

**T338.5  
B41a  
T**

N.Cham. T338.5 B41a T  
Autor: Benegas, Mauricio  
Título: Avaliacao inter/intra regional d



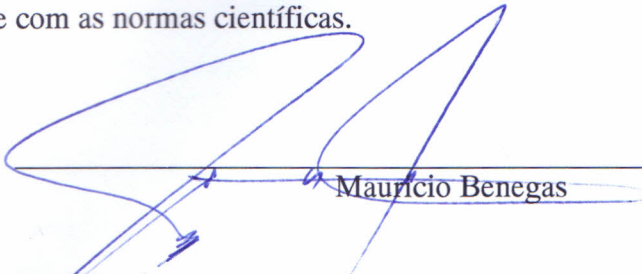
01551981 Ac. 59863  
UFCE - BCME

**Avaliação Inter/Intra Regional da Produtividade Total  
no Brasil: Uma abordagem não-paramétrica utilizando o  
conceito de meta-fronteira de produção**

338.5  
B41a

Esta dissertação foi submetida como parte dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Economia, outorgado pela Universidade Federal do Ceará, e encontra-se à disposição dos interessados na Biblioteca do Curso de Mestrado em Economia da referida Universidade.

A citação de qualquer trecho desta dissertação é permitida, desde que seja feita em conformidade com as normas científicas.



---


Maurício Benegas

Dissertação aprovada em 3 de maio de 2002.



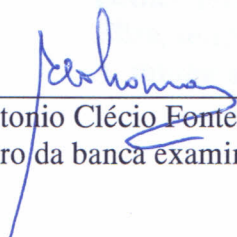
---

Prof. Dr. Emerson L. Lemos Marinho  
Orientador



---

Prof. Ph.D. Luiz Ivan de Melo Castelar  
Membro da banca examinadora



---

Prof. Dr. Antonio Clécio Fontelles Thomaz  
Membro da banca examinadora



mentos

praticável citar todos a quem me

devo para a construção desse livro

depois de referenciar algu

meus pais e aos meus pais.

depois de referenciar algu

nt.

na. 2013

depois de referenciar algu

depois de referenciar algu

**Dedico este trabalho a minha filha Anne  
Elize, minha inspiração.**

**À minha avó Elzira Hennikel Rodrigues**

**In memoriam**

## Agradecimentos

Figura-se como tarefa humanamente impraticável citar todos a quem devo os meus sinceros agradecimentos pelo apoio direto ou indireto para a construção desse trabalho.

Não obstante, sinto-me na expressa obrigação de referenciar alguns dos contribuintes mais importantes.

De início agradeço ao Criador por agraciar-me com o dom da vida e aos meus pais, Edmundo Amado Benegas e Maria Elisa Benegas, por serem os intermediários da obra divina responsável pela minha existência.

Agradeço também a minha companheira Geisa Carneiro, primeiro por ter-me concedido a dádiva da paternidade e pelo magnífico apoio a mim dispençado em favor de minha carreira.

Aos meus grandes amigos Silvando Carmo de Oliveira, Márcio Veras Correa, Adalberto de Lima e Nicolino Trompieri Neto sem os quais minha passagem pelo CAEN teria sido no mínimo muito menos divertida.

Aos professores Ronaldo Arraes, Ivan Castelar e Flávio Ataliba por me convencerem em definitivo de que fiz a melhor escolha profissional dentro de todas as possíveis opções de que dispunha.

Finalmente, mas não menos importante, expresso meus mais profundos agradecimentos ao meu professor e orientador Emerson Marinho, pelo incondicional esforço em prol de minha formação. Também agradeço as valiosas contribuições feitas pelos membros da banca examinadora: professores Ivan Castelar e Clécio Fontelles.

## Resumo

Este artigo analisa a eficiência técnica dos estados e regiões brasileiras no período de 1985a 1998. Para isso utilizamos o conceito de meta-fronteira de produção e estimamos as eficiências técnicas através do modelo não paramétrico *Data Envelopment Analysis*.

Através de um teste de liderança tecnológica, verificamos também quais regiões definem o padrão tecnológico do país. Adicionalmente, fazemos uso do índice de produtividade total de Malmquist para decompor os ganhos de produtividade dos estados brasileiros em: variação de eficiência técnica e variação tecnológica. Utilizando o teste de Baumol, verificamos se há convergência em produtividade entre os estados brasileiros.

## Abstracet

This paper analyses the technical efficiency of states and regions of Brazil in the period 1985-1998. The methodological framework is based upon the concept of production frontier, where a non-parametric model estimates technical efficiency through Data Envelopment Analysis technique. Relying on a technological leadership test it was established which region defines the technological referential of the country.

In addition, Malmquist's total productivity index has been performed to decompose the gains in productivity into two components: technical efficiency variation and technological variation. Baumol's testing has been conducted to verify whether there is convergence of productivity among Brazilian states or not.

|  |    |
|--|----|
| Seção I – Introdução.....  | 1  |
| Seção II – Estrutura Teórica.....  | 4  |
| II.1 – Eficiência Técnica.....   | 4  |
| II.2 – Função Distância de Shepard.....  | 10 |
| II.3 – O Modelo DEA.....   | 13 |
| Seção III – Função Meta-Produção.....  | 16 |
| Seção IV – Resultados.....   | 24 |
| IV.1 – Fronteiras não-Paramétricas Regionais e a Meta Fronteira Produtiva do Brasil.....             | 25 |
| IV.2 – Escores de Eficiência Técnica das Regiões e do Brasil e o Teste de Liderança Tecnológica..... | 36 |
| Seção V – Ganhos de Produtividade e Eficiência de Escala dos Estados Brasileiros.....                | 40 |
| Seção VI – Conclusões.....   | 49 |
| Bibliografia.....  | 51 |
| Apêndice A1 – Axioma da Indicação Agregada de Blackorby-Russell.....                                 | 58 |
| Apêndice A2 – Prova da Proposição 3.....   | 58 |
| Apêndice A3 – Tabelas e Gráficos.....  | 59 |



## I - Introdução

Uma das questões mais importantes da análise econômica diz respeito à eficiência das unidades produtivas na produção de bens e serviços. Grande parte da literatura destina-se a apresentar a teoria da produção considerando as unidades produtivas como plenamente eficientes, ou seja, a partir de pressupostos comportamentais, como a maximização do lucro, minimização do custo ou maximização da receita, a unidade produtiva produz num ponto que corresponde à produção máxima dada a tecnologia disponível, este é o teor da maioria dos manuais de microeconomia. No entanto, investigações empíricas têm constatado a existência de diferenciais de produtividade entre diferentes unidades produtivas que utilizam a mesma tecnologia.

É neste sentido que o presente trabalho é desenvolvido. Nós tratamos a questão da eficiência seguindo o que propõe a literatura, isto é, a unidade produtiva plenamente eficiente é aquela que atua num ponto sobre a fronteira de produção. Diante disso faz-se necessário estimar tal fronteira, que na prática, não é conhecida, e então comparar as atividades observadas com a fronteira estimada.

As unidades produtivas consideradas neste estudo são os estados e regiões brasileiras. Não há dúvidas de que é extremamente importante saber quais são os estados e regiões do país que mais se destacam em termos de produção eficiente de bens e serviços.

Recentemente alguns trabalhos no Brasil foram desenvolvidos utilizando a abordagem de fronteira de produção estocástica para a análise de eficiência. Marinho e Barreto (2000) estimam a fronteira tecnológica utilizando a teoria da fronteira estocástica, originalmente proposta por Aigner, Lovell and Schmidt (1977), para a região nordeste, a fim de analisar os efeitos da inovação tecnológica nos ganhos de produtividade dos estados dessa região usando o índice de Malmquist (1953). Soares (2000) utiliza a mesma abordagem para investigar o mesmo problema para todo Brasil. Lima (2001) utilizando também a teoria da fronteira estocástica, investiga os fatores determinantes da ineficiência técnica da indústria de transformação no Brasil.

Os trabalhos citados acima se valem da teoria da fronteira estocástica que consiste em estimar uma fronteira de produção teórica utilizando métodos econométricos para analisar a eficiência técnica das unidades produtivas posicionadas relativamente a essa fronteira. Em adição a isso, os autores também empregam o índice de produtividade total de



Malmquist para analisar ganhos de produtividade decompondo-os em variação na eficiência técnica (aproximação da fronteira de produção – efeito *catching up*) e variação tecnológica (deslocamento da fronteira de produção – difusão tecnológica).

Chavas and Cox (1990) analisam diferenciais de produtividade entre as indústrias japonesa e americana empregando métodos não paramétricos. Färe *et al* (1994) empregam o modelo *Data Envelopment Analysis* conhecido mais sinteticamente como o modelo DEA para analisar os ganhos tecnológicos e de produtividade em uma amostra de 17 países da OECD no período de 1979 a 1988. A metodologia, originalmente desenvolvida por Charnes, Cooper and Rhodes (1978), consiste num método igualmente não paramétrico para a construção de uma fronteira de produção, definida pelos processos produtivos mais eficientes<sup>1</sup>, e que se baseia na solução de um conjunto de problemas de programação linear.

Recentemente alguns trabalhos também destinados a comparações multilaterais de eficiência, utilizam o conceito de meta-fronteira de produção, originalmente proposto por Hayami (1969) e Hayami and Ruttan (1970,1971) como sendo a envoltória dos pontos de produção das regiões mais eficientes de um país. Mundlak and Hellinghausen (1982) e Lau and Yotopoulos (1989) empregam o conceito de meta-fronteira de produção para comparar a produtividade na agricultura em diferentes países.

Mais recentemente Battese *et alli* (2001) empregam a teoria da fronteira estocástica utilizando o conceito de meta-fronteira de produção para analisar a eficiência da indústria têxtil na Indonésia comparando diferentes regiões daquele país. Os autores estimam as fronteiras regionais usando dados dos estados de cada região e em seguida estimam a fronteira nacional (meta-produção) utilizando todos os dados da amostra e, por fim, comparam as fronteiras regionais com a fronteira nacional ou a meta-fronteira de produção.

A proposta deste trabalho é analisar a eficiência técnica das regiões brasileiras utilizando o conceito de meta-fronteira de produção com o emprego de métodos não paramétricos, mais especificamente com o uso do modelo DEA. Em adição utilizamos o índice de produtividade total de Malmquist para analisar ganhos de produtividade dos estados brasileiros decompondo tais ganhos (se houverem) em variação tecnológica, variação da eficiência técnica pura e variação da escala de produção. Para levar a cabo a

---

<sup>1</sup> Uma das atratividades do modelo DEA consiste justamente neste ponto, ou seja, porque a fronteira é definida pelas melhores técnicas produtivas ela não é teórica, e, portanto, dispensa forma funcional para a estimação.

investigação pretendida faz-se necessário uma série de modificações metodológicas em relação à teoria da fronteira estocástica. Procuramos dar um tratamento relativamente rigoroso na apresentação da estrutura teórica na qual a análise a ser desenvolvida está sedimentada, a fim de que se tornem claras as modificações que propomos para a versão não paramétrica do conceito de meta-fronteira de produção. Além disso, utilizamos os resultados obtidos com o índice de produtividade total de Malmquist, para um estudo de convergência em eficiência técnica, variação tecnológica e em ganhos de produtividade entre os estados brasileiros.

Este trabalho se distribui em cinco seções além desta introdução. A seção II se destina a apresentar a estrutura teórica que fundamenta a análise pretendida. Nela são apresentados conceitos fundamentais tais como a eficiência técnica de Farrell, a função distância de Shepard e o modelo DEA através do qual os escores de eficiência técnica são estimados. Na seção III discute-se a noção de meta-fronteira de produção e a versão estocástica de análise de eficiência técnica juntamente com as modificações necessárias para a análise não paramétrica. Na seção IV são apresentados os principais resultados obtidos com o emprego da metodologia sugerida. Na seção V faz-se uma análise dos ganhos de produtividade dos estados brasileiros decompondo-os em variação da eficiência técnica (que por sua vez é decomposta em variação da eficiência técnica pura e variação da escala de produção), utilizando o índice de produtividade total de Malmquist. Em seguida, realiza-se um estudo de convergência da produtividade entre os estados brasileiros. Na última seção apresentamos as principais conclusões do trabalho. Adicionalmente, nós enunciamos o axioma da indicação agregada no apêndice A1; no apêndice A2 nós provamos a proposição 3 da seção III; por último, no apêndice A3 apresentamos todos os resultados desagregados por estado e região ano a ano.

## **II - Estrutura Teórica.**

Nesta seção nós introduzimos de forma sistemática os conceitos de eficiência técnica, a função distância de Shepard como uma alternativa à plena caracterização da tecnologia de produção e o modelo DEA para a construção de fronteiras (ou referências) tecnológicas.



## II.1 - Eficiência Técnica

Os parágrafos seguintes têm por objetivo apresentar brevemente as medidas de eficiência mais comumente utilizadas na teoria e discutir como tais medidas podem ser calculadas relativamente a uma dada tecnologia, em geral representada por uma fronteira de produção. Um tratamento mais detalhado a esse respeito pode ser encontrado em Färe, Grosskopf and Lovell (1985, 1994), Lovell (1993) e Coelli et al (1998).

Dentro da teoria microeconômica da firma a condição de eficiência é sempre vista como a combinação de fatores de produção que conduz a produção máxima permitida pela tecnologia disponível. Tecnicamente isso significa que o ponto de atividade eficiente é um ponto sobre a fronteira do conjunto de possibilidades de produção. No entanto, a teoria tradicional da firma não explica como podemos relacionar os pontos que são interiores ao conjunto de possibilidade de produção e sua fronteira. Um primeiro trabalho nessa direção foi realizado por Debreu (1951) que define o chamado coeficiente de utilização de recursos como uma medida de distância de um ponto interior ao conjunto de possibilidades de produção e sua fronteira<sup>2</sup>. Anos mais tarde, num artigo clássico, Farrel (1957) introduz o conceito de eficiência técnica e eficiência alocativa, como sendo dois componentes que combinados resultam na chamada eficiência econômica ou eficiência *overall*, ambas definidas como a razão de distâncias sobre a mesma expansão radial em direção a atividade observada. A medida de eficiência técnica de Farrel é atualmente o conceito mais utilizado para análise de eficiência na produção, isto porque, ao contrário da noção de eficiência alocativa dispensa informações sobre preços para determinar a performance de uma firma. Outra questão importante que torna a medida de eficiência de Farrell muito atrativa é o método computacional utilizado para se obtê-la. A vantagem de medidas radiais de eficiência é que elas são invariantes com relação às unidades de medida<sup>3</sup>. Medidas não radiais como a distância mínima do ponto de atividade para a fronteira de produção manifestam um apelo bastante intuitivo, no entanto, tais medidas não são invariantes com relação às unidades de medida.<sup>4</sup> Antes de apresentarmos as definições envolvendo as medidas de Farrel damos um apelo intuitivo às suas idéias, conforme a figura 1.

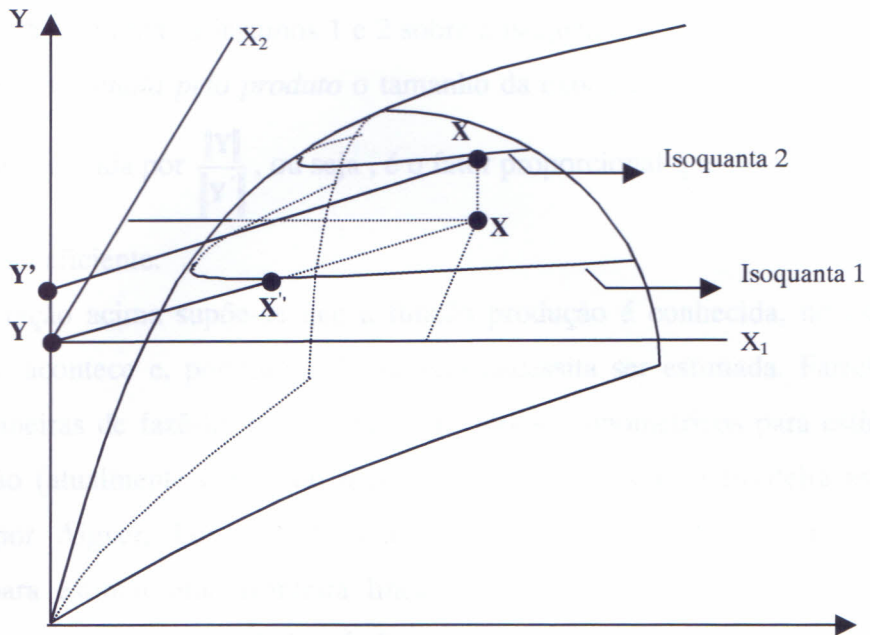
---

<sup>2</sup> Mais adiante veremos que o coeficiente de utilização de recursos de Debreu é a função distância de Shepard.

<sup>3</sup> Para uma discussão mais detalhada a respeito das propriedades de medidas radiais ver Coelli et al (1998) e Färe et al (1985).

<sup>4</sup> Existe um grande número de medidas não radiais que sacrificam a invariabilidade, mas que possuem outras propriedades importantes. Para exemplos ver Färe and Lovell (1978) e Kopp (1981).

Figura 1



Na figura 1 temos a representação de uma função produção côncava cujo produto (único)  $Y$  depende de dois insumos  $(x_1, x_2)$ . A translação dos eixos que correspondem às quantidades dos insumos 1 e 2 indica que estamos analisando as atividades no conjunto de nível acima da produção  $Y$ . Analisando a atividade  $Y$  vemos que a combinação de insumos  $\mathbf{X} = (x_1, x_2)$  é um ponto interior a esta representação do conjunto de produção e por isso o chamamos atividade ineficiente desde que pode-se reduzir a quantidade de insumos utilizados sem alterar a quantidade de produto (pela projeção de  $\mathbf{X}$  sobre a isoquanta 1). A contração dos insumos é feita obedecendo a tecnologia disponível para a firma. Na figura 1 a contração máxima dos insumos, respeitando a tecnologia disponível, cessa na fronteira do conjunto de produção, isto é, no ponto  $\mathbf{X}' = (x_1', x_2')$ , onde a produção  $Y$  combina os insumos 1 e 2 sobre a isoquanta 1. O tamanho dessa contração máxima nos insumos é chamado *eficiência técnica de Farrell orientada pelo insumo* e em nosso exemplo é

calculada por  $\frac{\|\mathbf{X}'\|}{\|\mathbf{X}\|}$ . Em palavras, a *eficiência técnica de Farrell orientada pelo insumo* é o

fator proporcional que, multiplicando o ponto de atividade ineficiente, o torna eficiente. Semelhantemente o produto  $Y$  pode ser majorado sem alterar a quantidade de insumos atualmente utilizados (pela manutenção da mesma combinação de insumos sobre a



isoquanta 2). Esse aumento do produto novamente deve respeitar a tecnologia disponível. A expansão máxima do produto na figura 1 cessa na fronteira como no caso anterior, em que a produção  $Y' > Y$  combina os insumos 1 e 2 sobre a isoquanta 2. Chamamos de *eficiência técnica de Farrel orientada pelo produto* o tamanho da expansão máxima do produto que em nosso exemplo é dada por  $\frac{\|Y\|}{\|Y'\|}$ , ou seja, é o fator proporcional que dividindo o produto

ineficiente o torna eficiente.

Na ilustração acima supõe-se que a função produção é conhecida, no entanto na prática isto não acontece e, portanto, tal fronteira necessita ser estimada. Farrell (1957) sugere duas maneiras de fazê-lo: (a) utilizando métodos econométricos para estimar uma função produção (atualmente o método mais utilizado é a teoria da fronteira estocástica desenvolvida por Aigner, Lovell and Schimidt (1977)); (b) utilizando métodos não paramétricos para estimar uma fronteira linear em pedaços em que, no caso de uma isoquanta, os pontos à esquerda e abaixo da fronteira não são observados (o modelo DEA é sem dúvida o método mais empregado para o caso não paramétrico e foi originalmente proposto por Charnes, Cooper and Rhodes (1978)).

A definição de eficiência acima aludida evidentemente não exaure a discussão a respeito, haja vista que a noção de eficiência econômica é um conceito muito mais geral do que foi exemplificado acima. No entanto acomoda-se bem aos ditos de Samuelson (1947), sobre eficiência econômica.

*“...that more of any one output, other commodities (or services) being constant, is desirable; similarly, less input for the same output, is desirable.”*

A seguir nós definimos mais formalmente as idéias apresentadas acima.

**Definição 1 :** Seja  $x \in \mathfrak{R}_+^N$  o vetor de insumos utilizados para a produção do vetor de produtos  $y \in \mathfrak{R}_+^M$  sob a tecnologia  $T$ . A medida de eficiência técnica orientada pelo produto de Farrell é uma função  $F_0 : \mathfrak{R}_+^M \times \mathfrak{R}_+^N \rightarrow [0,1]$  definida por  $F_0(x,y) = \inf \{ \phi, (x, y/\phi) \in T \}$ . A medida de eficiência técnica orientada pelo insumo de Farrel é uma função  $F_i : \mathfrak{R}_+^M \times \mathfrak{R}_+^N \rightarrow [0,1]$  definida como  $F_i(x,y) = \inf \{ \phi, (x\phi, y) \in T \}$ .

No exemplo ilustrado pela figura 1, temos  $F_0(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \frac{\|\mathbf{Y}\|}{\|\mathbf{Y}'\|}$  e  $F_i(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \frac{\|\mathbf{X}\|}{\|\mathbf{X}'\|}$ <sup>5</sup>.

Assim as medidas de eficiência acima definidas nos dão um indicativo de performance da firma analisada, que resumimos no quadro 1 a seguir.

Quadro 1

|                               | = 1                 | < 1                   |
|-------------------------------|---------------------|-----------------------|
| $F_0(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ | Atividade Eficiente | Atividade Ineficiente |
| $F_i(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ | Atividade Eficiente | Atividade Ineficiente |

A seguir nós definimos a tecnologia de produção que representaremos pelo conjunto de requerimento de insumos, e listamos suas propriedades.

**Definição 2:** A tecnologia é definida pelo conjunto  $T(\mathbf{y}) = \{\mathbf{x}; \mathbf{x} \text{ pode produzir } \mathbf{y}\}$ ,  $\mathbf{y} \in \mathcal{R}_+^M$ .

**Proposição 1:** A tecnologia de produção  $T$  satisfaz as seguintes propriedades<sup>6</sup>:

T1 –  $T$  é compacto (fechado e limitado);

T2 –  $T$  é convexo:  $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2 \in T \Rightarrow [\alpha \mathbf{x}_1 + (1 - \alpha) \mathbf{x}_2] \in T$  para  $\forall \alpha \in [0, 1]$ .

T3 – Livre disposição forte:  $\mathbf{x}_1 \in T, \mathbf{x}_2 \gg \mathbf{x}_1 \Rightarrow \mathbf{x}_2 \in T \Rightarrow \tau \mathbf{x}_1 \in T$ , para  $\forall \tau \geq 1$  (livre disposição fraca).

Outra medida de eficiência importante é a medida de eficiência de escala, que indica a eficiência da firma quanto à escala de produção. A figura 2 abaixo ilustra a idéia da medida de eficiência de escala.

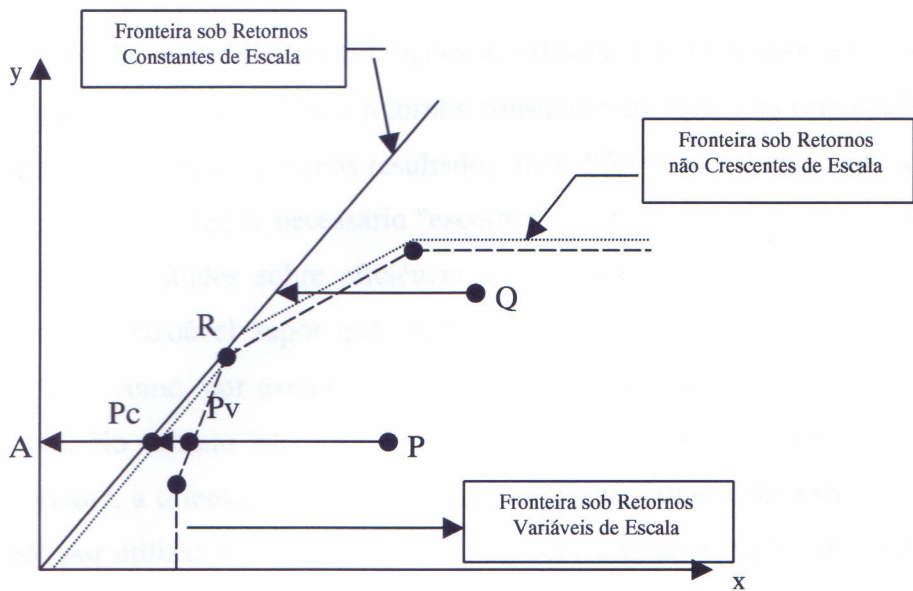
A medida de eficiência de escala é calculada a partir da construção das fronteiras sob retornos variáveis de escala e retornos constantes. A medida de eficiência técnica é então decomposta em eficiência técnica sob retornos constantes de escala, denotada por  $F_i(\mathbf{x}, \mathbf{y} | C)$ , e eficiência técnica sob retornos variáveis também chamada de eficiência técnica pura, denotada por  $F_i(\mathbf{x}, \mathbf{y} | V)$ . Se existe diferença entre estas duas medidas então a firma analisada exibe ineficiência de escala. Na figura 2, no ponto de atividade P temos que,  $F_i(\mathbf{x}, \mathbf{y} | C) = AP_c/AP$  e  $F_i(\mathbf{x}, \mathbf{y} | V) = AP_v/AP$ . Denotando a eficiência de escala por  $S$ ,

<sup>5</sup> Note que se a tecnologia exibir retornos constantes de escala, então  $F_0(\dots) = F_i(\dots)$ .

<sup>6</sup> Ver Debreu (1959) para maiores detalhes.



Figura 2



temos que  $S = AP_c/AP_v = (AP_c/AP)/(AP_v/AP) = \frac{F_i(\mathbf{x}, \mathbf{y} | C)}{F_i(\mathbf{x}, \mathbf{y} | V)}$ . Pela figura 2 acima podemos

observar que  $0 < S < 1$ .

A seguir nós apresentamos os diferentes conceitos de retornos de escala resumidos na definição 3 abaixo e, em seguida, definimos mais formalmente a medida de eficiência de escala discutida acima:

**Definição 3 :** (Retornos de escala, Fare, Grosskopf e Lovell, 1994) : A tecnologia  $T$  exibe retornos constantes de escala (globalmente) se :  $\lambda T = T$ , para  $\forall \lambda > 0$ , i.e., se a tecnologia  $T$  é um cone (convexo e fechado por  $T1$  e  $T2$ ). Ela exibe retornos não-crescentes de escala se:  $\lambda T \subseteq T$  para  $\forall \lambda \in (0, 1]$ . Ela exibe retornos não-decrescentes se:  $T \subseteq \lambda T$  para  $\forall \lambda \in (0, 1]$ . E finalmente  $T$  exibe retornos variáveis de escala quando retornos constantes, retornos não-crescentes e retornos não-decrescentes de escala são observados (localmente) sobre alguns subconjuntos de  $T$ .

**Definição 4 :** A medida de eficiência de escala de Farrell é definida como  $S = \frac{F_i(\mathbf{x}, \mathbf{y} | C)}{F_i(\mathbf{x}, \mathbf{y} | V)}$ .

