UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

ALEXANDRE HEFREN DE VASCONCELOS JÚNIOR

ENTROPIA, INFORMAÇÃO, PASSADO E FUTURO - A CONEXÃO ENTRE CONCEITOS FUNDAMENTAIS DA FÍSICA TEÓRICA.

FORTALEZA

2014

ALEXANDRE HEFREN DE VASCONCELOS JÚNIOR

ENTROPIA, INFORMAÇÃO, PASSADO E FUTURO - A CONEXÃO ENTRE CONCEITOS FUNDAMENTAIS DA FÍSICA TEÓRICA.

Monografia submetida à Coordenação do Curso de Graduação em Física da Universidade Federal do Ceará como requisito parcial para a obtenção do grau de Bacharel em Física.

Orientador: Prof. Dr. Carlos Alberto Santos de Almeida

FORTALEZA

2014

ALEXANDRE HEFREN DE VASCONCELOS JÚNIOR

ENTROPIA, INFORMAÇÃO, PASSADO E FUTURO - A CONEXÃO ENTRE CONCEITOS FUNDAMENTAIS DA FÍSICA TEÓRICA.

Monografia submetida à Coordenação do Curso de Graduação em Física da Universidade Federal do Ceará como requisito parcial para a obtenção do grau de Bacharel em Física.

Aprovada em 03/01/2014

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Carlos Alberto Santos de Almeida
(Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. José Ramos Goncalves
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. André Auto Moreira
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Biblioteca Setorial de Física

A000p Hefren, Alexandre de Vasconcelos Júnior .
Entropia, Informação, Passado e Futuro - A Conexão Entre Conceitos Fundamentais da Física Teórica. / Alexandre Hefren de Vasconcelos Júnior. – 2014.
84 p.;il.

- Universidade Federal do Ceará, Departamento de Física, Centro de Ciências, Fortaleza, 2014.
Área de Concentração: Física Teórica - Cosmologia
Orientação: Prof. Dr. Carlos Alberto Santos de Almeida

1. Informação. 2. Entropia. 3. Tempo. 4. Unificação. 5. Cosmologia. I.

CDD:000.0

Ao Amor
e
à Amizade

AGRADECIMENTOS

Escrever um trabalho científico nunca é fácil, pois requer pesquisa contínua e um interesse apaixonado pelo assunto sobre o qual vai se escrever. Porém, é gratificante porque nos leva para os limites de nosso conhecimento, isto é, permite que possamos nos desenvolver como profissionais, mas também no âmbito da vida, já que nos põe defronte à nossa ignorância. Fazendo uma pequena contextualização: A nossa ignorância é que nem a entropia. Se a deixarmos lá parada, há uma grande tendência para que ela aumente cada vez mais. Se agirmos, podemos diminuí-la. Meu objetivo foi diminuir minha própria ignorância através desse trabalho. Dessa forma, agradeço a todos que contribuíram de alguma forma para que esse meu pequeno e primeiro trabalho tenha se concluído.

Agradeço ao Professor Carlos Alberto, meu orientador, por ter me dado orientação e confiança desde o meu primeiro ano de graduação. Já no primeiro semestre, sabia que era com ele que eu queria trabalhar durante a graduação. Também por causa dele é que conheci o Professor Helayel. Agradeço ao professor Helayel pelos conselhos mais que acadêmicos, além da atenção que sempre me deu para enfrentar as dúvidas que surgem incessantemente. Agradeço ao Professor Ramos por ter me apresentado ao Professor Carlos Alberto logo nos primeiros dias de aula, além da atenção que me deu desde o começo do curso, sempre paciente.

A todos professores que me ajudaram de alguma forma durante todos meus anos de estudo. Não são muitos, mas são os melhores.

Agradeço a meus pais pelo apoio aos meus estudos. Agradeço ao padrinho Egídio e à madrinha Luciene pelo suporte durante toda minha carreira de estudos. À Lastênia também. A meus avós pelo carinho. A todos familiares que contribuíram de alguma forma.

Agradeço aos amigos que tornam meus dias mais interessantes.

RESUMO

Este trabalho é uma análise da importância e de que forma os conceitos de entropia e informação se relacionam com o tempo e com a estrutura do universo. No âmbito de guarnecer a literatura básica de uma visão global, faz-se uma análise cuidadosa e, ao mesmo tempo, imbuída de reflexões que visam fazer a conexão entre assuntos intimamente ligados, porém muitas vezes com entendimento prejudicado devido à fragmentação. As leis da física possuem uma simetria temporal que não distingue passado de futuro. Porém, existe uma seta do tempo que distingue o passado do futuro e possui influência substancial sobre o universo em que vivemos, mas ainda carece de elucidações, pois está relacionada com uma provável origem do universo, que continua sendo uma das questões mais desafiadoras da Física teórica. Teorias de unificação procuram agrupar mecânica quântica com relatividade geral, mas essas duas teorias possuem sérias inconsistências quando juntas. O papel do tempo é central em todas as análises mais fundamentais da Física e deve, portanto, receber mais atenção para que façamos um novo progresso em Física.

Palavras-chave: Informação. Entropia. Tempo. Unificação. Cosmologia.

ABSTRACT

This work is an analysis of how the concepts of entropy and information relate to time and the structure of the universe, as well as their importance. Striving to provide basic literature with a global overview, it contains an analysis that is both careful and full of reflections that aim to bring together intrinsically connected subjects that are often poorly understood due to fragmentation. The Laws of Physics contain a temporal symmetry that doesn't distinguish past from future. However, there exists an arrow of time that distinguishes past from future and has substantial influence on the Universe, and is yet to be understood, due to it probably being related to the origin of the universe, which itself still is one of the most challenging problems in Theoretical Physics. Unification theories try to conciliate quantum mechanics with general relativity, but those two theories pose serious inconsistencies when together. The role of time is central to Physics' most fundamental analyses and therefore should receive more attention in order for Physics to progress.

Keywords: Information. Entropy. Time. Unification. Cosmology.

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

A chamada intuição é uma ferramenta que muitas vezes utilizamos para nos guiar na formulação de teorias, porém, por ser moldada em um ambiente cotidiano onde a mecânica clássica é válida, não deve também ser levada muito a sério, não porque seja errada, mas porque não experimentou, por exemplo, mecânica quântica. Antes de tudo, basta analisarmos quais os limites nas escalas de massa, tempo e comprimento que nós, seres humanos, somos capazes de avaliar sem a ajuda de instrumentos e compararmos com os limites que já conhecemos existir no universo. Massa (M), comprimento (L) e tempo (T) são grandezas fundamentais que estão presentes no dia a dia.

M(Kg) —10^{-30}—$\mathbf{10^{-4}}$—$\mathbf{10^{3}}$—10^{52}(Universo)
L(m)—10^{-35}—$\mathbf{10^{-4}}$—$\mathbf{10^{4}}$—10^{26}(Raio do Universo)
T(s) —10^{-43}—$\mathbf{10^{-1}}$—$\mathbf{10^{7}}$—10^{17}(Idade do Universo)

Os dois valores centrais representam o mínimo e máximo que nossa sensibilidade humana é capaz de analisar. Os valores na extrema esquerda e extrema direita representam o mínimo e máximo que conhecemos sobre o universo. Por exemplo, não conseguimos perceber um tempo menor que décimos de segundo 10^{-1}, mas o menor tempo que conhecemos é o tempo de Plank da ordem de 10^{-43}. Assim, podemos perceber que nossa intuição é tão limitada que não merece grande confiança perante a imensidão de ordens de grandeza.

Unificar as forças fundamentais é um grande desafio da física atual. Uma teoria que junte mecânica quântica com relatividade geral é chamada uma teoria de gravidade quântica. No momento, nenhuma teoria foi capaz de fazer essa unificação sem que houvesse problemas. Independentemente de qual seja a teoria, ela precisará conciliar quatro pedaços fundamentais da física: Mecânica quântica, relatividade geral, termodinâmica e teoria de informação. O grande problema ocorre entre a relatividade geral e a mecânica quântica.

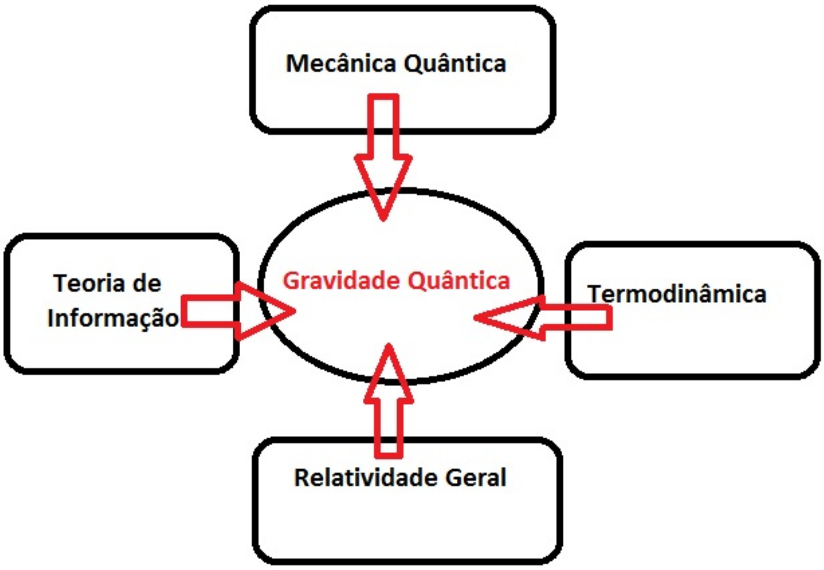


Figura 1: Quatro pedaços inseparáveis para uma teoria fundamental de unificação.

A mecânica quântica trouxe novos aspectos da Natureza que são bem distintos de toda a lógica e formulação clássica. Alguns acreditam que interpretações da mecânica quântica não são necessárias, pois a teoria prevê o resultado experimental com boa precisão. Entretanto, sabe-se, há muito tempo, que a mecânica quântica possui sérios problemas em sua formulação que possuem consequências diretas para as noções do que é a realidade. A época de fazer muitos cálculos apenas e não se questionar sobre o significado da teoria já passou. A formulação de Copenhagen já foi a mais aceita, mas não é mais. A teoria de David Bohm resolveu problemas que a de Copenhagen não resolvia e obteve exatamente todas as previsões em acordo com os experimentos, porém foi muito ignorada por grande parte da comunidade acadêmica. Alguns dizem que uma formulação só deve substituir outra se trouxer resultados adicionais à primeira. Isso não faz grande sentido, pois se duas teorias são descobertas no mesmo momento e ambas possuem as mesmas previsões, qual teoria deve ser aceita? Decerto o critério já não pode mais ser a primeira, pois não haveria primeira nem segunda. Dessa forma, a própria forma de se pensar sobre aceitar ou não uma nova formulação teórica merece atenção.

A física clássica não deve ser pensada como simplesmente derivada da mecânica quântica. O que parece é que a mecânica quântica não existiria sozinha se não fosse relacionada com a mecânica clássica. Nas palavras de David Bohm: *"We conclude then that quantum theory presupposes the classical level and the general correctness of classical concepts in describing this level; it does not deduce classical concepts as limiting cases of quantum concepts"*

Uma questão interessante na mecânica quântica é como ocorre a transição de efeitos quânticos para o mundo macroscópico através da mecânica clássica. Por exemplo, o paradoxo do gato de Schrodinger está relacionado com essa questão. Enquanto a teoria de Copenhagen afirma que antes da medição o gato estaria em uma superposição de estados, vivo e morto, o resultado experimental sempre é vivo ou morto. O chamado colapso da função de onda justificava o resultado experimental, mas não o explicava. Na verdade, o conceito de colapso de função de onda é bem arbitrário. Atualmente, a explicação mais aceita é a chamada decoerência, que é o processo de interação com o ambiente. Os processos de decoerência são bem mais rápidos que processos de dissipação. Enquanto decoerência é relacionada com transferência de informação, dissipação é com transferência de energia.

Na mecânica quântica, a fórmula para a energia em função do comprimento de onda por

$$E = \frac{\hbar c 2\pi}{\lambda}$$

mostra que para para menores comprimentos há maiores energias envolvidas. Por exemplo, em aceleradores de partículas, precisamos de grandes energias porque pequenas partículas estão envolvidas. Para colisões entre partículas com enormes energias envolvidas, entramos na física dos buracos negros. No capítulo 4, na seção 4.6, a expressão da relatividade geral para o raio de Schwarzschild de um buraco negro dada por

$$R_S = \frac{2MG}{c^2}$$

mostra que para grandes comprimentos há maiores energias envolvidas; na verdade, massa, mas massa é equivalente à energia pela fórmula $E = mc^2$.

Analisando a relação de comprimento por energia e considerando as duas equações, uma da mecânica quântica e a outra da relatividade geral, obtemos um gráfico.

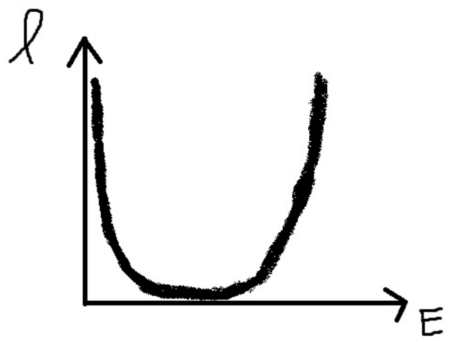


Figura 2: Esboço do gráfico para a relação entre comprimento e energia na mecânica quântica e relatividade geral.

Assim, quando envolvemos cada vez mais energia para obter menores objetos, acabamos obtendo maiores. Essa situação desfaz a ideia da mecânica quântica de que cada vez menores comprimentos implicam em cada vez mais altas energias. Entretanto, toda essa discussão possui fronteira estreita com entanglement, informação e estruturas.A questão do entanglament será discutida um pouco no capítulo 5.

É provável que os seguintes problemas sejam resolvidos com uma única solução: Problema da entropia cosmológica e o problema da medição em mecânica quântica. Ambos possuem forte relação com a seta do tempo. A seta do tempo é o que distingue o passado do futuro. Enquanto que as leis da física possuem reversão temporal, isto é, não distingue passado de futuro, a segunda lei da termodinâmica confere uma direção preferencial para o tempo, do passado para o futuro. Ao levar esse questionamento mais adiante, caímos em um problema cosmológico relacionado com a origem do universo. Mesmo parecendo contraditório, a reversibilidade microscópica e a irreversibilidade macroscópica convivem juntas e possuem importância fundamental para caracterizar o universo em que vivemos.

Há notável relação entre relatividade geral e termodinâmica, então seria natural que talvez a gravidade fosse emergente de uma tendência entrópica, isto é, que favorece a segunda lei da termodinâmica. Essa ideia será brevemente também comentada no capítulo 4 na seção 4.7.

Ao final do capítulo 5, dedica-se um pouco de atenção para o chamado cérebro de Boltzmann e problemas da cosmologia moderna.

2 INFORMAÇÃO E ENTROPIA

There are trivial truths and the great truths. The opposite of a trivial truth is plainly false. The opposite of a great truth is also true.
- Niels Bohr

2.1 Conceitos Básicos

Ao estudar Termodinâmica, escutamos falar da Primeira Lei, que é a conservação da energia. Às vezes, denotam por Lei zero a lei que afirma dado dois corpos em equilíbrio térmico, separadamente, com um terceiro, esse dois corpos estão também em equilíbrio entre si. Sendo assim, precisamos enunciar uma outra lei que raramente escutamos falar, mas é de papel fundamental na Física e foi essencial para que Leonard Susskind vencesse a chamada "Black Hole War" contra as idéias de Stephen Hawking. Ao longo desse capítulo, fazemos uma abordagem de entropia e introduzimos o conceito de informação, pois trata-se de uma lei fundamental.

Lei 2.1.1 (Primeira Lei da Termodinâmica) *A energia total de um sistema isolado é conservada.*

$$dU = đQ - đW \tag{2.1}$$

Lei 2.1.2 (Segunda Lei da Termodinâmica, Clausius) *Não existe uma transformação termodinâmica cujo único efeito seja entregar calor de um reservatório de temperatura mais baixa para um reservatório de temperatura mais alta.*

Lei 2.1.3 (Segunda Lei da Termodinâmica, Kelvin) *Não existe uma transformação termodinâmica cujo único efeito seja extrair calor de um reservatório e converter inteiramente em trabalho.*

É interessante observar que, pela definição de Kelvin, trabalho e calor possuem mesma unidade física de energia, mas um é ordenado e o outro é desordenado.

Matematicamente, define-se a função de estado S(Entropia), através da sua diferencial:

$$dS = \frac{đQ}{T} \tag{2.2}$$

Para um caminho reversível entre dois estados:

$$S(B) - S(A) \equiv \int_A^B \frac{đQ}{T} \tag{2.3}$$

E uma desigualdade:

Teorema 2.1.1 (Teorema de Clausius,1865)

$$\oint_C \frac{đQ}{T} \leq 0 \longrightarrow \int_{P-R} \frac{đQ}{T} \leq 0$$

(2.4)

$$\int_P \frac{đQ}{T} \leq \int_R \frac{đQ}{T} \tag{2.5}$$

$$S(B) - S(A) \geq \int_A^B \frac{đQ}{T} \tag{2.6}$$

Onde C é caminho cíclico qualquer. P é um caminho qualquer entre dois pontos, e R é qualquer caminho reversível entre os mesmos dois pontos. A igualdade ocorre para um processo reversível. Em um caminho irreversível, a entropia do ambiente se altera. Para um sistema isolado,

$$đQ = 0 \longrightarrow \Delta S \geq 0 \tag{2.7}$$

O princípio de que a entropia nunca diminui se aplica ao sistema isolado (sistema composto), o qual é composto por um sistema de interesse e suas vizinhanças ("Heat Bath"). Enquanto a primeira lei da termodinâmica é uma igualdade, a segunda lei é uma desigualdade.

2.2 Entropia

A segunda “lei” [1] da termodinâmica não é na verdade uma lei, porque é de caráter probabilístico e não é absoluta quando analisada na escala atômica [1]. Mais adiante, a entropia será analisada no contexto de seta do tempo, mas já agora podemos analisar a ideia de entropia. Mais correto é dizer que quase sempre, **muito provável**, a entropia de um sistema isolado aumenta. A termodinâmica nos fornece uma definição matemática, porém falha em explicar o sentido físico.

A biologia parece afrontar a física. De fato, o mundo Newtoniano não abre espaço para a vida. Seres vivos parecem não seguir a segunda lei da termodinâmica, pois não estão em equilíbrio térmico, onde ocorre entropia máxima. A verdade é que seres vivos não são sistemas isolados, há constantes trocas energéticas. Nesse sentido, o sol é um grande responsável pela vida na terra. O registro fóssil constata que a Biosfera se tornou mais organizada e com maior estrutura ao longo dos tempos. **As leis da termodinâmica não são invalidadas pela vida**, ao contrário, a existência de vida é compatível com a termodinâmica. Dessa forma, para manter o universo fora de equilíbrio térmico, é preciso que haja coisas muito mais quentes que o restante do universo, e que possam produzir calor por longos períodos de tempo. A resposta é a existência de estrelas. Não há vida se não há estrelas.

Fica claro então a importância da entropia. Para elucidar esse conceito com a devida importância, analisemos as diferentes definições.

2.3 Entropia de Shannon

Estimulados pelos avanços eletrônicos, um dos melhores sistemas de telefone foi estabelecido nos Estados Unidos devido à Bell Labs. Claude Elwood Shannon foi um pesquisador desse centro de pesquisa e responsável pelo desenvolvimento da teoria da informação.

Com o uso dos computadores, falar sobre bits, unidade de informação que assume valores 0 ou 1, ficou comum. Define-se o chamado “information size” $H_0(A)$ de um conjunto A como o número de bits que é necessário para codificar cada elemento de A separadamente:

[1] Eugene Paul Wigner afirmou que a entropia é um conceito antropomórfico, no sentido de ser dependente de um experimento ou observação.

$$H_0(A) = \log_2 |A|$$

Em unidade bit.Em geral, toma-se a parte inteira. O interessante é que assim há aditividade de informação:

$$H_0(A \times B) = H_0(A) + H_0(B)$$

A **entropia de Shannon** é então definida como:

$$H(A) = -\sum_{i=1}^{n} p_i \log_2 p_i \tag{2.8}$$

Como consequência de que $(-\log_2)$ é uma função convexa, existe uma desigualdade (Desigualdade de Jensen) para um valor máximo dessa entropia que ocorre quando $p(a_i) = 1/n$

$$H(A) \leq \log_2 n$$

Quanto maior a probabilidade de uma sentença ser verdadeira, na falta de qualquer informação a priori, menor é o conteúdo de informação da sentença.

