



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS
DEPARTAMENTO DE FÍSICA
LICENCIATURA EM FÍSICA**

JARDEL DE OLIVEIRA SANTOS

**UMA PROPOSTA DE INSERÇÃO DO PRINCÍPIO DE FERMAT
NO ENSINO MÉDIO COMO
PARADIGMA DA ÓPTICA GEOMÉTRICA**

**FORTALEZA-CE
2011**

**UMA PROPOSTA DE INSERÇÃO DO PRINCÍPIO DE FERMAT
NO ENSINO MÉDIO COMO
PARADIGMA DA ÓPTICA GEOMÉTRICA**

Monografia apresentada à Coordenação do Curso de Licenciatura em Física da Universidade Federal do Ceará, como requisito final para a obtenção do grau de Licenciado em Física.

Orientador: Prof. Dr. Marcos Antônio Araújo Silva

A Deus, pela força e esperança que mim destes
todos os dias

A minha mãe, Maria Rosimeire de Oliveira Santos

A minha companheira, Daniely Veras de Carvalho

Aos meus amigos pelo apoio e compreensão nos
momentos difíceis

AGRADECIMENTOS

Ao professor Dr. Marcos Antônio pela orientação na realização deste trabalho como também pelas promissas na minha formação profissional.

Aos professores Dr. André Auto Moreira e Josias Valentim Santana por fazerem parte da banca examinadora.

Aos futuros professores do curso de licenciatura em Física que, responderam o questionário e, todos áqueles que contribuíram com as entrevistas.

Aos amigos Francisco Marcelo, Francisco Rafael, Antônio Rodrigues, Paulo Victor, Fábio Medeiros, Rilder Pires, Elvis, Joveniano Júnior, Nilson Cunha, Jhonatan Cipriano, Darlan Pinheiro e Tiago Brandão pelo companheirismo, divertimento e afeto em todos os momentos.

Aos professores contribuíram com minha formação, Ascânio Dias, Wandembergue Paiva, Eduardo Bedê, Nildo Loiola e aos alunos e colegas do Curso de Licenciatura em Física do Departamento de Física da Universidade Federal do Ceará, pelo profissionalismo.

“... O fim da educação... é facilitar a mudança e a aprendizagem..., facilitar a aprendizagem reside em certas qualidades de atitude que existem na relação pessoal entre o facilitar e o aprendiz.”

Carl Rogers
em Liberdade para aprender

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo, inserir o “Princípio de Fermat” no ensino médio como proposta alternativa de compreender os fenômenos da reflexão e refração da luz relacionando-os com o contexto histórico da óptica geométrica, alguns objetos de aprendizagem e a aplicações utilizando software educativo e problemas proposto com base em um questionário feito aos alunos do curso de licenciatura em Física da Universidade Federal do Ceará (UFC), mais precisamente futuros professores do ensino médio. O presente trabalho, mostra um pouco do contexto histórico da óptica geométrica, bem como a obtenção matemática das leis da reflexão e refração da luz partindo do princípio de Fermat utilizando a geometria plana. Em cada etapa das atividades propostas, foi-se trabalhado os conhecimentos prévios dos professores acerca das leis da Óptica Geométrica e, em um momento posterior, foi apresentado o Princípio de Fermat, para que os professores pudessem tirar suas próprias conclusões sobre tal princípio, e, onde o princípio do tempo mínimo se relacionava no cotidiano e a melhor maneira de abordá-lo no ensino médio com questionamentos respondidos pelos próprios professores para que em um eventual momento, fosse aplicado novas idéias em situações diferentes. As teorias de aprendizagem empregadas nessa pesquisa tem por embasamento teórico, as propostas pelos professores com base no questionário respondido por eles. A estrutura das atividades, será introduzida através de propostas de livros que aborde o princípio de Fermat, no ensino secundarista, software educativo que trate tal princípio.

Palavras-chave: Princípio de Fermat – Teorias de aprendizagem – Ensino médio

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	09
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	
O Princípio de Fermat.....	10
2.1 O princípio do tempo mínimo no ensino médio.....	11
2.2 O Princípio de Fermat na refração da luz no ensino médio	13
3 PROCEDIMENTOS E RESULTADOS	
3.1 Pergunta 1	18
3.2 Pergunta 2	19
3.3 Pergunta 3	20
3.4 Pergunta 4.....	21
3.5 Problema Proposto	22
3.6 Resolução do Problema	23
3.6 Pergunta 5	24
3.7 A teoria behaviorista de Skinner no Princípio de Fermat	25
3.8 A máquina de Skinner	26
3.9 A teoria de desenvolvimento cognitivo de Piaget no Princípio de Fermat	27
3.10 A teoria da mediação de Lev Vygotsky no Princípio de Fermat	28
3.11 Pergunta 6	30
3.12 Pergunta 7	31
3.13 Pergunta 8	34
3.14 Pergunta 9	35
3.15 Pergunta 10.....	37

3.16 Pergunta 11	38
3.17 Pergunta 12	40
3.18 Pergunta 13	41
4. CONSIDERAÇÕES FINAIS	47
5. ANEXO	50
6. BIBLIOGRAFIA CONSULTADA	52

1. INTRODUÇÃO

O estudo da óptica geométrica, desperta grande interesse para alunos de ensino fundamental e médio, no tocante ramo experimental. Infelizmente, várias escolas da rede pública, não dispõe de um laboratório de física ou de informática bem equipados ou até mesmo, professores qualificados, proporcionando o ensino da óptica, um ensino completamente matemático ou arquitetônico, dificultando ainda mais o aprendizado do aluno em aceitar tais leis da físicas.

A utilização de um software educativo de factível acesso, proporcionará uma visão mais ampla das leis da reflexão e refração da luz partindo do princípio de Fermat promovendo uma aprendizagem significativa, no qual, para Ausubel, a aprendizagem significativa é um processo por meio do qual uma nova informação relaciona-se com um aspecto especificamente relevante da estrutura de conhecimento do indivíduo, ou seja, este processo envolve a interação da nova informação com uma estrutura de conhecimento específica, chamada de conceito subsunçor, existente no indivíduo. O princípio de Fermat que será abordado neste trabalho, é um princípio pouco abordado no ensino médio, isso se deve ao fato da complexidade que muitos docentes acham em relação a matemática do ensino superior que muitos alunos secundaristas ainda não tem contato, ou até mesmo parte do próprio professor que desconhece alguns objetos de aprendizagem que trate tal princípio. Partindo dessas considerações, este texto tem como objetivo apresentar as principais leis da reflexão e refração da luz em meios homogêneos partindo do princípio de Fermat utilizando como ferramenta matemática a geometria plana básica e propondo alguns *Objetos de Aprendizagem* (OAs) com base nos paradigmas da óptica geométrica no ensino médio tendo como embasamento algumas teorias de aprendizagem.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

As origens da óptica situa-se na antiguidade remota. No livro do *Exodus*, 38:8 (1200 a.C), conta-se como Beçalel, na preparação da arca e do Tabernáculo, utilizava "os espelhos das mulheres" para construir a bacia de bronze (um recipiente sagrado).

Os espelhos primitivos eram feitos de cobre polido, bronze, e mais tarde, de espéculo, uma liga de cobre rica em estanho, no qual o que restou foi alguns exemplares do antigo Egito um espelho em perfeita condições de conservação que foi desenterrado juntamente com ferramentas nos alojamentos dos escravos, perto da pirâmide Sesostris II (1900 a.C), no vale do Nilo. Os filósofos gregos Pitágoras, Aristóteles, Demócrito, Empédocles e outros desenvolveram várias teorias sobre a natureza da luz. O estudo da propagação retilínea da luz era conhecida, assim como a lei da reflexão, enunciada por Euclides (300 a.C.) no seu livro *Catóptrica*.

Os fenômenos da reflexão foi analisado por Hierão de Alexandria afirmando que a luz ao sair de um ponto **P**, refletir-se em um espelho e passar por um ponto **Q** (Fig.1), o faz de tal maneira que percorre a menor distância possível, ou seja, a luz percorria sempre o caminho mais curto possível entre dois pontos. (EUGENE, HECHT)

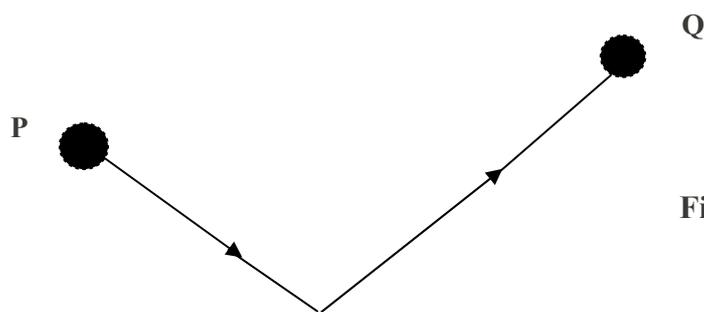
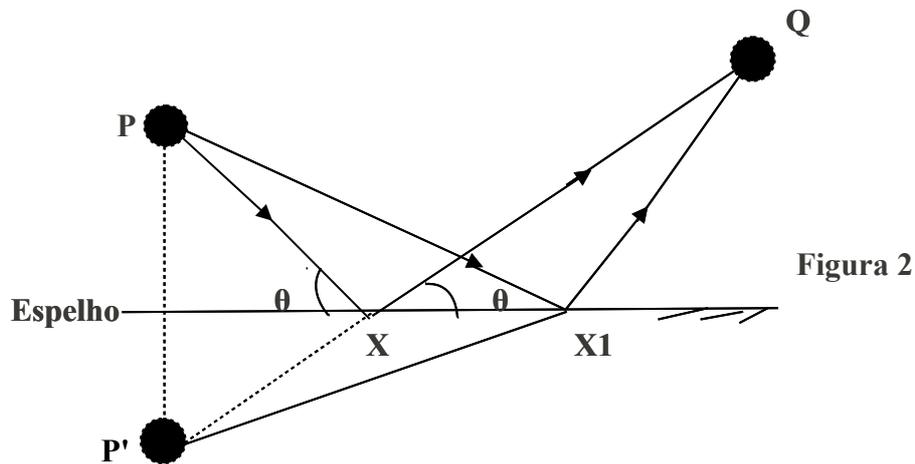


Figura 1

Esse princípio é chamado de "*princípio da distância mínima*", onde a demonstração pode ser abordada no ensino médio usando a Geometria Euclidiana básica que acreditamos, a maioria dos estudantes já devem conhecer.

2.1 O PRINCÍPIO DA DISTÂNCIA MÍNIMA NO ENSINO MÉDIO

No ensino médio acreditamos que a grande maioria dos estudantes, não conhecem o princípio da distância mínima. Aqui faremos a demonstração simples deste princípio com base no enunciado por Tales de Mileto. Considere a figura 2. abaixo:



Seja X um ponto do espelho plano (Fig. 2) tal que os segmentos \overline{PX} e \overline{XQ} formam ângulos iguais com o espelho (e portanto o ângulo de incidência é igual ao ângulo de reflexão), como indicado na Fig. 1. Sendo P' o ponto simétrico de P em relação ao plano do espelho, podemos perceber que os pontos P' , X e Q estão alinhados e que $\overline{PX} = \overline{P'X}$. Chamaremos de d_x a distância percorrida pela luz quando percorre a trajetória PXQ , teremos:

$$d_x = \overline{PX} + \overline{XQ}$$

Como $PA = PA'$, podemos concluir que:

$$d_x = \overline{P'X} + \overline{XQ} \quad (I)$$

Agora vamos analisar um outro ponto qualquer do espelho, como por exemplo o ponto X_1 (Fig. 2) e vamos então calcular a distância d_{x_1} que seria a distância percorrida pela luz se seguisse a trajetória

PX_1Q . Teremos então:

$$d_{x_1} = \overline{PX_1} + \overline{X_1Q}$$

Porém, como $\overline{PX_1} = \overline{X_1Q}$, concluímos que:

$$dx_1 = \overline{P'X_1} + \overline{X_1Q} \quad (\text{II})$$

Sabemos que da Geometria Euclidiana que, num triângulo qualquer, a medida de um lado é sempre menor que a soma das medidas dos outros dois lados. Assim, considerando o triângulo $\Delta P'QX_1$, podemos enunciar a seguinte desigualdade:

$$\begin{aligned} \overline{P'Q} &< \overline{P'X_1} + \overline{X_1Q} \\ &\text{ou} \\ \overline{P'X} + \overline{XQ} &< \overline{P'X_1} + \overline{X_1Q} \quad (\text{III}) \end{aligned}$$

Considerando as igualdades (I) e (II), a desigualdade (III) transforma-se em:

$$dx < dx_1$$

Isto é, a distância percorrida pela luz quando atinge o espelho no ponto X , é menor que a distância percorrida em qualquer outra eventual trajetória. Concluímos que a trajetória que a luz deve seguir é PXQ , isto é, aquela para a qual o ângulo de incidência é igual ao ângulo de reflexão ($\theta_i = \theta_r$) para meios homogêneos.

A curiosa observação de Hierão de Alexandria, ficou esquecida durante mais de 500 anos, até que, em 1657, *Pierre de Fermat* propôs o seu célebre *Princípio do Tempo Mínimo*, que se aplica tanto à reflexão como à refração da luz. Um feixe luminoso que atravesse uma superfície de separação entre dois meios não segue a trajetória retilínea mais curta entre um ponto do meio considerado.