O objetivo deste trabalho se resume a estimar via DEA os escores de eficiência técnica dos estados brasileiros relativamente à fronteira definida pelo(s) estado(s) mais eficiente(s), dentro das respectivas regiões. Aqui cumpre-nos levantar uma questão que

<sup>7</sup> A performance da firma quanto a eficiência de escala segue o quadro 1. Note que se a firma é plenamente eficiente, então  $F_i(\mathbf{x}, \mathbf{y} | C) = F_i(\mathbf{x}, \mathbf{y} | V)$ .

certamente já foi notada: qual das duas definições de eficiência técnica deve ser usada para conduzir a investigação a ser feita? Sob retornos constantes de escala as orientações pelo insumo ou produto produzem os mesmos resultados, mas diferem se estamos considerando retornos variáveis e por isso faz-se necessário “escolher” a medida mais adequada à análise.

Na maioria dos estudos sobre eficiência a orientação utilizada tende a ser pelo insumo isto porque é razoável supor que algumas firmas podem ter restrições sobre a expansão do produto como, por exemplo, a capacidade do mercado interno, inadequação infraestrutural, etc. No entanto isto pode não se aplicar a todas as unidades produtivas envolvidas e, portanto, a orientação pelo produto pode figurar como mais razoável<sup>8</sup>. Neste trabalho optamos por utilizar a medida de eficiência técnica orientada pelo insumo, pois a maioria dos resultados encontrados na literatura com relação à função distância (recíproca da eficiência técnica como se verá), são referentes à orientação pelo insumo.

## II.2 - Função Distância de Shepard

Uma forma alternativa de representar as medidas de eficiência de Farrel e através das funções distância de Shepard<sup>9</sup>. A vantagem na utilização das funções distância reside no fato de que tais funções podem caracterizar completamente a tecnologia de produção o que será de grande valia para a definir os problemas de programação linear na construção do modelo DEA para a estimação dos escores de eficiência. Nos parágrafos seguintes nós definimos formalmente as funções distância orientadas pelo insumo e pelo produto e sua relação com as medidas de eficiência técnica de Farrel, além disso, enunciamos e provamos suas principais propriedades.

**Definição 5:** Seja  $x \in \mathfrak{R}_+^N$  os insumos utilizados para produzir o vetor de produtos  $y \in \mathfrak{R}_+^M$  sob a tecnologia  $T$ . A função  $D_i : \mathfrak{R}_+^M \times \mathfrak{R}_+^N \rightarrow \mathfrak{R}_+$  definida por  $D_i(x, y) = \sup\{\delta \in \mathfrak{R}_+; (x/\delta, y) \in T\}$  é chamada função distância de Shepard orientada pelo

<sup>8</sup> Trabalhos recentes têm apresentado a função distância direcional originalmente proposta por Luenberger (1992a). A vantagem na utilização da função distância direcional é que ela pondera a orientação tanto pelo insumo como pelo produto. Para ver detalhes teóricos e aplicações da função distância direcional ver Luenberger (1992b, 1994a, 1994b), Chambers, Chung and Färe (1996), Färe, Grosskopf and Weber (1999) e Färe and Grosskopf (2000).

<sup>9</sup> Uma discussão mais detalhada sobre função distância pode ser encontrada em Shepard (1970) e Färe et.al (1985, 1994).

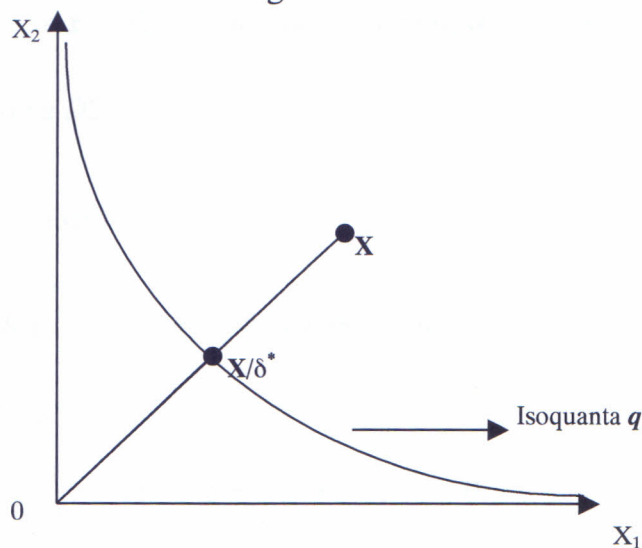
insumo. Analogamente a função  $D_o : \mathfrak{R}_+^M \times \mathfrak{R}_+^N \rightarrow \mathfrak{R}_+$  definida por  $D_o(x, y) = \inf \{ \delta \in \mathfrak{R}_+; (x, y/\delta) \in T \}$  é chamada função distância orientada pelo produto de Shepard.

A figura 3 ilustra melhor a idéia da definição 5. A tecnologia de produção é representada por uma isoquanta sobre a qual toda combinação de insumo produz o mesmo nível de produto. O ponto  $\mathbf{X}$  representa a combinação  $(x_1, x_2)$  dos insumos 1 e 2, que é ineficiente, pois é interior ao conjunto de produção. De acordo com esta definição, a função distância orientada pelo insumo é o fator proporcional máximo que dividindo a atividade interior  $\mathbf{X}$  a contrai até a fronteira, que na figura 3 é representada pela isoquanta  $q$ .

Observe que pelas definições 1 e 5,  $D_i(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \frac{1}{F_i(\mathbf{x}, \mathbf{y})}$ . Mais formalmente temos que

$D_i(x, y) = \sup \{ \delta \in \mathfrak{R}_+; (x/\delta, y) \in T \} = [\inf \{ \delta \in \mathfrak{R}_+; (\delta \mathbf{x}, \mathbf{y}) \in T \}]^{-1} = \frac{1}{F_i(\mathbf{x}, \mathbf{y})}$ , isto é, a função distância orientada pelo insumo de Shepard é a recíproca da eficiência técnica de Farrell orientada pelo insumo.

Figura 3



Esta relação nos permite utilizar a função distância de Shepard para obter a medida de eficiência técnica da firma. A seguir nós enunciamos e provamos as principais propriedades da função distância orientada pelo insumo.



**Lema:** A função distância orientada pelo insumo de Shepard satisfaz as seguintes propriedades<sup>10</sup>:

- |   |   |   |
|---|---|---|
| $D1 - T = \{x; D_i(x, y) \geq 1\}$                      | } | (Completa caracterização da tecnologia) |
| $D2 - \text{isoquanta de } T = (x; D_i(x, y) = 1)$      |   |   |
| $D3 - D_i(\lambda x, y) = \lambda D_i(x, y)$            |   | (Homogeneidade de grau +1)              |
| $D4 - D_i(x_1 + x_2, y) \geq D_i(x_1, y) + D_i(x_2, y)$ |   | (Super-aditividade)                     |
| $D5 - D_i(x', y) \geq D_i(x, y)$ se $x' \geq x$         |   | (Monotonicidade em $x$ )                |
| $D6 - D_i(x, y)$ é uma função côncava de $x$            |   | (Concavidade)                           |

**Prova:**

**D1** - Para demonstrar D1 observe que podemos escrever  $D_i(x, y) = \frac{\|x\|}{\|\xi\|}$  onde  $\xi = \delta^* x$  e

$\delta^* = \inf\{\delta; (\delta x, y) \in T\}$ , em outras palavras  $\xi$  é o ponto de intercessão do raio  $\{\delta x; \delta \geq 0\}$  com a fronteira do conjunto  $T$ . Desse modo se  $x \in T$  e  $y \geq 0$  certamente teremos  $\|\xi\| \leq \|x\|$

e  $\frac{\|x\|}{\|\xi\|} = D_i(x, y) \geq 1$ .

**D2** - Por D1 vemos que se  $x \in \partial T$  ( $\partial T$  denota a fronteira do conjunto  $T$ ) então  $\|\xi\| = \|x\|$  e

$\frac{\|x\|}{\|\xi\|} = D_i(x, y) = 1$  o que prova D2.

**D3** - Utilizando a expressão  $D_i(x, y) = \frac{\|x\|}{\|\xi\|}$ , novamente, nós temos que

$D_i(\lambda x, y) = \frac{\|\lambda x\|}{\|\xi\|} = \lambda \frac{\|x\|}{\|\xi\|} = \lambda D_i(x, y)$ . Assim D3 fica demonstrado.

**D4** - Usando D3 temos que:

$\frac{1}{D_i(x_1, y)} D_i(x_1, y) = D_i\left(\frac{x_1}{D_i(x_1, y)}, y\right) = \frac{1}{D_i(x_2, y)} D_i(x_2, y) = D_i\left(\frac{x_2}{D_i(x_2, y)}, y\right) = 1$ .

Logo por D1,  $\left(\frac{x_1}{D_i(x_1, y)}\right) \in T$  e  $\left(\frac{x_2}{D_i(x_2, y)}\right) \in T$  e, por T2,  $(1 - \theta)\left(\frac{x_1}{D_i(x_1, y)}\right) + \theta\left(\frac{x_2}{D_i(x_2, y)}\right) \in T$

para  $\forall \theta \in [0, 1]$ . Utilizando D1 novamente tem-se que

<sup>10</sup> Baseado em Shepard (1970).

$$D_i \left( (1-\theta) \left( \frac{\mathbf{x}_1}{D_i(\mathbf{x}_1, \mathbf{y})} \right) + \theta \left( \frac{\mathbf{x}_2}{D_i(\mathbf{x}_2, \mathbf{y})} \right) \right) \geq 1. \text{ Fazendo } \theta = \frac{D_i(\mathbf{x}_2, \mathbf{y})}{D_i(\mathbf{x}_1, \mathbf{y}) + D_i(\mathbf{x}_2, \mathbf{y})} \text{ e aplicando D3}$$

obtemos  $D_i(\mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2, \mathbf{y}) \geq D_i(\mathbf{x}_1, \mathbf{y}) + D_i(\mathbf{x}_2, \mathbf{y})$ .

**D5** – A propriedade D5 é uma simples consequência de D4 e da não negatividade da função distância. Escreva  $\mathbf{x}' \geq \mathbf{x}$  como  $\mathbf{x}' = \mathbf{x} + \Delta\mathbf{x}$ , onde  $\Delta\mathbf{x} = (\mathbf{x}' - \mathbf{x}) \geq 0$ , logo

$$D_i(\mathbf{x}', \mathbf{y}) \geq D_i(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + D_i(\Delta\mathbf{x}, \mathbf{y}) \geq D_i(\mathbf{x}, \mathbf{y}).$$

**D6** – Finalmente a propriedade D6 segue da super-aditividade e da homogeneidade da função distância fazendo  $\mathbf{x}_1 = (1-\theta)\mathbf{w}$  e  $\mathbf{x}_2 = \theta\mathbf{z}$  para quaisquer  $\mathbf{w}, \mathbf{z} \in T$  para obter

$$D_i((1-\theta)\mathbf{w} + \theta\mathbf{z}, \mathbf{y}) \geq (1-\theta)D_i(\mathbf{w}, \mathbf{y}) + \theta D_i(\mathbf{z}, \mathbf{y}).$$

Note que a função distância não é uma métrica, pois não satisfaz a desigualdade triangular. A seguir nós apresentamos o modelo DEA, através do qual os escores de eficiência técnica serão estimados utilizando a função distância de Shepard orientada pelo insumo.

### II.3 - O Modelo DEA

Nesta seção apresentamos o modelo DEA originalmente proposto por Charnes, Cooper e Rhodes (1978) através do qual estimamos as eficiências técnicas orientadas pelo insumo para cada firma dentro de uma determinada industria.

O modelo DEA envolve o uso de métodos de programação linear para a construção de fronteiras não paramétricas sobre os dados. As medidas de eficiência são então calculadas relativamente a esta fronteira. Revisões desta metodologia podem ser encontradas em Seiford and Thrall (1990), Lovell (1993), Ali and Seiford (1993), Lovell (1994), Charnes *et alli* (1995) e Seiford (1996).

A abordagem da estimação não paramétrica de fronteiras, proposta por Farrell (1957), foi utilizada por alguns poucos autores nas duas décadas que se seguiram ao trabalho de Farrel. Boles (1966) e Afriat (1972), sugerem métodos de programação matemática para alcançar tal objetivo, mas o método não recebeu atenção até o trabalho de Charnes, Cooper and Seiford (1978), no qual o termo *Data Envelopment Analysis* (DEA) é pela primeira vez introduzido. Desde então um grande número de trabalhos tem se dedicado à extensão e aplicação do modelo DEA.

Charnes, Cooper and Seiford (1978) propõe um modelo orientado pelo insumo e assumem retornos constantes de escala. Este é o modelo que será apresentado nesta seção.

Um modo intuitivo de começarmos a introduzir o modelo DEA é através da definição de produtividade total. Para cada firma, nós desejamos obter uma medida do quociente de todos os produtos por todos os insumos, tal como  $\sum_{i=1}^M u_i y_i / \sum_{i=1}^N v_i x_i$ , onde os  $u_i$ 's são os pesos dos produtos e os  $v_i$ 's são os pesos dos insumos. Os pesos ótimos são obtidos resolvendo o programa matemático abaixo:

$$\max_{u_i, v_i} \left( \sum_{i=1}^M u_i y_i / \sum_{i=1}^N v_i x_i \right)$$

*sujeito a* (II.4)

$$\sum_{j=1}^M u_j y_j / \sum_{j=1}^N v_j x_j \leq 1$$

$$u_i, v_i \geq 0$$

O modelo acima tem por objetivo encontrar os valores de  $u$  e  $v$ , tal que a medida de eficiência para a  $i$ -ésima firma é maximizada, sujeito à restrição de que todas as medidas de eficiência sejam menores ou iguais a um. Um problema com a particular forma em (II.4) é que o programa tem infinitas soluções por tratar-se de um programa fracionário e, portanto, não linear<sup>11</sup>. Para evitar isto, impõe-se a restrição  $\sum_{i=1}^N v_i x_i = 1$ , e assim (II.4) é reescrito

como:

$$\max_{\mu_i, v_i} \sum_{i=1}^M \mu_i y_i$$

*sujeito a*

$$\sum_{i=1}^N v_i x_i = 1$$

$$\sum_{j=1}^M \mu_j y_j \leq \sum_{j=1}^N v_j x_j$$

$$\mu_i, v_i \geq 0$$
(II.5)

<sup>11</sup> Se  $(u^*, v^*)$  é uma solução então para qualquer escalar  $\alpha$ ,  $(\alpha u^*, \alpha v^*)$  é uma outra solução.



onde, a mudança de notação de  $u$  e  $v$  para  $\mu$  e  $\nu$  é usado para evidenciar que este é um programa linear diferente. A forma em (II.5) é conhecida como forma multiplicativa do modelo DEA. Utilizando dualidade em programação linear podemos derivar um modelo equivalente deste problema:

$$\min_{\theta, \lambda} \theta^k$$

sujeito a

$$y_m^k \leq \sum_{k=1}^K \lambda^k y_m^k \quad m = 1, \dots, M \quad (II.6)$$

$$\sum_{k=1}^K \lambda^k x_n^k \leq \theta^k x_n^k \quad n = 1, \dots, N$$

$$\lambda^k \geq 0$$

$$k = 1, \dots, K$$

No modelo acima temos que a fronteira tecnológica para a região  $k$  e construída dos dados como:  $T = \left\{ (x^k, y^k); \sum_{k=1}^K \lambda^k x_n^k \leq x_n^k \quad n = 1, \dots, N; y_m^k \leq \sum_{k=1}^K \lambda^k y_m^k \quad m = 1, \dots, M; \lambda^k \geq 0 \right\}$ .

A tecnologia acima exhibe retornos constantes a escala e é definida por um cone poliedral (fechado pela igualdade) formado pela interseção dos hiperplanos gerados pelas restrições de disponibilidade de insumo definida por  $\sum_{k=1}^K \lambda^k x_n^k \leq x_n^k \quad n = 1, \dots, N$  e pela restrição

de capacidade definida acima por  $\sum_{k=1}^K \lambda^k y_m^k \quad m = 1, \dots, M$ . Os  $\lambda^k$ 's são variáveis de intensidade

indicando em que nível de intensidade uma atividade em particular pode ser empregada na produção. As restrições quanto às disponibilidades permitem a construção de uma fronteira não paramétrica onde os pontos à esquerda e abaixo de uma isoquanta não paramétrica, por exemplo, não são observados, seguindo a sugestão de Farrell (1957). A estimação da eficiência técnica orientada pelo insumo para uma determinada firma é feita resolvendo-se (II.6). Usando a definição de função distância orientada pelo insumo e sua reciprocidade

com a medida de eficiência técnica orientada pelo insumo, podemos reescrever o modelo acima da seguinte forma:

$$\left[ D_i(x^{k'}, y^{k'}) \right]^{-1} = \min \theta^{k'}$$

tal que

$$y_m^{k'} \leq \sum_{k=1}^K \lambda^k y_m^k \quad m = 1, \dots, M \quad (II.8)$$

$$\sum_{k=1}^K \lambda^k x_n^k \leq \theta^{k'} x_n^{k'} \quad n = 1, \dots, N$$

$$\lambda^k \geq 0 \quad k = 1, \dots, K$$

A solução<sup>12</sup> do problema acima, para as K firmas dentro de uma determinada indústria, resulta nos escores de eficiência técnica para cada uma das firmas. A fronteira é então construída a partir das firmas mais eficientes e as demais posicionadas relativamente a tal fronteira. O programa acima é resolvido para cada uma das K firmas nas R indústrias, e com isso as fronteiras tecnológicas são construídas para cada indústria.

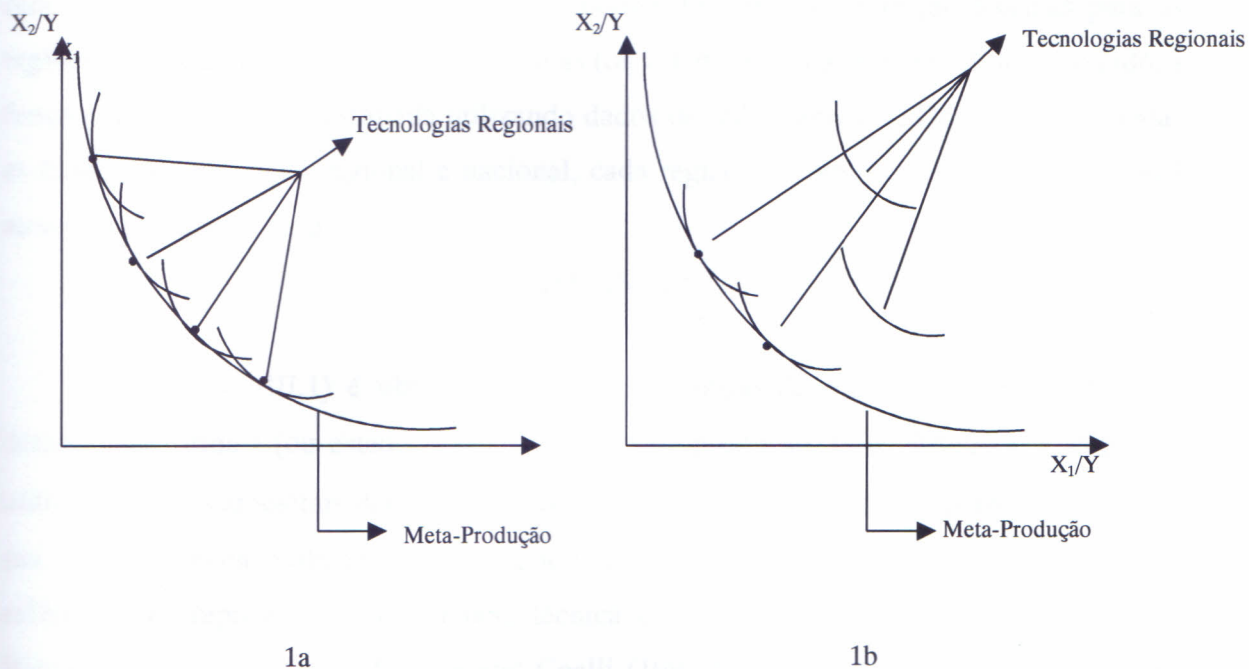
### III - Função Meta-Produção

O conceito de função meta-produção foi primeiramente proposto por Hayami (1969) e Hayami and Ruttan (1970,1971), como sendo a envoltória das tecnologias disponíveis às regiões de um país. Alguns anos mais tarde, Ruttan et al. (1978), reformula o conceito de função meta-produção estabelecendo que: “*We now define the metaproduction as the envelope of the production points of the most efficient countries*“. As figuras 1a e 1b ilustram estas duas abordagens para a função meta-produção.

<sup>12</sup> Note que cada uma das restrições em (II.8) forma um semi-espaco fechado (no caso das restrições sobre os insumos e produtos é o conjunto de pontos que se estendem a partir dos hiperplanos definidos por

$\left\{ \lambda^k \in \mathfrak{R}; y_m^{k'} = \sum_{k=1}^K \lambda^k y_m^k \right\}$  e  $\left\{ \lambda^k \in \mathfrak{R}; x_n^{k'} = \sum_{k=1}^K \lambda^k x_n^k \right\}$ , e das restrições de não negatividade das variáveis

de intensidade). Em geral a interseção de semi-espacos fechados formam um conjunto poliedral convexo o que garante a solução de (II.8). A esse respeito ver Intrilligator (1971) e Arrow et al. (1951) para detalhes. O mapa de contorno em (II.8) é dado pelos valores de  $\theta^{k'}$  no intervalo [0,1].



A figura 1a ilustra a noção de função meta-produção segundo Hayami (1969) e Hayami and Ruttan (1970,1971). A isoquanta maior representa a fronteira de tecnologia em todo o país ou a meta fronteira de produção, que é a envoltória das tecnologias regionais representadas pelas isoquantas menores. Na figura 1b a isoquanta maior novamente representa a meta-fronteira de produção, mas agora como a envoltória dos pontos eficientes de produção representados pelas isoquantas menores que tangenciam a isoquanta maior ou a meta-fronteira de produção, este é o conceito de meta-fronteira de produção segundo Ruttan et al. (1978) e que será a abordagem utilizada neste trabalho.

Seguindo o trabalho pioneiro de Hayami and Ruttan (1970), Mundlak and Hellinghausen (1982) e Lau and Yotopoulos (1989) empregam a abordagem para comparar a produtividade da agricultura entre diferentes países. Mais recentemente Battese et al. (2001) empregam a teoria da fronteira estocástica, originalmente proposta por Aigner, Lovell and Schmidt (1977), usando a função meta-produção para analisar a indústria têxtil na Indonésia comparando diferentes regiões. Outros trabalhos empregando a mesma metodologia foram elaborados por Gunaratne and Leung (1996) e Sharma and Leung (2000) que analisam a eficiência das fazendas de aquicultura em vários países. Todos os trabalhos citados acima têm em comum o uso de técnicas econométricas para a estimação de fronteiras.



Segundo Battese and Rao (2001), o modelo de fronteira estocástica utilizando a função meta-produção, é construído estimando-se funções de produção teóricas para as regiões utilizando dados amostrais das firmas (ou estados) em cada região. Por outro lado, a função meta-produção é estimada utilizando dados de toda a amostra. Depois de estimadas as funções de produção regional e nacional, cada região é comparada à fronteira nacional através da relação abaixo:

$$1 = \frac{e^{x_i\beta}}{e^{x_i\beta^*}} \cdot \frac{e^{V_i}}{e^{V_i^*}} \cdot \frac{e^{-U_i}}{e^{-U_i^*}} \quad (\text{III.1})$$

A equação (III.1) é obtida pela razão da função de produção regional de uma determinada firma  $i$  (ou estado  $i$ ) pela função meta-produção. O parâmetro  $\beta$  é estimado utilizando dados amostrais dentro da região a qual pertence a firma  $i$ . O parâmetro  $\beta^*$ , por sua vez, é estimado utilizando dados de toda a amostra. O termo  $V_i$  em (III.1) é um erro esférico e  $U_i$  representa a ineficiência técnica da firma  $i$ , especificado de acordo com Battese and Rao (2001) ou Battese and Coelli (1992,1995). Finalmente, os  $V_i^*$  e  $U_i^*$  são respectivamente o erro esférico e a ineficiência técnica da firma  $i$  na função meta-produção. Battese and Rao (2001) nomeiam os componentes da equação acima da seguinte forma:

$$PPR_i = \frac{e^{x_i\beta}}{e^{x_i\beta^*}} = e^{-x_i(\beta^* - \beta)} \text{ razão do potencial de produtividade}$$

$$RER_i = \frac{e^{V_i}}{e^{V_i^*}} = e^{V_i - V_i^*} \text{ razão do erro aleatório}$$

$$TER_i = \frac{e^{-U_i}}{e^{-U_i^*}} = \frac{TE_i}{TE_i^*} \text{ razão de eficiência técnica}$$

Os detalhes sobre a estimação dos componentes acima podem ser encontrados em Battese and Rao (2001b) ou Battese and Coelli (1992,1995). Segundo os autores a equação (II.10) providência uma estimativa da defasagem tecnológica entre as regiões e a indústria como um todo.

A proposta deste trabalho é utilizar a noção de função meta-produção para comparar as regiões brasileiras considerando como firmas os estados das respectivas regiões e como indústria toda a nação, tomando como produto os PIB's (estaduais, regionais e nacional) e como insumos trabalho e capital utilizados na produção de bens serviços (estaduais, regionais e nacional). Além disso, optamos por fazê-lo utilizando métodos não-paramétricos de análise de atividade, mais especificamente através do modelo DEA.

Nesse sentido, várias modificações na metodologia são necessárias para levar adiante o estudo em questão. No modelo de fronteira estocástica as comparações entre fronteiras são feitas diretamente através da equação (III.1), isto porque os parâmetros estimados dentro de cada região representam a tecnologia de tal região independente de qual seja a firma (ou estado em nosso caso) que está sendo comparada, assim como os parâmetros estimados utilizando os dados de toda a indústria (país em nosso caso) representam a tecnologia de tal indústria independente de qualquer que seja a firma que está sendo comparada. Na análise não paramétrica a comparação direta entre fronteiras esbarra numa série de dificuldades que envolvem principalmente problemas de agregação. No tocante às estimações das ineficiências técnicas a idéia é basicamente a mesma, ou seja, um conjunto de problemas de programação linear é resolvido para se obter as ineficiências técnicas dos estados dentro de suas respectivas regiões utilizando observações sobre as combinações insumo/produto dos estados em tais regiões com isso obtemos fronteiras regionais definidas pela(s) melhor(es) técnica(s) produtiva(s) dentro de cada região; analogamente estimam-se as ineficiências técnicas dos estados em todo território nacional utilizando observações sobre as combinações insumo/produto de todos os estados na amostra, obtendo com isso a fronteira meta-produção definida pela(s) melhor(es) técnica(s) produtiva(s) em todo país .

Até este ponto nenhuma dificuldade manifesta-se. Mas se a investigação se propõe a fazer algum tipo de comparação entre fronteiras (que em nosso caso é justamente o objetivo central) nos deparamos com um problema que não é enfrentado no caso da análise quando se utiliza a teoria da fronteira estocástica, qual seja, determinar que estado dentro de determinada região será comparado à meta-fronteira a fim de estabelecer a defasagem tecnológica entre o potencial produtivo de tal região e o potencial produtivo disponível do país. Parece evidente a primeira vista que tomar os pontos eficientes numa determinada região para que se faça tal comparação parece óbvio, no entanto, se houver mais de um ponto eficiente a disposição, que tipo de agregação seria necessária para que a comparação fosse direta. Pode-se ainda imaginar que uma combinação convexa entre as unidades (estados) mais eficientes<sup>13</sup> seja uma forma razoável de se resolver o problema, no entanto nem sempre a combinação convexa das firmas mais eficientes resulta numa atividade igualmente eficiente, e deste modo a comparação entre fronteiras perde o sentido.