Ora, isso está de acordo com a entropia de Boltzmann, que obtém valor máximo no equilíbrio termodinâmico. Na mecânica estatística, há três medidas de probabilidade no espaço de fase, por exemplo. A entropia de Shannon aplicada a essas medidas coincide com a entropia termodinâmica.

A entropia de Shannon quantifica o quanto ganhamos de informação, em média, acompanhando a medida de uma quantidade particular. Quantifica o quanto de incerteza nós temos sobre uma quantia antes de realizarmos a medida.

O conceito de informação introduzido por Shannon foi revolucionário. Ele também fez aplicações dos "métodos de entropia máxima", juntamente com Edwin Thompson Jaynes, para problemas práticos. O método é compatível com o famoso teorema de Bayes das probabilidades condicionais.

2.4 Entropia de Boltzmann

Ludwig Boltzmann [2], físico austríaco, tornou o conceito de entropia mais claro. Para entender o conceito de Boltzmann, é preciso entender como definir um estado de um sistema. Para isso, introduzimos o espaço de fase, um espaço formado de 6 dimensões para cada partícula do sistema.Trata-se das posições e momentos (momenta), que geram um total de $6N$ dimensões para N partículas.

Introduzimos agora o conceito de microestado e macroestado.

- Microestado: Informa qual estado de cada constituinte microscópico do sistema
- Macroestado: Fornece uma informação geral, global sobre o sistema

Para a descrição microscópica do sistema, usa-se a ideia do espaço de fase. O conceito de "coarse graining" é associado a divisões do espaço de fase em um número de sub-regiões, que chamaremos de caixas. Pontos associados a um dado macroestado estão agrupados na mesma caixa. Pontos de outras caixas são associados com outros macroestados do sistema. O número de microestados associados a um dado macroestado é chamado degenerescência ou multiplicidade do macroestado. Classicamente, um dado microestado é um ponto no espaço de fase. Porém, devemos utilizar a mecânica quântica já no início da análise. De acordo com o princípio da incerteza de Heisenberg, é impossível termos um ponto definido no espaço de fase, mas possível uma pequena célula de volume finito proporcional ao cubo da constante de Plank para cada partícula $\sim h^{3N}$. Para cada dimensão, há incerteza da ordem de h.

O número de microestados é dado pelo volume do espaço de fase dividido pelo volume da célula mínima:

$$\#Microestados = \frac{\text{Volume do espaço de fase}}{h^{3N}} = \Omega(E) \tag{2.9}$$

A probabilidade de produzir um dado macroestado é definida como a razão entre a multiplicidade do macroestado e o número total de microestados. O número total de microestados é um número finito, pela condição imposta da mecânica quântica.

Define-se a entropia de Boltzmann como o logarítimo natural da probabilidade de

[2] Na verdade, a generalização da entropia de Boltzmann foi feita por Gibbs

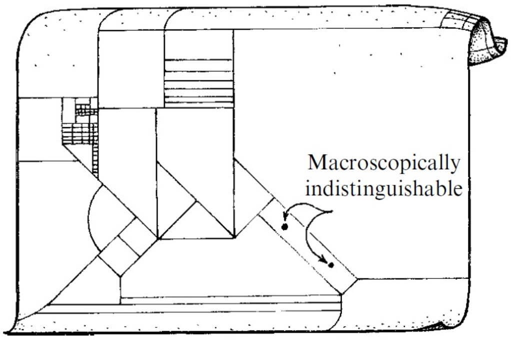


Figura 3: Divisão do espaço de fase em sub-regiões ou caixas. Classicamente, pontos dentro de uma mesma caixa representam estados macroscopicamente indistinguíveis [21].

produzir um dado macroestado.

$$S = k \log P \qquad \text{observe que} \sum P_i = 1 \tag{2.10}$$

$$S = k \log \frac{\Omega}{\Omega_{total}}$$

$$= \log \Omega - \log \frac{1}{\Omega_{total}} = \log \Omega + cte$$

Define-se então a entropia de Boltzmann:

$$S \equiv k \log \Omega \tag{2.11}$$

k é a chamada constante de Boltzmann, introduzida possivelmente por Planck, que é um fator que relaciona temperatura com energia e entropia com informação. Onde Ω é número total de microestados acessíveis associados a um dado macroestado. Acessível significa que são compatíveis sob uma condição imposta no sistema inteiro. Sendo assim, no contexto de "coarse graining", Ω é proporcional ao volume de uma caixa associada a um dado macroestado. Assim, é comum dizer que a entropia é uma medida do caráter randômico ou desordem. Agora, fica claro que essa desordem é o número de microestados acessíveis a um dado macroestado. Quanto maior o número de microestados associados, maior será o grau randômico e, portanto, mais desordem no macroestado.

Embora Boltzmann tenha ampliado, consideravelmente, a aplicabilidade do conceito de entropia, ainda se percebe um caráter subjetivo nessa definição; já que o que parece macroscopicamente indistinguível para um observador pode não ser para outro. Uma expressão mais geral foi feita por Gibbs e está relacionada com a definição de Shannon:

$$S = -k \sum_i P_i \log P_i \tag{2.12}$$

2.5 Entropia de von Neumann

Anteriormente, definimos a entropia de Shannon:

$$H(A) = -\sum_{i=1}^{n} p_i \log_2 p_i \tag{2.13}$$

Shannon disse (M. Tribus, E.C. McIrvine, Energy and information, Scientic American, 224 (September 1971), 178–184.):

> "My greatest concern was what to call it. I thought of calling it 'information', but the word was overly used, so I decided to call it 'uncertainty'. When I discussed it with John von Neumann, he had a better idea. Von Neumann told me, 'You should call it entropy, for two reasons. In the rst place your uncertainty function has been used in statistical mechanics under that name, so it already has a name. In the second place, and more important, nobody knows what entropy really is, so in a debate you will always have the advantage".

John von Neumann foi um brilhante matemático que deixou influência em diversas áreas, particularmente mecânica quântica. Vejamos a ideia de entropia em mecânica estatística quântica.

A matriz densidade ρ é usada para descrever o estado estatístico de um sistema quântico. A Entropia de Neumann é definida como:

$$\mathbf{S}(\boldsymbol{\rho}) = -\mathbf{Tr}(\boldsymbol{\rho} \log \boldsymbol{\rho}) \tag{2.14}$$

Com $k = 1$

Se os autovalores de ρ são $\lambda_1, \lambda_2, ...$, então:

$$S(\rho) = -\sum_i \lambda_i \log(\lambda_i) \tag{2.15}$$

Que, novamente, está relacionada com a entropia de Shannon. Para um estado puro, apenas um autovalor será 1, e o restante será 0. Assim, a entropia se anula; não existe incerteza sobre o estado do sistema.

2.6 Informação e Entropia

Rolf Landauer (1961), físico da IBM, sugeriu que **informação é uma quantidade física**.

Princípio de Landauer: *Qualquer manipulação logicamente irreversível de informação, apagar um bit de informação por exemplo, tem que incorrer em um aumento da entropia "in non-information bearing degrees of freedom" (NIBDF) do aparelho de processamento da informação ou no seu ambiente.*

Dispositivo logicamente irreversível é aquele em que o output, dado de saída, não define unicamente o imput, dado de entrada, ou seja, não recorda o input. De acordo com Landauer, logicamente irreversível implica em fisicamente irreversível. Fisicamente irreversível é acompanhado de dissipação. Nenhum processo pode ter como único resultado o apagamento de informação.

Assim, enquanto o sistema (o computador como um todo) pode ser visto como um sistema isolado obedecendo as leis reversíveis de movimento (dinâmica unitária), ocorre, frequentemente, um processo irreversível com dois ou mais distintos estados lógicos incorrendo em um único sucesso lógico. Então, por causa da dinâmica unitária, há conservação da entropia "fine-grained", e um decrescimento da entropia coarse-grained "in information bearing degrees of freedom" (IBDF) que é compensada pelo aumento equivalente da entropia na (NIBDG) e no ambiente. Embora seja um princípio bem aceito, há trabalhos recentes que tentam mostrar a falta de necessidade do aludido princípio [2][3]. No outro caminho, há também trabalhos recentes que confirmam a validade do princípio [4][5][6].

Suponha um sistema computacional físico que armazena N bits de informação e está em contato com um reservatório térmico de temperatura T. Os bits podem ser 0 ou 1. Então, vamos apagar a informação através de, por exemplo, substituição de todos os bits por 0. Esse processo irá reduzir o número de estados do sistema por $\ln 2^N$, e a entropia do sistema se reduzirá de $Nk_B \ln 2$ ou, equivalentemente, $k_B \ln 2$ por cada bit. Para a entropia total do universo não reduzir, a entropia do ambiente precisa aumentar em calor[3], por exemplo, em $k_B \ln 2$ por bit.

[3]Não necessariamente, pois a entropia pode ser aumentada de outras formas também. Exemplo:

A conexão entre entropia e informação é essencial para o entendimento do demônio de Maxwell. Existe também uma relação entre entropia e o processo de medida. Em 1867, James Clerk Maxwell enunciou o experimento mental chamado demônio de Maxwell. Trata-se de uma caixa separada por um portão em dois compartimentos contendo o mesmo número de moléculas de gás em cada lado. Existe uma entidade microscópica, um demônio, que controla o portão e o manipula de forma a transferir todas as moléculas de um lado da caixa para o outro. Naturalmente, ele levaria algum tempo até conseguir isso. Como dito anteriormente, maior o número de microestados acessíveis, maior a entropia. Por isso, um gás aumenta a entropia quando sofre expansão irreversível. Assim, seria possível diminuir a entropia do gás. Caso não houvesse algum aumento de entropia no sistema total, a segunda lei da termodinâmica seria facilmente violada. Para isso, o demônio precisaria conhecer as posições das moléculas, fazer medidas. O processo de observação poderia trazer alterações irreversíveis ao sistema e, então, a segunda lei não seria violada. Porém, em princípio, pode-se fazer medidas tão "fracas" que não causariam grande mudança. Sendo assim, a explicação está na armazenagem de informação na memória do demônio (na verdade, ao apagar informação, que é um processo irreversível e sempre possui um aumento de entropia associado). Dessa forma, considerando que o demônio obedeça as leis da física, o problema está resolvido. O princípio de Landauer é que traz essa solução para o demônio de Maxwell. Na prática, o demônio é um aparato computacional. Assim, existe, de fato, uma relação entre bit de informação e entropia. Esse fato é de grande importância para a termodinâmica do buraco negro, por exemplo.

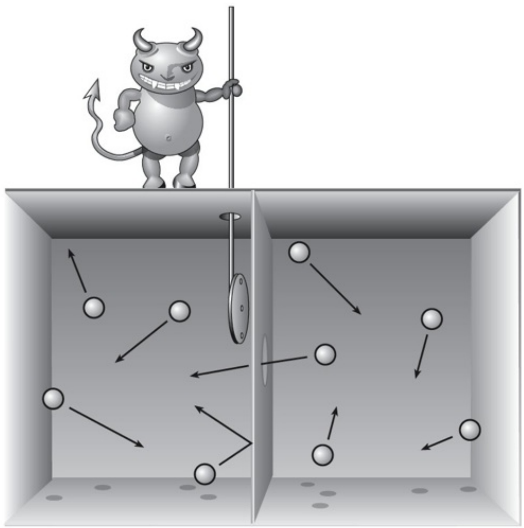


Figura 4: O demônio de Maxwell seria capaz de violar a segunda lei da termodinâmica, porém não é o que ocorre [26].

randomizando os graus de liberdade configuracionais do ambiente.

Ainda sobre o demônio, é bom observar que, em princípio, o demônio poderia executar a chamada computação reversível, porém, devido à necessidade de armazenamento em uma memória limitada, o demônio precisaria, em algum momento, apagar informação para dar conta da enorme quantia de informação armazenada; um mol de gás, por exemplo, possui 10^{23} moléculas. Então, cedo ou tarde, o demônio executa um processo irreversível que causa o aumento de entropia que compensa a redução que ele causara anteriormente.

O princípio de Landauer diz que existe uma conexão direta entre manipulação de informação e a seta termodinâmica do tempo [4], o aumento de entropia no universo. Além disso, informação vem em bits.

É importante observar que a irreversibilidade termodinâmica entra consistentemente na mecânica quântica, enquanto que na mecânica clássica não apresenta papel fundamental. A definição de estado de um sistema microscópico está relacionada com processo irreversível na escala macro. Há aqui uma analogia com sistemas biológicos. A existência de células (micro), por exemplo, depende do funcionamento de processos irreversíveis, oxidação por exemplo, no organismo como um todo (macro). A definição de propriedades na escala micro é possível apenas como resultado da interação com o sistema em escala macro sob processos irreversíveis.

2.7 Informação e Lei menos um

Tanto em mecânica clássica quanto em mecânica quântica, existe a noção de que a informação nunca é perdida de um sistema fechado e isolado. Trata-se de um princípio muito básico em física, mas que foi desafiado por Stephen Hawking ao sugerir que buracos negros possuiriam uma radiação que não conservaria a informação. Felizmente, Leonard Susskind e Gerard't Hooft declararam 'guerra' contra a ideia de Hawking e, depois de vinte anos, encontraram a resposta no chamado princípio holográfico, salvando assim a conservação da informação. A lei menos um pode ser enunciada:

$$\boxed{\text{Informação nunca é perdida. Informação é conservada}}$$

Em mecânica clássica, o motivo está no teorema de Liouville, que garante a conservação do volume do espaço de fase. Dado que possuímos um conhecimento limitado acerca do estado de um sistema, caracterizamos esse estado por uma região $\Gamma(0)$ no espaço de fase, chamemos de um bolha suave. Essa região possui um volume V_Γ no espaço de

[4] Assunto que será melhor explorado nos capítulos seguintes.

fase. Deixamos o sistema evoluir no tempo. A região $\Gamma(0)$ passa a ser uma região $\Gamma(t)$. O teorema de Liouville, relacionado com o fluxo Hamiltoniano, preserva o volume do espaço de fase. A segunda lei da termodinâmica nos diz que a entropia do sistema isolado aumenta. Porém, de acordo com Boltzmann, a entropia é proporcional ao volume do espaço de fase. Se o volume do espaço de fase não aumenta, como a entropia poderia aumentar? Nesse ponto, surge a distinção entre duas noções de entropia: Entropia Fine Grained e entropia Coarse Grained.

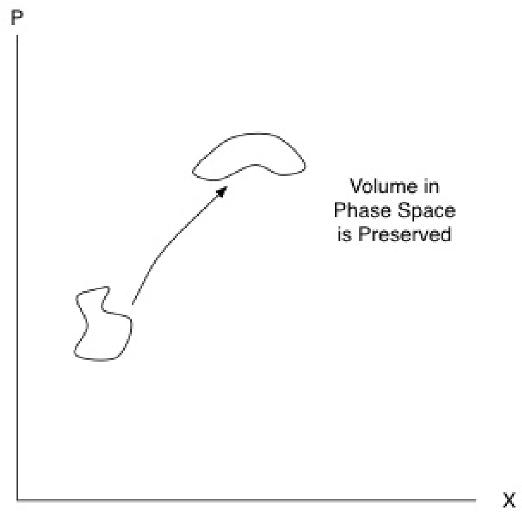


Figura 5: Conservação do volume do espaço de fase.

A medida que o sistema evolui no tempo, a região vai adquirindo um formado bem complicado, como um fractal (porém, a topologia se preserva). Ocorre como que cortes no espaço de fase, ou criações de "tentáculos" ou filamentos alongados que se espalham, porém preservando o volume. A região fica cada vez mais "fractalizada", e esse fato está relacionado com o Caos; até mesmo sistemas dinâmicos clássicos estão sujeitos ao caos. O caos está relacionado com pequenas diferenças nas condições iniciais que geram uma grande diferença no futuro de uma trajetória no espaço de fase. O chamado expoente de Lyapunov mede o grau de instabilidade de um sistema dinâmico, ou o quanto dois pontos bem próximos (ε) no espaço de fase se distanciam exponencialmente no tempo por $\sim \varepsilon e^{\lambda t}$.

Expoente positivo está relacionado com o caos. Expoente negativo viola a segunda lei da termodinâmica. Assim, um volume inicial de estados se dispersa em uma região fractalizada de maior volume, porém com volume conservado.

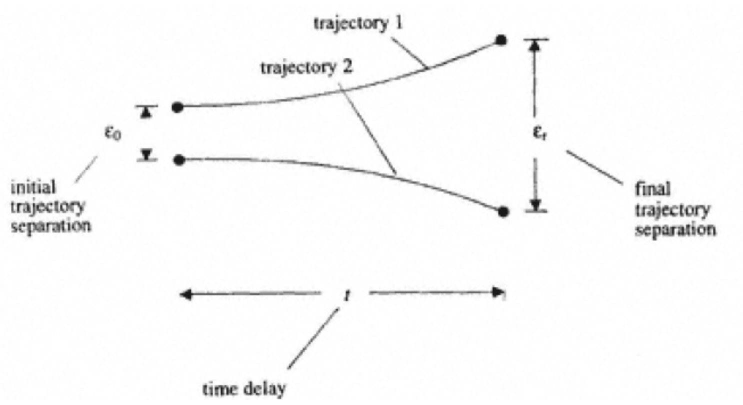


Figura 6: A ideia do caos clássico através do expoente de Lyapunov mostrando a divergência exponencial no tempo [25].

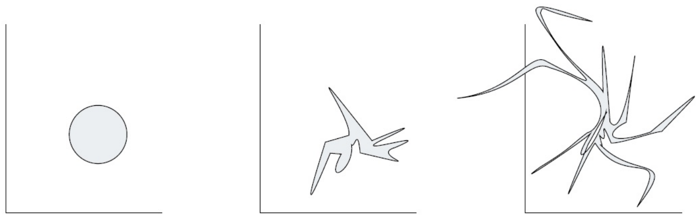


Figura 7: Evolução do espaço de fase com volume fixo. Com o tempo, há fractalização do volume [19].

Possuímos uma capacidade limitada para distinguir entre estados muito próximos no espaço de fase. Fazemos o coarse graining do espaço de fase, isto é, preenchemos com pequenas esferas de volume fixo (limitadas pela capacidade de distinção dos estados) a região ocupada pelo sistema. A união dessas esferas é o volume coarse grained. O volume Γ do coarse grained cresce, como pode ser visto na ilustração. Essa é origem da segunda lei da termodinâmica.

Na mecânica quântica, a conservação de informação é devido a unitariedade da matriz S, ou seja, $S^{-1} = S^\dagger$ (Scattering matrix), que conservada a probabilidade quando substituimos ψ por $S\psi$, já que $(S\psi)^\dagger(S\psi) = \psi^* S^\dagger S\psi = \psi^*\psi$.

Caso fizéssemos uma reversão temporal [5], partindo dos filamentos, então voltaríamos para a região compacta original. Entretanto, um mínimo desvio do filamento já levaria em uma região exponencialmente afastada. Partes da esfera de coarse grained ficam de fora do filamento, pois o filamento fica cada vez mais fino. Assim, a estrutura filamentosa

[5] Reversão temporal não é sobre o tempo “correndo” ao contrário. É sobre reverter a ordem de um evento, reverter a ordem de um processo

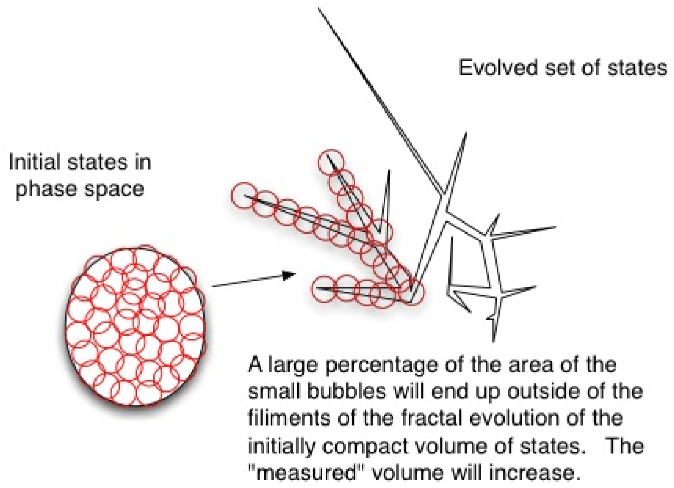


Figura 8: A origem da segunda lei da termodinâmica. Não importa o quão pequenas sejam as esferas, o efeito emergente irá surgir com o tempo.

fica cada vez mais complicada. Não importa o quão pequenas são as esferas de coarse grained, pois as regiões se espalham exponencialmente. Assim, do ponto de vista do coarse grained, o volume do espaço de fase vai aumentar tanto para o futuro quanto para o passado. Mesmo fazendo reversão temporal, é altamente provável que a entropia aumente.

