

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

FELIPE CÂMARA DE FREITAS

INTERFEROMETRIA

FORTALEZA

2011

FELIPE CÂMARA DE FREITAS

INTERFEROMETRIA

Trabalho de final de curso submetido à Coordenação do Curso de Graduação em Física da Universidade Federal do Ceará, como requisito para obtenção do grau de Bacharel em Física.

Área de Concentração: Física Experimental.

Orientador: Prof. Dr. Marcos Antônio Araújo Silva

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação Universidade Federal do Ceará Biblioteca do Curso de Matemática	
F936i	Freitas, Felipe Câmara Interferometria / Felipe Câmara de Freitas. - 2011. 47 f. : il. color., enc. ; 30 cm. Monografia (graduação) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Ciências, Departamento de Física, Curso Bacharelado em Física, Fortaleza, 2011. Orientação: Prof. Dr. Marcos Antônio Araújo Silva. 1. Física. 2. Interferometria I. Título.
CDD 530	

FORTALEZA

2011

FELIPE CÂMARA DE FREITAS

INTERFEROMETRIA

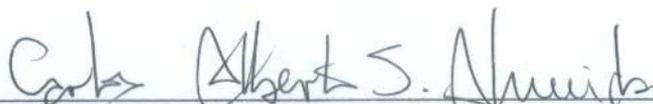
Esta monografia foi julgada para a obtenção do grau de Bacharel em Física, e aprovada em sua forma final pela Coordenação do Curso de Graduação em Física da Universidade Federal do Ceará.

Aprovada em 05/12/2011

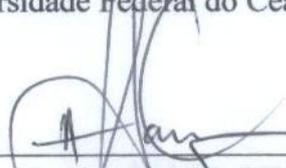
BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Marcos Antônio Araújo Silva (Orientador)
Universidade Federal do Ceará - UFC



Prof. Dr. Carlos Alberto Santos de Almeida
Universidade Federal do Ceará - UFC



Prof. Dr. Humberto de Andrade Carmona
Universidade Federal do Ceará - UFC

A Deus, por tudo o que tenho, e à minha
família, por sempre me apoiar e incentivar.

AGRADECIMENTOS

À Deus, por tudo que tenho, pois tudo que consegui não foi através da minha capacidade, mas sim obra da grande bondade e do infinito amor que Ele tem por cada uma das suas criaturas. Sem Ele nada seria possível para mim.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Marcos Antônio Araújo Silva, pela orientação necessária para a melhor realização desse trabalho.

Ao Departamento de Física, na pessoa do Prof. Dr. Josué Mendes Filho, por garantir todas as condições indispensáveis para a realização dos trabalhos de pesquisa.

Aos meus amigos e colegas pela ajuda que me deram sempre que precisei, além dos momentos de descontração que tornaram a minha permanência no curso mais agradável.

À minha família, por todo o apoio e pela grande ajuda que me deram, em especial, à minha mãe, pela sua disposição incondicional em me ajudar sempre, não medindo esforços para garantir que nada me faltasse ao enfrentar os obstáculos que surgem na minha vida e ao meu irmão, por me incentivar e fazer acreditar que eu poderia crescer através dos estudos.

“O único lugar aonde o sucesso vem antes do trabalho é no dicionário”.

Albert Einstein

RESUMO

Neste trabalho é feito um estudo sobre o fenômeno de interferência da luz, onde se faz uma análise do primeiro experimento de interferência de feixes luminosos, o experimento de Young, bem como do desenvolvimento do modelo matemático teórico da onda eletromagnética visando a descrição desse fenômeno. Esse modelo é empregado para entender o princípio de funcionamento dos interferômetros, que são aparelhos nos quais se obtém a interferência da luz. Neste sentido, é feito um estudo sobre os principais tipos de interferômetros a partir da base teórica exposta anteriormente com o objetivo de mostrar as mais variadas aplicações desses instrumentos, que muito contribuíram para o avanço da Física nas duas últimas décadas.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – (a) Experimento de dupla fenda e (b) franjas de interferência do experimento de dupla fenda. Fonte: RESNICK, 2006.....	11
Figura 2.1 – Representação de ondas (a) onda infinita no tempo e (b) trem de onda finito.....	13
Figura 2.2 – Thomas Young (1773-1829).....	15
Figura 2.3 – Esquema do experimento de dupla fenda de Young.....	16
Figura 2.4 – Representação da incidência das ondas geradas por S_1 e S_2 em um ponto distante P.....	19
Figura 3.1 – Albert Abraham Michelson (1852-1931).....	24
Figura 3.2 – O interferômetro de Michelson.....	26
Figura 3.3 – Esquema simplificado da formação dos anéis de interferência em um interferômetro de Michelson.....	26
Figura 3.4 – Imagens conjugadas de um ponto S da fonte pelos espelhos S_1 e S_2	27
Figura 3.5 – Interferômetro de Sagnac (a) uma das suas formas possíveis e (b) o interferômetro de Sagnac girando.....	31
Figura 3.6 – Os cientistas (a) Charles Fabry (1867-1945) e (b) Alfred Perot (1863-1925).....	33
Figura 3.7 – O modelo original do interferômetro de Fabry-Perot (1898).....	33
Figura 3.8 – O étalon de Fabry-Perot.....	34
Figura 3.9 – Picos de intensidades para as frequências ν' e ν	35
Figura 3.10 – Interferômetro de Mach-Zehnder.....	37
Figura 5.1 – Reflexão múltipla de uma onda plana por uma lâmina de faces paralelas.....	44
Figura 5.2 – A função de Airy para $R = 0,2$ e $R = 0,9$	47

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	10
2. HISTÓRIA.....	12
2.1. Coerência.....	12
2.2. Análise do experimento de dupla fenda de Young.....	14
2.3. Interferência de duas ondas monocromáticas.....	18
3. INTERFERÔMETROS.....	24
3.1. Interferômetro de Michelson.....	24
3.2. Interferômetro de Sagnac.....	30
3.3. Interferômetro de Fabry-Perot.....	32
3.4. Interferômetro de Mach-Zehnder.....	36
4. CONCLUSÕES.....	38
5. APÊNDICES.....	39
5.1. Cálculo da intensidade da onda.....	39
5.2. Equação de onda.....	41
5.3. Interferência de múltiplos feixes.....	43
6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	48

1. INTRODUÇÃO

O fenômeno de interferência ocorre exclusivamente quando duas ou mais ondas de mesmas características se sobrepõem em um determinado ponto do espaço. A interferência pode ser tanto construtiva, quando a resultante da intensidade da onda é maior que as intensidades individuais, quanto destrutiva, quando a resultante da intensidade é menor que as intensidades individuais.

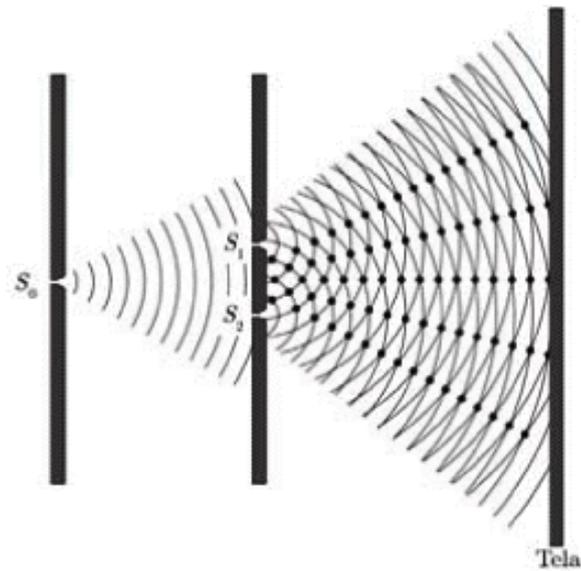
Em 1801, Thomas Young realizou um experimento de interferência da luz por fendas duplas que se tornou uma demonstração convincente da natureza ondulatória da luz (Fig. 1.1a). Young observou que as iluminações provenientes das duas fendas produziam uma série alternada de bandas brilhantes e escuras ou franjas de interferência, que correspondem respectivamente à intensidade máxima e mínima da luz, como mostrado na Figura 1.1b.

Interferômetros são dispositivos que permitem medir ou comparar comprimentos de onda com grande precisão utilizando franjas de interferência, bem como a determinação de índices de refração de materiais, podendo ser aplicados no ensino sobre o fenômeno de interferência e em várias outras aplicações no campo de física experimental. Existem vários tipos de interferômetros, como por exemplo: o interferômetro de Pohl, de Twyman-Green, de Rayleigh, de Fizeau e de Lummer-Gehrcke. Contudo, neste trabalho é feito apenas o estudo dos interferômetros mais conhecidos: Interferômetro de Michelson, de Mach-Zehnder, de Fabri-Perót, de Sagnac, destacando a importância de cada um deles na evolução da Física, tanto experimental quanto teórica, além do papel de cada um na compreensão dos conceitos de interferência no ensino de Física.

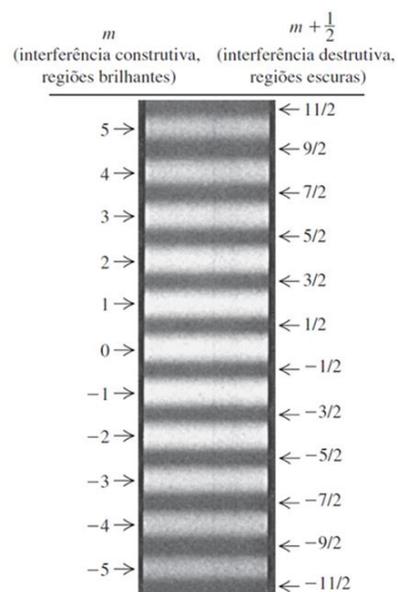
Nesse trabalho será feito um estudo sobre interferência de ondas luminosas, em que se apresentam as condições para que esse fenômeno ocorra, além do desenvolvimento do modelo matemático que descreve a interferência das ondas eletromagnéticas.

Será apresentado ainda, uma análise dos principais experimentos de observação do fenômeno de interferência, desde o experimento de dupla fenda de Young até

aqueles realizados através dos principais interferômetros utilizados em pesquisas na área experimental.



(a)



(b)

Figura 1.1 – (a) Experimento de dupla fenda e (b) franjas de interferência do experimento de dupla fenda. Fonte: RESNICK, 2006.

