



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ**  
**CENTRO DE TECNOLOGIA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ESTRUTURAL E CONSTRUÇÃO CIVIL**  
**CURSO DE ENGENHARIA CIVIL**

**MARIANA CÂMARA RIBEIRO**

**DESEMPENHO DO CONCRETO E DO AÇO NO SISTEMA DE LAJE PRÉ-  
FABRICADA E BUBBLEDECK**

**FORTALEZA**

**2017**

MARIANA CÂMARA RIBEIRO

DESEMPENHO DO CONCRETO E DO AÇO NO SISTEMA DE LAJE PRÉ-FABRICADA E  
BUBBLEDECK

Projeto de Graduação apresentado ao Curso de Engenharia Civil do Departamento de Engenharia Estrutural e Construção Civil da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientadora: Prof. Dr<sup>a</sup>. Magnólia Maria Campêlo Mota.

FORTALEZA

2017

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação  
Universidade Federal do Ceará  
Biblioteca Universitária  
Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

---

- R37d Ribeiro, Mariana Câmara.  
Desempenho do concreto e do aço no sistema de laje pré-fabricada e BubbleDeck / Mariana Câmara Ribeiro. – 2017.  
77 f. : il. color.
- Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Tecnologia, Curso de Engenharia Civil, Fortaleza, 2017.  
Orientação: Profa. Dra. Magnólia Maria Campêlo Mota .
1. laje treliçada. 2. desempenho do concreto. 3. desempenho do aço. 4. BubbleDeck. I. Título.  
CDD 620
-

MARIANA CÂMARA RIBEIRO

DESEMPENHO DO CONCRETO E DO AÇO NO SISTEMA DE LAJE PRÉ-FABRICADA E  
BUBBLEDECK

Projeto de Graduação apresentado ao Curso de Engenharia Civil da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Civil.

Aprovada em: \_\_\_ / \_\_\_ / \_\_\_\_.

BANCA EXAMINADORA

---

Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Magnólia Maria Campêlo Mota (Orientador)  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Prof. Dr. Joaquim Eduardo Mota  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Eng. Ícaro Manfrinni Rodrigues Sousa  
Hugo A. Mota Eng. De Projetos LTDA

Aos meus pais, Getúlio e Elenite (*in memoriam*), a quem devo a minha vida e toda a sabedoria para realizar o presente trabalho.

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente, gostaria de agradecer a Deus pela minha vida e por todas as minhas conquistas. Por toda a saúde, energia e força todos os dias para superar as dificuldades e concluir este trabalho. Sem Ele, nada disso seria possível.

Ao professor Dr. Jamie Goggins, quem sugeriu o tema do presente estudo e auxiliou no desenvolvimento de toda a pesquisa. Obrigada por toda a confiança.

A minha orientadora, Magnólia Mota, por todo o auxílio e compreensão durante o desenvolvimento do trabalho. Obrigada também por diversas vezes extravasar ao papel de orientadora de projeto de graduação, sendo também uma orientadora de vida.

A toda a minha família, que sempre acreditou tanto em mim e me deu todo o suporte necessário para a minha formação. Neste ano tão difícil para mim, gostaria de enfatizar meu agradecimento àqueles que mais estiveram presentes, me apoiando, dando conselhos e força todas as vezes em que pensei em desistir. São eles: meu pai, Getúlio, minha madrastra, Cleide, meus irmãos, Natália e Arthur, meus cunhados, Daniel e Camila, meus tios, João Ribeiro, Aliete, Cândida e Antônio, minhas primas, Cristiane, Maiara e Gabriela. Além dos meus sobrinhos Pedro, Lucca e Davi, que me ajudaram a cada sorriso. Vocês são a base de tudo o que sou.

Aos meus avós paternos e maternos, com agradecimento especial para a minha avó Zisile (*in memoriam*), a principal responsável pela minha educação durante toda a minha vida. Espero ter honrado toda a sua dedicação em me fornecer o melhor ensino que a senhora podia arcar.

A todos os educadores que passaram por minha formação, pois a dedicação de cada um foi que me trouxe até aqui. Gostaria de enfatizar meu agradecimento à Priscilla Carneiro, quem acreditou no meu potencial, auxiliando-me nos momentos mais conturbados da minha vida pessoal, fornecendo ajuda financeira e psicológica para prosseguir os meus estudos. Você faz parte da minha história.

A todos os meus amigos, desde àqueles que cultivo desde o colégio aos que ganhei durante a faculdade e intercâmbio. Com vocês aprendi que o caminho fica muito mais fácil quando estamos cercados de pessoas boas.

Por fim, a todos os meus colegas de profissão das empresas MRV Engenharia, MD Engenheiros e CCP por todo o compartilhamento de conhecimento. Vocês foram fundamentais na construção da minha vida profissional que se inicia.

“An té a bhíonn siúlach, bíonn scéalach.”

(Aquele que viaja tem histórias pra contar)

- Provérbio irlandês

## RESUMO

A busca por novas soluções cada vez mais viáveis de forma econômica e produtiva para sistemas de lajes em concreto armado levou ao estudo de uma combinação de painéis pré-fabricados treliçados e a tecnologia BubbleDeck. Para que os benefícios desse sistema sejam integralmente obtidos, é importante que haja um dimensionamento em que os seus materiais constituintes sejam aproveitados ao máximo, de forma que se reduza o desperdício, mas sem abdicar da segurança. Com esse objetivo, o presente trabalho consiste na análise comportamental do concreto e do aço no elemento do sistema que atua de maneira mais efetiva na sua resistência estrutural, que é o painel pré-fabricado treliçado. A análise foi feita por meio da elaboração de planilhas eletrônicas capazes de fornecer de maneira numérica e gráfica valores teóricos dos esforços internos e deslocamentos do elemento estrutural com seções diferentes e sujeito a um determinado carregamento. Um estudo de caso referente a um ensaio em laboratório foi utilizado como forma comparativa de resultados, assim como valores encontrados por meio do programa computacional de análise estrutural Robot. Dessa forma, foi possível obter como resultado os limites de influência dos materiais concreto e aço na resistência do sistema de laje pré-moldada treliçada e BubbleDeck, assim como prever seu comportamento quando sujeito a um carregamento.

**Palavras-chave:** laje treliçada, desempenho do concreto, desempenho do aço, BubbleDeck.



## ABSTRACT

The research for new solutions increasingly viable in an economic and productive way for slab systems of reinforced concrete led to the study of a combination of pre-fabricated lattice panels and the BubbleDeck technology. To the benefits of this system to be fully obtained, it is important that occur a project where the constituent materials to be maximized in a way that reduce the waste, but without abdicate security. With this goal, the present work consists in a behavioural analysis of the concrete and steel in the element that acts more effectively in its structural resistance, which is the pre-fabricated lattice panel. The analysis was made by means of the elaboration of spreadsheets that give, in a numeric and graphic way, the theoretical values of the internal forces and deflection of the structural element with different cross sections and subject to a loading condition. A case study of a laboratory test was used as a way to compare the results, as the values found by the use of the structural analysis program Robot. In this way, it was possible to obtain as result the influence limits of the materials concrete and steel in the resistance of the system of pre-fabricated lattice panel and BubbleDeck, as well as to predict its behaviour when subject to a loading.

**Key-words:** lattice slab, concrete performance, steel performance, BubbleDeck.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Diagrama tensão-deformação para aços de armaduras passivas .....	18
Figura 2 - Esquema seção típica de laje com vigotas treliçadas.....	21
Figura 3 - Módulo de BubbleDeck .....	22
Figura 4 - Painel acabado BubbleDeck .....	22
Figura 5 - Pré-laje com módulo BubbleDeck incorporado .....	23
Figura 6 - Etapas de fabricação de pré-lajes com módulos BubbleDeck incorporados .....	23
Figura 7- Etapas de montagem e execução de obra com pré-lajes com módulos BubbleDeck incorporados .....	24
Figura 8 - Armadura treliçada.....	26
Figura 9 - Formas previstas para DEC e DMF de dois casos de carregamento .....	34
Figura 10 - Convenção de sinal para viga .....	34
Figura 11 - Binário de forças de tensão (T) e compressão (C) atuando em uma seção.....	35
Figura 12 - Comportamento da seção transversal de um elemento na flexão normal simples.	38
Figura 13 - Estrutura de reação do Laboratório de Estruturas da EESC-USP .....	40
Figura 14 - Estrutura de reação utilizada nos experimentos.....	42
Figura 15 - Seção transversal da pré-laje.....	42
Figura 16 - Principais dimensões da treliça.....	43
Figura 17 - Modelo de carregamento simplificado .....	45
Figura 18 - Comportamento da seção transversal no estágio I.....	46
Figura 19 - Comportamento da seção transversal no estágio II .....	48
Figura 20 - Treliça 3D com sistema de reação .....	49
Figura 21 - Diagrama de momento fletor no estágio I (DMF) .....	54
Figura 22 - Diagrama de esforço cortante no estágio I (DEC).....	54
Figura 23 - Diagrama de momento fletor no estágio II (DMF).....	56
Figura 24 - Diagrama de esforço cortante no estágio II (DEC).....	57
Figura 25 - Diagrama de momento fletor da treliça (DMF) .....	59
Figura 26 - Diagrama de esforço cortante da treliça (DEC).....	59
Figura 27 - Modelagem 3D da treliça no software Robot.....	61
Figura 28 - Deflexão máxima da estrutura .....	64
Figura 29 - Deflexão máxima experimento de Löfgren .....	64
Figura 30 - Forças axiais das barras da treliça Robot x planilha.....	65

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Valores estimados de módulo de elasticidade em função do fck utilizando granito como agregado graúdo.....	17
Tabela 2 - Características das barras de aço .....	19
Tabela 3 - Características dos fios de aço.....	19
Tabela 4 - Diâmetro nominal mínimo do fio do banzo superior .....	27
Tabela 5 - Especificações armações treliçadas .....	27
Tabela 6 - Especificação técnica painéis BubbleDeck .....	28
Tabela 7 - Valores dos coeficientes $\gamma_{f1}$ · $\gamma_{f3}$ .....	31
Tabela 8- Valores do coeficiente $\gamma_{f2}$ .....	31
Tabela 9 - Dados da pré-laje .....	43
Tabela 10 - Dados das treliças .....	43
Tabela 11 - Propriedades do concreto.....	44
Tabela 12 - Equivalência de barras na treliça .....	50
Tabela 13 - Equivalência de barras planilha e Robot .....	51
Tabela 14 - Dados utilizados para cálculo do peso próprio.....	52
Tabela 15 - Áreas e localização do eixo de gravidade dos elementos componentes.....	53
Tabela 16 - Deformação e tensão nos elementos.....	54
Tabela 17 - Características da treliça equivalente .....	55
Tabela 18 - Reações do sistema.....	57
Tabela 19 - Forças axiais e deslocamentos das barras.....	58
Tabela 20 - Reações do sistema .....	60
Tabela 21 - Forças axiais e deslocamentos das barras.....	60
Tabela 22 - Reações da treliça em cada nó .....	62
Tabela 23 - Forças axiais nas barras encontradas no Robot .....	62
Tabela 24 - Extremos globais de deslocamento no Robot.....	63

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>12</b>
1.1	Considerações iniciais .....	12
1.2	Justificativa .....	13
1.3	Objetivos .....	14
1.3.1	<i>Objetivo geral</i> .....	14
1.3.2	<i>Objetivos específicos</i> .....	14
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> .....	<b>15</b>
2.1	Concreto .....	15
2.2	Aço .....	17
2.3	Lajes pré-fabricadas treliçadas.....	20
2.4	Sistemas BubbleDeck.....	21
2.4.1	<i>Métodos construtivos</i> .....	21
2.4.2	<i>Especificações da pré-laje</i> .....	24
2.4.3	<i>Especificações das treliças</i> .....	25
2.4.4	<i>Especificações das esferas plásticas</i> .....	28
2.5	Tipos de ações .....	28
2.5.1	<i>Ações permanentes</i> .....	29
2.5.2	<i>Ações variáveis</i> .....	29
2.5.3	<i>Ações excepcionais</i> .....	30
2.6	Combinações de ações.....	30
2.6.1	<i>Coefficientes de ponderação</i> .....	30
2.6.2	<i>Combinações últimas</i> .....	31
2.6.3	<i>Combinações de serviço</i> .....	32
2.7	Esforços internos .....	33
2.7.1	<i>Esforço cortante e momento fletor</i> .....	33
2.7.2	<i>Tensões normais</i> .....	35
2.8	Deformação .....	36
2.9	Deflexão normal .....	36
2.10	Estádios de deformação .....	37
2.10.1	<i>Estádio I</i> .....	38
2.10.2	<i>Estádio II</i> .....	38
2.10.3	<i>Estádio III</i> .....	39
2.11	Ensaio laboratoriais.....	39
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA</b> .....	<b>41</b>

3.1	Estudo de caso .....	41
3.2	Análise da pré-laje treliçada .....	45
3.2.1	<i>Estádio I de deformação</i> .....	45
3.2.2	<i>Estádio II de deformação</i> .....	48
3.3	Análise da treliça de aço 3D .....	49
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	52
4.1	Cálculo do peso próprio da pré-laje .....	52
4.2	Homogeneização da seção e cálculo da linha neutra.....	52
4.3	Áreas e localização do eixo de gravidade de cada elemento.....	52
4.4	Análise da pré-laje estágio I.....	53
4.5	Análise da pré-laje no estágio II .....	55
4.6	Análise da treliça 3D .....	58
4.6.1	<i>Análise por planilha eletrônica</i> .....	59
4.6.2	<i>Modelagem treliça 3D no programa Robot Structural Analysis</i> .....	61
4.7	Comparação e compilação de resultados .....	63
5	CONCLUSÕES .....	66
	REFERÊNCIAS .....	68
	APÊNDICE A – PLANILHA DE ANÁLISE DA PRÉ-LAJE NO ESTÁDIO I.....	71
	APÊNDICE B – PLANILHA DE ANÁLISE DA PRÉ-LAJE NO ESTÁDIO II .....	73
	APÊNDICE C – PLANILHA DE ANÁLISE DA TRELIÇA 3D .....	74
	APÊNDICE D – PLANILHA DE ESFORÇOS INTERNOS E DESLOCAMENTO TRELIÇA 3D .....	76

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Considerações iniciais

O projeto de lajes com vãos de grandes dimensões já foi um desafio para os engenheiros estruturais, mas diversas soluções para essa situação foram desenvolvidas ao longo dos anos. Dentre elas, a mais simples e mais conhecida é a utilização de lajes maciças espessas, mas esse sistema apresenta grandes desvantagens econômicas. Por requisitar um grande volume de concreto para sua execução, ele provoca um aumento considerável no peso da estrutura, o que acarreta na necessidade de um investimento maior na execução das fundações. Tudo isso resulta no aumento geral do custo de execução da obra.

Dessa forma, vários estudos em busca de uma solução mais viável financeira e produtivamente foram iniciados. Segundo Löfgren (2003), há cerca de 50 anos, começou a ser desenvolvido na Alemanha um sistema de laje plana pré-fabricada treliçada. Apesar do painel pré-moldado, o topo dessa estrutura, onde estão localizadas as treliças, é concretado no local.

Após a concretagem do topo, esse sistema estrutural permanecia com grandes espessuras. Por essa razão, começou a se pensar no uso de vazios nesta área para que houvesse também uma redução no peso próprio desse sistema. Uma das soluções encontradas foi a utilização combinada desses painéis pré-moldados com a tecnologia BubbleDeck, na qual esferas plásticas são posicionadas entre os elementos treliçados de forma que elas substituam parcialmente o concreto no topo.

Assim, esse sistema apresenta as vantagens combinadas do uso de estruturas pré-moldadas e da tecnologia BubbleDeck. Löfgren (2003) cita alguns benefícios da utilização dos painéis pré-fabricados, como a redução da mão-de-obra *in situ*, economia na utilização de formas e o ganho de espaço de trabalho, tendo em vista a redução ou até extinção do uso de escoramento. Já o uso das esferas de polietileno de alta densidade, segundo Hajdukiewicz et al. (2014), além de ajudar na redução do peso-próprio, auxilia na resistência da estrutura à transferência de calor. A resistência à flexão da estrutura, de acordo com Goggins et al. (2012) é mantida, permitindo uma transferência de cargas bi-axial.

O projeto desse sistema estrutural exige a definição de diversos parâmetros. Esses parâmetros variam desde as propriedades dos materiais utilizados às dimensões do painel pré-fabricado de concreto e características das treliças e armaduras utilizadas. Para haver a otimização no uso desses dois materiais e, conseqüentemente, uma economia ainda maior na utilização desse método, é necessário definir qual será a participação de cada um deles na

resistência do sistema considerando todo o ciclo de vida da estrutura. Assim, será definida a sua capacidade de carga considerando as diferentes possibilidades de uso dos materiais.

Em outras palavras, para um bom conhecimento do funcionamento da estrutura sujeita à flexão, a análise deverá ser feita considerando algumas fases importantes: o concreto e aço atuando na resistência à tração, o concreto já fissurado, sendo o aço o único material resistente à tração, e a consideração somente da treliça até o escoamento do aço. Sabendo os limites de cada uma dessas fases, é possível realizar um projeto com aproveitamento máximo dos dois materiais que compõem o sistema de laje pré-fabricada treliçada.

## 1.2 Justificativa

Byrne e Goggins (2013) relatam que a forma mais precisa de se prever o comportamento de uma estrutura é analisando dados reais de um mesmo sistema estrutural sujeito a condições similares a ela. A obtenção desses dados pode ser feita por meio de sensores instalados em pontos distintos da estrutura que são capazes de fornecer informações de temperatura, deformação e tensão. Porém, a instalação desses sensores requer um grande investimento inicial e só é possível em projetos que ainda não finalizaram sua execução.

Dessa forma, uma outra alternativa para prever esse comportamento em edifícios já construídos que utilizam o sistema de laje pré-fabricada treliçada é a utilização dos princípios dos estados limites de serviço e último dos materiais que compõem o sistema. Utilizando esses métodos, é possível não só prever a capacidade de carga da estrutura, mas também simular alterações no seu uso, como foi demonstrado no estudo de caso feito por Byrne e Goggins (2013).

Além desses benefícios ligados à utilização do sistema estrutural, desenvolver um método de análise baseado em fundamentos da resistência dos materiais permite a simulação do comportamento do painel pré-moldado treliçado utilizando propriedades distintas, sejam elas geométricas ou de sua constituição. Esse viés do estudo é muito importante tratando-se da pesquisa de novos materiais e tecnologias que podem ser utilizados nesse sistema estrutural, pois, com um programa de análise, é possível não só prever resultados de ensaios laboratoriais, mas também realizar a comparação entre resultados teóricos e práticos. Essa comparação permite um exame acerca da qualidade do material empregado e da realização do ensaio.

## 1.3 Objetivos

### 1.3.1 *Objetivo geral*

O presente trabalho tem como objetivo realizar uma análise do desempenho dos materiais concreto e aço em uma laje pré-fabricada treliçada com sistema BubbleDeck, obtendo os limites de carga de atuação de cada um desses materiais na resistência do sistema estrutural.

### 1.3.2 *Objetivos específicos*

Para o alcance da finalidade do estudo, é necessário, primeiramente, que os seguintes objetivos sejam atingidos:

- Desenvolver uma planilha eletrônica em que, de acordo com os dados inseridos da pré-laje treliçada, seja possível determinar o limite de atuação do concreto na resistência à tração do sistema e o ponto onde ocorre escoamento do banzo superior da treliça;
- Por meio da mesma planilha eletrônica, fornecer os esforços internos na pré-laje;
- Desenvolver uma outra planilha eletrônica de análise dos esforços internos da treliça 3D;
- Elaborar um diagrama deflexão x carregamento contendo o comportamento da estrutura considerando as três fases analisadas (pré-laje nos estádios I e II de deformação e treliça);
- Criar um modelo em 3D da treliça da estrutura no programa Robot e comparar os resultados encontrados pelo programa com os resultados da planilha eletrônica;
- Comparar os resultados teóricos encontrados com dados reais de laboratório de um estudo de caso.



## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1 Concreto

O concreto é um material composto pela mistura homogênea de cimento, água e agregados fino e graúdo. A proporção entre esses elementos no concreto, o que é chamado de traço, é o principal fator que vai reger as propriedades desse material, tanto enquanto concreto fresco quanto já endurecido. Outros fatores que podem influenciar diretamente essas propriedades são o método de execução do elemento de concreto e a incorporação de aditivos em sua composição. Esses componentes adicionados muitas vezes são produtos químicos, e seu uso é normatizado pela NBR 11768.

As propriedades mecânicas do concreto endurecido são fundamentais na análise de qualquer elemento estrutural de concreto. Porém, para que seja possível obter as características desejadas, é necessária uma atenção com as propriedades do concreto ainda fresco. Em geral, não existe um padrão ideal para essas propriedades, mas cada uma deve ter características adequadas à estrutura a ser moldada.

A consistência e a trabalhabilidade do concreto, por exemplo, estão relacionadas com a capacidade de deformação do concreto fresco e influenciam diretamente no adensamento do concreto. Este, por sua vez, é um dos principais fatores que garantem ao concreto endurecido as características mecânicas esperadas. Essas propriedades dependem diretamente da relação água/cimento, granulometria dos agregados e presença de aditivos.

