



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ – UFC**  
**FACULDADE DE EDUCAÇÃO**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO**

**DANILO DO CARMO DE SOUZA**

**TECNOLOGIAS DIGITAIS E A APRENDIZAGEM DE CONCEITOS  
ESTATÍSTICOS: A UTILIZAÇÃO DO *SOFTWARE* GEOGEBRA POR  
ESTUDANTES DO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**

**FORTALEZA**

**2019**

DANILO DO CARMO DE SOUZA

TECNOLOGIAS DIGITAIS E A APRENDIZAGEM DE CONCEITOS ESTATÍSTICOS: A  
UTILIZAÇÃO DO *SOFTWARE* GEOGEBRA POR ESTUDANTES DO 9º ANO DO  
ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Educação Brasileira da Faculdade de Educação da Universidade Federal do Ceará - UFC como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Educação. Linha de pesquisa: Educação Currículo e Ensino. Área de concentração: Tecnologias Digitais na educação.

Orientador: Prof. Dr. José Aires de Castro Filho.

Coorientadora: Prof.<sup>a</sup> Dra. Juscileide Braga de Castro.

FORTALEZA

2019

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação  
Universidade Federal do Ceará  
Biblioteca Universitária

Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

---

- S237t Souza, Danilo do Carmo de.  
Tecnologias digitais e a aprendizagem de conceitos estatísticos: : a utilização do software geogebra por estudantes do 9º ano do ensino fundamental / Danilo do Carmo de Souza. – 2019.  
116 f. : il. color.
- Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Faculdade de Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação, Fortaleza, 2019.  
Orientação: Prof. Dr. José Aires de Castro Filho.  
Coorientação: Prof. Dr. Juscileide Braga de Castro.
1. Educação Estatística. 2. Noções de variabilidade Estatística. 3. Tecnologias Digitais. 4. Recursos Educacionais Digitais. 5. Geogebra. I. Título.

CDD 370

---

DANILO DO CARMO DE SOUZA

TECNOLOGIAS DIGITAIS E A APRENDIZAGEM DE CONCEITOS ESTATÍSTICOS: A  
UTILIZAÇÃO DO *SOFTWARE* GEOGEBRA POR ESTUDANTES DO 9º ANO DO  
ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Brasileira da Faculdade de Educação da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Educação. Área de concentração: Tecnologias Digitais na Educação.

Aprovado em: 31/10/2019.

BANCA EXAMINADORA

---

Prof. Dr. José Aires de Castro Filho (Orientador)  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Prof. Dra. Juscileide Braga de Castro (Coorientadora)  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Marcilia Chagas Barreto  
Universidade Estadual do Ceará (UECE)

A Deus.

À minha avó, dona Maria Rodrigues, *in  
memoriam*.

Aos meus pais, familiares e amigos.

## AGRADECIMENTOS

Diálogos, discussões, idas e vindas, leituras, releituras, equilíbrios, desequilíbrios, noites mal dormidas, ansiedade, conhecimento de si, decisões a serem tomadas para que o melhor caminho pudesse ser escolhido. Assim é construída uma pesquisa. Por tantas vezes me vi: pesquisador solitário. Entretanto, sempre soube que eu não estava completamente só, por isso, não posso deixar de agradecer a todos que de uma forma ou outra, participaram da realização e muito contribuíram para a construção desse trabalho.

A DEUS, por todas as bênçãos concedidas.

À minha vó Maria Rodrigues, *in memoriam*, espero que de onde esteja sinta muito orgulho de mim. Agradeço à senhora imensamente pelos ensinamentos pessoais de caráter e incentivo aos primeiros passos na caminhada rumo à escola.

À minha família pelo apoio. A minha mãe e irmãos agradeço pela paciência dada pelas tantas negativas de não ir aos domingos para sua casa, em troca das leituras, trabalhos e construção do texto. A minha mãe e meu padrasto, a quem tanto amo, agradeço pelas palavras de admiração e por todas as vezes que me olharam com profundo amor e orgulho.

Ao Gabriel Araújo, amigo e companheiro. Obrigado pela compreensão nos momentos da minha necessária ausência e, sobretudo, pelas doces palavras de incentivo e motivação para que eu continuasse firme na caminhada da pesquisa.

Ao professor Dr. José Aires de Castro Filho pela orientação, apoio, dedicação, paciência e confiança, meu muito obrigado. Além de ser, uma pessoa maravilhosa, é um educador cuidadoso com seus aprendizes. Poucas serão as palavras para agradecer tudo o que pude aprender ao longo da realização deste trabalho.

À professora Dra. Juscileide Braga de Castro, minha orientadora e amiga, especialmente, pelo incentivo constante, orientação, apoio e presença em todos os momentos, desde o curso de graduação. Fico feliz por ter tido a oportunidade de trabalhar com ela, inteligente e dedicada. Obrigado por não desistir quando senti que não conseguiria mais.

À professora Dra. Marcília Chagas Barreto pela participação na banca de qualificação do projeto de pesquisa, as orientações e sugestões dadas naquele momento foram muito importantes e significativas. Agradeço a participação da mesma na banca de defesa do trabalho realizado e pelas contribuições oferecidas. Obrigado pela atenção e pelos valiosos ensinamentos desde o início da minha caminhada, ainda na graduação, quando tive a honra de ser bolsista de Iniciação Científica, sob sua orientação.

Aos membros do Grupo de Pesquisa Matemática e Ensino (MAES), pelos momentos de descontração e aprendizagem, com vocês pude ter discussões teóricas bastante significativas. Agradeço o carinho de todos, em especial da Wellingda por tantas vezes compartilhar nossos anseios e medos.

Aos integrantes do Grupo de Pesquisa e Produção de Ambientes Interativos e de Objetos de Aprendizagem (PROATIVA) pela troca de conhecimentos e experiências. Em especial a Rayssa, Juliana, Liliane, Cintia e Gabriel pelos momentos de descontração, alegria e aprendizagem durante a participação dos eventos acadêmicos. A vocês minha gratidão! Agradeço ainda a Arianny e ao Youri que participaram e apoiaram na condução da pesquisa durante a intervenção.

Aos estudantes que participaram da pesquisa. Agradeço a participação de vocês na realização das atividades, sem eles, esta pesquisa não seria possível.

À diretora, professores e coordenadores da escola pública onde realizei a intervenção. Agradeço a acolhida em ajudar durante o processo de realização das atividades com seus alunos, pela compreensão da importância de investigações no âmbito da Educação Básica, pelo tempo e espaço cedidos.

Aos amigos e familiares que me deram apoio e incentivo nos momentos mais difíceis.

## RESUMO

O tratamento da informação e os conceitos inerentes à Estatística são componentes conceituais importantes para a formação cidadã, já que diariamente somos cercados de dados e fatos que precisam ser compreendidos. Por outro lado, avaliações recentes do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), do Programa de Avaliação de Alunos (PISA) e do Instituto Nacional de Alfabetismo Funcional (INAF) indicam as dificuldades conceituais enfrentadas por estudantes ao interpretar informações em gráficos, tabelas e os conceitos matemáticos envolvidos. Dentre os diferentes conceitos estatísticos é essencial a percepção da variabilidade, pois uma das características que diferenciam a Matemática da Estatística é a incerteza provocada pela interpretação e intencionalidade de uma pesquisa. Pesquisas apontam que este conceito deve ser abordado ainda durante os anos iniciais do Ensino Fundamental a partir da manipulação de suas variadas representações. Dessa forma, uma ferramenta que oportuniza tais mobilizações são as Tecnologias Digitais (TD), em especial dos Recursos Educacionais Digitais (RED), pois auxiliam na realização de atividades exploratórias, e diversificam as representações dos objetos em estudo propiciando novas formas de pensar e agir. Essa pesquisa tem como questão central: qual a contribuição das TD na elaboração do conceito de variabilidade por estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental? E como objetivo geral: investigar as contribuições das TD na elaboração do conceito de variabilidade em estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental. Para o alcance do objetivo, realizou-se um conjunto de atividades com foco na variabilidade com a utilização de um RED denominado Geogebra, a fim de verificar o uso deste artefato na compreensão do conceito supracitado. A intervenção foi aplicada em uma escola pública no município de Fortaleza, com 10 alunos de uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental, dividida em Grupo Controle (GC) e Grupo Experimental (GE). A pesquisa foi organizada em três etapas: aplicação de pré-teste, intervenção com o uso do RED, e posteriormente um pós-teste. Os dados foram analisados a fim de compreender o desempenho dos alunos antes e após as atividades, sendo feita uma análise quantitativa por meio das médias por grupo, desvio-padrão e coeficiente de variação das notas obtidas. Os resultados demonstraram que, embora as médias dos dois grupos tenham aumentado, em comparação ao pré-teste, o aumento da média do grupo experimental foi maior, tendo este grupo também apresentado diminuição do desvio-padrão e do coeficiente de variação, acarretando em maior homogeneidade dos dados. Ademais, verificou-se evolução e ressignificação das estratégias dos alunos pertencentes ao GE, tomando como base as atividades desenvolvidas durante a intervenção. Nesse sentido, a



aplicação do RED permitiu vivenciar experiências práticas durante a resolução de situações envolvendo o desenvolvimento do pensamento Estatístico, o qual possibilitou: visualizar e simular diferentes representações (representação de diferentes gráficos, minimizar o procedimento dos algoritmos para o cálculo das medidas-resumo, coleta e análise de dados); trabalhar com situações reais e com contextos investigativos. Por fim, os resultados desta dissertação apontam estratégias para melhor compreender a aprendizagem da variabilidade frente a suas múltiplas representações, bem com, para o desenvolvimento de novos recursos digitais ou analógicos e atividades.

**Palavras-chave:** Educação Estatística. Noções de variabilidade Estatística. Tecnologias Digitais. Recursos Educacionais Digitais. Geogebra.

## ABSTRACT

The treatment of information and the concepts inherent to Statistics are important conceptual components for the formation of citizens, since daily we are surrounded by data and facts that need to be understood. On the other hand, recent evaluations of the Basic Education Assessment System (SAEB), the International Student Assessment Program (PISA) and the National Institute of Functional Literacy (INAF) indicate the conceptual difficulties faced by students when interpreting information in graphs, tables and the mathematical concepts involved. Among the different statistical concepts, the perception of variability is essential, as one of the characteristics that differentiate Mathematics from Statistics is the uncertainty caused by the interpretation and intentionality of a research. Researches point out that this concept must be addressed even during the early years of elementary school from the manipulation of its various representations. Thus, a tool that allows such mobilizations are Digital Technologies (TD), especially Digital Educational Resources (RED), as they assist in carrying out exploratory activities, and diversify the representations of the objects under study, providing new ways of thinking and acting. This research has as its central question: what is the contribution of DT in the elaboration of the concept of variability by 9th grade students? And as a general objective: to investigate the contributions of DT in the elaboration of the concept of variability in students of the 9th grade of elementary school. To achieve the objective, a set of activities was carried out with a focus on variability with the use of a RED called Geogebra, in order to verify the use of this artifact in understanding the aforementioned concept. The intervention was applied in a public school in the city of Fortaleza, with 10 students from a 9th grade class of elementary school, divided into Control Group (GC) and Experimental Group (GE). The research was organized in three stages: application of pre-test, intervention with the use of RED, and later, a post-test. The data were analyzed in order to understand the students' performance before and after the activities, being made a quantitative analysis by means of the means by group, standard deviation and variation coefficient of the obtained grades. The results showed that, although the averages of the two groups increased, compared to the pre-test, the increase in the average of the experimental group was greater, with this group also showing a decrease in the standard deviation and the variation coefficient, resulting in a greater homogeneity of the data. In addition, there was an evolution and reframing of the strategies of students belonging to the GE, based on the activities developed during the intervention. In this sense, the application of RED allowed to experience practical experiences during the resolution of situations involving the development of statistical

thinking, which made it possible to: visualize and simulate different representations (representation of different graphs, minimize the procedure of the algorithms for the calculation of summary measures , data collection and analysis); work with real situations and investigative contexts. Finally, the results of this dissertation point out strategies to better understand the learning of variability in view of its multiple representations, as well as, for the development of new digital or analog resources and activities.

**Keywords:** Statistical Education. Notions of statistical variability. Digital Technologies. Digital Educational Resources. Geogebra.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Equilíbrio dos dados para caracterizar a média aritmética .....	35
Figura 2 - Desvio-médio como a distância euclidiana em torno da média.....	35
Figura 3 - Interface do Geogebra pacote Estatística (Exemplo de análise de dados e mobilização de representações – notas das turmas) .....	64
Figura 4 - Estratégia utilizada por E3 como argumento a média aritmética .....	73
Figura 5 - Estratégia utilizada por E5 como argumento a combinação de medidas-resumo....	74
Figura 6 - Estratégia utilizada por E10 como argumento a combinação de representações. ...	75
Figura 7 - Gráfico de colunas – dupla: E7 e E10.....	81
Figura 8 - Gráfico de colunas (consumo de água) – dupla: E5 e E8 .....	82
Figura 9 - Gráfico de colunas separadas (consumo de água) – dupla: E1 e E5.....	84
Figura 10 - Gráfico de colunas separadas (consumo de água) – dupla: E3 e E6.....	84
Gráfico 1 - Respostas dos estudantes no pré-teste relativas à situação 02	72
Gráfico 2 - Respostas dos estudantes no pós-teste relativas à situação 02.....	72

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Esquema de organização dos dados para o cálculo da mediana .....	33
Quadro 2 - Cálculo do desvio em relação à média .....	38
Quadro 3 - Procedimento manual para o cálculo da Variância .....	38
Quadro 4 - Resultado da busca na plataforma da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) .....	47
Quadro 5 - Sistematização das etapas da pesquisa .....	61
Quadro 6 - Sistematização dos encontros da intervenção .....	65
Quadro 7 - Média, desvio-padrão e coeficiente de variação - grupo controle e grupo experimental/ pré-teste e pós-testes .....	70

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABE	Associação Brasileira de Estatística
AVALE	Projeto Ambiente Virtual de Apoio ao Letramento Estatístico
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
BTDT	Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
EE	Educação Estatística
EF	Ensino Fundamental
GC	Grupo Controle
GE	Grupo Experimental
IC	Iniciação Científica
INAF	Instituto Nacional de Alfabetismo Funcional
MAES	Grupo de Pesquisa Matemática e Ensino
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PCN+	Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio
PISA	Programa Internacional de Avaliação de Alunos
PROATIVA	Grupo de Pesquisa e Produção de Ambientes Interativos e de Objetos de Aprendizagem
RED	Recursos Educacionais Digitais
SAEB	Sistema de Avaliação da Educação Básica
SME	Secretaria Municipal de Educação de Fortaleza
TCC	Teoria dos Campos Conceituais
TCLE	Termo de Consentimento Livre e Esclarecido
TD	Tecnologias Digitais
UECE	Universidade Estadual do Ceará
UFC	Universidade Federal do Ceará

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	16
<b>2 EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA E TECNOLOGIAS DIGITAIS: REFLEXÕES SOBRE OS CONCEITOS DE VARIAÇÃO E VARIABILIDADE</b> .....	25
<b>2.1 Pensamento estatístico e variabilidade: reflexões iniciais</b> .....	25
<b>2.2 Variabilidade e variação: conceitos relacionados</b> .....	29
<i>2.2.1 A Média Aritmética</i> .....	29
<i>2.2.2 A mediana</i> .....	32
<i>2.2.3 A Amplitude Total</i> .....	33
<i>2.2.3 O Desvio Padrão Médio</i> .....	33
<i>2.2.4 Variância e Desvio-padrão</i> .....	37
<b>2.3 Tecnologias Digitais e o Ensino de Estatística</b> .....	40
<b>3 VARIABILIDADE ESTATÍSTICA: UM OLHAR PARA AS PESQUISAS BRASILEIRAS</b> .....	46
<b>3.1 Aproximação de outras pesquisas com a temática estudada no portal da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações</b> .....	46
<b>3.2 Discussão dos trabalhos selecionados</b> .....	49
<b>4 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS E O CONTEXTO DA PESQUISA</b> .....	58
<b>4.1 Caracterização da investigação</b> .....	58
<b>4.2 Os sujeitos e o lócus de pesquisa</b> .....	59
<b>4.3 Etapas da pesquisa: procedimentos e os instrumentos de coletas dos dados</b> .....	60
<b>4.4 Os Recursos Educacionais Digitais</b> .....	63
<i>4.4.1 O software Geogebra</i> .....	63
<b>4.5 As atividades propostas durante a intervenção</b> .....	65
<b>4.6 Procedimentos para análise dos dados</b> .....	67
<b>5 APRESENTAÇÃO, ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS</b> .....	69
<b>5.1 Análise quantitativa do desempenho dos estudantes</b> .....	69
<i>5.1.1 Desempenho geral dos estudantes</i> .....	69
<i>5.1.2 Análise do desempenho e das estratégias empregadas pelos estudantes de cada grupo na resolução da situação-problema 2</i> .....	71
<i>5.2.1.1 A compreensão sobre os elementos da Estatística</i> .....	76
<b>5.3 Raciocínio sobre a variabilidade a partir das medidas de tendência central</b> .....	80
<i>5.3.2 Reflexões sobre a percepção e medição da variabilidade estatística</i> .....	85

<b>5.4 Contribuições do <i>software Geogebra</i> para o raciocínio sobre a variabilidade</b> .....	89
<b>6 CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	95
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	99
<b>APÊNDICE A: TERMO DE AUTORIZAÇÃO DA ESCOLA</b> .....	105
<b>APÊNDICE B – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO</b> .....	106
<b>APÊNDICE C- PRÉ-TESTE APLICADO AOS ESTUDANTES</b> .....	107
<b>APÊNDICE D – ATIVIDADE SOBRE O CONSUMO DE ÁGUA DOS ESTUDANTES</b> .....	112
<b>APÊNDICE E – DIÁRIO DE CAMPO</b> .....	113
<b>APÊNDICE F - OBSERVAÇÕES GERAIS</b> .....	116



## 1 INTRODUÇÃO

Os índices de proficiência de estudantes da Educação Básica acerca da disciplina de Matemática têm demonstrado níveis insuficientes em avaliações nacionais e internacionais. Dados disponibilizados pelo Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) apontam crescimento nas últimas edições no desempenho dos estudantes na disciplina de Matemática. O Ensino Fundamental apresentou maior substancialidade, destacando-se os anos iniciais, nos quais a média de acerto relacionado à Matemática no 5º ano alcançou 224 pontos (BRASIL, 2017). Para os alunos que cursavam o 9º ano, houve um aumento aproximado de 16 pontos na última década, alcançando 258 pontos, nível considerado insuficiente. Contudo, para atingir a classificação adequada, os alunos deveriam possuir como média 300 pontos, o que corresponde a 4,5% dos estudantes, ao passo que 63,1% encontram-se no nível considerado insuficiente (BRASIL, 2017).

De acordo com os achados e considerando a matriz de referência das avaliações, os estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental encontram-se no nível 3, de uma escala de 12 níveis. Em análise mais detalhada dos conhecimentos matemáticos, especificamente dos conceitos estatísticos, isso significa que os estudantes desse nível escolar são capazes de interpretar dados apresentados em tabelas e gráficos de colunas, associar dados apresentados em tabelas a gráfico de setores, analisar dados dispostos em: uma tabela simples, dados apresentados em um gráfico de linha com mais de uma grandeza representada (BRASIL, 2017).

Na mesma perspectiva, pesquisa realizada pelo Instituto Nacional de Alfabetização Funcional (INAF) tem demonstrado baixos resultados, uma vez que 29% da população brasileira é considerada analfabeta funcional e que apenas 12% dos pesquisados classificam-se como proficientes, ou seja, alfabetizados (INAF, 2018).

A escala de proficiência do INAF, em aspectos matemáticos, considera que o sujeito classificado como analfabeto funcional<sup>1</sup> é capaz de: comparar, ler e escrever números familiares (horários, preços, cédulas/moedas, telefone) identificando o maior/menor valor; resolver problemas simples do cotidiano envolvendo operações matemáticas elementares (com ou sem uso da calculadora) ou estabelecendo relações entre grandezas e unidades de medida (INAF, 2018). Em contrapartida, o indivíduo identificado como alfabetizado, possui

---

<sup>1</sup> Sujeitos que “[...] não conseguem fazer uso da leitura e da escrita para algumas atividades simples da vida cotidiana, por terem adquirido habilidades em contextos não-escolares relacionados à vida familiar, profissional ou espaços de educação não-formal” (BRASIL, p. 11 2018).

como habilidades matemáticas: interpretar tabelas e gráficos envolvendo mais de duas variáveis, compreendendo elementos que caracterizam certos modos de representação de informação quantitativa; resolver situações-problema relativos a tarefas de contextos diversos, que envolvem diversas etapas de planejamento, controle e elaboração, que exigem retomadas de resultados parciais e o uso de inferências (INAF, 2018).

A realidade educacional brasileira, em termos de aprendizagem da Matemática, também é preocupante no cenário internacional. É o que revelam os baixos índices de proficiência dos estudantes brasileiros nessa área do conhecimento. Os resultados do Brasil no Programa Internacional de Avaliação de Alunos (PISA) mostram uma queda nas três áreas avaliadas: leitura, matemática e ciências. A aplicação do PISA é trianual e oferece um perfil dos conhecimentos e habilidades dos estudantes de 70 países que realizaram a prova, o Brasil ocupou a posição 66ª (BRASIL, 2015).

Na edição de 2015, a média de acerto dos estudantes ficou na casa dos 377 pontos, enquanto a média mundial apontou 490 pontos na disciplina de Matemática (BRASIL, 2015). Os conteúdos matemáticos analisados pelo PISA estão relacionados à medição de quantidades; operações aritméticas, incerteza e probabilidade de fatos; coleta, representação de informações, variabilidade e descrição de dados; amostra e amostragem; porcentagem, razão e proporção, risco e probabilidade (BRASIL, 2015).

Além das competências matemáticas, podem ser mencionadas na avaliação as habilidades de raciocínio; argumentação e levantamento de hipóteses; manipulação de números, gráficos, informações e dados estatísticos; estratégias para resolução de problemas; emprego dos signos e ferramentas matemáticas, dentre outras. Com isso, 70% dos estudantes brasileiros encontram-se abaixo do nível 2, em uma escala de 6 níveis, patamar considerado mínimo para o exercício pleno da cidadania, enquanto apenas 0,13% dos estudantes alcançaram o nível mais alto (BRASIL, 2015).

O baixo desempenho discente em avaliações externas demonstra as fragilidades e nuances acerca dos conhecimentos matemáticos e estatísticos, que os estudantes da Educação Básica brasileira possuem. Ademais, a construção e interpretação de informações contidas em gráficos e as tabelas são essenciais para a compreensão do contexto social, político e econômico vivenciado pelos estudantes (BATANERO, 2001; CAZORLA, 2002; CASTRO, 2008; CASTRO, 2012; CASTRO; CASTRO-FILHO, 2015; LOPES, 2010; CAZORLA *et al.*, 2017). Esse quadro está atrelado a diversos fatores, entre eles: a precariedade na formação inicial e continuada de professores que ensinam Matemática, as condições cognitivas dos estudantes, os tipos de recursos didáticos e as metodologias aplicadas em sala de aula.

Diariamente, os estudantes deparam-se com um fluxo muito grande de informações, seja através da televisão, do rádio, jornais e revistas, outdoors ou das mídias digitais (blogs e sites). Os dados são derivados de pesquisas eleitorais, campanhas de saúde e prevenção, violência, variação cambial, níveis de desemprego, preferência musical, dentre outros. Essas informações são necessárias, pois, a partir delas, cidadãos e governos podem fazer uma leitura crítica do mundo real e posteriormente tomarem decisões (BARBOSA; VELASQUE; SILVA, 2016).

Por outro lado, o ensino dos conteúdos relacionados à estatística ganhou força no Brasil somente após a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). O documento aponta essa área da matemática denominada por bloco de conteúdo: Tratamento da Informação, e contém a integralização de conceitos relacionados às noções de estatística, probabilidade e combinatória. Os PCN já enfatizavam que durante a escolarização o estudante deve ser levado a observar o mundo a partir de diferentes representações (tabelas, gráficos e figuras) e ser capaz de mobilizá-las (BRASIL, 1997). Um dos objetivos do ensino de estatística é propor ao aluno uma postura investigativa, reflexiva e crítica das informações, para a tomada de decisões, em uma sociedade globalizada (CAMPOS, WODEWOTZKI E JACOBINI, 2011).

Com efeito, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) apontavam que “a finalidade [da Estatística] não é a de que os alunos aprendam apenas a ler e a interpretar representações gráficas, mas que se tornem capazes de descrever e interpretar sua realidade, usando conhecimentos matemáticos” (BRASIL, 1997, p. 49).

Nessa mesma vertente, a Associação Brasileira de Estatística (ABE) publicou, em 2015, um documento discutindo mecanismos e metodologias a respeito do ensino de Estatística em diferentes perspectivas: Educação Básica, Ensino Superior e na formação continuada de professores. A associação, juntamente com os documentos oficiais supracitados, salienta que o ensino de Estatística deve organizar-se em espiral e em consonância com a formação cognitiva e emocional dos estudantes (ABE, 2015). Seguindo essa reflexão, ao sistematizar as etapas de uma investigação: planejamento, coleta de dados, análise e conclusão, os estudantes compreendem intrinsecamente os elementos estatísticos, permitindo um avanço em dimensões científica, tecnológica e social.

Um dos documentos recentes que tem contribuído para nortear currículos escolares, materiais pedagógicos, alinhamento das avaliações e a formação continuada de professores é a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Esse documento define os

conhecimentos essenciais que todos os estudantes da Educação Básica, de forma igualitária e de qualidade, têm o direito de aprender (BRASIL, 2017).

A versão final da base, homologada em 2017, passou por três versões, a partir de sugestões e discussões construídas colaborativamente com a participação da sociedade civil, professores, gestores escolares, especialistas de todas as áreas científicas, universidades, Conselhos de Educação, Ministério da Educação e empresas privadas. A base contém em seu texto dez competências gerais que devem ser desenvolvidas pelos estudantes em todas as etapas da Educação Básica e que norteiam a aprendizagem por área de conhecimento; competências específicas de cada área e componentes curriculares relacionados entre si; conhecimentos e habilidades do Ensino Fundamental organizadas por ano e componentes concatenados às competências gerais.

Na BNCC, a Estatística apresenta-se como uma das unidades temáticas da Matemática com principais modificações, e seu ensino deve percorrer todos os níveis escolares. Corroborando os PCN, a BNCC retoma os aspectos de cidadania desenvolvidos com o estudo da estatística, reafirmando as habilidades inerentes à coleta de dados, organização, representação e interpretação, de forma fundamentada, com vista à tomada de decisões (BRASIL, 2017).

A BNCC pontua a articulação entre os diferentes campos da Matemática, reunindo as ideias fundamentais que compõem o pensamento matemático e o conhecimento de seu objeto de estudo. Portanto, para ser capaz de acessar a complexidade dos conceitos matemáticos, os estudantes devem enfrentar situações em que “[...] precisam articular múltiplos aspectos dos diferentes conteúdos, **visando ao desenvolvimento das ideias fundamentais da matemática**, como equivalência, ordem, proporcionalidade, variação e interdependência” (BRASIL, 2017, p. 266 grifo nosso).

O documento menciona a percepção da variação em todos os níveis de ensino. Porém, até o 7º ano do EF, a adoção da ideia de variar grandezas vincula-se diretamente à proporcionalidade. Assim, somente no 8º ano do Ensino Fundamental o estudante deve possuir como habilidade: “(EF08MA12) Identificar a natureza da variação de duas grandezas, diretamente, inversamente proporcionais ou não proporcionais, expressando a relação existente por meio de sentença algébrica e representá-la no plano cartesiano” (BRASIL, 2017, p. 311). Para o 9º ano do EF, a BNCC assinala como habilidades: “(EF09MA08) Resolver e elaborar problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta e inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisão em partes proporcionais e taxa de variação, em contextos socioculturais, ambientais e de outras áreas” (BRASIL, 2017, p. 315);

“(EF09MA22) Escolher e construir o gráfico mais adequado (colunas, setores, linhas), com ou sem uso de planilhas eletrônicas, para apresentar um determinado conjunto de dados, destacando aspectos como as medidas de tendência central” (BRASIL, 2017, p. 317).

Com isso, as compreensões da variação e da variabilidade estão relacionadas ao grau de incerteza dos dados, ou seja, para a interpretação de informações estatísticas, é imprescindível que o sujeito tenha conhecimento sobre os aspectos variacionais dos dados e como esses podem influenciar os resultados de uma pesquisa (WILD; PFANNKUCH, 1999). Frente a isso, a caracterização da variabilidade vincula-se à percepção da dispersão de dados (informações) e pode ser comparada e aferida com base em medidas, tais como: amplitude, variância, desvio-padrão e o coeficiente de variação. Portanto, existem conceitos e medidas que nos permitem estabelecer maneiras práticas de interpretar essas informações e, se forem estudadas adequadamente, podem ser aplicados de alguma forma em situações em que vivemos ou estudamos.

“Variação é um substantivo usado para descrever o ato de variar ou mudar de posição”. Por outro lado, a “variabilidade é uma forma substantiva do adjetivo variável, significando que alguma coisa está ou tem propensão para mudar ou variar” (READING; SHAUGHNESSY, 2004, p. 201). A percepção sobre a variabilidade inclui a consideração de que, ao julgar situações, a variabilidade que existe se transmite nos dados e gera incerteza. Essa compreensão permite adotar estratégias para melhorar as pesquisas em cada passo de um experimento investigativo.

Assim, quando identificamos o problema e planejamos a coleta de dados, tentamos reduzir ou eliminar as fontes conhecidas de variabilidade. Nas fases de análise e conclusão de uma investigação, a variação determina a forma como agimos, de modo que podemos ignorá-la, planejar sobre ela ou controlá-la (WILD; PFANNKUCH, 1999; BATANERO, 2001).

Gal (2002) ratifica a importância na articulação entre os conceitos estatísticos e a aplicação de seus algoritmos, no processo de apropriação dos conceitos relacionados à variação. O autor acrescenta, ainda, a necessidade de explorar os tópicos matemáticos e os contextos para entender os conceitos de variação, salientando que “[...] o conhecimento do contexto é o principal determinante na familiaridade do consumidor com as fontes de variação e erro, podendo imaginar porque uma diferença entre grupos pode ocorrer ou imaginar a razão de um estudo dar errado” (GAL, 2002, p. 17).

Outro ponto importante para a compreensão e a aprendizagem dos conteúdos estatísticos seria trabalhá-los em diferentes situações-problema, pois cada tipo de situação

requer o domínio de procedimentos diferentes e, para a construção do conceito de variação, é necessário mobilizar um conjunto de conhecimentos matemáticos.

Sobre isso, é importante salientar a dificuldade da apreensão do conceito de variação ao enfatizar os cálculos aritméticos a partir da complexidade dos algoritmos e na construção e mobilização das representações gráficas e tabulares. Vários autores utilizaram como suporte didático os recursos tecnológicos digitais para a construção e interpretação de gráficos estatísticos com estudantes, apontam essas ferramentas como favoráveis e significativas para a construção de ambientes de aprendizagem, a interação entre seus pares e a construção de conhecimento a partir de atividades de caráter colaborativo (CASTRO, 2012; CASTRO; CASTRO-FILHO, 2015; SILVA; KATAOKA; CAZORLA, 2011; JÚNIOR; PEREIRA, 2018).

Não menos substancial para a Educação Estatística nos parece a intervenção de produtos de tecnologia computacional, por seu potencial para promover a parte qualitativa da própria análise estatística e contribuir para o desenvolvimento conceitual. Em particular, isso está relacionado às habilidades como a mobilização de diferentes objetos estatísticos ou matemáticos através de representações numéricas, tabulares, gráficas e simbólicas.

Nesse sentido, com o avanço das Tecnologias Digitais, observam-se novas possibilidades no processo de desenvolvimento do pensamento estatístico. Com isso, é consenso entre educadores que defendem a simulação enquanto estratégia de ensino e afirmam que, quando associada ao uso da tecnologia, auxilia na redução de cálculos técnicos, ao mesmo tempo em que possibilita ao estudante dedicar-se maior tempo e atenção aos conceitos (BATANERO; GODINO; CAÑIZARES, 2005; CAMPOS; WODEWOTZKI; JACOBINI, 2011; GONZÁLEZ-RUIZ; BATANERO; MIGUEL, 2015).

