UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS
DEPARTAMENTO DE FÍSICA
CURSO DE LICENCIATURA EM FÍSICA

HIGO BARROS NOGUEIRA

O CONCEITO DE BELEZA NA FÍSICA E SUA APLICAÇÃO AO ENSINO

FORTALEZA
2020

HIGO BARROS NOGUEIRA

O CONCEITO DE BELEZA NA FÍSICA E SUA APLICAÇÃO AO ENSINO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Licenciatura em Física do Centro de Ciências da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do grau de licenciado em Física.

Orientador: Prof. Dr. Roberto Vinhaes Maluf Cavalcante

FORTALEZA
2020

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Biblioteca Universitária
Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

N712c Nogueira, Higo Barros.
O conceito de Beleza em Física e sua aplicação ao ensino / Higo Barros Nogueira. – 2020.
47 f. : il. color.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Ciências, Curso de Física, Fortaleza, 2020.
Orientação: Prof. Dr. Roberto Vinhaes Maluf Cavalcante.

1. Ensino de Física. 2. Beleza. 3. Simetria. 4. Mapas Conceituais. 5. Aprendizagem Significativa . I. Título.

CDD 530

HIGO BARROS NOGUEIRA

O CONCEITO DE BELEZA NA FÍSICA E SUA APLICAÇÃO AO ENSINO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Licenciatura em Física do Centro de Ciências da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do grau de licenciado em Física.

Aprovada em: 22 de outubro de 2020

BANCA EXAMINADORA

____

Prof. Dr. Roberto Vinhaes Maluf Cavalcante (Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

____

Prof. Dr. Júlio César Brasil de Araújo
Universidade Federal do Ceará (UFC)

____

Prof. Dr. Carlos William de Araújo Paschoal
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Dedico esse trabalho aos meus pais.

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, Antônio Oldimar Nogueira Varela e Ana Elizabete Barros Nogueira por me apoiarem em cada decisão que eu já tomei.

À minha amiga Beatriz Marques por sua ajuda na escrita desse texto.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Roberto Vinhaes Maluf Cavalcante, por todas as suas contribuições à esse projeto. Ao Prof. Dr. José Abdalla Helayel-Neto por ter me guiado pelos métodos e filosofias da Física Teórica. Por fim, à todos os pesquisadores que se dedicaram na busca da Beleza e Verdade científicas.

"A Beleza é o Método."

(P. A. M. Dirac)

RESUMO

O conceito de Beleza como método de pesquisa científica permeou a construção das teorias que compõem o Modelo Padrão da Física de Partículas, hoje o modelo mais bem sucedido na ciência em termos de comprovação experimental. Nesse texto, o conceito de beleza foi dissecado e apresentado como um método de ensino. O objetivo é que o aluno se torne hábil a reconhecer e utilizar argumentos de simetria em seu processo de aprendizagem. A noção de simetria em física e matemática é um conceito bem definido e é o principal constituinte do que se entende por beleza nessas áreas de estudo. De um modo geral, simetria é definida em termos de transformações: dizemos que uma propriedade é simétrica sob uma dada transformação se ela se mantém invariante. Essa definição, embora abstrata, é responsável pela ordenação interna de conceitos e equações na física. O entendimento eficaz do conceito de simetria é um potencial facilitador na aprendizagem do estudante, uma vez que ele vai compreender as relações de hierarquia entre as várias equações a que é apresentado. Como ferramenta auxiliar, foram utilizados mapas conceituais. Essa ferramenta incorpora a teoria da Aprendizagem Significativa e consiste em uma estrutura ideal para explorar o conceito de simetria. Na parte final do texto há um guia de como fabricar esses mapas com o auxílio do *software CmapTools*. Como exemplos, apresentou-se mapas conceituais para o ensino de Mecânica nos níveis fundamental/médio e superior.

Palavras-chave: Ensino de Física. Beleza. Simetria. Mapas Conceituais. Aprendizagem Significativa

ABSTRACT

The concept of Beauty as a method of scientific research permeated the construction of the theories that make up the Standard Model of Particle Physics, today the most successful model in science in terms of experimental evidence. In this text, the concept of Beauty was dissected and presented as a teaching method. The objective is that the student becomes able to recognize and use arguments of symmetry in his learning process. The notion of symmetry in physics and mathematics is a well-defined concept and is the main constituent of what is meant by beauty in these areas of study. In general, symmetry is defined in terms of transformations: we say that a property is symmetric under a given transformation if it remains invariant. This definition, although abstract, is responsible for the internal ordering of concepts and equations in physics. An effective understanding of the concept of symmetry is a potential facilitator in student learning, since he will understand the hierarchical relationships between the various equations to which he is presented. As an auxiliary tool, concept maps were used. This tool incorporates the theory of Meaningful Learning and consists of an ideal structure to explore the concept of symmetry. At the end of the text there is a guide on how to make these maps with the help of software *CmapTools*. As examples, conceptual maps for teaching mechanics at high school and university level were presented.

Keywords: Physics Teaching. Beauty. Symmetry. Concept Maps. Meaningful Learning

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

O método de ensino canônico da física do Ensino Médio evoluiu pouco em relação às outras áreas do conhecimento. Abordagens histórico-filosóficas e experimentos de baixo custo surgiram como um diferencial, em uma tentativa de abrandar o caráter abstrato e impessoal da física. Não há, no entanto, abordagens que incorporem de modo realista e efetivo o uso da matemática, linguagem na qual as leis da física estão escritas.

Os meios de divulgação científica acompanham a concepção de que a matemática é algo a ser amenizado ou evitado. No ambiente escolar, onde equações devem necessariamente ser abordadas, elas o são de forma engessada, além de serem apresentadas independentes entre si. A aparente falta de correlação entre as várias equações abordadas no ensino médio (e no ciclo básico do ensino superior) causa confusão e dificuldade de assimilação por parte do aluno.

A dificuldade de assimilação de fórmulas matemáticas e o seu uso em resolução de questões são dois problemas que possuem, provavelmente, a mesma raiz. Considerando que a baixa compreensão dos alunos é agravada pela aleatoriedade com que os conceitos e equações são apresentados, induzimos que uma ordenação interna e lógica do conhecimento o tornaria mais palatável e digerível.

Essa ordenação interna se dá através do conceito de simetria, que em muitos casos representa o conceito de beleza na pesquisa teórica e na construção do seu corpo de conhecimentos. A proposta do trabalho é então apresentar esse método de pesquisa como auxiliar no ensino de física. Assim, ajudando o aluno a compreender como se construiu aquele conteúdo apresentado no livro-texto, como ele funciona e por quais motivos ele tem aquela forma específica.

As relações de hierarquia entre conceitos e equações da física foram abordadas usando uma ferramenta computacional, a *CmapTools*. Essa é uma ferramenta intuitiva e de fácil acesso para a criação de mapas conceituais. De um modo geral, mapas conceituais são diagramas compostos de compartimentos e ligações. Outros diagramas, como organogramas ou diagramas de fluxo, também são potencialmente úteis.

A estrutura apresentada pelos diagramas é eficiente para ilustrar o conceito de simetria (beleza). Em especial, os mapas conceituais do tipo hierárquico. Neles a organização dos balões é feita seguindo uma ordem de importância a partir de um conceito principal localizado no topo. Os conceitos secundários aparecem de modo divergente, e podem possuir suas próprias ramificações. No balão principal, são colocadas as equações mais simétricas, mais gerais. A partir dessa equação geral deriva-se outras que são válidas apenas em casos mais específicos (portanto, são menos simétricas). Essas equações subordinadas são direta ou indiretamente ligadas ao balão principal, com as ligações indicando em quais domínios elas podem ser usadas.

Os capítulos desse texto apresentam de modo introdutório os dois temas em que se apoia: a beleza e os mapas conceituais. É feita uma partição no conceito de beleza em dois subtemas, onde a simetria recebe um tratamento especial. Antes de abordar os mapas conceituais, há um breve capítulo discorrendo sobre a teoria da aprendizagem significativa de David Ausubel, que relaciona a estrutura de conhecimento prévio do aluno com novas informações. Os mapas então aparecem em sua relação com os capítulos anteriores. Por fim, foi proposto um método de ensino da física do ensino médio com uma união dos dois fatores: beleza e diagramas. Esse método consiste em um breve tutorial de como trabalhar com a ferramenta CmapTools e como se utilizar do conceito de simetria para preencher os balões, incentivando os alunos a também fazê-lo. Como exemplo, foram construídos mapas nas área de mecânica clássica, abordando alguns de seus principais sistemas.

O estudante do Ensino Fundamental/Médio entra em contato com a ciência por duas vias principais: a escola e os meios de divulgação científica. Em ambos a matemática é tratada com tabu; na divulgação ela é evitada a todo custo, no ambiente escolar é tratada como a parte "difícil"nas disciplinas de física. Espera-se que, com uma abordagem focada nas relações internas das equações matemáticas, com apelo gráfico vindo dos mapas conceituais, o estudante se torne mais confiante para lidar com essa linguagem que é indissociável da física.

2 O CONCEITO DE BELEZA NA FÍSICA

A beleza é tradicionalmente um fator de inspiração para artistas e de estudo para filósofos. Ela forma, com outros dois pilares, a construção da cultura ocidental. Verdade, Bondade e Beleza formam o conjunto de valores fundamentais dessa cultura, servindo de guia para indivíduos e instituições. A filosofia conservadora os defende como valores reais e universais, ancorados em nossa natureza racional (SCRUTON, 2009).

Dentre esses três conceitos abstratos, o que se mostra mais fugidio é, certamente, o conceito de beleza. Embora tenhamos dificuldades em defini-lo e compreendê-lo, podemos sentir sua presença. O senso de beleza é evocado em nós quando nos deparamos com determinadas estruturas. Surpreendentemente, uma gama variada de estruturas. Percebemos a beleza em objetos concretos e ideias abstratas, em obras da natureza e em obras de arte; em coisas, animais e pessoas; em objetos, qualidades e ações.

Segundo Platão e Plotino (SCRUTON, 2009), a beleza é um valor supremo que buscamos por si só, sem ser necessário fornecermos qualquer motivo ulterior. Beleza, verdade e bondade seriam então um trio de valores supremos que justifica nossas inclinações racionais. Por que acreditar em p? Porque p é verdadeiro. Por que desejar x? Porque x é bom. Por que contemplar y? Porque y é belo. Esse princípio de ter a beleza como um objetivo em si mesma transpõe a arte. Em particular, a matemática e a ciência pura o usam como guia e, se for o caso, como juiz.

A beleza, então, passa a ser usada como parte de um método de pesquisa teórico. Esse método permeou a pesquisa teórica em áreas do conhecimento que tinham a matemática como linguagem. De fato, durante os séculos XVII e XVIII, e a maior parte do século XIX, a distinção entre matemática e ciência teórica era dificilmente notada (STAKHOV, 2009).

Na matemática e na física teórica a importância da beleza é tanta que ela se mistura com a própria verdade. Em uma distorção das justificativas da filosofia conservadora, podemos enunciar esse sentimento de devoção: por que acreditar em p? Porque p é belo. O inverso também é válido: segundo Henri Poincaré, "só a verdade é bela"(POINCARE, 2007). No entanto, cabe aqui explicar que a verdade sempre foi e será o objetivo último da ciência. Os caminhos para alcançá-la, no entanto, podem ser demasiado problemáticos. No caso da física de altas energias, por exemplo, os experimentos podem ser de altíssimo custo ou até mesmo impossíveis. Nesses casos que a experimentação não alcança a verdade (logo, não podemos falar ali em verdade cientifica), como julgar o conhecimento? A cultura da física teórica o julga por sua beleza.

Por ser um critério usado com tanta frequência em física teórica, é de se esperar que seus pormenores sejam amplamente debatidos nesse meio de pesquisa. Isso não acontece. De certa forma, os teóricos carregam consigo essa noção de estética: a usam para produzir e avaliar uma teoria; mas essa ferramenta não é estudada por si mesma. Ela não tem bases definidas e conhecidas por toda a comunidade.

