



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ESTRUTURAL E CONSTRUÇÃO CIVIL
CURSO DE ENGENHARIA CIVIL

FELIPE DO NASCIMENTO MACHADO

OTIMIZAÇÃO DE LAJES DE CONCRETO COM NERVURAS PRÉ-MOLDADAS
COM ARMAÇÃO TRELIÇADA

FORTALEZA

2017

FELIPE DO NASCIMENTO MACHADO

OTIMIZAÇÃO DE LAJES DE CONCRETO COM NERVURAS PRÉ-MOLDADAS COM
ARMAÇÃO TRELIÇADA

Trabalho de Conclusão de curso apresentado ao curso de Engenharia Civil da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Dr. Antônio Macário Cartaxo de Melo.

FORTALEZA

2017

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Biblioteca Universitária

Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

- M131o Machado, Felipe do Nascimento.
Otimização de lajes de concreto com nervuras pré-moldadas com armação treliçada / Felipe do Nascimento Machado. – 2017.
75 f. : il. color.
- Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Tecnologia, Curso de Engenharia Civil, Fortaleza, 2017.
Orientação: Prof. Dr. Antônio Macário Cartaxo de Melo.
1. Lajes treliçadas. 2. Otimização. 3. Custo. I. Título.

CDD 620

FELIPE DO NASCIMENTO MACHADO

OTIMIZAÇÃO DE LAJES DE CONCRETO COM NERVURAS PRÉ-MOLDADAS COM
ARMAÇÃO TRELIÇADA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Engenharia Civil da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Dr. Antônio Macário Cartaxo de Melo.

Aprovado em: 04 / 12 / 2017.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Antônio Macário Cartaxo de Melo (Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Evandro Parente Júnior (Examinador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. João Batista Marques de Sousa Júnior (Examinador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

A Deus, a quem pertencem, e por quem são, e para quem são todas as coisas. Glória a Ele eternamente.

À minha família, que mesmo distante, sempre esteve perto.

AGRADECIMENTOS

A Deus em primeiro lugar, autor e mantenedor da vida, pelas oportunidades e conquistas proporcionadas, pelo seu tão grande amor e cuidado, por ser minha fortaleza em todo tempo, meu supremo mestre e eterno Senhor.

Aos meus pais, Cláudio e Jaqueline, exemplos de perseverança e integridade, pelo constante amor, apoio e incentivo durante todos os momentos da minha vida.

Aos meus irmãos, Mikael e Manuel, que sempre estiveram presentes ao meu lado, pelo encorajamento e apoio.

Aos meus amigos, Amós e Diego, também companheiros de faculdade e irmãos em Cristo, pela amizade e ensinamentos.

Aos meus amigos e irmãos em Cristo do Grupo de Estudos Bíblicos “A Palavra Que Transforma”, Anderson, Daniel, Douglas, Edvângelo, Flávio, Guilherme, Mara, Mozean, pelos momentos de comunhão, aprendizado e orações.

Aos meus irmãos em Cristo da Igreja Assembleia de Deus Canaã, pelos momentos de comunhão, crescimento e orações.

Aos colegas de faculdade, pelo companheirismo e ajuda ao longo da graduação.

Aos colegas da residência universitária, pelo convívio saudável.

Ao professor Macário, pela orientação e atenção, fundamentais para o desenvolvimento desse trabalho.

Aos professores participantes da banca examinadora, Evandro e João Batista, pela disponibilidade, pelas valiosas colaborações e sugestões.

Aos professores do curso de engenharia civil, pelos conhecimentos compartilhados e contribuições na minha formação profissional.

Aos professores e servidores do Liceu de Senador Pompeu, pelo incentivo e ajuda fundamentais à realização dessa importante etapa da minha vida.

A Universidade Federal do Ceará, pela estrutura e assistência disponibilizadas.

A todos que contribuíram, direta ou indiretamente, para concretização dessa graduação.

“Lançando sobre Ele [Deus] toda a vossa
ansiedade, porque ele tem cuidado de vós”.

1 Pedro 5:7

RESUMO

Lajes de concreto com armação treliçada, também conhecidas como lajes treliçadas, são amplamente utilizadas em obras de pequeno e médio portes. Somando isso à tendência de racionalização da construção civil, que visa reduzir custos prescindíveis e desperdícios, surge a necessidade do desenvolvimento de métodos de otimização. Tais métodos têm por objetivo a proposição de soluções ótimas, isto é, que satisfaçam as exigências vigentes da maneira mais econômica possível. Para tanto, existem modelos que combinam determinadas propriedades dos materiais e geometria da seção de forma a proporcionar um melhor aproveitamento dessas características diante das solicitações e, conseqüentemente, um menor custo final. O presente trabalho, utilizou-se do método não-linear do Gradiente Reduzido Generalizado (GRG), disponibilizado na ferramenta *Solver* do *software* Excel. Foram analisadas lajes treliçadas formadas por dois vãos, considerando-se a ligação entre os mesmos como rotulada, contínua ou com redistribuição de momento. Também foi analisado o efeito ocasionado pela consideração do coeficiente de Poisson na mesa de concreto criada na direção perpendicular as vigotas treliçadas. Os resultados obtidos constataram reduções satisfatórias nos custos finais do metro quadrado de laje treliçada, com ordem de grandeza entre 15% a 25%. Observaram-se certos padrões nas soluções obtidas, como a redução da altura da capa de concreto, aumento na distância do entreixo, entre outros. Portanto, a partir das aplicações realizadas nesse trabalho, conclui-se que o desenvolvimento de modelos de otimização de lajes treliçadas é viável. Além disso, a consideração da continuidade entre os vãos gerou soluções mais econômicas. Por fim, como sugestão de trabalhos futuros, recomenda-se um estudo mais aprofundado a respeito da possibilidade da fabricação de elementos de enchimentos com larguras maiores.

Palavras-chave: Lajes treliçadas. Otimização. Custo.

ABSTRACT

Concrete slabs with lattice frames, also known as lattice slabs, are widely used in small to medium-sized structures. Adding to the trend of rationalization of civil construction, which aims to reduce expenditures and wastage, there is a need to develop optimization methods. These methods have the objective of proposing optimal solutions, that is, that they satisfy the requirements in the most economical way possible. To do so, there are models that combine certain properties of the materials and geometry of the section in order to provide a better use of these characteristics in front of the requests and, consequently, a lower final cost. The present study used the nonlinear method of Generalized Reduced Gradient (GRG), available in the Solver tool of Excel software. Slab lattices formed by two spans were analyzed, considering the connection between them as labeled, continuous or with redistribution of momentum. Also analyzed was the effect caused by the consideration of the Poisson coefficient in the concrete table created in the direction perpendicular to the lattice beams. The results obtained showed satisfactory reductions in the final costs of the square meter of latticework, with order of magnitude between 15% and 25%. Certain patterns were observed in the obtained solutions, like the reduction of the height of the concrete cover, increase in the distance between joists, among others. Therefore, from the applications carried out in this work, it is concluded that the development of optimization models of lattice slabs is feasible. In addition, consideration of the continuity between spans has generated more economical solutions. Finally, as a suggestion of future work, a more in-depth study is recommended regarding the possibility of manufacturing fillers with larger widths.

Keywords: Lattice slabs. Optimization. Cost.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Precursoras das lajes pré-fabricadas.....	14
Figura 2 – Lajes pré-fabricadas.	15
Figura 3 – Vigotas comum (a), protendida (b) e treliçada (c).	15
Figura 4 – Esquema construtivo de laje treliçada.....	17
Figura 5 – Fases de montagem da vigota treliçada.....	18
Figura 6 – Seção (a) e perspectiva (b) de armadura eletrossoldada.	20
Figura 7 – Vigota com armadura suplementar.....	21
Figura 8 – Elemento de enchimento cerâmico (a) e EPS (b), respectivamente.....	22
Figura 9 – Elemento de enchimento misto.	22
Figura 10 – Elemento de enchimento caixão perdido.	23
Figura 11 – Laje e grelha equivalente.....	26
Figura 12 – Diagrama de momentos de acordo com as condições estáticas.	27
Figura 13 – Principais dimensões da seção transversal laje treliçada.	28
Figura 14 – Seção aproximada da laje treliçada.	29
Figura 15 – Domínios de estado limite último de uma seção transversal.	33
Figura 16 – Ações resistentes de cálculo em uma seção transversal.	34
Figura 17 – Seção T.	41
Figura 18 – Variáveis de projeto, variáveis dependentes, função objetivo e restrições.	43
Figura 19 – Restrições (continuação).	43
Figura 20 – Parâmetros do solver.	44
Figura 21 – Janela para adicionar restrições.....	44
Figura 22 – Opções do solver.	45
Figura 23 – Planta baixa (a) e modelo estático com eixos adotados (b).	48
Figura 24 – Quadro de parâmetros fixos.	50
Figura 25 – Custo do metro cúbico do concreto em função da resistência.	51
Figura 26 – Variáveis de projeto.....	53
Figura 27 – Custo final.	66
Figura 28 – Resistência característica final do concreto.	67
Figura 29 – Distância do entreixo final.	68
Figura 30 – Altura final do elemento de enchimento.	68

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Dimensões e tolerâncias para vigotas treliçadas.....	17
Tabela 2 – Pesos específicos dos materiais utilizados.....	31
Tabela 3 – Valor inicial e final da área total da seção T.....	46
Tabela 4 – Restrições laterais.....	55
Tabela 5 – Restrições de projeto.....	56
Tabela 6 – Projeto inicial e final (aplicação 01, modelo v1.1).....	58
Tabela 7 – Projeto inicial e final (aplicação 01, modelo v1.2).....	59
Tabela 8 – Projeto inicial e final (aplicação 01, modelo v1.3).....	61
Tabela 9 – Projeto inicial e final (aplicação 01, modelo v2.1).....	62
Tabela 10 – Projeto inicial e final (aplicação 01, modelo v2.2).....	64
Tabale 11 – Projeto inicial e final (aplicação, modelo v2.3).....	65

Sumário

1 INTRODUÇÃO	11
1.1 Objetivo Geral	12
1.2 Objetivos Específicos	13
1.3 Estrutura do Trabalho	13
2 LAJES TRELIÇADAS	14
2.1 Componentes	16
2.1.1 Vigotas com armação treliçada	17
2.1.2 Elementos de enchimento	21
2.1.3 Capa de concreto	23
3 ANÁLISE	25
3.1 Modelo estático	25
3.2 Definição da seção transversal	28
3.3 Definição dos carregamentos	30
3.4 Estado Limite Último (ELU)	32
3.4 Estado Limite de Serviço (ELS)	36
4 OTIMIZAÇÃO	39
4.1 Ferramenta <i>Solver</i> do Excel	40
5 METODOLOGIA	47
5.1 Análise	47
5.2 Otimização	50
5.2.1 Função Objetivo	50
5.2.2 Variáveis de projeto	53
5.2.3 Restrições	54
6 RESULTADOS E DISCUSSÃO	57
7 CONCLUSÕES	70
REFERÊNCIAS	72

1 INTRODUÇÃO

A utilização de lajes maciças despontou por longo tempo como alternativa convencional, devido aos seus métodos de cálculo já consagrados. No entanto, a necessidade de edificações com vãos livres maiores, solicitações de carga mais amplas e desempenho satisfatório diante de exigências diversas, requerem do projetista de estruturas soluções eficientes, que agreguem os aspectos de segurança, economia e rapidez na execução. Esse contexto somado ao advento dos meios computacionais, possibilitam uma maior diversidade de estruturas, métodos de dimensionamento, de análise e obtenção de soluções otimizadas.

Novas técnicas construtivas, materiais mais resistentes e sustentáveis também surgem para atender os mais variados clientes. Por exemplo, o uso do concreto protendido que tem alcançado o mercado de forma expressiva, possibilita a obtenção de vãos livres maiores e de um controle mais rigoroso ou até a total eliminação de fissuras. No entanto, em obras de pequeno porte essa solução muitas vezes não se justifica, pois, exige-se mão-de-obra especializada e a utilização de equipamentos específicos.

As lajes nervuradas com armação treliçada surgem para competir com as lajes maciças. De acordo com o item 14.7.7 da ABNT NBR 6118:2014, “lajes nervuradas são as lajes moldadas no local ou com nervuras pré-moldadas, cuja zona de tração para momentos positivos esteja localizada nas nervuras entre as quais pode ser colocado material inerte”. Tal definição apresenta uma das principais vantagens dessa solução estrutural: a eliminação do concreto da zona tracionada, localizado abaixo da linha neutra da seção para momentos positivos, visto que esse material possui baixa resistência à tração. Além da economia de concreto e da redução do peso próprio da estrutura, destacam-se a redução de fôrmas e de escoramentos.

Ressalta-se ainda, que um conjunto de normas referentes aos critérios que regem o projeto das estruturas de concreto, aos requisitos dos componentes e elementos constituintes do sistema construtivo laje pré-fabricada e ao desempenho das edificações habitacionais, passaram por recente atualização. Além disso, estão sob estudo em comitê especializado normas que prescreverão modelos de cálculo adequados para as lajes treliçadas. Por possuir um caráter artesanal, esse tipo de laje costuma ser dimensionado por meio de tabelas que especificam os vãos a serem vencidos a partir de uma geometria e um carregamento pré-estabelecidos. Com isso, surgem questionamentos a respeito da influência das alterações na normatização, referentes ao atendimento das regulamentações introduzidas e/ou revisadas.

A suposta não conformidade dos projetos com a normatização vigente, referida anteriormente, ocasiona aos usuários finais desconfortos desnecessários e evitáveis, uma vez

que esse conjunto de normas visam fornecer condições de desempenho e segurança satisfatórios. Diante das atualizações ocorridas, os modelos de análise e dimensionamento existentes devem se conformar à tais alterações a partir da vigência das novas normas. O conhecimento das exigências, dos componentes e de seus requisitos possibilitam uma modelagem mais adequada, garantem um desempenho satisfatório diante das solicitações que o elemento será submetido ao longo do processo construtivo e de toda a sua vida útil e possibilitam uma adaptação mais eficiente e rápida aos componentes disponíveis na região de atuação das empresas construtoras.

A busca por soluções ótimas está fortemente presente no cenário da construção civil e colabora para uma maior economia e redução de desperdícios. De acordo com Castilho e Lima (2006, p.24), “a busca por uma solução otimizada é importante para manter a competitividade da laje treliçada, levando-se em conta as variações nos preços dos insumos”. Em problemas de otimização, é necessário conhecer as variáveis envolvidas, as restrições impostas, a função objetivo e a relação existente entre essas parcelas. Quanto maior for o número de variáveis, maior será a complexidade do problema de otimização, assim como a proximidade com a realidade estudada.

Frequentemente, deseja-se reduzir os custos nos problemas de engenharia. No caso de lajes nervuradas, procura-se determinar uma combinação da geometria (inércia) e propriedades dos materiais que proporcionem uma seção típica que atenda de forma segura e econômica às normas e manuais técnicos vigentes. Existem diversos modelos de otimização presentes nos meios computacionais para se alcançar uma solução otimizada. O *software* Excel, por exemplo, disponibiliza uma ferramenta denominada Solver, capaz de trabalhar com um número considerável de variáveis e atender a um conjunto de restrições.

1.1 Objetivo Geral

O objetivo geral do presente estudo é a obtenção, por meio de técnicas de otimização, de uma seção típica ótima para o projeto de lajes de concreto armado formadas por nervuras com armação treliçada. Além do menor custo, faz-se necessário o atendimento às restrições impostas pelas normas e manuais técnicos vigentes.

1.2 Objetivos Específicos

Os objetivos específicos visam auxiliar na obtenção do objetivo geral. Os mesmos podem ser enumerados da seguinte maneira:

- a) Realização de revisão bibliográfica referente ao estado da arte do dimensionamento e da análise das lajes de concreto nervuradas com armação treliçadas, bem como das técnicas de otimização;
- b) Definição dos modelos de análise e otimização a serem utilizados;
- c) Definição do *software* a ser utilizado;
- d) Implementação dos modelos de análise e otimização no *software* utilizado;
- e) Realização de aplicações e testes nos modelos de análise e otimização;
- f) Proposição de um modelo para a obtenção de uma seção típica otimizada para as lajes treliçadas, considerando a minimização dos custos.

1.3 Estrutura do Trabalho

O presente trabalho está dividido em sete capítulos. Além da introdução, onde são realizadas as considerações iniciais e definidos os objetivos geral e específicos, podem-se descrever, brevemente, os seguintes capítulos:

Capítulo 2 – LAJES TRELIÇADAS: investigação e descrição do estado da arte das lajes nervuradas com armação treliçada;

Capítulo 3 – ANÁLISE: investigação e descrição dos modelos frequentemente utilizados na análise e dimensionamento das lajes nervuradas com armação treliçada;

Capítulo 4 – OTIMIZAÇÃO: investigação e descrição dos modelos de otimização frequentemente utilizados em estruturas de concreto armado;

Capítulo 5 – METODOLOGIA: descrição do método adotado para a análise e a otimização das lajes referidas nesse trabalho;

Capítulo 6 – RESULTADOS E DISCUSSÃO: apresentação e discussão dos resultados obtidos a partir da realização de aplicações dos modelos utilizados;

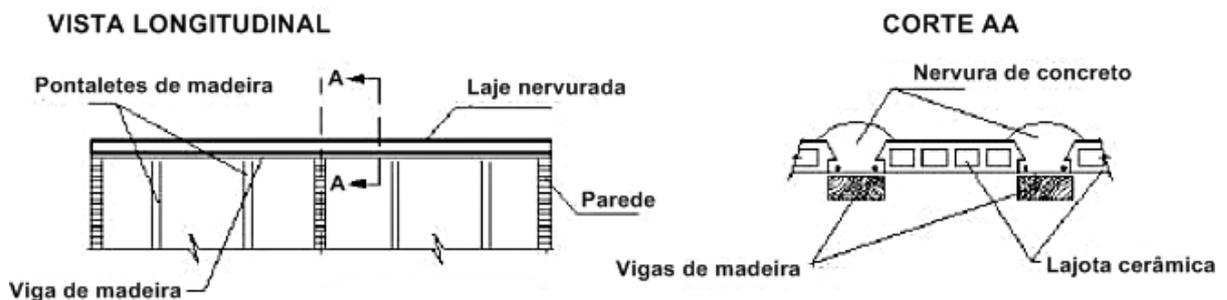
Capítulo 7 – CONCLUSÕES: apresentação dos principais pontos conclusivos relacionados com os objetivos, a partir dos resultados obtidos.

2 LAJES TRELIÇADAS

Segundo Muniz (1991 *apud* DROPA, 1999, p. 8), o sistema de lajes treliçadas surgiu na Europa diante da necessidade da reconstrução rápida dos países destruídos pela Segunda Guerra Mundial. Posteriormente, com o surgimento de empresas produtoras de armaduras soldadas por eletrofusão para a utilização na construção civil, ocorreu uma expansão desse sistema estrutural para todo o mundo (DROPA, 1999, p.8).

No Brasil, a utilização de elementos pré-moldadas com armação treliçada na construção de lajes nervuradas surgiu com o intuito de suprir algumas demandas dos sistemas convencionais moldados em obra. De acordo com Carvalho *et al.* (2005, p. 1), as precursoras nacionais desse sistema consistiam em lajes nervuradas moldadas no local, na qual a concretagem ocorria apenas na região que envolvia a armadura longitudinal, comprometendo de forma considerável a rigidez da seção. A Figura 1 representa os cortes longitudinal e transversal do sistema citado.

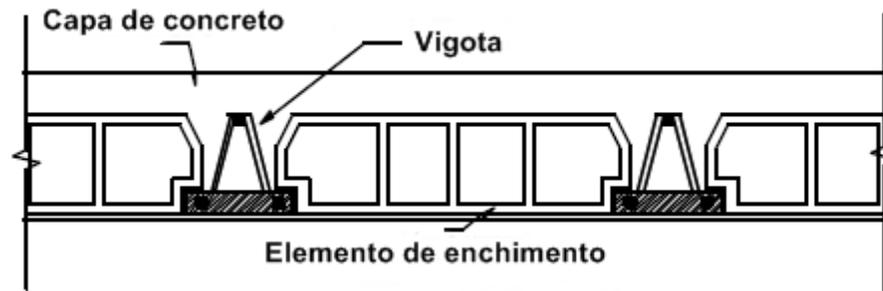
Figura 1 – Precursoras das lajes pré-fabricadas.



Fonte: Adaptado de Carvalho *et al.* (2005).