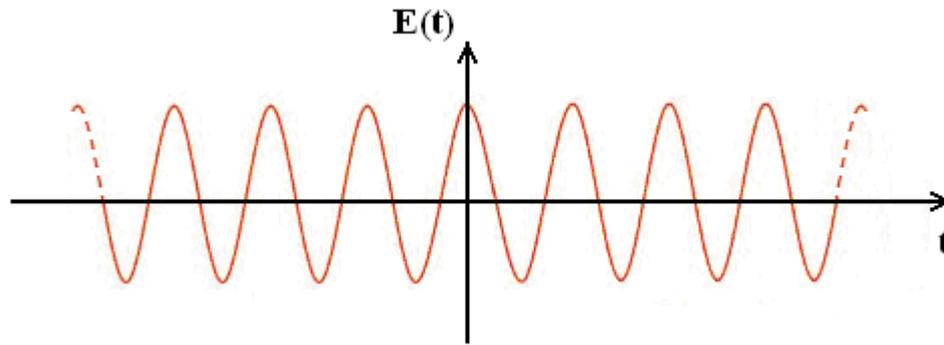
2. HISTÓRIA

A interferência é um fenômeno que ocorre apenas pela interação de ondas que se superpõem e pode ser percebida de várias formas: a sobreposição de ondas circulares que se propagam na superfície da água, a superposição de ondas em uma corda originando uma onda estacionária, a interação entre ondas sonoras de frequências próximas que causam o chamado batimento, bem como as franjas brilhantes e escuras formadas pela superposição de feixes de luz provenientes de duas fendas.

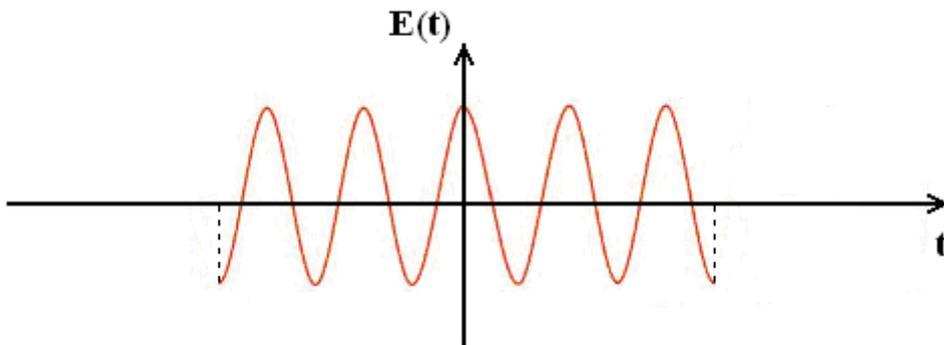
Uma experiência de interferência com fendas duplas foi realizada pela primeira vez por Thomas Young em 1801. [RESNICK, 2006]. A experiência de Young se tornou prova conclusiva da natureza ondulatória da luz, uma vez que foi mostrado experimentalmente que a luz compartilhava a mesma propriedade que as ondas sonoras e outras ondas mecânicas, como as ondas planas na superfície da água e as ondas em uma corda, por exemplo.

2.1- Coerência

Para que os raios provenientes de duas fontes produzam um padrão de interferência ao incidirem em um anteparo, é necessário que a diferença de fase entre eles seja constante no tempo em um ponto desse anteparo. Quando essa condição é satisfeita, diz-se que os feixes são completamente coerentes naquela região. Considerando a onda ideal de extensão infinita no tempo representada na Figura 2.1 (a), que apresenta uma dependência periódica com o tempo em um determinado ponto, bem como uma dependência também periódica com a posição para um instante de tempo fixo. Duas ondas desse tipo, com as mesmas características, apresentam diferença de fase constante no tempo em um ponto no espaço, o que significa que são coerentes.



(a)



(b)

Figura 2.1 – Representação de ondas (a) onda infinita no tempo e (b) trem de onda finito.

Considerando agora duas fontes de luz independentes, têm-se que os feixes incidem no anteparo sem que haja formação de franjas de interferência, percebendo-se apenas uma iluminação uniforme. Isso ocorre porque a diferença de fase entre os feixes em qualquer ponto do anteparo varia com o tempo de forma aleatória devido ao fato de serem gerados por fontes completamente independentes. Um exemplo são as fontes de luz usuais, como é o caso de fios incandescentes ou o Sol, em que o processo de emissão de luz acontece nos átomos individualmente e estes emitem luz de forma aleatória. A duração típica da emissão de luz por um átomo é da ordem de 10^{-8} segundos e é mais apropriada a representação da luz emitida por um trem de ondas finito, como mostrada na Figura 2.1 (b). Assim, em determinado instante a diferença de fase pode ser tal que as intensidades dos feixes se cancelam e após um certo intervalo de tempo, da ordem do tempo de emissão da luz por um átomo, as intensidades se reforçam. Contudo, variações que ocorrem em intervalos tão pequenos quanto esses são extremamente

rápidas e o olho humano não consegue perceber, sendo que observa-se apenas uma iluminação uniforme.

A duração típica Δt de um trem de onda, característico da fonte de luz, é chamado de tempo de coerência ao qual está associada a distância Δl , que é o comprimento de coerência de um sinal luminoso e é calculado (considerando propagações no vácuo) por

$$\Delta l = c\Delta t$$

Assim, Δl é a maior distância para a qual feixes provenientes de fontes de luz usuais permaneçam coerentes.

Para que dois feixes de luz provenientes da divisão da mesma pequena região Δl da fonte possam interferir é necessário que a diferença de caminho entre eles seja menor que o comprimento de coerência da luz. Para diferenças de caminho maiores que Δl , não existe mais a interferência entre os dois feixes, pois nessa situação não há superposição de feixes originados do mesmo trem de onda. Trens de ondas diferentes não interferem porque as defasagens entre eles variam ao acaso.

Para luz de uma fonte térmica Δl é da ordem de 1m, por isso feixes de onda originados em um mesmo trem produzem interferência em experimentos de fenda dupla ou em interferômetros.

2.2 - Análise do experimento de dupla fenda de Young

Young criou uma fonte puntiforme de luz fazendo com que a luz do sol incidisse em uma abertura estreita S_0 , como mostrado na Figura 2.3. As ondas que se propagam a partir de S_0 geram frentes de ondas que passam através de duas aberturas feitas com furos de alfinete, o que gerou um padrão de interferência mais complexo do que obtido com fendas.

Reproduzindo o experimento, agora feito com fendas estreitas, para analisar o padrão de interferência, considerando ondas provenientes de duas fendas, S_1 e S_2 , que se

sobrepõem em um ponto P qualquer de um anteparo C , conforme Figura 2.3. Sendo r_1 e r_2 , respectivamente, as distâncias entre P e S_1 e entre P e S_2 , a linha S_1b é traçada de forma que o triângulo S_1Pb é isósceles, com lados S_1P e bP de igual comprimento r_1 . Admitindo-se ser o espaçamento d entre as fendas muito menor que a distância D de separação entre o anteparo em que se encontram as fendas e o anteparo A , então as retas S_1P e S_2P são praticamente paralelas entre si e perpendiculares à S_1b .

Desse modo os ângulos $PO'O$ e S_2S_1B são aproximadamente iguais e são representados por θ na Figura 2.3.



Figura 2.2 – Thomas Young (1773-1829).

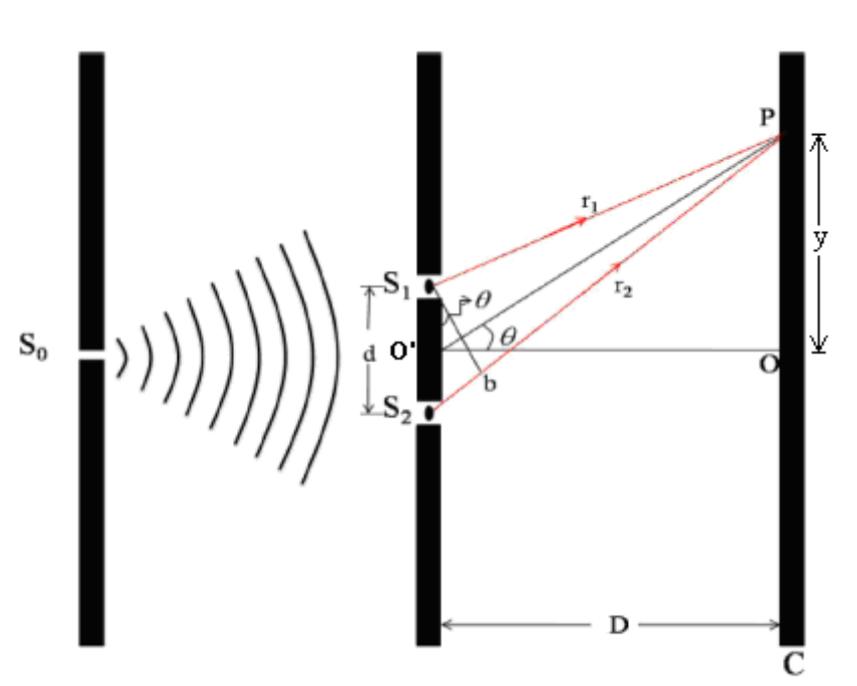


Figura 2.3 – Esquema do experimento de dupla fenda de Young.

Pelo princípio de Huygens, cada ponto de uma frente de onda pode ser considerado como fonte puntiforme, gerando ondas esféricas secundárias. Assim, cada uma das fendas funciona como uma linha de fontes pontuais de luz, em que cada fonte pontual emite ondas esféricas de Huygens. As fontes geradas nas fendas S_1 e S_2 oscilam na mesma fase, uma vez que foram geradas a partir da mesma frente de onda incidente e portanto, são fontes coerentes.

Os raios provenientes das fendas atingem P com uma diferença de fase devido às distâncias diferentes que cada um percorre até P . O que determina o tipo de interferência nesse ponto é o número de comprimentos de onda contidos na diferença de caminho S_2b .

Se os raios chegam em fase no ponto P , significa que S_2b deve conter um número inteiro de comprimentos de onda e nessa situação haverá um máximo de interferência em P . Pela figura, têm-se que $S_2b = d \sin\theta$, logo

$$S_2b = m\lambda \quad (m = 0, 1, 2, \dots)$$

ou equivalentemente

$$d \sin \theta = m\lambda \quad (m = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots) \quad (1)$$

Essa equação indica que para cada máximo acima de O na Figura 2.3, tem um máximo simetricamente localizado abaixo de O , que correspondem aos valores negativos de m na equação (1). O valor $m = 0$ é referente ao máximo central localizado no ponto O .