Após lançado, as principais preocupações acerca do concreto devem ser a sua pega e cura. O conhecimento do período correto de pega e dos procedimentos adequados durante a cura irão proporcionar a correta hidratação do cimento e, conseqüentemente, o ganho de resistência esperado para a peça de concreto.

Rocha (2015) enfatiza como essas propriedades devem estar presentes em determinados elementos estruturais. Tratando-se de peças densamente armadas, o ideal é que seja empregado um concreto mais fluido, ou seja, com menor consistência, para que o adensamento seja facilitado. Em sistemas estruturais de pouca espessura, como a base pré-moldada de uma laje, ele ressalta que é importante que não sejam empregados no concreto agregados com dimensões muito grandes, citando o uso de pedrisco como ideal para que não sejam criadas zonas de fraturas na peça.

Já Carvalho e Figueiredo Filho (2014) falam sobre um procedimento de cura mais adequado para peças pré-moldadas. Trata-se da cura a vapor, método que é capaz de acelerar

o ganho de resistência do concreto por meio de um ambiente saturado e, ao mesmo tempo, com temperatura elevada.

O item 8.2 da NBR 6118 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2014) mostra que as propriedades mecânicas do concreto podem ser obtidas basicamente em função de sua resistência característica à compressão ( $f_{ck}$ ). Por esse motivo, é imprescindível que o valor desse índice estipulado em projeto seja adequado para a estrutura e que ele seja garantido durante a execução. Para lajes pré-moldadas, a única especificação exigida pela NBR 14860-1 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2002) acerca dessa propriedade é que seja utilizado concreto no mínimo de classe C20 ( $f_{ck}$  de 20 MPa aos 28 dias).

A obtenção da resistência do concreto à tração indireta ( $f_{ct,sp}$ ) e na flexão ( $f_{ct,f}$ ), por exemplo, quando não é possível a realização de ensaios específicos normatizados pela NBR 7222 e NBR 12142 respectivamente, pode ser feita por meio das seguintes equações de acordo com a NBR 6118 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2014):

$$f_{ctk,inf} = 0,7 \cdot f_{ct,m} \quad (1)$$

$$f_{ctk,sup} = 1,3 \cdot f_{ct,m} \quad (2)$$

O valor do  $f_{ct,m}$ , que é a resistência média à tração, depende da classe de concreto utilizada. Para concretos de classe até C50, que são mais usuais, esse valor pode ser obtido por meio da seguinte equação:

$$f_{ct,m} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad (3)$$

Tanto  $f_{ck}$  como  $f_{ct,m}$  são expressos em megapascals (MPa). O  $f_{ctk,sup}$  é utilizado para a determinação de armaduras mínimas, enquanto o  $f_{ctk,inf}$ , nas análises estruturais e na determinação de formação de fissuras.

Um outro valor importante a ser determinado é o módulo de elasticidade do concreto ( $E_c$ ). Ele também pode ser obtido empiricamente em função do  $f_{ck}$  por meio da seguinte equação (válida somente para concretos de classe C20 a C50):

$$E_{ci} = \alpha_E \cdot 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}} \quad (4)$$

Os valores para o coeficiente  $\alpha_E$  variam de acordo com o material empregado como agregado graúdo, sendo 1,2 para basalto e diabásio, 1,0 para granito e gnaisse, 0,9 para calcário e 0,7 para arenito.

Para análises elásticas de projeto, como na determinação dos esforços solicitantes e dos estados limites de serviço, o módulo de elasticidade a ser considerado deve ser o módulo de deformação secante. Seu valor pode ser estimado segundo a seguinte fórmula:

$$E_{cs} = \left( 0,8 + 0,2 \cdot \frac{f_{ck}}{80} \right) \cdot E_{ci} \quad (5)$$

A Tabela 1 abaixo apresenta os valores estimados para módulo de elasticidade tangencial e secante considerando a utilização de granito como agregado graúdo em sua composição.

Tabela 1 - Valores estimados de módulo de elasticidade em função do fck utilizando granito como agregado graúdo

<b>Classe de Resistência</b>	<b>C20</b>	<b>C25</b>	<b>C30</b>	<b>C35</b>	<b>C40</b>	<b>C45</b>	<b>C50</b>
<b>Eci (GPa)</b>	25	28	31	33	35	38	40
<b>Ecs (GPa)</b>	21	24	27	29	32	34	37

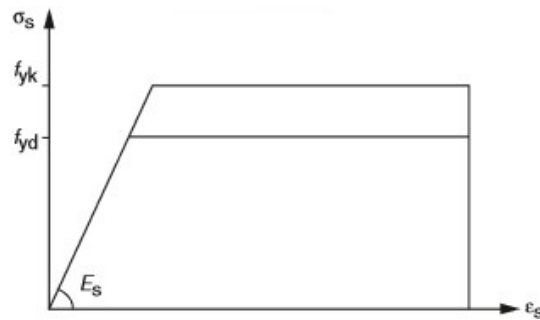
Fonte: Adaptada da NBR 6118 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2014)

## 2.2 Aço

Enquanto o concreto atua basicamente na resistência à compressão do elemento estrutural, cabe ao aço a função de absorver as tensões de tração geradas no interior da peça. As características mecânicas mais importantes desse material são a sua resistência característica de escoamento ( $f_{yk}$ ), que é o que determina a classificação desse material, seu limite de resistência e alongamento na ruptura. Todos esses valores podem ser obtidos por meio de ensaios de tração normatizados pela NBR 6892.

O conceito de resistência característica de escoamento do aço à tração está diretamente associado à deformação desse material, pois se trata do valor de tensão a partir do qual uma barra ou fio de aço passa a sofrer deformações plásticas ou permanentes. As classes CA-25 ( $f_{yk}=250$  MPa) e CA-50 ( $f_{yk}=500$  MPa) apresentam um patamar de escoamento definido, enquanto que, para os aços sem essa propriedade, como a classe CA-60 ( $f_{yk}=600$  MPa), a NBR 6118 (2014) determina que o valor de resistência é encontrado considerando uma deformação específica correspondente de 0,002. Porém, a mesma norma permite a utilização de um diagrama tensão-deformação (Figura 1) para essas três classes, desde que as condições de temperatura estejam no intervalo entre  $-20^{\circ}\text{C}$  e  $150^{\circ}\text{C}$ .

Figura 1 - Diagrama tensão-deformação para aços de armaduras passivas



Fonte: NBR 6118 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2014)

O limite de resistência ( $f_{stk}$ ), que é a tensão máxima suportada pelo material, quando não for possível a realização do ensaio para sua determinação, pode ser estimado por meio da majoração da resistência característica de escoamento. O coeficiente de majoração varia de acordo com a classe de aço analisada, sendo de 1,2 para CA-25, 1,1 para CA-50 e 1,05 para CA-50.

O alongamento na ruptura consiste no aumento percentual do comprimento do corpo de prova na ruptura. Para as classes de aço em que o diagrama de tensão-deformação é válido, é possível encontrar esse valor por meio da seguinte expressão, onde o módulo de elasticidade do aço ( $E_s$ ) é considerado de 210 GPa:

$$\varepsilon_y = \frac{f_y}{E_s} \quad (6)$$

A NBR 7480 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2007) ressalta algumas características importantes do aço utilizado no concreto armado. Algumas dessas características estão ligadas à maneira como estes fios ou barras são produzidos. Os aços da classe CA-50 e CA-60 diferem, por exemplo, por este poder ser laminado a frio, trefilado ou estirado, enquanto aquele pode ser somente laminado a quente.

Outra característica que difere essas classes de aço é a sua utilização. As classes de aço mais utilizadas no projeto de edifícios são as barras CA-50 e os fios CA-60, enquanto que as barras CA-25 são amplamente utilizadas no projeto de pontes e viadutos por serem mais resistentes à fadiga, de ocorrência muito comum nesses sistemas estruturais devido à alternância de carga.

Para haver a correta funcionalidade do sistema de concreto armado, é imprescindível que haja uma aderência adequada entre os dois materiais de sua composição. Um dos fatores que influenciam diretamente nessa propriedade é o tipo de superfície da barra ou do fio de aço. A NBR 7480 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2007) também normatiza essa

característica, determinando que as barras de classe CA-50 tenham suas superfícies nervuradas transversalmente ou obliquamente, e que as de CA-60 podem ser lisas, nervuradas ou entalhadas, desde que o coeficiente de conformidade superficial mínima seja respeitado.

As barras e fios de aço são fabricados com um comprimento máximo de 12,0 m. Em elementos estruturais que sejam necessárias barras ou fios de aço com comprimento superior a este, deve-se levar em consideração as recomendações da NBR 6118 quanto ao transpasse.

As Tabelas Tabela 2 e 3 a seguir apresentam as principais características, respectivamente, das barras e fios de aço mais utilizados na construção civil.

Tabela 2 - Características das barras de aço

<b>Diâmetro nominal (mm)</b>	<b>Massa nominal (kg/m)</b>	<b>Área nominal da seção (mm<sup>2</sup>)</b>	<b>Perímetro nominal da seção (mm<sup>2</sup>)</b>
<b>6,3</b>	0,245	31,2	19,8
<b>8,0</b>	0,395	50,3	25,1
<b>10,0</b>	0,617	78,5	31,4
<b>12,5</b>	0,963	122,7	39,3
<b>16,0</b>	1,578	201,1	50,3
<b>20,0</b>	2,466	314,2	62,8
<b>25,0</b>	3,853	490,9	78,5

*Fonte: Adaptada da NBR 7480 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2014)*

Tabela 3 - Características dos fios de aço

<b>Diâmetro nominal (mm)</b>	<b>Massa nominal (kg/m)</b>	<b>Área nominal da seção (mm<sup>2</sup>)</b>	<b>Perímetro nominal da seção (mm<sup>2</sup>)</b>
<b>2,4</b>	0,036	4,5	7,5
<b>3,4</b>	0,071	9,1	10,7
<b>3,8</b>	0,089	11,3	11,9
<b>4,2</b>	0,109	13,9	13,2
<b>4,6</b>	0,130	16,6	14,5
<b>5,0</b>	0,154	19,6	15,7
<b>5,5</b>	0,187	23,8	17,3
<b>6,0</b>	0,222	28,3	18,8
<b>6,4</b>	0,253	32,2	20,1

Continua

## Conclusão

<b>Diâmetro nominal (mm)</b>	<b>Massa nominal (kg/m)</b>	<b>Área nominal da seção (mm<sup>2</sup>)</b>	<b>Perímetro nominal da seção (mm<sup>2</sup>)</b>
<b>7,0</b>	0,302	38,5	22,0
<b>8,0</b>	0,395	50,3	25,1
<b>9,5</b>	0,558	70,9	29,8
<b>10,0</b>	0,617	78,5	31,4

*Fonte: Adaptada da NBR 7480 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2014)*

### 2.3 Lajes pré-fabricadas treliçadas

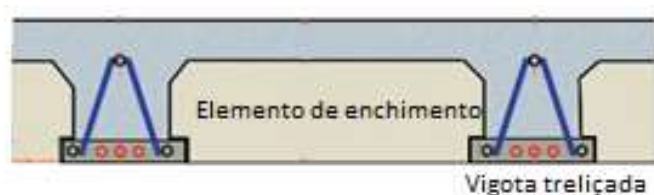
Carvalho e Figueiredo Filho (2014) definem laje como uma placa de concreto de superfície plana. Geometricamente, esse elemento estrutural possui a característica de conter uma de suas dimensões relativamente pequena em comparação com as demais. Essa dimensão é chamada de espessura e consiste naquela que é perpendicular à superfície. Um outro aspecto importante desse elemento é a direção das ações às quais ele está sujeito, que também é normal ao plano.

Dessa forma, em uma edificação, as lajes são os elementos que definem seus pavimentos. A escolha do tipo de laje a ser utilizado depende principalmente das características da edificação e da disponibilidade econômica para a construção. Dentre as diversas opções disponíveis para o projetista, estão as lajes pré-fabricadas.

As lajes pré-fabricadas são aquelas que são moldadas em um local diferente do local em que elas irão estar em serviço, podendo ser este local uma fábrica ou em alguma outra parte do próprio canteiro de obras. Existem vários tipos de lajes pré-fabricadas, sendo muitas delas envolvendo peças treliçadas. Essas peças podem ser vigotas, que usualmente são utilizadas nos sistemas com lajotas cerâmicas e com isopor, ou painéis treliçados (Figura 2).

A utilização tanto das vigotas quanto dos painéis apresenta as vantagens do uso de peças pré-fabricadas. O Instituto de Concreto Pré-Fabricado da Geórgia/Carolíneas (G/C PCI) cita em seu manual de projetos em concreto pré-moldado e protendido alguns desses benefícios, como a flexibilidade de projeto, a produção controlada, certificação de qualidade, economia e a facilidade de expansões futuras. Apesar dessas características em comum, suas diferenças são essenciais na análise de qual o sistema mais adequado para uma edificação.

Figura 2 - Esquema seção típica de laje com vigotas treliçadas



Fonte: Adaptada do Manual Técnico de Lajes Treliçadas ArcelorMittal

Os sistemas com vigotas treliçadas são amplamente utilizados devido ao seu baixo custo, mas é mais viável para construções de menor porte, onde os vãos não possuem grandes dimensões. Já os painéis treliçados podem ser utilizados para vencer vãos de grandes dimensões e apresentam ainda maior facilidade em sua montagem do que os outros tipos de lajes pré-fabricadas. O próprio painel funciona como fôrma para o concreto *in situ*, reduzindo a necessidade de utilização de fôrmas de madeira e de escoras, além da grande vantagem de as instalações na laje poderem ser feitas ainda na fábrica.

Dessa forma, em estruturas com vãos de grandes dimensões, o uso de painéis treliçados mostrou-se mais eficiente. Para reduzir o peso próprio desse sistema estrutural, diversos materiais foram estudados para funcionar como vazios nas regiões onde o concreto não possui importante função estrutural. A partir desses estudos chegou-se a combinação do uso de painéis pré-fabricados com a tecnologia BubbleDeck.

## 2.4 Sistemas BubbleDeck

### 2.4.1 Métodos construtivos

O sistema BubbleDeck é composto basicamente por uma malha de aço superior, esferas de plástico, muitas vezes fabricadas com material reciclado, e uma malha de aço inferior incorporada. Freire (2008) apresenta três diferentes métodos de execução desse sistema: composição por módulos, painéis acabados e uso de pré-lajes.

A composição por módulos (Figura 3) tem como grande vantagem a facilidade de transporte e posicionamento, pois os módulos consistem apenas pelas esferas plásticas em uma espécie de gaiola metálica. Esses módulos são posicionados diretamente em fôrmas convencionais para haver a posterior concretagem, que deve ser executada em dois estágios para evitar a flutuação das bolhas.

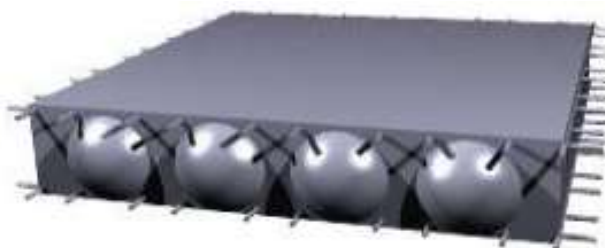
Figura 3 - Módulo de BubbleDeck



*Fonte: BubbleDeck Brasil*

Já os painéis acabados (Figura 4) saem do local de fabricação completamente prontos, sendo preciso apenas posicioná-los no seu destino final. Para isso, é necessário o içamento com máquinas adequadas e a existência de vigas ou paredes de suporte.

Figura 4 - Painel acabado BubbleDeck



*Fonte: BubbleDeck Brasil*

Mas o método executivo mais comumente utilizado e o analisado no presente trabalho é o com emprego de pré-lajes (Figura 5). Nesse método, os módulos com as esferas plásticas são fixados em uma camada de concreto ainda no local de fabricação, compondo um painel pré-moldado. Esse painel deverá ser erguido e posicionado por meio de guindaste, assim como no caso dos painéis acabados. Estando o painel na posição correta, as armaduras complementares e barras de ligação entre as placas são colocadas para, posteriormente, haver a concretagem do topo da estrutura.



Figura 5 - Pré-laje com módulo BubbleDeck incorporado



Fonte: BubbleDeck Brasil

As etapas de fabricação dessas pré-lajes com módulos BubbleDeck incorporados estão detalhadas e ilustradas na Figura 6, em que:

- a) Fixação das treliças na tela inferior, com posterior posicionamento das esferas plásticas e fixação da tela superior;
- b) Limpeza, travamento e aplicação de desmoldante nas formas;
- c) Lançamento do concreto;
- d) Introdução dos módulos BubbleDeck no concreto;
- e) Desforma do painel pré-moldado;
- f) Carregamento dos painéis.

Figura 6 - Etapas de fabricação de pré-lajes com módulos BubbleDeck incorporados



(a)



(b)



(c)



(d)



(e)



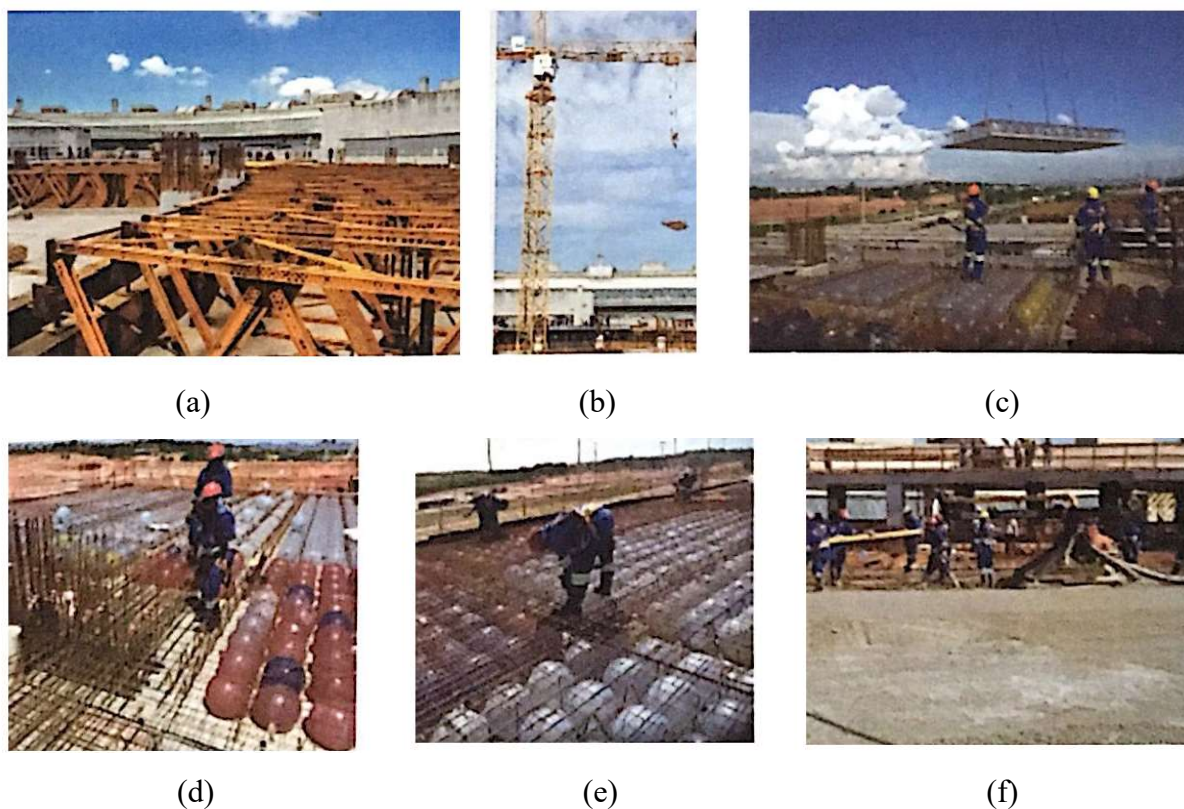
(f)

Fonte: Revista Estrutura, Ed.3, ano 1, p. 59

Após a fabricação das pré-lajes com os módulos incorporados, elas são transportadas para o local de execução da obra, onde os seguintes passos devem ser seguidos para a sua montagem e implementação, conforme ilustra a Figura 7:

- a) Montagem de escoramento;
- b) Transporte dos painéis por grua;
- c) Lançamento dos painéis;
- d) Colocação das armaduras dos capitéis;
- e) Colocação de armadura complementar e montagem de formas laterais;
- f) Concretagem do topo da estrutura.

Figura 7- Etapas de montagem e execução de obra com pré-lajes com módulos BubbleDeck incorporados



Fonte: Revista Estrutura, Ed.3, ano 1, p. 59

#### 2.4.2 Especificações da pré-laje

As características geométricas da seção do painel de concreto dependem das condições ambientais e de carregamento as quais a estrutura será submetida. As suas dimensões dependerão do projeto a ser executado, sendo possível a fabricação de painéis com vãos

variáveis. Também deve-se levar em consideração durante a determinação desses parâmetros geométricos as condições de transporte e os esforços gerados durante a sua montagem. De modo geral, as variáveis envolvidas no painel pré-moldado são, além de sua espessura, comprimento e largura, as armaduras longitudinais e sua distribuição, assim como o cobrimento do concreto.