Fermat reformulou, pois, o princípio de Hierão: *A trajetória seguida por um raio de luminoso entre dois pontos é aquela que é percorrido no menor intervalo de tempo possível*, onde, o meio considerado deve ser homogêneo, ou caso contrário, o princípio deve ser corrigido da seguinte maneira:

A luz propaga-se, entre dois pontos distintos, ao longo da trajetória para a qual o caminho óptico total tem um comportamento estacionário relativamente a variações dessa trajetória. Devemos lembrar que quando Fermat, enunciou pela primeira vez o princípio do tempo mínimo tanto para reflexão quanto para refração da luz em meios homogêneos, ele usou como ferramenta Matemática a Geometria Euclidiana e não o cálculo diferencial e integral, pois, esse só veio depois do princípio com Isaac Newton e Leibniz , sendo assim, faremos a demonstração da lei de Snell-Descartes partindo do princípio de Fermat.

2.2 O PRINCÍPIO DE FERMAT NA REFRAÇÃO DA LUZ NO ENSINO MÉDIO

No esquema abaixo (Figura 3.) propomos uma simples demonstração que o professor poderá fazer para seus alunos para mostrar o “Princípio de Fermat” na refração da luz e ao mesmo tempo, chegar na lei de Snell-Descarte, utilizando como ferramenta Matemática, a Geometria Plana. Essa proposta pode promover um aprendizado mais significativo se o aluno tiver um conhecimento prévio da Geometria Plana e das leis da reflexão da luz, coisa que o professor antes de fazer essa demonstração já deve ter apresentado ao aluno.

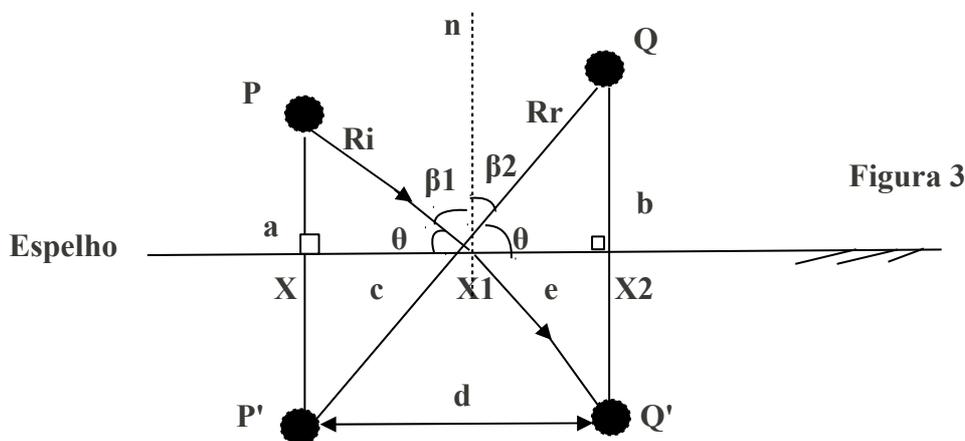


Figura 3

Usando o teorema de Pitágoras para o triângulo ΔPX_1X , determinaremos a distância PX_1

$$(\overline{PX_1})^2 = (\overline{PX})^2 + (\overline{XX_1})^2$$

$$(R_1)^2 = (a)^2 + (c)^2$$

$$R_1 = \sqrt{a^2 + c^2} \quad \text{(I)}$$

Usando o teorema de Pitágoras para o triângulo ΔQX_1X_2 , determinaremos a distância QX_1

$$(\overline{QX_1})^2 = (\overline{QX_2})^2 + (\overline{X_1X_2})^2$$

$$(R_2)^2 = (b)^2 + (e)^2$$

$$R_2 = \sqrt{b^2 + (d-c)^2} \quad \text{(II)}$$

O tempo total no percurso de PX_1Q será:

$$t_t = t_1 + t_2 \quad \text{(III)}$$

em que ; t_1 = tempo no percurso de PX_1 e t_2 = tempo no percurso de X_1Q

$$v_1 = \frac{d(PX_1)}{t_1} \quad \text{(IV)} \quad \text{e} \quad v_2 = \frac{d(X_1Q)}{t_2} \quad \text{(V)}$$

isolando t_1 e t_2 nas equações (IV) e (V) e substituindo em (III) vem:

$$t_1 = \frac{d(PX_1)}{v_1} \quad \text{e} \quad t_2 = \frac{d(X_1Q)}{v_2}$$

$$t_t = \frac{d(PX_1)}{v_1} + \frac{d(X_1Q)}{v_2}$$

Substituindo (I) e (II) em (III)

$$t_t = \frac{(R_1)}{v_1} + \frac{(R_2)}{v_2} \rightarrow t_t = \frac{\sqrt{a^2 + c^2}}{v_1} + \frac{\sqrt{b^2 + (d-c)^2}}{v_2}$$

Considerando v_1 e v_2 como sendo a velocidade da luz e igual a "v"

$$t_t = \frac{\sqrt{a^2+c^2}}{v} + \frac{\sqrt{b^2+(d-c)^2}}{v} \quad \text{(VI)}$$

Para que o tempo total de percurso seja mínimo como afirmava Fermat, igualamos a equação (VI) a zero, ou seja, façamos a derivada da equação (VI) de t em relação a x e igualamos a zero.

$$\frac{dt}{dx} = 0 \rightarrow \frac{dt}{dc} = \frac{1}{v} \frac{c}{\sqrt{a^2+c^2}} - \frac{(d-c)}{\sqrt{b^2+(d-c)^2}}$$

$$\frac{1}{v} \frac{c}{\sqrt{a^2+c^2}} - \frac{(d-c)}{\sqrt{b^2+(d-c)^2}} = 0 \quad \text{(VII)}$$

$$\frac{c}{\sqrt{a^2+c^2}} = \frac{(d-c)}{\sqrt{b^2+(d-c)^2}}$$

Determinaremos os senos de β_1 no ΔPX_1X e β_2 ΔQX_1X_2 :

$$\text{sen}\beta_1 = \frac{c}{R_1} \rightarrow \text{sen}\beta_1 = \frac{c}{\sqrt{a^2+c^2}} \quad \text{(VIII)}$$

$$\text{sen}\beta_2 = \frac{(d-c)}{R_2} \rightarrow \text{sen}\beta_2 = \frac{(d-c)}{\sqrt{b^2+(d-c)^2}} \quad \text{(IX)}$$

Comparando (VII), (VIII) e (IX) e introduzindo os meios n_{ar} e $n_{\text{água}}$:

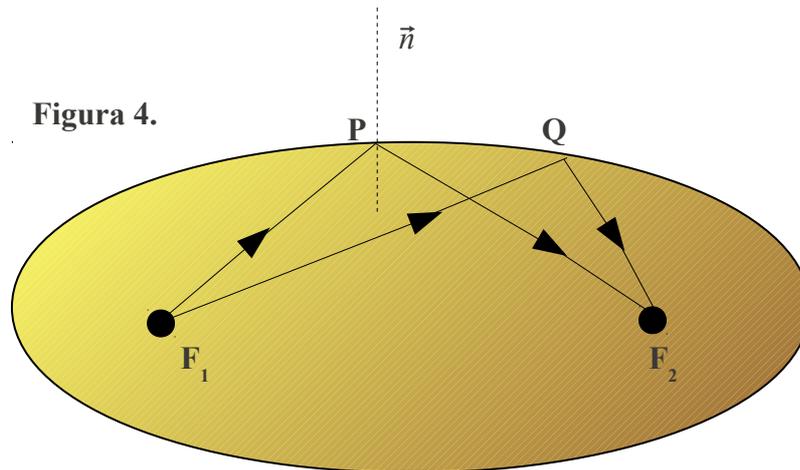
$$n_{\text{ar}} = n_1 \quad \text{e} \quad n_{\text{água}} = n_2$$

$$n_1 \cdot \text{sen}\theta_1 = n_2 \cdot \text{sen}\theta_2 \quad \text{(Lei de Snell - Descartes)}$$

Apesar da originalidade do princípio de Fermat para meios homogêneos, infelizmente ele não é correto para casos em que os espelhos são elipsoidal de focos F_1 e F_2 , no qual mostraremos que o tempo de percurso não é mínimo e sim ele permanece constante

2.3 O PRINCÍPIO DE FERMAT EM UM ESPELHO ELIPSOIDAL PARA O ENSINO MÉDIO

Considere o espelho elipsoidal abaixo



De acordo com a definição de elipse, observando a figura (3), podemos afirmar que:

$$\overline{F_1P} + \overline{PF_2} = \overline{F_1Q} + \overline{QF_2} \quad (\text{focalização perfeita})$$

Isto é, os caminhos que a luz percorre, ao sair de um foco, refletir-se no espelho e atingir o outro foco, terão todos o mesmo comprimento e portanto, gastarão o mesmo tempo. Isto é um caso em que o tempo de percurso não é mínimo, e sim **constante**, contrariando o PRINCÍPIO DE FERMAT. Analisaremos mais um caso em contrapartida ao princípio do tempo mínimo, agora em que o tempo de percurso é máximo.

Considere o espelho esférico e o espelho elipsoidal (Figura 5.).

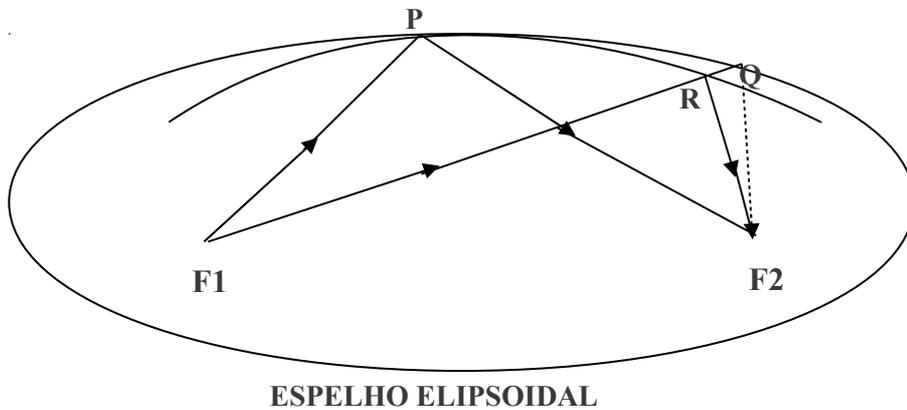


Figura 5.

Um espelho elipsoidal (**E**), e um espelho esférico (**E'**) tangente em um ponto **P**

$$\overline{F_1P} + \overline{PF_2} = \overline{F_1Q} + \overline{QF_2}$$

$$\overline{F_1Q} + \overline{QF_2} > \overline{F_1R} + \overline{RF_2}$$

Logo,

$$\overline{F_1P} + \overline{PF_2} > \overline{F_1R} + \overline{RF_2}$$

Podemos constatar que nesse caso o tempo de percurso não é mínimo e sim máximo, caso em que o aluno poderia perfeitamente indagar ao professor da seguinte maneira: Professor, você falou que o princípio de Fermat está relacionado com o tempo mínimo, não é? E como seria o princípio de Fermat se o tempo fosse máximo? Você poderia mim dar um exemplo?

Essas e outras perguntas poderiam surgir a qualquer momento em sala de aula, e claro que o professor, poderia perfeitamente fazer a demonstração acima para convencer o aluno da veracidade do tempo mínimo e suas excessões.

3. PROCEDIMENTOS E RESULTADOS

No estudo da Óptica Geométrica "O Princípio de Fermat" não é abordado com muita frequência nos livros de ensino médio, mas existe algumas referências que podemos encontrar a natureza simplória do princípio do tempo mínimo como é chamado. Uma pesquisa feita através de um questionário com cerca de vinte professores e futuros professores do curso de Licenciatura em Física, da Universidade Federal do Ceará (UFC), constatamos alguns resultados satisfatórios e surpreendentes a respeito do Princípio de Fermat no ensino médio.

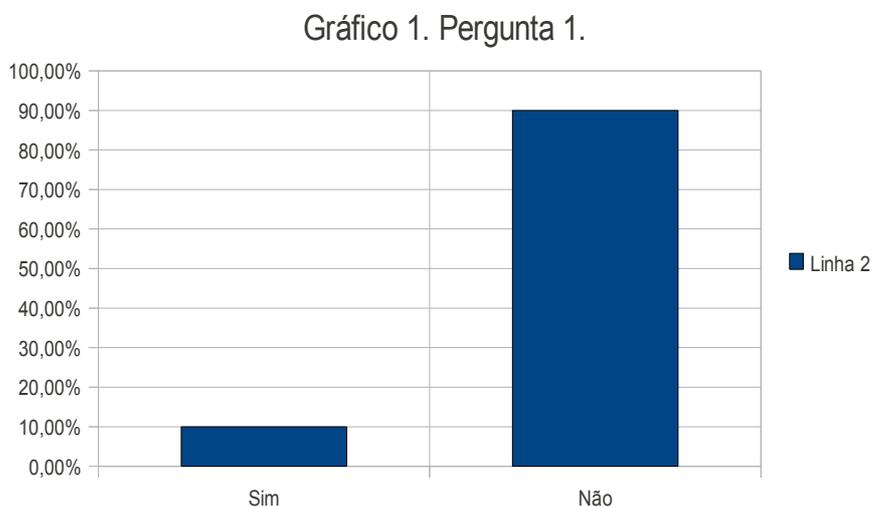
Para que o presente trabalho revele através da investigação do problema um resultado mais fiel à realidade, optou-se por utilizar também o questionário, já que o objetivo aqui é alcançar um maior número de pessoas em um curto espaço de tempo. De acordo com Silva e Schappo (2002, p.109) “o questionário talvez seja o mais comum dos instrumentos de coleta de dados utilizados nas pesquisas” e é uma importante forma de fazer um levantamento de dados em um tempo relativamente curto com um maior número de dados possíveis.