Se, pelo contrário, os raios chegam em oposição de fase no ponto P , têm-se que S_2b deve conter um número ímpar de meios comprimentos de onda. Assim,

$$d \sin \theta = (m + 1/2)\lambda \quad m = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots \quad (2)$$

A localização dos máximos de interferência, mostrada pela distância y medida a partir do máximo central, como na Figura 2.3, é um problema importante que tem solução obtida a partir da já considerada aproximação de S_2P e S_1P serem retas paralelas. Logo, a diferença de caminhos S_2b é dada por:

$$S_2b = S_2P - S_1P$$

ou

$$S_2b = r_1 - r_2$$

Além disso, é conveniente adotar o caso em que y é pequeno se comparado a distância D que entre as fendas e o anteparo C , e conseqüentemente o ângulo θ é pequeno e pode-se utilizar a aproximação $\theta \approx \sin \theta$ ou $\theta \approx \tan \theta$. Pelo triângulo P_1BP_2 , tem-se

$$S_2b = d \sin \theta$$

que pela aproximação pode ser escrita como

$$S_2b = d\theta$$

$$\text{ou} \quad r_1 - r_2 = d\theta. \quad (3)$$

Pelo triângulo POO' , vem

$$\tan \theta = \frac{y}{D}$$

ou, equivalentemente

$$\theta = \frac{y}{D}. \quad (4)$$

Substituindo a equação (4) na equação (3), têm-se

$$r_1 - r_2 = d \frac{y}{D}. \quad (5)$$

Utilizando a condição de interferência construtiva ocorre que

$$r_1 - r_2 = m\lambda \quad (m = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots) \quad (6)$$

dessas últimas duas relações obtêm-se

$$y_m = \frac{D}{d} m\lambda \quad (7)$$

A equação acima dá a posição y_m da m -ésima franja de interferência construtiva no anteparo C , inclusive a do máximo central que corresponde a $m = 0$ e $y_m = 0$.

Pode-se determinar a distância entre as franjas a partir da equação (7). A diferença entre as posições de dois máximos consecutivos é

$$y_{m+1} - y_m = \frac{D}{d} (m+1)\lambda - \frac{D}{d} m\lambda$$

ou

$$\Delta y = \frac{D}{d} \lambda. \quad (8)$$

Assim, as equações (7) e (8), obtidas através da análise do experimento de dupla fenda mostram que a experiência de Young gerou a primeira medição direta do comprimento de onda da luz.

2.3 – Interferência de duas ondas monocromáticas.

Considerando-se o caso de interferência mais simples, obtido pela interação de duas ondas monocromáticas, cada uma com frequência angular ω fixa. Sendo a luz uma onda originada pela oscilação de campos elétrico e magnético perpendiculares entre si, não se deve negligenciar um tratamento vetorial aos fenômenos que envolvem a luz, uma vez que os campos elétrico e magnético são campos vetoriais. No contexto desse

modelo vetorial para a luz, será possível obter as equações básicas da interferência. [HECHT, 1993].

Um experimento que envolve esse caso de interferência pode ser realizado utilizando duas fontes pontuais, S_1 e S_2 , cada uma emitindo ondas monocromáticas de mesma frequência em um meio homogêneo. Sendo a separação entre as fontes muito maior que λ e considerando um ponto de observação P suficientemente distante das fontes, têm-se que as frentes de onda que nele incidem são praticamente planas, Figura 2.4. Considerando que as ondas provenientes das fontes S_1 e S_2 propagam-se na direção dos seus respectivos vetores de onda, \vec{k}_1 e \vec{k}_2 . A onda gerada por S_1 possui amplitude vetorial \vec{E}_{01} e a onda originada de S_2 apresenta amplitude vetorial \vec{E}_{02} . Admitindo-se apenas ondas linearmente polarizadas incidentes em P , temos que a onda proveniente da fonte S_1 é da forma

$$\vec{E}_1(\mathbf{r}, t) = \vec{E}_{01} \cos(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} - \omega t + \varepsilon_1) \quad (10-a)$$

e as ondas emitidas pela fonte S_2 são do tipo

$$\vec{E}_2(\mathbf{r}, t) = \vec{E}_{02} \cos(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} - \omega t + \varepsilon_2) \quad (10-b)$$

Onde ε_1 e ε_2 são as constantes de fase para as ondas originadas de S_1 e S_2 , respectivamente.

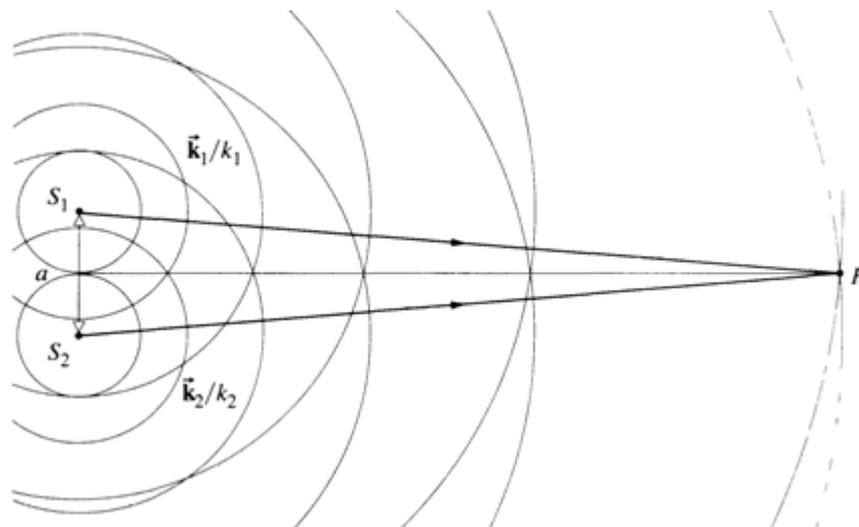


Figura 2.4 – Representação da incidência das ondas geradas por S_1 e S_2 em um ponto distante P . Fonte: HECHT, 1993.

A intensidade I da luz é definida como a energia por unidade de tempo e de área que atravessa um elemento de área perpendicular à direção de propagação. O valor da intensidade de uma onda monocromática oscila no tempo, em uma dada posição, da mesma forma que $\cos^2(\omega t + \gamma)$, sendo γ uma constante que de modo geral é da forma $(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + \varepsilon)$ conforme as equações (10-a) e (10-b). O valor de ω para a luz visível é da ordem de 10^{15} s^{-1} , sendo que essa oscilação é extremamente rápida. Assim, é mais prático registrar o valor médio temporal que é dado por

$$I = nc\varepsilon\langle\mathbf{E}^2\rangle.$$

Como foi considerado apenas intensidades de ondas que se propagam em um mesmo meio, pode-se suprimir as constantes, sem perda de generalidade, e escrever a intensidade da seguinte forma

$$I = \langle\mathbf{E}^2\rangle$$

O termo $\langle\mathbf{E}^2\rangle$ é o valor médio temporal do quadrado da norma do campo elétrico, ou alternativamente $\langle\mathbf{E} \cdot \mathbf{E}\rangle$. De fato

$$\mathbf{E}^2 = \mathbf{E} \cdot \mathbf{E},$$

e pelo princípio da superposição, o campo elétrico resultante \mathbf{E} em P é dado por

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 \quad (11)$$

o que permite escrever

$$\mathbf{E}^2 = (\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2) \cdot (\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2),$$

têm-se, portanto

$$\mathbf{E}^2 = \mathbf{E}_1^2 + \mathbf{E}_2^2 + 2\mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{E}_2 \quad (12)$$

Pela equação acima, têm-se que a intensidade é da forma

$$I = I_1 + I_2 + I_{12}, \quad (13)$$

Onde

$$I_1 = \langle\mathbf{E}_1^2\rangle, \quad (14)$$

$$I_2 = \langle\mathbf{E}_2^2\rangle, \quad (15)$$

e

$$I_{12} = 2\langle \mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{E}_2 \rangle. \quad (16)$$

Este último termo é chamado de termo de interferência. Seu valor em um dado instante é obtido por

$$\mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{E}_2 = E_{01} E_{02} \cos(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} - \omega t + \varepsilon_1) \cdot \cos(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} - \omega t + \varepsilon_2) \quad (17)$$

Ou, de modo mais detalhado

$$\mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{E}_2 = E_{01} \cdot E_{02} [\cos(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} + \varepsilon_1) \cos \omega t + \sin(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} + \varepsilon_1) \sin \omega t] \cdot [\cos(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} + \varepsilon_2) \cos \omega t + \sin(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} + \varepsilon_2) \sin \omega t]. \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{E}_2 = E_{01} \cdot E_{02} & [\cos(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} + \varepsilon_1) \cos(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} + \varepsilon_2) \cos^2 \omega t \\ & + \cos(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} + \varepsilon_1) \sin(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} + \varepsilon_2) \cos \omega t \cdot \sin \omega t \\ & + \sin(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} + \varepsilon_1) \cos(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} + \varepsilon_2) \sin \omega t \cdot \cos \omega t \\ & + \sin(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} + \varepsilon_1) \sin(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} + \varepsilon_2) \sin^2 \omega t] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{E}_2 = E_{01} \cdot E_{02} & \{ \cos(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} + \varepsilon_1) \cos(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} + \varepsilon_2) \cos^2 \omega t \\ & + [\cos(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} + \varepsilon_1) \sin(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} + \varepsilon_2) \\ & + \sin(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} + \varepsilon_1) \cos(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} + \varepsilon_2)] \sin \omega t \cdot \cos \omega t \\ & + \sin(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} + \varepsilon_1) \sin(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} + \varepsilon_2) \sin^2 \omega t \} \end{aligned}$$

O termo que contém $\sin \omega t \cos \omega t$ pode ser escrito de forma mais compacta, levando-se em conta que

$$\begin{aligned} \cos(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} + \varepsilon_1) \sin(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} + \varepsilon_2) + \sin(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} + \varepsilon_1) \cos(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} + \varepsilon_2) \\ = \sin(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} + \varepsilon_1 + \mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} + \varepsilon_2) = \sin[(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2) \cdot \mathbf{r} + \varepsilon_1 + \varepsilon_2] \end{aligned}$$

Fazendo-se $\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 = \mathbf{k}_3$ e $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \varepsilon_3$, vem

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{E}_2 = \\ E_{01} \cdot E_{02} [\cos(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} + \varepsilon_1) \cos(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} + \varepsilon_2) \cos^2 \omega t + \sin(\mathbf{k}_3 \cdot \mathbf{r} + \varepsilon_3) \sin \omega t \cdot \cos \omega t + \\ \sin(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} + \varepsilon_1) \sin(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} + \varepsilon_2) \sin^2 \omega t] \quad (19) \end{aligned}$$

Assim, o valor médio de $\mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{E}_2$ em um ponto P é dado por