Por outro lado, ainda não há consenso sobre as características essenciais que um software apropriado para o ensino de conceitos estatísticos deve apresentar (VERZANI, 2008; GONZÁLEZ-RUIZ; BATANERO; MIGUEL, 2015). Dessa forma, uma possibilidade é o uso de ferramentas acessíveis e sem custos, como o recurso digital *Geogebra*<sup>2</sup>. O *Geogebra* é um software bastante conhecido e disseminado nas escolas por seu caráter de multiplataforma. É um programa de domínio público e uma ferramenta importante que facilita a elaboração de diferentes representações: numérica, tabular e gráfica, no qual o usuário possui controle sobre o que cria. O processo de instalação é rápido e fácil, com a vantagem de ser gratuito, podendo ser realizado por qualquer usuário da internet.

---

<sup>2</sup> Disponível em: <http://www.geogebra.org/>

Destarte, amplia-se a necessidade de desenvolver estudos que busquem analisar o funcionamento desses recursos e sua aplicabilidade no ensino. Além disso, a convergência entre a Educação Estatística e as tecnologias faz surgir inquietações que abrangem questões importantes relacionadas ao desenvolvimento humano, suas interações com computadores e a produção de conhecimento por parte de estudantes a partir desses mecanismos.

As experiências adquiridas nos últimos anos, como professor de Matemática, pesquisador através do Grupo de Pesquisa Matemática e Ensino (MAES)<sup>3</sup> e como colaborador no Grupo de Pesquisa e Produção de Ambientes Interativos e Objetos de Aprendizagem (PROATIVA) foram fundamentais para compreender as dificuldades dos estudantes e como a inserção dos recursos digitais apoiam atividades significativas para minimizar tais lacunas.

Durante a Licenciatura em Matemática pude<sup>4</sup> participar de experiências acadêmicas formativas a partir de uma intervenção na pesquisa de Castro (2016) que tinha o objetivo do estudo foi analisar as contribuições de uma metodologia desenvolvida, com suporte de tecnologias digitais (computadores, blog, whatsapp<sup>5</sup>, objetos de aprendizagens), para o desenvolvimento do conceito de covariação presente nas estruturas multiplicativas. Pude verificar o potencial da utilização dos recursos educacionais digitais para a elaboração e compreensão dos conceitos matemáticos por estudantes da Educação Básica.

Ademais, compartilhar dessas experiências e discussões teóricas permitiu realizar diferentes produções, especificamente, em relação à análise de recursos educacionais digitais para apreensão de concepções matemáticas. Assim, a incorporação das tecnologias da informação e comunicação no campo da Educação Matemática despertou o interesse deste autor, o qual expandiu seus horizontes formativos, adentrando no mestrado acadêmico em Educação pela Universidade Federal do Ceará (UFC).

A trajetória brevemente descrita remonta ao desejo de agregar contribuições para a pesquisa no âmbito da Educação Matemática. Apesar do crescente volume de pesquisas que auxiliem o processo de ensino e de aprendizagem dos conceitos matemáticos, os resultados das avaliações de larga escala demonstram que os estudantes não possuem habilidades suficientes a respeito dos conceitos estatísticos.

Do exposto, a literatura fomenta a implementação dos aspectos da variabilidade ao longo de todo o processo de escolarização. De outro lado, os documentos oficiais indicam

---

<sup>3</sup>O MAES é um grupo de pesquisa composto por professores universitários, professores da Educação Básica, graduandos e pós-graduandos (Cursos de Pedagogia e Matemática), professores que trabalham diretamente com a formação de professores e desenvolve estudos relativos ao ensino e à aprendizagem da Matemática.

<sup>4</sup> Utilizo a primeira pessoa do singular por se tratar das experiências pessoais que influenciaram as escolhas pela temática pesquisada.

<sup>5</sup> Disponível em: <http://www.whatsapp.com>

o trabalho com as medidas de variabilidade somente no 8º e 9º ano, como já apontado. Assim, elencamos como questão de pesquisa: qual a contribuição das Tecnologias Digitais na elaboração do conceito de variabilidade por estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental?

O desenvolvimento de pesquisas nessa área surge da necessidade de melhorar a aprendizagem de estudantes no tratamento dos conteúdos estatísticos. Tal área é importante, pois desenvolve a consciência e a criticidade dos estudantes, aprimora a interpretação e a tomada de decisões em situações cotidianas, essenciais para a formação do cidadão e do senso investigativo em crianças.

O questionamento citado anteriormente serve de base para a presente pesquisa que tem como objetivo geral: investigar as contribuições das Tecnologias Digitais na elaboração do conceito de variabilidade em estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental. Elencamos ainda como objetivos específicos:

a) Evidenciar os elementos já elaborados por estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental, em torno do conceito de variabilidade;

b) Caracterizar as interações e estratégias utilizadas por estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental com o *software Geogebra* para a elaboração do conceito de variabilidade;

c) Avaliar o domínio conceitual de variabilidade, por parte dos estudantes, após o processo de exploração dos Recursos Educacionais Digitais.

Os achados e reflexões desta dissertação estão organizados da seguinte forma: aspectos introdutórios, já apresentados, e cinco capítulos, descritos posteriormente.

O segundo capítulo, intitulado Educação Estatística e as Tecnologias Digitais: reflexão sobre os conceitos de variação e variabilidade, apresenta pesquisas com aproximação da temática em estudo, realizadas sobre as inferências do pensamento estatístico e na compreensão do conceito de variação e variabilidade. Acrescenta-se, ainda, uma discussão sobre as medidas estatísticas que englobam a compreensão das medidas de variação. Os elementos encontrados e as discussões sobre a temática, de acordo com os objetivos desta pesquisa, apoiam e situam as justificativas de interesse pelo desenvolvimento do presente estudo.

No terceiro capítulo, denominado Variabilidade Estatística: um olhar para as pesquisas brasileiras, discute-se uma revisão de estudos empíricos envolvendo a utilização de Recursos Educacionais Digitais aplicados ao ensino e à aprendizagem de conceitos que compreendem a percepção da variação e da variabilidade estatística. As pesquisas escolhidas encontram-se alocadas em repositórios nacionais e aproximam-se do escopo deste trabalho.



No quarto capítulo, Procedimentos Metodológicos e o Contexto da Pesquisa, delineamos os fundamentos metodológicos que guiaram a execução da intervenção proposta, caracterizando o tipo de pesquisa efetivada, os instrumentos de coleta de dados, a descrição e funcionalidades utilizadas no recurso aplicado, bem como as atividades da intervenção e os procedimentos para análise dos dados coletados.

O capítulo cinco, intitulado Apresentação, análise e discussão dos resultados, aponta a descrição dos achados a partir do desempenho dos alunos e as estratégias utilizadas na resolução das atividades propostas. Para constatar o desempenho, os resultados foram mostrados de forma quantitativa e interpretados por padrões estatísticos. Por outro lado, a verificação da evolução das estratégias dos estudantes deu-se de maneira qualitativa, com base nas atividades, de registros desenvolvidos durante a intervenção e dos protocolos de transcrição dos diálogos entre sujeitos e pesquisadores.

Por fim, no último capítulo, apresentamos as considerações finais, limitações acerca da pesquisa e estudos futuros.

## **2 EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA E TECNOLOGIAS DIGITAIS: REFLEXÕES SOBRE OS CONCEITOS DE VARIAÇÃO E VARIABILIDADE**

Neste capítulo, salientamos a importância do pensamento estatístico para a formação de um cidadão crítico e reflexivo diante das informações do seu cotidiano. Apresentamos alguns conceitos inerentes à Estatística, em especial os diretamente relacionados à compreensão da variabilidade. Com isso, são discutidos alguns apontamentos defendidos pelos documentos norteadores da educação, com foco na Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Por fim, apresentamos pesquisas na literatura nacional e internacional que abordaram o conceito de variabilidade em estudos na Educação Básica.

### **2.1 Pensamento estatístico e variabilidade: reflexões iniciais**

Segundo o Dicionário Aurélio, o termo “cidadão” tem como significado “Indivíduo que, por ser membro de um Estado, tem seus direitos civis e políticos garantidos, tendo que respeitar os deveres que lhe são conferidos”. Numa perspectiva histórica, os direitos eram reservados aos sujeitos considerados “cultos”, ou seja, ricos e educados formalmente na escola. Portanto, a garantia de seus direitos e reconhecimento perpassa a análise e interpretação das informações do cotidiano.

Como componente curricular, a Estatística tem como potencial contribuir significativamente para uma formação emancipatória, crítica e ativa dos cidadãos, ou seja, questionadores e plenos de seus direitos (LIBÂNEO; OLIVEIRA; TOSCHI 2012). Isso implica em afirmar que não basta que o estudante seja capaz de efetuar cálculos por meio de fórmulas, reprodução de modelos ou construir gráficos e tabelas (LOPES; CARVALHO, 2009). Precisamos transpor essa visão limitada da Estatística e promover estratégias que oportunizem analisar e observar a veracidade das informações veiculadas nas mídias, entender e comunicar-se com base nessas informações, além de ser capaz de realizar previsões de fatos a partir de dados estatísticos (CAZORLA; UTSUMI, 2010). Os PCN afirmam esses pontos estabelecendo que:

É fundamental ainda que ao ler e interpretar gráficos, os alunos se habituem a observar alguns aspectos que lhes permitam confiar ou não nos resultados apresentados [...] Costuma ser frequente nos resumos estatísticos a manipulação de dados, que são apresentados em gráficos inadequados, o que leva a erros de julgamentos. Esses erros podem ser evitados, se os alunos forem habituados a identificar as informações que foram levantadas, bem como informações

complementares, a comprovar erros que são cometidos ao recolher dados, a verificar informações para chegar a uma conclusão (BRASIL, 1998, p. 136).

A BNCC propõe discussões nesse sentido, alertando para o desenvolvimento da incerteza e da previsibilidade de fatos, levando em consideração que o estudante deve ser capaz de posicionar-se criticamente, observando o surgimento de múltiplas respostas (BRASIL, 2017). A percepção dos elementos globais, tais como os mencionados anteriormente, a partir de leituras iniciais sobre Estatística, favorece a compreensão desses princípios em aplicações sociais e fundamentais às ideias de valores e crenças.

A inserção dos conteúdos estatísticos em sala de aula tem mobilizado educadores, pesquisadores em Educação Matemática e Educação Estatística a refletirem sobre as dificuldades e processos de formalização dos conceitos estatísticos na educação básica brasileira (SILVA; CAZORLA; KATAOKA, 2015).

A BNCC prevê o aprimoramento na formação dos professores com vista ao desenvolvimento de atividades motivadoras e significativas ao contexto dos estudantes (BRASIL, 2017). Dessa forma, é reconhecidamente indispensável à formação de professores que ensinam matemática, o conhecimento estatístico, visto que a noção de variabilidade deve ser trabalhada ainda durante o Ensino Fundamental, por meio de atividades e discussões formais e informais (GARFIELD; BEN-ZVI, 2005).

Com efeito, o avanço dos recursos tecnológicos tem ocasionado mudanças no ensino dos conteúdos estatísticos, levando o professor a alterar o foco das aulas, demandando um tempo mais significativo nos processos estatísticos, nas interpretações e reflexões dos resultados em pesquisas desenvolvidas na própria sala de aula (CAMPOS; WODEWOTZKI; JACOBINI, 2011; LOPES; SOUZA, 2016). Ainda segundo Campos, Wodewotzki e Jacobini (2011), é pertinente observar uma evolução das pesquisas em Educação Estatística centralizadas em três competências: a literacia, o raciocínio estatístico e o pensamento estatístico.

Campos, Wodewotzki, Jacobini (2011) sugerem a integralização dessas competências, já que cada uma possui características próprias e singulares, promovendo um retorno significativo aos estudantes. Como o objeto de pesquisa deste estudo busca analisar a compreensão do conceito de variabilidade em estudantes, optou-se por apresentar as características relativas ao pensamento estatístico.

Snee (1990, p. 118 *apud* WILD; PFANNKUCH, 1999, p. 224) definiu o pensamento estatístico como "processos de pensamento, que reconhecem que a variação está ao nosso redor e presente em tudo e que todo trabalho é uma série de processos

interconectados, e identificar, caracterizar, quantificar, controlar e reduzir a variação fornecem oportunidades de melhoria”. Portanto, o âmago do pensamento estatístico encontra-se na observação dos aspectos da variabilidade dos dados (WILD; PFANNKUCH, 1999). As habilidades acerca da variabilidade podem ser desenvolvidas por estudantes a partir de atividades que dispensem o determinismo dos cálculos matemáticos em detrimento de uma visão da incerteza dos fatos.

Wild e Pfannkuch (1999) discutem as bases do pensamento estatístico a partir de revisão de literatura e da análise de entrevistas aplicadas a estudantes universitários e alunos de um projeto. Os resultados evidenciaram convergências entre os pensamentos dos estudantes. Segundo os autores, foi possível categorizar essas discussões sobre o pensamento em: reconhecimento da necessidade de dados (análise das situações a partir da obtenção de dados); transnumeração (entendimento dos problemas por meio da mobilização de registros); considerações sobre a variação (observar, analisar e medir as fontes de variabilidade dos dados); raciocínio com modelos estatísticos (pensamento sobre o comportamento global dos dados); e integração contextual da estatística (validação dos dados dentro de um contexto real).

Ainda nesse documento, Wild e Pfannkuch (1999) dedicam uma seção para entender a complexidade do raciocínio sobre a variação, enfatizando-a como um dos tipos fundamentais do pensamento. Eles listam quatro componentes intrínsecos à variação: notando e reconhecendo a variação; medição e variação de modelagem para fins de previsão, explicação e controle; explicando e lidando com variação; e desenvolver estratégias investigativas em relação à variação (WILD; PFANNKUCH, 1999).

Destarte, segundo os autores, a variabilidade tem por característica a onipresença, e as ferramentas estatísticas nos ajudam a entender e trabalhar com o comportamento inevitável dos dados. Portanto, a percepção e medição da variabilidade não deve ser uma habilidade restrita a alguns profissionais, visto que constantemente cidadãos de diferentes classes sociais encontram diariamente inúmeras informações estatísticas e precisam questioná-las, interpretá-las criticamente para a tomada de decisões e para a compreensão das situações expressas pelos dados.

A proposta de pensamento definida por Wild e Pfannkuch (1999) incorpora ainda uma estrutura investigativa baseada em quatro elementos centrais: o ciclo investigativo, os tipos de pensamento, o ciclo interrogativo e as disposições. Em relação ao ciclo investigativo, podem-se destacar cinco fases: definição da problemática de uma pesquisa; planejamento do ciclo investigativo (sistemas de medição, amostragem e formas de análise); instrumentos e

coleta dos dados; análise e conclusões, finalmente as interpretações oriundas da pesquisa e a comunicação dos resultados.

De posse desse entendimento, “[...] ao ensinar os conceitos e procedimentos estatísticos, devemos, também, promover o desenvolvimento do pensamento estatístico, que está fortemente atrelado à compreensão da tomada de decisão, em condições de incerteza, nas diversas fases do ciclo investigativo” (CAZORLA; UTSUMI, 2010, p. 13). Ademais, cabe frisar que o pensamento estatístico remete a estruturas mentais aplicadas durante todas as fases do ciclo investigativo, mesmo que de forma inconsciente (SILVA, 2011).

Campos, Wodewotzki, Jacobini (2011) apontam para a relação intrínseca entre o pensamento estatístico e a espontaneidade de investigação, dados e os resultados em contextos educacionais específicos de um problema. Por outro lado, a Estatística está inserida na disciplina de Matemática e isso acarreta compreendê-la com aspectos modelados pela certeza, e os estudantes não observam os porquês de o processo investigativo indicar uma tendência (CASTRO, 2012).

Gal (2002) ressalta a existência de dois componentes associados ao pensamento estatístico: o cognitivo e o afetivo. O primeiro, de acordo com o autor, está atrelado aos conceitos matemáticos, ou seja, responsáveis pelas competências a serem desenvolvidas pelos sujeitos, a saber: interpretação, análise e avaliação crítica das informações; mobilização entre as diferentes representações; conhecimentos científicos próprios da estatística, entre eles a variabilidade, e dos contextos matemáticos; e, por fim, de ser capaz de elaborar situações (GAL, 2002).

No tocante ao componente afetivo, esse refere-se às crenças e atitudes que podem ser atribuídas e aglutinadas às visões de mundo dos estudantes, a partir de atividades transdisciplinares envolvendo a estatística, com propósito de tornar o estudante um sujeito questionador frente às informações estatísticas. É possível perceber a adoção da postura crítica como um elemento subjacente aos dois componentes propostos por Gal (2002), que alude à presença da variabilidade em estudos sobre a incerteza dos fatos estatísticos.

Garfield e Ben-Zvi (2005) elaboraram um quadro epistemológico para o entendimento aprofundado da complexidade conceitual da variabilidade. Esse quadro apoia-se em teorias construtivistas e consiste em um conjunto de ideias agrupadas em sete componentes que se interligam e implicam em perceber a variabilidade como procedimentos apreendidos em situações aplicáveis ao contexto dos estudantes.

Os autores chamam atenção para a não linearidade desses componentes, indicando a progressão da variabilidade através de um modelo em espiral (GARFIELD; BEN-ZVI,

2005). Assim, o ensino de variabilidade compreende habilidades que façam o aluno: desenvolver ideias intuitivas sobre variabilidade; descrever e representar variabilidade; aplicar a variabilidade para realizar comparações entre informações; reconhecer a variabilidade como um tipo de distribuição; identificar padrões de variabilidade no modelo de estudos; empregar a variabilidade como estratégia de previsibilidade de resultados; por fim, considerar a variabilidade como componente do pensamento estatístico.

Apresentadas as percepções basilares para a compreensão de variabilidade, no próximo tópico passaremos a discorrer sobre os conceitos inerentes à medição e percepção da variação e variabilidade de dados.

## **2.2 Variabilidade e variação: conceitos relacionados**

Nesta seção, propomos a caracterização do objeto matemático em estudo, apresentando algumas medidas de tendência central (média aritmética, moda e mediana) e as medidas de dispersão que entrelaçam o escopo desta pesquisa e que servem de base para o entendimento didático do conceito de variabilidade. A medida de dispersão mais comumente conhecida e aplicada nos estudos de estatística é o desvio-padrão. Contudo, existem outras medidas que caracterizam a variabilidade dos dados, por exemplo: a amplitude total, a variância, o desvio-padrão médio, coeficiente de variação e o intervalo interquartil.

Haja vista que nosso campo de estudo abrange somente o 9º ano do Ensino Fundamental, contemplaremos a descrição somente das quatro primeiras medidas, a saber: amplitude total, desvio padrão médio, variância e desvio-padrão, frente ao que propõe o currículo escolar brasileiro destinado ao Ensino Fundamental. Ressaltamos que não é nosso intuito esmiuçar com rigor matemático as medidas citadas anteriormente e sim salientar sua importância para o desenvolvimento do pensamento estatístico. Todas as medidas supracitadas são necessárias para analisar os dados em situações estatísticas, pois tipificam a distribuição da variável observada de forma local ou global.

### **2.2.1 A Média Aritmética**

A média aritmética é um conceito fundamental em Estatística e essencial em atividades e pesquisas experimentais para caracterizar uma variável, além de ser aplicada em todo o contexto educacional e cotidiano do cidadão. Salientamos que a média aritmética é classificada como uma medida de tendência central, assim como a moda e a mediana. Porém,

as compreensões da variabilidade e das medidas de dispersão dependem diretamente do entendimento do conceito de média aritmética, já que a variação decorre principalmente no entorno da média.

A BNCC destaca como habilidades relacionadas aos contextos estatísticos que o estudante deve ser levado a “(EF07MA35) compreender, em contextos significativos, o significado de média estatística como indicador da tendência de uma pesquisa, calcular seu valor e relacioná-lo, intuitivamente, com a amplitude do conjunto de dados” (BRASIL, 2017 p. 307). Diante dessa habilidade, o texto proposto evidencia um sujeito com postura ativa, levando o estudante a pensar, refletir e analisar a partir das informações produzidas ou não por eles, deixando em segundo plano a memorização de fórmulas e procedimentos previamente estabelecidos.

Segundo Cazorla *et al.* (2017), o conceito de média está arraigado nas situações cotidianas, tanto que alguns indivíduos, mesmo sem acesso à escolarização, são capazes de estimar o valor médio de consumo de combustível do automóvel, deslocamento de percurso ao trabalho, tempo médio na fila de um banco, a média de filhos da população, expectativa de vida, dentre outras.

As proposições da BNCC e as situações mencionadas por Cazorla *et al.* (2017) sobre a média aritmética apontam uma coordenação desse conceito com a noção de variabilidade, imbricada a partir do estabelecimento de estimativas e previsões.

No que tange ao algoritmo, a média aritmética é expressa pela razão entre a soma dos valores das variáveis e seu número de observações. Em termos conceituais, a compreensão da média requer, ainda, os conceitos de número racional, razão, números decimais e divisão (CAZORLA *et al.*, 2017). Por outro lado, conhecer os procedimentos para obtenção da média não garante o sucesso total de sua compreensão em situações de aprendizagem. A seguir, apresentamos uma das possibilidades para o algoritmo da média aritmética, expresso por:

$$x_m = \frac{\sum_1^n x_i}{n} \quad (1)$$

O domínio do conceito de média está intimamente relacionado à compreensão de suas propriedades, que, segundo Strauss e Bichler (1988 *apud* CAZORLA *et al.*, 2017, p. 73), são:

1. A média está localizada entre os valores extremos (mínimo, média, máximo); 2. A soma dos desvios a partir da média é zero ( $(X_i - \text{média}) = 0$ ); 3. A média é influenciada por cada um e por todos os valores ( $\text{média} = X_i / n$ ); 4. A média não necessariamente coincide com um dos valores; 5. A média pode ser uma fração que não tem uma contrapartida na realidade física (por exemplo, o número médio de mascotes por criança); 6. O cálculo da média leva em consideração todos os valores, inclusive os nulos (zeros) e os negativos; 7. A média é um valor representativo dos dados a partir dos quais ela foi calculada. Em termos espaciais, a média é aquela que está mais próxima de todos os valores.

Para esses autores, as três primeiras propriedades são básicas e se referem ao aspecto estatístico da média; as três seguintes referem-se ao aspecto abstrato, o que permite relacionar valores que não aparecem; a última refere-se a um grupo de valores em que a média é o aspecto central. Magina *et al.* (2010) apontam que a média aritmética fornece um indicador que pode ser interpretado como um valor típico e que pode representar, em certas circunstâncias, um conjunto de dados. Portanto, a média é a base de cálculo para outras medidas estatísticas, como o desvio médio padrão, desvio padrão, variância, coeficiente de variação, de correlação, dentre outras.

Porém, mesmo com a simplicidade dada pela definição e cálculos do algoritmo, a compreensão conceitual da média ainda é insatisfatória no âmbito escolar, tanto por estudantes da Educação Básica quanto por futuros professores. Com intuito de identificar as concepções de estudantes e professores sobre média, Magina *et al.* (2010) aplicaram um teste, em lápis e papel, composto de três situações.

A pesquisa contou com a participação de 287 estudantes e professores brasileiros, distribuídos da seguinte forma: 54 eram alunos da 4ª série e 47 eram da 5ª série do Ensino Fundamental, 61 eram estudantes graduandos iniciantes e 82 eram concluintes do curso de Pedagogia, além de 43 que eram professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental. O teste foi aplicado de forma coletiva, em sala de aula, com exceção do grupo de professores.

Os resultados mostram concepções errôneas sobre média em todos os grupos, os quais tendem a confundir média com adição dos valores, ou com o valor máximo da amostra, demonstrando desconhecimento das propriedades (MAGINA *et al.*, 2010). As pesquisadoras destacam que, apesar da evolução no entendimento do conceito de média em relação ao nível de escolaridade, ainda é possível identificar algumas confusões mesmo entre o grupo de professores. Vários sujeitos, em especial os mais jovens, mostraram acreditar que concepção de média está entrelaçada a pelo menos uma das magnitudes da amostra.

Os achados reportam a necessidade de intervenções com objetivo de investigar a complexidade do conceito estudado, pois as dificuldades no conceito de média implicam também na aprendizagem e interpretação da variabilidade e de outras medidas, como reforça



SILVEIRA (2016). Nesse caso, podemos dizer que a média aritmética será uma medida representativa, somente em amostras com distribuição simétrica, ou quando não houver valores extremos discrepantes, do contrário, recomenda-se utilizar a mediana.

### 2.2.2 A mediana

A mediana é uma medida de tendência central que se encontra no meio da distribuição de uma determinada amostra ou população. Em outras palavras, essa medida divide em duas partes iguais um conjunto de dados ordenados de forma crescente ou decrescente. Dessa forma, o cálculo da mediana consiste em:

1º: Ordenar os dados;

2º: Localizar o lugar que a mediana ocupa. Para tanto, verifica-se se o número de dados (n) é par ou ímpar. Se o número de elementos for ímpar, o lugar que a mediana ocupa será  $(n+1)/2$ . Se o número de elementos for par, a mediana estará entre as duas posições

centrais:  $(\frac{n+1}{2})$  e  $(\frac{n+1}{2} + 1)$ ;

3º: Calcular o valor da mediana. Para conjuntos cujo número de dados é ímpar, o valor da mediana coincide com aquele que ocupa a posição central: Mediana=  $X((n+1)/2)$ . Para o conjunto cujo número de dados é par, a mediana será igual à média dos dois valores centrais: Mediana=  $(X(n/2) + X(n/2+1)) / 2$ .

Em termos de concentração, após efetuar os procedimentos para o cálculo da mediana, é possível identificar uma das características da mediana, qual seja: pelo menos metade ou cinquenta por cento dos dados tomam valores iguais ou maiores que ela, e que haja pelo menos outra metade ou cinquenta por cento dos dados tomando valores menores ou iguais que ela (CAZORLA *et al.*, 2017). Ademais, a diferença da mediana em relação à média é que a primeira não é afetada pelos valores fora do padrão (discrepantes ou outliers).

Para exemplificar a comparação entre os conceitos de média e mediana observe o exemplo a seguir: Foi realizada a medição da altura, em centímetros, de seis pessoas de uma determinada família. Os dados coletados foram: 180cm, 130cm, 150cm, 165cm, 160cm e 150

cm. Nesse caso, a média equivale a:  $x_m = \frac{180+130+150+165+160+150}{6} = 155,83$ . Por outro lado,

o quadro 1 esquematiza a obtenção da mediana:

Quadro 1 - Esquema de organização dos dados para o cálculo da mediana

Lugar/Posição	1°	2°	3°	4°	5°	6°
Valor	130cm	140cm	150cm	160cm	160cm	180cm

Fonte: Elaboração própria

A partir do quadro acima, a mediana será a média entre os valores correspondentes as 3° e 4° posições, ou seja,  $\frac{150+160}{2} = 155\text{cm}$ . Diante do exposto, a média aritmética é bastante influenciada pelos valores extremos (180cm e 130cm). Nesse caso, a média dessa amostra é 155,83cm, enquanto a mediana vale 155cm, ou seja, a média não é uma medida que representa de forma fidedigna os dados, já que a amostra possui valores discrepantes. Para esse exemplo, a mediana seria uma boa medida para sintetizar esse conjunto de dados.

### 2.2.3 A Amplitude Total

A Amplitude Total (AT) define-se como a medida do comprimento do intervalo de possíveis valores da variável, ou seja, calculado pela distância entre os pontos de valor máximo e mínimo da variável. Segundo Cazorla *et al.* (2017), essa medida de dispersão é a mais simples pelas crianças, por ser calculada intuitivamente. O algoritmo que representa a AT é expresso por:  $A_T = X_{\text{Máximo}} - X_{\text{Mínimo}}$ , onde X representa os valores respectivamente dos pontos de valor máximo e mínimo de uma amostra.

Para exemplificar essa estatística, podemos tomar como exemplo a situação anterior, no qual as alturas correspondem: 130cm, 140cm, 150cm, 160cm, 160cm, 180cm. A amplitude da variável altura, nesse caso é 50cm (180cm – 130cm= 50cm). Porém, caso seja acrescentada outra medida, essa variação pode acontecer ou permanecer inalterada. Por outro lado, caso a altura de uma nova criança fosse adicionada à pesquisa – 120cm, por exemplo –, a nova amplitude, passaria a ser 60 cm (180cm – 120cm). Diferente das demais medidas, a amplitude total não representa a variação em direção a alguma medida, mas uma dispersão global dos dados (SILVA; FERNANDEZ, 2007).

### 2.2.3 O Desvio Padrão Médio

O desvio em relação à média é expresso pela diferença entre o valor de um dado e a média aritmética. Simbolicamente, podemos representar através da fórmula:

$$d_i = x_i - x_m \quad (i = 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots, n) \quad (2)$$

Em que  $d_i$  é o valor do desvio;  $x_i$  é o valor correspondente ao dado e  $x_m$  a média aritmética. Por outro lado, o desvio padrão médio é definido como a média dos desvios absolutos de cada dado quanto à média, em outras palavras, essa medida caracteriza a dispersão dos dados em uma distribuição. Matematicamente, o desvio padrão médio é simbolizado por:

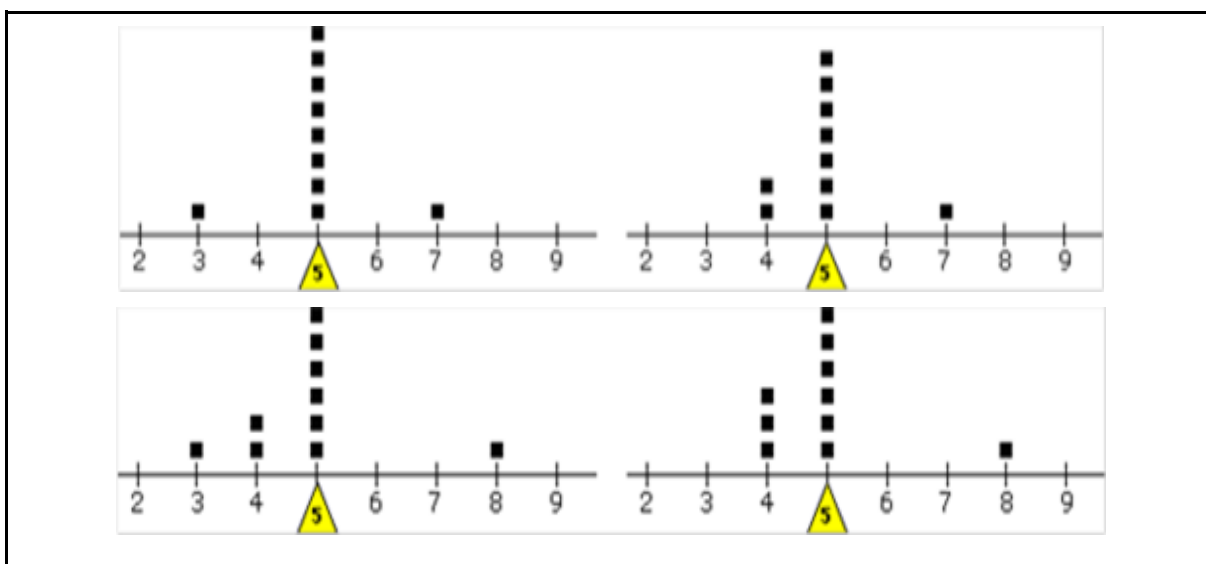
$$D_m = \frac{\sum_1^n |x_i - x_m|}{n} \quad (3)$$

Nessa fórmula,  $D_m$  é o valor do desvio padrão médio;  $x_i$  é o valor correspondente ao dado;  $x_m$  a média aritmética e  $n$  o número de dados do conjunto. Silva (2017) destaca como vantagem na aplicação do desvio médio padrão, pelo fato que, diferente do desvio em relação à média, essa medida fornece a variação dos dados considerando todos os elementos do conjunto analisado.

