



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ESTRUTURAL E CONSTRUÇÃO CIVIL
CURSO DE ENGENHARIA CIVIL

DANIEL CARLOS GOIS BRITO

OTIMIZAÇÃO DE VIGAS BIAPOIADAS DE CONCRETO ARMADO

FORTALEZA

2013

DANIEL CARLOS GOIS BRITO

OTIMIZAÇÃO DE VIGAS BIAPOIADAS DE CONCRETO ARMADO

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia Civil do Departamento de Engenharia Estrutural e Construção Civil da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para obtenção do grau de Engenheiro Civil.

Orientador: Prof. D. Sc. Antônio Macário Car-
taxo de Melo.

FORTALEZA

2013

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Biblioteca Universitária
Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

B875o Brito, Daniel Carlos Gois.

Otimização de vigas biapoiadas de concreto armado / Daniel Carlos Gois Brito. – 2013.
73 f. : il. color.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Tecnologia,
Curso de Engenharia Civil, Fortaleza, 2013.

Orientação: Prof. Dr. Antônio Macário Cartaxo de Melo.

1. Concreto armado. 2. Otimização. 3. Algoritmo genético. I. Título.

CDD 620

DANIEL CARLOS GOIS BRITO

OTIMIZAÇÃO DE VIGAS BIAPOIADAS DE CONCRETO ARMADO

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia Civil do Departamento de Engenharia Estrutural e Construção Civil da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para obtenção do grau de Engenheiro Civil.

Orientador: Prof. D. Sc. Antônio Macário Cartaxo de Melo.

Aprovada em ____/____/_____.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Antônio Macário Cartaxo de Melo
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Evandro Parente Junior (Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. João Batista Marques de Sousa Júnior
Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP)

A Deus.

A meu pai, Ruy Carlos Santiago Brito (*in memoriam*)

A Minha esposa e filhos.

A família onde nasci.

AGRADECIMENTOS

À Deus pelo dom da vida e pelas oportunidades que catalizaram quem eu sou. À meu pai, pelo o amor, os bons princípios ensinados e a inspiração profissional. Seu amor, criatividade e amor à vida permanecem presentes mesmo após sua partida, obrigado. À minha mãe pelo amor, princípios ensinados, coragem, otimismo e incentivo, mesmo quando tudo parece não estar dando certo. À minha esposa pelo amor, apoio, incentivo e paciência quando precisei ausentar-me durante longos períodos, obrigado por tornar minha vida mais feliz. À meus filhos por iluminarem minha vida. À meu irmão e irmã pelo incentivo e pelas conversas descontraídas.

Agradeço também ao professor Macário, pela dedicação, paciência e pelo direcionamento que excederam o papel de professor, e, sem os quais o trabalho não ficaria pronto a tempo. Aprendi que é preciso abrir mão do ímpeto criativo para que os prazos sejam cumpridos. Agradeço também a professora Verônica pelas cobranças oportunas.

Aos integrantes do LMCV, que ofereceram inestimável ajuda, especialmente Elias pela ajuda no aprendizado da linguagem C++, Edson pelas conversas esclarecedoras, Lucas pelos conhecimentos de concreto armado, Iuri pelas dúvidas esclarecidas sobre o software BIOS e Pedro pelo suporte em atividades que não poderiam ser deixadas de lado mesmo com as exigências do trabalho.

Novamente à minha irmã, pela ajuda na apresentação e o incentivo nos momentos mais difíceis na conclusão do trabalho. A visita inesperada ao laboratório com seu esposo foi reanimador, obrigado aos dois.

Ao amigo Herbert Medeiros pelos esclarecimentos, questionamentos e a ajuda de última hora, principalmente na tradução do resumo.

A todos que contribuíram direta ou indiretamente para realização desse trabalho.

RESUMO

O presente trabalho trata da formulação de um modelo de otimização de custo mínimo de vigas biapoiadas de concreto armado de seção retangular, sujeita a uma carga uniformemente distribuída. Foram consideradas no custo da viga: a quantidade de concreto, de aço das armaduras longitudinais e transversais, e das formas utilizadas no processo de construção. As restrições do modelo levaram em conta as prescrições da norma ABNT NBR 6118/2007 e alguns princípios da boa prática de construção. A formulação do modelo e sua implementação computacional foi realizada de forma possibilitar a utilização prática dos resultados obtidos. Para isso, a indicação da área de armadura longitudinal é dada pela indicação do tipo de bitola, número e disposição dentro da seção, das barras de aço. A armadura transversal foi modelada na forma de estribos simples, sendo definida pela indicação da bitola da armadura e o seu espaçamento. O modelo pode ser facilmente calibrado para indicar as dimensões da seção de concreto em incrementos de 1cm, ou como mais se adequa a prática construtiva, em múltiplos de 5 cm. Foi utilizado para a resolução do problema de otimização o Algoritmo Genético. A implementação se deu em ambiente C++ em paralelo a um software preexistente denominado BIOS, do Laboratório de mecânica computacional e Visualização da UFC. O modelo se mostrou capaz de reduzir custos em relação a dimensionamentos retirados da literatura quando seu utilizou de critérios semelhantes, ou seja, quando desconsiderou os deslocamentos verticais da mesma forma que foi realizada nos exemplos apresentados.

Palavras-chave: Concreto Armado, Otimização, Algoritmo Genético.

ABSTRACT

This paper deals with an optimization model for minimum cost of simply supported concrete beams of rectangular section subjected to a uniformly distributed load. It was considered the amount of concrete, the longitudinal and transverse steel reinforcement and the formwork used in the construction process to calculate the monetary cost of the optimized beam. The constraints of the model were based on the requirements of ABNT NBR 6118/2007 and some principles of easy building practice. The model's formulation and its computational implementation were carried out in order to enable the practical use of the results. To make it possible, the area of longitudinal reinforcement is given by indicating the diameter, number and arrangement within the section of steel bars. The transverse reinforcement was modeled with common stirrups, being defined by the type of bars indicated on reinforcement and their spacing. The model can easily be calibrated to indicate the dimensions of the concrete section in increments of 1 cm or in multiples of 5 cm which is more commonly used. A Genetic Algorithm was implemented using C++ language on BIOS (Biologically Inspired Optimization System), a software on developing from Laboratory of Computational Mechanics and Visualization at UFC. The model has been shown to be able to reduce costs on dimensioning when the vertical displacements were disconsidered as shown on this work.

Keywords: Reinforced concrete, Optimization, Genetic Algorithms.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Estádios de deformação.	14
Figura 2 - Diagramas de esforços em uma viga biapoiada sujeita a carregamento constante.	16
Figura 3 - Diagramas tensão-deformação.....	21
Figura 4 - Domínios de deformação.	22
Figura 5 - Substituição do diagrama parábola-retângulo por diagrama retangular	24
Figura 6 - Modelo de treliça.	26
Figura 7 - Seleção proporcional a aptidão.	32
Figura 8 - Roleta e Ranking.....	34
Figura 9 - Cruzamento.....	35
Figura 10 - Parâmetros fixos.	36
Figura 11 - Configuração das camadas de armadura longitudinal.	38
Figura 12 - Espaçamento de armadura de pele.....	39
Figura 13 - Espaço horizontal disponível.....	43
Figura 14 - Dados do Exemplo 2.....	54
Figura 15 - Dados do exemplo 1	55
Figura 16 - Variação relativa do custo do aço em relação ao concreto.	56
Figura 17 - Variação relativa do custo da forma em relação ao concreto.	57

LISTA DE TABELAS

Tabela 1-Custo dos materiais.	51
Tabela 2-Parâmetros do Algoritmo genético.....	51

ÍNDICE

1.	INTRODUÇÃO	1
1.1.	Justificativa.....	3
1.2.	Objetivos.	4
<i>1.2.1.</i>	<i>Objetivo Geral.</i>	<i>4</i>
<i>1.2.2.</i>	<i>Objetivos Específicos.</i>	<i>4</i>
1.3.	Revisão Bibliográfica	5
1.4.	Metodologia.....	7
1.5.	Organização do Texto	7
2.	PROBLEMAS DE OTIMIZAÇÃO	9
2.1.	Classificação dos problemas de otimização.....	11
2.2.	Técnicas de resolução de problemas de otimização.	12
3.	ANÁLISE E PROJETO DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO	14
3.1.	Estádios de deformação.	14
3.2.	Análise de vigas.....	15
<i>3.2.1.</i>	<i>Análise dos esforços e tensões internas.</i>	<i>15</i>
<i>3.2.2.</i>	<i>Análise dos deslocamentos.</i>	<i>17</i>
<i>3.2.2.1.</i>	<i>Trabalho virtual.</i>	<i>17</i>
<i>3.2.2.2.</i>	<i>Método da carga unitária.</i>	<i>18</i>
3.3.	Dimensionamento de uma estrutura.....	20
3.4.	Concreto Armado.	21
3.5.	Domínios de deformação.....	22
3.6.	Dimensionamento de vigas.	22
<i>3.6.1.</i>	<i>–Dimensionamento a flexão.....</i>	<i>23</i>
<i>3.6.2.</i>	<i>Verificação do esmagamento das bielas comprimidas e dimensionamento da armadura transversal.</i>	<i>25</i>
4.	ALGORITMOS GENÉTICOS.	28
4.1.	Analogia com sistemas biológicos.	28
4.2.	Funcionamento do Algoritmo Genético.	29
<i>4.2.1.</i>	<i>Restrições e penalizações.</i>	<i>31</i>

4.2.2.	<i>Seleção.</i>	32
4.2.3.	<i>Cruzamento</i>	34
4.2.4.	<i>Mutação</i>	35
5.	FORMULAÇÃO DO MODELO.	36
5.1.	Variáveis de projeto.	37
5.2.	Função Objetivo.	39
5.3.	Restrições.	40
5.3.1.	<i>Restrição de resistência.</i>	40
5.3.2.	<i>Restrição para que o elemento se comporte como viga.</i>	40
5.3.3.	<i>Restrição para evitar seções subarmadas .</i>	41
5.3.4.	<i>Restrição da largura mínima da viga .</i>	41
5.3.5.	<i>Restrição do tamanho relativo entre bitolas.</i>	42
5.3.6.	<i>Restrição relativa a largura. b_w para alojamento das barras.</i>	42
5.3.7.	<i>Restrição para assegurar que a área A_s da camada 1 seja maior que A_s da camada 2.</i>	43
5.3.8.	<i>Restrição para possibilitar a consideração de armadura concentrada.</i>	43
5.3.9.	<i>Restrição da flecha diferida no tempo.</i>	44
5.3.10.	<i>Restrição relativa ao esmagamento do concreto da biela comprimida .</i>	46
5.3.11.	<i>Restrição da armadura mínima de cisalhamento.</i>	48
5.3.12.	<i>Restrição do espaçamento máximo entre estribos.</i>	48
5.3.13.	<i>Restrição relativa a um limite inferior para a armadura longitudinal.</i>	48
5.3.14.	<i>Restrição relativa a um limite superior para a armadura longitudinal.</i>	49
5.3.15.	<i>Restrição relativa a um limite superior para o espaçamento da armadura de pele.</i>	49
6.	APLICAÇÕES.	51
6.1.	Análise de sensibilidade.	56
7.	CONCLUSÕES.	58
7.1.	Sugestões para trabalhos futuros.	59
8.	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	61

1. INTRODUÇÃO

As vigas são elementos estruturais que podem ser representados por apenas uma dimensão em seu modelo físico de análise, suportando em geral apenas cargas perpendiculares ao seu eixo. Em uma edificação são as vigas que recebem as cargas provenientes das lajes e as transferem para os pilares, que por sua vez as transmitem para as fundações (CARVALHO, 2009). Portanto as vigas são elementos onipresentes nas edificações e desse fato deriva a importância de seu estudo.

As vigas estudadas no presente trabalho são constituídas de concreto armado. Tal material é formado pela combinação de concreto e barras de aço de forma que a característica estrutural do conjunto é melhor que a dos componentes isoladamente, sendo, portanto um compósito. Um requisito básico para que o conjunto funcione como tal é que os materiais sejam solidários em suas deformações, ou seja, estas sejam as mesmas para qualquer ponto do conjunto. No concreto uma exceção a essa regra são os pontos de descontinuidade formados pelas fissuras (CARVALHO, 2009).

O modelo de vigas biapoiadas é representado por um vão apoiado entre apoios do primeiro e segundo gênero. Tal modelo tem sido utilizado em estruturas pré-moldadas, pontes, passarelas, pequenos projetos etc. Quando necessário, outros elementos devem garantir a estabilidade do conjunto.

Para quaisquer elementos que sofrem ações externas, existem forças e momentos internos que equilibram suas partes. Para o cálculo das vigas biapoiadas esses esforços se limitam as forças cortantes e momentos fletores que são representados por diagramas. A partir desses esforços é possível determinar as tensões internas do elemento, seus deslocamentos e deformações.

No caso particular das vigas, existe uma formulação simples para a determinação das tensões internas a partir dos esforços solicitantes (BEER ; JONHSTON,1982). Conhecer tais tensões em função das dimensões das seções e dos vãos, assim como as ações que solicitam a viga é o que possibilita o seu dimensionamento. Dimensionar um elemento estrutural significa detalhar sua geometria e materiais de modo que quando forem solicitadas por ações, supostamente conhecidas, tenham suas tensões dentro de limites que garantem sua integridade, durabilidade e utilidade pelo tempo que foi concebido para tal. As vigas a serem dimensionadas no presente trabalho terão seção retangular sendo necessário para a definição da seção: a altura, largura, cobrimento, área das armaduras longitudinais com seus respectivos ar-

ranjos, área das barras da armadura transversal, resistência do aço e do concreto, dentre outros parâmetros. O comprimento dos vãos e cargas atuantes são em geral conhecidos a priori. As diretrizes para o dimensionamento dos elementos usuais de concreto armado no Brasil estão recomendadas na ABNT NBR 6118/2007 (ABNT NBR 2007).

A primeira etapa para que se conheça as tensões atuantes nas seções de uma viga é a determinação dos diagramas de momento fletor e esforço cortante. Para vigas hiperestáticas tais esforços dependem da rigidez da seção, que é indeterminada no início do problema. Tal situação introduz um problema de não linearidade que necessita de métodos iterativos para a solução. As vigas biapoiadas evitam tais dificuldades por serem isostáticas, o que significa que seus diagramas são passíveis de serem determinados apenas com as equações de equilíbrio (SÜSSEKIND, 1974, v.2).

Tendo-se disponível os esforços solicitantes, ajustam-se as propriedades das seções, já mencionadas, de modo que o sistema formado pela viga esteja em equilíbrio no estado limite último (ELU), o que refere-se a sua ruína frente às ações, ao mesmo tempo em que atenda as exigências de desempenho do estado limite de serviço (ELS) (NBR 6118/2007). Explicações mais detalhadas sobre estes estados serão dados no capítulo 3.

As variáveis que definem as propriedades de uma viga podem assumir diferentes conjunto de valores de modo satisfazer a resistência do elemento e as outras exigências inerentes ao projeto, ou seja, existem várias configurações de viga para uma dada condição de esforços a serem suportados. (COELLO, 1997). A imposição da resistência da viga é expressa por meio de equações, de forma que no processo, deve-se atribuir valores a algumas variáveis e calcular as restantes (CARVALHO, 2009), observando se os resultados obtidos são coerentes com as exigências, exequíveis e seguem a boa prática de construção. É fundamentalmente um processo de tentativa e erro (ARORA, 2004).

A consequência direta da existência de mais de uma solução plausível para as vigas é que, sendo estas dimensionadas pelos métodos tradicionais descritos por Carvalho (2009), apresentam teoricamente a mesma resistência, mas podem diferir consideravelmente em área bruta de aço ou concreto, rigidez, formação de fissuras dentre outros parâmetros. Portanto o método tradicional não conduz deliberadamente a um valor máximo ou mínimo para tais parâmetros, que podem configurar interesses econômicos ou técnicos dependendo do contexto dos problemas apresentados.

No contexto prático, o projetista deseja dimensionar vigas que suportem as cargas solicitantes, e sejam econômicas, duráveis, dúcteis, rígidas, fissurem o mínimo possível, den-

tre outras exigências. Entretanto, tais objetivos são conflitantes e, portanto não podem ser atingidos simultaneamente em seus valores extremos para dado um conjunto de condições. O presente trabalho trata dos métodos de minimização dos custos de vigas biapoiadas de concreto armado.