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{E}_2 \rangle &= \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{E}_2 dt' \\ &= \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \{ E_{01} \cdot E_{02} [\cos(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} + \varepsilon_1) \cos(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} + \varepsilon_2) \cos^2 \omega t' \\ &+ \sin(\mathbf{k}_3 \cdot \mathbf{r} + \varepsilon_3) \sin \omega t' \cdot \cos \omega t' \\ &+ \sin(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} + \varepsilon_1) \sin(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} + \varepsilon_2) \sin^2 \omega t'] \} dt' \end{aligned}$$

Os termos em função de $\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r}$ e $\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r}$ são constantes, logo

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{E}_2 \rangle = & \mathbf{E}_{01} \cdot \mathbf{E}_{02} \left\{ [\cos(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} + \varepsilon_1) \cos(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} + \varepsilon_2)] \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \cos^2 \omega t' dt' + \right. \\ & \left. \sin(\mathbf{k}_3 \cdot \mathbf{r} + \varepsilon_3) \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \sin \omega t' \cdot \cos \omega t' dt' + \right. \\ & \left. \sin(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} + \varepsilon_1) \sin(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} + \varepsilon_2) \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \sin^2 \omega t' dt' \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{E}_2 \rangle = & \mathbf{E}_{01} \cdot \mathbf{E}_{02} \cos(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} + \varepsilon_1) \cos(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} + \varepsilon_2) \langle \cos^2 \omega t \rangle + \sin(\mathbf{k}_3 \cdot \mathbf{r} + \varepsilon_3) \\ & + \langle \sin \omega t \cdot \cos \omega t \rangle + \sin(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} + \varepsilon_1) \sin(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} + \varepsilon_2) \langle \sin^2 \omega t \rangle \end{aligned}$$

Como $\langle \cos^2 \omega t \rangle = \langle \sin^2 \omega t \rangle = 1/2$ e $\langle \sin \omega t \cos \omega t \rangle = 0$, têm-se

$$\langle \mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{E}_2 \rangle = \frac{1}{2} \mathbf{E}_{01} \cdot \mathbf{E}_{02} \cos(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} + \varepsilon_1 - \mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} - \varepsilon_2),$$

E termo de interferência fica

$$I_{12} = \mathbf{E}_{01} \cdot \mathbf{E}_{02} \cos \gamma, \quad (14)$$

$$\gamma = (\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} - \mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} + \varepsilon_1 - \varepsilon_2),$$

Que é a diferença de fase originada da distância relativa dos caminhos de propagação e pela diferença entre os ângulos iniciais de fase das ondas. Percebe-se que sendo \mathbf{E}_{01} e \mathbf{E}_{02} perpendiculares, da mesma forma \mathbf{E}_1 e \mathbf{E}_2 , $I_{12} = 0$ e portanto $I = I_1 + I_2$.

Considerando agora a situação mais comum, em que \mathbf{E}_{01} , é paralelo a \mathbf{E}_{02} , o cálculo do valor médio da intensidade se reduz a um tratamento escalar, como mostrado a seguir

$$I_{12} = \mathbf{E}_{01} \cdot \mathbf{E}_{02} \cos \gamma.$$

Calculando as intensidades das ondas separadamente, têm-se

$$I_1 = \langle \mathbf{E}_1^2 \rangle = \frac{E_{01}^2}{2} \quad (15)$$

e

$$I_2 = \langle \mathbf{E}_2^2 \rangle = \frac{E_{02}^2}{2} \quad (16)$$

A partir dessas duas equações, pode-se escrever o termo de interferência de forma bastante interessante.

$$I_{12} = 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \gamma,$$

O que permite escrever a intensidade total como

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \gamma \quad (17)$$

Assim, para um determinado ponto do espaço, a intensidade total depende de γ . Um máximo de intensidade ocorre quando $\cos \gamma = 1$, o que dá

$$I_{m\acute{a}x} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \quad (18)$$

Sendo que isso é válido somente quando

$$\gamma = \dots, -4\pi, -2\pi, 0, +2\pi, +4\pi, \dots$$

Nessa situação as duas ondas apresentam diferença de fase igual a um número inteiro de 2π , o que significa que as mesmas oscilam em fase e a interação gerada é dita construtiva total. Isso porque a interferência é dita construtiva quando $0 < \cos \gamma < 1$, ou seja, quando as ondas estão fora de fase e têm-se $I_1 + I_2 < I < I_{max}$. Nota-se que $I = I_1 + I_2$ ocorre quando se considera $\gamma = \pi/2$, o que significa que as ondas estão defasadas de $\pi/2$ entre si, e conseqüentemente $\cos \gamma = 0$. Para $-1 < \cos \gamma < 0$, têm-se como resultado a chamada interferência destrutiva, correspondendo a $I_{min} < I < I_1 + I_2$. O valor mínimo da intensidade ocorre quando $\cos \gamma = -1$, ou seja, quando as ondas estão 180° fora de fase, que resulta

$$I_{m\acute{i}n} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2} \quad (19)$$

Isso é válido quando $\gamma = \dots, -5\pi, -3\pi, -\pi, +\pi, +3\pi, +5\pi, \dots$ e este tipo de interferência é chamada destrutiva total.

Considerando o caso especial em que as amplitudes das ondas incidentes no ponto P são iguais, ou seja, $\mathbf{E}_{01} = \mathbf{E}_{02}$. Portanto, as contribuições de intensidade das duas ondas também são iguais, $I_1 = I_2 = I_0$. A equação (17) adquire a seguinte forma

$$I = 2I_0(1 + \cos \gamma) \quad (20)$$

ou

$$I = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\gamma}{2}\right) \quad (21)$$

A partir dessas duas equações têm-se que $I_{min} = 0$ e $I_{max} = 4I_0$.

3 - INTERFERÔMETROS

3.1 - Interferômetro de Michelson.

O interferômetro de Michelson, assim chamado em razão do cientista que o idealizou e o construiu em 1881, Albert Abraham Michelson (1852-1931), tornou-se o interferômetro mais conhecido e historicamente de maior importância. [HECHT, 1993].

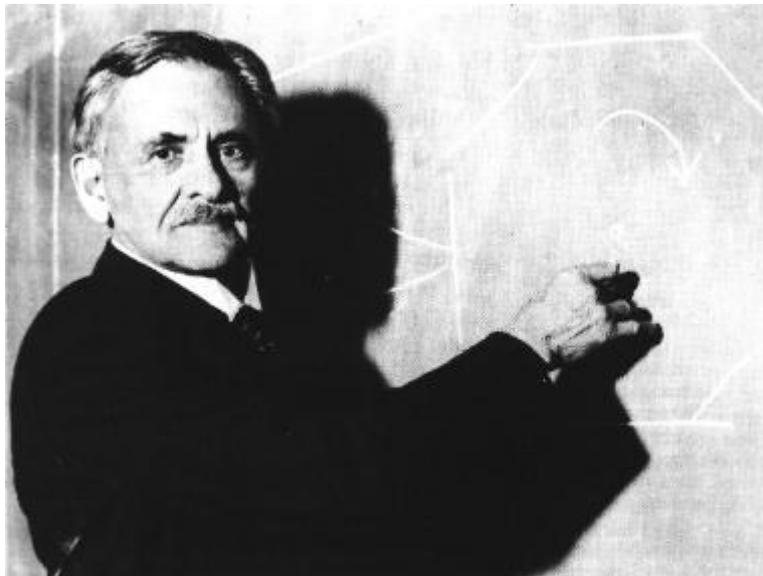


Figura 3.1 - Albert Abraham Michelson (1852 - 1931).

A luz proveniente de um ponto da fonte extensa representado na Figura 3.2 incide em uma lâmina semi-espelhada O , que tem a propriedade de dividir o feixe incidente em dois outros feixes cujas intensidades são iguais e é posicionada a 45° do feixe incidente. Os feixes assim formados propagam-se perpendicularmente, sendo que o feixe refletido vai em direção ao espelho M_2 e o feixe transmitido prossegue em direção ao espelho M_1 , atravessando a lamina C não espelhada. Após sofrerem reflexão nos espelhos M_1 e M_2 , os feixes são enviados de volta às suas direções de incidência, onde a onda proveniente de M_2 atinge o detector após atravessar novamente a lâmina O

e a onda refletida no espelho M_1 segue para o detector, após ser refletida na lâmina semi-espelhada.

Lembrando que caminho óptico de uma onda em um meio, por definição, é o produto do índice de refração correspondente pela distância que a onda percorre nesse meio, têm-se que o feixe refletido em M_2 apresenta uma diferença de caminho óptico devido ao seu duplo atravessamento de O . Assim, a lâmina C que possui as mesmas dimensões de O , mas não é semi-espelhada, tem a função de compensar a diferença de caminho óptico produzido pela lâmina semi-espelhada O . Como as ondas são originadas em um mesmo ponto P da fonte, então são coerentes e atingem o plano de observação D interferindo entre si. O padrão de interferência formado é de franjas circulares.

Para o entendimento de como ocorre a formação dos anéis de interferência, é conveniente considerar a representação da Figura 3.3, em que este processo é mostrado de forma mais simplificada. A fonte está posicionada no plano Σ e M_1' é a imagem de M_1 conjugada pela lâmina semi-espelhada O . Dependendo da posição de M_1 em relação a O , M_1' pode estar antes, depois ou coincidindo com M_2 . As superfícies Σ_1 e Σ_2 são as imagens da fonte Σ nos espelhos M_1 e M_2 , respectivamente.

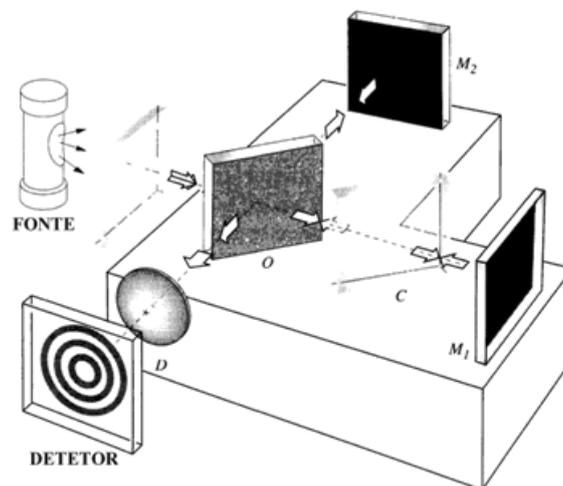


Figura 3.2 - O interferômetro de Michelson. Fonte: HECHT, 1993.