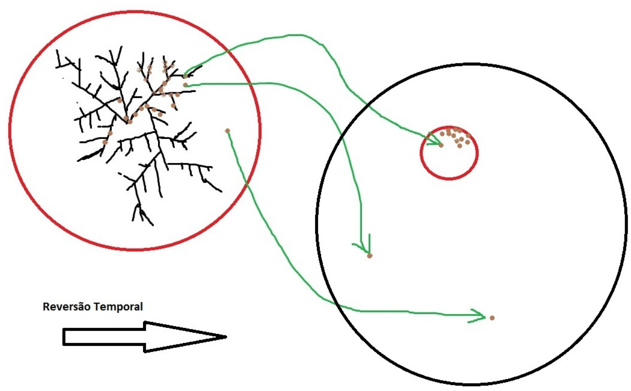


Figura 9: O resultado de uma dinâmica com reversão temporal é que a entropia coarse grained aumenta tanto para o futuro quanto para o passado.

Entropia Fine Grained: O logaritmo exato do volume do espaço de fase; conhecida a infinita estrutura fina do espaço de fase. Essa entropia nunca aumenta.

Entropia Coarse Grained: É efeito emergente da falta de distinção entre pontos bem próximos no espaço de fase. O logaritmo do volume coarse grained do espaço de fase, que é a entropia convencional utilizada na termodinâmica e na mecânica estatística. Essa entropia aumenta.

Destaca-se novamente aqui que é possível reverter a lei de entropia, porém é um caminho muito pouco provável. Isso é um ponto importante que, no capítulo sobre tempo, será relacionado com uma aparente seta do tempo. Um problema fundamental que surge é o problema da entropia. Veremos que esse problema questiona o motivo de o universo ter iniciado em um estado altamente improvável, de tão baixa entropia.

A lei menos um trata[6], portanto, da conservação da informação fine grained. Esta não pode ser destruída, mesmo que fique altamente "irreconhecível". Informação significa distinção. Distinções nunca são perdidas.

[6]Recentemente, a conservação de informação é novamente desafiada por novos paradoxos em buracos negros [7]

3 ORDEM E ESTRUTURA

3.1 Um universo complexo

Iniciamos agora uma pequena análise da ordem que existe no Universo. A palavra Universo significa unidade na diversidade. Unidade sem diversidade é monotonia, e diversidade sem unidade é caos, mas unidade com diversidade é harmonia. Onde vemos diversidade no universo?

Imagine que desejamos informar nossa posição da Terra em um mapa para algum ser extraterrestre. Não podemos fazer um mapa completo, pois não vemos o espaço absoluto[1]. O que podemos fazer é fazer fotos da visão que temos do universo ao nosso redor. De acordo com o princípio da igualdade dos indistinguíveis de Leibniz, duas coisas indistinguíveis são a mesma coisa. Assim, dois pontos no universo que possuem a mesma visão ao seu redor são na verdade o mesmo ponto, o mesmo local. Desde que o universo seja complexo suficiente, isto é, possuir extrema variedade, não há dois observadores que experimentem a mesma coisa, e não há momento que se repita. Apenas quantidades relativas são medidas, não absolutas. Se queremos fazer distinções e descrições no universo, precisamos de um universo complexo suficiente para permitir o uso da visão relacional, que descreve algo através de relações com coisas reais[2]. Felizmente, nosso universo é complexo suficiente para isso; dizemos que o universo possui estrutura.

Da mesma forma, sabemos que a vida não poderia existir sem um universo complexo, com estrutura. Um universo mais simples, por exemplo, poderia ser um gás em equilíbrio termodinâmico de alta entropia. Nesse caso, não haveria espaço algum para a vida, apenas a monotonia. O universo não seria mais diverso, mas apenas monótono, sem chance para a novidade. De alguma forma, parece que a complexidade da vida está relacionada com a variedade do universo. A Parte e o Todo devem possuir uma relação intrínseca.

---

[1] A formulação de espaço absoluta foi posta por Newton, mas criticada por Leibniz com a alternativa da formulação relacional. Depois, com Berkeley e Mach, a visão relacional ganhou ainda mais força. Einstein estendeu o que era filosofia para bases matemáticas com a teoria da relatividade.

[2] Aqui, realidade está relacionada com o que pode ser medido.

Leibniz também deixou uma ideia filosófica sobre variedade de um sistema. A variedade do Todo de um sistema é definida tal que um sistema tem mais variedade quando requer menos informação para distinguir cada parte de todas as outras através da descrição das vizinhanças[3]. Um universo com variedade é um universo que permite, por exemplo, distinguir uma posição das outras facilmente apenas olhando ao redor. Um sistema bioquímico tem variedade, por exemplo, quando uma molécula pode ser facilmente descrita através das interações que possui com outras moléculas. Um universo em equilíbrio térmico poderia talvez requerer uma informação tremenda[4] para distinguir cada átomo de outro.

A entropia de um cristal perfeito, altamente simétrico, por exemplo, é muito baixa. Da mesma forma, um sistema altamente organizado, célula por exemplo, possui baixa entropia, já que possui mecanismos que lutam contra o acréscimo de entropia. Do ponto de vista entrópico, um ser vivo não seria muito diferente de um objeto matemático altamente simétrico. Entretanto, do ponto de vista de variedade, consoante Leibniz, um cristal regular possui variedade zero, pois é praticamente impossível distinguir os átomos através da descrição das vizinhanças. Já para a célula, há grande variedade, pois há vários tipos de processos de interação bem distintos. Uma flor e um dodecaedro parecem possuir extrema simetria, uma beleza matemática. Porém, enquanto o dodecaedro pode ser representado por um grupo de simetria, a flor não é perfeita, na verdade, nem mesmo possui uma uma forma ideal [5]. Uma flor é imperfeita, resultado de bilhões de anos em evolução, porém, parece mais real [6] do que um dodecaedro.

3.2 Ordem e Estrutura

Valendo-se da ideia de Alfred Korzybski [7], o que dissermos ser ordem, não o é. A ordem é experimentada em diferentes situações e contextos. Existe ordem dos números, do movimento de uma partícula, do espaço e do tempo, de uma construção, e incontáveis exemplos. A ordem não é restrita ao inanimado. Existe ordem na linguagem, no pensamento, nas artes, na formação da vida, na música, na psique [8]. Não há, portanto, definição segura para uma noção tão geral e tão fundamental que está presente em tudo.

[3]Vizinhanças são as coisas que interagem mais diretamente com a parte analisada.
[4]Talvez até impossível de ser armazenada, então poderia ser impossível.
[5]ideal aqui significa reproduzível com exatidão matemática, formas platônicas.
[6]Real no sentido de parecer mais natural no conceito de harmonia universal.
[7]Alfred Korzybski(1879-1950) foi um cientista e filósofo que desenvolveu a teoria da semântica geral
[8]Ver Carl Gustav Jung, psiquiatra e psicoterapeuta que fundou a psicologia analítica.

David Bohm tenta uma representação mais formal para ordem e propõe que a ordem pode ser entendida através de diferenças similares e similaridades diferentes. A ordem de uma linha reta pode ser tomada como uma única diferença similar; reta é construída através de vários segmentos de reta com mesmo comprimento. Quando há curvatura na curva, o parâmetro ângulo também é relevante. Nas figuras, pode-se ver, por exemplo, para aproximação de um círculo através de um polígono e o caso de uma espiral plana. Através desse modelo, podemos generalizar para todo tipo de curva, por exemplo. O que não é o movimento, na mecânica clássica, senão a geometria determinada por quanto a posição de um corpo muda no tempo?

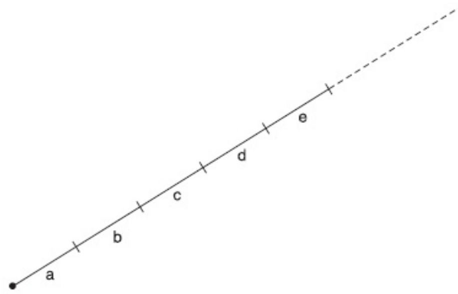


Figura 10: Ordem de uma reta é descrita por uma única diferença similar [23].

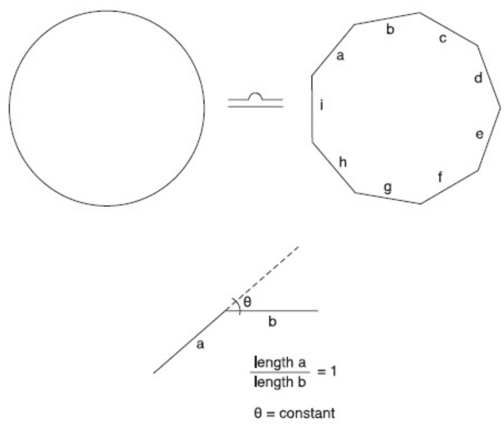


Figura 11: A ordem para o círculo agora envolve comprimento e direção [23].

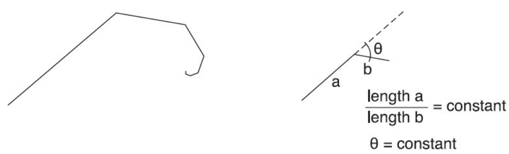


Figura 12: A ordem para um espiral com comprimentos cada vez menores [23].

Outra noção interessante é a de ordem descritiva e ordem constitutiva. Não há diferença absoluta entre as duas noções, pois para toda ordem constitutiva, há uma significância descritiva e vice-versa. Por exemplo, em um plano de construção de uma casa, há uma ordem descritiva nos desenhos do arquiteto, porém, na prática, a casa será construída com concreto, tijolos arranjados na parede; uma ordem constitutiva. Um mapa de um território possui uma ordem descritiva, mas está relacionado com a ordem constitutiva do terreno. Existem outros tipos de ordens mais complicadas, fractais e vórtices, por exemplo. Há também ordens que surgem das chamadas quebras de simetria. De acordo com Claude Lévi-Strauss [9], a própria sociedade possui ordens internas similares à álgebra booleana. Fica claro, então, que a ordem é dinâmica, não estática, e que novas ordens surgem também de novas físicas. Novas ordens são necessárias para descrever aspectos da realidade [10] que ainda não entendemos.

Pode-se chegar à noção de grau de ordem. Por exemplo, na física newtoniana, a ordem de movimento de uma partícula é de grau dois. Dada a lei de força, a trajetória é determinada através de duas informações (2° lei de Newton): posição inicial e velocidade inicial. Para cada intervalo da curva, dada a lei de força, as diferenças entre os segmentos podem ser calculadas. Para a descrição do movimento de uma partícula deslizando em um plano inclinado, dada a posição inicial e a velocidade inicial, temos uma ordem de movimento de grau dois. No caso real, um plano inclinado totalmente irregular em sua superfície, o movimento pode ser bastante complexo, e a ordem do movimento é certamente muito mais que dois. Alguém poderia argumentar que bastava termos total informação de todas irregularidades do plano, todos os detalhes, então seríamos capaz de determinar o movimento exato da partícula através da lei determinística de Newton. De fato, nesse sentido, a ordem do movimento é também de grau dois. Sendo assim, devemos considerar que a ordem é dependente do contexto. No contexto em que os detalhes do plano não são conhecidos, a ordem do movimento é de alto grau. No contexto em que é conhecido todo detalhe do plano, a ordem é de grau dois.

Pode-se sugerir que a própria noção de randomização, acaso e caos esteja relacionada com uma ordem. Um exemplo interessante é a geração de números ‘randômicos’ em um computador. Uma maneira possível [11] é pegar um número de oito dígitos e multiplicar por ele próprio, pegar os algarismos do meio do resultado e repetir o processo; assim obter “strings” de números. O programa construído para essa atividade deve possuir pequenos

---

[9] Foi um antropólogo e filósofo, fundador da antropologia estruturalista.

[10] O autor não sabe responder a questão acerca da realidade da natureza,isto é, se nossas teorias tentam, de fato, explicar a realidade ou apenas algo muito distante dela. Essa é uma discussão muito em aberto.

[11] Geralmente, utilizam método Mersenne twister ou Linear congruential generator

graus de ordem. No contexto da regra que gera esses números, a ordem de geração dos números possui um baixo grau, pois obedece uma lei determinística já que é um programa de computador [12]. Em um contexto que não inclui o programa do computador, os números parecem ser randômicos, sem uma subordem interna. Então, dependendo do contexto, a geração desses números parece ser de baixa ordem ou de infinita ordem (caso randômico).

A teoria de caos é a teoria matemática que trabalha com esse tópico de processos randômicos. Uma ordem randômica possui as seguintes características:

- É de grau infinito
- Não possui correlações significativas de subordem de baixo grau
- Tem uma comportamento médio aceitavelmente constante e tende a variar dentro de domínios limitados. Esse domínio é mais ou menos constante ou muda lentamente

Um ótimo exemplo é o tiro com uma arma em uma posição fixa. Não há uma ordem de grau finito que possa predizer onde a bala atingirá. O segundo tiro não é significativamente correlacionado com o primeiro, nem o terceiro, por exemplo. A posição média e a variação média da posição do alvo é aceitavelmente constante, já que haverá um espalhamento das balas em uma área que é diretamente dependente de detalhes da arma e velocidade do vento, por exemplo. Esse tiro da arma é, portanto, randômico. Porém, conhecendo muito mais informação, como exata posição das moléculas de ar, velocidade do vento, o movimento da bala ficaria mais previsível. Lembrando, então, que a qualidade de randômico é também contextualmente dependente.

Processo randômico deve, portanto, ser tratada dentro de uma visão de ordem, uma ordem de grau infinito, não necessariamente uma desordem (ausência de ordem), tal como é tratado. No caso dos números randômicos, vimos que basta considerar o contexto em que envolve o próprio programa computacional, então o processo possui ordem de grau finito. A informação parece estar altamente relacionada com essa nossa conversa. Tomamos assim, mais um argumento para acreditar que informação é um conceito físico fundamental.

Embora ordens randômicas tenham grau infinito, há ordens complexas, mas inteligíveis, compreensíveis em até um bom nível, que também possuem grau infinito. A linguagem é um exemplo. Ela tem um potencial de sentido ilimitado, que não pode ser

[12]Seriam as leis da Natureza apenas um algoritmo de programas de computador? O autor não acha essa possibilidade confortável. Roger Penrose já chegou a afirmar que isso seria impossível em algum de seus livros.

determinada por um conjunto finito de diferenças. Ao mesmo tempo, possui subordens internas de grau mais baixo, a sintaxe e a morfologia, por exemplo. A linguagem não é randômica. Mesmo assim, para uma pessoa não versada no vernáculo da língua, a ordem da língua pode parecer sem sentido algum. O mesmo caso se aplica para a música. Na verdade, para todas as áreas da vida, inclusive ciência. Quando uma nova teoria surge para explicar o 'inexplicável', é porque surge uma nova ordem.

Randomização deve ser entendida como um caso limite de ordem. Em um possível espectro de ordens, em um extremo estariam as ordens finitas, de baixo grau, e as ordens randômicas no outro extremo. No meio, estariam as ordens complexas, tal como a música, que não podem ser entendidas nem como randômicas, nem como finitas.

A vida requer um organismo complexo, dinâmico o suficiente para se auto reparar, lutar contra o aumento de entropia; precisa ser auto-organizado. Alguns cientistas [13] estudaram o processo de auto-organização, que trata da transformação de randomização em ordem. Prigogine discute exemplos de como uma ordem global emerge de um aparente caos. Esse processo está relacionado com a entropia de um sistema. Já agora, podemos entender o chamado aumento de desordem como a transição para uma outra ordem. Uma mudança de entropia é uma medida na variação das flutuações que ocorrem na ordem randômica.

A chamada estrutura é frequentemente tratada como estática e quase que completa por si mesma. O interessante é questionar de que forma a estrutura surge, evolui e se dissolve. Estrutura é algo dinâmico, mas, como na noção de ordem, não existe uma definição que retenha toda a riqueza de uma estrutura. Estrutura é baseada em ordem, porém possui mais que isso, parece ser dependente das relações dos seus constituintes; uma configuração de itens inter-relacionados.

3.3 Ordem Fractal

No capítulo anterior, falamos que o espaço de fase se fractalizava devido a uma ordem caótica tomada no tempo, onde surgiu a noção de entropia coarse e fine grained. O que parece é que o fractal está intimamente conectado com alguma descrição da natureza.

A palavra fractal foi utilizada por Benoit Mandelbrot e está relacionada com a teoria de caos. Mandelbrot percebeu que para descrever a natureza não era suficiente apenas

[13] Alguns deles: Ilya Prigogine, Per Bak, John Holland, Stuart Kauffman, Harold Morowitz.

geometrias de ordem euclidiana, mas uma nova ordem chamada geometria fractal [14]. Exemplos são as montanhas e as linhas costeiras (modelada pela curva de Von Koch). Uma simples definição para fractal é: *Um objeto que se parece auto similar sob várias ordens de magnitude de diversas escalas. Uma simetria que atravessa mudança de escalas, tal que cada parte do objeto replica a estrutura do todo.*

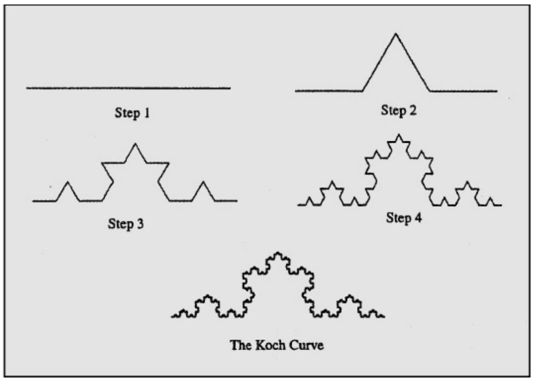


Figura 13: Formação da curva de Koch.

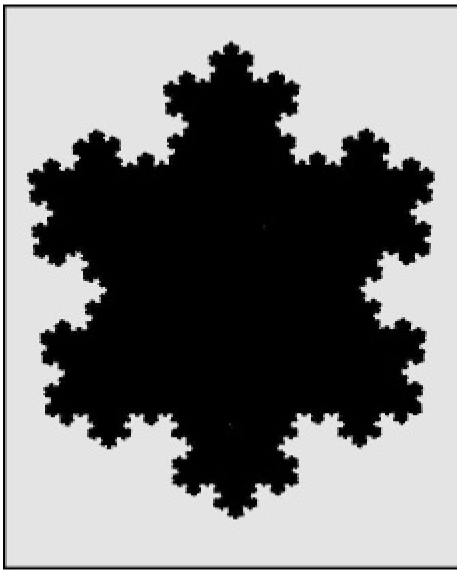


Figura 14: Geralmente chamado de “snowflake” de Koch [25].

Existem diversas definições para dimensão fractal; Uma delas chamada ‘box counting’ utiliza uma razão de similaridade $r(N)$ como sendo a razão entre o comprimento do menor segmento de reta e o segmento de reta original. Uma reta, por exemplo, caso queiramos cobri-lá com $N = b$ segmentos iguais. é evidente que o comprimento de cada segmento seria $\frac{1}{b} = \frac{1}{N}$. No caso bidimensional, preencheríamos um quadrado com $N = b^2$ pequenos

[14]Uma particularidade dessa geometria é que possuem dimensões fracionárias, não inteira, chamadas dimensões fractais. Geralmente, possuem dimensão entre zero e dois.

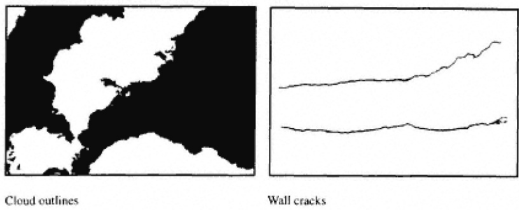


Figura 15: Exemlos de fractal em nuvens e muros [25].