No Brasil, a espessura da pré-laje é padronizada pelo fabricante como de 6 cm. Porém, esse valor pode variar em outros países. Na Holanda, por exemplo, Furche e Bauermeister (2011) afirmam que são usadas lajes de 5 cm de espessura. As outras especificações geométricas da pré-laje são determinadas de acordo com o vão a ser vencido, tendo em vista que esse é um dos fatores determinantes do deslocamento vertical da peça. Em seu manual, o fabricante sugere que os seguintes critérios devem ser respeitados na escolha do comprimento do painel pré-moldado:

$$L/d \leq 30 \text{ para vãos simples}$$

$$L/d \leq 39 \text{ para vãos contínuos}$$

$$L/d \leq 12,5 \text{ para balanços}$$

Nesses critérios, L é considerado o vão a ser vencido, e d, a altura útil da seção da laje, considerando a altura total do sistema descontada do cobrimento designado. No manual do fabricante é sugerido um cobrimento mínimo de 2 cm para resistência ao fogo de uma hora.

### ***2.4.3 Especificações das treliças***

O fabricante do sistema BubbleDeck não fornece informações específicas acerca da armação treliçada incorporada em seus painéis, mas é possível obter essas informações em manuais técnicos de empresas especializadas em aço, como a ArcelorMittal, e em norma específica para esse tipo de armadura.

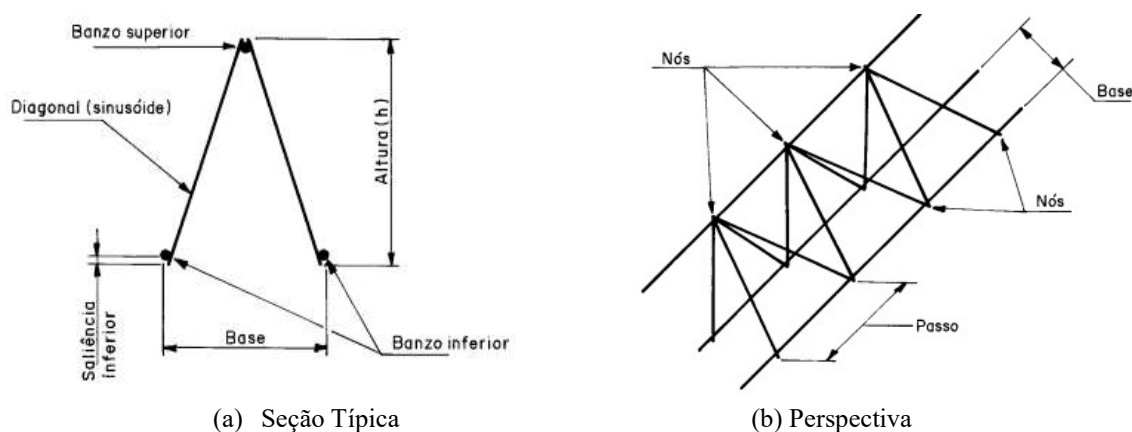
O conceito de armadura treliçada descrito na norma NBR 14862 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2002) é de que ela é uma estrutura espacial prismática formada por dois fios paralelos na base e um fio de aço no topo unidos por eletrofusão ou caldeamento aos fios das diagonais. Dessa forma, a armação treliçada é formada por duas treliças metálicas inclinadas, espaçadas regularmente (passo) e unidas em seu vértice superior. Essa norma também fornece informações sobre o aço utilizado para compor as armaduras. Ela permite a utilização de todos os diâmetros de fios da categoria CA-60 normatizados na NBR

7480, mas, para a classe CA-50, recomenda apenas o uso do diâmetro de 12,5 mm, podendo ter sua superfície lisa (menos os fios inferiores), entalhada ou nervurada. O fabricante ArcelorMittal, porém, em seu Manual Técnico de Lajes Treliçadas, relata que faz uso apenas da classe CA-60 de superfície nervurada.

O papel geral que essas treliças flexivelmente rígidas desempenham no painel pré-moldado, segundo Furche e Bauermeister (2011), é o de aumentar a rigidez e a capacidade de suporte desse elemento. Porém, cada membro constituinte da treliça (Figura 8) atua na resistência a algum esforço interno específico ao qual a estrutura está sendo submetida, assim como as armaduras em uma viga.

O fio ou banzo superior da treliça atua como armadura de compressão. Esse esforço ocorre normalmente durante a execução do sistema estrutural, como na montagem e na concretagem do topo da laje. Já os fios inferiores, que formam o chamado banzo inferior da treliça, assim como nas vigas, atuam na resistência à tração decorrente do momento fletor positivo. A função das diagonais, que também são chamadas de sinusóides, pode ser comparada à atuação dos estribos em uma viga por desempenharem o papel de armadura resistente aos esforços cortantes. Mas, além disso, são elas as principais responsáveis pela aderência entre o painel pré-moldado e o concreto moldado *in situ*, permitindo que essas duas partes da estrutura atuem conjuntamente.

Figura 8 - Armadura treliçada



Fonte: NBR 14862 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2002)

A NBR 14862 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2002) especifica algumas dimensões que devem ser respeitadas para cada componente da treliça. A dimensão da base, por exemplo, deve ter entre 80 e 120 mm. O passo deve ser de 20 cm, assim como nas armaduras treliçadas utilizadas na Europa, como mostra Furche e Bauermeister (2011). A

altura mínima é de 80 mm, existindo também os padrões de 120, 160, 200, 250 e 300 mm. O comprimento máximo fornecido é de 12 m, assim como nas barras de aço comuns, mas também é comum o fornecimento de treliças de 8 e 10 m. Para garantir uma boa soldabilidade e resistência ao cisalhamento dos nós, o fio mais fino deve ter, no mínimo, 56% do diâmetro do outro fio. Além disso, o diâmetro nominal do banzo superior deve atender aos critérios descritos na Tabela 4 abaixo.

Tabela 4 - Diâmetro nominal mínimo do fio do banzo superior

Altura da armadura treliçada (mm)	Diâmetro nominal mínimo (mm)
De 80 a 130	6,0
De 131 a 225	7,0
De 226 a 300	8,0

Fonte: NBR 14862 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2002)

O número de treliças utilizadas por painel pré-moldado e suas dimensões dependem da distância entre os apoios do painel e do carregamento ao qual o sistema será submetido. Atendendo a todas essas especificações, algumas opções de armações treliçadas encontradas no mercado e suas características são fornecidas na tabela a seguir.

Tabela 5 - Especificações armações treliçadas

Designação	Altura (mm)	Diâmetro dos fios (mm)		
		Superior	Diagonal	Inferior
TR 8644	80	6,0	4,2	4,2
TR 8645	80	6,0	4,2	5,0
TR 12645	120	6,0	4,2	5,0
TR 12646	120	6,0	4,2	6,0
TR 16745	160	7,0	4,2	5,0
TR 16746	160	7,0	4,2	6,0
TR 20745	200	7,0	4,2	5,0
TR 20756	200	7,0	5,0	6,0
TR 25856	250	8,0	5,0	6,0
TR 25858	250	8,0	5,0	8,0
TR30856	300	8,0	5,0	6,0
TR 30858	300	8,0	5,0	8,0

Fonte: Manual Técnico de Lajes Treliçadas (ArcelorMittal)

#### 2.4.4 Especificações das esferas plásticas

No Brasil, as esferas plásticas são produzidas com material reciclável. Freire (2008) afirma que a cada metro quadrado construído de laje BubbleDeck é possível retirar 1 kg de plástico do meio ambiente (valor baseado em uma laje de espessura total de 23 cm). No Brasil elas são produzidas com diâmetros padronizados de 180, 225, 270, 315 e 360 mm, apesar de no guia internacional serem citadas também outras dimensões.

Dependendo do diâmetro utilizado, algumas recomendações são feitas pela BubbleDeck Internacional em seu guia de projeto. O diâmetro também é um dos determinantes da dimensão do vão possível de vencer com o uso do painel. As principais recomendações e características dos tipos de painéis BubbleDeck fabricados no Brasil podem ser vistas na Tabela 6 a seguir.

Tabela 6 - Especificação técnica painéis BubbleDeck

<b>Tipo</b>	<b>Diâmetro das esferas (mm)</b>	<b>Espessura mínima da laje (mm)</b>	<b>Vãos contínuos (m)</b>	<b>Vãos simples (m)</b>	<b>Balanço máximo (m)</b>	<b>Espaçamento axial mínimo (cm)</b>	<b>Nº máximo de esferas (1/m<sup>2</sup>)</b>
<b>BD230</b>	180	230	5 – 8,1	5 – 6,5	2,8	20	25
<b>BD280</b>	225	280	7 – 10,1	6 – 7,8	3,3	25	16
<b>BD340</b>	270	340	9 – 12,5	7 – 9,5	4,0	30	11,11
<b>BD390</b>	315	390	11 – 14,4	9 – 10,9	4,7	35	8,16
<b>BD450</b>	360	450	13 – 16,4	10 – 12,5	5,4	40	6,25

Fonte: Adaptada do guia de projeto e informações do produto (BubbleDeck Internacional)

#### 2.5 Tipos de ações

A definição de ações, de acordo com a NBR 8681 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2003), é de que elas são as responsáveis pela deformação e geração de esforços nas estruturas. Na prática, considera-se como ações tanto as forças quanto as deformações causadas por elas, sendo estas denominadas ações indiretas, e aquelas, ações diretas.

A NBR 6118 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2014), em seu capítulo 11, menciona como as ações devem ser tratadas em uma análise estrutural, afirmando que qualquer influência que produza efeito expressivo no elemento estrutural a ser estudado deve

ser considerada.

Uma outra forma de classificar os tipos de ações é de acordo com a sua variação ao longo da vida da estrutura construída. Assim, elas são divididas em ações permanentes, variáveis e excepcionais.

### **2.5.1 Ações permanentes**

A NBR 6118 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2014) considera como ações permanentes aquelas que ocorrem com valores invariáveis durante o ciclo de vida da estrutura e aquelas que, apesar de crescerem em função do tempo, tendem a um valor limite constante. A sua consideração em uma análise estrutural deve ser sempre com seus valores mais desfavoráveis, de forma que ela seja feita a favor da segurança.

Como mencionado anteriormente, as ações também podem ser classificadas em diretas e indiretas. No caso das ações permanentes, são exemplos de ações diretas o peso próprio do elemento estrutural, o peso de elementos construtivos fixos, como revestimentos, instalações e empuxos permanentes. Já como ações permanentes indiretas, podem ser citados aspectos do material concreto, como retração e fluência, deslocamento de apoio, imperfeições geométricas e ação de protensão. Na análise de um elemento estrutural não haverá obrigatoriamente a ocorrência de todas essas ações, mas é aconselhável sempre a consideração de algumas delas, como o peso próprio.

### **2.5.2 Ações variáveis**

Diferentemente das ações permanentes, as ações variáveis, como o próprio nome sugere, são definidas pela NBR 8681 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2003) como aquelas cujos valores sofrem variações expressivas durante a vida da estrutura. Elas também podem ser subdivididas em ações variáveis diretas e indiretas.

A exemplo de ações variáveis diretas, pode-se citar as cargas acidentais verticais de uso da construção, como pessoas e mobiliário, cargas móveis, ação do vento e da água e as ações variáveis cuja ocorrência aconteça durante a fase de construção da estrutura. Já variações de temperatura e ações dinâmicas são consideradas ações variáveis indiretas.

### 2.5.3 Ações excepcionais

De acordo com a NBR 8681 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2003), ações excepcionais são aquelas cuja duração é extremamente curta e a sua probabilidade de ocorrência é muito baixa. Mas, apesar dessas condições, em determinados projetos especiais essas ações devem ser consideradas pelo projetista.

## 2.6 Combinações de ações

Carvalho e Figueiredo Filho (2014) afirmam que a combinação das ações em uma estrutura deve ser feita de forma que seja possível a determinação dos efeitos mais desfavoráveis a ela. As ações consideradas em cada uma das combinações, sejam elas de verificação de segurança quanto ao estado limite último ou de serviço, devem ser resultado da multiplicação de seus valores representativos com seus coeficientes de ponderação.

### 2.6.1 Coeficientes de ponderação

As ações devem ser majoradas por um coeficiente de ponderação ( $\gamma_f$ ). Essa recomendação, assim como os demais critérios acerca desse coeficiente, é descrita no item 11.7 da NBR 6118 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2014). Esse coeficiente é obtido por meio do produto de outros três, como mostra a equação seguinte, onde  $\gamma_{f1}$  considera a variabilidade das ações,  $\gamma_{f2}$  a simultaneidade de atuação de ações e  $\gamma_{f3}$  os possíveis desvios de construção e aproximações feitas em projeto.

$$\gamma_f = \gamma_{f1} \cdot \gamma_{f2} \cdot \gamma_{f3} \quad (7)$$

Para o estado limite de serviço é considerado somente o coeficiente  $\gamma_{f2}$  como ponderador, obedecendo os seguintes critérios:

$$\gamma_{f2} = 1 \text{ para combinações raras;}$$

$$\gamma_{f2} = \psi_1 \text{ para combinações frequentes;}$$

$$\gamma_{f2} = \psi_2 \text{ para combinações quase permanentes.}$$

Os valores dos coeficientes  $\gamma_{f1}$  e  $\gamma_{f3}$ , assim como dos coeficientes utilizados para obtenção do  $\gamma_{f2}$ ,  $\psi_0$  (utilizado para o estado limite último),  $\psi_1$  e  $\psi_2$ , podem ser encontrados nas Tabelas Tabela 7 e Tabela 8 respectivamente.



Tabela 7 - Valores dos coeficientes  $\gamma_{f1}$  ·  $\gamma_{f3}$ 

Combinações de ações			Normais	Especiais ou de construção	Excepcionais
Ações	Permanentes (g)	Desfavorável	1,4	1,3	1,2
		Favorável	1,0	1,0	1,0
	Variáveis (q)	Desfavorável	1,4	1,2	1,0
		Favorável	1,2	1,0	0
	Protensão (p)	Desfavorável	1,2	1,2	1,2
		Favorável	0,9	0,9	0,9
	Recalques de apoio e retração ( $\epsilon_g$ )	Desfavorável	1,2	1,2	0
		Favorável	0	0	0

Fonte: Associação Brasileira de Normas Técnicas (2014)

Tabela 8- Valores do coeficiente  $\gamma_{f2}$ 

Ações		$\gamma_{f2}$		
		$\psi_0$	$\psi_1$	$\psi_2$
Cargas acidentais de edifícios	Edifícios residenciais	0,5	0,4	0,3
	Edifícios comerciais, escritórios, estações e edifícios públicos	0,7	0,6	0,4
	Bibliotecas, arquivos, oficinas e garagens	0,8	0,7	0,6
Vento	Pressão dinâmica do vento nas estruturas em geral	0,6	0,3	0
Temperatura	Variações uniformes de temperatura em relação à média anual local	0,6	0,5	0,3

Fonte: Adaptada da Associação Brasileira de Normas Técnicas (2014)

### 2.6.2 Combinações últimas

As combinações últimas podem ser classificadas como normais, especiais ou de construção e excepcionais. As formulações para cada uma delas constam a seguir, onde F representa as ações, os índices g e q indicam coeficientes ou ações permanentes e variáveis respectivamente, e o índice  $\epsilon$  indica quais são indiretas. Em todas as combinações é necessário expressar uma ação variável direta principal, denominada  $F_{q1k}$ .

- Combinações últimas normais: referentes ao esgotamento da capacidade resistente para elementos de concreto armado.

$$F_d = \gamma_g \cdot F_g + \gamma_{\varepsilon g} \cdot F_{\varepsilon g} + \gamma_q \cdot \left( F_{q1} + \sum \psi_0 \cdot F_q \right) + \gamma_{\varepsilon q} \cdot \psi_{0\varepsilon} \cdot F_{\varepsilon q} \quad (8)$$

• Combinações últimas especiais ou de construção: pode ser utilizada a mesma equação que nas combinações últimas normais (equação 7). A única diferença é que o coeficiente  $\psi_0$  pode ser substituído pelo  $\psi_2$  quando a ação determinada como a variável principal tiver uma duração muito curta.

• Combinações últimas excepcionais: seguem o mesmo padrão das combinações últimas normais, mas com o acréscimo da ação excepcional ( $F_{q1exc}$ ). O coeficiente  $\psi_0$  pode ser substituído pelo  $\psi_2$  nas mesmas condições apresentadas para as combinações últimas especiais.

$$F_d = \gamma_g \cdot F_g + \gamma_{\varepsilon g} \cdot F_{\varepsilon g} + F_{q1exc} + \gamma_q \cdot \sum \psi_0 \cdot F_q + \gamma_{\varepsilon q} \cdot \psi_{0\varepsilon} \cdot F_{\varepsilon q} \quad (9)$$

### 2.6.3 Combinações de serviço

As combinações de serviço podem ser classificadas de acordo com o tempo de permanência das ações na estrutura. Dessa forma, elas podem ser combinações quase permanentes, frequentes e raras. A formulação utilizada e a aplicação para cada um desses casos podem ser vistas a seguir.

• Combinações quase permanentes de serviço: utilizada na verificação do estado limite de deformação excessiva.

$$F_{d,ser} = \sum F_g + \sum \psi_2 \cdot F_q \quad (10)$$

• Combinações frequentes de serviço: utilizada na verificação dos estados limites de formação e abertura de fissuras e vibrações excessivas.

$$F_{d,ser} = \sum F_g + \psi_1 \cdot F_{q1} + \sum \psi_2 \cdot F_q \quad (11)$$

• Combinações raras de serviço: utilizada na verificação do estado limite de formação de fissuras.

$$F_{d,ser} = \sum F_g + F_{q1} + \sum \psi_1 \cdot F_q \quad (12)$$

## 2.7 Esforços internos

### 2.7.1 *Esforço cortante e momento fletor*

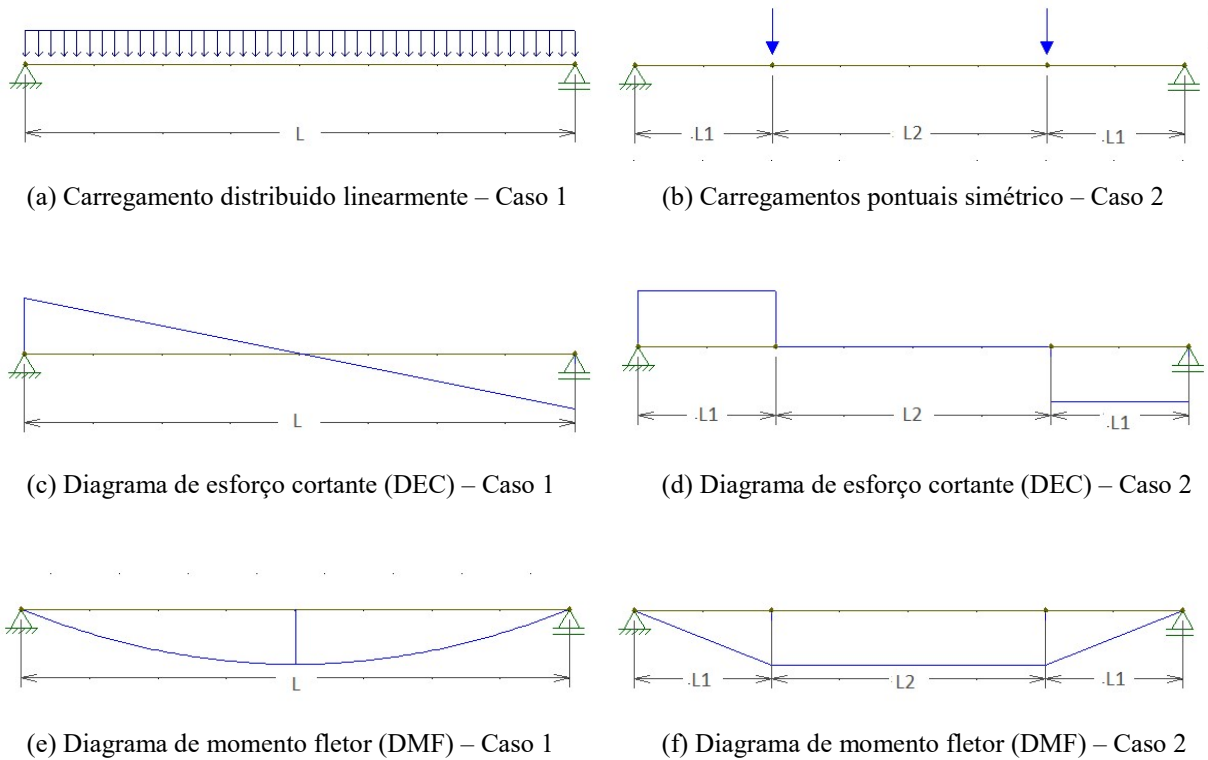
O carregamento aplicado nos elementos estruturais resulta no desenvolvimento de esforços internos que geralmente variam em cada ponto da estrutura. Os esforços gerados dependem do tipo de carregamento ao qual o elemento estrutural está submetido. No caso de vigas e lajes, por exemplo, que estão submetidas basicamente à flexão, a estrutura apresenta normalmente dois esforços internos principais, que são as forças de cisalhamento ou cortante ( $V$ ) e o momento fletor ( $M$ ).

Hibbeler (2009) define como força de cisalhamento aquela que se encontra no plano da área e que é decorrente de um esforço externo que tende a gerar o deslizamento de uma das partes do elemento sobre a outra. Já o momento fletor é decorrente de um esforço externo que tende a gerar a flexão da peça em torno de um eixo.

Para a obtenção dessas cargas internas, Hibbeler (2009) aconselha a utilização do método das seções. Esse método consiste na realização de um corte imaginário passando pelo ponto no qual se pretende determinar os esforços. Assim, o corpo é dividido em duas partes e o diagrama de corpo livre deve ser feito para uma delas. O módulo dos esforços internos é então determinado por meio da utilização das equações de equilíbrio.