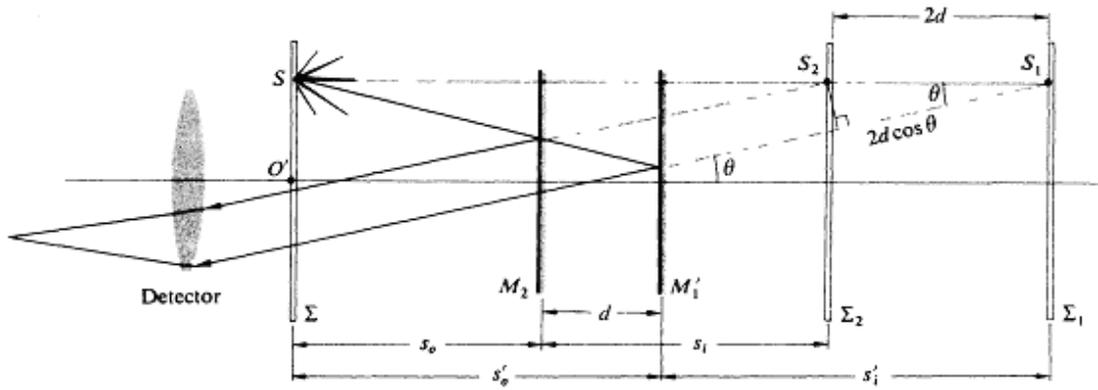


Figura 3.3 - Esquema simplificado da formação dos anéis de interferência em um interferômetro de Michelson. Fonte: HECHT, 1993.

Considerando o ponto S da fonte emitindo luz em todas as direções, um raio proveniente deste ponto incide na lâmina O e se divide em outros dois raios que se refletem em M_1 e M_2 . As reflexões são representadas a partir de M_2 e M_1' , por simplificação.

Para um observador no detector, tudo se passa como se os raios refletidos viessem dos pontos imagem S_1 e S_2 , que podem ser considerados como fontes puntiformes coerentes. De acordo com a figura, a diferença de caminhos entre os raios é $2d \cos \theta$. O raio que atravessa o braço OM_2 é internamente refletido em O , ou seja, a reflexão ocorre na interface entre um meio mais denso (lâmina) e um meio menos denso (ar), o que não gera inversão de fase desse raio. Contudo, a onda que percorre o braço OM_1 é externamente refletida em O , que corresponde uma reflexão na interface entre um meio menos denso e meio mais denso, o que gera uma inversão de fase de π radianos. Assim, os feixes provenientes de S_1 e S_2 apresentam diferença de fase π , além da originada pela diferença de caminhos entre eles. Logo, a condição para interferência destrutiva será

$$2d \cos \theta_m = m\lambda_0, \quad (m = 0, 1, 2, \dots) \quad (22)$$

Que é válida para o ponto S , sendo válida também para qualquer ponto do círculo centrado em O' que contém S , como mostrado na Figura 3.4.

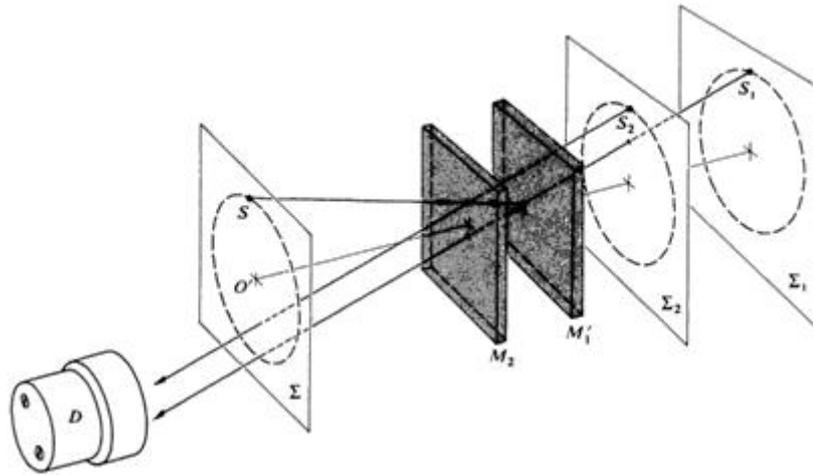


Figura 3.4 - Imagens conjugadas de um ponto S da fonte pelos espelhos S_1 e S_2 . Fonte: HECHT, 1993.

A interferência de uma luz quase monocromática consiste tipicamente de um grande número de anéis brilhantes e escuros alternando-se entre si, onde cada anel possui uma ordem fixa m . A franja escura central, de ordem m_0 , possui $\theta_m = 0$ o que resulta, de acordo com a equação (22), em

$$2d = m_0 \lambda_0. \quad (23)$$

Para efeito de comparação, o valor m_0 pode ser estimado considerando que $\lambda_0 = 500\text{nm}$ para a onda utilizada e que obtêm-se uma franja escura central para a distância $d = 10\text{cm}$, resultando no valor $m_0 = 400.000$. Assim, fixando um valor para d , para sucessivas franjas escuras de ordem maior que a franja central, têm-se:

$$2d \cos \theta_1 = (m_0 - 1)\lambda_0$$

$$2d \cos \theta_2 = (m_0 - 2)\lambda_0$$

$$2d \cos \theta_3 = (m_0 - 3)\lambda_0$$

...

$$2d \cos \theta_p = (m_0 - p)\lambda_0$$

Portanto, o anel escuro de ordem p satisfaz a equação

$$2d \cos \theta_p = (m_0 - p)\lambda_0. \quad (24)$$

As equações (23) e (24) podem ser combinadas de forma a obter

$$2d(1 - \cos \theta_p) = p\lambda_0. \quad (25)$$

Admitindo θ_p pequeno, pode-se escrever a equação acima como

$$\theta_p = \left(\frac{p\lambda_0}{d}\right)^{1/2}, \quad (26)$$

que é a posição angular da franja de ordem p .

O espelho M_2 pode ser deslocado através de um parafuso micrométrico e conseqüentemente há mudança na diferença de caminhos. Dependendo do sentido do movimento do espelho M_2 novas franjas circulares poderão surgir ou franjas já existentes desaparecerão no centro do padrão de interferência. Para obter dois máximos centrais consecutivos, lembrando que entre cada um deles têm-se um mínimo, a diferença de caminho $2d\cos\theta$ entre os raios varia de um comprimento de onda, o que corresponde a um deslocamento de $\lambda/2$ do espelho M_2 .

É possível portanto, utilizar o interferômetro de Michelson para medir diferenças de caminho ótico a partir do número de franjas que passam pelo centro do padrão de interferência. Quanto maior for o número de franjas contados, maior será a precisão na medida de diferenças de caminho. Aproveitando-se desse fato, Michelson decidiu medir o comprimento da barra que representa o metro padrão usando como unidade de medida o comprimento de onda da luz monocromática vermelha proveniente de uma fonte de luz formada por cádmio, sendo que ele determinou o comprimento do metro padrão correspondendo a 1.553.163,5 comprimentos de onda dessa luz. A importância desse trabalho teve grande repercussão, levando-se a pensar na redefinição do metro em função de comprimentos de onda da luz e rendendo a Michelson o prêmio Nobel de Física em 1907.[RESNICK, 2006].

Uma aplicação importante do interferômetro de Michelson é a série de experiências realizadas por Michelson e Edward Williams Morley (1838 – 1923) entre 1881 e 1887 com a finalidade de verificar a existência do éter, um meio hipotético, elástico e invisível em que acreditava-se ser o meio material para a propagação das

ondas eletromagnéticas, assim como ocorre com as ondas mecânicas. O éter seria o meio em relação ao qual a luz se propaga com velocidade c (300.000 km/s).

Para a realização do experimento, eles consideraram que, se o espaço sideral estivesse preenchido por um “mar de éter” imóvel e a luz fosse realmente propagada através dele, a velocidade desta deveria ser afetada pela “correnteza de éter” resultante do movimento de translação da Terra. Em outras palavras, um raio de luz no sentido do movimento da Terra deveria sofrer um retardamento, por causa da correnteza do éter, da mesma forma que um nadador é retardado pela correnteza da água ao nadar contra ela.

Michelson e Morley construíram o interferômetro sobre um suporte que podia girar no plano horizontal, o que permitia fazer observações em todas as direções. Assim o aparato ficou conhecido como Interferômetro de Michelson-Morley, capaz de registrar variações de até frações de quilômetros por segundo das velocidade da luz.

Os raios, propagando-se em direções perpendiculares, apresentam velocidades relativas diferentes em relação à Terra, provocando diferença nos intervalos de tempo que os raios levam no percurso dos seus respectivos caminhos até combinarem-se no detector.

Eles utilizaram o interferômetro para detectar a diferença entre os intervalos de tempo de percurso entre os raios a partir da análise da interferência produzida quando esses raios incidiam no detector. Contudo, mesmo repetindo a experiência várias vezes, em épocas e condições diferentes, chegaram sempre à mesma conclusão: não havia diferença entre os dois intervalos de tempo que os raios levam para se recombinarem no detector.

Assim, ficou demonstrado que nenhum efeito poderia ser atribuído ao éter, o que indica que a velocidade da luz é c para todos os caminhos de acordo com a Teoria da Relatividade Restrita de Einstein.

3.2 – Interferômetro de Sagnac.

A principal característica do interferômetro de Sagnac é o fato de não apresentar braços independentes como ocorre nos interferômetros de Michelson e Mach-Zehnder, o que torna esse interferômetro muito fácil de ser alinhado, além de ser bastante estável. Uma das possíveis formas de montar um interferômetro de Sagnac é mostrada na Figura 3.5, (a) onde se vê dois espelhos e um divisor de feixes. Os espelhos são posicionados de forma que os raios provenientes do divisor de feixes percorrem o mesmo caminho, porém em sentidos contrários, daí o motivo desse interferômetro também ser chamado de interferômetro em anel.

Por não ter braços independentes, esse interferômetro dispensa alguns cuidados que são comuns quando se trabalha com outros interferômetros para obter padrões de interferência estáveis, como isolamento de circulação de ar ou vibrações, pois se algum fator afeta um dos braços, então afeta os dois feixes ao mesmo tempo. Também é dispensável o uso de lâminas compensadoras, uma vez que os feixes atravessam o divisor com mesmo número de vezes.