Recentemente, Färe and Zelenyuk (2000) propuseram uma solução para o problema da agregação dos escores de eficiência técnica entre as firmas de uma determinada indústria, baseado no trabalho de Blackorby and Russell (1999). Utilizando o axioma da indicação agregada proposto por Aczél (1990) (enunciamos o axioma da indicação agregada no apêndice), Färe and Zelenyuk (2000) propõe uma nova abordagem para agregar escores de eficiência técnica que pode ser sintetizado na seguinte proposição, considerando-se estados e o país, respectivamente, no lugar das firmas e da indústria:

**Proposição 2 :** Considere uma região composta de  $K$  unidades geográficas, cada qual utilizando  $\mathbf{x}^k \in \mathfrak{R}_+^N$  insumos para a produção do produto (único)  $y^k \in \mathfrak{R}_+$ . Seja ainda  $D_0(\mathbf{x}^k, y) = \inf \left\{ \lambda \in \mathfrak{R}_+; (\mathbf{x}^k, y_k / \lambda) \in T \right\}$  a função distância do produto da  $k$ -ésima unidade geográfica ( $k = 1, \dots, K$ ), então a função distância do produto regional (agregada) é dada pela relação

$$\frac{1}{D_0\left(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_K; \sum_{k=1}^K y_k\right)} = \sum_{k=1}^K \frac{1}{D_0^k(\mathbf{x}_k, y_k)} S_k \quad (\text{III.5})$$

onde 
$$S_k = \frac{y_k}{\sum_{k=1}^K y_k}$$

*Prova:*

Faça  $y'_k = \frac{y_k}{D_0^k(\mathbf{x}_k, y_k)}$ . Por D2 temos que  $D_0^k(\mathbf{x}_k, y'_k) = 1$  e, conseqüentemente, por D3

resulta que  $y'_k = \frac{1}{D_0^k(\mathbf{x}_k, 1)}$ . Agora consideremos a seguinte equação funcional:

$$D_0\left(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_K; \sum_{k=1}^K y'_k\right) = \Gamma(D_0^1(\mathbf{x}_1, y'_1), \dots, D_0^K(\mathbf{x}_K, y'_K)). \text{ Usando D3, temos que}$$

$$D_0(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_K; 1) \sum_{k=1}^K y'_k = \Gamma(y'_1 D_0^1(\mathbf{x}_1, 1), \dots, y'_K D_0^K(\mathbf{x}_K, 1)). \text{ Substituindo } y'_k = \frac{y_k}{D_0^k(\mathbf{x}_k, y_k)} \text{ nesta última}$$

equação temos 
$$D_0(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_K; 1) \sum_{k=1}^K \frac{1}{D_0^k(\mathbf{x}_k, 1)} = \Gamma(1, \dots, 1) \Rightarrow \frac{\Gamma(1, \dots, 1)}{D_0(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_K; 1)} = \sum_{k=1}^K \frac{1}{D_0^k(\mathbf{x}_k, 1)}. \text{ Impondo o}$$

☐ Observe que a combinação convexa entre as firmas mais eficientes é simplesmente a média aritmética de tais observações.



axioma da indicação agregada sobre a equação funcional temos  $\Gamma(1, \dots, 1) = 1$ . Disto segue que

$$\frac{1}{D_0(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_k; 1)} = \sum_{k=1}^K \frac{1}{D_0^k(\mathbf{x}_k, 1)}. \text{ Finalmente, usando D3 novamente temos:}$$

$$\frac{1}{D_0\left(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_k; \sum_{k=1}^K y_k\right)} = \sum_{k=1}^K \frac{1}{D_0^k(\mathbf{x}_k, y_k)} S_k, \text{ onde } S_k = \frac{y_k}{\sum_{k=1}^K y_k}$$

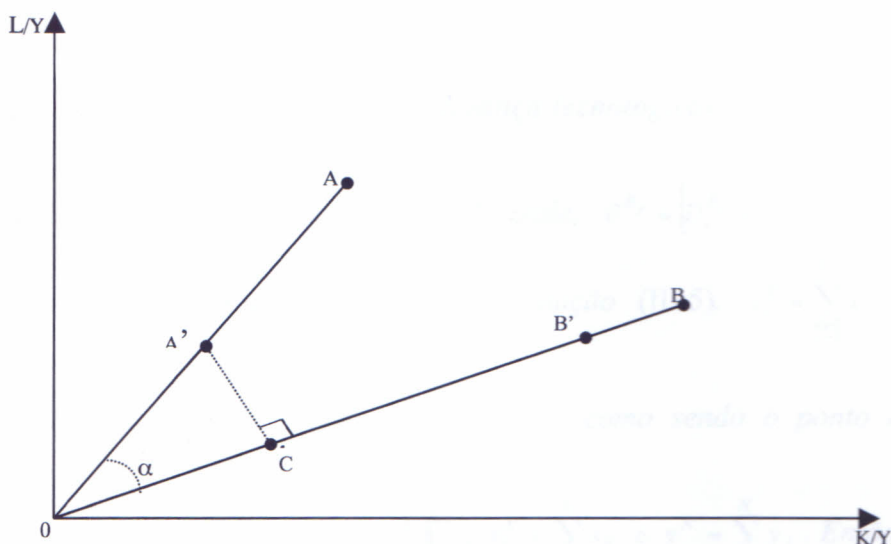
O resultado acima é provado para tecnologias que utilizam múltiplos insumos para a produção de um único produto. Além disso, provamos o resultado acima para a função distância orientada pelo produto, pois não há necessidade de se ter informações sobre preços, o que não ocorreria caso estivéssemos usando a função distância orientada pelo insumo<sup>14</sup>. No entanto, como a tecnologia, por hipótese, possui retornos constantes de escala, então as funções distância orientadas pelo insumo e pelo produto são recíprocas como mostrado anteriormente.

Assim, tendo a nossa disposição o resultado acima, tornam-se viáveis comparações diretas entre as fronteiras regional e nacional. O que faremos aqui consiste em:

1. Agregar os escores de eficiência nas regiões e utilizar tal medida para tornar a região plenamente eficiente<sup>15</sup>;
2. Agregar os escores de eficiência para todo o país e utilizar tal medida para tornar a atividade nacional plenamente eficiente;
3. Comparar os dois pontos de atividade eficiente obtidos nos itens 1 e 2.

Um novo problema surge quanto ao procedimento do item 3 acima. Se as comparações de eficiência técnica são feitas a la Farrell, então é necessário que os pontos a serem comparados estejam sobre a mesma expansão radial, o que geralmente não ocorre. Uma maneira de resolver essa questão é projetar ortogonalmente o ponto de atividade eficiente da nação sobre o vetor definido pelo ponto de atividade eficiente da região que está sendo comparada. Essa idéia é ilustrada na figura 4 abaixo.

<sup>14</sup> Ver Färe and Zelenyuk (2000) para detalhes.



Os pontos A e B na figura 4, representam respectivamente os pontos observados da combinação insumo/produto do país e de uma determinada região. O ponto A' representa o ponto de atividade plenamente eficiente do país, ou seja, é o ponto A multiplicado pelo escore de eficiência técnica agregada da nação. O ponto B' por sua vez é o ponto de atividade plenamente eficiente de uma determinada região, ou seja, é o ponto B multiplicado pelo escore de eficiência técnica agregada dessa região. Para comparar os pontos de atividade plenamente da nação e da região é necessário que ambos estejam numa mesma expansão radial. Para isso, na figura 4, o ponto A' é projetado ortogonalmente sobre o vetor definido pela atividade plenamente eficiente da região, o resultado dessa operação é o ponto C. Os pontos B' e C estando na mesma expansão radial podem ser comparados pela razão  $OC/OB'$ , e com isso obtemos uma medida do potencial tecnológico da região relativamente à nação. Intuitivamente podemos considerar que a projeção ortogonal do vetor de insumos nacional sobre o vetor de insumos regional é uma maneira de tornar a relação capital/trabalho dada pelo ângulo  $\alpha$ , a mesma para a região e para o país, com isso nós isolamos completamente as atividades regional e nacional de diferenciais de eficiência na combinação dos insumos produtivos e comparamos tão somente o potencial tecnológico.

O exercício acima é uma tentativa de podermos utilizar a noção de meta-fronteira de produção com uso de técnicas não paramétricas para obter as estimativas da defasagem

<sup>15</sup> A idéia de tornar a região plenamente eficiente é um caminho para que o ponto de atividade eficiente da região como um todo represente o potencial tecnológico de tal região. Isto é feito contraindo-se os insumos

tecnológica entre as regiões brasileiras e o país. A proposição 3 abaixo sintetiza o que foi feito na figura 4 acima e o resultado dessa proposição é chamado aqui de teste não paramétrico de liderança tecnológica.

**Proposição 3 (Teste não paramétrico de liderança tecnológica) :** Seja  $\theta^{R_p} \times \left( \frac{x_1^{R_p}}{y^{R_p}}, \frac{x_2^{R_p}}{y^{R_p}} \right)$  o

ponto de atividade eficiente da  $R_p$ -ésima região onde,  $\theta^{R_p} = [D_i^{R_p}(\mathbf{x}^{R_p}, y^{R_p})]^{-1}$  é a eficiência

técnica agregada desta região obtida pela equação (III.5),  $x_i^R = \sum_{j=1}^{R_p} x_{ij}$   $i = 1, 2$  e

$y^{R_p} = \sum_{j=1}^{R_p} y_j$ . Semelhantemente tome  $\theta^N \times \left( \frac{x_1^N}{y^N}, \frac{x_2^N}{y^N} \right)$  como sendo o ponto de atividade

eficiente do país, onde  $\theta^N = [D_i^N(\mathbf{x}^N, y^N)]^{-1}$ ,  $x_i^N = \sum_{j=1}^N x_{ij}$  e  $y^N = \sum_{j=1}^N y_j$ . Então um método

para comparar os pontos de atividade eficiente regional e nacional é dado pela equação:

$$\mu^{R_p} = \frac{\theta^N}{\theta^{R_p}} \times \frac{\langle \mathbf{x}^{R_p}, \mathbf{x}^N \rangle}{\|\mathbf{x}^{R_p}\|^2} \times \frac{y^{R_p}}{y^N} \quad 16$$

*Prova: (ver apêndice A2)*

A idéia do resultado acima é projetar ortogonalmente o vetor definido pelo ponto de atividade eficiente da nação sobre o vetor definido pelo ponto de atividade eficiente da região que se desejar comparar.

Esta é uma tentativa de resolver o problema de comparação entre atividades fora da mesma expansão radial, condição essencial para que medidas de eficiência técnica *a la Farrell* tenham sentido.

Se o resultado obtido com a proposição 3 é válido então temos agora uma forma de estabelecer as regiões líderes em tecnologia no âmbito nacional. O quadro abaixo mostra como interpretar o teste acima proposto.

---

agregados ponderados pelo produto agregado da região.

<sup>16</sup>  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  denota o produto interno entre dois vetores.



Quadro 3

|            |                  |              |
|------------|------------------|--------------|
|            | < 1              | ≥ 1          |
| $\mu^{Rp}$ | Região não-líder | Região Líder |

Do quadro 3 observamos que se o teste for maior do que a unidade então a fronteira regional sob questão está mais próxima da origem relativamente à fronteira nacional, ou seja a isoquanta regional está atrás da isoquanta nacional. Isto significa que a região tem a sua disposição o potencial tecnológico mais eficiente da nação e por isso define a fronteira. Para as regiões cujo teste resulta em valor menor do que a unidade, a interpretação reside no fato de que tais regiões possuem potenciais tecnológicos aquém daquele disponível para o país. Em outras palavras, a isoquanta regional neste caso está mais distante da origem relativamente à isoquanta nacional e por isso tais regiões não podem definir a fronteira tecnológica do país. Podemos observar ainda que o teste também nos informa se de fato existem diferenciais de tecnologia entre as regiões. Caso o resultado do teste seja igual para todas as regiões (não necessariamente igual à unidade) então podemos concluir que o padrão tecnológico é o mesmo para todas as regiões. Neste sentido não existem razões para se utilizar o conceito de meta-fronteira de produção. Este nosso teste é uma versão não paramétrica do teste da razão de verossimilhança utilizado na teoria de meta-fronteira de produção estocástica.

#### IV – Resultados

Esta seção se destina a analisar os resultados obtidos com o uso da metodologia apresentada nas seções anteriores. Nós analisamos todos os estados brasileiros no período de 1985 a 1998 com exceção do Distrito Federal e o estado de Tocantins, o primeiro por sua relação amorfa com as demais unidades da Federação e o segundo pela carência de dados na década de 80. Os dados utilizados como produto são os PIB's estaduais a preços de 1995 deflacionados pelo INPC retirados das contas regionais do IBGE de 1985 a 1998. Como *proxy* do capital utilizou-se o consumo não-residencial de energia elétrica publicado do anuário estatístico do IBGE de 1985 a 1998; para a variável trabalho, utilizamos horas

trabalhadas anuais, extraídas da Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios (PNAD)<sup>17</sup>.

O método utilizado para a análise dos resultados obedece ao seguinte esquema:

- i. estima-se uma fronteira de produção não paramétrica para cada uma das regiões brasileiras com base nos dados relativos aos estados de tal região para cada um dos anos e para a média do período;
- ii. estima-se a meta-fronteira não paramétrica de produção de toda a nação com base nos dados relativos a todas as unidades da federação para cada um dos anos da série a média do período;
- iii. utiliza-se o resultado da proposição 2 da seção II para se obter a eficiência técnica agregada de cada uma das regiões brasileiras para cada um dos anos da série e para a média do período;
- iv. utiliza-se os resultados obtidos em (iii) e empregando novamente a proposição 2 da seção II obtemos a eficiência técnica agregada de toda a nação para cada um dos anos da série e para a média do período;
- v. finalmente aplicamos o resultado da proposição 3 da seção II para identificar quais são as regiões líderes em tecnologia no país através dos testes de liderança tecnológica aplicados para cada uma das regiões brasileiras para cada um dos anos da série e para a média do período.

#### IV.1 – Fronteiras não-Paramétricas Regionais e a Meta-Fronteira Produtiva do Brasil

A fim de simplificar a leitura dos resultados, nós apresentaremos os resultados em termos da média do período nos referindo aos resultados anuais sempre que se fizer necessário.

A tabela 1 abaixo sintetiza os resultados estimados pelo modelo DEA para a construção da fronteira de produção regional baseado nos escores de eficiência técnica orientada pelo insumo da região norte do país. De acordo com os resultados obtidos os estados do Acre, Amazonas e Pará são os que definem a fronteira produtiva na região norte, pois os escores de eficiência técnica desses estados são iguais a unidade. Vemos ainda que Roraima, com eficiência técnica de 0,73, é o estado que apresenta a pior performance da região em termos de eficiência técnica. Em outras palavras, para tornar-se eficiente o estado

---

<sup>17</sup> Para o ano de 1994 utilizamos interpolação simples para completar a série.



de Roraima deveria reduzir em 27% a utilização de capital e trabalho sem que o seu nível de produção se altere.

Tabela 1: Resultados Estimados pelo Modelo DEA para a região norte \*

| Estado | Eficiência Técnica | Relação capital | Relação trabalho | Projeção Radial |        | Benchmark |    | Projeção de Folgas |        |
|--------|--------------------|-----------------|------------------|-----------------|--------|-----------|----|--------------------|--------|
|        |                    | /produto<br>K/Y | /produto<br>L/Y  | K/Y             | L/Y    |           |    | K/Y                | L/Y    |
| RO     | 0.93               | 0.1835          | 0.0233           | 0.1708          | 0.0217 | AM        | AC | -                  | -      |
| AC     | 1.00               | 0.1681          | 0.0742           | -               | -      | -         | -  | -                  | -      |
| AM     | 1.00               | 0.1716          | 0.0063           | -               | -      | -         | -  | -                  | -      |
| RR     | 0.75               | 0.2251          | 0.1395           | 0.1681          | 0.0742 | AC        | -  | -                  | 0.0300 |
| PA     | 1.00               | 0.8018          | 0.0057           | -               | -      | -         | -  | -                  | -      |
| AP     | 0.73               | 0.2331          | 0.0653           | 0.1695          | 0.0475 | AM        | AC | -                  | -      |

Fonte: Estimativas do autor

\*Os resultados são obtidos utilizando-se dados médios de produto, capital e trabalho no período 1985-1998.

Cumpre-nos alguns esclarecimentos a respeito dos resultados apresentados na tabela 1 acima. As projeções radiais se referem aos pontos de atividade (combinação dos insumos) que tornam o estado em questão eficiente, ou seja, a projeção radial é o ponto sobre a fronteira de produção projetado ao longo da expansão radial em direção ao ponto de atividade observado. Esse ponto projetado é obtido pela multiplicação da eficiência técnica estimada para determinado estado pelo ponto de atividade observada desse estado. Por exemplo, o estado de Rondônia na tabela 1 produz utilizando a relação  $K/Y = 0.1835$  e  $L/Y = 0.0233$  de capital e trabalho, respectivamente. Além disso, observamos que Rondônia é um estado ineficiente, dado que seu nível de eficiência técnica é igual a 0.93. A projeção radial para o estado de Rondônia é obtida pela multiplicação  $0.93 \times (0.1835, 0.0233) = (0.1708, 0.0217)$ , o qual é o ponto que representa a atividade do estado de Rondônia sobre a fronteira da região norte.

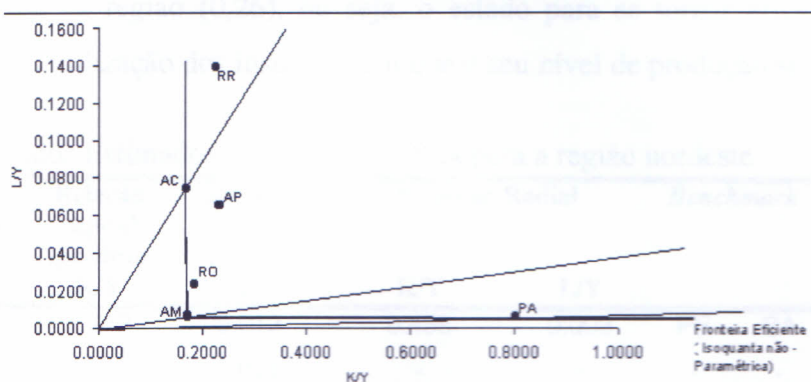
O *benchmark* representa os estados eficientes que aparecem como referências para os estados ineficientes. Os *benchmark's* são determinados dividindo o conjunto acima das isoquantas por expansões radiais em direção aos pontos sobre a fronteira de produção. Os pontos interiores são então separados e têm como referências os pontos eficientes mais próximos dentro das respectivas áreas determinadas pelas expansões radiais.



A gráfico 1 abaixo representa a fronteira tecnológica da região norte construída a partir dos dados mostrados na tabela 1 acima .

Gráfico1

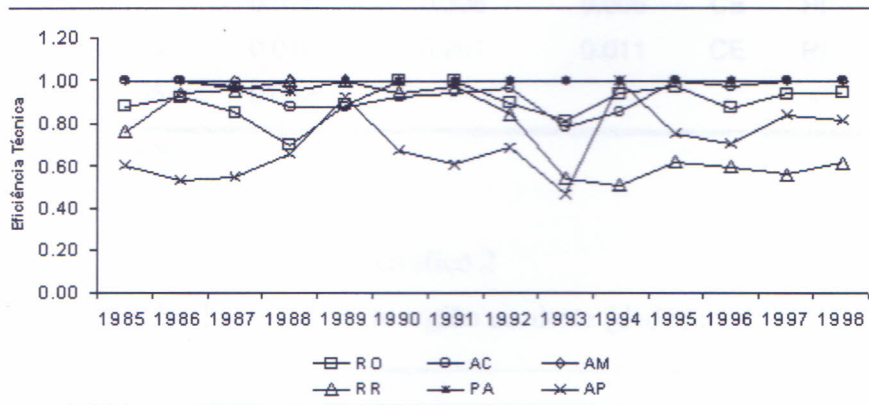
Fronteira Tecnológica da região norte (dados médios)



Fonte: Tabela 1

Gráfico 1'

Trajetórias de Eficiência Técnica dos estados da região norte 1985-98



Fonte: Tabela A3.1, apêndice A3

Um dos pontos que merecem destaque na análise para região norte é o fato que os escores de eficiência técnica são bastante altos entre todos os estados. No entanto é importante salientar que as eficiências técnicas estimadas para região Norte referem-se à tecnologia disponível à região norte, que por construção, é a mesma para todos os estados da região. Portanto esses escores não necessariamente se replicam quando as eficiências

estimadas se referem ao país. Nota-se também que as trajetórias de eficiência técnica da região exibem uma alta variabilidade, como é mostrado no gráfico 1' acima.

As eficiências técnicas estimadas para os estados da região nordeste mostram que os estados do Piauí, Ceará, Pernambuco e Bahia são os que definem a fronteira produtiva da região, desde que todos eles apresentam eficiência técnica igual à unidade, como mostram os resultados na tabela 2 abaixo. O Maranhão é o estado com o mais baixo nível de eficiência técnica na região (0,26), ou seja, o estado para se tornar eficiente, teria que reduzir em 74% a utilização dos insumos sem que o seu nível de produção se altere.

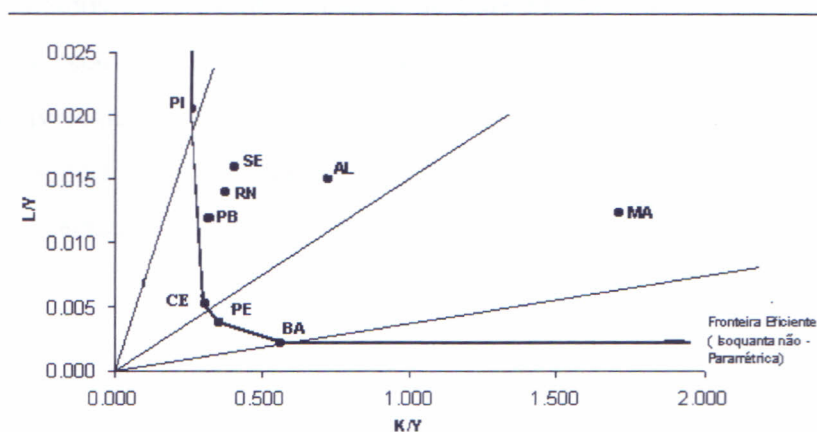
Tabela 2: Resultados Estimados Pelo Modelo DEA para a região nordeste

| Estado | Eficiência Técnica | Relação capital /produto K/Y | Relação trabalho /produto L/Y | Projeção Radial |       | Benchmark |    | Projeção de Folgas |     |
|--------|--------------------|------------------------------|-------------------------------|-----------------|-------|-----------|----|--------------------|-----|
|        |                    |                              |                               | K/Y             | L/Y   |           |    | K/Y                | L/Y |
| MA     | 0.26               | 1.712                        | 0.012                         | 0.436           | 0.003 | PE        | BA | -                  | -   |
| PI     | 1.00               | 0.265                        | 0.021                         | -               | -     | -         | -  | -                  | -   |
| CE     | 1.00               | 0.309                        | 0.005                         | -               | -     | -         | -  | -                  | -   |
| RN     | 0.77               | 0.379                        | 0.014                         | 0.293           | 0.011 | PI        | CE | -                  | -   |
| PB     | 0.90               | 0.324                        | 0.012                         | 0.293           | 0.011 | CE        | PI | -                  | -   |
| PE     | 1.00               | 0.358                        | 0.004                         | -               | -     | -         | -  | -                  | -   |
| AL     | 0.42               | 0.727                        | 0.015                         | 0.306           | 0.006 | CE        | PI | -                  | -   |
| SE     | 0.71               | 0.409                        | 0.016                         | 0.291           | 0.011 | CE        | PI | -                  | -   |
| BA     | 1.00               | 0.565                        | 0.002                         | -               | -     | -         | -  | -                  | -   |

Fonte: Estimativas do autor

Gráfico 2

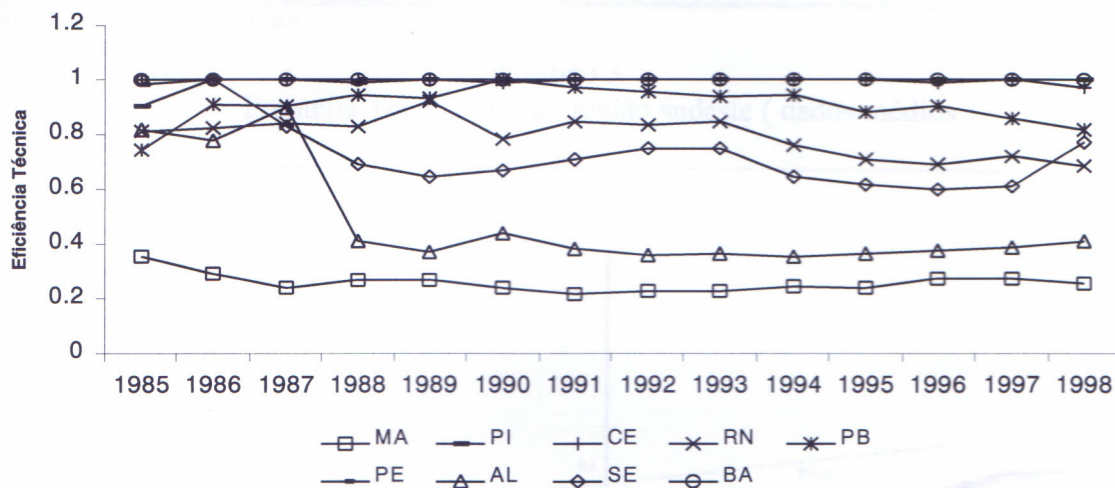
Fronteira Tecnológica da região nordeste (dados médios)



Fonte: Tabela 2

No gráfico 2 acima, construímos a fronteira tecnológica da região nordeste a partir dos resultados da tabela 2. A fronteira como sempre, é definida pelos estados mais eficientes da região, que no caso são os estados do Piauí, Pernambuco, Ceará e Bahia.

Gráfico 2'  
Trajetórias de Eficiência Técnica dos Estados da região nordeste: 1985-1998



Fonte : Tabela A3.2 , apêndice A3.

Verifica-se, no gráfico 2' acima que as trajetórias de eficiência técnica dos estados da região Nordeste são bastante regulares, ou seja, salvo por uma queda acentuada da eficiência técnica do Estado de Alagoas entre os anos de 1987 e 1988, os escores de eficiência mantém-se como uma variabilidade muito baixa ao longo do tempo, diferente da região Norte como vimos acima.

Os resultados para a região sudeste do país são mostrados na tabela 3 em que se verifica que os estados que definem a fronteira são os estados de São Paulo e Rio de Janeiro, com níveis de eficiência técnica iguais a unidade. O estado de Minas Gerais é o de mais baixa eficiência técnica na região, com nível de 0.62, assim para tornar-se eficiente o estado teria que reduzir a utilização de seus insumos em 38% sem que o produto se altere.

