes. Wind Engineering, 3, p. 132-145, 1979.

TOFALLIS (2015). "A Better Measure of Relative Prediction Accuracy for Model Selection and Model Estimation", Journal of the Operational Research Society.

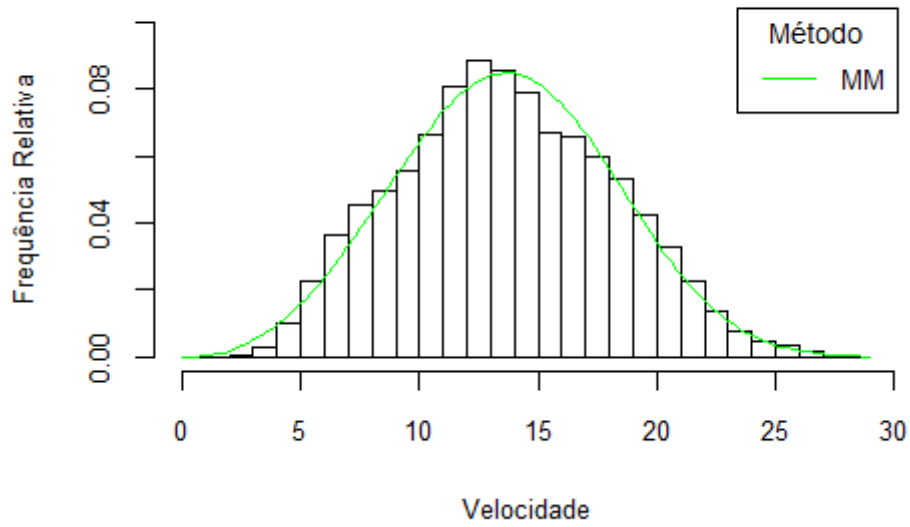
WEIBULL, E. H. Waloddi. A Statistical Distribution Function of Wide Applicability. Journal Of Applied Mechanics, Estocolmo, v. 18, p.293-297, 1951.

WENTINK, T. Wind power potential of alaska. National Technical Information Service, 1974.

WMO. Meteorological Aspects of The Utilization of Wind as an Energy Source. Geneva – Switzerland, 1981. 175 p.