Com o avanço do processo de industrialização, o método construtivo anteriormente referido entrou em desuso, dando lugar às vigotas de concreto tipo trilho e, posteriormente, as com armação treliçada. A produção em fábricas especializadas garantia um maior controle de qualidade e ganhos na praticidade da montagem do sistema em obra. Com o uso dos elementos pré-moldados, os construtores passaram a preencher a superfície do material de enchimento com concreto, criando uma mesa superior (CARVALHO *et al.*, 2005), conforme a Figura 2. Nesse sentido, a armação treliçada fornece a vantagem de uma melhor aderência com o concreto da mesa e a possibilidade da colocação de armaduras nas duas direções (lajes bidirecionais).

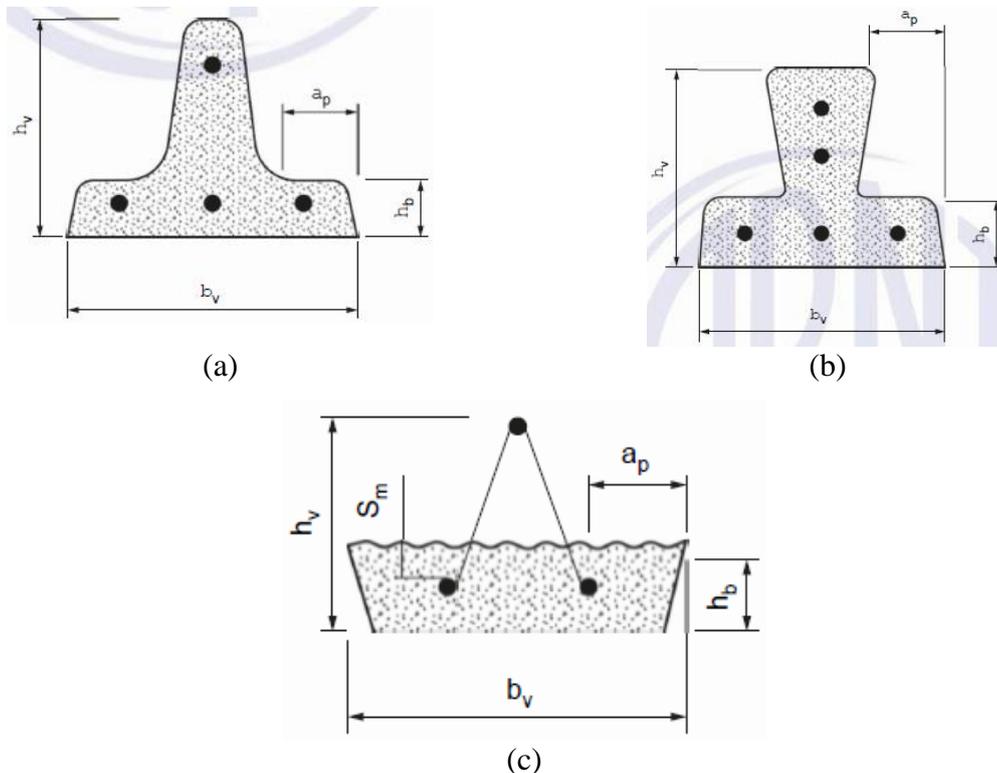
Figura 2 – Lajes pré-fabricadas.



Fonte: Adaptado de Carvalho *et al.* (2005).

As vigotas protendidas também ganharam espaço no mercado da construção civil. Nesse sistema, fios ou cordoalhas de aço são previamente tracionados em uma pista, ancorados em anteparos, então é realizada a concretagem da vigota envolvendo a armadura, após o concreto adquirir certa resistência, as ancoragens são retiradas e a protensão passa a ser transmitida ao concreto por meio da aderência com o aço. Devido a forma de aplicação da protensão, esse sistema é conhecido como pré-tração ou protensão com aderência inicial. A Figura 3 apresenta os três tipos de vigotas pré-moldadas utilizadas, assim como alguns parâmetros definidores das suas seções transversais.

Figura 3 – Vigotas comum (a), protendida (b) e treliçada (c).



Fonte: ABNT NBR 14859-1:2016.

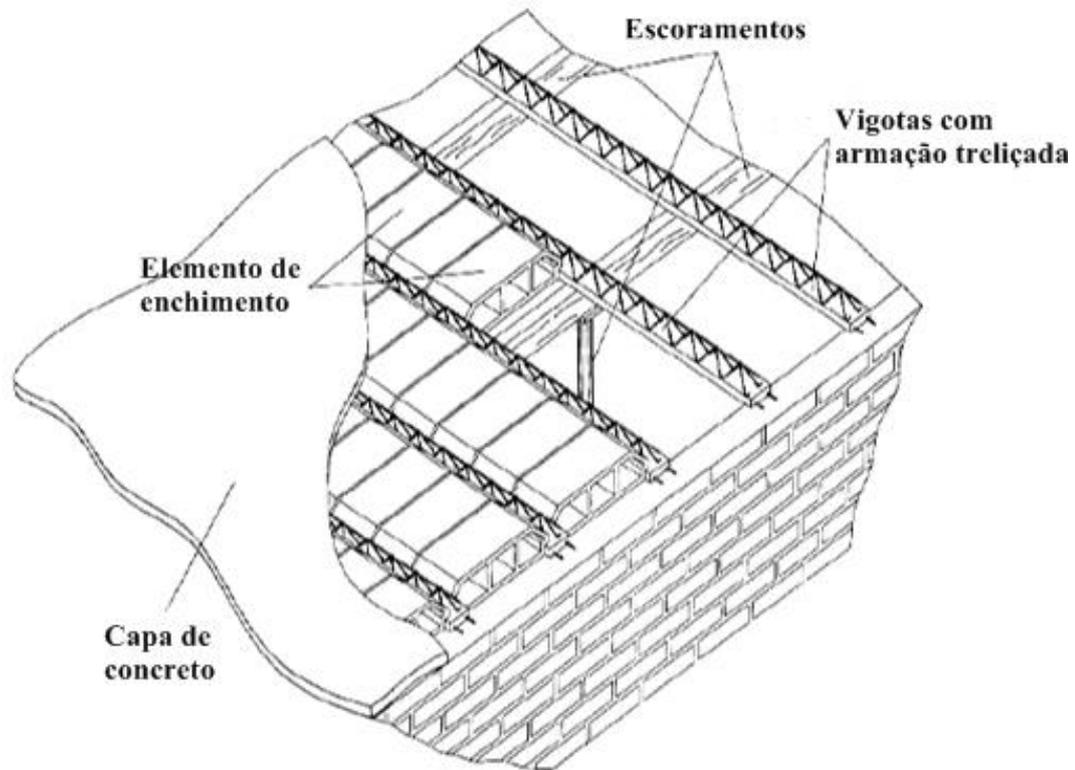
Atualmente, a busca pela racionalização do processo produtivo na construção civil que ocasiona ganhos consideráveis no tempo de execução das obras e, conseqüentemente, no custo final do empreendimento, coloca em discussão a utilização mais frequente de elementos pré-moldados. Alguns grupos de pesquisa desenvolvem estudos na área de pré-moldados, a partir dos quais se tornou possível a elaboração de normas regulamentadoras. Por exemplo, foi publicada em janeiro de 2016 a nova ABNT NBR 14859:2016, partes 1, 2 e 3, que fixam os requisitos para o recebimento e utilização de componentes de lajes pré-fabricadas. Estão previstas ainda outras três partes, que terão as seguintes abordagens: modelos de cálculo específicos para esses elementos estruturais, ensaio dos componentes pré-fabricados sob carga de trabalho e especificações das fôrmas para a fabricação dos componentes pré-fabricados. Além disso, destacam-se as ações promovidas pela Associação Brasileira da Construção Industrializada de Concreto (ABCIC), como a criação de uma certificação de qualidade.

No Brasil, além da norma citada anteriormente, a ABNT NBR 9062:2001 fixa as exigências do projeto, execução e controle de estruturas pré-moldadas. Segundo esta norma, define-se como elemento pré-moldado aquele “que é executado fora do local de utilização definitiva na estrutura, com controle de qualidade” (ABNT NBR 9062:2001, p. 2). Por sua vez, quando o elemento é executado em instalações temporárias no canteiro de obras sob condições rigorosas de controle de qualidade, denomina-se o mesmo de pré-fabricado (ABNT/NBR 9062:2001, p. 2). Outra norma que impõe restrições para o cálculo das lajes em questão é a ABNT NBR 6118:2014, estabelecendo o procedimento para o projeto de estruturas de concreto simples, armado e protendido.

2.1 Componentes

Como mencionado anteriormente, a ABNT NBR 14859:2016 fixa os requisitos para o recebimento e utilização dos componentes das lajes pré-fabricadas. Para tanto, a mesma é composta por três partes que tratam, respectivamente: das vigotas, dos elementos inertes para enchimento e das armaduras eletrossoldadas. Outro componente necessário é a capa de concreto moldado no local, cuja a solidarização com as vigotas pré-moldadas é realizada com maior eficiência nas lajes treliçadas, devido as armaduras das diagonais. Recomenda-se ainda a colocação de uma armadura de distribuição formada por fios soldados para evitar fissuras por retração do concreto. A Figura 4 apresenta um esquema construtivo de uma laje treliçada, destacando o posicionamento dos seus componentes.

Figura 4 – Esquema construtivo de laje treliçada.



Fonte: Adaptado de El Debs (2000).

2.1.1 Vigotas com armadura treliçada

De acordo com a ABNT NBR 14859-1:2016, define-se como vigota com armadura treliçada (VT), o elemento pré-fabricado estrutural formado de concreto estrutural e armadura treliçada eletrossoldada, capaz de portar, quando necessário, armadura passiva inferior de tração. A Figura 3 (c), anteriormente apresentada, ilustra um esquema desse tipo de vigota. Suas dimensões e tolerâncias também são definidas na ABNT NBR 14859-1, de acordo com a Tabela 1, apresentada a seguir, onde todos os valores estão em milímetros.

Tabela 1 – Dimensões e tolerâncias para vigotas treliçadas.

Largura mínima (b_v)	Altura mínima (h_v)	Largura mínima do apoio (a_p)	Altura mínima do apoio (h_b)
130 ± 5	75 ± 2	15 ± 1	30 ± 1

Fonte: ABNT NBR 14859-1:2016.

O concreto que compõe as bases (também denominadas sapatas) das vigotas deve possuir função estrutural, sendo exigido no mínimo uma resistência característica de 20 MPa (classe C20). Costumeiramente, são executadas industrialmente fora do local definitivo da estrutura onde serão utilizadas e sob condições de controle de qualidade. No entanto, Nakao *et al.* (2005, p. 3) relatam um aparente descaso na fabricação das vigotas, sendo que um dos fabricantes por eles analisado informou utilizar resistência característica de 18 MPa. Além de servir de proteção para armadura, essa base de concreto constitui o elo de ligação entre as zonas tracionadas e comprimidas e, no caso de momentos negativos, estará submetida a tensões de compressão, exigindo uma resistência adequada (NAKAO *et al.*, 2005, p. 3).

Sartorti, Fontes e Pinheiro (2013) desenvolveram um trabalho que analisa a fase de montagem de lajes treliçadas. Em um dos tópicos desse trabalho são descritos os procedimentos necessários para a correta moldagem das bases de concreto. Seguem-se as etapas indicadas, de acordo com a Figura 5:

- a) Umedecimento das formas com óleo desmoldante;
- b) Preenchimento das formas com uma camada de concreto fresco;
- c) Vibração do concreto com o auxílio de um martelo de borracha;
- d) Inserção da armadura treliçada (existe a possibilidade de se colocar uma armadura complementar, conforme as necessidades do projeto).

Figura 5 – Fases de montagem da vigota treliçada.



(a)



(b)



(c)

(d)

Fonte: Sartorti, Fontes e Pinheiro (2013).

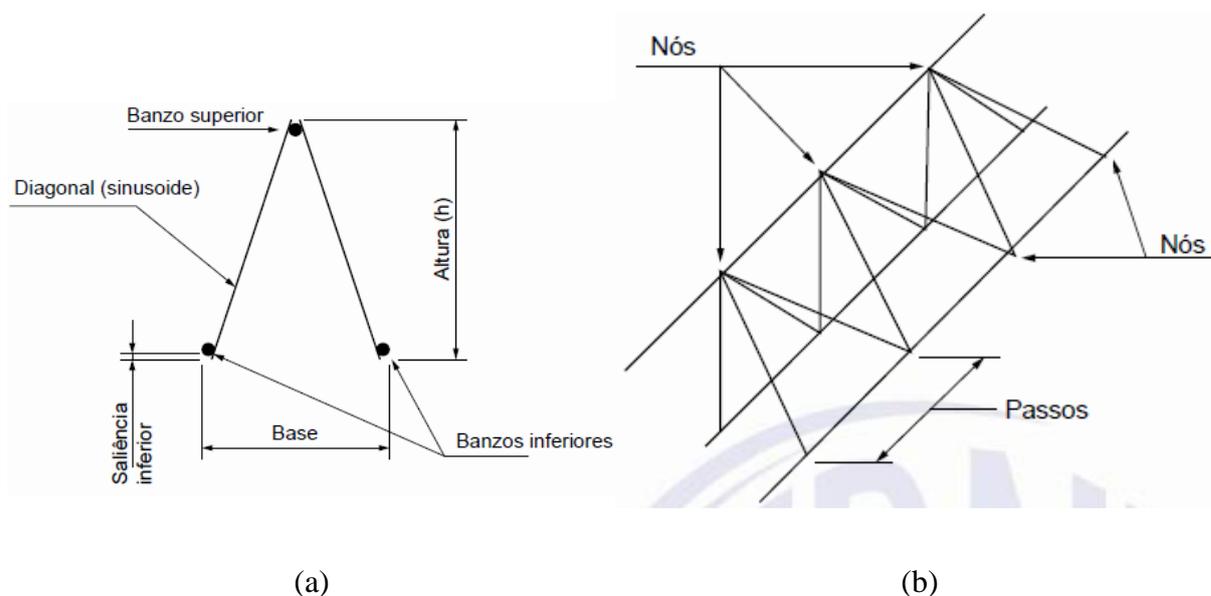
Tradicionalmente, utiliza-se uma altura mínima do apoio (h_b) variando de 2,0 cm a 3,0 cm, no entanto, a utilização de valores dentro desse intervalo torna difícil o atendimento das exigências de cobrimento nominal presentes na ABNT NBR 6118:2014 (Tabela 7.2 desta norma). Albuquerque *et al.* (2000, p. 1), em um trabalho em que analisam a utilização de armaduras ativas nas vigotas treliçadas, utilizam uma seção de 5 cm de altura para garantir um maior cobrimento. No presente trabalho, será adotada uma altura de 5,0 cm para a sapata.

Por sua vez, a largura mínima (b_v) empregada costuma ser adotada entre 12,0 cm e 15,0 cm. Esse valor está diretamente relacionado com a distância do inteirosso, com a largura da alma da seção e com o espaço disponível para o alojamento de armaduras suplementares (quando necessário). A ABNT NBR 14859-1:2014, faz referência a um elemento chamado minipanel treliçado, cuja largura adotada pode chegar até 40,0 cm. No entanto, soluções com bases muito largas se tornam antieconômicas, pois o concreto presente na alma estará sujeito a tração na maioria dos casos, exceto em seções com momentos negativos.

A armadura eletrossoldada tem seus requisitos especificados na ABNT NBR 14859-3:2016. A mesma possui forma de estrutura espacial prismática, formada por duas barras de aço paralelas longitudinais na base (banzo inferior), uma barra longitudinal no topo (banzo superior), interligados por eletrofusão às duas barras de aço diagonais contínuas (sinusoides) com espaçamento regular. Aos pontos de ligação entre as barras de aço, dar-se o nome de nó. Sendo a distância entre os eixos dos nós, medida no banzo superior ou inferior, denominada de passo (ABNT NBR 14859-1:2016, p. 1). Devido ao processo de junção entre as barras

constituintes da armação, surge uma pequena saliência entre a face horizontal inferior do banzo inferior e a face horizontal limite inferior do sinusoide. A Figura 6 apresenta a seção típica e uma perspectiva, respectivamente, da armadura eletrossoldada, indicando os elementos referidos.

Figura 6 – Seção (a) e perspectiva (b) de armadura eletrossoldada.



Fonte: ABNT NBR 14859-3 (2016).

As barras de aço utilizadas na fabricação de armaduras treliçadas devem pertencer às categorias CA-50 ou CA-60. Não é permitido o uso de aço CA-25. A ABNT NBR 14859-3:2016 define ainda intervalos que restringem o diâmetro nominal da armadura do banzo superior e as dimensões da armadura. Tais informações podem ser obtidas nas Tabelas 1 e 2 da referida norma.

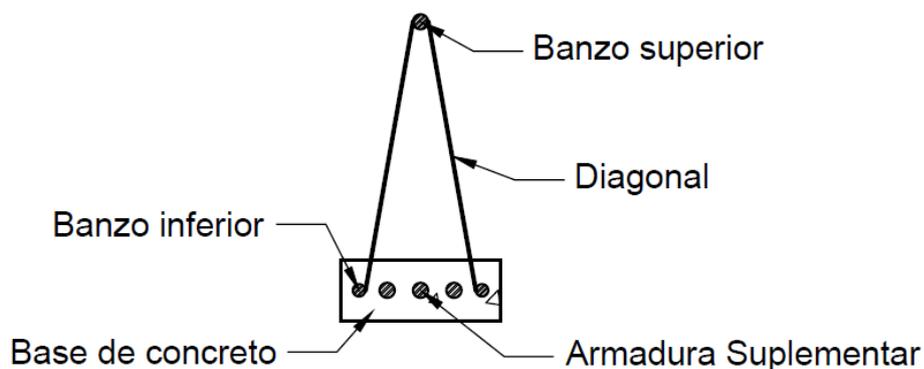
As armaduras recebem uma designação padronizada, que é também utilizada para as vigotas treliçadas por elas compostas. A seguir, descreve-se como se dar a referida designação:

- a) Abreviatura de armadura treliçada eletrossoldada (TR);
- b) Altura (em centímetros, sem casas decimais);
- c) Diâmetro das barras que compõem o banzo superior, diagonais e banzo inferior, respectivamente (em milímetros, sem casas decimais);
- d) Categoria de aço utilizado: não há designação qualquer caso seja aço CA-60 e, acrescenta-se a letra “A” em seguida ao número indicativo da bitola correspondente no caso de utilização do aço CA-50.

Por exemplo, a designação TR8634, refere-se a uma armadura treliçada eletrossoldada composta integralmente por aço CA 60, com 8 cm de altura, banzo superior com 6 mm, diagonal com 3,4 mm e banzo inferior com 4,2 mm. No caso de uma designação de TR2010A69, indica-se uma armadura treliçada composta parcialmente por aço CA 50, com 20 cm de altura, banzo superior com 10 mm em aço CA 50, diagonal com 6 mm e banzo inferior com 9,5 mm, ambos em aço CA 60.

Por fim, armaduras suplementares podem ser colocadas entre as barras do banzo inferior durante o processo de fabricação da vigota treliçada. Existe ainda a possibilidade da colocação de armaduras complementares em uma segunda camada no momento de montagem da laje treliçada na obra, caso não considerado nesse trabalho. Somente esse tipo particular de vigota permite tal reforço realizado no momento da montagem, diferente das vigotas de concreto e das vigotas protendidas. Além disso, outra vantagem desse sistema é a viabilidade para a execução de nervuras transversais ou perpendiculares, que contribuem de forma significativa para a redução de flechas, frequentemente apontadas como fator limitante nesse tipo de construção. A Figura 7 apresenta uma vigota treliçada reforçada com armaduras suplementares.

Figura 7 – Vigota com armadura suplementar.



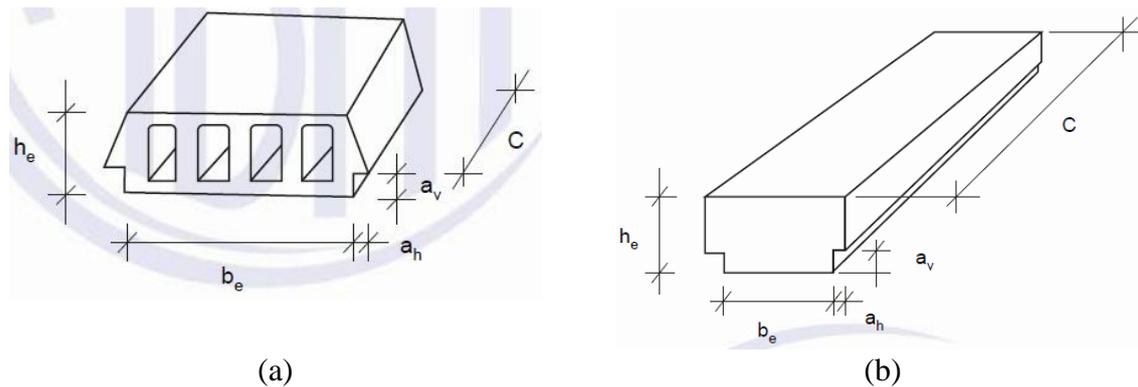
Fonte: Autor.