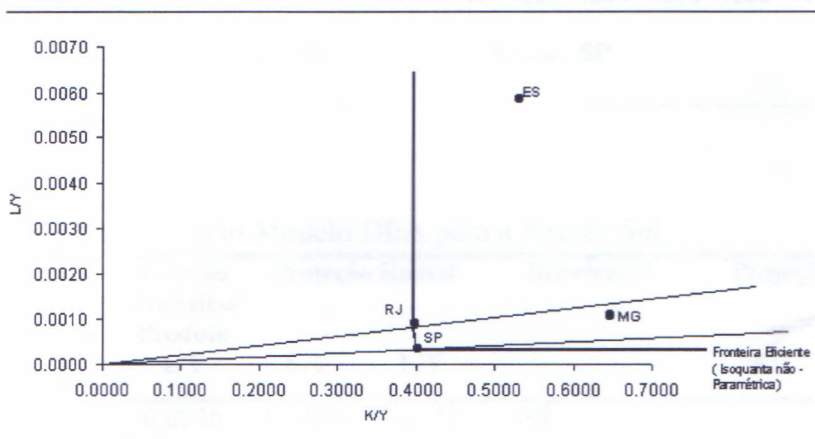


Tabela 3: Resultados Estimados Pelo Modelo DEA para a região sudeste

| UF | Eficiência Técnica | Relação Capital/ Produto<br>K/Y | Relação Trabalho/ Produto<br>L/Y | Projeção Radial |        | Benchmark |    | Projeção de Folgas |        |
|----|--------------------|---------------------------------|----------------------------------|-----------------|--------|-----------|----|--------------------|--------|
|    |                    |                                 |                                  | K/Y             | L/Y    |           |    | K/Y                | L/Y    |
| MG | 0.62               | 0.6473                          | 0.0011                           | 0.4005          | 0.0007 | RJ        | SP | -                  | -      |
| ES | 0.75               | 0.5316                          | 0.0059                           | 0.3984          | 0.0009 | RJ        | -  | -                  | 0.0035 |
| RJ | 1.00               | 0.3984                          | 0.0009                           | 0.0000          | 0.0000 | -         | -  | -                  | -      |
| SP | 1.00               | 0.4032                          | 0.0003                           | 0.0000          | 0.0000 | -         | -  | -                  | -      |

Fonte : Estimativas do autor

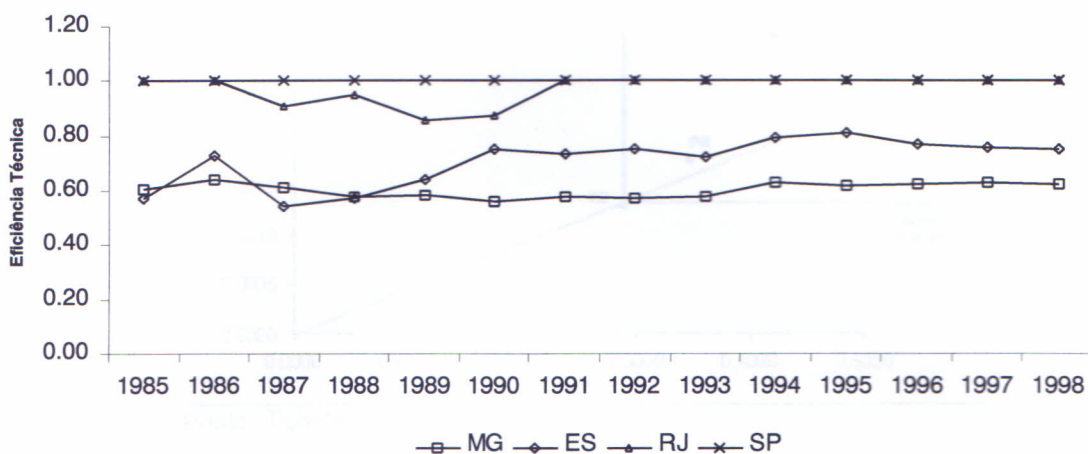
Gráfico 3  
Fronteira Tecnológica da região sudeste ( dados médios )



Fonte : Tabela 3

A partir dos resultados mostrados na tabela 3, construímos a fronteira da região sudeste no gráfico 3.

Tal como no caso da região nordeste, o Sudeste também exibe trajetórias que são bastante regulares no período sob análise, ou seja, os níveis de eficiência técnica entre os estados da região, têm baixa variabilidade ao longo do período. Estas constatações sobre a regularidade quanto à eficiência técnica nas regiões nordeste e sudeste mostram uma certa rigidez no tocante aos ganhos de produtividade no período, o que sugere convergência fraca em produtividade em tais regiões. A figura 3' mostra as trajetórias de eficiência técnica na região sudeste.



Fonte: Tabela A3.3, apêndice A3

Tabela 4: Resultados estimados pelo Modelo DEA para a Região Sul

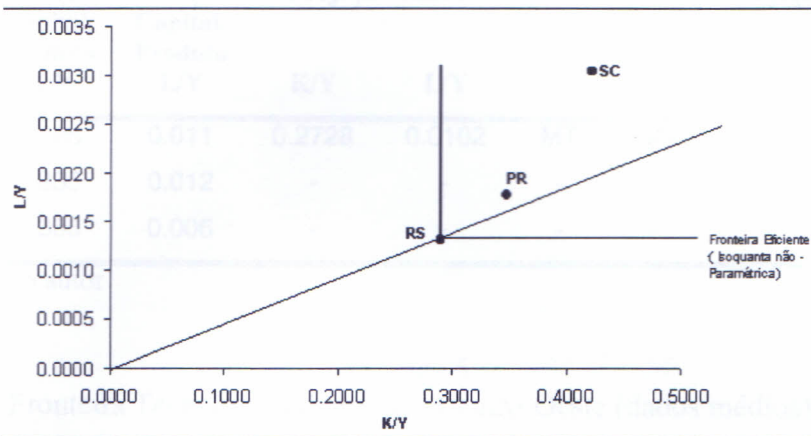
| UF | Eficiência Técnica | Relação Capital/Produto K/Y | Relação Trabalho/Produto L/Y | Projeção Radial |        | Benchmark | Projeção de Folgas |     |        |
|----|--------------------|-----------------------------|------------------------------|-----------------|--------|-----------|--------------------|-----|--------|
|    |                    |                             |                              | K/Y             | L/Y    |           | K/Y                | L/Y |        |
| PR | 0.84               | 0.3472                      | 0.0018                       | 0.2899          | 0.0013 | RS        | -                  | -   | 0.0002 |
| SC | 0.69               | 0.4213                      | 0.0030                       | 0.2899          | 0.0013 | RS        | -                  | -   | 0.0008 |
| RS | 1.00               | 0.2899                      | 0.0013                       | -               | -      | -         | -                  | -   | -      |

Fonte : Estimativas do autor.

Os resultados obtidos para a região sul do país determinam apenas o Rio Grande do Sul como o estado que define a fronteira produtiva nessa região, com nível de eficiência técnica igual à unidade. O estado de Santa Catarina é o estado com o mais baixo nível de eficiência técnica (0,69). Assim sendo, este estado para se tornar tecnicamente eficiente teria que reduzir em 31% a utilização dos seus insumos sem que seu nível de produto se altere. Os resultados para a região Sul estão sintetizados na tabela 4 acima.

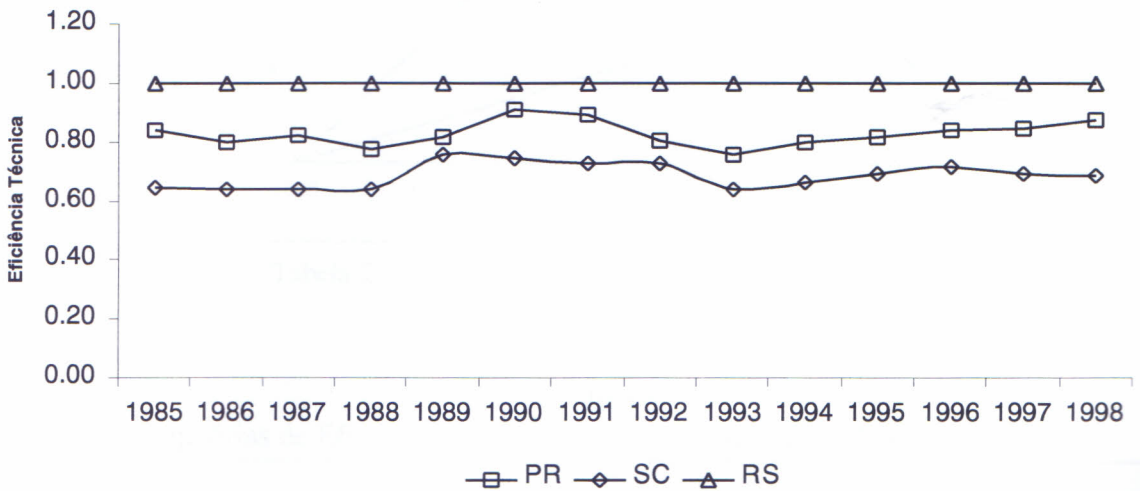
No gráfico 4 abaixo, a fronteira tecnológica da região Sul do país é construída a partir dos resultados da tabela 4. Em seguida o gráfico 4' mostra as trajetórias de eficiência técnica dos estados desta região.

Gráfico 4  
Fronteira Tecnológica da Região Sul (dados médios)



Fonte: Tabela 4

Gráfico 4'  
Trajetórias de Eficiência Técnica dos Estados da Região Sul: 1985-1998



Fonte: Tabela A3.4, apêndice A3.

Finalizando a análise para as regiões a tabela 5 mostra os resultados obtidos para a região Centro-Oeste do país onde os estados do Mato Grosso e de Goiás definem a fronteira do Centro-Oeste do país, cada um dos quais com eficiência técnica igual a unidade .O estado do Mato Grosso do Sul conta com um nível de eficiência de 0,95. O gráfico 5 mostra a fronteira produtiva construída a partir dos resultados obtidos . Um ponto que merece destaque quanto a região Centro-Oeste é que nos três primeiros anos da série todos os estados na região são eficientes e a partir de então as trajetórias de eficiência técnica comportam-se regularmente, como mostra o gráfico 5' abaixo.

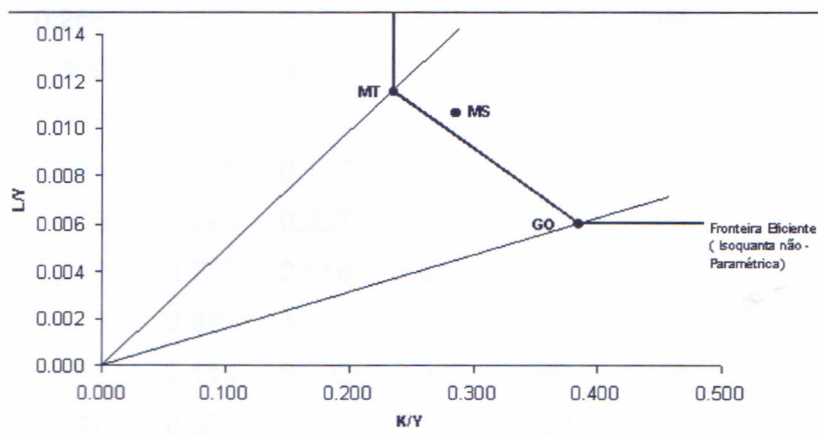


Tabela 5: Resultados estimados pelo Modelo DEA para a Região Centro-Oeste

| UF | Eficiência Técnica | Relação Capital/Produto K/Y | Relação Capital/Produto L/Y | Projeção Radial |        | Benchmark | Projeção de Folgas |     |   |
|----|--------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------|--------|-----------|--------------------|-----|---|
|    |                    |                             |                             | K/Y             | L/Y    |           | K/Y                | L/Y |   |
| MS | 0.95               | 0.286                       | 0.011                       | 0.2728          | 0.0102 | MT        | GO                 | -   | - |
| MT | 1.00               | 0.235                       | 0.012                       | -               | -      | -         | -                  | -   | - |
| GO | 1.00               | 0.385                       | 0.006                       | -               | -      | -         | -                  | -   | - |

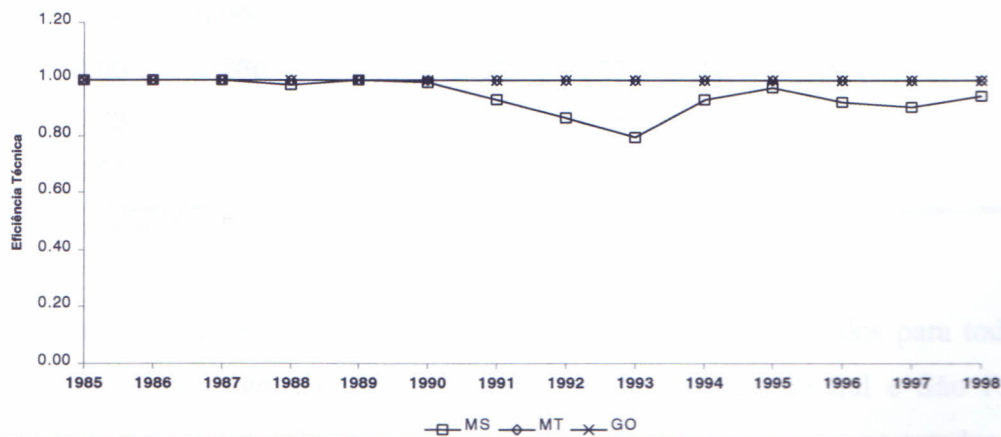
Fonte : Estimativas do autor

Gráfico 5  
Fronteira Tecnológica da Região Centro-Oeste (dados médios)



Fonte: Tabela 5

Gráfico 5'  
Trajetórias de Eficiência dos Estados da Região Centro-Oeste: 1985-1998



Fonte: Tabela A3.5, apêndice A3.

Tabela 6: Resultados Estimados Pelo Modelo DEA para o Brasil – Meta-Fronteira Nacional

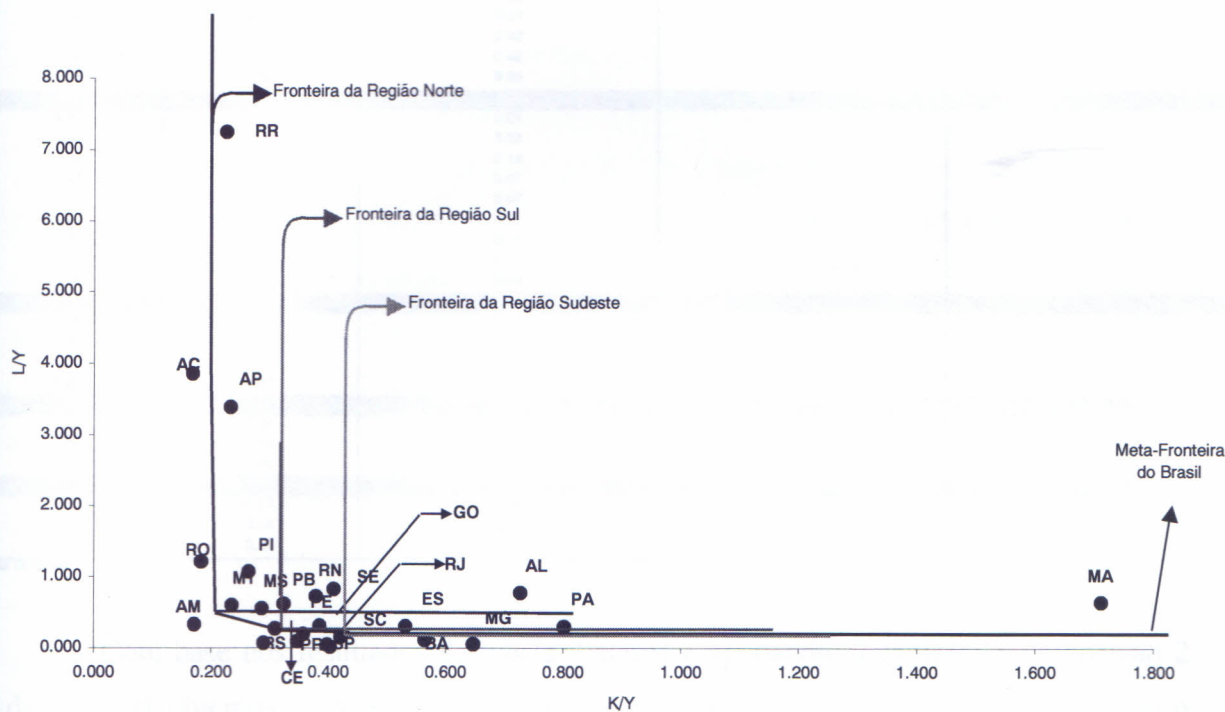
| UF | Eficiência Técnica | Relação             |                       | Projeção Radial |       | Benchmark |     | Projeção de Folgas |       |
|----|--------------------|---------------------|-----------------------|-----------------|-------|-----------|-----|--------------------|-------|
|    |                    | Capital/<br>Produto | Trabalho<br>/ Produto | K/Y             | L/Y   | K/Y       | L/Y | K/Y                | L/Y   |
| RO | 0.93               | 0.183               | 1.210                 | 0.171           | 1.126 | AC        | AM  | -                  | -     |
| AC | 1.00               | 0.168               | 3.860                 | -               | -     | -         | -   | -                  | -     |
| AM | 1.00               | 0.172               | 0.329                 | -               | -     | -         | -   | -                  | -     |
| RR | 0.75               | 0.225               | 7.256                 | 0.168           | 3.860 | AC        | -   | -                  | 1.559 |
| PA | 0.34               | 0.802               | 0.298                 | 0.275           | 0.102 | RS        | AM  | -                  | -     |
| AP | 0.73               | 0.233               | 3.394                 | 0.169           | 2.467 | AM        | AC  | -                  | -     |
| MA | 0.16               | 1.712               | 0.645                 | 0.274           | 0.103 | RS        | AM  | -                  | -     |
| PI | 0.65               | 0.265               | 1.068                 | 0.171           | 0.691 | AC        | AM  | -                  | -     |
| CE | 0.74               | 0.309               | 0.271                 | 0.230           | 0.201 | AM        | RS  | -                  | -     |
| RN | 0.45               | 0.379               | 0.726                 | 0.172           | 0.329 | RS        | AM  | -                  | -     |
| PB | 0.53               | 0.324               | 0.618                 | 0.172           | 0.328 | AM        | RS  | -                  | -     |
| PE | 0.72               | 0.358               | 0.194                 | 0.257           | 0.140 | RS        | AM  | -                  | -     |
| AL | 0.30               | 0.727               | 0.777                 | 0.216           | 0.231 | AM        | RS  | -                  | -     |
| SE | 0.42               | 0.409               | 0.827                 | 0.172           | 0.347 | AC        | AM  | -                  | -     |
| BA | 0.54               | 0.565               | 0.114                 | 0.305           | 0.062 | SP        | RS  | -                  | -     |
| MG | 0.57               | 0.647               | 0.056                 | 0.370           | 0.032 | SP        | RS  | -                  | -     |
| ES | 0.48               | 0.532               | 0.304                 | 0.255           | 0.146 | AM        | RS  | -                  | -     |
| RJ | 0.88               | 0.398               | 0.048                 | 0.349           | 0.042 | SP        | RS  | -                  | -     |
| SP | 1.00               | 0.403               | 0.017                 | -               | -     | -         | -   | -                  | -     |
| PR | 0.83               | 0.347               | 0.092                 | 0.286           | 0.076 | AM        | RS  | -                  | -     |
| SC | 0.65               | 0.421               | 0.158                 | 0.274           | 0.103 | RS        | AM  | -                  | -     |
| RS | 1.00               | 0.290               | 0.069                 | -               | -     | -         | -   | -                  | -     |
| MS | 0.60               | 0.286               | 0.555                 | 0.172           | 0.333 | AC        | AM  | -                  | -     |
| MT | 0.73               | 0.235               | 0.601                 | 0.171           | 0.438 | AM        | AC  | -                  | -     |
| GO | 0.61               | 0.385               | 0.311                 | 0.235           | 0.189 | AM        | RS  | -                  | -     |

Fonte: Estimativas do autor.

Finalmente, mostramos na tabela 6 abaixo os resultados obtidos para todo a país, segundo a qual os estados do Amazonas, Acre, Rio Grande do Sul e São Paulo têm eficiência máxima igual a 1. Os quatro piores resultados ficam com os estados do Pará, Alagoas, Maranhão e Sergipe com escores de eficiência técnica, respectivamente, iguais a

0,34 , 0,16 , 0,30 e 0,42. Seguindo a definição dada em Ruttan et al. (1978) a meta-fronteira produção é a envoltória das tecnologias regionais mais eficientes do país. No Gráfico 6 nós construímos através dos resultados obtidos e mostrados na tabela 6 , a fronteira nacional definida pelos estados mais eficientes do Brasil. No entanto, será que podemos considerar as tecnologias a disposição das regiões Norte, Sul e Sudeste como sendo as mais eficientes do país ? É com o objetivo de esclarecer este ponto que nós utilizamos as técnicas apresentadas na seção II para obter as eficiências técnicas agregadas das regiões e da nação e aplicamos o teste de liderança tecnológica segundo o qual saberemos quais em definitivo são as fronteiras ou referências tecnológicas que definem a Meta-Fronteira Produtiva do Brasil.

Gráfico 6  
Meta-Fronteira Produtiva do Brasil (dados médios)



Fonte : Tabela 6

#### IV.2 – Escores de Eficiência Técnica das Regiões e do Brasil e o Teste de Liderança Tecnológica

Os resultados a serem apresentados a seguir são obtidos pelo emprego das proposições 2 e 3 da seção II. Os dados utilizados para a avaliação das eficiências técnicas



agregadas são os escores de eficiência técnica obtidos pelo emprego do modelo DEA e os dados estaduais de produto, capital e trabalho em cada região. A tabela 7 abaixo mostra as eficiências técnicas agregadas estimadas para cada região através da qual podemos verificar que as regiões Norte e Centro-Oeste apresentam os maiores níveis de eficiência com escores de 0.97 e 0.99 respectivamente. A região Nordeste apresenta o nível de eficiência técnica mais baixo com escore de 0.77.

Tabela 7  
Eficiência Agregada das Regiões Brasileiras

| UF | $D_i^k(x_k, y_k) = \frac{1}{D_0^k(x_k, y_k)}$ | $S_k = \frac{y_k}{\sum_{k=1}^K y_k}$ | $\frac{1}{D_0^k(x_k, y_k)} S_k = D_i^k(x_k, y_k) S_k$ | $\sum_{k=1}^K \frac{1}{D_0^k(x_k, y_k)} S_k = \sum_{k=1}^K D_i^k(x_k, y_k) S_k$ | Eficiência Técnica Regional - $\theta^{Rk}$<br>$F_i^{Rk}(x_{Rk}, y_{Rk}) = \frac{1}{\left[ \sum_{k=1}^K D_i^k(x_k, y_k) S_k \right]^{-1}}$ |
|----|---|--------------------------------------|---|---|--|
|    | (a)   | (b)                                  | (a)x(b)   | Soma[(a)x(b)]   |  |
| RO | 1.07  | 0.11                                 | 0.12  | 1.03  | 0.97   |
| AC | 1.00  | 0.03                                 | 0.03  |   |  |
| AM | 1.00  | 0.39                                 | 0.39  |   |  |
| RR | 1.34  | 0.02                                 | 0.02  |   |  |
| PA | 1.00  | 0.42                                 | 0.42  |   |  |
| AP | 1.38  | 0.04                                 | 0.05  |   |  |
| MA | 3.92  | 0.06                                 | 0.24  |   |  |
| PI | 1.00  | 0.03                                 | 0.03  | 1.11  | 0.90   |
| PE | 1.00  | 0.14                                 | 0.14  |   |  |
| RN | 1.29  | 0.06                                 | 0.07  |   |  |
| PB | 1.11  | 0.06                                 | 0.07  |   |  |
| CE | 1.00  | 0.21                                 | 0.21  |   |  |
| AL | 2.38  | 0.05                                 | 0.13  |   |  |
| SE | 1.40  | 0.05                                 | 0.07  |   |  |
| BA | 1.00  | 0.34                                 | 0.34  | 1.15  | 0.86   |
| MG | 1.62  | 0.17                                 | 0.27  | 1.16  | 0.86   |
| ES | 1.34  | 0.03                                 | 0.04  |   |  |
| RJ | 1.00  | 0.19                                 | 0.19  |   |  |
| SP | 1.00  | 0.61                                 | 0.61  | 1.01  | 0.99   |
| PR | 1.20  | 0.34                                 | 0.41  |   |  |
| SC | 1.45  | 0.20                                 | 0.30  |   |  |
| RS | 1.00  | 0.46                                 | 0.46  | 1.01  | 0.99   |
| MS | 1.05  | 0.27                                 | 0.28  | 1.01  | 0.99   |
| MT | 1.00  | 0.25                                 | 0.25  |   |  |
| GO | 1.00  | 0.48                                 | 0.48  |   |  |

Estimativas do autor

Com base nos resultados da tabela 7 acima e aplicando novamente a proposição 2 da seção II obtemos o escore de eficiência técnica da Nação, os dados utilizados são o produto e os insumos agregados em cada região. Os resultados são apresentados na tabela 7' abaixo.

Tabela 7'

## Eficiência Técnica Agregada do Brasil

| Região | $D_i^{Rk}(\mathbf{x}_{Rk}, y_{Rk}) = \frac{1}{D_o^{Rk}(\mathbf{x}_{Rk}, y_{Rk})}$<br>(a) | $S_{Rk} = \frac{y_{Rk}}{\sum_{k=1}^N y_{Rk}}$<br>(b) | $\frac{1}{D_o^{Rk}(\mathbf{x}_{Rk}, y_{Rk})} S_{Rk} = D_i^{Rk}(\mathbf{x}_{Rk}, y_{Rk}) S_{Rk}$<br>(a)x(b) | $\sum_{k=1}^N \frac{1}{D_o^{Rk}(\mathbf{x}_{Rk}, y_{Rk})} S_{Rk} = \sum_{k=1}^N D_i^{Rk}(\mathbf{x}_{Rk}, y_{Rk}) S_{Rk}$<br>Soma [(a)x(b)]<br>1.14 |
|--------|--|--|--|---|
| NO     | 1.03   | 0.05   | 0.05   |   |
| NE     | 1.29   | 0.13   | 0.17   |   |
| SE     | 1.11   | 0.60   | 0.67   |   |
| SU     | 1.16   | 0.18   | 0.21   |   |
| CO     | 1.01   | 0.04   | 0.04   |   |

Fonte: Estimativas do autor

O resultado apresentado na Tabela 7' possui um apelo intuitivo bastante interessante. Ele nos diz que a produção de todas as regiões brasileiras em conjunto resulta numa utilização de insumos 12% superior ao necessário tendo em vista a tecnologia a disposição de todas as regiões, ou seja, se determinada região possui tecnologia que possibilita a nação como um todo reduzir em 12% a utilização dos insumos produtivos em todo país essa tecnologia não vem sendo absorvida eficientemente a fim de que tal resultado possa ser alcançado. As que razões levam a essa ineficiente absorção certamente são inúmeras como, por exemplo, a diferença na qualificação de mão de obra entre as regiões, maior inserção no comércio internacional, fatores institucionais como política local, infraestrutura, etc. Certamente a investigação de tais fatores levaria a uma extensão do presente trabalho que se propõe a simplesmente apontar a questão pelo emprego de métodos não paramétricos.

O resultado seguinte é o mais importante deste trabalho, com emprego da proposição 2 da seção II e com base nas informações constantes nas tabelas 7 e 7' obtemos o teste não paramétrico de liderança tecnológica para cada uma das regiões brasileiras e saberemos por fim qual ou quais regiões definem a tecnologia que representa a melhor prática produtiva em todo país. O teste é sintetizado na tabela 8 abaixo.