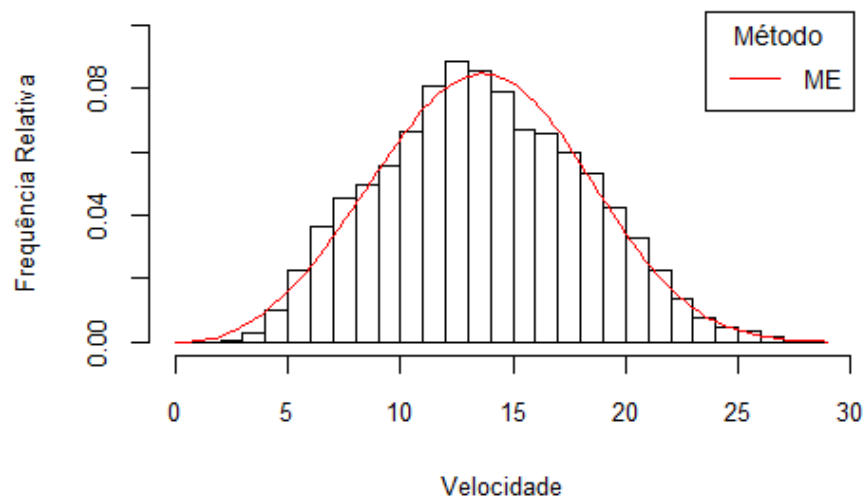
APÊNDICE A – GRÁFICOS DOS RESULTADOS INDIVIDUAIS DOS MÉTODOS DETERMINÍSTICOS

Gráfico 9 – Ajuste da curva pelo Método dos Momentos



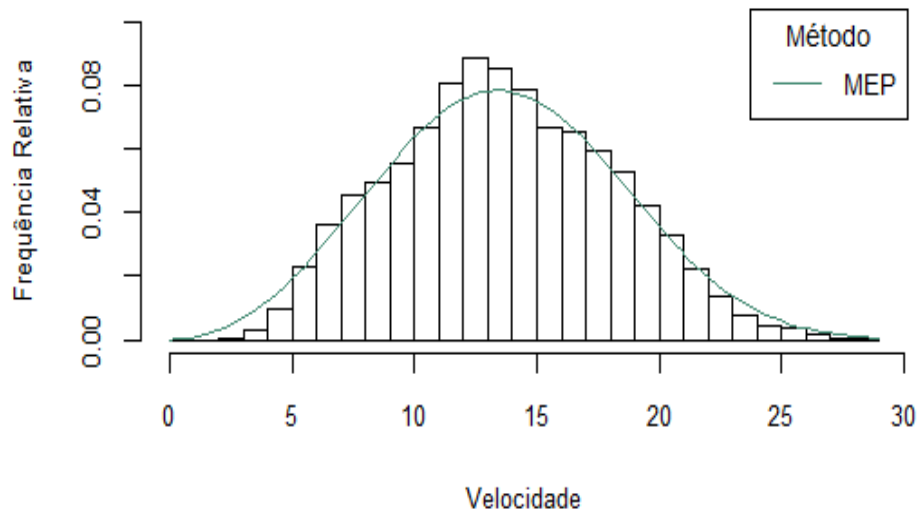
Fonte: Elaborado pelo autor

Gráfico 10 – Ajuste da curva pelo Método Empírico



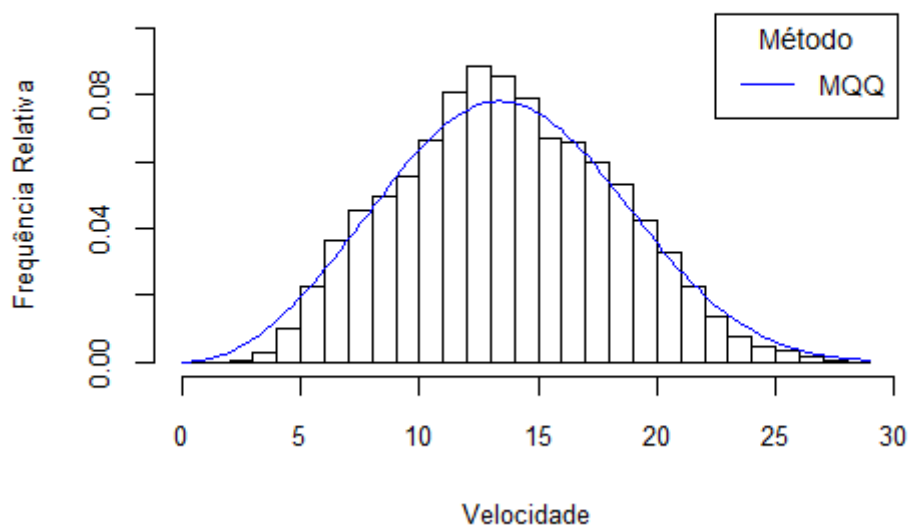
Fonte: Elaborado pelo autor

Gráfico 11 – Ajuste da curva pelo Método da Energia Padrão



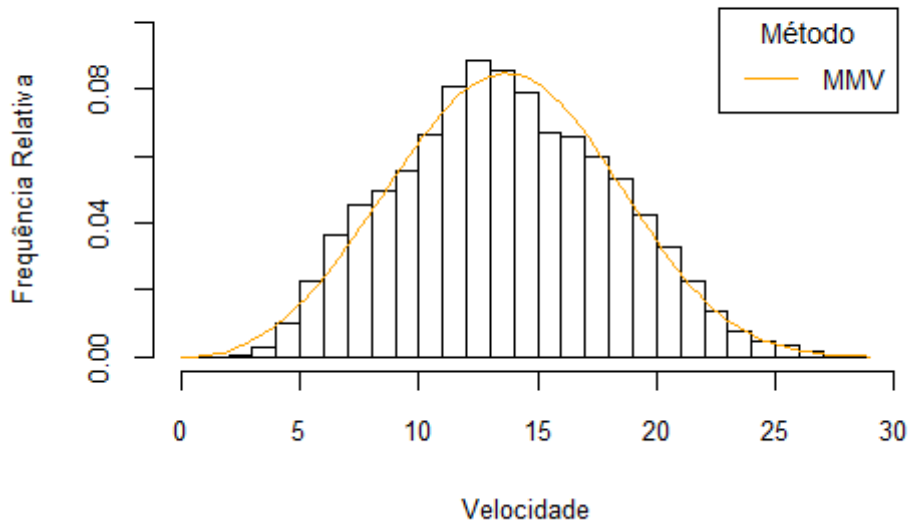
Fonte: Elaborado pelo autor

Gráfico 12 – Ajuste da curva pelo Método Qui-Quadrado