Ao se fazer um estudo da evolução das ideias da física, em paralelo aos métodos que cada cientista diz ter usado, é possível separar o conceito de beleza na física em duas ramificações principais. A primeira delas é já ter na matemática uma teoria bela (nesse caso: consistente, ampla e notável). A segunda é talvez a mais importante; ela está ligada à ideia de simetria, que por sua vez leva consigo a cultura da unificação. A seguir irei abordar cada uma delas separadamente.

2.1 Estrutura matemática bela

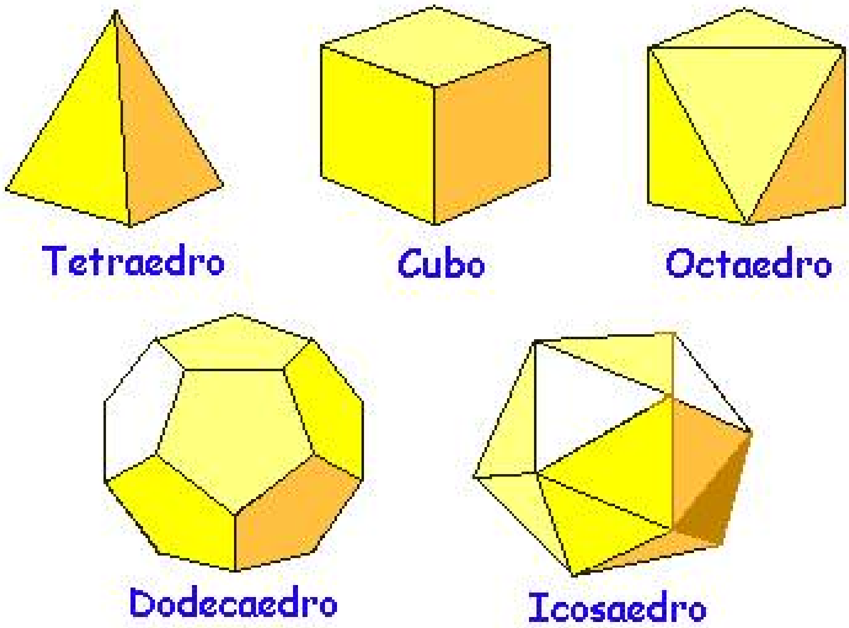
Ao ler o título da seção o leitor é levado a pensar que estou fazendo uma troca entre dois conceitos obscuros: o de beleza na física pelo de beleza na matemática. Isso não acontece pois a beleza na matemática é mais facilmente entendida. Nela, objetos belos são aqueles com propriedades especiais, notáveis. Tomemos como exemplo os sólidos platônicos.

Os sólidos platônicos carregam esse nome por serem objetos de estudo de Platão e seus seguidores, amantes do mundo das ideias. Esses objetos geométricos são descritos no décimo-terceiro livro de Os Elementos, de Euclides. São considerados especiais (ou belos) pelas suas propriedades de harmonia: todas as suas faces são polígonos regulares; a notar, são construídas com um só tipo de polígono. Não é de se esperar que consigamos encaixar polígonos entre si de tal que modo formem sólidos convexos. E de fato, isso ocorre apenas para uma variedade diminuta deles - mais especificamente, 5 polígonos. Por conseguinte, temos 5 sólidos platônicos. São eles o tetraedro, hexaedro, octaedro, dodecaedro, e icosaedro (Figura 1).

São objetos notáveis, e por isso matematicamente belos. Isso é suficiente para afirmarmos que há aplicações nas ciências? É suficiente para que possamos fazer essa conjectura. E nesse caso em particular, a conjectura se confirma. Há variadas aplicações em ciência natural teórica: cristalografia (quasi-cristais de ShechtMan), química (fulerenos) e biologia (STAKHOV, 2009).

A beleza desses objetos é encantadora e pode nos levar a relacioná-los com sistemas diversos do mundo físico. No entanto, esse encantamento pode levar o cientista a supervalorizar o

Figura 1 – Sólidos Platônicos.



Fonte: https://notapositiva.com/solidos-platonicos/.

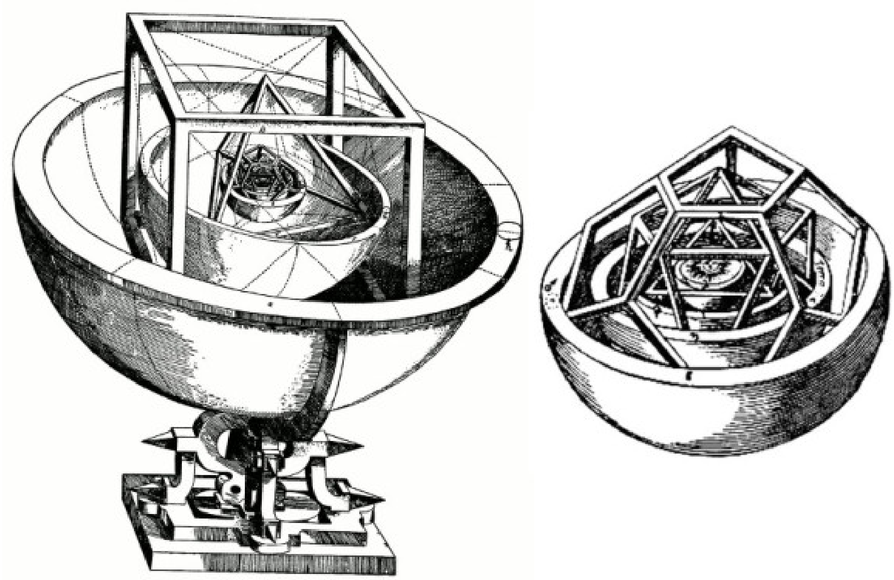
uso desses sólidos. Antes de chegar aos seus resultados mais contundentes, o físico e astrônomo alemão Johannes Kepler propôs um sistema de mundo baseado nos sólidos platônicos. Para ele, a perfeição desses objetos justificaria a escolha divina de construir o universo tomando estes como referências (GLEISER, 2006). Kepler supôs que os sólidos ajudariam a formar as camadas nas quais os corpos celestes se moveriam. O sistema consiste em dispor esses objetos de forma concêntrica, com cascas esféricas entre eles. O movimento dos planetas e estrelas se daria então nessas cascas, como mostra a Figura 2.

Kepler tentou em vão justificar esse modelo. Fez cálculos trabalhosos, alternando a sequência dos sólidos na esperança de que alguma combinação satisfizesse os dados astronômicos das distâncias entre os corpos celestiais. Esse é um caso interessante de quando beleza e verdade entram em conflito. O alemão acabou por abandonar tal modelo e buscou métodos algébricos, até eventualmente formular suas leis sobre o movimento nos céus.

Um outro exemplo clássico de um ente matemático considerado belo é o número de ouro (ou proporção áurea). Ele é um número irracional e é representado pela letra grega *phi*, ϕ. A sua expressão algébrica (Equação 2.1), no entanto, não dá sinais de sua grandiosidade. Devemos analisá-lo sob outros pontos de vista.

$$\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \tag{2.1}$$

Figura 2 – Sistema cosmológico de Kepler.



Fonte: https://thatsmaths.com/2016/10/13/keplers-magnificent-mysterium-cosmographicum/.

O número de ouro surgiu do estudo das proporções geométricas, podemos obtê-lo com o auxílio de um segmento de reta. Seja |AC| o comprimento de um seguimento de reta e B um ponto sobre ele (ver Figura 3).

Figura 3 – Proporção áurea.

Fonte: gerada pelo autor.

Desejamos que B divida o seguimento tal que a razão entre os comprimentos |AC| e |BC| seja a mesma que entre |BC| e |AB|, que é a chamada razão áurea, origem da constante ϕ. De modo surpreendente, esse número aparece em uma variedade de casos e objetos naturais. Na zoologia, ele está presente na reprodução de espécies (GIMMEL'FARB *et al.*, 1974). No século XIII, o matemático italiano Leonardo Fibonacci estava estudando o crescimento de uma população de coelhos e descobriu que a partir do terceiro mês, a quantidade de coelhos no mês seguinte era igual à soma dos dois meses anteriores. Observe a semelhança dessa afirmação com o nosso caso geométrico. A reprodução de animais esconde o número de ouro.

Há ainda a generalização do princípio da razão áurea (STAKHOV, 2005). Sem entrar em maiores detalhes:

$$1 = \phi_p^0 = \phi_p^{-1} + \phi_p^{-p-1}, \tag{2.2}$$

onde $p = 0, 1, 2, 3....$ Esse princípio foi usado pelo filósofo Bielorusso Eduard Soroko em pesquisas de simulação de processos em sistemas auto-organizadores (SOROKO, 1984). Ele propôs uma maneira dialética de estudar sistemas naturais. Como é de conhecimento, um objeto qualquer pode ser representado como a união dialética de duas partes, A e B.

$$A + B = U(Universum). \tag{2.3}$$

Também podemos escrever essa identidade em sua forma normalizada:

$$\bar{A} + \bar{B} = 1. \tag{2.4}$$

Em um sistema de auto-organização, ocorre a passagem de um estado qualquer para um estado "harmônico"chamado de *equilíbrio "harmônico"*. Soroko utiliza o *princípio das relações múltiplas* para encontrar uma lei conectando A e B no estado de equilíbrio "harmônico"(STAKHOV, 2009); esse princípio já é bem conhecido, expresso na química como a *Lei de Dalton* e na cristalografia como a *lei dos parâmetros racionais*.

Esses dois exemplos de estruturas matemáticas (sólidos platônicos e número de ouro) refletem o **Princípio da Beleza Matemática** de Paul Dirac. Esse princípio enuncia que "uma lei física deve conter beleza matemática". Essa afirmação certamente não deve ser entendida como limitado à física. Assim como nos exemplos acima, uma bela estrutura matemática pode se mostrar útil para várias áreas do conhecimento humano: da biologia às artes.

2.2 Simetria

Simetria é o conceito mais importante dentre os que compõem a ideia de beleza na ciência teórica. Segundo Hermann Weyl, beleza *é* simetria(WEYL, 2016). De fato, há autores que vão ainda mais além e defendem que a ciência não só usa a simetria, mas é a própria simetria (ROSEN, 1995). Essa afirmação não vem sem justificativa. A ciência como um todo repousa em três fundamentos: reprodutibilidade, preditibilidade e redução (ROSEN, 1995); todos eles são simetrias. Então não é de todo exagero dizer que ciência é simetria. Mas isso nos leva imediatamente à questão do que significa, exatamente, simetria.

2.2.1 Definição

Todos têm uma certa noção de simetria. Intuitivamente entendemos como algo bem balanceado, composto de partes iguais. Não é preciso saber a definição precisa para reconhecer que um triângulo escaleno é pobre em simetria, enquanto um triângulo isósceles aparenta ser um pouco mais "simétrico"e o equilátero parece ser ainda mais. O corpo humano, as asas de uma borboleta, uma estrela do mar ou uma flor: todos são objetos tidos como possuidores de alguma simetria. Contudo, na ciência é importante que definamos precisamente as nossas ideias.

