



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ**  
**CAMPUS RUSSAS**

**DOMINGOS SÁVIO LIMA MOREIRA**

**ANÁLISE NUMÉRICA DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO REFORÇADAS COM  
PRFC**

**RUSSAS**  
**2019**

**DOMINGOS SÁVIO LIMA MOREIRA**

**ANÁLISE NUMÉRICA DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO REFORÇADAS COM  
PRFC**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Engenharia Civil da Universidade Federal do Ceará - Campus Russas, como requisito parcial para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Dr. Esequiel Fernandes Teixeira Mesquita.

**RUSSAS**

**2019**

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação  
Universidade Federal do Ceará  
Biblioteca Universitária

Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

---

M837a Moreira, Domingos Sávio Lima.

Análise Numérica de Vigas de Concreto Armado Reforçadas com PRFC / Domingos Sávio Lima Moreira. – 2019.

51 f. : il. color.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) – Universidade Federal do Ceará, Campus de Russas, Curso de Engenharia Civil, Russas, 2019.

Orientação: Prof. Dr. Esequiel Fernandes Teixeira Mesquita.

1. Reforço. 2. PRFC. 3. Não linearidade física. 4. MEF. I. Título.

CDD 620

---

**DOMINGOS SÁVIO LIMA MOREIRA**

**ANÁLISE NUMÉRICA DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO REFORÇADAS COM  
PRFC**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Engenharia Civil da Universidade Federal do Ceará - Campus Russas, como requisito parcial para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil.

Aprovado em \_\_\_\_ / \_\_\_\_ / \_\_\_\_\_

**BANCA EXAMINADORA**

---

Prof. Dr. Esequiel Fernandes Teixeira Mesquita (Orientador)  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Prof. Dr. Marcelo Silva Medeiros Junior  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Prof. Dr. Hugo Filipe Pinheiro Rodrigues  
Instituto Politécnico de Leiria (IPL)

---

Profa. Ms. Camila Lima Maia  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

“O processo é lento, mas desistir não  
acelera.”

Surama Jurdi

## RESUMO

A todo momento, seja por erros construtivos, intempéries ou mudanças na forma de utilização das construções, faz-se necessário o emprego de reforços a fim de manter as edificações em níveis de segurança aceitáveis. Dentre as intervenções na construção civil, a inserção de mantas de polímero reforçado com fibra de carbono (PRFC) em elementos estruturais com a finalidade de incrementar suas capacidades de carga mostrou-se ser um método viável em vários casos de necessidade de intervenção estrutural. Experimentos laboratoriais e simulações computacionais fazem-se necessários a fim de estudar os materiais e formas mais eficientes durante a aplicação do reforço. O presente trabalho tem como finalidade principal simular computacionalmente, através do método dos elementos finitos (MEF) com auxílio do *software* ABAQUS e considerando a não linearidade física do concreto, o comportamento de cinco vigas de concreto armado, sendo 4 delas reforçadas à flexão através da aderência externa de manta de PRFC. Após a simulação comparou-se os resultados numéricos com os resultados experimentais obtidos na literatura afim de validar a modelagem numérica.

**Palavras-chave:** Reforço. PRFC. Não linearidade física. MEF.

## **ABSTRACT**

In order to keep structures under safe, the employment of structural strengthening techniques has been often requested as way to correct constructive mistakes, to adapt the existing structure to current owners necessity and to enlarge the structure durability. Between all intervention techniques, the employment of layers of carbon-fiber-reinforced-polymer (CFRP) in structural elements is reported in the literature as a reliable technique to increase the strength capacity of the reinforced elements. Experimental and numerical simulations are requested, in complementary way, to study and to understand the material mechanical behavior and the most efficient way for to apply the structural strengthening technique. In this way, the present work has as main aim to provide a non-linear computational simulation based on Finite Elements Technique (FEM) of concrete beams. The experiment includes 5 reinforced concrete (RC) beams. 4 of the RC beams were submitted to strengthening by CFRP application. After numerical simulation, the experimental results obtained in the literature were compared with the numerical. The numerical model showed reliable and compatible behavior as the experimental.

**Palavras-chave:** Strenghtening. CFRP. Nonlinearity. FEM.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Configuração de um compósito de fibras.....	15
Figura 2 – Função definida em trechos de funções mais simples .....	17
Figura 3 - Discretização de um domínio em sub domínios.....	18
Figura 4 - Dimensões da viga.....	20
Figura 5 - Armadura da viga do grupo VA.....	21
Figura 6 - Detalhamento do reforço em PRFC .....	21
Figura 7 – Planos de simetria da viga .....	22
Figura 8 - Partes da viga em Assembly.....	24
Figura 9 - Detalhe da armadura dentro da viga.....	24
Figura 10 - Detalhe da aplicação da força.....	25
Figura 11 - Face da viga no plano de simetria Y-Z.....	26
Figura 12 - Face da viga no plano de simetria X-Y .....	27
Figura 13 – Detalhamento do local de suporte da viga .....	27
Figura 14- Curva tensão versus deformação teórica do concreto na compressão .....	30
Figura 15 - Comportamento do concreto submetido à tração segundo a NBR 6118 (2014).....	32
Figura 16 - Diagrama teórico tensão versus abertura de fissuras .....	33
Figura 17 - Diagramas propostos da tensão versus abertura de fissuras .....	33
Figura 18 - Diagrama tensão versus deformação do aço.....	35
Figura 19 - Malha do modelo numérico.....	37
Figura 20 - Posicionamento do reforço .....	39
Figura 21 - Deslocamento vertical da viga VA-REF. ....	41
Figura 22 - Acúmulo de tensões Von Mises na viga VA-REF. ....	42
Figura 23 - Rompimento da viga experimental.....	45

## LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Diagrama tensão versus deformação do concreto pelo modelo da NBR 6118 (2014).....	31
Gráfico 2 - Diagrama tensão versus deformação inelástica do concreto .....	31
Gráfico 3 - Diagrama carga versus deslocamento vertical da viga VA-REF ....	41
Gráfico 4 - Deslocamento vertical no centro do vão da viga VA-2 .....	43
Gráfico 5 - Deslocamento vertical no centro do vão da viga VA-3 .....	44
Gráfico 6 - Deslocamento vertical no centro do vão da viga VA-4 .....	44
Gráfico 7 - Deslocamento vertical no centro do vão da viga VA-5 .....	45
Gráfico 8 - Diagrama carga versus deslocamento vertical da viga VA-REF ....	46

## LISTA DE FIGURAS

Tabela 1 - Elementos que compõe o modelo .....	23
Tabela 2 – Características lineares do concreto .....	28
Tabela 3 - Características do concreto para o modelo CDP .....	29
Tabela 4 - Parâmetros para o comportamento do aço CA-50 .....	34
Tabela 5 - Parâmetros para o comportamento do aço CA-60 .....	35
Tabela 6 - Material referente a cada parte .....	36
Tabela 7 - Detalhamento da malha das partes.....	37
Tabela 8 - Parâmetros do comportamento do reforço.....	38
Tabela 9 - Deslocamentos verticais no centro do vão.....	40
Tabela 10 - Deslocamentos verticais das vigas experimentais.....	42
Tabela 11 - Deslocamentos verticais das vigas simuladas.....	43

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	10
<b>1.1 Justificativa</b> .....	11
<b>1.2 Objetivos</b> .....	12
<b>1.2.1 Objetivo principal</b> .....	12
<b>1.2.2 Objetivos específicos</b> .....	12
<b>2 REFERENCIAL TEÓRICO</b> .....	13
<b>2.1 Reforço das estruturas de concreto armado</b> .....	13
<b>2.2 Reforço com polímero reforçado com fibra de carbono (PRFC)</b> .....	15
<b>2.3 Método dos elementos finitos</b> .....	16
<b>2.4 Análise linear e não linear</b> .....	19
<b>3 METODOLOGIA</b> .....	20
<b>3.1 Caso analisado</b> .....	20
<b>3.2 Considerações do modelo numérico</b> .....	21
<b>3.3 Simulação das vigas</b> .....	23
<b>3.3.1 Geometria da VA-R</b> .....	23
<b>3.3.2 Esforço Solicitante</b> .....	25
<b>3.3.3 Condições de Contorno</b> .....	25
<b>3.3.4 Contatos</b> .....	28
<b>3.3.5 Materiais</b> .....	28
3.3.5.1. Concreto .....	28
3.3.5.2 Aço CA-50 e CA-60 .....	34
<b>3.3.6 Malha</b> .....	36
<b>3.3.7 Adição do reforço em PRFC</b> .....	38
<b>4 RESULTADOS</b> .....	40
<b>5 CONCLUSÃO</b> .....	47
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	49

## 1 INTRODUÇÃO

Com o desenvolvimento da população mundial e da economia crescente ano após ano, a necessidade de cada vez mais espaço nos grandes centros urbanos também aumentou. Contudo, devido à preocupação mundial com os impactos ambientais gerados por toda a atividade humana, inclusive da construção civil, é comum a reutilização de prédios antigos para uma finalidade diferente daquela para a qual os mesmos foram projetados. O resultado desta tendência de desenvolvimento desordenado e em desrespeito às condições de utilização do edificado existente é o surgimento de manifestações patológicas nos sistemas estruturais como fissuras e deformações excessivas dos elementos estruturais. Muitos destes problemas ocorrem devido à uma carga excessiva imposta à estrutura, porém depois que esta já está consolidada, não é qualquer intervenção que permite o incremento da capacidade resistente da estrutura.

Dentre os vários métodos utilizados no reforço de elementos estruturais em concreto armado (CA), está a aplicação de um polímero reforçado com fibra (PRF) nas faces exteriores dos elementos estruturais a fim de resistir a um maior esforço de tração na região de sua aplicação. Das várias fibras disponíveis no mercado, os polímeros reforçados com fibra de carbono (PRFC) apresentam as características que melhor se ajustam ao requerido pelas estruturas em CA (JUVANDES, 1999).

Com o avanço das ferramentas computacionais, é possível simular e reproduzir ou prever comportamentos em estruturas reais a fim de permitir maior facilidade e rapidez na resolução de problemas de reforço no âmbito da engenharia. Logo, dentre os vários métodos desenvolvidos ao longo dos anos, um que se destaca é o método dos elementos finitos (MEF) que permite reproduzir o comportamento de inúmeros fenômenos físicos através da discretização do problema em várias partes menores chamadas elementos finitos.

A recorrência à simulação numérica computacional se faz necessária, especialmente em projetos de reforço estrutural, para validação do comportamento da estrutura, análise da melhor técnica de reforço a ser empregada e como modo de se antever os resultados mecânicos do reforço.

Dessa forma, com base em dados experimentais obtidos por Vieira et al. (2016) a partir do comportamento de vigas reforçadas com PRFC sujeitas à flexão, no presente trabalho foi possível reproduzir as condições às quais as vigas foram sujeitas

e observar a compatibilidade entre os resultados obtidos experimentalmente e simulados. Assim, pode-se calibrar e validar as simulações numéricas realizadas, de modo a se produzirem resultados que melhor caracterizam e auxiliam o entendimento sobre o comportamento das vigas de CA.

## **1.1 Justificativa**

As técnicas de reforço de estruturas apresentam comportamentos distintos devido a variação dos sistemas estruturais e dos seus elementos constituintes. Assim, é de complexa previsão o efeito de medidas de reforço estrutural nas construções. Em quando a estrutura terá sua capacidade resistente reforçada com esta técnica? Esta é sem dúvida uma pergunta à qual engenheiros de reabilitação são constantemente submetidos e de difícil precisão na resposta. De modo complementar, os experimentos destrutivos realizados em laboratório demandam elevado tempo, podendo ter elevado custo, além de depender muitas vezes de maquinários específicos para sua realização. Em contrapartida, as simulações com auxílio de modelos numéricos demandam menor tempo e custo, além de poderem ser realizadas com auxílio apenas de um computador. Por isso, essa técnica mostra-se cada vez mais como alternativa para a compreensão do comportamento das estruturas e dos materiais. Todavia requer uma mão de obra muito mais especializada e o avanço técnico de métodos de modelagem dos comportamentos físicos dos materiais. Os modelos numéricos não substituem os experimentos realizados em laboratório, porém podem auxiliar através da complementação das análises laboratoriais.