Segundo Roesch (1999, p.134), “O questionário não é apenas um formulário ou um conjunto de questões listadas sem muita reflexão, o questionário é um instrumento de coleta de dados que busca mensurar alguma coisa.” Também, de acordo com referido autor, o questionário exige reflexão e requer planejamento.

O questionário não é apenas um formulário ou um conjunto de questões listadas sem muita reflexão, mas um instrumento de coleta de dados que busca mensurar algum parâmetro. Para tanto, portanto, requer esforço intelectual e planejamento, com base na estruturação do problema e do plano da pesquisa, bem como depende de algumas pesquisas exploratórias preliminares. (ROESCH, 1999, p.134)

Fizemos a seguinte pergunta para um grupo de vinte alunos sobre o Princípio de Fermat

Pergunta1: Você conhece o Princípio de Fermat?

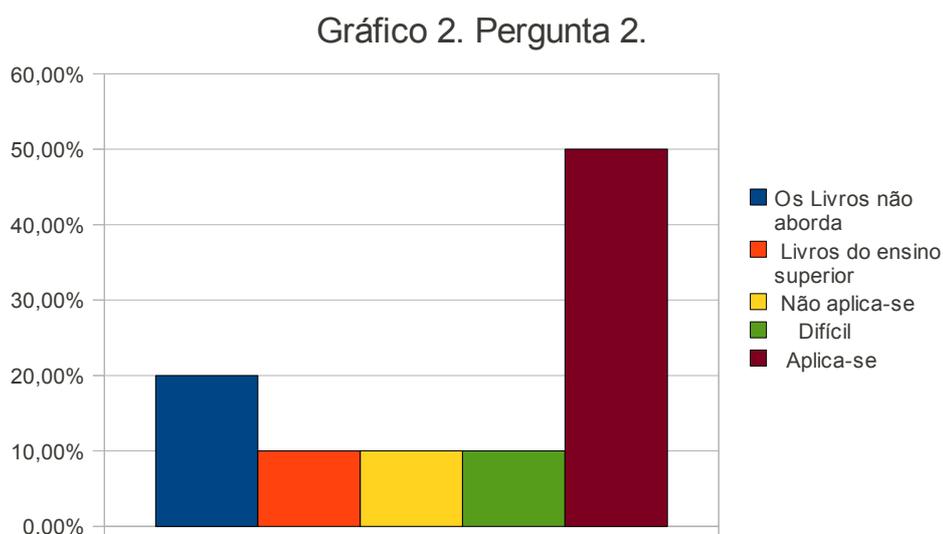


A grande maioria dos professores entrevistados achou que abordar esse assunto no ensino médio não é viável devido a complexidade e a forma como os livros do ensino superior traz esse assunto. De acordo com a segunda pergunta feita aos professores, mostrou que a grande maioria deles desconhece várias referências do ensino médio como o livro dos autores: Caio Sérgio Calçada e José Luiz Sampaio (Física Clássica), que fala de forma clara o princípio de Fermat começando desde o contexto histórico e mostrando primeiramente o caminho mínimo elaborado por Tales de Mileto e os casos do tempo mínimo na reflexão da luz em espelhos planos, curvos e helipsoi-dal sem se preocupar com o Cálculo Diferencial e Integral.

Outra referência que fala do princípio de Fermat é o Livro dos autores: Fernando Cabral e Alexandre Lago no qual o princípio do tempo mínimo é definido apenas de forma teórica sem nenhuma ilustração o que causa para os alunos a falta de aplicabilidade e o desuso.

Pergunta 2: O que você acha desse princípio em relação à Óptica Geométrica do ensino médio?

Outra grande maioria dos entrevistados, acha que o princípio do tempo mínimo não se aplica ao ensino médio como podemos constatar no (Gráfico 2.) abaixo:



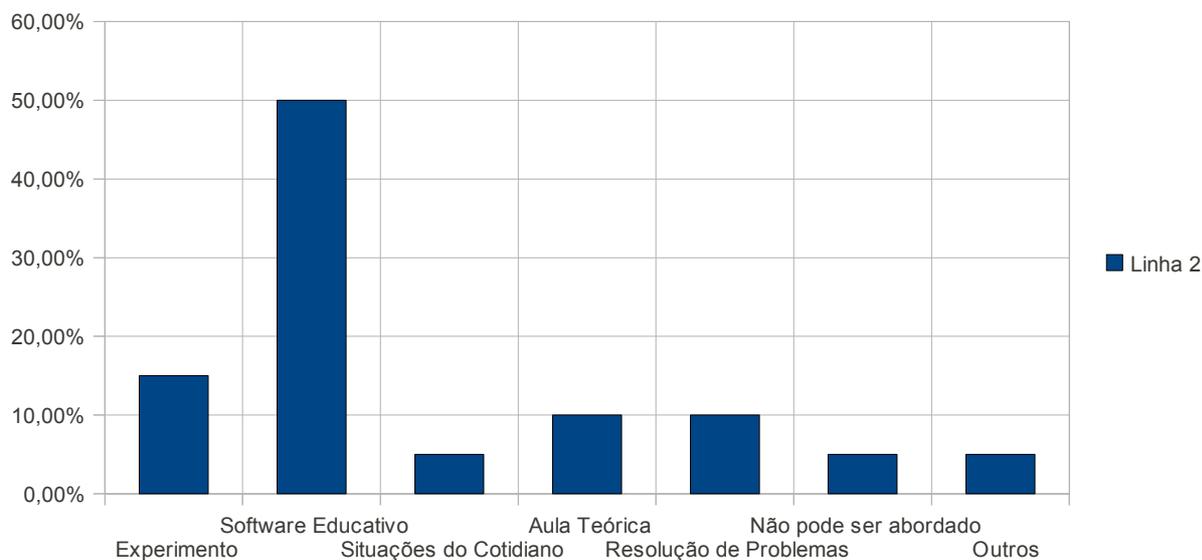
Fazendo a análise gráfica, podemos perceber que dos entrevistados as pessoas que responderam outros, é porque não conhecia nenhum livro do ensino médio que falasse do Princípio de Fermat ao contrário dos que responderam que não se aplicava, é porque só conhecia o princípio através de livros do ensino superior como por exemplo:

- ✓ Moysés Nussenzveig (Óptica e Física Moderna- volume 4)
- ✓ Sears Zemansky e Young Freedman (Óptica e Física Moderna- volume 4)
- ✓ Paul Allen Tipler (Óptica e Física Moderna- volume 4)
- ✓ Resnick Halliday (Óptica e Física Moderna- volume 4)
- ✓ Adir Moyses Luiz (Óptica e Física Moderna- volume 4)
- ✓ Eugene Hecht (Óptica)

A aplicação do Princípio de Fermat no ensino médio, pode ser inserido usando desde de um experimento de baixo custo até um software educativo não se prendendo apenas na teoria ou na resolução de problemas com situações envolvendo o cotidiano. A terceira pergunta feita aos professores teve uma pluralidade de respostas, no qual eles poderiam responder mais de uma pergunta.

Pergunta 3: Qual a melhor maneira de abordar o princípio do tempo mínimo em sala de aula?

Gráfico 3. Pergunta 3.



Segundo o livro do autor Feynman, Fermat descobriu o Princípio do Tempo mínimo usando apenas a Geometria Euclidiana Básica muito antes da descoberta do Cálculo Diferencial e Integral, só depois é que o princípio de Fermat se tornou mais elegante com a aplicação da refração da luz usando a técnica de derivação.

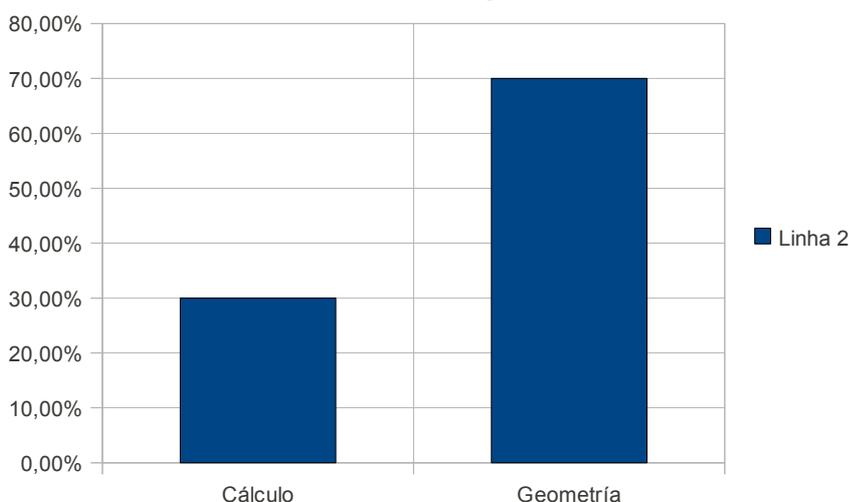
Podemos inserir o princípio de Fermat no ensino médio utilizando como ferramenta Matemática a Geometria Plana Básica como foi proposto pela primeira vez por FERMAT. Observado o gráfico 4. abaixo relativo a quarta pergunta, constatamos que a grande maioria considera mais útil a utilização da Geometria e não do Cálculo Diferencial como ferramenta Matemática na aplicação do princípio.

Pergunta 4: Que ferramenta Matemática seria mais útil para abordar o Princípio de Fermat no ensino médio?

() O cálculo diferencial e Integral

() A Geometria Euclidiana Básica

Gráfico 4. Pergunta 4.



Utilizar a geometria plana como ferramenta matemática na resolução de problemas envolvendo o Princípio de Fermat é bastante interessante e fácil para o alunos do ensino médio, isso porque o professor pode colaborar na aprendizagem do aluno trabalhando os conhecimentos prévios. De acordo com a aprendizagem significativa de David Ausubel o indivíduo tem um melhor aprendizado, quando armazena de forma organizada as informações, e esse complexo organizado é o que chamamos de estrutura cognitiva que para Ausubel, significa organização e integração do material na estrutura cognitiva.

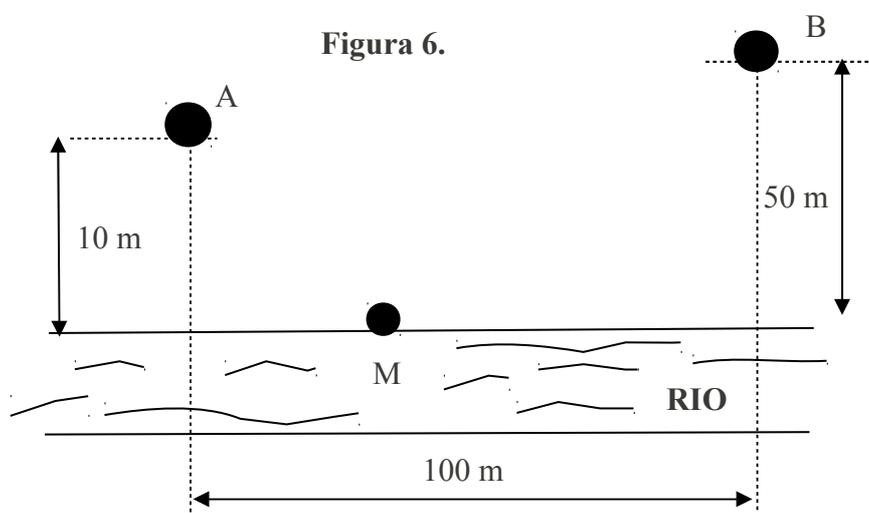
A aprendizagem sempre teve uma atenção especial para Ausubel, desde a sala de aula como também no cotidiano no qual o grande protagonismo é o que o aluno já sabe, cabendo ao professor identificar e trabalhar a ancoragem de novas ideias fazendo-as funcionarem. Existe também, um processo de interação, por meio do qual conceitos mais abrangentes e relevantes interajam com o novo material, funcionando com ancoradouro modificado, ou seja, uma nova ideia se relaciona com um conceito que o aluno já conhece, a qual Ausubel define como *conceito subsunçor*, ou simplesmente *subsunçor*, formando uma hierarquia funcional no cérebro humano.

No princípio de Fermat, podemos aplicá-lo propondo um exercício para os alunos do ensino médio, em que eles poderiam perfeitamente resolvê-lo utilizando a semelhança de triângulos do ensino fundamental II que na realidade o professor estará trabalhando os conhecimentos prévios do aluno, o que ele já sabe ou deveria saber e a partir da apresentação do novo conceito ele se hierarquiza com os anteriores promovendo uma aprendizagem significativa.

Vejam os um problema proposto no qual a partir da apresentação do Princípio do Tempo Mínimo, o professor poderá propor para seus alunos um problema como segue abaixo:

PROBLEMA PROPOSTO

Um indivíduo está no ponto **A** próximo à margem retilínea de um rio. Ele deve ir até um ponto **M** da margem do rio e em seguida dirigir-se ao ponto **B**. Supondo que o indivíduo se movimenta com velocidade constante, determine a posição do ponto **M**, de modo que o percurso **AMB** seja feito no menor tempo possível (Figura 6).



RESOLUÇÃO

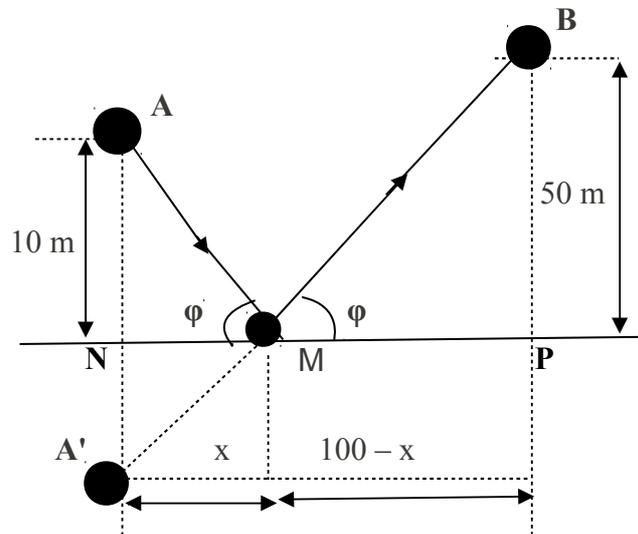


Figura 7.