2.1.2 Elementos de enchimento

Os elementos de enchimento, de acordo com a ABNT NBR 14859-2 (2016), são elementos inertes e não estruturais, podendo ser maciços ou vazados, intercalados entre as vigotas com a função de reduzir o volume de concreto e o peso próprio da laje, além de servir de forma para o concreto complementar moldada na obra. Os mesmos podem ser de lajota

cerâmica, com ruptura frágil, ou de poliestireno expandido (EPS), caracterizado por ruptura dúctil. A carga mínima de ruptura dos elementos de enchimento deve ser de 1,0 kN, o suficiente para suportar os esforços de trabalho durante a montagem e concretagem da laje (ABNT/NBR 14859-2:2001, p. 11). A Figura 8 apresenta esses dois tipos de elementos de enchimento.

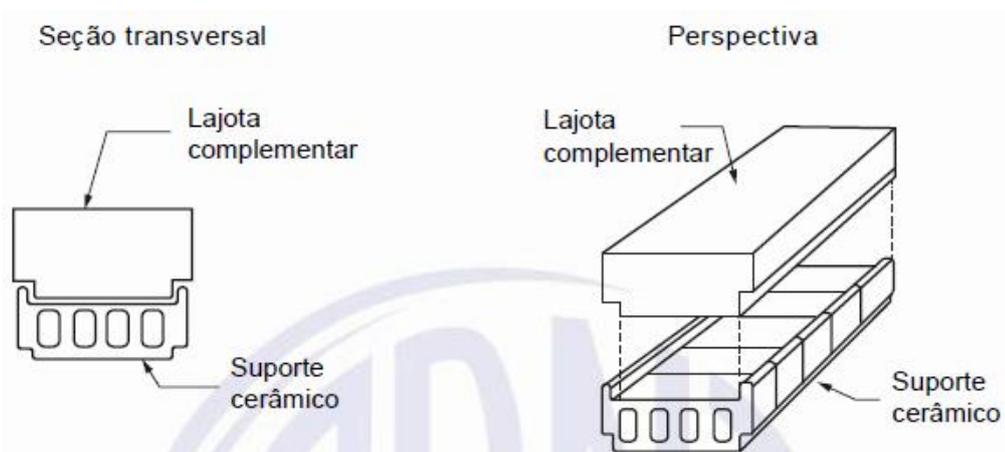
Figura 8 – Elemento de enchimento cerâmico (a) e EPS (b), respectivamente.



Fonte: ABNT/NBR 14859-2 (2016).

Além dos elementos citados anteriormente, que são utilizados com mais frequência, a ABNT NBR 14859-2:2016 especifica o elemento de enchimento misto, resultante da combinação adequada entre o suporte cerâmico e um dos elementos de enchimento. A Figura 9 exemplifica a aplicação do elemento misto.

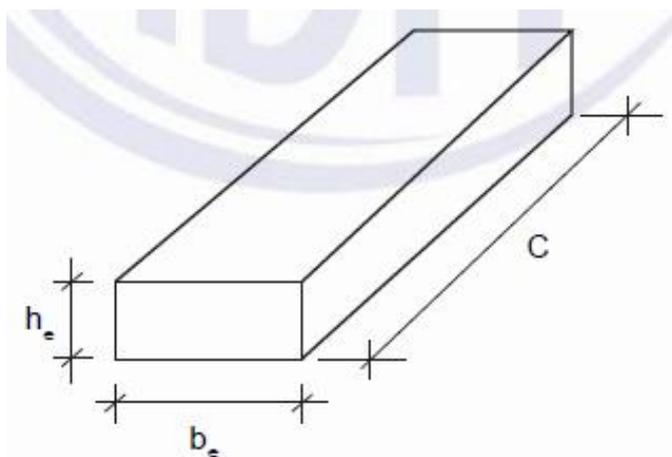
Figura 9 – Elemento de enchimento misto.



Fonte: ABNT/NBR 14859-2 (2016).

Existe também o caixão perdido de EPS, elemento de enchimento de ruptura frágil, cujas as dimensões são definidas em projeto. O concreto celular autoclavado, um material de ruptura frágil, é uma alternativa para a produção do caixão perdido. A Figura 10 apresenta um esquema de caixão perdido.

Figura 10 – Elemento de enchimento caixão perdido.



Fonte: ABNT/NBR 14859-2 (2016).

A ABNT NBR 14859-2:2016 descreve uma série de tabelas que especificam as dimensões e tolerâncias dos elementos para materiais de ruptura frágil e dúctil. Ressalta-se, que a mesma permite a utilização de alturas diferentes das especificadas, mediante acordo prévio e expresso entre fornecedor e comprador, desde que sejam atendidas todas as demais disposições da referida norma. Nakao *et al.* (2005) realizaram uma análise experimental onde ensaiaram alguns elementos de enchimento. Apesar de todos satisfazerem os requisitos, constatou-se uma grande variedade referente a quantidade de furos e espessura de septos e, conseqüentemente, de resistência, peso e custo final do elemento. Como a ABNT NBR 14859-2:2016 não especifica os parâmetros analisados, os autores sugerem a realização de novos estudos para a determinação da influência desses parâmetros e a provável redução de desperdícios de material.

2.1.3 Capa de concreto

Após apoiadas as vigotas sobre as vigas ou alvenarias, colocados os elementos de enchimento, as armaduras de distribuição e feitos os devidos escoramentos, é executada uma camada de concreto estrutural moldado no local. O objetivo dessa capa de concreto é garantir a solidarização dos elementos e resistir, principalmente, aos momentos fletores positivos, uma

vez que a formação de uma mesa superior aumenta a área de concreto comprimido. Pode-se também considerar a contribuição dessa capa na direção transversal às vigotas. Recomenda-se que a resistência característica a compressão mínima do concreto da capa seja de 20 MPa (classe C20). Os demais procedimentos para execução desse componente são apresentados, principalmente, na ABNT NBR 6118:2014 e demais normas correlatas.

3 ANÁLISE

Carvalho *et al.* (2005) realizam um retrospecto dos estudos teóricos e experimentais realizados sobre lajes pré-fabricadas com vigotas de concreto armado. Apresentando ao longo do referido trabalho os modelos de cálculo, a distribuição de ações nas vigas periféricas, o estado de deformação considerando a fluência e fissuração, a continuidade entre os painéis, os esforços de cisalhamento e punção das mesas, as emendas de treliças, entre outros aspectos. Os autores constataram, a partir da análise de outros trabalhos, que a verificação do estado de deformação excessiva é determinante na quase totalidade dos casos analisados, principalmente em lajes armadas em uma única direção (unidirecionais). Essa situação se acentua devido a necessidade da consideração do efeito da fissuração e da fluência no cálculo das flechas de estruturas submetidas à flexão. Percebeu-se também, como esperado, que a seção em forma de T da laje treliçada é mais adequada para resistir a momentos positivos e menos adequada a momentos negativos (CARVALHO *et al.*, 2005, p. 6).

Cunha (2012) apresenta em sua dissertação um conjunto de recomendações para o projeto de lajes formadas por vigotas com armação treliçada. Dentre as suas conclusões, o autor destaca a importância da consideração da seção fissurada e da fluência para uma análise mais próxima do real comportamento da estrutura. Também constatou o fato de as lajes formadas por vigotas treliçadas serem mais suscetíveis às flechas quando comparadas com as lajes maciças de mesma altura, de acordo com um exemplo de aplicação. Além disso, percebeu-se que a redistribuição do momento negativo garante uma economia de materiais.

Como percebido, existem alguns estudos referentes aos métodos de análise e dimensionamento das lajes treliçadas. Ressalta-se ainda que novas normas estão sendo desenvolvidas no cenário brasileiro a partir desses estudos.

3.1 Modelo estático

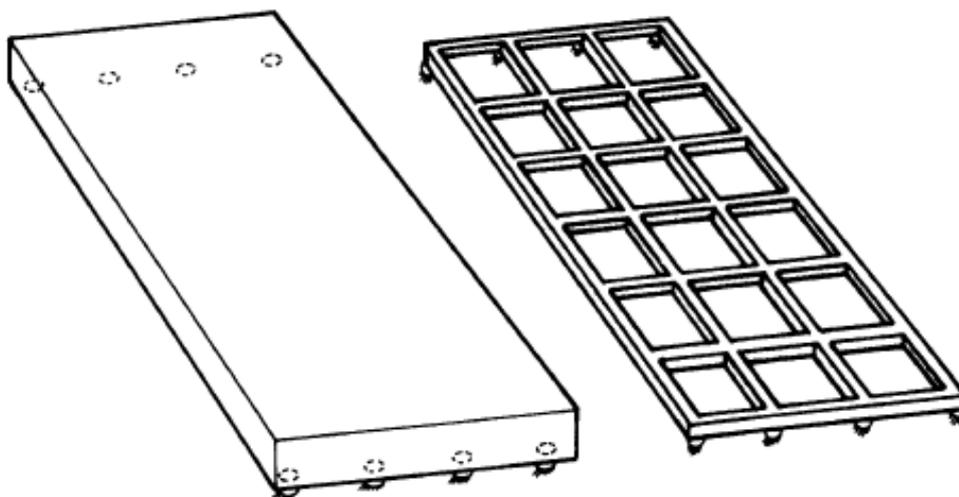
Na engenharia, representam-se as estruturas reais por meios de modelos que visam facilitar sua análise. As lajes são elementos de superfície (placas), cujas as ações atuam perpendicularmente ao plano médio formado pelos pontos equidistantes das superfícies superior e inferior. No caso das lajes treliçadas, o fato de a nervura da vigota ser concretada juntamente com a capa (ou mesa) ocasiona uma continuidade também na direção perpendicular às vigotas. Isto confere ao sistema um comportamento de laje ortotrópica que possui rigidez à

flexão maior na direção das treliças. Na direção transversal há, entretanto, uma rigidez à flexão conferida pela mesa de concreto e pela armadura de distribuição.

Em um modelo bem conservador, consideram-se as nervuras formadas pelas treliças como vigas T isoladas. Considera-se também que a laje trabalha como sendo unidirecional, de acordo com o modelo de flexão cilíndrica. Na flexão cilíndrica as equações são obtidas a partir das equações da teoria de placas, fazendo-se nula a curvatura na maior direção. Pela teoria de placas, mostra-se que na direção transversal às nervuras, deve-se prover armadura para absorver 20% do momento na direção principal, conforme prescreve a ABNT NBR 6118:2014, em sua Tabela 19.1.

Um outro modelo, denominado de analogia de grelha, pode ser visto na Figura 11. Esse modelo permite a consideração da rigidez das lajes vizinhas, as vigas de apoio podem ser consideradas como elementos deformáveis e também é possível fazer um modelo mais adequado de interação das lajes com as vigas.

Figura 11 – Laje e grelha equivalente.



Fonte: Droppa (1999).

Outra forma de se considerar o efeito da continuidade proporcionada pela capa foi proposta por Kennedy e Bali (1979), ao introduzir no cálculo da inércia a contribuição da mesa de concreto formada na direção perpendicular às vigotas. O que os autores propuseram foi considerar a rigidez à flexão da placa (D) ao invés da rigidez da viga (EI). Ressalta-se que esse efeito apenas se aplica na mesa da seção, região onde existe continuidade.

O presente trabalho considerará as nervuras como vigas T isoladas (flexão cilíndrica). E, para efeito de comparação, introduzirá o efeito do coeficiente de Poisson no cálculo da inércia, conforme proposto por Kennedy e Bali (1979).

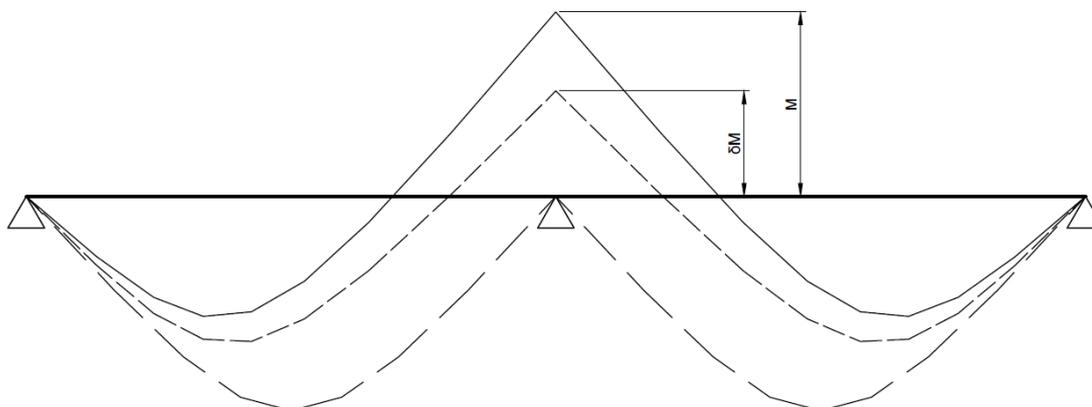
Por ser utilizado com frequência nas construções que empregam lajes treliçadas e com o intuito de analisar o efeito da redistribuição de momentos negativos, serão utilizadas lajes formadas por dois vãos, considerando ou não a continuidade entre os vãos das lajes vizinhas, conforme a Figura 12. A redistribuição de momentos está prevista na ABNT NBR 6118:2014 e, quando aplicada deve satisfazer, obrigatoriamente, as condições de equilíbrio e ductilidade. Seus limites são estabelecidos na referida norma:

$$\delta \geq 0,75 \quad (1)$$

Onde:

δ = coeficiente de redistribuição de momento negativo.

Figura 12 – Diagrama de momentos de acordo com as condições estáticas.



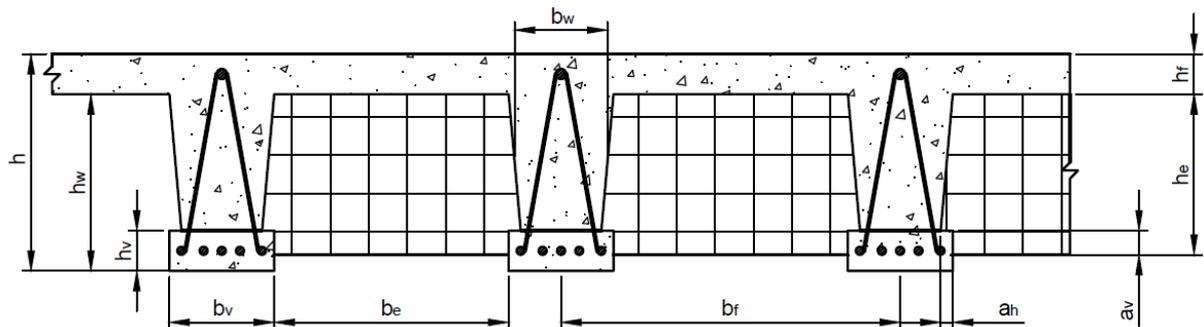
Fonte: Autor.

Magalhães (2001), realizou análises segundo modelos teóricos e experimentais para avaliar a contribuição da continuidade relativa aos momentos fletores negativos. Observou-se que em lajes treliçadas com uma alta taxa de armadura negativa não ocorre a redistribuição de esforços e, a mesma trabalha como plenamente contínua. Além de as flechas praticamente independem da taxa de armadura negativa e a força última ser praticamente independente do grau de redistribuição adotado no dimensionamento.

3.2 Definição da seção transversal

As principais dimensões que definem a seção transversal estão representadas na Figura 13. Em seguida apresenta-se uma breve descrição de cada uma delas. Tais valores resultam da combinação entre as dimensões das vigotas pré-moldadas, dos elementos de enchimento e da capa de concreto moldada no local.

Figura 13 – Principais dimensões da seção transversal laje treliçada.



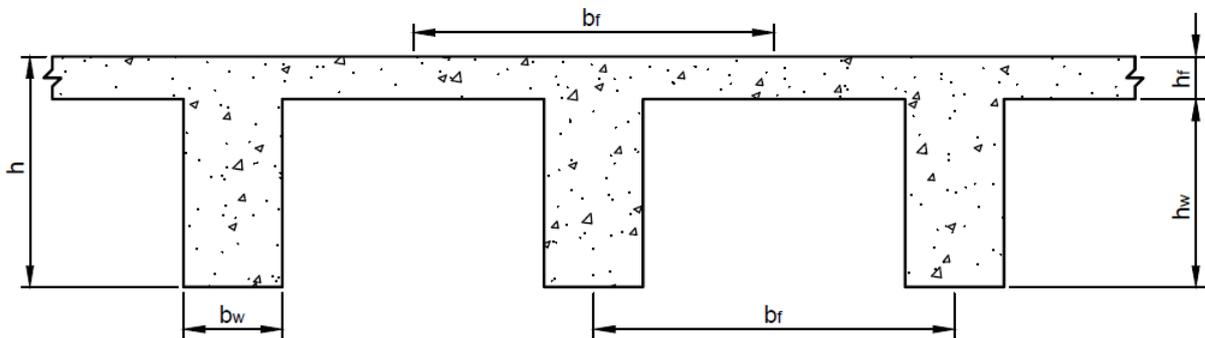
Fonte: Autor.

Onde:

- b_v = largura da base de concreto da vigota;
- a_h = encaixe horizontal do elemento de enchimento;
- b_e = largura do elemento de enchimento;
- b_f = distância do entreixo;
- b_w = largura média da seção;
- a_v = encaixe vertical do elemento de enchimento;
- h_e = altura do elemento de enchimento;
- h_f = altura da capa de concreto moldado no local;
- h_w = altura da alma da seção;
- h_v = altura da base de concreto da vigota;
- h = altura total da laje.

Para realização do dimensionamento, a seção transversal, frequentemente, é aproximada por uma seção T, conforme a Figura 14. Em seguida são apresentadas as equações utilizadas para obtenção das dimensões indicadas.

Figura 14 – Seção aproximada da laje treliçada.



Fonte: Autor.

$$b_f = b_v + b_e \quad (2)$$

$$b_w = b_v - a_h \quad (3)$$

$$h_w = h_e + (h_v - a_v) \quad (4)$$

$$h = h_f + h_w \quad (5)$$

As propriedades geométricas podem ser calculadas a partir das dimensões definidas. As equações de (6) a (8), se referem a determinação da área, da altura do centroide a partir da fibra superior e do momento de inércia com relação ao centroide, respectivamente, para seções consideradas como T isoladas. Por sua vez, as equações (9) e (10), levam em consideração a contribuição da mesa de concreto formada na direção perpendicular para a rigidez da laje, ao considerar o coeficiente de Poisson nessa região.

$$A = b_f \cdot h_f + b_w \cdot h_w \quad (6)$$

$$y_{cg} = \frac{b_f \cdot \frac{h_f^2}{2} + b_w \cdot h_w \cdot \left(h_f + \frac{h_w}{2} \right)}{A} \quad (7)$$

$$I_{cg} = \frac{b_f \cdot h_f^3}{12} + b_f \cdot h_f \cdot \left(y_{cg} - \frac{h_f}{2} \right)^2 + \frac{b_w \cdot h_w^3}{12} + b_w \cdot h_w \cdot \left(h_f + \frac{h_w}{2} - y_{cg} \right)^2 \quad (8)$$

$$y_{cg,m} = \frac{b_f \cdot \frac{h_f^2}{2(1-\nu^2)} + b_w \cdot h_w \cdot \left(h_f + \frac{h_w}{2}\right)}{A} \quad (9)$$

$$I_{cg,m} = \frac{b_f \cdot h_f^3}{12(1-\nu^2)} + \frac{b_f \cdot h_f \cdot \left(y_{cg} - \frac{h_f}{2}\right)^2}{(1-\nu^2)} + \frac{b_w \cdot h_w^3}{12} + b_w \cdot h_w \cdot \left(h_f + \frac{h_w}{2} - y_{cg}\right)^2 \quad (10)$$

Onde:

A = área da seção transversal;

y_{cg} = centroide da seção transversal, medido a partir da face superior;

I_{cg} = momento de inércia em torno do centroide da seção transversal;

ν = coeficiente de Poisson do concreto;

$y_{cg,m}$ = centroide da seção transversal, medido a partir da face superior, considerando a contribuição da mesa superior;

$I_{cg,m}$ = momento de inércia em torno do centroide da seção transversal, considerando a contribuição da mesa superior.