A melhor forma de apresentar a variação desses esforços ao longo do elemento estrutural é graficamente, por meio dos diagramas de esforço cortante (DEC) e de momento fletor (DMF). A forma assumida desses gráficos vai depender do carregamento aplicado e das condições de apoio do elemento estrutural. Para exemplificar, a Figura 9 abaixo representa uma viga bi-apoiada submetida a dois casos de carregamento com as respectivas formas previstas de seus diagramas de esforço cortante e de momento fletor abaixo delas. A primeira apresenta um carregamento distribuído linearmente, e a segunda, duas cargas pontuais de mesmo valor aplicadas simetricamente.

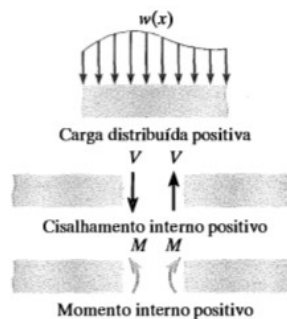
Figura 9 - Formas previstas para DEC e DMF de dois casos de carregamento



Fonte: Autor

A convenção de sinal mais frequentemente utilizada, de acordo com Hibbeler (2009), é a seguinte: quando o carregamento age para baixo na viga, a direção positiva será quando a força cortante provoca uma rotação em sentido horário e o momento interno causa compressão nas fibras superiores do segmento da viga. De forma simplificada, essa convenção de sinal pode ser vista na Figura 10 abaixo.

Figura 10 - Convenção de sinal para viga



Fonte: Hibbeler (2009)

O projeto de um elemento estrutural deve ser sempre feito considerando sua seção mais solicitada. Dessa forma, a apresentação dos esforços internos em forma de diagramas é capaz

de auxiliar a determinar a localização dessa seção, assim como o valor correspondente aos esforços máximos.

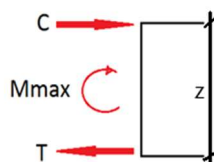
### 2.7.2 Tensões normais

Para a determinação da tensão normal que atua em um ponto qualquer da seção de um elemento estrutural, Euler estabeleceu a seguinte equação, em que  $M$  é o momento fletor atuante,  $I$  é o momento de inércia da seção em relação à linha neutra e  $y$  é a distância da linha neutra até o ponto em que se está analisando:

$$\sigma = \frac{M \cdot y}{I} \quad (13)$$

Outra forma de determinar a tensão normal em uma estrutura é simplificando o momento ao qual a peça está submetida por um binário de forças de tração e compressão atuando no centro dos elementos que resistem a esses esforços, como mostra a Figura 11 abaixo. O valor dessas forças pode ser encontrado por meio do equilíbrio dos esforços internos neste ponto, fazendo uma relação entre o momento encontrado e o braço de alavanca ( $z$ ) do binário de forças.

Figura 11 - Binário de forças de tensão (T) e compressão (C) atuando em uma seção



Fonte: Autor

$$T = -C = \frac{M_{\max}}{z} \quad (14)$$

Hibbeler (2009) define tensão ( $\sigma$ ) como a intensidade da força interna sobre um plano específico (área). Dessa forma, para o binário apresentado na Figura 11 de uma seção transversal típica de um elemento estrutural submetido à flexão, as tensões de compressão e tração serão determinadas por meio do quociente das forças de compressão ou tensão pela área que está resistindo a cada um desses esforços.

É importante mencionar que, para que a análise das tensões em um elemento estrutural seja feita dessa forma, é preciso que ele seja constituído por material homogêneo e isotrópico,

ou seja, que apresente as mesmas propriedades físicas e mecânicas em todo o seu volume e em todas as direções. Nos casos em que a peça é composta por mais de um material, como em peças de concreto armado, é preciso que seja feita, primeiramente, uma homogeneização da seção ou a análise deverá ser feita de outras maneiras, como com a utilização de métodos computacionais.

A homogeneização é uma técnica que consiste em transformar o elemento estrutural não homogêneo em um homogêneo, apresentando um único módulo de elasticidade. No caso de peças em concreto armado, por exemplo, o aço é substituído por uma área equivalente em concreto, ou vice-versa. Assim, em todos os cálculos conseguintes, é utilizado o módulo de elasticidade daquele utilizado na substituição. A área equivalente do material é encontrada multiplicando a sua área inicial por um fator de homogeneização ( $\alpha_e$ ). Esse fator é o quociente entre os módulos de elasticidade do aço e do concreto.

## 2.8 Deformação

Um corpo sempre tende a mudar sua forma e tamanho, mesmo que de forma imperceptível a olho nu, quando é submetido a alguma ação externa. A essas mudanças dá-se o nome de deformação. Enquanto o elemento estrutural está em sua fase elástica, a relação entre a tensão ( $\sigma$ ) e a deformação ( $\varepsilon$ ) se apresenta de maneira linear na maioria dos materiais utilizados na engenharia. Essa definição foi citada por Hibbeler (2009), mas foi descoberta por Robert Hooke, que dá nome a seguinte lei ou equação:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (15)$$

## 2.9 Deflexão normal

Hibbeler (2013) cita algumas fontes das deflexões em estruturas, como cargas, temperatura, erros de fabricação e recalques. Essa deflexão deve ser limitada de forma que seja garantida a estabilidade e integridade da estrutura, além do conforto do usuário. Assim, é imprescindível a determinação da curva elástica e, principalmente, do deslocamento máximo do elemento estrutural.

Em vigas e pórticos ocorrem com maior frequência as deflexões causadas por flexão interna. Assim, a determinação da deflexão nesses elementos é baseada na equação do momento fletor por meio da teoria da viga elástica. Para encontrar a equação da curva elástica,

$v(x)$ , é necessário, portanto, utilizar o método da integração dupla na seguinte equação:

$$\frac{d^2v}{dx^2} = \frac{M}{EI} \quad (16)$$

A equação do momento fletor ( $M$ ), quando utilizado mais de um tipo de carregamento, é encontrada pelo método da superposição. Já o momento segundo de inércia ( $I$ ) dependerá das características geométricas da seção da viga, sendo calculado da seguinte maneira, onde  $d$  é a distância entre o centro de gravidade de cada elemento e o eixo neutro da seção:

$$I = \sum I'_i + A_i \cdot d_i^2 \quad (17)$$

Em treliças, diferentemente das vigas, a deflexão é causada pelas forças axiais internas. Sua determinação pode ser feita por meio do método de trabalho virtual, utilizando a seguinte formulação para os casos de treliça sujeita a carga externa:

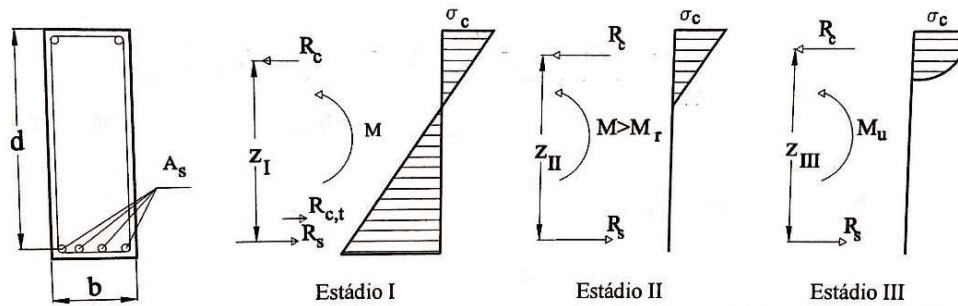
$$1 \cdot \Delta = \sum \frac{n \cdot N \cdot L}{A \cdot E} \quad (18)$$

Nesta equação, 1 representa a carga unitária virtual externa aplicada sobre o nó da treliça na mesma direção que o deslocamento real do nó ( $\Delta$ );  $n$  e  $N$  são as forças normais virtual e interna, respectivamente, de um membro da treliça decorrente da aplicação da carga unitária e da carga real;  $L$  e  $A$  são o comprimento e a área de um membro, enquanto  $E$  é o seu módulo de elasticidade.

## 2.10 Estádios de deformação

Carvalho e Figueiredo Filho (2014) descrevem os estádios de deformação como os níveis que determinam o comportamento da peça estrutural até a sua ruína quando submetida à flexão normal simples. Existem três estádios de deformação, e o comportamento da seção transversal de uma viga quando se encontra em cada um deles pode ser visto na Figura 12 a seguir.

Figura 12 - Comportamento da seção transversal de um elemento na flexão normal simples



Fonte: Carvalho e Figueiredo Filho (2014)

### 2.10.1 Estádio I

De acordo com Carvalho e Figueiredo Filho (2014), a peça, quando se encontra no estágio I, está no seu estado elástico. Nesse estágio, o momento fletor ao qual a peça está submetida tem intensidade inferior ao momento de fissuração que, de acordo com a NBR 6118 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2014), segue a seguinte equação:

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct} \cdot I_c}{y_t} \quad (19)$$

O valor de  $\alpha$  da equação depende da forma geométrica da seção, sendo de 1,2 para seções T ou duplo T, 1,3 para seções I ou T invertido e 1,5 para seções retangulares.

Carvalho e Figueiredo Filho (2014) ainda afirmam que, durante esse estágio, ainda não há formação de fissuras visíveis, já que o momento de fissuração ainda não foi atingido.

### 2.10.2 Estádio II

Ainda de acordo com Carvalho e Figueiredo Filho (2014), o estágio II também pode ser chamado de estado de fissuração. Nele, as tensões de tração na maioria dos pontos abaixo da linha neutra possuem valores superiores ao de resistência do concreto à tração. A partir do seu início, o concreto não é mais considerado na resistência à tração, sendo esse esforço absorvido somente pelo aço. As fissuras passam a ser visíveis, mas a tensão de compressão no concreto continua linear, como é possível ver na Figura 12.

Os autores também explicam que um elemento de concreto armado submetido à flexão possui, normalmente, seções trabalhando entre os estádios I e II. Dessa forma, é conveniente que a sua rigidez seja um valor intermediário entre esses dois estádios. A NBR 6118 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2014) estabelece essa equivalência segundo a



seguinte equação, em que  $I_c$  é o momento de inércia da seção bruta de concreto,  $I_{II}$  o momento de inércia da seção no estágio II,  $M_a$  o momento fletor na seção crítica,  $M_r$  o momento de fissuração e  $E_{cs}$  o módulo de elasticidade secante do concreto.

$$(E \cdot I)_{eq} = E_{cs} \cdot \left\{ \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^3 \cdot I_c + \left[ 1 - \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] \cdot I_{II} \right\} \leq E_{cs} \cdot I_c \quad (20)$$

### 2.10.3 Estádio III

Enquanto que os estádios I e II correspondem às situações de serviço, o estágio III corresponde ao estado limite último. Carvalho e Figueiredo Filho (2014) explicam que o dimensionamento de estruturas de concreto armado é feito considerando esse estágio, em que o objetivo é projetar uma estrutura com solução econômica sem chegar ao colapso.

## 2.11 Ensaios laboratoriais

Os ensaios laboratoriais para análise estrutural variam de acordo com o objetivo dos experimentos e com os recursos do instituto ou pesquisador a realizá-los. Em pesquisas de novos materiais ou tecnologias sem uma utilização específica, a exemplo da adição de novos materiais ao concreto, o ensaio pode se dar com a utilização de corpos de prova cilíndricos ou cúbicos, a depender da região onde se é executado o ensaio.

Porém, para alguns estudos específicos, muitas vezes é necessária a realização do ensaio com o elemento estrutural executado. São os casos em que o intuito da pesquisa não é somente verificar o comportamento do concreto em resposta ao uso de novos materiais, mas sim o comportamento da peça como um todo. Isso ocorre porque a mudança nas propriedades do concreto pode interferir de forma diferente em cada elemento estrutural, já que cada um possui sua capacidade resistente distinta para cada esforço interno.

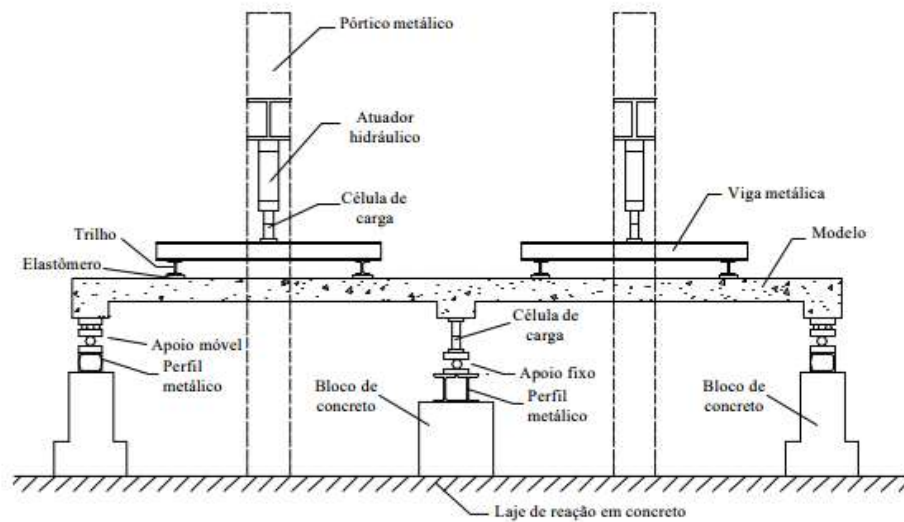
Enquanto que os ensaios voltados ao comportamento do material utilizado, normalmente realizados com corpos de prova, têm como retorno apenas parâmetros de esforços internos, como tensões, os ensaios com elementos estruturais podem fornecer também valores de deslocamento e deformação da estrutura. Além disso, a análise pode ser feita considerando não só a influência da alteração de propriedades dos materiais constituintes da peça, mas também de suas propriedades geométricas.

Dessa forma, para análise experimental de elementos estruturais, como o painel

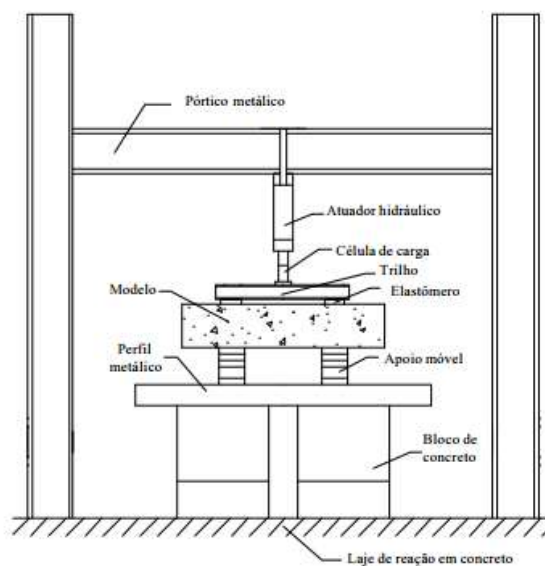
treliçado pré-moldado, é preciso que haja a composição de uma estrutura suporte em que seja possível haver a aplicação de forças e a medição da reação do elemento estrutural aos esforços solicitantes. Essa estrutura e seus dispositivos dependem muitas vezes, como falado anteriormente, dos recursos disponíveis da instituição ou dos pesquisadores interessados.

A título de ilustração, a Figura 13 mostra a estrutura de reação utilizada no Laboratório de Estruturas do Departamento de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo (EESC-USP). Esse dispositivo foi utilizado, por exemplo, por Magalhães (2001) para o ensaio a flexão em faixas de laje com utilização de vigotas treliçadas.

Figura 13 - Estrutura de reação do Laboratório de Estruturas da EESC-USP



(a) Vista lateral



(b) Vista frontal

### 3 METODOLOGIA

Para a realização de qualquer análise, neste caso uma análise estrutural, é necessário primeiramente que se tenha um conhecimento aprofundado acerca do assunto abordado. Dessa forma, antes do desenvolvimento de qualquer trabalho, é preciso que se faça uma revisão bibliográfica do tema, buscando todas as informações essenciais para que se obtenha os resultados esperados. Com o objetivo de se ter um estudo mais amplo, foi conveniente a busca por fontes nacionais e internacionais de forma que o trabalho resultante pudesse ser utilizado em escala global.

Feito esse estudo preliminar, foi possível, então, prosseguir com o desenvolvimento do trabalho. Para analisar o comportamento do concreto e do aço na estrutura de laje pré-fabricada treliçada, foi preciso estabelecer em que elementos e a que esforços estão atuando esses materiais. Dessa forma, dividiu-se o estudo em questão considerando três etapas: análise da pré-laje treliçada atuando nos estádios I e II de deformação e análise da treliça de aço.

Feitas as análises da pré-laje e da treliça separadamente, os resultados foram compilados de forma a se obter o comportamento dos materiais concreto e aço durante todo o ciclo da estrutura. Define-se como ciclo da estrutura o período compreendido entre o início do carregamento e o escoamento do aço da treliça, ponto em que a resistência estrutural de todo o sistema passa a ser desconsiderada. A compilação consiste na elaboração de um gráfico deflexão x carregamento compreendendo todo o ciclo mencionado, que foi validado por meio da comparação com resultados de um estudo de caso realizado em laboratório.

A etapa seguinte constituiu-se em discutir os resultados encontrados e inferir conclusões acerca da influência dos materiais concreto e aço na resistência desse sistema estrutural.

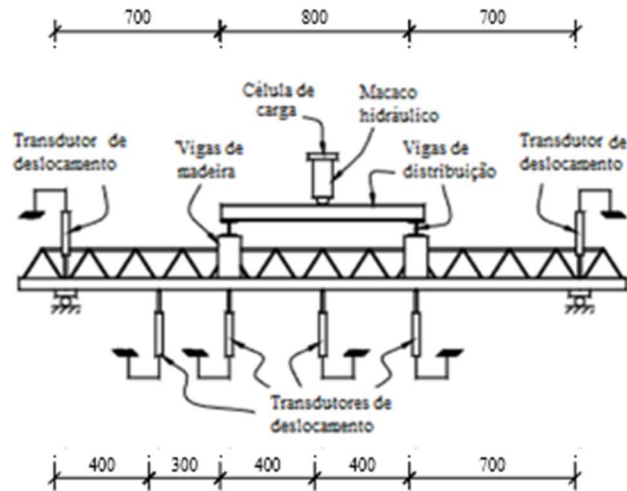
A seguir, encontram-se relatadas as metodologias de análise para cada uma das fases supracitadas, assim como a descrição do estudo de caso escolhido para comparação de resultados.

#### 3.1 Estudo de caso

Para auxílio na elaboração e validação das planilhas eletrônicas, foram considerados os dados geométricos de uma das pré-lajes utilizadas na análise laboratorial de Löfgren (2003), assim como a estrutura de reação empregada em seus ensaios (Figura 14) e as propriedades dos materiais. Percebe-se pelo esquema da estrutura de reação que nesse tipo de teste laboratorial é aplicada uma carga centralizada que é distribuída igualmente em dois pontos de

aplicação na laje.

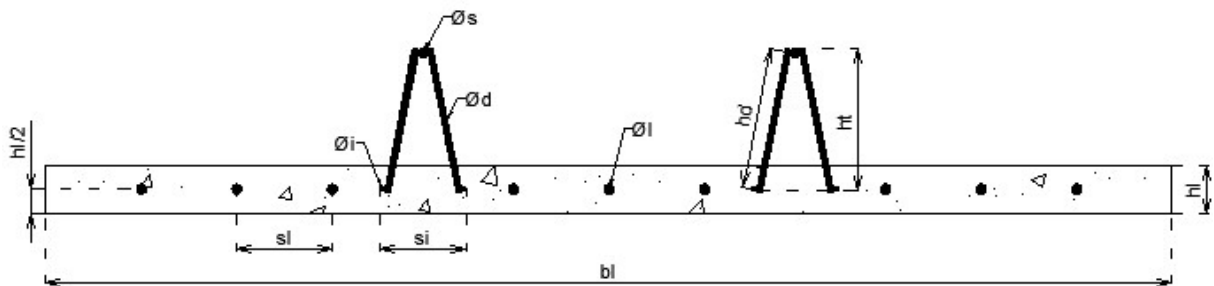
Figura 14 - Estrutura de reação utilizada nos experimentos



Fonte: Adaptada de Löfgren (2003)

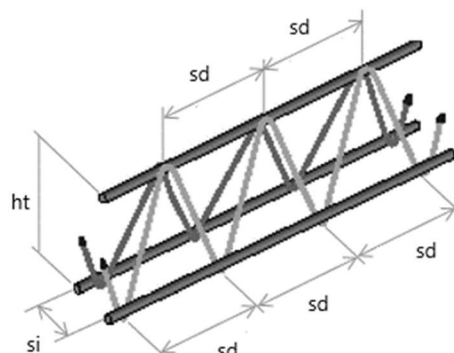
Estão representadas nas Figuras Figura 15 e Figura 16 esquemas da seção transversal e da treliça com suas principais dimensões representadas. É possível observar que as treliças e as armaduras longitudinais são distribuídas no centro de gravidade da pré-laje de concreto e que, por ser um estudo realizado na Suécia, algumas dessas características não serão equivalentes aos módulos utilizados pela BubbleDeck Brasil apresentados anteriormente.