Tabela 8

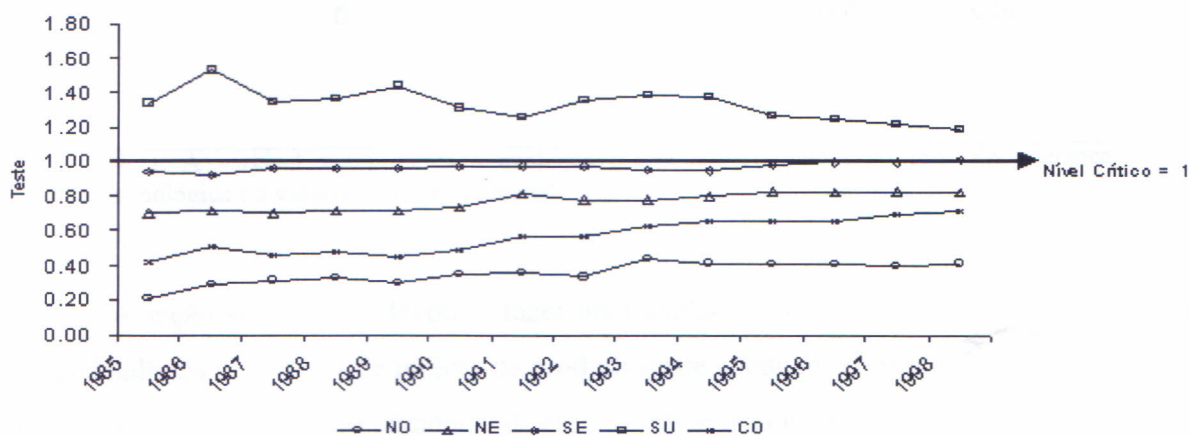
## Teste não-Paramétrico de Liderança Tecnológica

| TL<br>RG | $\frac{\theta^N}{\theta^{R_p}}$ | $\langle \mathbf{x}^{R_p}, \mathbf{x}^N \rangle$ | $\ \mathbf{x}^{R_p}\ ^2$ | $\frac{\langle \mathbf{x}^{R_p}, \mathbf{x}^N \rangle}{\ \mathbf{x}^{R_p}\ ^2}$ | $\frac{y^{R_p}}{y^N}$ | $\alpha^{R_p} = \frac{\theta^{R_p}}{\theta^N} \times \frac{\langle \mathbf{x}^{R_p}, \mathbf{x}^N \rangle}{\ \mathbf{x}^{R_p}\ ^2} \times \frac{y^{R_p}}{y^N}$ | Status    |
|----------|---------------------------------|--|--------------------------|---|-----------------------|--|-----------|
| NO       | 0.90                            | 2124643515.03                                    | 251239955.60             | 8.46  | 0.05                  | 0.34   | Não Líder |
| NE       | 1.14                            | 5869660460.22                                    | 1139304088.03            | 5.15  | 0.13                  | 0.79   | Não Líder |
| SE       | 0.98                            | 18908503100.26                                   | 11502256561.36           | 1.64  | 0.60                  | 0.96   | Não Líder |
| SU       | 1.02                            | 4584826363.33                                    | 642792392.66             | 7.13  | 0.18                  | 1.32   | Líder     |
| CO       | 0.89                            | 1261603444.89                                    | 75203820.58              | 16.78   | 0.04                  | 0.59   | Não Líder |

Fonte: Estimativas do autor

Este é o resultado mais importante deste trabalho. O teste não paramétrico de liderança tecnológica determinou a Região Sul como detentora da referência tecnológica nacional ficando o Sudeste em segundo lugar. É importante lembrar que este resultado está baseado em dados médios de produto, capital e trabalho agregados por região e para toda a nação. No entanto as estimações foram feitas ano a ano e uma importante revelação se configurou ao observarmos as trajetórias dos testes avaliados. Mostramos isto no gráfico 8.

Gráfico 8  
Trajetórias dos Testes de Liderança das Regiões Brasileiras: 1985/1998



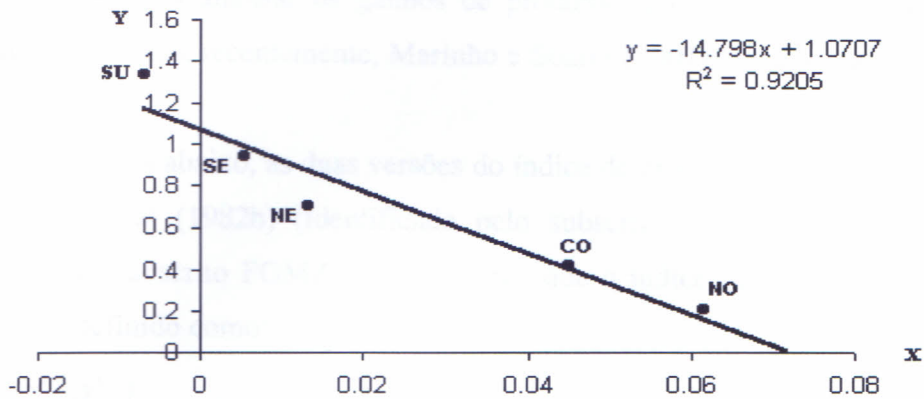
O gráfico 8 acima sugere que as regiões brasileiras caminham em direção ao nível crítico do teste, ou seja podemos inferir a primeira vista que pode estar havendo convergência entre as “tecnologias regionais” em direção do nível de liderança, i.e., em direção à tecnologia disponível a região Sul.

De fato, se fizermos um teste de Baumol, colocando o nível inicial do teste em 1985 como variável dependente e a taxa média de evolução do teste no período como variável independente e então estimando uma reta de regressão para os dados obtidos temos o gráfico 8' abaixo.

O reta de regressão no gráfico 8' tem inclinação negativa com grau de ajuste bastante considerável o que realmente confirma as suspeitas de convergência tecnológica entre as regiões brasileiras .



## Teste de Baumol para Convergência em Tecnologia entre as Regiões Brasileiras



Nota: A variável x representa a evolução média dos resultados do teste de liderança tecnológica e a variável y seu nível inicial.

A seção seguinte se devota a fazer uma análise de convergência em produtividade mais detalhada com o uso de índices de produtividade adequados, bem como analisar outras questões importantes como eficiência de escala e eficiência técnica pura.

## V - Ganhos de Produtividade e Eficiência de Escala dos Estados Brasileiros

O objetivo desta seção é analisar algumas evidências sobre convergência em produtividade entre os estados e regiões brasileiras. Analisa-se também a eficiência de escala na produção de bens e serviços dos estados no Brasil. A fim de levar a cabo o propósito desta seção, apresentaremos alguns conceitos e definições sobre o índice de produtividade total de Malmquist, e sua decomposição em variação da eficiência técnica e variação tecnológica.

O índice de Malmquist originalmente proposto por Caves et al (1982b) baseia-se no trabalho de Sten Malmquist (1953), segundo o qual índices de quantidade são construídos como razão de funções distância, como definidas na seção II, no contexto da teoria do consumidor<sup>18</sup>. Anos mais tarde Färe et al (1994) utiliza o índice de Malmquist numa versão reformulada em relação à versão original de Caves et al (1982b), para analisar ganhos

tecnológicos e de eficiência para uma amostra de 17 países da OECD no período de 1979-1988. No Brasil o trabalho de Marinho e Ataliba (2000) utiliza o índice de produtividade total de Malmquist para analisar os ganhos de produtividade entre os estados da região Nordeste do país e mais, recentemente, Marinho e Soares (2001) fazem o mesmo para todo o Brasil.

Nós definimos abaixo, as duas versões do índice de produtividade total de Malmquist segundo Caves et al (1982b) (identificado pelo subscrito CCD) e Färe et al (1994) (identificado pelo subscrito FGMZ). Assim temos que o índice de produtividade total de Malmquist<sub>CCD</sub> é definido como:

$$M_{i,CCD}^t = \frac{D_i^t(\mathbf{x}^{t+1}, \mathbf{y}^{t+1})}{D_i^t(\mathbf{x}^t, \mathbf{y}^t)} \text{ se a tecnologia de referência é a tecnologia no período } t \quad (\text{V.1})$$

e

$$M_{i,CCD}^{t+1} = \frac{D_i^{t+1}(\mathbf{x}^{t+1}, \mathbf{y}^{t+1})}{D_i^{t+1}(\mathbf{x}^t, \mathbf{y}^t)} \text{ se a tecnologia de referência é a tecnologia no período } t+1^{19}. \quad (\text{V.2})$$

Com o objetivo de evitar qualquer arbitrariedade na escolha da tecnologia de referência, Färe et al (1994) redefine o índice de produtividade total de Malmquist como sendo a média geométrica dos índices (V.1) e (V.2), isto é, Malmquist<sub>FGMZ</sub> é definido como:

$$M_{i,FGMZ}(\mathbf{x}^{t+1}, \mathbf{y}^{t+1}; \mathbf{x}^t, \mathbf{y}^t) = \left[ \left( \frac{D_i^t(\mathbf{x}^{t+1}, \mathbf{y}^{t+1})}{D_i^t(\mathbf{x}^t, \mathbf{y}^t)} \right) \times \left( \frac{D_i^{t+1}(\mathbf{x}^{t+1}, \mathbf{y}^{t+1})}{D_i^{t+1}(\mathbf{x}^t, \mathbf{y}^t)} \right) \right]^{1/2} \quad (\text{V.3})$$

Manipulações algébricas da expressão (V.3) nos permitem escrever a expressão acima como:

$$M_{i,FGMZ}(\mathbf{x}^{t+1}, \mathbf{y}^{t+1}; \mathbf{x}^t, \mathbf{y}^t) = \frac{D_i^{t+1}(\mathbf{x}^{t+1}, \mathbf{y}^{t+1})}{D_i^t(\mathbf{x}^t, \mathbf{y}^t)} \times \left[ \left( \frac{D_i^t(\mathbf{x}^{t+1}, \mathbf{y}^{t+1})}{D_i^{t+1}(\mathbf{x}^{t+1}, \mathbf{y}^{t+1})} \right) \times \left( \frac{D_i^t(\mathbf{x}^t, \mathbf{y}^t)}{D_i^{t+1}(\mathbf{x}^t, \mathbf{y}^t)} \right) \right]^{1/2} \quad (\text{V.4})$$

onde a razão fora dos parênteses mede a variação da eficiência técnica relativa entre os anos  $t$  e  $t+1$ , aqui denominada de VET. A média geométrica das duas razões entre parênteses captura a variação tecnológica, denotada por VTC, entre os dois períodos avaliados em  $\mathbf{y}^t$  e  $\mathbf{y}^{t+1}$ . Seguindo a denominação utilizada por Färe et al (1994), temos:

<sup>18</sup> Uma análise completa sobre função distância na teoria do consumidor pode ser vista em Deaton, 1970.

<sup>19</sup> As funções distâncias utilizadas na construção dos índices acima são definidas como segue:  $D_i^s(\mathbf{x}^s, \mathbf{y}^s) = \sup\{\delta; (\mathbf{x}^s / \delta, \mathbf{y}^s) \in T^s\}$  e  $D_i^t(\mathbf{x}^t, \mathbf{y}^t) = \sup\{\delta; (\mathbf{x}^t / \delta, \mathbf{y}^t) \in T^s\}$  onde  $T^s$  é a tecnologia disponível no período  $s$ . Note que se  $s > t$  e houve progresso tecnológico então  $T^t \subset T^s$ .

$$\text{VET} = \frac{D_i^{t+1}(\mathbf{x}^{t+1}, \mathbf{y}^{t+1})}{D_i^t(\mathbf{x}^t, \mathbf{y}^t)} \quad (\text{V.5})$$

$$\text{VTC} = \left[ \left( \frac{D_i^t(\mathbf{x}^{t+1}, \mathbf{y}^{t+1})}{D_i^{t+1}(\mathbf{x}^{t+1}, \mathbf{y}^{t+1})} \right) \times \left( \frac{D_i^t(\mathbf{x}^t, \mathbf{y}^t)}{D_i^{t+1}(\mathbf{x}^t, \mathbf{y}^t)} \right) \right]^{1/2} \quad (\text{V.6})$$

Para calcular a produtividade do estado  $k'$  entre  $t$  e  $t+1$  nós precisamos resolver quatro diferentes problemas de programação linear a fim de se obter  $D_i^t(\mathbf{x}^t, \mathbf{y}^t)$ ,  $D_i^{t+1}(\mathbf{x}^t, \mathbf{y}^t)$ ,  $D_i^t(\mathbf{x}^{t+1}, \mathbf{y}^{t+1})$  e  $D_i^{t+1}(\mathbf{x}^{t+1}, \mathbf{y}^{t+1})$ , o primeiro e o último seguem a construção definida na seção II. Para determinar  $D_i^{t+1}(\mathbf{x}^t, \mathbf{y}^t)$ ,  $D_i^t(\mathbf{x}^{t+1}, \mathbf{y}^{t+1})$ , resolve-se os seguintes problemas de programação linear, nos moldes do que foi apresentado na seção II:

$$\left[ D_i^t(\mathbf{x}^{k',t+1}, \mathbf{y}^{k',t+1}) \right]^{-1} = \min \theta^{k'}$$

tal que

$$y_m^{k',t+1} \leq \sum_{k=1}^K \lambda^k y_m^{k',t}$$

$$m = 1, \dots, M$$

$$\sum_{k=1}^K \lambda^k x_n^{k',t} \leq \theta^{k'} x_n^{k',t+1}$$

$$n = 1, \dots, N$$

$$\lambda^k \geq 0$$

$$k = 1, \dots, K$$

$$\left[ D_i^{t+1}(\mathbf{x}^{k',t}, \mathbf{y}^{k',t}) \right]^{-1} = \min \theta^{k'}$$

tal que

$$y_m^{k',t} \leq \sum_{k=1}^K \lambda^k y_m^{k',t+1}$$

$$m = 1, \dots, M$$

$$\sum_{k=1}^K \lambda^k x_n^{k',t+1} \leq \theta^{k'} x_n^{k',t}$$

$$n = 1, \dots, N$$

$$\lambda^k \geq 0$$

$$k = 1, \dots, K$$

Na seção II, nós definimos o conceito de eficiência de escala denotada por  $S$ , como sendo a razão entre a eficiência técnica sob retornos constantes e a eficiência técnica sob retornos variáveis a qual chamamos de eficiência técnica pura. Utilizando a recíproca entre a função distância orientada pelo insumo e a eficiência técnica orientada pelo insumo obtemos a seguinte relação:  $S = \frac{D_i(\mathbf{x}, \mathbf{y})}{D_i(\mathbf{x}, \mathbf{y}|V)} \Rightarrow D_i(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = D_i(\mathbf{x}, \mathbf{y}|V) \times S$ <sup>20</sup>. Substituindo o resultado acima na equação (V.5) obtemos :

<sup>20</sup>  $D_i(\mathbf{x}, \mathbf{y}|V)$  denota a função distância orientada pelo insumo avaliada numa tecnologia que exhibe retornos variáveis de escala.



$$VET = \frac{D_i^{t+1}(\mathbf{x}^{t+1}, \mathbf{y}^{t+1})}{D_i^t(\mathbf{x}^t, \mathbf{y}^t)} = \frac{D_i^{t+1}(\mathbf{x}^{t+1}, \mathbf{y}^{t+1} | V)}{D_i^t(\mathbf{x}^t, \mathbf{y}^t | V)} \times \frac{S^t}{S^{t+1}},$$

onde  $S^t$  = eficiência de escala em  $t$  e  $S^{t+1}$  = eficiência de escala em  $t+1$ . Seguindo Färe et al (1994), o primeiro termo do lado direito da última expressão é denominado de variação da eficiência pura (VETP) e o segundo representa a variação de escala (VS). Assim, temos, respectivamente,

$$VETP = \frac{D_i^{t+1}(\mathbf{x}^{t+1}, \mathbf{y}^{t+1} | V)}{D_i^t(\mathbf{x}^t, \mathbf{y}^t | V)} \quad \text{e} \quad VS = \frac{S^t}{S^{t+1}}.$$

Isto posto, temos que  $VET = VETP \times VS$  e, assim, a versão final do índice de produtividade total de Malmquist apresenta-se como:

$$M_{i,FGMZ}(\mathbf{x}^{t+1}, \mathbf{y}^{t+1}; \mathbf{x}^t, \mathbf{y}^t) = \underbrace{\frac{D_i^{t+1}(\mathbf{x}^{t+1}, \mathbf{y}^{t+1} | V)}{D_i^t(\mathbf{x}^t, \mathbf{y}^t | V)}}_{VETP} \times \underbrace{\frac{S^t}{S^{t+1}}}_{VS} \times \underbrace{\left[ \left( \frac{D_i^t(\mathbf{x}^{t+1}, \mathbf{y}^{t+1})}{D_i^{t+1}(\mathbf{x}^{t+1}, \mathbf{y}^{t+1})} \right) \times \left( \frac{D_i^t(\mathbf{x}^t, \mathbf{y}^t)}{D_i^{t+1}(\mathbf{x}^t, \mathbf{y}^t)} \right) \right]^{1/2}}_{VTC}.$$

Para computar  $D_i(\mathbf{x}, \mathbf{y} | V)$ , resolve-se o problema (II.8), apresentado na seção II, impondo a restrição adicional  $\sum_{k=1}^K \lambda^k = 1$  de convexidade sobre o conjunto que define a tecnologia da região analisada<sup>21</sup>.

Como sempre, se o índice de produtividade total de Malmquist for maior que unidade então ocorreu ganho de produtividade. O mesmo ocorre com os componentes do índice, ou seja, se  $VET > 1$  então o estado obteve ganho em eficiência técnica; se por outro lado  $VTC > 1$ , então o estado obteve ganho de variação tecnológica. Vale lembrar que se o índice de produtividade total de Malmquist for maior que unidade não significa que ocorreu ganho em todos os componentes do índice.

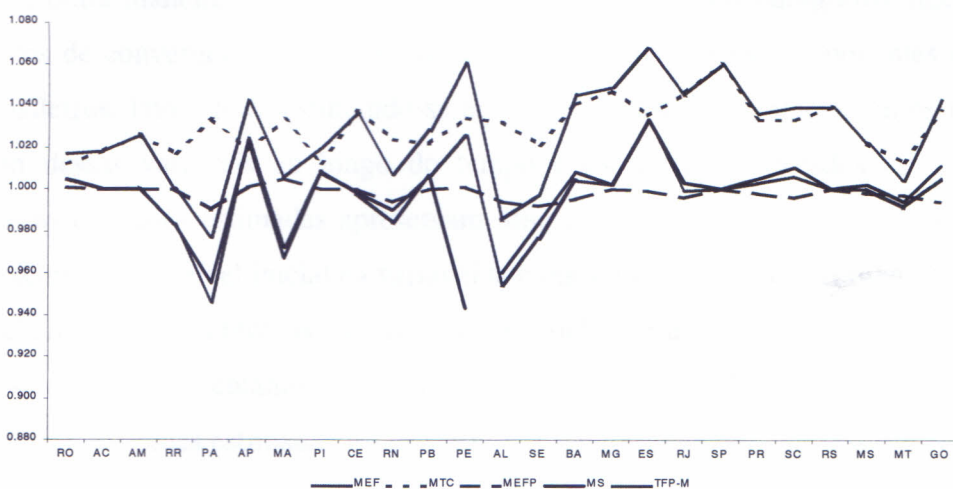
A seguir nós apresentamos os principais resultados obtidos com o emprego da metodologia apresentada acima. Para uma visão geral dos resultados, o gráfico 5 abaixo apresenta as trajetórias para as médias do índice de produtividade total e seus componentes.

<sup>21</sup> Observe que se fizermos  $A = \left\{ (\mathbf{x}, \mathbf{y}); \sum_{k=1}^K \lambda^k x_n^{k,s} \leq \theta^k x_n^{k,t}, y_m^{k,t} \leq \sum_{k=1}^K \lambda^k y_m^{k,s}, \lambda^k \geq 0 \right\}$  e  $B = \left\{ (\mathbf{x}, \mathbf{y}); \sum_{k=1}^K \lambda^k x_n^{k,s} \leq \theta^k x_n^{k,t}, y_m^{k,t} \leq \sum_{k=1}^K \lambda^k y_m^{k,s}, \lambda^k \geq 0, \sum_{k=1}^K \lambda^k = 1 \right\}$  então,  $B = \text{fecho convexo de } (A)$ .

Nota-se pelo gráfico 5 a seguir que em média, os ganhos em produtividade total dos estados brasileiros se devem muito mais às variações tecnológicas que aos outros componentes. Em outras palavras, a inovação tecnológica vem sendo predominantemente a razão dos ganhos de produtividade dos estados brasileiros.

Gráfico 5

Índice de Produtividade Total de Malmquist, Variação da Eficiência Técnica, Variação Tecnológica, Variação na Eficiência Técnica Pura e Variação na Eficiência de Escala Média de 1985 a 1998



Fonte:

Observa-se também que os ganhos de eficiência técnica pura são os que menos contribuem para os ganhos em produtividade. Neste sentido, o efeito da aproximação dos estados na direção da fronteira tecnológica do país (efeito *catching up*) é irrelevante. Intuitivamente podemos afirmar que esse efeito revela a capacidade de absorção da tecnologia disponível e que se difunde no território nacional. Como foi visto, os valores do teste de liderança tecnológica nacional parecem convergir ao longo do tempo, ou seja, podemos inferir que no longo prazo não haverá grandes diferenças de capacitação tecnológica entre as regiões. Entretanto, como revelam os resultados desta seção, a absorção desta capacidade tecnológica é menos intensa quando comparada com a velocidade de difusão tecnológica.

No apêndice nós apresentamos os dados ano a ano desagregados por região. A tabela A3 mostra os resultados obtidos para o índice de produtividade total e seus componentes no período de 1985 a 1998. Além disso, os gráficos A1 a A25 mostram as trajetórias do índice de produtividade total e seus componentes desagregados por região, através dos quais se confirma o que se observa no gráfico 6 acima, ou seja, os ganhos em produtividade total se devem muito às variações tecnológicas do à qualquer outro componente do índice de Malmquist, em todas as regiões brasileiras. Assim podemos concluir, com base na análise desagregada, o que já dissemos com base no gráfico 6: a capacidade de absorção de novas tecnologias ocorre com intensidade menor relativamente a difusão tecnológica no país.

Uma outra maneira de verificarmos as asserções feitas nos parágrafos anteriores é realizar testes de convergência sobre o índice de Malmquist e seus componentes entre os estados brasileiros. Isto é feito estimando-se equações lineares que relacionam as taxas de crescimento dessas variáveis ao longo do tempo e os níveis observados no início do período. Se as equações estimadas apresentam uma relação inversa e significativa entre a taxa de crescimento e o nível inicial da variável sob questão, então há convergência.

Inicialmente realizamos as estimações utilizando variáveis *dummy* para diferenciar as regiões brasileiras. No entanto os parâmetros dessas variáveis foram não significativos. Assim sendo, as equações estimadas foram definidas como segue.

$$\ln(y(T)/y(0)) = \alpha + \beta \ln(y(0)) + \varepsilon \quad (V.7)$$

onde  $y(T)/y(0)$  é a razão da variável observada no final e início do período. O logaritmo natural dessa razão nos dá a taxa de crescimento da variável no período da análise;  $\alpha$  e  $\beta$  são os parâmetros desconhecidos a serem estimados e  $\varepsilon$  é um erro esférico normalmente distribuído com média zero e variância constante.

Os resultados dos testes de convergência e o gráfico de dispersão relacionando as taxas de crescimento e o nível inicial da produtividade total, variação da eficiência técnica, variação da eficiência técnica pura, variação da eficiência de escala e variação tecnológica, são apresentados a seguir nos gráficos 6, 7, 8, 9 e 10. Estes testes são realizados utilizando uma amostra dos 25 estados brasileiros

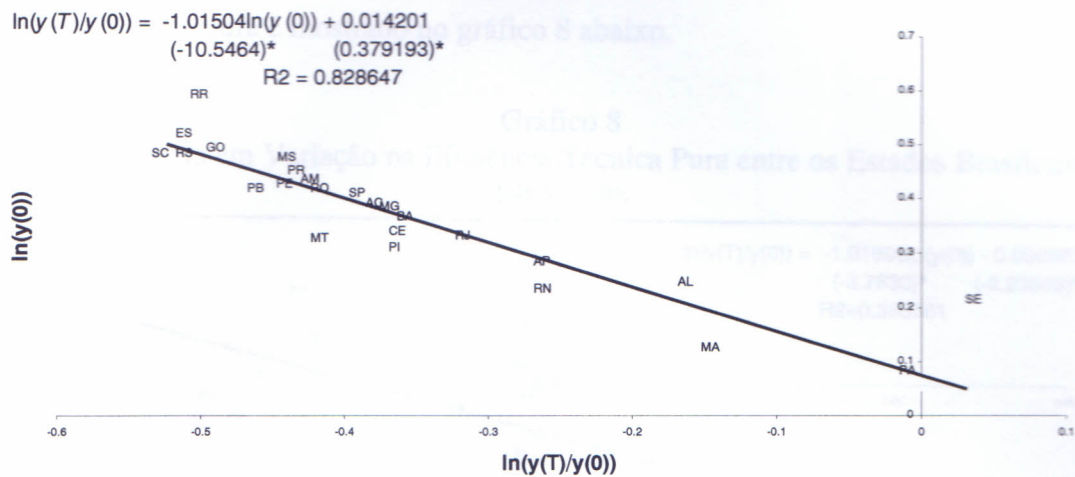
Podemos observar pelo resultado no gráfico 6 abaixo que a taxa de crescimento da produtividade relaciona-se inversamente com o nível inicial de produtividade confirmando a convergência dessa variável entre os estados brasileiros.



A mesma análise é feita para as componentes do índice de Malmquist. O teste de convergência para a variação de eficiência técnica é mostrada no gráfico 7.

Gráfico 6

Convergência em Índice de Produtividade Total de Malmquist entre os Estados Brasileiros 1985-1998

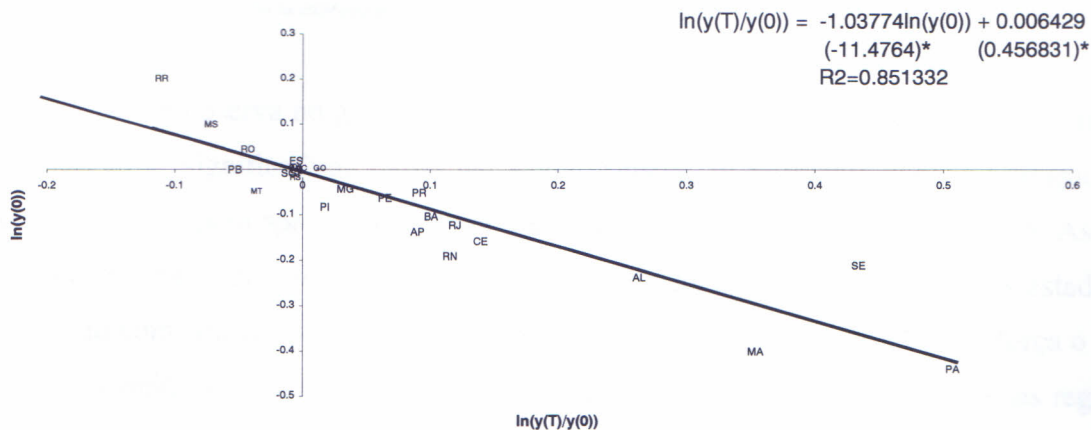


\* Estatística  $t$  ao nível crítico de 0,05.

Nota: A variável  $y(t)$  se refere ao índice de produtividade total de Malmquist no período  $t$ .