A definição das características da viga que levam a um custo mínimo e respeitem os requisitos de resistência e usabilidade não são intuitivas, necessitando de métodos específicos. Ademais, por um método de tentativa e erro o trabalho pode ser computacionalmente caro, se não impossível. Os problemas que se propõem a determinar valores de variáveis que ocasionam valores de máximo ou mínimo em funções que indicam o grau de desempenho de algum sistema, podem ser agrupados no que denominamos problemas de otimização. Portanto, a determinação das variáveis que definem as características de uma dada viga de modo que esta se apresente na forma mais barata possível configura um problema de otimização. Existem várias técnicas e métodos que resolvem tais problemas, entretanto para as finalidades desse trabalho será usado um algoritmo baseado em sistemas biológicos denominado Algoritmo genético.

1.1. Justificativa

A escassez de recursos e a necessidade de eficiência no atual mundo competitivo têm forçado os engenheiros a buscarem por sistemas mais econômicos e mais eficientes (ARORA,2004). Nesse contexto pesquisas têm sido realizadas na busca de vigas de concreto armado mais econômicas (BALLING, 1997; GOVINDARAJ, 2005; BALLAGURU, 1980).

A otimização de vigas ainda é muito circunscrita ao meio acadêmico e alguns trabalhos apresentam poucas restrições que impõe uma adequação às normas (BASTOS, 2004) (LIMA,2011). Além disso, alguns autores tem utilizado variáveis contínuas (FEDGHOUCHE, 2012),o que não indica uma solução construtiva que possa ser aplicada diretamente.

Em uma revisão feita na literatura Brasileira foram encontrados poucos trabalhos de otimização de vigas em flexão simples, que usaram variáveis discretas para a área de armadura longitudinal usando as principais recomendações da NBR 6118/2007 no que diz respeito ao estado limite ultimo (ELU) e de serviço (ELS), especialmente quando se buscam resoluções com algoritmo genético. (SILVA, FÁLCON, ; GARCIA, 2010; LIMA, 2011; BASTOS, 2004). Bastos (2004) otimizou o custo elementos lineares de concreto armado para

flexão oblíqua com variáveis discretas para as área de aço, apresentando poucas restrições no que diz respeito as normas de dimensionamento. Silva *et al* otimizaram o custo de vigas de concreto de seção T com variáveis contínuas, respeitando as recomendações do ELU e utilizando o método da Programação Quadrática Sequencial. Lima (2004) otimizou vigas de concreto armado com variáveis discretas para a armadura longitudinal, respeitando o ELU e usando algoritmo genético. Não foram verificados os estados limites de serviço, além do que não foram apresentadas restrições referentes aos espaçamentos de barras dentro da seção.

A identificação das circunstâncias em que as vigas simplesmente armadas são mais econômicas que as duplamente armadas podem ser identificadas por meio de uma equação (BALLAGURU, 1980), tornando plausível um modelo que somente contemple vigas simplesmente armadas. Deve-se ressaltar que nem sempre é possível a utilização de vigas simplesmente armadas, devido à limitação da altura da seção em construções residenciais e outras. Outras estruturas, como as indústrias ou obras de infraestrutura, oferecem um amplo campo de aplicação.

1.2. Objetivos.

1.2.1. Objetivo Geral.

Este trabalho tem como objetivo formular um modelo de otimização de custo mínimo para vigas de concreto armado, que respeite as recomendações da NBR 6118/2007 e satisfaça as boas práticas de construção.

1.2.2. Objetivos Específicos.

- a) Observar as diferenças de custo entre vigas dimensionadas pelo processo tradicional e vigas definidas pelo modelo;
- b) Considerar no modelo elementos relativos ao projeto detalhado: topologia das armaduras;

- c) Fazer uma análise de sensibilidade entre as a variação relativa de custo entre concreto e aço, e concreto e forma, e as soluções ótimas apresentadas;

1.3. Revisão Bibliográfica

Embora as primeiras pesquisas da temática em comento datem das décadas de 50 e 60 com trabalhos realizados respectivamente por J. Heyman e L. A. Schimit, foi na década de 70 que foram desenvolvidos os estudos mais relevantes que difundiram os processos de otimização pela comunidade científica mundial (BASTOS, 2004).

Nesse panorama dos trabalhos, que se utilizaram inicialmente das ferramentas básicas do cálculo diferencial, um dos trabalhos pioneiros de grande significância foi realizado por Friel, em 1974, quando ele estudou a otimização de vigas retangulares de concreto armado. (FRIEL, 1974)

O autor estabeleceu uma função de custo por metro linear da viga, formada por quatro parcelas: uma que representava os custos de concreto, outra os custos de aço, outra os custos de formas e ainda uma última representando o custo indireto relacionado ao acréscimo de custo da edificação caso houvesse aumento do número de andares da estrutura, concluindo que esta não ocasionava aumentos sensíveis no custo total da construção (FRIEL, 1974). Desta forma, Friel definiu seu problema de otimização de custos de seções de concreto armado utilizando o Método dos Multiplicadores de Lagrange.

Na mesma linha de Friel, Rao (1973) publicou um artigo a respeito da otimização de vigas, no qual considerou cinco variáveis: a altura útil da seção, a tensão de compressão no concreto, a tensão de tração no aço, a largura da viga e a área de aço necessária. Foram usadas restrições de resistência e de não negatividade. Neste contexto, Rao solucionou o problema por meio da programação matemática não linear, aplicando o Método da Penalidade Interior.

Alguns pesquisadores tais como Rao (1973), Friel (1974), Balaguru (1980), Chakrabarty (1992), Adamu e Karihaloo (1994), entre outros, consideraram a área de aço como uma variável contínua.

Além dos métodos clássicos, ou seja, os que envolvem soluções analíticas com o uso do cálculo, o método dos algoritmos genéticos foi proposto por John Holland, em 1975, que desenvolveu um algoritmo capaz de simular sistemas artificiais, porém mantendo os mecanismos dos sistemas naturais ou seja espelhando-se no processo de seleção natural explica-

do por Darwin. A vantagem de tais métodos para o estudo das estruturas é que eles lidam com variáveis discretas e não precisam das derivadas da função custo (HOLLAND,1975).

Nesta área, um dos estudos de maior importância foi o implementado por Rafiq e Southcombe em 1998, onde eles propuseram um modelo de otimização de pilares de concreto armado submetidos à flexão oblíqua. O trabalho desses autores empregaram as seguintes variáveis de projeto: a quantidade, o diâmetro e a posição das barras no interior da seção. Neste cenário, foi aplicado uma análise elástica no problema de otimização o qual foi submetido a restrições de resistência, de geometria e disposições construtivas, de acordo com a norma inglesa BS8110. (RAFIQ ; SOUTHCOMBE, 1998).

No panorama do método dos algoritmos genéticos, Argolo, em 2000, elaborou um estudo sobre a otimização de seções de concreto armado submetido à flexo-compressão por meio de uma análise não-linear, aplicando, para isso, curvas realísticas as quais podem ser utilizadas em concretos de alta resistência.

Dessa forma, vários estudiosos se dedicaram à publicação de trabalhos de otimização de estruturas de concreto armado como Chakrabarty (1992) que determinou uma formulação a qual avaliava que viga teria maior minimização do custo: a viga simplesmente ou duplamente armada.

Embora a maior parte deles tenha se destinado a vigas com seções regulares, alguns pesquisadores como Beatriz *et al.* (2010) direcionaram suas pesquisas para vigas de seção T. No cenário em questão, Beatriz *et al.* (2010) implementou uma metodologia para a otimização de vigas de concreto armado com seção T, submetidas à flexão simples, usando o algoritmo de Programação Quadrática Sequencial. As variáveis de projetos consideradas foram as seguintes: as dimensões principais da seção transversal da viga T e as áreas das armaduras nas zonas de tração e de compressão. Já a principal restrição de projeto considerou a verificação do funcionamento da viga no domínio mais eficiente por meio da posição da linha neutra. Somada a metodologia anteriormente citada, também foi desenvolvido um método interativo para análise da viga que permitiu estabelecer a posição da linha neutra e do momento de resistência automaticamente para qualquer configuração da seção.

Ferreira *et al* (2003) otimizou vigas em seção T, fazendo o uso de análise não linear do concreto armado. Foram usadas restrições para a ductibilidade da seção em função da linha neutra. Uma expressão para a altura ideal da linha neutra foi deduzida e a partir desta pode-se determinar a altura mínima do flange da seção T.

Ainda quanto a otimização de vigas, Rios (2011) adotou em seu trabalho restrições laterais das variáveis e de comportamento no estado limite último, obedecendo aos critérios de resistência e execução, com variáveis discretas visando otimizar topológica e parametricamente vigas de concreto armado.

Balling e Yao (1997) propuseram um modelo multi-nível que melhorava o desempenho das seções em um primeiro nível e estabelecia a topologia das barras de aço em um segundo nível.

1.4. Metodologia

A metodologia consistiu primeiramente em um estudo de revisão dos fundamentos de dimensionamento de vigas de concreto armado, seus métodos de análise e a normatização que regem seu projeto, contida na NBR 6118/2007 e outras.

Um estudo dos conceitos básicos sobre problemas de otimização também se fez necessário, assim como o aprendizado da linguagem C++ na qual foi implementado o modelo. Foram explorados alguns dos principais trabalhos na área de otimização de estruturas de concreto, principalmente as vigas com o intuito de conhecer o estado da arte.

Realizados os estudos necessários, foram identificadas as variáveis que definiam o projeto da viga e as restrições que o modelo deveria submeter-se de modo que bem representasse o funcionamento de uma viga biapoiada. Foi estudado o funcionamento do Algoritmo Genético, assim como o software utilizado, BIOS, para que se pudesse conceber um método de implementação do problema.

Foi criada uma codificação de modo que quatro variáveis de números inteiros pudessem representar a quantidade e topologia das barras de armaduras longitudinais. Outras variáveis, também do tipo inteiro, foram definidas de modo a identificar a armadura transversal e as dimensões da viga.

Após o processo descrito foi realizada a implementação do problema.

1.5. Organização do Texto.

O seguinte trabalho é composto de 7 capítulos. O capítulo 2 contempla os problemas de otimização, introduzindo os conceitos básicos e apontando algumas técnicas de solução destes. O capítulo 3 revisa os conceitos básicos de análise e dimensionamento de vigas

biapoiadas de concreto armado. O quarto capítulo introduz os conceitos de Algoritmos Genéticos e seus principais elementos. O capítulo 5 explica a formulação do modelo. Por fim o capítulo 6 mostra algumas aplicações do modelo e o capítulo 7 apresenta as conclusões do presente trabalho.

2. PROBLEMAS DE OTIMIZAÇÃO

A engenharia e outras áreas técnicas se deparam frequentemente com problemas para os quais existem mais de uma solução. Quase sempre podemos expressar o problema de forma matemática de modo que variáveis representem suas soluções e funções representem algumas de suas características, que podem ser usadas como um padrão de desempenho. Dentre as alternativas possíveis deseja-se determinar tais variáveis de modo que a função represente o máximo desempenho possível. A resolução de tais problemas requer a definição das variáveis simultaneamente, tornando difícil avaliar de forma direta o efeito das várias combinações destas, quando se apresentam em grande número.

O método de tentativa e erro pode se torna inviável devido ao grande número de possibilidades e a falta de diretrizes de qual caminho tomar. Apesar dos computadores poderem fazer milhares de verificações, até mesmo para estes o número de combinações possíveis gerados por alguns problemas pode exceder a capacidade de processamento. Além do que, cada problema exigiria a definição de detalhes complicados de como seria feita a busca, que só acharia a melhor solução após verificar todas as soluções possíveis. Ao estudo desses problemas e das técnicas e estratégias que lhe indicam soluções, é dado o nome de otimização. Otimizar é um processo de se obter a melhor solução para um problema de escolha, sob determinadas condições (RAO,1973).

Para um dado problema estamos interessados particularmente em algumas características do objeto de estudo. O tempo que um dado processo levará para ser concluído, a resistência que uma aeronave sofrerá ao cortar o ar do ambiente que está imersa, ou mais dentro do contexto do presente trabalho, o custo terá a construção de uma viga. A expressão que é formulada para representar tais propriedades é denominada função objetivo. Tal função nos informará acerca das propriedades e, portanto do desempenho que o sistema modelado assume. Pode-se maximizar ou minimizar tais valores dependendo da natureza do problema.

Para modelar tal função é preciso que se identifiquem as condições e características sob as quais ela está submetida e que tenham relação direta com seu desempenho. Depois é preciso que tais condições e características possam ser atribuíveis à valores simbólicos, variáveis e parâmetros, passíveis de alguma operação. Para os casos de interesse no contexto desse trabalho tais variáveis e parâmetros são sempre numéricos e são sempre a eles que o texto se refere.

Os parâmetros fixos são os elementos numéricos que compõe a função objetivo e permanecem invariáveis. Os elementos simbólicos aos quais se atribuem valores na busca de diferentes representações das propriedades do sistema são denominados variáveis de projeto. Ao conjunto de todos os valores que podem ser atribuídas a estas dá se o nome de espaço de projeto. Qualquer combinação possível de valores das variáveis de projeto define um ponto no espaço de projeto.

Os modelos matemáticos são representações mais ou menos fiéis da realidade, nunca contemplando todos os aspectos envolvidos. Para o caso de problemas de otimização, as variáveis de projeto ou as expressões que estas formam com os parâmetros fixos devem ser delimitadas a certos valores de forma que o modelo não viole a representatividade do problema. À essas delimitações são dadas a denominação de restrições do problema. As restrições também podem ser utilizadas para restringir valores às conveniências de projeto. As restrições podem ser de igualdade, quando impões a igualdade aos valores mencionados e de desigualdade quando expressam as fronteiras numéricas que limitam tais valores por meio de inequações.

As regiões do espaço de projeto não limitadas pelas restrições são ditas regiões viáveis do problema. Regiões inviáveis são regiões do espaço de projeto que são restringidas.

Arora (2004) mostra a seguinte notação que pode ser usada para formular qualquer problema de otimização. Nota-se que as desigualdades são usadas apenas com um dos sinais de desigualdade, já que facilmente pode-se rearranjar uma desigualdade para tomar esta forma.

Determinar o vetor:

$$X = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_n] \quad 1)$$

De modo minimizar:

$$f(X) \quad 2)$$

Sujeito às restrições de igualdade:

$$h_i(X) = h_i(X_1, X_2, X_3, X_4, X_n) = 0 \quad 3)$$

E às restrições de desigualdade:

$$g_j(X) = g_j(X_1, X_2, X_3, X_4, X_n) \leq 0 \quad 4)$$

Em que i e j representam o número de cada restrição, ambos variando de 1 a um número natural qualquer.

Foi mencionado anteriormente que os problemas de otimização podem ter o objetivo de maximizar ou minimizar uma função objetivo, entretanto um problema de maximizar pode ser expresso como um problema de minimização. Diz-se que maximizar uma função $f(x)$ é o mesmo que minimizar a função $-f(x)$ (RAO, 1973).

2.1. Classificação dos problemas de otimização.

Segundo RAO (1973) os problemas de otimização podem ser classificados sob os seguintes aspectos:

a) quanto a existência de restrições – Os problemas podem ou não apresentarem restrições, o que lhes traz a denominação de restritos e irrestritos respectivamente. O valor das variáveis de projeto sofrem naturalmente restrições inferiores e superiores dos seus valores, o que não é considerado efetivamente uma presença de restrição no problema (Souza...).

b) quanto a natureza das variáveis- As variáveis de projeto podem contínuas ou discretas, ou seja, podem assumir valores contínuos dentro de um intervalo permitido ou podem variar em quantidades, ou passos, preestabelecidos. As dimensões ótimas, quanto ao custo, de uma embalagem de um produto poderia ser determinada de forma contínua, já que as máquinas podem ser adaptadas para tentarem reproduzir tais medidas. No caso das barras de estruturas de concreto que são produzidas em bitolas preestabelecidas, as variáveis que se referem a estas devem ser discretas.

c) quanto a linearidade das funções – Os problemas de otimização podem ser lineares caso a função objetivo e as funções que definem as restrições sejam lineares em relação as variáveis de projeto e não lineares caso contrário. Existem muitos outros aspectos que podem ser utilizados como critérios de classificação dos problemas de otimização que não serão mencionados.