Figura 15 - Seção transversal da pré-laje



Fonte: Autor

Figura 16 - Principais dimensões da treliça



Fonte: Adaptada do Manual Técnico de Lajes Trelaçadas ArcelorMittal

Nas Tabelas Tabela 9 e 10, estão presentes os valores considerados para cada uma das dimensões representadas. Todas essas características foram retiradas do estudo de Löfgren (2003), com exceção do espaçamento entre diagonais ou passo ( $s_d$ ), que, como explicado na revisão bibliográfica, possui um valor fixo de 200 mm, tanto na Europa quanto no Brasil.

Tabela 9 - Dados da pré-laje

Características da pré-laje	
Espessura da pré-laje ( $h_l$ )	50 mm
Largura da pré-laje ( $b_l$ )	1180 mm
Distância axial ( $h_l/2$ )	25 mm
Diâmetro armadura longitudinal ( $\phi_l$ )	10 mm
Espaçamento armadura longitudinal ( $s_l$ )	100 mm
Número total de barras longitudinais ( $n_l$ )	9

Fonte: Autor

Tabela 10 - Dados das treliças

Características das treliças		
Diâmetro das barras	Banzo superior ( $\phi_s$ )	10 mm
	Banzo inferior ( $\phi_i$ )	5 mm
	Diagonal ( $\phi_d$ )	6 mm
Comprimentos	Altura ( $h_t$ )	150 mm
	Diagonal ( $h_d$ )	183,64 mm
Espaçamentos	Inferior ( $s_i$ )	90 mm
	Diagonais ( $s_d$ )	200 mm

Continua

## Conclusão

Características das treliças		
<b>Número de treliças por painel (nt)</b>	2	
<b>Dados por treliça</b>	<b>Número de elementos (ne)</b>	11
	<b>Número de barras (nb)</b>	43
	<b>Número de nós</b>	23

Fonte: Autor

Para as propriedades dos materiais, também foram consideradas as mesmas que nas pré-lajes ensaiadas por Löfgren (2003). Os dados encontrados no seu estudo para o material concreto podem ser visualizados na Tabela 11 a seguir, adaptada da Tabela 3 do artigo.

Tabela 11 - Propriedades do concreto

Propriedade do material	Valor após 28 dias	Valor após 42 dias
<b><math>f_{c,cúbico}</math> (MPa)</b>	46,5	-
<b><math>f_{ct,sp}</math> (MPa)</b>	3,6	-
<b><math>f_{ck}</math> (MPa)</b>	33,5	35,3
<b><math>E_c</math> (GPa)</b>	25,1	25,6

Fonte: Adaptada de Löfgren (2003)

Apesar de, no Brasil, ser usual a utilização dos valores de resistência do concreto encontrados após 28 dias, como também foi realizado um teste posterior a esse período, o valor considerado foi o do teste realizado mais tardiamente, ou seja, o de 42 dias. As planilhas eletrônicas foram formuladas para estimar o módulo de elasticidade do concreto de acordo com as equações 4 e 5. Porém, como nesse caso foi realizado um ensaio específico para obtenção desse valor, ele que será utilizado considerando, também, o período de 42 dias.

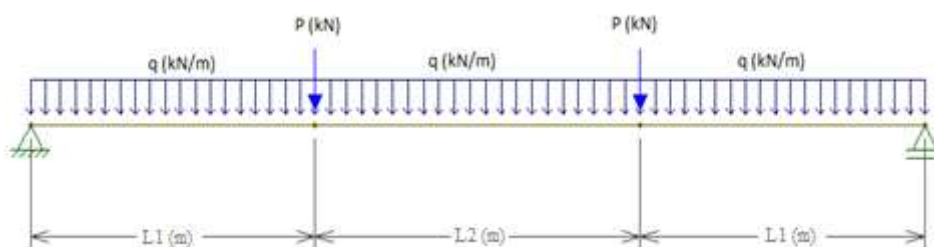
As planilhas também foram elaboradas para que fosse possível estimar o valor da resistência à tração do concreto segundo as equações 1 a 3. Porém, para o estudo de caso, não foi necessário fazer essa aproximação, pois o material foi submetido ao ensaio de resistência à tração indireta (normatizado pela NBR 7222) e o valor obtido pode ser encontrado na Tabela 11 acima.

Para o material aço, foram utilizadas na treliça fios de aço CA-60 e para a armadura longitudinal barras de aço CA-50. O módulo de elasticidade ( $E_s$ ) para ambos é de 210 GPa.

### 3.2 Análise da pré-laje treliçada

Além das cargas pontuais aplicadas, o peso próprio da estrutura também foi considerado na análise da pré-laje, em que o material concreto ainda é considerado, como mostra o modelo simplificado do sistema estrutural apresentado na Figura 17 a seguir.

Figura 17 - Modelo de carregamento simplificado



Fonte: Autor

Os valores para as dimensões  $L1$  e  $L2$  podem ser encontrados na Figura 14. O peso próprio do elemento ( $q$ ) é calculado de acordo com as dimensões da seção transversal da pré-laje e da treliça e com o peso específico dos materiais componentes. Normalmente, utiliza-se somente o peso específico do concreto armado para cálculo do peso próprio. Porém, neste caso o cálculo foi feito considerando os materiais concreto e aço separadamente, utilizando seus valores de peso específico de  $24 \text{ kN/m}^3$  e  $78,5 \text{ kN/m}^3$  respectivamente, como recomenda a NBR 6120 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1980).

Como o modelo será comparado aos resultados de um ensaio, as cargas foram consideradas em sua totalidade, sendo utilizados fatores de ponderação igual a 1,0 para todas as ações.

#### 3.2.1 Estádio I de deformação

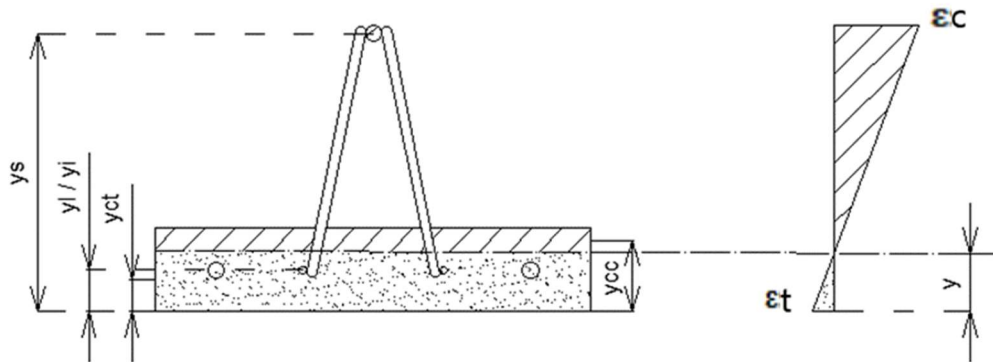
Com os dados geométricos do sistema em análise e os dados referentes ao material concreto e aço (*input*), desenvolveu-se uma planilha eletrônica considerando tanto o concreto quanto o aço contribuindo para a resistência à tração do sistema submetido à flexão.

A etapa seguinte consistiu na determinação da linha neutra da seção transversal do elemento estrutural. Para isso, a seção foi primeiramente homogeneizada. A determinação da linha neutra é feita considerando nulo o momento estático da seção naquele ponto, como mostra a Equação 21. A Figura 18 a seguir contém o eixo de gravidade de cada elemento

considerado, assim como apresenta a divisão entre os que atuam resistindo à tração (hachurados com linhas) e à compressão (hachurados com pontos) durante o esforço de flexão.

Como mencionado anteriormente na revisão bibliográfica, as diagonais atuam resistindo aos esforços de cisalhamento. Por esse motivo, elas não foram consideradas nos cálculos subsequentes.

Figura 18 - Comportamento da seção transversal no estágio I



Fonte: Autor

$$M_{LNI} = A_s \cdot \alpha_e (y_s - y) + A_{cc} \cdot (y_{cc} - y) - A_{ct} \cdot (y - y_{ct}) - A_1 \cdot (\alpha_e - 1) \cdot (y - y_1) - A_i \cdot (\alpha_e - 1) \cdot (y - y_i) = 0 \quad (21)$$

Para a determinação do momento de inércia da seção, foi utilizada a Equação 17. O momento de inércia das barras em relação ao próprio eixo foi considerado desprezível devido a sua mínima ordem de grandeza em relação aos demais. Dessa forma, a formulação final para o cálculo do momento de inércia ficou da seguinte forma:

$$I_I = \frac{b_l \cdot h_l^3}{12} + (A_{cc} + A_{ct}) \cdot \left(y - \frac{h_l}{2}\right)^2 + A_s \cdot (y_s - y)^2 + A_i \cdot (y - y_i)^2 + A_1 \cdot (y - y_1)^2 \quad (22)$$

A carga concentrada (P) utilizada inicialmente foi o limite de carga em que o concreto inicia sua fissuração, não mais atuando na resistência à tração. Essa carga é definida por meio do momento de fissuração da peça. Porém, para analisar o comportamento do sistema estrutural submetido a diferentes carregamentos durante a fase elástica, a mesma laje deve ser testada com outros valores de carga.

Inserindo esses dados de carregamento (de acordo com o modelo adotado), foi possível obter os esforços internos da estrutura, como a deformação, deslocamento e tensão (*output*). Como existem quatro resultantes de força atuando na seção (concreto e aço, ambos em tração e compressão), para encontrar as tensões e deformações nos dois materiais, o problema foi simplificado em função do raio de curvatura. Assim, para cálculo das deformações, utilizou-se



a Equação 23 abaixo, em que  $K$  é o raio de curvatura da seção e  $d$  a distância até o eixo neutro.

$$\varepsilon = d \cdot k \quad (23)$$

Utilizando-se a Lei de Hooke representada na Equação 15 e a Equação 23 acima, foi possível encontrar o seguinte equacionamento, que representa o equilíbrio do momento fletor máximo encontrado por meio das resultantes de forças resistentes dos materiais.

$$M_{\max} = k \cdot [E_s \cdot (-d_s \cdot A_s + d_l \cdot A_l + d_i \cdot A_i) + E_c \cdot (-d_{cc} \cdot A_{cc} + d_{ct} \cdot A_{ct})] \quad (24)$$

A deflexão normal será causada pelos esforços de flexão interna, obedecendo, portanto, a Equação 16. Como, por esta equação, a deflexão depende diretamente do momento fletor, é possível concluir que a deflexão máxima será no ponto onde esse esforço também for máximo. Dessa forma, o ponto de deflexão máxima será no meio do vão.

Como na laje analisada estão atuando dois carregamentos distintos (um distribuído e outro pontual), a deflexão total foi calculada por meio da superposição dos efeitos. Primeiramente, considerando somente a carga distribuída equivalente ao peso próprio da estrutura, encontra-se:

$$M_q(x) = \frac{q \cdot L}{2} \cdot x - \frac{q}{2} \cdot x^2 \quad (25)$$

A curva da linha elástica foi obtida por meio da substituição da equação do momento máximo na Equação 16 e, posteriormente, a realização de uma integração dupla. Assim, chegou-se a seguinte equação:

$$\delta_q \cdot EI = \frac{q \cdot L \cdot x^3}{12} - \frac{q \cdot x^4}{24} - \frac{q \cdot L^3}{24} \cdot x \quad (26)$$

O mesmo procedimento foi feito considerando somente as cargas pontuais:

$$M_p(x) = P \cdot L_1 \quad (27)$$

Realizando uma dupla integração:

$$\delta_p \cdot EI = \frac{P \cdot L_1 \cdot x^2}{2} - \frac{P \cdot L \cdot L_1}{2} \cdot x \quad (28)$$

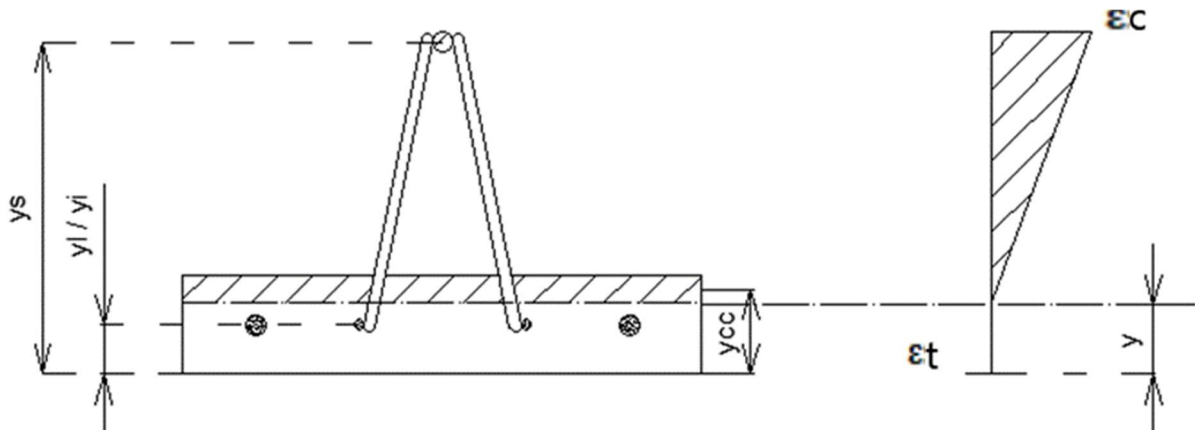
O deslocamento total consiste na soma dos valores obtidos nas Equações 26 e 28 considerando o meio do vão. Os resultados de deslocamento foram plotados em um gráfico carregamento x deslocamento, cuja linha de tendência corresponde à linha elástica.

### 3.2.2 Estádio II de deformação

As primeiras etapas dessa análise são as mesmas que para a análise do sistema considerando o estágio I de deformação, porém, com alguns adendos. Os dados iniciais (*input*) poderão ser ou não os mesmos inseridos na primeira etapa, dependendo da finalidade da utilização da planilha. No caso do estudo em questão, eles foram considerados os mesmos.

A definição da linha neutra da seção transversal deve ser feita seguindo o mesmo procedimento, mas sem mais considerar a fração de concreto atuante na resistência à tração, tendo em vista que, no estágio II, ele já se encontra fissurado. Assim, sua determinação é feita seguindo a Equação 29 a seguir. Como embasamento para a equação, pode-se usar a Figura 19, em que, assim como na Figura 18, estão discernidos os elementos que atuam na resistência à tração (pontilhados) e na resistência à compressão (hachurados com linhas), assim como seus respectivos eixos de gravidade.

Figura 19 - Comportamento da seção transversal no estágio II



Fonte: Autor

$$M_{LNII} = A_s \cdot \alpha_e (y_s - y) + A_{cc} \cdot (y_{cc} - y) - A_i \cdot \alpha_e \cdot (y - y_i) - A_l \cdot \alpha_e \cdot (y - y_l) = 0 \quad (29)$$

O procedimento seguido para a determinação do momento de inércia da seção foi o mesmo que para a análise da pré-laje no estágio I de deformação, porém, como no estágio II não é considerado o concreto atuando na resistência à tração, a fórmula, baseada na Equação 17, ficou da seguinte forma:

$$I_{II} = \frac{b_l \cdot (2 \cdot (y_{cc} - y))^3}{12} + A_{cc} \cdot (y - h_l)^2 + A_s \cdot (y_s - y)^2 + A_i \cdot (y - y_i)^2 + A_l \cdot (y - y_l)^2 \quad (30)$$

Para a carga pontual (P) foi utilizada a carga limite que provoca o escoamento do aço no

banzo superior da treliça. Inserindo esses dados, foi possível obter os esforços internos da estrutura, como a deformação, deslocamento e tensão (*output*).

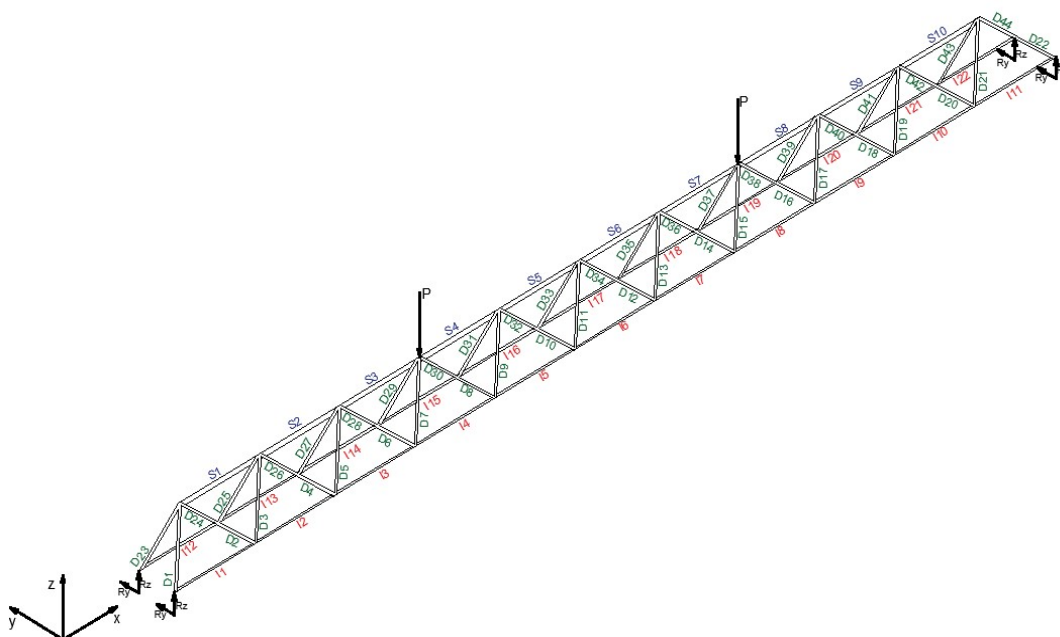
A linha de tendência do diagrama carregamento x deslocamento foi obtida da mesma forma que na análise da pré-laje no estágio I, representando o estado de fissuração, e não mais o elástico.

### 3.3 Análise da treliça de aço 3D

O desenvolvimento da análise da treliça de aço também consistiu no desenvolvimento de uma planilha eletrônica com os mesmos parâmetros de inserção (*input*), como as dimensões e propriedades dos materiais, mas dessa vez sem ser preciso os dados referentes ao concreto. Os valores desses parâmetros podem ser ou não iguais aos da análise da pré-laje treliçada, dependendo do objetivo do estudo. Neste caso, foram considerados os mesmos dados.

Como demonstrado na revisão bibliográfica, a treliça que compõe o painel de concreto é simétrica em relação a todos seus eixos. Esse fato é possível ser visualizado também na Figura 22 a seguir, que foi desenvolvida de acordo com os dados da Tabela 10. Nela também é possível ver o sistema de reações considerado para a análise, assim como a localização dos carregamentos pontuais.

Figura 20 - Treliça 3D com sistema de reação



Fonte: Autor

A planilha de análise foi desenvolvida para realizar o estudo de qualquer treliça que esteja sujeita a essas mesmas condições de carregamento (duas cargas pontuais simétricas). Ou seja, caso se deseje estudar treliças com parâmetros distintos, como os vãos e dimensionamento das barras, ela será capaz de realizar a análise. O peso próprio da estrutura não foi considerado nesta etapa.

Como se trata de uma estrutura simétrica em todos eixos, não é necessário que se calcule as forças axiais de todas as barras. Basta que sejam obtidos os valores para parte da seção. Assim, neste caso, a seguinte equivalência apresentada na Tabela 12 pode ser feita.

Tabela 12 - Equivalência de barras na treliça

<b>Diagonais calculadas</b>	<b>Diagonais congruentes</b>	<b>Barras superiores calculadas</b>	<b>Barras superiores congruentes</b>	<b>Barras inferiores calculadas</b>	<b>Barras inferiores congruentes</b>
<b>D1</b>	D22, D23, D34	<b>S1</b>	S10	<b>I1</b>	I11, I12, I22
<b>D2</b>	D21, D24, D35	<b>S2</b>	S9	<b>I2</b>	I10, I13, I21
<b>D3</b>	D20, D25, D36	<b>S3</b>	S8	<b>I3</b>	I9, I14, I20
<b>D4</b>	D19, D26, D37	<b>S4</b>	S7	<b>I4</b>	I8, I15, I19
<b>D5</b>	D18, D27, D38	<b>S5</b>	S6	<b>I5</b>	I7, I16, I18
<b>D6</b>	D17, D28, D39	-	-	<b>I6</b>	I17
<b>D7</b>	D16, D29, D40	-	-	-	-
<b>D8</b>	D15, D30, D41	-	-	-	-
<b>D9</b>	D14, D31, D42	-	-	-	-
<b>D10</b>	D13, D32, D43	-	-	-	-
<b>D11</b>	D12, D33, D44	-	-	-	-

Fonte: Autor

Como resultados (*output*), a planilha fornece os dados de forças axiais de cada barra da treliça, obtidos pelo método dos nós, assim como dados de tensão e deformação. Como explicado na revisão bibliográfica, o deslocamento máximo em uma treliça pode ser encontrado por meio da Equação 18, decorrente do método da carga unitária. Assim, uma carga unitária pontual na direção Z foi aplicada no nó existente entre as barras S5 e S6, correspondente ao meio do vão, onde a deflexão é máxima.

Assim como para a análise das forças axiais reais, as forças axiais e reações decorrentes da aplicação dessa carga unitária foram determinadas pelo método dos nós. Os resultados de deslocamento também são plotados no mesmo diagrama contendo as linhas da pré-laje no

estado elástico e fissurado.

Outra forma de validar a planilha eletrônica, além da comparação com resultados de laboratório, é modelando a estrutura em algum programa de análise estrutural e comparar os resultados obtidos das duas formas. O programa utilizado denomina-se do Robot Structural Analysis. Para compatibilizar os resultados obtidos no programa com os resultados obtidos pela planilha, foi utilizada a correspondência de barras apresentada na Tabela 13.