3.3 Definição dos carregamentos

O carregamento é composto por uma parcela permanente, que ocorre com valores praticamente constantes durante toda a vida da construção, e outra variável, que são constituídas pelas cargas acidentais previstas para o uso da construção. Os valores de cálculo das ações são obtidos a partir dos valores característicos multiplicados por um coeficiente de ponderação, conforme a combinação utilizada. Ressalta-se que não serão analisadas neste trabalho as ações horizontais, supondo a existência de subestruturas de contraventamento que resistem a maior parte dos esforços decorrentes dessas ações. Além disso, as estruturas que se utilizam de lajes treliçadas são, costumeiramente, de pequeno a médio portes.

O peso próprio da estrutura resulta do volume de concreto, material de enchimento e revestimento do piso. Os pesos específicos dos materiais utilizados são apresentados na Tabela 2. A contribuição do revestimento superior (piso) e inferior, frequentemente, é adotada como sendo igual a 1,0 kN/m², correspondente a uma espessura de aproximadamente 5,0 cm de uma argamassa de cimento e areia. Quando ocorre a consideração de seções T isoladas, o carregamento obtido por metro quadrado deve ser multiplicado pelo valor do intereixo.

Tabela 2 – Pesos específicos dos materiais utilizados.

Material	Peso Específico (kN/m ³)
Concreto armado	25,0
Lajotas cerâmicas	18,0
Argamassa de cimento e areia (piso)	21,0

Fonte: ABNT NBR 6120 (1980, p. 2).

$$g_1 = A \cdot \gamma_c \quad (11)$$

$$g_2 = (b_f \cdot h - A) \cdot \gamma_{ee} \quad (12)$$

$$g_3 = g_{rev} \cdot b_f \quad (13)$$

$$g = g_1 + g_2 + g_3 \quad (14)$$

Onde:

g_1 = peso próprio do concreto armado, por nervura;

g_2 = peso próprio do elemento de enchimento, por nervura;

g_3 = peso próprio do revestimento do piso, por nervura;

g = ação permanente total, por nervura;

γ_c = peso específico do concreto;

γ_{ee} = peso específico do elemento de enchimento considerando os vazios;

g_{rev} = carga de revestimento superior e inferior.

A ação acidental tem seu valor de carga definido de acordo com o tipo de uso da edificação. Seus valores estão prescritos na ABNT NBR 6120 (1980, p.3). De modo semelhante às cargas permanentes, a consideração como viga T isolada exige a multiplicação do valor de carga acidental por metro quadrado pela distância do inteiros.

$$q = Carga \cdot b_f \quad (15)$$

Onde:

$Carga$ = ação variável, por metro quadrado;

q = ação variável, por nervura.

3.4 Estado Limite Último (ELU)

No estado limite último as ações são majoradas por coeficientes definidos na ABNT NBR 6118:2014, em sua Tabela 11.1. Por sua vez, as resistências características do concreto e do aço são minoradas, conforme as equações (16) a (18).

$$p_{comb1} = \gamma_f \cdot g + \gamma_f \cdot q \quad (16)$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (17)$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad (18)$$

Onde:

p_{comb1} = ações de cálculo para combinação última normal;

γ_f = coeficiente de ponderação das ações no estado limite último;

f_{ck} = resistência característica do concreto;

γ_c = coeficiente de ponderação da resistência do concreto no estado limite último;

f_{cd} = resistência de cálculo do concreto à compressão;

f_{yk} = resistência característica de escoamento do aço;

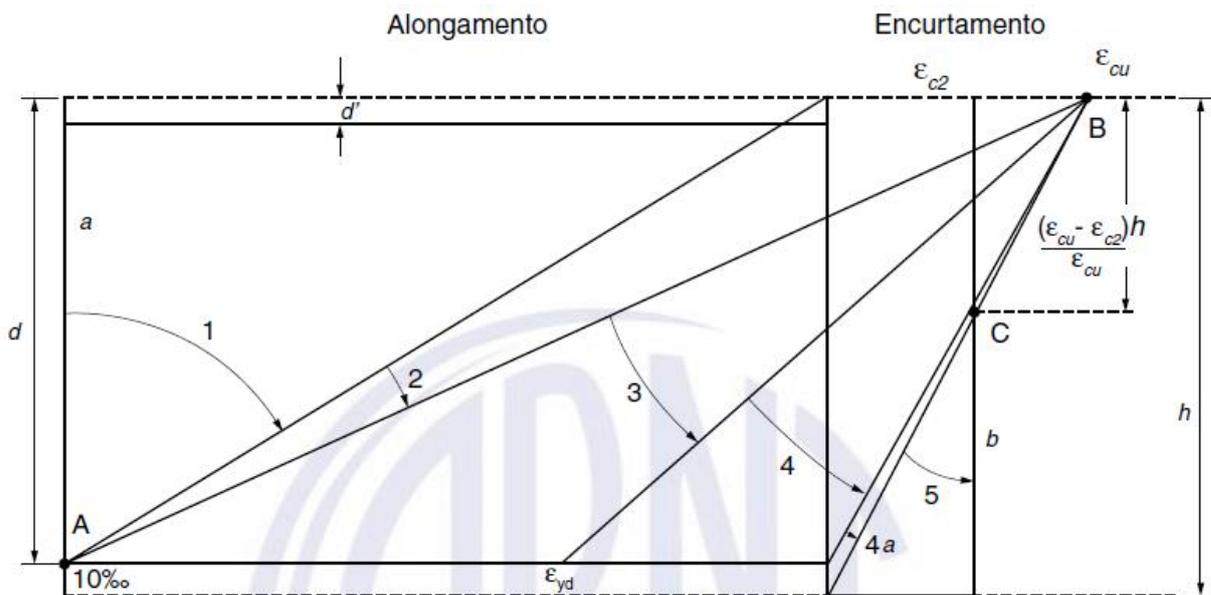
γ_s = coeficiente de ponderação da resistência do aço no estado limite último;

f_{yd} = resistência de cálculo de escoamento do aço.

As hipóteses básicas para análise dos esforços resistentes de uma seção transversal são as seguintes: as seções transversais permanecem planas após a deformação; a deformação das barras passivas devem ser iguais ao concreto em seu entorno, devido à aderência entre os materiais; as tensões de tração no concreto devem ser desprezadas; a distribuição de tensões no concreto é feita de acordo com o diagrama parábola-retângulo, com tensão de pico igual a $0,85f_{cd}$, podendo esse diagrama ser substituído por um retângulo de profundidade $y=0,8x$.

O estado limite último é caracterizado quando a distribuição das deformações na seção transversal pertencer a um dos domínios apresentados na Figura 15. O domínio 3 é a situação ideal, com referência à capacidade resistiva dos materiais, pois há um melhor aproveitamento dos dois materiais, além de apresentar uma ruptura dúctil, havendo fissuração aparente e flecha significativa (LIBÂNIO, 2007. p. 64).

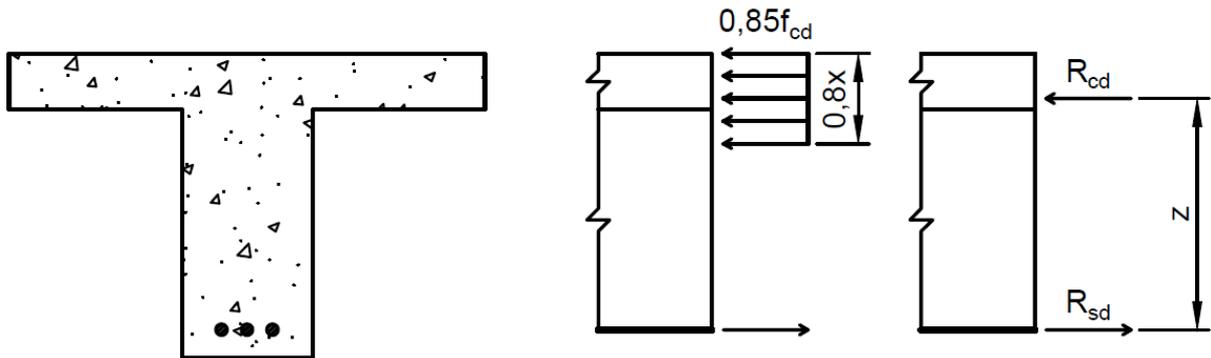
Figura 15 – Domínios de estado limite último de uma seção transversal.



Fonte: ABNT NBR 6118 (2014, p. 122).

Para o dimensionamento da armadura da seção transversal no estado limite último, inicialmente deve-se determinar a altura da linha neutra. Para tanto, faz-se necessário resolver uma equação de segundo grau resultante do equilíbrio entre as ações atuantes na seção. A Figura 16 apresenta as ações resistentes em uma seção T para momentos positivos. O dimensionamento é feito igualando-se as ações resistentes às ações solicitantes.

Figura 16 – Ações resistentes de cálculo em uma seção transversal.



Fonte: Autor.

Para proporcionar o adequado comportamento dúctil em lajes, a posição da linha neutra no estado limite último deve respeitar certos limites estabelecidos na ABNT NBR 6118:2014. No caso de concretos com resistências características inferiores a 50 MPa, a profundidade da linha neutra na seção transversal é limitada por:

Para casos em que não for efetuada redistribuição de momento:

$$\beta_x = x/d \leq 0,45 \quad (19)$$

Para casos em que for efetuada redistribuição de momento:

$$\beta_x = x/d \leq \frac{(\delta - 0,44)}{1,25} \quad (20)$$

Onde:

x = altura da linha neutra na seção transversal;

d = altura útil da seção transversal.

Em uma seção T submetida a um momento fletor positivo, podem ocorrer duas situações: a linha neutra passar na mesa superior ou na alma. Seguem-se as equações de equilíbrio para cada uma dessas situações.

Para $x \leq 1,25h_f$:

$$0,85 \cdot f_{cd} \cdot 0,8x \cdot b_f \cdot (d - 0,4x) = M_{sd} \quad (21)$$

Para $x > 1,25h_f$:

$$0,85 \cdot f_{cd} \cdot h_f \cdot (b_f - b_w) \cdot \left(d - \frac{h_f}{2}\right) + 0,85 \cdot f_{cd} \cdot 0,8x \cdot b_f \cdot (d - 0,4x) = M_{Sd} \quad (22)$$

Onde:

M_{Sd} = momento solicitante de cálculo.

Determinada a profundidade da linha neutra, calcula-se a área de aço necessária de forma direta pela equação (23). A resistência do aço é considerada no estado de escoamento do material (domínios 2 e 3).

$$A_s = \frac{M_{Sd}}{f_{yd}(d - 0,4x)} \quad (23)$$

Quando atuam momentos fletores negativos, as equações são semelhantes. No entanto, a seção passa a ser dimensionada como sendo retangular de largura b_w . Percebe-se que nessa situação a seção trabalha de forma menos eficiente.

No que diz respeito ao esforço cortante, a ABNT NBR 6118:2014 dispensa a colocação de armadura transversal quando o V_{Rd1} resultar em um valor maior do que o esforço cortante solicitante de cálculo (V_{Sd}). Na maioria dos casos de lajes treliçadas essa condição é satisfeita e, conseqüentemente, não é necessário a colocação de armaduras transversais (estribos). Além disso, a própria diagonal que forma a armação treliçada pode contribuir para resistir ao esforço cortante. Ressalta-se que Carvalho *et al.* (2005, p.8) constata que a treliça metálica apenas funciona para combater o cisalhamento quando a armadura do banzo superior se encontra na região acima da linha neutra, sendo mais comum a utilização de larguras de nervuras suficientes para que o próprio concreto resista as tensões de cisalhamento.

$$V_{Rd1} = [\tau_{Rd} \cdot k(1,2 + 40\rho_1) + 0,15\sigma_{cp}]b_w d \quad (24)$$

$$\tau_{Rd} = \frac{0,0525 \cdot f_{ck}^{2/3}}{\gamma_c} \quad (25)$$

$$\rho_1 = \frac{A_{s1}}{b_w d} \quad (26)$$

$$\sigma_{cp} = \frac{N_{Sd}}{A} \quad (27)$$

Onde:

k = coeficiente igual a $|1,6 - d|$, não menor que $|1|$, com d em metros;

A_{s1} = área de armadura de tração;

N_{Sd} = força longitudinal devida a protensão ou carregamento.

3.4 Estado Limite de Serviço (ELS)

No estado limite de serviço, costuma-se realizar a verificação de duas combinações: a quase-permanente e as ações acidentais, conforme as equações (28) e (30). As flechas admissíveis estão previstas na ABNT NBR 6118:2014, de acordo com as equações (29) e (31), respectivamente.

$$p_{comb2} = g + \psi_2 \cdot q \quad (28)$$

$$a_{lim1} = \frac{l}{250} \quad (29)$$

$$p_{comb3} = q \quad (30)$$

$$a_{lim2} = \frac{l}{350} \quad (31)$$

Onde:

p_{comb2} = combinação quase-permanente;

p_{comb3} = combinação de cargas acidentais;

ψ_2 = coeficiente de ponderação para combinação quase-permanente;

a_{lim1} = flecha admissível para combinação quase-permanente;

a_{lim2} = flecha admissível para cargas acidentais;

l = vão da laje.

A rigidez adotada para determinação das flechas é a rigidez equivalente, prescrita na ABNT NBR 6118:2014. Nesse caso, considera-se a seção no estágio II, isto é, com o efeito da fissuração do concreto da zona tracionada.

$$(EI)_{eq,t0} = E_{cs} \left\{ \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] I_{II} \right\} \quad (32)$$

Onde:

M_r = momento de fissuração da seção;

M_a = momento máximo do vão;

I_{II} = momento de inércia no estágio II.

O momento de inércia no estágio II é calculado a partir da condição de momento estático nulo em torno do centroide da seção, desprezando-se a região de concreto tracionada. No caso da seção T, a altura da linha neutra pode passar na mesa ou na alma da seção. Ressalta-se que a armadura do banzo superior não foi considerada nos cálculos, tal simplificação está a favor da segurança.

Para $x \leq h_f$:

$$b_f \cdot \frac{x^2}{2} - \alpha_e \cdot A_s (d - x) = 0 \quad (33)$$

Para $x > h_f$:

$$b_f \cdot h_f \cdot \left(x - \frac{h_f}{2} \right) + b_w \cdot \frac{(x - h_f)^2}{2} - \alpha_e \cdot A_s \cdot (d - x) = 0 \quad (34)$$

Onde:

α_e = coeficiente de homogeneização da seção, dado pelo quociente entre os módulos de elasticidade do aço e do concreto.

Após a determinação da posição da linha neutra, calcula-se o momento de inércia no estágio II a partir do teorema dos eixos paralelos.

Para $x \leq h_f$:

$$I_{II} = \frac{b_f \cdot x^3}{3} + \alpha_e \cdot A_s \cdot (d - x)^2 \quad (35)$$

Para $x > h_f$:

$$I_{II} = \frac{b_f \cdot h_f^3}{12} + b_f \cdot h_f \cdot \left(x - \frac{h_f}{2}\right)^2 + \frac{b_w \cdot (x - h_f)^3}{3} + \alpha_e \cdot A_s \cdot (d - x)^2 \quad (36)$$

O momento de fissuração define a transição entre o estágio I e o estágio II. Seu valor indica o início da fissuração da seção transversal.

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct} \cdot I_{cg}}{y_t} \quad (37)$$

Onde:

$\alpha = 1,2$ para seções T, correlaciona aproximadamente a resistência à tração na flexão com a resistência à tração direta;

f_{ct} = resistência a tração direta do concreto;

y_t = distância do centro de gravidade a fibra mais tracionada.

Por fim, considera-se também o efeito da fluência do concreto por meio do cálculo da flecha diferida. No caso de lajes treliçadas, na maioria dos casos não são utilizadas armaduras de compressão e, conseqüentemente, esse fator não influencia para o cálculo da flecha diferida.

$$\alpha_f = \Delta\xi \quad (38)$$

Os valores do coeficiente da equação (38) são função do tempo em que as cargas são aplicadas sobre a estrutura, isto é, quando os escoramentos são retirados e o tempo em que se deseja obter o valor da flecha diferida. A Tabela 17.1 da ABNT NBR 6118:2014 traz os valores dos coeficientes referidos. O valor da flecha total deve ser obtido multiplicando a flecha imediata por $(1 + \alpha_f)$.

4 OTIMIZAÇÃO

Segundo Castilho e Lima (2007), “A busca por uma solução otimizada é importante para manter a competitividade da laje treliçada, levando-se em conta as variações nos preços dos insumos”. Tal afirmação torna-se ainda mais válida no momento atual em que a indústria da construção civil enfrenta um período de recessão. Além disso, soluções ótimas evitam desperdícios, contribuindo para a preservação dos recursos naturais.

A minimização ou maximização de uma função costuma ser o objetivo da otimização. Na construção civil, costuma-se buscar a minimização dos custos. No campo de elementos pré-moldados, alguns autores consideram todo o processo produtivo, o transporte e a montagem na elaboração de uma função custo.

Quanto aos métodos de otimização, existem diversos tipos de análises disponíveis. O método de Gradiente Reduzido Generalizado (GRG), por exemplo, é um método não-linear para a solução de problemas de minimização e maximização (Lasdon *et al.*, 1978 *apud* Castilho, 2007). Outro método que pode ser citado é o Algoritmo Genético (AG). De acordo com Castilho (2003), este método se baseia nos mecanismos de evolução de populações de seres vivos e tem sido aplicado largamente na otimização das mais variadas estruturas, gerando resultados satisfatórios, por vezes melhores do que os métodos convencionais.

Castilho e Lima (2006) analisaram os custos envolvidos no processo de produção de vigotas treliçadas levando em consideração o transporte, a montagem e a concretagem de lajes pré-fabricadas. As autoras utilizaram o método de otimização do Gradiente Reduzido Generalizado (GRG). Estudou-se a aplicação de elementos de enchimento de lajotas cerâmicas e EPS. As variáveis consideradas foram: a altura e resistência da capa de concreto e o intereixo (no caso de lajes com enchimento de EPS). Constatou-se que as lajes com EPS, geralmente, são mais caras que as compostas com lajotas cerâmicas. Observou-se que em lajes de médio e grande vão, soluções otimizadas possibilitam melhores combinações de quantitativos de insumo. Além disso, percebeu-se que o aumento do intereixo em lajes com enchimento de EPS ocasiona economia resultante do menor volume de concreto e número de vigotas.

Em um trabalho semelhante, Castilho e Lima (2007) aplicam o método de algoritmos genéticos na otimização de lajes unidirecionais e contínuas. As variáveis de projeto utilizadas na elaboração da função custo foram: espessura e resistência característica da capa de concreto, valor do intereixo e grau de redistribuição de momento. O trabalho investigou um universo de variáveis contínuas e discretas. Por se tratar de estruturas de concreto pré-moldado, analisaram-se as etapas de produção, transporte e montagem. Para título de comparação,

utilizou-se também o método do Gradiente Reduzido Generalizado (GRG), trabalhando com variáveis contínuas. O mesmo foi empregado por meio ferramenta *Solver* do Excel. Os resultados indicam que com o aumento do vão (8,0 m para 12,0 m), no caso da TR08634, ocorreu um aumento na espessura da capa de concreto, um aumento na resistência característica do concreto de capeamento, uma redução no valor do inteixico e um aumento nos reforços de aços negativos (apoio central) e adicionais. O comportamento inverso se deu com o aumento da altura da armação treliçada. Além disso, ambos os métodos, AG e GRG, tenderam para os mesmos resultados.

4.1 Ferramenta *Solver* do Excel

O presente trabalho utilizará a ferramenta *solver* para minimização da função custo, devido à facilidade de implementação, boa comunicação com o método de análise (planilhas eletrônicas), além do mesmo apresentar bons resultados em trabalhos de otimização analisados durante a revisão bibliográfica. O *Solver* é um suplemento do Microsoft Excel utilizado para encontrar um valor ideal (máximo ou mínimo) para uma fórmula em uma célula, conforme restrições sobre os valores de outras células de fórmula em uma planilha. Ele trabalha com um grupo de células, chamadas variáveis de decisão ou simplesmente de células variáveis, usadas no cálculo das fórmulas nas células de objetivo e de restrição. O *Solver* ajusta os valores nas células variáveis de decisão para satisfazer aos limites sobre células de restrição e produzir o resultado desejado para a célula objetivo.