2.2. Técnicas de resolução de problemas de otimização.

Tradicionalmente os problemas de otimização foram concebidos para serem resolvidos com programação matemática, que são o conjunto de técnicas que fazem uso do cálculo diferencial visando a obter a solução ótima. A premissa básica para a resolução por tais métodos é que as variáveis e a função objetivo sejam contínuas. Para uma função de n variáveis em R^n pode se determinar o gradiente das funções, que graficamente é um vetor que aponta para o sentido do maior crescimento da função. Tais gradientes podem ser usados para a aplicação de métodos analíticos que encontram o máximo ou mínimo de tais funções.

O método dos multiplicadores de Lagrange é utilizado para minimizar funções sujeitas a vínculos, ou seja, restrições de igualdade. O método consiste em determinar uma nova variável λ denominada multiplicador de Lagrange, que é usada para multiplicar a função que representa o vínculo de uma função f . É formada uma nova função F , que é derivada então em relação a todas as suas variáveis e igualadas a zero para determinar-se os valores extremos desta. Subtrações das derivadas resultam em novas expressões que podem ser utilizadas diretamente na solução do problema. O método não pode ser utilizado para problemas com vínculos de desigualdade (LEITHOLD, 1994).

Existem métodos analíticos para a solução de problema com vínculos de desigualdade, como o método de Kuhn-Tucker, mas a não linearidade dos problemas pode torná-los de difícil resolução. Os problemas práticos tem muitas vezes natureza não linear o que torna complicado o uso dos métodos descritos (SPILLERS ; MACBAIN, 2009). Outra dificuldade que os problemas de cunho prático trazem é a natureza discreta das variáveis envolvidas, que por vezes ocorrem, na resolução de tais problemas, pois desta forma as funções objetivo não podem ser derivadas.

O advento do processamento digital que teve desenvolvimento expressivo desde a década de 70, possibilitou a aplicação de métodos numéricos na resolução de problemas

.Desde então métodos baseados em sistemas naturais tem sido contemplados com maior interesse pela comunidade técnico-científica. A exemplo de um método que voltou a ser objeto de interesse, e já havia sido esquecido por algumas décadas, foi a simulação de Redes Neurais Artificiais, pois requeria extensa capacidade de processamento(TAFNER,1995).Outros métodos baseados em sistemas naturais são o Cozimento Simulado, a Simulação de Sistemas de Partículas e o Algoritmo Genético (ARORA, 2004).

3. ANÁLISE E PROJETO DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO

3.1. Estádios de deformação.

Os elementos de viga em flexão simples sofrem momentos fletores que causam rotações em suas seções. A diferença de rotação entre duas seções adjacentes causam deformações entre elas que ocasionam em tensões normais. Como não há forças axiais no elemento de viga as deformações ocorridas em uma seção devem ocasionar tensões opostas que a equilibram. Para que isto ocorra é preciso que o eixo de rotação de cada seção esteja contido nesta. Popov (1968) lembra que na teoria clássica de vigas, a hipótese formalizada por Navier, determina que tais seções devem permanecer planas para validar os cálculos do modelo.

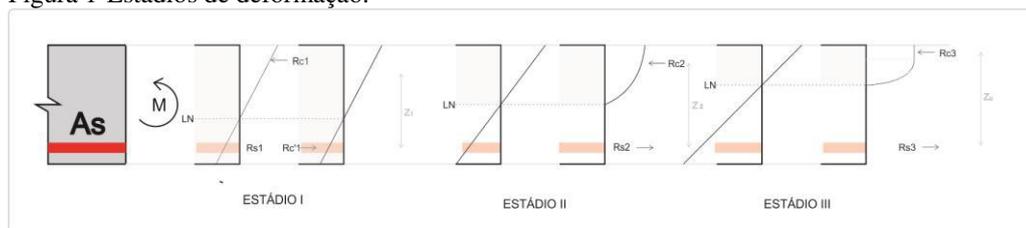
Em uma seção de concreto armado existem três graus de deformações que definem o modo como as tensões se apresentam nestas. Eles são denominados estágio I, II e III.

O estágio I se caracteriza por uma deformação da seção em que os materiais permanecem em suas regiões lineares elásticas e, portanto permanecem íntegros. Concreto e aço são totalmente solidários, tendo as mesmas deformações.

Após um acréscimo de tensão além do estágio I o concreto fatura e já não mais contribui com as tensões de tração que a seção suporta, sendo estas toleradas apenas pelo aço. O concreto comprimido continua em sua região elástico linear. Esta configuração de deformação representa o estágio II.

No estágio III, as tensões de tração são suportadas somente pelo aço. O concreto se deforma além da sua zona elástica, tendo seu diagrama tensão-deformação representado por uma parábola que se lineariza além de deformações iguais a 2%. O diagrama é referido como parábola-retângulo.

Figura 1-Estádios de deformação.



Fonte – Elaborada pelo autor.

3.2. Análise de vigas.

O produto final da análise de uma viga é o conhecimento dos seus esforços internos, tensões, deslocamentos e deformações sob as ações que esta sofre. Estas serão analisadas no trabalho presente pela teoria clássica de vigas. A mecânica dos sólidos oferece os subsídios para esta análise que é a apresentada em dois tópicos: análise dos esforços e tensões e análise dos deslocamentos.

3.2.1. Análise dos esforços e tensões internas.

Em vigas em flexão simples os esforços internos se limitam a um momento fletor e uma força cortante. Admitindo um eixo de coordenadas xyz , se orientarmos o eixo da viga com o eixo x , o esforço cisalhante e o momento fletor atuantes na seção são V_y e M_z , respectivamente. As tensões normais σ_x e cisalhantes τ_{xy} causadas por tais esforços são conhecidos pelas seguintes equações da Resistência dos Materiais (TIMOSHENKO, 1968):

$$\sigma_x = \frac{My}{I} \quad 5)$$

$$\tau_{xy} = \frac{V_y M_z}{b_w I} \quad 6)$$

As demais tensões são consideradas nulas e por simplicidade os esforços são referidos simplesmente por M e V .

Em vigas isostáticas as equações de equilíbrio são suficientes para determinar as reações nos apoios e, portanto os diagramas de momento fletor e esforços cisalhantes.

O trabalho contempla vigas biapoiadas sujeito a ações de somente uma carga distribuída. Para a determinação dos diagramas de esforços em uma viga deve-se determinar primeiramente suas reações. Como o corpo está em equilíbrio temos:

$$\sum F_h = 0 \quad 7)$$

$$\sum M_{XY} = 0 \quad 8)$$

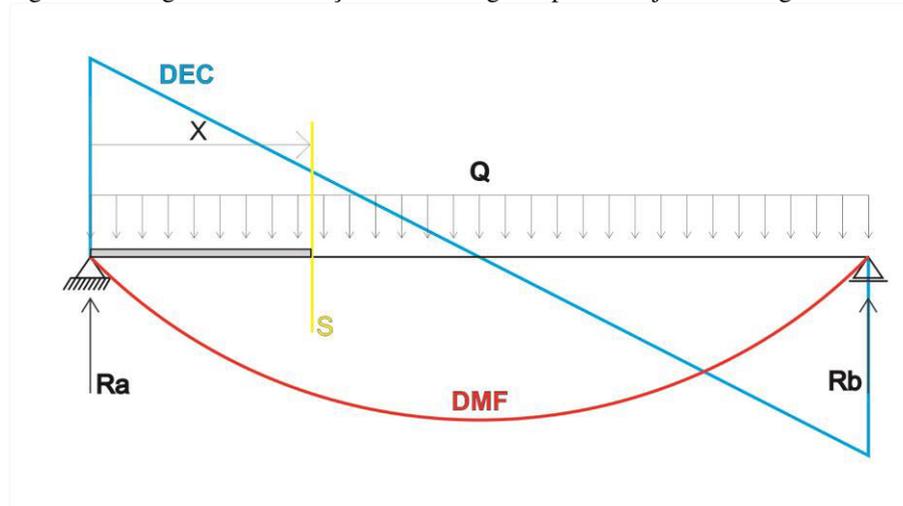
Pode-se determinar a reação do apoio B que é igual a reação no apoio A por simetria, pelo equilíbrio de momentos no ponto A com seguinte equação:

$$R_B L - \frac{QL^2}{2} = 0 \quad 9)$$

$$R_B = \frac{QL^2}{2L} = \frac{QL}{2} = R_A \quad 10)$$

Dessa forma, seccionando a viga por um plano S, que passa perpendicularmente à seu eixo a uma distância x do apoio, podemos equacionar o equilíbrio de momentos e forças verticais da porção a esquerda do plano. A Figura 2 ilustra a seção S e a porção esquerda da viga, assim como os diagramas de momento fletor e esforço cortante.

Figura 2 – Diagramas de esforços em uma viga biapoiada sujeita a carregamento constante.



Fonte – Elaborada pelo próprio autor.

Podemos definir então o momento fletor em uma seção S a uma distância X qualquer do apoio esquerdo como:

$$V = R_a - Q \times xM = R_a \times x - \frac{Q \times x^2}{2} \quad 11)$$

O esforço cortante na mesma seção é dado por:

$$V = R_a - Q \times x \quad 12)$$

Estão definidos, portanto para o problema todos os esforços internos que serão usados para o dimensionamento da viga.

3.2.2. *Análise dos deslocamentos.*

3.2.2.1. *Trabalho virtual.*

Imagina-se que exista um ponto material A em equilíbrio e este possa se deslocar de uma distância δ sem a introdução de nenhuma força além das que permitem o equilíbrio. Como o fato representa uma impossibilidade física, a entidade, puramente matemática, é denominada de deslocamento virtual. Apesar da falta de sentido físico, o conceito tem utilidade prática importante na análise das estruturas (SÜSSEKIND,1974).

A partir do conceito de deslocamento virtual podemos definir como trabalho virtual o trabalho que as forças reais, supostamente atuantes no ponto A,ariam para um deslocamento virtual arbitrário. É fácil perceber, considerando que as componentes de força estão equilibradas, que qualquer trabalho virtual, associado ao deslocamento δ , realizado pelo conjunto de forças é nulo. Pode-se enunciar em decorrência das definições, que o trabalho virtual sobre corpos rígidos e elásticos, que são um somatório de pontos materiais, submetidos às forças ou momentos que se equilibram, é igualmente nulo (SÜSSEKIND,1974).Por definição é preciso que o movimento virtuais de tais corpos respeitem a compatibilidade cinemática com os vínculos que o suportam. (BEER ; JOHNSTON, 1994).

No que diz respeito ao trabalho virtual em corpos deformáveis, as relações de energia entre a fronteira e o interior do corpo se mantém, portanto continuam valendo as igualdades dos trabalhos internos e externos. Por conseguinte o trabalho virtual externo, realizado na fron-

teira de um corpo deformável pelas forças e momentos reais é igual ao trabalho virtual interno realizado por suas tensões reais equivalentes em todo o volume interno. Vale lembrar que, como o somatório de tensões é feito ao longo de um volume, usa-se os deslocamentos relativos para o cálculo do trabalho interno.

3.2.2.2. Método da carga unitária.

O método da carga unitária é um método para se calcular deslocamentos em estruturas isostáticas, portanto pode ser usado em vigas simplesmente apoiadas. Este consiste em imaginar uma estrutura fictícia idêntica à que se pretende analisar, sofrendo a ação de uma carga unitária pontual na direção do deslocamento que se quer determinar. Por conveniência, atribui-se um deslocamento virtual na direção da carga unitária igual a o deslocamento da viga real naquele ponto. Em outras palavras, a viga imaginária não sofre e deslocamento que efetivamente sofreria sob a carga unitária, mas um deslocamento virtual que lhe é imposto. Os deslocamentos reais na viga real com seus carregamentos são os mesmos deslocamentos virtuais na viga fictícia. (MARTHA, 2010)

Não conhecemos o deslocamento arbitrado e o expressamos como incógnita, mas podemos calcular os deslocamentos relativos infinitesimais de seções de comprimento dx na viga real pelas equações da Resistência dos materiais, apresentadas nas Equações (13) e (14) (SÜSSEKIND, 1947). Temos então os deslocamentos virtuais relativos internos da viga fictícia que interessam ao problema em questão, pois estes são os mesmos da viga real carregada.

$$\frac{M}{EI} dx \quad 13)$$

$$\frac{\chi V}{GA} dx \quad 14)$$

Ainda segundo Süsseskind (1974) os deslocamentos causados pelo esforço cortante são pequenos para a análise em questão e pode ser desprezado.

O trabalho virtual interno da estrutura imaginária é determinado pelos esforços causados pela força unitária, tendo os deslocamentos relativos internos da viga real, representados nas Equações (13) e (14).

Para um elemento infinitesimal dx , relativo ao comprimento da viga, sendo \bar{M} o momento causado pela carga unitária, o trabalho virtual interno, na viga fictícia, em sua forma diferencial torna se:.

$$dw = \frac{\bar{M} M}{EI} dx \quad 15)$$

Onde dw é um infinitesimal de trabalho virtual.

Integrando as equações dw ao longo de todo o comprimento da viga, L , temos o trabalho virtual interno.

$$W_{\text{int}} = \int_0^L \frac{\bar{M} M}{EI} dx \quad 16)$$

Dado que o trabalho virtual interno é igual ao trabalho virtual externo e esse, na viga fictícia, é realizado pela carga unitária aplicada temos:

$$W_{\text{ext}} = 1 \times \delta \quad 17)$$

Podemos igualar combinar as duas equações e escrever:

$$1 \times \delta = \int_0^L \frac{\bar{M} M}{EI} dx \quad 18)$$

Temos, portanto o deslocamento virtual externo na direção da carga unitária na estrutura imaginária, mas já foi dito que os deslocamentos nas duas vigas são os mesmos, portanto a equação mostra o deslocamento na viga real. Sabemos que o maior deslocamento em uma viga simplesmente apoiada é no centro do vão, portanto é aplicada neste local a carga unitária para se obter a flecha imediata.

Para as vigas de concreto armado existem seções não fissuradas trabalhando no estágio I, e seções fissuradas, trabalhando no estágio II. Portanto a rigidez da viga muda ao

longo do comprimento da viga. O uso da equação anterior então deveria considerar os diferentes momentos de inercia na integração (CARVALHO, 2009). Para simplificar o problema (Branson, 1968) propôs um modelo semiprobabilístico para levar em conta o efeito da fissuração do concreto e a mudança do momento de inércia em recorrência disto. O modelo fornece uma expressão que expressa um momento de inercia ponderado entre os momentos de inercia das seções nos estágios I e II.

A rigidez de uma viga depende, além da seção de concreto, do posicionamento das barras dentro da seção. Para o estágio I, como os materiais tem a mesma deformação, o momento de inercia pode ser calculado com a substituição da área de aço por uma área de concreto equivalente, ou seja, que causaria a mesma força que o aço. Diz-se que a seção com essa substituição é uma seção homogeneizada. Para todos os efeitos pode-se calcular as propriedades da seção de maneira habitual (CARVALHO, 2009).

3.3. Dimensionamento de uma estrutura.

Dimensionar uma estrutura significa em sentido amplo garantir seu adequado funcionamento sob as prováveis condições que esta suportará ao longo de sua vida útil de projeto. O funcionamento adequado refere-se não somente ao colapso da estrutura, mas as condições de deformação e durabilidade (CARVALHO, 2009).

Atualmente o dimensionamento das estruturas é realizado por métodos de cálculo na ruptura. As cargas utilizadas nesse método, excluindo as permanentes, são ponderadas pela sua probabilidade de ocorrência e combinadas de acordo com a análise que se quer realizar. As peças são admitidas sendo solicitadas de modo que suas tensões internas estejam na eminência da total falha do material, sendo admitida uma margem de segurança pela minoração dos esforços e majoração das cargas atuantes. As peças de concreto armado nestas condições estão segundo denominação da ABNT NBR 6118/2007 em seu estado limite ultimo (ELU).