Conforme mostramos no início do capítulo, o princípio do tempo mínimo é válido para reflexões e refrações em superfícies planas. Sendo assim, podemos dizer que, neste caso, a trajetória de tempo mínimo é a que seria seguida pela luz. Assim sendo A' o ponto simétrico de A em relação a margem, o ponto M é obtido pela intersecção da reta $A'B$ com a margem do rio. Como os triângulos AMN e BMP são semelhantes, teremos:

$$\frac{10}{x} = \frac{50}{100-x} \quad \rightarrow \quad 50x = 10(100-x) \quad \rightarrow \quad 50x = 1000 - 10x$$
$$50x + 10x = 1000 \quad \rightarrow \quad 60x = 1000 \quad \rightarrow \quad x = \frac{1000}{60}$$

Resposta: $x = 16,67$ m

De acordo com o resultado encontrado, podemos perceber que a aplicação do Princípio de Fermat em problemas dessa natureza seria de grande valia para alunos do ensino médio que desconhece este princípio, onde caberia ao professor, inseri-lo de forma prévia com base no que o aluno já conhece que, neste caso, a Geometria plana básica ou mais precisamente a semelhança de figuras planas soluciona o problema.

O processo de conhecimento em sala de aula, apesar da mobilização do professor, acreditamos que uma vez para que haja aprendizagem, requer a ação do sujeito sobre o objeto de conhecimento. Vários educadores, diante das dificuldades em instruir seus discentes acabam se envolvendo muito mais na motivação e não com a construção do conhecimento.

No caso do problema proposto (Figura 6), o nosso intuito é que o aluno construa seu próprio conhecimento e não memorize fórmulas ou quando encontrar um problema mais complexo saber organizar ideias, identificar as variáveis e logo em seguida atacar o problema. O papel do professor é guiar a organização das atividades propostas para os alunos partindo do que o aluno tem de significação e introduzindo lentamente, pela problematização, novos elementos para análise. O conhecimento anterior do aluno, como foi apontado, não pode ser desprezado, pois o novo vai ser construído a partir do existente, a não ser que entendamos que o conhecimento vai ser transmitido e depositado na cabeça do aluno de acordo com aquilo que falamos.

O conhecimento não é imediato, a certeza não provém de uma leitura, de um contato direto com um objeto externo. Não há um objeto inteiramente exterior se dando a conhecer, se mostrado. A certeza é conquistada contra a dúvida, a certeza é o resultado do erro retificado.

(AZNAR, MINGUET, 1998, p. 28.)

Um outro questionamento importante é em relação a algumas teorias de aprendizagem que muitos docentes conhecem, mas não aplicam em sala de aula por não se encaixar naquele determinado assunto. Com relação ao princípio de Fermat, foi feita a seguinte pergunta aos professores no qual podemos constatar algumas teorias de aprendizagem (abaixo) onde os professores poderiam assinalar uma ou mais das alternativas que se adaptasse a sua aula sobre a aplicação do tempo mínimo.

Pergunta 5: Em que teoria de aprendizagem você se fundamentaria para abordar o princípio de Fermat no ensino médio?

Teoria de Ausubel

Teoria de Piaget

Teoria de Novak

Teoria de Skinner

Teoria de Vygotsky

Teoria de Gardner

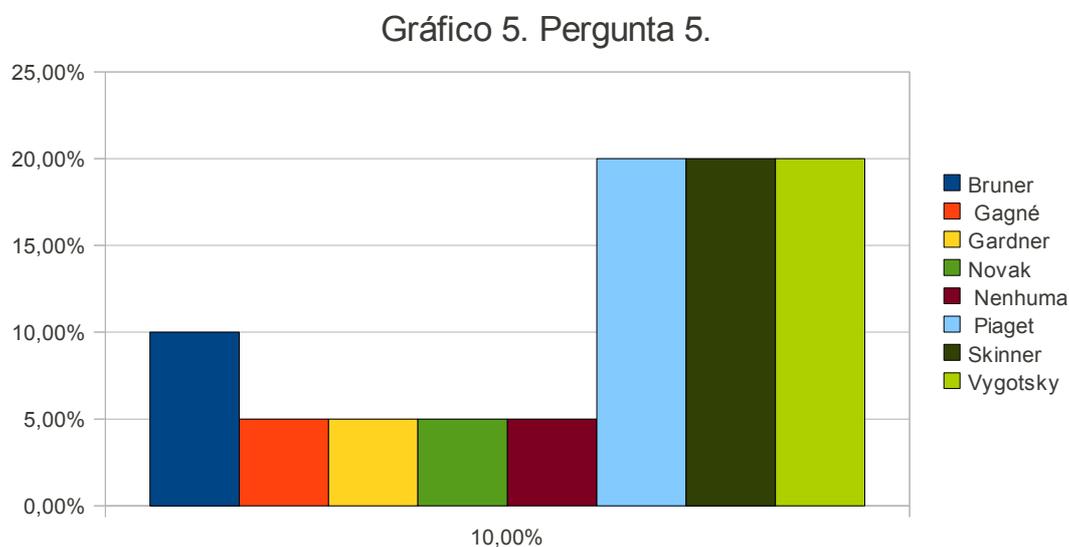
Teoria de Bruner

Teoria de Gagné

Nenhuma

Outra _____

De acordo com a pergunta cinco podemos mostrar os resultados no gráfico abaixo:



Analisando o gráfico 5. acima podemos perceber que a grande maioria dos entrevistados optou pelas teoria de aprendizagem de **Skinner, Piaget e Vygotsky** e apenas uma pessoa escolheu a teoria da aprendizagem significativa de **David Ausubel** na aplicação do princípio do tempo mínimo. Vamos falar um pouco sobre cada uma dessas teorias de aprendizagem e comentar qual das teorias se adapta melhor na aplicabilidade do princípio de Fermat já que comentamos sobre a Teoria de David Ausubel no início, e as outras teorias de aprendizagem com 5% e 10% de acordo com o gráfico acima, não se encaixam no princípio de Fermat .

A teoria behaviorista de Skinner no Princípio de Fermat

Esta teoria de aprendizagem teve um grande enfoque nas décadas de 60 e 70 devido aos procedimentos e materias utilizados em sala de aula pelo professor, no ensino de qualquer disciplina.

Essa abordagem skinneriana é essencialmente periférica, ela não leva em consideração o que ocorre na mente do indivíduo durante o processo de aprendizagem. O que interessa é o comportamento observável, isto é, Skinner se preocupa com os processos intermediários entre o estímulo e a resposta, ou seja, o comportamento observável é muito mais importante do que como o indivíduo usa sua estrutura cognitiva como era a preocupação de Ausubel.

“ Ele (Skinner) não está preocupado com processos, construtos intermediários, mas sim com o controle do comportamento observável por meios das respostas do indivíduo. Isso não significa negar que esses processos existam, mas que ele acredita serem eles neurológicos em sua natureza e que obedecem a certas leis. Desde de que esses processos existam são previsíveis e obedecem a leis que podem ser ser identificadas, esses processos intermediários geram e mantêm relações funcionais entre as variáveis que o compõem, quais sejam, variáveis de input e variáveis de output (Estímulos e Respostas).” (Oliveira, 1973, p.49)

Para Skinner, seu trabalho é como uma análise funcional e não com uma teoria de aprendizagem onde Skinner diz que: “o comportamento é controlado por consequências”, ou seja, recompensas e punições desempenham um papel fundamental na vida diária.

A máquina de Skinner

Uma das grandes contribuições educacionais de Skinner foi sem dúvida a máquinas de ensinar construída por ele mesmo. Existem várias espécies de máquinas de ensinar, embora seu custo e sua complexibilidade variem consideravelmente, a maioria das máquinas executa funções semelhante.

Alunos podem elaborar sua própria resposta em lugar ao invés de escolher um conjunto de alternativas exigindo que lembrem sejam mais rapidamente, mais ativos dando a resposta, e conferindo a veracidade. A máquina de ensinar faz com que o aluno oriente seu próprio aprendizado ordenando em passos em ordem crescente cuidadosamente. Sabemos que a máquina de Skinner não ensina, ela faz com que o aluno aprenda um determinado conteúdo de forma mecânica havendo apenas uma conexão entre o aluno e o programa.

Para que ocorra a aprendizagem devemos identificar a resposta, e suas consequências se é certo ou errado, caso a resposta esteja errada, a máquina de ensinar volta e o aluno não consegue dar o próximo passo, e se a resposta estiver correta, ela será impressa.

Um botão devia ser girado ao término de cada resposta. Se esta estivesse correta, o botão giraria facilmente, caso contrário, o botão não giraria e o aluno deveria permanecer na mesma questão até que conseguisse solucioná-la. Com o uso da máquina de ensinar, os alunos poderiam progredir no seu próprio ritmo de aprendizagem, vencendo os obstáculos a partir das suas próprias tentativas.

O método de Skinner se reduz a uma educação simples e objetiva, onde para aplicarmos o Princípio de Fermat, o professor poderia propor três problemas similares como o da figura 6. modificando apenas os valores e logo em seguida, analisar o comportamento dos alunos diante de situações diferentes, caso o aluno erre, o professor pode dar mais um tempo para que o aluno possa pensar melhor sobre a situação e mais uma vez o professor analisar o comportamento do aluno se é bom ou ruim.

Na maioria dos casos o estudante secundarista não passa mais que dez minutos pensando em um problema, ele perde a paciência e entrega logo para o professor afirmando que: “ não sei nem pra onde vai”. Acreditamos que o método mecânico de Skinner pode se adequar ao princípio de Fermat somente se o professor for o protagonista na orientação dos problemas passo a passo.

A teoria de desenvolvimento cognitivo de Piaget no Princípio de Fermat

Para falarmos sobre a obra de Jean Piaget deveríamos buscar outras bibliografia, isso por se tratar de uma obra ampla que no nosso caso vamos focalizar alguns aspectos importantes sobre o construtivismo de Piaget que sem dúvida é o maior pioneiro no que se refere a cognição humana. A fama de Piaget está mais pelos quatro períodos de desenvolvimento cognitivo: sensório-motor, pré-operacional, operacional-concreto e *operacional-formal*, sendo que este último é que merece uma atenção especial por se tratar do período que engloba a fase da adolescência se estendendo até a fase adulto, onde podemos encontrar alunos do ensino médio condizente com o princípio de Fermat.

A principal característica desse período é a capacidade que o indivíduo tem de raciocinar com hipóteses verbais e não apenas com algo concreto que ele vivencia e um pensamento proposicional, por meio do qual o adolescente manipula proposições tendo como ponto de partida a operação concreta, formulando estas proposições em resultados.

Nesta fase, o adolescente passa a raciocinar de forma hipotético-dedutivo sendo que, a dedução lógica se torna à sua principal arma que ele possui para explicar fatos reais. O adolescente na fase operacional-formal, manifesta um tipo de egocontrismo atribuindo grande poder a seu pensamento, à sua capacidade de pensar julgando na maioria dos casos a veracidade dos fatos tendo ele o detentor da verdade e mais ninguém. Para Piaget, só há aprendizagem quando há uma acomodação, ou seja, uma reestruturação da estrutura cognitiva (esquemas de assimilação existentes), resultando em um novo esquema de assimilação. De acordo com que expomos até aqui sobre a teoria de aprendizagem de Piaget, podemos afirmar que a aplicação dessa teoria no princípio de Fermat terá grande valia em sala de aula, se o professor abordar apenas o princípio do tempo mínimo e não pensar logo em lições, trabalhos valendo nota ou futuras avaliações como Piaget argumenta sobre o ensino, que as aptidões diferenciadas dos “bons alunos” em Matemática ou Física, em uma igualdade intelectual, consiste na sua capacidade de adaptação ao tipo de ensino que lhes é proposto.

“Os maus alunos' nessas matérias, que entretanto são bem sucedidas em outras, estão na realidade perfeita aptos a dominar os assuntos que parecem não compreender, contanto que estes lhes cheguem através de outros caminhos: são as 'lições' oferecidas que lhes escapam a Compreensão, e não a matéria” (1977, p. 17)

A teoria da mediação de Lev Vygotsky no Princípio de Fermat

Ao contrário de Piaget, que supõe como princípio básico a equilibração para explicarmos o desenvolvimento mental, Vygotsky parte dos contextos social, histórico e cultural do indivíduo para explicar o desenvolvimento cognitivo que a interação social é a mais importante e deve ocorrer dentro de uma região, no qual Vygotsky chama de zona de *desenvolvimento proximal* que é definido como sendo a distância entre o nível de desenvolvimento cognitivo real do indivíduo, medido pela sua capacidade de solucionar problemas sob orientação de um adulto.

A interação social que está intrinsecamente relacionado com a zona de desenvolvimento proximal, define as funções que ainda não amadureceram, ou que estão em processo de maturação, ou seja, é uma medida do potencial de aprendizagem do aluno representando a região onde o desenvolvimento cognitivo ocorre, estando em constante mudança.

As ideias de Vigotsky sobre formação de conceitos de acordo com a instrução, ou seja, tendo o professor como protagonista e mediador na aquisição de significados aceitos, o intercâmbio entre professor e aluno deve está dentro da zona proximal do aluno, sendo levados em conta, a origem social das funções mentais superiores e a linguagem como signo mais preponderante para o desenvolvimento cognitivo.