A ferramenta *Solver* utiliza o algoritmo do Gradiente Reduzido Generalizado (GRG). A ideia do mesmo é transformar problemas com restrições em problemas sem restrição, utilizando-se dos multiplicadores de Lagrange. Uma breve descrição desse algoritmo pode ser representada pela seguinte formulação:

Minimizar $F(X)$ *sujeita a:*

$$g_i(X) = 0, i = 1, neq$$

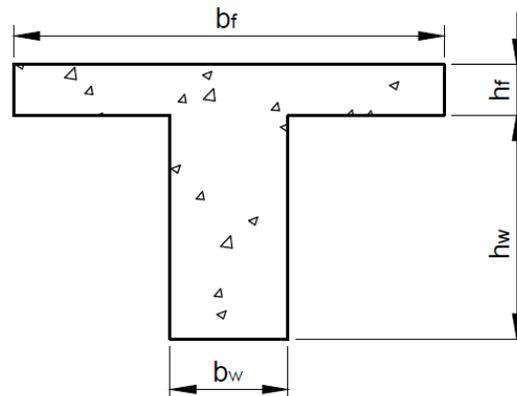
$$L_j < X_j < U_j, j = 1, n$$

Onde X é um vetor de n variáveis; neq , é o número de restrições de igualdade, pode ser zero; as funções g_i são assumidas com diferenciáveis.

Para a aplicação do algoritmo, as equações de desigualdade são inicialmente convertidas em equações de igualdade. Para tanto, são adicionadas variáveis fictícias, que podem se de folga, no caso de desigualdades do tipo menor ou igual, ou de excesso, no caso de desigualdades do tipo maior ou igual.

A seguir, para um melhor entendimento da aplicação da ferramenta solver, será apresentado um exemplo de um modelo de otimização simples. O mesmo consiste na obtenção de uma seção T, conforme a Figura 17, de menor área que atenda a um conjunto de exigências referentes a geometria.

Figura 17 – Seção T.



Fonte: Autor.

A função objetivo é definida como sendo a área da seção transversal. Esse valor é função das variáveis de projeto (dimensões da seção) e deve ser minimizado. A equação (39) apresenta a referida função, que deve ser implementada em uma célula do Excel.

$$A = h_f \cdot b_f + h_w \cdot b_w \quad (39)$$

As variáveis são as dimensões que definem a seção transversal. Nesse exemplo, tais valores serão restringidos a números inteiros. No Excel, as variáveis são definidas em células com um valor inicial ou valor de partida. Também é interessante definir um conjunto de parâmetros fixos, quando existentes, para o cálculo dos parâmetros pertinentes ao projeto. No presente exemplo, definem-se as seguintes variáveis dependentes:

$$h = h_f + h_w \quad (40)$$

$$y_{cg} = \frac{b_f \cdot \frac{h_f^2}{2} + b_w \cdot h_w \cdot \left(h_f + \frac{h_w}{2}\right)}{A} \quad (41)$$

$$I_{cg} = \frac{b_f \cdot h_f^3}{12} + b_f \cdot h_f \cdot \left(y_{cg} - \frac{h_f}{2}\right)^2 + \frac{b_w \cdot h_w^3}{12} + b_w \cdot h_w \cdot \left(h_f + \frac{h_w}{2} - y_{cg}\right)^2 \quad (42)$$

As restrições limitam os intervalos de variação das variáveis, assim como de algumas propriedades, como a inércia, que são diretamente relacionadas com esses valores. No Excel, é interessante adicionar as restrições normalizadas, a fim de que todas tenham a mesma ordem de grandeza, além de contribuir na visualização do atendimento ou não da restrição. A normalização consiste em representar as restrições da seguinte forma:

$$X \leq X_{lim} \rightarrow \frac{X}{X_{lim}} - 1 \leq 0 \text{ e } X \geq X_{lim} \rightarrow 1 - \frac{X}{X_{lim}} \leq 0 \quad (43)$$

Nesse exemplo, as seguintes restrições, de caráter hipotético, devem ser atendidas para que a seção seja viável:

$$h_f \geq 4,0 \text{ cm} \quad (44)$$

$$h \leq 20,0 \text{ cm} \quad (45)$$

$$b_f \leq 65,0 \text{ cm} \quad (47)$$

$$b_f \geq 40,0 \text{ cm} \quad (48)$$

$$b_w \leq 14,0 \text{ cm} \quad (49)$$

$$b_w \geq 11,0 \text{ cm} \quad (50)$$

$$I_{cg} \geq 10000,0 \text{ cm}^4 \quad (51)$$

As Figuras 18 e 19 apresentam as variáveis de projeto, as variáveis dependentes, a função objetivo e as restrições implementadas no Excel. Os valores observados, se referem aos valores de partida, antes do processo de otimização.

Figura 18 – Variáveis de projeto, variáveis dependentes, função objetivo e restrições.

Variáveis de Projeto		Parâmetros Calculados	
$b_f =$	60,0 cm	$h =$	18,0 cm
$h_f =$	6,0 cm	$y_{cg} =$	5,6 cm
$h_w =$	12,0 cm	$I_{cg} =$	11139,43 cm ⁴
$b_w =$	12,0 cm		

Função Objetivo	
Mínimizar	$A \text{ (cm}^2\text{)} = 504,00$

Restrições	
Sujeito a:	
$1 - h_f / 4$	$\leq 0 \quad h_f \geq 4 \text{ cm;}$
-0,50000	≤ 0

Fonte: Autor.

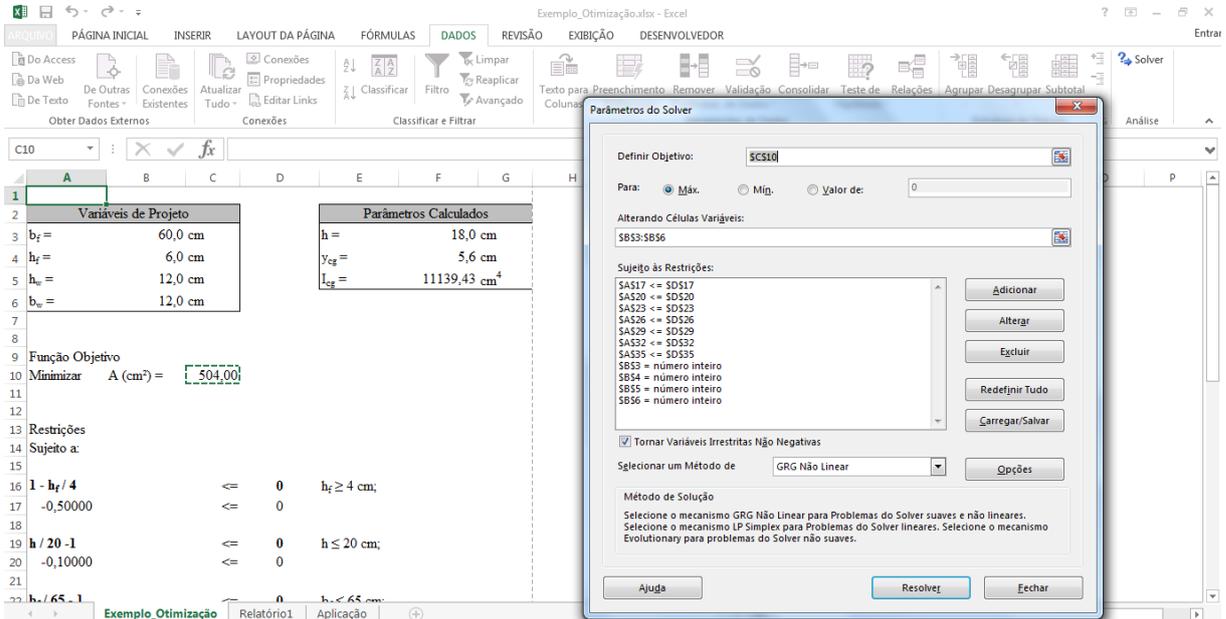
Figura 19 – Restrições (continuação).

$h / 20 - 1$	$\leq 0 \quad h \leq 20 \text{ cm;}$
-0,10000	≤ 0
$b_f / 65 - 1$	$\leq 0 \quad b_f \leq 65 \text{ cm;}$
-0,07692	≤ 0
$1 - b_f / 40$	$\leq 0 \quad b_f \geq 40 \text{ cm;}$
-0,50000	≤ 0
$b_w / 14 - 1$	$\leq 0 \quad b_w \leq 14 \text{ cm;}$
-0,14286	≤ 0
$1 - b_w / 11$	$\leq 0 \quad b_w \geq 11 \text{ cm;}$
-0,09091	≤ 0
$1 - I_{cg} / 10000$	$\leq 0 \quad I_{cg} \geq 10000.$
-0,11394	≤ 0

Fonte: Autor.

Posteriormente, definem-se os parâmetros do *Solver*. Observe a Figura 20.

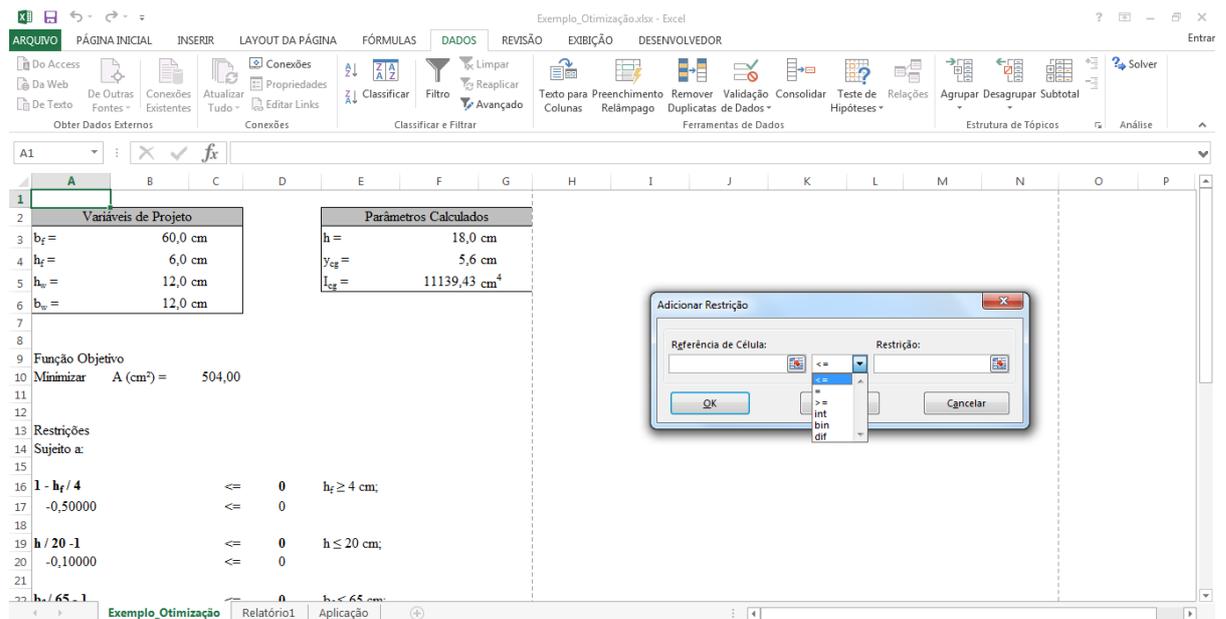
Figura 20 – Parâmetros do solver.



Fonte: Autor.

As restrições são adicionadas manualmente. A Figura 21 apresenta esse processo.

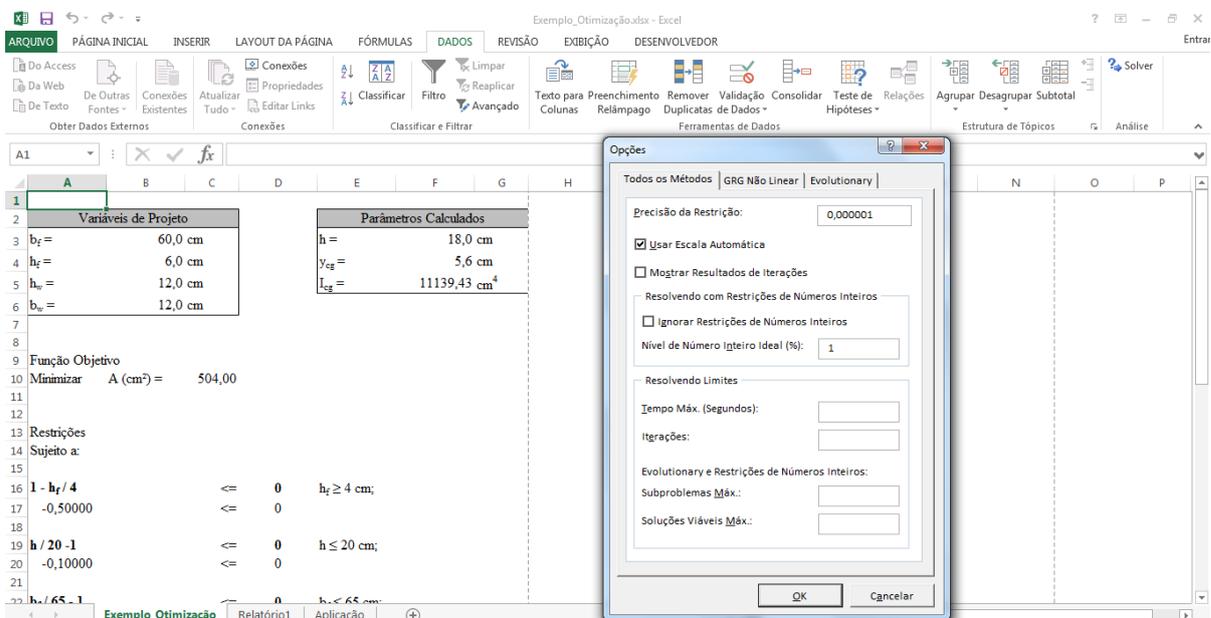
Figura 21 – Janela para adicionar restrições.



Fonte: Autor.

Também é possível alterar as opções do solver. Nessa janela são definidos alguns parâmetros dos modelos disponíveis no Excel: precisão da restrição, convergência, presumir não negativos, entre outros. A precisão tem por função verificar se uma restrição está ativa ou não, isto é, se o valor da célula atingiu o limite inferior ou superior. O item convergência é utilizado para interromper o processo de otimização quando a diferença relativa na função objetivo nas cinco últimas iterações é menor do que esse valor. A opção presumir não negativos é necessária quando as variáveis do problema não podem assumir valores negativos. Observe a Figura 22.

Figura 22 – Opções do solver.



Fonte: Autor.

Após a execução do modelo de otimização, obtém-se a função custo minimizada. O critério de parada do processo de iteração está relacionado com o valor assumido para o parâmetro de convergência, isto é, quando são obtidas soluções consecutivas cujas variações são inferiores a taxa de convergência, assume-se tal valor como sendo o ótimo. Nesse exemplo, utilizou-se uma taxa de convergência de $1e-4$, obtendo-se a menor área que atende todas as restrições, conforme a Tabela 3.

Tabela 3 – Valor inicial e final da área total da seção T.

Variável de Projeto	Valor Inicial	Valor Final
b _f (cm)	60,0	40,0
h _f (cm)	6,0	4,0
h _w (cm)	12,0	15,0
b _w (cm)	12,0	11,0
Área Total (cm²)	504,00	325,00

Fonte: Autor.

5 METODOLOGIA

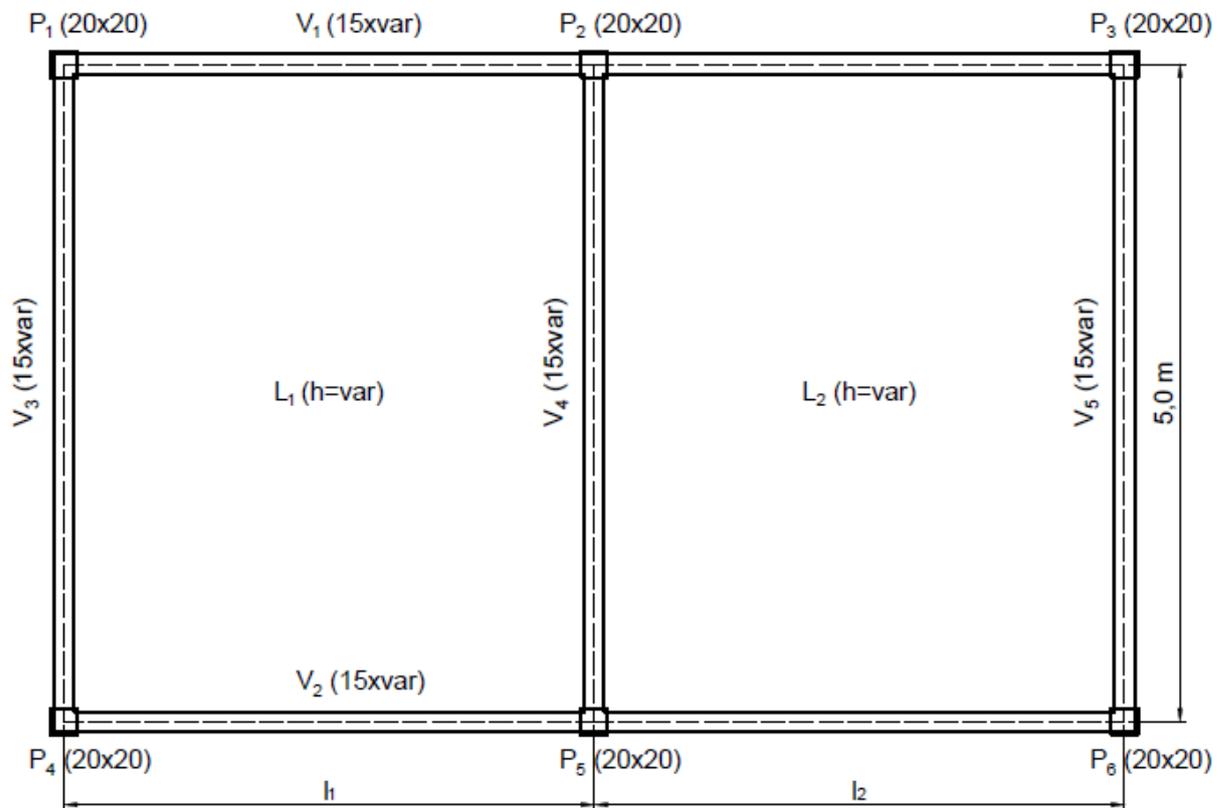
A realização de pesquisa bibliográfica nos periódicos da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e banco de dissertações e teses forneceram as informações necessárias para a definição da metodologia da presente pesquisa, além de contribuírem para o conhecimento do real estado da arte e dos requisitos das lajes de concreto nervuradas com vigotas pré-moldadas treliçadas atualmente observados no desenvolvimento de projetos. A seguir são descritas as demais etapas executadas para se alcançarem os objetivos específicos do trabalho.

5.1 Análise

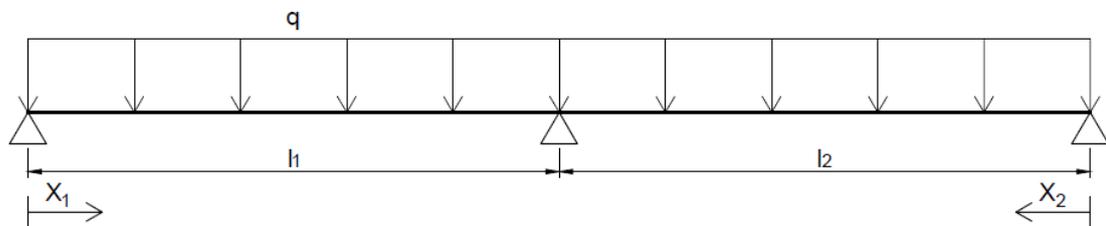
No presente trabalho, consideraram-se lajes constituídas de dois vãos submetidos ao mesmo carregamento e com seções de mesmas características geométricas. A colocação de vigotas armadas em uma única direção (lajes unidirecionais), possibilita a hipótese de lajes com flexão cilíndrica. Nesse caso o deslocamento vertical é função apenas da abcissa (X), a análise de placas se reduz a resolução da Equação da Linha Elástica, semelhante a vigas.