O estado limite ultimo em um elemento de concreto refere-se a ruína do seu equilíbrio, o que afeta de imediato a segurança das pessoas e sistemas na edificação do qual faz parte, entretanto o projeto de qualquer sistema deve contemplar também o conforto, durabilidade e utilidade dentro das condições para o qual foi projetado. Nas estruturas de concreto armado além de assegurado sua resistência às solicitações, devem ser garantidas deformações

e aberturas de fissuras máximas, que configuram, segundo denominação normativa (NBR 6118/2007), o estado limite de serviço(ELS).

O conhecimento dos conceitos acima expostos são requisitos básicos para o dimensionamento de vigas de concreto armado.

Neste contexto apresentaremos o método de dimensionamento de uma viga bi – apoiada de concreto armado, fazendo antes uma breve revisão das propriedades do material.

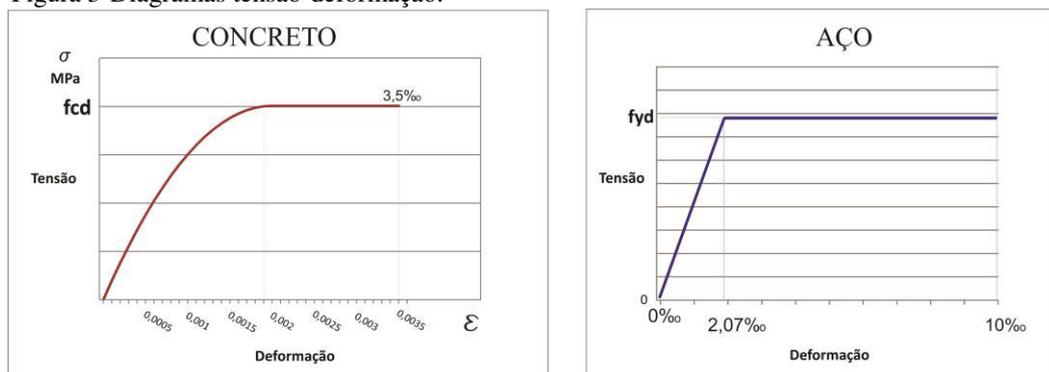
3.4. Concreto Armado.

No projeto de qualquer estrutura é preciso que se conheça as propriedades do material que se está utilizando, no caso aqui contemplado o concreto armado.

Os gráficos tensão-deformação dos dois materiais serão apresentados a seguir. Tais gráficos apresentam uma série de simplificações que são consideráveis aceitáveis para o procedimento de dimensionamento da NBR – 6118/2003.

Para o concreto e o aço admite-se que a curva tensão-deformação, com suas resistências já minoradas, para os materiais obedecem às curvas dos gráficos representados na Figura 3

Figura 3-Diagramas tensão-deformação.



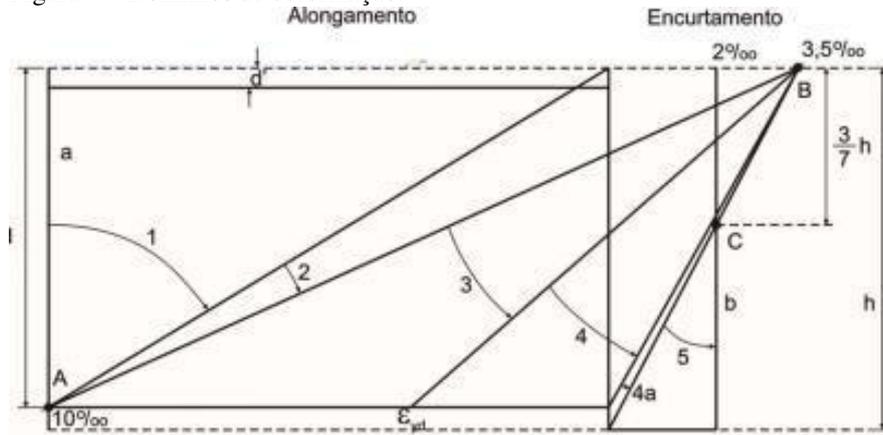
Fonte – Elaborada pelo autor

O gráfico do concreto mostra tensões de compressão que são as utilizadas nos cálculos das vigas e estruturas de concreto em geral. As tensões de tração são desprezadas nos cálculos de dimensionamento. O material segue a parábola representada no gráfico até plastificar quando atinge a deformação de 2 ‰, chegando a 3,5‰ sem um aumento de tensão.

O aço tem o mesmo módulo de elasticidade para a tração e a compressão, portanto o gráfico pode ser usado em ambas as situações.

3.5. Domínios de deformação.

Figura 4 – Domínios de deformação.



Fonte – ABNT NBR 6118/2007.

A profundidade da linha neutra quando uma viga de concreto armado atinge o limite de sua ruína é função da resistência do aço e do concreto que a compõe, das dimensões da seção da viga e área da armadura longitudinal, assim como a disposição desta dentro da seção. A ruptura ocorre quando um ou ambos os materiais constituintes atingem suas deformações máximas já apresentadas. O conjunto de possibilidade de falhas de uma seção de concreto armado foi mapeado em um diagrama que divide as formas de ruptura em o que a NBR 6118/2007 denomina domínios de deformação. As linhas do diagrama representam os limites entre esses domínios. Qualquer reta entre as representadas que não sejam concorrentes a estas representam uma forma de ruptura e pertencem ao domínio que estão contidas.

3.6. Dimensionamento de vigas.

A NBR 6118/2007 expõe as hipóteses básicas que devem ser feitas no dimensionamento de elementos lineares sujeito a solicitações normais. Carvalho (2009) delinea as hipóteses referentes ao dimensionamento de vigas de concreto armado sujeitas a flexão simples:

- a) as seções permanecem planas após sua deformação até o ELU;
- b) os materiais mantêm se solidários. As deformações são compatíveis exceto nas fissuras;
- c) as tensões normais de tensão nas seções são desprezadas;
- d) a ruína da seção transversal é dada pelas deformações específicas de cálculo do concreto e do aço em suas deformações limite. Bastando que um dos materiais atinja esse estado para caracterizar a ruína;
- e) os encurtamentos máximos no concreto para flexão simples é 3,5‰;
- f) o alongamento máximo permitido pelas armaduras é 10‰;
- g) é utilizado para o concreto o diagrama parábola-retângulo, que pode ser substituído por um gráfico retangular de altura λx_{ln} , em que x_{ln} é a altura da linha neutra.

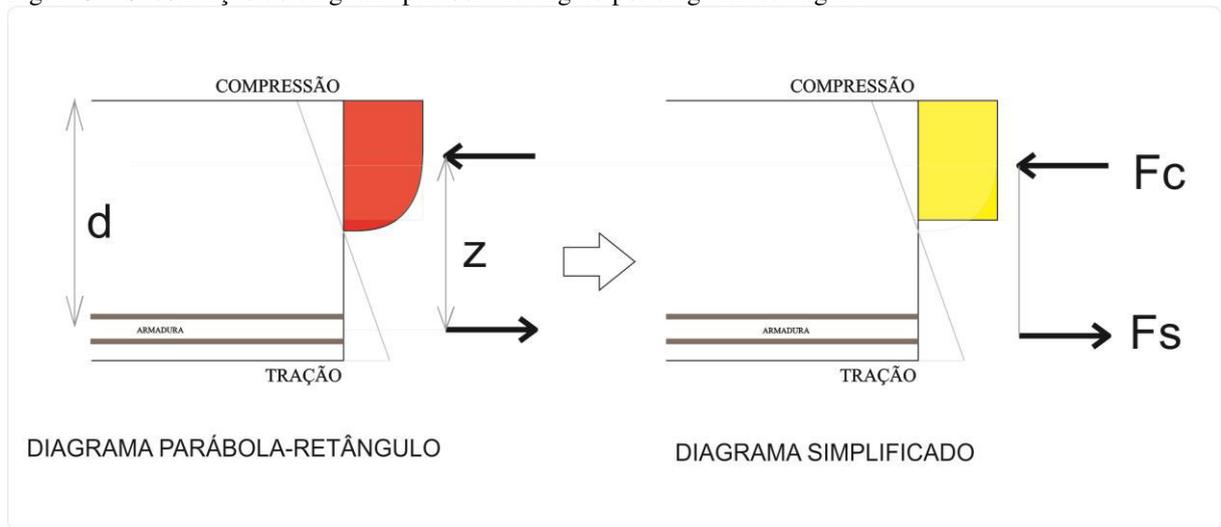
3.6.1. –Dimensionamento a flexão.

Como anteriormente citado, as seções são dimensionadas no estado limite último. As tensões na seção variam de zero, próximo a linha neutra, até as tensões que causam a plastificação do concreto nas fibras mais comprimidas. O diagrama tensão deformação do concreto já foi mostrado como sendo formado por uma parábola e um retângulo, mas a norma permite a representação das tensões de uma seção próxima a ruína com um diagrama retangular com altura de $0,8x_{ln}$ e comprimento igual a $0,85f_{cd}$, onde x_{ln} é a profundidade da linha neutra e f_{cd} é a resistência característica de cálculo do concreto. Uma seção com as tensões representadas pelo diagrama parábola-retângulo e o diagrama retangular estão representadas na **Figura 5**. A máxima força de compressão resistida pelo concreto pode ser expressa por:

$$F_c = 0,85 f_{cd} b_w 0,8 x_{ln}$$

Onde F_c é a força resultante do gráfico em forma de retângulo, x_{in} é altura da linha neutra, b_w é a largura da viga e f_{cd} é a resistência característica de cálculo concreto.

Figura 5 – Substituição do diagrama parábola-retângulo por diagrama retangular



Fonte – Elaborada pelo autor.

. O binário representado na Figura 5 são as forças resultantes do concreto comprimido e as barras de armaduras tracionadas. Tal binário equilibra o momento externo representado na Equação (20)

$$M_{ext} = F_c \times z \quad (20)$$

Onde M_{ext} é o momento externo solicitante e z é o braço de alavanca, representado na Figura 5. Pelo equilíbrio de momentos, o momento externo é igual ao momento interno suportado pela seção, e como a força expressa na Equação (20) é a máxima força que a seção de concreto pode suportar, o momento resistente da seção pode ser escrito da seguinte maneira:

$$M_{res} = F_c \times z \quad (21)$$

Dessa forma, como as tensões no concreto podem ser representadas na forma de um retângulo, a força resultante desta distribuição de tensões se encontra, por simetria, na sua altura média, a $0,4x_{ln}$ abaixo da fibra mais comprimida da seção, portanto o braço de alavanca da viga pode ser escrito como:

$$z = d - 0,4x_{ln} \quad 22)$$

Substituindo o valor de z da Equação(22) na Equação(21) podemos escrever:

$$M_{res} = F_c (d - 0,4x_{ln}) \quad 23)$$

Para conhecermos o momento resistente da seção precisamos do valor da linha neutra, que pode ser calculada considerando o equilíbrio das forças horizontais:

$$\sum F_v = 0. \quad 24)$$

As forças horizontais são representadas pelos binários já mencionados, logo:

$$F_s = F_c \longrightarrow f_{yd} A_s = 0,68 f_{cd} b_w x_{ln} \quad 25)$$

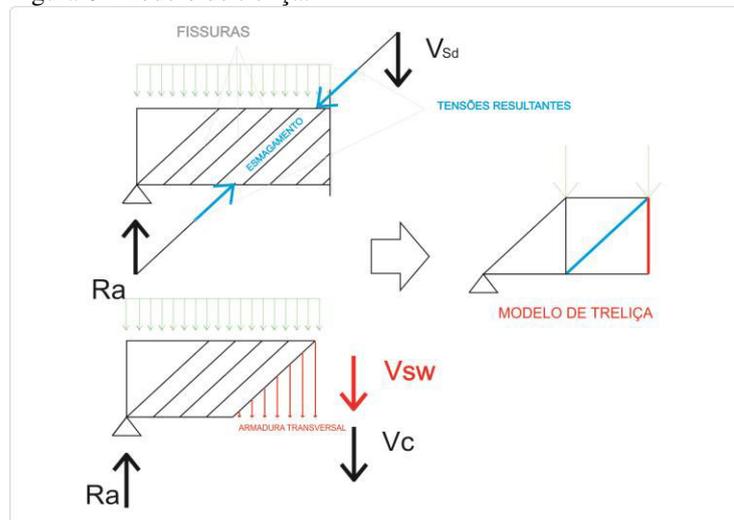
$$x_{ln} = \frac{f_{yd} A_s}{0,68 f_{cd} b_w} \quad 26)$$

3.6.2. *Verificação do esmagamento das bielas comprimidas e dimensionamento da armadura transversal.*

Como já foi demonstrado nas Equações 5 e 6, além das forças normais atuantes na seção existem esforços cisalhantes ao longo desta. Tal fato ocasiona um estado de tensões de modo que as tensões principais se encontram inclinadas em relação ao eixo da viga.

Tais tensões ocasionam fissuras inclinadas ao longo da viga, delimitando regiões de concreto chamadas de bielas. O dimensionamento de uma viga em relação aos esforços cisalhantes consiste na verificação da capacidade de resistência das bielas de concreto à compressão que estas sofrem, e na determinação de uma armadura longitudinal que equilibra um sistema, semelhante a uma treliça, que se forma como demonstrado na Figura 6.

Figura 6- Modelo de treliça.



Fonte- Elaborada pelo autor

A suposição do sistema de treliça é uma aproximação e necessita de algumas correções de modo que represente bem os esforços internos nas bielas e nas armaduras. Tal modelo é denominado de treliça generalizada de Mörsh.

Para o dimensionamento da armadura transversal, esta é considerada no seu estado limite último e suporta uma força V_{sw} , que equilibra a porção à esquerda da viga demonstrada na figura 6, que está submetida as cargas externas demonstradas. Esta força é dada pela força cortante de cálculo V_{sd} , descontada da parcela absorvida por mecanismos complementares de treliça V_c dado por:

$$V_c = 0,6 f_{ctd} b_w d$$

Assim, sendo A_{sw} a área de aço que passa por uma seção longitudinal da viga a cada espaçamento s entre estribos, a bitola pode ser determinada pela equação:

$$\left(\frac{A_{sw}}{s} \right) = \frac{V_{sw}}{0,9 \cdot d \cdot f_{ywd}} \quad \mathbf{28)}$$

Tratando-se de estribos simples a área da armadura deste é a metade da área A_{sw} .

Deve-se verificar ainda o esmagamento da biela comprimida verificando se a condição:

$$V_{Sd} \leq V_{Rd2} \quad \mathbf{29)}$$

Onde V_{Sd} é a força cortante de cálculo e V_{Rd2} é dado por:

$$V_{Rd2} = 0,27 \alpha_{v2} f_{cd} b_w d \quad \mathbf{30)}$$

4. –ALGORITMOS GENÉTICOS.

4.1. Analogia com sistemas biológicos.

O livro A Origem das Espécies de Charles Darwin, as descobertas de Gregory Mendel dos processos de transmissão das características entre os indivíduos de uma espécie e o conceito de mutação genética, primeiramente exposto por Hugo de Vries, foram os componentes que sintetizaram o que hoje conhecemos por Neodarwinismo (Reeves,2003). A teoria da seleção natural, que tem suas raízes nesta vertente do pensamento científico, propõe que os seres vivos são originados de milhões de anos de adaptação às demandas do meio ambiente. A possibilidade do indivíduo mais bem adaptado ganhar a disputa por recursos escassos os conferem mais condições para a procriação e conseqüentemente derivar um maior número de descendentes, perpetuando-os. Em longo prazo a população é contaminada por indivíduos que possuem características oriundas dos indivíduos mais aptos do passado. O método dos Algoritmos genéticos (AG) abstrai as ideias acima expostas, usando procedimentos inspirados nesse contexto, com o intuito de aplicá-los a problemas de cunho prático (SIVANANDAM ; DEEPA, 2008).

Alguns conceitos da genética são expostos para a compreensão da analogia feita entre o AG e os sistemas biológicos.

- a) gene – são os menores agrupamentos de moléculas, constituídas por sequencias de moléculas denominadas bases nitrogenadas, capazes de determinar e transmitir aos descendentes as propriedades de funcionamento dos seres vivos, portanto, suas características. As bases nitrogenadas de forma isolada não codificam nenhuma característica. Por vezes mais de um gene são responsáveis por uma característica;
- b) genes alelos – são genes alternativos para uma mesma característica
- c) mutação – é uma mudança aleatória acidental na sequencia de bases nitrogenadas dos genes. Quando o mecanismo de reparação da sequencia falha a mudança é permanente, sendo repassada aos descendentes.