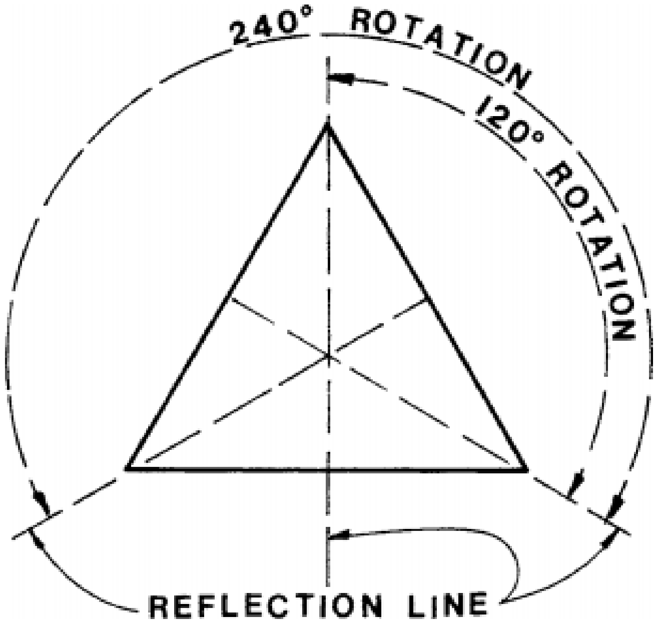
Seja um sistema qualquer (natural ou não) que possua a possibilidade de mudança. Não necessariamente todos os aspectos desse sistema devem mudar. É daí que surge a simetria. **Simetria é a imunidade à uma possível mudança** (ROSEN, 1995). Escrito dessa forma, o conceito parece vago e sem relação com o que imaginávamos sobre objetos simétricos. Mas em seguida mostrarei que essa definição casa com nossa pré-concepção de simetria e é também amplamente usado em toda a ciência e matemática.

Tomemos como exemplo o triângulo equilátero. Nós podemos performar transformações nele sem que sua aparência seja alterada, ela continuará idêntica ao que era antes da transformação. Para esse triângulo, podemos fazer um total de 5 transformações que preservam sua forma. São duas rotações e três reflexões: as rotações são em relação ao centro do triângulo e as reflexões se dão sob os eixos das três alturas (ver Figura 4).

Os ângulos da rotações são determinados de acordo com as propriedades geométricas do objeto. No caso do triângulo equilátero essas rotações são de 120º e 240º. O fato de existirem três eixos de reflexão também é consequência da geometria. Desconsiderando os pormenores, podemos falar também do corpo humano como um objeto simétrico. E nesse caso, qual seria a transformação? Uma reflexão em relação ao eixo que "divide"verticalmente o corpo, como mostra a Figura 5 . Essa simetria carrega um nome especial: simetria bilateral.

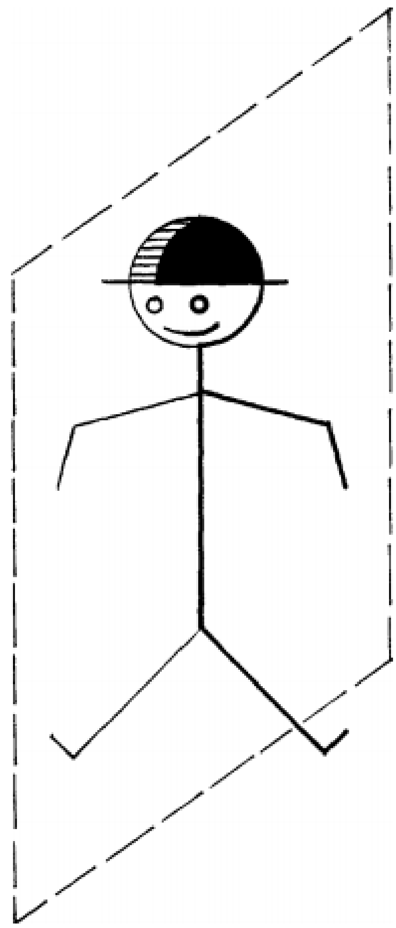
Em ambos os casos, podemos afirmar que houveram simetrias no sentido da sua definição formal. Tanto no triângulo como no corpo humano impusemos transformações, mas suas formas permaneceram inalteradas; elas permaneceram *imunes à mudança*. Dizemos que a forma do corpo humano é *simétrica sob* reflexão no plano em seu eixo vertical. Às características de um sistema que não permanecem invariantes, damos o nome de *assimétricas*. O nosso

Figura 4 – Transformações que preservam a aparência do triângulo equilátero.



Fonte: (ROSEN, 1995).

Figura 5 – Simetria bilateral do corpo humano.



Fonte: (ROSEN, 1995).

esquema não representa, obviamente, a anatomia humana em detalhes. Isso nos leva a mais um conceito correlato: *simetria aproximada*. Um corpo humano real é *aproximadamente simétrico* em aparência sob uma reflexão em relação a seu eixo vertical.

Agora que vimos como a definição formal de simetria se aplica a casos familiares, veremos como ela age na ciência. Começaremos definindo o que é ciência (ROSEN, 1995)

Ciência é a ação de entender racionalmente e objetivamente a reprodutibilidade e a previsibilidade de aspectos da natureza

Essa explicação lógica e dedutiva se dá através da busca por *ordem* nos aspectos reprodutíveis e previsíveis da natureza, formulando leis e propondo teorias (ROSEN, 1991).

2.2.2 Reducionismo, Reprodutibilidade e Previsibilidade

O fazer científico também inclui o que se entende por *reducionismo*, como citado acima. O reducionismo presume que um sistema natural pode ser entendido como a soma de suas partes. De acordo com essa posição, a natureza deveria ser estudada em suas partes; estas que, por sua vez, poderiam mais facilmente ser compreendidas do que sua soma. Essa separação da natureza em diferentes partes implica simetria.

Se uma parte do sistema pode ser entendida individualmente, então essa parte contém certa ordem em si e isso é explicável independentemente do que acontece com as outras partes daquele sistema. Ou seja, a parte da natureza que está sendo individualmente entendida possui aspectos que são *imunes* à *possíveis mudanças* no resto do universo. Isso é simetria.

A *reprodutibilidade*, aspecto fundamental da definição de ciência, também provém da simetria. Reprodutibilidade é a possibilidade de se replicar experimentos no mesmo laboratório ou em outros. Isso contribui para que a ciência se torne (ou se aproxime) da objetividade que esperamos dela.

Observando mais de perto, a reprodutibilidade implica mudanças. Um experimento feito aqui é diferente em localização do experimento feito em outro lugar; tal qual podem ser diferentes a orientação e a data. Mas mesmo assim, a arquitetura e os resultados do experimento não mudam. Eles são simétricos quanto à mudança de localidade.

O outro constituinte fundamental da ciência, a *previsibilidade*, é outro exemplo de simetria. Suponha que tenhamos um aparato experimental e realizamos um número n de experimentos. A esse experimentos impusemos as condições exp_1, ..., exp_n e obtivemos os resultados res_1, ...,res_n, respectivamente. Com o estudo dessas informações, talvez seja possível perceber uma ordem e postular leis que rejam seus comportamentos.

Vamos supor que os resultados obedeçam a uma certa relação R. Usando a notação de funções, escrevemos essa relação como $res_k = R(exp_k)$, $k = 1, \ldots, n$. Então dizemos que tal relação é uma lei $res = R(exp)$ capaz de prever o resultado de um certo arranjo experimental. A previsibilidade é a existência de tais leis para experimentos e seus resultados. Nesse caso a relação de simetria é clara: mudam-se os experimentos e seus resultados, mas a relação (lei) entre eles mantém a forma. A lei *é simétrica sob a mudança* de dados de entrada e saída.

2.2.3 Aplicações na Física

A ciência possui uma hierarquia na qual cada camada (cada uma das ciências) ocupa um nível de certa independência. A física é a mais fundamental das ciências e por isso se ocupa com os aspectos mais fundamentais da natureza. Esses aspectos contêm muitas simetrias, inclusive além daquelas sobre as quais a ciência opera: reprodutividade, previsibilidade e redução. A seguir comentarei sobre algumas dessas simetrias.

Um importante uso na física, embora pouco notada, é a simetria de evolução de sistemas quasi-isolados (quasi-isolated systems). Sistemas físicos evoluem de estados iniciais à finais, discreta ou continuamente, em função do tempo. *Simetria de evolução* de tais sistemas significa que existe transformação tal que, se aplicada em qualquer evolução fisicamente possível resultaria em outra evolução fisicamente possível (o oposto aconteceria se, hipoteticamente, fosse aplicada a uma evolução impossível).

Nos fenômenos quânticos, ocorreria uma evolução mantendo a mesma probabilidade. Os aspectos das evoluções que são imunes às transformações são suas possibilidades, impossibilidades ou probabilidades. Tal simetria se reflete nas leis e teorias que descrevem a evolução desses sistemas e por isso é também chamada de *simetria das lei da natureza* (ROSEN, 1995). O significado físico da simetria de evolução é que a natureza é indiferente à certos aspectos de sistemas físicos, a evolução de sistemas físicos é independente de alguns de seus aspectos.

Outros aspectos de simetria estão presentes nos referenciais. Para que uma transformação seja fisicamente significante, precisamos de um sistema referencial. Um referencial é um padrão pelo qual as transformações são definidas, performadas e detectadas, e pelo qual estados são distinguíveis. Por isso é importante notar que se a transformação está envolvida na simetria, um referencial apropriado para essa transformação seria assimétrico sob tal.

Por exemplo, se desejamos um referencial que compute deslocamento espacial, devemos embuti-lo de uma origem e de escalas marcadas em três direções independentes. Outro ponto é que tal referencial deve ser fixo no espaço e assim permanecer inalterado sob qualquer deslocamento espacial que possa ocorrer. Um referencial como esse é, portanto, assimétrico sob deslocamento espacial.

Podemos ainda classificar essas transformações em dois tipos: ativas e passivas. Transformações feitas em sistemas físicos (que fazem menção a algum sistema referencial definido) são denominadas *transformações ativas*. No entanto, transformações também podem ser feitas no próprio referencial, sem afetar o sistema físico em investigação. Denominamos essas transformações de *transformações passivas*. Assim, enquanto transformações ativas de fato transformam estados para outros estados fisicamente distintos, transformações passivas não alteram os estados mas alteram as descrições desses estados.

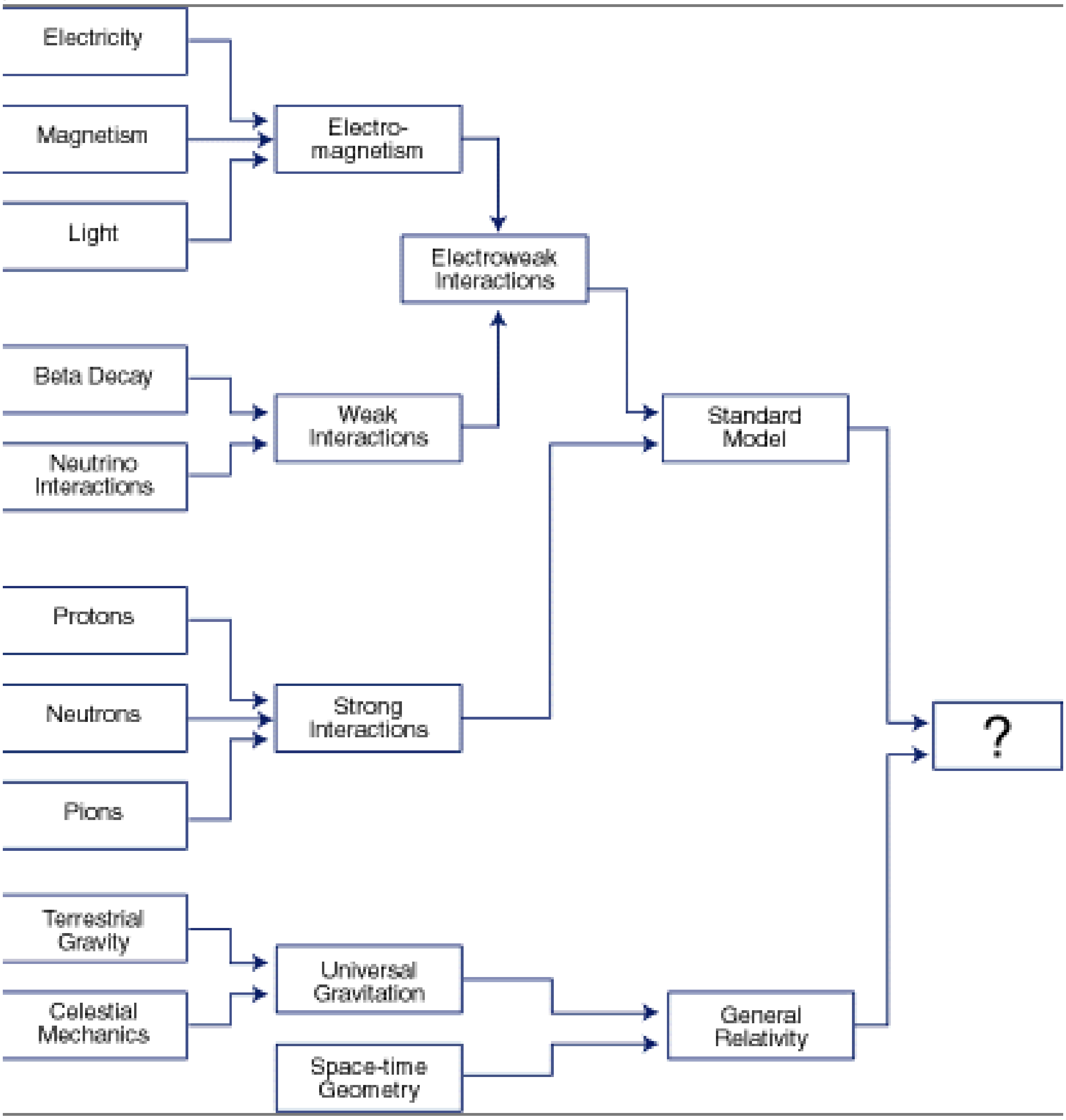
Além das transformações, o conceito de simetria está ligado a outra noção importante em física: a de *unificação*. Seja uma teoria α responsável por descrever os fenômenos do conjunto A, e seja β uma teoria equivalente para o conjunto B. A unificação dessas teorias significa encontrar uma terceira tal que esta seja um único corpo de conhecimento e que seja capaz de descrever os fenômenos do conjunto C, sendo C a união dos conjuntos A e B.