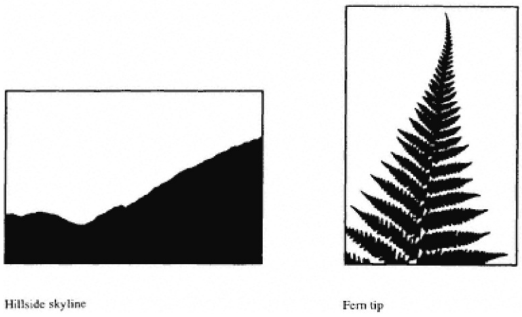


Figura 16: Exemplo de fractal em montanhas e plantas [25].

quadrados iguais, onde b é o comprimento de um lado do pequeno quadrado. A razão de similaridade seria $r(N) = \frac{1}{b} = \frac{1}{N^{1/2}}$, que corresponde à razão entre o comprimento do quadrado original e o do menor quadrado. Em geral, a razão de similaridade é dada por:

$$r(N) = \frac{1}{N^{1/D}} \tag{3.1}$$

Assim, uma definição para dimensão fractal:

$$D = \frac{\log N}{\log(1/r)} \tag{3.2}$$

Definição: *Se um objeto pode ser decomposto em N subobjetos cada qual exatamente similar ao todo, exceto que todos os subobjetos são derivados do original através de uma razão de similaridade r, então o todo, objeto inteiro, é exatamente auto similar, e a dimensão de similaridade do objeto é D.*

Uma outra definição de dimensão envolve o conceito de entropia de Shannon, que já abordamos no capítulo anterior. A dimensão de informação não apenas conta o número de hipercubos [15], mas também uma espécie de densidade de distribuição dos pontos que cobrem o "attractor" [16], ou o quanto do "attractor" está contido em cada hipercubo.

[15] Em 1D, trata-se de segmentos de reta, 2D são quadrados, 3D são cubos)

[16] "Attractor" ou atractor é um subconjunto do espaço de fase de um sistema dinâmico que corresponde a um comportamento característico para o qual evolui o sistema.

Definição:

$$D = \lim_{\delta \to 0}[\frac{S(\delta)}{\log(1/\delta)}] \tag{3.3}$$

Onde, S é a entropia de Shannon, já definida anteriormente:

$$S(\delta) = -\sum_{i=1}^{N} p_i \log p_i$$

Com p_i sendo a probabilidade de parte do "attrator" ocorrer dentro do ith hipercubo de comprimento δ. Para o caso particular em que a probabilidade é uniforme, $p_i = \frac{1}{N}$, a dimensão de informação se reduz à dimensão de "box counting". A primeira pondera uma probabilidade da quantia dentro do hipercubo, e a última conta todos os hipercubos contendo parte do "attractor".

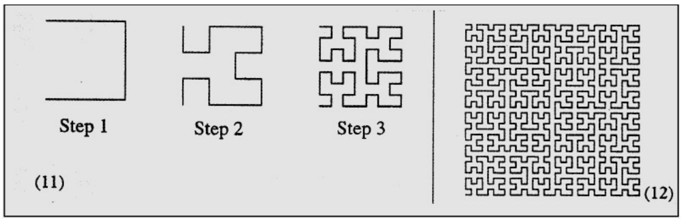


Figura 17: A curva de Hilbert após alguns passos.

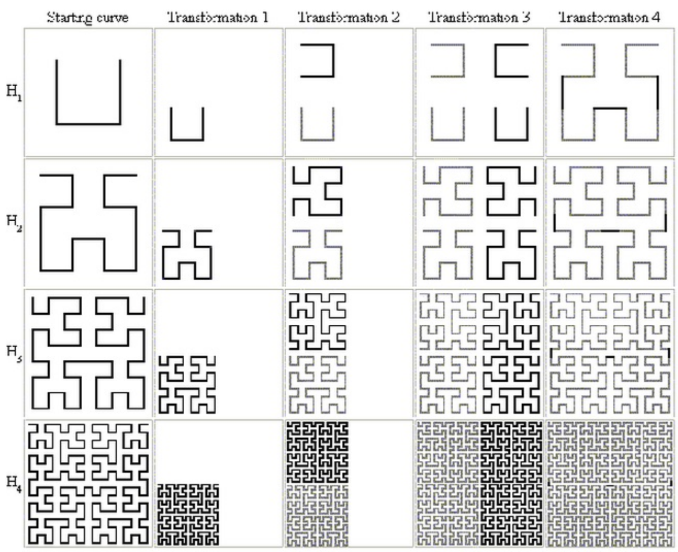


Figura 18: A dimensão Hausdorff da curva de Hilbert é 2, preenche completamente o plano [27].

O universo possui estrutura em grandes ordens de escala. Sabemos da existência das estruturas em escala micro e também em escala macro; planetas, estrelas, "clusters" de estrelas, galáxias, "clusters" de galáxias,etc. De acordo com a visão cosmológica dominante atual, o universo é homogêneo e isotrópico em escalas ainda maiores. A chamada

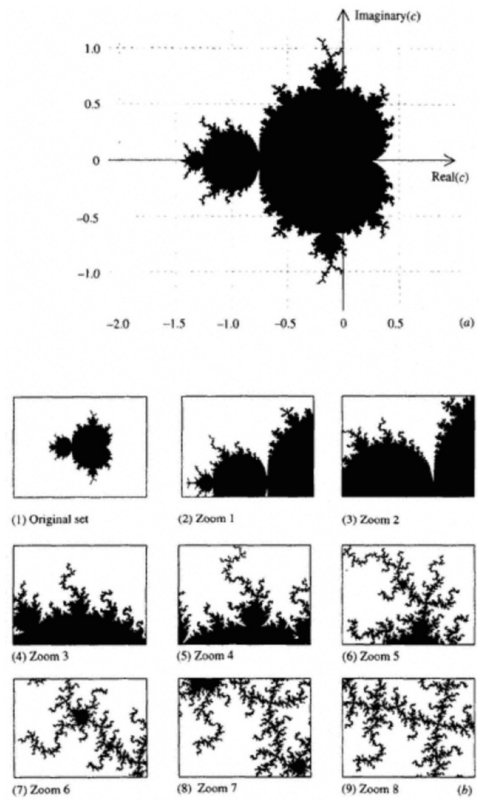


Figura 19: O conjunto de Mandelbrot submetido ao zoom evidenciando a simetria sob mudanças de escala [25].

cosmologia fractal supõe que o universo possui uma distribuição fractal [17] de matéria. Duas possíveis motivações teóricas para supor um universo homogêneo e isotrópico:

- Um ponto do universo não parece ser distinto de outro. Se houvesse uma não-homogeneidade intrínseca, o universo deveria possuir uma direção preferencial.
- Do ponto de vista matemático, um universo homogêneo e isotrópico possui equações mais simples que governam sua evolução.

O fato é que, em escalas de até 5 Mps, existe distribuição fractal no universo. Entretanto, um trabalho de 2012 [8] apontou homogeneidade do universo em largas escalas de $300Mps/h$. Um universo fractal não seria homogêneo no sentido usual de densidade uniforme, mas seria uniforme no sentido de possuir o mesmo comportamento fractal quando visto de um ponto do fractal. Um universo homogêneo parece o mesmo em qualquer ponto do espaço, trata-se do princípio cosmológico. O universo fractal parece o mesmo apenas para os pontos ocupados, chama-se princípio cosmológico condicional. No capítulo

[17] Na natureza o que realmente ocorre é a existência de fractais randômicos, que não são gerados deterministicamente.

anterior, vimos que o expoente de Lyapunov media a separação de trajetórias no espaço de fase e estava relacionado com caos. Na relatividade geral, sistemas dinâmicos com característica de caos devem ser invariantes sob arbitrárias transformações diferenciais de coordenadas. O expoente de Lyapunov não satisfaz essa condição, até porque trata espaço diferentemente de tempo. Exemplo: A transformação $t \rightarrow \ln(t)$ transformará $\exp^{\lambda t}$ em t^{λ}. Assim, o que parece caótico na coordenada t não parecerá na coordenada $\ln(t)$. O conceito de Lyapunov não é adequado para descrever caos em espaço-tempo curvo. Já o conceito de fractal oferece uma descrição invariante para o caos. Se a evolução cosmológica fosse controlada por sistemas dinâmicos caóticos, seria uma indicação de que o universo tem estrutura fractal.

Vemos assim que a noção de ordem existe até onde se tem um aparente caos. Essa área da matemática, física matemática que aborda teorias de caos, é bastante promissora, embora recente.

4 ESPAÇO E TEMPO

In Buddhism, the concept of time, of time as a kind of container, is not accepted. Time itself, I think, is something quite weak-it depends os some physical basis, some specific thing. Apart from that thing, it is difficult to pinpoint - to see time. Time is understood or conceived only in relation to a phenomenon or a process

- The Dalai Lama

A noção intuitiva de espaço e tempo parece imbuir nossa consciência. Qualquer teoria física possui algum conceito de espaço e tempo, pois, naturalmente, tudo que conhecemos parece existir em um espaço e sofrer influência do tempo. Trabalhamos com esses dois conceitos, mas a verdade é que não possuímos uma teoria estabelecida que explique o que é espaço e tempo. Por um lado, temos o debate questionando se são conceitos relativos ou absolutos. Por outro, se são conceitos emergentes ou fundamentais. A questão é muito mais do que somente acadêmica no ponto em saber representar o espaço-tempo. A questão vai ao âmago do conceito de universo, pois tem implicações na cosmologia, filosofia e até no entendimento da complexidade da vida que existe no universo. Sendo assim, trata-se de uma questão da maior importância para um entendimento mais fundamental do universo e da nossa própria existência como seres vivos.

4.1 A Geometria

O espaço parece ser o palco onde tudo ocorre. Todos objetos, nós mesmos também, existem no espaço e mudam com o tempo. Shrödinger comentou sobre o trabalho do filósofo Immanuel Kant:

> "Kant... termed space and time, as he knew them, the forms of our mental intuition - space being the form of external, time that of in ternal, intuition."

Através da experiência sensória, acreditamos que o espaço é algo bem definido, mesmo sendo algo abstrato. Já o tempo, só podemos senti-lo através de sua passagem em nossa mente. Não podemos ver nem tocar o tempo. Assim, parece que o espaço é abstraído da experiência externa, e o tempo da experiência interna. Uma diferença óbvia é que o espaço parece ser controlável, enquanto o tempo não. Nos movimentamos em todas as direções visíveis do espaço, mas o tempo parece seguir uma única direção, rumo ao futuro.[1]

A ideia de espaço surgiu com a geometria. A geometria surgiu principalmente com a civilização egípcia. Ela foi o resultado da necessidade humana em medir espaço. Posteriormente, a geometria foi desenvolvida pelos gregos. Cerca de 300 BC, o conhecimento matemático foi organizado e estabelecido por Euclid, que, com a obra *"elements"*, axiomatizou a geometria e enunciou teoremas como consequências. Muito depois, René Descartes $(1596 - 1650)$ inventou o método de coordenadas para representar os pontos no espaço, inserindo, assim, o poder da álgebra em problemas geométricos. Posteriormente, surge a geometria não-euclidiana desenvolvida por Carl Friedrich Gauss $(1777 - 1855)$, Nikolai Ivanovich Lobachevsky $(1792 - 1856)$ e János Bolyai $(1802 - 1860)$. O outro grande passo foi dado por Bernhard Riemann $(1826 - 1866)$, que criou a geometria diferencial. A ideia básica de Riemann foi determinar uma geometria a partir de uma quantia invariante relacionada com a chamada métrica do espaço. A partir daí, os conceitos de tensores, conexão, curvatura, etc, foram desenvolvidos. Assim, Riemann estendeu o estudo sobre espaços de dimensão qualquer.

Em 1918, Hermann Weyl $(1885 - 1955)$ sugeriu a extensão de geometria riemanniana para o espaço-tempo, envolvendo o chamado "gauge principle" (invariância de calibre), que unificaria gravitação com eletromagnetismo clássico. Anos depois, Theodore Kaluza $(1885 - 1954)$ em 1921 e Oskar Klein $(1894 - 1977)$ em 1926 desenvolveram, independentemente, uma outra forma de unificar forças aumentando o número de dimensões espaciais, quatro espaciais e uma temporal. Klein argumentou que a dimensão extra estava "curled up" em um pequeno círculo de raio da ordem do comprimento de Plank $l_P = \sqrt{Gh/c^3} \sim 10^{-35}m$. Ele também sugeriu que a quantização da carga do elétrico estivesse relacionada com uma característica topológica tal qual a dimensão "curled up". As ideias dele não tiveram sucesso naquela época, porém eles se tornaram importantes em uma forma modificada e estendida no contexto da teoria de cordas.

[1]É importante destacar que as definições de passado, presente e futuro não são bem claras, pois não sabemos o que, de fato, é o tempo.

4.2 Visão Absoluta e Visão relacional

Como mencionado no capítulo anterior, Newton defendeu o espaço e o tempo absoluto. Até porque, para ele, não havia problema de algo absoluto que representaria a própria ação de Deus. Para Newton, acelerações são referentes ao espaço absoluto, e referenciais acelerados podem sentir que estão em movimento. A experiência do balde de Newton foi um dos argumentos que ele utilizou para defender o movimento em um espaço absoluto. Newton foi esperto e extremamente prático na matemática, pois uma visão absoluta torna as equações bem mais simples, porém o preço é acreditar em um um observador externo ao universo, algo que lembra um Deus. O filósofo inglês George Berkeley $(1685 - 1753)$ foi um dos crítico do espaço absoluto. O Leibnitz $(1646 - 1716)$ criou a visão relacional e combateu a visão newtoniana: *"I hold space to be something purely relative as time is"*. Mais tarde, o filósofo Ernst Mach $(1838-1916)$ retomou as críticas à visão newtoniana de espaço, tempo e da própria mecânica. Segundo Mach, era preciso livrar a física daquilo que não pode ser medido, e espaço e tempo absolutos nunca foram medidos. A ideia de Mach possui diversas adaptações, porém uma delas é o fato de não considerar a massa uma propriedade intrínseca de um corpo, mas uma quantidade dinâmica que é influenciada também pelo ambiente. Para Mach, não existe espaço absoluto, portanto acelerações não são absolutas.

A visão absoluta newtoniana sobreviveu muito bem por dois séculos, já que simplificou e facilitou muito o cálculo do movimento dos corpos. Porém, Einstein, inspirado em Mach, mudou a ordem absoluta para uma primeira teoria matemática com uma ordem relacional em 1915, desfazendo a visão absoluta de espaço e tempo. Na relatividade geral, espaço e tempo não são apenas o palco onde tudo ocorre, mas são também participantes ativos do processo. Nas palavras de Einstein: *"It is contrary to the mode of thinking in science to conceive of a thing... which acts itself, but which cannot be acted upon"*. A geometria se torna algo dinâmico. O físico John Archibald Wheeler $(1907 - 2008)$ explicou assim: *"Space-time tells matter how to move, matter tells space-time how to curve"*. Einstein incorporou a ideia de Mach de que a inércia depende da interação de um corpo com o restante do universo; a inércia não mais seria algo unicamente intrínseco.

A relatividade geral possibilitou também o estudo da cosmologia, que é o estudo do universo como um todo [2]. O estudo dos buracos negros foi também desenvolvido e nos trouxe paradoxos fundamentais na física. Uma outra teoria gravitacional baseada na visão

[2] A cosmologia não estuda tudo, não é uma teoria de tudo, porque ela possui uma escala espacial determinada ($\sim 10^6 anosluz$) que despreza todo o restante menor. Uma teoria que trabalhe com tudo poderia ser chamada, talvez, de Totology; do Latim: "totos" = tudo.

relacional do princípio de Mach foi desenvolvida por Brans-Dicke (1961) como alternativa para a relatividade geral.

Já na termodinâmica, existia uma pequena noção de dependência relacional no ambiente. Por exemplo, a chamada energia livre de Helmholtz F é a energia disponível, de fato, em um processo isotérmico, não a energia interna U. Essa energia é dada por $F = U - TS$, então tomada uma variação: $\delta F = \delta U - T\delta S$. Porém, o termo $T\delta S$ é o calor transferido pelo ambiente, "heat bath". Assim, a função F não é propriedade intrínseca do sistema, mas depende do ambiente interagente.

Na mecânica quântica, também temos as propriedades que não são intrínsecas, mas estão inseparavelmente relacionadas com o aparato de medição. Nesse ponto, parece que a mecânica quântica carece de uma visão relacional, já que sua formulação é baseada em um espaço e tempo absolutos. Na verdade, já existem teóricos trabalhando em versões relacionais para a mecânica quântica [3].

4.3 Intuição Humana

De acordo com o filósofo Immanuel Kant, as asserções sobre o universo podem ser de dois tipos: analíticas ou sintéticas. As analíticas são verdadeiras simplesmente por causa da definição das palavras. As sintéticas possuem verdade que não pode ser descoberta pela análise das definições das palavras envolvidas. Acrescentou também as asserções a priori e a posteriori. A priori são asserções verdadeiras sem necessidade de recorrermos a observações. A posteriori são asserções que requerem observação para demonstrar veracidade. Para Kant, o espaço e o tempo são conceitos a priori, não são derivados da experiência. Ele achava que essas ideias estavam em nossas mentes mesmo antes de termos contato e experiencia com a natureza.

A resposta veio da biologia evolutiva, Konrad Lorentz $(1903 - 1989)$ e Max Delbrück $(1906-1981)$. A ideia básica é que as espécies evoluem biologicamente ao longo de grandes períodos de tempo através da seleção natural. Elas adquirem as capacidades mais úteis à sobrevivência. Entre essas, está a capacidade de perceber determinadas escalas de tempo e espaço. Essas habilidades são adquiridas ao longo dos anos com a experiência. Se parecem a priori para nós, é porque já somos uma espécie fruto da seleção natural.

A intuição que temos sobre espaço e tempo não é adquirida logo que nascemos, mas na experiência da infância através da percepção sensitiva. O que a evolução biológica nos

[3] Carlo Rovelli é um dos cientistas que trabalham atualmente com mecânica quântica relacional.

fornece não é o *conhecimento* prévio sobre as características da natureza que nos cerca, mas a *capacidade* de aprender sobre isso. Jean Piaget (1896 − 1980) fez um extenso estudo sobre o aprendizado na infância referente a noções de espaço e tempo, explicando como o processo ocorre. Não temos memórias desse processo que ocorre durante a infância, então somos levados a acreditar que possuímos um conhecimento intuitivo da natureza.

> "... there can be little doubt that our spatial concepts develop in childhood by way of an adaption to the world in which we live... the cognitive capacity that permits man to analyze space in geometric terms must, to a large extent, be evolutionarily derived" (Delbrück)

No apêndice de um livro [9], David Bohm (1917 − 1992) descreve como o humano gradualmente constroi o conceito de espaço e tempo fora de si mesmo e o papel da memória na construção da noção de passado, presente e futuro. Apenas na idade dos 10 anos, ou mais, a criança desenvolve a capacidade de perceber espaço e tempo universais. Assim, constatamos que nosso conhecimento intuitivo é limitado pelo que vivenciamos e não adquirido de forma inata. Portanto, a intuição pode servir de mero guia em nossos conceitos de espaço e tempo, porém precisamos de mais que intuição. A matemática é uma ajuda, mas não deve ser também somente ela.

4.4 Espaço e Tempo na Mecânica Quântica

Na versão inicial da mecânica quântica (1925 − 1927), espaço e tempo eram newtonianos, não relativísticos. Em 1928, Paul Dirac fez uma descrição do elétron combinando mecânica quântica com relatividade espacial e formulou a chamada equação de Dirac. A partir daí, entre 1930 e 1970, desenvolveu-se a teoria quântica de campos, na qual o espaço-tempo é tratado como na relatividade espacial, sendo palco para os fenômenos. A teoria da força forte e da força fraca também são dessa forma.

Em 1956, Tsung-Dao Lee e Yang descobriram que em processos de interação fraca, tais quais o decaimento radioativo, reflexão espacial ou simetria de paridade não é uma simetria válida. Isto é, a natureza faz distinção entre destro e canhoto em um nível fundamental. Analogamente para o tempo, existe a reflexão temporal ou simetria de reversão temporal. Porém, a noção de que o tempo segue apenas uma direção nos dá uma seta do tempo. As leis que governam a maioria das evoluções temporais, tanto clássicas quanto quânticas, são, em nível fundamental, quase sempre invariante sob reversão temporal. Ou seja, mantém-se invariante quando o sinal do tempo é trocado. A pergunta interessante é entender como a reversibilidade microscópica está relacionada com a irreversibilidade macroscópica. E a resposta está fortemente ligada com a natureza estatística da segunda lei da termodinâmica, que comentamos no capítulo sobre informação e entropia. Uma resposta final em bases de mecânica quântica ainda não é conhecida. Na verdade, esse é um assunto muito fundamental e atual. Desafia os fundamentos da mecânica quântica, desde a sua própria interpretação.