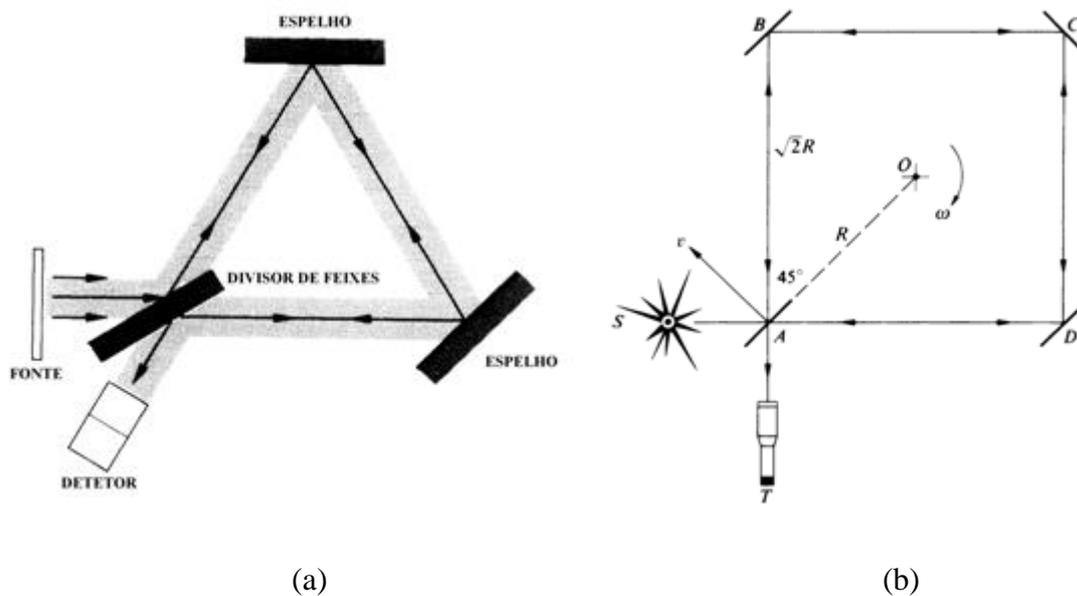


Figura 3.5 - Interferômetro de Sagnac (a) uma das suas formas possíveis e (b) o interferômetro de Sagnac girando. Fonte: HECHT, 1993.

Uma das aplicações mais importantes do interferômetro de Sagnac é a determinação da velocidade de rotação de um sistema. A primeira construção de um interferômetro em plataforma girante aconteceu em 1963 e serviu de exemplo para que

muitos dispositivos desse tipo viessem a ser desenvolvidos nos anos seguintes. Todo o aparato, espelhos, fonte e detector foram rotacionados em torno de um eixo perpendicular passando pelo centro do interferômetro. Lembrando que existem dois raios em sentidos contrários no interferômetro, a rotação efetiva diminui o caminho de um deles e aumenta o do outro. A diferença de caminhos entre os raios gera uma diferença de fase e conseqüente mudança no padrão de interferência, ou efeito Sagnac, proporcional à velocidade angular de rotação.[HECHT, 1993].

Supondo que o divisor de feixes se move com velocidade linear v , que pode ser escrita como $v = \omega R$, onde R é a metade da diagonal do quadrado e ω é a velocidade de rotação do sistema. Pode-se determinar o tempo de viagem da luz ao longo de cada trecho do interferômetro. No caminho AB

$$t_{AB} = \frac{2R}{(c\sqrt{2}-\omega R)}$$

Em AD

$$t_{AD} = \frac{2R}{(c\sqrt{2}+\omega R)}$$

Além disso, o tempo total de viagem no sentido anti-horário é

$$t_{ant-h} = \frac{8R}{(c\sqrt{2}+\omega R)}$$

Para o tempo total em sentido horário têm-se

$$t_h = \frac{8R}{(c\sqrt{2}-\omega R)}$$

Considerando $\omega R \ll c$, pela aproximação da expansão binomial, a diferença entre esses dois intervalos é

$$\Delta t = t_h - t_{ant-h} = \frac{8R^2\omega}{c^2}$$

Ou usando a área do quadrado formado pelos feixes, $A = 2R^2$, que fica

$$\Delta t = \frac{4A\omega}{c^2}$$

A partir desse resultado e do período da luz monocromática usada, $\tau = \lambda/c$, pode-se determinar o deslocamento fracional das franjas, dado por $\Delta N = \Delta t/\tau$ que fica

$$\Delta N = \frac{4A\omega}{c\lambda}.$$

Esse resultado foi utilizado por Michelson e Gale para a determinação da velocidade angular da Terra.

3.3 – Interferômetro de Fabry-Perot.

Um interferômetro baseado em interferência de feixes múltiplos foi primeiramente construído por Charles Fabry e Alfred Perot em 1899. Este dispositivo consiste de duas placas de mesmo material, vidro ou quartzo, posicionadas paralelamente entre si que possuem face interna filmes de alta refletividade, Figura 3.8. O termo interferômetro só é aplicado ao dispositivo de Fabry-Perot se a distância entre as placas for mecanicamente variável, assim quando as placas são mantidas fixas o termo utilizado é étalon.[MULLIGAN, 1998].



(a)



(b)

Figura 3.6 - Os cientistas (a) Charles Fabry (1867-1945) e (b) Alfred Perot (1863-1925).

Fonte: MULLIGAN, 1998.

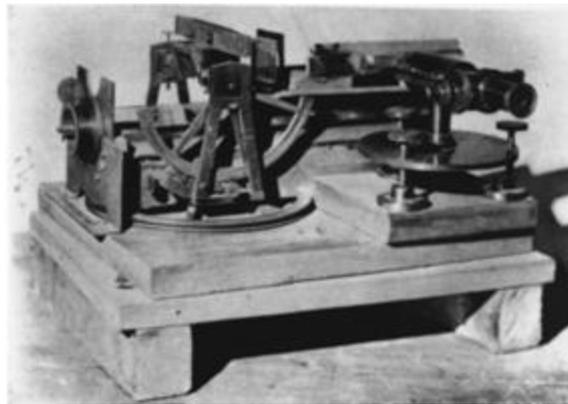


Figura 3.7 - O modelo original do interferômetro de Fabry-Perot (1898). Fonte: MULLIGAN, 1998.

É comum a montagem do étalon entre duas lentes, uma próxima à fonte extensa com a finalidade de colimar os feixes e outra próxima ao anteparo de observação para focalizar os feixes que são transmitidos paralelamente como mostrado na Figura 3.8.

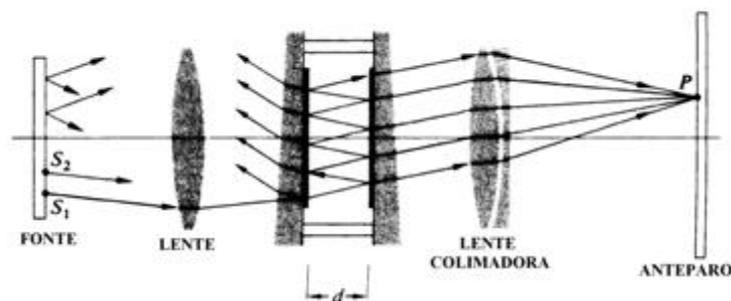


Figura 3.8 - O étalon de Fabry-Perot. Fonte: HECHT, 1993.

Por ser utilizada uma fonte extensa, os raios incidentes no étalon em ângulos de incidência diferentes e para cada ângulo têm-se um caminho óptico diferente para o feixe ao atravessar a cavidade entre as placas. O padrão de interferência observado é de franjas circulares concêntricas com inclinação igual ao ângulo de incidência dos feixes correspondentes às mesmas devido à simetria do dispositivo em relação ao eixo da lente.

Considerando a configuração básica de interferência de feixes múltiplos, têm-se que a lâmina de faces paralelas no caso do étalon é o meio entre as placas. Portanto, a condição para um máximo de interferência de ordem m será

$$\left(\frac{4\pi n}{\lambda_0}\right) d \cos \theta_m = 2m\pi$$

Onde θ_m é a posição angular da franja de ordem m , n é o índice de refração do material entre as placas do étalon e d a distância entre elas.

O interferômetro de Fabry-Perot tem poder separador extremamente elevado e por ser capaz de distinguir comprimentos de onda muito próximos, uma das suas principais aplicações é a análise do espectro óptico. Sendo que para esse dispositivo a transmissão é dada pela função de Airy:

$$I(\nu) = \frac{I_0}{\left[1 + \left(\frac{2F}{\pi}\right)^2 \sin^2 \frac{\delta}{2}\right]}$$

I_0 é a intensidade da luz incidente, F é a finesse da cavidade entre as placas e δ é a fase adicional da onda para cada dupla reflexão nas placas.

A finesse é tal que quanto maior seu valor menor será a largura dos picos de intensidade e maior será o poder de resolução do interferômetro. A finesse depende da refletividade dos espelhos, conforme a expressão

$$F = \pi \frac{\sqrt{R}}{(1-R)}$$

Contudo, a finesse depende de outros fatores como irregularidade das superfícies, desalinhamento dos espelhos e efeitos de absorção ou difração dos raios, mas a refletividade é o principal. É importante lembrar que o primeiro interferômetro construído por Fabry e Perot consistia de duas placas de vidro perfeitamente planas internamente revestidas por filmes finos de prata que refletiam 90% da luz incidente. Por esse motivo entende-se o fato de eles terem obtidos feixes de luz muito paralelos que produziam franjas incrivelmente nítidas e brilhantes.

Ao aumentar a refletividade das placas, e sua separação, a resolução do interferômetro de Fabry-Perot pode ser aumentada é o que ocorre em suas construções mais modernas em que são utilizados comprimentos de onda próximos de 500 nm, com uma separação fixa de 1 cm entre as placas internamente revestidas por prata ou alumínio que refletem cerca de 95% dos feixes incidentes. Estes valores garantem um poder separador que supera os de espectrômetros de prisma e de grade por uma ou duas ordens de magnitude. [Mulligan, 1998]. Esta é uma das grandes vantagens que os interferômetros de Fabry-Perot têm em relação a outros tipos de instrumentos ópticos

para medições de comprimento de onda com precisão, análise da estrutura hiperfina dos átomos e outras aplicações mais especializadas.

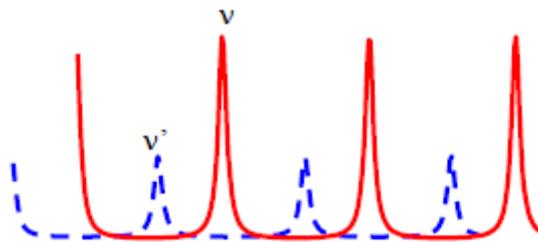


Figura 3.9 - Picos de intensidades para as frequências ν' e ν . Fonte: ZILIO, 2010.