Dessa forma, o desenvolvimento de estratégias que permitam a aproximação entre o comportamento experimental e numérico dos materiais e elementos estruturais é sem dúvida um ponto de elevada contribuição ao meio técnico-científico. Assim sendo, justifica-se a contribuição deste trabalho para a técnica pela apresentação de uma metodologia de resposta do comportamento de vigas reforçadas com PRFC.

## **1.2 Objetivos**

### ***1.2.1 Objetivo principal***

O objetivo geral deste trabalho é realizar um estudo, através da modelagem numérica, com auxílio do método dos elementos finitos (MEF), de cinco vigas de concreto armado, sendo 4 delas reforçadas à flexão com polímero reforçado com fibra de carbono (PRFC).

### ***1.2.2 Objetivos específicos***

- Desenvolver uma estratégia de simulação numérica baseada em resultados experimentais de vigas reforçadas com PRFC;
- Avaliar os deslocamentos das vigas, obtidos pelos ensaios experimentais, e comparar com os resultados do modelo numérico desenvolvido neste trabalho;
- Caracterizar o comportamento das vigas considerando os estados de linearidade e não-linearidade;
- Comparar o comportamento das simulações numéricas para as diferentes quantidades de camadas de reforço utilizadas.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

### 2.1 Reforço das estruturas de concreto armado

Patologia pode ser entendida como a parte da engenharia que estuda os sintomas, mecanismos, as causas e as origens dos defeitos das construções civis, ou seja, é o estudo das partes que compõem o diagnóstico do problema (HELENE, 1988).

A concepção de uma estrutura durável implica a adoção de um conjunto de decisões e procedimentos que garantam à construção um desempenho satisfatório ao longo da vida útil da construção. Entende-se como durabilidade o parâmetro que relaciona a aplicação das características de deterioração dos materiais e dos sistemas estruturais a uma determinada construção.

As estruturas não têm vida útil indefinida, afinal todas estão expostas aos efeitos ambientais que com o passar dos anos contribuem para a degradação de toda e qualquer estrutura. Cabe à engenharia procurar meios e tecnologias que retardem ou revertam o surgimento de danos estruturais ao longo da vida útil das construções.

Segundo a NBR 6118 (2014), as estruturas de concreto devem ser projetadas e construídas de modo que, sob as condições ambientais previstas em projeto, e quando utilizadas conforme o previsto, conservem sua segurança e estabilidade durante o período correspondente à sua vida útil. As estruturas em concreto armado, de maneira geral, têm um bom desempenho e um período longo de vida. Porém, os esforços aos quais a estrutura está submetida podem alterar-se durante seu período de vida, colocando em risco o não atendimento de sua vida útil aos níveis de utilização e segurança previstos em projeto (JUVANDES, 1999).

Embora otimizadas do ponto de vista estrutural e econômico, as estruturas de concreto mais recentes estão mais suscetíveis a apresentar um quadro de danos maior do que as mais antigas estruturas, que eram dimensionadas com uma margem de segurança maior, permitindo que os efeitos dos agentes externos não comprometessem tanto a capacidade resistente da estrutura.

É importante que o diagnóstico durante a investigação do surgimento de uma anomalia identifique com precisão a origem do surgimento daqueles danos, para que assim seja tomada a medida mais adequada e possível de intervenção, resultando em economia de tempo e dinheiro.

Uma vez que a estrutura tenha sua construção finalizada, a alteração da sua capacidade de carga se torna difícil, daí vem a importância do desenvolvimento de técnicas que atendam esse tipo de necessidade. A demanda pela execução de reforços estruturais em determinados elementos podem ter inúmeras razões, tais como a deterioração prematura de materiais, mudança na forma de utilização da estrutura ou até erros de dimensionamento ou execução dos elementos estruturais, comprometendo assim, a segurança da estrutura (GARCEZ, 2007).

As intervenções em estruturas de concreto armado devem ter uma atenção especial dos profissionais que atuam na área. Essa cautela se deve ao caráter estrutural que vigas, lajes e pilares exercem na estrutura, sendo elas as responsáveis pela estabilidade estrutural, além de garantirem a segurança das pessoas que utilizam o empreendimento. As estruturas de concreto armado estão suscetíveis a desenvolver problemas tanto no concreto quanto em sua armadura de aço, sendo que ambas colocam em risco o seu desempenho estrutural. Diante da necessidade de uma intervenção em uma estrutura, o profissional deve decidir entre reconstruir ou reforçar o elemento estrutural. Para a tomada dessa decisão, deve-se levar em conta as características específicas da obra, como os custos diretos e indiretos e a necessidade ou não da interrupção do uso da estrutura.

Segundo a NBR 6118 (2014), durante o processo de dimensionamento das estruturas devem ser considerados mecanismos de envelhecimento e deterioração que podem ser classificadas em três grupos: Mecanismos preponderantes de deterioração relativos ao concreto, mecanismos preponderantes de deterioração relativos à armadura e mecanismos de deterioração da estrutura propriamente dita. Referente aos mecanismos de deterioração do concreto têm-se lixiviação, expansão por ação de materiais contaminados com sulfatos, dando origem a reações expansivas e deletérias com a pasta de cimento hidratado, expansão por ação das reações entre os álcalis (reação álcali agregado). Já referente aos mecanismos de deterioração da armadura tem-se a despassivação por carbonatação e por elevado teor de íons. Os mecanismos de deterioração da estrutura propriamente dita são todos aqueles relacionados às ações mecânicas, movimentações de origem térmica, impactos, ações cíclicas, retração, fluência e relaxação.

As estruturas de concreto armado são projetadas de forma que seja possível a detecção de que a estrutura está submetida a alguma manifestação patológica. Tais sintomas se apresentam na forma de fissuras e flechas excessivas.

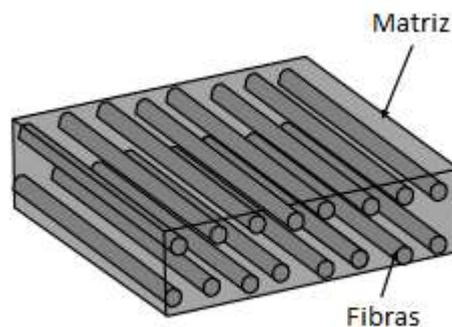
Por isso a NBR 6118 (2014) não permite que as estruturas sejam dimensionadas com excesso de armadura, pois este tipo de estrutura apresenta ruptura frágil, sem aviso prévio, quando estão em seu estado limite último (ELU). Isso permite a identificação de anomalias com antecedência evitando eventuais acidentes e possibilitando a tomada de medidas corretivas mais cedo tornando a intervenção mais rápida, econômica e segura.

## 2.2 Reforço com polímero reforçado com fibra de carbono (PRFC)

Ao longo dos anos, diversas técnicas de reforço estrutural foram desenvolvidas com o objetivo de incrementar a capacidade resistente das estruturas. Com o desenvolvimento dos adesivos sintéticos durante a segunda Guerra Mundial, foi possível a aplicação de elementos mais rígidos como chapas de aço nas faces dos elementos, elevando sua rigidez e resistência. Porém essas chapas de aço tinham elevado peso específico, dificultando os processos de transporte, manuseio e instalação, além de estarem suscetíveis ao desenvolvimento de corrosão, criando tarefas adicionais para sua proteção e manutenção (GARCEZ, 2007).

Nos últimos anos houve avanços significativos em setores específicos no mercado da construção civil, dentre eles, a produção em massa de polímeros reforçados com fibra (PRF) que hoje têm larga aplicação na recuperação de estruturas de concreto (DESKOVIC; TRIANTAFILLOU; MEIER, 1995). Esses compósitos consistem em fibras contínuas mergulhadas em uma matriz polimérica como poliéster ou epóxi.

Figura 1- Configuração de um compósito de fibras



Fonte: Adaptado de Obaidat et al. (2011), p. 3.

As fibras utilizadas nos reforços tratam-se de materiais filamentosos onde suas moléculas são alinhadas em uma mesma direção, conferindo uma maior resistência à tração deste material. Comumente utilizam-se fibras de alta performance como fibras de aramida (PRFA), fibras de vidro (PRFV) ou fibras de carbono (PRFC), sendo esta última a mais utilizada na construção civil. Essencialmente, a maior utilização das fibras de carbono na construção civil dá-se pelo fato destas apresentarem um elevado módulo de elasticidade além de uma alta resistência tanto na tração quanto na compressão, sem aumento considerável das seções da peça reforçada, tornando-as (as fibras de carbono) ideais para a aplicação na construção civil (NORRIS; SAADATMANESH; EHSANI, 1997).

A matriz polimérica tem a função de unir as fibras que compõem o compósito, transmitindo para as mesmas todas as solicitações externas, além de proteger as fibras de agentes agressivos e danos mecânicos. Comumente essas fibras estão orientadas em um mesmo sentido a fim de melhorar a resistência em uma direção específica, portanto é necessário que o sentido de aplicação do reforço esteja de acordo com o tipo de esforço a ser combatido. Entre as vantagens do uso das fibras estão sua alta resistência à tração, leveza e imunidade à corrosão. Além disso, a combinação de fibras e polímeros permite que o elemento de reforço seja confeccionado para atender uma solução particular, tanto em relação à sua geometria quanto às suas propriedades mecânicas (BEBER, 2003).

É possível recorrer às diversas formas dos PRFC disponíveis no mercado como barras, mantas, laminados e tecidos que podem ser utilizados, interna e externamente, nos elementos de concreto armado reforçando-os ao cisalhamento e à flexão (ARQUEZ, 2010).

Os reforços com PRF, quando tracionados na mesma direção de suas fibras, não apresentam qualquer comportamento plástico antes de sua falha, fazendo com que sua ruptura seja frágil. Já na compressão, os reforços com PRF apresentam no máximo 78% da resistência à tração, a depender do tipo de fibra utilizado (AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, 2008).

### **2.3 Método dos elementos finitos**

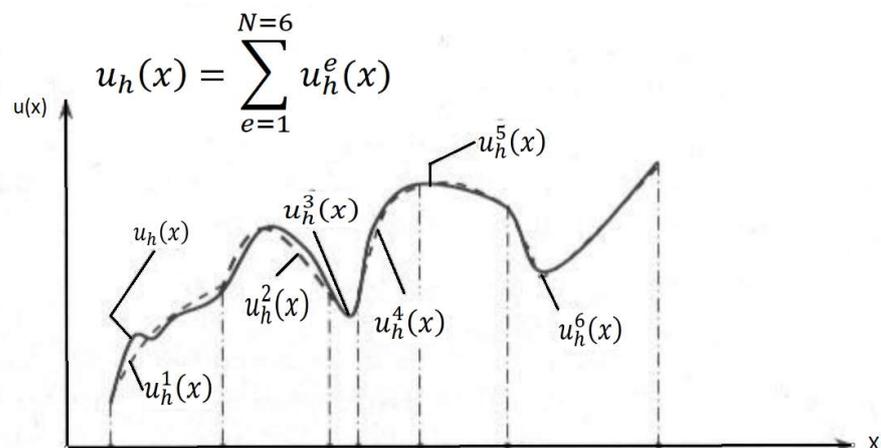
Segundo Duarte (2016), o crescente aumento da capacidade de processamento dos computadores tem possibilitado a utilização de técnicas para

solucionar problemas que garantem a preservação da complexidade dos modelos e a utilização de técnicas aproximadas de resolução. Dentre esses métodos se encontra o método dos elementos finitos (MEF).

O MEF é uma técnica de análise numérica para a obtenção de soluções aproximadas de problemas regidos por equações diferenciais. Embora tenha sido desenvolvido inicialmente para o cálculo de tensões em sistemas estruturais, o MEF também tem sido empregado em problemas envolvendo transmissão de calor e eletromagnetismo, de mecânica dos fluidos e mecânica dos sólidos (DUARTE, 2016).