- d) cromossomo – o conjunto dos genes de um organismo se agrupa em blocos separados. Cada bloco de genes é chamado de cromossomo;
- e) reprodução sexuada – É a reprodução onde os indivíduos são gerados a partir de dois genitores e portanto tem características de cada um deles. Os indivíduos possuem números pares de cromossomos, sendo cada metade deles provenientes de um genitor.
- f) genótipo – é o conjunto de todos os genes de todos os cromossomos de um organismo;
- g) fenótipo – É a decodificação dos genes em características observáveis. Nem tudo o que contém nos genes se expressam efetivamente como característica no indivíduo;
- h) indivíduo – É um organismo em particular de uma espécie, com uma combinação exclusiva de genes;
- i) população – É o conjunto de todos os indivíduos de uma mesma espécie que coexistem em um mesmo momento sob determinado meio-ambiente;
- j) meio-ambiente – É o conjunto de condições, leis, influências e infraestrutura, de ordem física, química e biológica que permite, abriga e rege a vida em todas as suas formas.

4.2.–Funcionamento do Algoritmo Genético.

Segundo (ARORA, 2004) a ideia básica do método é apresentar primeiramente um conjunto de soluções aleatórias para o problema que se quer solucionar, geradas pelos valores permitidos das variáveis de projeto, denominadas genes no contexto do AG. Cada solução é um indivíduo, formado pelo grupo de genes que representa todas as variáveis de projeto.

As soluções são então associadas a uma função aptidão, que atribui um nível de desempenho a estas, ou seja, quanto maior o valor da função aptidão, melhor é a solução. A função aptidão pode ser definida de varias maneiras, mas pode ser representada a partir da função objetivo (ARORA, 2004)

$$F_i = (\varepsilon + 1) \cdot f_{\max} - f_i \quad (31)$$

O termo i se refere ao i -ésimo indivíduo. Na função F_i é o valor da função aptidão, ε é um valor muito pequeno e positivo de modo evitar que a função assuma valor zero quando $f_i = f_{\max}$ e traga instabilidade numérica para a solução, f_{\max} é o valor máximo da função objetivo na atual população e f_i é a função objetivo do indivíduo avaliado. Ressalta-se que para a expressão da função aptidão, o maior valor possível, portanto o indivíduo mais apto ocorre para o menor valor da função objetivo, o que está em consonância com a minimização dos custos das vigas. Apesar das soluções serem avaliadas por sua função objetivo, a definição de função aptidão é útil para a realização da operação de seleção que será mencionada em outro momento.

A partir da população, conjunto de todas as soluções disponíveis a um dado instante, um método aleatório gera então outros indivíduos a partir da combinação de alguns dos existentes. A essa combinação dá-se o nome de cruzamento. Os indivíduos que serão utilizados no cruzamento são selecionados por métodos probabilísticos em que os indivíduos com maior valor de função aptidão têm maior chance de serem selecionados. Os novos indivíduos devem juntar-se com os indivíduos mais aptos da população, em número a se determinar, para formarem um conjunto com o mesmo tamanho do conjunto inicial. O novo conjunto é referido como uma nova geração e o processo de passagem de indivíduos mais aptos para a geração seguinte é denominado elitismo. Trata-se de um processo iterativo.

Dada a escolha preferencial dos indivíduos mais aptos para gerar a geração seguinte, as novas gerações tendem a ter indivíduos com funções aptidão de maior (ARORA, 2004), o que significa que tais indivíduos têm seus genes cada vez mais parecidos com o do indivíduo ótimo, ou seja, o indivíduo que representa a solução do problema de otimização. Deve-se instituir um critério de parada para o processo de produção de novas gerações. Uma vez finalizado o processo o indivíduo com maior valor de função aptidão é apresentado como

a solução do problema. A geração dos indivíduos iniciais pode ser feita de forma completamente aleatória ou pode-se gerar uma solução, baseada na experiência do projetista, que servirá para nortear a geração das outras. Sendo gerada a primeira geração deverão ser realizados procedimentos que visam possibilitar a avaliação de cada indivíduo por meio de operações descritas a seguir.

4.2.1. Restrições e penalizações.

Seria computacionalmente caro para um algoritmo avaliar cada indivíduo da população em relação a cada restrição e quando este não for viável apenas descartá-lo, e procurar outro para substituí-lo (SOARES, 1997). Além do mais não seriam levadas em conta as eventuais boas características dos indivíduos descartados (ROCHA, 2013).

Apesar dos problemas serem implementados no AG com restrições, estes são tratados como essencialmente irrestritos, onde a convergência para o ponto ótimo se dá por uma modificação da função objetivo somando-a com um valor, tornando o indivíduo menos apto já que o problema é de minimização. A este processo dá-se o nome de penalização interior e o valor somado é a constante de penalidade (SOARES, 1997).

A modificação da função objetivo com um acréscimo de um valor torna o indivíduo, dentro de um contexto que se pretende minimizar tal função, menos apto a ser selecionado e, portanto a passar pelas operações de cruzamento transmitindo suas propriedades para a nova geração. O indivíduo tende a desaparecer no processo iterativo.

Dentro do software BIO, onde o problema foi implementado, a função objetivo sofre as modificações descritas na expressão a seguir para representar as penalizações (ROCHA, 2013).

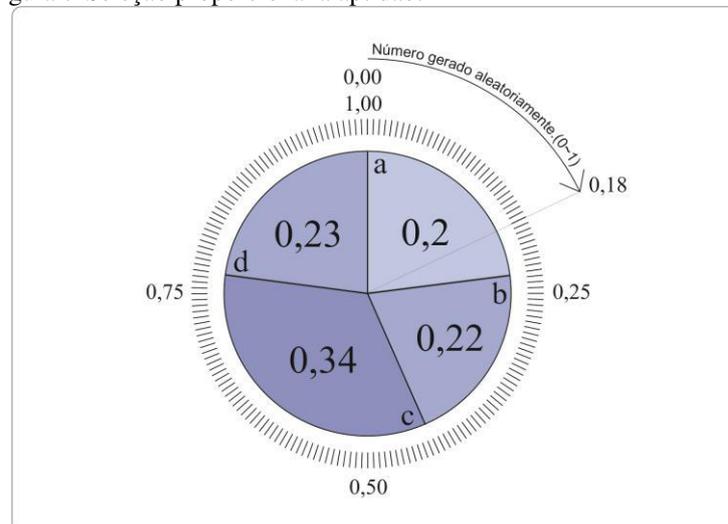
$$f_p = \begin{cases} f(x_i) & \text{se } x_i \text{ é viável.} \\ f_{\max} + \sum_{l=1}^m \max K(g_l(x_i), 0) & \text{se } x_i \text{ é inviável.} \end{cases} \quad (32)$$

O termo f_{\max} demonstra que o valor das funções penalizadas são alteradas para o máximo valor da função objetivo dentro da população antes de serem somadas ao produto da constante de penalidade K pelas penalizações referentes às violações das restrições.

4.2.2. Seleção.

Os métodos de seleção são os responsáveis pela seleção dos indivíduos que serão submetidos aos operadores do AG de modo a gerarem novas soluções. A seleção exclusiva dos indivíduos com as melhores características não constitui uma boa estratégia, pois faz com que a solução convirja prematuramente para um valor de função objetivo mínimo entre os indivíduos da população, o que ocasiona uma desconsideração das boas características em indivíduos de baixa aptidão e, portanto não levam a solução ótima. Uma escolha aleatória é igualmente não eficiente. Evidencia-se, portanto a importância de métodos específicos de seleção (GOLDBERG, 1989). Os métodos utilizados são métodos probabilísticos em que se atribui uma probabilidade de seleção a cada indivíduo. O somatório da probabilidade de seleção de todos os indivíduos se iguala a 1, representando total certeza de ocorrência. Os números que representam as probabilidades de cada indivíduo podem portanto ser representado graficamente como parcela de uma área de uma figura geométrica que representa a unidade. Ademais, pode-se ordenar numericamente essas probabilidades de modo que qualquer número de 0 a 1 indique um indivíduo. O gráfico seguinte elucida as afirmações feitas. O número 0,18 seleciona o indivíduo a .

Figura 7-Seleção proporcional a aptidão.



Fonte – Elaborada pelo autor.

Existem vários métodos que atribuem a probabilidade de seleção aos indivíduos. Feita esta atribuição, métodos computacionais geram um número aleatório entre 0 e 1, sendo definido portanto o indivíduo selecionado.

Um dos métodos utilizados é o método da seleção proporcional à aptidão ou método da roleta. Como tratamos de um problema de mínimos a função aptidão é determinada a partir desta expressa anteriormente na equação X, entretanto, o valor da função objetivo será aplicado com as modificações de penalização descritas na seção anterior. No método da roleta a probabilidade de seleção pode ser definido pela expressão fornecida por Rocha(2013).

$$P_i = \frac{Fit_i}{\sum_i Fit_i} \quad (33)$$

Onde Fit_i é a função aptidão referente ao i-ésimo indivíduo e N_{ind} é o número de indivíduos da população.

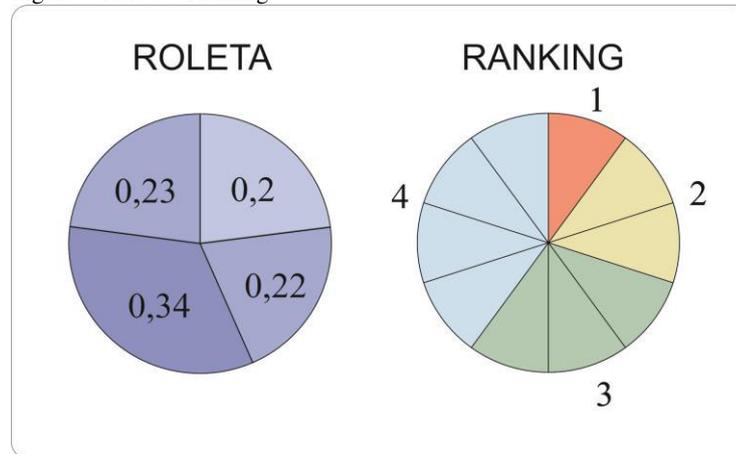
Uma das desvantagens desse método de seleção é que podem surgir indivíduos com função objetivo com valor muito baixo em relação aos demais, portanto com alta aptidão relativa, fazendo com que tenham prioridade muito alta em relação aos demais na seleção, contaminando a população e causando convergência prematura. Pode-se escalonar as funções aptidão de modo causar maior homogeneização dos indivíduos. (Soares, 1997)

Outro método de seleção existente é a seleção por *ranking* que consiste em atribuir a probabilidade de seleção segundo a posição relativa de aptidão entre os indivíduos. Os indivíduos são ordenados em uma lista onde a colocação do indivíduo depende de sua função aptidão. O método não é sensível a uma grande diferença de aptidões entre, por exemplo, o indivíduo que está em primeiro e segundo lugares no *ranking*. As probabilidades são divididas linearmente entre o primeiro e o último indivíduo de modo que a relação $Fit_{i+1} > Fit_i$ é sempre válida, ou seja o indivíduo com maior ranking é sempre o mais apto. A probabilidade no torneiro é dada pela expressão.

$$P_i = \frac{Rnk_i}{\sum_k Rnk_k} \quad (34)$$

Onde Rnk_i é o ranking do i -ésimo elemento. A Figura 8 mostra a probabilidade para 4 elementos pelos dois métodos. A função objetivo de cada elemento foi atribuída aleatoriamente na figura.

Figura 8-Roleta e Ranking.

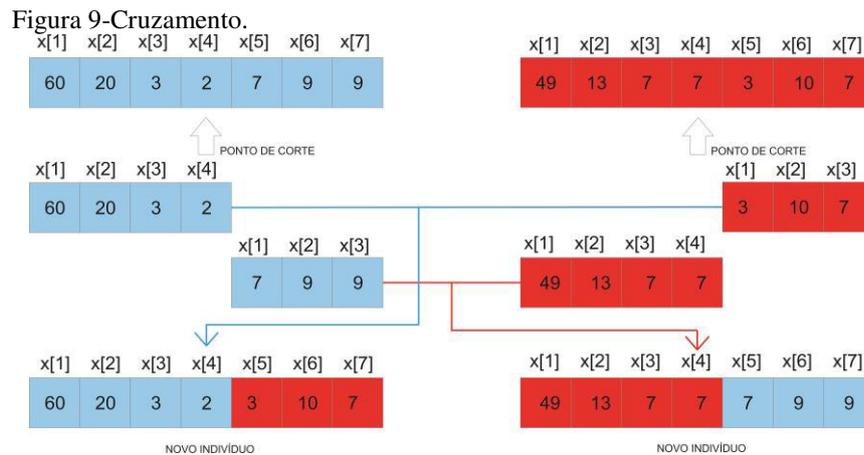


Fonte- Elaborada pelo autor

4.2.3. Cruzamento

O cruzamento é a troca de informação entre dois indivíduos, denominados pais, objetivando formar um terceiro, denominado filho, que compartilha informação de ambos. Essa operação do AG é ponto crítico sem o qual não haveria convergência (ROCHA, 2013). Apesar de existirem varias formas de cruzamento, os AG's tradicionais se utilizam principalmente do cruzamento de um ponto e o cruzamento de dois pontos (ARORA, 2004).

O cruzamento de um ponto é realizado pela determinação de onde será efetuado um corte no cromossomo de dois indivíduos pares em pontos equivalentes, o que significa que haverá separação dos genes dos indivíduos em duas partes. Cada parte do cromossomo de um indivíduo se junta então com a parte recíproca do cromossomo de seu par. O resultado é a formação de dois cromossomos novos. A figura ilustra o explicado para um cromossomo de variáveis $x[i]$ que assumem valores distintos.



Fonte- Elaborado pelo autor.

O cruzamento de dois pontos se dá de maneira análoga, porém são indicados dois pontos onde serão feito os cortes, o que resultará em três grupo de genes para a formação de dois novos indivíduos filhos.

4.2.4. Mutação

Por vezes os indivíduos que formam as soluções se tornam muito parecidos devido aos cruzamentos e há uma convergência para a solução que representa um mínimo local. Essa exploração inadequada do espaço de projeto é solucionada pelo meio da mutação. A mutação é uma mudança aleatória de uma ou mais genes de modo a diversificar o campo de soluções possíveis, fazendo que a probabilidade de explorar um ponto no espaço de projeto nunca seja nula (BASTOS, 2004).

Quando a taxa de mutação é baixa o espaço de projeto não é suficientemente explorado, e a solução ótima pode não ser encontrada, entretanto uma taxa além da ideal pode tornar a o processo de solução em uma busca aleatória(LIMA, 2011).A taxa de mutação deve ser escolhida em função do tamanho da população. Em geral a taxa de mutação deve permanecer entre 0,1% e 5% (ARORA, 2004).

Para que não haver uma perda dos melhores indivíduos de uma população, um número de melhores indivíduos é selecionado para participar a seguinte geração. A esse processo se da o nome de elitismo que pode ocorrer após as mutações. Não será dedicada uma seção para comentar essa operação.

5. –FORMULAÇÃO DO MODELO.

Figura 10 – Parâmetros fixos.

PARÂMETRO	DESCRIÇÃO	VALOR
L	Comprimento.	Dependente do exemplo.
Q	Carga distribuída uniforme.	Dependente do exemplo.
γ_c	Fator de ponderação da resistência para o concreto.	1,4
γ_s	Fator de ponderação da resistência para o aço.	1,15
γ_f	Fator de ponderação das aços.	1,4
f_{ck}	Resistência característica do concreto.	Dependente do exemplo.
f_{yk}	Resistência característica do aço.	Dependente do exemplo.
C_f	Custo da forma. ² .	Dependente do exemplo.
C_c	Custo do concreto.	Dependente do exemplo.
C_s	Custo do aço.	Dependente do exemplo.
ε_{yd}	Deformação específica de escoamento do aço.	Dependente do exemplo.
E_s	Modulo de elasticidade do aço.	210 Gpa.
E_{cs}	Módulo de elasticidade secante do concreto.	$0,85 \times 5600 \times \sqrt{f_{ck}}$
c	Cobrimento.	Dependente do exemplo.