Em 1964, foi descoberta a violação CP, carga paridade, no decaimento de partículas elementares, e rendeu prêmio nobel para James W Cronin (1931) e Val L Fitch (1923) em 1980. Em um teoria quântica de campos usual, local, no sentido de que interações entre campos ocorrem no mesmo ponto do espaço-tempo, e invariante de Lorentz, vale a simetria CPT, uma simetria fundamental nas leis da física sobre transformações simultâneas de conjugação de carga (C), reflexão de paridade (P) e reversão temporal (T). O **teorema CPT** garante a validade da simetria CPT. Para preservar a simetria CPT, uma violação em CP implica em uma violação em T [4] [10]. Uma consequência da violação da reversão temporal é, por exemplo, a existência de um momento de dipolo elétrico no elétron, além do já conhecido momento de dipolo magnético intrínseco relacionado com o spin. Resultados experimentais atuais [11] indicaram um limite superior para o valor desse bem pequeno momento de dipolo elétrico intrínseco do elétron. Essas violações de P e T indicam que interação de partículas elementares possui uma assimetria na natureza do espaço-tempo. Essas assimetrias possuem implicações em cosmologia. Portanto, essas questões de teoria quântica de campos estão intimamente ligadas com as questões fundamentais de espaço e tempo também.

4.5 Noções de Tempo

A natureza do tempo é uma questão profunda que há tempos desafia toda a humanidade. Inúmeros pensadores, filósofos, físicos pensaram e ainda pensam sobre a natureza do tempo. Dos Upanishads da Índia e pensadores ocidentais, até os cientistas atuais, ponderamos o mistério do tempo. Shakespeare descreveu o tempo como: *"the king of men, he's both their parent, and he is their grave"*. O intervalo de tempo [5] é medido através de mudanças. A história do surgimento de medidas de tempo é tão antiga quanto a humanidade, já que o sol decerto foi o primeiro medidor de tempo para o Homem.

[4] Um paper recente indica uma direta violação de T em um sistema de méson B.

[5] Para maior exatidão, defendo que não devemos confundir intervalo de tempo com tempo, pois o último deve ser mais fundamental que o primeiro.

Para medir (intervalo de) tempo, basta um processo periódico; a revolução da Terra em torno do sol é um exemplo. Ao longo do tempo, os chamados relógios se desenvolveram, mas foi com o relógio de pêndulo de Christiaan Huygens $(1629 - 1695)$ que a medida de tempo ficou muito mais precisa. Atualmente, a necessidade de exatidão na medida de tempo levou a modernos relógios atômicos baseados em oscilações dentro do átomo, que possuem precisão da ordem de 1 segundo em 3 milhões de anos.

O tempo é homogêneo no sentido em que caminha incessantemente, não é óbvio falar em início e fim do tempo. O tempo psicológico, que experimentamos, não é homogêneo, já que percebemos intervalos de tempo de forma diferente de acordo com o que nos agrada ou não, por exemplo. O tempo parece ser uma ideia intuitiva, pois vivenciamos a sua passagem. Até mesmo a informação, quantidade física discutida no primeiro capítulo, gasta tempo para ser transmitida, já que há um limite máximo da velocidade da luz. Porém, precisamos reconhecer que não entendemos nem mesmo o que é passado, presente e futuro. Se imaginamos um início para o tempo, podemos concluir que o tempo não é fundamental [6], mas emergente, já que existe algo antes do tempo, portanto mais fundamental que o tempo. As leis da física são eternas? Ou podem mudar no tempo? Esse é um outro questionamento muito importante.

Na relatividade especial, parece que o tempo é tomado com igualdade em relação ao espaço. As transformações de Lorentz mostram uma simetria entre espaço e tempo.

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2}} \tag{4.1}$$

$$t' = \frac{t - vx}{\sqrt{1 - v^2}} \tag{4.2}$$

Entretanto, na expressão da métrica que define as propriedades de uma uma superfície no espaço-tempo, há um sinal trocado no intervalo temporal [7] que gera uma geometria Lorentziana, hiperbólica:

$$d\tau^2 = dx^2 - dt^2 \tag{4.3}$$

Em problemas de relatividade especial, precisamos utilizar três tipos de argumentos para resolução dos problemas: A dilatação temporal, a contração espacial e o chamado "leading clocks lag" (atraso do relógio). O análogo da contração espacial para o tempo é a dilatação temporal, porém o tempo possui um argumento amais, que é justamente o terceiro mencionado acima. Os três argumentos partem das equações de Lorentz. Embora

[6] Julian Barbour, por exemplo, defende que o tempo é uma ilusão e cada momento é fixo.

[7] O sinal negativo pode vir no tempo ou no espaço. Feita a convenção, o tempo próprio é um invariante.

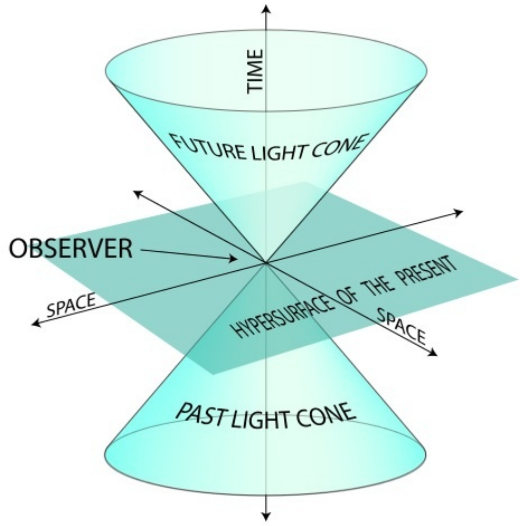


Figura 20: O cone de luz para um observador que está no centro

a matemática da transformação seja completamente simétrica, entendo que, contrário ao que comumente escutamos, o fato de o tempo possuir um argumento a mais que o espaço é uma indicação de que o espaço e o tempo não são perfeitamente equivalentes nem mesmo na relatividade. O próprio sinal contrário na métrica parece indicar isso. Além disso, a maneira que medimos espaço não é a mesma maneira que medimos posição em nível de instrumento; uma régua não parece ser equivalente a um relógio.

Essas transformações conduzem à noção do "block-universe" [8], ou eternismo, uma ideia que retira a importância do presente, a realidade do presente, concluindo que, caso o presente seja real, também o é passado e futuro. Dessa forma, o que é real é a história completa do universo como um todo. Assim, o "block-universe" propõe uma física fora do tempo, com leis eternas, onde não há distinção entre passado, presente e futuro. Por isso, muitos acreditam que o tempo é uma ilusão, isto é, emergente e não fundamental, pois ele está inserido em uma física eterna. Os próprios modelos mais comuns do universo baseados nas equações da relatividade geral, FRWL (Friedmann,Robertson,Walker,Lemaître) por exemplo, pressupõe um início para o tempo, o inicio do universo, embora já existam modelos cíclicos [9] em que o tempo não possui início. A ideia de "block-universe" parece ser prejudicial por retirar o papel do tempo na geração de novidade e inserir em um contexto determinístico ideal onde o tempo não possui efeito sobre o que ocorre no universo, mas apenas acompanha a ação de leis imutáveis. Uma crítica do filósofo Randolph Lucas:

[8] Até mesmo na relatividade geral, essa ideia sobrevive. Na verdade, essa ideia é um resultado impulsionado pelo próprio movimento iniciado por Descartes em tratar tempo e espaço em um diagrama, como se o espaço fosse uma outra dimensão espacial.

[9] O modelo cosmológico cíclico conforme CCC de Roger Penrose é um exemplo. O modelo CCC viola a conservação da informação no buraco negro.

> "The block-universe gives a deeply inadequate view of time. It fails to account for the passage of time, the pre-eminence of the present, the directedness of time and the difference between the future and the past"

O espaço permite nos movermos em qualquer direção, mas o tempo parece seguir uma única direção, rumo ao futuro. Apenas através da nossa memória, podemos recordar o passado. Essa seta do tempo é, geralmente, associada com as condições iniciais do universo, uma questão cosmológica. Outro problema na reversão temporal é a relação entre causa e efeito. Em física, há a relação de causalidade onde a causa precede o efeito. A palavra "procede" está intimamente ligada com a passagem do tempo, portanto é óbvio que reverter a seta do tempo traria questões da causalidade na física. O futuro é indeterminado, mas cabe o questionamento se ele já está determinado deterministicamente, sem chance para um papel fundamental do tempo, ou o futuro é indeterminado, e o tempo possui papel decisivo na formação desse futuro.

O que significa algo não ser afetado pelo tempo? Existe esse algo ou apenas não conseguimos imaginar? A matemática parece viver fora do tempo, ideal e eterna, mas será mesmo? Questão ainda sem resposta, mas que repousa sobre o entendimento da realidade, algo reservado comumente para a filosofia, porém que a física não deve estar totalmente alheia ao questionamento. Se o tempo for fundamental, nada deve transcendê-lo, nem mesmo as leis da física. Como Paul Dirac colocou: *"At the beginning of time the laws of Nature were probably very different from what they are now. Thus, we should consider the laws of Nature as continually changing with the epoch, instead of as holding uniformly throughout space-time"*. E John Archibald Wheeler também: *"There is no law escept the law that there is no law"*. Em um de seus livros [12], Lee Smolin propõe a teoria da seleção natural cosmológica, onde universos se reproduzem através da formação de "baby universes" dentro de buracos negros. Cada vez que isso ocorresse, as leis da física seriam levemente alteradas; as leis fariam o papel dos genes na biologia.

No livro mais recente do Lee Smolin [18], ele propõe que o tempo é real e fundamental. Talvez o tempo possua dois aspectos: Um relacionado com a noção usual de medição em relógio, algo que surgiu com um provável Big Bang e outro relacionado com o que ocorreu antes do Big Bang. O primeiro poderia ser emergente, mas o último realmente deve ser fundamental. Não que sejam aspectos distintos em essência, mas que se mostram diferentes por causa que o primeiro está condicionado a um início com o Big Bang e o segundo, mais geral, não.

4.6 Buracos Negros

Em relatividade geral, a geometria do espaço-tempo não é euclidiano, possui curvatura intrínseca, e o conceito de retas é expandido para as geodésicas, que são as equivalentes retas em um espaço curvo. É conhecido que objetos massivos defletem a luz. O buraco negro é um objeto super massivo que pode ser formado por um colapso de uma estrela massiva, por exemplo. O ponto é que nada pode escapar do horizonte de um buraco negro, pois a velocidade de escape ultrapassaria a velocidade da luz. Trata-se de um uma região do espaço-tempo que em seu centro possui uma singularidade, onde a curvatura do espaço-tempo diverge. Em 1965, assumindo a validade da relatividade geral, Roger Penrose provou que, com a formação de um horizonte de eventos, a formação de singularidades é inevitável; as singularidades são consequências da relatividade geral [10]. Ele é negro no sentido de que a luz não escapa dele. É buraco no sentido de que todos objetos próximos são atraídos para seu interior. O horizonte é a região que não permite retorno. O nome "black hole" foi dado pelo John Wheeler em 1967. Portanto, um buraco negro é consequência necessária de dois fatos. Primeiro, a existência da gravidade como universal e atrativa. Segundo, o fato do limite máximo da velocidade da luz.

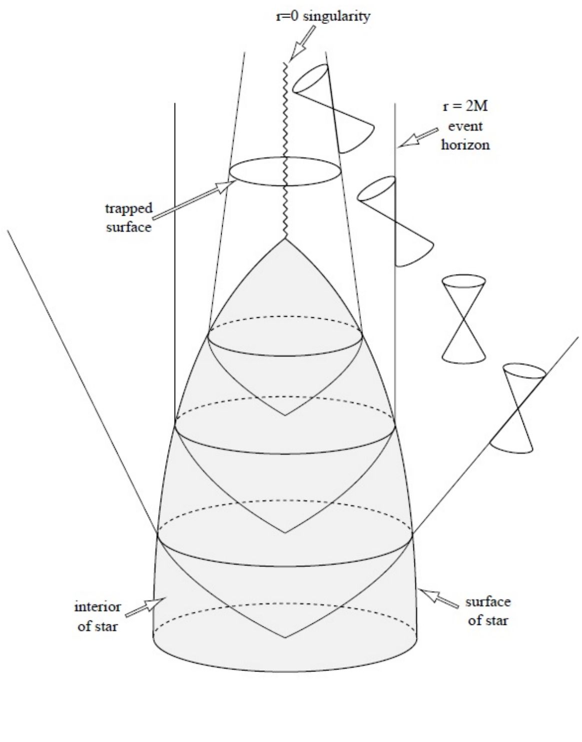


Figura 21: A formação de um buraco negro devido ao colapso de uma estrela [22].

Na mecânica newtoniana, há o conceito de velocidade de escape para um planeta, por

[10]Na singularidade, as teorias físicas não valem; mecânica quântica e relatividade geral perdem a validade. Uma teoria de gravitação quântica é necessária para realmente analisar o que é uma singularidade.

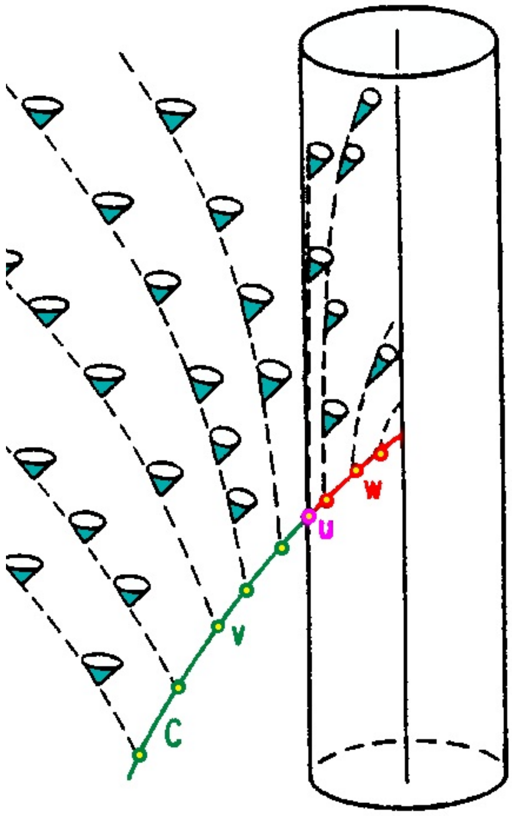


Figura 22: O horizonte de eventos de um buraco negro não permite que um cone de luz dentro do horizonte escape.

exemplo. Essa velocidade depende do tamanho e da massa do planeta. A velocidade de escape é facilmente calculada e é dada por

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

Onde R é o raio do planeta e M é a massa.

O teorema, ou conjectura, "no-hair" postula que, após se estabilizar, um buraco negro possui apenas três propriedades físicas independentes: massa, carga e momento angular. Para um buraco negro sem carga e que não rotaciona, o teorema implica em caracterizar completamente o buraco negro apenas pela sua massa, um único parâmetro. O conceito de raio de Schwarzschild representa a habilidade da massa em causar curvatura no espaço-tempo. É o raio de uma esfera tal que, se toda a massa do objeto fosse comprimida dentro da esfera, a velocidade de escape da superfície da esfera seja a velocidade da luz.

O raio de Schwarzschild para um buraco negro desse tipo é dado por [11]:

$$R = \frac{2MG}{c^2} \tag{4.4}$$

Suponha que, partindo de um bem pequeno buraco negro, jogamos fótons de um comprimento de onda suficientemente grande para aumentar a massa do buraco negro inicial. Para uma radiação de pequeno comprimento de onda comparado com o raio de Schwarzschild, o buraco negro é um completo absorvedor. Nesse caso, cada fóton lançado acrescenta mais de 1 bit de informação porque requer mais informação para especificar a posição em que fóton foi gravado no buraco negro. A informação é dada pelo número bits que precisamos perguntar ao sistema, com perguntas de sim/não [12], para conhecer o estado em que ele se encontra. Para comprimentos de onda maiores que o raio de Schwarzschild, o buraco negro se comporta com um refletor perfeito. Portanto, tomando um comprimento de onda da ordem do raio de Schwarzschild, garantimos que adicionamos apenas 1 bit de informação, que é referente à pergunta se o fóton entrou no buraco ou não, sem necessitar especificar o local onde o fóton entrou no buraco negro. Um fóton com grande comprimento de onda é deslocalizado, com posição incerta, e, portanto, adiciona menos informação. Assim, aumentamos um buraco negro de 1 em 1 bit. Portanto,

$$\lambda = R_S$$

A energia associada do buraco negro aumenta de acordo com a energia do fóton absorvido.

$$E_\lambda \sim \frac{\hbar c}{\lambda}$$

Para fótons com comprimento de onda a ordem do raio de Schwarzschild:

$$E_\lambda \sim \frac{\hbar c}{R_S}$$

Já que energia e massa estão relacionadas por $E = mc^2$, a variação de massa é relacionada com a mesma variação de energia. Portanto:

$$\delta M = \frac{\hbar c}{R_S c^2}$$

Assim, para 1 bit de informação, a massa do buraco negro aumenta de

$$\delta M = \frac{\hbar}{R_S c} \tag{4.5}$$

[11]A derivação rigorosa é através da relatividade geral, mas utilizando a fórmula newtoniana anterior, da velocidade de escape, obtém-se o mesmo resultado para o raio.

[12]O motivo é claro devido à ideia de entropia de Shannon, sendo algo binário.

Já o raio do buraco negro pode ser calculado [13] a partir da (4.4):

$$M = \frac{c^2 R_S}{2G} \rightarrow M \sim \frac{c^2 R_S}{G}$$

Assim,

$$\delta R_S = \frac{G\hbar}{c^2 R_S c} \tag{4.6}$$

Quer dizer, quanto maior o raio, menor a variação do raio.
Agora para a área,

$$R_S \delta R_S = \frac{G\hbar}{c^3} = \delta(R_S^2)$$

Que é a variação da área, a menos de constante multiplicativa

$$\delta A = \frac{G\hbar}{c^3} \tag{4.7}$$

Trata-se da variação da área do buraco negro com o aumento de 1 bit de informação. O ponto interessante é que essa variação de área não depende de nenhum parâmetro do buraco negro, mas apenas constantes fundamentais. Já que a fórmula acima é para 1 bit de informação, perguntamos agora qual é a variação para S bits de informação; Já vimos anteriormente que a entropia é informação. Entropia é informação oculta. Portanto,

$$A = \frac{G\hbar}{c^3} S \tag{4.8}$$

Que é a área total do buraco negro formado a partir do pequeno buraco negro adicionado de fótons conforme explicado acima.
Podemos inverter a relação e fazer a descoberta de que o buraco negro possui uma entropia associada.

$$S \approx \frac{c^3 A}{G\hbar} \tag{4.9}$$

Lembrando que a constante de Boltzmann k faz a relação entre informação e entropia. A expressão exata, considerando também os fatores numéricos, é dada pela fórmula de Bekenstein (1972) [13]:

$$S = \frac{c^3 k A}{4G\hbar} \tag{4.10}$$

Em unidades de comprimento de Plank, a relação é simplesmente $S = \frac{A}{4}$. No limite clássico, $\hbar \rightarrow 0$, a entropia tende a infinito. A observação é que a constante de Plank aparece no denominador, não no numerador. Portanto, não é a mecânica quântica que dá entropia ao buraco negro, mas é a mecânica quântica que impede a entropia de ser infinita. A entropia do buraco negro é tão alta porque ele tem uma enorme capacidade

[13] Não estamos preocupados com os fatores multiplicativos constantes.

de armazenar informação, isto é, muita informação oculta pode ser armazenada em um buraco negro. Para a mecânica clássica, essa capacidade é infinita, porém, a mecânica quântica torna essa quantia finita. Poderíamos esperar que um buraco negro realmente tivesse uma entropia associada, pois, caso contrário, seria facilmente possível violar a segunda lei da termodinâmica apenas jogando massa dentro de um buraco negro. A segunda lei da termodinâmica sobrevive porque o aumento da entropia do buraco negro mais que compensa o decréscimo de entropia por conta de um objeto lançado dentro do buraco negro. Já que um observador externo não pode dizer de que o buraco negro é formado, é razoável definir entropia para o buraco negro, isto é, associar ignorância.

Para um buraco negro geral, vale a seguinte relação chamada primeira lei mecânica do buraco negro:

$$\delta E = \frac{\kappa}{8\pi}\delta A + \Omega\delta J + \Phi\delta Q \tag{4.11}$$

Que é relacionada com a primeira lei da termodinâmica

$$\delta E = T\delta S + P\delta V$$

com $+P\delta V$ sendo o trabalho externo sobre o sistema.
O segundo e terceiro termos da (4.11) representam o trabalho externo, atribuindo Φ com o potencial elétrico e Ω a velocidade angular no horizonte. Assim, parece confirmar o teorema de Hawking [14] de que a área é análoga da entropia. Sendo assim, se dois buracos negros colidem e se juntam, a área do buraco negro resultante será, em geral, maior que a soma das áreas individuais; resultado coerente com a segunda lei da termodinâmica. Isto é,

$$\delta A \geq 0 \tag{4.12}$$

$$\delta S \geq 0 \tag{4.13}$$

Dessa forma, a quantia análoga à temperatura é chamada gravidade superficial κ, que é uma medida do campo gravitacional no horizonte de eventos. Estendeu-se até a lei zero da termodinâmica para o buraco negro

κ é constante sobre o horizonte de eventos de um buraco negro independente do tempo.