Para melhor entendimento dessa medida com base na variabilidade, podemos citar, como exemplo, a proposição de Martins e Pontes (2010), descrita a seguir. A situação consiste em organizar a quantidade de lápis sobre a mesa, contida nos estojos de dez alunos, obtendo-se um total de cinquenta lápis. Em seguida, foi solicitado aos alunos que distribuíssem igualmente esses lápis nos estojos, encontrando o valor de cinco lápis por estojo, ou seja, (5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5). Esses dados podem ser representados por meio de uma reta numérica, como uma gangorra equilibrada a partir da média, ponto de equilíbrio.

Os pesquisadores chamam a atenção das crianças para as possíveis formas de organizar as quantidades de lápis, na gangorra, de modo a permanecer o equilíbrio entre os dados. Os alunos sugeriram diferentes formas como mostra os protocolos (Figura 1), todos totalizando, evidentemente, cinquenta lápis e com média aritmética cinco (ponto de equilíbrio).

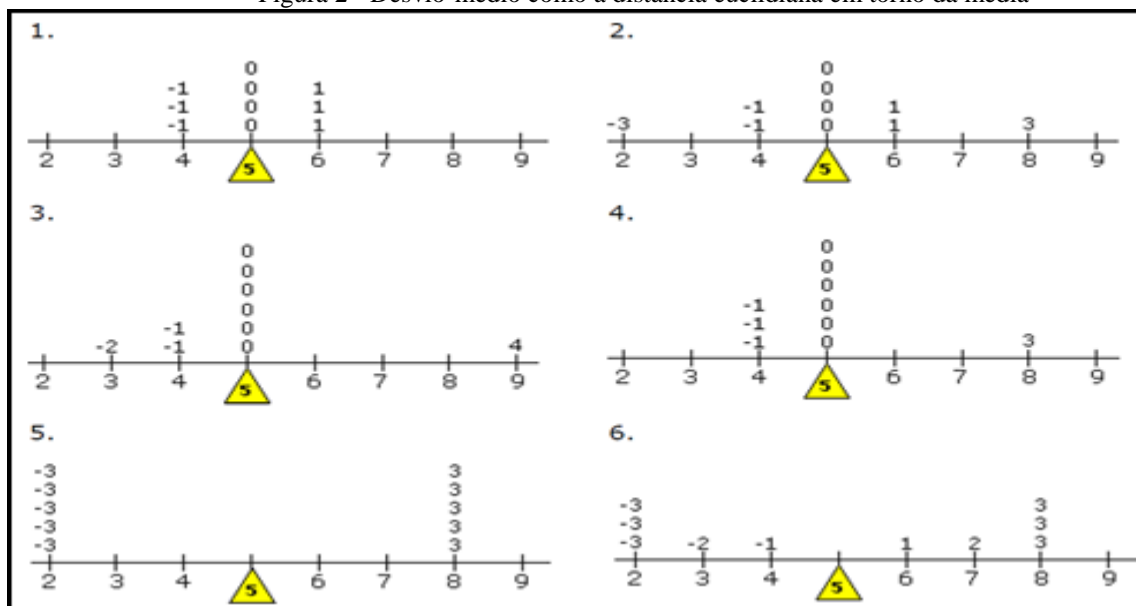
Figura 1 - Equilíbrio dos dados para caracterizar a média aritmética



Fonte: Martins; Pontes (2010, p. 151).

Ainda segundo os autores, as variadas representações e configurações possibilitam propor as percepções dos estudantes sobre as noções de variabilidade, indagando qual dos protocolos apresenta maior grau de variabilidade. A partir dessa atividade e considerando a média como ponto de referência, poder-se-ia introduzir o conceito de desvio padrão médio da distribuição, solicitando, assim, que os estudantes calculem o desvio de cada ponto, substituindo o valor correspondente à sua posição (valor absoluto). Com isso, obteremos a medida de variabilidade de cada um dos conjuntos. A figura 2 mostra o desvio padrão médio quanto à média de cada um dos conjuntos.

Figura 2 - Desvio-médio como a distância euclidiana em torno da média



Fonte: Martins; Pontes (2010, p. 151).

Após calcular em valores absolutos o desvio padrão médio, obteríamos os seguintes valores: conjunto 1:  $d_m = 0,6$ ; conjunto 2:  $d_m = 1,0$ ; conjunto 3:  $d_m = 0,8$ ; conjunto 4:  $d_m = 0,6$ ; conjunto 5:  $d_m = 3,0$  e conjunto 6:  $d_m = 2,4$ . Realizando a comparação do desvio médio como padrão para a verificação da variabilidade, podemos constatar que o conjunto 5 possui maior variabilidade, por outro lado, os conjuntos 1 e 4 expõem menor grau de variabilidade.

Posto isso, os autores revelam que os resultados já eram esperados, pois, através das representações gráficas, os estudantes podem inferir a variabilidade a partir das noções de “perto” e “longe”, fato não detectado entre os sujeitos (MARTINS; PONTES, 2010). As observações apontadas pelos pesquisadores, com base na intervenção, mostram as dificuldades na formação dos estudantes em compreender os conceitos de variabilidade. Conjecturamos que a aplicação de atividades similares em ambientes computacionais facilitaria percepções mais significativas, a partir da mobilização de diferentes elementos e representações gráficas, obstáculo oportuno em lápis e papel.

Silva, Kataoka e Cazorla (2011) investigaram a linguagem, as estratégias e o nível de raciocínio sobre o conceito de variação de estudantes dos 8º e 9º anos do Ensino Fundamental. O estudo contou com a aplicação de uma sequência de três atividades com base nas medidas antropométricas dos 25 estudantes participantes, denominada *Homem Vitruviano*. Nessa investigação foram abordadas as seguintes medidas inerentes aos fenômenos estatísticos: amplitude total, intervalo interquartil e o desvio padrão.

Em relação aos aspectos metodológicos, a intervenção estruturou-se em duas fases compostas por: entrevista individual, leitura de textos, coletas de dados, resolução das tarefas, seguidas de duas intervenções. As atividades foram realizadas com auxílio de lápis, papel e potencializadas em ambientes computacionais através do Projeto Ambiente Virtual de Apoio ao Letramento Estatístico (AVALE). Nesse ambiente é possível visualizar os dados em diferentes representações gráficas (barras, linhas, colunas, *boxplot* e *dotplot*) e, por meio dessas, os estudantes puderam fazer inferências, análises e interpretações a respeito da variação dos dados.

As pesquisadoras apontam o favorecimento da mobilização entre as representações do gráfico de pontos (*dotplot*) e diagrama de caixa (*boxplot*). Ademais, os resultados assemelham-se aos observados em Ben-zvi (2004), já que os sujeitos aperfeiçoaram-se com as medidas de variabilidade ao passo que as intervenções foram acontecendo. Com isso, os estudantes começaram identificando a variabilidade a partir das

medidas extremas, os quais evoluíram para a comparação entre as medidas centrais e, por conseguinte, progrediram para o intervalo modal (SILVA; KATAOKA; CAZORLA, 2011). Para estudos futuros são indicadas atividades que aprimorem a compreensão do intervalo interquartilico, em especial no ambiente computacional.

#### 2.2.4 Variância e Desvio-padrão

A variância é uma medida-resumo de variabilidade obtida pela média dos quadrados dos desvios de cada valor de um conjunto de dados em relação à média dos próprios valores. Por definição, a expressão que representa a variância é:

$$s^2 = \frac{\sum_1^n (x_i - x_m)^2}{n} \quad (4)$$

Nessas expressões,  $s^2$  representa a variância,  $x_i$  é o valor correspondente ao dado,  $x_m$ , a média aritmética e  $n$ , o número de elementos do conjunto. Numa análise dos resultados em termos estatísticos, é possível identificar um obstáculo cognitivo quanto à interpretação, já que a expressão apresenta uma potência diferenciando-se as medidas de sua origem. Assim, em uma situação na qual se deve interpretar a variância de um conjunto de alturas, causaria um obstáculo cognitivo, já que o resultado final dos cálculos indicaria centímetros quadrados. Para exemplificar esse cenário, considere a seguinte situação:

Um professor pretende saber como anda o rendimento dos alunos em relação às notas de determinada disciplina. O grupo considerado pelo professor obteve as seguintes notas: 2,0; 3,0; 3,0; 3,0; 4,0; 5,0; 6,0; 7,0; 8,0; 9,0 e 10,0. Uma das formas de observar o comportamento das notas é por meio da média aritmética, que nesse caso equivale a 5,7. Contudo, apesar da média aritmética englobar todos os dados do grupo de alunos, com essa medida não se permite aferir todo tipo de análise a respeito dos dados, já que é possível identificar valores muito discrepantes, por exemplo, alunos com notas 2,0 e 10,0. Uma possibilidade de avaliar essa variação é calcular a distância euclidiana entre os pontos, ou seja, o desvio-médio. O quadro 2 apresenta esses valores:

Quadro 2 - Cálculo do desvio em relação à média

Aluno	Nota	Desvio em relação à média
1	2,0	$(2,0 - 5,7) = - 3,7$
2	3,0	$(3,0 - 5,7) = - 2,7$
3	3,0	$(3,0 - 5,7) = - 2,7$
4	4,0	$(4,0 - 5,7) = - 1,7$
5	5,0	$(5,0 - 5,7) = - 0,7$
6	6,0	$(6,0 - 5,7) = 0,3$
7	7,0	$(7,0 - 5,7) = 1,3$
8	8,0	$(8,0 - 5,7) = 2,3$
9	9,0	$(9,0 - 5,7) = 3,3$
10	10	$(10,0 - 5,7) = 4,3$
-	-	$\sum(x_i - x_m) = 0$

Fonte: elaboração própria.

Calculando o somatório dos desvios e dividindo pela quantidade de alunos (10), ele será nulo, já que a soma de todos esses desvios será zero, haja visto o próprio significado da média como medida de tendência central. Para eliminar esse empecilho, elevamos todos os desvios ao quadrado, obtendo as medidas positivas, como mostra o quadro 3.

Quadro 3 - Procedimento manual para o cálculo da Variância

Continua

Aluno	Nota	Desvio em relação à média	Quadrado dos desvios
1	2,0	$(2,0 - 5,7) = - 3,7$	$(-3,7)^2 = 13,69$
2	3,0	$(3,0 - 5,7) = - 2,7$	$(-2,7)^2 = 7,29$
3	3,0	$(3,0 - 5,7) = - 2,7$	$(-2,7)^2 = 7,29$
4	4,0	$(4,0 - 5,7) = - 1,7$	$(-1,7)^2 = 2,89$
5	5,0	$(5,0 - 5,7) = - 0,7$	$(-0,7)^2 = 0,49$
6	6,0	$(6,0 - 5,7) = 0,3$	$(0,3)^2 = 0,09$
7	7,0	$(7,0 - 5,7) = 1,3$	$(1,3)^2 = 1,69$
8	8,0	$(8,0 - 5,7) = 2,3$	$(2,3)^2 = 5,29$

Quadro 3 - Procedimento manual para o cálculo da Variância

Conclusão

Aluno	Nota	Desvio em relação à média	Quadrado dos desvios
9	9,0	$(9,0 - 5,7) = 3,3$	$(3,3)^2 = 10,89$
10	10,0	$(10,0 - 5,7) = 4,3$	$(4,3)^2 = 18,49$
-	-	$\sum(x_i - x_m) = 0$	$\sum(x_i - x_m)^2 = 68,1$

Fonte: elaboração própria.

Calculando o somatório dos quadrados dos desvios e dividindo pela quantidade de alunos (10), esse resultado será 6,81. Portanto, podemos concluir que a dispersão em relação à média para esse conjunto de dados equivale a 6,81. No entanto, a variância não consta na mesma unidade inicial, já que a medida original seria *nota* e na variância encontra-se como medida  $nota^2$ . Para conservar a unidade dos desvios e *deflacionar* a unidade encontrada, calculamos o desvio-padrão, extraindo-se a raiz quadrada da variância, que, para a situação proposta, equivale a  $\sqrt{6,81} \text{ nota}^2 = 2,609 \text{ nota}$ . Em termos matemáticos, o desvio-padrão é calculado pela fórmula:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_1^n (x_i - x_m)^2}{n}} \quad (5)$$

Apesar de intuitiva, em termos curriculares, a variância é umas das medidas de dispersão abordadas somente ao final do Ensino Médio (BRASIL, 2006). Sobre isso, Reading e Shaughnessy (2004) salientam que um dos fatores encontrados por professores e estudantes quanto ao conceito de variância refere-se à complexidade dos cálculos, tornando-se um obstáculo desmotivador nas aulas de matemática. Em outras palavras, para que o estudante interprete essa medida é necessária a mobilização de diferentes conceitos matemáticos, entre eles: a potenciação, radiciação, divisão, adição e subtração, além de símbolos específicos, como é o caso do somatório.

Em contrapartida, é importante que a abordagem da ideia de variância esteja associada a situações próximas ao contexto do estudante, tornando esse conceito significativo no processo de escolarização. Isso posto, cabe frisar o papel das ferramentas tecnológicas, como é o caso de *softwares* e planilhas eletrônicas, para a operacionalização em problemas que possuam uma extensa quantidade de dados. Com isso, o professor pode voltar o olhar do



estudante para a mobilização de esquemas mentais complexos, discussões e interpretação dos dados coletados, em atividades práticas.

Na próxima seção, propomos a discussão geral da introdução das Tecnologias Digitais no contexto educacional, bem como o delineamento dos aspectos gerais do emprego dos artefatos tecnológicos nos processos de ensino e de aprendizagem, com foco na disciplina de Matemática. No caso específico dos conteúdos matemáticos, os recursos digitais são elementos que constantemente ganham força culturalmente e instigam debates e investigações sobre as vantagens que podem trazer ao processo de formalização de seus conceitos.

### **2.3 Tecnologias Digitais e o Ensino de Estatística**

No contexto atual, o domínio das Tecnologias Digitais (TD) têm evidenciando-se como ferramentas importantes para o desenvolvimento pessoal e profissional. Essas transformações, oriundas do processo de globalização, pontuam as TD como aparatos que possibilitam mudanças em várias dimensões em que diversos atores sociais se orientam em expectativas, vontades, desejos, informações e, por consequência, nos domínios de leitura, escrita e visão de mundo.

A comunicação mediada por computadores modificou não apenas a velocidade e o acesso às informações, mas, qualitativamente, as formas existentes de representar, organizar e compartilhar nossas informações também foram alteradas. As TD transformam e viabilizam novas estruturas organizacionais, tornando seus usuários sujeitos ativos socialmente, por meio de: fóruns de discussão, redes sociais, sites e blogs de movimentos sociais com fins específicos (política, meio ambiente, saúde, entre outros), aprendizado à distância e acesso à cultura de outros povos.

Assim, as TD estão entrelaçadas de forma complexa nos sistemas e processos sociais. A inclusão digital passa pela mobilização de grupos sociais e indivíduos em sinergia, utilizando o potencial do ciberespaço como vetor de agregação social e não meramente pela distribuição da conectividade. O acesso às TD para a promoção da inclusão social perpassa o suprimento de equipamentos ou conectividade (WARSCHAUSER, 2006).

Contudo, a educação e o letramento são importantes, já que as habilidades de leitura, escrita e pensamento continuam sendo decisivas para a capacidade de utilização da internet. Sobre isso, Warschasuer (2006) explica que, quando pesquisas, por exemplo, eram feitas em livros, o trabalho do estudante limitava-se apenas à coleta e ao resumo das informações de diferentes fontes da biblioteca, que tem em seu acervo livros confiáveis.

Atualmente, um estudante que se baseia ao menos em parte nas informações coletadas da internet possui uma responsabilidade pessoal muito maior para avaliar criticamente as fontes, devido à diferença de qualidade e de confiabilidade dos textos encontrados ali.

Assim, a tecnologia entra na sala de aula, integra-se a recursos já existentes na escola (livros didáticos, materiais didáticos) e ao currículo escolar. Em contrapartida, a estrutura física da escola ainda é um grande obstáculo à realização de algumas práticas, bem como a fragmentação das disciplinas, a formação de professores e a concepção de currículo que ainda é bastante tradicional, dificultando a realização, por exemplo, de projetos que possibilitem a construção do conhecimento através da interdisciplinaridade.

Cumprido defender o uso das TD em uma perspectiva que nega os recursos inseridos nesse contexto como panaceia aos problemas de ensino enfrentados pela escola (KENSKI, 2007). Contudo, entendemos que essa nova forma de (re)configuração interativa e de construção, por si, não soluciona todos os dilemas e conflitos educacionais. Entretanto, assumir uma nova postura diante desse momento, no qual as ferramentas tecnológicas nos rodeiam, requer mudanças significativas, principalmente pedagógicas.

Frente a isso, observa-se o crescimento significativo quanto ao desenvolvimento de recursos digitais. Governos de diversos países, como o Brasil, estimulam sua produção e asseguram gratuitamente sua presença na escola (REATEGUI; BOFF; FINCO, 2010). Ainda nessa direção, os PCN, desde o final do século passado, defendem a utilização dos computadores, considerados ferramentas flexíveis e úteis aos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática, pois ampliam e inovam as possibilidades, quando aplicadas de forma consciente e planejada (BRASIL, 1997).

Na mesma vertente, a BNCC salienta a importância das novas tecnologias em ambiente escolar, destacando-as entre duas de suas dez competências a serem desenvolvidas pelos estudantes. Nessa conjuntura, é explicitado no documento da Base o entrelaçamento e a apropriação de diferentes linguagens e da cultura digital:

Competência 4: Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo; Competência 5: Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva. (BRASIL, 2017, p. 9)

Nessa visão é importante frisar o digital como uma das múltiplas linguagens existentes, necessitando sua articulação de forma mesclada das demais formas de comunicação. Destarte, se tempos atrás o ensino apresentava-se com foco maior nos aspectos da leitura, a competência quatro nos faz refletir para possibilidades mais complexas de expressar-se e das plataformas mobilizadas para suas discussões e interpretações. Fica nítido, ainda, o contraponto indicado por algumas crenças que enfatizam a substituição dos ambientes digitais por outras formas de representação, a saber: o corporal, visual e sonoro.

Por outro lado, a competência cinco focaliza o aspecto digital de maneira mais específica, pois esse item discute a articulação entre a usabilidade dos meios digitais com o protagonismo e a criticidade a serem desenvolvidos no estudante. A ligação das mídias digitais, a assimilação e disseminação das informações aparecem como um dos dilemas atuais enfrentados nas escolas. Portanto, cabe (re)pensar as Tecnologias Digitais como mecanismos que impactem a vida do estudante em âmbito individual e coletivo.

Dessa maneira, surgem possibilidades educacionais a partir da implementação de ferramentas colaborativas, *blogs*, de edição e produção de vídeos, *softwares*, aplicativos e ferramentas de autoria. As perspectivas educacionais percebidas para esses recursos, construídos ou não para os processos de ensino e de aprendizagem, enriquecem sua aplicação, pois oportunizam ao educando refletir sobre os conceitos estudados em sala de aula, desenvolvem o senso crítico e a participação ativa em sociedade. Os recursos aludidos englobam um vasto campo de artefatos denominados, atualmente, de Recursos Educacionais Digitais (RED).

Embora não se tenha uma definição própria de RED, compreendemos tratar-se de arquivos ou mídias, essencialmente digitais, de livre acesso ou que possuem uma licença para uso, cujo objetivo é proporcionar aos alunos experiências de aprendizado. As percepções sobre RED assemelham-se à definição de Objeto de Aprendizagem (OA), proposta por Wiley (2000), indicando-os como qualquer material digital como vídeos, animações e simulações que auxiliam no processo de ensino e da aprendizagem de conteúdos específicos. Com isso, podem ser citados como RED: Objetos de Aprendizagem, *blogs*, *sites*, *softwares*, vídeos, imagens, sons, jogos, aplicativos, entre outros.

Os recursos mencionados podem ser acessados a partir de diferentes canais: computadores, *notebooks*, *tablets*, celulares e *smartphones*. Na sinergia entre dispositivos móveis e a mobilização de informações, Melo e Bol (2014) destacam essas novas mudanças no processo denominado por *aprendizagem móvel*. Se antes o acesso à internet era restrito ao

computador e ao *notebook*, ou seja, salas de informática, hoje as trocas de informações ocorrem a todo o momento e em qualquer lugar.

A escola, estando inserida nesse espaço tecnológico, deve encarar essas atuais facetas, apropriando as crianças, usuárias corriqueiras das mídias digitais, a vislumbrá-las como fontes colaborativas de discussão, material de pesquisa, construção e elaboração de estratégias, além do caráter comunicativo. Quanto a isso, Castro-Filho *et al.* (2008) apontam que na disciplina de Matemática os RED atuam como ferramentas vantajosas, dinâmicas, possibilitando atividades diferenciadas, complementando outras estratégias de ensino, como recursos analógicos e materiais concretos.

Ademais, os tipos de representação incorporadas aos recursos digitais também são um aspecto que vem sendo considerado quanto à sua escolha em intervenções, já que os conceitos matemáticos podem ser expressos na forma de textos, imagens, gráficos, tabelas e equações (FREIRE, 2011; CASTRO-FILHO *et al.* 2008; CARNEIRO; PASSOS, 2014; CASTRO, 2012; 2016; CASTRO; CASTRO-FILHO, 2015). Tais pesquisas, enviesadas numa perspectiva sociocultural e com suporte tecnológico, apontam positivamente a implementação desses recursos em sala de aula, pois contribuem para a variedade de representações dos conceitos matemáticos, o que acarreta significativamente a compreensão dos assuntos explorados.

Castro (2016), utilizando um RED que possuía representação textual, tabular e gráfica, investigou o papel das múltiplas representações e a produção de material digital, construído por estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública. A intervenção contou com a participação de 12 crianças, as quais foram submetidas a um conjunto de atividades exploratórias sobre o conceito de covariação. Após mediação com os artefatos tecnológicos, verificou-se, por meio de avaliações realizadas em grupo controle e experimental, que a exploração das múltiplas representações, a partir da metodologia desenvolvida, possibilitou a produção de conhecimento e a significação de contextos sociais e matemáticos (CASTRO, 2016).

Entretanto, em sua prática, o professor precisa ancorar-se em metodologias reflexivas buscando analisar o potencial pedagógico dos recursos digitais, já que tais ferramentas não garantem a efetividade na apreensão e produção dos conceitos (CASTRO *et al.*, 2008). Desse modo, o professor passa a ter um papel mediador e de pesquisador no processo de ensino e na catalogação de ferramentas.

Chance *et al.* (2007) alertam que a escolha da ferramenta tecnológica eficaz para o ensino de estatística requer do docente um planejamento das funcionalidades, criatividade e

entusiasmo. Os autores ressaltam ainda que o campo oferecido pelas tecnologias oferece vários *softwares* sofisticados e o professor deve ter cuidado para selecionar um recurso compatível ao nível escolar, já que o foco do tratamento estatístico está na análise, nas representações dos dados e no contexto das situações propostas. Portanto, o professor deve ter por base os critérios de: facilidade de uso, interatividade, dinamicidade entre dados-gráficos-análises e, por último, a portabilidade. Porém, a depender dos interesses e objetivos da aula, é possível combinar ou adaptar diferentes ferramentas a percepção dos conceitos estatísticos.

Em relação ao trabalho com a Estatística no Ensino Fundamental, a BNCC prescreve o entrelaçamento de duas competências específicas da Matemática relacionadas ao desenvolvimento do senso investigativo, quais sejam: “Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo” (BRASIL, 2017, p. 265) e “Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados” (BRASIL, 2017, p. 265).

Corroborando, González-Ruiz, Batanero e Miguel (2015) advogam para as potencialidades as quais os recursos digitais podem propiciar na abordagem do ensino de conceitos estatísticos, já que tais ferramentas oportunizam a simulação de diferentes representações gráficas, auxiliam na redução de cálculos técnicos, ao mesmo tempo em que possibilitam dedicação maior na compreensão, discussão e comunicação dos conceitos.

Lira e Monteiro (2008) reforçam que o uso de *softwares* que trabalham a construção de gráficos é um mecanismo que viabiliza ao professor tempo para elaborar situações que abordam o desenvolvimento de investigações dos próprios estudantes, a leitura, interpretação, a interdisciplinaridade, reconhecendo a Matemática em seu sentido prático. Logo, a programação de gráficos a partir de computadores desfragmenta a linearidade do ensino, pois “[...] antes do ensino explícito de convenções e tecnicismos para desenhar gráficos, pode-se provocar uma mudança na ‘lógica’ curricular que hierarquiza os tipos de gráficos, do mais fácil (barras) para o mais difíceis (linhas, dispersão)” (LIRA; MONTEIRO, 2008, p. 5).

No próximo capítulo apresentamos um levantamento de trabalhos que se aproximam da pesquisa desta dissertação. Embora este estudo busque as implicações dos recursos tecnológicos como ferramenta para subsidiar a compreensão da variabilidade, referenciamos investigações que dizem respeito a intervenções com e sem o uso dos artefatos

tecnológicos. A aproximação dessas leituras norteou esta pesquisa tanto durante as propostas de intervenção quanto na elaboração dos instrumentais aplicados.

### **3 VARIABILIDADE ESTATÍSTICA: UM OLHAR PARA AS PESQUISAS BRASILEIRAS**

Neste capítulo discorreremos sobre o levantamento bibliográfico dos trabalhos produzidos em torno da temática em questão. Desse modo, é possível definir o ponto de partida para a investigação, bem como evidenciar as contribuições e articulações desta pesquisa com as demais literaturas para a ciência. Na próxima seção, apresentamos o caminho percorrido das pesquisas a partir do repositório de busca na Biblioteca Brasileira de Teses e Dissertações (BTDT)<sup>6</sup>.

Ademais, o mapeamento de pesquisas permite aproximação do pesquisador com o seu objeto de estudo, pois a busca de trabalhos já realizados na área possibilita uma visualização panorâmica do desenvolvimento de conhecimentos já produzidos na temática da pesquisa, de modo a situar o objeto de estudo em um determinado contexto de investigação, estabelecendo, assim, um ponto de partida para o seu desenvolvimento (NÓBREGA-THERRIEN; THERRIEN, 2010).

Nos últimos anos, diversos pesquisadores têm apostado na utilização das Tecnologias Digitais para o aprimoramento e construção de conceitos inerentes à Estatística. De forma geral, os estudos apontam significativamente a aplicação desses recursos, pois viabiliza a simulação gráfica de dados coletados a partir de contextos reais, minimizando a mecanização dos cálculos em contrapartida à complexidade dos algoritmos matemáticos.

Os resultados estão apresentados e discutidos abaixo, enfatizando o caminho percorrido até a seleção das pesquisas.

#### **3.1 Aproximação de outras pesquisas com a temática estudada no portal da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações**

No intuito de identificar os trabalhos mais recentes e que tivessem temáticas dialogadas com o assunto desta dissertação, foi realizado um levantamento bibliográfico na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD). A pesquisa realizada nessa plataforma considerou o período de 11 anos (entre 2008 e 2018) para seleção dos trabalhos acadêmicos e tinha como foco observar o objeto de estudo, a estruturação dos trabalhos, seus pressupostos teóricos e procedimentos metodológicos.

---

<sup>6</sup> Disponível em: <http://www.bdttd.ibict.br/vufind/>

As principais palavras combinadas na busca realizada foram: Educação Estatística, Ensino de Estatística, Tecnologias Digitais, Recursos Educacionais Digitais, *Softwares*, Variabilidade estatística e Medidas de dispersão, utilizando-se ainda os filtros: “Ciências Humanas”, “Educação Matemática” e “Educação Estatística”. A pesquisa na plataforma ocorreu de duas formas simultâneas, considerando os resultados encontrados a partir da combinação de palavras sem aspas e das combinações dos termos entre aspas.

Contudo, devido à disparidade entre o quantitativo de pesquisas utilizando as duas possibilidades, deu-se preferência aos estudos detectados a partir da busca pelos descritores entre aspas, isso ocorria porque, na primeira pesquisa, a plataforma busca arquivos que correspondem aos termos semelhantes ao desejado e, na segunda pesquisa, trabalhos que correspondem àquelas palavras específicas identificadas. Para as buscas realizadas com palavras combinadas entre aspas, foram elencados alguns trabalhos para posterior averiguação e possível leitura.

Após a localização das pesquisas, foi realizada a leitura dos principais metadados dos arquivos: sumário, resumo, objetivos, procedimentos metodológicos e análise de dados, a fim de compreender a temática central dos estudos. De posse dessas informações, elaborou-se o quadro 4, enfatizando o ano de publicação, o título da pesquisa, o tipo de qualificação (dissertação ou tese) e autor.

Quadro 4 - Resultado da busca na plataforma da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD)

Continua

<b>Combinação de descritores</b>	<b>Título</b>	<b>Autor</b>	<b>Nível/ Ano</b>
Tecnologias Digitais; Medidas de tendência central	Os conceitos elementares de Estatística a partir do Homem Vitruviano: uma experiência de ensino em ambiente computacional.	Edgar Dias da Silva	Dissertação/ 2008
Variabilidade estatística	A ideia de variabilidade abordada no 8º ano do Ensino Fundamental.	Fernanda de Melo Garcia	Dissertação/ 2008
Softwares e Medidas de dispersão	Distribuição Normal: uma introdução voltada ao ensino médio por simulações via planilha eletrônica e exercícios interativos.	Osmar Antônio de Lima	Dissertação/ 2009
Medidas de tendência central, Variabilidade estatística	Ensino e aprendizagem de estatística com ênfase na variabilidade: um estudo com alunos de um curso de licenciatura em Matemática.	Marcelo Marcos B. Moreno	Dissertação/ 2010



Quadro 5 - Resultado da busca na plataforma da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD)

			Conclusão
Combinação de descritores	Título	Autor	Nível/ Ano
Medidas de tendência central	Investigando o desempenho de jovens e adultos na construção e interpretação de gráficos.	Izauriana Borges Lima	Dissertação/ 2010
Tecnologias Digitais, Softwares e Medidas de dispersão	(Res)significando a Educação Estatística no Ensino Fundamental: análise de uma sequência didática apoiada nas Tecnologias de Informação e Comunicação	Everton José G. Estevam	Dissertação/ 2010
Medidas de tendência central	Estimativa de medidas de tendência central: uma intervenção de ensino.	Ana Paula Fernandes Leite	Dissertação/ 2010
Variabilidade estatística	Concepções de professores de professores da Educação Básica sobre variabilidade estatística.	Diva Valério Novaes	Tese/ 2011
Variabilidade estatística	Para variar: Compreensões de estudantes dos anos iniciais diante de aspectos da variabilidade.	Érica Michelle S. Cavalcanti	Dissertação/ 2011
Tecnologias digitais, Softwares, Educação estatística	A utilização de objetos de aprendizagem para a compreensão e construção de gráficos estatísticos.	Juscileide Braga de Castro	Dissertação/ 2012
Software, Medidas de dispersão	Proposta de aplicação da Estatística no Ensino da Matemática na Educação Básica: Uma investigação do cotidiano com o auxílio do Geogebra.	Elaine Costa dos Santos	Dissertação/ 2013
Tecnologias Digitais, Softwares, Medidas de tendência central	Software educativo tinkerplots 2.0: possibilidades e limites para a interpretação de gráficos por estudantes do ensino fundamental.	Siquele Roseane de C. Campêlo	Dissertação/ 2014
Variabilidade Estatística, Medidas de tendência central	Interpretando dados do cotidiano: o ensino de Estatística na educação básica.	Rafael Teixeira Silva	Dissertação/ 2015
Variabilidade estatística, Medidas de tendência central, Ensino de Estatística	Estudo da aprendizagem sobre variabilidade estatística: uma experiência de formação com futuros professores dos anos iniciais da Educação Básica.	Marcílio Farias da Silva	Tese/ 2017

Fonte: elaboração própria.

Cabe salientar que não foi nosso intuito esmiuçar todos os trabalhos que envolvam o ensino e a aprendizagem de conceitos estatísticos. Assim, após filtrar com base na

aproximação da temática, ora em estudo, foram localizadas quatorze pesquisas, entre as quais doze dissertações e duas teses. Ademais, dos trabalhos selecionados quatro têm foco na formação de professores, e foram discutidos por abordar conceitos inerentes à compreensão da variabilidade estatística e por inferirmos que as dificuldades detectadas pelos autores podem ser semelhantes às de estudantes da Educação Básica. Cinco trabalhos têm ênfase na compreensão de estudantes acerca de medidas estatísticas, empregando em sua metodologia sequências de atividades a partir de ambiente lápis e papel, e seis aplicaram alguma ferramenta tecnológica (objeto de aprendizagem, *software* ou planilha eletrônica) ou a combinação de vários desses recursos.