A unificação dessas duas teorias pode se reduzir, por exemplo, na unificação de duas equações. A nova equação não requer, necessariamente, que sua estrutura seja uma combinação das equações antes dispersas. Mas é interessante que a equação unificada se reduza às suas constituintes quando usada para aquele domínio particular. Esse é um teste comum que novas teorias físicas enfrentam: elas devem assumir a forma da teorias antigas como um caso limite ou particular.

A ligação entre simetria e unificação é direta. A teoria unificada é simétrica para uma gama maior de fenômenos do que eram suas antecessoras. Voltando à linguagem do nosso exemplo, dizemos que a nova teoria é invariante sob troca de qualquer fenômeno do conjunto C por qualquer outro fenômeno desse grupo. As teorias antigas o eram para seus respectivos conjuntos, A e B. Considerando nossa definição do conjunto C em termos de A e B, percebemos que a teoria unificada "tem mais simetria", pois abarca um conjunto maior de fenômenos. A relevância da ideia unificação na física é tal que podemos entender a história dessa ciência como uma sucessão de unificações, veja a Figura 6 na próxima página.

Na imagem, vemos unificações partindo da esquerda para a direita. Isso não quer dizer, no entanto, que as teorias na coluna da esquerda não sejam compostas de teorias mais simples. No próximo capítulo veremos que a mecânica clássica possui uma estrutura interna que contém em si algumas unificações menores e simetrias particulares.

Figura 6 – Série de unificações na história da física.



Fonte: http://universe-review.ca/F15-particle03.htm.

2.2.4 Aplicações à aprendizagem

Os estudantes do ensino fundamental e médio são expostos a uma grande variedade de equações. Uma confusão comum entre os alunos na resolução de problemas é qual equação deve ser escolhida. Por exemplo, se um problema de mecânica requer que o estudante encontre a velocidade de um corpo, logo ele vai recorrer em sua memória à meia dúzia de equações que envolvem a velocidade. Qual usar? Essa decisão pode ser afetada por duas dificuldades: a aparente falta de relação entre as equações e a falta de uma relação direta entre as equações com o cotidiano do aluno.

A primeira dificuldade é mais sutil, mas podemos compreendê-la com um exemplo simples. Considere duas sequências de 10 algarismos, como abaixo. Na sequência (1) os algarismos estão dispostos de modo aleatório; na outra sequência, estão dispostos em ordem crescente do 0 ao 9. Os algarismos são os mesmos, mas certamente consideramos que a segunda sequência é mais fácil de aprender.

$$7396820145 \tag{2.5}$$

e

$$0123456789. \tag{2.6}$$

Isso acontece porque na sequência de baixo há uma ordem e isso ajuda a diminuir a quantidade de informações que precisamos reter. Na primeira, são dez algarismos e dez informações: necessitamos saber onde se encontra cada um dos dez algarismos. Na segunda sequência, a quantidade de informações que precisamos reter cai para três: o algarismo inicial, o algarismo final e a ordem que liga sucessores e antecessores. Ou seja, a existência de uma conexão entre as diferentes partes de um sistema de informação (nesse caso, de diferentes algarismos) pode facilitar o aprendizado.

Essa conexão existe também entre conceitos e equações na física e é mediada pela definição de simetria. Em muitos casos, podemos entender as diferentes equações como sendo somente diferentes versões de uma equação fundamental. Sendo assim, elas estão conectadas entre si como uma série de ramificações que levam a uma única equação. Podemos entender essas ligações como um processo de unificação, que por sua vez é proveniente do conceito de simetria, como discutimos acima.

Assim, usando argumentos de simetria é possível amenizar a primeira dificuldade que citamos para o aprendizado e para a solução de problemas no ambiente escolar. A ordem que há entre as equações leva clareza ao estudante e pode auxiliá-lo na resolução de problemas, visto que ele se tornará capaz de identificar qual forma especial a equação assume para o problema em questão. Entendendo a forma como as equações se organizam, o aluno pode mais facilmente entender suas composições e escolher entre elas. Aqui, como no caso dos algarismos, a existência de uma ordem entre os objetos pode proporcionar uma otimização do aprendizado.

A segunda dificuldade que nos referimos no início do capítulo é melhor tratada na literatura. Há uma variada gama de teorias e ferramentas que proporcionem uma ligação entre o conhecimento de mundo do estudante e aquele novo conhecimento que é apresentado na sala de aula (**??**). Aqui usaremos a teoria da aprendizagem significativa de David Ausubel, e os mapas conceituais.

3 A MECÂNICA CLÁSSICA SOB A ÓTICA DA SIMETRIA

A mecânica clássica é a teoria ,ou o conjunto de leis do movimento, proposta por Isaac Newton em sua obra monumental *Princípios Matemáticos da Filosofia Natural*. Desde então muito se fez nessa área de estudo, desde aplicações sofisticadas das leis de Newton até reformulações delas. Uma dessas reformulações foi executada por Joseph-Louis Lagrange (1736 - 1813) e ficou conhecida como mecânica lagrangiana. Essa nova formulação da mecânica apresenta um corpo mais enxuto e estético, além de facilitar a descrição de determinados sistemas.

Na formulação newtoniana, a evolução de um sistema em um certo intervalo de tempo é dada pela segunda lei de Newton, $F = m.a$. Na mecânica de Lagrange, essa evolução ocorre pelo *princípio de Hamilton*, também conhecido como *mínima ação*. Antes de enunciá-lo, cabe definir a *Lagrangiana* L de uma partícula, que nada mais é do que a diferença entre sua energia cinética T e energia potencial V.

$$L = T - V. \tag{3.1}$$

Assim, a lagrangiana é uma função das coordenadas q e velocidades $\dot{q}$, e possivelmente do tempo t, $L = L(q, \dot{q}, t)$. O princípio de Hamilton afirma que, dado um sistema descrito pela lagrangiana $L(q, \dot{q}, t)$, seu movimento do instante t_1 ao instante t_2 é tal que a ação

$$S = \int_{t_1}^{t_2} dt L(q, \dot{q}) \tag{3.2}$$

é mínima (mais geralmente, estacionária) para a trajetória real mantidos fixos os pontos inicial e final da trajetória no espaço de configuração (LEMOS, 2007). Dessa forma, o princípio de Hamilton em conjunto com a lagrangiana é suficiente para determinar a trajetória de uma partícula ou sistema de partículas na mecânica clássica.

Apesar da grande variedade de fenômenos que compreende essa área da física, é possível encontrar um padrão: a posição e a velocidade de uma partícula é determinada pelo princípio de Hamilton. Ou seja, o princípio de Hamilton permanece o mesmo para uma gama variada de fenômenos, é simétrico quanto à troca de um sistema mecânico por outro. No próximo capítulo veremos como essa simetria é usada para descrever o movimento de uma partícula.

3.1 Equações do movimento

Podemos encontrar as equações do movimento a partir de um extremo da ação S. A estratégia é começar com a ação S ao longo de um caminho $(q,\dot{q})$, causar um afastamento desse caminho para um outro próximo $(q+\delta q,\dot{q}+\delta\dot{q})$, expandir para encontrar o termo de primeira ordem δS e o igualar a zero. Então veremos quais tipos de restrições isso impõe no caminho $(q,\dot{q})$.

Considere um caminho arbitrário $(q_o,\dot{q}_o)$ com ação S_o

$$S_o = \int_{t_i}^{t_f} dtL(q_o,\dot{q}_o). \tag{3.3}$$

Nós podemos nos afastar desse caminho; a ação resultante será

$$S_\delta = \int_{t_i}^{t_f} dtL(q_o+\delta q,\dot{q}_o+\delta\dot{q}). \tag{3.4}$$

Fazendo uma expansão de Taylor na primeira ordem e tomando a variação de δq e $\delta\dot{q}$ como zero em t_i e t_f, chegamos ao resultado

$$S_\delta = \int_{t_i}^{t_f} dtL(q_o,\dot{q}_o) + \int_{t_i}^{t_f} dt\delta q(\frac{\partial L}{\partial q} - \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial\dot{q}}), \tag{3.5}$$

$$= S_o + \delta S. \tag{3.6}$$

Se queremos que o caminho $(q,\dot{q})$ seja um extremo, devemos igualar o termo de primeira ordem a zero,

$$\delta S = \int_{t_i}^{t_f} dt\delta q(\frac{\partial L}{\partial q} - \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial\dot{q}}) = 0. \tag{3.7}$$

A única maneira de garantir isso para uma variação arbitrária δq é impor

$$\frac{\partial L}{\partial q} - \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial\dot{q}} = 0 \tag{3.8}$$

Essa é a equação de **Euler-Lagrange**; ela produz as equações de movimento para uma partícula, reproduzindo a segunda lei de Newton. A generalização para múltiplas coordenadas q_i $i = (1, ..., n)$ é direta

$$\frac{\partial L}{\partial q_i} - \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} = 0 \tag{3.9}$$

Dessa forma, fomos capazes de escrever as equações de movimento a partir de uma equação e um princípio fundamental, os quais já discutimos conterem simetria. O uso do conceito de simetria na mecânica vai além; está intimamente ligado às quantidades conservadas. A próxima seção apresenta exemplos dessas quantidades e a teoria matemática subjacente à essas conservações.

3.2 Teorema de Noether, momento linear e energia

Os alunos que se deparam com cursos introdutórios de física, seja no colégio ou no início de uma graduação, percebem que muitas ferramentas que estão aprendendo vêm de leis de conservação: conservação de energia, de momento, massa, carga elétrica, etc. Essa é uma percepção válida e indica que leis de conservação são uma manifestação específica de uma estrutura matemática mais profunda, embutida na física.