T é constante para um sistema em equilíbrio térmico.

Em 1975, Hawking propõe que buracos negros emitem uma radiação térmica que faz com que a segunda lei da termodinâmica continue valendo. Assim, esse efeito quântico quebra a ideia clássica de que o buraco negro apenas absorve tudo e não emite nada. Hawking defendeu que o buraco negro evaporaria e a informação que lá ficava seria realmente perdida e não seria resgatada de forma alguma.

Já agora, podemos derivar a expressão para a temperatura do buraco negro. Já que

$$\frac{1}{T} = \left(\frac{\partial S}{\partial E}\right)_{J,Q}$$

Para 1 bit de variação de entropia

$$\frac{\hbar c}{R_S} \sim T \times 1$$

Substituindo os valores e considerando todos os fatores envolvidos, a expressão fica

$$T = \frac{\hbar c^3}{8\pi M G k} \tag{4.14}$$

Dessa vez, $\hbar$ aparece no numerador, sugerindo um efeito quântico. Outra observação é que a temperatura é inversamente proporcional à energia (massa), algo que ocorre com as estrelas, por exemplo, isto é, a temperatura aumenta com o decréscimo de energia.

Um observador externo que observa um objeto caindo em um buraco negro não vê o objeto além do horizonte. Para ele, a informação fica toda na superfície do buraco negro e, portanto, justifica o fato de a entropia estar associada com a área, não o volume. Essa ideia levou ao conceito de armazenamento de informação em buracos negros. A máxima quantidade de informação que pode ser armazenada em um volume é a máxima quantidade que é comportada na superfície do maior buraco negro dentro desse volume. A partir desse limite de armazenagem de informação, chamado "entropy bound", surge o chamado princípio holográfico, que afirma esse limite como não sendo apenas uma coincidência, mas algo bem fundamental. O princípio holográfico implica que o número de graus de liberdade fundamentais é relacionado com áreas de superfícies no espaço-tempo, diferentemente das teoria quântica de campos, onde o conteúdo de informação cresce com o volume.

Toda discussão sobre buracos negros é bastante facilitada através do chamado diagrama conforme ou diagrama de Penrose. Tratam-se de diagramas que representam manifestavelmente a estrutura causal do espaço-tempo. Eles "compatificam" a geometria de tal forma que possa ser representada totalmente em um plano finito. Há vários infinitos no diagrama de Penrose. Os infinitos temporais $t = \pm\infty$, infinito espacial $r = \infty$, e $Y^{\pm}$, que são infinitos de tipo-luz do passado e do futuro; fazem 45° com a vertical. O eixo vertical $r = 0$ representa o centro de simetria. $Y^{\pm}$ são onde os sinais luminosos iniciam e terminam. O diagrama para, por exemplo, o espaço de Minkowski pode ser todo resumido em um triângulo.

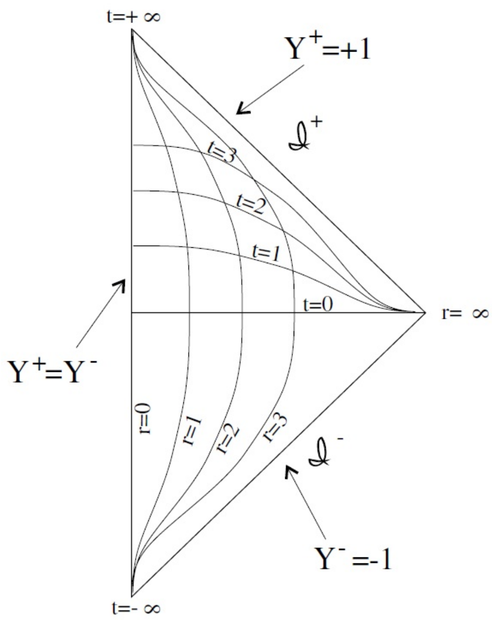


Figura 23: Diagrama de Penrose para o espaço de Minkowski. Através de uma transformação conforme, limita todo o espaço infinito a um triângulo [19].

O diagrama para um buraco negro formado por um colapso de matéria também pode ser visto na figura. No caso do espaço de Minkowski, todo ponto está no passado do infinito Y^{+}. Isto significa que não há buraco negro e nem horizonte de eventos. Já no diagrama do colapso de um corpo esférico, um dos vértices do triângulo parece ser cortado e substituído por uma fronteira horizontal. Observe que nem todos os pontos estão no passado da linha Y^{+}, isto é, existe um buraco negro. O horizonte de eventos é a reta diagonal que desce da extrema direita da linha de singularidade e encontra a reta vertical do centro de simetria. Esses pontos estão além do horizonte e já não mais podem de lá sair, pois o ângulo máximo permitido é 45° com a vertical. A reta horizontal no topo representa a singularidade do buraco negro, resultado previsto pelo teorema de Hawking-Penrose sobre singularidades.

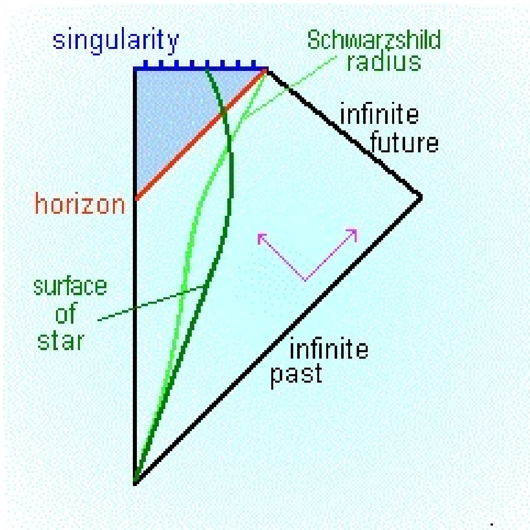


Figura 24: Diagrama de Penrose para um buraco negro formado por colapso. O horizonte de eventos é representado por uma linha diagonal de 45 graus.

4.7 Forças Entrópicas

As similaridades entre a termodinâmica e a física de buraco negros abrem espaço para a questão se poderia a gravidade ser derivada da termodinâmica, isto é, uma força entrópica. Recentemente, Erik Verlinde [15] propôs que a gravidade seria uma força entrópica, a partir de argumentos baseados no princípio holográfico. A gravidade seria emergente de uma mudança da quantidade de informação associada com as posições dos corpos. Caso verdadeira, essa ideia teria profundas consequências na emergência do próprio espaço-tempo. Sendo assim, devemos investigar o que seria uma força entrópica [14], pois, caso a ideia seja verdadeira, seria um possível caminho em direção à unificação da gravidade com a quântica.

Em termodinâmica, a chamada energia livre de Helmholtz F é obtida através de uma transformação de Legendre na energia interna U tal que $F(T, V, N) = U - TS$. Assim,

$$dF = dU - TdS - SdT$$

. Substituindo dU

$$dF = TdS - PdV + \mu dN - TdS - SdT$$

$$dF = -SdT - PdV + \mu dN \tag{4.15}$$

Para o equilíbrio mecânico em uma situação isotérmica, isto é, onde o sistema interage

[14]Um exemplo de força entrópica é a chamada “depletion force” em partículas coloidais que foi estudada por dois físicos japoneses, Asakura e Oosawa.

termicamente com o "heat bath" a uma temperatura T constante, a energia livre de Helmholtz é minimizada, pois as pressões se equilibram. Da relação anterior, tira-se a expressão para o cálculo da pressão

$$P = -\left(\frac{\partial F}{\partial V}\right)_{N,T} \tag{4.16}$$

A minimização da energia livre é, então, uma competição entre a minimização da energia livre U e a maximização de entropia S. Em um caso extremo, o sistema tende puramente ao máximo de entropia quando a energia interna não tem papel atuante, isto é, não possui efeito.

Uma força entrópica é uma força macroscópica que se origina em um sistema pela tendência do aumento de entropia e é independente dos detalhes microscópicos. Forças entrópicas possuem um importante papel na formação de sistemas ordenados complexos.

Um exemplo clássico é o polímero, formado de inúmeros monômeros de mesmo comprimento que se arranjam em diferentes direções. Cada uma das possíveis configurações possui a mesma energia, então, como dito acima, a energia livre não tem efeito relevante em termos de minimização da energia livre. O sistema busca, portanto, a maximização de sua entropia. No caso de um polímero imerso em um "heat bath", temperatura constante, o sistema se encontra em uma configuração que maximiza a entropia. Quando o polímero está esticado, diminuem-se as possíveis configurações de máxima entropia. Assim, após um esticamento no polímero, ele tenderá ao relaxamento para poder assim manter a entropia máxima. Para simplificar, mantém-se um dos lados do polímero fixo e aplica uma força externa f ao outro lado ao longo da direção x. A entropia é dado pela fórmula de Boltzmann, conforme já explicado anteriormente

$$S = k \log P(\epsilon)$$

Onde $P(\epsilon)$ é a probabilidade de que o sistema coloidal tenha energia ϵ, com a consideração de que todos os microestados são igualmente prováveis; equilíbrio térmico. O numerador representa o número de microestados do sistema total tal que a energia do sistema coloidal sejaϵ

$$P(\epsilon) = \frac{\Omega'(E')\Omega(\epsilon)}{\Omega_{Tot}\left(E_{Tot}\right)} \tag{4.17}$$

Com $E_{Tot} = E' + \epsilon$, Porém a energia do "heat bath" E' é bem maior que a energia do polímero ϵ, $E_{Tot} \ggg \epsilon$. Então, o efeito predominante é do ambiente, e simplificamos

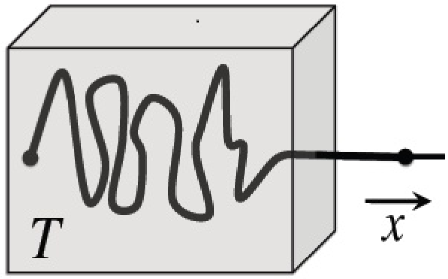


Figura 25: O polímero em um heat bath de temperatura T recebendo uma força externa que o estica [15].

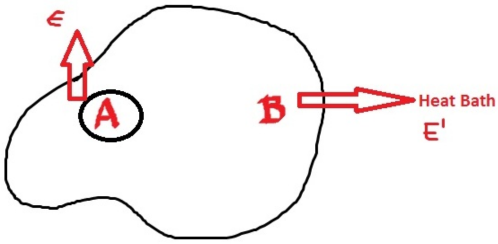


Figura 26: Esquema do ensemble canônico. Um subsistema menor que interage com um sistema muito maior chamado heat bath.

de tal forma que obtemos

$$P(\epsilon) = \frac{\Omega'(E')}{\Omega_{Tot}(E_{Tot})}$$

$$\log P(\epsilon) = \log \Omega'(E_{Tot} - \epsilon) - \log \Omega_{Tot}(E_{Tot})$$

Faz-se uma expansão de Taylor em torno de E_{Tot}

$$= \log \Omega'(E_{Tot}) - \epsilon \left(\frac{\partial \log \Omega'(E')}{\partial E'} \right)_{E'=E_{Tot}} + \ldots - \log \Omega_{Tot}(E_{Tot})$$

$$P(\epsilon) = (cte) \exp^{-\beta\epsilon}$$

Lembrando que

$$\beta = \left(\frac{\partial \log \Omega'(E')}{\partial E'} \right)_{E'=E_{Tot}} = \frac{1}{kT}$$

A partir daí, utiliza-se o vínculo de a soma das probabilidades ser unitária, o que justifica a expressão para a função de partição.

Considerando o x também como uma variável, externa, para a entropia

$$S(\epsilon, x) = k \log \Omega(\epsilon, x) \tag{4.18}$$

A dependência na coordenada x é um efeito puramente configuracional; não há contribuição microscópica para a energia ϵ devido a x.

Recordando que

$$dS = \frac{d\epsilon}{T} + \frac{PdV}{T} - \frac{\mu dN}{T}$$

tiramos

$$\left(\frac{\partial S}{\partial \epsilon}\right) = \frac{1}{T} \tag{4.19}$$

$$\frac{\partial S}{\partial V} = \frac{1}{A}\frac{\partial S}{\partial x} = \frac{P}{T}$$

Portanto,

$$\left(\frac{\partial S}{\partial x}\right) = \frac{f}{T} \tag{4.20}$$

A função de partição canônica é dada por

$$Z(f, T) = \int \exp^{-(\epsilon + fx)/kT} \Omega(\epsilon, x) d\epsilon dx \tag{4.21}$$

A força f externa deve ser igual e contrária à força entrópica, que tenta restaurar o polímero para a posição de equilíbrio. A força entrópica cresce na direção que tende ao aumento de entropia e é proporcional à temperatura. Assim,

$$f_{Pol} = -T\left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)_{\epsilon} = -Tk\left(\frac{\partial \log \Omega}{\partial x}\right) \tag{4.22}$$

Em particular, para o polímero, a força obedece a lei de Hooke. O fato é que uma força entrópica não necessariamente é uma força irreversível. No caso do polímero, desde que a temperatura seja constante, a força é conservativa. O potencial associado com essa força não possui sentido microscópico algum. Permitindo que a força realize trabalho sobre um sistema externo, enquanto o polímero retorna para posição de equilíbrio, a entropia do "heat bath" diminui, mas corresponde ao mesmo aumento da entropia do polímero. Assim, mantém a entropia constante, um processo adiabático. O mesmo valor pode ser obtido também com o ensamble micro-canônico, que toma em conta também a energia do "heat bath" para um $E = E(x)$ e $\Omega(\epsilon + fx, x)$ com a imposição de que a entropia é extremizada

$$\frac{d\Omega(\epsilon + fx, x)}{dx} = 0$$

$$\left(-f\left(\frac{\partial S}{\partial E}\right)_x + \left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)_\epsilon\right)\Omega = 0$$

$$f = -\left(\frac{\partial E}{\partial x}\right)_S \tag{4.23}$$

Quando o polímero é solto para sua posição de equilíbrio, a energia diminui e mantém a entropia constante, isto é, ocorre um processo adiabático. Em resumo, quando a força externa é aplicada no polímero, energia flui de meio externo para polímero e do polímero para o “heat bath”, ou seja, **sistema externo → polímero → “heat bath”**. Já quando o polímero é solto para retornar sua posição de equilíbrio, o trabalho da força entrópica sobre o sistema externo será igual ao decréscimo de energia do “heat bath”, a entropia do polímero aumenta, e a entropia do “heat bath” diminui. Assim, **“heat bath” → polímero → sistema externo**.

A energia interna do polímero é conservada mesma com a aplicação de uma força externa, mas isso só ocorre porque há o elemento indispensável que é o “heat bath”, que permite a existência da força entrópica. A força entrópica é dependente apenas das propriedades do sistema em si e do “heat bath”, mas não do sistema externo. A força entrópica aponta sempre na direção de aumento de entropia. A força entrópica se anula quando a entropia é máxima.

O argumento do Verlinde é basicamente o seguinte. Considere uma pequena tela holográfica, superfície plana, e uma partícula de massa m que se aproxima da superfície do lado em que o espaço-tempo já “emergiu”. Como no caso do buraco negro, a partícula vai adicionar entropia à superfície da tela, pois o filme holográfico irá armazenar informação.

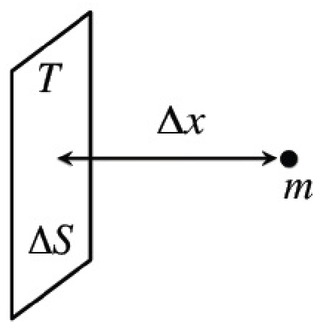


Figura 27: Uma particula de massa m se aproxima da tela holográfica [15].

Considerando o aumento de entropia dado por um bit de informação e adicionando um fator de 2π apenas por conveniência

$$\Delta S = 2\pi k$$

$$\Delta x = \frac{\hbar}{mc}$$

Onde Δx é o deslocamento da partícula próximo à superfície, da ordem do comprimento de onda Compton da partícula. Valendo-se de que, nesse caso, a entropia e a massa são aditivas, destaca-se a dependência de massa na entropia

$$\Delta S = 2\pi k \frac{mc}{\hbar} \Delta x \tag{4.24}$$

Como visto anteriormente, a relação para a força entrópica é

$$f \Delta x = T \Delta S \tag{4.25}$$

De acordo com o efeito Unruh [15], um observador acelerado sente uma temperatura dada por

$$kT = \frac{1}{2\pi} \frac{\hbar a}{c} \tag{4.26}$$

Com a sendo a aceleração. A temperatura é tomada como a associada com bits de informação na superfície. Utilizando as equações anteriores, fica derivada a segunda lei de Newton

$$f = ma \tag{4.27}$$

E fica claro que o fator 2π foi tomado justamente para obter a expressão exata da lei de Newton. A temperatura T na fórmula de Unruh é a requerida para causar uma aceleração a.

Agora, para uma superfície holográfica esférica, considerando que o princípio holográfico seja válido, a quantidade de informação é proporcional à área da superfície, então o número de bits é dado por

$$N = \frac{Ac^3}{G\hbar} \tag{4.28}$$

Assume-se também que a tela possua uma energia total E, que é dividida igualmente entre cada bit de informação armazenado dos N bits e vale a regra da equipartição da energia

$$E = \frac{1}{2} NkT \tag{4.29}$$

[15] De 1976, o efeito é a existência de uma radiação Unruh emitida por um observador acelerado

M é uma massa que emerge na parte interna coberta pela superfície esférica e obedece

$$E = Mc^2 \tag{4.30}$$

Utilizando a equação (4.24) e também que a área é $A = 4\pi R^2$, obtém-se a expressão para a força entrópica que a partícula de massa m experimenta devido à interação com a superfície holográfica

$$f = G\frac{Mm}{R^2} \tag{4.31}$$

Assim, Verlinde diz que a origem da gravidade é entrópica. A superfície holográfica faz o papel do "heat bath", e a partícula faz o papel da ponta do polímero que estava livre para se movimentar. Um problema que surge é que, considerando que a superfície holográfica esteja em equilíbrio, a entropia necessária para a temperatura Unruh viola o limite de Bekenstein. Verlinde propõe soluções, mas admite que há mais para ser entendido no problema, mesmo assim afirma que a gravidade é uma força entrópica.

Embora a partícula seja comparada com o polímero, parece que a partícula não possui temperatura e entropia bem definida. Na verdade, a própria derivação de Verlinde não utiliza a temperatura ou a entropia da partícula, mas somente da superfície. Assim, pode parecer sem sentido analisar a tendência de aumento de entropia da partícula, embora seja um critério essencial para a força entrópica. Um outro fator que não parece análogo é que, quando a partícula se aproxima da posição de equilíbrio, a energia flui para a superfície "heath bath" enquanto ocorre o contrário no caso do polímero, o fluxo de energia sai a partir do "heat bath". Similarmente ocorre para a entropia, quando a partícula se aproxima da posição de equilíbrio, a entropia da superfície aumenta enquanto ocorre o contrário no caso do polímero, a entropia do polímero é que aumenta. Dessa forma, a analogia não parece óbvia e compromete a condição para uma força entrópica ocorrer. A partícula não poderia ser analisada como sendo o sistema externo, por exemplo, porque a interação gravitacional dependeria da massa externa, mas uma força entrópica depende apenas das propriedades do sistema.

Caso o próprio campo gravitacional fosse pensado como um possível "heat bath", ainda assim seria um problema, pois a temperatura médida é bem mais baixa que a temperatura da superfície holográfica, e portanto, a energia não poderia fluir espontaneamente do campo para a superfície devido a motivos entrópicos. Talvez haja um pouco de tautologia nos argumentos do Verlinde, porque, no exemplo da tela holográfica, parece que a própria gravidade é a causa do aumento de entropia, não a consequência. Um trabalho afirmando que a gravidade não é uma força entrópica [16], através de um experimento com nêutrons no campo gravitacional da Terra, foi publicado no mesmo ano do trabalho do Verlinde. Dessa forma, a questão não está fechada, ao contrário, carece de mais discussão e análise.