Fonte: Formulada pelo autor.

Um modelo de otimização de custo mínimo de vigas biapoiadas com armadura simples é recomendado, sendo seguidas as recomendações da NBR 6118/2007 e algumas regras da boa prática de projeto. Foram utilizadas restrições para assegurar o funcionamento da viga nos estados limites último e de serviço. As barras foram calculadas para a seção mais solicitada e estendem-se entre os apoios, havendo restrições para o comportamento da viga que distinguem o modelo dos modelos de otimização de seção.

São apresentados a seguir, e nesta ordem, os parâmetros fixos, variáveis de projeto, a função custo e por fim as restrições. As variáveis dependentes são mencionadas à medida que se tornam requisitos para a compreensão das expressões. A Figura 10 mostra uma lista dos parâmetros fixos utilizados nas expressões que definem o modelo.

5.1. Variáveis de projeto.

As variáveis de projeto do modelo são:

- a) quatro variáveis que determinam a área total da armadura longitudinal, sendo: bitolas das barras A e B e configurações da 1ª e 2ª camadas;
- b) bitola da barra da armadura transversal;
- c) bitola da barra da armadura de pele;
- d) a altura da seção retangular;
- e) a largura da seção retangular.

As variáveis assumem valores inteiros que são decodificados por funções específicas, associando esses valores aos valores contidos em listas. Desse modo as variáveis podem assumir valores discretos compatíveis com o problema físico representado, sendo passíveis de serem avaliados pelas restrições e pela função objetivo.

A área da armadura longitudinal é fornecida pela indicação de tipos de bitolas, as suas quantidades e pelas configurações que definem suas disposições na seção. Foram concebidas configurações predefinidas de camadas que são referenciadas por números de 0 a 8 como indica a Figura 11. Sendo definidos os dois tipos de bitolas constituintes, uma maior e uma menor, doravante denominadas bitola A e bitola B respectivamente, e as configurações de cada uma das duas camadas possíveis, a área de armadura longitudinal torna-se conhecida. Conclui-se, portanto que são requeridos quatro parâmetros para a definição da área da armadura longitudinal: a bitola maior, a bitola menor, a configuração da camada 1 e configuração da camada 2.

A Figura 11 mostra também um exemplo de definição de área de armadura longitudinal. A possibilidade de camada vazia representada pela configuração 0, é utilizada unicamente quando a camada 2 é inexistente, não existindo a possibilidade de camada 1 vazia.

A armadura transversal, modelada na forma de estribos simples, é indicada por sua bitola e então o espaço entre estribos é determinado a partir da área de armadura transversal necessária. São respeitadas a taxa de armadura transversal mínima e o espaçamento máximo entre os estribos prescritos por norma. O espaçamento é calculado pelos três critérios mencionados, sendo adotado o menor deles. O número de estribos na viga é obtido pela divisão do comprimento desta pelo espaçamento entre estribos, sendo adotado o próximo número inteiro a partir do resultado da operação.

Figura 11-Configuração das camadas de armadura longitudinal.

Nº DA CONFIGURAÇÃO	CONFORMAÇÃO GEOMÉTRICA	Nº DE BARRAS TIPO A	Nº DE BARRAS TIPO B
0		0	0
1	● ●	2	0
2	● ●	0	2
3	● ● ●	3	0
4	● ● ●	0	3
5	● ● ●	2	1
6	● ● ● ●	4	0
7	● ● ● ●	0	4
8	● ● ● ●	2	2

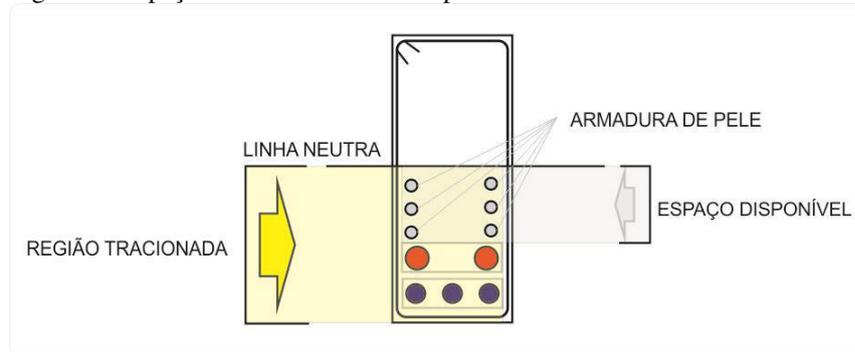
● BARRA TIPO A ● BARRA TIPO B

Nº CONFIG. CAMADA 2 → 2
 Nº CONFIG. CAMADA 1 → 3
 DIÂMETRO BARRA TIPO A → 2,00 cm²
 DIÂMETRO BARRA TIPO B → 1,25 cm²
 ÁREA DE AÇO (A_s) → 3x2+2x1,25

Fonte – Elaborada pelo autor

A bitola de armadura de pele sempre assume um valor durante a solução, porém é computado como custo somente em caso da altura da viga assumir um valor maior que 60 cm. A NBR 6118/2007 dispensa tais armaduras para vigas de altura igual ou inferior a esta. As variáveis que indicam estas bitolas podem ser ignoradas para vigas de alturas menores aos limites mencionados. Caso a armadura de pele se faça necessária, a quantidade de barras necessárias para satisfazer a exigência de área mínima de 0,10% da área da seção em cada lado da viga é calculada e uniformemente distribuídas no espaço vertical disponível, apresentado na Figura 12.

Figura 12-Espaçamento de armadura de pele.



Fonte – Elaborada pelo autor.

As dimensões da largura e altura da viga são definidas, na prática de projeto, em múltiplos de cinco centímetros, entretanto foi escolhido que as variações na largura e altura da viga variassem a cada Δh cm, pois quis se evitar uma limitação excessiva dos resultados possíveis.

5.2. Função Objetivo.

A função objetivo representa o custo da viga em função das variáveis de projeto e pode ser escrita como:

$$\begin{aligned}
 C(X) = & L(C_{aço} - C_{conc}) (A_{s,arm.long} + A_{s,pele} N_{pele}) \\
 & + (C_{aço} - C_{conc}) (N_{estr} A_{s,estr} l_{estr}) \\
 & + C_{conc} (L b_w h) \\
 & + C_{form} L(2h b_w)
 \end{aligned} \tag{35}$$

Onde $C_{aço}$, C_{conc} e C_{form} são os custos do aço, do concreto e da forma respectivamente, N_{estr} e N_{pele} são o número de estribos e o número de barras de armadura de pele, $A_{s,arm.long}$ e $A_{s,pele}$ são a área total de armadura longitudinal e a área de uma barra de armadura de pele e L , b_w e h são o comprimento da viga, a largura da seção e a altura desta. As unidades são especificadas nos exemplos.

Vale observar que os custos de aço estão subtraídos do custo de concreto de modo que o volume deste seja descontado do volume ocupado pelo aço.

5.3. Restrições.

As restrições utilizadas foram formuladas de modo que o modelo obedecesse às recomendações da norma , fossem evitadas soluções que representam impossibilidades físicas e seguissem algumas boas práticas de projeto.

As restrições são todas de desigualdade e são apresentadas a seguir na forma:

$g_j(X) \leq 0$, onde X é o vetor de variáveis de projeto.

5.3.1. Restrição de resistência.

A restrição impõe que o momento solicitante seja menor que o momento resistente.

$$g = \frac{M_d}{M_r} - 1 \leq 0 \quad (36)$$

Onde M_d é o momento solicitante de cálculo e M_r é o momento resistente de cálculo.

5.3.2. Restrição para que o elemento se comporte como viga.

Uma hipótese admitida na teoria clássica de vigas é que as seções permanecem planas após a deformação. Tal hipótese é conhecida como hipótese de Navier-Bernoulli e postula que para a ser admitidas planas a relação $l \geq 2h$ deve ser obedecida. Assim temos a seguinte restrição:

$$g = \frac{2h}{L} - 1 \leq 0 \quad (37)$$

Onde h é a altura da viga e L é o vão teórico desta.

5.3.3. Restrição para evitar seções subarmadas .

A restrição visa restringir a viga a limites de deformação que apresentem ductilidade, ou seja, a viga não deverá assumir o domínio 4. A posição da linha neutra deverá ser inferior a $x_{3,4}$, sendo este o valor da altura da linha neutra entre os domínios 3 e 4.

$$\left(\frac{0,0035 + \varepsilon_{yd}}{0,0035d} \right) x_{ln} - 1 \leq 0 \quad 38)$$

Onde x_{ln} é a altura da linha neutra da viga, d é sua altura útil e ε_{yd} é a deformação específica de cálculo do aço.

A altura da linha neutra é calculada pelo equilíbrio de forças na seção como indica a equação:

$$\sum F_v = 0 \longrightarrow 0,8x_{ln}b_w 0,85f_{cd} - A_s f_{yd} = 0 \quad 39)$$

Pode se escrever então:

$$x_{ln} = \frac{A_s f_{yd}}{0,68b_w f_{cd}} \quad 40)$$

5.3.4. Restrição da largura mínima da viga .

A NBR 6118/2007 recomenda que a largura mínima da viga deve ser de 12 cm, assim temos a seguinte restrição:

$$\frac{b_{min}}{b_w} - 1 \leq 0 \quad 41)$$

Onde b_w é a largura da viga e b_{min} é a mínima largura recomendada.

5.3.5. Restrição do tamanho relativo entre bitolas.

As bitolas mais próximas a face da viga deve ser maiores que as internas. As configurações das camadas foram concebidas de modo que as barras mais externas sejam sempre do tipo A, caso existam mais de um tipo de barra na camada. A restrição segue as recomendações construtivas além de facilitar, no algoritmo implementado, a referência às barras de maior diâmetro nas camadas. Utiliza se desta conveniência para o cálculo do centro de massa da camada de barras e do espaçamento entre as camadas.

$$\frac{\phi_B}{\phi_A} - 1 \leq 0 \quad 42)$$

Onde ϕ_A é a bitola A e ϕ_B é a bitola B.

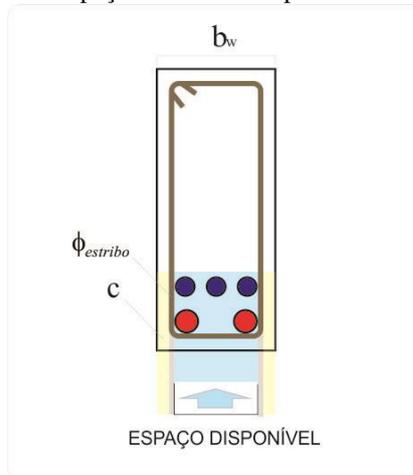
5.3.6. Restrição relativa a largura. b_w para alojamento das barras.

Foram formuladas duas restrições para limitar a largura b_w para que as barras possam ser alojadas.

$$\frac{(l_{CAM1} + 2c + 2\phi_{estribo})}{b_w} - 1 \leq 0 \quad 43)$$

$$\frac{(l_{CAM2} + 2c + 2\phi_{estribo})}{b_w} - 1 \leq 0 \quad 44)$$

Figura 13-Espaço horizontal disponível.



Fonte-Elaborada pelo autor.

Onde l_{CAM1} e l_{CAM2} são as larguras necessárias para o alojamento adequado das barras no espaço disponível

5.3.7. Restrição para assegurar que a área A_s da camada 1 seja maior que A_s da camada 2.

A camada 1 deve ter área total maior que a camada 2. A condição é necessária para garantir o maior aproveitamento de aço, pois a camada 1 está mais distante da linha neutra e sofre maiores deformações.

$$A_{s,CAM2} - A_{s,CAM1} \leq 0 \quad 45)$$

Onde $A_{s,CAM1}$ é a área da camada 1 e $A_{s,CAM2}$ é a área da camada 2.

5.3.8. Restrição para possibilitar a consideração de armadura concentrada.

A consideração de toda a área da armadura longitudinal localizada no centro de massa desta, para simplificação dos cálculos, só pode ser considerada se a distância do centro

de massa da armadura ao ponto da armadura mais distante da linha neutra for menor que 10% da altura da viga. Assim escreve-se:

$$Y_{CM,Arm} - 0,1h \leq 0 \quad 46)$$

Onde $Y_{CM,Arm}$ é a distância vertical do centro de massa da armadura até o ponto da armadura mais distante da linha neutra da seção considerada e h é a altura desta.

5.3.9. Restrição da flecha diferida no tempo.

Considerando o estado limite de serviço os deslocamentos totais máximos devem respeitar alguns valores ditados em norma. No modelo, a flecha máxima foi limitada a $L/250$, onde L é o comprimento do vão teórico.

Foi utilizada a fórmula de Branson modificada, discutida na NBR 6118/2007, para obter a rigidez equivalente da viga, que tem seções nos estádios I e II como já foi referido. A formulação estima uma rigidez que se for usada ao longo de toda a viga, ofereça um deslocamento vertical condizente com experimentos (BRANSON, 1968).

Para se fazer uma estimativa de uma rigidez equivalente é necessário que se conheça o momento onde a viga passa do estágio I para o II, ou seja, o momento onde o concreto fissa. A expressão do momento de fissuração é dada por:

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct,m} \cdot I_c}{y_t} \quad 47)$$

onde $\alpha = 1,5$ para seções retangulares, $f_{ct,m}$ é a resistência à tração média do concreto, I_c é o momento de inércia da seção bruta de concreto e y_t é distância do centro de gravidade a fibra mais tracionada, que para seções retangulares é $0,5h$.

A Equação (18) representa o cálculo do deslocamento vertical para uma rigidez constante ao longo da integração, entretanto em uma viga de concreto armado em funcionamento existem seções não fissuradas trabalhando no estágio I e seções fissuradas trabalhando no estágio II, o

que representa uma mudança de rigidez ao longo da viga. Para considerar a integração para a determinação da flecha é recomendado pela norma que se use uma equação que pondera as rigidezes EI no estágio I e II para a determinação da flecha.

Segundo a NBR 6118/2007 a formula seguinte pode ser utilizada para determinar a rigidez equivalente de uma viga.

$$(EI)_{eq} = E_{cs} \cdot \left\{ \left(\frac{M_r}{M_a} \right) \cdot I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] \cdot I_{II} \right\} \leq E_{cs} \cdot I_c \quad 48)$$

onde $(EI)_{eq}$ é a rigidez equivalente da viga, M_a é o momento na seção crítica do vão para a combinações de ações usadas na avaliação da flecha, M_r é o momento de fissuração da viga, I_c é o momento de inércia da seção bruta de concreto, I_{II} é o momento de inércia da seção no estágio II e E_{cs} é o módulo de elasticidade secante do concreto.

Tendo-se a rigidez média ao longo da viga pode-se determinar a flecha imediatamente a aplicação da carga na viga pela Resistência dos materiais segundo a equação:

$$a = \frac{5 \cdot q \cdot l^4}{384 \cdot (E \cdot I)_{eq}} \quad 49)$$

Deve-se ainda considerar o efeito das cargas ao longo do tempo, pois estas causam deformações adicionais, sendo este efeito conhecido por fluência. Segundo Carvalho (2009) este é um fenômeno parcialmente reversível, pois após a retirada da carga uma parte da deformação se restitui imediatamente, outra parte se restitui ao longo do tempo e o restante da deformação é irreversível. A flecha total de uma viga, portanto é dada pela flecha imediata acrescida da parcela causada pelo fenômeno descrito. A NBR 6118/2007 recomenda um fator de fluência α_f , que adicionado de uma unidade e multiplicado pela flecha imediata fornece o valor da flecha diferida no tempo. Tal fator é dado pela equação:

$$\alpha_f = \frac{\Delta\xi(t)}{1 + 50 \cdot \rho'} \quad 50)$$

Em que ρ' é a taxa de armadura de compressão e $\xi(t)$ é uma função de t sendo definida, com t dado em meses, por:

$$\varepsilon(t) = \begin{cases} 0,68 \cdot 0,996^t \cdot t^{0,32} & \text{para } t \leq 70 \text{ meses} \\ 2 & \text{para } t \geq 70 \text{ meses;} \end{cases} \quad 51)$$

Assim $\Delta\xi$ representa a diferença da função entre o período de aplicação da carga e o instante que se deseja determinar a flecha. Considera-se para o início de aplicação da carga em estruturas de concreto armado o tempo da retirada do escoramento.