Na busca desse portal, evidenciamos a pouca quantidade de trabalhos que relacionam aprendizagem dos conceitos de variabilidade ou das medidas de dispersão e a utilização de recursos educacionais digitais, dado que salienta que esforços devem ser mobilizados para potencializar pesquisas dentro dessa temática, ressaltando a relevância da investigação realizada. Nesse aspecto, foi identificada apenas uma dissertação que abordava a aprendizagem da variância e do desvio-padrão através do *software Geogebra*, porém com estudantes do 2º ano do Ensino Médio. Todavia, cumpre verificar as contribuições desse *software* para a compreensão do conceito de variabilidade por estudantes do 9º ano.

Na próxima seção, discutimos os trabalhos selecionados com base nos metadados apontados na busca.

### **3.2 Discussão dos trabalhos selecionados**

Garcia (2008) e Cavalcanti (2011) buscaram investigar sobre como estudantes do Ensino Fundamental atribuem significado sobre o conceito de variabilidade, através de uma sequência de atividades contextualizadas. Os resultados reforçam que a significação dos conceitos surge não apenas através da manipulação dos procedimentos e de fórmulas, mas principalmente da interação dos sujeitos com as informações coletadas.

A pesquisa de Garcia (2008) teve como objetivo geral identificar os significados atribuídos por estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental sobre o conceito de variabilidade quando trabalhado em contexto escolar na disciplina de Matemática. Para o alcance desse objetivo, a autora propôs uma sequência didática com cinco atividades em que os estudantes deveriam perpassar todas as etapas de uma pesquisa estatística, desde a identificação de uma problemática até as conclusões e inferências decorrentes dessa pesquisa.

As atividades contaram com a construção, através dos instrumentos lápis e papel, de diferentes representações gráficas, como: gráfico de barras, setores e o *boxplot*, para interpretação e análise dos dados coletados pelos estudantes. Durante a introdução do *boxplot*, a pesquisadora optou em focar nas medidas estatísticas separatrizes: máximo, mínimo, quartis e mediana. Garcia (2008) salienta que a justificativa para a escolha dessas medidas decorre de conhecimentos matemáticos e competências cognitivas compatíveis com o nível dos estudantes e das inferências que podem ser extraídas dessas medidas em situações cotidianas das crianças.

Quanto aos procedimentos metodológicos, a pesquisa mencionada refere-se prioritariamente a uma análise qualitativa e contou com a participação de 48 estudantes pertencentes a duas escolas. Os alunos foram organizados em duplas como estratégia para fomentar as discussões da resolução das atividades e interações entre os sujeitos. O conjunto de situações propostas seguiu o quadro epistemológico desenvolvido por Garfield e Ben-Zvi (2005) e os protocolos de análises foram estabelecidos em duas fases, considerando a evolução do pensamento dos estudantes durante a intervenção com a pesquisadora.

Contrariando as percepções de Reading (2004), na pesquisa de Garcia (2008) as atividades nas quais os estudantes possuíam contextos próximos a suas realidades obtiveram maior êxito na resolução. Nas atividades em que foram abordados os conceitos das medidas separatrizes e o gráfico *boxplot*, os estudantes demonstraram facilidade na compreensão das estatísticas e na interpretação dos dados coletados, ressaltando a proporcionalidade entre as medidas, a concentração dos dados e o cálculo das porcentagens correspondentes (GARCIA, 2008).

Em sua dissertação de mestrado, Cavalcanti (2011), complementando os estudos de Garcia (2008), analisou a compreensão de 48 alunos do 2º e 5º anos do Ensino Fundamental a respeito da variabilidade. O instrumental de coleta de dados foi um conjunto de testes contendo cinco atividades, retratando múltiplas situações a respeito do conceito em questão. Para aprofundar as discussões, a autora realizou entrevistas clínicas pontuando as estratégias elencadas pelas crianças durante a resolução das atividades. Na intervenção, trabalhou-se a variabilidade a partir de: explanação da variabilidade; identificação de ponto máximo; predição a partir da moda, ponto máximo e tendência; quantificação de variação entre dois pontos; conservação de quantidade total; representação da variabilidade, frequência nula e acréscimos; comparação entre conjuntos de dados; além de identificação e proposição de ausência de variabilidade (CAVALCANTI, 2011).

A autora constatou que os estudantes do 5º ano apresentaram um desempenho significativamente maior do que aquele dos estudantes do 2º ano, em pelo menos metade das questões dos testes. Uma das justificativas da pesquisadora remete às experiências práticas vivenciadas pelas crianças do nível maior. Por outro lado, é importante destacar que estudantes desde o 2º ano de escolaridade já são capazes de compreender aspectos da variabilidade, o que pode ser potencializado se os mesmos vivenciarem na escola situações de ensino que os desafiem a analisar e a refletir sobre dados tratados estatisticamente. Entre os aspectos de maior complexidade demonstrado nessa intervenção estão: a proposição sobre a variação de dados e a comparação de pontos variáveis.

A partir dos estudos de Garcia (2008) e Cavalcanti (2011), é possível estabelecer um panorama quanto às formas de abordar os conceitos citados e promover de forma evolutiva a compreensão do conceito de variabilidade. Identificamos uma limitação nas pesquisas anteriores por não discutirem as representações mobilizadas pelos estudantes nem de que formas as tecnologias podem propiciar tais ressignificações.

Silva (2008) investigou as potencialidades do *software Tabletop* como ferramenta de construção de conceitos estatísticos com estudantes do 2º ano do Ensino Médio, a partir de uma sequência de ensino baseada em medidas antropométricas, denominada *Homem Vitruviano*. Durante as intervenções, foram discutidos conceitos, representações e medidas estatísticas: a construção da tabela de frequências, análise e interpretação de gráficos e das medidas de tendência central (média simples, moda e mediana). Os referenciais teóricos que subsidiaram a análise dos dados foram a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval. Os espectros das teorias citadas são complementares e fornecem uma base sobre o processo de construção do objeto matemático a partir das interações do sujeito com as situações e suas representações.

A contextualização das atividades aplicadas como metodologia de ensino oportunizou aos estudantes momentos de aproximação com a pesquisa científica, como produtores de conhecimento, a mobilização de diferentes representações contribuindo na compreensão dos conceitos de média, moda e mediana (SILVA, 2008). O pesquisador enfatiza que a habilidade de análise e interpretação de informações gráficas evidencia-se no ambiente computacional, na possibilidade de identificar no gráfico os indivíduos que estão sendo representados, além da eficiência e agilidade dos cálculos das medidas exploradas.

No tocante à análise das funções do recurso, o pesquisador acentua que o *Tabletop* acopla em suas atividades cinco tipos de representações: tabelas, gráfico de pontos, diagrama de Venn, gráfico de caixa e o histograma, os quais podem ser movimentados e agrupados de

acordo com a intenção do usuário. Essas características podem interligar os aspectos abstrato e concreto com a finalidade de relacionar as medidas e representações gráficas com a tomada de decisão em situações do mundo real. Nessa perspectiva, as ponderações apontadas sobre a ferramenta foram elementos considerados nos momentos de escolha dos recursos da presente intervenção.

Mesmo com objetivos diferentes, algumas pesquisas foram consideradas por abordarem proposições sobre a importância das representações na formalização de conceitos estatísticos, ao passo que algumas intervenções evidenciam resultados satisfatórios quanto à percepção da variabilidade em estudantes com uso de atividades próximas à realidade das crianças. Dessa forma, a convergência entre as pesquisas fomenta o princípio quanto à utilização de situações significativas, próximas aos estudantes, e abordaram intrinsecamente o ciclo investigativo (WILD; PFANNKUCH, 1999), promovendo nos estudantes papel ativo na busca das informações e na discussão dos achados.

Embora não seja uma ferramenta com a finalidade educacional, pesquisas têm analisado a *Microsoft Excel* e suas contribuições para o ensino de conceitos estatísticos (LIMA, 2009; ESTEVAM, 2010). O *Excel* é uma planilha eletrônica, que possui entre suas funcionalidades: a possibilidade de armazenamento de grande quantidade de dados, manipular e classificar variáveis, promovendo realização de cálculos complexos, construção de variados tipos de gráficos e análise de dados tais como números, textos e fórmulas.

A pesquisa de Stevam (2010) reflete sobre a aplicação do *Excel* a partir de uma sequência didática, com 27 alunos da 8ª série Ensino Fundamental, atualmente 9º ano. Os alunos foram motivados a desenvolver pesquisas experimentais, realizadas em grupos, com temas de interesse próprio. Dessa forma, a ferramenta serviu de base para coleta, organização, análise e discussão dos resultados pesquisados. Em relação às contribuições na intervenção, o pesquisador enfatiza que a planilha eletrônica pode favorecer a cooperação entre os estudantes; autonomia para realização das tarefas; contribuir na agilidade dos cálculos, o que permite focar nas discussões; motivar os estudantes para a aprendizagem, a depender das atividades propostas (ESTEVAM, 2010).

Nessa abordagem metodológica, foram apresentados diferentes conceitos e representações estatísticas: a construção de tabelas para distribuição de frequências; cálculo, discussão e interpretação das medidas de tendência central (média, moda e mediana) e dispersão (desvio médio, variância e desvio padrão). Como consequência das intervenções, a autora salienta que as atividades favoreceram que “[...] os alunos compreendem a variabilidade e o acaso existente em qualquer investigação estatística e são capazes de ler

algumas relações não explícitas nos gráficos, é evidente que eles estão a caminho de desenvolver a capacidade de ler além dos dados” (ESTEVAM, 2010, p.172). Essas observações foram identificadas somente com utilização dos gráficos de linhas e colunas, já que os gráficos de pontos e de caixa não foram apresentados aos estudantes, o que merece estudos que verifiquem abordagens do *Excel* em gráficos de distribuição e dispersão de dados.

Lima (2010) analisou o desempenho de 30 estudantes da Educação de Jovens e Adultos (EJA) em diferentes níveis de escolarização, Ensino Fundamental e Médio. O estudo contou com a resolução de atividades de construção e interpretação de gráficos estatísticos por parte dos estudantes. A pesquisadora analisou o desempenho dos alunos em questões de leitura pontual, comparação, combinação e igualização de dados, extrapolação de informações (previsibilidade) e análise geral dos gráficos, sendo um gráfico de linhas e dois gráficos de barras. Os resultados apontam não haver diferenças significativas entre os grupos estudados em função dos níveis de escolarização. As situações que envolviam a extrapolação e comparação de dados trouxeram as maiores dificuldades para os estudantes de todos os grupos.

Lima (2010) chama atenção para a importância de considerar vários aspectos ao trabalhar com estatística, em especial as representações gráficas, por exemplo: informações adicionais dos gráficos, o tema abordado na pesquisa, habilidades prévias dos estudantes, no processo de interpretação de gráficos e nas ferramentas utilizadas para sua elaboração. Na construção dos gráficos foram observadas ausência de elementos (título, legenda, nomeação dos eixos cartesianos, descrição das variáveis), porém a escala foi uma das dificuldades mais evidentes, já que muitos estudantes não comparavam ou estabeleciam correspondência entre os valores pontuais, merecendo um olhar mais detalhado sobre esse aspecto.

Como discutido em estudos anteriormente citados, a promoção do desenvolvimento da variação e a variabilidade partem da observação desses conceitos em situações significativas e próximas à realidade dos estudantes. Como é o caso da pesquisa de Castro (2012), é necessária a identificação dessas análises por conta do próprio estudante, instigando-o como um sujeito investigativo.

Em sua pesquisa de mestrado, a autora realizou uma intervenção com estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental, revelando o potencial cognitivo da utilização de um RED como ferramenta para a construção de conceitos estatísticos, a partir de material digital desenvolvido pelos próprios estudantes (CASTRO, 2012). Na pesquisa, as crianças construíram gráficos estatísticos e, posteriormente, elaboraram notícias publicadas em *blog*, com base em uma metodologia apoiada na Estatística, denominada de ciclo investigativo.

A intervenção mediada por TD objetivou explorar tais ferramentas para: visualizar e simular situações reais e significativas ao contexto dos estudantes (representação de gráficos, coleta e análise de dados); tratamento das informações coletadas e discussão dos achados das pesquisas de seus pares. Toda a intervenção foi pautada na utilização de gráficos estatísticos que foram inseridos e adequados ao currículo previsto para o 5º ano do Ensino Fundamental. Além da compreensão dos conceitos matemáticos, a intervenção proporcionou aos alunos um papel central durante as atividades, tornando-os seres críticos e ativos no processo de aprendizagem.

Santos (2013) propôs uma intervenção com estudantes do 2º ano do Ensino Médio, a partir de uma pesquisa de campo elaborada pelos próprios estudantes. A pesquisa contou com onze encontros distribuídos em três etapas: sensibilização dos conceitos estatísticos, intervenção com o recurso digital *Geogebra* e aplicação de um instrumento de verificação do desempenho e de elementos de usabilidade apontados pelos sujeitos entrevistados. A pesquisadora não descreve com substancialidade as intervenções, porém é possível inferir que a apresentação e a sensibilização dos conceitos estatísticos ocorreram através do ambiente lápis e papel. Após a explanação dos conceitos, os alunos organizaram-se em grupos, com intuito de estabelecer uma proposta de pesquisa estatística entrelaçada a seu cotidiano.

O *Geogebra* foi escolhido por ser de livre acesso e, segundo a autora, por apresentar facilidade quanto à manipulação e à diversidade de ferramentas. As intervenções com os estudantes aconteceram no laboratório da escola, com o auxílio dos computadores. Os principais dispositivos utilizados no recurso *Geogebra* relacionaram-se às representações gráficas, tabular e aos cálculos das medidas de posição e dispersão. A interposição das atividades ocorreu a partir de informações e situações-problema retiradas de textos de jornais, revistas e tabelas contidas na internet. Além dos aspectos de aprendizagem dos conceitos estatísticos, Santos (2013) pontua o elemento motivacional proporcionado pelo manuseio da ferramenta.

Embora os níveis dos públicos-alvo das pesquisas sejam diferentes, pontuamos a necessidade da inserção da variabilidade no contexto de estudantes do Ensino Fundamental, mesmo com a realização dos cálculos feitos pelo *software*. Ao trabalhar esses conceitos por meio de múltiplas situações e diversificadas, naturalmente, os estudantes identificam as limitações dos conhecimentos adquiridos e buscam novas estratégias. A pesquisa de Santos (2013) converge quanto à utilização da plataforma *Geogebra*, porém não alude uma análise

quanto à apropriação e construção, por parte dos sujeitos investigados, dos gráficos *dotplot* e *boxplot*, fato que merece investigação.

A pesquisa de Campêlo (2014) objetivou analisar a adequação do *software* educativo *TinkerPlots* para a interpretação de gráficos por estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental, em situações de resolução de problemas. A intervenção contou, em primeiro momento, para o contato inicial dos estudantes, sem nenhuma atividade específica, com objetivo de familiarizar-se com as ferramentas disponíveis no recurso. O *TinkerPlots* apresenta um banco de situações de variados temas, conteúdos e disciplinas. Para a realização da pesquisa, a autora elaborou um estudo piloto com a finalidade de adequar algumas situações ao nível dos estudantes, necessitando, para tanto, de adaptações e tradução em Língua Portuguesa, já que o *software* não se encontra disponível neste idioma.

Participaram da intervenção doze estudantes, os quais se organizaram em duplas para manipulação do recurso, bem como de entrevista semiestruturada sobre os conhecimentos prévios dos alunos e utilização de computadores em seu cotidiano. A organização em dupla propiciou a troca de informações e experiências entre as crianças. As atividades oportunizaram a mobilização de estratégias a partir de situações com uma e duas variáveis, análise de tendência (comparação entre dados) e construção de novas situações.

Os resultados apontam ainda que a mediação a partir do *software* desenvolveu estratégias nas crianças de: ordenar, empilhar, rotular, comparar informações, categorizar e realizar inferências. Portanto, a escolha do *software* deve enfatizar entre outros aspectos “[...] um amplo conjunto de situações, representações e conceitos envolvendo a exploração de gráficos estatísticos, possibilita aos estudantes encontrarem um espaço para expressar suas ideias e trabalhar ativamente a partir dos gráficos criados” (CAMPELO, 2014, p. 149).

Dessa forma, a pesquisa de Campêlo assemelha-se com a nossa proposta de intervenção, já que a criação de ambientes computacionais propicia impactos na aprendizagem dos conceitos estatísticos. Contudo, por não ser disponível gratuitamente, o *software* pode tornar-se impossibilitado a determinados contextos, em decorrência das condições financeiras de algumas escolas.

Castro (2012), Souza (2013) e Moreno (2008) relacionam-se ao tomarem por base um ciclo de investigação, no qual os sujeitos encontram-se como ativos durante todo o processo, já que os mesmos: identificam um problema, levantam hipóteses, coletam dados, analisam as informações retidas neles, fazem conclusões e comunicam os achados. Um ponto levantado na pesquisa de Castro (2012) é quanto à discussão e intenção por parte da melhor forma de apresentar os resultados de uma pesquisa estatística, o que faz refletir em conjunto



com os estudantes sobre as vantagens e desvantagens de determinados tipos de gráficos, principalmente sobre o comportamento da dispersão das informações.

Moreno (2014) investigou possíveis contribuições das representações gráficas por meio do *dotplot* e do *boxplot* para a compreensão de variabilidade estatística. Baseado na perspectiva do Letramento Estatístico de Gal, o pesquisador elaborou uma sequência de atividades que contemplaram a utilização dos referidos gráficos por estudantes do 3º ano do Ensino Médio. Caracterizada como uma pesquisa de cunho qualitativo, contou com a gravação das intervenções, um questionário aplicado aos estudantes antes e após a sequência de atividades, com objetivo de verificar o desempenho desses, uma ficha para a coleta de dados, além de um banco de situações inerentes aos conceitos de variabilidade.

Os resultados apontam que as atividades propostas podem ser consideradas positivas e significativas, pois contribuíram para a compreensão dos educandos quanto ao conceito de variabilidade. Segundo o autor, uma das limitações observadas na intervenção ocorreu na interpretação dos gráficos *boxplot*, já que o desempenho dos sujeitos foi melhor nos que já haviam sido construídos em detrimento dos elaborados pelos alunos (MORENO, 2014).

Ademais, a confecção dos gráficos foi apontada como essencial para a leitura e interpretação de elaborações durante as atividades da intervenção. A discretização dos dados foi outro aspecto positivo, já que essa é uma estratégia didática para introduzir a compreensão e cálculo dos quartis e mediana. Por outro lado, a generalização desses casos limita as situações reais e significativas em que apresentam os valores contínuos, por exemplo, a variação das alturas, o peso de uma pessoa, a variação de energia consumida em uma residência. Contudo, as ferramentas digitais podem ser um recurso potencializador para o tratamento complexo e cansativo no cálculo em que se apresenta uma grande quantidade de dados.

O pesquisador pontua o baixo desempenho discente, já que os estudantes no final da Educação Básica apresentaram baixos índices de compreensão da variabilidade. O autor argumenta enfatizando que isso se deve à estrutura curricular e de orientações pautadas em outras áreas da matemática, enfatizando outros campos que não a Estatística. Destarte, o trabalho com o ciclo investigativo, coletando e interpretando as informações em situações cotidianas e próximas à realidade do aluno, potencializa a compreensão dos elementos estatísticos, para além das medidas estatísticas, quase sempre limitadas à média, moda e mediana (MORENO, 2014). Por fim, é possível inferir que as mobilizações das

representações gráficas a partir do *dotplot* e *boxplot* contribuíram significativamente para a compreensão do conceito de variabilidade.

Diante do apresentado, alguns pesquisadores têm mobilizado esforços para investigar as contribuições da construção e interpretação de gráficos para a percepção da variabilidade, em específico o *dotplot* e o *boxplot* (CAVALCANTI, 2011; GARCIA, 2008; MORENO, 2008). Supõem-se dificuldades na construção desses tipos de representação gráfica, uma vez que sua construção sem computadores requer a manipulação de instrumentos que impossibilitam sua precisão.

Essas pesquisas (LIRA; MONTEIRO, 2008; SANTOS, 2013; SILVA, 2008; CASTRO, 2012; CAMPÊLO, 2014; LIMA, 2009; ESTEVAM, 2010) exprimem resultados relevantes sobre como as Tecnologias Digitais podem auxiliar na aprendizagem dos alunos, embora seja preciso verificar de que modo esses artefatos tecnológicos proporcionam a estudantes a compreensão de informações cotidianas, como representá-las, e desenvolver discussões sobre a percepção e influência variacional dos dados estatísticos.

Nessa perspectiva, objetiva-se ainda propor um conjunto de atividades mediadas pelo *software* Geogebra e o aplicativo *Whatsapp* que busquem desenvolver o pensamento estatístico, proporcionar a compreensão e elaboração de gráficos, incentivar estudantes a buscarem informações, assumindo uma postura investigativa e, dessa forma, construir os conhecimentos que se desejam. No próximo capítulo, descrevem-se os procedimentos metodológicos do estudo realizado.

## **4 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS E O CONTEXTO DA PESQUISA**

Neste capítulo são descritos os aspectos metodológicos empregados nesta pesquisa. Com isso, a caracterização da metodologia organiza-se em seis seções, descritas: tipo de pesquisa, os aspectos metodológicos, as etapas da investigação, os instrumentais para a coleta dos dados, os recursos digitais aplicados, as atividades associadas à intervenção e, por fim, os procedimentos para análise dos dados. Inicialmente, explicitamos a caracterização desta pesquisa.

### **4.1 Caracterização da investigação**

Esta pesquisa está delineada nos moldes da abordagem qualitativa, pois consideramos tratar-se da concepção de mundo do pesquisador, sua subjetividade além de tentar compreender os fenômenos envolvidos nas ações e percepções dos sujeitos durante um conjunto de atividades. “Na pesquisa qualitativa existe uma interpretação das falas, quando o pesquisador busca, mediante um processo de intersubjetividade, dar ou ampliar o sentido dos discursos dos sujeitos” (POLAK; DINIZ, 2011, p. 73). Esse tipo de investigação ancora-se no processo interpretativo do pesquisador, o qual busca analogias com experimentações já realizadas e compara seus resultados, identificando similaridades e pontos de discordância.

Na pesquisa qualitativa outro fato preponderante é a facilidade na compreensão de aspectos envolvendo os processos cognitivos e emocionais dos sujeitos, os quais não podem ser facilmente medidos de forma quantitativa. Para Bogdan e Biklen (1994), numa investigação qualitativa o pesquisador enumera os procedimentos, estratégias e instrumentos com objetivo de esclarecer as experiências e a construção das situações a serem vivenciadas.

Nessa perspectiva, este estudo analisa as possibilidades de ampliação da compreensão do conceito de variabilidade mediado por Recursos Educacionais Digitais, bem como de “[...] compreender o processo mediante o qual as pessoas constroem significados e descrever em que consistem estes mesmos significados” (BODGAN; BIKLEN, 1994, p.70).

Quanto aos procedimentos técnicos propomos, aqui, uma pesquisa de intervenção com intuito de verificar os conhecimentos adquiridos ao longo da aplicação das atividades e das interações entre estudantes e pesquisador. Sobre isso, Rocha e Aguiar (2003, p. 71) apontam que “Na pesquisa-intervenção, não visamos à mudança imediata da ação instituída, pois a mudança é consequência da produção de uma outra relação entre teoria e prática, assim como entre sujeito e objeto”.

Corroborando isso, Spinillo e Lautert (2008) salientam que uma intervenção é uma abordagem de pesquisa marcada “[...] por uma relação assimétrica em que um dos participantes desta relação é aquele que assiste, propõe e encaminha atividades a serem realizadas” (SPINILLO; LAUTERT, 2008, p. 299). Portanto, o pesquisador tem função ativa no processo e, em correspondência aos estudantes, deve produzir um ambiente capaz de haver interação entre as partes, propor e solucionar problemas, além de instigar a emissão e verificação de hipóteses durante a intervenção.

Matias-Pereira (2012, p. 39) aponta que “O método experimental consiste em submeter o objeto de estudo a influência de certas variáveis, em condições controladas e conhecidas pelo investigador, para observar os resultados que a variável produz no objeto”. Embora tenhamos escolhido o modo clássico do delineamento experimental com dois grupos, Grupo Controle e Grupo Experimental, no nosso caso de pesquisa tratam-se também de uma pesquisa quase-experimental, uma vez que na escola não existem condições de modificar a composição das turmas, portanto não pudemos alocar aleatoriamente cada aluno a cada grupo. Sobre isso, Matias-Pereira (2012, p. 86) acrescenta que, o método quase-experimental, “[...] é empregado nas investigações em que as condições não possibilitam completo controle sobre as variáveis intervenientes”.

Sendo assim, estabeleceu-se uma relação que propiciou à realização das intervenções, as reflexões, as avaliações, o planejamento das novas formas de intervenção, buscando, também, melhorar a prática pedagógica e o objetivo da pesquisa. Dessa forma, combinamos um misto de metodologias, já que verificou-se o desempenho dos estudantes antes e após a intervenção de forma quantitativa e a evolução qualitativa durante a prática das atividades e as entrevistas individuais.

Na próxima seção, detalharemos o lócus da pesquisa e os critérios de escolha dos sujeitos participantes.

## **4.2 Os sujeitos e o lócus de pesquisa**

Os sujeitos investigados foram estudantes com idade entre 12 (doze) e 13 (treze) anos que estavam cursando o 9º ano do Ensino Fundamental. A escolha desse nível escolar decorreu das prescrições apontadas pelos documentos oficiais da educação e de pesquisas já realizadas na área e por considerar a apropriação de alguns elementos conceituais e cálculos aritméticos necessários para a compreensão do objeto em questão.

A intervenção contou com a participação de 10 estudantes dos sexos masculino e feminino, doravante designados por: E1, E2,..., E10. Optou-se por esse quantitativo de sujeitos ao considerar pesquisas recentes e que apresentavam objetivos e metodologias semelhantes, além de possibilitar a formação de equipes de trabalho entre os participantes. A escolha dos integrantes contou com a proposição dos seguintes critérios: estar regularmente matriculado no 9º ano do Ensino Fundamental; frequentar com assiduidade as aulas; aceitar participar da pesquisa e ser autorizado pelo responsável, por intermédio da assinatura do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) (Apêndice B).

O lócus dessa pesquisa foi uma escola de Ensino Fundamental vinculada à Secretaria Municipal de Educação (SME) situada na periferia de Fortaleza. Essa instituição é classificada como de período integral, na qual os estudantes cursam as disciplinas regulares durante o turno da manhã e, no contraturno, contam com disciplinas eletivas de formação cidadã e projetos interdisciplinares. A escolha da rede pública decorre da formação inicial do pesquisador, de sua área de atuação profissional e de contribuir para a melhoria da aprendizagem dos estudantes. Quanto à localização periférica, justifica-se pela disponibilidade de participação da escola, além de motivações advindas de atuações profissionais e acadêmicas do pesquisador, que sempre esteve inserido nessa esfera da realidade.

Salientamos, pois, que a escolha da escola não sofreu influência de nenhum órgão público ou entidade relacionada, com vista à imparcialidade da pesquisa quanto aos índices de desempenho dos estudantes. Por conseguinte, o vínculo entre pesquisador e a instituição deu-se unicamente por meio da assinatura do termo de autorização para a realização da pesquisa (Apêndice A). Contudo, antes de selecionar a escola, o pesquisador realizou visita a alguns ambientes próximos ao distrito educacional no qual sua residência está situada. Com isso, foi feito um *checklist* identificando aquelas que se adequassem à proposta de pesquisa e que possuíam laboratório de informática com acesso à *internet*. Esclarecidos o lócus da pesquisa, descreveremos, na próxima seção, os procedimentos e etapas da intervenção.

### **4.3 Etapas da pesquisa: procedimentos e os instrumentos de coletas dos dados**

As ações metodológicas propostas nesta investigação integram três etapas sucessivas da pesquisa: atividade diagnóstica do domínio conceitual do aluno, através de um pré-teste (Apêndice B); a intervenção, observando as atuações e discussões com o Grupo Experimental, a mobilização das estratégias e a apropriação da utilização dos recursos

educacionais digitais; atividades individuais e em grupo com os estudantes; fotografias e aplicação de um pós-teste (Apêndice C), realizado individualmente. No quadro 5, a seguir, está a sistematização das etapas e os grupos vinculados às ações da pesquisa.

Quadro 6 - Sistematização das etapas da pesquisa

Etapas da Pesquisa	Grupos Participantes	
	Grupo Controle	Grupo Experimental
1ª Etapa (Pré-teste)	X	X
2ª Etapa (Intervenção)	-	X
3ª Etapa (Pós-teste)	X	X

Fonte: elaboração própria.

Cabe salientar que a aplicação dos testes ocorreu somente com os estudantes da turma referentes ao nível escolhido, presentes em horário determinado pela coordenação pedagógica da escola. Os testes foram aplicados durante uma aula cedida pelo professor de matemática, os quais foram resolvidos com auxílio de lápis e borracha ou caneta, sem a utilização de materiais de consulta. Com isso, os alunos foram estimulados a registrar suas estratégias, representações e conclusões dos problemas em locais apropriados. Antes do início da aplicação, foi esclarecido aos alunos que os resultados dos testes não seriam computados nas avaliações da escola.

As etapas supracitadas têm por finalidade responder aos dois primeiros objetivos específicos, quais sejam: a) Analisar a compreensão de estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental sobre os conceitos de variabilidade; b) Mapear as estratégias utilizadas por estudantes do 9º ano do Ensino do Fundamental para a resolução de situações envolvendo os conceitos de variação estatística. Contudo, salientamos que essas estratégias também foram identificadas a partir da resolução das atividades na intervenção e das discussões praticadas pelo grupo experimental. As reflexões do terceiro objetivo emergiram a partir da segunda etapa da pesquisa, ou seja, os momentos de intervenção com os estudantes.

O Grupo Controle e o Grupo Experimental continuaram a ter aulas com o professor da disciplina de Matemática em horários normais da rotina da escola. O conteúdo repassado pelo professor seguiu o planejamento acordado no começo do ano letivo pela escola. Todas as aulas foram ministradas de forma tradicional, ou seja, utilizando apenas a

lousa e expondo oralmente os conteúdos, e as atividades foram baseadas em listas de exercícios, sem uso de qualquer artefato tecnológico.

A intervenção aconteceu somente com o Grupo Experimental, em momentos previamente estabelecidos e mediados pelo pesquisador, perfazendo 10 encontros com carga horária total de 20h/a, em um intervalo de cinco semanas. Após acordo com o núcleo gestor da escola, foi combinado com a direção que as atividades poderiam ser realizadas durante a disciplina Metodologia do Trabalho Científico. Dessa forma, os dois grupos (Controle e Experimental) participaram normalmente das aulas de matemática, porém, somente os estudantes do grupo experimental frequentavam a intervenção, enquanto os do grupo controle frequentavam as demais aulas.

Para os registros dos encontros, utilizamos como instrumentos de coletas de dados: o pré-teste e o pós-teste; o diário de campo; filmagens, fotos e gravação dos áudios, com a finalidade de permitir a coleta de informações, em que o pesquisador poderia recorrer, para os casos que não foram registrados no diário de campo.

O pré-teste (diagnóstico) e o pós-teste são compostos por um conjunto de situações aplicadas individualmente, no início e ao final da pesquisa, respectivamente, com intuito de apontar os conhecimentos prévios e as possíveis apropriações dos estudantes a respeito dos conceitos estatísticos concatenados à variação, após a intervenção realizada.

O diário de campo foi um recurso utilizado em todas as etapas da pesquisa, especialmente durante a fase de intervenção. O objetivo desse instrumento foi suscitar no investigador a descrição de suas percepções sobre as crianças quanto à compreensão dos conceitos estudados, conclusões preliminares, a rotina dos encontros, apontar as interações e diálogos entre os sujeitos investigados, as fragilidades e potencialidades nos momentos de manipulação dos recursos digitais, além de registrar possíveis imprevistos e ajustes nas atividades posteriores.