5 CONEXÃO COM A MECÂNICA QUÂNTICA

I now believe that the deepest secret of the universe is that its essence rests in how it unfolds moment by moment in time
- Lee Smolin

Como dito anteriormente, a mecânica quântica faz parte do que possuímos como ferramentas para a construção de uma teoria que unifique a física. Aplicar a mecânica quântica para a cosmologia traz, por exemplo, o problema do observador externo, que vai descrever o estado quântico do universo de um ponto de referência absoluto. O chamado "measurement problem", ou problema da medição, é central e é uma referência sempre que discutimos interpretações para a mecânica quântica. Há diversas interpretações da mecânica quântica, entre elas: Copenhagen, "many worlds" ou muitos mundos, Bohm, histórias consistentes, "ensemble" interpretation, relacional. A interpretação dominante hoje parece ser a de muitos mundos, porém não é uma questão fechada, ao contrário, cada interpretação tem seus próprios problemas.

O famoso teorema de Bell indicou que existe um grau de não localidade na teoria quântica. A própria mecânica quântica ortodoxa viola o teorema de Bell, pois se trata de um teorema com uma lógica clássica e entanglement não é uma caracterísṫa clássica. Teorias de variáveis ocultas locais também violam o teorema, mas a teoria de Bohm, por exemplo, é não local e, portanto, não é proibida pelo teorema.

5.1 Entropia Entanglement

Entanglement ou entrelaçamento é uma característica fundamental da não localidade da mecânica quântica [1]. Sistemas entrelaçados não podem ser descritos por estados puros

[1] A interpretação de "Many Worlds" oferece uma alternativa local [17]

dos subsistemas individuais, e há uma entropia funciona como quantificador do grau de mistura dos estados. Se o sistema total é puro, a entropia dos subsistemas pode ser usada para medir o grau de entrelaçamento com outros subsistemas. O entrelaçamento surge quando combinamos sistemas. Um estado quântico é puro se pode ser representado por um vetor ket $|\psi\rangle$. Um estado é misto quando não pode ser representado por um ket, mas é descrito por sua matriz de densidade associada ρ. Para um estado puro, a pureza é $Tr(\rho^2) = 1$. Para um estado misto, a pureza é $Tr(\rho^2) < 1$.

Supondo um sistema composto de dois subsistemas A e B com espaços de Hilbert respectivamente H_A e H_B. O espaço de Hilbert do sistema composto é o produto tensorial $H_A \otimes H_B$ O sistema A é descrito por uma coleção completa de observáveis comutativos a e B descrito por b. Supomos que o sistema composto está em um estado puro geral

$$|\psi\rangle_{ab} = \sum_{a,b} \psi(a,b)|a\rangle \otimes |b\rangle \tag{5.1}$$

As componentes das matrizes de densidade são dadas por

$$(\rho_A)_{aa'} = \sum_{b} \psi^*(a,b)\psi(a',b) \tag{5.2}$$

$$(\rho_B)_{bb'} = \sum_{a} \psi^*(a,b)\psi(a,b') \tag{5.3}$$

Com as chamadas matrizes densidade reduzidas

$$\rho_A = Tr_B \rho \tag{5.4}$$

$$\rho_B = Tr_A \rho \tag{5.5}$$

$$\rho = |\psi\rangle_{ab}\langle\psi| \tag{5.6}$$

Onde Tr_A e Tr_B são traços parciais e lê-se traço sobre A e traço sobre B respectivamente.

O fato de os subsistemas serem descritos por uma matriz densidade, não por um estado puro, não é por falta de conhecimento do estado do sistema composto. Mesmo com um sistema composto puro, os subsistemas não são, em geral, descritos por estados puros. O resultado é uma entropia entanglement para os subsistemas. Algumas características da matriz densidade são dadas por

1. É Hermitiana

$$\rho = \rho^\dagger \tag{5.7}$$

2. É semidefinida positiva, isto é, autovalores todos positivos ou zero

3. O traço é unitário
$$Tr\rho = 1 \tag{5.8}$$
Assim, todos os autovalores estão entre 0 e 1. Caso um autovalor de ρ_A seja igual a 1, o restante será nulo. Nesse caso, o subsistema A seria um estado puro, e B também seria puro. Isso ocorre apenas quando a função de onda fatoriza da seguinte forma
$$\psi(a,b) = \psi_A(a)\psi_B(b) \tag{5.9}$$
4. Dado um observável $X_{aa'}$ associado a um operador hermitiano X, o valor esperado é calculado por
$$< X >= Tr(\rho X) \tag{5.10}$$
5. Os autovalores não nulos de ρ_A e ρ_B são iguais se o sistema composto está em um estado puro.

A entropia entanglement é definida como a entropia de von Neumann da matriz de densidade reduzida
$$S_E = S_A = -Tr(\rho_A \log \rho_A) = S_B \tag{5.11}$$
A igualdade $S_A = S_B$ só ocorre se o sistema composto for puro, ou seja
$$S_{A+B} = 0$$
E a entropia não é aditiva em geral. O entrelaçamento quântico não é extensivo. Lembrando que
$$\rho_A = \mathrm{Tr}_B(|\Psi\rangle_{ab}\langle\Psi|) \quad \text{e} \quad \rho_B = \mathrm{Tr}_A(|\Psi\rangle_{ab}\langle\Psi|)$$
S_A é igual a S_B, pois, como dito anteriormente, possuem mesmos autovalores para suas matrizes densidade reduzidas. Uma outra forma de mostrar esse resultado é utilizar a definição de entropia de Rényi [2]. O limite na entropia de Rényi é dado por
$$S_A = \lim_{n\to 1} \frac{\log(Tr\rho_A^n)}{1-n} = -\lim_{n\to 1} \frac{\partial(Tr\rho_A^n)}{\partial n} \tag{5.13}$$
A última igualdade provém da seguinte aproximação de Taylor
$$\lim_{n\to 1} \frac{\log(Tr\rho_A^n)}{1-n} \approx \lim_{n\to 1} \frac{\log Tr[(1 + (n-1)\rho_A \ln \rho_A \ldots]}{1-n} \tag{5.14}$$
Mas
$$Tr\rho_A^n = Tr\rho_B^n$$

[2] A entropia de Rényi obtém a de von Neumann no limite quando $n \to 1$

Por exemplo,

$$Tr\rho_A^2 = \psi(a,b)\psi^*(a',b)\psi(a',b')\psi^*(a,b') = \psi(a,b)\psi^*(a,b')\psi(a',b')\psi^*(a',b) = Tr\rho_B^2$$

Assim, de fato, $\mathbf{S_A} = \mathbf{S_B}$.

Sistemas puros possuem entropia nula, pois não há informação oculta, um sistema puro corresponde ao máximo de informação disponível. Sistemas em estados mistos possuem entropia maior que zero.

Considere 2 subsistemas $|A\rangle$ e $|B\rangle$ com coleções completas $\{|+\rangle, |-\rangle\}$ e $\{|\uparrow\rangle, |\downarrow\rangle\}$ respectivamente. O estado geral para A e B é dado por

$$|A\rangle = a_+|+\rangle + a_-|-\rangle$$

$$|B\rangle = b_\uparrow|\uparrow\rangle + b_\downarrow|\downarrow\rangle$$

Para o sistema composto considerado como um produto, diz-se que ρ é separável. Caso contrário, o ρ será chamado entrelaçado. Por exemplo, tomando o sistema composto da forma de produto

$$|AB\rangle = |A\rangle|B\rangle = (a_+|+\rangle + a_-|-\rangle) \otimes (b_\uparrow|\uparrow\rangle + b_\downarrow|\downarrow\rangle)$$

$$|AB\rangle = a_+b_\uparrow|+\rangle|\uparrow\rangle + a_+b_\downarrow|+\rangle|\downarrow\rangle + a_-b_\uparrow|-\rangle|\uparrow\rangle + a_-b_\downarrow|-\rangle|\downarrow\rangle \tag{5.15}$$

Onde $a_+b_\uparrow$, por exemplo, é a amplitude de probabilidade de encontrar o sistema A em $|+\rangle$ e o sistema B em $|\uparrow\rangle$.

Utilizando o teorema [3] de probabilidades de Bayes para, por exemplo, a seguinte probabilidade condicional

$$P(B\uparrow|A+) = \frac{P(A+|B\uparrow)P(B\uparrow)}{P(A+)} \tag{5.16}$$

Então

$$P(B\uparrow|A+) = \frac{P_{+\uparrow}}{P_{+\uparrow} + P_{+\downarrow}} = \frac{1}{1 + \left(\frac{P_{+\downarrow}}{P_{+\uparrow}}\right)} \tag{5.17}$$

Onde

[3] Ou também chamado teorema das probabilidades condicionais. Trata-se de um teorema de probabilidades, não um teorema de mecânica quântica.

$$\frac{P_{+\downarrow}}{P_{+\uparrow}} = \left|\frac{a_+ b_\downarrow}{a_+ b_\uparrow}\right|^2 = \left|\frac{b_\downarrow}{b_\uparrow}\right|^2 \tag{5.18}$$

Concluindo, portanto, que

$$P(B\uparrow|A+) = \left|\frac{b_\downarrow}{b_\uparrow}\right|^2 \tag{5.19}$$

Isso mostra que a probabilidade de fazer uma medida particular em B, condicionada a uma medida particular em A, é independente de A, ou seja, A e B não estão correlacionados; não há entrelaçamento (entanglement).

Tomemos agora um exemplo em que

$$|\psi\rangle_{AB} = \frac{|0\rangle_A|1\rangle_B + |1\rangle_A|0\rangle_B}{\sqrt{2}} \tag{5.20}$$

Nesse caso,

$$\rho = |\Psi\rangle_{AB}\langle\Psi| = \frac{1}{2}\left[|0\rangle_A\langle 0|\otimes|1\rangle_B\langle 1| + |0\rangle_A\langle 1|\otimes|1\rangle_B\langle 0| + |1\rangle_A\langle 0|\otimes|0\rangle_B\langle 1| + |1\rangle_A\langle 1|\otimes|0\rangle_B\langle 0|\right] \tag{5.21}$$

Onde se utiliza o fato de

$$\left(|\psi\rangle_A\otimes|\psi\rangle_B\right)\left(\langle\psi|_A\otimes\langle\psi|_B\right) = \left(|\psi\rangle_A\langle\psi|\right)\otimes\left(|\psi\rangle_B\langle\psi|\right)$$

$$\rho_A = \mathrm{Tr}_B(|\Psi\rangle_{AB}\langle\Psi|) = \frac{1}{2}\left[|0\rangle_A\langle 0| + |1\rangle_A\langle 1|\right] \tag{5.22}$$

O estado do sistema A é misto, pois $Tr(\rho_A^2) = \frac{1}{2} < 1$. O estado puro $|\psi\rangle_{AB}$ é entrelaçado, pois não pode ser escrito da forma $|\psi\rangle_{AB} = |\psi\rangle_A|\psi\rangle_B$. é fácil ver isso, porque $|\psi\rangle_{AB}$ é entrelaçado quando ρ_A é misto. Quando $|\psi\rangle_{AB}$ não é entrelaçado, o ρ_A é puro.

Um exemplo em que o entrelaçamento é máximo corresponde a uma grande entropia. O caso de um singleto é o exemplo mais simples. O estado do singleto corresponde a

$$|00\rangle = \frac{(|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle)}{\sqrt{2}} \tag{5.23}$$

Que não pode ser escrito como um produto direto de estados. Há correlação, isto é, uma vez feita uma medida no sistema A, automaticamente temos o resultado correspondente ao sistema B, é o entrelaçamento. Veja que

$$\rho_A = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \frac{I}{2} \tag{5.24}$$

Cada autovalor não nulo é equiprovável ao outro, gerando máxima entropia

$$S = -Tr(\rho_A \log \rho_A) = \log 2$$

Classicamente, dado um sistema composto, basta que saibamos o exato estado do sistema, então possuiremos toda a informação disponível sobre o sistema, inclusive das partes menores, chamadas subsistemas. Quanticamente, é possível que saibamos o exato estado do sistema, mas não os detalhes dos subsistemas; conhecer o todo não determina as partes. Porém, no caso do entrelaçamento, há uma grande correlação entre os subsistemas onde fazer uma medida em um deles implica em obter uma informação sobre o outro. A entropia entra nessa questão de forma a medir essa correlação. Einstein chamou esse processo de "spooky action". Mesmo assim, sabemos que não podemos enviar essa informação sem deixar de obedecer o limite da velocidade da luz.

Considerando agora um grande sistema Σ composto de menores subsistemas σ_i, o sistema total está em um estado puro com energia E, e podemos considerar que as interações entre os subsistemas são muito fracas. Cada subsistema possui energia média ϵ. No ensemble canônico, a matriz densidade para os subsistemas é térmica do tipo

$$\rho_i = \frac{\exp^{-\beta H_i}}{Z_i} \tag{5.25}$$

Onde H_i é a energia do subsistema e Z_i a função de partição. A matriz densidade térmica maximiza a entropia para uma dada energia média ϵ. Em geral, grandes subsistemas e o próprio sistema total não são térmicos. Como anteriormente, consideremos que o sistema total Σ está em um estado puro com entropia nula.

A entropia coarse grained, que é a térmica, do sistema composto total é definida como a soma das entropias dos subsistemas e é aditiva

$$S_{Term} = \sum_i S_i \tag{5.26}$$

Como dito no capítulo sobre entropia, a entropia coarse grained não é conservada. Partimos de um sistema com subsistemas sem correlações, isto é, escrito como produto de estados. A entropia S_i de cada subsistema, a entropia do sistema total e a entropia coarse grained do sistema total são todas nulas. Então, ocorre interação entre os subsistemas, e a função de onda do sistema total apresenta correlações em seus subsistemas, ou seja, não é mais escrita como um produto direto. Sendo assim, a entropia de cada subsistema já não é mais nula, mas entrelaçada $S_i \neq 0$. A entropia coarse grained também não mais se anula $S_{Term} = \sum_i S_i \neq 0$. Entretanto, a entropia von Neumann fine grained de Σ continua nula para o estado puro. Assim, fica novamente claro que uma se conserva, mas não a outra.

Considerando um maior subsistema arbitrário Σ_1 composto de alguns subsistemas σ_i, a entropia fine grained de Σ_1 é a entropia entanglement $S(\Sigma_1)$ de Σ_1 entrelaçado com o restante do sistema $\Sigma - \Sigma_1$. Essa entropia é sempre menor que a entropia coarse grained de Σ_1

$$S_{Term}(\Sigma_1) > S(\Sigma_1) \tag{5.27}$$

O conceito de informação I em um subsistema pode ser definido como a diferença entre a entropia coarse grained e fine grained

$$I = S_{Term} - S \tag{5.28}$$

Por exemplo, para um pequeno subsistema σ_i, a informação é nula. Já para o sistema total Σ, a informação é a própria entropia térmica, pois a entropia fine grained é nula. Essa informação pode ser considerada como correlações ocultas entre os subsistemas, que fazem o estado total puro.

A quantia de informação em um subsistema de tamanho menor que metade do sistema total é desprezível, geralmente menor que 1 bit, isto é, para $\Sigma_1 < \frac{1}{2}\Sigma$

$$S(\Sigma_1) \cong S_{Term}(\Sigma_1)$$

$$I(\Sigma_1) \approx 0$$

Para um subsistema maior que metade de todo o sistema, $\Sigma_1 > \frac{1}{2}\Sigma$, a quantidade de informação passa a ser relevante. Usando que $S(\Sigma - \Sigma_1) = S(\Sigma_1)$ devido ao fato do entrelaçamento, e que $S(\Sigma - \Sigma_1) \cong S_{Term}(\Sigma - \Sigma_1)$

$$S(\Sigma_1) \cong S_{Term}(\Sigma - \Sigma_1) \tag{5.29}$$

A entropia coarse grained de $\Sigma - \Sigma_1$ é da ordem de $(1 - f)S_{Term}(\Sigma)$. Com f sendo a fração do número de graus de liberdade totais contido em Σ_1.

Então, para $\Sigma_1 > \frac{1}{2}\Sigma$, a informação é dada por

$$I(\Sigma_1) = S_{Term}(\Sigma_1) - S(\Sigma_1) \tag{5.30}$$

$$= fS_{Term}(\Sigma) - (1 - f)S_{Term}(\Sigma)$$

$$= (2f - 1)S_{Term}(\Sigma)$$

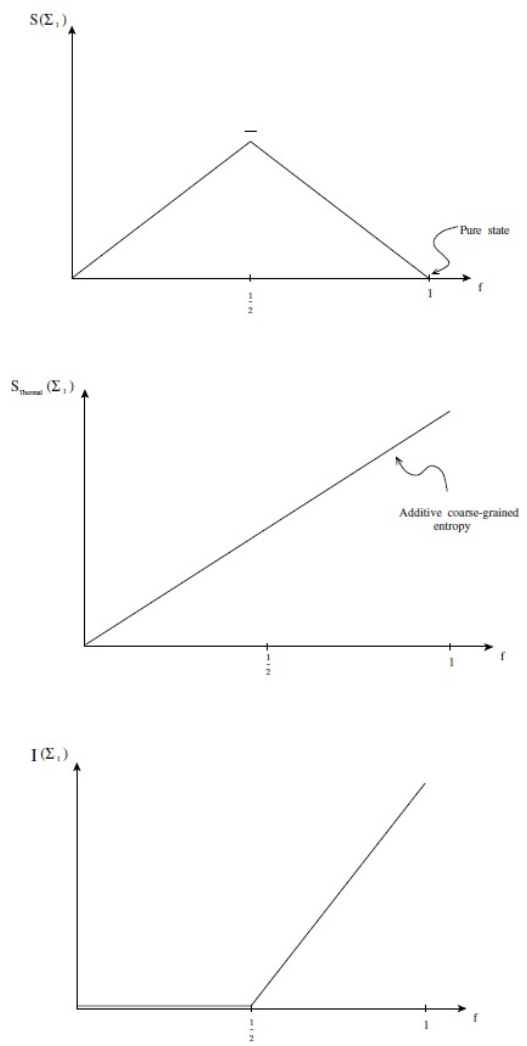


Figura 28: Cima: Entropia von Neumann de Σ_1 com o tempo. Meio: A entropia coarse grained de Σ_1 com o tempo. Baixo: A informação em Σ_1 com a fração dos graus de liberdade totais em Σ_1 [19].

Toda essa discussão é importante para entender a conservação de informação durante a evaporação de buracos negros, mas há um exemplo interessante com uma caixa. É dada uma caixa com paredes perfeitamente refletoras. Dentro da caixa, há uma bomba que pode explodir e encher de radiação. A caixa possui ainda um pequeno furo, que permite a radiação escapar para fora.. Seja o sistema total Σ constituído de tudo que está fora da caixa, a radiação que escapa, e de tudo que está dentro da caixa; dois subsistemas. O subsistema interno é chamado B, e o subsistema externo é chamado A.

Antes da bomba explodir, o subsistema B está em um estado puro e possui entropia nula. Logo após a explosão, a caixa fica cheia de radiação térmica, a entropia coarse grained de B aumenta, mas a fine grained é zero, e nenhum fóton saiu ainda da caixa,

$S(A) = 0$. Assim,

$$S_{Term}(B) \neq 0$$

$$S(B) = 0$$

$$S(A) = 0$$

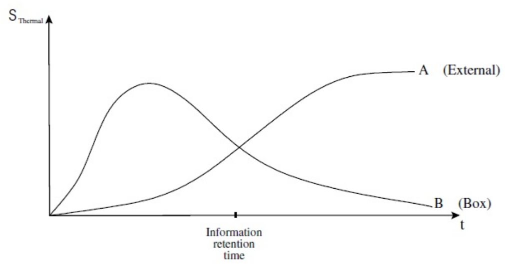
Depois de um certo tempo, fótons escapam da caixa. O interior e o exterior da caixa se tornam entrelaçados. A entropia entanglement, que é igual para ambos, tanto para A quanto para B, começa a aumentar. A entropia térmica dentro da caixa reduz. Assim,

$$S_E \neq 0$$

$$S_{Term}(B) \neq 0$$

$$S_{Term}(A) \neq 0$$

Com o tempo, todos fótons escapam da caixa. A entropia térmica ou coarse grained dentro da caixa tenderá a zero, assim como a fine grained, pois a caixa está em um estado puro. A entropia coarse grained exterior aumentou. O ponto em que $S_{Term}(A) = S_{Term}(B)$ define o tempo no qual a informação começa a aumentar na radiação externa. Antes desse ponto, energia já havia sido trocada, mas não informação. Esse ponto coincide aproximadamente com o ponto onde a entropia coarse grained de A atinge metade do valor final.