A flecha diferida é determinada com a seguinte expressão:

$$a = (\alpha_f + 1) \left(\frac{5 \cdot q \cdot l^4}{384 \cdot (E \cdot I)_{eq}} \right) \quad 52)$$

A restrição de flecha diferida no tempo pode ser escrita como:

$$(1 + \alpha_f) \left(\frac{5ql^4}{384(EI)_{eq}} \right) - l/250 \leq 0 \quad 53)$$

onde q é uma carga uniformemente distribuída ao longo da viga, l é o comprimento da viga e $(EI)_{eq}$ sua rigidez equivalente.

5.3.10. Restrição relativa ao esmagamento do concreto da biela comprimida .

A verificação da biela comprimida é realizada de acordo como modelo I da NBR 6118/2007, que admite fissuras a 45 graus e o uso de estribos.

O cortante resistente de cálculo é definido com a seguinte expressão:

$$V_{Rd2,1} = 0,27 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d \quad (54)$$

Onde $V_{Rd2,1}$ é o cortante resistente de cálculo, f_{cd} é a resistência a compressão do concreto, d é a altura útil da seção e α_{v2} é dado por:

$$\alpha_{v2} = 1 - \frac{f_{ck}}{250} \quad (55)$$

onde f_{ck} é a resistência característica do concreto. Assim a restrição pode ser definida por:

$$\frac{V_{sd}}{V_{Rd2,1}} - 1 \leq 0 \quad (56)$$

Vale ressaltar que a condição $V_{sd} - V_{Rd3} \leq 0$ não precisa ser imposta como restrição, pois o espaçamento s entre os estribos é calculado de modo a garantir que A_{sw} , que é função da variável de projeto que indica a bitola do estribo, satisfaça uma taxa de armadura transversal dada por:

$$\left(\frac{A_{sw}}{s} \right) = \frac{V_{sw}}{0,9 \cdot d \cdot f_{ywd}} \quad (57)$$

Onde A_{sw} é a área de armadura transversal, s é o espaçamento entre os estribos, d é a altura útil da seção, f_{ywd} é a tensão na armadura transversal limitada a f_{yd} para o caso de estribos e V_{sw} é a força efetivamente suportada pela armadura transversal, sendo esta a diferença entre o esforço cortante de cálculo V_{sd} e a parcela deste suportado pelos mecanismos complementares de treliça V_c que é dado por:

$$V_c = 0,6 f_{ctd} b_w d \quad (58)$$

5.3.11. Restrição da armadura mínima de cisalhamento.

A taxa mínima de cisalhamento é dada por:

$$\rho_{sw,\min} = 0,2 \cdot \frac{f_{ct,m}}{f_{ywk}} \quad (59)$$

Sendo a taxa de armadura transversal dada por:

$$\rho_{sw} = \frac{A_{sw}}{b_w \cdot s} \quad (60)$$

com s sendo o espaçamento entre os estribos. A restrição pode ser escrita na expressão:

$$\frac{0,2 \cdot \frac{f_{ct,m}}{f_{ywk}}}{\frac{A_{sw}}{b_w \cdot s}} - 1 \leq 0 \quad (61)$$

5.3.12. Restrição do espaçamento máximo entre estribos.

O espaçamento máximo entre estribos é dado de modo que atendam as seguintes condições.

$$s_{\max} = \begin{cases} 0,6 \cdot d \leq 300\text{mm} & \text{se } V_{sd} \leq 0,67 \cdot V_{Rd2} \\ 0,3 \cdot d \leq 200\text{mm} & \text{se } V_{sd} > 0,67 \cdot V_{Rd2} \end{cases} \quad (62)$$

5.3.13. Restrição relativa a um limite inferior para a armadura longitudinal.

A área total de armadura longitudinal tracionada deve ser maior que área de armadura mínima $A_{s,\min}$.

$$A_{s,\min} \geq \begin{cases} 0,0784 \frac{f_{ck}^{2/3}}{f_{yd}} \cdot b_w \cdot h \\ 0,0015 A_{seção} \end{cases} \quad (63)$$

E a restrição pode ser escrita como.

$$\frac{A_{s,\min}}{A_s} - 1 \leq 0 \quad (64)$$

5.3.14. Restrição relativa a um limite superior para a armadura longitudinal.

A NBR 6118/2007 recomenda que a área de armadura longitudinal não ultrapasse o valor de 4% da área bruta da seção. Assim temos a restrição:

$$A_s - 0,04 \times A_{seção} \leq 0 \quad (65)$$

5.3.15. Restrição relativa a um limite superior para o espaçamento da armadura de pele.

A armadura de pele deve respeitar os espaçamentos máximos para a sua disposição que deverá se localizar no espaço disponível.

$$s_{pele,\max} \leq \begin{cases} 15 \cdot \phi \\ 20 \text{ cm} \\ \frac{d}{3} \end{cases} \quad (66)$$

$s_{pele,\max}$ é o espaçamento máximo entre as barras de armadura de pele. Assim a restrição, no caso de existir armadura de pele é dada por:

$$s_{pele} - s_{pele,max} \leq 0$$

67)

6. APLICAÇÕES.

São apresentadas aplicações do algoritmo implementado, sendo feita uma comparação com o exemplo tirado de Clímaco (2005). A Tabela 1 demonstra os custos dos materiais utilizados em todos os exemplos

Tabela 1-Custo dos materiais.

MATERIAL	CUSTO	UND
Concreto.	415	R\$/m ³
Aço (CA-50).	29.202,00	R\$/m ³
Forma.	82,08	R\$/m ²

Os parâmetros em comum utilizados pelo AG em todos os exemplos são apresentados na Tabela 2.

Tabela 2-Parâmetros do Algoritmo genético.

PARÂMETROS DO ALGORITMO GENÉTICO	
Tamanho da população	1500
Máximo de gerações permitidas	1000
Taxa de mutação	5%
Taxa de Cross over	80%
Nº de indivíduos para o elitismo	1
Constante de penalização	1,00E+07
Tolerância de penalidade	1,00E-03

Como o modelo do presente trabalho não realiza os cortes das barras, a viga do exemplo foi adaptada para que a comparação feita entre as duas seja adequada. Clímaco também não considerou a flecha no seu dimensionamento, portanto a tabela também apresenta resultados do modelo com a desconsideração da restrição de flecha em uma das colunas para cada aplicação.

Clímaco fixou, para os dois dimensionamentos, a seção da viga para uma altura de 60cm e largura de 20 cm, incluindo, portanto o peso próprio da viga na carga considerada. A planilha compara a diferença entre a otimização feita com uma carga fixa , ou seja, conside-

rando o peso próprio como parcela da carga aplicada, e a otimização da mesma viga sendo excluído o peso próprio de 3kN, sendo este sendo recalculado em função das dimensões obtidas para a viga.

Os dois exemplos tratam uma viga com vão teórico de 6m, a resistência do concreto é de 20 Mpa, o aço utilizado é o CA-50, a classe de agressividade é a I pela NBR 6118

Exemplo1 – A aplicação considera na viga mencionada uma carga distribuída de 20 kN/m. Para a otimização neste exemplo a variação nas dimensões na viga são é realizada em múltiplos de 5 cm. A otimização é feita inicialmente sem consideração da restrição de flecha para a comparação com Clímaco (2005) e posteriormente a restrição é considerada. As colunas com os rótulos referentes a ausência ou consideração da restrição de flecha na planilha do exemplo 1 podem ser separadas em dois grupos no que tange a consideração das cargas:

- a) Modelo proposto (17 KN +PP –VAR-5 cm) – O peso próprio é considerado função das dimensões da seção, por isso foram excluídos 3kN da carga considerada por Clímaco. A variação é dada em incrementos de 5 cm.
- b) Modelo proposto (20 kN –VAR-5cm) – O peso próprio é considerado dentro da carga de 20 kN inicialmente considerada.

Exemplo2 – A carga considerada por Clímaco é de 42 kN. Foi realizado novamente uma comparação da otimização feita com a carga permanecendo fixa, como no dimensionamento tradicional , e este variando com as dimensões da seção. O peso próprio excluído de 3kN é o mesmo, pois trata-se da mesma seção. As colunas referentes a otimização separam duas formas de consideração das cargas e duas formas de incremento das dimensões da seção formando quatro colunas que seguem:

- a) Modelo proposto(39+PP – VAR 1cm– Peso próprio considerado em função das dimensões da seção com variação a cada 1 cm.
- b) Modelo proposto (39 +PP-VAR5)- Mesmas considerações da alínea anterior, mas tendo variação de dimensões em múltiplos de 5 cm.

- c) Modelo proposto (42 kN – VAR 1cm) – Peso próprio incluído na carga fixa de 42 kN e variação a cada 1 cm ou a cada 5cm.

- d) Modelo proposto (42 kN – VAR 5cm)- Mesmas considerações da alínea anterior, mas tendo variação de dimensões em múltiplos de 5 cm.

Figura 14-Dados do Exemplo 2.

EXEMPLO 2		SEM RESTRIÇÃO DE FLECHA					RESTRINGINDO FLECHA				
AG	RESTRICÇÕES	Modelo proposto (39kN+PP -Var-1cm)	Modelo proposto (39kN+ PP -Var-5cm)	Modelo proposto (42kN-Var-1cm)	Modelo proposto (42kN-Var-5cm)	Modelo proposto (39kN+PP -Var-1cm)	Modelo proposto (39kN+ PP -Var-5cm)	Modelo proposto (42kN-Var-1cm)	Modelo proposto (42kN-Var-5cm)		
	CLIMACO	1289,9	1270,27	1271,63	1271,59	1276,87	1382,2	1406,47	1397,09	1410,89	
	Função Objetivo Penalizada	1270,27	1271,63	1271,59	1276,87	1382,2	1406,47	1397,09	1410,89	1410,89	
	Função Apêndice	9,95718E+06	9,84097E+06	3,52016E+07	9,83572E+06	1,32016E+07	1,37515E+07	6,93235E+06	1,10015E+07	1,10015E+07	
	h (cm)	60	59	60	59	60	79	75	79	75	
	bw (cm)	20	20	20	20	20	13	15	13	15	
	Biotas Armadura Long.	3025 / 2020	2025+022,5	2025+2010 / 4010	2022,5+2012,5 / 3012,5	2022,5 / 2016	2025 / 3012,5	2020 / 2020	2025 / 3012,5	2025 / 3012,5	
	As (cm²)	15,75	15	14	14,8	14,25	12	13,75	12,6	13,75	
	Biotas Estribos (mm)	5	5	5	5	5	5	5	5	5	
	Biotas Arm. Pele	-	-	-	-	-	5	5	5	5	
	Espaçosamentos Estribos (cm)	22 / 14	16	17	15	19	20	20	17	17	
	Flecha (mm)	23,93	35,8	35,2	36,1	35,9	20	23,8	23,8	23,9	
	Xh (cm)	35,25	0,336	0,32	0,331	0,319	0,4131	0,4100	0,434	0,41	
	d (cm)	54,27	0,546	0,559	0,547	0,555	0,7335	0,6940	0,729	0,694	
	x/d	0,65	0,6154	0,5725	0,6051	0,5748	0,5632	0,5908	0,5953	0,5908	
	Nº Estribos	36	38	36	43	32	30	30	34	34	
	Redução (%)	1,52%	1,42%	1,42%	1,42%	1,01%					
	Resistência	-0,0171	-0,00127	-0,00127	-0,0085	-0,0002	-0,1174	-0,1696	-0,1300	-0,1651	
	Navier-Bernoulli	-0,8033	-0,8000	-0,8000	-0,8033	-0,8000	-0,7367	-0,7500	-0,7367	-0,7500	
	Ductibilidade	-0,0220	-0,0885	-0,0885	-0,0368	-0,0851	-0,1037	-0,0596	-0,0526	-0,0596	
	Alojamento barras cam1	-0,1120	-0,1270	-0,0370	-0,0450	-0,3075	-0,0185	-0,1160	-0,0569	-0,1160	
	Alojamento barras cam2	-0,6820	-0,6820	-0,1870	-0,1870	-0,0660	-0,1185	-0,0660	-0,0660	-0,0660	
	cam1-cam2	-1,0000	-1,0000	-0,7241	-0,6429	-0,5000	-0,5000	-0,6250	0,0000	-0,6250	
	larg. min. 12 cm	-0,4000	-0,4000	-0,4000	-0,4000	-0,4000	-0,0769	-0,2000	-0,0769	-0,2000	
	armadura concentrada	-0,7881	-0,8333	-0,8053	-0,8053	-0,7533	-0,6814	-0,6742	-0,6203	-0,6742	
	flecha diferida	-1,0000	-1,0000	-1,0000	-1,0000	-1,0000	-0,0029	-0,0088	-0,0104	-0,0035	
	esmagamento h/la comp	-0,5459	-0,5555	-0,5458	-0,5458	-0,5519	-0,4844	-0,5252	-0,4752	-0,5227	
	qnd mini estribos	-0,9977	-0,9978	-0,9974	-0,9985	-0,9985	-0,9988	-0,9986	-0,9987	-0,9984	
	arm long max	-0,6822	-0,7021	-0,7031	-0,6864	-0,7031	-0,7079	-0,6944	-0,6933	-0,6944	
	arm long min	-0,8105	-0,7944	-0,8079	-0,8079	-0,7937	-0,5752	-0,6659	-0,5955	-0,6659	
	espagamento armaduras de pele	-1,0000	-1,0000	-1,0000	-1,0000	-1,0000	-0,5537	-0,6218	-0,5884	-0,6218	
	Taxa de convergência	6%	10%	23%	23%	40%	6%	13%	6%	20%	
	Cerações ate a convergência(média)	264,867	244,567	243,133	230,167	275,967	167,967	210,533	180,867		

Fonte- Elaborada pelo autor.