Quanto ao modelo estático, analisam-se estruturas rotuladas (sem momento negativo), contínuas (momento negativo no apoio intermediário) e com redistribuição de momentos. Nessa análise, as lajes são consideradas como um conjunto de vigotas de seção T isolados. Além da consideração desses três modelos estáticos, também são estudados os efeitos da contribuição da capa de concreto na direção perpendicular às vigotas treliçadas, com a consideração do coeficiente de Poisson no cálculo da rigidez da seção, reduzindo-se os momentos. A Figura 23 apresenta a planta baixa e o modelo adotado, bem como a indicação dos eixos considerados na resolução da equação da linha elástica.

Figura 23 – Planta baixa (a) e modelo estático com eixos adotados (b).



(a)



(b)

Fonte: Autor.

$$EI \frac{d^4 w}{dX^4} = -q(X) = -q \quad (52)$$

$$EI \frac{d^3 w}{dX^3} = -qX + c_1 \quad (53)$$

$$EI \frac{d^2 w}{dX^2} = \frac{-qX^2}{2} + c_1 X + c_2 \quad (54)$$

$$EI \frac{dw}{dX} = \frac{-qX^3}{6} + \frac{c_1X^2}{2} + c_2X + c_3 \quad (55)$$

$$EIw = \frac{-qX^4}{24} + \frac{c_1X^3}{6} + \frac{c_2X^2}{2} + c_3X + c_4 \quad (56)$$

As condições de contorno que possibilitaram a determinação das constantes são apresentadas a seguir, de acordo com cada modelo adotado:

- 1) Viga com apoio intermediário rotulado:
 - a) Deslocamentos nulos em todos os apoios;
 - b) Momentos nulos em todos os apoios.
- 2) Viga contínua:
 - a) Deslocamentos nulos em todos os apoios;
 - b) Momentos nulos nos apoios extremos;
 - c) Momento igual no apoio intermediário;
 - d) Rotação igual em módulo e com sinal contrário no apoio intermediário.
- 3) Viga com redistribuição de momento negativo:
 - a) Deslocamentos nulos em todos os apoios;
 - b) Momentos nulos nos apoios extremos;
 - c) Momento igual a δM no apoio intermediário.

Resolvendo cada caso, obtêm-se os valores das constantes em função dos parâmetros de carregamento, comprimento de vão e rigidez da seção transversal. Além disso, existe a possibilidade da determinação dos pontos de máximo momentos e deslocamentos. A obtenção dos valores analíticos facilita a implementação das equações nas planilhas presentes no *software* adotado: *Microsoft Excel*. Ressalta-se que a obtenção do ponto de flecha máxima para os casos 2 e 3 requerem a resolução de equações de terceiro grau, sendo adotado esse ponto como aproximadamente no meio do vão sem perdas significativas.

Para realizar a implementação no Excel, definiram-se inicialmente alguns parâmetros fixos, de acordo com o quadro presente na Figura 24. Esses parâmetros não terão seus valores alterados, sendo os mesmos para todos os modelos. Os mesmos são referentes a algumas dimensões de componentes das lajes, propriedades dos materiais utilizados (resistência característica, massa específica, peso específico), carga acidental e, custos unitários, que serão melhor detalhados na seção que trata da função custo.

Figura 24 – Quadro de parâmetros fixos.

Parâmetros Fixos	
$h_v =$	0,050 m
$a_v =$	0,030 m
$a_h =$	0,015 m
$d' =$	0,025 m
$f_{yk} =$	500000,00 kN/m ²
$\rho_s =$	7850,00 kg/m ³
$P_s =$	7,53 R\$/kg
$P_{ee} =$	14,73 R\$/m ²
$v_c =$	0,20
$\gamma_c =$	25,00 kN/m ³
$\gamma_{ee} =$	18,00 kN/m ³
$g_{rev} =$	1,00 kN/m ²
$q =$	3,00 kN/m ²

Fonte: Autor.

5.2 Otimização

É de fundamental importância a comunicação entre o modelo de análise e otimização. Para tanto, utilizaram-se planilhas do Excel para análise e a sua ferramenta *solver* para otimização.

5.2.1 Função Objetivo

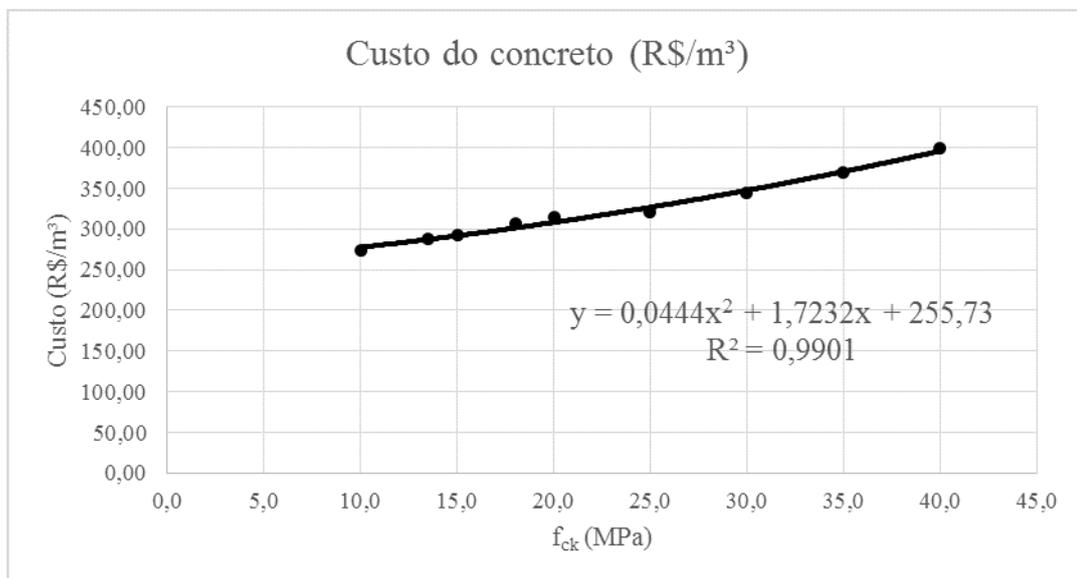
O objetivo da otimização é minimizar a função custo, constituída pelo somatório dos custos de concreto, aço e material de enchimento. Os quantitativos são obtidos a partir da geometria da seção e propriedades dos materiais utilizados.

O custo do concreto moldado no local é função do seu volume e da sua resistência característica. O quantitativo é obtido a partir do volume de uma faixa de comprimento unitário dividido pela distância entre os eixos de cada faixa, obtendo-se um volume por metro quadrado, conforme a equação (59). Ressalta-se que o volume do concreto que compõe a base da vigota treliçada está englobado nesse quantitativo. O custo unitário (por m³) de concreto em função da resistência característica é obtido a partir de uma regressão resultante da análise de dados

obtidos em tabelas da Secretaria de Infraestrutura do Ceará (SEINFRA). Tais custos são referentes ao mês de outubro de 2017, incluem a mão-de-obra e podem ser acessados no endereço eletrônico www.seinfra.ce.gov.br. A Figura 25 apresenta o gráfico que correlaciona o custo do metro cúbico do concreto com sua resistência, bem como o coeficiente R^2 referente a regressão adotada.

$$V_c = \frac{A}{b_f} = \frac{h_f \cdot b_f + h_w \cdot b_w}{b_f} \quad (57)$$

Figura 25 – Custo do metro cúbico do concreto em função da resistência.



Fonte: Autor.

O custo do aço resulta da soma da armação treliçada e da armadura suplementar. Adotou-se um custo de R\$ 7,53 /kg, conforme a Tabela da SEINFRA, incluindo mão-de-obra para montagem. É somado ao valor da área efetiva de aço uma parcela referente à armadura do banzo superior e da diagonal. Ressalta-se que nos casos de ligações contínuas entre as lajes, a armadura negativa suplementar é posicionada apenas na região do diagrama em que ocorrem momentos negativos, acrescidos da decalagem e do comprimento de ancoragem necessário. Não se considerou na função custo a contribuição da armadura de ligação colocada na capa do concreto, visto que seu valor é constante e não interfere na otimização.

$$m_s = \frac{(A_{s,sup} + A_{s,tr}) \cdot \rho_s}{b_f} \quad (58)$$

Onde:

$A_{s,sup}$ = área de aço suplementar, m²;

$A_{s,tr}$ = área de aço da armação treliçada, m²;

ρ_s = massa específica do aço, kg/m³.

Por fim, o custo do elemento de enchimento é calculado a partir da área aparente de material cerâmico por metro quadrado, isto é, considerando somente as dimensões externas da seção transversal do bloco cerâmico, conforme a equação (61). Neste trabalho, adotou-se um custo de R\$ 14,73/m² de área aparente, a partir da consulta de um fornecedor local.

$$N_{ee} = \frac{1}{(c \cdot b_f)} \quad (59)$$

Onde:

c = comprimento do bloco de enchimento, m ($c = 0,2$ m, adotado) ;

Após serem realizados os quantitativos anteriormente indicados, a função custo é dada pela equação (62).

$$C = V_c \cdot P_c + m_s \cdot P_s + N_{ee} \cdot P_{ee} \quad (60)$$

Onde:

C = custo total da laje treliçada, R\$/m²;

V_c = volume total de concreto, m³/m²;

P_c = preço unitário do concreto, R\$/m³;

m_s = massa total de aço, kg/m²;

P_{cs} = preço unitário do aço, R\$/kg;

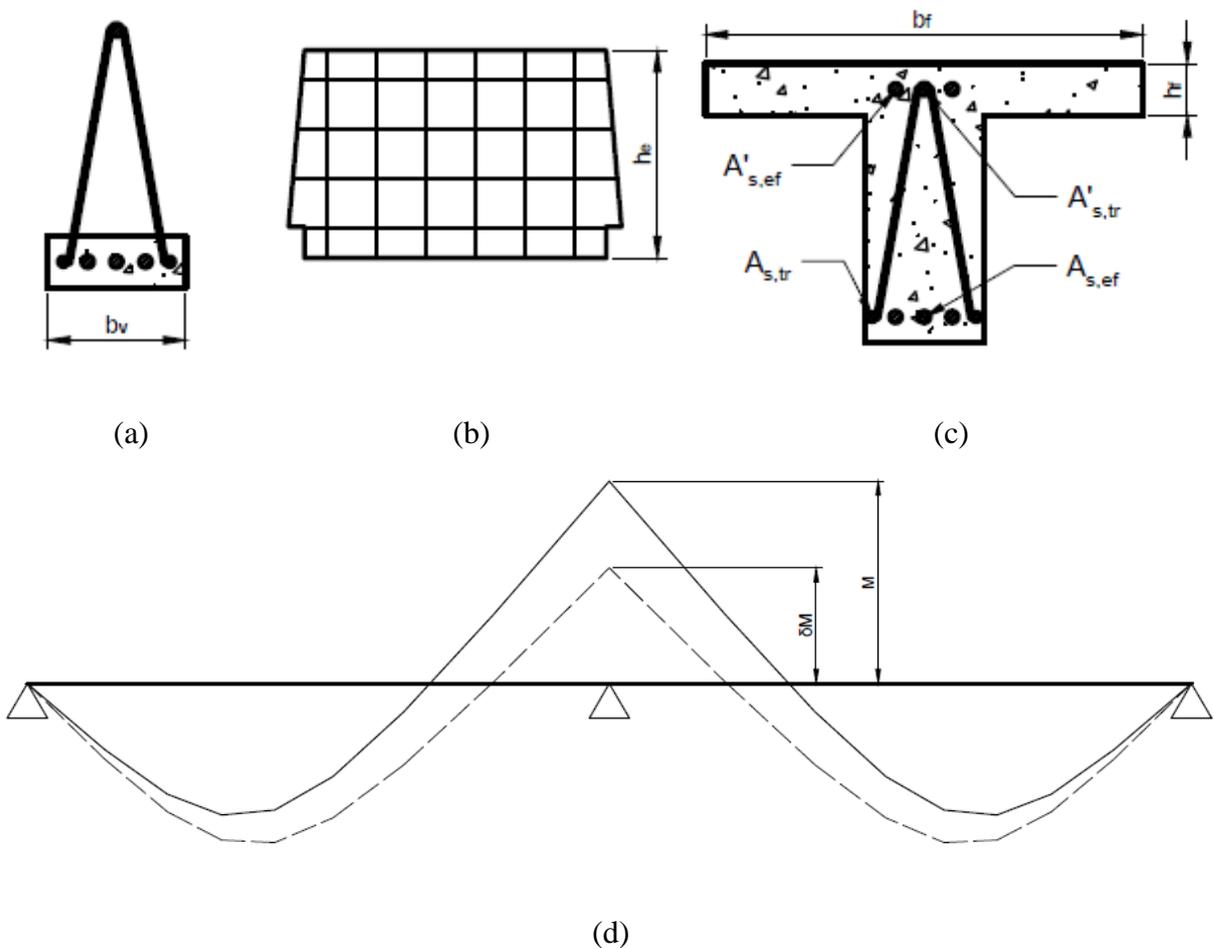
N_{ee} = quantidade de blocos de elementos de enchimento por m²;

P_{ee} = preço unitário do elemento de enchimento.

5.2.2 Variáveis de projeto

As variáveis de projeto são definidas a partir da geometria da seção, resistências dos materiais envolvidos e coeficiente de redistribuição de momento (no caso de vigas contínuas ou com redistribuição de momento), conforme a Figura 26. Com relação às armaduras positivas e negativas, simulou-se três situações: a área efetiva de aço como variável contínua; a bitola das barras de aço das armaduras da armação treliçada e suplementares como variável inteira; e a quantidade inteira de barras de um conjunto de bitolas pré-definidos, sendo que as barras da armação treliçada também são pré-definidas. As duas últimas situações permitem a verificação da disponibilidade de espaço na vigota para alocação das armaduras suplementares, obtendo-se um consumo de aço mais compatível com a realidade. Segue-se breve descrição das variáveis de projeto.

Figura 26 – Variáveis de projeto.



Fonte: Autor.

Ao se considerar lajes com ligação rotulada, são adotadas as seguintes variáveis de projeto:

f_{ck} = resistência característica do concreto;

b_f = distância do inteneixo;

h_f = altura da capa de concreto moldado no local;

h_e = altura do elemento de enchimento;

b_v = largura da base da vigota pré-moldada de concreto;

β_x = relação entre a altura da linha neutra e a altura útil para momento positivo;

$A_{s, ef}$ = área efetiva de aço para momento positivo.

Quando é considerada a continuidade ou redistribuição de momento, acrescentam-se as seguintes variáveis de projeto:

β'_x = relação entre a altura da linha neutra e a altura útil para momento negativo;

$A'_{s, ef}$ = área efetiva de aço para momento negativo;

δ = coeficiente de redistribuição de momento.

5.2.3 Restrições

As restrições visam atender aos requisitos e prescrições de normas e manuais técnicos, como as normatizações referentes a ABNT NBR 6118:2014, bem como a obtenção de dimensões que não ocasionem uma redução na produtividade desse tipo de laje, visto que essa característica é uma de suas vantagens mais significativas. Seguem-se nas Tabelas 4 e 5 breve descrição das restrições referentes aos limites inferiores e superiores das variáveis independentes (restrições laterais), bem como das restrições de projeto, respectivamente.

Tabela 4 – Restrições laterais

Restrição	Descrição	Fonte
$f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$,	Resistência característica do concreto, limite superior	Item 8.2.8 da ABNT NBR 6118:2014
$f_{ck} \geq 20 \text{ MPa}$	Resistência característica do concreto, limite inferior	Item 8.2.8 da ABNT NBR 6118:2014
$h_f \geq 4 \text{ cm}$	Espessura da mesa para lajes nervuradas, limite inferior	Item 13.2.4.2 da ABNT NBR 6118:2014
$b_f \leq 65 \text{ cm}$	Limite para dispensa da verificação da flexão da mesa	Item 13.2.4.2 da ABNT NBR 6118:2014
$b_f \geq 40 \text{ cm}$	Menor dimensão do entreixo, dado por $b_e = 27 \text{ cm} + b_v = 13 \text{ cm}$	Item 4.2 da ABNT NBR 14859:2016-2 e item 4.1.3 da ABNT NBR 14859:2016-1
$h_e \leq 29 \text{ cm}$	Maior dimensão da altura do elemento de enchimento cerâmico	Item 4.2 da ABNT NBR 14859:2016-2
$h_e \geq 6 \text{ cm}$	Menor dimensão da altura do elemento de enchimento cerâmico	Item 4.2 da ABNT NBR 14859:2016-2
$b_v \leq 15 \text{ cm}$	Maior dimensão da largura da vigota treliçada	Item 4.1.4 da ABNT NBR 14859:2016-1
$b_v \geq 12 \text{ cm}$	Menor dimensão da largura da vigota treliçada	Item 4.1.3 da ABNT NBR 14859:2016-1
$\delta \leq 1$	Coefficiente de redistribuição de momentos, limite superior	Item 14.6.4.3 da ABNT NBR 6118:2014
$\delta \geq 0,75$	Coefficiente de redistribuição de momentos, limite inferior	Item 14.6.4.3 da ABNT NBR 6118:2014
$A_{s,ef} \geq A_{s,min}$	Armadura mínima positiva	Item 17.3.5.2.1 da ABNT NBR 618:2014
$A_{s,max} \geq A_{s,ef}$	Armadura máxima positiva	Item 17.3.5.2.4 da ABNT NBR 618:2014
$A'_{s,ef} \geq A_{s,min}$	Armadura mínima negativa	Item 17.3.5.2.1 da ABNT NBR 618:2014
$A_{s,max} \geq A'_{s,ef}$	Armadura máxima negativa	Item 17.3.5.2.4 da ABNT NBR 618:2014

Fonte: Autor.

Tabela 5 – Restrições de projeto.

Restrição	Descrição	Fonte
$M_{rd} \geq M_{sd}$	Estado Limite Último (ELU) para o momento fletor positivo	Item 17.2 da NBR 6118:2014
$a_{tot,qp} \geq a_{lim1}$	Estado Limite de Serviço (ELS) para combinação quase-permanente	Item 13.3 da ABNT NBR 6118:2014
$\beta_x \leq (\delta - 0,44)/1,25$	Garantia de ductilidade para o momento fletor positivo	Item 14.6.4.3 da ABNT NBR 6118:2014
$a_{tot,ac} \geq a_{lim2}$	Estado Limite de Serviço (ELS) para carga acidental	Item 13.3 da ABNT NBR 6118:2014
$b_e \leq 50 \text{ cm}$	Maior dimensão da largura do elemento de enchimento cerâmico	Item 4.2 da ABNT NBR 14859:2016-2
$b_e \geq 27 \text{ cm}$	Menor dimensão da largura do elemento de enchimento cerâmico	Item 4.2 da ABNT NBR 14859:2016-2
$V_{sd} \leq V_{Rd1}$	Dispensa da armadura transversal	Item 19.4.1 da ABNT NBR 6118:2014
$b'_v \leq b_v - 3 \text{ cm}$	Espaço disponível na vigota para colocação das armaduras, considerando um cobrimento de 1,5 cm de cada lado e espaçamento de 1,5 cm entre as barras de aço, dado por $b'_v = 2 \cdot \varphi_{l,tr} + n_{\varphi_{l,sup}} \cdot \varphi_{l,sup} + (n_{\varphi_{l,sup}} + 1) \cdot 1,5$	Item 7.4 da NBR 6118:2014
$M'_{rd} \geq M'_{sd}$	Estado Limite Último (ELU) para o momento fletor negativo	Item 17.2 da NBR 6118:2014
$\beta'_x \leq (\delta - 0,44)/1,25$	Garantia de ductilidade para o momento fletor negativo	Item 14.6.4.3 da ABNT NBR 6118:2014

Fonte: Autor.