Tabela 13 - Equivalência de barras planilha e Robot

<b>Diagonais planilha</b>	<b>Barras equivalentes Robot</b>	<b>Barras superiores planilha</b>	<b>Barras equivalentes Robot</b>	<b>Barras inferiores planilha</b>	<b>Barras equivalentes Robot</b>
<b>D1</b>	33, 54, 55, 76	<b>S1</b>	23, 32	<b>I1</b>	1, 11, 12, 22
<b>D2</b>	34, 53, 56, 75	<b>S2</b>	24, 31	<b>I2</b>	2, 10, 13, 21
<b>D3</b>	35, 52, 57, 74	<b>S3</b>	25, 30	<b>I3</b>	3, 9, 14, 20
<b>D4</b>	36, 51, 58, 73	<b>S4</b>	26, 29	<b>I4</b>	4, 8, 15, 19
<b>D5</b>	37, 50, 59, 72	<b>S5</b>	27, 28	<b>I5</b>	5, 7, 16, 18
<b>D6</b>	38, 49, 60, 71	-	-	<b>I6</b>	6, 17
<b>D7</b>	39, 48, 61, 70	-	-	-	-
<b>D8</b>	40, 47, 62, 69	-	-	-	-
<b>D9</b>	41, 46, 63, 68	-	-	-	-
<b>D10</b>	42, 45, 64, 67	-	-	-	-
<b>D11</b>	43, 44, 65, 66	-	-	-	-

Fonte: Autor

Para encontrar o ponto a partir do qual o sistema não irá mais resistir aos esforços solicitantes, ou seja, ocorrer o escoamento do aço da treliça, foi feito o procedimento contrário ao anterior na planilha eletrônica, inserindo a tensão máxima admissível do aço para se obter o carregamento que a gera.

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

### 4.1 Cálculo do peso próprio da pré-laje

Com a área de cada seção e com o comprimento de cada elemento, ambos apresentados na Tabela 14 a seguir, foi possível chegar ao volume de cada material e, conseqüentemente, ao valor do peso próprio da estrutura, que foi de aproximadamente 1,49 kN/m.

Tabela 14 - Dados utilizados para cálculo do peso próprio

	Área da seção (mm <sup>2</sup> )	Comprimento (m)	Volume (m <sup>3</sup> )
<b>Banzo superior</b>	78,54	4,00	3,14E-04
<b>Banzo inferior</b>	19,63	8,80	1,73E-04
<b>Diagonal</b>	28,27	16,16	4,57E-04
<b>Armadura longitudinal</b>	78,54	19,80	1,56E-03
<b>Concreto</b>	58.214,60	2,20	1,28E-01

Fonte: Autor

### 4.2 Homogeneização da seção e cálculo da linha neutra

Como se trata de uma seção composta por dois materiais distintos, foi preciso, primeiramente, homogeneizar a seção. Neste caso, optou-se por transformar a área de aço em uma área equivalente de concreto. Para isso, multiplicou-se a área de aço pelo coeficiente  $\alpha_e$ .

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_c} = \frac{210000 \text{ MPa}}{25600 \text{ MPa}} = 8,20$$

### 4.3 Áreas e localização do eixo de gravidade de cada elemento

O procedimento seguinte foi o cálculo da área de cada elemento da seção. Para o banzo superior, inferior e para a armadura longitudinal, foram utilizados os mesmos dados encontrados na Tabela 14. Dessa forma, foi possível encontrar o quadro de áreas representado na Tabela 15 a seguir, juntamente com a localização do eixo de gravidade de cada elemento. Nesta tabela, a seção de concreto é dividida em parte atuante na compressão e parte na tração.

Tabela 15 - Áreas e localização do eixo de gravidade dos elementos componentes

Elemento	Área (mm <sup>2</sup> )	Nº de repetições	Área total (mm <sup>2</sup> )	Localização eixo de gravidade (mm)
<b>Banzo superior</b>	78,54	2	157,08	167,50
<b>Concreto comprimido</b>	59000 – 1180 · y	1	59000 – 1180 · y	y/2 + 25
<b>Banzo inferior</b>	19,63	4	78,54	25,00
<b>Armadura longitudinal</b>	78,54	9	706,86	25,00
<b>Concreto tracionado</b>	1180 · y	1	1180 · y	y/2

Fonte: Autor

#### 4.4 Análise da pré-laje estádio I

Estando a seção homogeneizada, foi possível encontrar a posição da linha neutra em relação a fibra mais tracionada da seção no estádio I. Seu valor foi obtido substituindo os dados da Tabela 15 na Equação 21, obtendo-se a medida de 27,78 mm. Já para o momento de inércia da seção, foi utilizada a Equação 22, tendo como resultado o valor de  $3,79 \cdot 10^7 \text{ mm}^4$ .

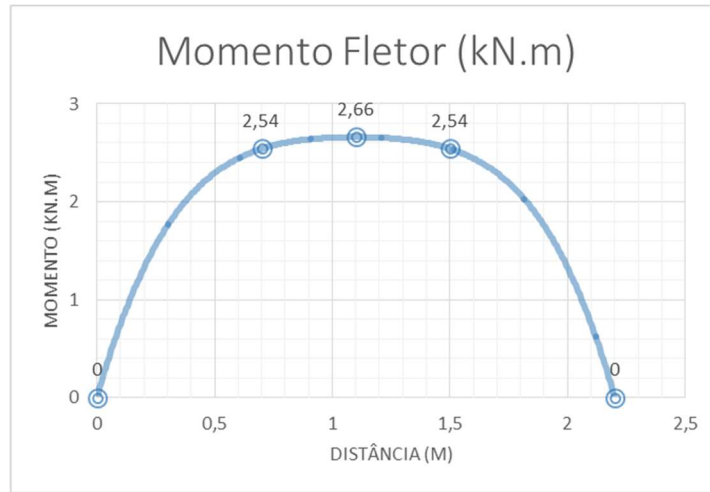
Com o modelo de carregamento apresentado na Figura 17, foi possível encontrar a Equação 31, que determina o valor máximo do momento fletor. Como é possível prever por meio da Figura 9, esse valor é encontrado no meio do vão.

$$M = \left( P + \frac{q \cdot L}{2} \right) \cdot \frac{L}{2} - P \cdot \left( \frac{L}{2} - L1 \right) - \frac{q \cdot L^2}{8} \quad (31)$$

Para o cálculo do momento de fissuração, foi utilizada a Equação 19 com o valor de resistência à tração indireta apresentado na Tabela 11 e um valor para  $\alpha$  de 1,5, correspondente a uma seção retangular. Dessa forma, foi obtido o valor de  $M_r = 2,66 \text{ kN.m}$ . Substituindo esse valor na Equação 31 acima, encontrou-se um valor de aproximadamente 2,52 kN para a carga P. Ou seja, para carregamentos superiores a esse, a pré-laje passará a trabalhar no estádio II, não seguindo mais a linha elástica.

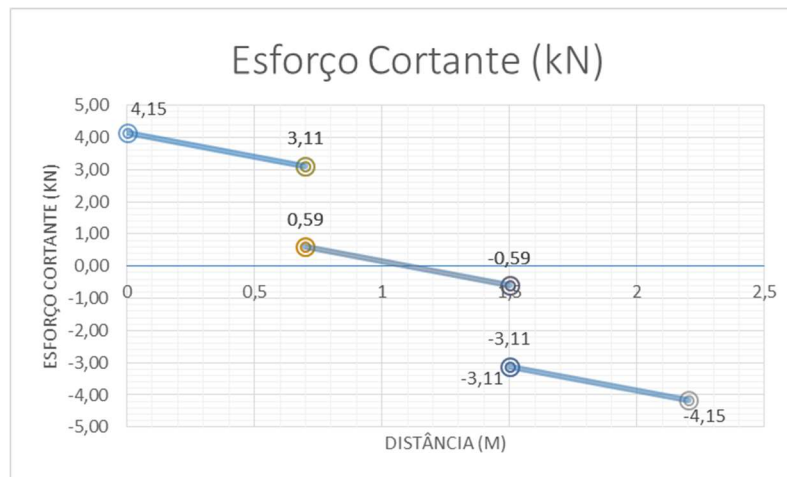
Com os valores de carga conhecidos, foi possível obter os diagramas de momento fletor e esforço cortante, como mostram as Figuras Figura 21 e Figura 22 respectivamente. Como mencionado anteriormente, o valor máximo para o momento fletor é encontrado no meio do vão, enquanto que o valor máximo do cortante se encontra nos apoios. Esses valores são de, respectivamente, 2,66 kN.m e 4,15 kN.

Figura 21 - Diagrama de momento fletor no estádio I (DMF)



Fonte: Autor

Figura 22 - Diagrama de esforço cortante no estádio I (DEC)



Fonte: Autor

Como resultado para as Equações 23 e 24, obteve-se os valores apresentados na Tabela 16 de tensões e deformações considerando o resultado de  $-1,82 \times 10^{-3}$  rad para a curvatura.

Tabela 16 - Deformação e tensão nos elementos

Distância até linha neutra (mm)	Área (mm <sup>2</sup> )	Deformação ( $\times 10^{-6}$ )	Tensão (MPa)
ds = 139,72	As = 157,08	$\epsilon_s = -255$	$\sigma_s = -0,535$
di = 2,78	Ai = 78,54	$\epsilon_i = 5,08$	$\sigma_i = 1,07$
dl = 2,78	Al = 706,86	$\epsilon_l = 5,08$	$\sigma_l = 1,07$
dcc = 14,81	Acc = 26214,45	$\epsilon_{cc} = -27,0$	$\sigma_{cc} = -0,692$
dct = 18,52	Act = 32785,55	$\epsilon_{ct} = 33,8$	$\sigma_{ct} = 0,865$

Fonte: Autor



Substituindo-se os valores do módulo de elasticidade do concreto e do momento de inércia da seção nas Equações 26 e 28, foram encontrados, para a localização no centro do vão, os valores respectivamente de 0,47 e 1,10 mm de deflexão. Superpondo ou somando esses valores, foi encontrada a deflexão normal máxima da seção de 1,56 mm.

#### 4.5 Análise da pré-laje no estádio II

A posição do eixo neutro foi determinada após a homogeneização e determinação das áreas e eixo de gravidade de cada elemento, porém, não foram considerados os dados do concreto tracionado na Tabela 15. Substituindo esses valores na Equação 29, foi obtido o valor de 48,85 mm para a posição do eixo neutro a partir da fibra mais tracionada. O momento de inércia foi obtido inserindo os mesmos dados contidos na Tabela 15 na Equação 30. Seu valor foi de  $2,18 \cdot 10^7 \text{ mm}^4$ .

Como a linha neutra encontra-se quase no nível da pré-laje, a área de concreto comprimida mostrou-se irrelevante em relação aos demais elementos. Dessa forma, a deflexão normal máxima e tensões não foram calculadas segundo as equações para o estádio II de uma seção de concreto, mas fazendo a consideração somente de uma treliça de aço.

Para essa consideração, as seções das barras foram ajustadas para considerar toda a área de aço que está realmente atuando na resistência do elemento. Assim, todas as áreas das seções foram multiplicadas pelo número de treliças por painel. Além disso, a área equivalente às barras longitudinais foi distribuída para o banzo inferior.

Como mencionado anteriormente, as treliças são compostas de fios, enquanto as armaduras longitudinais são barras de aço. Dessa forma, existem duas classes distintas de aço sendo utilizadas: CA-50 para as barras e CA-60 para os fios da treliça. Para se fazer a análise com esses dois materiais, foi preciso fazer um tipo de homogeneização considerando como fator de equivalência a razão entre suas resistências características ao escoamento. Dessa forma, a área das seções da treliça foi dividida pelo fator de 1,20. Assim, obteve-se a seguinte tabela de áreas e comprimentos das barras a serem consideradas na análise da treliça.

Tabela 17 - Características da treliça equivalente

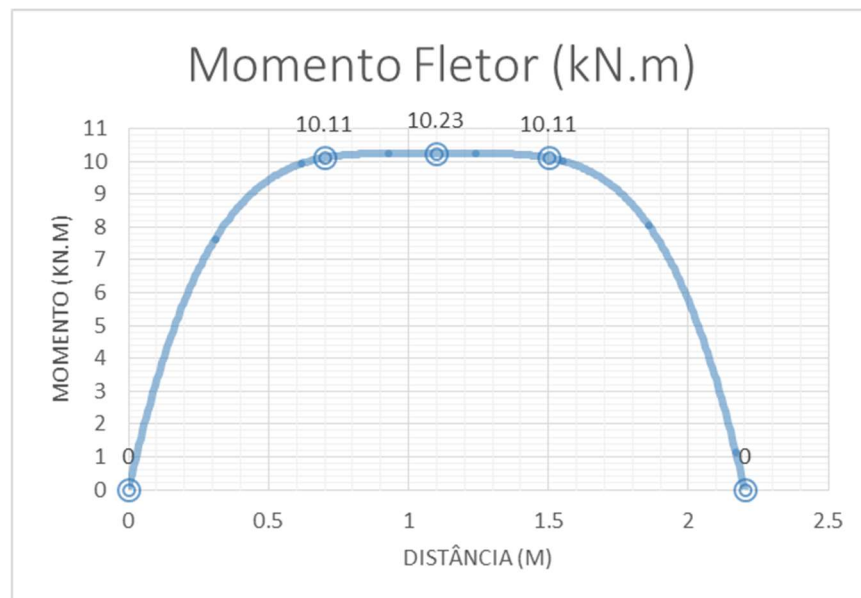
	Barras superiores	Barras inferiores	Barras diagonais
Área da seção (mm <sup>2</sup> )	131	386	47,1
Comprimento (m)	0,200	0,200	0,184

Fonte: Autor

Para o cálculo da carga pontual (P), foi feito o procedimento inverso à simplificação de binário representada na Figura 11 e formulação da Equação 14, buscando a carga pontual aplicada que geraria uma tensão de 500 MPa no banzo superior, valor correspondente à resistência característica ao escoamento do aço CA-50. Utilizou-se como limite o escoamento do aço porque, em barras curtas, sabe-se que este processo ocorre primeiro que a flambagem da barra. Como resultado, foi obtida a carga de 13,32 kN como a resistência da seção transversal à força de compressão uniforme. No banzo inferior, a tensão calculada foi de 84,75 MPa (tração). Para as deformações, os resultados foram de  $2,38 \times 10^{-3}$  para o banzo superior e  $4,04 \times 10^{-4}$  para o banzo inferior.

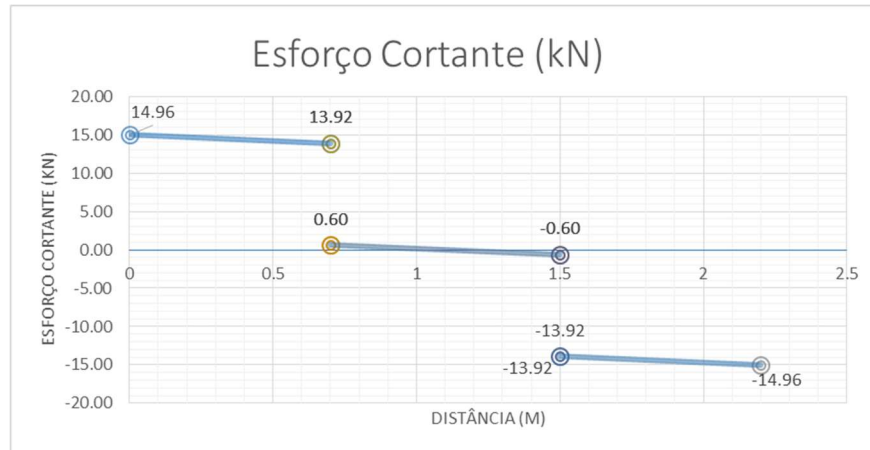
Com esse carregamento, também foi possível encontrar os diagramas de momento fletor e esforço cortante, como mostram as Figuras Figura 23 e Figura 24 respectivamente. Nos diagramas ainda foi considerado o peso próprio da pré-laje. Como o modelo de carregamento permaneceu o mesmo, o valor máximo para momento fletor e para esforço cortante é o mesmo que na fase anterior, porém, seus valores são distintos. Para o momento, foi encontrado o valor máximo de 10,23 kN.m, enquanto que, para o cortante, foi obtido o valor de 14,96 kN.

Figura 23 - Diagrama de momento fletor no estágio II (DMF)



Fonte: Autor

Figura 24 - Diagrama de esforço cortante no estádio II (DEC)



Fonte: Autor

As reações do sistema considerando somente a treliça, ou seja, sem o peso próprio da pré-laje, podem ser vistos na Tabela 18, assim como as reações com o carregamento do método da carga unitária.

Tabela 18 - Reações do sistema

	Carregamento real (kN)	Método carga unitária (kN)
<b>R<sub>y</sub></b>	1,55	0,06
<b>R<sub>z</sub></b>	6,66	0,25

Fonte: Autor

Com a aplicação da Equação 18 nas barras analisadas, foi possível encontrar o deslocamento na direção Z do sistema. O deslocamento total encontrado da estrutura foi a soma do deslocamento de cada barra, considerando as suas repetições apresentadas na Tabela 12.

Dessa forma, a Tabela 19 a seguir apresenta todas as forças axiais encontradas considerando o carregamento real aplicado e a carga unitária, além do deslocamento de cada uma das barras e o número de repetições das mesmas.

Tabela 19 - Forças axiais e deslocamentos das barras

<b>Barra</b>	<b>Nº repetições</b>	<b>Força axial real (kN)</b>	<b>Força axial M. C. U. (kN)</b>	<b>Deslocamento total (mm)</b>
<b>D1</b>	4	-8.16	-0,31	0.05
<b>D2</b>	4	8.16	0,31	0.05
<b>D3</b>	4	-8.16	-0,31	0.05
<b>D4</b>	4	8.16	0,31	0.05
<b>D5</b>	4	-8.16	-0,31	0.05
<b>D6</b>	4	8.16	0,31	0.05
<b>D7</b>	4	-8.16	-0,31	0.05
<b>D8</b>	4	0.00	0,31	0.00
<b>D9</b>	4	0.00	-0,31	0.00
<b>D10</b>	4	0.00	0,31	0.00
<b>D11</b>	4	0.00	-0,31	0.00
<b>S1</b>	2	-17.76	-0,67	0.09
<b>S2</b>	2	-35.53	-1,33	0.34
<b>S3</b>	2	-53.29	-2,00	0.78
<b>S4</b>	2	-62.18	-2,67	1.21
<b>S5</b>	2	-62.18	-3,33	1.51
<b>I1</b>	4	4.44	0,17	0.00
<b>I2</b>	4	13.32	0,50	0.02
<b>I3</b>	4	22.21	0,83	0.05
<b>I4</b>	4	31.09	1,17	0.09
<b>I5</b>	4	31.09	1,50	0.12
<b>I6</b>	2	31.09	1,83	0.14

Fonte: Autor

A partir desses resultados, encontrou-se o deslocamento máximo total de 10,49 mm.

#### 4.6 Análise da treliça 3D

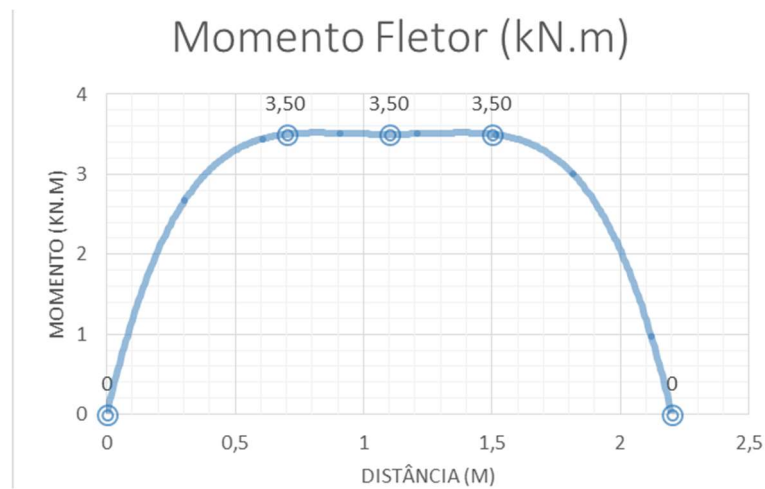
Como mencionando anteriormente, a análise da treliça 3D foi feita por meio de dois métodos: planilha eletrônica e *software* de análise estrutural. Em ambos foi utilizado o valor de 5 kN para cada carga pontual, apenas para demonstrar o funcionamento da planilha e

comparar com os resultados do *software*. O peso próprio do elemento não foi considerado.