Mudando a distância entre as placas, a intensidade medida pelo detector varia de acordo com a função mostrada na Figura 3.9. Caso a fonte apresente outra faixa de frequência ν' , sua intensidade correspondente varia de acordo com a função tracejada da Figura 3.9. Denomina-se intervalo espectral livre a distância entre picos consecutivos que representa o período para o qual cada espectro se repete.

3.4 - Interferômetro de Mach-Zehnder.

O interferômetro de Mach-Zehnder foi desenvolvido independentemente pelos físicos Ludwig Mach e Ludwig Zehnder em 1891-92 e o princípio de funcionamento é baseado na divisão da amplitude de onda incidente. [RICCI, 2007]. Com esse aparato é possível monitorar alterações mínimas do índice de refração e na compressibilidade de um fluxo de gás, sendo muito aplicado em aerodinâmica. O esquema básico está mostrado na Figura 3.10. A radiação proveniente de uma fonte F é colimada e dividida por um divisor de feixes SM_1 . Cada feixe assim originado corresponde a 50% da onda incidente sendo refletidos pelos espelhos M_1 e M_2 , alinhados precisamente para que o ângulo de incidência seja sempre de 45° , e vão para um outro divisor de feixes SM_2 .

O padrão de interferência é observado na saída 1 ou na saída 2 sendo que em um existe máximo de interferência central e em outro um mínimo central. O máximo central em um dos anteparos se deve ao fato de que não há diferença de fase devido a uma diferença de caminhos entre os feixes que seguiram pelos braços 1 e 2, pois ambos

percorreram a mesma distância, além de que esses raios, sofrem ambos, duas reflexões, de maneira que a diferença de fase final entre eles ao atingirem o centro do anteparo 1 continua sendo nula. Para os raios que chegam no centro do anteparo 2, existe uma diferença de fase não nula, uma vez que para atingir o centro de anteparo, o raio que vai pelo braço 1 sofre três reflexões, enquanto o que vai pelo braço 2 sofre apenas uma. Isso resulta em uma diferença de fase de π radianos entre os dois raios que chegam ao centro do anteparo 2.

É possível variar a diferença de caminho óptico entre os feixes através da mudança de posição de um dos divisores de feixes o que faz a luz comutar entre uma saída e outra. Isto tem importância em comunicações ópticas porque possibilita alterar a direção de tráfego do sinal. Já no caso do interferômetro de Michelson, a luz ou vai para o observador, ou retorna para a fonte.

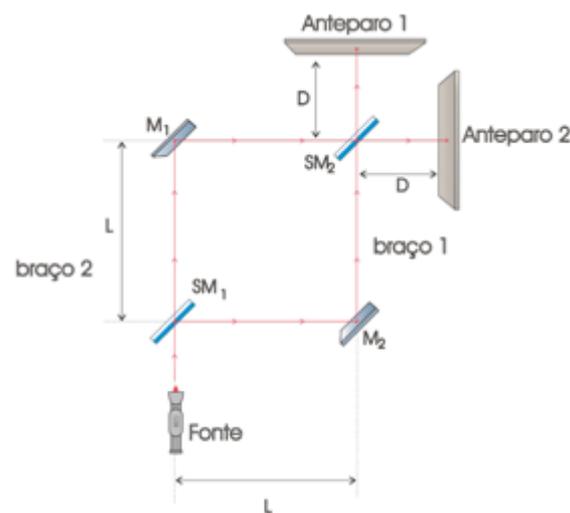


Figura 3.10 - Interferômetro de Mach-Zehnder. Fonte: RICCI, 2007.

4. CONCLUSÕES

A partir dos estudos realizados neste trabalho é possível ver que o fenômeno de interferência, por ser uma propriedade exclusiva das ondas, quando observado para a luz comprova sua natureza ondulatória e sob que condições este fenômeno ocorre, utilizando a análise do experimento de fenda dupla ou por aparelhos específicos para sua obtenção, os interferômetros.

Utilizando o modelo de luz como onda eletromagnética, resultante das oscilações de um campo elétrico e magnético, foi desenvolvido um estudo matemático a partir do tratamento vetorial das ondas luminosas o que possibilitou descrever a formação dos máximos e dos mínimos de interferência, utilizando-se uma grandeza chamada intensidade da luz.

A descrição matemática foi empregada para entender como ocorrem as interferências em dispositivos chamados interferômetros desenvolvidos ao longo dos dois últimos séculos.

Foi possível ainda, fazer um estudo sobre os interferômetros mais conhecidos e historicamente mais importantes, com destaque para o interferômetro de Michelson. Utilizando o modelo matemático estudado anteriormente para descrever a interferência que ocorre em cada tipo de interferômetro, obteve-se resultados que permitem a aplicação desses aparelhos nos mais variados procedimentos. Por exemplo, o interferômetro de Michelson é utilizado para fazer medidas de distâncias com grande precisão, o interferômetro de Sagnac em uma plataforma girante permite a determinação da velocidade angular de um sistema (como a da Terra), o interferômetro de Fabry-Perot e seu grande poder separador aplicado na análise da estrutura hiperfina dos átomos e para distinguir comprimentos de onda muito próximos e o interferômetro de Mach-Zehnder amplamente utilizado em comunicações. Além dessas aplicações, todos esses interferômetros são de extrema importância para o desenvolvimento da física, tanto teórica como experimental, uma vez que a partir de experimentos realizados nesses instrumentos é possível obter resultados cuja descrição abre horizontes para o ensino tanto da óptica moderna quanto da mecânica quântica.

5. APÊNDICES

5.1.Cálculo da Intensidade

Considerando uma onda plana que se propaga na direção do vetor unitário \mathbf{u} , é possível determinar o fluxo de energia transportada pela onda por unidade de área em sua direção de propagação através do vetor de Poynting definido como

$$\mathbf{S} = \frac{1}{\mu_0} \mathbf{E} \times \mathbf{B} \quad (1.1)$$

Os campos \mathbf{E} e \mathbf{B} são relacionados por

$$\mathbf{B} = \left(\frac{n}{c}\right) \mathbf{u} \times \mathbf{E} \quad (1.2)$$

Onde n é o índice de refração do meio [REITZ, 2000].

Dessas duas equações, vem

$$\mathbf{S} = \frac{1}{\mu_0} \mathbf{E} \times [(n/c) \mathbf{u} \times \mathbf{E}] \quad (1.3)$$

Ou

$$\mathbf{S} = c^2 \epsilon_0 \mathbf{E} \times [(n/c) \mathbf{u} \times \mathbf{E}] \quad (1.4)$$

Usando o BAC - CAB, têm-se

$$\mathbf{S} = nc\epsilon_0 [-E(\mathbf{u} \cdot \mathbf{E}) + \mathbf{u}(\mathbf{E} \cdot \mathbf{E})] \quad (1.5)$$

Como o campo elétrico \mathbf{E} é perpendicular à direção de propagação \mathbf{u} , têm-se

$$\mathbf{S} = nc\epsilon_0 E^2 \mathbf{u} \quad (1.6)$$

Supondo tratar-se de uma onda plana harmônica linearmente polarizada, o campo elétrico é dado por

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \cos(\mathbf{u} \cdot \mathbf{r} - \omega t) \quad (1.7)$$

Assim, a equação (1.6) fica

$$\mathbf{S} = nc\varepsilon_0 \mathbf{E}_0^2 \cos^2(\mathbf{u} \cdot \mathbf{r} - \omega t) \mathbf{u} \quad (1.8)$$

A oscilação dos campos possui frequência extremamente alta e pela equação acima têm-se que o vetor de Poynting oscila com o dobro dessa frequência. Assim a medida instantânea da magnitude de \mathbf{S} é impraticável sendo mais fácil determinar seu valor médio no tempo. O valor médio da magnitude do vetor de Poynting, $\langle S \rangle$, é uma quantidade importante conhecida como intensidade, obtida por

$$I = \langle S \rangle = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} S dt'$$

$$I = \langle S \rangle = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} nc\varepsilon_0 \mathbf{E}_0^2 \cos^2(\mathbf{u} \cdot \mathbf{r} - \omega t') dt'$$

$$I = \langle S \rangle = nc\varepsilon_0 \mathbf{E}_0^2 \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \cos^2(\mathbf{u} \cdot \mathbf{r} - \omega t') dt'$$

Ou

$$I = \langle S \rangle = nc\varepsilon_0 \mathbf{E}_0^2 \langle \cos^2(\mathbf{u} \cdot \mathbf{r} - \omega t) \rangle$$

Como $\langle \cos^2(\mathbf{u} \cdot \mathbf{r} - \omega t) \rangle = 1/2$

$$I = \langle S \rangle = nc\varepsilon_0 \frac{\mathbf{E}_0^2}{2} \quad (1.9)$$

Portanto, a intensidade é proporcional ao quadrado da amplitude do campo elétrico e sua unidade é W/m². Duas formas alternativas para se escrever a intensidade são

$$I = \frac{c}{n\mu_0} \langle \mathbf{B}^2 \rangle \quad (1.10)$$

E

$$I = nc\varepsilon_0 \langle \mathbf{E}^2 \rangle \quad (1.11)$$

5.2. Equação de onda.

As chamadas equações de Maxwell são expressões matemáticas de resultados experimentais. Esse conjunto de quatro equações é mostrado a seguir e representam respectivamente, a extensão da lei de Ampère, a forma diferencial da lei de Faraday da indução eletromagnética, a lei de Gauss e a equação que indica a não existência de monopólos magnéticos.

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \quad (2.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (2.2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho, \quad (2.3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0. \quad (2.4)$$

Uma das principais conseqüências das equações de Maxwell é que a partir delas é possível obter as equações de propagação das ondas eletromagnéticas. Considerando um meio linear, homogêneo e isotrópico, para obter a equação da onda para \mathbf{H} é necessário aplicar o rotacional na equação

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{H} = \nabla \times \mathbf{J} + \nabla \times \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (2.5)$$

Onde \mathbf{D} é o vetor deslocamento e pode ser escrito como $\varepsilon \mathbf{E}$. Além disso, pela lei de Ohm $\mathbf{J} = g \mathbf{E}$. Para o meio considerado, g e ε são contantes, as

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{H} = g \nabla \times \mathbf{E} + \varepsilon \frac{\partial(\nabla \times \mathbf{E})}{\partial t} \quad (2.6)$$

Admitindo que \mathbf{E} seja uma função comportada em seu domínio, a ordem de derivação acima pode ser invertida:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{H} = g \nabla \times \mathbf{E} + \varepsilon \nabla \times \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

Usando a equação (2.2), têm-se:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{H} = -g\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2}, \quad (2.7)$$

Em que foi empregado $\mathbf{B} = \mu\mathbf{H}$, que para o meio em questão, μ é constante.