Um exemplo de socialização social de ensino é o caso em que o professor em sala de aula transmite algum conceito novo para o aluno que de alguma forma, deve devolver ao professor o significado que captou. O professor, em um momento seguinte, é o mediador de verificar se o conceito foi bem aceito ou não, compatibilizando socialmente.

O papel do aluno é conferir se os significados que captou são aqueles compartilhados no contexto da área de conhecimento em questão. O ensino e aprendizagem ocorre quando professor e aluno compartilham significados. Com base no que acabamos de mostrar sobre a teoria da mediação de Vygotsky, uma sugestão de aplicação do Princípio de Fermat, seria introduzir o conceito novo para o aluno e verificar se essa nova informação repassada, está em concordância com o que o aluno captou, ou seja, professor e aluno compartilham significados.

“ Em síntese, os processos que levam à formação de conceitos desenvolvem-se a partir de duas linhas ou raízes genéticas distintas, uma que se origina dos agrupamentos e vai até os pseudoconceitos e outra, paralela, contemporânea dos conceitos potenciais. A convergência ou fusão dessas linhas dá origem a um processo qualitativamente diferente: a formação de conceitos. É importante notar que essa transição é gradual e não atinge simultaneamente todas as áreas de pensamento onde predominam, por muito tempo, o pensamento por complexos o que, aliás, caracteriza a adolescência”
(Gaspar, 1994, p. 6).

A inserção do Princípio de Fermat no ensino médio, requer além de uma boa metodologia aplicada em sala de aula, saber escolher em qual teoria de aprendizagem, o professor se fundamentaria para não contrariar a estrutura cognitiva do aluno

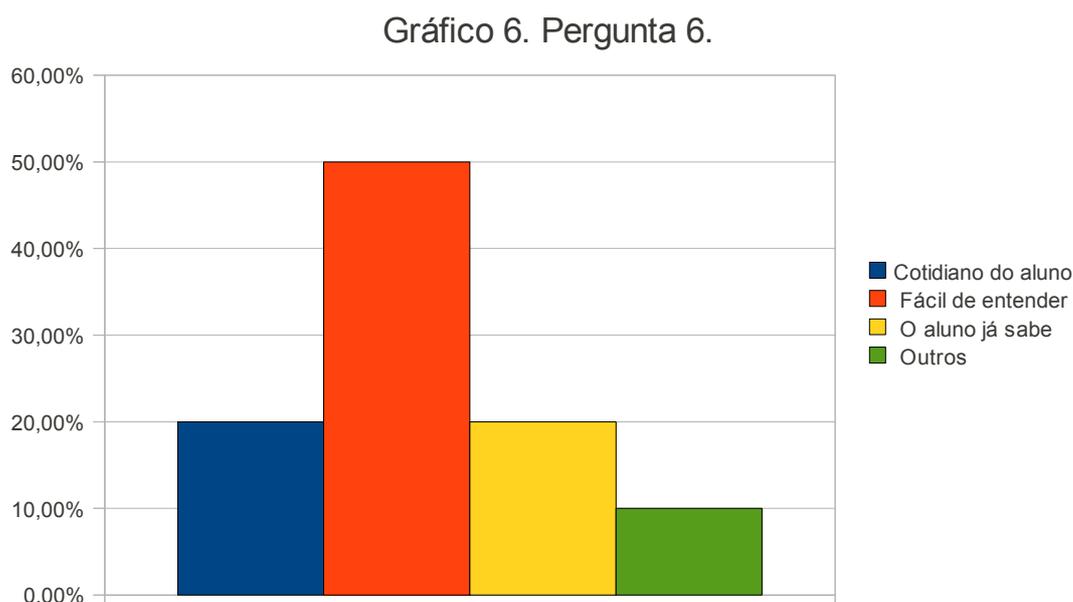
“Deve ser encontrado um caminho para desenvolver no 'sistema' um clima pelo qual a atenção seja colocada não no ensinar mas na facilitação da aprendizagem autodirigida.”
(AEBLI. Hans, 1973, p.287)

Com base nos resultados do questionamento cinco, fizemos a seguinte pergunta aos professores:

Pergunta 6 : Por que a teoria que você assinalou no item anterior é a mais viável para o aluno do ensino médio compreender o Princípio de Fermat?

- Envolve o cotidiano do aluno
- É mais fácil de entender
- O aluno já tem o conhecimento prévio
- É melhor para o professor repassar
- Outro _____

Os resultados poder ser analisados no gráfico 6. abaixo:



Com base no gráfico, podemos perceber que a porcentagem é a mesma a respeito das teorias de aprendizagem de: Skinner, Piaget e Vygotsky onde os que responderam outros é porque acham que o aluno já tem potencial e não precisaria de nenhuma teoria de aprendizagem para aplicar o princípio do tempo mínimo. Aprender é uma atividade que acontece no aluno e que é realizado por ele. Sabemos que ninguém pode aprender por outro. O professor não pode obrigar o aluno a aprender, o que ele pode fazer em alguns momentos é motivar o aluno a entender aquilo que é novo. O ensinar não é o mesmo que aprender.

Por isso, se o aluno não aprende, todo o esforço feito para ensiná-lo pelo professor estará perdido. Na realidade, de tudo quanto se ensina, apenas uma parte é efetivamente aprendida, o que é lamentável é que horas de exposição oral por vários professores resvalam pela epiderme dos alunos, sem atingí-los. Podemos mostrar o que acontece na realidade, com o que o professor ensina e o que o aluno aprende de acordo com a (Figura 7) abaixo:

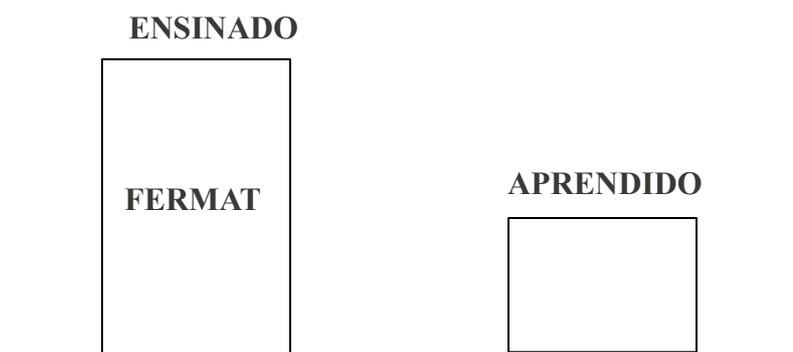
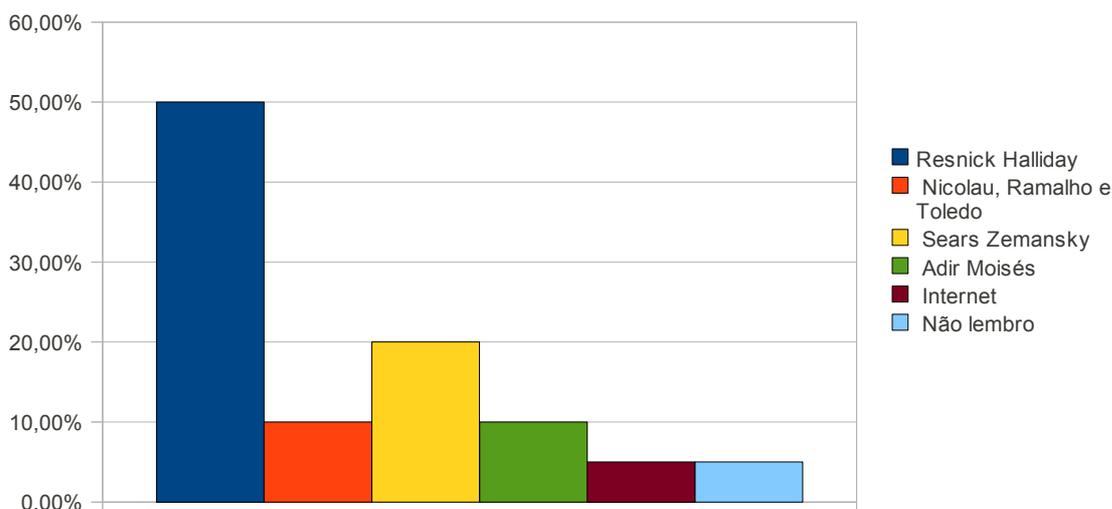


Figura 7.

A primeira vista que é apresentado um conceito novo, o aluno não capta a ideia e acaba adquirindo pouco aprendizado como constatamos no esquema acima. A sétima pergunta da pesquisa mostra que a grande maioria dos docentes só conhece livros do ensino superior no qual consta o princípio de Fermat. Este assunto podemos encontrar em alguns livros do ensino médio como citamos anteriormente (p. 13). Os resultados da pergunta sete podemos mostrar no (Gráfico 7.)

Pergunta 7. Cite o nome do livro e o autor em que você encontra o Princípio de Fermat?

Gráfico 7. Pergunta 7.



Conhecer uma referência é de crucial importância para um professor não se prender apenas em uma única referência, como na maioria dos docentes dessa pesquisa desconhecem a referência onde poderia ser encontrado o princípio de Fermat . A grande maioria não sabe nem se a referência que ele escolheu constava o princípio de Fermat como é o caso do livro “Os Fundamentos da Física” dos autores: Nicolau, Ramalho e Toledo que não trata esse assunto, então, conseqüentemente o professor não poderia indicar esta referência para seus alunos.

O gráfico acima também mostra que alguns professores citaram o livro dos autores Sears Zemansky, que na realidade o que o aluno poderia encontrar nesta referência seria dois exercícios para demonstrar o princípio do tempo mínimo onde fizemos (pág 13), então quem optar por estas referências não encontrará nada falando sobre o princípio de Fermat. Ao contrário do que os docentes responderam, o princípio de Fermat pode ser encontrado nas seguintes referências:

- ✓ Moyses Nussenzveig (Óptica e Física Moderna- volume 4)
- ✓ Paul Allen Tipler (Óptica e Física Moderna- volume 4)
- ✓ Adir Moyses Luiz (Óptica e Física Moderna- volume 4)
- ✓ Eugene Hecht (Óptica)
- ✓ Lições de Física Feynman (Volume I - Mecânica, Radiação e Calor)

Conhecer uma diversidade de exemplares é muito importante para a carreira docente, onde o professor, ele não é apenas o transmissor de informações, mas sim, o facilitador, o mestre aquele que domina perfeitamente o que vai transmitir, por isso, o professor sempre deve buscar inovações como colocam Hernández et al:

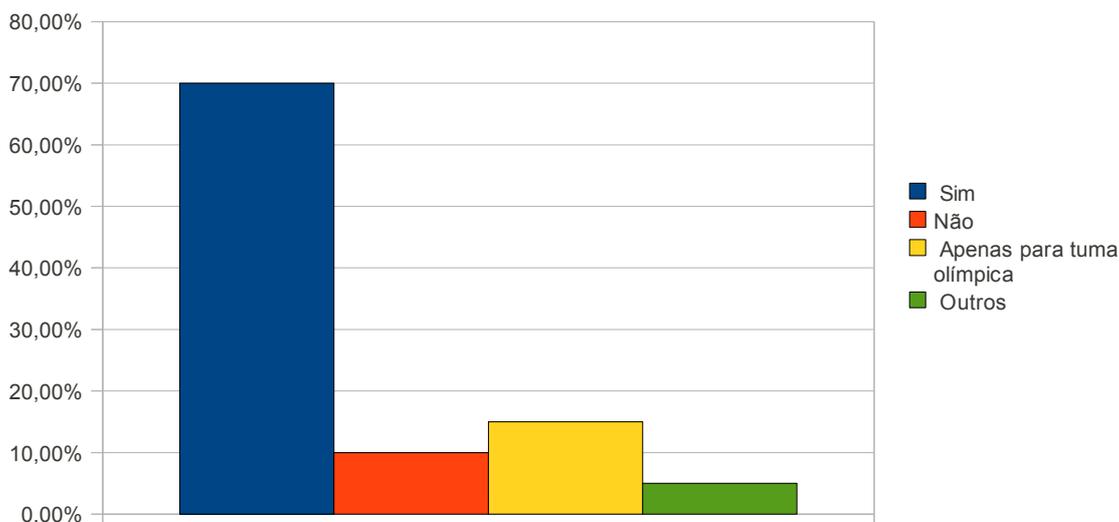
[...] Em termos gerais, pode-se dizer uma inovação é, como assinala Hord (1987), " qualquer aspecto novo para o indivíduo dentro de um sistema". [...] assim, a inovação não é a mesma para quem a promove, para quem a facilita, para quem a põe em prática ou para quem recebe seus efeitos. Portanto, a definição do que constitui uma inovação resulta da confluência de pluralidade de olhares [...].
(HERNÁNDEZ et al, 2000, p.19)

A inovação pode ser encarada como uma busca na melhoria da profissão docente é um elemento essencial da mudança inovadora, por isso, conhecer livros novos pode possibilitar uma maior abrangência e enriquecedor dos conteúdos em sala de aula. Da mesma forma que o educador deve ter uma habilitação técnica fundamentada nos conhecimentos científicos, no domínio dos conteúdos e no uso de métodos e técnicas de ensino, ele também necessita ter uma formação política e filosófica, precisa se ver como membro de uma sociedade, em certo momento histórico.

Desta forma, o papel do formador de professores também deve ser redimensionado. Assim, o conhecimento do aluno está de acordo com o domínio do conteúdo do professor, se ele transmite bem, se conhece referências etc. Perguntamos aos professores se ele recomendariam este livro para seus alunos e, os resultados podemos constatar abaixo:

Pergunta 8. Você recomendaria este livro para seu aluno?