Gráfico 7

Convergência em Variação na Eficiência Técnica entre os Estados Brasileiros 1985-1998



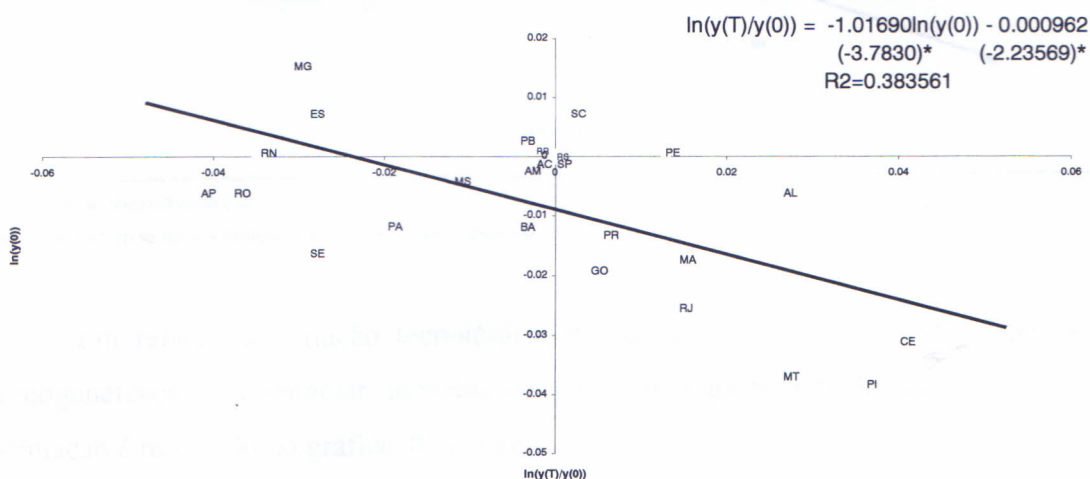
Estatística  $t$  ao nível crítico de 0,05

.Nota: A variável  $y(t)$  se refere à variação da eficiência técnica observada no período  $t$ .

Podemos observar novamente que o coeficiente angular estimado é negativo e significativo, ou seja, os estados brasileiros também estão convergindo em eficiência

técnica. Pode parecer a primeira vista que este resultado vai de encontro com o que havíamos afirmado sobre a absorção desigual de novas tecnologias entre os estados brasileiros. No entanto, o que de fato comprovará ou não absorção desigual de novas tecnologias é a análise de convergência em eficiência técnica pura que isola do efeito de escala a variação da eficiência técnica. O resultado da análise de convergência em eficiência técnica pura é mostrado no gráfico 8 abaixo.

**Gráfico 8**  
**Convergência em Variação na Eficiência Técnica Pura entre os Estados Brasileiros**  
**1985-1998**



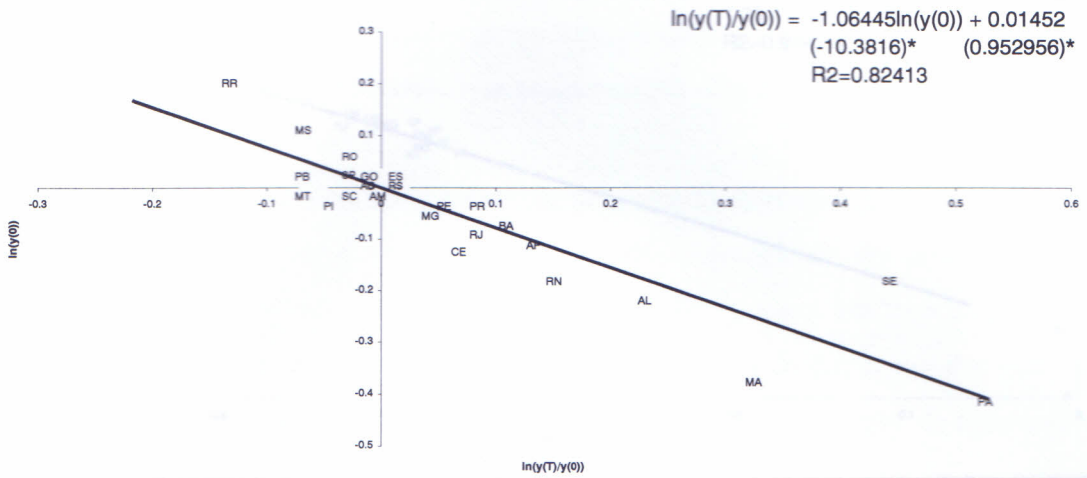
\* Estatística  $t$  ao nível crítico de 0,05

Nota: A variável  $y(t)$  se refere à variação da eficiência técnica pura observada no período  $t$ .

O que se observa no gráfico 8 acima é que apesar de o coeficiente angular estimado ser negativo e significativo, indicando convergência, o resultado para a variação na eficiência técnica pura apresenta o menor ajuste para a reta estimada com  $R^2 = 0,38$ . Assim, embora esteja havendo convergência dessa variável o grau de dispersão entre os estados é elevado em comparação com as demais estimações realizadas. Este resultado reforça o fato de que a capacidade de absorção de novas tecnologias evoluiu de forma desigual nas regiões brasileiras.

Em relação à convergência de variação da eficiência de escala, cujos resultados são mostrados no gráfico 9 abaixo, observa-se que existe convergência também em eficiência de escala entre os estados brasileiros.

Convergência em Variação da Eficiência de Escala entre os Estados Brasileiros  
1985-1998



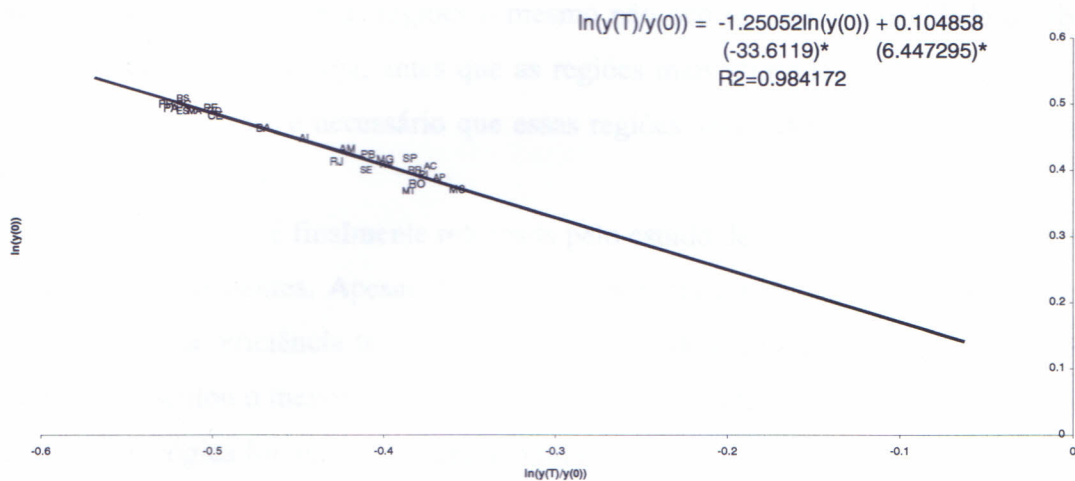
\* Estatística  $t$  ao nível crítico de 0,05

Nota: A variável  $y(t)$  se refere à variação da eficiência de escala observada no período  $t$ .

Em relação à variação tecnológica, o teste confirma a nossa afirmação sobre a homogeneização do patamar tecnológico entre as regiões brasileiras. O resultado da estimação é mostrado no gráfico 10 a seguir.

Podemos observar que os resultados acima confirmam o que já havíamos concluído com a aplicação do teste de liderança tecnológica: as regiões brasileiras tendem a se tornar homogêneas quanto ao patamar tecnológico. Neste sentido, concluímos novamente que as demais regiões brasileiras tendem a alcançar o patamar tecnológico da região Sul que possui a tecnologia de referência do país. No entanto, a absorção de novas tecnologias acontece de forma desigual entre as regiões visto que a análise de convergência em eficiência técnica pura apresenta o maior grau de dispersão entre os estados. Em outras palavras, incentivos para atrair indústrias mais modernas para regiões mais atrasadas tendem a gerar benefícios menores caso não se prepare adequadamente os fatores de produção nessas regiões.





Estatística t ao nível crítico de 0,05. Nota: A variável  $y(t)$  se refere à variação tecnológica observada no período  $t$ .

## VI – Conclusões

Os resultados obtidos, nas seções anteriores, mostram que as regiões mais eficientes do país no uso dos fatores de produção são Norte, Sudeste e Sul. É importante ressaltar que o fato de tais regiões tangenciarem a fronteira tecnológica nacional nos pontos de eficiência plena, não implica que são as que de fato determinam a tecnologia de referência do país, mas sim, que são as mais eficientes no uso da tecnologia de que dispõe.

Em relação ao teste de liderança tecnológica, observamos que a região Sul é quem determina o padrão tecnológico do país e a região Norte que, apesar de ser eficiente no uso da tecnologia a sua disposição, apresenta a maior defasagem tecnológica com relação ao padrão do país que é determinado pela região Sul.

Através de um teste de convergência para os resultados do teste de liderança, verificamos que as tecnologias das demais regiões tendem a convergir para o mesmo patamar tecnológico da região Sul, ou seja, podemos inferir que no longo prazo é de se esperar que as desigualdades regionais do potencial tecnológico para a produção de bens e serviços sejam cada vez menores entre as regiões brasileiras.

Além disso, os ganhos de produtividade dos estados brasileiros são explicados muito mais pela variação tecnológica que pela variação de eficiência pura, o que reforça a conclusão apresentada no parágrafo anterior. O fato da menor importância da variação de

eficiência técnica pura em explicar os ganhos de produtividade das regiões brasileiras, nos revela um problema interessante: embora possa haver uma redução da desigualdade do potencial tecnológico entre as regiões o mesmo não ocorre com a capacidade de absorção de novas tecnologias, ou seja, antes que as regiões mais atrasadas tenham acesso a novos processos de produção, é necessário que essas regiões sejam devidamente preparadas para absorver tais processos.

Esta conclusão é finalmente reforçada pelo estudo de convergência da produtividade total e seus componentes. Apesar de estar havendo convergência em produtividade total, eficiência técnica, eficiência técnica pura, eficiência de escala e em tecnologia, a terceira foi quem apresentou o menor poder de ajuste e o maior nível de dispersão. Por outro lado, a variação tecnológica foi quem apresentou o maior grau de ajuste no teste de convergência.

## Bibliografia

1. Aczél, J. (1990). Determining Merged Relative Scores, *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, July 1990, 150(1).
2. Afriat, S.N. (1972). Efficiency Estimation of Production Functions. *International Economic Review*, 13, pp. 568-598.
3. Aigner, D., Lovell, C.A. K. and Schmidt (1977). Formulation and Estimation of Stochastic Frontier Production Function Models, *Journal of Econometrics*, 1977, 6, pp. 21-37.
4. Ali, A.I. and L.M. Seiford. The Mathematical Programming Approach to Efficiency Analysis. em Fried, H.O., C.A.K. Lovell and S.S. Schmidt (eds.), *The Measure of Productive Efficiency: Techniques and Applications*, Oxford University Press, New York, pp. 120-159.
5. Arrow, Kenneth J.; Hurwicz, Leonid and Hirofumi Uzawa (1958). *Studies in Linear and Non-Linear Programming*, Stanford, California: Stanford University Press, 1958
6. Battese, G.E. and T.J. Coelli (1992). Frontier Production Function, Technical Efficiency and Panel Data: With Applications to Paddy Farmers in India. *Journal of Productivity Analysis*, 3, pp. 153-169.
7. Battese, G.E. and T.J. Coelli (1995). A Model for Technical Efficiency Effects in a Stochastic Frontier Production Function for Panel Data. *Empirical Economics*, 20, pp. 325-332.
8. Battese, G.E., D.S. Prasada and Dedi Walujadi (2001). Technical Efficiency and Productivity Potential of Garment Firms in Different Regions in Indonesia: A Stochastic Frontier Using Time-varying Inefficiency Model a Metaproduction Frontier. *CEPA Working Papers*, 7/2001, University of New England, Armidale, Australia.



9. Blackorby, C and R. Russell (1999). Aggregation of Efficiency Indices , *Journal of Productivity Analysis* , 1999 , 12(1) , pp. 5-20
10. Boles, J.N. (1966). Efficiency Squared – Efficiency Computation of Efficiency Indexes. *Proceedings of the 39<sup>th</sup> Annual Meeting of the Western Farm Economics Association*, pp. 137-142.
11. Caves , Douglas W.; Christensen, Laurits R. e Diewert, W. Erwin (1982a). Multilateral Comparisons of Output, Input and Productivity Using Superlative Index Numbers . *Economic Journal*, Março 1982a, 92(365), pp. 73-86
12. \_\_\_\_\_ (1982b). The Economic Theory of Index Numbers and The Measurement of Input, Output, and Productivity. *Econometrica* 1982b, 50(6), pp. 1393-1414
13. Chambers , Robert G. ; Chung Yangho and Rolf Färe (1996). Benefit and Distance Functions . *Journal of Economic Theory* , August 1996 , 70(2) , pp. 407-419.
14. Charnes A., W.W. Cooper and E. Rhodes (1978). Measuring The Efficiency of Decision Making Units . *European Journal of Operational Research*, 2, pp. 429-444.
15. Charnes, A., W.W. Cooper, A.Y. Lewin and L.M. Seiford (1995). *Data Envelopment Analysis: Theory, Methodology and Applications*, Kluwer Academic Publishers, Boston.
16. Chavas , Jean-Paul e Cox , Thomas L (1990). A Non-Parametric Analysis of Productivity: The Case of U.S and Japanese Manufacturing . *American Economic Review* , June 1990 , 80(3) , pp. 450-64.

17. Coelli , Tim (1996). A Guide to DEAP Version 2.1: A Data Development Analysis ( Computer Program ) . CEPA Working Paper 96/08 , University of New England , Armidale , Australia.
18. Coelli , Tim, Rao, D.S.P. and G.E. Battese (1998). *An Introduction to Efficiency and Productivity Analysis*, Kluwer Academic Publishers, Massachusetts.
19. Cooper , William W. ; Seiford , Lawrence M. and Kaoru Tone (2000). *Data Envelopment Analysis: A Comprehensive Text with Models , Applications , References and DEA-Solver Software* , Norwell , Mass.: Kluwer Academic Publishers , 2000.
20. Deaton, Angus (1979). The Distance Functions and Consumer Behavior with Applications to Index Numbers and Optimal Taxation . *Review of Economic Studies* , July 1979 , 46(3) , pp. 391-405.
21. Debreu, Gerard (1951). The Coefficient of Resource Utilization. *Econometrica*, 16, pp. 273-292
22. \_\_\_\_\_(1959). *Theory of Value* . Chelsea , Michigan : BookCrafters .
23. Färe , Rolf and C.A . Lovell (1978). Measuring the Technical Efficiency of Production. *Journal of Economic Theory*, 19, pp. 150-162
24. Färe, Rolf; Grosskopf, Shawna and C.A. Lovell (1985). *The Measurement of Efficiency of Production* Boston Mass.: Kluwer Academic Publishers.
25. Färe, Rolf; Grosskopf, Shawna and C.A. Lovell (1994). *Production Frontiers*, Cambridge University Press, Cambridge.
26. Färe, Rolf; Grosskopf, Shawna (1994). Productivity Growth, and Efficiency Change in Industrialized Countries. *American Economic Review*, March 1994, 84(1), pp. 66-83.

27. Färe, Rolf; Grosskopf, Shawna (2000). Theory and Applications of Directional Distance Functions. *Journal of Productivity Analysis*, 13, 2000, pp. 93-103.
28. Färe ,Rolf and Valentin Zelenyuk (2000). On Aggregate Farrel Afficiency Scores . *Working Paper Series* , Oregon Sate University , Corvallis , Oregon, 2000.
29. Farrell , Michael J (1957). The Measurement of Productivity Efficiency . *Journal of the Royal Statistical Society* , 1957 , Series A,General , 120(3) , pp. 253-82.
30. Goldman , A .J. and A . W. Tucker (1956). Theory of Linear Progaming , in Kuhn , H.W. and A .W. Tucker (eds) , *Linear Inequalities and Related Systems* , Princeton NJ : Annals of Mathematics Studies , Princeton University Press , 1956 .
31. Gunaratne ,L.H.P. and Leung P.S (1996). Asian Black Tiger Srimp Industry : A Productivity Analysis . Paper presented at the Second Biennial Georgia Productivity Workshop , University of Georgia , Athens , November 1-3, 1996.
32. Hayami , Y (1969). Sources of Agricultural Gap Among Selected Coutries . *American Journal of Agricultural Economics* , 1969 , 51 , pp. 564-575
33. Hayami, Y and Ruttan , V.W. (1970). Agricultural Productivity Differences Among Countries , *American Economic Revirew* , 1970 , 69 , pp. 895-911
34. \_\_\_\_\_(1971).*Agricultural Developtments : An International Perspective* , Baltimore : Johns Hopkins University Press , 1971
35. Intriligator , Michael D. (1971). *Mathematical Optimazition and Economic Theory* . Englewood Cliffs , NJ : Prentice-Hall , 1971.
36. Kopp , R.J (1981). The Measurement of of Productive Efficiency : A Reconsideration . *Quartely Journal of Economics* , 96(1981) , pp. 477-503.



37. Lau , L.J. and Yotopoulos , P.A (1989). The Metaproduction Function approach ro Technological Change in World Agriculture , *Journal of Devolopment Economics* , 1989 , 31, pp. 241-269
38. Luenberger, D.G. (1992a). Benefit Functions and Duality. *Journal of Mathematical Economics*, 21, pp. 461-481.
39. Luenberger, D.G. (1992b). New Optimality Principles for economic Efficiency and Equilibrium. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 75, pp. 221-264.
40. Luenberger, D.G. (1994a). Dual Pareto. *Journal of Economic Theory*, 62, pp. 70-85.
41. Luenberger, D.G. (1994b). Optimality and Theory of Value, *Journal of Economic Theory*, 63, pp. 147-169.
42. Lovell, C.A.K. (1993). Production Frontiers and Productive Efficiency, em Fried, H.O., C.A.K. Lovell and S.S.Schmidt (eds.), *The Measure of Productive Efficiency: Techiques and Applications*, Oxford University Press, New York, pp. 3-67.
43. Lovell, C.A.K. (1994). Linear Programming Approaches to the Measurement and Analysis of Productive Efficiency. *Top*, 2, pp. 175-248.
44. Malmqist, Sten (1953). Index Numbers and Indifference Surfaces. *Trabajos de Estadística* , 1953 , 4(1) , pp. 209-42.
45. Marinho, E.L. e Barreto, F.A.F.D (2000). Avaliação do Crescimento da Produtividade e Progresso Tecnológico dos Estados do Nordeste com o uso da Fronteira de Produção Estocástica. *Pesquisa e Planejamento Econômico*, 2000, 30(3), pp. 427-452
46. Marinho, E.L. e Soares, F.A (2000). Produtividade, Variação Tecnológica e Variação da Eficiência Técnica das Regiões e Estados Brasileiros. *Anais ANPEC XXIX*.

47. Lima, Adalberto (2001). Abertura Comercial, BNDES e Produtividade da Indústria Brasileira: Uma Abordagem Setorial Utilizando a Teoria da Fronteira Estocástica. Dissertação de Mestrado, CAEN-Universidade Federal do Ceará.
48. Moorsteen , Richard H. (1961). On Measuring Productive Potential and Relative Efficiency . *Quartely Journal of Economics* , 75(1961) , pp. 451-467
49. Mundlak, Y. and R.Hellinghausen (1982). The Intercountry Agricultural Production Function: Another View. *American Journal of Agricultural Economics*, 64, pp.664-672.
50. Ruttan, V.W., Binswanger, H.P., Hayami, Y., Wade, W.W. and Weber A. (1978). Factor Productivity and Growth: A Historical Interpretation, em H.P.Binswnger and V.W.Ruttan (eds), *Induced Innovation: Technology, Institution, and Developments*, Johns Hopkins University Press, Baltimore.
51. Samuelson,P.A. (1947). *Foundations of Economic Analisis* , Cambridge , Mass.: Harvard University Press , 1947 .
52. Seiford, L.M. and R.M.Thrall (1990). Recent Developments in DEA: The Mathematical Approach to Frontier Analysis. *Journal of Econometrics*, 46, pp. 7-38
53. Seiford, L.M. (1996). Data Envelopment Analysis: The Evolution of the State of the Art (1978-1995). *Journal of Productivity Analysis* , 7, pp. 99-138.
54. Sharma, K.R. and Leung P.S. (2000). Technical Efficiency for Carp Pond Culture in South Asia: An Application of Stochastic Meta-Production Frontier Model. *Aquaculture Economics and Management*, 4, pp.169-189.
55. Shepard, Ronald W.(1970). *Theory of cost and production function* . Princeton , NJ: Princeton University Press , 1970.
56. Varian, Hal R. (1984) *The Nonparametric Approach to Production Analysis* .

### 3.2. Axioma da Agregada de Blackorby-Russel

Este trabalho considera o axioma da indicação agregada de Blackorby-Russel para uma coleção de firmas no contexto da maximização da receita. A versão reformulada de Färe e Zelenyuk (2000) para a produção de um produto utilizando múltiplos insumos. Neste sentido, a versão reformulada de Blackorby-Russel para eficiência técnica estabelece que:

$$\text{Eficiência Técnica} = \frac{Y^*}{Y^* \alpha^*} = \frac{Y^*}{Y^* \alpha^*}$$

onde  $\alpha^*$  é definido por:

$$\alpha^* = \min_{\alpha} \left\{ \sum_{i=1}^n \alpha_i x_i \mid \sum_{i=1}^n \alpha_i x_i \geq Y^* \right\} \quad (1)$$

$$\alpha^* = \min_{\alpha} \left\{ \sum_{i=1}^n \alpha_i x_i \mid \sum_{i=1}^n \alpha_i x_i \geq Y^* \right\} \quad (2)$$

onde  $\alpha^*$  é definido por:

$$\alpha^* = \min_{\alpha} \left\{ \sum_{i=1}^n \alpha_i x_i \mid \sum_{i=1}^n \alpha_i x_i \geq Y^* \right\} \quad (3)$$

$$\alpha^* = \min_{\alpha} \left\{ \sum_{i=1}^n \alpha_i x_i \mid \sum_{i=1}^n \alpha_i x_i \geq Y^* \right\} \quad (4)$$

$$\alpha^* = \min_{\alpha} \left\{ \sum_{i=1}^n \alpha_i x_i \mid \sum_{i=1}^n \alpha_i x_i \geq Y^* \right\} \quad (5)$$



**A1 – Axioma da Indicação Agregada de Blackorby-Russel**

Originalmente o axioma da indicação agregada de Blackorby-Russel se refere a agregação da eficiência de firmas no contexto da maximização da receita<sup>22</sup>. Neste trabalho, nós utilizamos a versão reformulada de Färe e Zelenyuk (2000) para tecnologias que produzem um único produto utilizando múltiplos insumos. Neste sentido, o axioma da indicação agregada de Blackorby-Russel para eficiência técnica estabelece que:

$$\text{Eficiência Técnica} = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{D_o^k(x^k, y^k)} = 1, k = 1, \dots, K$$

**A2 – Prova da proposição 3**

Para simplificar a notação, façamos  $\mathbf{u} = \theta^N \times \left( \frac{x_1^N}{y^N}, \frac{x_2^N}{y^N} \right)$  e  $\mathbf{v} = \theta^{R_p} \times \left( \frac{x_1^{R_p}}{y^{R_p}}, \frac{x_2^{R_p}}{y^{R_p}} \right)$ . Seja  $\alpha$  o

ângulo formado pelos vetores  $\mathbf{u}$  e  $\mathbf{v}$ , assim temos que  $\cos \alpha = \frac{\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle}{\|\mathbf{u}\| \|\mathbf{v}\|}$ . Por outro lado, se

fizermos  $\mathbf{n} = \text{proj}_{\mathbf{v}} \mathbf{u}$  (a projeção ortogonal de  $\mathbf{u}$  sobre  $\mathbf{v}$ ), resulta que  $\cos \alpha = \frac{\|\mathbf{n}\|}{\|\mathbf{u}\|}$  e

conseqüentemente  $\|\mathbf{n}\| = \|\mathbf{u}\| \frac{\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle}{\|\mathbf{u}\| \|\mathbf{v}\|} = \frac{\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle}{\|\mathbf{v}\|}$ . O teste proposto estabelece que

$$\mu_{R_p} = \frac{\|\mathbf{n}\|}{\|\mathbf{v}\|} = \frac{\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle}{\|\mathbf{v}\|^2} = \frac{\theta^N \theta^{R_p}}{y^N y^{R_p}} \frac{\langle \mathbf{x}^{R_p}, \mathbf{x}^N \rangle}{(\theta^{R_p})^2 \|\mathbf{x}^{R_p}\|^2} = \frac{\theta^N}{\theta^{R_p}} \times \frac{\langle \mathbf{x}^{R_p}, \mathbf{x}^N \rangle}{\|\mathbf{x}^{R_p}\|^2} \times \frac{y^{R_p}}{y^N}.$$

<sup>22</sup> Ver Färe e Zelenyuk (2000) para detalhes.