Figura 15- Dados do exemplo 1

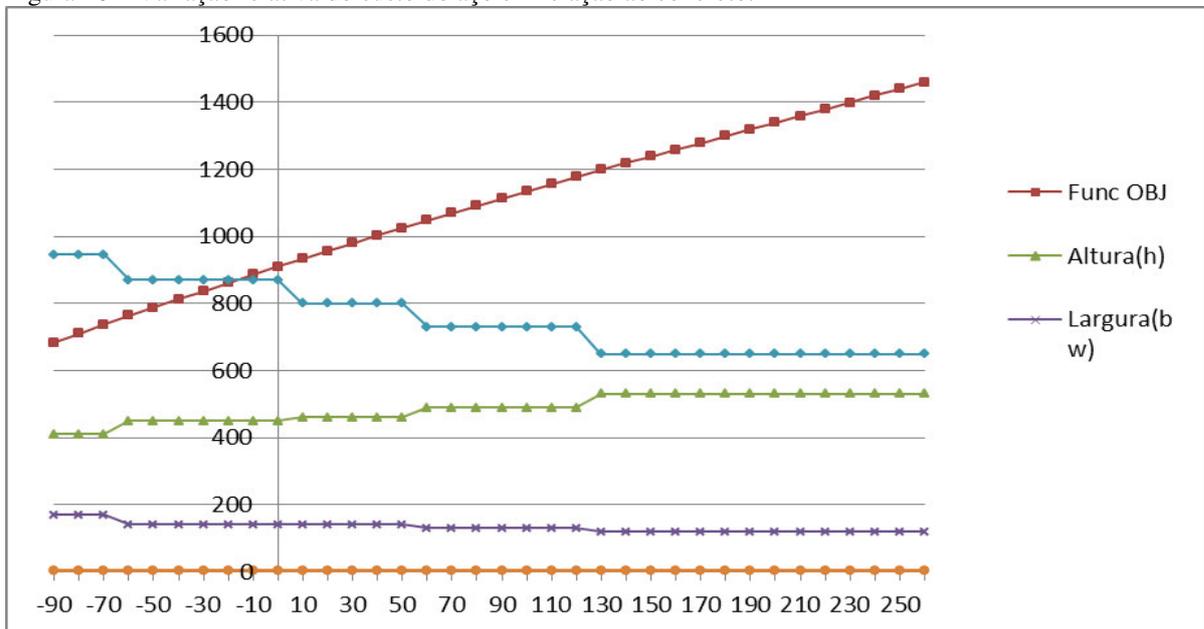
EXEMPLO 1		SEM RESTRIÇÃO DE FLECHA		RESTRINGINDO FLECHA	
AG	RESTRIÇÕES	Modelo proposto (17kN+ PP -Var-5cm)	Modelo proposto (20kN-Var-5cm)	Modelo proposto (17kN+ PP -Var-5cm)	Modelo proposto (20kN-Var-5cm)
	CUSTO (R\$) - função objetivo	1120,53	900,483	1072,33	1080,96
	Função Objetivo Penalizada	-	900,483	1072,33	1080,96
	Função Apêndice	-	1,65150E+06	9,47939E+06	1,19267E+07
	h (cm)	60	50	60	60
	bw (cm)	20	15	15	15
	Bitolas Armadura Long.	3ø16	2ø20 / 2ø10	2ø22,5 / 3ø8	2ø25
	As (cm ²)	6	7,9	9,5	10
	Bitola Estribos (mm)	5	5	5	5
	Bitola Arm. Pele	-	-	-	-
	Espaçamentos Estribos (cm)	22	27	30	30
	Flecha (mm)	-	42,5	23,9	23,6
	Xln (cm)	13,43	0,224	0,2840	0,298
	d (cm)	56,07	0,459	0,5520	0,556
	x/d	0,2395	0,4880	0,5145	0,5360
	Nº Estribos	29	22	20	20
	Redução (%)		19,64%	18,56%	
	Resistência		-0,0143	-0,0182	-0,3366
	Navier-Bernoulli		-0,8333	-0,8333	-0,8000
	Ductibilidade		-0,2243	-0,1495	-0,1463
	Alojamento barras canl		-0,0427	-0,0160	-0,1160
	Alojamento barras canl2		-0,1560	-0,3160	-0,5760
	canl>canl2		-0,7500	-0,7576	-1,0000
	larg. min. 12 cm		-0,2000	-0,2000	-0,2000
	armadura concentrada		-0,8080	-0,7829	-0,7917
	flecha diferida	2,56E-01	-1,0000	-1,0000	-0,0178
	esmagnamento bicla comp		-0,6759	-0,6553	-0,7163
	qnd min estribos		-0,9990	-0,9990	-0,9991
	arm long max		-0,7500	-0,7267	-0,7222
	arm long min		-0,7278	-0,7510	-0,7060
	espaçamento armaduras de pele		-1,0000	-1,0000	-1,0000
	Taxa de convergência		53%	40%	23%
	Gerações até a		359,967	186,700	356,7000

Fonte – Elaborada pelo autor

6.1. Análise de sensibilidade.

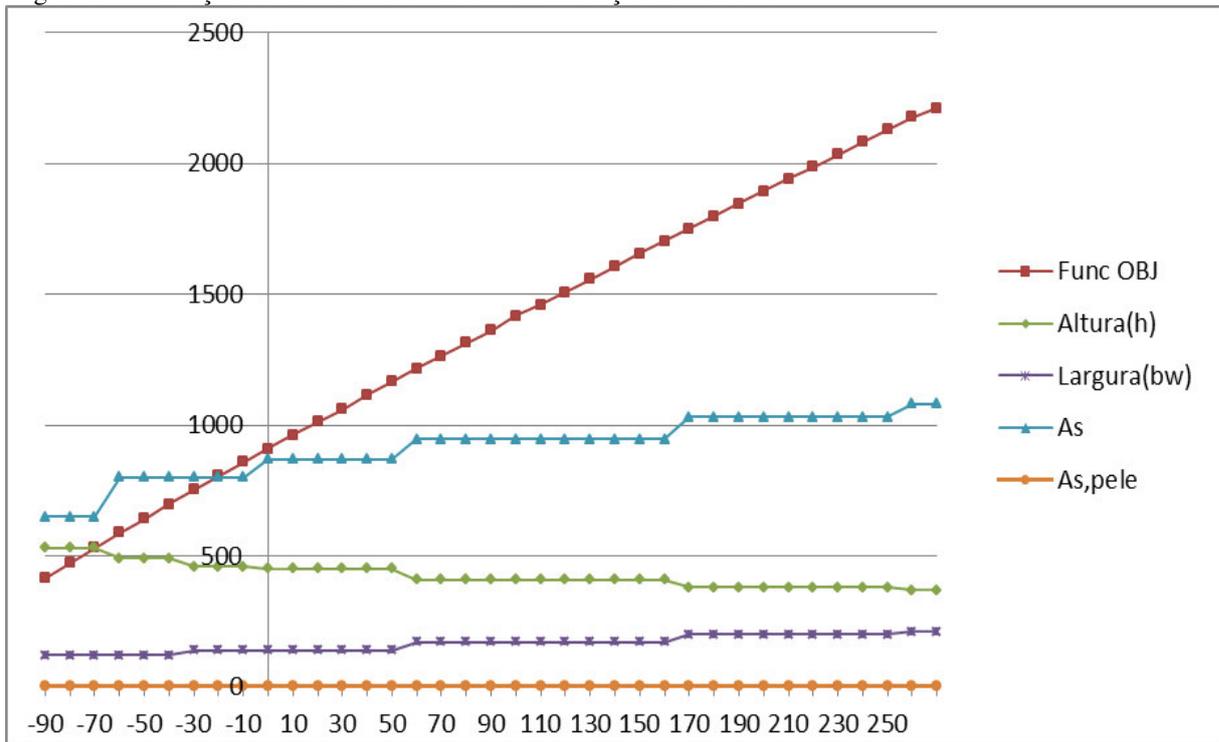
O comportamento das variáveis de projeto da viga otimizada em relação a variação do preço dos insumos foi avaliado. Foi considerada a variação relativa dos preços sendo considerado o ponto de partida, ou seja, o ponto inicial das abscissas no gráfico como sendo a razão inicial dos preços, ou seja, os que foram utilizados nos exemplos. Variou-se então essa razão em incrementos de 10% e -10%, realizando-se para isso incrementos e decrementos no preço do aço ou da forma. Na Figura 16 é mostrado a variação das variáveis de projeto otimizadas com a variação da razão entre os preços de aço e concreto, ou seja, o preço do aço variando enquanto os outros preços permanecem fixos. Na Figura 17 é mostrada o comportamento dessas mesmas variáveis em relação a variação da razão entre os preços de forma e concreto. A unidade no eixo das ordenadas para a função objetivo é dado em unidades monetárias, no mesmo gráfico as dimensões da seção são dadas em milímetros e as áreas de aço são dadas em milímetros quadrados.

Figura 16 – Variação relativa do custo do aço em relação ao concreto.



Fonte- Elaborado pelo autor.

Figura 17 – Variação relativa do custo da forma em relação ao concreto.



Fonte – Elaborada pelo autor

7. CONCLUSÕES.

A comparação com o dimensionamento retirado da literatura mostrou a adequação do modelo de otimização formulado em baixar os custos das vigas que foram contempladas quando foi desconsiderada a restrição de flecha. Observou-se uma pequena redução dos custos mesmo quando as dimensões das seções foram restringidas a múltiplos de 5 cm, o que limita o número de escolhas e facilita ao projetista escolher por experiência a seção de custo ótimo. A redução nessas circunstâncias é obtida devido a determinação exata da combinação ótima de barras dentre o grande número de possíveis escolhas de combinações que superam ou, em casos excepcionais, se igualam a área de armadura longitudinal necessária, o que é impraticável pelo método de tentativa e erro. Além disso, a altura útil da viga que é determinada com exatidão no modelo, é preciso ser estimada no projeto tradicional, o que é feito com as devidas precauções e podem subestimar a capacidade resistente da viga. Tal altura útil poderia ser verificada novamente pelo projetista depois da determinação das barras, mas o grande número de cálculos pode tornar tais verificações proibitivas em estruturas de grande porte.

Quando a restrição de flecha foi considerada houve um aumento no custo das vigas otimizadas, o que pode parecer um contrassenso. Porém, pode-se notar que as dimensões adotadas por Clímaco quando são postas no modelo para serem avaliadas tem as restrições de flecha violadas, o que significa que o projetista teria que reavaliar as dimensões inicialmente propostas para o projeto. Uma dificuldade adicional a essa reavaliação é a não linearidade da variação da flecha em relação as variáveis estabelecidas, o que faz com que as definições iniciais não indiquem as melhores variáveis a serem alteradas na correção dos deslocamentos. Portanto há vantagem em considerar simultaneamente todas as variáveis envolvidas no problema.

A comparação com outros modelos de otimização equivalentes é de fundamental importância para a validação do modelo, porém tal modelo não foi encontrado na pesquisa bibliográfica feita. Entretanto os valores da razão entre a linha neutra e altura útil, denominada frequentemente na literatura como β_x se aproximaram do valor 0,628 que representa o limite entre os domínios de deformação 3 e 4, reconhecidamente a situação mais econômica para as vigas. Devido a natureza discreta das variáveis essa relação permanece espaçada do valor exato da relação 0,628, sobretudo onde as possíveis variações são maiores, que é o caso dos exemplos onde se limitou as dimensões da seção a múltiplos de cinco.

A verificação do comportamento das variáveis ótimas quando ocorrem uma variação do preço relativo entre aço e concreto ou forma e concreto, demonstra uma insensibilidade das variáveis para uma grande faixa de variação de valores de preços. O fato demonstra que o projeto ótimo pode permanecer o mesmo em um ambiente econômico sujeito a variações nos valores dos insumos. Tal fato pode ocorrer em situações onde a execução do projeto ocorra em um momento relativamente distante da sua concepção.

O AG se mostrou uma ferramenta eficiente quando se tem valores de variáveis expressas em listas, pois dispensa uma variação constante ou lógica entre as variáveis, fato que ocorre sempre nos problemas de engenharia e de cunho prático em geral. Tal característica é importante também se houver necessidade de mudanças nas características do problema representado e adiciona facilidade à adição de novos critérios e características ao problema.

O uso prático de tais ferramentas de otimização ainda está distante, pois dependem ainda do desenvolvimento de modelos que abranjam a completa gama de situações estruturais que ocorrem naturalmente em edificações. Tal fato depende do esforço conjunto de vários acadêmicos, sobretudo em nível de mestrado e doutorado. A especificidade das normas para cada país se torna um entrave adicional ao desenvolvimento de tais modelos.

O modelo formulado, mesmo que só para vigas biapoiadas, está distante do ideal e poderá ser aperfeiçoado futuramente. Espera-se que as idéias aqui expostas possam servir de inspirações a trabalhos futuros.

7.1. Sugestões para trabalhos futuros.

O modelo formulado, mesmo que só para vigas biapoiadas pode ser aperfeiçoado futuramente. Espera-se que as ideias aqui expostas possam servir de inspirações a trabalhos futuros.

O modelo formulado não contempla os cortes de barras longitudinais a partir do diagrama decalado com adição das ancoragens e a consideração da variação da armadura transversal ao longo da viga em função da variação da força cortante. Uma avaliação mais realista do custo considerando estes aspectos pode ser implementada no modelo. A redução da força cortante nas regiões próximas de apoios diretos também pode ser considerada.

Para o caso de carregamento qualquer, não só uniformemente distribuído, o modelo pode ser aplicado simplesmente dimensionando-se as armaduras para os esforços máximos.

O efeito do carregamento é incorporado exatamente nos detalhes dos cortes das barras longitudinais e na variação da armadura de cisalhamento que dependem do comportamento dos esforços internos ao longo da viga (diagramas).

A extensão do modelo para vigas contínuas pode ser interessante, principalmente para comparação com um modelo que está em desenvolvimento em uma dissertação de mestrado e que adota uma estratégia de solução do problema em dois níveis.

8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas. **Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento. NBR 6118, 2007.**

ADAMU, A.; KARIHALOO, B. Minimum cost design of RC beams using DCOC part i: beams with freely-varying cross-sections. **Structural Optimization**, p. 237-251, 1994.

ARGOLO, W. P. Otimização de Seções de Concreto Armado Submetida à Flexo-Compressão Reta Utilizando Algoritmos Genéticos. **COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, 2000.**

ARORA, Jasbir S. Introduction to Optimum Desing. **Califórnia: Elsevier, Inc , 2004.**

BALAGURU, P. N. Cost optimum design of doubly reinforced concrete beams. **Building and Environment**, vol. 15, p. 219-222, 1980.

BALLING, R. J.; YAO, X. Optimization of reinforced concrete frames. **Journal of Structural Engineering**, vol. 123, p. 193-202, 1997.

BASTOS, Erich Araújo. Otimização de Seções Retangulares de Concreto Armado Submetidas à Flexo-Compressão Oblíqua Utilizando Algoritmos Genéticos. **Dissertação (Mestrado em estruturas). Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2004.**

BEER, Ferdinand. P.; JOHNSTON E. Russel Mecânica Vetorial para Engenheiros, v.1-2 **São Paulo: Pearson Makron Books, 1994.**

BEER, Ferdinand. P.; JOHNSTON E. Russel Resistência dos Materiais. **São Paulo: Pearson Makron Books, 1982.**

CARVALHO, Roberto Chust Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado **São Carlos: EduFSCar, 2009.**

CHAKRABARTY, K. Models for optimal design of reinforced concrete beams. **Computers ; Structures**, p. 447 - 451, 1992.

CLÍMACO, João Carlos Teatini Souza Estruturas de Concreto Armado: fundamentos de projeto, dimensionamento e verificação. **Brasília: Editora Universidade de Brasília: Finatec, 2005.**

COELLO, Carlos.C. – Optimal Desing of Reinforced Concrete Beams Using Genetic Algorithms. **Expert Systems with aplications, vol 1, pp. 101-108,1997.**

FRIEL, L. L. Optimum Singly Reinforced Concrete Sections. **ACI Journal**, v. 71,n.11, p. 556-558, 1974.

HOLLAND, J. H. Adaptation in Natural and Artificial Systems, **University of Michigan Press**, 1a ed. Michigan, Ann Arbor, 1975.

LEITHOLD, Louis O cálculo com geometria analítica. **São Paulo: Ed. Harbra Ltda, 1994.**

LIMA, Marina Lemos R. – Otimização Topológica e Paramétrica de vigas de concreto armado utilizando Algoritmos Genéticos. **Dissertação (Mestrado em estruturas). Universidade de São Paulo, 2011.**

POPOV, Egor P. Introdução a Mecânica dos Sólidos. **São Paulo: Edgard Blücherd, 1978.**

RAFIQ, M. Y.; SOUTHCOMBE, C. Genetic Algorithms in Optimal Design and Detailing for Reinforced Concrete Biaxial Columns Supported by a Declarative Approach for Capacity Checking. **Computer ; Structures**, v. 69, n.1, p. 443-457,1998.

RAO, S.S Engineering Optimization: Theory and Practice. **New Jersey: Jonh Wiley ; Sons, Inc,2009.**

RAO, S. S. Minimum cost design of concrete beams with a reliability-based constraint. **Building Science, 1973.**

ROCHA, Iuri Barcelos C.M. Análise e otimização de Cascas Laminadas Considerando Não-Linearidade Geométrica e Falha Progressiva. **Dissertação (Mestrado em estruturas). Universidade Federal do Ceará, 2013.**

SILVA, Ana Beatriz C.; FALCÓN Gines A.S.; GARCIA, Sergio L.G. Dimensionamento Ótimo de Vigas de Concreto Armado com Seções T. **Mecânica Computacional Vol XXIX, págs. 9217-9230,2010.**

SIVANANDAM, S.N;DEEPA S.N. Introduction to Genetic Algorithms. **Berlin: Springer-Verlag Berlin Heidelberg,2008.**

SPELLERS, William R.;McBain Keith M. Structural Optimization **New York: Springer-Dordrecht Heidelberg,2009.**

SÜSSEKIND, José Carlos Curso de Análise estrutural. v.2-3 **Rio de Janeiro: Globo,19981.**

SÜSSEKIND, José Carlos Curso de Análise estrutural. v.3-3 **Rio de Janeiro: Globo,19981.**

TAFNER,M.A. Redes Neurais Artificiais: introdução e princípios da neurocomputação. **Blumenau: Ed. da FURB,1995.**

TIMOSHENKO, Stephen. Resistência dos Materiais. **Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos S.A., 1981.**