Dada uma lagrangiana, podemos encontrar uma coleção de transformações matemáticas que, agindo na lagrangiana, nos levarão às leis de conservação. Para ver isso, considere a Lagrangiana $L = L(q, \dot{q})$ e então faça uma transformação infinitesimal a partir do caminho original:

$$q \to q + \varepsilon \delta q, \tag{3.10}$$

onde ε é uma constante infinitesimal; ela será ocultada no desenvolvimento que segue. Essa transformação resultará em

$$L(q, \dot{q}) \to L(q + \delta q, \dot{q} + \delta \dot{q}) = L(q, \dot{q}) + \delta q \frac{\partial L}{\partial q} + \delta \dot{q} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}}. \tag{3.11}$$

Agora usaremos as equações de Euler-Lagrange, $\frac{\partial L}{\partial q} = \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}$, de tal modo que

$$L \to L + \delta q \frac{\partial L}{\partial q} + \delta \dot{q} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} = L + \frac{d}{dt}(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \delta q). \tag{3.12}$$

Então sob a transformação $q \to q + \delta q$ nós temos a mudança de primeira ordem $\delta L = \frac{d}{dt}(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\delta q)$. Nós definimos a **Corrente de Noether**, j, como

$$j = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\delta q. \tag{3.13}$$

Logo, se pudermos encontrar alguma transformação δq que deixe a ação invariante, $\delta S = 0$, teremos

$$\delta L = \frac{d}{dt}(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\delta q) = \frac{dj}{dt} = 0, \tag{3.14}$$

ou seja, a corrente j se torna uma constante no tempo. A partir desse resultado, podemos enunciar o **Teorema de Noether**: se existe uma simetria contínua na ação que descreve um sistema físico, existe uma quantidade correspondente que se conserva (ROBINSON, 2011). A conservação do momento linear vem de uma ação que é invariante sob translações espaciais contínuas. Tomemos como exemplo o movimento de uma partícula próxima à superfície terrestre, tendo a gravidade como única força atuante. Sua Lagrangiana é

$$L = \frac{1}{2}m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) - mgy, \tag{3.15}$$

e ela permanece invariante sob a transformação

$$x \to x + \varepsilon, \tag{3.16}$$

onde ε é qualquer constante. Observe que, de acordo com nossa notação, $\delta q = 1$ na transformação acima. O fato de ε ser uma constante nos permite escrever

$$x \to x + \varepsilon \Rightarrow \dot{x} \to \dot{x}. \tag{3.17}$$

Então,

$$j = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\delta q = m\dot{x} \tag{3.18}$$

é conservado. Ou seja, o momento linear na direção x se conserva, como era de se esperar pois não há forças atuando nessa direção. Tal qual o momento linear, podemos encontrar outras simetrias em uma dada Lagrangiana seguindo o teorema de Noether.

Assim como momento linear e espaço compartilham uma relação de conservação, a energia e o tempo têm entre si uma conexão especial. Mais precisamente, a conservação da energia vem da invariância da ação sob translações no tempo. O fato de a ação permanecer simétrica sob a passagem do tempo implica que a energia também permanece. Considere a derivada da Lagrangiana com respeito ao tempo:

$$\frac{dL}{dt} = \frac{dL(q,\dot{q})}{dt} = \frac{\partial L}{\partial q}\frac{dq}{dt} + \frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\frac{d\dot{q}}{dt} + \frac{\partial L}{\partial t}. \tag{3.19}$$

Mas como L não depende explicitamente do tempo($\frac{\partial L}{\partial t} = 0$) , podemos escrever $\frac{dL}{dt}$ como

$$\frac{dL}{dt} = (\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}})\dot{q} + \frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\ddot{q} = \frac{d}{dt}(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}})\dot{q}, \tag{3.20}$$

agora rearranjaremos os dois extremos (esquerdo e direito) da equação acima para chegar a

$$\frac{d}{dt}(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\dot{q} - L) = 0. \tag{3.21}$$

Para um sistema geral não-relativístico, $L = T - V$, então $\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} = \frac{\partial T}{\partial \dot{q}}$ pois V é uma função de q apenas. Também temos que T é proporcional a $\dot{q}^2$, daí

$$T \propto \dot{q}^2 \Rightarrow \frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\dot{q} = 2T. \tag{3.22}$$

Então,

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} - L = 2T - (T - V) = T + V = E \tag{3.23}$$

é a energia total do sistema. E, pela equação (3.12), temos

$$\frac{dE}{dt} = 0, \tag{3.24}$$

ou seja, a energia é conservada.

4 APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

Quando um indivíduo é exposto a algum conceito novo, automaticamente ele tende a procurar algo em sua estrutura cognitiva que o ajude a assimilar o que lhe está sendo apresentado, dando, assim, um significado para aquilo. Este fenômeno é denominado de aprendizagem significativa, já que a junção de conhecimentos internos e externos proporciona a elaboração de um novo significado. Esta é a parte central de uma teoria do conhecimento criada e desenvolvida pelo psicólogo norte americano David Ausubel (1918-2008), cujo primeiros relatos conhecidos sobre sua metodologia datam da década de 60. Ele propiciou uma nova forma de enxergar o conhecimento, contrariando métodos tradicionais e mecanicistas de ensino.

A aprendizagem significativa baseia-se na junção daquilo que o aluno já tem de inserido no seu cognitivo com o novo, o que ele ainda não teve contato. Essa "base" inicial Ausubel denominou de *conceitos subsunçores*, que significa o conhecimento prévio já existente na estrutura cognitiva do ser e que servem como âncora para a junção de um novo saber (MOREIRA, 2011). A união desses conceitos subsunçores com o novo conhecimento proporciona a criação de um significado capaz de produzir uma aprendizagem significativa sobre o assunto. No entanto esse novo significado é próprio de cada indivíduo, pois cada um possui uma forma única de unir o que já sabe com o que ainda lhe é desconhecido. Essa forma de assimilação de conteúdos foi definida por Novak (1932) como sendo um processo "idiossincrático", dada essa característica assimilativa individual e particular do ser humano (NOVAK, 1984).

Para que haja de fato uma aprendizagem significativa são necessário dois critérios principais. O primeiro, e fundamental, é a predisposição do aluno em querer aprender, em dar um significado para o conteúdo que está tendo contato. Isso deve acontecer de uma forma não-obrigatória, mas sim por ser algo que desperte o interesse no aluno, que o motive a aprender de uma forma "leve" e por vontade própria. Do contrário, o aluno acaba por aprender de maneira arbitrária, caracterizando, dessa maneira, o que Ausubel chama de aprendizagem mecânica. O segundo critério, e que está diretamente relacionado ao primeiro, é que o conteúdo a ser assimilado necessita ser algo de interesse do aluno, para que ele possa fazer a ligação com os subsunçores presentes em seu cognitivo e transformar esse conteúdo em algo *potencialmente significativo*.

A aprendizagem mecânica é uma das principais formas utilizadas por alunos, pois ela é feita de forma "rápida", geralmente através da repetição; é algo que já vem pronto e que não necessariamente faz uma ligação direta com o seu conhecimento prévio. É o que chama-se "aprendizagem para testagem" (MOREIRA, 2011), em que aprende-se apenas com o intuito de fazer teste, e que segundo o autor é algo muito notável ao se observar o ensino voltado para as ciências exatas. Nessa ciências são expostas fórmulas e equações sem a preocupação de explicar de onde veio ou para o que aquilo irá servir de forma prática no cotidiano dos alunos. Dessa maneira o conhecimento não é algo obtido por vontade do aluno, mas lhe é imposto de maneira arbitrária por ser algo "necessário", sem a preocupação com seu conhecimento prévio, afastando-se, dessa forma, da obtenção de uma aprendizagem significativa.

Após anos de observação em salas de aulas na universidade de Cornell, Novack e seus colaboradores, chegaram à conclusão de que a grande maioria dos alunos não estão ali pelo interesse em adquirir novos conhecimentos. O interesse geral é o de mas concluir as disciplinas e conseguirem o diploma quanto mais brevemente possível. Isso comprova com clareza o quanto o modelo de ensino em que estamos acostumados é, basicamente, construído de forma mecânica.

Podemos ficar tentados a aceitar que a obtenção de conhecimentos de maneira significativa possa ser mais vantajosa do que a obtenção através da memorização de conteúdos. No entanto, Ausubel sugere em sua teoria que um tipo de conhecimento não deve ser apresentado como algo oposto ao outro, como uma dicotomia, mas deve ser posto em "continuum" (AUSUBEL, 2000). De um lado estaria a aprendizagem significativa e do outro encontraria-se a aprendizagem mecanizada. Portanto, cabe ao aluno a opção em criar um significado para aquilo que está aprendendo, juntando com algum conhecimento prévio que possua sobre o tema; galgando, dessa maneira, na criação de um conhecimento próprio ou apenas aceitando o que lhe está sendo apresentado, sem a preocupação em estabelecer um sentido além daquele que já está sendo exposto.

A aprendizagem significativa permite ao aluno uma apropriação bem maior dos conteúdos, é muito mais fácil aprender algo novo quando se correlaciona aquilo ao que já se tem conhecimento, já que este processo possibilita e facilita a acumulação de mais conteúdos e estes conteúdos permanecem por muito mais tempo em seu cognitivo, mesmo que com o passar do tempo acabe esquecendo, é mais tranquilo para rever o conteúdo, caso seja necessário, pois aquilo de certa maneira já está inserido em si, precisa apenas ser relembrado, para permitir visualizar que de fato foi criado um conhecimento sobre o assunto em questão. No entanto, tudo depende do quanto aquele aluno está disposto a aprender. Esse tipo de aprendizagem necessita de uma atitude mais pró ativa do indivíduo, ele precisa se mostrar interessado a ir além do que está sendo visto, além do professor, do livro etc. É preciso um interesse para a construção de um conhecimento pessoal.

Ao levar para o ambiente da sala de aula, esse modelo de aprendizagem possibilita uma maior interação entre professor e aluno. Já que proporciona uma maior troca de conhecimentos. O professor apresenta uma preocupação em saber o que o aluno já conhece e a partir disso, vai desenvolvendo maneiras para apresentar algo novo, de uma forma que não "assuste" seu estudante. Deve ser um convite a conhecer,procurar conceitos , refletir sobre e criar modelos para absorver o que ainda não sabe. O papel do professor não deve se restringir ao de um expositor de conteúdos, deve ir desenvolvendo e apresentando o novo, partindo do conhecimento prévio do aluno e, a partir daí, o instiga a pesquisar além do material que foi disponibilizado.

É necessário procurar um estímulo ao lado crítico do aluno. Não deve-se chegar com algo pronto, é interessante e mais apropriado mostrar os caminhos que levaram à criação daquilo. Deve-se, de certa maneira, ir lapidando baseado nos conhecimentos prévios do aluno a apresentação de um novo conteúdo.

Criar uma situação de desafio é algo que permite que o aluno desenvolva esse instinto crítico, por exemplo; não deve-se simplesmente chegar com uma equação pronta e dizer que aquela é a fórmula que deve ser utilizada. Ao contrário, é recomendável expor o caminho que levou ao final ou permitir que eles busquem soluções próprias, partindo de seus conhecimentos para chegarem na fórmula final, fazendo, dessa maneira, que procurem estratégias para solucionar o que o foi proposto, proporcionando uma assimilação do conteúdo de uma forma mais efetiva.

O professor deve se apresentar como um facilitador de compreensão, não como um ser autoritário que deseja impor algo. J. Novak, baseado em suas pesquisas práticas em sala de aula apresentou passos que ajudam ao professor a simplificar quando o aluno está com dificuldade na compreensão de conteúdos. Inicialmente o aluno tem que ser ajudado a reconhecer quais os objetos ou fenômenos que ele esteja a observar, em seguida procurar quais os conceitos que já possuam em seu cognitivo que o ajudem a fazer uma ligação e interpretar, para por fim selecionar possíveis registros que o ajudem a entender o que está observando. Em outras palavras, ao apresentar um conteúdo o professor deve possibilitar ao aluno: primeiro, observar o que lhe está sendo mostrado; segundo, fazer uma associação com o que possa já possuir de conhecimento sobre e, em seguida, ao fazer essa ligação procurar maneiras que o possibilite assimilar o conteúdo apresentado.