Antes do surgimento do MEF, as análises dos meios contínuos eram feitas por resolução direta dos sistemas de equações de derivadas parciais que regem o comportamento do objeto de estudo, sendo muitas vezes necessário recorrer à séries de Fourier para facilitar a aplicação desta técnica. Porém, devido à sua complexidade, estes procedimentos só eram aplicáveis em meios contínuos homogêneos e de geometria simples (AZEVEDO, 2003). Já no MEF, um dado domínio é compreendido como um conjunto de vários subdomínios, também chamados de elementos finitos. Em cada um desses subdomínios, as equações que governam seu comportamento são aproximadas das equações que utilizam métodos tradicionais. O motivo de subdividir o domínio em vários elementos finitos é pelo fato de ser mais fácil representar uma equação de difícil resolução como sendo uma coleção de vários polinômios simples. Ao contrário de outros métodos, o MEF só tem utilidade prática com o auxílio de um computador devido à grande quantidade de cálculos que é necessário realizar (AZEVEDO, 2003; REDDY, 2006).

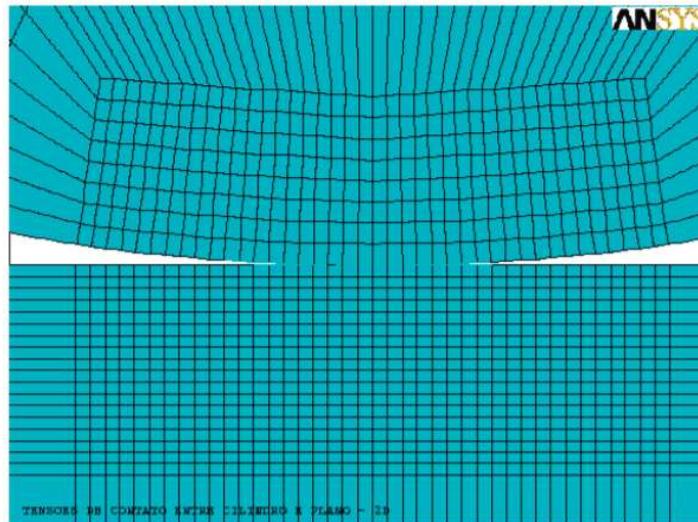
Figura 2 – Função definida em trechos de funções mais simples



Fonte: Reddy (2006), p. 13

Segundo Duarte (2016), uma das vantagens do MEF é a utilização de elementos de formas, tamanhos e propriedades físicas diferentes para se proceder a uma discretização de domínios em modelos que possuam geometrias complexas.

Figura 3 - Discretização de um domínio em sub domínios



Fonte: Duarte (2016), p. 38.

De forma genérica, existem dois tipos de abordagem para a solução de problemas no MEF que são tradicionalmente usadas. A primeira é chamada de método das forças, onde utiliza-se das forças internas como incógnitas do problema. Para obter as equações que governam o fenômeno estudado utilizam-se as equações de equilíbrio, resultando em um conjunto de equações algébricas para determinar todas as incógnitas. A segunda abordagem trata-se do método dos deslocamentos, onde consideram-se como incógnitas os deslocamentos dos nós. Para isso utiliza-se das equações de equilíbrio, além de aplicação de leis que relacionam força e deslocamento (LOGAN, 2016).

Embora seja uma ferramenta poderosa, não se deve esquecer que o MEF é um método aproximado, pois nele existem simplificações do comportamento da estrutura o que pode acarretar resultados incoerentes. Por isso é importante que o usuário que utiliza o MEF tenha pleno domínio acerca do problema físico em estudo, a fim de validar os resultados obtidos pelos *softwares* (DUARTE, 2016).

## 2.4 Análise linear e não linear

Na análise de uma estrutura é comum considerar que os deslocamentos provocados pela ação de forças externas são muito pequenos quando comparados com as dimensões do domínio em estudo. Uma análise é dita linear quando admite-se que esses deslocamentos não interferem na distribuição dos esforços e das tensões, ou seja, todo o cálculo é baseado na geometria indeformada inicial do domínio. Do contrário, caso seja considerado que a mudança da geometria devido as ações externas interfere na distribuição das tensões, a análise é dita como sendo não linear.

É comum também considerar a análise sendo linear ou não linear ao nível do material. Considera-se uma análise linear quando a relação entre tensão e deformação do material também apresenta comportamento linear e proporcional até alcançar sua tensão de ruptura. Caso essa relação seja não linear, é necessário recorrer à algoritmos específicos de análise não linear do material. Como o concreto apresenta comportamento não linear, utilizou-se o modelo *Concrete Damaged Plasticity* (CDP) para reproduzir tal comportamento. O CDP foi idealizado por Lubliner et al. (1989) e posteriormente modificado por Lee e Fenves (1998) e é baseado em dois comportamentos mecânicos distintos do material: plasticidade e dano (OMIDI; LOTFI, 2010).

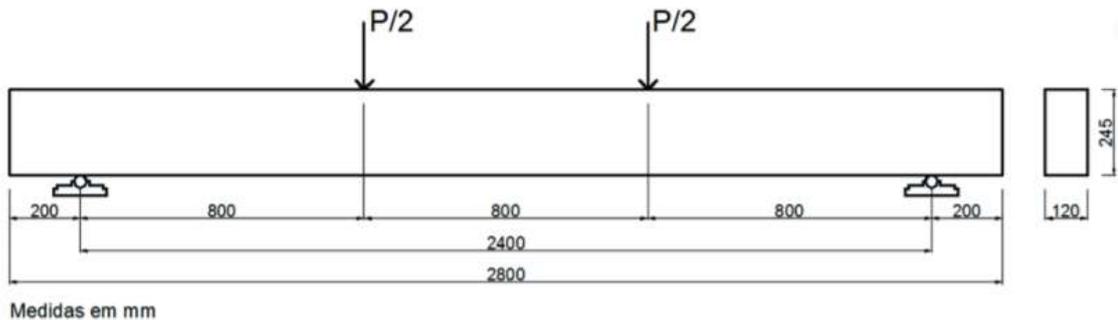
A teoria da plasticidade foi largamente usada de forma isolada para descrever o comportamento do concreto, porém esse modelo não permitia a integração de parâmetros da degradação do material devido ao surgimento de microfissuras. Por sua vez, a teoria do dano contínuo também foi utilizado de forma isolada para simular o comportamento não linear do concreto, baseado no surgimento de microfissuras, ou seja, na redução da rigidez do material. Porém esse modelo não conseguia simular alguns comportamentos como deformações irreversíveis e expansão volumétrica inelástica na compressão (OMIDI; LOTFI, 2010).

### 3 METODOLOGIA

#### 3.1 Caso analisado

As simulações numéricas realizadas neste trabalho buscaram reproduzir os ensaios realizados por Vieira et al. (2016). Foram analisados os comportamentos de vigas de concreto armado reforçadas à flexão com PRFC variando-se a taxa de armadura e a quantidade de camadas de reforço. As vigas ensaiadas no trabalho de Vieira et al. (2016) apresentaram seção transversal retangular de 120 mm (largura) por 245 mm (altura) com comprimento total de 2800 mm. Nos ensaios, as vigas estavam bi apoiadas com vão livre de 2400 mm e carregadas com forças concentradas nas extremidades do terço médio do vão livre, conforme mostrado pela Figura 4.

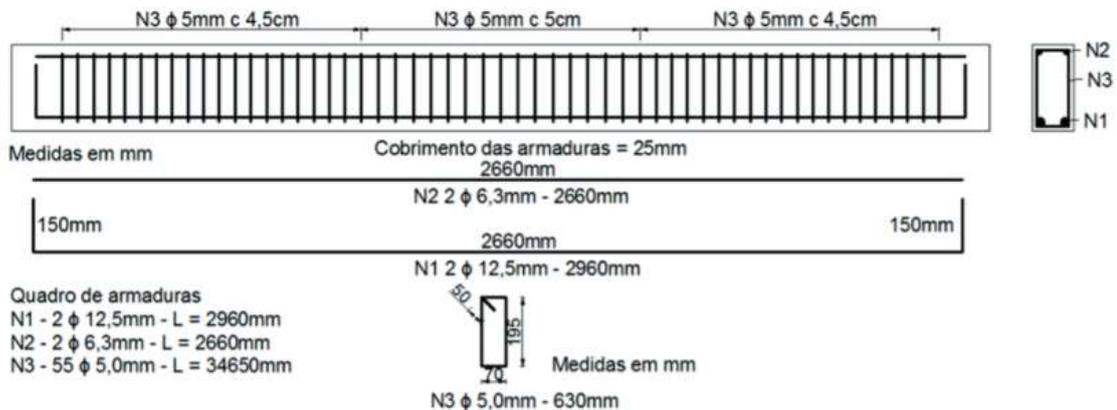
Figura 4 - Dimensões da viga



Fonte: Vieira et al. (2016), p. 139.

No trabalho desenvolvido por Vieira et al. (2016), foram confeccionadas um total de 10 vigas que foram divididas em dois grupos (VA e VB) onde cada grupo tinha uma taxa de armadura diferente, porém as simulações feitas neste trabalho se restringiram apenas às vigas do grupo VA. Tais vigas possuíam uma armadura longitudinal superior composta por duas barras de aço CA-50 com diâmetro de 6,3 mm, uma armadura longitudinal inferior com duas barras de aço CA-50 com diâmetro de 12,5 mm e estribos de barras de aço CA-60 com diâmetro de 5 mm.

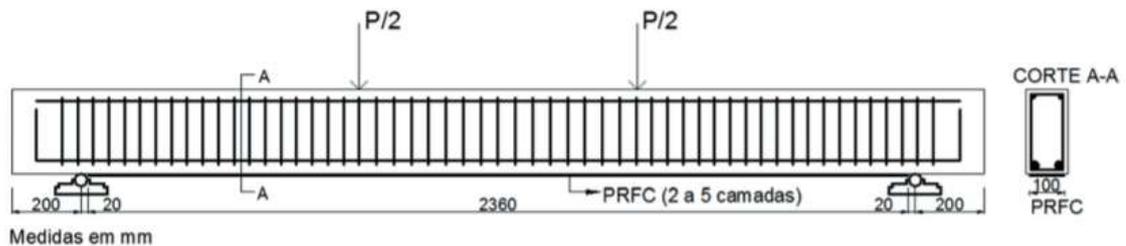
Figura 5 - Armadura da viga do grupo VA



Fonte: Vieira et al. (2016), p. 140.

O grupo VA possuía 5 vigas sendo que a viga VA-R não possuía reforço (referência) e as vigas VA-2, VA-3, VA-4 e VA-5 reforçadas com 2, 3, 4 e 5 camadas de PRFC respectivamente. O posicionamento e dimensões do reforço estão detalhadas na figura 6:

Figura 6 - Detalhamento do reforço em PRFC



Fonte: Vieira et al. (2016), p. 140.

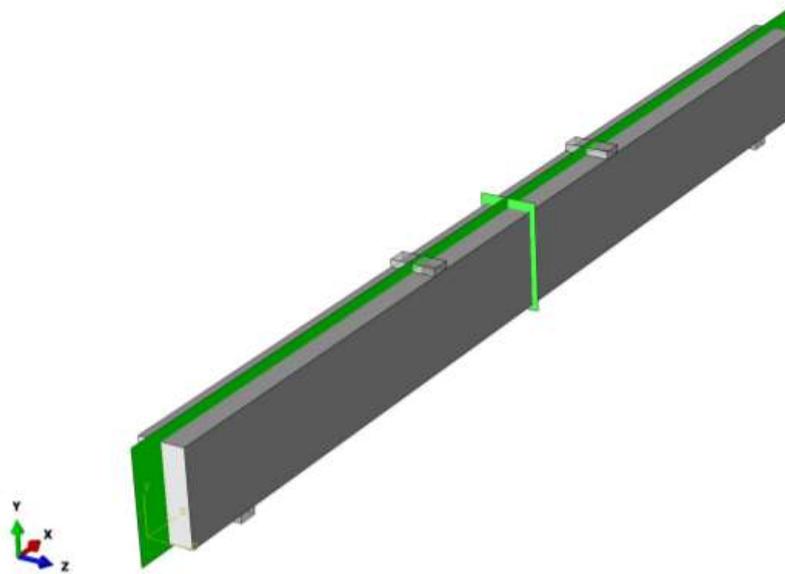
### 3.2 Considerações do modelo numérico

As simulações computacionais de todas as vigas foram feitas através do uso do software *Abaqus-CAE Research* que utiliza como mecanismo de cálculo o método dos elementos finitos (MEF).