Por fim, outro dispositivo empregado nesta pesquisa foi a entrevista semiestruturada. As entrevistas ocorreram somente com os estudantes pertencentes ao grupo experimental e buscaram explorar de forma individual as perspectivas de envolvimento das atividades e a compreensão do estudante quanto aos conceitos estatísticos. As entrevistas foram acontecendo a partir de atividades realizadas em grupo, ao final da formação. A entrevista inicial teve como objetivo questionar os estudantes sobre as estratégias e inferências utilizadas para a resolução das situações do pré-teste, bem como de conceitos inerentes a estatística, em específico da variabilidade.

Na próxima seção, os recursos digitais utilizados durante a intervenção serão apresentados e suas respectivas funcionalidades relacionadas à compreensão dos conceitos de variação e variabilidade.

#### **4.4 Os Recursos Educacionais Digitais**

Para o primeiro momento da intervenção, foi trabalhado com o grupo experimental um conjunto de atividades relacionadas aos conceitos estatísticos básicos sobre: média, moda e mediana, uma vez que esses conteúdos são necessários para a compreensão do conceito de variabilidade. À medida que as atividades foram sendo discutidas, abordou-se que esses conceitos limitam a caracterização de uma amostra, o que requer a ampliação a partir de outras medidas, no caso de variabilidade. Com isso, inicialmente, o pesquisador abordou as definições e situações as quais se utilizam dos conteúdos supracitados.

Os procedimentos de mediação e discussão desses conceitos ocorreram de forma expositiva através de slides, atividades impressas e a partir do recurso digital *Geogebra*. A seguir, explicitamos o *Geogebra* e suas funcionalidades para o desenvolvimento dos conceitos e as principais aplicações nesta intervenção.

##### **4.4.1 O software Geogebra**

O *Geogebra* é um software livre disponível nas versões *online* e *off-line*. Embora apresente diferentes ferramentas, ele é bastante simples de ser utilizado, além de contar com um tutorial de “Ajuda”. A partir de suas funcionalidades é comumente empregado nas aulas de Matemática por propiciar o estabelecimento de relações entre os diferentes campos da disciplina – Geometria, Álgebra, Estatística –, sendo capaz de produzir cálculos aritméticos complexos instantaneamente, conseguindo, portanto, unificar em uma única plataforma um sistema dinâmico e interativo. Tais características evidenciam sua utilização na produção do conhecimento matemático, já que minimiza a construção do objeto de forma repetitiva, por exemplo, a construção de gráficos e a mobilização de variadas representações, potencializando as discussões no entorno de suas aplicações.

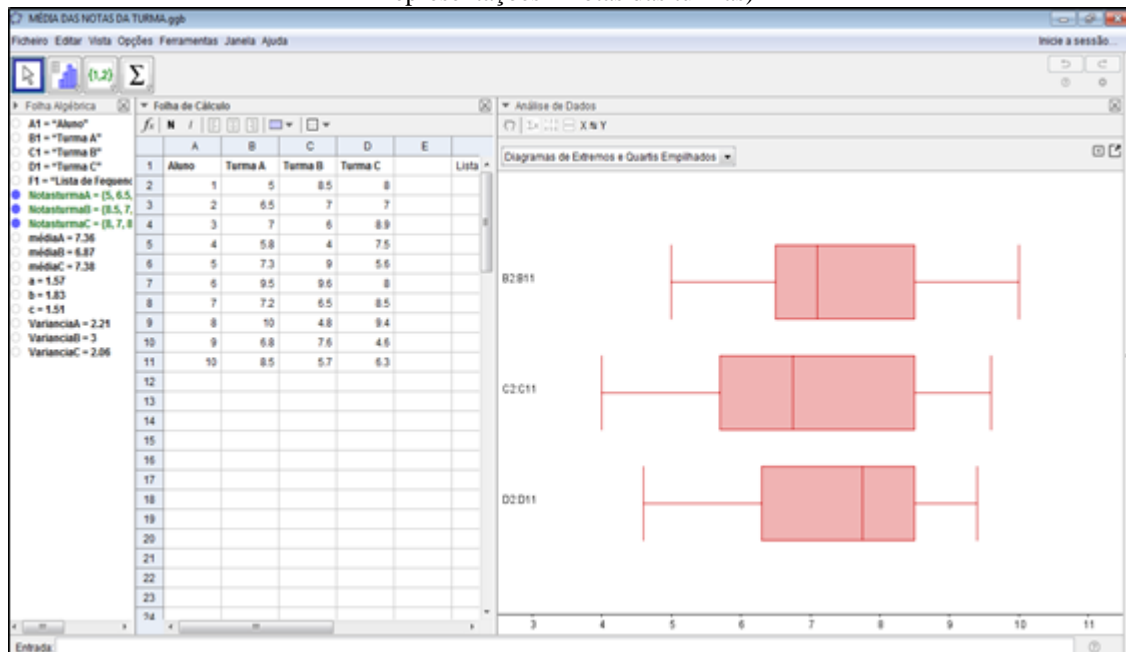
Dessa forma, através do *Geogebra* o estudante pode fazer construção de pontos no sistema de coordenadas, segmentos de retas, retas, figuras geométricas, polígonos, gráficos de funções, tabelas, gráficos estatísticos, dentre outros. No campo da Estatística, o recurso proporciona uma análise das variáveis, em última instância dos números associados a ela,



como é o caso das medidas estatísticas: média, moda, mediana, rol, identificação dos extremos de um conjunto, amplitude, desvio padrão médio, desvio padrão, variância e quartis. Quanto às representações, é possível construir e mobilizar diferentes gráficos, por exemplo: colunas, *dotplot*, *boxplot*, histograma, entre outros. Cabe salientar o papel pedagógico do sincronismo estabelecido entre os elementos tabulares, gráficos e numéricos proporcionados pelo *software*, importantes para a percepção da variabilidade.

Na figura 3, é possível identificar uma aplicação do *Geogebra* para a percepção de uma situação na qual se deseja observar o comportamento das notas de turmas fictícias de uma escola. À situação mostrada na imagem, acrescenta-se, pois, a mobilização de diferentes registros matemáticos: algébrico, tabular e gráfica, na qual o usuário pode alterar os valores na tabela original e, automaticamente, as demais representações são modificadas. Essa diversidade, que a princípio parece redundante, permite visualizar e transitar sobre diferentes formas do objeto matemático, reforçando a aprendizagem.

Figura 3 - Interface do *Geogebra* pacote Estatística (Exemplo de análise de dados e mobilização de representações – notas das turmas)



Fonte: *Software Geogebra*.

A aplicação desse recurso torna-se importante na proposição da intervenção, já que compreender a variabilidade implica na coexistência de suas múltiplas representações. Ademais, a construção dessas representações torna-se uma tarefa enfadonha, cansativa e imprecisa por meios de ambientes manuais (lápiz, papel e borracha). Contudo, não é necessário ao estudante qualquer domínio dos conhecimentos matemáticos para que as ações

sejam exploradas. Nesse ângulo, cabe frisar o papel das atividades que acompanharam a intervenção, pois, como estudos apontam a utilização da ferramenta por si, não garante efetiva significação dos conceitos, uma vez que os dados analisados precisam ter significado prático para seu usuário. Posteriormente, esclarecemos sobre as atividades e objetivos dos encontros da intervenção.

#### 4.5 As atividades propostas durante a intervenção

As atividades desenvolvidas na intervenção aconteceram em duas etapas: 1) reflexão e discussão sobre os conceitos estatísticos com foco nas medidas estatísticas com ambiente lápis e papel; 2) construção dos conceitos abordados e suas respectivas representações gráficas a partir do *software* Geogebra. O quadro 6 sistematiza as atividades e os conceitos estudados em cada encontro.

Quadro 7 - Sistematização dos encontros da intervenção

Continua

Encontro/ Data	Descrição das atividades desenvolvidas
1º Encontro	Apresentação dos estudantes e pesquisadores envolvidos na intervenção e divisão das equipes de trabalho; Discussão sobre o que é a Estatística, sua importância no cotidiano e sondagem sobre os conceitos estatísticos: média, moda e mediana.
2º Encontro	Recapitulação dos conceitos: média, moda e mediana através de uma situação-problema sobre a comparação do consumo de água a partir da fatura do consumo de água das residências dos próprios estudantes; Construção de tabelas e gráficos escolhidos pelos próprios estudantes através de lápis e papel (Introdução do conceito de amplitude total).
3º Encontro	Construção em equipe do gráfico <i>dotplot</i> do consumo de água da residência de cada aluno, implementando as discussões sobre a caracterização e os aspectos da variação do consumo.
4º Encontro	Apresentação aos estudantes do <i>software Geogebra</i> , ressaltando as funções e comandos elementares para a construção de gráficos, representação da média, moda e mediana, com base nos dados dos salários de uma empresa.
5º Encontro	Construção do <i>dotplot</i> da altura e das idades dos sujeitos presentes no laboratório no momento da intervenção. Em seguida, discussão em conjunto com os estudantes sobre a caracterização do comprimento de algumas medidas antropométricas: comprimento cefálico (elaborado pelo pesquisador) e altura dos próprios estudantes.
6º Encontro	Recapitulação do problema discutido no <i>WhatsApp</i> , identificando as limitações do conceito de Amplitude Total e investigação sobre outras possibilidades de identificar a variação das informações, o caso da Variância e do Desvio-padrão (Nota dos alunos).

Quadro 8 - Sistematização dos encontros da intervenção

Conclusão

Encontro/ Data	Descrição das atividades desenvolvidas
7º Encontro	Recapitulação do consumo de água das residências, enfatizando a limitação da Amplitude Total, e introdução do conceito de <i>Variância</i> e <i>Desvio Padrão</i> (tabela de dupla entrada), a partir do gráfico dotplot; Discussão em grupo para comunicação dos resultados encontrados.
8º Encontro	Aprofundamento dos conceitos de <i>Variância</i> e <i>Desvio Padrão</i> , a partir do uso do <i>software Geogebra</i> , para efetuar comparações entre as notas de uma determinada sala de aula.
9º Encontro	Formação das equipes para a construção das respectivas pesquisas propostas pelos estudantes: elaboração e escolha do tema abordado, amostra da investigação, questionário.
10º Encontro	Discussão em equipe sobre o tema que seria investigado: tema, amostra, coleta de dados e elaboração dos instrumentos de coleta de dados.

Fonte: elaboração própria.

A condução da intervenção foi amparada por uma sequência de atividades cujo objetivo era fazer com que os alunos compreendessem a estatística em situações reais do cotidiano. Com efeito, essa sequência de atividades pressupõe, ainda, um elemento motivacional para as discussões dos dados, além de desenvolver no estudante o senso investigativo. Dessa forma, as atividades que serviram de base desta intervenção foi elaborada Nagamine, Silva e Santana (2010) correspondem a uma adaptação da sequência de ensino *Planeta água*.

Para contextualizar as situações, antes de iniciar as atividades, os estudantes foram convidados a pesquisar no laboratório de informática sobre a importância do uso consciente e racional da água, preservação dos reservatórios de água no mundo, e outros aspectos ambientais. Durante essas discussões, os estudantes foram estimulados a levantar hipóteses sobre os principais usos da água: agricultura, consumo residencial e industrial e no cotidiano. Caso algum estudante sentisse dificuldade ou dúvida sobre as fontes de pesquisa, foram disponibilizados sites sobre o tema e instituições que promovem essas abordagens.

Ainda nessa etapa, os estudantes foram instigados a identificar os hábitos de consumo de água em sua residência, no ambiente escolar e de sua família. De posse das contas de consumo de água de sua residência, os alunos ficaram organizados em duplas para a construção no *Geogebra* de tabelas, gráficos e medidas que caracterizam suas respectivas amostras. Em seguida, os estudantes comparavam e argumentavam, entre si, quais residências apresentam maior variabilidade de consumo e quais seriam as causas das possíveis variações.

Dessa forma, foi proposto aos estudantes que discutissem e observassem a variação temporal dos dados em relação à média, a partir da construção de gráficos que fossem mais convenientes para eles. Ademais, outras situações foram sendo postas para os estudantes, a partir de observações do cotidiano, como: as medidas antropométricas dos próprios estudantes, as notas nas disciplinas, a variação de produtos consumidos, bem como os salários de empresas fictícias.

Na seção subsequente, apontaremos a forma como os dados desta pesquisa foram analisados, indicando a análise estatística e os parâmetros considerados.

#### **4.6 Procedimentos para análise dos dados**

A sistematização, a organização e a análise dos dados foram baseadas segundo dois aspectos: qualitativamente e quantitativamente, já que esses procedimentos são complementares para o objetivo deste estudo. Para Bogdan e Biklen (1994), no processo de análise, o pesquisador busca em última instância interpretar informações, a partir de um exame de padrões separados por partes e por temas emergentes. Por outro lado, a coleta desses dados depende dos instrumentos e da intencionalidade do pesquisador.

A análise quantitativa teve suporte nos índices de desempenho dos estudantes a partir da resolução dos testes, ou seja, dos conteúdos já conhecidos pelos estudantes e dos adquiridos ao final da intervenção. Ademais, esses dados foram analisados com base na resolução das avaliações diagnósticas do pré-teste e do pós-teste. De posse dessas informações, verificou-se o comparativo entre os grupos a partir da média de acerto, desvio padrão e coeficiente de variação<sup>7</sup> nos grupos controle e experimental. A turma na qual foram aplicados o pré-teste e o pós-teste, foi subdividida em: grupo experimental (GE) – com 10 sujeitos (N=10) – e no grupo controle (GC) – com 17 sujeitos (N=17).

Dessa forma, as referidas questões, tanto do pré-teste quanto do pós-teste, possuem níveis de dificuldades diferentes, apesar da comparação entre pré-teste e pós-teste revelar similaridades, com níveis de dificuldades semelhantes.

Considerando que a análise quantitativa não esgota e não garante todas as finalidades deste estudo, complementamos com os procedimentos qualitativos, cujo intuito foi identificar as estratégias mobilizadas pelos discentes do grupo experimental, a percepção

---

<sup>7</sup> O coeficiente de variação é uma medida de variação relativa à média. Essa medida é adimensional e comumente expressa em porcentagem, permite-nos comparar a variação de diversos conjuntos de dados (com médias diferentes) (CAZORLA; OLIVEIRA, p. 138, 2010).

desses sobre os conceitos estudados e sua evolução. Na pesquisa qualitativa, prevaleceu maior ênfase na interpretação dos entrevistados em relação à pesquisa, no contexto da pesquisa e na proximidade do pesquisador com fenômenos estudados. A concepção da análise qualitativa é destacada pela descrição da conduta dos sujeitos em atividades individuais, nas interações com seus pares registrados nos diários de campo, nas entrevistas e dos esquemas de resolução dos testes aplicados individualmente. No próximo capítulo, discutiremos a análise dos resultados desta pesquisa.

## 5 APRESENTAÇÃO, ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Neste capítulo são apresentados os resultados da pesquisa, os quais foram divididos em duas seções. Na primeira seção, analisa-se o desempenho dos estudantes a partir dos dados obtidos através de atividades diagnósticas para evidenciar os conhecimentos preliminares, realizadas com o grupo GC e o GE, e repetida novamente com os dois grupos para a avaliação dos conhecimentos adquiridos ao final da pesquisa.

Para a segunda seção, consideram-se aspectos qualitativos da intervenção, apontados a partir de dados obtidos com diário de campo, entrevistas e atividades realizadas mediante a intervenção com a utilização do *software Geogebra*, a evolução quanto à compreensão e formalização dos conceitos envolvendo os aspectos e caracterização da variabilidade Estatística.

### 5.1 Análise quantitativa do desempenho dos estudantes

Nessa seção, apresentar-se-á o conhecimento das crianças, no pré e pós-teste (grupo controle e experimental), o qual foi verificado a partir de testes estatísticos. Serão discutidos os desempenhos em construção e resolução de situações-problema que envolvem a análise e construção de tabelas e gráficos: colunas, *dotplot* e do *boxplot*, levando-se em conta as competências de cada grupo. A análise do desempenho, descrita a seguir, foi organizada em três subseções, que se inicia com a descrição e exemplificação dos critérios adotados quanto ao desempenho quantitativo dos participantes em cada habilidade.

#### 5.1.1 Desempenho geral dos estudantes

Nesta subseção, é discutido o desempenho dos estudantes no tocante à análise quantitativa dos testes aplicados aos alunos, considerando a classificação das respostas em duas opções: certa ou errada. Os testes continham dezessete itens, dos quais dois tinham como respostas uma análise descritiva por parte do estudante, logo não pôde ser englobada como certa ou errada. Além disso, em outro item, o estudante poderia escolher entre duas opções a depender de sua interpretação (Questão 02 dos testes). Desse modo, o item mencionado anteriormente será analisado separadamente. Dito isso, para cada teste, foi atribuída uma nota de 0 a 10, sendo que cada acerto equivale 0,71 ponto (10:14). De posse das notas de cada

aluno, foi calculada a média aritmética dos estudantes em cada teste, assim como o desvio-padrão e o coeficiente de variação para os dois grupos, como mostra o quadro 7.

Quadro 9 - Média, desvio-padrão e coeficiente de variação - grupo controle e grupo experimental/ pré-teste e pós-testes

TIPO DE GRUPO	PRÉ-TESTE			PÓS-TESTE		
	Média Aritmética	Desvio Padrão	Coeficiente de Variação	Média Aritmética	Desvio Padrão	Coeficiente de Variação
GE (N=10)	2,43	1,30	0,53	4,61	0,59	0,12
GC (N=18)	1,46	1,16	0,79	2	1,70	0,85

Fonte: Dados da pesquisa

De acordo com o quadro 7, tem-se que a média no pré-teste do Grupo Experimental é de 2,43, enquanto que para o pós-teste do mesmo grupo indica-se média de 4,61. Percebe-se, portanto, um aumento significativo, após a intervenção, de 2,18 pontos na média do referido grupo. Para o Grupo Controle a média dos estudantes foi de 1,46 pontos no pré-teste e de 2,0 pontos no pós-teste, registrando um acréscimo de 0,54 pontos. Todavia, é importante considerar que a evolução da média no grupo controle não é significativa se comparado ao grupo participante da intervenção.

Ressalta-se, que já se esperava médias pouco significativas, pois os conceitos abordados nos teste são pouco explorados por professores da Educação Básica ou são explorados somente ao final do Ensino Médio, como é o caso da variância e do desvio-padrão. Porém, cabe reforçar que os documentos oficiais como os PCN e a BNCC propõem que os conceitos mencionados sejam trabalhados ainda durante os anos finais do EF (BRASIL, 1998; 2017). Por fim, foram explorados registros gráficos não convencionais na EB, como é o caso do *dotplot* e do *boxplot*. O intuito de explorar tais registros é possibilitar a ampliação dos conceitos estatísticos e verificar a incorporação desses elementos com estudantes ainda no início de sua formação. Contudo, devido a questões de tempo e externos a intervenção, o gráfico *boxplot* não pôde ser apresentado durante os encontros.

Ademais, apesar da evolução do GE não evidenciar um valor bastante significativo quanto a média, relacionamos esse resultado ao pouco tempo de intervenção e as condições externas que envolviam a escola. Por outro lado, ainda como forma de aprofundar o olhar sobre os resultados estatísticos e compreender como os dados coletados variavam em torno da média dos grupos, calculou-se o desvio-padrão e o coeficiente de variação.

Com base nisso, o quadro 7 reforça que além do GE apresentar maior média, o desvio-padrão diminuiu de 1,30 para 0,67, o que demonstra uma melhora na homogeneidade das notas dos alunos desse grupo. O mesmo não acontece com o GC, pois, embora tenham um pequeno aumento na média, o desvio-padrão também aumentou – de 1,11 para 1,70 – o que implica no fato das notas dos estudantes desse grupo estarem distorcidas em relação à média. Por conseguinte, os grupos alteraram os coeficientes de variação, pois no pré-teste, o GE alcançou 0,53 e o GC atingiu 0,79, enquanto que no pós-teste, o GE obteve 0,12 e o GC, 0,85. Os resultados mencionados evidenciam que poucos alunos do GC melhoraram as médias, contrapondo-se aos estudantes do GE.

### ***5.1.2 Análise do desempenho e das estratégias empregadas pelos estudantes de cada grupo na resolução da situação-problema 2***

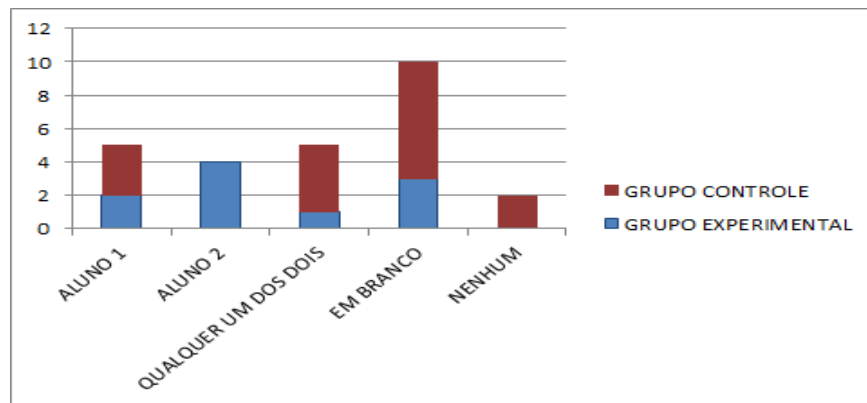
Nesta seção são apresentadas as estratégias empregadas por alguns estudantes na resolução da situação-problema 2. A análise dessa questão foi separada das demais, por considerarmos que sua resolução depende de diferentes fatores, tanto argumentados com base em cálculos matemáticos, percepção dos valores presentes no problema, questões pessoais, como condições escolares (notas na disciplina de matemática) de cada indivíduo, e aspectos morais.

O problema 2 tem o seguinte enunciado: “Dois alunos do 9º ano realizaram cinco testes para a disciplina de matemática. As notas obtidas estão descritas a seguir (numa escala de 0 a 10): Aluno 1: 6 - 9 - 8 - 6 - 8; Aluno 2: 4 - 10 - 10 - 4 - 9. Se você tivesse que fazer um teste de Matemática, qual desses dois estudantes escolheria para fazer uma dupla? Explique como chegou a essa conclusão.”

Ao solucionar o problema, o estudante deveria indicar qual dessas duas opções ele escolheria para fazer um trabalho em dupla. Esperava-se que, ao calcular as médias aritméticas de cada sujeito da situação, os estudantes obtivessem valores iguais. Com isso, os estudantes deveriam inferir sobre o comportamento das notas gerais em relação a média, já que o aluno 2 possui notas muito variadas e inconstantes em relação a essa média, enquanto que o aluno 1 possui notas pouco variadas. O gráfico 1, apresentado abaixo, indica o quantitativo de estudantes considerando as respostas da questão 02 dos testes aplicados.



Gráfico 1 - Respostas dos estudantes no pré-teste relativas à situação 02

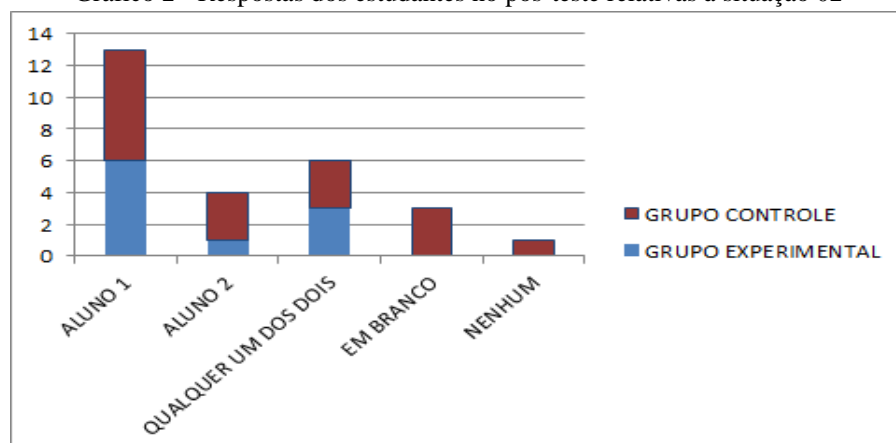


Fonte: dados da pesquisa.

As respostas dos estudantes foram classificadas em: Aluno 1, Aluno 2, Qualquer um dos dois, Em branco e Nenhum. Para essa categorização levamos como base as estratégias e os registros deixados pelos estudantes dos grupos nos testes. Com isso, a partir do gráfico 1, é possível realizar algumas inferências acerca da situação proposta. O quantitativo de 12 estudantes deixou o problema em branco ou indicou nenhuma das possíveis respostas. Um desses estudantes indicou como resposta “O Yan”, fazendo referência a um de seus colegas da turma, enquanto outro assinala que faria a dupla do trabalho com “Seu melhor amigo da sala”. Esses tipos de respostas são indícios de que os estudantes não compreenderam o comando solicitado pela situação-problema, ou ainda não formalizaram o conceito de média aritmética, visto que essa poderia ser uma possibilidade de estratégia resolutive.

Em um segundo momento, após a intervenção com o grupo experimental, os dois grupos foram novamente submetidos a um teste, no qual continha uma situação similar de comparação de notas entre dois sujeitos. Os resultados estão apresentados no gráfico 2.

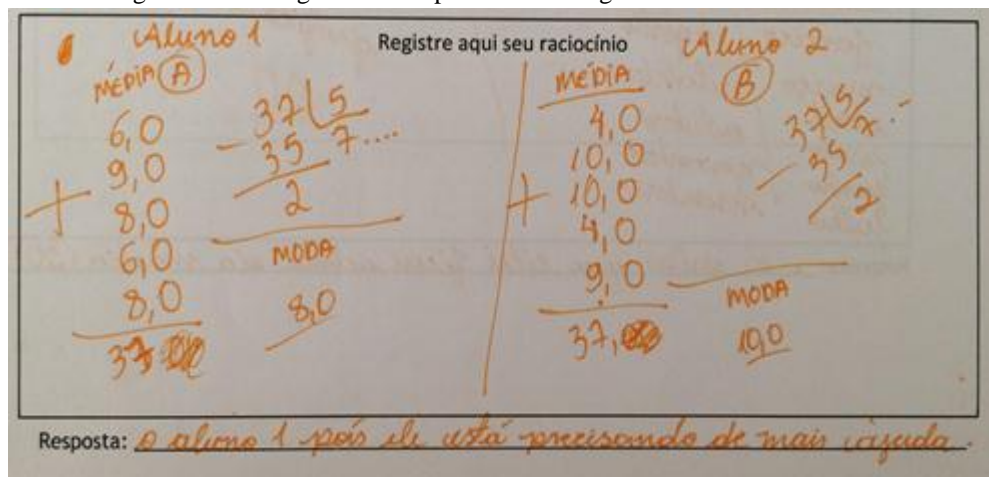
Gráfico 2 - Respostas dos estudantes no pós-teste relativas à situação 02



Fonte: dados da pesquisa.

Considerando a classificação das respostas, não surgiram novas categorias, utilizando-se, dessa forma, as mesmas citadas na análise do gráfico 1. A partir da análise dos dados do gráfico 2, é possível identificar que houve diminuição no número de testes em branco ou dos estudantes que consideraram a resposta ‘nenhuma das opções propostas’. O mesmo sujeito mencionado anteriormente voltou a citar que escolheria “seu melhor amigo” para realização do trabalho citado na situação-problema. Chama-se atenção para o número de estudantes que apontaram a categoria Aluno 1 como resposta, o que corresponde a 46% do total de alunos que responderam ao teste, ou seja, tanto no GC quanto no GE houve crescimento dessa categoria. Contudo, ao analisar as justificativas para a indicação da resposta, percebeu-se que os estudantes do GE apresentaram estratégias mais sofisticadas após a intervenção, lançando mão de conceitos estudados durante os encontros, tais como média, moda e mediana. A figura 4 exemplifica esse tipo de estratégia:

Figura 4 - Estratégia utilizada por E3 como argumento a média aritmética



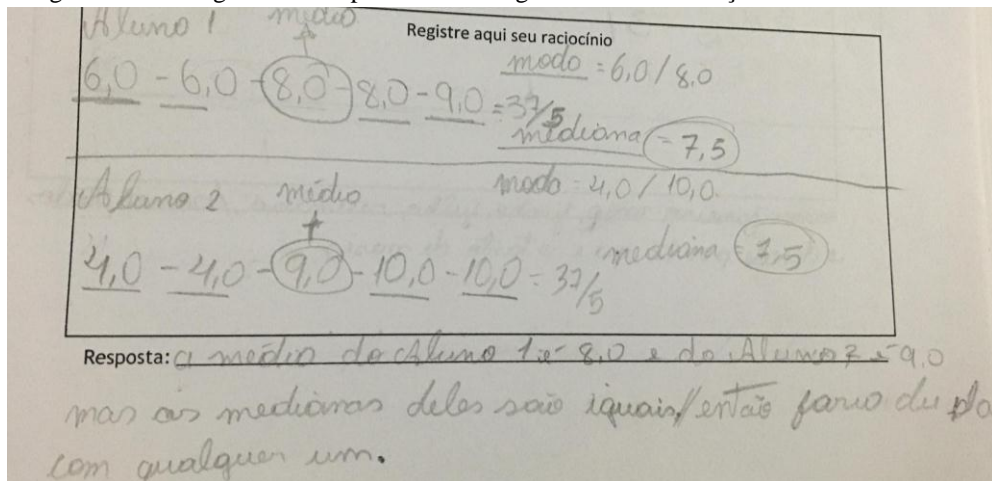
Fonte: dados da pesquisa.

O protocolo apresentado pela figura 4 nos permite inferir que o estudante parece conhecer os procedimentos para o cálculo da média aritmética, já que efetua a soma dos valores das notas de cada um dos alunos mencionados no problema, para em seguida dividir esse resultado pelo número de elementos observados. Cabe ressaltar que todos os cálculos registrados por E3 são pautados a partir de representações numéricas. Porém, ao efetuar a divisão é possível perceber que E3 identifica que os resultados das médias serão equivalentes, fato sinalizado pela incompletude nos algoritmos das divisões. Dessa forma, o estudante busca outras medidas estatísticas que complementam a resolução do problema, nesse caso, o conceito de moda. Diante disso, ao calcular as modas de cada amostra, E3 destaca os números

8 e 10 como sendo a moda relativa entre as notas dos respectivos alunos do problema, porém desconsidera os outros valores da moda das amostras, a saber: 6 e 4, respectivamente.

Também foi identificado o protocolo de um estudante que se utiliza de uma combinação das medidas de tendência central para justificar sua resposta. Ressalta-se a evolução conceitual dessa estudante, em específico, por considerar que durante a aplicação do pré-teste a mesma não conseguiu elaborar argumentos que justificassem sua escolha, deixando o teste em branco. A estratégia apresentada pelo protocolo da figura 5 representa a resolução de E5 após a proposição das intervenções.

Figura 5 - Estratégia utilizada por E5 como argumento a combinação de medidas-resumo



Fonte: dados da pesquisa.