### A3 – Resultados Desagregados

#### Eficiência Técnica dos Estados por Regiões Brasileiras no Período de 1985-1998

| Região Norte |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|--------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
|              | 1985 | 1986 | 1987 | 1988 | 1989 | 1990 | 1991 | 1992 | 1993 | 1994 | 1995 | 1996 | 1997 | 1998 |
| RO           | 0.88 | 0.92 | 0.85 | 0.69 | 0.89 | 1.00 | 1.00 | 0.89 | 0.81 | 0.94 | 0.97 | 0.87 | 0.94 | 0.94 |
| AC           | 1.00 | 1.00 | 0.96 | 0.88 | 0.88 | 0.92 | 0.94 | 0.96 | 0.78 | 0.85 | 1.00 | 0.97 | 1.00 | 1.00 |
| AM           | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 |
| RR           | 0.76 | 0.94 | 0.95 | 1.00 | 1.00 | 0.94 | 0.97 | 0.84 | 0.54 | 0.51 | 0.62 | 0.60 | 0.56 | 0.61 |
| PA           | 1.00 | 1.00 | 0.97 | 0.95 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 |
| AM           | 0.60 | 0.53 | 0.55 | 0.66 | 0.92 | 0.68 | 0.61 | 0.69 | 0.47 | 1.00 | 0.75 | 0.71 | 0.84 | 0.82 |

| Região Nordeste |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|-----------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
|                 | 1985 | 1986 | 1987 | 1988 | 1989 | 1990 | 1991 | 1992 | 1993 | 1994 | 1995 | 1996 | 1997 | 1998 |
| MA              | 0.35 | 0.29 | 0.24 | 0.27 | 0.27 | 0.24 | 0.22 | 0.23 | 0.23 | 0.24 | 0.24 | 0.27 | 0.27 | 0.26 |
| PI              | 0.91 | 1.00 | 1.00 | 0.99 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 |
| CE              | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 0.99 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 0.99 | 1.00 | 0.97 |
| RN              | 0.81 | 0.82 | 0.84 | 0.83 | 0.92 | 0.78 | 0.84 | 0.84 | 0.84 | 0.76 | 0.71 | 0.69 | 0.72 | 0.69 |
| PB              | 0.75 | 0.91 | 0.90 | 0.94 | 0.93 | 1.00 | 0.97 | 0.96 | 0.94 | 0.94 | 0.88 | 0.91 | 0.86 | 0.82 |
| PE              | 0.98 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 |
| AL              | 0.82 | 0.78 | 0.90 | 0.41 | 0.37 | 0.44 | 0.38 | 0.36 | 0.37 | 0.36 | 0.37 | 0.38 | 0.39 | 0.41 |
| SE              | 1.00 | 1.00 | 0.83 | 0.69 | 0.65 | 0.67 | 0.71 | 0.75 | 0.75 | 0.64 | 0.62 | 0.60 | 0.61 | 0.77 |
| BA              | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 |

| Região Sudeste |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|----------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
|                | 1985 | 1986 | 1987 | 1988 | 1989 | 1990 | 1991 | 1992 | 1993 | 1994 | 1995 | 1996 | 1997 | 1998 |
| RO             | 0.88 | 0.92 | 0.85 | 0.69 | 0.89 | 1.00 | 1.00 | 0.89 | 0.81 | 0.94 | 0.97 | 0.87 | 0.94 | 0.94 |
| AC             | 1.00 | 1.00 | 0.96 | 0.88 | 0.88 | 0.92 | 0.94 | 0.96 | 0.78 | 0.85 | 1.00 | 0.97 | 1.00 | 1.00 |
| AM             | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 |
| RR             | 0.76 | 0.94 | 0.95 | 1.00 | 1.00 | 0.94 | 0.97 | 0.84 | 0.54 | 0.51 | 0.62 | 0.60 | 0.56 | 0.61 |
| PA             | 1.00 | 1.00 | 0.97 | 0.95 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 |
| AM             | 0.60 | 0.53 | 0.55 | 0.66 | 0.92 | 0.68 | 0.61 | 0.69 | 0.47 | 1.00 | 0.75 | 0.71 | 0.84 | 0.82 |

| Região Sul |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
|            | 1985 | 1986 | 1987 | 1988 | 1989 | 1990 | 1991 | 1992 | 1993 | 1994 | 1995 | 1996 | 1997 | 1998 |
| PR         | 0.84 | 0.80 | 0.82 | 0.77 | 0.82 | 0.91 | 0.90 | 0.80 | 0.76 | 0.80 | 0.82 | 0.84 | 0.85 | 0.88 |
| SC         | 0.64 | 0.64 | 0.64 | 0.64 | 0.76 | 0.75 | 0.73 | 0.73 | 0.64 | 0.67 | 0.69 | 0.71 | 0.69 | 0.68 |
| RS         | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 |

| Região Centro-Oeste |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|---------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
|                     | 1985 | 1986 | 1987 | 1988 | 1989 | 1990 | 1991 | 1992 | 1993 | 1994 | 1995 | 1996 | 1997 | 1998 |
| MS                  | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 0.98 | 1.00 | 0.99 | 0.93 | 0.87 | 0.79 | 0.93 | 0.97 | 0.92 | 0.90 | 0.94 |
| MT                  | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 |
| GO                  | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 |

Eficiências Técnicas dos Estrados Brasileiros no período de 1985 a 1998

|    | 1985 | 1986 | 1987 | 1988 | 1989 | 1990 | 1991 | 1992 | 1993 | 1994 | 1995 | 1996 | 1997 | 1998 |
|----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| RO | 0.88 | 0.92 | 0.85 | 0.69 | 0.89 | 1.00 | 1.00 | 0.89 | 0.81 | 0.94 | 0.97 | 0.87 | 0.94 | 0.94 |
| AC | 1.00 | 1.00 | 0.96 | 0.88 | 0.88 | 0.92 | 0.94 | 0.96 | 0.78 | 0.85 | 1.00 | 0.97 | 1.00 | 1.00 |
| AM | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 |
| RR | 0.76 | 0.94 | 0.95 | 1.00 | 1.00 | 0.94 | 0.97 | 0.84 | 0.54 | 0.51 | 0.62 | 0.60 | 0.56 | 0.61 |
| PA | 0.65 | 0.42 | 0.38 | 0.36 | 0.45 | 0.40 | 0.36 | 0.27 | 0.35 | 0.37 | 0.32 | 0.28 | 0.29 | 0.31 |
| AP | 0.60 | 0.53 | 0.55 | 0.66 | 0.92 | 0.68 | 0.61 | 0.69 | 0.47 | 1.00 | 0.75 | 0.71 | 0.84 | 0.82 |
| MA | 0.25 | 0.17 | 0.16 | 0.16 | 0.15 | 0.16 | 0.15 | 0.13 | 0.13 | 0.14 | 0.15 | 0.17 | 0.18 | 0.17 |
| PI | 0.63 | 0.59 | 0.65 | 0.52 | 0.54 | 0.56 | 0.66 | 0.56 | 0.50 | 0.62 | 0.71 | 0.72 | 0.73 | 0.69 |
| CE | 0.80 | 0.69 | 0.70 | 0.67 | 0.63 | 0.63 | 0.75 | 0.71 | 0.63 | 0.72 | 0.77 | 0.76 | 0.80 | 0.78 |
| RN | 0.56 | 0.47 | 0.50 | 0.44 | 0.46 | 0.42 | 0.50 | 0.46 | 0.40 | 0.45 | 0.47 | 0.44 | 0.48 | 0.45 |
| PB | 0.51 | 0.51 | 0.53 | 0.50 | 0.47 | 0.54 | 0.58 | 0.53 | 0.46 | 0.55 | 0.58 | 0.57 | 0.57 | 0.55 |
| PE | 0.60 | 0.57 | 0.71 | 0.63 | 0.60 | 0.70 | 0.81 | 0.72 | 0.66 | 0.71 | 0.79 | 0.80 | 0.81 | 0.83 |
| AL | 0.56 | 0.45 | 0.52 | 0.27 | 0.23 | 0.27 | 0.28 | 0.26 | 0.22 | 0.25 | 0.27 | 0.27 | 0.29 | 0.30 |
| SE | 0.69 | 0.56 | 0.49 | 0.37 | 0.33 | 0.36 | 0.42 | 0.41 | 0.36 | 0.38 | 0.40 | 0.38 | 0.40 | 0.51 |
| BA | 0.55 | 0.50 | 0.51 | 0.53 | 0.50 | 0.56 | 0.61 | 0.53 | 0.51 | 0.52 | 0.56 | 0.55 | 0.57 | 0.58 |
| MG | 0.58 | 0.56 | 0.56 | 0.53 | 0.57 | 0.52 | 0.56 | 0.54 | 0.54 | 0.59 | 0.58 | 0.60 | 0.60 | 0.60 |
| ES | 0.38 | 0.39 | 0.34 | 0.35 | 0.39 | 0.46 | 0.51 | 0.49 | 0.44 | 0.50 | 0.57 | 0.54 | 0.56 | 0.57 |
| RJ | 0.94 | 0.83 | 0.80 | 0.82 | 0.78 | 0.77 | 0.97 | 0.91 | 0.88 | 0.89 | 0.90 | 0.91 | 0.92 | 0.92 |
| SP | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 |
| PR | 0.83 | 0.79 | 0.81 | 0.77 | 0.81 | 0.90 | 0.88 | 0.79 | 0.74 | 0.79 | 0.81 | 0.83 | 0.84 | 0.87 |
| SC | 0.61 | 0.61 | 0.60 | 0.60 | 0.72 | 0.69 | 0.68 | 0.69 | 0.59 | 0.63 | 0.66 | 0.67 | 0.66 | 0.66 |
| RS | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 |
| MS | 0.65 | 0.72 | 0.64 | 0.59 | 0.61 | 0.57 | 0.60 | 0.57 | 0.45 | 0.59 | 0.63 | 0.58 | 0.63 | 0.65 |
| MT | 0.79 | 0.76 | 0.70 | 0.76 | 0.72 | 0.65 | 0.74 | 0.78 | 0.63 | 0.71 | 0.70 | 0.71 | 0.76 | 0.70 |
| GO | 0.63 | 0.63 | 0.58 | 0.55 | 0.46 | 0.56 | 0.65 | 0.59 | 0.53 | 0.60 | 0.61 | 0.61 | 0.66 | 0.67 |



Resultados Desagregados para o Índice de produtividade total de Malmquist, Variação da Eficiência Técnica, Variação da Eficiência Técnica Pura, Variação da Eficiência de Escala e Variação Tecnológica.

Índice de Produtividade Total de Malmquist

|           | 85/86  | 86/87  | 87/88  | 88/89  | 89/90  | 90/91  | 91/92  | 92/93  | 93/94  | 94/95  | 95/96  | 96/97  | 97/98  |
|-----------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| <b>NO</b> |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
| RO        | 1.5370 | 0.5320 | 0.5530 | 0.9590 | 1.9880 | 0.7460 | 0.7470 | 0.8450 | 2.3220 | 1.3230 | 1.0240 | 0.9730 | 1.0080 |
| AC        | 1.4850 | 0.5460 | 0.6460 | 0.7420 | 1.8280 | 0.7580 | 0.8490 | 0.7560 | 2.5050 | 1.4390 | 1.0060 | 0.9870 | 1.0200 |
| AM        | 1.5390 | 0.5950 | 0.6790 | 0.7480 | 1.6060 | 0.8150 | 0.8740 | 0.9290 | 1.9600 | 1.3510 | 1.1720 | 0.9050 | 1.0070 |
| RR        | 1.8300 | 0.5750 | 0.7730 | 0.7390 | 1.5930 | 0.7650 | 0.7220 | 0.5990 | 2.1550 | 1.4770 | 1.0000 | 0.8940 | 1.1120 |
| PA        | 1.0600 | 0.5090 | 0.6650 | 0.9760 | 1.3850 | 0.7380 | 0.7030 | 1.0150 | 2.4090 | 1.2040 | 0.9650 | 0.9810 | 1.0580 |
| AP        | 1.3040 | 0.5900 | 0.8330 | 1.0430 | 1.3040 | 0.6650 | 0.9400 | 0.6320 | 4.7000 | 0.9280 | 1.0340 | 1.1040 | 0.9960 |
| <b>NE</b> |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
| MA        | 1.1040 | 0.5320 | 0.7070 | 0.7520 | 1.5630 | 0.7760 | 0.8310 | 0.7560 | 2.5200 | 1.5150 | 1.2450 | 0.9930 | 0.9470 |
| PI        | 1.3710 | 0.6350 | 0.5430 | 0.7760 | 1.7140 | 0.9250 | 0.7380 | 0.8260 | 2.4260 | 1.4750 | 1.1770 | 0.9060 | 0.9510 |
| CE        | 1.4100 | 0.6030 | 0.6580 | 0.7160 | 1.5890 | 0.9840 | 0.8470 | 0.7400 | 2.4870 | 1.4920 | 1.1120 | 0.9880 | 0.9770 |
| RN        | 1.2460 | 0.6180 | 0.5870 | 0.8040 | 1.4260 | 0.9840 | 0.7940 | 0.7990 | 2.2540 | 1.4300 | 1.1020 | 1.0000 | 0.9520 |
| PB        | 1.5290 | 0.6020 | 0.6250 | 0.7140 | 1.7960 | 0.8850 | 0.7850 | 0.7860 | 2.4420 | 1.4350 | 1.1510 | 0.9140 | 0.9660 |
| PE        | 1.5540 | 0.7070 | 0.6110 | 0.7400 | 1.8280 | 0.9650 | 0.7980 | 0.7440 | 2.3890 | 1.5520 | 1.1410 | 0.9610 | 1.0050 |
| AL        | 1.2390 | 0.6890 | 0.3560 | 0.6490 | 1.8700 | 0.8520 | 0.8070 | 0.7380 | 2.4410 | 1.4860 | 1.1450 | 1.0100 | 1.0430 |
| SE        | 1.2280 | 0.5020 | 0.5050 | 0.6780 | 1.7230 | 0.9630 | 0.8460 | 0.7930 | 2.1310 | 1.4380 | 1.1030 | 0.9520 | 1.2670 |
| BA        | 1.4270 | 0.6040 | 0.7310 | 0.7340 | 1.7730 | 0.9190 | 0.8060 | 0.7640 | 2.3130 | 1.5400 | 1.0710 | 1.0100 | 0.9930 |
| <b>SE</b> |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
| MG        | 1.4530 | 0.6340 | 0.6480 | 0.7720 | 1.5990 | 0.9170 | 0.8490 | 0.7490 | 2.5150 | 1.5380 | 1.1350 | 0.9890 | 1.0040 |
| ES        | 1.6760 | 0.4950 | 0.7160 | 0.8630 | 1.8810 | 0.9130 | 0.8660 | 0.7330 | 2.5300 | 1.5800 | 1.0660 | 0.9760 | 1.0030 |
| RJ        | 1.3580 | 0.5970 | 0.7050 | 0.7000 | 1.7070 | 1.0530 | 0.8400 | 0.7530 | 2.3070 | 1.5270 | 1.1220 | 0.9880 | 0.9960 |
| SP        | 1.5120 | 0.6610 | 0.6980 | 0.5310 | 2.3610 | 0.8110 | 0.9010 | 0.7540 | 2.2360 | 1.7230 | 1.0950 | 1.0220 | 1.0250 |
| <b>SU</b> |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
| PR        | 1.5640 | 0.5760 | 0.6540 | 0.8370 | 1.6960 | 0.8150 | 0.8260 | 0.7350 | 2.4240 | 1.4290 | 1.1310 | 0.9660 | 1.0130 |
| SC        | 1.6440 | 0.5600 | 0.6900 | 0.9450 | 1.4870 | 0.8160 | 0.9220 | 0.6850 | 2.4030 | 1.4620 | 1.1210 | 0.9390 | 0.9740 |
| RS        | 1.6440 | 0.5650 | 0.6970 | 0.7980 | 1.5380 | 0.8390 | 0.9260 | 0.7870 | 2.3010 | 1.4190 | 1.0890 | 0.9660 | 0.9800 |
| <b>CO</b> |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
| MS        | 1.6170 | 0.5140 | 0.6160 | 0.7710 | 1.4720 | 0.8600 | 0.8180 | 0.7340 | 2.6530 | 1.4830 | 1.0810 | 0.9970 | 1.0420 |
| MT        | 1.3930 | 0.5320 | 0.7380 | 0.7090 | 1.4300 | 0.9220 | 0.9310 | 0.7520 | 2.1530 | 1.2850 | 1.1950 | 0.9590 | 0.9220 |
| GO        | 1.6460 | 0.5410 | 0.6500 | 0.6390 | 1.9410 | 0.9630 | 0.8030 | 0.7580 | 2.4500 | 1.4300 | 1.1320 | 1.0170 | 1.0050 |



Variação da Eficiência Técnica

|           | 85/86  | 86/87  | 87/88  | 88/89  | 89/90  | 90/91  | 91/92  | 92/93  | 93/94  | 94/95  | 95/96  | 96/97  | 97/98  |
|-----------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| <b>NO</b> |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
| RO        | 1.0520 | 0.9210 | 0.8180 | 1.2740 | 1.1300 | 1.0000 | 0.8940 | 0.9090 | 1.1510 | 1.0360 | 0.8980 | 1.0780 | 1.0030 |
| AC        | 1.0000 | 0.9620 | 0.9100 | 1.0020 | 1.0470 | 1.0240 | 1.0200 | 0.8140 | 1.0940 | 1.1710 | 0.9700 | 1.0310 | 1.0000 |
| AM        | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 |
| RR        | 1.2320 | 1.0130 | 1.0510 | 1.0000 | 0.9410 | 1.0330 | 0.8670 | 0.6450 | 0.9410 | 1.2150 | 0.9650 | 0.9350 | 1.0950 |
| PA        | 0.6470 | 0.8970 | 0.9620 | 1.2440 | 0.8920 | 0.8900 | 0.7670 | 1.2870 | 1.0580 | 0.8640 | 0.8780 | 1.0260 | 1.0790 |
| AP        | 0.8840 | 1.0310 | 1.2000 | 1.3990 | 0.7350 | 0.8980 | 1.1290 | 0.6800 | 2.1470 | 0.7480 | 0.9420 | 1.1880 | 0.9770 |
| <b>NE</b> |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
| MA        | 0.6730 | 0.9400 | 1.0230 | 0.9580 | 1.0070 | 0.9360 | 0.9060 | 0.9600 | 1.1080 | 1.0870 | 1.1310 | 1.0390 | 0.9650 |
| PI        | 0.9400 | 1.0990 | 0.8060 | 1.0290 | 1.0460 | 1.1700 | 0.8480 | 0.8890 | 1.2520 | 1.1450 | 1.0120 | 1.0120 | 0.9500 |
| CE        | 0.8630 | 1.0170 | 0.9550 | 0.9410 | 0.9890 | 1.1990 | 0.9500 | 0.8810 | 1.1500 | 1.0640 | 0.9870 | 1.0490 | 0.9840 |
| RN        | 0.8310 | 1.0680 | 0.8760 | 1.0640 | 0.9010 | 1.2060 | 0.9170 | 0.8720 | 1.1130 | 1.0430 | 0.9470 | 1.0880 | 0.9390 |
| PB        | 1.0060 | 1.0400 | 0.9330 | 0.9460 | 1.1430 | 1.0870 | 0.9110 | 0.8600 | 1.2040 | 1.0510 | 0.9880 | 1.0010 | 0.9540 |
| PE        | 0.9460 | 1.2450 | 0.8850 | 0.9460 | 1.1690 | 1.1690 | 0.8840 | 0.9110 | 1.0790 | 1.1100 | 1.0220 | 1.0150 | 1.0170 |
| AL        | 0.7960 | 1.1710 | 0.5240 | 0.8530 | 1.1620 | 1.0390 | 0.9060 | 0.8740 | 1.1350 | 1.0590 | 1.0050 | 1.0800 | 1.0430 |
| SE        | 0.8150 | 0.8670 | 0.7460 | 0.9130 | 1.0730 | 1.1790 | 0.9770 | 0.8640 | 1.0540 | 1.0740 | 0.9390 | 1.0590 | 1.2680 |
| BA        | 0.9080 | 1.0060 | 1.0490 | 0.9460 | 1.1200 | 1.0850 | 0.8700 | 0.9650 | 1.0060 | 1.0850 | 0.9860 | 1.0410 | 1.0110 |
| <b>SE</b> |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
| MG        | 0.9620 | 1.0040 | 0.9430 | 1.0750 | 0.9110 | 1.0920 | 0.9620 | 0.9910 | 1.0950 | 0.9930 | 1.0200 | 1.0080 | 0.9940 |
| ES        | 1.0210 | 0.8710 | 1.0360 | 1.1040 | 1.2000 | 1.1070 | 0.9620 | 0.8900 | 1.1490 | 1.1300 | 0.9540 | 1.0320 | 1.0140 |
| RJ        | 0.8880 | 0.9610 | 1.0220 | 0.9520 | 0.9970 | 1.2530 | 0.9350 | 0.9770 | 1.0040 | 1.0110 | 1.0180 | 1.0100 | 0.9960 |
| SP        | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 |
| <b>SU</b> |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
| PR        | 0.9500 | 1.0300 | 0.9450 | 1.0530 | 1.1070 | 0.9810 | 0.9000 | 0.9390 | 1.0580 | 1.0260 | 1.0330 | 1.0070 | 1.0350 |
| SC        | 1.0000 | 0.9950 | 0.9980 | 1.1980 | 0.9610 | 0.9850 | 1.0110 | 0.8590 | 1.0640 | 1.0480 | 1.0160 | 0.9840 | 0.9920 |
| RS        | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 |
| <b>CO</b> |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
| MS        | 1.1100 | 0.8880 | 0.9210 | 1.0210 | 0.9420 | 1.0560 | 0.9390 | 0.8020 | 1.3020 | 1.0640 | 0.9300 | 1.0800 | 1.0290 |
| MT        | 0.9560 | 0.9200 | 1.0990 | 0.9390 | 0.9000 | 1.1440 | 1.0560 | 0.8100 | 1.1250 | 0.9770 | 1.0190 | 1.0780 | 0.9220 |
| GO        | 1.0050 | 0.9280 | 0.9420 | 0.8310 | 1.2180 | 1.1720 | 0.8990 | 0.9030 | 1.1270 | 1.0210 | 1.0050 | 1.0810 | 1.0100 |



Varição da Eficiência Técnica Pura

|           | 85/86  | 86/87  | 87/88  | 88/89  | 89/90  | 90/91  | 91/92  | 92/93  | 93/94  | 94/95  | 95/96  | 96/97  | 97/98  |
|-----------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| <b>NO</b> |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
| RO        | 0.9940 | 0.9760 | 0.9970 | 1.0080 | 1.0970 | 1.0000 | 0.9210 | 1.0100 | 1.0170 | 1.0240 | 0.9860 | 1.0320 | 0.9580 |
| AC        | 1.0000 | 0.9930 | 0.9730 | 1.0350 | 0.9990 | 1.0010 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9690 | 1.0330 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 |
| AM        | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 |
| RR        | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 |
| PA        | 0.9880 | 0.9900 | 1.0510 | 0.9240 | 1.0290 | 0.9650 | 0.9800 | 0.9780 | 1.0470 | 0.9200 | 1.0090 | 1.0340 | 0.9710 |
| AP        | 0.9940 | 1.0020 | 1.0620 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0.9230 | 1.0150 | 1.0670 | 0.9810 | 1.0140 | 1.0050 | 0.9570 |
| <b>NE</b> |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
| MA        | 0.9830 | 1.0140 | 0.9930 | 0.9020 | 1.0590 | 1.0620 | 0.9910 | 0.9830 | 1.0260 | 0.9510 | 1.0690 | 1.0490 | 1.0000 |
| PI        | 0.9630 | 0.9910 | 1.0480 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 |
| CE        | 0.9670 | 1.0180 | 1.0190 | 0.9410 | 1.0440 | 1.0040 | 0.9910 | 0.9930 | 1.0130 | 0.9540 | 1.0240 | 1.0310 | 1.0090 |
| RN        | 1.0000 | 1.0090 | 0.9970 | 0.9560 | 1.0550 | 0.9600 | 1.0040 | 0.9430 | 1.0550 | 0.9510 | 1.0120 | 1.0220 | 0.9660 |
| PB        | 1.0000 | 0.9950 | 0.9900 | 0.9720 | 1.0340 | 1.0080 | 1.0030 | 1.0000 | 0.9960 | 0.9340 | 1.0480 | 1.0250 | 1.0000 |
| PE        | 1.0010 | 1.0200 | 0.9920 | 0.9860 | 1.0330 | 0.9880 | 0.9670 | 0.9960 | 1.0220 | 0.9490 | 1.0270 | 1.0240 | 1.0140 |
| AL        | 0.9950 | 1.0020 | 0.9800 | 0.9900 | 1.0080 | 0.9680 | 0.9830 | 0.9920 | 1.0250 | 0.9070 | 1.0120 | 1.0440 | 1.0220 |
| SE        | 0.9840 | 1.0090 | 0.9880 | 0.9430 | 1.0820 | 0.9360 | 0.9580 | 0.9770 | 1.0680 | 0.9070 | 1.0370 | 1.0680 | 0.9580 |
| BA        | 0.9880 | 1.0120 | 1.0000 | 0.9550 | 1.0140 | 1.0050 | 0.9690 | 0.9810 | 1.0520 | 0.9240 | 1.0230 | 1.0360 | 0.9870 |
| <b>SE</b> |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
| MG        | 1.0150 | 0.9930 | 1.0060 | 1.0380 | 0.9490 | 1.0440 | 1.0030 | 0.9530 | 1.0520 | 0.9390 | 1.0100 | 1.0210 | 0.9850 |
| ES        | 1.0070 | 1.0040 | 1.0210 | 0.9670 | 1.0240 | 0.9830 | 0.9990 | 0.9680 | 1.0360 | 0.9370 | 1.0010 | 1.0620 | 0.9800 |
| RJ        | 0.9750 | 0.9830 | 1.0250 | 1.0180 | 0.9680 | 1.0330 | 0.9620 | 0.9780 | 1.0450 | 0.9540 | 1.0220 | 0.9930 | 0.9910 |
| SP        | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 |
| <b>SU</b> |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
| PR        | 0.9870 | 1.0210 | 0.9850 | 1.0000 | 1.0420 | 0.9670 | 0.9630 | 0.9670 | 1.0570 | 0.9590 | 1.0390 | 1.0030 | 0.9950 |
| SC        | 1.0080 | 0.9760 | 1.0260 | 1.0140 | 0.9840 | 0.9670 | 0.9750 | 0.9690 | 1.0590 | 0.9420 | 0.9790 | 1.0490 | 1.0100 |
| RS        | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 |
| <b>CO</b> |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
| MS        | 0.9960 | 1.0210 | 0.9950 | 0.9420 | 1.0460 | 0.9850 | 0.9990 | 0.9210 | 1.0740 | 0.9660 | 1.0110 | 1.0390 | 0.9850 |
| MT        | 0.9630 | 0.9790 | 1.0100 | 1.0060 | 1.0190 | 0.9790 | 1.0310 | 0.9460 | 1.0350 | 0.9490 | 1.0220 | 1.0400 | 0.9910 |
| GO        | 0.9820 | 1.0160 | 1.0180 | 0.9270 | 1.0470 | 0.9740 | 0.9980 | 0.9600 | 1.0380 | 0.9300 | 1.0180 | 1.0340 | 0.9890 |



Varição da Eficiência de Escala

|           | 85/86  | 86/87  | 87/88  | 88/89  | 89/90  | 90/91  | 91/92  | 92/93  | 93/94  | 94/95  | 95/96  | 96/97  | 97/98  |
|-----------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| <b>NO</b> |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
| RO        | 1.0590 | 0.9440 | 0.8200 | 1.2630 | 1.0300 | 1.0000 | 0.9700 | 0.9000 | 1.1320 | 1.0110 | 0.9110 | 1.0440 | 1.0460 |
| AC        | 1.0000 | 0.9680 | 0.9360 | 0.9680 | 1.0480 | 1.0230 | 1.0200 | 0.8140 | 1.1290 | 1.1340 | 0.9700 | 1.0310 | 1.0000 |
| AM        | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 |
| RR        | 1.2320 | 1.0130 | 1.0510 | 1.0000 | 0.9410 | 1.0330 | 0.8670 | 0.6450 | 0.9410 | 1.2150 | 0.9650 | 0.9350 | 1.0950 |
| PA        | 0.6550 | 0.9050 | 0.9150 | 1.3470 | 0.8670 | 0.9220 | 0.7830 | 1.3160 | 1.0110 | 0.9390 | 0.8700 | 0.9920 | 1.1110 |
| AP        | 0.8900 | 1.0290 | 1.1300 | 1.3990 | 0.7350 | 0.8980 | 1.2230 | 0.6710 | 2.0110 | 0.7630 | 0.9280 | 1.1830 | 1.0210 |
| <b>NE</b> |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
| MA        | 0.6850 | 0.9270 | 1.0300 | 1.0620 | 0.9510 | 0.8810 | 0.9140 | 0.9770 | 1.0800 | 1.1430 | 1.0580 | 0.9910 | 0.9650 |
| PI        | 0.9750 | 1.1100 | 0.7690 | 1.0290 | 1.0460 | 1.1700 | 0.8480 | 0.8890 | 1.2520 | 1.1450 | 1.0120 | 1.0120 | 0.9500 |
| CE        | 0.8920 | 0.9990 | 0.9370 | 1.0000 | 0.9470 | 1.1940 | 0.9590 | 0.8860 | 1.1350 | 1.1150 | 0.9640 | 1.0180 | 0.9750 |
| RN        | 0.8300 | 1.0580 | 0.8790 | 1.1140 | 0.8540 | 1.2550 | 0.9140 | 0.9240 | 1.0550 | 1.0970 | 0.9360 | 1.0640 | 0.9730 |
| PB        | 1.0060 | 1.0450 | 0.9430 | 0.9730 | 1.1050 | 1.0790 | 0.9090 | 0.8600 | 1.2090 | 1.1260 | 0.9420 | 0.9760 | 0.9540 |
| PE        | 0.9450 | 1.2210 | 0.8930 | 0.9600 | 1.1320 | 1.1830 | 0.9140 | 0.9140 | 1.0560 | 1.1700 | 0.9960 | 0.9910 | 1.0030 |
| AL        | 0.8000 | 1.1690 | 0.5350 | 0.8610 | 1.1530 | 1.0730 | 0.9220 | 0.8810 | 1.1060 | 1.1680 | 0.9940 | 1.0340 | 1.0200 |
| SE        | 0.8290 | 0.8590 | 0.7550 | 0.9680 | 0.9910 | 1.2610 | 1.0210 | 0.8840 | 0.9870 | 1.1840 | 0.9050 | 0.9920 | 1.3240 |
| BA        | 0.9190 | 0.9950 | 1.0490 | 0.9910 | 1.1050 | 1.0800 | 0.8970 | 0.9840 | 0.9560 | 1.1740 | 0.9630 | 1.0050 | 1.0250 |
| <b>SE</b> |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
| MG        | 0.9480 | 1.0120 | 0.9370 | 1.0360 | 0.9600 | 1.0460 | 0.9600 | 1.0400 | 1.0400 | 1.0570 | 1.0100 | 0.9870 | 1.0090 |
| ES        | 1.0130 | 0.8680 | 1.0150 | 1.1410 | 1.1720 | 1.1270 | 0.9630 | 0.9200 | 1.1100 | 1.2050 | 0.9540 | 0.9710 | 1.0350 |
| RJ        | 0.9100 | 0.9770 | 0.9980 | 0.9350 | 1.0290 | 1.2130 | 0.9720 | 0.9980 | 0.9610 | 1.0600 | 0.9960 | 1.0170 | 1.0050 |
| SP        | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 |
| <b>SU</b> |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
| PR        | 0.9620 | 1.0090 | 0.9590 | 1.0540 | 1.0630 | 1.0150 | 0.9340 | 0.9710 | 1.0010 | 1.0710 | 0.9940 | 1.0040 | 1.0410 |
| SC        | 0.9920 | 1.0190 | 0.9730 | 1.1810 | 0.9760 | 1.0190 | 1.0370 | 0.8860 | 1.0040 | 1.1120 | 1.0380 | 0.9370 | 0.9820 |
| RS        | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 |
| <b>CO</b> |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
| MS        | 1.1140 | 0.8700 | 0.9260 | 1.0840 | 0.9010 | 1.0720 | 0.9400 | 0.8710 | 1.2120 | 1.1010 | 0.9200 | 1.0400 | 1.0440 |
| MT        | 0.9930 | 0.9400 | 1.0880 | 0.9340 | 0.8830 | 1.1680 | 1.0250 | 0.8560 | 1.0880 | 1.0290 | 0.9960 | 1.0370 | 0.9300 |
| GO        | 1.0240 | 0.9130 | 0.9260 | 0.8960 | 1.1630 | 1.2030 | 0.9010 | 0.9410 | 1.0860 | 1.0980 | 0.9860 | 1.0460 | 1.0210 |