Gráfico 8. Pergunta 8.



Uma maior quantidade de pessoas indicaria o livro dos Autores Resnick Halliday que podemos perceber claramente que esta referência não se adequa aos parâmetros curriculares nacionais do ensino médio. Isso mostra que nesta pesquisa grande parte dos entrevistados não sabe sequer fazer uma análise de um livro nem tampouco conhecer a melhor abordagem para o aluno.

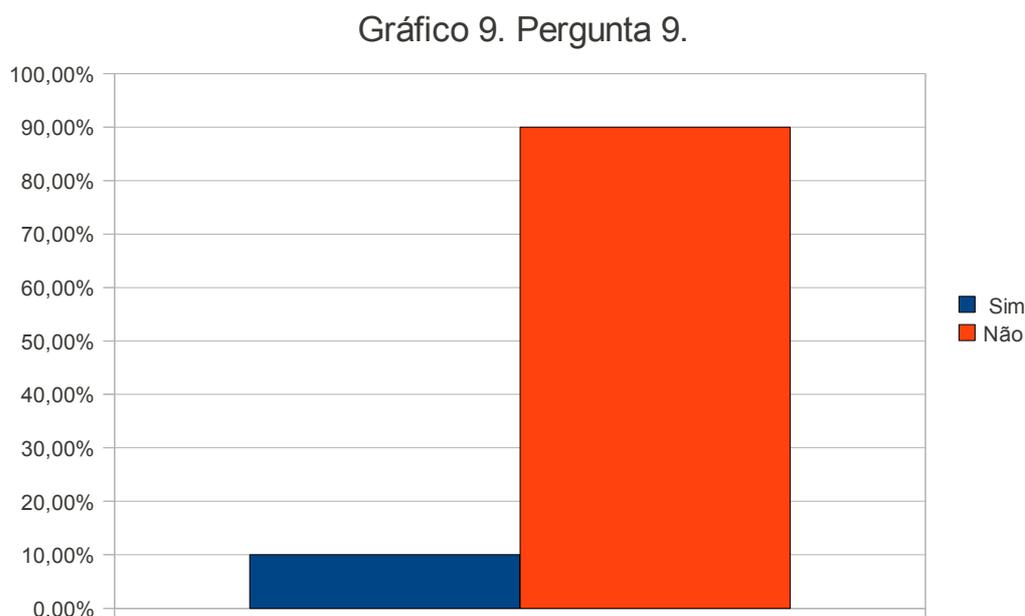
A estrutura de organização de uma determinada referência é de suma importância para a aprendizagem. Quando o professor adota um livro como referência do ano letivo, ele está ciente de que este livro é melhor para seu aluno e que satisfaz o programa da escola, por isso, para o ensino médio, a melhor referência que inclui o “Princípio do Tempo mínimo” seria o livro Física Clássica dos autores Caio Sérgio Calçada e José Luiz Sampaio. A grande parte dos docentes desta pesquisa já ministraram aulas sobre Óptica Geométrica, então fizemos a seguinte pergunta:

Pergunta 9. Você já citou o Princípio de Fermat em suas aulas de Óptica Geométrica?

sim

não

O gráfico 9. abaixo mostra o resultado da pergunta acima.



De acordo com os resultados acima constatamos que a maior parte dos professores nunca falaram sobre o princípio de Fermat em suas aulas. O mais interessante é que alguns docentes não conhecem a referência que aborda o princípio do tempo mínimo, e já citaram do princípio de Fermat em suas aulas como por exemplo: “ O Princípio de Fermat está relacionado com o tempo mínimo” E pronto deixando uma lacuna aberta para o aluno pensar como seria esse tempo mínimo.

O professor tem o dever de acompanhar o aprendizado do aluno em todos os aspectos. Deixar o aluno construir seu conhecimento sem nenhum significado, trata-se como uma atividade mecânica, sem vinculação com a realidade. Muitas vezes, os educadores, são vítimas de uma educação alineante, não sabem o porquê daquilo, o que ensinam e tampouco o significado do que está sendo mostrado e quando interrogam seus alunos dão respostas evasivas: “

Você precisa saber para o próximo ano”, “Isso cai no vestibular, decore”, “hoje você não entende, mas daqui a dez anos vai compreender”... A maioria dos alunos acabam convencidos de que aquilo não é para se aprender mesmo ficando o ensino sem significado ou melhor afirmando abstrato. Quando falamos em tempo mínimo, devemos deixar claro para o aluno de que se trata, e se possível, mostrar visualmente o assunto em questão, isso seria uma forma do aluno entender e melhorar suas concepções espontâneas.

...Atividade objetual, por exemplo, a manipulação de objetos, sua elaboração mecânica, sua montagem, o pesá-los, medi-los, trasladá-los. Podem ser uma atividade perceptível, por exemplo, examinar, escutar, observar. Pode ser também uma atividade simbólica, por exemplo, representar graficamente, nomear, designar, descrever verbalmente, repetir palavras ou enunciados.

(A.PETROVISKI, *Psicologia Evolutiva y Pedagógica*, p. 221 e 222.).

Os tipos de atividades que é colocada para o aluno é de grande importância para a coordenação do pensamento, então, quando somos levados a propôr atividade aos alunos, devemos antes de tudo, deixar bem claro o conteúdo na mente do aluno para que num segundo momento, possamos desenvolver essas tarefas. No nosso caso, devemos explicar de diversas formas o princípio de Fermat para que logo em seguida, possamos concretizar as atividades propostas, construindo um aprendizado satisfatório para o aluno.

...O empirismo pretende dar ao conhecimento um pouco de partida absoluto, um começo primeiro: os dados sensíveis, sem ver que os pretendidos 'fatos' iniciais sempre estão já saturados de conceitos, gerados numa teoria e numa prática antecedente.

(R.GARAUDY, O Método de Mrx em “O Capital”, Karl Marx, p. 145.).

A utilização da historicização pode ajudar o professor numa perspectiva melhor de conhecimento do objeto de estudo. O aluno deve ter em mente que os conteúdos nunca vem prontos nos livros didáticos, é preciso uma interpretação vocabular para que ele compreenda de forma satisfatória. O embasamento teórico do professor deve ser bem firmado como afirma LIBÂNEO:

A formação profissional para o magistério requer, assim, uma sólida formação teórico-prática. Muitas pessoas acreditam que o desempenho satisfatório do professor na sala de aula depende de vocação natural ou somente da experiência prática, descartando-se a teoria. É verdade que muitos professores manifestam especial tendência e gosto pela profissão, assim como se sabe que mais tempo de experiência ajuda no desempenho profissional. Entretanto o domínio das bases teórico-científicas e técnicas, e sua articulação com as exigências concretas do ensino, permitem maior segurança profissional, de modo que o docente ganhe base para pensar sua prática e aprimore sempre mais a qualidade do seu trabalho. (LIBÂNEO, 1994, p.28).

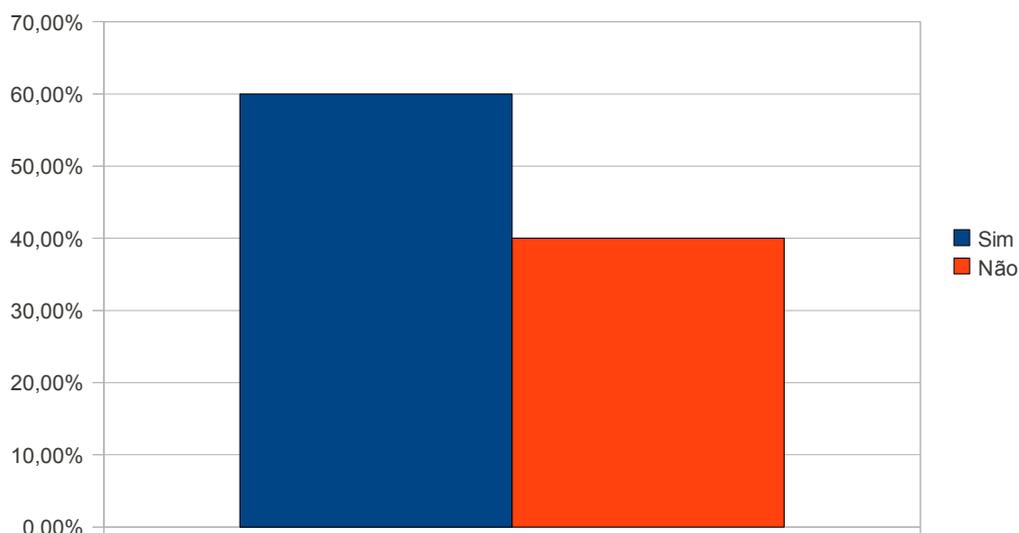
Um outro ponto levantado foi no que diz respeito, ao contexto histórico em sala de aula, onde indagamos os professores da seguinte maneira:

Pergunta 10: O contexto histórico sobre o Princípio de Fermat seria uma melhor forma do aluno compreender o princípio?

sim

não

Gráfico 10. Pergunta 10.



Um número significativo de professores responderam que a abordagem do contexto histórico ajudaria bastante os alunos na compreensão do princípio de Fermat. Outros acham que atrapalharia a matéria, atrasando o conteúdo e o calendário escolar. O resgate histórico, ajuda bastante a dar uma significação para tal princípio ou teoria, na medida em que se compreende o surgimento do contexto, que tipo de problemática etc.

Entender a história sobre o princípio de Fermat, torná-o mais fácil sua compreensão como falamos no início do capítulo (pág. 7). A utilização de softwares educacionais é uma das melhores formas do aluno conhecer o *Princípio do Tempo Mínimo*. Perguntamos aos professores sobre alguns recursos educacionais seria mais proveitoso em sala de aula na aplicação do Princípio de Fermat.

Pergunta 11: Que software você utilizaria nas suas aulas para que o aluno de ensino médio compreendesse o Princípio de Fermat?

Portal do professor

Labvirt

Ludoteca de Ciências

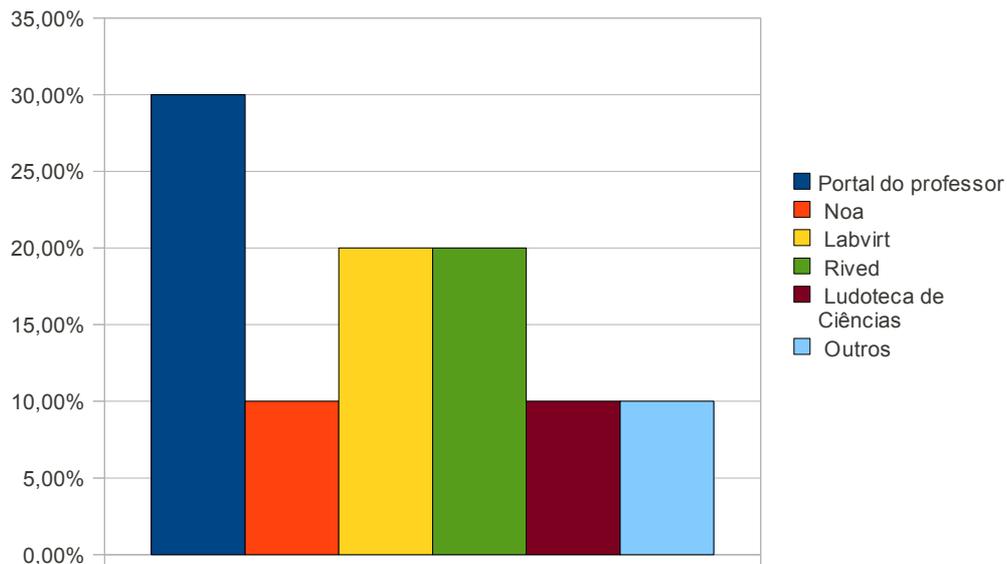
Noa

Rived

outro _____

Observando o gráfico abaixo, constatamos que a utilização de um software em sala de aula se torna um resultado satisfatório para muitos professores.

Gráfico 11. Pergunta 11.



Podemos destacar que o **Portal do Professor**, **Labvirt**, **Noa** e o **Rived** mereceram destaque como melhor objeto de aprendizagem para trabalhar o princípio de Fermat no ensino médio segundo os entrevistados. Nos quatro objetos de aprendizagem citados, caso o professor necessite de algum objeto de aprendizagem que aborde o princípio de Fermat para trabalhar com os alunos, encontrará apenas nas **simulações ludoteca**. Esses dados revelaram que os entrevistados desconhecem o software apropriado como referência em um determinado assunto, eles acham que os objetos citados, você pode encontrar tudo o que procurar para ministrar qualquer assunto, isso é um equívoco, pois, muitos desses OAs, são restritos e apenas funcionam com o programa apropriado.

O educando deve ter oportunidade de se defrontar pessoalmente com objetos de conhecimento para sentir a possibilidade de conhecê-lo melhor, aquilatando as dificuldades, localizando os problemas de compreensão; ao tentar resolvê-lo, percebe que não é factível. Cabe ao professor articular suas primeiras tentativas de explicação, mostrando a fragilidade/heurística.

Observamos no ensino tradicional que o professor chega, apresenta o objeto de estudo (na maioria das vezes não é, nada da realidade do aluno) e discute sobre ele, não se preocupando em estabelecer o vínculo com o discente.

Ao final do processo, pergunta aos alunos “Entenderam?” O aluno, após a pergunta pensa : “É isto mesmo. É lógico”. Como o professor já deu a resposta pronta, dificilmente o aluno construirá um conhecimento próprio, por isto, o professor deve tomar muito cuidado na transmissão expositiva da matéria dada em sala de aula para que não se torne uma mera memorização superficial.