#### 4.6.1 Análise por planilha eletrônica

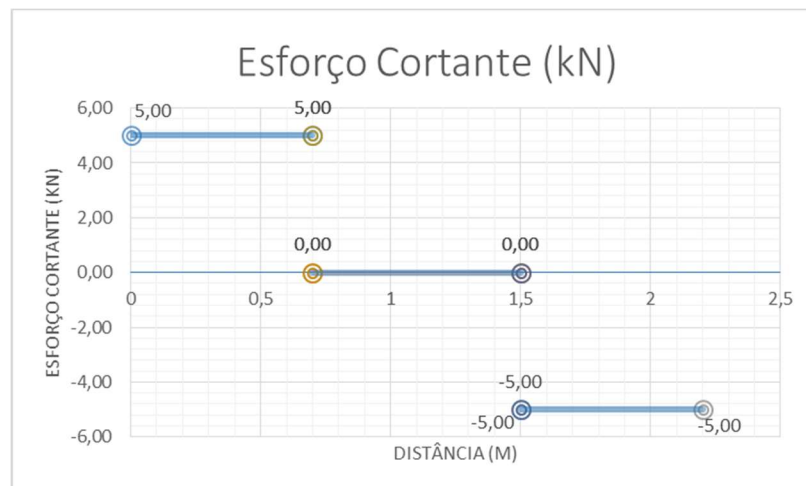
O procedimento de análise foi o mesmo que para a treliça equivalente da pré-laje no estádio II. Os resultados da análise estão expostos nas tabelas e figuras a seguir.

Figura 25 - Diagrama de momento fletor da treliça (DMF)



Fonte: Autor

Figura 26 - Diagrama de esforço cortante da treliça (DEC)



Fonte: Autor

Tabela 20 - Reações do sistema

	Carregamento real (kN)	Método carga unitária (kN)
<b>Ry</b>	0,58	0,06
<b>Rz</b>	2,50	0,25

Fonte: Autor

Tabela 21 - Forças axiais e deslocamentos das barras

Barra	Nº repetições	Força axial real (kN)	Força axial M. C. U. (kN)	Deslocamento total (mm)
<b>D1</b>	4	-3,06	-0,31	0,03
<b>D2</b>	4	3,06	0,31	0,03
<b>D3</b>	4	-3,06	-0,31	0,03
<b>D4</b>	4	3,06	0,31	0,03
<b>D5</b>	4	-3,06	-0,31	0,03
<b>D6</b>	4	3,06	0,31	0,03
<b>D7</b>	4	-3,06	-0,31	0,03
<b>D8</b>	4	0	0,31	0,00
<b>D9</b>	4	0	-0,31	0,00
<b>D10</b>	4	0	0,31	0,00
<b>D11</b>	4	0	-0,31	0,00
<b>S1</b>	2	-6,67	-0,67	0,05
<b>S2</b>	2	-13,33	-1,33	0,22
<b>S3</b>	2	-20,00	-2,00	0,49
<b>S4</b>	2	-23,33	-2,67	0,75
<b>S5</b>	2	-23,33	-3,33	0,94
<b>I1</b>	4	1,67	0,17	0,01
<b>I2</b>	4	5,00	0,50	0,12
<b>I3</b>	4	8,33	0,83	0,34
<b>I4</b>	4	11,67	1,17	0,66
<b>I5</b>	4	11,67	1,50	0,85
<b>I6</b>	2	11,67	1,83	1,04

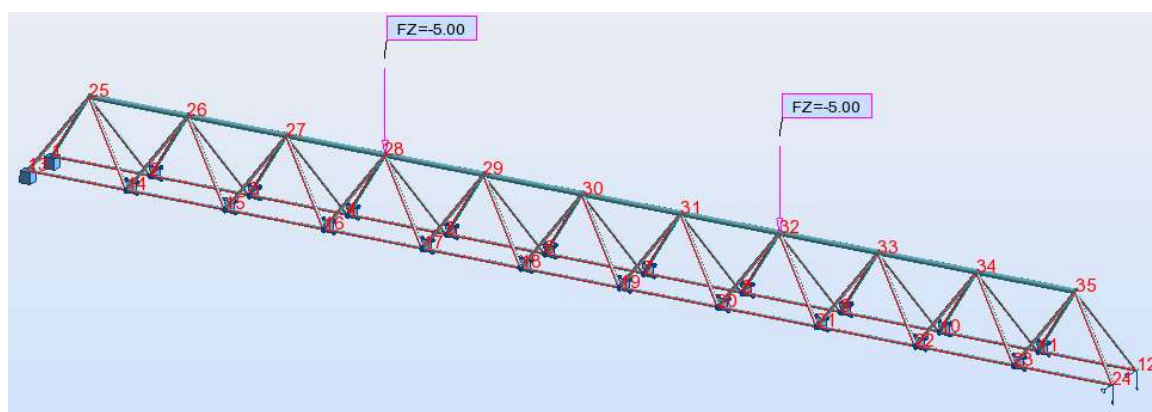
Fonte: Autor

O deslocamento máximo total foi obtido somando-se o deslocamento de cada uma das barras, considerando também o número de repetições. Dessa forma, foi encontrado o valor de 15,71 mm. Para cálculo das tensões, foram utilizadas as mesmas simplificação e equação da análise da treliça equivalente ao painel no estádio II. Como resultados, foi obtida a tensão máxima no banzo superior e inferior com valor de 312,73 MPa (compressão) e 625,45 MPa (tração) respectivamente. Para as deformações, os resultados foram de  $1,49 \times 10^{-3}$  para o banzo superior e  $2,98 \times 10^{-3}$  para o banzo inferior.

#### 4.6.2 Modelagem treliça 3D no programa Robot Structural Analysis

A mesma estrutura analisada anteriormente foi modelada no programa de análise estrutural Robot. O sistema de carregamento, assim como a numeração de cada nó pode ser visualizado na Figura 27 a seguir.

Figura 27 - Modelagem 3D da treliça no *software* Robot



Fonte: Autor

Os apoios intermediários foram colocados para que houvesse a estabilidade do sistema. Dessa forma, foram obtidos os seguintes resultados representados na Tabela 22 para as reações em cada nó. Os valores destacados representam os nós em que se encontram os pontos de apoio do sistema.

Tabela 22 - Reações da treliça em cada nó

Nó/Caso	FX (kN)	FY (kN)	FZ (kN)
1/ 1	0,00	-0,75	2,51
2/ 1	-0,00	0,00	0,00
3/ 1	-0,00	0,00	0,00
4/ 1	0,00	0,00	-0,00
5/ 1	-0,00	0,00	-0,00
6/ 1	-0,00	0,00	0,00
7/ 1	-0,00	0,00	0,00
8/ 1	0,00	0,00	0,00
9/ 1	-0,00	0,00	-0,00
10/ 1	-0,00	0,00	-0,00
11/ 1	-0,00	0,00	0,00
12/ 1	0,00	-0,75	2,51
13/ 1	0,00	0,75	2,51
14/ 1	-0,00	-0,00	-0,00
15/ 1	0,00	-0,00	-0,00
16/ 1	0,00	-0,00	0,00
17/ 1	0,00	-0,00	0,00
18/ 1	-0,00	-0,00	0,00
19/ 1	-0,00	-0,00	0,00
20/ 1	0,00	-0,00	0,00
21/ 1	0,00	-0,00	0,00
22/ 1	-0,00	-0,00	-0,00
23/ 1	-0,00	-0,00	0,00
24/ 1	-0,00	0,75	2,51

Fonte: Autor

Os valores para as forças axiais em cada barra também foram fornecidos pelo programa e encontram-se em resumo (tendo em vista que o programa fornece esses valores em cada nó da barra) na Tabela 23 a seguir. É importante ressaltar que a conversão de sinais utilizada pelo programa é a contrária à utilizada pelo autor na Tabela 21, mas, para facilitar a comparação de resultados, a Tabela 23 apresenta a mesma conversão de sinais utilizada pelo autor.

Tabela 23 - Forças axiais nas barras encontradas no Robot

Barra	Força axial (kN)
33, 54, 55, 76	-3,15
34, 53, 56, 75	3,15
35, 52, 57, 74	-3,15
36, 51, 58, 73	3,15
37, 50, 59, 72	-3,15
38, 49, 60, 71	3,15
39, 48, 61, 70	-3,15
40, 47, 62, 69	0
41, 46, 63, 68	0
42, 45, 64, 67	0
43, 44, 65, 66	0

Continua



## Conclusão

Barra		Força axial (kN)
Superiores	23, 32	-7,04
	24, 31	-14,08
	25, 30	-21,11
	26, 29	-24,63
	27, 28	-24,63
Inferiores	1, 11, 12, 22	1,76
	2, 10, 13, 21	5,28
	3, 9, 14, 20	8,80
	4, 8, 15, 19	12,31
	5, 7, 16, 18	12,32
	6, 17	12,32

Fonte: Autor

Como resultado de deslocamento, o programa fornece os valores em cada nó. Como o objetivo é encontrar somente o deslocamento máximo do elemento, na Tabela Tabela 24 abaixo encontram-se os extremos globais. Como mencionado anteriormente, o deslocamento máximo ocorrerá no meio do vão, local em que o momento fletor também será máximo. No caso da treliça, esse ponto é o correspondente ao nó 30.

Tabela 24 - Extremos globais de deslocamento no Robot

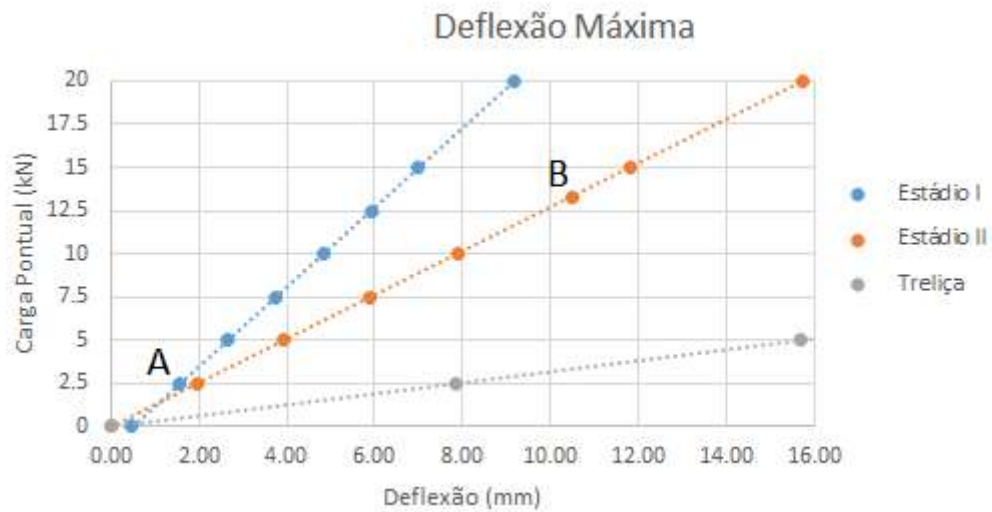
	UX (cm)	UY (cm)	UZ (cm)
<b>MÁX</b>	0,5	0,0	0,0
<b>Nó</b>	12	32	1
<b>Caso</b>	1	1	1
<b>MÍN</b>	0,0	-0,0	-1,7
<b>Nó</b>	1	25	30
<b>Caso</b>	1	1	1

Fonte: Autor

#### 4.7 Comparação e compilação de resultados

Com os resultados para deflexão obtidos, tanto na análise da pré-laje treliçada nos estádios I e II quanto para a treliça, foi possível elaborar um gráfico com as linhas de tendência de cada análise de acordo com o carregamento pontual aplicado. Assim, o gráfico da Figura 28 a seguir foi obtido.

Figura 28 - Deflexão máxima da estrutura

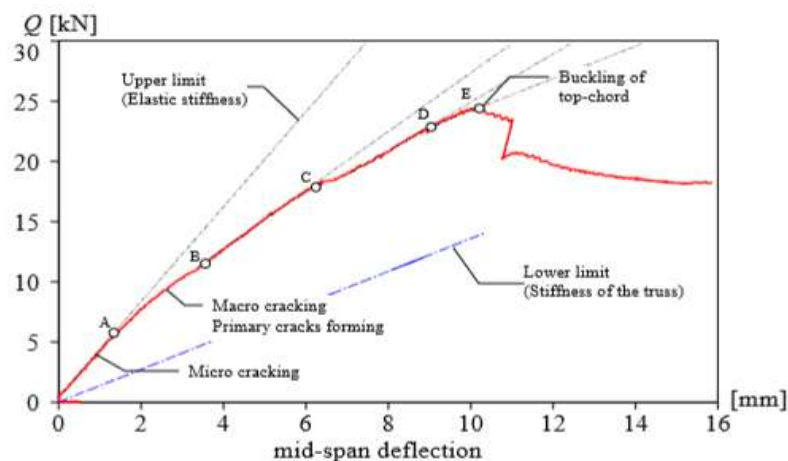


Fonte: Autor

Os pontos A e B representam os pontos limites encontrados na análise considerando a estrutura do estudo de caso, ou seja, o ponto A representa o momento em que o concreto inicia sua fissuração e o ponto B o que o aço do banzo superior da treliça esco.

Löfgren (2003) apresenta em seu estudo um gráfico semelhante, em que é apresentado, juntamente com as linhas de tendência, os dados reais do experimento realizado. Esse gráfico é apresentado na Figura 29 a seguir. É importante mencionar que a carga representada por Löfgren (2003) neste gráfico é equivalente ao dobro da apresentada no presente trabalho, pois ele considera a carga central aplicada em seu experimento (Figura 14).

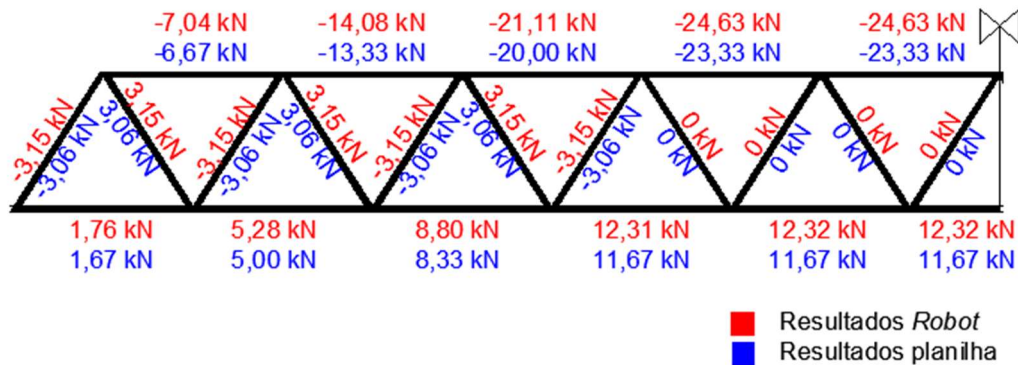
Figura 29 - Deflexão máxima experimento de Löfgren



Fonte: Löfgren (2003)

Para a análise isolada da treliça, foi possível realizar uma comparação entre os resultados teóricos encontrados e os obtidos por meio do método computacional. Na Figura 30 a seguir, encontram-se em resumo os valores obtidos para força axial em cada barra da treliça pelos dois métodos. A diferença média percentual entre esses valores foi de 3,54%.

Figura 30 - Forças axiais das barras da treliça Robot x planilha



Fonte: Autor

Quanto às tensões e deslocamento máximos, a diferença percentual entre os valores obtidos por meio da planilha eletrônica e os do programa Robot foi de 0,29% e 7,57% respectivamente.

## 5 CONCLUSÕES

O presente trabalho teve como finalidade a realização da análise estrutural de uma laje pré-fabricada treliçada, com ênfase na atuação dos materiais concreto e aço em sua resistência. Para isso, foi desenvolvida uma planilha eletrônica que tem a capacidade de realizar essa análise considerando três situações distintas: o concreto e o aço atuando na resistência à tração, somente o aço agindo contra esse esforço e a consideração somente da treliça submetida ao carregamento.

Com os resultados da primeira parte do estudo, foi possível concluir que o concreto, para o caso de estudo analisado, atua efetivamente na resistência à tração somente até serem aplicadas duas cargas pontuais com valores máximos de 2,52 kN cada. Para cargas superiores, o elemento deve ser considerado no estágio II de deformação. Apesar disso, para esse valor de carregamento, a tensão na fibra mais tracionada do concreto apresentou-se inferior à resistência do material à tração.

A aferição do funcionamento da planilha eletrônica para essa etapa inicial pôde ser vista por meio da comparação das Figuras Figura 28 e Figura 29, mais precisamente das linhas de tendência nomeadas de Estádio I e *Upper Limit* respectivamente. Nelas é possível visualizar que o ponto A nos dois gráficos estão correspondendo perfeitamente, tendo em vista que os valores de carregamento da Figura 29 correspondem ao dobro da Figura 28.

Na segunda parte do estudo, verificou-se que a atuação do concreto não era mais significativa nem mesmo na resistência à compressão do elemento analisado. Ou seja, no estágio II de deformação, somente o aço estava atuando efetivamente contra os esforços aplicados. Dessa forma, foi encontrado o carregamento máximo de 13,32 kN até que ocorresse o escoamento do aço no banzo superior da treliça.

A verificação da planilha eletrônica também foi realizada por meio da comparação das Figuras Figura 28 e Figura 29. A checagem foi feita entre a linha de tendência nomeada de Estádio II no primeiro gráfico e as três linhas centrais do segundo gráfico. Por meio dessa comparação, foi possível visualizar que o ponto B do primeiro gráfico corresponde aproximadamente ao ponto E do segundo. É importante mencionar que, durante o estágio II de deformação, não há mais relação linear entre a carga aplicada e a flecha, sendo mais difícil prever esse comportamento com exatidão.

Apesar da aferição da treliça isolada ter sido feita de forma primordial por meio do uso do *software* Robot, com a comparação dos mesmos gráficos mencionados acima, já é possível observar a eficiência da planilha desenvolvida. As linhas de tendência nomeadas Treliça e

*Lower Limit* das Figuras Figura 28 e Figura 29 respectivamente parecem ser correspondentes, tendo em vista que a consideração de Löfgren (2003) é da atuação das duas treliças do painel, ou seja, a deflexão apresentada em seu gráfico devido a certo carregamento corresponde à metade do gráfico elaborado pelo autor.

Com a utilização do *software* Robot, a conferência dos resultados da planilha passou a ser numérica em vez de subjetiva, o que a tornou mais precisa. Todos os resultados obtidos, como forças axiais, tensões e deflexão máxima, apresentaram diferença inferior a 10% em relação aos resultados do programa computacional. Essa diferença pode ser decorrente da modelagem da estrutura no programa, tendo em vista que não foi possível representar os encontros soldados entre as barras exatamente como ocorre na realidade.

Dessa forma, conclui-se que a planilha eletrônica, em geral, representa bem a análise do elemento estrutural estudado. Também se chegou à conclusão que a atuação do concreto, considerando somente a pré-laje da estrutura do sistema BubbleDeck, tem pouca notabilidade na sua resistência, já que, ao esforço em que ele atua geralmente com mais representatividade, que é ao esforço de compressão, ele nem mesmo pôde ser considerado na análise. Assim, o aço apresenta-se como o material primordial na resistência do sistema durante todas as fases analisadas.

Para trabalhos futuros, sugere-se que sejam feitas comparações com outros sistemas de lajes, como os módulos completos do sistema BubbleDeck (Figura 4). Assim, resultados das estruturas de laje finalizadas também serão obtidos. Uma outra sugestão é realizar um estudo acerca de critérios de projeto e execução da laje utilizando os painéis pré-fabricados. Como método de aferição, o ideal é que sejam utilizados *softwares* de análise estrutural para todas as fases de análise, assim como foi utilizado neste estudo para as treliças. Dessa forma, a comparação de resultados seria mais precisa, tendo em vista que seria uma análise numérica.

Nos Apêndices A a D encontram-se capturas de tela da planilha desenvolvida com as análises realizadas.

## REFERÊNCIAS

ARCELORMITTAL. **Manual técnico de lajes treliçadas.** Disponível em: <<http://longos.arcelormittal.com.br/pdf/produtos/construcao-civil/outros/manual-tecnico-trelicas.pdf>>. Acesso em: 20 maio 2017.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118:** Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.

\_\_\_\_\_. **NBR 6120:** Cargas para o cálculo de estruturas de edificações. Rio de Janeiro, 1980.

\_\_\_\_\_. **NBR 6892:** Materiais metálicos – Ensaio de tração. Rio de Janeiro, 2013.

\_\_\_\_\_. **NBR 7222:** Concreto e argamassa – Determinação da resistência à tração por compressão diametral de corpos de prova cilíndricos. Rio de Janeiro, 2011.

\_\_\_\_\_. **NBR 7480:** Aço destinado a armaduras para estruturas de concreto armado - Especificação. Rio de Janeiro, 2007.

\_\_\_\_\_. **NBR 8681:** Ações e segurança nas estruturas - Procedimento. Rio de Janeiro, 2003.

\_\_\_\_\_. **NBR 11768:** Aditivos para concreto de cimento Portland. Rio de Janeiro, 2011.

\_\_\_\_\_. **NBR 12142:** Concreto – Determinação da resistência à tração na flexão de corpos prismáticos. Rio de Janeiro, 2010.

\_\_\_\_\_. **NBR 14860-1:** Laje pré-fabricada – Pré-laje – Requisitos – Parte 2: Lajes bidirecionais. Rio de Janeiro, 2002.

\_\_\_\_\_. **NBR 14862:** Armaduras treliçadas eletrossoldadas - Requisitos. Rio de Janeiro, 2002.

BUBBLEDECK INTERNACIONAL. **BubbleDeck Design Guide**. Disponível em: <<http://www.bubbledeck-uk.com/download.html>>. Acesso em: 25 abr 2017.