6 RESULTADOS E DISCUSSÃO

A seguinte aplicação do modelo de otimização será baseada no exemplo de um caso obtido em um artigo publicado por Castilho e Lima (2006, p. 28). Nas demais aplicações, obtiveram-se os valores de partida conforme pré-dimensionamento disponibilizado em catálogos de fabricantes. A laje é formada por dois vãos de 5,0 m de comprimento e 5,0 m de largura. Os demais parâmetros fixos são apresentados na Figura 24 do capítulo 5. O algoritmo utilizado foi o GRG não linear. Utilizaram-se uma precisão de $1e-6$ e uma convergência de $1e-4$. Nomearam-se os modelos da seguinte maneira:

- a) Modelo v1.1: Lajes isoladas sem continuidade e área efetiva como variável contínua;
- b) Modelo v1.2: Lajes isoladas sem continuidade e bitolas das barras como variável inteira;
- c) Modelo v1.3: Lajes isoladas sem continuidade e quantidade de barras de um conjunto de bitolas como variável inteira;
- d) Modelo v2.1: Lajes contínuas ou com redistribuição de momento e área efetiva como variável contínua;
- e) Modelo v2.2: Lajes contínuas ou com redistribuição de momento e bitolas das barras como variável inteira;
- f) Modelo v2.3: Lajes contínuas ou com redistribuição de momento rotuladas e quantidade de barras de um conjunto de bitolas como variável inteira;

A Tabela 6 apresenta os valores iniciais e após a execução do processo de otimização das variáveis adotadas, do custo e das restrições ativas. O modelo (modelo v1.1) utilizado considera a relação entre a altura da linha neutra e a altura útil e a área efetiva de aço ($A_{s,ef}$) como variáveis contínuas; as demais variáveis são restritas à números inteiros. Além disso, analisa as lajes como sendo rotuladas. Todas as restrições foram atendidas.

Tabela 6 – Projeto inicial e final (aplicação 01, modelo v1.1).

Variável de Projeto	Valor Inicial	Valor Final
f_{ck} (MPa)	36,0	28,0
b_f (cm)	42,0	62,0
h_f (cm)	5,0	4,0
h_e (cm)	20,0	27,0
$A_{s,ef}$ (cm ²)	3,10	3,26
b_v (cm)	13,0	12,0
Custo Total (R\$/m²)	111,99	91,21
Restrições Ativas	Valor Inicial	Valor Final
$a_{tot,qp}$ (cm)	1,96	2,00
b_e (cm)	29,00	50,00

Fonte: Autor.

Os resultados obtidos apresentaram um custo total final de R\$ 91,21 /m², representando uma redução de 18,56 % em relação ao valor de partida de R\$ 111,99 /m². Nessa aplicação ocorrerá um pequeno aumento nos custos, devido ao arredondamento das dimensões das bitolas das armaduras.

Como esperado, a flecha total para a combinação quase-permanente se mostrou como uma variável ativa, sugerindo que o estado de deformação excessiva consiste em um fator limitante no projeto de lajes treliçadas. Ressalta-se que essa verificação foi realizada considerando a seção no estádio II (fissurada) e a deformação devida a fluência do concreto. Não se considerou a aplicação de contra-flechas.

A altura da capa de concreto também assumiu um valor ativo, tornando-se igual a 4,0 cm, que é o menor valor permitido por norma. Isso resulta diretamente da posição da linha neutra na seção. Como o concreto localizado abaixo da linha neutra encontra-se fissurado e não contribui para rigidez da seção, a altura capa de concreto assume um valor que seja suficiente para formar uma mesa de compressão, o que nesse caso, é satisfeito com a menor dimensão, isto é, 4,0 cm.

A largura do elemento de enchimento assumiu seu valor máximo, tornando-se uma variável ativa. Semelhantemente a sugestão anterior, isso resulta do fato do elemento de enchimento ter como principal função substituir o concreto da zona tracionada. É interessante perceber que a restrição que dispensa a verificação da flexão da mesa não se tornou ativa. Isso sugere a possibilidade da produção de elementos de enchimentos com larguras maiores.

Ressalta-se que é necessário a realização de estudos mais elaborados com relação à resistência desses elementos e a forma como as tensões são transmitidas através de suas paredes internas.

A largura da vigota treliçada assumiu seu valor mínimo, seguindo o mesmo padrão de redução de concreto na zona tracionada. Ressalta-se que uma das limitações em se considerar a área efetiva como variável de projeto é a impossibilidade de se restringir a disponibilidade de espaço para alojamento de armaduras suplementares, pois as armaduras são selecionadas posteriormente ao dimensionamento.

Outras observações podem ser realizadas a partir dos resultados obtidos. Por exemplo, observa-se que a resistência característica do concreto sofreu uma redução, indicando que o ganho de resistência não proporciona uma redução no custo total nesse caso, isto é, o aumento da resistência do concreto é antieconômico nessa situação, sendo mais recomendável trabalhar a geometria da seção como alternativa para aumentar sua rigidez. A altura do elemento de enchimento e, conseqüentemente, a altura total da laje aumentaram, contribuindo para uma maior altura útil e braço de alavanca do momento resistente de cálculo.

Ao se considerar a contribuição da capa de concreto na direção perpendicular as nervuras, não se obtiveram ganhos consideráveis nesse caso. Ocorreram pequenas alterações na relação entre a posição da linha neutra e altura útil e na área efetiva de aço. O custo total passou a ser R\$ 91,17 /m².

Ainda referente a mesma aplicação, utilizou-se um modelo (modelo v1.2) em que a área efetiva deixou de ser uma variável de projeto, sendo substituída pelos diâmetros das barras que compõem as armaduras da treliça ($\varphi_{l,tr}$) e suplementares ($\varphi_{l,sup}$). As lajes são analisadas como rotuladas. Os resultados obtidos são apresentados na Tabela 7.

Tabela 7 – Projeto inicial e final (aplicação 01, modelo v1.2).

Variável de Projeto	Valor Inicial	Valor Final
f_{ck} (MPa)	36,0	23,0
b_f (cm)	42,0	59,0
h_f (cm)	5,0	4,0
h_e (cm)	20,0	29,0
$\varphi_{l,tr}$ (mm)	6,0	6,0
$\varphi_{l,sup}$ (mm)	10,0	9,5
$A_{s,ef}$ (cm ²)	3,03	2,81
b_v (cm)	14,0	14,0
Custo Total (R\$/m²)	112,74	93,74

Fonte: Autor.

Ocorreu uma redução para o valor final de R\$ 93,74 / m², correspondente a 16,85 % em relação ao valor inicial de R\$ 112,74 /m². No entanto, o valor final obtido por esse modelo é maior do que o anterior, que considera a área efetiva como variável. Isso se deve, principalmente, ao fato dos arredondamentos necessários para alocação das barras de aço, que resultam em uma área efetiva maior do que a área necessária.

As observações com respeito a altura da capa de concreto, seguem o mesmo raciocínio do modelo anterior: redução da área de concreto abaixo da linha neutra. Percebe-se que esta variável também assumiu seu valor mínimo de 4,0 cm.

No entanto, a largura da base da vigota passou a assumir seu valor máximo. Isso se deu pela introdução de uma restrição referente ao espaço disponível para alocação das barras de aço. Foram necessários 14,0 cm para a alocação adequada das armaduras, diferente do modelo anterior, em que foi assumido o valor mínimo de 12,0 cm.

Além das variáveis citadas anteriormente, a resistência característica do concreto também se tornou menor, assumindo um valor de 20,0 MPa. Isso resulta de um mecanismo para se reduzir o custo total da laje. Uma vez que não foi possível reduzir a área da seção e a nervura precisou ser mais larga para alocar as armaduras, o modelo reduziu a resistência do concreto e, conseqüentemente, o custo unitário desse material.

Com referência a contribuição da mesa na direção perpendicular, as respostas obtidas chegaram aos mesmos valores. Sugere-se ao fato do estado de deformação excessiva não consistir em uma restrição ativa, pois a área de aço efetiva garantiu uma maior rigidez a seção, de forma que o ganho gerado pela consideração da mesa na direção perpendicular não foi suficiente para ocasionar uma nova combinação de armaduras.

Ainda considerado apoios rotulados, definiram-se como variáveis a quantidade de barras de um conjunto de bitolas ($n_{\phi 8}$, $n_{\phi 9,5}$, $n_{\phi 10}$, $n_{\phi 12,5}$, $n_{\phi 20}$,) pré-definidas (modelo v1.3). Os resultados são apresentados na Tabela 8.

Tabela 8 – Projeto inicial e final (aplicação 01, modelo v1.3).

Variável de Projeto	Valor Inicial	Valor Final
f_{ck} (MPa)	36,0	29,0
b_f (cm)	42,0	62,0
h_f (cm)	5,0	4,0
h_e (cm)	20,0	28,0
$n_{\phi 8}$	0,0	0,0
$n_{\phi 9,5}$	0,0	0,0
$n_{\phi 10}$	3,0	0,0
$n_{\phi 12,5}$	0,0	2,0
$n_{\phi 20}$	0,0	0,0
$A_{s,ef}$ (cm ²)	3,03	3,13
b_v (cm)	13,0	12,0
Custo Total (R\$/m²)	111,05	92,03
Restrições Ativas	Valor Inicial	Valor Final
b_e (cm)	29,00	50,00

Fonte: Autor.

Obteve-se um resultado intermediário com relação aos modelos anteriores. O valor inicial de R\$ 111,05 /m² foi reduzido para R\$ 92,03 /m², o que representa 17,13 %.

No que diz respeito às variáveis, confirma-se o padrão em que a altura da capa de concreto tende a assumir seu valor mínimo. Isso corrobora para a sugestão de que a posição da linha neutra passa pela mesa da seção na maioria dos casos de laje treliçada desse porte.

A largura do elemento de enchimento assumiu seu valor máximo. Reforçando a ideia de se pensar em um bloco de maior largura, guardados os requisitos prescritos nas normas referentes.

A largura da base da vigota assumiu seu valor mínimo, reduzindo os gastos com concreto abaixo da zona tracionada. Esse padrão é semelhante ao observado no modelo 1.1. Percebe-se que o modelo conseguiu encontrar uma solução em que a combinação das barras que constituem a armadura pode ser alocada adequadamente no espaço disponível, mesmo esse assumindo o seu menor valor.

As demais variáveis se comportaram de forma semelhante ao modelo 1.1. Havendo redução da resistência característica do concreto, aumento da distância do intoreixo, redução da altura da capa de concreto, aumento da altura do elemento de enchimento e redução da largura da vigota.

Ao se considerar o efeito da mesa de concreto na direção perpendicular, não houve alteração no custo final da laje. Tal resultado, indica que a área efetiva de aço é suficiente para compensar o ganho de rigidez ocasionado pela contribuição da mesa de concreto, de forma semelhante ao modelo 1.2.

Considerando a continuidade entre as lajes e a possível redução dos momentos, aplicou-se um modelo (modelo v2.1) que assume a relação entre a altura da linha neutra e a altura útil e a área efetiva de aço como variáveis contínuas, tanto para o momento positivo como para o negativo; as demais variáveis são restritas à números inteiros. Todas as restrições foram atendidas. Os resultados são apresentados na Tabela 9. As variáveis referentes ao momento negativo estão apresentadas com índice “linha” sobrescrito. Por sua vez, as variáveis relacionadas ao momento positivo permanecem com a notação aplicada nos casos anteriores.

Tabela 9 – Projeto inicial e final (aplicação 01, modelo v2.1).

Variável de Projeto	Valor Inicial	Valor Final
f_{ck} (MPa)	36,0	36,0
b_f (cm)	42,0	65,0
h_f (cm)	5,0	4,0
h_e (cm)	20,0	22,0
$A_{s,ef}$ (cm ²)	1,30	1,65
$A'_{s,ef}$ (cm ²)	1,80	1,97
δ	0,85	0,75
b_v (cm)	13,0	15,0
Custo Total (R\$/m²)	111,99	90,54
Restrições Ativas	Valor Inicial	Valor Final
M_{Rd} (kNm)	13,07	18,15
b_e (cm)	29,00	50,00
M'_{Rd} (kNm)	17,02	20,62

Fonte: Autor.

Nesse modelo, surgem a área efetiva de aço para armadura negativa, a relação entre a posição da linha neutra e a altura útil e o coeficiente de redistribuição de momentos como variáveis de projeto. Os resultados obtidos apresentaram um custo total final de R\$ 90,54 /m², representando uma redução de 19,16 % em relação ao valor de partida de R\$ 111,99 /m². Nessa aplicação ocorrerá um pequeno aumento nos custos, devido ao arredondamento das dimensões das bitolas das armaduras e a precisão dos instrumentos utilizados na obra.

Analisando as variáveis, percebe-se que a altura da capa seguiu seu padrão de assumir o valor mínimo de 4,0 cm. A largura do elemento de enchimento também convergiu para seu valor máximo. A largura da base da vigota assumiu seu valor máximo, nesse caso para atender à solicitação do momento negativo no apoio intermediário.

Na verificação do estado limite último, tanto o momento positivo resistente de cálculo como o negativo resistente de cálculo, tornaram-se iguais aos seus respectivos momentos solicitantes. Diferentemente do caso em que a ligação entre as lajes é considerada como rotulada, nesse modelo o atendimento ao estado limite último é um limitante. Isso também é percebido pela igualdade entre a área necessária e a área efetiva de aço, tanto para armadura positiva como para a armadura negativa. Tal situação decorre do fato de a seção em forma de T ser desfavorável diante de momentos negativos, levando o modelo a determinar uma redistribuição de momentos que aproveite melhor a geometria da seção. Essa sugestão também se aplica para a redução ocorrida no coeficiente de redistribuição de momento, que assumiu seu valor mínimo, tornando-se uma restrição ativa.

Ao se considerar a contribuição da capa de concreto na direção perpendicular as nervuras, não se obtiveram ganhos nesse caso. O custo total permaneceu com o valor de R\$ 90,54 /m².

Ainda referente à mesma aplicação, utilizou-se um modelo (modelo v2.2) em que a área efetiva deixou de ser uma variável de projeto, sendo substituída pelos diâmetros das barras que compõem as armaduras da treliça e suplementares, tanto positivas como negativas. As lajes são analisadas como contínuas ou com redistribuição de momentos. Os resultados obtidos são apresentados na Tabela 10.

Tabela 10 – Projeto inicial e final (aplicação 01, modelo v2.2).

Variável de Projeto	Valor Inicial	Valor Final
f_{ck} (MPa)	36,0	36,0
b_f (cm)	42,0	60,0
h_f (cm)	5,0	4,0
h_e (cm)	20,0	16,0
$\varphi_{l,tr}$ (mm)	6,0	6,0
$\varphi_{l,sup}$ (mm)	12,5	12,5
$A_{s,ef}$ (cm ²)	1,91	1,91
$\varphi'_{l,tr}$ (mm)	7,0	7,0
$\varphi'_{l,sup}$ (mm)	12,5	12,5
$A'_{s,ef}$ (cm ²)	2,92	5,37
δ	0,85	1,00
b_v (cm)	13,0	15,0
Custo Total (R\$/m²)	108,83	81,12

Fonte: Autor.

Ocorreu uma redução para o valor final de R\$ 81,12 / m², correspondente a 25,46 % em relação ao valor inicial de R\$ 108,83 /m². O valor final obtido por esse modelo é menor do que o anterior, que considera a área efetiva como variável, mesmo existindo a restrição para o posicionamento das barras de aço suplementares na base da vigota.

A altura da capa de concreto moldado no local assumiu seu valor mínimo de 4,0 cm, seguindo o padrão constatado até o presente momento. Isso resulta da não consideração do concreto presente na zona tracionada da seção transversal.

Diferentemente do modelo anterior, o coeficiente de redistribuição de momentos assumiu o valor de 1,0, isto é, não ocorreu a redistribuição de momento e a laje foi dimensionada como sendo plenamente contínua. Percebe-se que a área de aço efetiva referente ao momento negativo sofreu um acréscimo considerável, apontado para o fato da seção T ser desfavorável diante desse tipo de esforço.

Com referência a contribuição da mesa na direção perpendicular, as respostas obtidas chegaram a valores muito próximos. Havendo um pequeno acréscimo na resistência característica do concreto e no valor do inteixio. O custo total passou a ser de R\$ 79,64 /m².

Ainda considerado lajes contínuas, definiram-se como variáveis a quantidade de barras de um conjunto de bitolas pré-definidas (modelo v2.3). Os resultados são apresentados na Tabela 11.

Tabela 11 – Projeto inicial e final (aplicação 01, modelo v2.3).

Variável de Projeto	Valor Inicial	Valor Final
f_{ck} (MPa)	36,0	37,0
b_f (cm)	42,0	64,0
h_f (cm)	5,0	4,0
h_e (cm)	20,0	21,0
$n_{\phi 8}$	0,0	0,0
$n_{\phi 9,5}$	2,0	0,0
$n_{\phi 10}$	0,0	0,0
$n_{\phi 12,5}$	0,0	1,0
$n_{\phi 20}$	0,0	0,0
$A_{s,ef}$ (cm ²)	2,10	1,91
$n'_{\phi 8}$	0,0	2,0
$n'_{\phi 9,5}$	0,0	2,0
$n'_{\phi 10}$	3,0	0,0
$n'_{\phi 12,5}$	0,0	0,0
$n'_{\phi 20}$	0,0	0,0
$A'_{s,ef}$ (cm ²)	2,82	2,89
δ	0,85	1,00
b_v (cm)	13,0	15,0
Custo Total (R\$/m²)	108,87	81,65

Fonte: Autor.

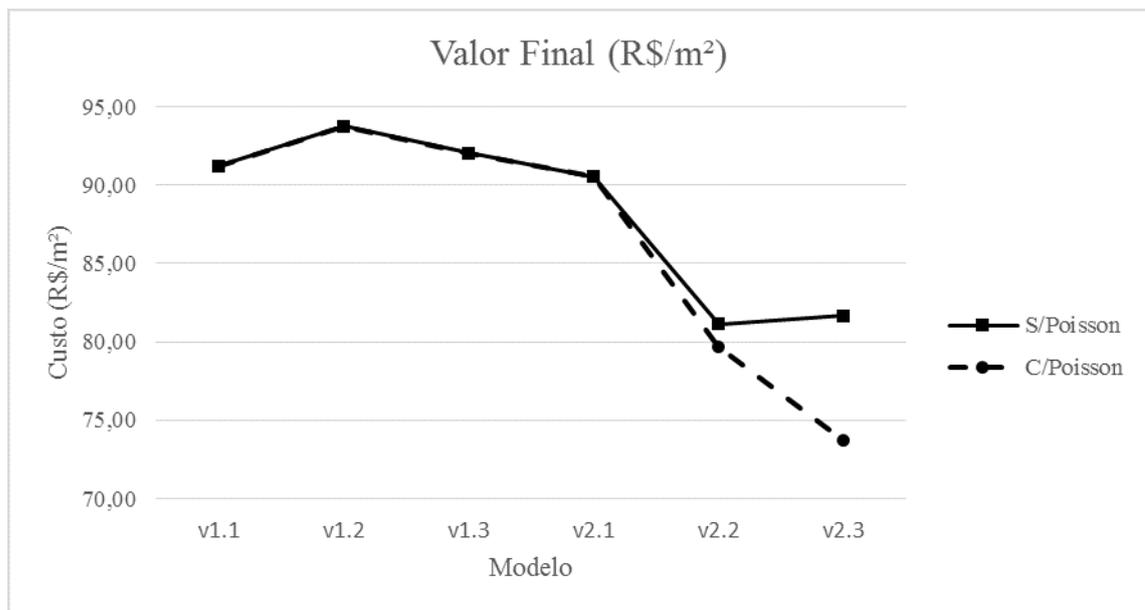
Obteve-se um resultado intermediário com relação aos modelos anteriores. O valor inicial de R\$ 108,87 /m² foi reduzido para R\$ 81,65 /m², o que representa 25,00 %.

Manteve-se o padrão de redução ao valor mínimo da altura da capa de concreto. A largura do elemento de enchimento assumiu um valor muito próximo ao seu valor máximo. Ambos os resultados buscam reduzir a quantidade de concreto presente na zona tracionada da seção transversal.

Nesse caso, a consideração do efeito da mesa de concreto na direção perpendicular causou uma redução considerável. O valor final do custo passou a ser de R\$ 73,71 /m². Isso se deu, principalmente, pela redução da altura do elemento de enchimento e da área de armadura positiva, ambos resultantes do acréscimo na rigidez da seção transversal.

Por fim, realizou-se uma comparação entre os modelos com relação a algumas variáveis comuns a todos eles. O gráfico da Figura 27 apresenta o custo final, em R\$/m², de cada modelo analisado.

Figura 27 – Custo final.