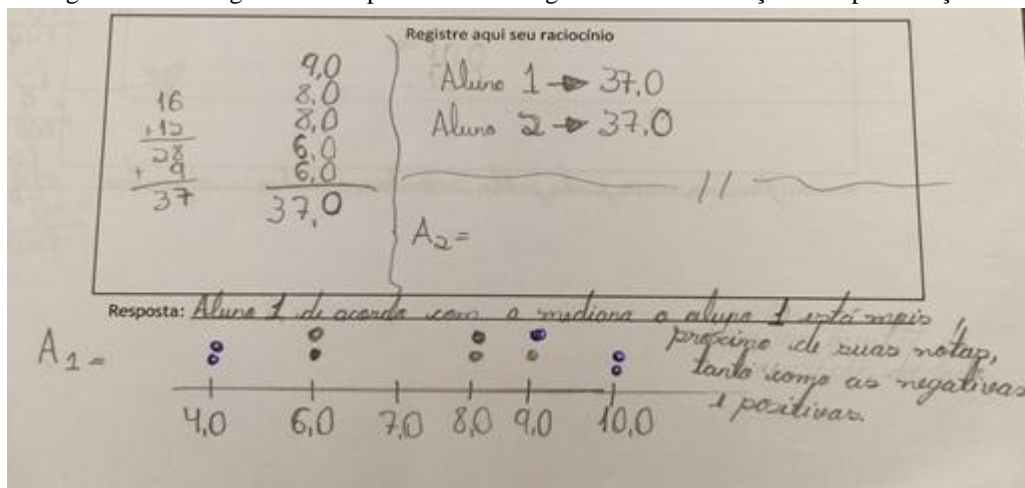
A resolução de E5 consiste em calcular os valores correspondentes as principais medidas de tendência central: média, moda e mediana. Inicialmente, a estudante coloca as notas de cada aluno da situação-problema em ordem crescente, para, em seguida, indicar o valor que ocupa a posição central da amostra, ou seja, a nota mediana. Associado a mediana, E5 calcula o valor que mais se repete nas amostras, a moda. Porém, diferentemente de E3, a estudante E5 percebe que as sequências de notas tratavam-se de amostras bimodais, com valores 4 e 10 para o aluno 1 e 6 e 8 para o aluno 2. Além disso, a estudante aponta indícios do cálculo da média aritmética, contudo, ao efetuar a soma dos valores das notas ocorreu um erro procedimental do algoritmo, pois, ao efetuar a divisão, o valor correto para a média seria 7,4. No entanto, o valor indicado para a média de ambos os alunos foi 7,5, o que poderia ser um possível arredondamento feito por E5 para esse valor.

Ademais, além do erro procedimental quanto ao cálculo da média aritmética, é possível detectar uma confusão conceitual do entendimento da média e da mediana, já que a estudante altera a nomenclatura das medidas. Por outro lado, apesar de E5 indicar, mesmo que

de forma errônea, todas as medidas de tendência central, não as explora corretamente ao apresentar sua justificativa de escolha. Com isso, para sua resposta final, E5 aponta que escolheria qualquer um dos estudantes para fazer dupla.

Também foi identificado o protocolo de um estudante que utilizou uma combinação de estratégia, pois, além dos algoritmos da adição, faz uso da representação gráfica como forma de subsidiar a fundamentação da resolução do problema, como pode ser checado na figura 6.

Figura 6 - Estratégia utilizada por E10 como argumento a combinação de representações.



Fonte: dados da pesquisa

Frente ao protocolo acima, verifica-se que o estudante utilizou-se de todos os dados do problema ao somar individualmente as notas dos alunos correspondentes à situação. Em seguida, E10 compara as notas, o que nos remete a refletir que, ao dividir os valores pela quantidade de notas de cada aluno do problema, o resultado seria o mesmo, ou seja, médias com valores iguais. Infere-se também que a construção do gráfico *dotplot* se deu após a proposição dos algoritmos e como forma de complementar a resolução do problema. O estudante E10 empilha as bolinhas, que representam as notas de cada um dos alunos, destacando uma legenda entre os dados através de bolinhas pintadas com lápis e com caneta. De posse dessas representações e do cálculo da média, E10 justifica sua resposta pontuando que escolheria o aluno 1, pois suas notas estariam mais próximas da média, tanto as notas altas (positivas), quanto as notas baixas (negativas).

Na próxima seção, discorreremos sobre as estratégias dos estudantes ao longo da resolução das atividades da intervenção e na utilização do *Geogebra*.

## 5.2 Análise das estratégias dos estudantes nas atividades durante a intervenção

As análises da intervenção resultaram na elaboração de duas macrocategorias: (1) Análise da compreensão dos estudantes acerca dos conceitos estatísticos; (2) Contribuições do *software Geogebra* para a visualização e a formalização dos conceitos de variabilidade; as quais serão detalhadas a seguir.

### 5.2.1 Análise da compreensão dos estudantes acerca dos conceitos estatísticos

Nessa macrocategoria são elencadas percepções dos estudantes sobre os conceitos iniciais acerca dos elementos estatísticos e suas implicações no cotidiano, tais como: representações gráficas, medidas de tendência central e medidas de dispersão. A partir disso, criaram-se três categorias com base nos protocolos e nas estratégias empregadas pelos estudantes durante a resolução e discussão das atividades: a compreensão dos estudantes sobre os elementos estatísticos; a compreensão *a priori* dos estudantes sobre medidas de tendência central; raciocínio sobre variação e variabilidade a partir das medidas de tendência central e medidas de dispersão.

#### 5.2.1.1 A compreensão sobre os elementos da Estatística

Essa categoria engloba as percepções iniciais dos estudantes sobre a Estatística e suas contribuições para o cotidiano do cidadão, bem como ferramenta para a promoção e a tomada de decisões a partir de informações coletadas. Essas discussões ocorreram no primeiro e no segundo encontros, que tinham como intuito fomentar a descrição das atividades do projeto e os conceitos iniciais de média, moda e mediana, além dos objetivos do projeto.

O protocolo 01, a seguir, demonstra as percepções iniciais dos estudantes acerca da compreensão sobre a Estatística

P: Pra vocês o que é Estatística?

E4: Tem alguma coisa a ver com tabelas.

E1: Gráficos, tabelas, formas. Gráfico é a mesma coisa que tabela?

E4: Tem diferença sim. Gráfico é mais tipo aquelas coisas assim [faz um sinal indicando as colunas].

E3: Ah, tem as fórmulas também.

E8: Formas.

P: Formas? Que tipo de formas? Poderia me dar um exemplo?

E8: Formas, é... quadrado, triângulo. Formas geométricas.

E4: O que tem a ver? Não. Isso daí é Geometria. Não é a mesma coisa.

P: E vocês saberiam me dizer pra que serve a Estatística? Ela está no nosso dia a dia?

E4: Tá.

P: Como?

E4: Quando passa no jornal. Como é que diz... Tipo a empresa tá aqui nessa medida aqui [eleva a mão indicando um ponto máximo] e depois fica aqui [abaixa o dedo indicando um ponto com valor menor que o anterior]. Crescente e depois decrescente.

E3: Também aparece no jornal aqueles gráficos assim: de coluna.

E6: Aqueles gráficos assim, de aumento e diminuição do preço das coisas.

E3: Tem também as tabelas e os gráficos das votações que fala sobre os resultados das pesquisas.

A partir das discussões postas pelo protocolo 01 é possível identificar uma falta de clareza dos estudantes quanto ao que seja a área do conhecimento denominada de Estatística, muito em vista por apresentar conceitos quase sempre ligados aos capítulos finais do livro didático de Matemática, o que acaba fazendo com que professores não abordem essa área por falta de tempo ou pela carência em sua formação em estabelecer a ligação desses conceitos aos demais conteúdos.

Contudo, os estudantes apontam alguns elementos que dão significado a Estatística, tais como: gráficos, tabelas e fórmulas. O fato de destacar as fórmulas matemáticas pressupõe uma confusão entre o objeto de estudo da Matemática e da Estatística, provocando uma dificuldade quanto à percepção e diferenciação entre as ciências, acarretando a proposição de que a Estatística apresenta certo grau de incerteza dos fatos, reforçando as regras e os procedimentos matemáticos (CAZORLA *et al.*, 2017; LOPES; CARVALHO, 2009).

Lopes (2010) considera que o objetivo da Estatística visa contribuir para que o indivíduo possa analisar e relacionar de forma crítica os dados apresentados, utilizando os conhecimentos estatísticos e probabilísticos, a fim de questionar e até mesmo ponderar a veracidade de certos dados. Assim, uma das maneiras de organizar as informações é através de gráficos e tabelas e constitui-se num importante recurso para a análise de dados e tratamento da informação, como mencionados por E1 e E4.

Ainda acerca desse protocolo, é possível identificar a mediação realizada pela estudante E3, ao ser questionado sobre as semelhanças entre gráficos e tabela. Cabe salientar que, durante a intervenção, os estudantes conheciam apenas o gráfico de barras e muitos, incluindo E1, não possuíam habilidades sobre a construção, mobilização e conversão entre as representações gráfica e tabular. O gráfico de barras, apontado pelos estudantes, é o mais comumente utilizado na Educação Básica e bastante empregado em noticiários de jornais, como descrevem E3, E4 e E6, sejam esses meios de comunicação virtual ou impresso, para

veremos a impregnação de quadros, tabelas, gráficos, ou seja, de uma linguagem semiotizada que permite a comunicação de dados e informação.

Ademais, é possível inferir aspectos iniciais sobre a percepção da variação por parte de alguns estudantes, ao aludir sobre os gastos de uma empresa fictícia, a partir da afirmação apontada por E4, ao indicar a alteração de valores presentes em gráficos de linhas. A estudante E6 complementa a afirmação de E4, ao considerar haver variação dos preços das mercadorias, das frutas e dos produtos do dia a dia. Contudo, quando questionados sobre quais seriam as causas ou efeitos dessa variação, nenhum estudante conseguiu apontar aspectos intuitivos sobre a descrição dessa variabilidade.

Em um segundo momento, foi discutida com os estudantes a função da Estatística no cotidiano deles e como poderiam utilizá-la como ferramenta de tomada de decisões e previsibilidade de fatores naturais.

O protocolo 02 explicita a Estatística como ferramenta para a tomada de decisões, como pode ser visto abaixo:

P: Então, pra que serviriam esses gráficos e essas tabelas que vocês falaram?

E3: Facilitar a vida das pessoas.

E4: Pra organizar a vida das pessoas. Pra organizar as informações.

P: Tem o exemplo do jornal sobre a previsão do tempo.

E3: Eu não acredito. Eu sempre olho para o céu no dia que eles falam que vai chover. Quando ela [a jornalista] diz que vai chover eu saio do meu quarto olho pro céu e nada. Depois de uma hora é que chove.

E4: Ah. Mas é previsão. Serve pra prever, não é certeza.

P: Mas sempre chove no mesmo período? Por exemplo, no Ceará, é comum chover em outubro?

E3: Geralmente, não. Aliás, acho que não.

P: Então, geralmente chove em quais meses?

E1: Varia. No início do ano. Que eu saiba, Fevereiro, Março e Abril.

P: E alguém saberia dizer por que varia?

E8: O professor de Geografia disse que tem a ver com as plantas, o aquecimento global. Tá mudando muito. Tem ano que chove muito e outros que chove pouco.

E4: E nós tamos em qual mês?

E1: Maio.

E3: Mas ainda tá chovendo. E as vezes chove forte, mesmo não estando nesse período.

P: Mas é comum chover forte nesse período? E o que poderíamos fazer sabendo da previsão do tempo se vai chover ou não?

E3: A gente pode tomar decisão.

E1: É! Colocar o guarda-chuva na bolsa ou a capa da chuva. E eu tiraria as roupas do varal [Essa resposta foi em decorrência de uma intervenção feita por um dos estudantes, o qual disse que a mãe antes de colocar as roupas para secar ao ar livre olha para o céu com intuito de verificar a possível precipitação].

Os discursos dos estudantes a partir do diálogo acima torna claro uma das características principais dos conceitos estatísticos, que concerne à organização e análise de

informações para a tomada de decisões. Ademais, uma das possibilidades de organização é enfatizada por E3 e E4, quando apontam as representações tabulares como estratégia de organização dos dados. Porém, quando confrontados sobre a Estatística como ferramenta de previsibilidade, os estudantes parecem incomodados e descrentes, em especial, sobre a previsão do tempo que é apresentada nos noticiários, como relata o pesquisador. Contudo, mesmo com a indecisão relativa à previsão do tempo, E1 explicita que, ainda assim, podemos tomar decisões acerca dessas informações, apontando como exemplos: colocar o guarda-chuva e a capa de chuva na mochila e retirar as roupas secas do varal.

Ainda nesse protocolo é possível voltar-se o olhar sobre os aspectos da variabilidade. Ao serem questionados sobre como estaria o tempo naquela semana, alguns estudantes indicaram que ainda continuava chovendo, mesmo em período irregular à quadra chuvosa. Nesse sentido, E8 justifica essas alterações devido a fatores climáticos, além de indicar uma possível caracterização sobre a precipitação local. Reading (2004) reforça a contextualização de situações próximas, experimentais e significativas aos estudantes como propósito crucial e motivacional para a compreensão dos conceitos de variação e variabilidade estatística. Ademais, a utilização de termos genéricos como: “chove forte”, “chove muito” e “chove pouco” para qualificar informações indicam habilidades iniciais intrínsecas à observação da variabilidade (READING, 2004; GARFIELD; BEN-ZVI, 2005; MARTINS; PONTES, 2010).

Em discussões posteriores, os estudantes relataram suas compreensões sobre os conceitos de média, moda e mediana. Destarte, o protocolo 03 apresenta a compreensão a priori sobre os conceitos de média, moda e mediana:

P: Alguém saberia dizer o que é média, moda ou mediana?

P: Então. O que é média?

E1: É uma divisão.

P: Uma divisão? Entre o que? Valores?

E1: Eu tenho duas laranjas. Divide pra duas pessoas. Fica quatro.

P: Mas isso é média? A média das notas de vocês, como o professor faz?

Alunos: Ele soma e divide por três.

E1: Por exemplo, se um aluno tirou 8 na nota das atividades, 7 na prova parcial e 6 na prova pra calcular a média bimestral, eu somo tudo e divido por três.

P: Então, nesse caso a média seria quanto?

Alunos: Sete!

P: Mas o que ela representa? [Os alunos ficam em silêncio]

E2: É um resumo. É uma nota que resume tudo o que você estudou no bimestre.

E4: Então quando o professor acrescenta a nota dos trabalhos ele divide por quatro, por que ele coloca outra. Tipo eu tirei dois seis e dois sete. A soma dá... vinte e seis e divide por quatro. Hum...

P: E sobre a moda, alguém sabe o que é a moda?

E4: Tem a ver com roupa.

P: É! Pode ter a ver com roupa. O que é a moda em roupa?



E3: Moda é o que acontece mais.

E8: É o número que tá mais se repetindo.

P: Por exemplo, se eu tiver as notas oito, oito, seis e sete. Qual é a moda entre as notas?

E8: Oito! Por que é o número que mais se repete. Duas vezes.

Pesquisador: E a mediana?

E4: É o que está acima da média.

Na próxima seção, apresentamos a análise da primeira atividade proposta ao GE, realizada no segundo encontro. Nesse momento, foi proposta aos estudantes uma atividade utilizando-se de lápis, canetas, papel e réguas, cujo objetivo era realizar a conversão entre a representação tabular em gráfica; cálculo e interpretação das medidas de tendência central: média, moda e mediana; além de argumentar sobre a comparação entre as informações. Os protocolos reforçam o cumprimento da atividade.

### **5.3 Raciocínio sobre a variabilidade a partir das medidas de tendência central**

Essa categoria de análise engloba três aspectos dessa atividade: as justificativas de escolha quanto à representação, por cada dupla; as percepções dos aspectos variacionais (causas, consequências e comparações); além da qualificação dos argumentos apresentados pelos estudantes na realização das comparações. Iniciamos, pois, com as justificativas que levaram à escolha dos tipos de gráficos.

#### **5.3.1 A conversão entre as representações tabular e gráfica**

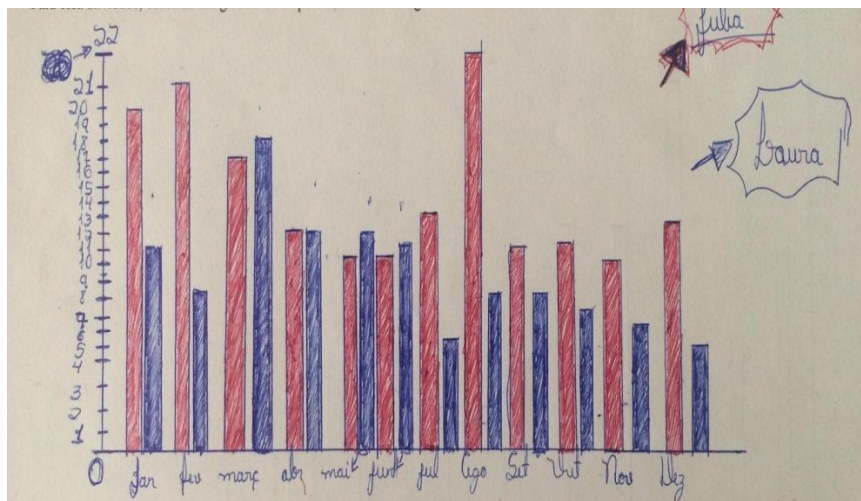
Os protocolos apresentam as reflexões, discussões e justificativas para a escolha de cada representação. Ressalta-se que, mesmo conhecendo diferentes representações, tais como gráficos de colunas, linhas, setores e pictogramas, todas as duplas justificaram suas respostas com base no gráfico de barras, demonstrando que a maioria dos estudantes já teve algum tipo de contato com esses gráficos, quer no livro didático, quer em notícias de jornais, revistas, meios eletrônicos ou em trabalhos realizados na própria escola.

Para verificar os conhecimentos prévios das estudantes quanto às convenções entre o registro tabular e o gráfico, foi proposta uma atividade realizada em dupla com o auxílio de lápis, papel e régua. Assim, os estudantes foram organizados em 5 (cinco) duplas mistas, para as quais foram entregue um quadro (Apêndice C) preenchido com informações do consumo de água das residências dos próprios alunos. Como alguns alunos haviam esquecido de enviar os dados sobre o consumo, essas foram complementadas por informações

fictícias. Diante disso, os alunos deveriam escolher duas residências aleatórias para: elaborar a conversão entre as representações tabular em gráfica e argumentar a respeito do comportamento do consumo.

Para essa atividade, somente um dupla (E6 e E9) não conseguiu realizar com êxito, justificando que não sabiam construir nenhum tipo de gráfico. Porém, ao aprofundar reflexões com essa dupla, os alunos evidenciaram conhecimento sobre análise de informações contidas em gráficos, cálculos da média e da moda a partir de registros em tabelas de dupla entrada, reconheciam a existência de diferentes registros gráficos, porém não sabiam os procedimentos para sua construção. Nesse sentido, para essa dupla foram analisados apenas os dois primeiros aspectos. A figura 7 apresenta a representação escolhida por uma das duplas.

Figura 7 - Gráfico de colunas – dupla: E7 e E10



Fonte: dados da pesquisa – Atividade diagnóstica 1 (Apêndice C).

É possível perceber, a partir da figura 7, que os estudantes reconhecem os procedimentos para a concepção do gráfico de barras, já que sinalizam os eixos coordenados de forma correta, indicando o consumo da residência pelo eixo vertical e, horizontalmente, os meses do ano. Além disso, os alunos diferenciam os valores das duas residências escolhidas através de um elemento gráfico específico, a legenda. Este tipo de elemento gráfico visa identificar as categorias de análise das informações, com propósito visual de comparação. Quando questionados sobre dificuldades na construção do gráfico, os estudantes dessa dupla não indicaram qualquer esboço.

É importante observar que compreender notações não apresenta grandes dificuldades cognitivas, porém ressalta-se como parte da formalização para a compreensão do

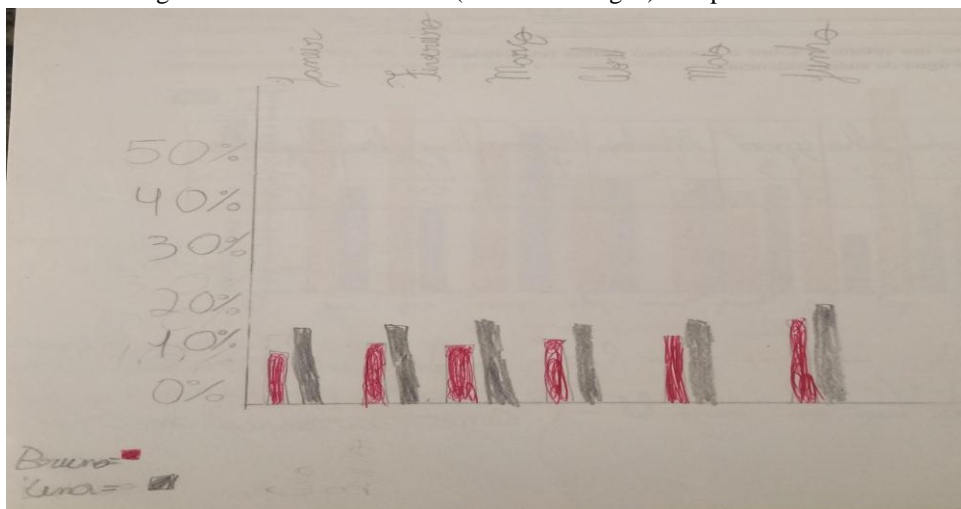
sistema de representação, na perspectiva de Vergnaud (1983;1988; 2009), percebe-se, ainda, um cuidado da dupla em construir retângulos de forma proporcional e no mesmo sistema de eixos. Castro (2012) reforça que a percepção da proporcionalidade nas representações pode ser um elemento dificultador nos momentos de análise das informações, uma vez que envolve a mobilização de diferentes invariantes do conceito: maior, menor, igual, divisão, razão, fração, dentre outros.

Por outro lado, quando questionada sobre a escolha do gráfico, a dupla relata que, inicialmente, havia construído dois gráficos de colunas, porém, em sistemas coordenados diferentes. Com isso, perceberam dificuldades no momento da análise, pois seus argumentos foram baseados na percepção dos pontos de variação (máximo, mínimo, crescimento e decréscimo) do consumo das residências. Ademais, identificaram ainda desconforto na leitura das informações, já que precisavam ficar trocando de lado a folha e olhando para dois gráficos simultaneamente.

Em outro momento, E10 destaca que, no formato de um único sistema, as informações são mais fáceis de serem comparadas. Cabe ressaltar que somente duas duplas propuseram o gráfico em um único sistema cartesiano, porém somente E7 e E10 construíram a escala adequada a partir das informações solicitadas no problema. O padrão de medida utilizado foi o centímetro, o que possivelmente demandou uma contagem cautelosa para a construção da escala.

A dupla composta pelos estudantes E5 e E8 também optou pelo gráfico de colunas confeccionado no mesmo sistema cartesiano, contudo não conseguiram justificar a opção da construção gráfica. A figura 8, abaixo, exemplifica esse procedimento.

Figura 8 - Gráfico de colunas (consumo de água) – dupla: E5 e E8



Fonte: dados da pesquisa – Atividade diagnóstica 1 (Apêndice C).

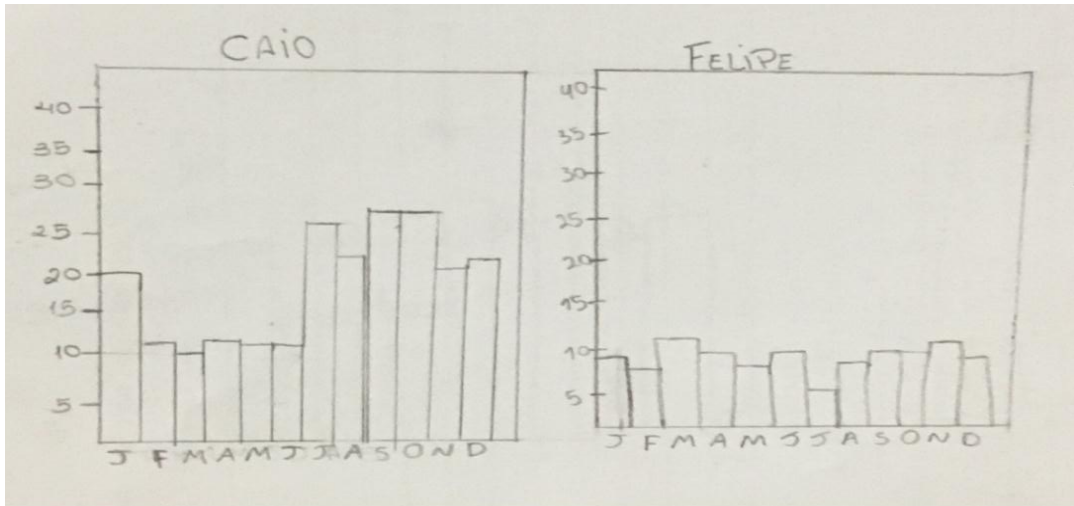
No protocolo apresentado no exemplo acima, é possível identificar alguns elementos gráficos semelhantes aos identificados pela dupla anterior, por exemplo: legenda, construção dos eixos horizontal e vertical. Ressalta-se, ainda, que, mesmo disponibilizando-se a régua como instrumento auxiliar, houve um desprendimento por parte da dupla, já que as colunas dos gráficos encontram-se construídas de forma irregular. Ademais, a nomenclatura expressa pelo eixo vertical deveria ser pontuada com base em números inteiros, porém os alunos utilizaram os valores expressos na forma de percentual. Desse modo, é possível identificar as dificuldades enfrentadas pelos estudantes em conseguir estabelecer uma relação proporcional entre a escala e os valores do consumo de água das residências escolhidas. Um aspecto importante presente nessa representação foi considerar a evolução do consumo a partir do ponto zero.

O gráfico da figura assemelha-se a um exemplo presente na pesquisa de Lima (2010), no qual o estudante constrói um gráfico e indica os valores na forma percentual, sem, contudo, justificar essa estratégia. Ao justificar tal estratégia, E8 aponta que iniciou a análise a partir do cálculo da mediana e percebeu que esse valor deixa os valores concentrados em dois conjuntos de dados com metade dos elementos cada, ou seja, 50% (cinquenta por cento). Nota-se que o fato de, no primeiro encontro, terem sido discutidas as medidas de tendência central pode ter causado um obstáculo didático, já que o estudante forçou-se a utilizá-las, mesmo sem ainda ter compreendido formalmente esse conceito.

Ao pontuar as informações através de porcentagem, os estudantes remontam conhecer habilidades procedimentais de conceitos inerentes à estatística. Destarte, o conceito matemático acerca da porcentagem é necessário à compreensão de informações estatísticas, cujo entendimento contribui para o desenvolvimento do pensamento estatístico. Sobre isso, Gal (2002) destaca que o conhecimento matemático está entre os cinco componentes cognitivos responsáveis pela capacidade humana de ler, interpretar, analisar e avaliar criticamente as informações estatísticas.

A resolução proposta por E1 e E5 foi institucionalizada com base na produção de seus gráficos de forma separada, conforme pode ser observado na figura 9, abaixo.

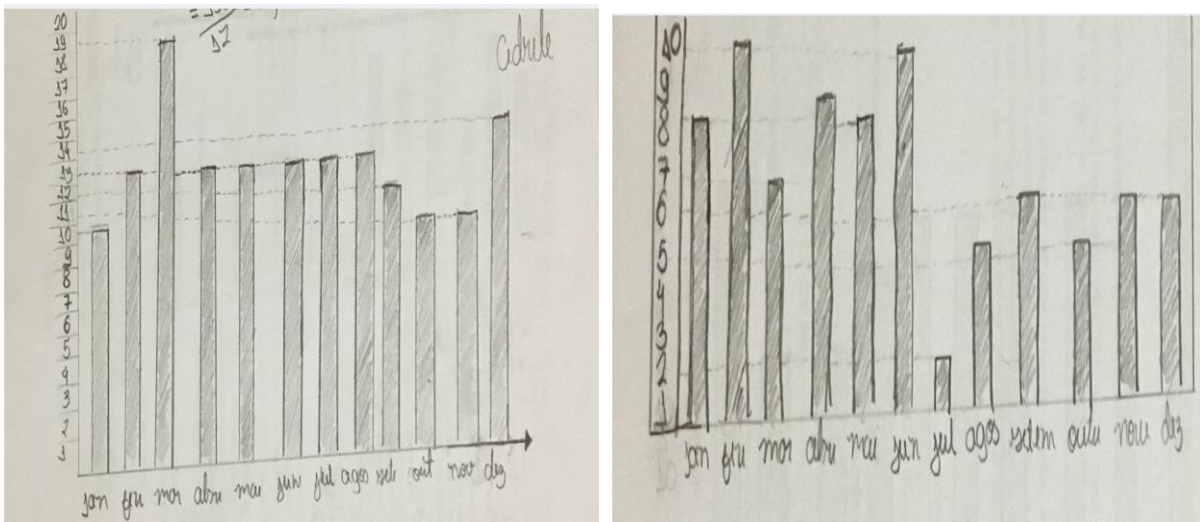
Figura 9 - Gráfico de colunas separadas (consumo de água) – dupla: E1 e E5



Fonte: dados da pesquisa – Atividade diagnóstica 1 (Apêndice C).

Embora os gráficos estejam separados, ao analisá-los a dupla mencionada não teve dificuldades em sua análise e percepção dos aspectos variacionais. Acredita-se que esse fato pode estar relacionado com o fato de as construções estarem bastante próximas. Percebem-se, ainda, aspectos envolvendo uma gradação proporcional dos valores relativos ao consumo, representado pelo eixo vertical, no qual a dupla indica com intervalos de 5 cinco unidades cada. Indica-se ainda uma preocupação da dupla em diferenciar os gráficos a partir da nomeação de cada sujeito analisado, Caio e Felipe, respectivamente. Protocolo semelhante foi empregado por E3 e E6, porém elaborados em folhas diferentes, o que pode ter dificultado a análise posterior sobre as interpretações, conforme mostra a figura 10.

Figura 10 - Gráfico de colunas separadas (consumo de água) – dupla: E3 e E6



Fonte: dados da pesquisa - Atividade diagnóstica 1 (Apêndice C).

Os gráficos na figura 10 são utilizados para representar dados quantitativos e proporcionam uma visualização mais rápida referente às informações que se pretende informar. Com isso, a escolha do tipo de gráfico está vinculada às intenções de quem os elabora e necessita de elementos básicos como: escala, legenda, eixos e dados apresentados. Ao analisar as representações gráficas propostas pelos estudantes, as justificativas das duplas pelos gráficos de coluna decorrem principalmente por facilitar a visualização e possíveis comparações quanto ao consumo de água das residências escolhidas pelos estudantes.

Os resultados apresentados nesta subseção indicam a necessidade de um trabalho mais sistematizado em sala de aula, voltado para questões fundamentais da construção gráfica, refletindo-se, sobretudo, a adequação dos dados ao tipo de gráfico. O gráfico por si só deve apresentar informações claras e objetivas, porém nenhum gráfico discutido nesta subseção destaca elementos que indicassem o tema que estava sendo abordado, já que esse componente é crucial no momento de análise das informações estatísticas.

Wild e Pfannkuch (1999) asseveram que a variação é um elemento onipresente à variabilidade estatística, devendo ser uma realidade observável e presente em diferentes situações do cotidiano dos estudantes para a tomada de decisões. Por outro lado, os diferentes tipos de gráficos podem revelar diferentes observações e aspectos da variabilidade num conjunto de dados (BATANERO, 2001; GARFIELD; BEN-ZVI, 2005, NOVAES, 2011). Acerca disso, na próxima seção, apresentar-se-á as reflexões dos estudantes sobre a análise das observações e percepções da variação incorporadas aos gráficos construídos pelos próprios sujeitos.

### ***5.3.2 Reflexões sobre a percepção e medição da variabilidade estatística***

Esta subseção aglutina as interpretações e análises retiradas pelos próprios estudantes. Com isso, as discussões apresentam níveis diferentes de representação da variabilidade, pois alguns alunos caracterizam suas percepções apenas com argumentos pontuais, já outros constituem suas falas com base em alegações pautadas nas medidas de tendência central.

O protocolo 04 envolve a análise baseada em aspectos pontuais da variação, a seguir são apresentadas as reflexões das duplas para a escolha do gráfico e observação da variabilidade:

P: Por que vocês decidiram usar o gráfico com as colunas juntas e não separadas?

- E10: Ah sei lá junto fica mais fácil de entender. Eles separados fica mais mal entendido. Assim é mais organizado.
- E7: É mais fácil para comprar utilizando esse tipo de gráfico
- E10: Por exemplo, eu consigo ver aqui em qual mês foi maior o consumo de uma do que da outra.
- P: E quais meses foram esses, que o consumo de uma foi maior do que o da outra?
- E10: Janeiro, fevereiro, março e agosto, esses são os da Julia.
- E7: Teve um momento que teve o crescimento de consumo de água da Júlia. Teve entre os meses de janeiro, maio e o de agosto também.
- P: De qual pessoa?
- E10: De Júlia. A Júlia cresceu mais do que o da Laura. Entre janeiro e março ela cresceu mais.
- E7: A de Laura cresceu, aí diminuiu aí cresceu só mais um pouquinho.
- E7: Por exemplo, aqui pelo gráfico em janeiro a Laura ela gasta muito mais água do que a Júlia é só olhar aqui para essa coluna aqui [aponta para as colunas referentes ao mês de janeiro].
- E8: Nos primeiros meses do ano o Bruno consumiu menos água do que a Ana. E nos últimos meses do ano teve uma mudança. Ana consumiu mais água do que o Bruno.
- P: Teve algum momento que o consumo da Ana foi maior do que o consumo do Bruno?
- E8: Todos os meses já teve o consumo mais alto. Só no final que observei que o Bruno passou dela.
- E5: Foram poucos os meses que o Bruno passou dela.