O triplo produto vetorial pode ser simplificado se considerar a identidade

$$\nabla \times (\nabla \times) = \nabla(\nabla \cdot) - \nabla^2 \quad (2.8)$$

Assim, têm-se

$$\nabla \nabla \cdot \mathbf{H} - \nabla^2 \mathbf{H} = -g\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} \quad (2.9)$$

Lembrando que μ é constante, então

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = \nabla \cdot \left(\frac{\mathbf{B}}{\mu} \right) = \frac{1}{\mu} \nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

Portanto, a equação (2.9) fica

$$\nabla^2 \mathbf{H} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} - g\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = 0 \quad (2.10)$$

Equação semelhante é satisfeita pelo vetor \mathbf{E} . Para obtê-la aplica-se o rotacional na equação (2.2):

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = -\nabla \times \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2.11)$$

A ordem de derivação pode ser trocada considerando que \mathbf{B} é uma função bem comportada.

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial(\nabla \times \mathbf{B})}{\partial t}$$

Fazendo $\mathbf{B} = \mu\mathbf{H}$ e $\mathbf{J} = g\mathbf{E}$, lembrando que g , μ e ε são constantes para o meio considerado, têm-se:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial[\mu(\mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t})]}{\partial t} = -\mu \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t} - \mu \frac{\partial^2 \mathbf{D}}{\partial t^2} = -\mu g \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \quad (2.12)$$

Pela identidade vetorial (2.8) e considerando que a equação é aplicada para um meio em que $\nabla \cdot \mathbf{D} = 0$, vem

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} - g\mu \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = 0 \quad (2.13)$$

Estas equações de onda descrevem o campo eletromagnético em um meio no qual a densidade de carga é nula, sendo que o campo também deve satisfazer as equações de Maxwell. Isso ocorre porque as equações de onda são consequência necessária desta, porém não vale a recíproca.

5.3. Interferência de múltiplos feixes.

Quando a luz sofre múltiplas reflexões entre duas lâminas planas paralelas parcialmente refletoras, produz um grande número de feixes paralelos mutuamente coerentes que ao serem focalizados por uma lente geram figuras de interferência. Esse tipo de interferência é conhecido como interferência de múltiplos feixes.

Considerando uma lâmina de índice de refração n e espessura d situada em um meio de índice de refração n' , e o feixe de luz incidente no ponto B_1 com ângulo de incidência θ em relação à direção normal da lâmina. Ao incidir na primeira superfície o feixe é dividido em dois outros, um refletido e outro transmitido através da lâmina, conforme Figura 5.1.

O feixe transmitido incide na segunda superfície com ângulo θ' e divide-se em dois outros raios, um refletido que se propaga através da lâmina e outro que é transmitido através do meio de índice de refração n' . Esse processo de divisão do feixe continua a se repetir indefinidamente, sendo que a intensidade diminui gradativamente a cada reflexão. [BORN. 2006].

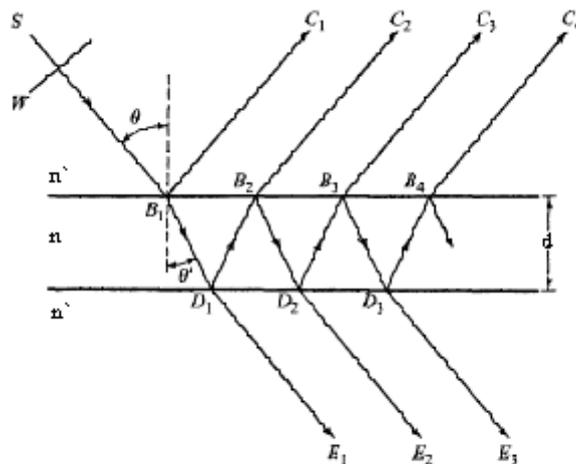


Figura 5.1 – Reflexão múltipla de uma onda plana por uma lâmina de faces paralelas.

Fonte: Born, 2006.

Supondo que o campo elétrico da onda incidente seja linearmente polarizado e de amplitude \mathbf{E}_0 , e admitindo-se que os coeficientes de reflexão e de transmissão do meio externo à lâmina são respectivamente r' e t' , e r e t os coeficientes que correspondem ao meio constituinte da lâmina e sabendo-se que a diferença de fase entre dois raios consecutivos é dada por

$$\Delta = \frac{4\pi}{\lambda_0} nd \cos \theta' \quad (3.1)$$

Onde λ_0 é o comprimento de onda no vácuo, têm-se que as amplitudes complexas dos raios refletidos são

$$r\mathbf{E}_0, tt'r\mathbf{E}_0e^{i\Delta}, tt'r^3\mathbf{E}_0e^{2i\Delta}, \dots, tt'r^{(2m-3)}\mathbf{E}_0e^{i(m-1)\Delta}, \dots$$

Analogamente, para as amplitudes complexas dos raios das ondas transmitidas, têm-se

$$t't\mathbf{E}_0, tt'r^2\mathbf{E}_0e^{i\Delta}, tt'r^4\mathbf{E}_0e^{2i\Delta}, \dots, tt'r^{2(p-1)}\mathbf{E}_0e^{i(p-1)\Delta}, \dots$$

Das relações de Fresnel pode-se escrever

$$tt' = T \quad (3.2)$$

E, como, $r = -r'$ do mesmo modo

$$r^2 = r'^2 = R \quad (3.3)$$

R e T são respectivamente, a refletividade e a transmissividade da lâmina, tais que

$$R + T = 1 \quad (3.4)$$

Pelo princípio da superposição, pode-se calcular o campo elétrico transmitido pela expressão

$$\mathbf{E}_t = [tt' + tt'r^2e^{i\Delta} + tt'r^4e^{2i\Delta} + \dots + tt'r^{2(p-1)}e^{i(p-1)\Delta} + \dots] \mathbf{E}_0$$

Colocando tt' em evidência fica

$$\mathbf{E}_t = [1 + r^2e^{i\Delta} + r^4e^{2i\Delta} + \dots + r^{2(p-1)}e^{i(p-1)\Delta} + \dots] tt' \mathbf{E}_0 \quad (3.5)$$

A soma entre colchetes é a de uma série geométrica infinita de razão $r^2e^{i\Delta}$, que é

$$1 + r^2e^{i\Delta} + r^4e^{2i\Delta} + \dots + r^{2(p-1)}e^{i(p-1)\Delta} + \dots = 1/(1 - r^2e^{i\Delta})$$

Logo a equação (2.5) fica

$$\mathbf{E}_t = \frac{tt' \mathbf{E}_0}{(1 - r^2e^{i\Delta})}$$

Mas, $tt' = T$ e $r^2 = R$, com $T = 1 - R$, então

$$\mathbf{E}_t = \frac{(1-R)\mathbf{E}_0}{(1-Re^{i\Delta})} \quad (3.6)$$

A intensidade é calculada fazendo

$$I = \frac{c\varepsilon_0}{2} \frac{(1-R)\mathbf{E}_0}{(1-Re^{i\Delta})} \frac{(1-R)\mathbf{E}_0}{(1-Re^{-i\Delta})}$$

Ou

$$I = \frac{c\varepsilon_0}{2} \frac{(1-R)^2 E_0^2}{(1+R^2-2R \cos \Delta)} \quad (3.7)$$

Fazendo $(c\varepsilon_0/2) E_0^2$ igual a I_0 , intensidade da onda incidente, e $\cos \Delta = 1 - 2\sin^2(\Delta/2)$, têm-se

$$I(\Delta) = \frac{c\varepsilon_0}{2} \frac{I_0(1-R)^2}{1+R^2-2R[1-2\sin^2(\frac{\Delta}{2})]} \quad (3.8)$$

E finalmente

$$I(\Delta) = \frac{I_0}{\left\{1 + \left[\frac{4R}{(1-R)^2}\right] \sin^2\left(\frac{\Delta}{2}\right)\right\}} \quad (3.9)$$

Esta é a chamada função de Airy que também é escrita como

$$I(\Delta) = \frac{I_0}{\left(1 + F \sin^2\left(\frac{\Delta}{2}\right)\right)} \quad (3.10)$$

O parâmetro F é definido por

$$F = \frac{4R}{(1-R)^2}$$

Para interferômetros que funcionam a partir da interferência de múltiplos feixes define-se ainda a finesse do aparelho por

$$\mathcal{F} = \frac{\pi}{2} \sqrt{F}$$

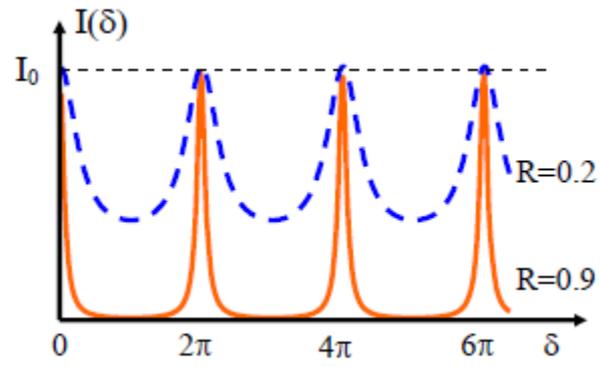


Figura 5.2 – A função de Airy para $R = 0,2$ e $R = 0,9$. Fonte: Zilio, 2010.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BORN, M. e WOLF, E. 2006. *Principles of Optics*. Cambridge University Press, 7th edition (expanded).
- HECHT, E. 1993. *Optics*. Addison-Wesley, second edition.
- MULLIGAN, J. F. 1998. Who were Fabry and Pérot? *Am. J. Phys.*, Vol. 66, No. 9.
- NUSSENZVEIG, H. M. 2004. *Curso de Física Básica*, Vol. 4. Editora Edgard Blücher, 3ª reimpressão.
- REITZ, J. R.; MILFORD, F. J.; CHRISTY, R. W. 2000. *Fundamentos da Teoria Eletromagnética*. Editora Campus, 5ª reimpressão.
- RESNICK, R.; HALLIDAY, D.; KRANE, K. S. 2003. *Física*, Vol. 4. Editora LTC, 5ª edição.
- RICCI, T. F.; OSTERMANN, F.; PRADO, S. D. 2007. O tratamento clássico do interferômetro de Mach-Zehnder: uma releitura mais moderna do experimento da fenda dupla na introdução da física quântica. *Rev. Brasileira de Ensino de Física*, vol 29, nº 1.
- STRONG, J. 1958. *Concepts of Classical Optics*. W. H. Freeman and Company.
- ZILIO, S. C. 2010. *Óptica Moderna: Fundamentos e aplicações*. IFSC-USP.