Entretanto, nem sempre o aluno apresentará subsunçores que o permita fazer uma ligação com o novo. Em outras palavras, existem conteúdos que o aluno não possui nenhum conhecimento prévio que o permita fazer uma ancoragem e assimilar o novo mais facilmente. O professor se vê em situação complicada, pois tem que explicar tudo do zero. Nesses casos é muito comum usar a repetição e fazer que aquele conteúdo seja assimilado de forma arbitrária, o que acaba tornando-se uma aprendizagem mecanizada; como foi exposto anteriormente, não é considerada a maneira mais eficaz para aprender e criar conhecimento. Pensando nisso, nessa falta de subsunçores, Ausubel criou como parte da sua teoria os chamados *Organizadores Prévios*, que surgem com o intuito de ajudar quando o indivíduo não possui conhecimento sobre determinado assunto que o esteja sendo apresentado.

Organizadores Prévios são pontes cognitivas entre o que o aprendente já sabe e o que pretende aprender (MOREIRA, 2011). Eles vêm para preencher o espaço entre o que o aluno já sabe e o que precisa saber para poder aprender significativamente. Esses organizadores servem para fazer com que o aluno vá se familiarizando com algum tema e devem ser criados de maneira cuidadosa, se apoiando naquilo que o aluno possui em sua estrutura cognitiva para que assim ele assimile melhor o que irá aprender. Várias são as opções que podem servir como um organizador prévio, uma figura, um mapa, jogos digitais e outros. A escolha de um organizador prévio segundo vai depender da situação de aprendizagem a que o indivíduo seja exposto.

Ausubel concluiu que a maneira mais fácil de propiciar a criação de conhecimento no indivíduo é por meio da diferenciação progressiva. Isso significa que para ajudar na criação do conhecimento quando não se possui em sua estrutura cognitiva algo que sirva para fazer uma ligação, deve-se partir do mais geral para o mais específico. Dessa maneira, o aluno vai se apropriando de maneira mais inclusiva do assunto, mesmo não possuindo nenhum conhecimento sobre.

O conceito de aprendizagem significativa, apesar de ter surgido na década de 60, permanece até os dias atuais como algo inconsolidado. No entanto ela surge como uma alternativa promissora e estruturada que possibilita uma aprendizagem que com um maior envolvimento do aluno e que permite a assimilação de conteúdos mais facilmente.

5 DIAGRAMAS CONCEITUAIS

De um modo geral, diagramas conceituais ou mapas conceituais são estruturas esquemáticas que relacionam conceitos em uma rede de proposições. No ensino de física, eles podem ser usados para dar um panorama geral do conteúdo; podem ser usados como método de aprendizagem ou avaliação (JUNIOR; CELIO, 2017). Por ser uma estrutura que liga ideias entre si, os mapas conceituais se conectam tanto com a aprendizagem significativa quanto com o conceito de simetria. Nas seções que seguem essa conexão é examinada; antes, uma breve revisão na teoria dos mapas conceituais.

5.1 Teoria dos mapas de Novak

A partir da ideia de organizadores prévios, Novak et al. desenvolveram uma ferramenta que põe em prática aquilo que Ausubel determina em sua teoria. Os Mapa Conceitual é um organizador prévio que permite que o aluno utilize o que já sabe e a partir disso o vá sendo apresentado de forma criativa novos conteúdos, possibilitando aprender de uma maneira mais leve e prazerosa, propiciando assim uma aprendizagem mais significativa.

Mapas Conceituais são formados através de uma relação significativa entre conceitos ligados através de palavras. A esta relação Novak deu o nome de proposições (NOVAK, 1984). Em outras palavras, pode-se dizer que os mapas conceituais são formados pela união de várias proposições interligadas por linhas ou setas que irão no fim proporcionar ao aluno a construção de um significado, e o entendimento daquilo que o está sendo apresentado.

Esses mapas possibilitam uma interação maior entre aluno e professor, pois essas ferramentas são importantes negociadores de significados. Ao apresentar um conteúdo utilizando mapas conceituais, o professor expõe conceitos-chaves que ele considera importante para facilitar a compreensão do tema, no entanto ao visualizar esses conceitos os alunos podem indicar outros conceitos que eles possam vir a conhecer, proporcionando assim, um intercâmbio de conceitos entre professor e aluno. Fugindo dos métodos tradicionais de ensino que estamos acostumados em que na maioria das vezes o professor apresenta-se apenas como um expositor de conteúdos e os alunos, assim como cita Novak (NOVAK, 1984), não são uma “tábua rasa”, não estão ali apenas para ouvir; eles sempre tem algo que possa vir a acrescentar. De acordo com o autor, “Aprender o significado"de um dado conhecimento implica dialogar, trocar, compartilhar e por vezes estabelecer compromissos.”

No ambiente da sala de aula, a utilização dos mapas permite ao professor visualizar em que nível de desenvolvimento a turma se encontra e ir desenvolvendo os conteúdos partindo disso. Novak indica que antes de introduzir um conteúdo, o professor pode pedir aos alunos que construam mapas conceituais simples, compostos de poucos conceitos que eles saibam sobre o conteúdo a ser estudado. Eles também são ferramentas que permitem visualizar alterações de significados que um aluno dá a conceitos presentes no seu mapa. Ao fazer a visualização desses mapas, o professor consegue ver o que os alunos possuem ou não de conhecimentos sobre o conteúdo e o que está certo ou errado e ir trabalhando em cima disso. Proporcionando uma atividade mais ativa dos estudantes e pondo em prática aquilo o que Ausubel indica para a produção de uma aprendizagem significativa, a preocupação dos conhecimentos prévios existentes na estrutura cognitiva do ser.

Novak et al afirmam que não existe um roteiro específico para introduzir mapas conceituais em salas de aulas. Eles podem ser utilizados tanto em séries iniciais como também no ensino superior. Tudo depende da criatividade do professor na elaboração do mapa, procurando sempre o objetivo de aproximar e criar uma interação dos alunos com os conteúdos, buscando aproveitar a incrível capacidade humana em reconhecer padrões nas imagens, facilitando assim na obtenção da aprendizagem.

Os mapas conceituais objetivam apresentar conteúdos de uma maneira mais fácil e limpa que permita o aluno se interessar mais facilmente. Eles servem para mostrar tanto para alunos como para professores, as partes mais importante em um conteúdo que deve ser focado para permitir a obtenção da aprendizagem desse conteúdo.

Para a utilização de maneira significativa dos mapas conceituais como organizadores prévios que possibilitem fazer uma ponte entre o que o estudante possui em sua estrutura cognitiva e o que ele não conhece deve-se uma série de três passos. Primeiro, selecionar cuidadosamente os conceitos chaves que servirão como base para o mapa. Segundo, permitir e induzir aos alunos a buscarem conceitos relevantes às suas estruturas cognitivas. Por último, ajudar os alunos a construírem proposições compostas pelos conceitos que o apresentem e os que eles já conhecem, auxiliando na escolha de palavras de ligações adequadas para unirem os conceitos ou os ajudando a reconhecer outros conceitos mais gerais que se encaixem na organização hierárquica (NOVAK, 1984).

5.2 Relação dos Mapas Conceituais com o conceito de Simetria

Mapas conceituais são diagramas de significados, de relações significativas; e, se for o caos, de hierarquias conceituais. Essa propriedade de impor uma hierarquia entre os conceitos é fundamental para o uso dos mapas conceituais na física. Isso ocorre por causa da dependência entre unificação e hierarquia.

Suponhamos três teorias: A, B e C. As teorias A e B descrevem sistemas diferentes, mas que podem interagir entre si de uma maneira ainda desconhecida. Tanto uma teoria quanto a outra são incapazes de descrever essa interação satisfatoriamente. Para este fim, poderíamos conjecturar uma teoria C, que funcionaria como uma *unificação* da teorias A e B. Dessa forma, a teoria C estaria acima das suas constituintes numa relação de *hierarquia*.

Dessa forma, hierarquia e unificação estão conectados. Isso faz com que os mapas conceituais também estejam conectados com o conceito de simetria, e represente uma ferramenta competente para o ensino de física tendo a simetria como base. Os diagramas possuem a capacidade de expressar simetria de um modo visual, colocando as equações mais simétricas em posição de destaque. Essa coesão é existente também entre os mapas conceituais e a aprendizagem significativa, tema da próxima seção.

5.3 Mapas Conceituais e Aprendizagem Significativa

Os mapas conceituais foram desenvolvidos para pôr em prática os principais pontos da teoria da aprendizagem significativa de David Ausubel. A ideia central dessa teoria diz que para aprender de maneira significativa um novo conteúdo, deve-se levar em consideração os conhecimentos prévios existentes na estrutura cognitiva do ser e que são subsunçores para uma melhor assimilação de novos conteúdos. Os mapas podem ser utilizados para explanar e ajudar a ir desenvolvendo esses conhecimentos prévios, para fazer uma ligação com o novo conteúdo apresentado e, assim, desenvolver um novo significado. Na falta de conhecimento prévio, servem como ponte entre o que o aluno conhece e o que precisa conhecer para aprender um conteúdo novo.

Os mapas conceituais podem ser utilizados para a avaliação da obtenção da aprendizagem significativa (MOREIRA, 2011). Para análise do currículo e do ensino a partir da teoria de Ausubel é necessário:

I- identificar a estrutura de significados aceita no contexto da matéria de ensino;

II- identificar os subsunçores (significados) necessários para a aprendizagem significativa da matéria de ensino;

III- identificar os significados preexistentes na estrutura cognitiva do aprendiz;

IV- organizar sequencialmente o conteúdo e selecionar materiais curriculares, usando as ideias de diferenciação progressiva e reconciliação integrativa como princípios programáticos;

V- ensinar usando organizadores prévios, para fazer pontes entre os significados que o aluno já tem e os que ele precisaria ter para aprender significativamente a matéria de ensino, bem como para o estabelecimento de relações explícitas entre o novo conhecimento e aquele já existente.

Como os mapas foram desenvolvidos para pôr em prática os principais pontos da teoria, eles podem ser utilizados como ferramentas em cada uma das etapas citadas. Em outras palavras, os mapas apresentam uma relação direta com os principais pontos da teoria de Ausubel, podendo servir como recursos nas etapas para avaliação da aprendizagem significativa, sendo, assim, boas ferramentas para avaliação da aprendizagem.

Outra relação importante dos mapas com a aprendizagem significativa é que, para aprender significativamente, a construção de um novo significado para um conteúdo a partir de conhecimentos prévios é dado de maneira idiossincrática, pois é particular de cada indivíduo. E os mapas servem também para mostrar e levar a uma reflexão desses significados que cada pessoa atribui. A construção de um mapa, seja pelo aluno ou pelo professor, permite mostrar a visão do próprio indivíduo. Devido a isso Moreira, explica que não existe um mapa conceitual considerado como o “correto” e indica que ao apresentar para explicar certo conteúdo, o professor não deve mostrar um mapa de um conteúdo e sim um para o conteúdo (MOREIRA, 2011).Deve ainda permitir que os alunos também indiquem conceitos que eles considerem importantes para a compreensão do conteúdo apresentado, o que proporciona uma maior interação entre professor e aluno. Assim, valorizando os conhecimentos prévios que o aluno possui em sua estrutura cognitiva e dessa forma proporcionando a construção de uma aprendizagem mais significativa.