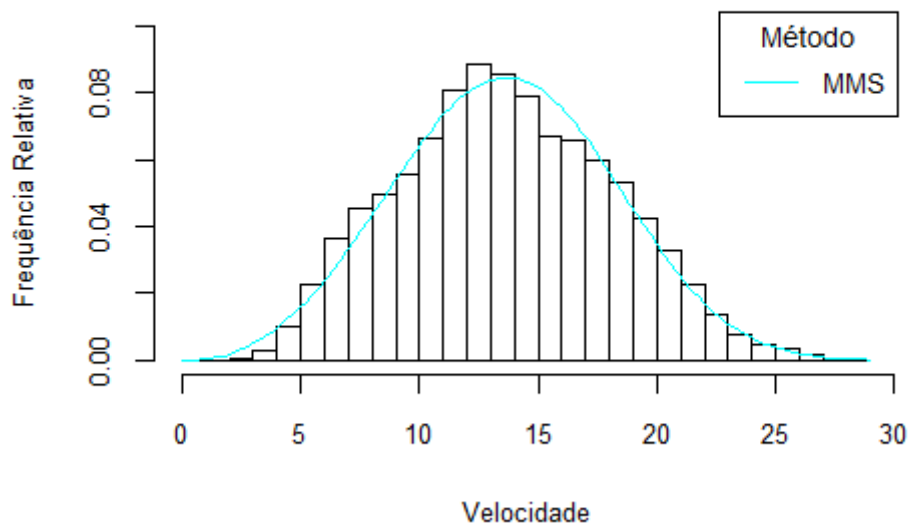
Fonte: Elaborado pelo autor

Gráfico 13 – Ajuste da curva pelo Método da Máxima Verossimilhança



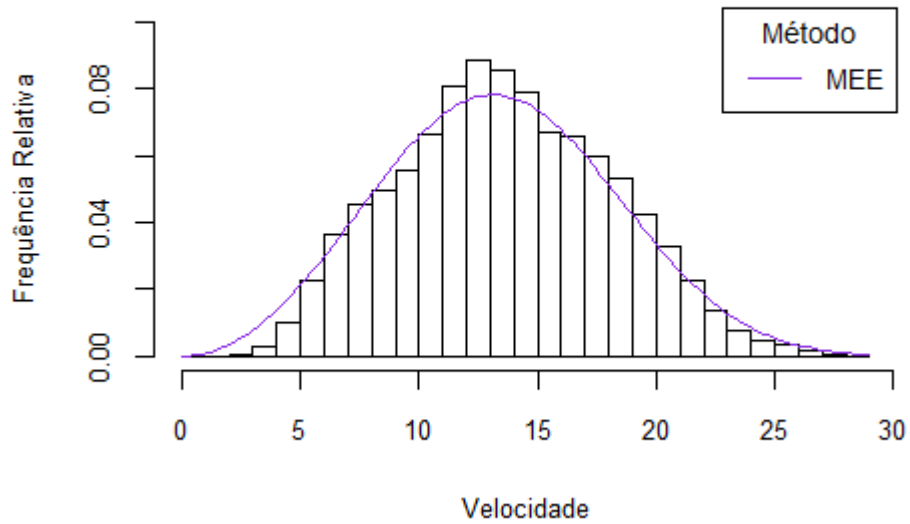
Fonte: Elaborado pelo autor

Gráfico 14 – Ajuste da curva pelo Método da Máxima Semelhança



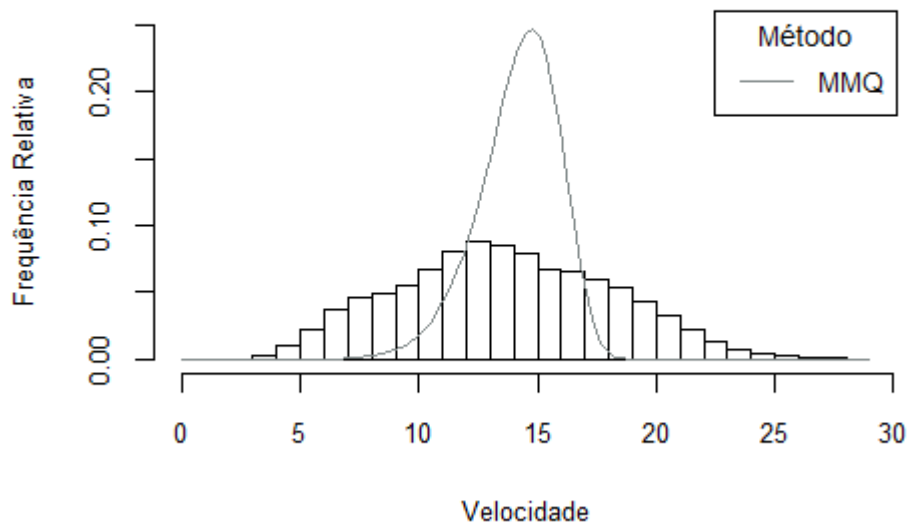
Fonte: Elaborado pelo autor

Gráfico 15 – Ajuste da curva pelo Método da Energia Equivalente



Fonte: Elaborado pelo autor

Gráfico 16 – Ajuste da curva pelo Método dos Mínimos Quadrados



Fonte: Elaborado pelo autor