É possível constatar que a viga apresenta dois eixos de simetria. Tal fato permite que seja feita a modelagem e simulação de apenas um quarto da viga, desde que sejam adotadas as condições de contorno apropriadas para que os resultados deste um quarto de viga representem os mesmos resultados caso a simulação fosse realizada em toda a viga. Essa estratégia de modelar apenas um quarto da viga

possibilita uma economia de processamento computacional durante a simulação realizando-a em um menor intervalo de tempo.

Figura 7 – Planos de simetria da viga



Fonte: Autor

Neste trabalho foram feitas simulações adotando o comportamento linear e não linear dos materiais, permitindo a comparação dos resultados nos diferentes regimes com o obtido em laboratório. O *Abaqus* contém alguns métodos para a simulação do comportamento do concreto de forma não linear, porém neste trabalho iremos nos ater a somente um desses métodos: o *Concrete Damaged Plasticity* (CDP).

De forma pormenorizada, a simulação foi desenvolvida da seguinte forma:

- a) Elaboração do modelo: nesta etapa foi desenvolvida cada parte que compõe o modelo como ferragens, apoios e a viga em si. Cada uma das peças foi posicionada como descrito por Vieira et al. (2016);
- b) Definição dos contatos, esforços e condições de contorno: nessa fase foram definidos o comportamento da interação entre diferentes partes do modelo, os esforços solicitantes e as condições de contorno da simulação.
- c) Inserção das propriedades dos materiais: aqui foi definido o comportamento de cada material e aplicado a cada uma das peças do modelo;
- d) Aplicação das cargas;

e) Processamento do modelo numérico computacional.

### 3.3 Simulação das vigas

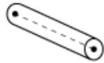
Para todas as vigas foram utilizados os mesmos desenhos geométricos baseado na VA-R, pois para simular as vigas com o uso do PRFC bastou acrescentar um elemento que simule o comportamento do reforço.

#### 3.3.1 Geometria da VA-R

No software *Abaqus*, inicialmente se modela todas as partes (peças) que compõem o modelo de forma separada no módulo *Parts* para posteriormente serem agrupadas em um só modelo, através do módulo *Assembly*.

Para a modelagem da viga VA-R foram utilizados as dimensões baseadas nas descritas por Vieira et al. (2016), porém aplicadas à apenas um quarto da viga. É possível observar todos as partes modeladas, na Tabela 1.

Tabela 1 - Elementos que compõe o modelo

Parte	Seção	Tipo	Forma	Ilustração
Viga	-	Deformável	Solid	
N1	Bitola 12,5 mm	Deformável	Wire - Truss	
N2	Bitola 6,3 mm	Deformável	Wire - Truss	
N3	Bitola 5 mm	Deformável	Wire - Truss	
Peça Indeformável	-	Deformável	Solid	

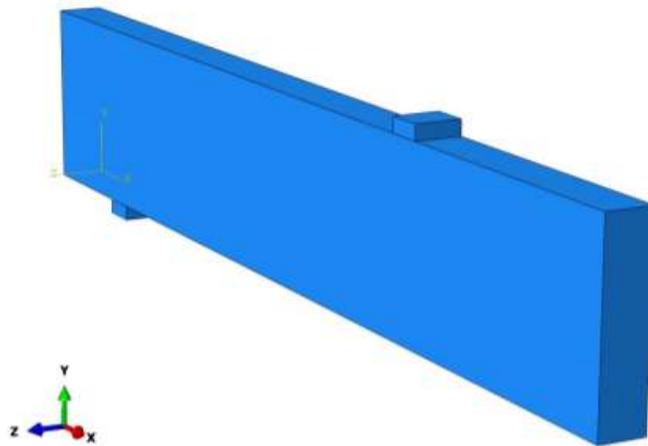
Fonte: Autor

Observa-se o incremento de um elemento chamado Peça Indeformável. Tal elemento tem duas funções: simular o local de apoio da viga e receber os esforços solicitantes transferindo-os de forma mais distribuída para a viga. Trata-se de um

bloco com as seguintes dimensões: 50 mm de largura, 60 mm de comprimento e 20 mm de altura.

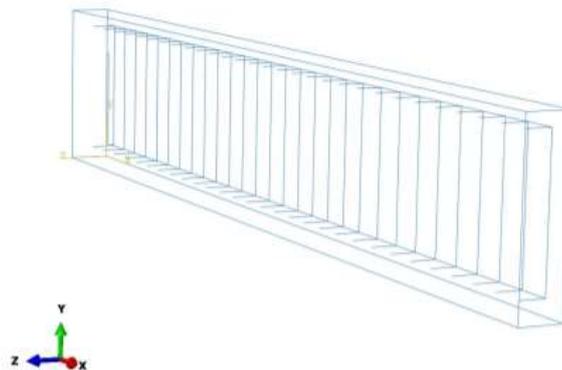
Após a confecção das partes, uniu-se todas no módulo *Assembly* como mostrado no trabalho de Vieira et al. (2016).

Figura 8 - Partes da viga em Assembly



Fonte: Autor

Figura 9 - Detalhe da armadura dentro da viga

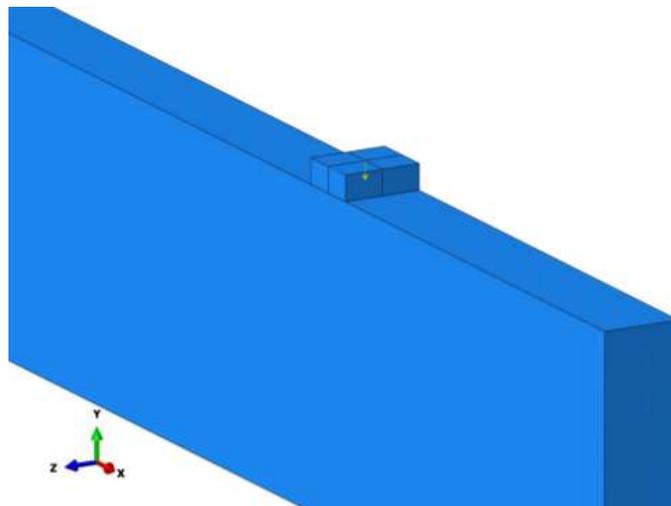


Fonte: Autor

### 3.3.2 Esforço Solicitante

Assim como feito no ensaio realizado por Vieira et al. (2016), no modelo numérico foi aplicada uma força pontual localizada a um terço do vão livre da viga. Para evitar um acúmulo de tensões e deformações na região de aplicação da força pontual, foi inserida uma peça indeformável que recebe essa carga pontual e a distribui na viga de forma mais condizente com o realizado em laboratório. O centro dessa peça fica exatamente localizado no ponto onde teoricamente a força seria aplicada caso estivesse em contato direto com a viga.

Figura 10 - Detalhe da aplicação da força

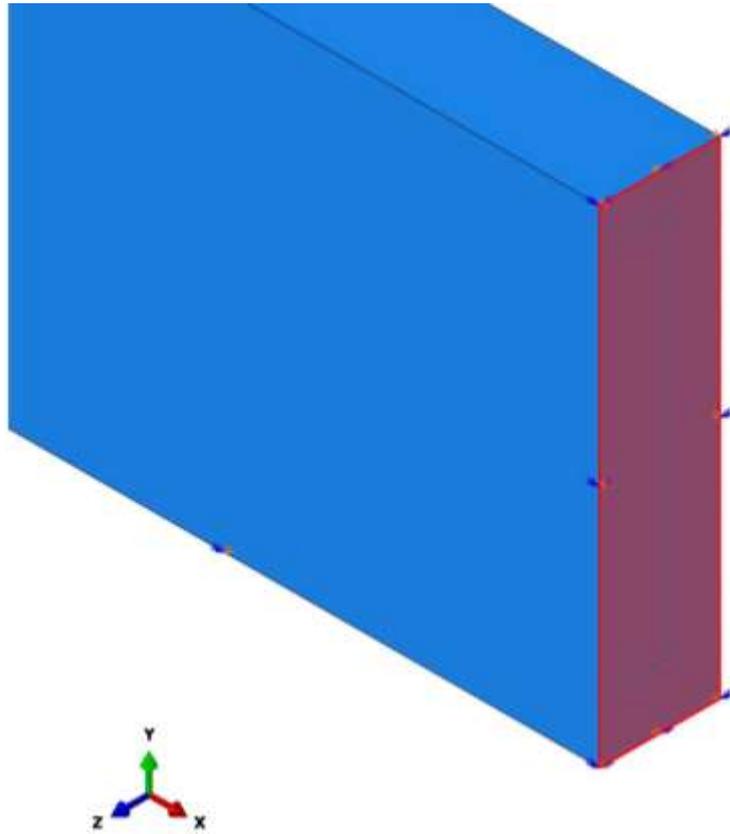


Fonte: Autor

### 3.3.3 Condições de Contorno

Por se tratar de uma simulação de apenas um quarto da viga, porém com a finalidade de se obter os mesmos resultados caso estivéssemos realizando a simulação no modelo inteiro, é de extrema importância a adoção das condições de contorno adequadas nas faces onde se localizam os planos de simetria. Por padrão, o *Abaqus* contém predefinições que permitem a inserção de condições de contorno em faces de simetria. No caso da face localizada no plano de simetria Y-Z, foi utilizada a condição de contorno XSYMM que impede o deslocamento no sentido de X ( $U1 = 0$ ), e a rotação em torno dos eixos Y e Z ( $UR2 = UR3 = 0$ ).

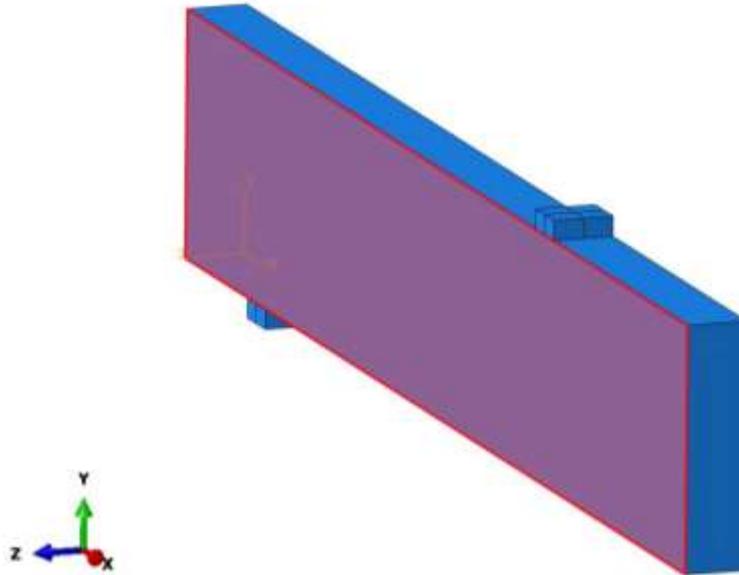
Figura 11 - Face da viga no plano de simetria Y-Z



Fonte: Autor

Analogamente, aplicou-se a condição de contorno ZSYMM na face localizada no plano de simetria X-Y, impedindo dessa forma, o deslocamento no sentido de Z ( $U_3 = 0$ ) e a rotação em torno dos eixos X e Y ( $UR_1 = UR_2 = 0$ ).