6 CONSTRUÇÃO DE MAPAS CONCEITUAIS PARA O ENSINO DE FÍSICA

Neste capítulo será aplicado o conhecimento desenvolvido/apresentado nos capítulos anteriores. A construção de mapas conceituais por vias digitais pode ser feita através de *sites* ou *softwares*; há ainda a possibilidade da escrita, onde os alunos poderiam facilmente desenhar os mapas no papel. Cabe observar que as ferramentas conceituais apresentadas nessa monografia podem ser usadas em outras áreas da física, a mudança é natural. Poderíamos confeccionar mapas para o Eletromagnetismo, por exemplo, usando as noções de simetria, unificação, hierarquia e mapas conceituais. Abaixo, segue um breve tutorial de uso do *CmapTools*, um programa de computador gratuito e bastante intuitivo. Em seguida, são apresentados mapas conceituais com o conteúdo de mecânica clássica. Um dos mapas se refere ao ensino médio; o outro, ao ensino superior.

6.1 Utilizando o CmapTools

Para começar a construir um mapa de conceitos no *Cmaptools*, inicialmente deve-se fazer o download no site do próprio software. Ao abrir o programa em seu computador, ele se inicia na janela "visualização" que é o organizador central. Para começar a construir, procure "arquivo" e selecione a opção "novo Cmap"; uma outra maneira de fazer é através do atalho no teclado "Ctrl + n". Um novo *Cmap* é aberto, denominado de "Sem Título 1". Para se introduzir um conceito, com o botão esquerdo do mouse dá-se um clique duplo em qualquer local no *Cmap* ou um clique com o botão direito do mouse em qualquer lugar e selecionar a opção "novo conceito". Aparecerá uma forma geométrica com pontos de interrogação dentro dela, digite o conceito que irá ser formado e em seguida clique com o botão esquerdo do mouse fora da forma geométrica; o conceito estará formado.

Para se construir uma proposição, selecione com o botão esquerdo o conceito que se deseja criar a partir dele. Na parte superior do conceito aparecem duas setas, arraste a seta a uma distância do conceito na direção que desejar e solte o mouse, um novo conceito é criado juntamente com um retângulo que liga os dois conceitos. No retângulo entre os conceitos escreva a sentença que relaciona os dois e clique com o lado esquerdo do mouse fora do retângulo para salvar a frase de ligação. Em seguida basta renomear o novo conceito formado e a proposição está feita. Um mapa de conceitos é formado por várias proposições, mas os passos para sua construção completa são os descritos acima, repetidamente.

Cmaptools é um software bem completo, possui uma gama de opções para modificar os mapas depois de construídos, desde a ferramenta para editar as fontes, como também a opção de adicionar imagens aos conceitos, proporcionando uma visualização mais clara e objetiva do conteúdo exposto neles.

Após a construção do mapa, para salvar selecione "Arquivo" na parte superior esquerda da tela e em seguida clicar em "Salvar como" para salvar um novo mapa. Em uma maneira mais simplificada, utiliza-se o atalho no teclado "Ctrl+Shift+S". A janela "Salvar como" é aberta e possui a opção para o usuário dar um título ao mapa criado, indicar uma "pergunta foco" que permite indicar qual pergunta esse mapa conceitual responde e a opção de palavras chaves sobre o mapa. Em seguida tem um campo para preenchimento de dados pessoais do usuário.

Por fim, deve-se escolher o local de preferência para salvar o mapa. Na parte superior da janela, há um ícone de computador onde é possível salvar o mapa na pasta "meus cmaps", localizada no seu computador e há um ícone de um globo que permite salvar em um servidor *Cmap* que o usuário possa usar. Em seguida, é só clicar com o botão esquerdo do mouse na opção "salvar" no canto inferior da janela e o seu mapa estará salvo no local em que você escolheu.

6.2 Mapas para o ensino de Mecânica

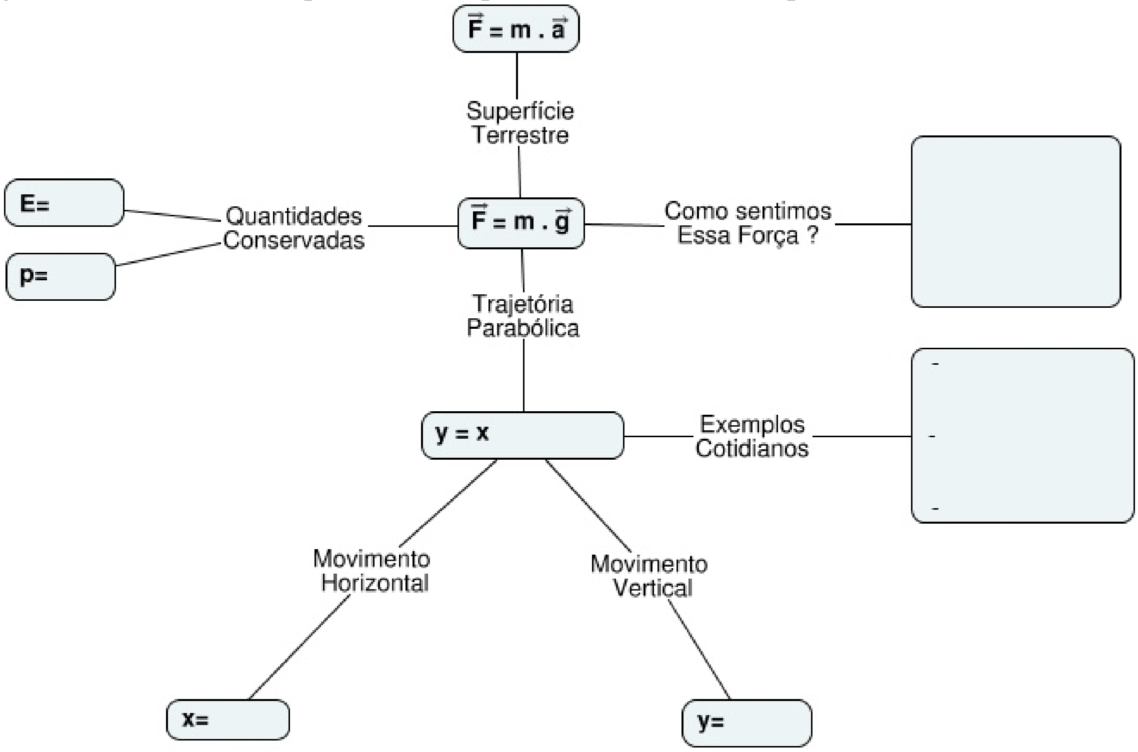
Para uma melhor ilustração do uso dos conceitos e ferramentas apresentados no texto, foram construídos dois mapas. Ambos tratam de mecânica clássica, abordando diferentes subtópicos. Os dois encorporam o conceito de simetria. No mapa do nível escolar, explorei com mais atenção o conceito de aprendizagem significativa, conectando exemplos conhecidos pelos alunos às equações matemáticas. Com esses dois exemplos de mapas e a explicação textual desenvolvida até aqui, espera-se que o professor seja capaz de gerar seus próprios mapas, assim como orientar seus alunos nas construções (virtuais ou não). Os mapas podem ser usados como ferramenta de apresentação, revisão e fixação do conteúdo (JUNIOR; CELIO, 2017).

6.2.1 Nível Fundamental/Médio

Para o nível escolar, é interessante tomar como equação fundamental a segunda Lei de Newton, $F = ma$. A partir dela, vêm as forças específicas de sistemas conhecidos, assim como suas leis do movimento. As quantidades conservadas desses sistemas, energia e momento, também devem ser abordadas.

Aqui o conhecimento prévio do aluno entra em destaque, ocupando balões maiores onde o estudante pode escrever exemplos familiares a ele, bem como do que entende e do que já viu em relação ao conteúdo apresentado. Abaixo segue um modelo de apresentação/revisão do movimento na superfície terrestre.

Figura 7 – Modelo de mapa conceitual para o movimento na superfície terrestre.



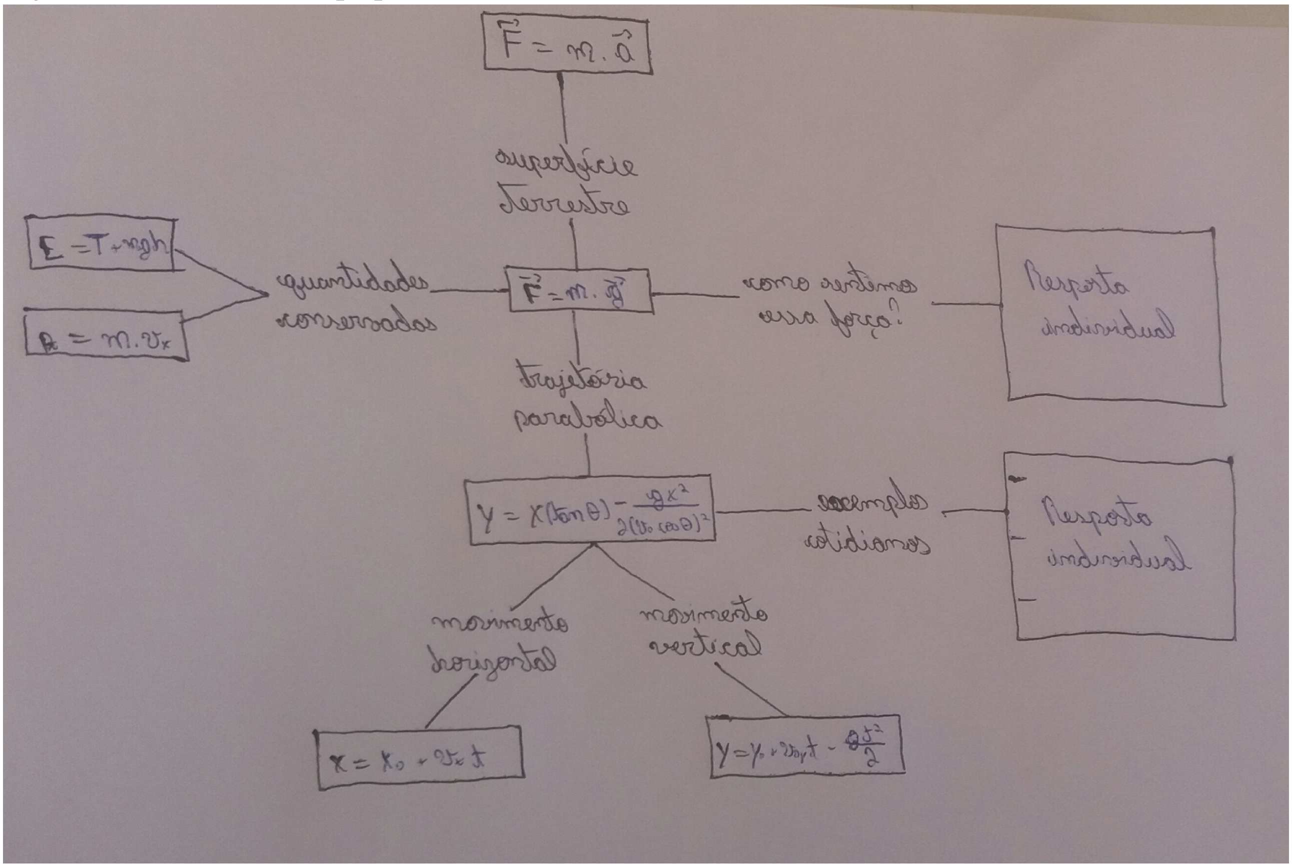
Fonte: gerada pelo autor.

Este modelo está tal qual deve ser passado do professor aos alunos. A construção das respostas deve ser em conjunto. Os balões da direta (maiores) serão preenchidos pelos alunos, acompanhados por uma discussão em conjunto na qual o professor deve ficar atento às respostas. Desse modo, o professor passa a conhecer a perspectiva geral dos alunos sobre o tema. Com isso, o professor pode ser mais preciso quando apresentar as equações contidas nos outros balões, relacionando-as aos exemplos familiares aos alunos.

Sobre as equações, é importante que o professor conduza os alunos a perceberem as relações existentes entre elas. No exemplo acima, poderia se falar de como o movimento vertical e horizontal são casos especiais do movimento composto, que é parabólico. O professor deve também dar especial atenção às equações da esquerda, que representam quantidades conservadas. Elas representam uma importante ferramenta na simplificação de sistemas e na resolução de situações-problema.