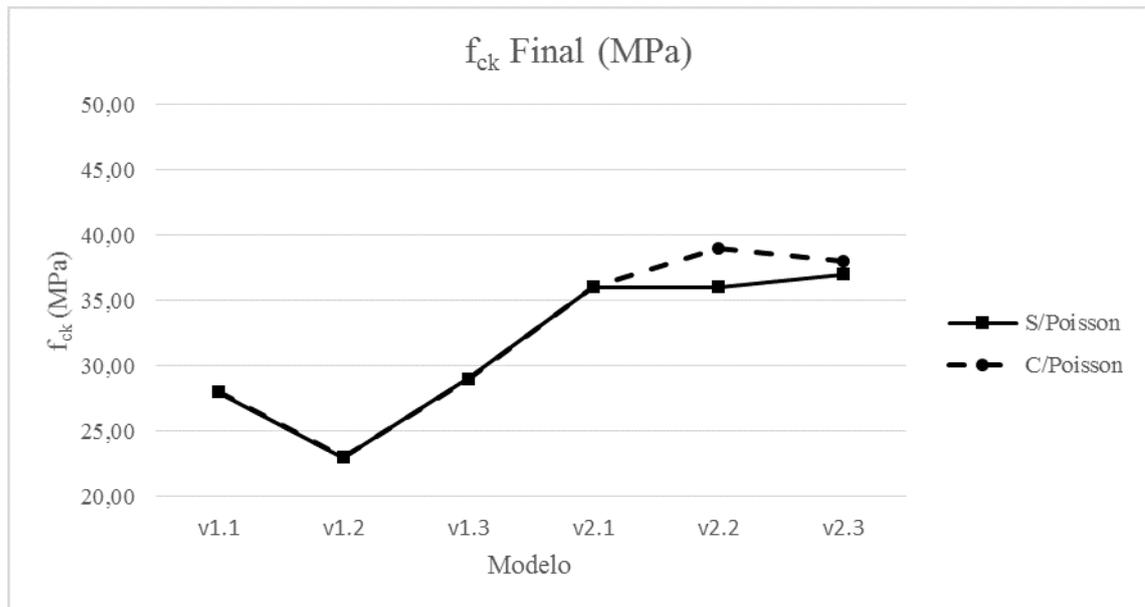


Fonte: Autor.

Como comentado anteriormente e percebido pelo gráfico da Figura 6.1, o menor custo global foi obtido a partir da utilização do modelo 2.3, que considera as lajes com ligação contínua no apoio intermediário e adota a quantidade de um conjunto pré-definido de bitolas como variáveis contínuas para definir as áreas efetivas positiva e negativa, quando considerada a contribuição da mesa na direção perpendicular as vigotas treliçadas. Percebe-se também a partir dessa aplicação, que a consideração de continuidade ou a redistribuição de momento proporcionam lajes mais econômicas.

Com relação a resistência característica final do concreto, o gráfico da Figura 28 apresenta sua variação de acordo com cada modelo. Também pode ser constatada as condições de consideração ou não do coeficiente de Poisson.

Figura 28 – Resistência característica final do concreto.

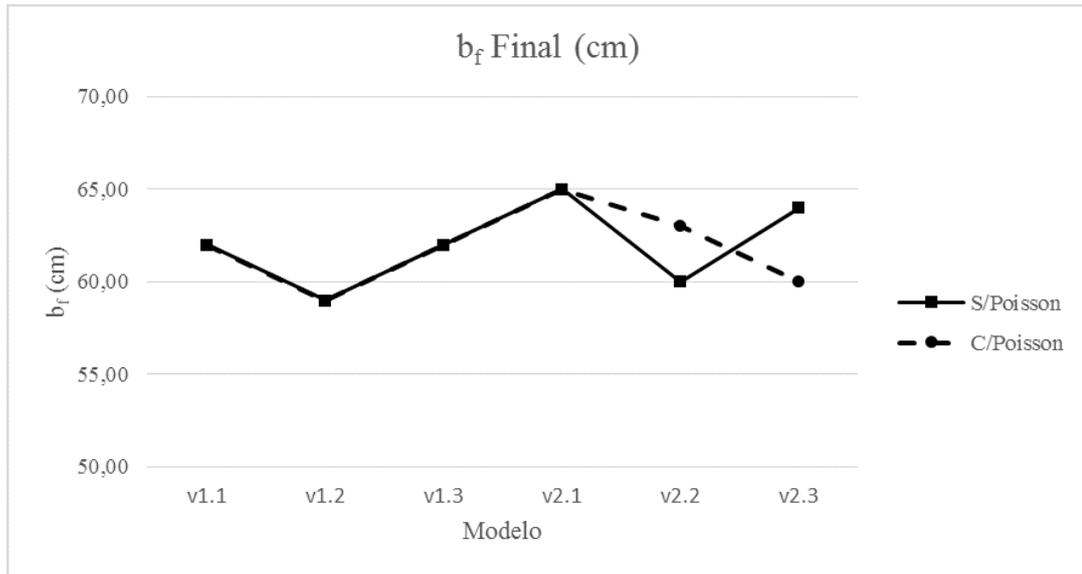


Fonte: Autor.

Percebe-se que a resistência característica do concreto tende a valores maiores quando considerada a continuidade ou redistribuição de momento. Sugere-se que tal mecanismo resulta da necessidade de uma maior resistência para combater o momento negativo, uma vez que a geometria da seção é desfavorável a esse tipo de solicitação.

O gráfico apresentado na Figura 29, mostra a variação da distância do entreixo em função dos modelos adotados. Os valores estão em centímetros e, é considerado a contribuição ou não da contribuição da mesa de concreto.

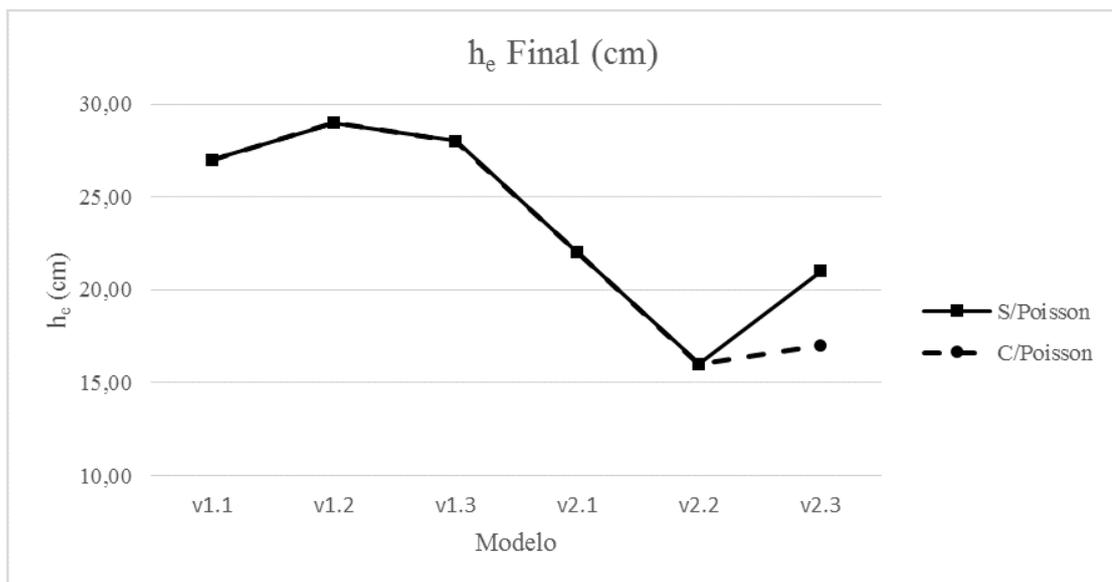
Figura 29 – Distância do intereixo final.



Fonte: Autor.

Percebe-se através dessa aplicação, que a faixa de variação da distância do intereixo está localizada próxima ao valor máximo. Isso sugere a necessidade de estudos mais aprofundados sobre a viabilidade de elementos de enchimento com maiores larguras. Ainda com respeito ao elemento de enchimento, a Figura 30 apresenta um gráfico com a variação de sua altura em cada modelo considerado.

Figura 30 – Altura final do elemento de enchimento.



Fonte: Autor.

A altura do elemento de enchimento tende a valores menores quando é considerada a continuidade ou redistribuição de momento. Sugere-se a partir dessa observação, uma tendência para redução do volume de concreto. Uma vez que se torna necessário aumentar a resistência característica do concreto e a largura da nervura para combater o momento negativo, o mecanismo de otimização busca reduzir o consumo de concreto por meio da redução da altura da seção.

7 CONCLUSÕES

O principal objetivo do presente trabalho é desenvolver um modelo de otimização para o dimensionamento de lajes treliçadas, de forma a se minimizar seus custos. Para tanto, o modelo foi implementado no Excel e sua resolução utilizou a ferramenta *Solver* de otimização.

Como observado no capítulo de discussão de resultados, o modelo de otimização implementado obteve lajes com ganhos consideráveis em seus custos. Ressalta-se que foram consideradas lajes modeladas com ligação rotulada e contínua. Em ambos os casos foram obtidos ganhos satisfatórios, sendo que a laje mais econômica foi modelada considerando-se a continuidade no apoio intermediário.

Tais constatações sugerem a viabilidade do desenvolvimento de modelos de otimização para dimensionamento de lajes treliçadas. No entanto, é necessário a resolução de mais exemplos para verificação da aplicabilidade e consistência dos modelos.

Os resultados obtidos nas aplicações desse trabalho, apontam para a confirmação da tendência dos projetos de lajes treliçadas, principalmente quando consideradas unidirecionais e rotuladas, de serem limitadas pelo estado de deformação excessiva. Além disso, a consideração da contribuição da mesa de concreto na direção perpendicular às nervuras não se mostrou muito eficiente para a redução dos custos na maioria dos casos analisados, uma vez que o ganho na rigidez não é tão expressivo. Apesar disso, sua consideração é recomendada, pois além de não adicionar um grau de complexidade elevado, considerando a aplicação sugerida por Kennedy e Bali (1979), observou-se em um dos casos uma redução de cerca de 10% em relação ao modelo que não leva em consideração a contribuição da mesa perpendicular.

Quanto ao domínio em que a seção trabalha, percebeu-se que na maioria dos casos a linha neutra passa pela mesa da seção, correspondendo ao domínio 2. Nesse domínio há um total aproveitamento do aço. Além disso, esse resultado sugere a utilização de alturas de capa de concreto pequenas, que geram reduções no custo ocasionados pelo volume de concreto utilizado.

Com relação a consideração da ligação entre os vãos das lajes, o modelo que trabalha com a continuidade no apoio intermediário se mostrou mais econômico, mesmo necessitando de armadura negativa. Uma vez que as flechas nas lajes treliçadas costumam atingir valores elevados, a consideração da continuidade torna a estrutura mais rígida (hiperestática) e menos suscetível à deformação excessiva. Além disso, colabora para um maior controle do surgimento de fissuras na seção de laje sobre o apoio intermediário, patologia comumente observada nesse tipo de solução estrutural.

Como sugestão para trabalhos futuros, podem-se realizar estudos mais elaborados no que diz respeito a resistência e modelos de distribuição de tensões dos elementos de enchimento. Percebeu-se a partir dos resultados, que o aumento da largura desses elementos pode trazer ganhos econômicos consideráveis, uma vez que seu valor atingiu o limite superior em quase todos os modelos. Além disso, as normas que especificam os requisitos dos elementos de enchimento não apresentam orientações sobre a quantidade de furos e espessura das paredes internas (septos) dos blocos cerâmicos.

Sugere-se ainda a realização de estudos com vista a se obter vãos que não necessitem da utilização de escoramentos, reduzindo os custos nessa fase transitória. A utilização de outros algoritmos, como o algoritmo genético, também é uma sugestão para trabalhos futuros.

REFERÊNCIAS

- ALBUQUERQUE, A. T. *et al.* **Lajes treliçadas protendidas.** In: 1º ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA-PROJETO-PRODUÇÃO EM CONCRETO PRÉ-MOLDADO, 2005, São Carlos.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento.** Rio de Janeiro, 2014.
- _____. **NBR 9062: Projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado.** Rio de Janeiro, 2001.
- _____. **NBR 14859-1: Lajes pré-fabricadas de concreto – Parte 1: Vigotas, minipainéis e painéis - Requisitos.** Rio de Janeiro, 2016.
- _____. **NBR 14859-2: Lajes pré-fabricadas de concreto – Parte 2: Elementos inertes para enchimento e forma - Requisitos.** Rio de Janeiro, 2016.
- _____. **NBR 14859-3: Lajes pré-fabricadas de concreto – Parte 3: Armadura treliçadas eletrossoldadas para lajes pré-fabricadas - Requisitos.** Rio de Janeiro, 2016.
- CARVALHO, R. C. *et al.* **Estado da arte do cálculo das lajes pré-fabricadas com vigotas de concreto.** In: 1º ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA-PROJETO-PRODUÇÃO EM CONCRETO PRÉ-MOLDADO, 2005, São Carlos.
- CASTILHO, V. C. **Otimização de componentes de concreto pré-moldado protendidos mediante algoritmos genéticos.** 2003. Tese de Doutorado, Universidade Federal de São Paulo, São Carlos, SP.
- CASTILHO, V. C. de; LIMA, M. C. V. de. Otimização dos custos de lajes formadas por vigotas treliçadas considerando variações nos preços dos insumos. **Revista Sul-Americana de Engenharia Estrutural**, Passo Fundo, RS, v. 3, n. 1, p. 23-36, 2006.
- CASTILHO, V. C. de; LIMA, M. C. V. de. Cost optimisation of lattice-reinforced joist slabs using Genetic Algorithms. **Structural Concrete**, Salisbury, U.K., v. 8, n. 1, p. 1-8, 2007.
- CUNHA, M. O. **Recomendações para projeto de lajes formadas por vigotas com armação treliçada.** 2012. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de São Paulo, São Carlos, SP.
- DROPPA, Jr. A. **Análise estrutural de lajes formadas por elementos pré-moldados tipo vigota com armação treliçada.** 1999. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de São Paulo, São Carlos, SP.
- EL DEBS, M. K. **Concreto pré-moldado: fundamentos e aplicações.** São Carlos: EESC-USP, 2000. 455 p.
- FIRMINO, P. I. M. **Dimensionamento ótimo de sapatas associadas, com dois pilares, rígidas e retangulares, com viga de rigidez.** 2006. Trabalho de Conclusão de Curso,

Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, CE.

KENNEDY, J. B.; BALI, S. K. Rigidities of concrete waffle-type slab structures. **Can. J. Civ. Eng.**, Windsor, Canadá, v. 6, p. 65-74, 1979.

MAGALHÃES, F. L. **Estudo dos momentos fletores negativos nos apoios de lajes formadas por elementos pré-moldados tipo nervuras com armação treliçada.** 2001. Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, SP.

NAKAO, R. *et al.* **Lajes pré-fabricadas treliçadas: uma análise experimental regional segundo a NBR 14859.** In: 1º ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA-PROJETO-PRODUÇÃO EM CONCRETO PRÉ-MOLDADO, 2005, São Carlos.

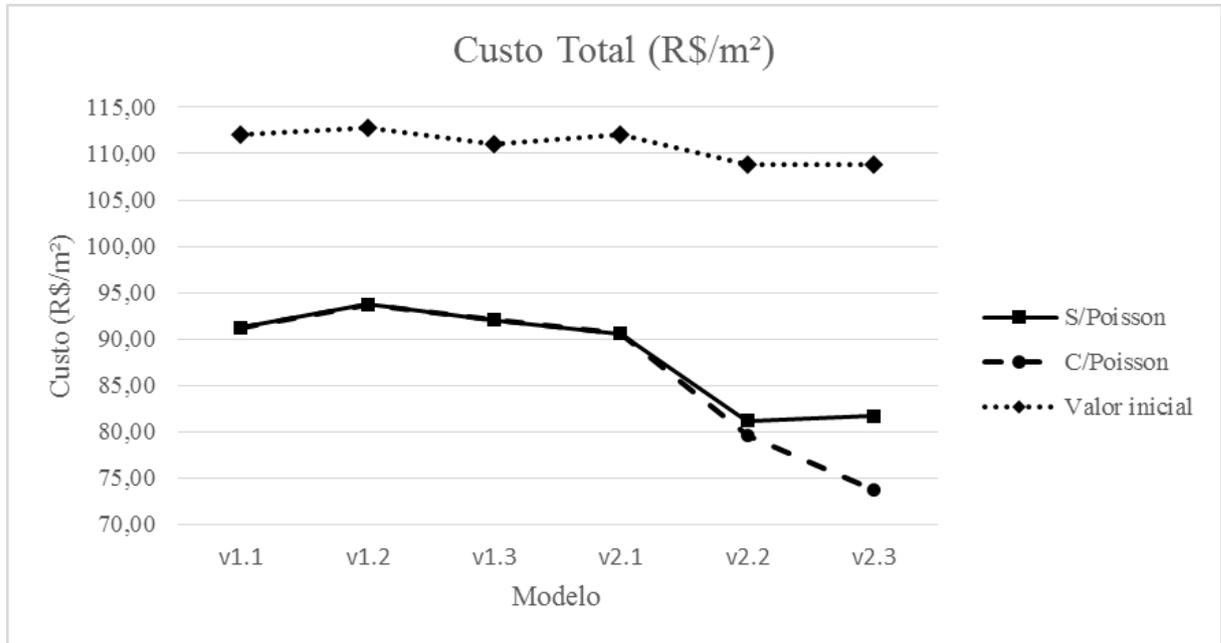
PINHEIRO, L. M. **Fundamentos do concreto e projeto de edifícios.** São Carlos: EESC-USP, 2007. 380 p.

SARTORTI, A. L.; FONTES, A. C.; PINHEIRO, L. M. Análise da fase de montagem de lajes treliçadas. **Revista IBRACON de estruturas e materiais**, v. 6, n. 4, p. 623-660, 2013.

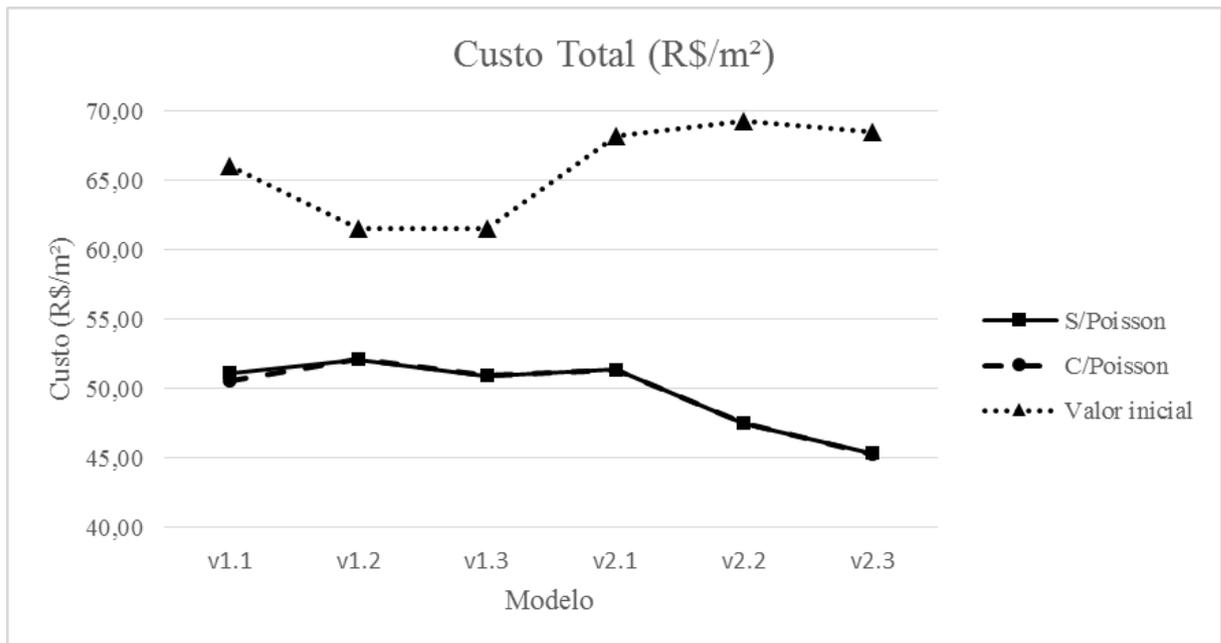
Secretária de Infraestrutura do Ceará (SEINFRA) – Tabela de Custos. Disponível em: <<http://www.seinfra.ce.gov.br/index.php/tabela-de-custos-unificada>>. Acesso em: 7 out. 2017.

APÊNDICE A – RESUMO DOS CUSTOS DAS APLICAÇÕES

a) Aplicação 01 (vãos de 5,0 m)



b) Aplicação 02 (vãos de 3,0 m)



c) Aplicação 03 (vãos de 4,0 m)