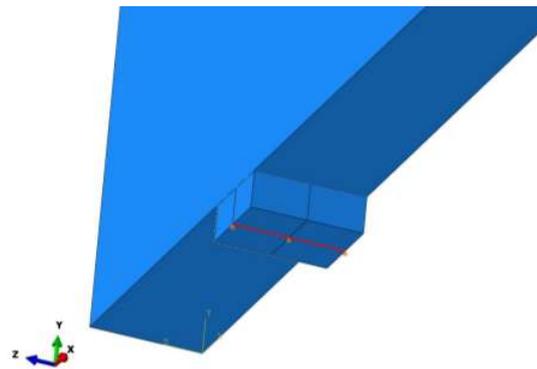
Figura 12 - Face da viga no plano de simetria X-Y



Fonte: Autor

Para as condições de contorno no suporte, admitiu-se que ele se tratava de um apoio de primeiro gênero, impedindo seu deslocamento somente na vertical e permitindo a rotação em torno do eixo Z.

Figura 13 – Detalhamento do local de suporte da viga



Fonte: Autor

### 3.3.4 Contatos

Nesta simulação foram consideradas duas regiões de contato: armadura-concreto e apoio-concreto. No primeiro foi considerado um contato do tipo *Embedded Region* pois este simula a aderência de um material imerso em outro, sem que existam escorregamentos entre os materiais. Já para a segunda região foi considerado um contato do tipo *Tie*, que simula a interação entre duas superfícies igualando os deslocamentos entre elas.

### 3.3.5 Materiais

Após a criação da geometria e condições de contorno da simulação, é necessário criar os materiais utilizados. Para isso foi necessário inserir cada uma das características que governam o comportamento daquele material. A seguir estão detalhados os materiais criados, além das características adotadas para cada um deles.

#### 3.3.5.1. Concreto

Tabela 2 – Características lineares do concreto

Concreto	
Massa específica	2400 Kg/m <sup>3</sup>
Módulo de elasticidade	30.6 GPa
Coefficiente de Poisson	0.2
Fck	30 Mpa

Fonte: Autor

Embora no *Abaqus* exista a opção de inserir a deformação plástica do material através da característica *Plastic*, não recomenda-se utilizar essa propriedade no concreto pois esta aplica o mesmo comportamento para tração e compressão, sendo que é sabido que o concreto se comporta de formas diferentes na compressão e na tração.

Para aplicação do comportamento plástico do concreto pelo método do *Concrete Damage Plasticity* (CDP), deve-se inserir alguns parâmetros que estão

indicados na tabela 3. Com exceção da variável *viscosity*, estes são os valores padrões admitidos pelo *Abaqus* e adotado por vários pesquisadores.

Tabela 3 - Características do concreto para o modelo CDP

Concreto	
<i>Dilation Angle</i>	36
<i>Eccentricity</i>	0,1
Fbo/Fc0	1,16
K	0,667
<i>Viscosity</i>	0.0005

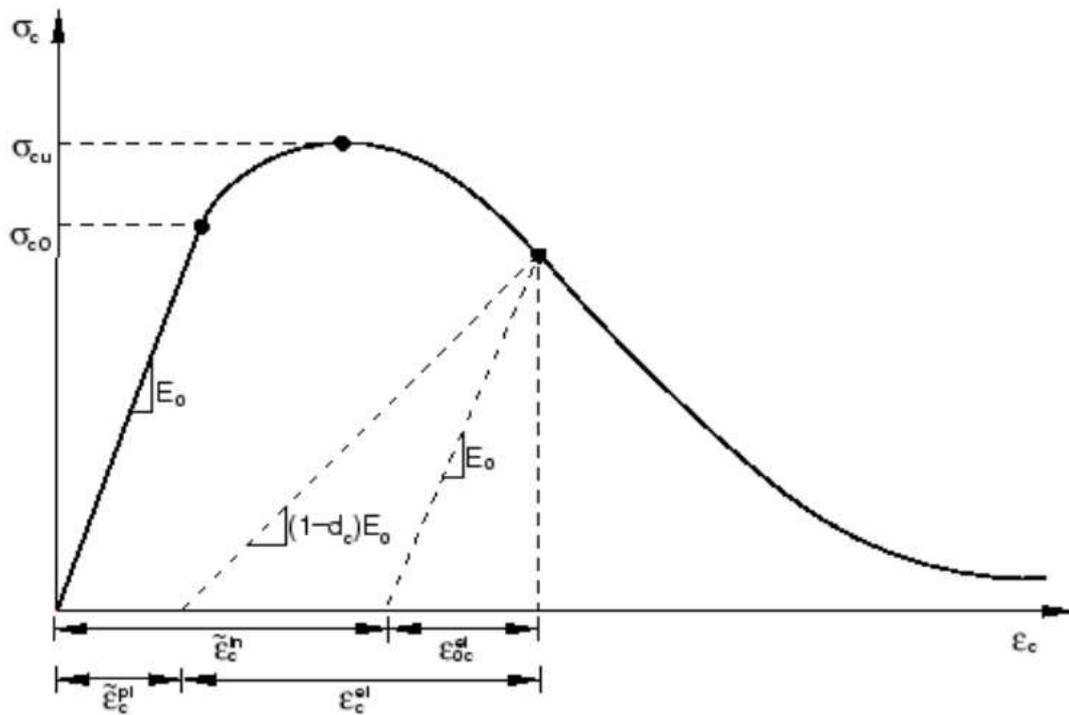
Fonte: Autor

É comum que análises com o método de cálculo CDP tenham dificuldades em convergirem a um resultado, impossibilitando a conclusão da simulação. Em casos assim, o manual do *Abaqus* recomenda que se altere o valor do parâmetro *viscosity*. Embora a alteração desta variável possa levar a resultados imprecisos e discrepantes com a realidade, segundo Demir et al. (2018), a adoção do valor 0,0005 no parâmetro *viscosity* permite que o modelo seja convergido mais facilmente, e com uma discrepância de resultados com o modelo real em torno de 0,3%.

Além disso, deve-se inserir a curva Tensão versus Deformação Inelástica para a compressão do concreto. Essa curva pode ser obtida a partir da curva de Tensão versus Deformação. Segundo o manual do *Abaqus*, a deformação inelástica é dada por:

$$\begin{aligned}\tilde{\varepsilon}_c^{in} &= \varepsilon_c - \varepsilon_{0c}^{el} \\ \varepsilon_{0c}^{el} &= \sigma_c / E_0\end{aligned}$$

Figura 14- Curva tensão versus deformação teórica do concreto na compressão



Fonte: Simulia (2009)

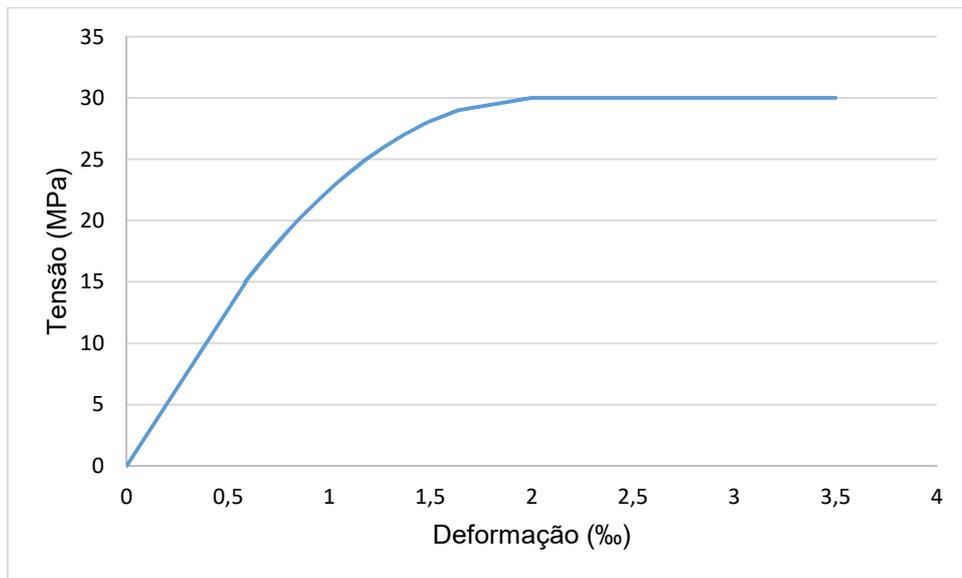
A curva de Tensão versus Deformação utilizada foi a descrita pela NBR 6118 (2014) para concretos com  $f_{ck}$  menor que 50 MPa onde considera-se o seguinte comportamento:

$$\sigma_c = \begin{cases} E \cdot \varepsilon, & \sigma_c < 0,5 f_c \\ f_{ck} \cdot \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\varepsilon_c}{0,2\%} \right)^2 \right], & \sigma_c \geq 0,5 f_c \end{cases}$$

Onde:

$f_{ck}$ : Resistência característica à compressão do concreto;

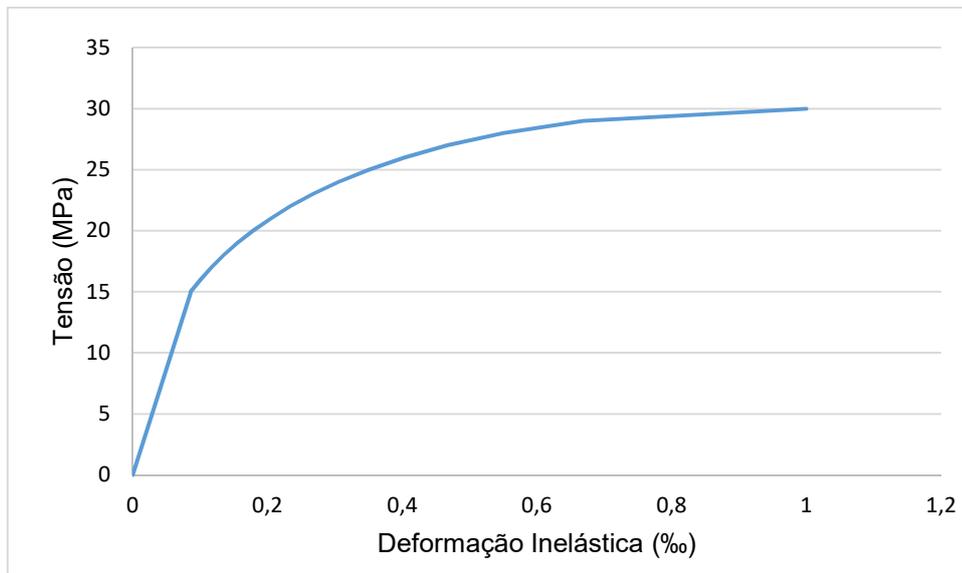
Gráfico 1 - Diagrama tensão versus deformação do concreto pelo modelo da NBR 6118 (2014)



Fonte: Autor

Aplicando a fórmula da deformação inelástica à curva de tensão versus deformação segundo a NBR 6118 (2014) obteve-se a seguinte curva:

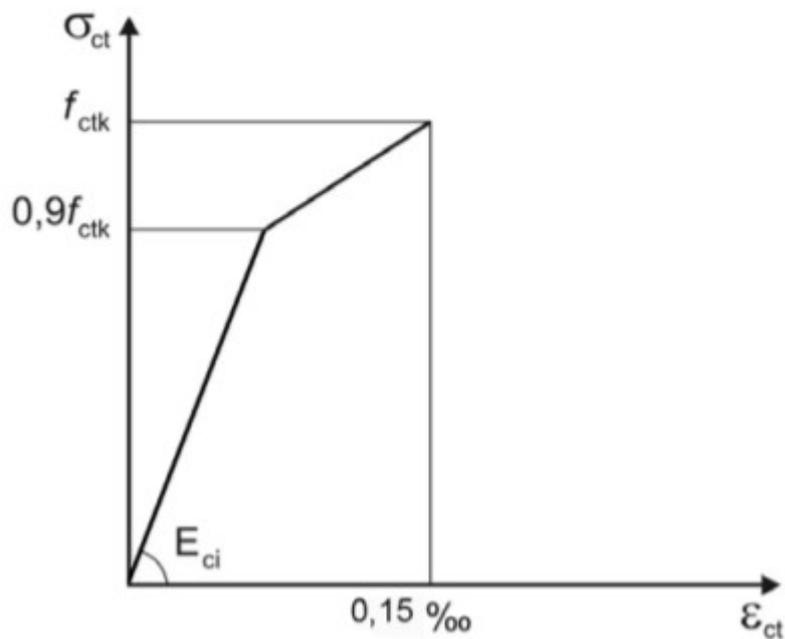
Gráfico 2 - Diagrama tensão versus deformação inelástica do concreto



Fonte: Autor

Para a definição do comportamento do concreto na tração é necessário inserir dados do seu desempenho na tração após a sua fissuração. A NBR 6118 (2014) dispõe de métodos para a obtenção do comportamento do concreto submetido à tração apenas antes de sua fissuração, como é descrito na figura 15.