Uma maneira de interação com o aluno é propondo um objeto de aprendizagem, para que ele possa se familiarizar com o assunto construindo seu próprio aprendizado. O professor poderá propôr alguns softwares no qual o aluno possa se familiarizar com o “**PRINCÍPIO DE FERMAT**”.

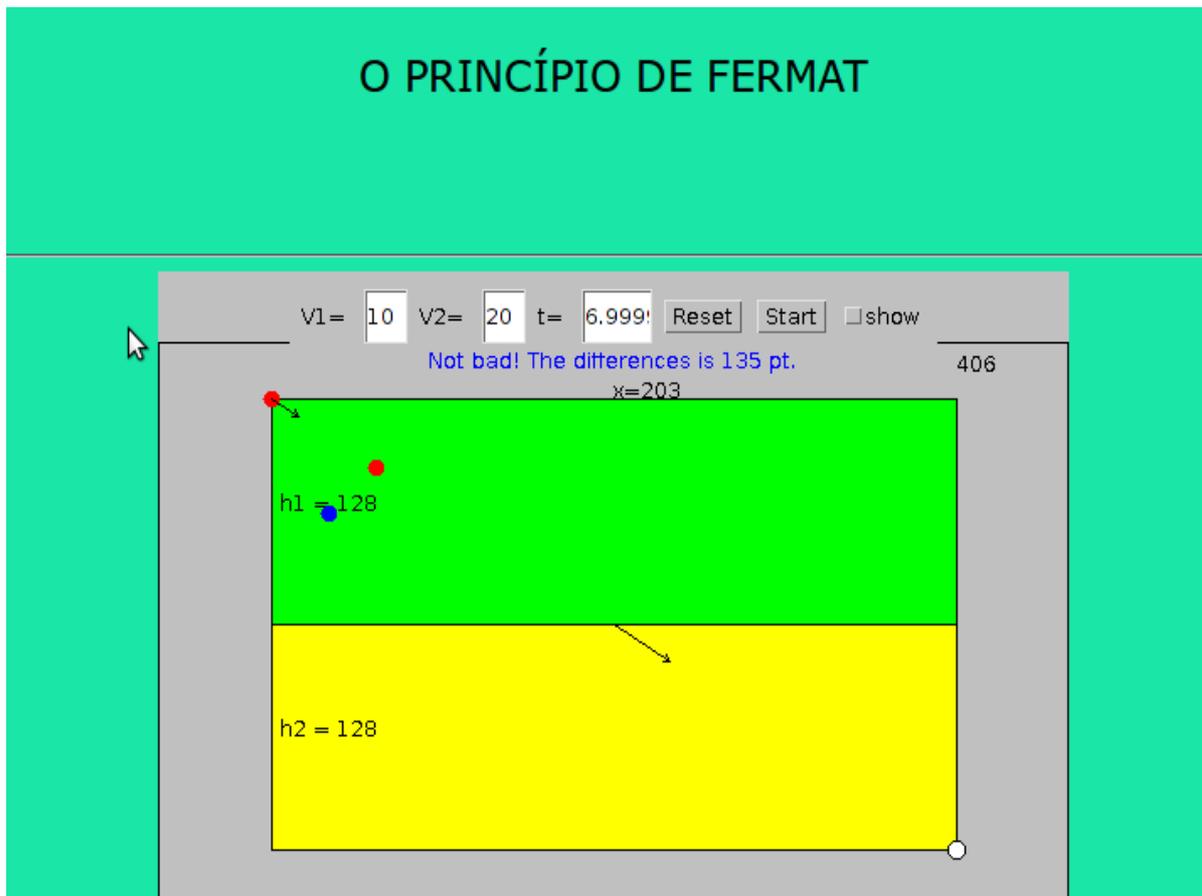
SOFTWARE EDUCACIONAIS

Como proposta para facilitar o aprendizado dos alunos do ensino médio, podemos propôr algumas simulações em que o professor pode utilizar em sala de aula como forma do bom entendimento do princípio de Fermat.

OBJETO 1 (O PRINCÍPIO DE FERMAT NA REFRAÇÃO DA LUZ)

Neste primeiro caso (Figura 8.) antes de iniciar o programa o professor deverá fazer a seguinte pergunta para o aluno: Qual das duas bolinhas a verde ou a azul chegará primeiro na trajetória indicada? Essa pergunta proporcionará um ambiente dinâmico e interativo entre professor e aluno promovendo uma aprendizagem significativa.

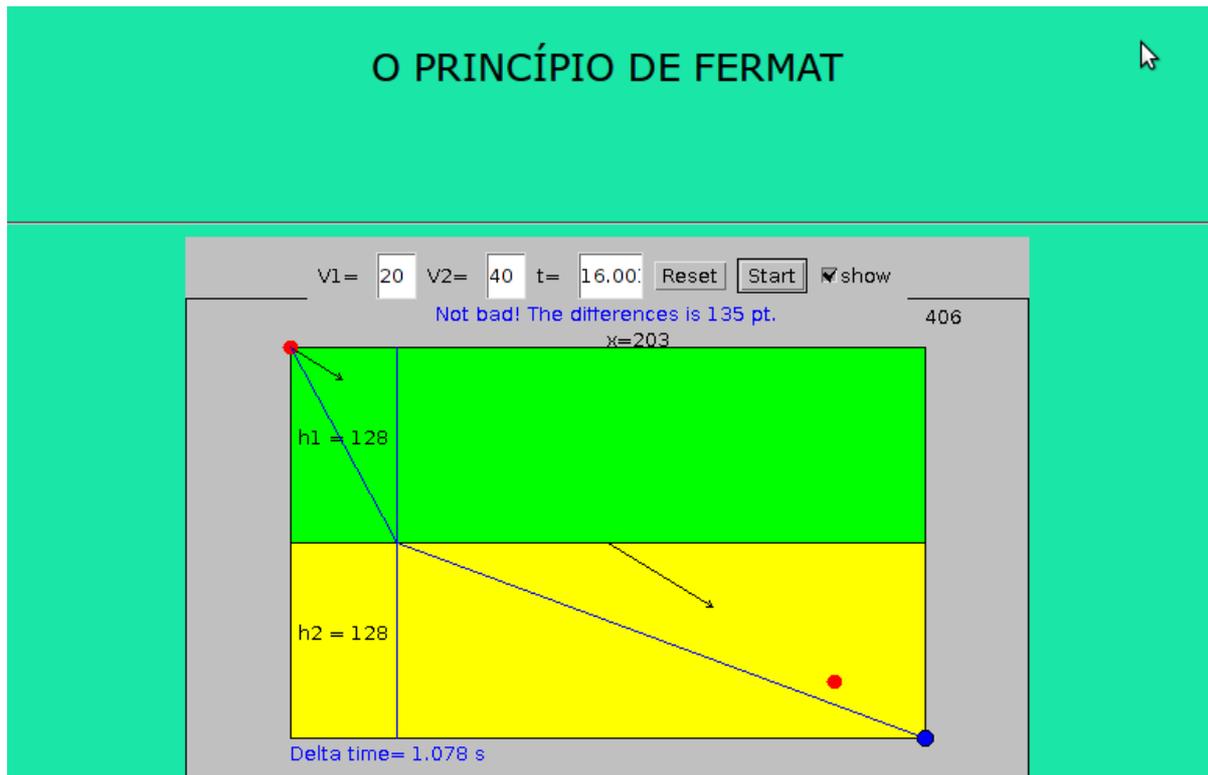
Figura 8.



Fonte: <http://www.if.ufrgs.br/fis183/applets/fermat.html>

Com base na (Figura 8.) o aluno poderá pensar que o caminho mais curto será o que levará menos tempo e isso não é verdade, pois, logo em seguida o professor poderá mostrar que o caminho mais longo pode se tornar o menor tempo possível. No segundo caso, o professor pode mostrar que a bolinha azul que pertence a trajetória mais longa chega primeiro e isso fará o aluno abolir suas concepções espontâneas a respeito do princípio do tempo mínimo.

Figura 9.



Fonte: <http://www.if.ufrgs.br/fis183/applets/fermat.html>

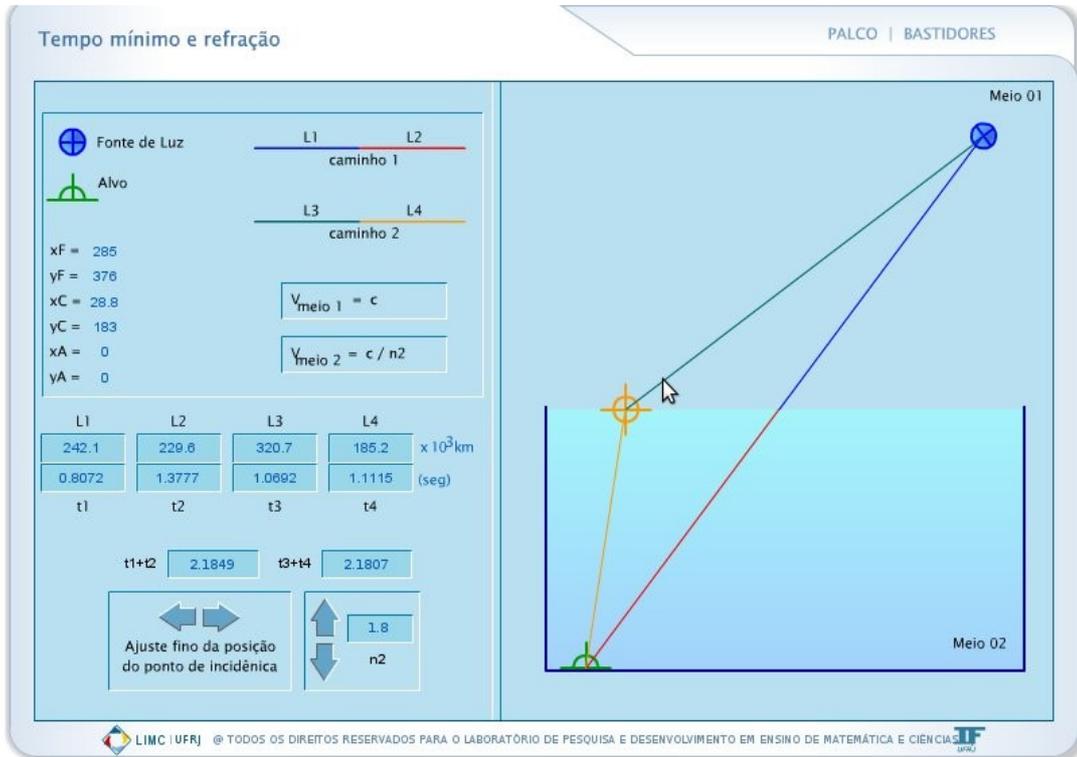
Este applet exemplifica o princípio de Fermat, que nos diz que um raio de luz percorrerá sempre o caminho de menor tempo de trajetória entre dois pontos. Se este estiver se movendo em um só meio, será uma reta, porém, se atravessar dois meios diferentes como no exemplo acima.

OBJETO 2 (O PRINCÍPIO DE FERMAT NA REFRAÇÃO DA LUZ)

Mostraremos mais um OA em que o aluno poderá ter familiaridade com o princípio de Fermat.

Esse objeto de aprendizagem é bastante factível para o aluno, pois, o aluno pode mudar todos os parâmetros assim desejado. Essa interação entre aluno e computador faz com que o ambiente aprendizado torne-se bastante profícuo e satisfatório devido a interação do aluno com o computador onde em sala de aula tradicional na maioria das vezes essas interação entre professor e aluno é quase que fechado, isso devemos levar em conta o tempo mínimo de duração da aula (50 minutos) e em muitos casos, o aluno só se interessa naquele assunto se for uma coisa relacionado ao seu cotidiano.

Figura 10.



Fonte: <http://omnis.if.ufrj.br/~marta/aplicativos/mintemporefr.swf>

Em cada uma das etapas da execução do programa, o professor poderá mostrar também como no caso posterior, que a trajetória longa é feita em um menor tempo possível como ilustrado acima. Além do aluno constatar a veracidade do princípio do tempo mínimo, ele poderá ter a oportunidade de alterar a posição da reta e sempre obter o menor tempo como indicado na figura acima.

Cada um desses objetos de aprendizagem propicia ao estudante uma aprendizagem satisfatória e dinâmica. O aluno se torna o protagonista do seu próprio aprendizado e conhece de forma visual e prática o princípio de Fermat, no qual a grande maioria dos livros não traz essa informação. Para que o aprendizado seja completo, o professor deverá antes de iniciar o uso do objeto de aprendizagem, ministrar os conceitos e informações sobre o princípio do tempo mínimo para que num momento posterior o aluno possa tirar suas próprias conclusões a respeito de tal princípio. A interação e o contato com o OA faz com que o aluno crie novas formas de observar a veracidade informações e conceitos até então desconhecidos.