O protocolo 04 demonstra que a justificativa para a escolha do gráfico decorre inicialmente ao proporcionar uma observação global da variação, como cita E10, reforçando que poderia ter uma visão geral dos dados sobre o consumo das residências. Quanto à comparação de gráficos, apesar dos estudantes compreenderem que os dados dos conjuntos variavam, suas respostas nos suscitaram novas reflexões e questionamentos a respeito das informações, com base na comparação pontual do gráfico, identificação dos pontos de máximo e mínimo e períodos de crescimento, decrescimento e constantes do consumo de água.

Também é possível verificar a predição da variabilidade na fala dos estudantes através de expressões como: “diminuiu um pouquinho, teve um momento de crescimento, janeiro, maio e agosto; teve crescimento entre os meses de [...], menos do que, consumo mais alto”, que revelam uma sistematização das ideias mencionadas. Posteriormente, quando questionados acerca dos pontos comparativos, os estudantes conseguem indicar visualmente os meses em que o consumo de um sujeito foi maior do que outro, que, segundo Curcio (1987), refere-se a uma leitura entre os dados gráficos, caracterizando os pontos de variação. Cabe ressaltar que a leitura entre os dados exigem dos sujeitos habilidades matemáticas, ao estabelecer relações propostas, mesmo o estudante não expressando através de uma magnitude numérica.

À medida que os alunos eram questionados, sentiam a necessidade de ampliar a caracterização dos consumos e das comparações. Desse modo, todas as duplas espontaneamente calcularam as medidas de tendência central exploradas no encontro anterior: média, moda e mediana, suscitando justificativas mais complexas a partir da comparação dos dados em torno da média.

O protocolo 05 demonstra esse exemplo a partir das reflexões sobre a caracterização do consumo:

P: Como vocês calcularam a média?

E7 e E10: A gente somou o valor do consumo de cada uma e dividiu pela quantidade de meses, 12.

E10: A média de Laura deu 9,16. A da Júlia deu 14,0.

E7: Eu acho que é o resumo do que ela conseguiu consumir em cada mês olhando para o ano todo. É como se todo mês ela tivesse consumido esse valor 9,16.

E10: Os meses que caiu mais foi de julho a dezembro. Maior que a média foi janeiro, março, abril, maio e junho.

P: De quanto foi o consumo de água de Ana?

E8: Foi 128, e a do Bruno foi 114.

P: Teve diferença do consumo deles?

E8: Foi de 14 metros cúbicos. Só pega esse daqui [128] menos esse daqui [114].

E8: A gente calcula moda também.

E8: A do Bruno foi 13 e a da Ana foi 8.

E8: Foi as quantidades de água que mais repetiram no mês do ano. [O significado para o problema]

E8: Teve um período aqui de abril e junho, e depois mais três meses seguidos tirando 13 de consumo. Já no do Bruno, foi só outubro e novembro que ele tirou 9. [Percepção sobre o consumo constante das residências]

E5: Janeiro, fevereiro, março, abril e maio. [Identificaram os meses com consumo acima da média]

Cabe ressaltar que os estudantes apresentaram espontaneamente o raciocínio sobre a variabilidade a partir da média e da mediana. Nenhum sujeito caracterizou a variação dos dados com base na moda. Para esses casos, os alunos adotaram uma percepção da variabilidade associada à movimentação dos dados, sendo eventualmente compreendida como variação em torno da média, ou de outra medida de tendência central. Assim, somente as duplas compostas por E7-E10 e E5-E8 promoveram suas discussões e reflexões com base na média aritmética dos respectivos sujeitos analisados, apesar de E3 e E6 terem calculado todas as medidas supracitadas.

Procedimentos para o cálculo do consumo total foram atribuídos por E5 e E8, bem como da identificação dos pontos de máximo e mínimo de cada uma das amostras. Durante essa mediação, os alunos realizaram o cálculo da diferença entre os pontos de consumo máximo e mínimo (amplitude total), mas sem sucesso quanto ao significado. Por outro lado, verificaram a diferença entre os consumos total de cada residência, sendo atribuída pelos



estudantes como o quanto uma amostra seria maior que a outra. Ponto de variação e de consumo constante também é possível verificar na fala de E8, ao citar os momentos em que o consumo das residências permanece inalterado em comparação ao mês anterior.

O protocolo 05 também aponta um avanço no entendimento do conceito de média aritmética, a partir das palavras de E7, quando destaca essa medida como um resumo de informações (BATANERO, 2001; CAZORLA, 2017) e um ponto de equilíbrio de um conjunto de dados (MARTINS; PONTES, 2010; CAZORLA, 2017). As diferentes noções para o conceito de média englobam múltiplas atividades, contudo não é intuito desta pesquisa explorar todos os seus significados. Porém, o sentido de equilíbrio é essencial para as discussões a respeito da variabilidade. Para Campos, Wodewotzki e Jacobini (2011), explorar o significado do conceito antes dos cálculos algébricos ressignifica os procedimentos matemáticos, enfatizando que as concepções sobre os elementos estatísticos devem preceder os algoritmos.

Também foi identificado um protocolo no qual os sujeitos caracterizam as informações com base na mediana. Porém, antes dessa discussão, as alunas calcularam a média e a moda. Por outro lado, infere-se uma confusão conceitual entre média e moda, já que a expressão “número predominante” refere-se à medida com maior frequência de repetições, ou seja, a moda. Assim, podemos relatar que essa dupla, especificamente, interpretou corretamente a mediana como algo localizado no centro de um conjunto de dados.

O protocolo 06 transcrito abaixo demonstra as reflexões sobre a caracterização do consumo a partir da mediana:

E3: O número predominante no Adriel é 6 e na Adriele é 13.

E6: Não é predominante, é moda. A gente calculou a mediana e a média dos dois também, tio. O primeiro deu 6,3 e 6,5 e do segundo 13 e 77,5.

E6: 50% menor do que 13 metros cúbicos e 50% maior do que 13 metros cúbicos. A outra pessoa do mesmo jeito. [Essa aluno durante o primeiro encontro tirou essa conclusão durante a situação da média das notas de mesma]

Quando questionadas sobre as estratégias para a localização da mediana, as alunas relatam que organizaram os dados de forma crescente e, ao notarem que a amostra tratava-se de um conjunto com número par de elementos, calcularam a média entre os valores centrais do conjunto. O procedimento realizado pela dupla está de acordo com as indicações de Cazorla (2017) e Reading (2005) e incorpora a percepção acerca da concentração dos dados, significado que pode ser ampliado posteriormente para a variação e cálculo dos quartis de uma amostra.

Não obstante, E6 reforça uma percepção da mediana ao indicar uma relativização da concentração dos dados abaixo (50%) e acima (50%) da mediana. Portanto, apesar de E6 não fomentar suas discussões sobre a média e a moda, é possível inferir uma análise exploratória dos dados, que, segundo Batanero (2001), deve priorizar as estatísticas de ordem que consideram a posição relativa de certos elementos dentro de um conjunto de dados.

Cabe frisar que a atividade em questão e a mediação realizada pelo pesquisador permitiram um avanço do pensamento estatístico nas equipes, desenvolvendo um raciocínio mais profundo sobre a variação. A resolução da atividade próxima ao cotidiano dos discentes permitiu experimentar atitudes investigativas, formular hipóteses sobre os dados, validar e institucionalizar elementos estatísticos, em que os alunos, a partir de conhecimentos anteriores, juntamente com outros elementos que possam interagir com o aluno, fazendo-os evoluir em suas estratégias produzindo novos conhecimentos.

#### **5.4 Contribuições do *software Geogebra* para o raciocínio sobre a variabilidade**

Nessa categoria de análise englobamos as interações dos estudantes com o *software Geogebra* e como o recurso oportunizou a verificação e percepção da variação e variabilidade dos dados, além da qualificação dos argumentos apresentados pelos estudantes na realização das comparações entre as informações.

O objetivo dessa atividade foi realizar comparações entre medidas antropométricas semelhantes à pesquisa de Silva (2008) com auxílio de artefatos digitais. Porém, por questões logísticas e de acompanhamento dos estudantes, os grupos coletaram alguns dados que foram disponibilizados para socialização em conjunto. As informações e dados desse encontro encontraram-se disponíveis em apêndice (Apêndice E). Iniciamos as discussões dessa seção com as reflexões sobre a usabilidade do RED pelos estudantes. Os alunos deveriam inserir as informações contidas na planilha citada e proceder com o passo a passo indicado pelos pesquisadores.

O *software* funciona a partir de comandos previamente estabelecidos, os quais haviam sido demonstrados para os alunos. A partir disso, os estudantes inseriram os dados sobre as alturas dos sujeitos coletados na planilha eletrônica do recurso e foram solicitados os cálculos das medidas de tendência central: média, moda e mediana.

O protocolo 07 transcrito abaixo apresenta as percepções iniciais sobre as funcionalidades do *Geogebra*:

- P: Vocês estão com alguma dificuldade para colocar os dados na planilha?
- E6: É só colocar nas colunas? Qual é a dificuldade nisso?! [risos] [Nenhum aluno esboça dificuldade]
- P: Lembra-se daquelas medidas do encontro passado? No Geogebra eu consigo calcular elas. É só jogar esse comando que eu vou dizer pra vocês. Qual medida vocês querem calcular primeiro?
- E3: Moda. [O pesquisador indica o comando para o cálculo dessa medida]
- E6: Vishí. É só isso? E a gente faz aqueles cálculos todos pra quê se dá pra fazer no computador?
- P: Dá pra fazer qualquer uma das medidas. É só seguir o mesmo passo a passo, só que coloca o nome da outra medida.
- E6: Bora calcular a média? [A aluna digita o comando errado]
- E3: Deixa eu fazer agora. É só digitar a célula A1:A22 e aperta no *enter*. Eu já sei como é.
- E10: É mais prático fazer por aqui (aponta para a planilha). Só jogar os dados aqui e pronto.
- P: Qual medida vocês vão calcular primeiro?
- E10: A moda. Mas o quê que é a moda mesmo?
- E7: É aquilo que mais se repete. [Digita o comando]
- E10: Que viagem é essa?! [Espanta]
- E7: Isso daqui é quase uma calculadora, só que no computador. [Risos]
- E2: A moda é 168 mesmo. É só olhar aqui pra lista que o tio deu [Comprovação dos valores]
- E2: Vamo ver se a média é essa mesmo?
- E5: Não. Tem muito número aqui [Olha para a lista]. O negócio [Geogebra] ai num já deu a resposta!
- P: Se vocês fossem fazer com lápis e papel, como seria?
- E2: A gente organiza tudo em sequência e olha para o número que está no meio. Mas tem muitos números ai. Eu com certeza iria me confundir. [Risos]
- P: Se eu trocar esse valor aqui [aponta para o 163] pelo número 180, será que a média, a moda ou a mediana mudam?
- E2: É pra mudar, eu acho. Vou trocar aqui. Vishe. Mudou mesmo. Mas a moda não mudou só a média. Então se eu trocar por um menor, a média vai diminuir?
- P: Você pode tentar.
- E5: Troca o número 170 pelo 150.
- E2: Diminuiu mesmo. Mas a mediana não mudou.

O protocolo 07 demonstra que os alunos não sentiram qualquer dificuldade durante a manipulação do recurso. Antes de iniciar o manuseio do *software* com os estudantes, questionou-se sobre a utilização do recurso em outros momentos ou disciplinas. Os alunos prontamente afirmaram já conhecer o artefato durante a exposição de uma aula com o professor de Matemática, mas somente o docente manipulou os comandos e funcionalidades. Porém, nunca haviam utilizado nas aulas de Matemática para construir gráficos de colunas, tabelas ou cálculos de outra natureza, somente para construção de gráficos de funções polinomiais do 1º grau, assunto abordado pelo professor regente no bimestre letivo.

Ato seguinte, o pesquisador solicitou que os estudantes acessassem o recurso, indicando na tela inicial as funcionalidades e representações que iriam utilizar, apontando para a seção que constavam a tabela, a região gráfica e de identificação das medidas calculadas. Feito isso, os alunos foram divididos em duplas para a realização da atividade. A

situação consistia na medição e na caracterização das medidas antropométricas de sujeitos coletados pelos grupos. Quando questionados sobre as dificuldades ao inserir os dados na tabela, nenhum aluno comprovou resistência para a manipulação do recurso, somente E6 expôs sua opinião, compactuada pelos demais sujeitos. Os ícones de manipulação tabular foram observados de imediato, ao acessar a primeira tela, os estudantes demonstraram facilidade e destreza no manuseio e ao inserirem os dados na representação tabular.

Pelo protocolo 07 é possível inferir que a praticidade das funções que mais chamaram atenção foram os elementos para o cálculo concomitante dos valores da média, moda e mediana, causando inclusive espanto por parte de E10, pela agilidade e pela facilidade. Essas percepções ocorreram de forma coletiva e todos os alunos presentes, em vários instantes, interessaram-se em falar o que haviam aprendido, inclusive relembrando os conceitos e verificando as hipóteses, por exemplo, nos diálogos entre E2 e E5.

Nesse sentido, a ferramenta Geogebra, em especial o pacote de Estatística, está de acordo com as funcionalidades essenciais para um *software* para a aprendizagem dos conceitos estatísticos, qual seja: ser capaz de gerar diferentes representações ou na análise de dados e proporcionar, também, a visualização de conceitos e auxiliar no desenvolvimento da compreensão de ideias abstratas por meio das simulações (BEN-ZVI, 2011; BATANERO; GODINO; CAÑIZARES, 2005; GONZÁLEZ-RUIZ; BATANERO; MIGUEL, 2015).

Em outro momento, passou-se a representar graficamente as retas que indicariam a média, a moda e a mediana. O intuito dessa manipulação foi instigar nos estudantes inferências acerca da variabilidade de informações. Nessa perspectiva, para Dias e Júnior (2018), subentende-se que o uso de recursos didáticos tecnológicos pode favorecer a elaboração de problemas e de questões investigativas, nas quais as respostas matemáticas podem ser exploradas de forma menos cristalizada e sem a ênfase apenas em cálculos.

O protocolo 08 aponta a manipulação gráfica para percepção da variabilidade, como pode ser visto abaixo:

P: A gente já tem todas as medidas calculadas. Agora nós vamos aprender a construir os gráficos dessas informações. [O pesquisador indica a função que constrói o gráfico de barras].

E10: É só dizer o gráfico aqui [aponta para caixa de funções] e o gráfico aparece? Valha como é legal. Qualquer gráfico?

P: Esses que estamos estudando, sim. Gráfico de barras, gráfico de pontos e tem outros.

P: Esse gráfico aqui [Aponta para o gráfico de colunas] as pessoas usam muito em empresas.

P: O que é a média aqui? [Dá o comando para representar a reta composta pela média]

E2: Essa reta aqui? Ah. É aquilo que nos tínhamos visto. É um número que resume tudo. Fica bem no meio, né?!

P: E como os dados estão em relação a ela?

E7: Têm uns números bem próximo dela e outros não tão próximo.

E5: É melhor construir aqui por que dá pra apagar e começar fica bem mais rápido de fazer.

Em outra atividade foi construído no *Geogebra* o gráfico *dotplot*. O *dotplot* é um gráfico que contribui na análise da forma da distribuição e do grau de dispersão na compreensão do comportamento da variável. Quando a variável é homogênea, apresentam-se pontos concentrados, caso contrário é dispersa, os pontos apresentam-se espalhados. Esse tipo de representação tem sido utilizado por diversos pesquisadores para a aprendizagem da variabilidade estatística (SILVA, 2008). Bussab e Morettin (2012) definem o *dotplot* como um gráfico de dispersão unidimensional em que os valores são apresentados por pontos ao longo da reta (provida de uma escala) e os valores repetidos são “empilhados”.

O protocolo 09, transcrito abaixo, demonstra as discussões dos estudantes com base no gráfico *dotplot*, para posterior escolha da melhor medida-resumo para representar a situação. A situação-problema consiste em analisar os valores dos salários dos funcionários de uma empresa fictícia e elaborar argumentos que melhor descrevem essa empresa. Então, o protocolo 09 apresenta exploração do gráfico *dotplot* a partir do *software Geogebra*:

P: No encontro passado, nós havíamos construído o gráfico de pontos das nossas idades, mas foi de forma manual. Hoje eu quero que construam o gráfico de pontos no Geogebra. Esses valores aqui correspondem ao valor pago para os funcionários de uma empresa [Cada dupla está com um quadro com esses valores].

E5: Até os gráficos é rápido de fazer.

P: O que representa esses pontinhos aí?

Todos: São os funcionários da empresa.

E7: Eles estão muito espalhados aqui. Tem muita gente ganhando R\$ 8980,00 e uma pessoa ganha R\$ 5.000,00 e outra pessoa bem distante ganhando R\$ 10.000, esse aqui deve ser o dono da empresa.

P: Quanto foi a média de salário dessa empresa?

Todos junto: R\$ 1.180,62

E4: A gente representou a média no gráfico, mas essa reta têm números muito afastados dela.

P: Essa média poderia representar esse conjunto de dados?

E4: Acho que sim. É um valor que se fosse equilibrado todo mundo receberia.

E10: Não. Mas tem valores muito altos.

P: Esse valor é um bom resultado pra representar os gastos com os salários da empresa?

E7: Não porque a maioria ganha bem menos que isso.

E1: Então eu usaria a moda. Né o valor que mais se repete?

E2: Pode ser a mediana também. A mediana foi R\$ 980,00, porque eu sei que metade da empresa ganha R\$ 980,00.

E5: Mas professor, seu eu tirar esse dois valores grandes, eu poderia usar a média?

E1: Mas ai vai ser tudo igual. A média, a moda e a mediana. Estranho.

E6: Então se eu coloco o número muito grande a média também vai ficar grande. Ah, entendi.

P: E nessa situação os valores estão mais concentrados na média ou fora da média?  
 Todos: Na média.  
 E7: Esses valores não fogem muito da média.

Como o *dotplot* é um gráfico simples para ser construído com lápis e papel, permite visualizar a distribuição dos dados e a partir dele podem ser construídos o *boxplot* e o histograma, dando-lhes sentido. Com isso, Coutinho e Souza (2015) advogam o seu ensino antes da formalização dos conceitos de desvio-padrão e do gráfico histograma. Desse modo, os estudantes do GE apresentaram clareza e facilidade na construção e análise do gráfico no *software*, tanto em ambiente computacional, quanto em ambiente lápis e papel, como demonstrado pelo protocolo 09. Quando questionados sobre o que seriam os pontinhos no gráfico, os discentes respondem, sem hesitação, que indicavam os funcionários da empresa. Ademais, com o auxílio dessa representação, os alunos constataram a variabilidade dos dados, bem como realizaram inferências sobre a variação e as medidas-resumos dessas informações.

Verifica-se, assim, o aumento da complexidade em relação aos registros conhecidos e construídos anteriormente pelos alunos, já que somente os gráficos de colunas e de setores são claramente expostos no cotidiano dos estudantes e merece diferenciação quanto à leitura dos dados. Os diálogos presentes no protocolo 09 tornam claras as percepções dos estudantes sobre a análise das informações e a simulação das alterações das medidas-resumo e como essas impactam nas argumentações. Isso pode ser aplicado na fala de E4, quando detecta que existem valores muito discrepantes e variáveis em relação à média, e, por outro lado, dados muito concentrados em torno dela.

A apreensão discursiva é imprescindível na explicitação de propriedades matemáticas. Fazendo uma analogia à Estatística, pode-se fazer uma apreensão discursiva no gráfico *dotplot* e inferir o comportamento das medidas-resumo e quando escolher essa ou aquela medida para caracterizar uma amostra. As falas apresentadas por E1, E6, E7 e E10 sobre os valores da média, moda e mediana fornecem indícios de que os alunos ampliaram a compreensão de quando utilizar determinada medida estatística. Ademais, as manipulações dos valores em ambiente computacional reforçaram a apreensão de algumas propriedades envolvendo as medidas supracitadas, tais como: a média aritmética é bastante influenciada pelos valores extremos de uma amostra, diferente da moda e da mediana; a mediana divide o conjunto em dois subconjuntos com igual quantidade; a moda é o valor de maior frequência (BATANERO, 2001; CAZORLA, 2017).

Percebe-se, ao final dos resultados, a constatação de que os estudantes que participaram da intervenção, grupo experimental, vivenciaram experiências significativas

quanto à análise e tratamento de informações, a evolução de estratégias relacionadas à interpretação de gráficos a partir de situações-problema, com melhora do desempenho em comparação aos conhecimentos prévios mensurados no início desta pesquisa. Em síntese, pode-se destacar que o recurso utilizado e as discussões nos encontros pôde ajudar na ampliação conceitual dos alunos que participaram da pesquisa acerca da Estatística.

Apontam-se, nesta pesquisa, diversos elementos que reforçam que a utilização de RED proporciona uma melhor compreensão na resolução de situações-problema, assim como contribuem para o desenvolvimento de atividades investigativas, entrelaçadas ao pensamento estatístico. No próximo capítulo, apontaremos as considerações finais deste estudo, suas limitações e ideias futuras.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa se propôs a investigar como as Tecnologias Digitais podem contribuir na elaboração do conceito de variabilidade em estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental. Nesse sentido, elencaram-se como objetivos específicos, traçados na introdução:

a) Evidenciar os elementos já elaborados por estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental, em torno do conceito de variabilidade;

b) Caracterizar as interações e estratégias utilizadas por estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental com o software Geogebra para a elaboração do conceito de variabilidade;

c) Avaliar o domínio conceitual de variabilidade, por parte dos estudantes, após o processo de exploração dos Recursos Educacionais Digitais.

A fim de propor o conjunto de atividades que promovesse a aprendizagem conceitual de variabilidade estatística, buscaram-se pesquisas realizadas com e sem o uso de recursos educacionais digitais para compreender as dificuldades de estudantes na resolução dessas atividades.

Alguns estudos empíricos (CASTRO-FILHO, 2012; CASTRO; CASTRO-FILHO, 2015; WILD; PFANNKUCH, 1999; MORENO, 2008; SILVA; 2008; READING, 2004; CAMPELO, 2014; BEM-ZVI, 2005; 2004; SANTOS, 2013) ajudaram a identificar as principais dificuldades, que também foram constatadas na pesquisa. Apesar do foco desta pesquisa envolver a compreensão do conceito de variabilidade, inicialmente verificaram-se dificuldades dos estudantes quanto ao cálculo e à interpretação das medidas de tendência central, construção de gráficos de colunas, essenciais para a apreensão do conceito supracitado.

Dentre as maiores dificuldades encontradas na pesquisa, estão a resolução de situações-problema que envolvem a interpretação e cálculo da média, já que os procedimentos manuais para seu cálculo envolvem operações matemáticas, muitas vezes, não formalizadas pelos alunos (VERGNAUD, 1983; 2009). Além da visualização gráfica dessa medida e sua importância para o entendimento de variação e variabilidade. Também constatou-se que é mais fácil interpretar que construir, independente do tipo de gráfico utilizado.

A intervenção realizada buscou desenvolver e explorar a compreensão dos alunos, auxiliando-as a superar as dificuldades existentes nos conceitos que estão em gráficos, tabelas e algoritmos. As análises dos resultados deste estudo revelam que, de fato, há uma diferença



significativa no desempenho do grupo experimental quando comparado ao grupo controle na ocasião do pós-teste. Os estudantes que foram submetidos à intervenção mostraram desempenho superior quando comparados aos estudantes do grupo controle, com exceção da interpretação do gráfico *dotplot*.

Os bons resultados obtidos no desempenho dos estudantes do grupo experimental demonstram que as atividades desenvolvidas junto a esse grupo foram importantes para a diferença de resultados entre os grupos. Para obter esse rendimento, foi necessário traçar estratégias pedagógicas que permitissem que as crianças superassem as dificuldades apresentadas inicialmente.

A sequência de atividades foi composta por três momentos: [1] Aspectos matemáticos das medidas de tendência central; [2] Situações-problema: coleta, análise, construção e interpretação de gráficos relativos à percepção da variabilidade estatística; [3] Atividades de investigação com o recurso educacional *Geogebra*.

A escolha desse recurso decorre principalmente por ser um artefato que auxilia no tratamento da informação, pois, a partir de sua utilização, os alunos conseguem organizar, tratar e produzir representações gráficas com maior facilidade e mobilização. Logo, também proporciona aos estudantes realizarem atividades de manipulação e comparações entre dados, a fim de verificar a melhor estratégia a ser escolhida.

Percebeu-se que a interação é uma característica fundamental para a compreensão dos invariantes presentes nas representações do conceito de média, moda, mediana e para a identificação da variabilidade num conjunto de dados, os quais já foram discutidos. A partir do momento em que o estudante modifica um valor na representação, automaticamente são verificadas essas mudanças na representação gráfica, fazendo com que o sujeito reflita sobre todas as informações representadas.

Ademais, neste estudo, os participantes foram submetidos a algumas atividades que protagonizavam o ciclo investigativo com o uso das tecnologias já citadas, planejadas em conjunto com os estudantes. O fato das atividades terem proximidade com os estudantes proporcionou um aumento na motivação, o que se refletiu, diretamente, no engajamento às atividades. Contudo, o mesmo não foi visível a partir do aplicativo Whatsapp, já que os estudantes não tinham total liberdade sobre seus aparelhos, ou não possuíam.

Durante o processo da intervenção, os estudantes foram motivados e incentivados a tornarem explícito seu pensamento, a partir das resoluções das atividades, e, ao mesmo tempo, fazerem refutações sobre ela, mediante interação oral ou escrita. Sobre isso,

concordamos com Wild e Pfannkuch (1999), quando enfatizam que, em situações significativas, os estudantes agem como “produtores de dados”.

Ressalta-se, também, que documentos oficiais (BRASIL, 1998; 2017) e pesquisadores (SILVA, 2008; CASTRO, 2012; CASTRO; CASTRO-FILHO, 2015; DIAS; JUNIOR, 2018; BEN-ZVI, 2004; 2005; 2007) apontam que as ferramentas disponíveis na *web* facilitam o trabalho com a estatística, proporcionando aprendizagem de conceitos bastante complexo, se utilizados de forma correta. Ademais, a associação desses artefatos a intervenções ressignificam os procedimentos matemáticos e promovem o desenvolvimento do pensamento estatístico, pois os indivíduos passam a inferir e a questionar os resultados e o modo como foram elaboradas as pesquisas. Por conseguinte, os alunos demonstraram, segundo os resultados, evolução tanto nas estratégias resolutivas quanto do pensamento e percepção dos elementos estatísticos, por exemplo: a construção e interpretação de informações.

Para Batanero (2001), Campos; Wodewotzki e Jacobini (2011), as tecnologias podem trazer numerosas mudanças no ensino da estatística, em especial, colocando o foco no processo e não mais nos procedimentos e algoritmos. Como reflexo, o aluno passa a ser ativo no processo de ensino e de aprendizagem que inclui não somente a apreensão de conteúdos, mas também o desenvolvimento de competências e habilidades inerentes à capacidade de estruturação de seu processo cognição.

Assim, acredita-se que os objetivos elencados foram alcançados, de modo que acrescentaram informações importantes sobre o estudo da compreensão da variabilidade e de outros conceitos estatísticos e do papel da tecnologia para a aprendizagem dos discentes da Educação Básica. Todavia, indica-se a necessidade da formação de professores para o desenvolvimento e a utilização dessas atividades que precisam ser transformadas em uma Sequência Didática e, assim, serem utilizadas em outras escolas, já que o conceito de variabilidade engloba os diferentes níveis escolares, inclusive a formação de professores, como foi exposto nas pesquisas de: SILVA (2017) LEITE (2010), LIMA (2009) E SILVA E FERNANDEZ (2007).

Por fim, compreende-se a existência de várias outras questões tratadas pela pesquisa que a investigação não foi capaz de abarcar, devido ao tempo e à necessidade de atender aos objetivos traçados inicialmente.

Nesse contexto, estudos posteriores poderão analisar e aprofundar o estudo do gráfico *boxplot* a partir do Geogebra, já que, segundo foi verificado, existem poucas pesquisas e, portanto, existem muitas lacunas a serem preenchidas. Verificar, por exemplo, a mediação

de situações significativas com base no Geogebra, para ampliar a análise e interpretação dessa representação gráfica. Outrossim, interessa investigar como os materiais produzidos pelos próprios alunos podem servir de apoio para discussões e ampliação do conhecimento dos demais estudantes em uma escola. Considerou-se, desse modo, que esse trabalho é apenas um indicativo de novas descobertas.

## REFERÊNCIAS

ABE. Associação Brasileira de Estatística. **Reflexões a respeito dos conteúdos de probabilidade e estatística na escola no Brasil - uma proposta**, 2015. Disponível em: <https://goo.gl/OBtwpv>. Acesso em: 28 abril. 2018.

BATANERO, C. **Didáctica de la Estadística**. Granada: Universidade de Granada, 2001.

BATANERO, C.; GODINO, J.; CAÑIZARES, M. J. Simulation as a tool to train pre-service school teachers. *In: INTERNATIONAL COMMISSION ON MATHEMATICAL INSTRUCTION AFRICAN REGIONAL CONFERENCE*, 1., 2005, Johannesburg. **Anais[...]**. Johannesburg: Proceedings, 2005, p.1-8. Disponível em: <http://www.ugr.es/~batanero/ARTICULOS/CMIRCr.pdf>. Acesso em: 14 abr. 2018.

BARBOSA, M. T. S.; VELASQUE, L. S.; SILVA, A. S. O letramento estatístico na formação dos professores: um tutorial metodológico. **Vidya**, Santa Maria, v. 36, n. 2, p. 396-408, 2016. Disponível em: <https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/VIDYA/article/view/1822/1747>. Acesso em: 10 jul. 2019.

BOGDAN, R C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Portugal: Porto Editora, 1994.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Matemática.1 e 2 ciclos. Brasília: MEC, Secretaria de Ensino Fundamental, 1997.

\_\_\_\_\_. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

\_\_\_\_\_. **Orientações complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+)**. Ciências da Natureza e Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC, 2006

\_\_\_\_\_. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). **Pisa 2015: análises e reflexões sobre o desempenho dos estudantes na avaliação**. São Paulo: Fundação Santillana, 2016.

\_\_\_\_\_. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: [http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC\\_20dez\\_site.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_20dez_site.pdf). Acesso em: 22 dez. 2018.

\_\_\_\_\_. **Relatório Saeb (Aneb e Anresc) 2005-2015: panorama da década**. 2018. Disponível em: [http://download.inep.gov.br/educacao\\_basica/saeb/2018/documentos/livro\\_saeb\\_2005\\_2015\\_completo.pdf](http://download.inep.gov.br/educacao_basica/saeb/2018/documentos/livro_saeb_2005_2015_completo.pdf). Acesso em: 07 maio 2018.

\_\_\_\_\_. **Escala de proficiência em matemática**. Disponível em: [http://download.inep.gov.br/educacao\\_basica/prova\\_brasil\\_saeb/escala/escala\\_proficiencia/2013/escalas\\_ensino\\_fundamental\\_2013.pdf](http://download.inep.gov.br/educacao_basica/prova_brasil_saeb/escala/escala_proficiencia/2013/escalas_ensino_fundamental_2013.pdf). Acesso em: 07 maio 2018.

CAMPOS, C. R.; WODEWOTZKI, M. L. L.; JACOBINI, O. R. **Educação Estatística: teoria e prática em ambientes de modelagem matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

CAMPÊLO, S. R. C. **Software educativo tinkerplots 2.0**: possibilidades e limites para a interpretação de gráficos por estudantes do ensino fundamental. 2014. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, 2014.