Figura 15 - Comportamento do concreto submetido à tração segundo a NBR 6118 (2014)



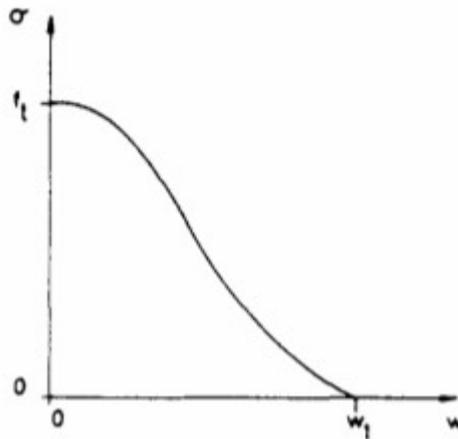
Fonte: NBR 6118 (2014), p. 27.

No *Abaqus* é possível determinar o comportamento do concreto à tração após sua fissuração através de 2 métodos. O primeiro se dá através da obtenção da curva de tensão versus deformação inelástica. Porém, segundo o manual do *Abaqus*, o comportamento do concreto nesse método varia de acordo com o tipo e tamanho de malha utilizada no modelo. Já o segundo método, o qual foi adotado para esse trabalho, utiliza o modelo baseado na energia de fratura do concreto, proposto por Hillerborg, Modéer e Petersson (1976). No estudo da mecânica dos materiais, a energia necessária para abrir uma unidade de área na forma de fissura é dada por  $G_f$  e é considerada como um parâmetro para determinar o comportamento dos materiais. Segundo Hillerborg, Modéer e Petersson (1976), a quantidade de energia absorvida por unidade de área fissurada, para que as fissuras saiam de zero (estado sem fissuras) até um valor arbitrário  $w_1$ , é dada pela seguinte fórmula:

$$\int_0^{w_1} \sigma dw = G_f$$

Sendo assim, o valor de  $G_f$  corresponde à área entre a curva e o eixo das coordenadas.

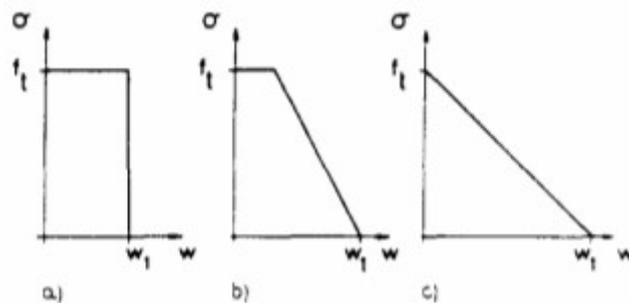
Figura 16 - Diagrama teórico tensão versus abertura de fissuras



Fonte: Hillerborg, Modéer e Petersson (1976), p. 776.

Várias presunções do comportamento da curva tensão versus abertura de fissuras foram feitas como demonstrado na figura 17.

Figura 17 - Diagramas propostos da tensão versus abertura de fissuras



Fonte: Hillerborg, Modéer e Petersson (1976), p. 776.

Segundo o autor, a curva que melhor representa o comportamento do concreto é a curva c. Sendo assim, obtêm se que

$$\int_0^{w_1} \sigma dw = f_t w_1 / 2$$

Onde:

$f_t$ : Tensão de resistência do concreto à tração;

$w_1$ : abertura da fissura quando as tensões acumuladas se igualam a zero.

Segundo Hillerborg, Modéer e Petersson (1976), os valores de  $w_1$  são da ordem de 0,01 a 0,02 mm. Neste trabalho, adotou-se o valor de 0,01 mm. Para o valor de  $f_t$  foi adotado o valor da resistência a tração média ( $f_{ct,m}$ ) do concreto, que segundo a NBR 6118 (2014) é obtido a partir da fórmula:

$$f_{ct,m} = 0,3f_{ck}^{2/3}$$

Onde:

$f_{ct,m}$  e  $f_{ck}$  são expressos em megapascal.

Desta forma, o valor calculado e utilizado no modelo para  $G_f$  é de 29 N/m.

### 3.3.5.2 Aço CA-50 e CA-60

A seguir estão resumidas as principais características dos aços.

Tabela 4 - Parâmetros para o comportamento do aço CA-50

Material	Aço CA-50
Massa Específica	7850 kg/m <sup>3</sup>
Módulo de Elasticidade	210 GPa
Módulo de Poisson	0,3
$f_{yk}$	500 MPa

Fonte: Autor

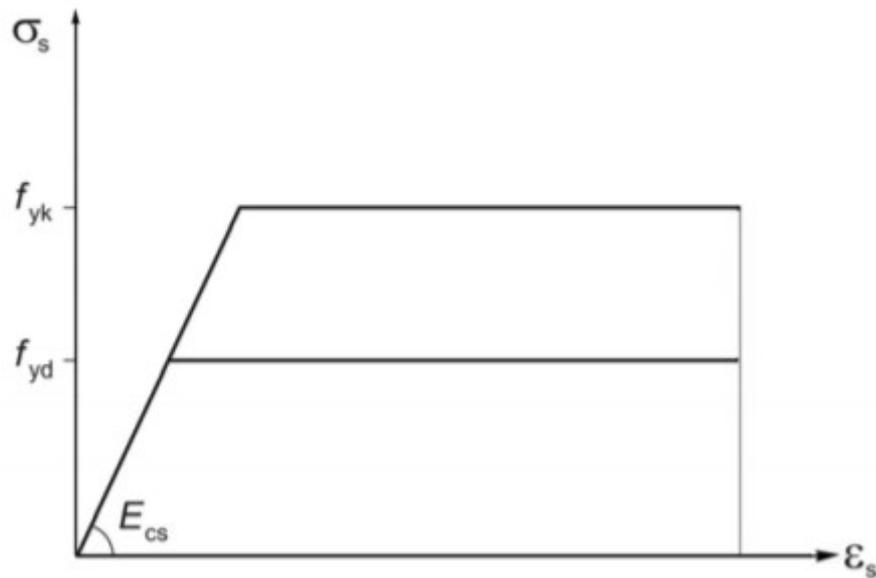
Tabela 5 - Parâmetros para o comportamento do aço CA-60

Material	Aço CA-60
Massa Específica	7850 kg/m <sup>3</sup>
Módulo de Elasticidade	210 GPa
Módulo de Poisson	0,3
$f_{yk}$	600 MPa

Fonte: Autor

Segundo a NBR 6118 (2014), pode ser admitido um comportamento linear das armaduras passivas, que seguem o seguinte diagrama:

Figura 18 - Diagrama tensão versus deformação do aço



Fonte: NBR 6118 (2014), p. 29.

Feito isso, cada parte foi associada com o seu respectivo material como indicado na tabela 6.

Tabela 6 - Material referente a cada parte

Parte	Material
Viga	Concreto
N1	Aço CA-60
N2	Aço CA-50
N3	Aço CA-50

Fonte: Autor

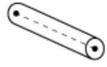
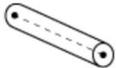
Para o material referente à parte “peça indeformável”, por não se tratar de objeto da análise, foi admitido que o mesmo se tratava de um material com módulo de elasticidade muito maior que o do concreto, desta forma ela se torna um elemento rígido em relação ao concreto e a carga concentrada que ela recebe acaba sendo melhor distribuída na região de aplicação da carga.

### 3.3.6 Malha

Nas análises MEF, a geometria dos objetos simulados são subdivididos em partes menores chamadas elementos. Tais elementos podem ter diferentes geometrias de acordo com o tipo de análise que se deseja fazer. Esses elementos são conectados entre si através de nós e a esse conjunto formado por elementos e nós dá se o nome de malha. Não é interessante para a análise a adoção de tamanhos de elementos muito grandes ou muito pequenos. Caso seja utilizado um elemento muito grande os resultados podem ser imprecisos ou poderá não haver convergência de resultados no momento da análise. Porém, a utilização de elementos muito pequenos acarretará em um esforço computacional desnecessário tornando a análise demasiadamente demorada.

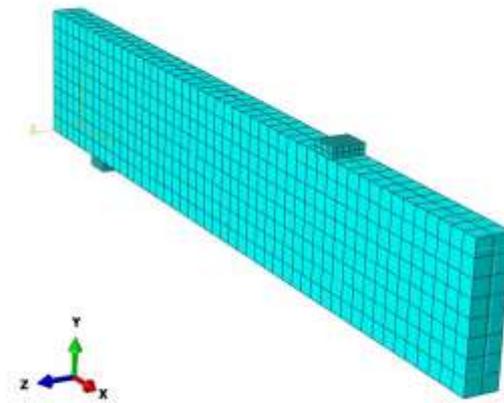
O tamanho adotado para os elementos da malha estão descritos na Tabela 7.

Tabela 7 - Detalhamento da malha das partes

Parte	Elemento	Tamanho	Ilustração
Viga	C3D8R	20 mm	
N1	T3D2	30 mm	
N2	T3D2	30 mm	
N3	T3D2	20 mm	
Apoio	C3D8R	10 mm	

Fonte: Autor

Figura 19 - Malha do modelo numérico



Fonte: Autor

Depois de definidas todas as variáveis da simulação (definição dos materiais, esforços solicitantes, condições de contorno, contatos e a malha de elementos finitos), foram realizadas as simulações. Analogamente também simulou-se as mesmas condições descritas acima mas adotando um comportamento linear dos materiais. Nas simulações foram calculadas 3 informações do experimento: distribuição das tensões ( $S$ ,  $Mises$ ), deformações e deslocamentos em toda a viga.

### 3.3.7 Adição do reforço em PRFC

Para a adição do reforço no modelo numérico utilizou-se como base a mesma modelagem utilizada para simular a viga sem reforço. A diferença desta viga para aquela, está somente na adição de um elemento que simule o comportamento da fibra de carbono. Tal elemento está localizado em baixo da viga e tem propriedades mecânicas semelhantes ao descrito pelo manual da manta de fibra de carbono descrita por Vieira et al. (2016). Desta forma foi criado no *software* um material com características semelhantes ao reforço utilizado no ensaio.

Tabela 8 - Parâmetros do comportamento do reforço

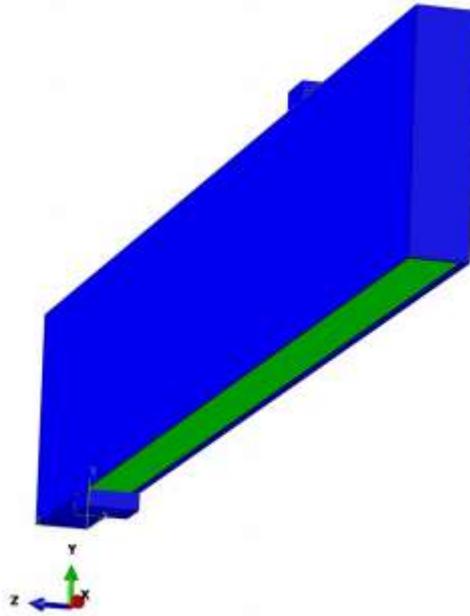
Viapol Carbon CFW 300	
Espessura da manta	0,166 mm
Módulo de Elasticidade	230 GPa
Gramatura	300 g/m <sup>2</sup>

Fonte: Vieira et al. (2016), p. 141.