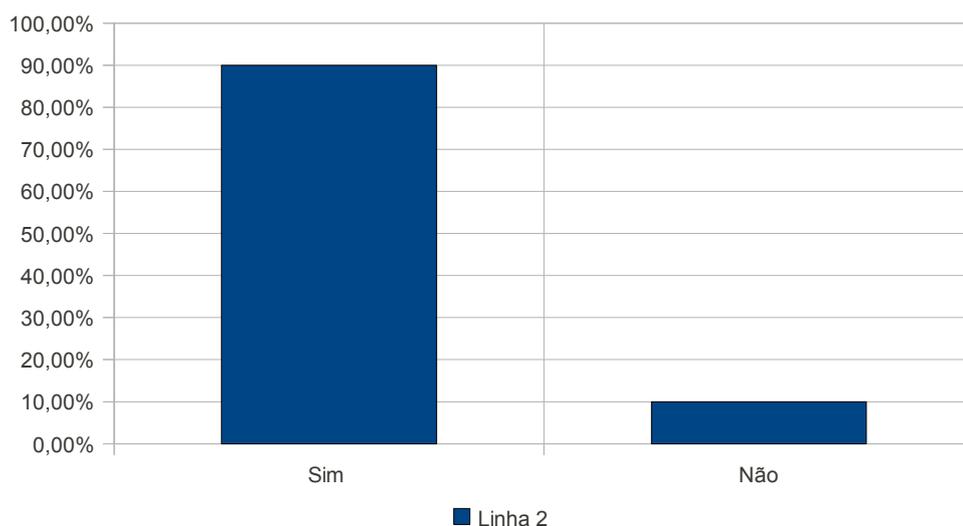
Neste novo conceito de ensino, o professor está assumindo o papel de mediador de conhecimentos, pois o processo de ensino-aprendizagem deverá ser dirigido a um público que não mais recebe e ingere informações, mas interage com as mesmas, interfere no processo e questiona o conteúdo e conceitos. A globalização abriu novos caminhos e possibilidades para que todos busquem novos conhecimentos, isto em todas as áreas principalmente a do ensino escolar. (MELLO, E. R. e MIGLIORINI, E.R.M., 2007)

Pergunta 12: O princípio de Fermat está relacionado com o tempo mínimo e o caminho óptico?

sim

não

Gráfico 12. Pergunta 12



De acordo com os resultados acima percebemos que a grande maioria dos entrevistados conhece a relação do princípio de Fermat com o tempo mínimo e o caminho óptico. Os que responderam que não existe a relação intrínseca do tempo mínimo e o caminho óptico é porque desconhece o princípio de Fermat. Para finalizarmos o nosso questionário, deixamos os futuros docentes expor suas ideias a respeito do princípio de Fermat no ensino médio como proposta. A pergunta feita foi a seguinte:

Pergunta 13: Faça um breve comentário das vantagens e desvantagens que você acha em transmitir o Princípio de Fermat para alunos do ensino médio.

O maior número dos entrevistados achou como vantagem que a aplicação do princípio de Fermat no ensino secundarista, faz com que o alunos amplie seus horizontes e é uma forma de demonstrar a lei de Snell partindo do princípio do tempo mínimo que na maioria das vezes o professor expõe apenas a fórmula Matemática e não diz de onde vem, e nem tampouco a sua aplicabilidade. A desvantagem que muitos citaram é na utilização do cálculo diferencial e integral, no qual o aluno do ensino médio não tem familiaridade, coisa que mostramos no problema proposto onde resolvemos o problema usando a Geometria Plana básica e não precisamos do cálculo situação que o professor em sala de aula pode abordar. Uma das respostas ao questionário nos deixou bastante motivado em relação as vantagens e desvantagens do princípio de Fermat no ensino médio podemos constatar o depoimento de um futuro professor:

“O princípio de Fermat é a forma mais importante de compreender o índice de refração e assim poderia ser proposto através de experimentos e também com o uso de software”.

Falamos sobre o uso de objetos educacionais em sala de aula envolvendo o Princípio do tempo mínimo, então para propormos um experimento de baixo custo para o aluno do ensino médio, o professor deverá consultar o endereço eletrônico abaixo poder trabalhar com os alunos está prática experimental.

O PRINCÍPIO DE FERMAT NA REFLEXÃO DA LUZ



Fonte: http://www.feiradeciencias.com.br/sala09/image09/09_06_03.gif

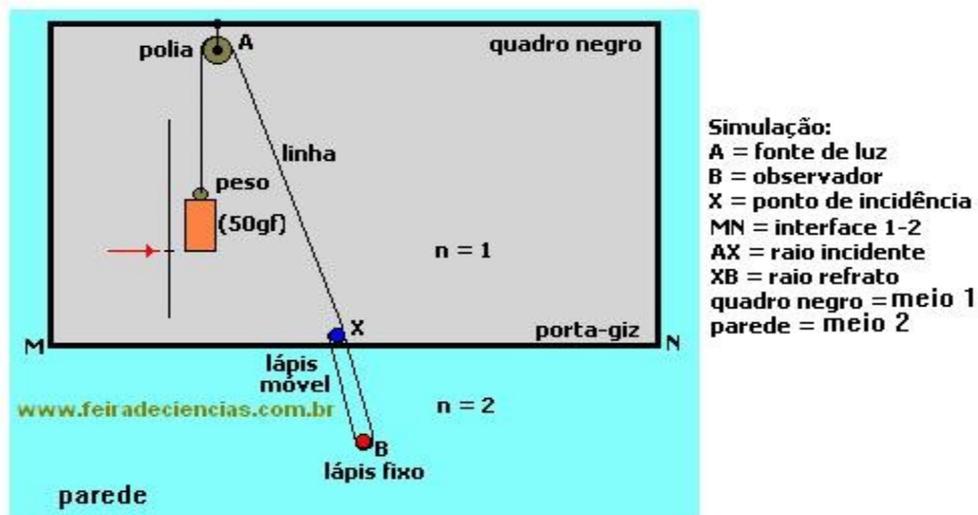
Nesta prática o professor poderá executar na própria sala de aula precisando apenas dos seguintes materiais:

Material

- Uma polia (pequena);
- Linha de costura;
- Um "peso" (50 g de massa são suficientes);
- Dois lápis;
- Quadro-negro e giz.

Esse material pode ser adquirido pelos próprios alunos um dia anterior antes do professor ministrar essa prática, isso, claro que o professor já deverá ter falado sobre o Princípio de Fermat na reflexão. No caso da refração da luz, o professor poderá trabalhar o mesmo experimento só que de uma forma um pouco diferenciada como mostra o arranjo abaixo:

FERMAT NA REFRAÇÃO DA LUZ



Fonte: http://www.feiradeciencias.com.br/sala09/image09/09_06_05.gif

Todos os passos na elaboração e execução desse experimento, professores e alunos poderão acessar o endereço eletrônico abaixo:

- ✓ Fonte: http://www.feiradeciencias.com.br/sala09/09_06.asp

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho revelou uma satisfação imensa em tratar do princípio de Fermat no ensino secundarista como proposta de promover um momento de aprendizagem entre professor e aluno. Observamos no decorrer do trabalho que, os futuros professores se mostraram um pouco despreparados para abordar tal princípio em sala de aula, isso, se deveu principalmente na escolha da referência que continha o princípio de Fermat, onde a grande maioria se quer conhecia a existência do assunto.

Outro grande percentual de entrevistados citaram livros do ensino superior como forma de adotar em uma sala de aula do ensino médio, coisa que não funciona tal abordagem devido a complexidade no qual o aluno iria encontrar por motivo do cálculo diferencial e integral que o aluno do ensino médio não tem familiaridade. Apresentamos algumas propostas para professores utilizarem em sala de aula como: situação problema envolvendo o princípio de Fermat e Simulações do tempo mínimo, no qual o professor poderá utilizar o laboratório de informática como forma de promover uma interação entre aluno computador através de softwares educativos que tratava o princípio do tempo mínimo, coisa que só assim o aluno poderia visualizar esse princípio e tirar suas próprias conclusões acerca do tempo mínimo. Diante das perguntas respondidas pelos futuros docentes, constatamos também que muitos citaram algumas teorias de aprendizagem em que poderiam utilizar o princípio de Fermat como forma de dar um suporte melhor na compreensão desse princípio, coisa que não aconteceu com alguns teóricos citados por eles. Em relação aos OAs que eles utilizariam em sala de aula para facilitar o aprendizado do aluno, foi-se informado do Portal do Professor, Labvirt e Rived como objetos que continha o princípio de Fermat, e que eles utilizariam em suas aulas, coisa que não coincidiu com a veracidade dos objetos de aprendizagem, devido à ausência desse princípio.

A inserção do princípio de Fermat no ensino médio é de suma importância para o aluno ter uma compreensão mais abrangente da lei de Snell-Descartes, isso foi mostrado na pesquisa, em que, na última resposta do questionário um professor citou a sua importância, fato que nos deixou bastante feliz em saber que não basta apenas apresentar uma fórmula para o aluno, e sim, deixar bem clara a sua importância e utilização procurando de todas as formas possíveis, trabalhar os conhecimentos prévios do alunos.

BIBLIOGRAFIA CONSULTADA

1. AZNAR MINGUET, P. (org) A construção do conhecimento na educação. Porto Alegre: ArtMed, 1998.
2. BORDENAVE, J.D. & PEREIRA, A. M. *Estratégia de ensino aprendizagem*. 4. ed. Vozes. : Petrópolis 1977.
3. CABRAL, Fernando e LAGO, Alexandre. Física 2.São Paulo: Harbra. 2002.V.2
4. CALÇADA, Caio Sérgio. SAMPAIO, José Luiz. Física Clássica -Eletricidade. Vol. 3. Ed. Atual. São Paulo, 1985
5. DEIZOCOV e ANTOGOLTH, J. *A Metodologia do ensino de ciências*. São Paulo. Cortez 1990.
6. FAYNMAN, Richard P., LEIGHTON, Robert B. E SANDS, Matthew. Lectures on Physics.
Fondo Educativo Interamericano, 1972.
7. HECHT, EUGENE. Optics (4th ed.). [S.l.]: Pearson Education, 2001
8. HERNANDÉZ, Fernando. Transgressão e Mudança na Educação os projetos de trabalho; trad. Jussara Haubert Rodrigues - Porto Alegre: ArtMed, 1998.
9. HEWITT, Paul G. Física Conceitual. Addison-Wesley-IberoAmericana, 2001.
10. LIBÂNEO, J.C. Didática. 15.ed. São Paulo: Cortez, 1999.
11. LUCKESI, C. C. *Avaliação da aprendizagem escolar*. São Paulo: Cortez, 1994.
12. MOREIRA, Marco Antônio (1999). Aprendizagem significativa. Brasília: Editora Universidade de Brasília.
13. MOREIRA, Marco Antônio (1999). Teorias de Aprendizagem. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária Ltda.
14. NUSSENZVEIG, H. Moysés, curso de física básica, vol. 4, S.Paulo: Editora Edgard Blucher, 1997.

15. PETROVSKI, A.V. *Psicologia evolutiva y pedagógica*. Moscú. Editorial Progreso, 1980
16. SILVA, M. B. da; SCHAPPO, V. L. *Introdução a Pesquisa em Educação*. Florianópolis: UDESC, 2002. (Caderno Pedagógico; 1)
17. ROESCH, Sylvia Maria Azevedo. *Projetos de Estágio e Pesquisa em Administração: Guia para estágios, trabalhos de conclusão, dissertações e estudos de caso*. 2º. Ed. São Paulo: atlas, 1999.
18. VASCONCELLOS, Celso dos S. *Construção do Conhecimento em Sala de Aula*, 14ª ed. São Paulo: Libertad, 2004
19. VYGOTSKY, L. S. *A Formação Social da Mente*, Martins Fonseca. 4º ed. São Paulo: 199

ANEXOS

Pergunta para professores e futuros professores do ensino médio

1. Você conhece o Princípio de Fermat?

sim não

2. O que você acha desse Princípio em relação à Óptica Geométrica do ensino médio?

- aplica-se
 é muito difícil
 não se aplica
 os livros não aborda-se esse assunto
 só encontro em livros do ensino superior
 outro _____

3. Como poderíamos abordar o Princípio de Fermat no ensino médio?

- através de experimentos de baixo custo
 utilizando um software educativo
 com situações do cotidiano
 aula teórica
 resolvendo problemas
 não poderia ser abordado
 outro _____

4. Que ferramenta Matemática seria mais útil para abordar o Princípio de Fermat no ensino médio?

- O cálculo diferencial e Integral
 A Geometria Euclidiana Básica

5. Em que Teoria de Aprendizagem você se fundamentaria para abordar o Princípio de Fermat no ensino médio?

- Teoria de Ausubel Teoria de Piaget Teoria de Novak
 Teoria de Skinner Teoria de Vygotsky Teoria de Gardner
 Teoria de Bruner Teoria de Gagné nenhuma
 outra _____

6. Por que a teoria que você assinalou no item anterior é a mais viável para o aluno do ensino médio compreender o Princípio de Fermat?

- envolve o cotidiano do aluno
- é mais fácil de entender
- o aluno já tem o conhecimento prévio
- é melhor para o professor repassar
- outro _____

7. Cite o nome do livro e o autor em que você encontra o Princípio de Fermat?

Livro: _____

Autor: _____

8. Você recomendaria este livro para seu aluno?

- sim
- não
- é muito complicado para o aluno
- não é adotado na escola que leciono
- extinto no mercado
- apenas para aluno de turmas olímpicas
- outro _____

9. Você já citou o Princípio de Fermat em suas aulas de óptica geométrica?

- sim
- não

Em caso afirmativo cite a fonte que você utilizou

10. O contexto histórico sobre o Princípio de Fermat seria uma melhor forma do aluno compreender o princípio?

- sim
- não

11. Que software você utilizaria nas suas aulas para que o aluno de ensino médio compreendesse o Princípio de Fermat?

- Portal do professor
- Labvirt
- Ludoteca de Ciências
- Noa
- Rived
- outro _____

12. O princípio de Fermat está relacionado com o tempo mínimo e o caminho óptico?

sim

não

13. Faça um breve comentário das vantagens e desvantagens que você acha em transmitir o Princípio de Fermat para alunos do ensino médio.