CARNEIRO, R. F.; PASSOS, C. L. B. A utilização das Tecnologias da Informação e Comunicação nas aulas de Matemática: Limites e possibilidades. **Revista Eletrônica de Educação**, São Carlos, v. 8, n. 2, p. 101-119, 2014. Disponível em: <http://www.reveduc.ufscar.br>. Acesso em 10 jun. 2018.

CASTRO FILHO, J. A. *et al.* Quando objetos digitais são efetivamente para aprendizagem: o caso da matemática. *In*: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO, 19., 2008, Fortaleza. **Anais [...]**. Porto Alegre: Sociedade brasileira de Computação, 2008. v. 1. p. 583-592. Disponível em: <http://www.br-ie.org/pub/index.php/sbie/article/view/747>. Acesso em: 16 set. 2018.

CASTRO, J. B. **A utilização de objetos de aprendizagem para a compreensão e construção de gráficos estatísticos**. 2012. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Programa de Pós-graduação em Educação Brasileira, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2012.

CASTRO, J. B. **Construção do conceito de covariação por estudantes do Ensino Fundamental em ambientes de múltiplas representações com suporte das tecnologias digitais**. 2016. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2016.

CASTRO, J. B.; CASTRO FILHO, J. A. Desenvolvimento do Pensamento Estatístico com Suporte Computacional. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 17, p. 870-896, 2015. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/viewFile/24999/pdf>. Acesso em: 30 abr. 2017.

CAVALCANTI, M. S. **Para variar**: compreensões de estudantes dos anos iniciais diante de aspectos da variabilidade. 2011. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2011.

CAZORLA, I. M.; CASTRO, F. C. O papel da estatística na leitura do mundo: o letramento estatístico. **Publicatio UEPG**. Ciências Sociais Aplicadas, Ponta Grossa, v. 16, p. 45-53, 2008.

CAZORLA, I. M.; UTSUMI, M. C. Reflexões sobre o ensino de Estatística na Educação Básica. *In*: CAZORLA, I.; SANTANA, E. (Org.). **Do tratamento da informação ao letramento estatístico**. Itabuna, BA: Via Litterarum, 2010. p. 9-18.

CAZORLA, I. M. **A relação entre a habilidade viso-pictórica e o domínio de conceitos estatísticos na leitura de gráficos**. 2002. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2002. Disponível em: <http://www.repositorio.unicamp.br/handle/REPOSIP/250925>. Acesso em: 1 ago. 2018.

CAZORLA, I.; MAGINA, S.; GITIRANA, V.; GUIMARÃES, G. **Estatística para os anos iniciais do Ensino Fundamental**. Brasília: Sociedade Brasileira de Educação Matemática,

2017. *E-book*. Disponível em: [http://www.sbem.com.br/files/ebook\\_sbem.pdf](http://www.sbem.com.br/files/ebook_sbem.pdf). Acesso em: 10 maio 2018.

CHANCE, B. *et al.* The role of technology in improving student learning of statistics. **Technology Innovations in Statistics Education Journal**, v.1, p. 1-26, 2007. Disponível em: [https://www.researchgate.net/publication/39729879\\_The\\_Role\\_of\\_Technology\\_in\\_Improving\\_Student\\_Learning\\_of\\_Statistics](https://www.researchgate.net/publication/39729879_The_Role_of_Technology_in_Improving_Student_Learning_of_Statistics). Acesso em: 30 maio 2018

ESTEVAM, E. J. G. **(Res)significando a Educação Estatística no Ensino Fundamental: análise de uma sequência didática apoiada nas Tecnologias de Informação e Comunicação**. 2010. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual Paulista, 2010.

FREIRE, R. S. **Formação docente e conceitos algébricos nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. Tese (Doutorado em Educação Brasileira) - Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2011.

GAL, I. Adult statistical literacy meanings, components, responsibilities. **International Statistical Review**, The Hague, v.70, n. 1, p. 1-25, 2002.

GARCIA, F. M. **A ideia de variabilidade abordada no 8º ano do Ensino Fundamental**. 2008. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008.

GARFIELD, J.; BEN-ZVI, D. A framework for teaching and assessing reasoning about variability. **Statistics Education Research Journal**, v. 4, n.1, p. 92-99, 2005. Disponível em: <http://www.stat.auckland.ac.nz/serj>. Acesso em: 30 maio 2018.

GONZÁLEZ-RUIZ, I; BATANERO, C.; CONTRERAS, J. M. Recursos interactivos para el estudio de la varianza: análisis de su idoneidad didáctica. **Technology Innovations in Statistics Education Journal**, v.1, p. 1-14, 2015. Disponível em: [https://www.researchgate.net/publication/317826177\\_RECURSOS\\_INTERACTIVOS\\_PAR\\_A\\_EL\\_ESTUDIO\\_DE\\_LA\\_VARIANZA\\_ANALISIS\\_DE\\_SU\\_IDONEIDAD\\_DIDACTICA](https://www.researchgate.net/publication/317826177_RECURSOS_INTERACTIVOS_PAR_A_EL_ESTUDIO_DE_LA_VARIANZA_ANALISIS_DE_SU_IDONEIDAD_DIDACTICA) Acesso em: 30 maio 2018.

INAF. Indicador de Alfabetismo Funcional. **Estudo especial sobre alfabetismo e mundo do trabalho**. Instituto Paulo Montenegro em parceria com a ONG Ação Educativa. São Paulo, 2016, 29 p. Disponível em: [http://acaoeducativa.org.br/wp-content/uploads/2016/09/INAF\\_Estudios\\_Especiais\\_2016\\_Letramento\\_e\\_Mundo\\_do\\_Trabalho.pdf](http://acaoeducativa.org.br/wp-content/uploads/2016/09/INAF_Estudios_Especiais_2016_Letramento_e_Mundo_do_Trabalho.pdf). Acesso em: 07 jul. 2018.

KENSKI, V. M. **Educação e Tecnologias: o novo ritmo da informação**. Campinas: Papirus, 2007.

LAUTERT, S. L.; SPINILLO, A. G. Estudo de intervenção sobre a divisão: ilustrando as relações entre metacognição e aprendizagem. **Educar em Revista**, Curitiba, Brasil, n. Especial 1/2011, p. 93-107: Editora UFPR, 2011.

LIBÂNIO, J. C.; OLIVEIRA, J. F.; TOSCHI, M. S. **Educação escolar: políticas, estrutura e organização**. São Paulo: Cortez, 2012.

LIMA, O. A. **Distribuição Normal**: uma introdução voltada ao ensino médio por simulações via planilha eletrônica e exercícios interativos. 2009. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Centro de Ciências Exatas e Tecnologia, Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.

LIMA, R. C. R. **Introduzindo o conceito de média aritmética na 4ª série do ensino fundamental usando o ambiente computacional**. 2005. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Centro de Ciências Exatas e Tecnologia, Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

LIRA, O. C. T.; MONTEIRO, C. E. F. Interpretação de dados a partir da utilização de ferramentas do software tinkerplots. **Bolema**, Rio Claro, v. 24, n. 40, p. 765–788, 2011. Disponível em: <http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/> . Acesso em: 9 mar. 2018.

LOPES, C. E. A educação estatística no currículo de matemática: um ensaio teórico. *In*: REUNIÃO ANUAL DA ASSOCIAÇÃO NACIONAL DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA EM EDUCAÇÃO. 33., 2010, Caxambu. **Anais [...]**. Caxambu: evento, 2010. Disponível em: <http://33reuniao.anped.org.br/33encontro/app/webroot/files/file/Trabalhos%20em%20PDF/GT19-6836--Int.pdf> . Acesso em: 4 jun. 2019.

LOPES, C. E.; CARVALHO, C. Literacia Estatística na Educação Básica. *In*: NACARATO, A.; LOPES, C. E. (org.). **Escritas e Leituras na Educação Matemática**. 1ª. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2009, p.77-92.

LOPES, C. E.; SOUZA, L. O. Aspectos filosóficos, psicológicos e políticos no estudo da Probabilidade e da Estatística na Educação Básica. **Educação Matemática em Pesquisa**, São Paulo, v. 18, n. 13, p. 1465-1489, 2016.

MAGINA, S. *et al.* Concepções e concepções alternativas de média: um estudo comparativo entre professores e alunos do Ensino Fundamental. **Educar em Revista**, Curitiba, n. especial 2, p. 59-72, 2010.

MARTINS, M. E. G.; PONTE, J. P. **Organização e Tratamento de dados**. Ministério da Educação: Lisboa. 2010.

MATIAS-PEREIRA, J. **Manual de metodologia da pesquisa científica**. 3. ed. São Paulo: Atlas, 2012.

MELO, R. S.; BOL, C. I. Cultura Digital e Educação: desafios contemporâneos para a aprendizagem escolar em tempos de dispositivos móveis. **Revista Novas Tecnologias na Educação**, Porto Alegre, v. 12, n. 1, p.1-11, 2014.

NAGAMINE, C.L.; SILVA, C.B.; SANTANA, E. **Sequência de Ensino 2**: Planeta Água. *In*: CAZORLA, I; SANTANA, E (org). **Do Tratamento da Informação ao Letramento Estatístico**. Itabuna: Via Litterarum, p. 45-64, 2010.

NÓBREGA-TERRIEN, S. M.; TERRIEN, J. **O estado da questão: aportes teóricos-metodológicos e relatos de sua produção em trabalhos científicos** *In*: FARIAS, Isabel

Maria Sabino de; NUNES, João Batista Carvalho; NÓBREGA THERRIEN, Silvia Maria (Org.). Pesquisa científica para iniciantes: caminhando no labirinto. Fortaleza: EdUECE, 2010. (Coleção Métodos de Pesquisa).

NOVAES, D. V. **Concepções de professores da Educação Básica sobre variabilidade estatística**. 2011. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Centro de Ciências Exatas e Tecnologia, Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2011.

OLIVEIRA JÚNIOR, A. P.; PEREIRA, F. H. Estudo de propostas didáticas para o conceito de variabilidade estatística: utilizando 'papel e lápis' e o software 'r'. **Revista Dynamis**, v. 24, n. 1, p. 20, 2018. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.7867/1982-4866.2018v24n1p20-41>. Acesso em: 2 fev. 2018.

POLAK, Y. N. S. DINIZ, J. A. **Conversando sobre pesquisa**. In POLAK, Y. N. S.; DINIZ, J. A. & SANTANA, J. R. et. al. [autores] Dialogando sobre Metodologia Científica. Fortaleza: UFC, 2011.

READING, C.; SHAUGHNESSY, J. M. Reasoning about variation. In: Garfield, J. & Ben-zvi, D. (org.). **The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking**. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers. 2004, p. 201- 226.

REATEGUI, E.; BOFF, E.; FINCO, M.D. Proposta de Diretrizes para Avaliação de Objetos de Aprendizagem: Considerando Aspectos Pedagógicos e Técnicos. **RENOTE**, v. 8, n. 3, dez. 2010. Disponível em: <<http://seer.ufrgs.br/renote/article/view/18066>>. Acesso em: 18 Agosto. 2017

SILVA, C. B. **Pensamento Estatístico e Raciocínio sobre variação**: um estudo com professores de Matemática. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Centro de Ciências Exatas e Tecnologia, Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

SILVA, C. B.; CAZORLA, I. M.; KATAOKA, V. Y. Trajetória e perspectivas da Educação Estatística no Brasil, 2010-2014: um olhar a partir do GT-12. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 17, n. 3, p.578-596, 2015. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/viewFile/25672/pdf>. Acesso em: 29 ago. 2018.

SILVA, M. F. **Estudo da aprendizagem sobre variabilidade Estatística**: uma experiência de formação com futuros professores dos anos iniciais da Educação Básica. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Centro de Ciências Exatas e Tecnologia, Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2017.

SILVA, R. M. D.; FERNANDEZ, M. A. Recursos informáticos projetados para o ensino de ciências: bases epistemológicas implicadas na construção e desenvolvimento de objetos de aprendizagem. In: PRATA, C. L.; NASCIMENTO, A. C. A. A. (Org.). **Objetos de Aprendizagem**: uma proposta de recurso pedagógico. Brasília: MEC, SEED, pp. 27-37, 2007.

SILVA, C. B.; KATAOKA, V. Y.; CAZORLA, I. M. Linguagem, Estratégia e Nível de Raciocínio de Variação dos Alunos do Ensino Fundamental II. **Boletim de Educação Matemática**. V. 24, n. 39, p. 515-536, 2011. Disponível em: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=291222099010>. Acesso em: 19 set. 2018.



SILVA, C. B.; MAGINA, S.M. P.; SILVA, E. D. O Homem Vitruviano. *In: CAZORLA, I.; SANTANA, E. Do tratamento da informação ao letramento estatístico.* Itabuna: Via Litterarum, 2010.

SILVEIRA, E. M. O conceito de média e variabilidade no Ensino Médio. *In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12., 2016, São Paulo. Anais [...]* São Paulo: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2016. p. 1 - 11. Disponível em: [http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/7148\\_3387\\_ID.pdf](http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/7148_3387_ID.pdf). Acesso em: 12 set. 2018.

VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade:** problemas do ensino da matemática na escola elementar. Tradução de Maria Lucia Faria Moro. Curitiba: Ed. Universitária da UFPR, 2009.

WARSCHAUER, M. **Tecnologia e inclusão social.** São Paulo: Senac, 2006.

WILD, C.; PFANNKUCH, M..Statistical thinking in empirical enquiry. **International Statistics Review**, Malden/MA, v. 67, n. 3, p. 223-265, 1999.

## **APÊNDICE A: TERMO DE AUTORIZAÇÃO DA ESCOLA**

### **UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ – UFC FACULDADE DE EDUCAÇÃO - FAGED PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO BRASILEIRA**

Dissertação de Mestrado

Orientador: Prof. Dr. José Aires de Castro Filho

Orientando: Danilo do Carmo de Souza

Título da Pesquisa: Contribuições das Tecnologias Digitais no desenvolvimento do conceito de variabilidade por estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental.

Pesquisador responsável: Danilo do Carmo de Souza.

Orientador: Prof. Dr. José Aires de Castro Filho.

Objetivo do estudo: Investigar as contribuições das Tecnologias Digitais na elaboração do conceito de variabilidade em estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental.

Benefício da pesquisa: Contribuir para a aprendizagem matemática de estudantes do Ensino Fundamental.

Custo/Reembolso: A participação por parte da instituição será totalmente espontânea e gratuita não havendo nenhuma cobrança com o que será realizado ou pagamento por sua colaboração.

Garantia de acesso: Em qualquer das fases do estudo o responsável pela instituição poderá ter acesso ao pesquisador responsável através do e-mail: danilocarmo1992@gmail.com

Garantia do Sigilo: As informações fornecidas serão usadas somente para efeito desta pesquisa, sem identificação da instituição e dos interlocutores, isto é, os nomes não serão mencionados em nenhum momento e as imagens não serão divulgadas.

Eu, \_\_\_\_\_ diretor(a) da Escola Municipal XXX localizada no município de Fortaleza, AUTORIZO o mestrando Danilo do Carmo de Souza, do Programa de Pós-graduação em Educação Brasileira da Universidade Federal do Ceará, a realizar a pesquisa intitulada Contribuições das Tecnologias Digitais no desenvolvimento do conceito de variabilidade por estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental, com uma turma de alunos desta instituição, aplicando atividades práticas com uso de computadores e atividades avaliativas, bem como observando, conversando e registrando as ações e interações dos estudantes através de fotografias e filmagens que se dispuserem a desenvolver as ações da pesquisa. Fui informado(a) que terei acesso a outras informações ou esclarecimentos dessa pesquisa no contato disponibilizado acima.

O pesquisador acima qualificado se compromete a:

1. Obedecer às disposições éticas de proteger a instituição e os participantes da pesquisa, garantindo-lhes o máximo de benefícios e o mínimo de riscos.
2. Assegurar a privacidade das pessoas citadas nos documentos institucionais e/ou contatadas diretamente, de modo a proteger suas imagens, bem como garantir que não utilizarão as informações coletadas em prejuízo dessas pessoas e/ou da instituição.

Fortaleza-CE, \_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2019.

Assinatura e Carimbo da Direção: \_\_\_\_\_

Assinatura do Pesquisador: \_\_\_\_\_

## APÊNDICE B – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Prezado(a) Senhor(a):

Convidamos seu filho(a) para participar de uma pesquisa sobre: Contribuições das Tecnologias Digitais no desenvolvimento do conceito de variabilidade por estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental. Esta pesquisa tem como objetivo principal é investigar as contribuições das Tecnologias Digitais na elaboração do conceito de variabilidade em estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental. No caso de aceitar fazer parte da mesma, seu(ua) filho(a) e demais colegas da turma vão responder tarefas com atividades que envolvem conteúdo de estatística. Para isso, seu(ua) filho(a) está sendo convidado(a) a participar respondendo as atividades junto com os colegas.

Estas atividades serão respondidas durante aulas de Matemática da escola, em parceria com o(a) professor(a) da turma, e em concordância com a direção da escola. A participação de seu(ua) filho(a) será de grande valor, podendo contribuir para a melhoria do ensino e aprendizagem de Matemática.

Seu(ua) filho(a) não é obrigado(a) a participar do estudo, tendo total liberdade para desistir, caso participe, ele(a) também terá a liberdade para pedir informações ou tirar qualquer dúvida que tiver. Se seu(ua) filho(a) ficar cansado(a) ou não conseguir responder alguma atividade, poderá deixar sem responder, pois não é um teste para a nota.

Como pesquisador responsável por este estudo, comprometo-me a manter em segredo todos os dados confidenciais. Garantimos, também, o direito de indenização se porventura sofrer algum prejuízo moral ou físico por causa da participação e, que seu(ua) filho(a) não terá nenhum gasto e nem receberá nenhum pagamento nesta pesquisa. Caso tenha algum gasto o dinheiro será devolvido.

Então, se está claro para o senhor(a), peço que assine este documento. O seu consentimento deve estar de acordo com o consentimento do(a) seu(ua) filho(a), isto é, se ele(a) não concordar em participar, a opinião dele(a) será respeitada. Esse termo foi impresso em duas vias iguais e você ficará com uma das vias.

---

Danilo do Carmo de Souza. Contato (85) 987743511

Eu, \_\_\_\_\_, aceito que meu(inha) filho(a) participe das tarefas da pesquisa: Contribuições das Tecnologias Digitais no desenvolvimento do conceito de variabilidade por estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental. Fui claramente informado que ele(a) responderá a tarefas de Matemática. Foi-me garantido que meu(inha) filho(a) poderá desistir da pesquisa a qualquer momento que desejar, sem que isto leve a quaisquer prejuízos em seu aprendizado na escola, que as informações confidenciais serão mantidas em segredo.

Fortaleza, \_\_\_\_/\_\_\_\_/2019

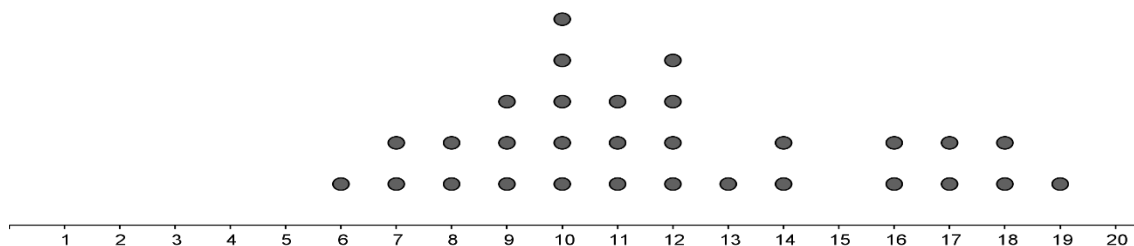
.....  
Pais ou responsável legal, se houver.

## APÊNDICE C- PRÉ-TESTE APLICADO AOS ESTUDANTES

Caro estudante, responda as questões a seguir de acordo com seus conhecimentos. Suas respostas serão de natureza confidencial. Por favor, sempre que possível explicita seu raciocínio. Agradecemos sua colaboração nesse processo!

Nome completo: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

**1ª questão:** O gráfico a seguir apresenta a temperatura mais elevada do dia na cidade de Rosa Branca, no mês de junho. Cada ponto representa um dia diferente.



a) Qual foi a maior temperatura registrada?

Resposta: \_\_\_\_\_

b) Qual temperatura foi a mais recorrente durante o período analisado?

Resposta: \_\_\_\_\_

c) Quantos dias tiveram temperatura de no mínimo 16°C?

Resposta: \_\_\_\_\_

d) Quantas vezes foram registradas a temperatura de 15°C?

Resposta: \_\_\_\_\_

**2ª questão:** Dois alunos do 9º ano realizaram cinco testes para a disciplina de matemática. As notas obtidas estão descritas a seguir (numa escala de 0 à 10):

Aluno 1: 6,0 - 9,0 - 8,0 - 6,0 - 8,0;

Aluno 2: 4,0 - 10,0 - 10,0 - 4,0 - 9,0;

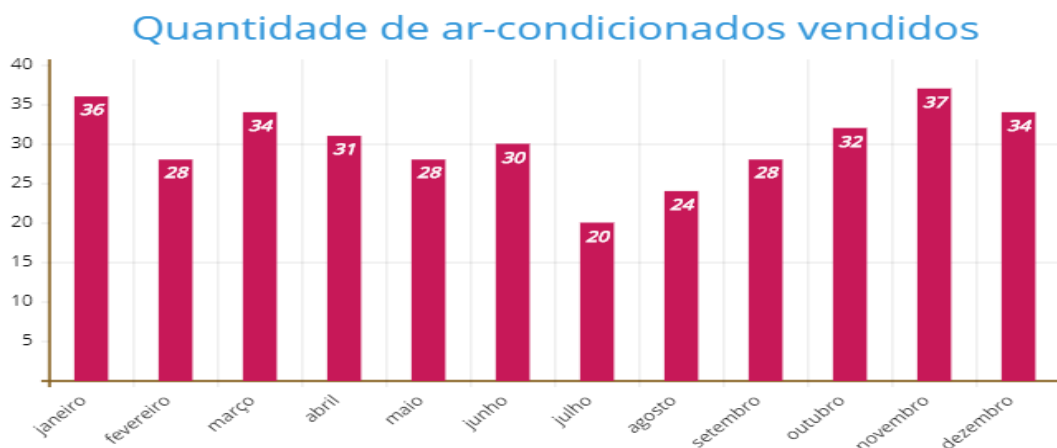
a) Se você tivesse que fazer um teste de Matemática, quem você escolheria para fazer dupla?

Registre aqui seu raciocínio

Explique como chegou a essa conclusão.

Resposta: \_\_\_\_\_

**3ª questão:** Os dados a seguir foram retirados de uma empresa de ar-condicionado. O gráfico apresenta o número de aparelhos vendidos por mês, no ano de 2018.



Fonte: elaboração do autor

Com base nesse gráfico, responda:

a) Entre quais meses houve o maior período de crescimento na venda de aparelhos de ar-condicionado?

Resposta: \_\_\_\_\_

b) Em qual(ais) mês(es) o número de aparelhos ficou acima da média? Explique sua resposta.

Registre aqui seu raciocínio

Resposta: \_\_\_\_\_

**4ª questão:** Um conjunto de funcionários sofreu um acidente com um determinado tipo de veneno. Todos os funcionários passaram por um tratamento médico e os valores a seguir indicam o tempo (horas) entre a contaminação pelo veneno e a recuperação do paciente: 3, 23, 46, 2, 42, 47, 37, 12, 51, 11, 1, 3, 3, 45, 3, 4, 11, 2, 8, 56, 39, 22, 16, 5 e 56. Coloque os dados em ordem crescente e responda:

Registre aqui seu raciocínio

a) Qual valor ocupa a posição central dessa sequência?

Resposta: \_\_\_\_\_

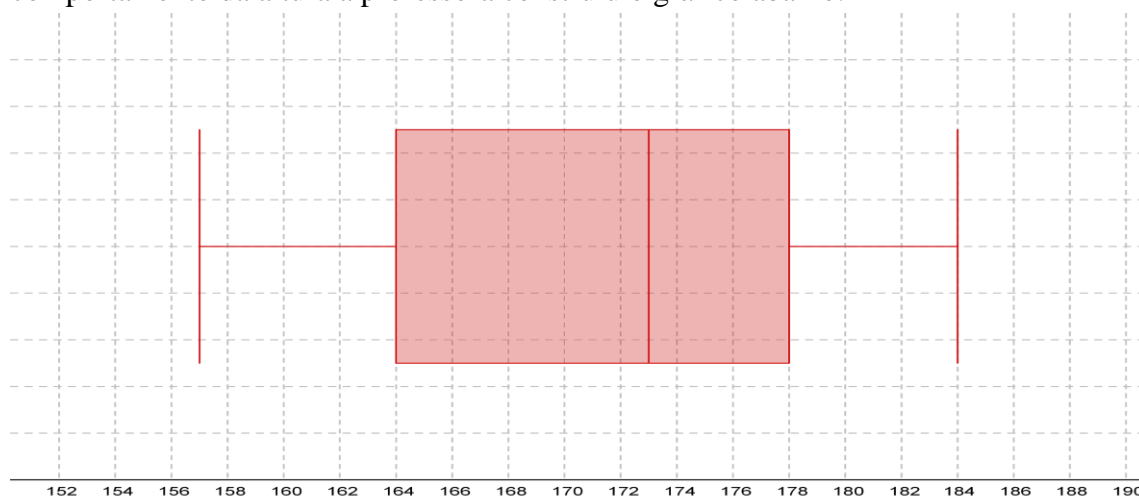
b) Qual valor deixa 25% das observações ordenadas à sua esquerda?

Resposta: \_\_\_\_\_

c) Qual valor deixa 75% das observações ordenadas à sua esquerda?

Resposta: \_\_\_\_\_

**5ª questão:** A professora de Educação Física no início do ano letivo realizou uma atividade medindo a altura (cm) dos alunos de uma turma do 1º ano do Ensino Médio. Para observar o comportamento da altura a professora construiu o gráfico abaixo.



Fonte: Elaboração do autor

Com base no gráfico, responda:

a) Qual a altura mediana dos candidatos? Explique o que isso significa.

---



---

b) Qual a diferença entre a maior e a menor altura nesse conjunto de dados?

Resposta: \_\_\_\_\_

**6ª questão:** Durante um período de 12 meses foi registrado o consumo de água de uma residência na cidade de Fortaleza. Os dados estão organizados no quadro a seguir:

Mês	Consumo (metros cúbicos)
Janeiro	12
Fevereiro	9
Março	8
Abril	9
Maio	9
Junho	11
Julho	7
Agosto	9
Setembro	10
Outubro	12
Novembro	10
Dezembro	14

Fonte: elaborada pelo pesquisador

a) Qual a diferença entre o maior e o menor valor do consumo dessa residência? Explique o que essa medida expressa em relação ao consumo geral da residência.

Resposta: \_\_\_\_\_

b) Qual o consumo médio de água dessa residência?

Resposta: \_\_\_\_\_

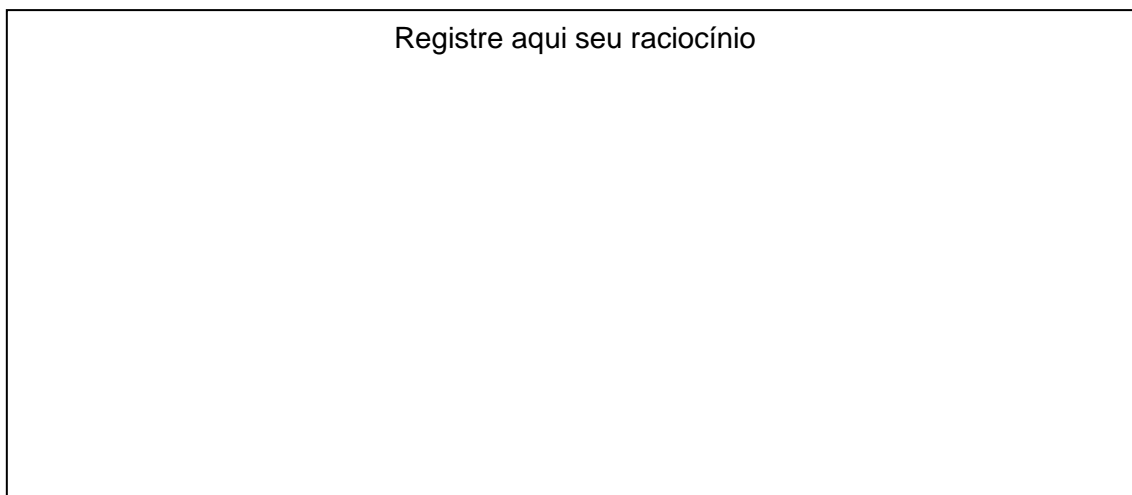
Registre aqui seu raciocínio

c) Qual mês apresentou a maior frequência de consumo de água dessa residência?

Resposta: \_\_\_\_\_

d) Construa o gráfico de pontos que represente a distribuição do consumo de água dessa residência.

Registre aqui seu raciocínio



e) Descreva com suas palavras o consumo de água dessa residência.

---

---

---

---

---

---





## APÊNDICE E – DIÁRIO DE CAMPO

### 1º Etapa: Aplicação do pré-teste

Durante a aplicação os estudantes mostraram interesse na resolução das atividades? Houve alguma resistência? (Identificar o motivo)

---



---

Os estudantes apresentaram alguma dificuldade na resolução dos problemas? Identificar as questões e a causa aparente.

---



---

Algum estudante questionou sobre algum conceito, ou no momento da resolução das situações informou não saber construir algum tipo de representação gráfica?

---



---

### 2º Etapa: Proposição das atividades e utilização dos recursos digitais

#### 2.1: Construção dos conceitos a partir das atividades

Os estudantes apresentam algum conhecimento sobre média, moda, mediana? E quanto a percepção das causas da variabilidade, alguma criança mencionou ou justificou porque os dados variam? Algum estudante mencionou alguma situação do seu cotidiano em que ele percebesse a presença desses conceitos?

---



---

Como os alunos receberam as atividades de exploração dos conceitos iniciais? Houve alguma resistência durante a resolução das atividades iniciais? Realizaram totalmente, parcialmente ou não conseguiram? (Identificar a possível causa e solução) Identificou-se alguma interação entre os participantes dos grupos?

---



---

Houve alguma dificuldade durante a construção do gráfico de pontos (*dotplot*) nas atividades propostas? Os estudantes já conheciam essa representação gráfica?

---



---

As situações discutidas propiciaram que os conceitos inerentes à variabilidade fossem assimilados durante a intervenção? (Identificar o conceito e suas respectivas considerações).

---

---

---

Quais questionamentos foram levantados pelos estudantes durante a intervenção sobre os conceitos de variabilidade? (Identificar o conceito e suas respectivas considerações). Algum aluno sentiu-se à vontade para responder essas indagações?

---

---

A construção dos gráficos auxiliou na compreensão dos problemas de variabilidade? De que forma?

---

---

Quais dificuldades foram encontradas na interpretação do gráfico de caixa *boxplot*? A manipulação do *Geogebra* facilitou essa interpretação? De que forma?

---

---

As situações propostas desenvolveram o senso investigativo nos estudantes? Houve algum conflito no momento de elaboração do instrumental de coleta de dados da pesquisa feita pelos estudantes?

## 2.2 Utilização dos Recursos Educacionais Digitais

Nas atividades em que seria necessário a utilização do *Geogebra* os estudantes demonstraram alguma dificuldade? Indicar. Foi possível sanar essa dificuldade?

---

---

Os estudantes mostraram dificuldades na atividade em que era solicitado a interpretação dos *dotplot* já construídos no *Geogebra*? E para a construção desses gráficos entre as equipes, notou-se alguma dificuldade da construção a partir desse software?

## 3º Etapa: Aplicação do pós-teste

Durante a aplicação os estudantes mostraram interesse na resolução das atividades? Houve alguma resistência? (Identificar o motivo)

---

---

---

Os estudantes apresentaram alguma dificuldade na resolução dos problemas? Identificar as questões e a possível causa aparente.

---

---

---

Algum estudante questionou sobre algum conceito, ou no momento da resolução das situações informou não saber construir algum tipo de representação gráfica?

---

---

---