O elemento foi modelado como do tipo *Shell* devido a sua pequena espessura (0,166 mm) com relação às suas outras duas dimensões (100 mm de largura por 2360 mm de comprimento), porém foi admitida uma seção também do tipo *Shell* onde é adicionada uma espessura ao elemento. Nos ensaios realizados por Vieira et al. (2016) foram utilizadas 2, 3, 4 e 5 camadas de fibra, respectivamente, em cada uma das 4 vigas reforçadas. Para reproduzir as diferentes quantidades de camadas alterou-se a espessura da seção admitida para o elemento de acordo com a quantidade de mantas utilizadas. Como cada manta têm 0,166 mm de espessura, adotou-se as espessuras de 0,332 mm, 0,498 mm, 0,664 mm e 0,830 mm para os reforços das vigas V2, V3, V4 e V5 respectivamente.

O contato utilizado para simular a interação entre a manta e o concreto foi a do tipo *Tie* pois a resina epóxi utilizada para aplicação do reforço na viga tem como função manter os deslocamentos da fibra semelhantes aos do concreto. Com a adoção do contato do tipo *Tie* esse comportamento será semelhante, pois os elementos das superfícies em contato terão deslocamentos iguais. A malha utilizada para o reforço tem como elemento-tipo o S4R e tamanho de malha de 20 mm.

Figura 20 - Posicionamento do reforço



Fonte: Autor

## 4 RESULTADOS

No experimento realizado por Vieira et al. (2016), o comportamento das vigas foi acompanhado por medições das deformações de diversas partes da estrutura com o auxílio de extensômetros elétricos de resistência. Além das deformações, os deslocamentos verticais também foram obtidos com o auxílio de transdutores de deslocamento. Para fins de comparação, os resultados obtidos pela simulação serão confrontados com os obtidos em laboratório.

Inicialmente simulou-se o comportamento da viga sem reforço para que fosse possível atestar que o modelo numérico tinha comportamento semelhante com o modelo em laboratório. Para isso, aplicou-se a carga última obtida por Vieira et al. (2016) para a viga VA-R que foi de 72,6 kN e obteve-se o deslocamento final no centro do vão, como mostra a tabela 9.

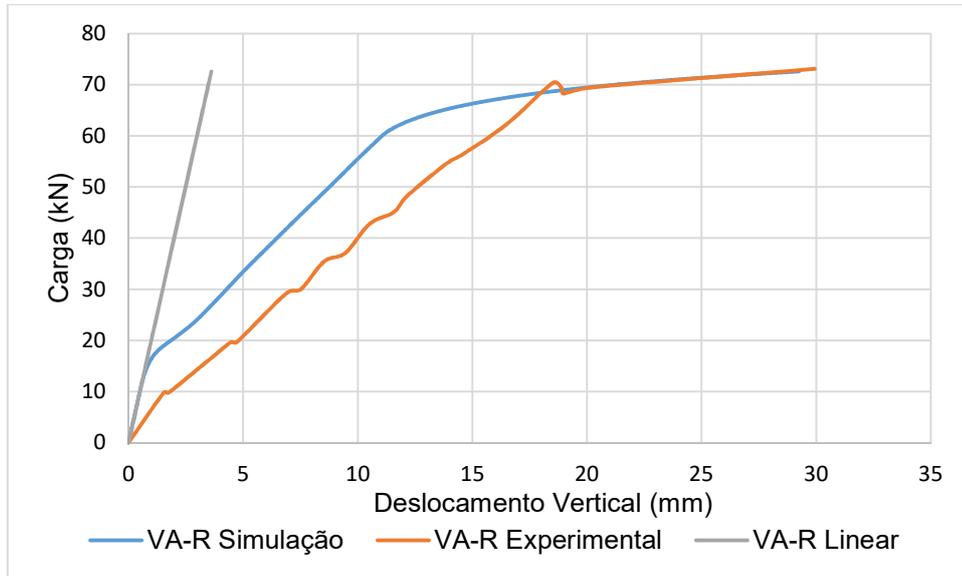
Tabela 9 - Deslocamentos verticais no centro do vão

Viga	Deslocamento experimental	Deslocamento simulado
VA-R	36,55 mm	29,25 mm

Fonte: Autor

O modelo apresentou uma diferença percentual de 19,97% no deslocamento vertical. Embora trate-se de uma diferença razoável, o comportamento do modelo durante a aplicação da carga mostrou-se semelhante à viga experimental, principalmente na fase mais próxima da carga última, demonstrando estar apta à aplicação da simulação com manta.

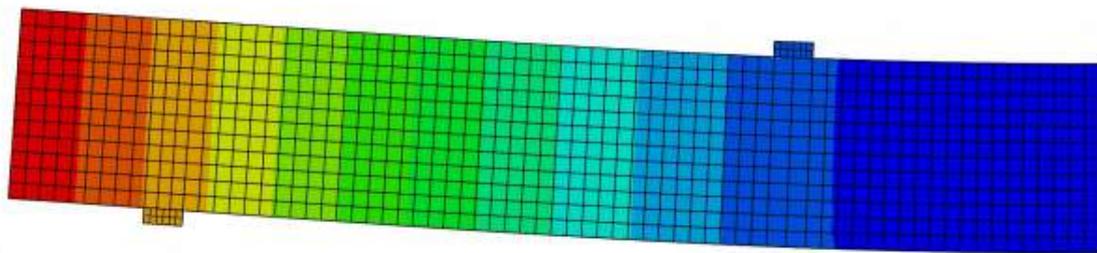
Gráfico 3 - Diagrama carga versus deslocamento vertical da viga VA-REF



Fonte: Autor

Assim como no experimento realizado por Vieira et al. (2016), as maiores deformações e deslocamentos verticais obtidos na simulação ocorreram no centro do vão.

Figura 21 - Deslocamento vertical da viga VA-REF.



Fonte: Autor

Além disso, observou-se um acúmulo de tensões no concreto nas regiões superior e inferior da viga (compressão e tração).



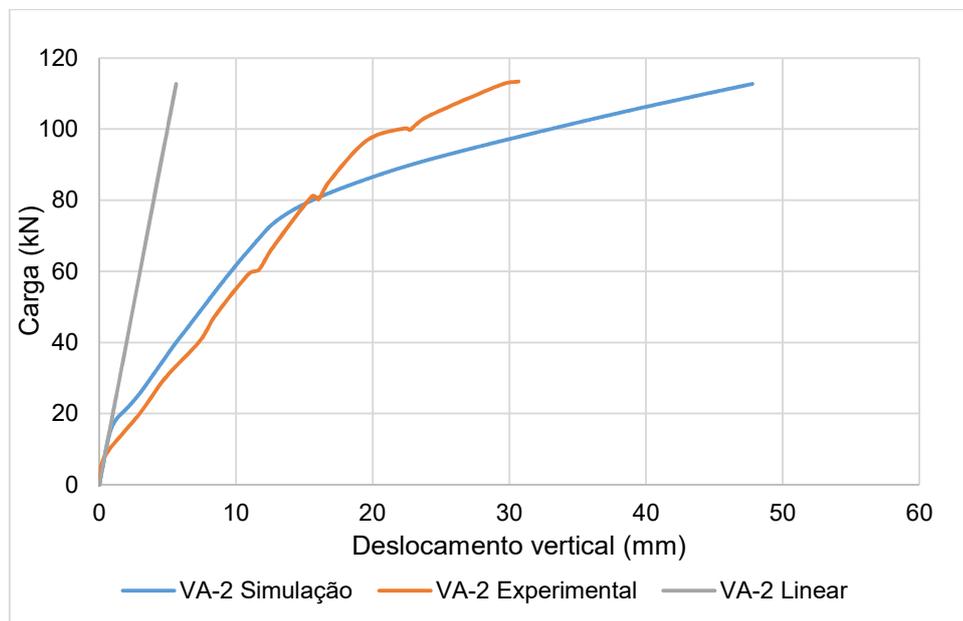
Tabela 11 - Deslocamentos verticais das vigas simuladas.

Viga	Deslocamento na Carga Última (mm)	Diferença percentual entre a simulação e o experimental
VA-2	47,78	31,95%
VA-3	41,14	15,27%
VA-4	38,46	9,85%
VA-5	35,58	9,81%

Fonte: Autor

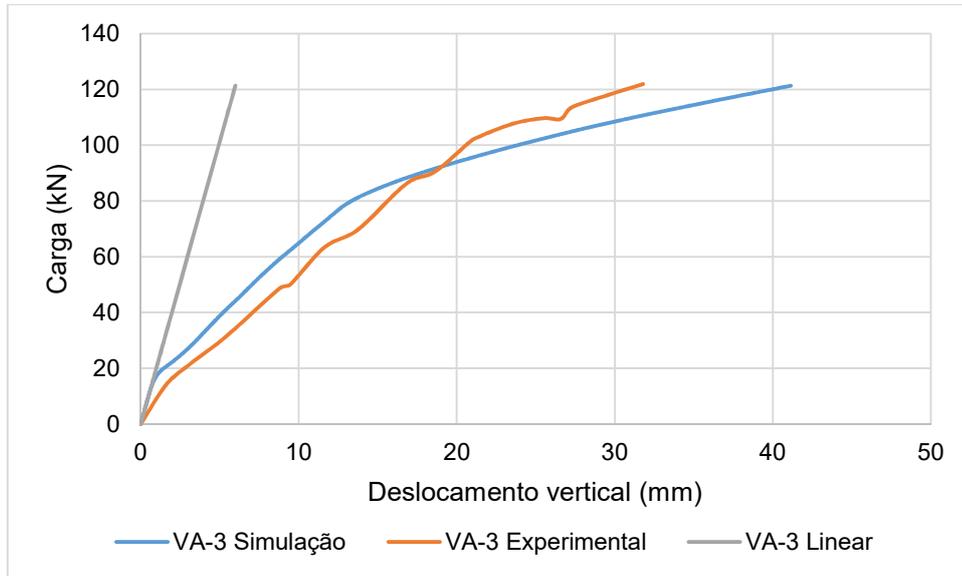
Assim como na VA-REF, as vigas com menos camadas de reforço apresentaram uma diferença razoável no deslocamento vertical no centro do vão. Porém quando observada toda a curva do comportamento das vigas através do diagrama Força versus Deslocamento, observa-se que o comportamento das vigas reforçadas apresenta semelhanças ao obtido em laboratório.