Quanto ao modo de preencher os termos em falta nas equações, há também algumas diretrizes. É aconselhável aqui, como nos outros casos, uma construção conjunta de professor e alunos. Por exemplo, como devemos completar a equação do movimento vertical na superfície da terra? O professor pode instigar os alunos a discutirem quais variáveis são importantes nesse fenômeno. Esse incentivo pode vir através de perguntas direcionadas à turma. No caso do movimento vertical, o professor pode perguntar "a massa do corpo é importante?", ou "o valor da aceleração da gravidade interfere no fenômeno?". E dessa forma, professor e aluno irão construindo a equação, colocando nela as variáveis relevantes e ignorando as demais. Uma versão "resolvida"encontra-se abaixo, tal qual o aluno deve preencher em seu caderno.

Figura 8 – Modelo do mapa preenchido (ensino médio/fundamental).

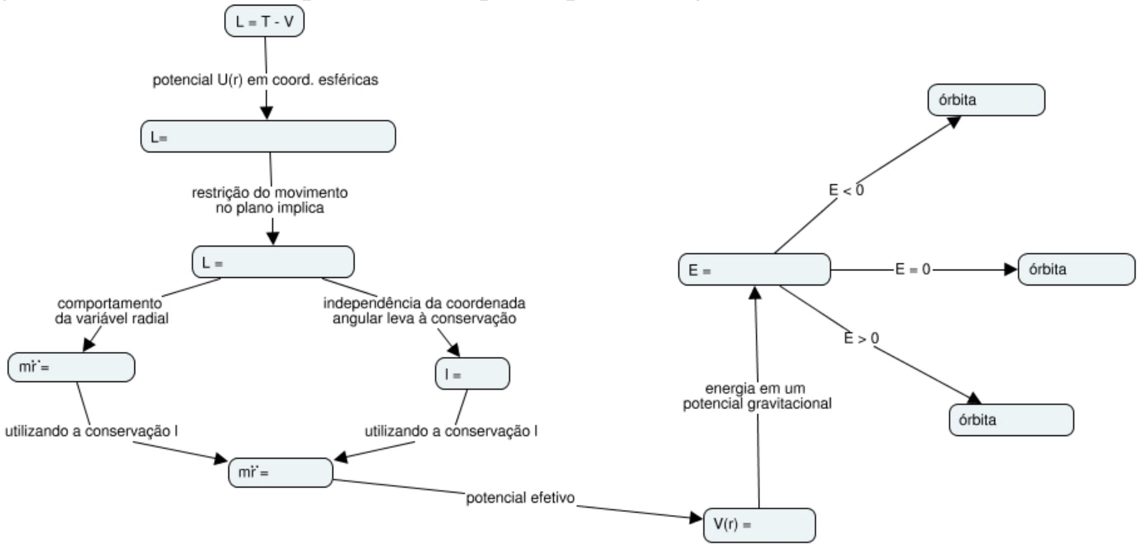


Fonte: gerada pelo autor.

6.2.2 *Nível Superior*

A estratégia para a construção dos mapas no ensino superior é semelhante. Para a equação do topo, a escolha mais adequada é a lagrangiana em sua forma geral, $L = T - V$. A partir daí, escrevemos o potencial de interesse e deduzimos as equações de movimento e as quantidades conservadas. Veja na Figura 9 um modelo apresentando o potencial gravitacional e seus desdobramentos para as órbitas de corpos celestes.

Figura 9 – Modelo de mapa conceitual para o potencial gravitacional.

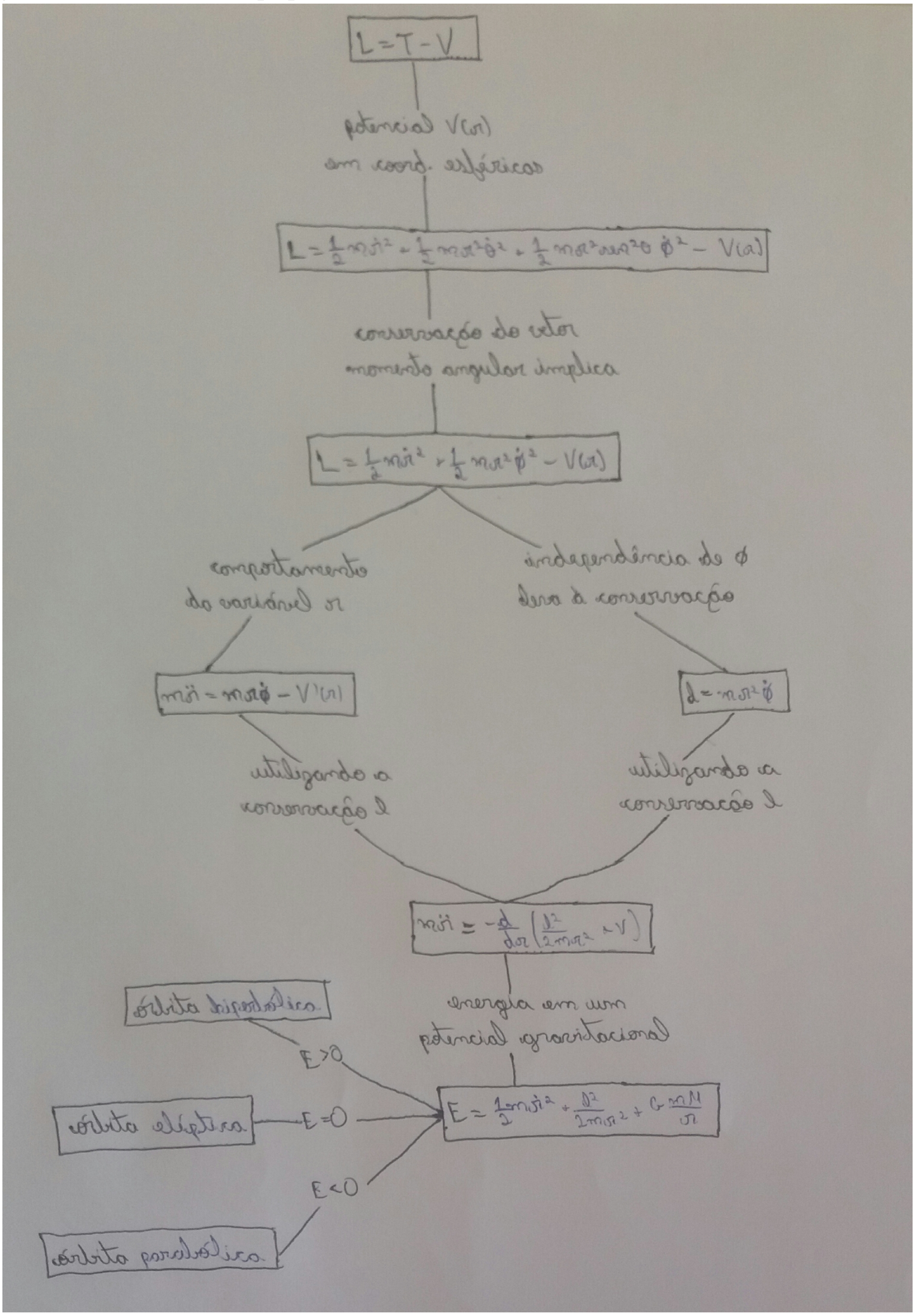


Fonte: gerada pelo autor.

Uma forma interessante de uso é que o próprio professor o desenhe na lousa para que os alunos possam copiar o mapa; ou que o professor o faça usando alguma ferramenta digital e leve cópias para os alunos. Uma vez que todos da turma tenham um mapa "em branco", o professor começa sua aula-apresentação do conteúdo. Conforme o andamento da aula, com o professor explicando o efeito que as quantidades conservadas têm na construção das equações, os próprios alunos terão como tarefa o preenchimento dos balões.

Essa atividade de preenchimento pode ser feita no curso comum que o professor já levaria para passar o conteúdo (três ou quatro aulas); ou todo o conteúdo é passado de maneira sumária em uma única aula (de duas horas), e consequentemente os alunos completarão todo o mapa como uma introdução geral ao assunto, na primeira aula destinada a ele. Na próxima página segue a "versão do aluno", como seria o mapa desenhado e preenchido pelo próprio estudante. Aqui, ao contrário do exemplo para o nível médio, não existem respostas subjetivas. Só existe uma forma de completar os balões e o professor deve se certificar de que os alunos o façam corretamente.

Figura 10 – Modelo do mapa preenchido (ensino médio/fundamental).



Fonte: gerada pelo autor.

7 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

O escrito apresentou um conceito vital na pesquisa em física teórica: o de beleza. Nesse conceito foi feita uma divisão em três ramificações; para cada uma, foram apresentados exemplos que as justificassem. Uma dessas ramificações se mostra mais abrangente: a simetria. Houve um estudo detalhado de como ela está embutida no *modus operandi* da ciência e da física em especial. A simetria está presente nas leis físicas; dentre todas, foram escolhidas as da mecânica clássica para uma análise mais detalhada. Em seguida apresentou-se a teoria da aprendizagem de David Ausubel e os mapas conceituais como ferramenta-didática-estratégica facilitadora.

Foi mostrado de que maneira os mapas conceituais estão atrelados à aprendizagem significativa e à simetria. Essa ligação é uma justificativa suficiente para a utilização dos diagramas no ensino de física. Esse manuscrito aplicou essas ideias ao ensino de mecânica clássica, construindo mapas e indicando de que modo eles poderiam ser usados no ensino médio e superior. Essa trinca de ferramentas (mapas conceituais, aprendizagem significativa e simetria), uma vez compreendida pelo professor, é naturalmente expansível para outras áreas da física e da ciência. O texto teve como objetivo instruir o professor quanto à esse ferramental e orientá-lo em suas aplicações.

REFERÊNCIAS

AUSUBEL, D. **The Acquisition and Retention of Knowledge**: A cognitive view. [*S. l.*]: Springer, 2000.

GIMMEL'FARB, A.; GINZBURG, L.; POPUEKTOV, R. Dynamical theory of biological populations. **Nauka**, p. 0–0, 1974.

GLEISER, M. **A Harmonia do Mundo**. [*S. l.*]: Cia das Letras, 2006.

JUNIOR, M.; CELIO, V. Mapas conceituais no ensino de física como estratégia de avaliação. **Scientia Plena**, v. 13, n. 1, 2017.

LEMOS, N. **Mecânica Analítica**. [*S. l.*]: Livraria da Física, 2007.

MOREIRA, M. A. **Aprendizagem Significativa**: a teoria e textos complementares. [*S. l.*]: Livraria da Física, 2011.

NOVAK, J. **Learning How to Learn**. [*S. l.*]: Cambridge University Press, 1984.

POINCARE, H. **O Valor da Ciência**. [*S. l.*]: Contraponto, 2007.

ROBINSON, M. **Symmetry and the Standard Model**: Mathematics and particle physics. [*S. l.*]: Springer, 2011.

ROSEN, J. **The Capricious Cosmos**: Universe beyond law. [*S. l.*]: Macmillan, 1991.

ROSEN, J. **Symmetry in Science**: An introduction to the general theory. [*S. l.*]: Springer, 1995.

SCRUTON, R. **Beauty**. [*S. l.*]: OUP Oxford, 2009.

SOROKO, E. Structural harmony of systems. **Minsk: Publishing House**, 1984.

STAKHOV, A. The generalized principle of the golden section and its applications in mathematics, science, and engineering. **Chaos, Solitons Fractals**, v. 26, 2005.

STAKHOV, A. Dirac's principle of mathematical beauty, mathematics of harmony and "golden" scientific revolution. **Visual Mathematics**, v. 10, n. 41, p. 0–0, 2009.

WEYL, H. **Symmetry**. [*S. l.*]: Princeton University Press, 2016.