Variação Tecnológica

|           | 85/86  | 86/87  | 87/88  | 88/89  | 89/90  | 90/91  | 91/92  | 92/93  | 93/94  | 94/95  | 95/96  | 96/97  | 97/98  |
|-----------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| <b>NO</b> |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
| RO        | 1.4610 | 0.5770 | 0.6750 | 0.7530 | 1.7580 | 0.7460 | 0.8350 | 0.9290 | 2.0180 | 1.2770 | 1.1410 | 0.9030 | 1.0050 |
| AC        | 1.4850 | 0.5680 | 0.7100 | 0.7400 | 1.7460 | 0.7400 | 0.8320 | 0.9290 | 2.2900 | 1.2290 | 1.0370 | 0.9570 | 1.0200 |
| AM        | 1.5390 | 0.5950 | 0.6790 | 0.7480 | 1.6060 | 0.8150 | 0.8740 | 0.9290 | 1.9600 | 1.3510 | 1.1720 | 0.9050 | 1.0070 |
| RR        | 1.4850 | 0.5670 | 0.7350 | 0.7390 | 1.6930 | 0.7400 | 0.8320 | 0.9290 | 2.2900 | 1.2150 | 1.0370 | 0.9570 | 1.0150 |
| PA        | 1.6380 | 0.5680 | 0.6910 | 0.7840 | 1.5530 | 0.8290 | 0.9160 | 0.7880 | 2.2760 | 1.3940 | 1.0990 | 0.9560 | 0.9810 |
| AP        | 1.4750 | 0.5720 | 0.6940 | 0.7450 | 1.7730 | 0.7400 | 0.8320 | 0.9290 | 2.1890 | 1.2400 | 1.0980 | 0.9290 | 1.0190 |
| <b>NE</b> |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
| MA        | 1.6400 | 0.5660 | 0.6910 | 0.7840 | 1.5530 | 0.8290 | 0.9170 | 0.7880 | 2.2750 | 1.3940 | 1.1000 | 0.9560 | 0.9810 |
| PI        | 1.4590 | 0.5780 | 0.6740 | 0.7540 | 1.6400 | 0.7910 | 0.8700 | 0.9290 | 1.9380 | 1.2880 | 1.1630 | 0.8940 | 1.0010 |
| CE        | 1.6340 | 0.5920 | 0.6900 | 0.7610 | 1.6070 | 0.8210 | 0.8910 | 0.8410 | 2.1630 | 1.4020 | 1.1270 | 0.9420 | 0.9930 |
| RN        | 1.5000 | 0.5790 | 0.6690 | 0.7550 | 1.5820 | 0.8160 | 0.8660 | 0.9170 | 2.0260 | 1.3720 | 1.1640 | 0.9190 | 1.0130 |
| PB        | 1.5190 | 0.5790 | 0.6690 | 0.7550 | 1.5720 | 0.8140 | 0.8620 | 0.9140 | 2.0280 | 1.3650 | 1.1650 | 0.9130 | 1.0120 |
| PE        | 1.6430 | 0.5680 | 0.6910 | 0.7820 | 1.5630 | 0.8260 | 0.9040 | 0.8160 | 2.2130 | 1.3980 | 1.1160 | 0.9470 | 0.9890 |
| AL        | 1.5570 | 0.5880 | 0.6790 | 0.7610 | 1.6090 | 0.8200 | 0.8910 | 0.8440 | 2.1520 | 1.4040 | 1.1390 | 0.9350 | 1.0000 |
| SE        | 1.5060 | 0.5790 | 0.6760 | 0.7430 | 1.6070 | 0.8160 | 0.8650 | 0.9190 | 2.0220 | 1.3380 | 1.1750 | 0.8990 | 0.9990 |
| BA        | 1.5710 | 0.6000 | 0.6970 | 0.7760 | 1.5830 | 0.8460 | 0.9270 | 0.7920 | 2.2990 | 1.4200 | 1.0870 | 0.9710 | 0.9820 |
| <b>SE</b> |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
| MG        | 1.5100 | 0.6310 | 0.6870 | 0.7180 | 1.7550 | 0.8390 | 0.8820 | 0.7560 | 2.2970 | 1.5500 | 1.1130 | 0.9810 | 1.0100 |
| ES        | 1.6420 | 0.5690 | 0.6910 | 0.7820 | 1.5680 | 0.8240 | 0.9000 | 0.8240 | 2.2010 | 1.3990 | 1.1170 | 0.9470 | 0.9890 |
| RJ        | 1.5290 | 0.6210 | 0.6900 | 0.7350 | 1.7130 | 0.8410 | 0.8980 | 0.7710 | 2.2980 | 1.5100 | 1.1020 | 0.9780 | 1.0000 |
| SP        | 1.5120 | 0.6610 | 0.6980 | 0.5310 | 2.3610 | 0.8110 | 0.9010 | 0.7540 | 2.2360 | 1.7230 | 1.0950 | 1.0220 | 1.0250 |
| <b>SU</b> |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
| PR        | 1.6460 | 0.5590 | 0.6920 | 0.7940 | 1.5320 | 0.8300 | 0.9180 | 0.7830 | 2.2910 | 1.3930 | 1.0950 | 0.9590 | 0.9780 |
| SC        | 1.6440 | 0.5630 | 0.6910 | 0.7890 | 1.5470 | 0.8280 | 0.9120 | 0.7970 | 2.2590 | 1.3950 | 1.1030 | 0.9540 | 0.9820 |
| RS        | 1.6440 | 0.5650 | 0.6970 | 0.7980 | 1.5380 | 0.8390 | 0.9260 | 0.7870 | 2.3010 | 1.4190 | 1.0890 | 0.9660 | 0.9800 |
| <b>CO</b> |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
| MS        | 1.4560 | 0.5790 | 0.6690 | 0.7550 | 1.5630 | 0.8140 | 0.8710 | 0.9150 | 2.0370 | 1.3940 | 1.1620 | 0.9230 | 1.0130 |
| MT        | 1.4580 | 0.5790 | 0.6710 | 0.7550 | 1.5880 | 0.8070 | 0.8810 | 0.9290 | 1.9140 | 1.3160 | 1.1730 | 0.8890 | 1.0000 |
| GO        | 1.6370 | 0.5830 | 0.6900 | 0.7690 | 1.5930 | 0.8220 | 0.8930 | 0.8390 | 2.1730 | 1.4010 | 1.1260 | 0.9410 | 0.9950 |

Região Norte

Gráfico A3.1a  
Variação na Eficiência Técnica (VET) : Norte 1985-1998

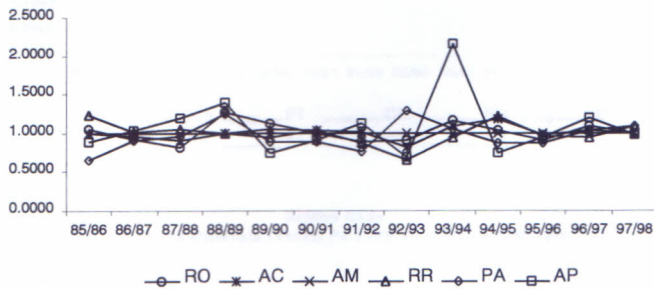


Gráfico A3.1b  
Variação Tecnológica (VTC) : Norte 1985-1998

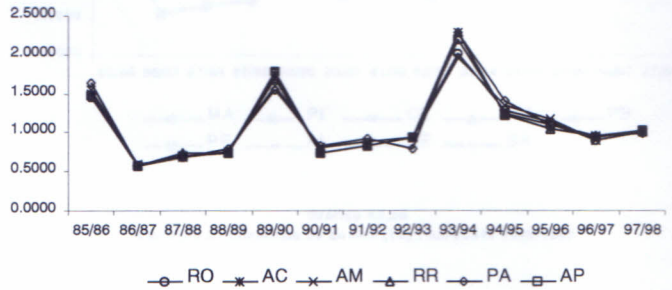


Gráfico A3.1c  
Variação na Eficiência Técnica Pura (VETP) : Norte 1985-1995

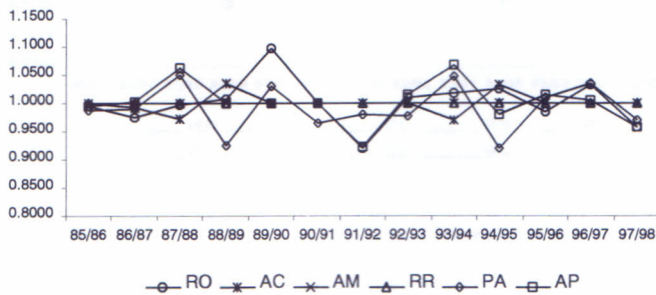


Gráfico A3.1d  
Variação na Eficiência de Escala (VE) : Norte 1985-1998

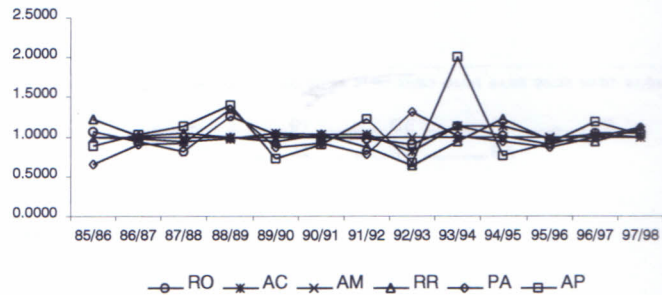
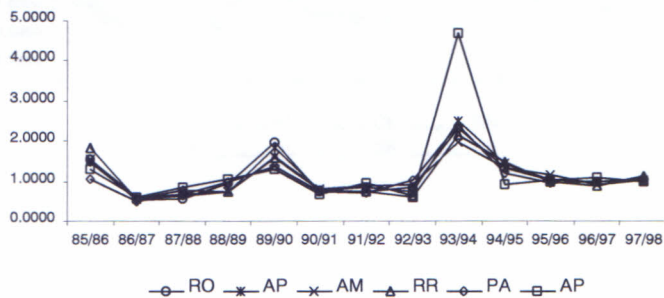


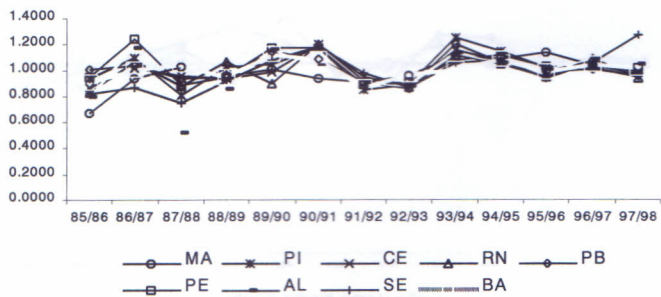
Gráfico A3.1e  
Índice de Produtividade Total de Malmquist (IPT-M) : Norte 1985-1998



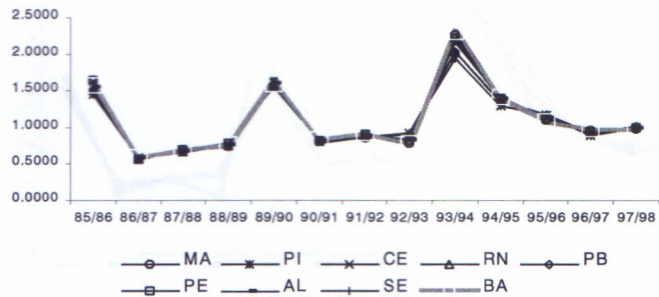


# Região Nordeste

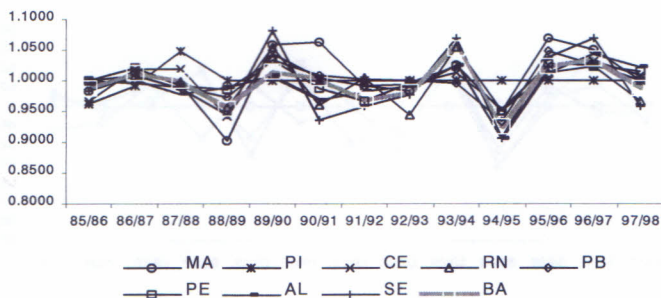
**Gráfico A3.2a**  
Variação na Eficiência Técnica (VET) : Nordeste 1985-1998



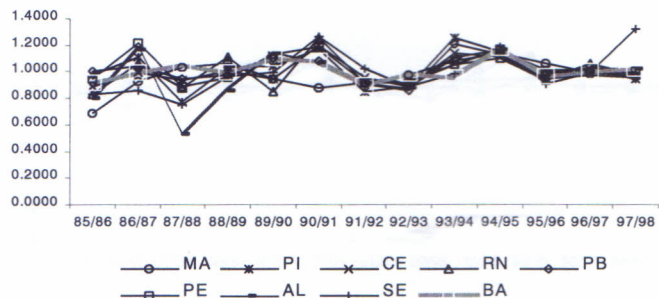
**Gráfico A3.2b**  
Variação Tecnológica (VTC) : Nordeste 1985-1998



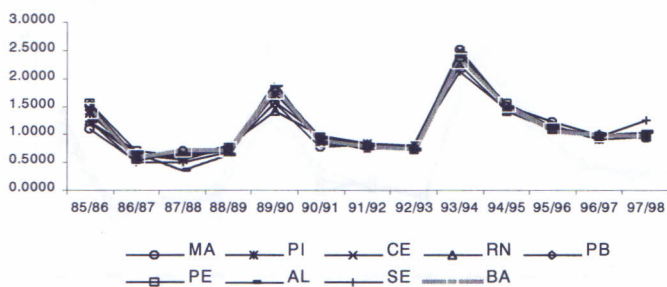
**Gráfico A3.2c**  
Variação na Eficiência Técnica Pura (VETP) : Nordeste 1985-1998



**Gráfico A3.2d**  
Variação na Eficiência de Escala (VE) : Nordeste 1985-1998



**Gráfico A3.2e**  
Índice de Produtividade Total de Malmquist (IPT-M) : Nordeste 1985-1998



# Região Sudeste

Gráfico A3.3a  
Variação na Eficiência Técnica (VET) : Sudeste 1985-1998

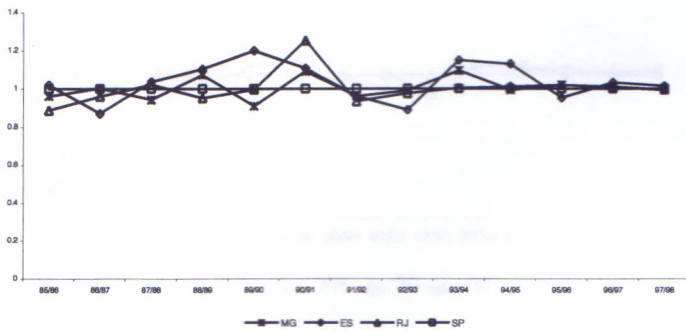


Gráfico A3.3b  
Variação Tecnológica (VTG) : Sudeste 1985-1998

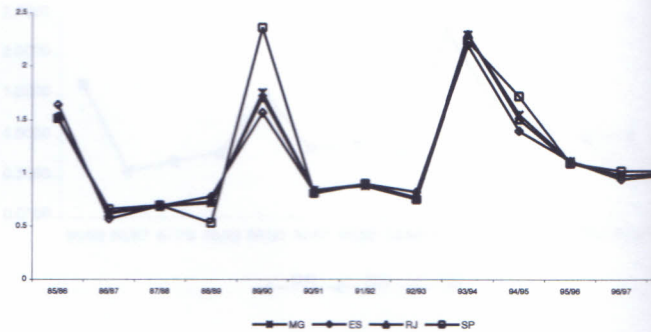


Gráfico A3.3c  
Variação na Eficiência Técnica Pura (VETP) : Sudeste 1985-1998

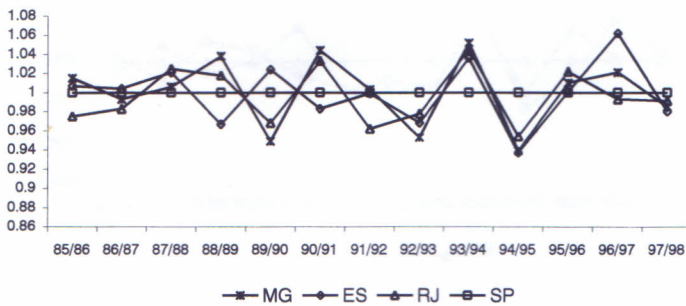


Gráfico A3.3d  
Variação na Eficiência de Escala (VE) : Sudeste 1985-1998

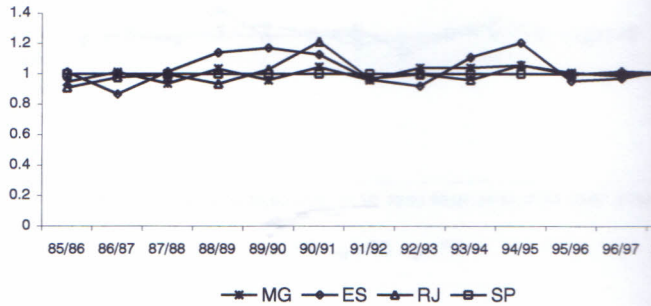
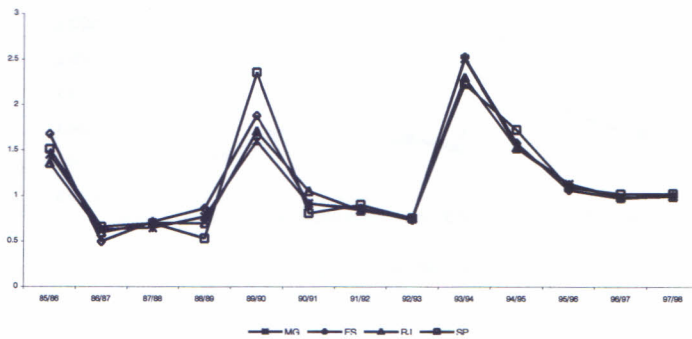
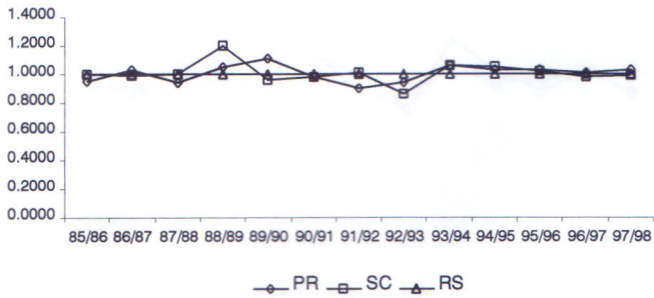


Gráfico A3.3e  
Índice de Produtividade Total de Matéria-Prima (IPTM) : Sudeste 1985-1998

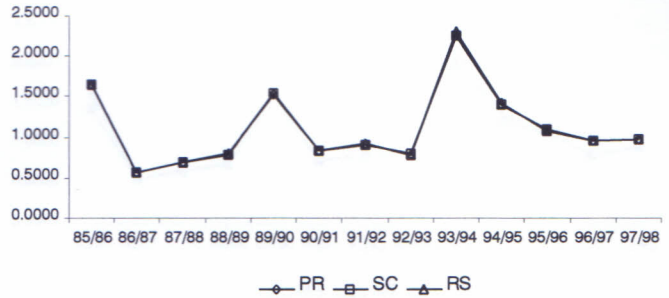


# Região Sul

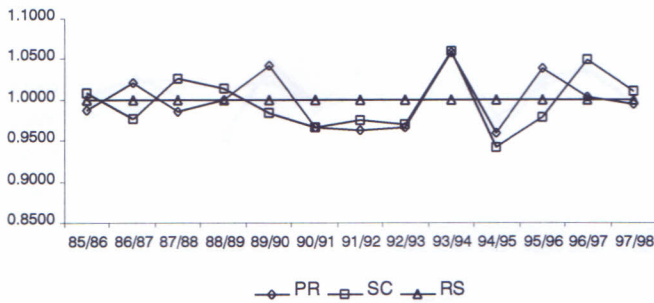
**Gráfico 1d**  
Variação na Eficiência Técnica (VET) : Sul 1985-1998



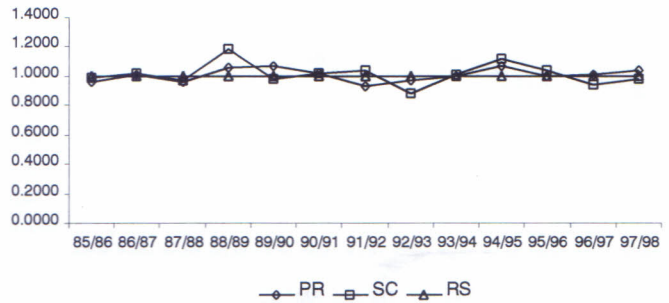
**Gráfico 2d**  
Variação Tecnológica (VTC) : Sul 1985-1998



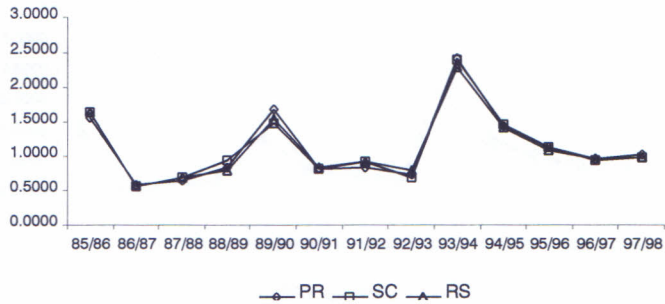
**Gráfico 3d**  
Variação na Eficiência Técnica Pura (VETP) : Sul 1985-1998



**Gráfico 4d**  
Variação na Eficiência de Escala (VE) : Sul 1985-1998



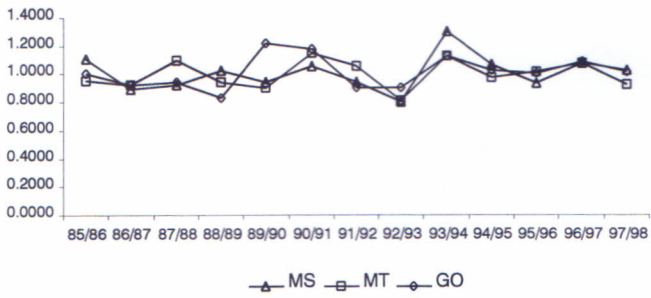
**Gráfico 5d**  
Índice de Produtividade Total de Malmquist (IPT-M) : Sul 1985-1998



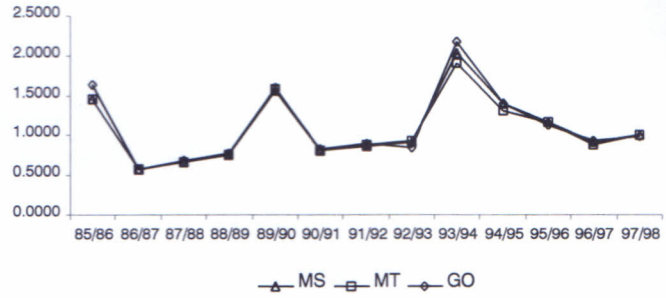


# Região Centro-Oeste

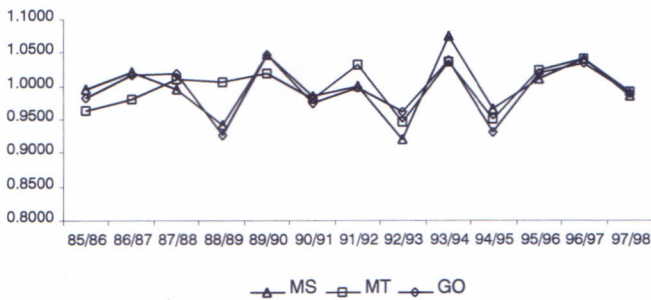
**Gráfico A3.5a**  
Variação na Eficiência Técnica (VET) : Centro-Oeste 1985-1998



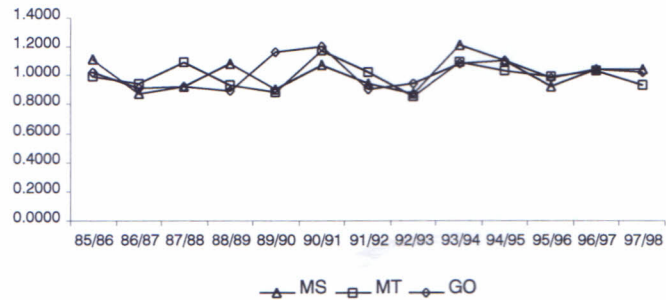
**Gráfico A3.5b**  
Variação Tecnológica (VTC) : Centro-Oeste 1985-1998



**Gráfico A3.5c**  
Variação na Eficiência Técnica Pura (VETP) : Centro-Oeste 1985-1998



**Gráfico A3.5d**  
Variação na Eficiência de Escala (VE) : Centro-Oeste 1985-1998



**Gráfico A3.5e**  
Índice de Produtividade Total de Malmquist (IPT-M) : Centro-Oeste 1985-1998