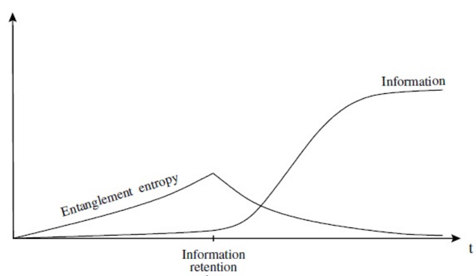


Figura 29: Cima: Entropia térmica da caixa e do exterior com o tempo. Baixo: Entropia entanglement e informação com o tempo [19].

Susskind (1993) chama o tempo em que a informação começa a sair por tempo de retenção de informação. É a quantia de tempo gasta para resgatar um bit da informação inicial.

Esse simples exemplo mostra como funciona a conservação de informação para um sistema quântico. Como consequência da conservação de informação, o estado final da radiação fora da caixa deve ser puro. Esse é o argumento por trás da defesa de que buracos negros não destroem informação.

5.2 Seta do Tempo

A entropia mostra possuir um papel fundamental nas análises de questões fundamentais da Física. Em particular, a questão do tempo está intimamente relacionada também com a entropia. As leis da mecânica clássica, do eletromagnetismo e das teorias da relatividade possuem simetria de reversão temporal. Entretanto, a segunda lei da termodinâmica parece ditar a ordem natural de eventos, dando assim uma direção preferencial. Por exemplo, um ovo cai de uma mesa e se quebra no chão. Embora as leis da física permitam a reversão temporal, isto é, o ovo quebrado retornar, molécula por molécula, para o estado inicial inteiro, a segunda lei é que nos diz qual a provável ordem dos fatos. Nesse caso, é de que o ovo estava inteiro e depois caiu e se quebrou, não o contrário.

As leis de Newton não fazem distinção entre passado e futuro, então podemos concluir que, uma vez aplicada a tendência estatística de aumento de entropia, a entropia deveria naturalmente aumentar tanto do presente para o futuro quanto do presente para o passado. Essa ideia gera algo absurdo para nossas memórias, pois confiamos em nossas memórias, fazemos ciência utilizando também a memória. Imagine que você está em uma sala com todo o ar confinado em um cantinho dessa sala. O tempo passa, e você observa que o gás se expande naturalmente para preencher todo o volume disponível. Se quando metade do volume está preenchido de gás, seu relógio indica que se passaram cinco minutos desde o início da expansão, então você se questiona: Há cinco minutos, como estava o gás? Caso a entropia cresça tanto para o futuro quanto para o passado, a resposta seria que o gás estava expandido mais ainda, porém sua memória não aceita essa conclusão, pois você observou e sabia que o gás estava inicialmente comprimido no cantinho da sala. Como confiamos em nossas memórias, então não podemos aplicar a segunda lei da termodinâmica para o passado, apenas para o futuro, e isso confere essa direção preferencial para o tempo. A entropia não deve aumentar do presente para o passado. O futuro é a direção de aumento de entropia.

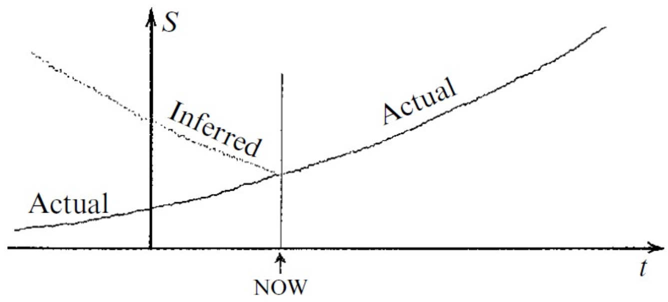


Figura 30: Devido à simetria temporal nas leis da física, a conclusão seria que a entropia aumentaria tanto do presente para o futuro quanto do presente para o passado. Porém, o que observamos é entropias cada vez mais baixas no passado [21].

Retornando para o caso do ovo quebrado, qual seria o estado do ovo antes de quebrar no chão? Confiando em nossas memórias, é claro que o ovo estava inteiro sobre a mesa. E antes disso? Por que o ovo se encontrava nesse estado altamente improvável de baixa entropia? A resposta é que alguém o colocou lá. De onde essa pessoa obteve baixa entropia? Dos alimentos. Se o alimento for de origem animal, a pergunta se repete. Porém, para um vegetariano, eu por exemplo, a baixa entropia vem dos vegetais que consumo. E de onde os vegetais tiram baixa entropia? Do sol . . . Então, a pergunta puxa a explicação cada vez mais para o início [4] do universo com o Big Bang. Uma possível resposta é que o Big Bang possuía muito baixa entropia, e a pergunta pode ser lançada como problema inicial do universo. **Por que o universo teria iniciado em um estado de tão baixa entropia de tal forma que favoreceu uma aparente seta do tempo de acordo com a segunda lei da termodinâmica?**

Pensando no exemplo do gás, alguém poderia questionar o motivo da existência de gases concentrados em pequenas regiões, em torno de uma estrela por exemplo. Quando a gravidade é levada em consideração, uma nuvem de gás possui maior entropia quando concentrada, não espalhada. Dessa forma, a formação de buracos negros é favorecida pela tendência entrópica. Em sua teoria da seleção natural cosmológica [5], Lee Smolin sugere que o universo possui as constantes ajustadas de forma a maximizar o número de buracos negros, algo parecido com o "fitness" da biologia evolutiva. Isso tem relação com o chamado universo "fine-tuned" em cosmologia, que é a ideia por trás da existência de vida dentro de apenas uma muito pequena variação das constantes fundamentais. Um

[4] Como dito anteriormente, não me parece que o tempo, na definição mais geral possível, tenha um início, mas aqui chamo de início o evento de formação do universo em que vivemos, o chamado Big Bang.
[5] lifeofthecosmos

Figura 31: Como sistema aberto, a Terra troca energia com o ambiente externo. A energia da luz do Sol entra durante o dia e sai durante a noite através de radiação térmica. Porém, a frequência, ou energia, dos fótons incidente é maior que a dos que saem, portanto sai uma maior quantia de fótons, que carregam mais graus de liberdade, mais entropia do que a menor quantia incidente. Assim, essa é a fonte de baixa entropia da Terra [21].

dos argumentos para explicar essa questão é chamado o princípio antrópico [6], que defende a existência da vida ser possível apenas nos universos que possuem condições ideais para nossa existência.

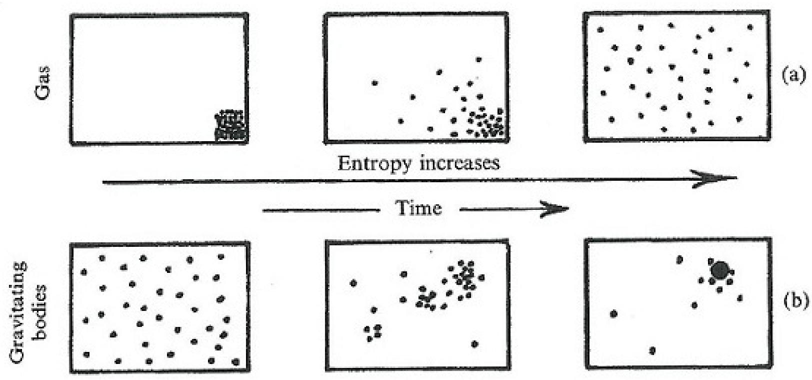


Figura 32: Quando a gravidade tem efeito não desprezível, o aumento de entropia ocorre no sentido contrário ao exemplo do gás confinado em uma caixa ou uma sala. Assim, um aumento de entropia significa a formação de agrupamentos densos. Essa observação confere um grande aumento de entropia à formação de buracos negros, pois buracos negros surgem a partir de grandes quantidades densas de matéria. A formação de estrelas é entropicamente favorecida [21].

O passado é diferente do futuro, e a irreversibilidade é a característica macroscópica que mostra isso. O problema central é a conexão entre a reversibilidade microscópica e a irreversibilidade macroscópica. A importância da seta do tempo está relacionada com a importância da origem do universo. Assim, a seta termodinâmica do tempo parece ser um problema cosmológico.

[6]Esse princípio possui pelo menos três versões diferentes.

Até mesmo a equação de Schrödinger na mecânica quântica possui reversibilidade temporal, não faz distinção entre passado e futuro. Seria interessante se alguma abordagem quântica pudesse mostrar uma irreversibilidade fundamental em sua formulação dinâmica. Caso isso seja possível, essa formulação deveria implicar em aumento de entropia somente para o futuro. O ponto que carece de explicação é justamente o problema de medição. Qualquer formulação de mecânica quântica deve se preocupar em explicar o processo de medição. O interessante é que o processo de medição tem grande relação com a questão do tempo e de como a mecânica quântica convive com a mecânica clássica. Mesmo assim, ainda restaria, novamente, a pergunta chave: Por que o universo iniciou em um estado de tão baixa entropia?

Uma proposta para entender a seta do tempo foi a de Boltzmann. O chamado "universe in a box" de Boltzmann permite que a entropia diminua, mesmo que raramente, como uma flutuação estatística. Basta esperar um tempo suficiente para que ocorra, por acidente, uma flutuação que tire o sistema do equilíbrio, baixando a entropia e assim repetindo eternamente o processo de maximização de entropia seguido de flutuação fora do equilíbrio. Assim, partindo de um universo em equilíbrio, não interessante, galáxias e vidas poderiam ser formadas como resultado de uma flutuação. Porém, isso implicaria que a maior parte do tempo o universo não pareceria tal como observamos, vindo de estados cada vez menos prováveis. Boltzmann entendeu que isso não poderia estar certo, mas não sabia como explicar o problema de outra maneira. Essa ideia levou ao chamado cérebro de Boltzmann. Qual seria a estrutura inteligente mais provável, gerada através de flutuação, que pudesse se questionar sobre o universo? A resposta é um cérebro, apenas um, porque qualquer outra configuração seria muto menos provável [7]; não vários planetas com vários cérebros, que é o que observamos. Usar um critério antrópico, de que o universo tem que permitir vida inteligente para existir, como explicação da baixa entropia do universo em que vivemos traz a conclusão de que deveríamos nos encontrar em um universo com a menor flutuação possível consistente com a existência de vida, o que seria o cérebro de Boltzmann. Mais ainda, um universo assim seria cognitivamente instável, pois uma mente gerada por flutuação não poderia confiar em memórias também criadas de flutuações randômicas. A ideia do cérebro de Boltzmann é errada e não corresponde com o que observamos, pois deveríamos estar em um universo muito mais próximo do equilíbrio térmico.

Entretanto, a cosmologia moderna acaba também nos colocando novamente no pro-

[7] Uma flutuação é algo que ocorre raramente. Quanto mais afastado do equilíbrio, menos provável é a flutuação.

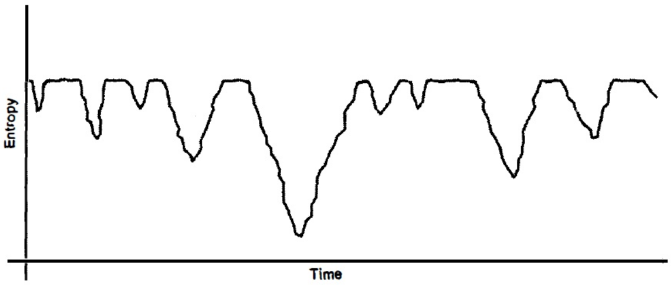


Figura 33: A entropia total com o tempo. O universo passaria maior parte do tempo em equilíbrio térmico ou em estados de equilíbrio térmico e, raramente, ocorreriam flutuações causando a queda de entropia e, portanto, possibilitando a formação de estrutura e vida. Entretanto, o universo que nos encontramos possui muito baixa entropia, o que seria imaginavelmente improvável [24].

blema do cérebro de Boltzmann. A lei de Hubble, $v = H_0 D$, que diz a velocidade de expansão do universo em relação a um ponto ser proporcional à distância a esse ponto, produz a ideia de um horizonte cósmico, isto é, uma região em que a velocidade de expansão é igual à velocidade da luz. Assim, tudo que está fora dessa região não pode ser visto por quem está dentro. Parece com o horizonte de eventos do buraco negro, mas é o oposto no sentido de perder de vista o que está fora, enquanto que no buraco negro é dentro. Dessa forma, a teoria prevê que, devido à expansão, toda a estrutura de estrelas que observamos irá se afastar e então sair do nosso horizonte cósmico, restando assim um grande vazio dentro do horizonte. Com uma constante cosmológica positiva, a nossa própria galáxia, após longo tempo, desintegra e forma radiação que também sairá do horizonte cósmico, resultando em um grande vazio. Entretanto, o horizonte cósmico não é um vazio absoluto, pois contém energia quântica que está associada com temperatura. O resultado é que ocorrem flutuações, e surgem novamente estruturas dentro do horizonte cósmico. Eventualmente essa estrutura se desintegra e surgem outras e mais outras. Essa situação é equivalente ao cérebro de Boltzmann, ou seja, não escapamos da conclusão de que, nesse tipo de universo, é muito mais provável encontrar um objeto inteligente que é bem mais simples que nós humanos.

Qual a preocupação com esse problema? É que a moderna teoria de universo em expansão infinita nos leva a prever resultados absurdos. E uma teoria que possui predição absurda não deve ser correta. Assim, há algo errado com a cosmologia.

A inflação sozinha não explica a baixa entropia do universo [8], mas isso não a invalida.

[8] Max Tegmark chama atenção para o termo “a entropia” do universo, pois, em uma teoria de muitos mundos é mais correto falar na entropia de um ramo (“branch”) do que em uma entropia única do universo.

A seta do tempo é de extrema importância. É ela que nos permite lembrar o passado, mas não o futuro. É ela que nos permite falar de causa e efeito. A formação de sistemas complexos, vida, memórias, livre arbítrio, pensamento, nada disso seria possível se estivéssemos em um estado de completo equilíbrio térmico.

6 COMENTÁRIOS FINAIS

A theory is a kind of map of the universe, and like any other map, it is a limited abstraction and not entirely accurate. Mathematics provides one aspect of the overall map, but other ways of thinking are needed along the lines we have been discussing.
- David Bohm

Ao longo dos capítulos desse trabalho, foi mostrada a importância do conceito de entropia e informação e a relação com o tempo. É fato que existem setas do tempo que diferenciam o passado do futuro. A seta termodinâmica/cosmológica é a que foi mais abordada, pois suas implicações são diretas na cosmologia. A violação de CP, por exemplo, não serve para explicar a segunda lei da termodinâmica; a direção preferencial do tempo. Trata-se de uma questão ainda sem resposta.

Fez-se a distinção entre entropia coarse grained e a fine grained. A primeira corresponde à segunda lei da termodinâmica. A última é conservada e implica na conservação de informação, a unitariedade na mecânica quântica. Com a definição de entropia de von Neumann, pode-se escrever a entropia para qualquer coisa, basta conhecer a matriz densidade. A entropia foi colocada como correspondendo à informação oculta. Quando um sistema interage com o ambiente, a entropia dele aumenta. Quando se faz uma observação sobre um sistema, a entropia dele diminui, pois ganha-se informação. Caos e ordem estão relacionados e não devem ser vistos como extremos opostos. Informação é uma quantidade física. Uma teoria fundamental precisa tratar adequadamente de que maneira ocorre transferência de informação entre sistemas.

Qual a natureza da gravidade? Embora haja notável relação entre termodinâmica e gravitação, é talvez prematuro demais concluir que a gravidade é emergente de um princípio antrópico.

Se tentarmos utilizar a mecânica quântica para a cosmologia, caímos em sérios problemas e retomamos a antiga discussão entre visão relacional e visão absoluta de espaço e tempo. Isso sugere que a atual teoria quântica é apenas uma aproximação de uma teoria ainda mais fundamental.

O problema da seta do tempo nos leva a questão da extrema improvável condição inicial do universo e está relacionado com a formação de estrutura e, particularmente, vida no universo. Acreditar em flutuações gerando estruturas complexas não é uma boa opção, pois o cérebro de Boltzmann não é verdadeiro. Até mesmo a cosmologia moderna com constante cosmológica positiva retorna para o problema do cérebro de Boltzmann. O que é ruim, pois uma teoria correta não deveria trazer previsões erradas.

Embora a semelhança criada pela relatividade, o tempo não deve ser tratado como apenas uma coordenada equivalente a coordenadas espaciais. Insistir no entendimento sobre o tempo é um caminho que trará grandes respostas para a Física e grandes consequências para o entendimento do universo.

Certamente, estamos em uma época desafiadora, porém extremamente interessante para a Física, pois enfrentamos sérios problemas fundamentais. O resultado provável será uma nova teoria que nos aproxime mais do âmago da natureza, isto é, do entendimento que tanto buscamos.

REFERÊNCIAS

[1] Phys. Rev. Lett. 89, 050601 (2002) Experimental Demonstration of Violations of the Second Law of Thermodynamics for Small Systems and Short Time Scales. *http://prl.aps.org/abstract/PRL/v89/i5/e050601*

[2] Shenker, Orly R. (2000) Logic and Entropy. *http://philsci-archive.pitt.edu/115/*

[3] Norton, John D. (2004) Eaters of the Lotus: Landauer's Principle and the Return of Maxwell's Demon. *http://philsci-archive.pitt.edu/1729/*

[4] Ladyman, James and Presnell, Stuart and Short, Anthony J. and Groisman, Berry (2006) The Connection between Logical and Thermodynamic Irreversibility. *http://philsci-archive.pitt.edu/2689/*

[5] Antoine Bérut, Artak Arakelyan, Artyom Petrosyan, Sergio Ciliberto, Raoul Dillenschneider Eric Lutz. Nature 483, 187–189 (08 March 2012). Experimental verification of Landauer's principle linking information and thermodynamics. *http://www.nature.com/nature/journal/v483/n7388/full/nature10872.html*

[6] Charles H. Bennett. Notes on Landauer's principle, Reversible Computation and Maxwell's Demon. *http://arxiv.org/abs/physics/0210005*

[7] Ahmed Almheiri, Donald Marolf, Joseph Polchinski, James Sully. (2013) Black Holes: Complementarity or Firewalls? *http://arxiv.org/abs/1207.3123*

[8] Morag Scrimgeour, Tamara Davis, Chris Blake, J. Berian James, Gregory Poole. (2012) The WiggleZ Dark Energy Survey: the transition to large-scale cosmic homogeneity. *http://arxiv.org/pdf/1205.6812v2.pdf*

[9] David Bohm, *The special Theory of Relativity* Routledge, (1996).

[10] Phys. Rev. Lett. 109, 211801 (2012)
Observation of Time Reversal Violation in the B0 Meson System *http://arxiv.org/abs/1207.5832*

[11] Order of Magnitude Smaller Limit on the Electric Dipole Moment of the Electron (2013) *http://arxiv.org/abs/1310.7534*

[12] Lee Smolin, *The Life of the Cosmos*, Oxford University Press Press Inc (1997)

[13] J. Bekenstein, *Phys. Rev. D7 (1973) 2333*

[14] S. Hawking, *Phys. Rev. Lett. 26 (1971) 1344*

[15] Verlinde, E.P. On the origin of gravity and the laws of Newton *arXiv 2010, arXiv:1001.0785*

[16] Archil Kobakhidze, Gravity is not an entropic force *http://arxiv.org/abs/1009.5414*

[17] Mark A. Rubin, Locality in the Everett Interpretation of Heisenberg-Picture Quantum Mechanics *http://arxiv.org/abs/quant-ph/0103079*

[18] Lee Smolin, *Time Reborn*, Houghton Mifflin Harcourt (2013)

[19] Leonard Susskind, James Lindesay, *An introduction to black holes, information and the string theory revolution. The holographic Universe*, World Scientific (2005)

[20] David Bohm, B.J Hiley, *The Undivided Universe* Routledge (1993)

[21] Roger Penrose, *The road to reality. A complete guide to the laws of the universe* Knopf (2004)

[22] Stephen Hawking, Roger Penrose, *The nature of space and time* Princeton science library (1996)

[23] David Bohm, F. David Peat, *Science, Order, and Creativity* (1987)

[24] Brian Greene, *The Fabric of The Cosmos* (2004)

[25] Paul S Addison, Fractals and Chaos An Illustrated course IOP (1997)

[26] *http://blogs.scientificamerican.com/cocktail-party-physics/2013/02/18/maxwells-demon-meets-quantum-dots/* Acessado em 28/12/2013

[27] *http://poj.org/problem?id=1246* Acessado em 28/12/2013

[28] Kip S. Thorne, *Black Holes Time Warps* Norton Company Ltd. (1994)