Gráfico 4 - Deslocamento vertical no centro do vão da viga VA-2



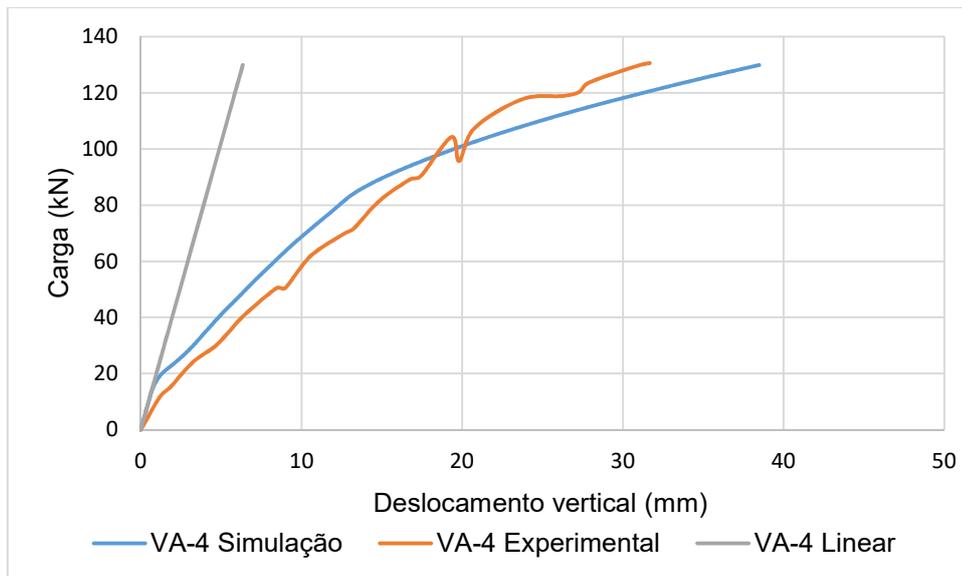
Fonte: Autor

Gráfico 5 - Deslocamento vertical no centro do vão da viga VA-3



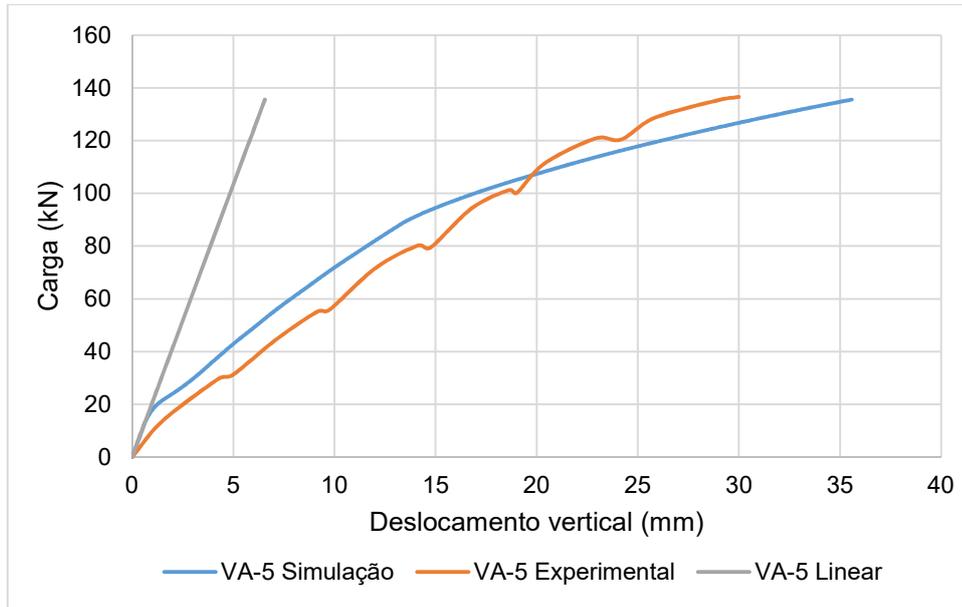
Fonte: Autor

Gráfico 6 - Deslocamento vertical no centro do vão da viga VA-4



Fonte: Autor

Gráfico 7 - Deslocamento vertical no centro do vão da viga VA-5



Fonte: Autor

Segundo Vieira et al. (2016), todas as vigas reforçadas do grupo VA apresentaram modo de ruína através do arrancamento do cobrimento de concreto, ou seja, o reforço em fibra de nenhuma das vigas chegou ao seu rompimento total. Tal comportamento pode ser de difícil convergência para o *software Abaqus*, consequentemente levando a obter resultados imprecisos como observado nas simulações deste trabalho.

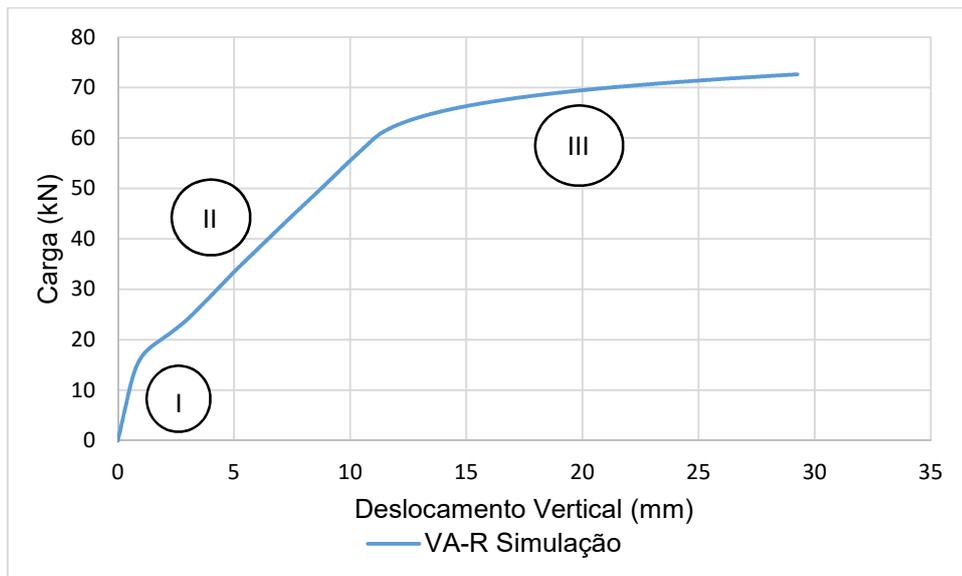
Figura 23 - Rompimento da viga experimental



Fonte: Vieira et al. (2016), p. 142.

Observou-se que a viga VA-REF apresenta comportamento linear até aproximadamente a carga de 15 kN, enquanto as vigas reforçadas apresentaram tal comportamento até a carga de aproximadamente 20kN. As curvas de Força versus Deslocamento das vigas simuladas se apresentam basicamente na forma de 3 retas, como demonstrado a seguir no gráfico 8.

Gráfico 8 - Diagrama carga versus deslocamento vertical da viga VA-REF



Fonte: Autor

A reta no trecho I está associada ao comportamento linear da viga, ou seja, até o momento em que o concreto inicia sua fissuração. Após o início do surgimento de fissuras no concreto, a armadura longitudinal começa a trabalhar na tração na parte inferior da viga, fazendo com que ela se comporte de acordo com a reta II. A partir do momento em que o aço chega à sua tensão de escoamento, o comportamento da viga entra na reta III, seu estado limite último.

## 5 CONCLUSÃO

O desenvolvimento de medidas de intervenção estrutural sem dúvidas passa pelo completo entendimento do comportamento dos elementos estruturais quando submetidos à cenários variados de cargas. Assim, a melhoria no comportamento mecânico dos elementos estruturais, como é o caso das vigas, de fato é um tópico de interesse do meio técnico, que necessita não somente conhecer o modelo de comportamento dos elementos estruturais, como também conhecer como o emprego de técnicas de reforço influencia na capacidade resistente desses elementos.

Neste trabalho, após a obtenção dos resultados da viga VA-REF, observando que seu comportamento estava de acordo com o esperado, apresentando maiores deslocamentos verticais no centro da viga, bem como uma distribuição de tensões semelhantes à uma viga biapoiada, pode-se concluir que as condições de contorno utilizadas para que a simulação de um quarto da viga correspondesse ao comportamento da viga inteira mostraram-se satisfatórias, permitindo uma economia de tempo de processamento das simulações.

Considerando o comportamento linear do concreto, a análise demonstrou-se ineficiente, levando a resultados da simulação numérica para valores muito distantes das vigas experimentais de Vieira et al. (2016). Por exemplo, a divergência dos deslocamentos simulados no regime linear variaram de 32,4 mm para 6,36 mm para a viga VA-5.

O comportamento de todas as vigas simuladas mostraram-se satisfatório quando utilizado o modelo *Concrete Damaged Plasticity* (CDP) para simular o comportamento não linear do concreto. Observou-se que as vigas com maiores quantidades de camadas de reforço obtiveram resultados mais próximos das vigas experimentais. Enquanto o deslocamento vertical no centro da viga simulada com 2 camadas de reforço apresentou uma diferença percentual de 31,95%, no modelo com 5 camadas de reforço houve uma redução para 9,81%.

Verificou-se que a simulação da viga VA-REF apresentou comportamento linear até a carga de aproximadamente 15 kN, enquanto as vigas reforçadas apresentaram comportamento linear até a carga de 20 kN aproximadamente.

Por fim, este trabalho apresentou uma estratégia para a simulação computacional do comportamento de vigas reforçadas com PRFC, onde os resultados

apontaram para uma boa possibilidade de predição do comportamento das vigas baseado no cenário experimental descrito na literatura e usado como referencial.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **Guide for Design and Construction of Externally Bonded FRP Systems for Strengthening Concrete Structures.** Farmington Hills, p. 80. 2008.

ARQUEZ, A. P. **Aplicação de laminado de polímero reforçado com fibras de carbono (PRFC) inserido em substrato de microconcreto com fibras de aço para reforço à flexão de vigas de concreto armado.** 2010. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2010. Disponível em: <https://bit.ly/2NtHBdU>. Acesso em: 9 out. 2019.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto: procedimento.** Rio de Janeiro, p. 256. 2014.

AZEVEDO, A. F. M. **Método dos elementos finitos.** Porto: Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2003. *E-book*. Disponível em: <https://bit.ly/2Jz3SFI>. Acesso em: 7 out. 2019.

BEBER, A. J. **Comportamento estrutural de vigas de concreto armado reforçadas com compósito de fibra de carbono.** 2003. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2003. Disponível em: <https://bit.ly/2prRKPY>. Acesso em: 7 out. 2019.

DEMIR, A. *et al.* Effect of viscosity parameter on the numerical simulation of reinforced concrete deep beam behavior. **The online journal of science and technology**, Turquia, v. 8, n. 3, p. 50-56, jul. 2018. Disponível em: <https://bit.ly/36fDyub>. Acesso em: 15 ago. 2019.

DESKOVIC, N.; TRIANTAFILLOU, T. C.; MEIER, U. Innovative design of FRP combined with concrete: short-term behavior. **Journal of Structural Engineering**, v. 121, n. 7, p. 1069-1078, jul. 1995. Disponível em: <https://bit.ly/32XxWTP>. Acesso em: 17 set. 2019.

DUARTE, E. N. Método dos elementos finitos, p. 37-44. In: **Mecânica do Contato entre Corpos Revestidos.** São Paulo: Blucher, 2016.

GARCEZ, M. R. **Alternativas para Melhoria no Desempenho de Estruturas de Concreto Armado Reforçadas pela Colagem de Polímeros Reforçados com Fibras.** 2007. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2007. Disponível em: <https://bit.ly/2JzIEbV>. Acesso em 20 ago. 2019.

HELENE, P. R. L. **Manual Prático para Reparo e Reforço de Estruturas de Concreto.** São Paulo: Pini, 1988.

HILLERBORG, A.; MODEER, M.; PETERSSON, P. E. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. **Cement and concrete research**, vol. 6, p. 773-782, ago. 1976.

JUVANDES, L. F. P. **Reforço e Reabilitação de Estruturas de Betão Usando Materiais Compósitos de “CFRP”**. 1999. Dissertação (Doutorado em Engenharia Civil) – Departamento de Engenharia Civil, Universidade do Porto, Porto, 1999. Disponível em: <https://bit.ly/31RQinm>. Acesso em: 7 ago. 2019.

LOGAN, D. L. **A First Course in the Finite Element Method**. 5. ed. Cengage Learning, 2011.

NORRIS, T.; SAADATMANESH, H.; EHSANI, M. R. Shear and Flexural Strengthening of R/C Beams with Carbon Fiber Sheets. **Journal of Structural Engineering**, v. 123, n. 7, p. 903-911, jul. 1997. Disponível em: <https://bit.ly/2JymCoN>. Acesso em: 15 set. 2019.

OBAIDAT, Y. T. **Structural Retrofitting of Reinforced Concrete Beams Using Carbon Fibre Reinforced Polymer**. 2011. – Department of Construction Sciences, Lund University, 2011.

OMIDI, O.; LOFTI, V. Finite Element Analysis of Concrete Structures Using Plastic-Damage Model in 3-D Implementation. **International Journal of Civil Engineering**, v. 8, n. 3, p. 187-203, set. 2010. Disponível em: <https://bit.ly/2N0ZVMq>. Acesso em: 11 set. 2019.

REDDY, J. N. **An Introduction to the Finite Element Method**. 3. ed. Texas: McGraw-Hill Education, 2006.

SIMULIA. **Abaqus Theory Manual**. Abaqus Documentation. 2009. Disponível em: <https://bit.ly/2MX5P0Y>. Acesso em: 4 ago. 2019.

SOUZA, V. C. M.; RIPPER, T. **Patologia, Recuperação e Reforço de Estruturas de Concreto**. São Paulo: Pini, 1998.

VIEIRA, M. M. *et al.* Análise experimental de vigas de concreto armado reforçadas à flexão com polímero reforçado com fibra de carbono. **Revista Ibracon de Estruturas e Materiais**, v. 9, n. 1, p. 123-152, fev. 2016.