BYRNE, D. & GOGGINS, J. Evaluating the structural capacity of concrete elements through in-situ instrumentation. **Key Engineering Materials**. n. 569, 2013. Disponível em: <[https://www.researchgate.net/profile/Jamie\\_Goggins/publication/272608419\\_Evaluating\\_the\\_Structural\\_Capacity\\_of\\_Concrete\\_Elements\\_through\\_In\\_Situ\\_Instrumentation/links/56ebc93a08aec6b5001733fa/Evaluating-the-Structural-Capacity-of-Concrete-Elements-through-In-Situ-Instrumentation.pdf?origin=publication\\_list](https://www.researchgate.net/profile/Jamie_Goggins/publication/272608419_Evaluating_the_Structural_Capacity_of_Concrete_Elements_through_In_Situ_Instrumentation/links/56ebc93a08aec6b5001733fa/Evaluating-the-Structural-Capacity-of-Concrete-Elements-through-In-Situ-Instrumentation.pdf?origin=publication_list)>. Acesso em: 15 abr 2017.

CARVALHO, R. C.; FIGUEIREDO FILHO, J. R. de. **Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado**: Segundo a NBR 6118:2014. São Carlos: Edufscar, 2014.

FREIRE, A. Laje de concreto com esferas plásticas. **Techné**. n. 138, Setembro de 2008. Disponível em: <<http://techne.pini.com.br/engenharia-civil/138/artigo286542-1.aspx>>. Acesso em: 20 maio 2017.

FURCHE, J; BAUERMEISTER, U. **Load tests: Long erection spans with strengthened lattice girders**. BFT International, n. 8, 2011. Disponível em: <[http://www.bft-international.com/en/artikel/bft\\_2011-08\\_Long\\_erection\\_spans\\_with\\_strengthened\\_lattice\\_girders\\_1243007.html](http://www.bft-international.com/en/artikel/bft_2011-08_Long_erection_spans_with_strengthened_lattice_girders_1243007.html)>. Acesso em: 19 abr 2017.

GEORGIA/CAROLINAS PRECAST PRESTRESSED CONCRETE INSTITUTE. **Designing with precast and prestressed concrete**. Disponível em: <[http://www.gcpci.org/index.cfm/precast\\_solutions/primer](http://www.gcpci.org/index.cfm/precast_solutions/primer)> Acesso em: 25 abr 2017.

GOGGINS, J.; BYRNE, D.; CANNON, E. The creation of a ‘living laboratory’ for structural engineering at the National University of Ireland, Galway. **The Structural Engineer**, n. 90, v. 4, 2012. Disponível em: <<http://www.istructe.org/journal/volumes/volume-90/issues/issue-4/articles/the-creation-of-a-%E2%80%98living-laboratory%E2%80%99-for-structur>>. Acesso em: 20 abr 2017

HAJDUKIEWICZ, M. et al. Real-time monitoring framework to investigate the environmental and structural performance of buildings. **Building and Environment**. V. 86, Abril de 2015. Disponível em: <[www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360132314004235](http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360132314004235)>. Acesso em 21 abr 2017.

HIBBELER, R. C. **Análise das Estruturas**. São Paulo: Pearson, 2013.

\_\_\_\_\_. **Resistência dos Materiais**. São Paulo: Pearson, 2009.

LÖFGREN, I. Lattice Girder Elements: investigation of structural behaviour and performance enhancements. **Nordic Concrete Research**, n. 29, 1/2003. Disponível em: <[publications.lib.chalmers.se/records/fulltext/9244/local\\_9244.pdf](http://publications.lib.chalmers.se/records/fulltext/9244/local_9244.pdf)>. Acesso em: 14 abr 2017.

MAGALHÃES, F. L. **Estudo dos momentos fletores negativos nos apoios de lajes formadas por elementos pré-moldados tipo nervuras com armação treliçada**. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, Brasil, 2001.

ROCHA, F. de L. **Contribuição ao estudo do sistema de pré-lajes tipo painel treliçado em pavimentos de edificações**. Dissertação (Mestrado em Estruturas e Construção Civil) – Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia da Universidade Federal de São Carlos, São Paulo, Brasil, 2015.



## APÊNDICE A – PLANILHA DE ANÁLISE DA PRÉ-LAJE NO ESTÁDIO I



UNIVERSIDADE  
FEDERAL DO CEARÁ

COMPORTAMENTO DO CONCRETO E DO AÇO NO SISTEMA DE LAJE PRÉ-FABRICADA E BUBBLEDECK

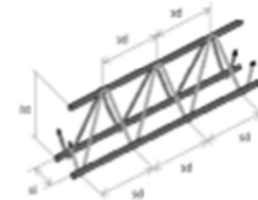
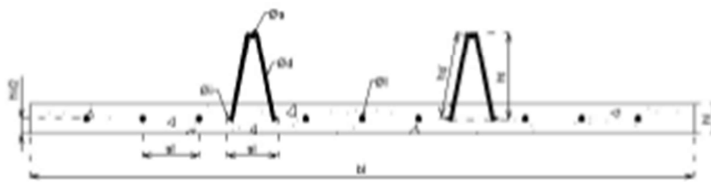
Mariana C. Ribeiro

### 1. PROPRIEDADES DOS MATERIAIS

(Marcar com X na coluna ao lado dos dados que se deseja utilizar - laboratório ou estimados)

Dados de laboratório			Dados estimados			Peso específico	
$E_c = 25.600$ MPa	X		$E_c = 29.553,61$ MPa			$\gamma_c = 24$ kN/m <sup>3</sup>	
$f_{ck} = 35,30$ MPa			$f_{ctm} = 3,23$ MPa			$\gamma_s = 78,5$ kN/m <sup>3</sup>	
$E_s = 210.000$ MPa			$f_{tk,inf} = 2,26$ MPa				
$f_{ct,sp} = 3,60$ MPa	X		$f_{tk,sup} = 4,20$ MPa				
$\alpha_e = 8,20$							

### 2. DADOS DA PRÉ-LAJE E TRELIÇA



CARACTERÍSTICAS DA PRÉ-LAJE		
Espessura da pré-laje (hl)	Largura da pré-laje (bl)	Distância axial (hl/2)
50 mm	1180 mm	25 mm
Diâmetro armadura longitudinal ( $a_l$ )	Espaçamento armadura	Número total de barras longitudinais ( $n_l$ )
10 mm	100 mm	9

CARACTERÍSTICAS DAS TRELIÇAS			
Diâmetro banzo superior ( $a_s$ )	Diâmetro banzo inferior ( $a_i$ )	Diâmetro diagonal ( $a_d$ )	Altura da treliça (ht)
10 mm	5 mm	6 mm	150 mm
Comprimento diagonal (bd)	Espaçamento inferior ( $t_i$ )	Espaçamento diagonais ( $t_d$ )	Número de treliças por painel (nt)
183,64 mm	90 mm	200 mm	2

### 3. EIXO NEUTRO

$y_{,sup} = 167,50$ mm	$A_{,sup} = 1.288,54$ mm <sup>2</sup>	$y = 27,78$ mm
$y_{,concC} = 38,89$ mm	$A_{,conc,c} = 26.214,45$ mm <sup>2</sup>	MLN = 0,00 <- Usar Atingir meta para 0 alterando Y
$y_{,inf} = 25,00$ mm	$A_{,inf} = 565,73$ mm <sup>2</sup>	
$y_{,long} = 25,00$ mm	$A_{,long} = 5.091,59$ mm <sup>2</sup>	
$y_{,concT} = 13,89$ mm	$A_{,conc,t} = 32.785,55$ mm <sup>2</sup>	

### 4. MOMENTO DE INÉRCIA

$I_{conc} = 1,23E+07$ mm <sup>4</sup>	$I_{concC} = 4,57E+05$	$I = 3,79E+07$ mm <sup>4</sup>
	$I_{,sup} = 2,52E+07$ mm <sup>4</sup>	$3,79E-05$ m <sup>4</sup>
	$I_{,inf} = 4,39E+03$ mm <sup>4</sup>	
	$I_{,long} = 3,95E+04$ mm <sup>4</sup>	

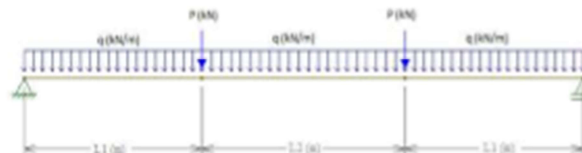
### 5. FORMAÇÃO DE FISSURAS

$M_r = 2,66$ kN.m	$P = 2,52$ kN	
	$M = 2,66$ kN.m	<- Usar Atingir meta para Mr alterando P

### 6. ESQUEMA DE CARREGAMENTO

$P = 2,52$ kN
$q (pp) = 1,49$ kN/m
$L_1 = 0,70$ m
$L_2 = 0,80$ m
$L = 2,20$ m

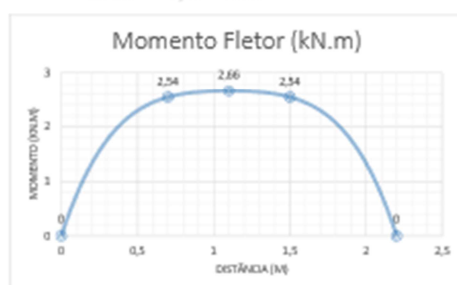
<- Usar valor P calculado anteriormente ou outro qualquer que se queira



### CÁLCULO PESO PRÓPRIO

$A_{,sup} = 78,54$ mm <sup>2</sup>	$L_{,sup} = 4,00$ m	$Vol_{,sup} = 3,14E-04$ m <sup>3</sup>
$A_{,inf} = 19,63$ mm <sup>2</sup>	$L_{,inf} = 8,80$ m	$Vol_{,inf} = 1,73E-04$ m <sup>3</sup>
$A_{,diag} = 28,27$ mm <sup>2</sup>	$L_{,diag} = 16,16$ m	$Vol_{,diag} = 4,57E-04$ m <sup>3</sup>
$A_{,long} = 78,54$ mm <sup>2</sup>	$L_{,long} = 19,80$ m	$Vol_{,long} = 1,56E-03$ m <sup>3</sup>
$A_{,conc} = 58.214,60$ mm <sup>2</sup>	$L_{,conc} = 2,20$ m	$Vol_{,conc} = 1,28E-01$ m <sup>3</sup>
		<hr/>
		$Vol_{,s} = 2,50E-03$ m <sup>3</sup>
		$Vol_{,e} = 1,28E-01$ m <sup>3</sup>

## 4. DIAGRAMAS DE ESFORÇOS INTERNOS E VALORES MÁXIMOS

 $M_{max} = 2,66 \text{ kN.m}$  $V_{max} = 4,15 \text{ kN}$ 

## 7. TENSÃO E DEFORMAÇÃO

 $d_s = 139,72 \text{ mm}$  $A_s = 157,08 \text{ mm}^2$  $z_s = -2,55E-04$  $\sigma_s = -5,35E+01 \text{ MPa}$  $d_i = 2,78 \text{ mm}$  $A_i = 78,54 \text{ mm}^2$  $z_i = -5,08E-06$  $\sigma_i = -1,07E+00 \text{ MPa}$  $d_{ii} = 2,78 \text{ mm}$  $A_{ii} = 706,86 \text{ mm}^2$  $z_{ii} = -5,08E-06$  $\sigma_{ii} = -1,07E+00 \text{ MPa}$  $d_{ccc} = 14,81 \text{ mm}$  $A_{ccc} = 26214,45 \text{ mm}^2$  $z_{ccc} = -2,70E-05$  $\sigma_{ccc} = -6,92E-01 \text{ MPa}$  $d_{cct} = 18,52 \text{ mm}$  $A_{cct} = 32785,55 \text{ mm}^2$  $z_{cct} = -3,38E-05$  $\sigma_{cct} = -8,65E-01 \text{ MPa}$  $k = -1,82E-03$  $M = 2,66E+00$  <- Usar Atingir meta para  $M_{max}$  alterando K

## 8. DEFLEXÃO

 $\delta(q) = 0,47 \text{ mm}$ Deflexão,  $\delta = 1,56 \text{ mm}$  $\delta(p) = 1,10 \text{ mm}$ 

$$\delta = \frac{PL^2}{8EI}$$

$$\delta = \frac{5}{384} \frac{qL^4}{EI}$$

## APÊNDICE B – PLANILHA DE ANÁLISE DA PRÉ-LAJE NO ESTÁDIO II



UNIVERSIDADE  
FEDERAL DO CEARÁ

COMPORTAMENTO DO CONCRETO E DO AÇO NO SISTEMA DE LAJE PRÉ-FABRICADA E BUBBLEDECK

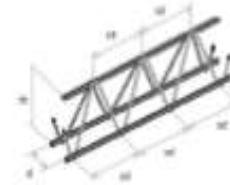
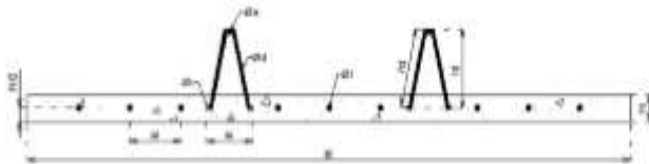
Mariana C. Ribeiro

### 1. PROPRIEDADES DOS MATERIAIS

(Marcar com X na coluna ao lado dos dados que se deseja utilizar - laboratório ou estimado.)

Dados de laboratório		Dados estimados		Peso específico	
$E_c = 25.000$ MPa	X	$E_c = 29.553,61$ MPa		$\gamma_c = 24$ kN/m <sup>3</sup>	
$f_{ck} = 35,30$ MPa		$f_{ctm} = 3,23$ MPa		$\gamma_s = 78,5$ kN/m <sup>3</sup>	
$E_s = 210.000$ MPa		$f_{tk,inf} = 2,26$ MPa			
$f_{td,sp} = 3,60$ MPa	X	$f_{td,exp} = 4,20$ MPa			
$\alpha_s = 8,30$					

### 2. DADOS DA PRÉ-LAJE E TRELIÇA



CARACTERÍSTICAS DA PRÉ-LAJE		
Espessura da pré-laje (h)	Largura da pré-laje (b)	Distância axial (s/2)
50 mm	1180 mm	25 mm
Diâmetro armadura longitudinal (a)	Espaçamento armadura	Número total de barras longitudinais (n)
10 mm	100 mm	0

CARACTERÍSTICAS DAS TRELIÇAS				
Diâmetro banco superior (a <sub>s</sub> )	Diâmetro banco inferior (a <sub>i</sub> )	Diâmetro diagonal (a <sub>d</sub> )	Altura da treliça (ht)	Número de elementos
10 mm	5 mm	6 mm	150 mm	43
Comprimento diagonal (hd)	Espaçamento inferior (a <sub>i</sub> )	Espaçamento diagonais (a <sub>d</sub> )	Número de treliças por painel (nt)	Número de barras
183,64 mm	90 mm	200 mm	2	43

### 3. EIXO NEUTRO

$y_{sup} = 167,50$ mm	$A_{sup} = 1.288,54$ mm <sup>2</sup>	$y = 48,85$ mm
$y_{concC} = 49,43$ mm	$A_{conc,c} = 1.356,07$ mm <sup>2</sup>	$MEN = 0,00$ <- Usar Atingir meta para 0 alternado Y
$y_{inf} = 25,00$ mm	$A_{inf} = 644,27$ mm <sup>2</sup>	
$y_{long} = 25,00$ mm	$A_{long} = 5.798,45$ mm <sup>2</sup>	
$y_{concT} =$ mm	$A_{conc,t} =$ mm <sup>2</sup>	

### 4. MOMENTO DE INÉRCIA

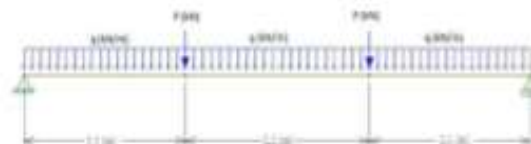
$I_{conc} = 1,49E+02$ mm <sup>4</sup>	$I_{concC} = 4,48E+02$ mm <sup>4</sup>	$I = 2,18E+07$ mm <sup>4</sup>
$I_{conc} = 1,23E+07$ mm <sup>4</sup>	$I_{sup} = 1,81E+07$ mm <sup>4</sup>	$2,18E+05$ mm <sup>4</sup>
$3,79E+05$ mm <sup>4</sup>	$I_{inf} = 3,67E+05$ mm <sup>4</sup>	
	$I_{long} = 3,50E+06$ mm <sup>4</sup>	

### 5. FORMAÇÃO DE FISSURAS

$h_c = 2,66$ kN.m	$P = 2,52$ kN	
	$M = 1,76$ kN.m	<- Usar Atingir meta para M alternado P

### 6. ESQUEMA DE CARREGAMENTO

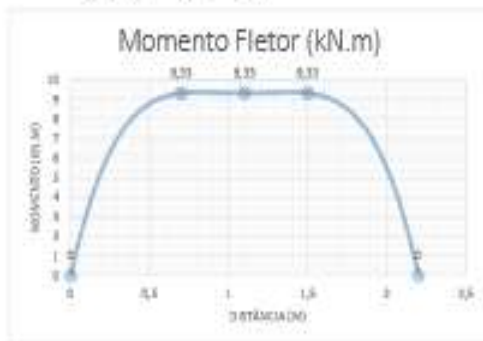
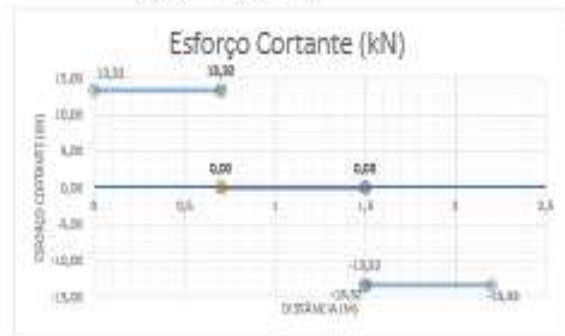
$P = 13,32$ kN	
$q(pp) =$ kN/m	<- Valor obtido pelo atingir meta do célula F86 ou outro qualquer que se queira
$L1 = 0,70$ m	
$L2 = 0,80$ m	
$L = 2,20$ m	



### CÁLCULO PESO PRÓPRIO

$A_{sup} = 78,54$ mm <sup>2</sup>	$L_{sup} = 4,00$ m	$Vol_{sup} = 3,14E-04$ m <sup>3</sup>
$A_{inf} = 19,63$ mm <sup>2</sup>	$L_{inf} = 8,80$ m	$Vol_{inf} = 1,73E-04$ m <sup>3</sup>
$A_{diag} = 28,27$ mm <sup>2</sup>	$L_{diag} = 16,16$ m	$Vol_{diag} = 4,57E-04$ m <sup>3</sup>
$A_{long} = 78,54$ mm <sup>2</sup>	$L_{long} = 19,80$ m	$Vol_{long} = 1,56E-03$ m <sup>3</sup>
$A_{conc} = 58.214,60$ mm <sup>2</sup>	$L_{conc} = 2,20$ m	$Vol_{conc} = 1,28E-01$ m <sup>3</sup>
		$Vol_s = 2,50E-03$ m <sup>3</sup>
		$Vol_o = 1,28E-01$ m <sup>3</sup>

## 4. DIAGRAMAS DE ESFORÇOS INTERNOS E VALORES MÁXIMOS

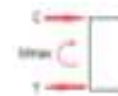
M<sub>max</sub> = 9,33 kN.mV<sub>max</sub> = 13,32 kN

## 7. TENSÃO E DEFORMAÇÃO

z = 0,14 m  
 C = -65,45 kN  
 T = 65,45 kN

σ<sub>sup</sub> = -500,00 MPa  
 σ<sub>inf</sub> = 2,381E-03 MPa  
 ε<sub>sup</sub> = -2,381E-03  
 ε<sub>inf</sub> = 4,04E-04

← Usar o eixo z até  
 o k alterando P



## 8. DEFLEXÃO

EI (eq) = 5,688E+02

δ (q) = 0,00 mm

δ (p) = 9,94 mm

Deflexão, δ = 9,94 mm

9,71E+02

$$\delta = \frac{PL^3}{8EI}$$

$$\delta = \frac{5}{384} \frac{qL^4}{EI}$$

## APÊNDICE C – PLANILHA DE ANÁLISE DA TRELIÇA 3D



COMPORTAMENTO DO CONCRETO E DO AÇO NO SISTEMA DE LAJE PRÉ-FABRICADA E BUSSLEDECK

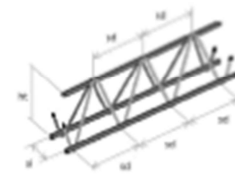
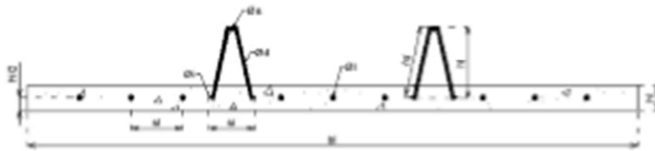
Mariana C. Ribeiro

### 1. PROPRIEDADES DOS MATERIAIS

(Marcar com X na coluna no lado dos dados que se deseja utilizar - laboratório ou estimados)

Dados de laboratório			Dados estimados			Peso específicos		
$E_c$ = 25.600 MPa	X		$E_c$ = 29.553,61 MPa			$\gamma_c$ = 24 kN/m <sup>3</sup>		
$f_{ck}$ = 35,30 MPa			$f_{ctm}$ = 3,23 MPa			$\gamma_a$ = 78,5 kN/m <sup>3</sup>		
$E_s$ = 210.000 MPa			$f_{cd,inf}$ = 2,26 MPa					
$f_{t,sp}$ = 3,60 MPa	X		$f_{cd,sup}$ = 4,20 MPa					
$\alpha_e$ = 8,20								

### 2. DADOS DA PRÉ-LAJE E TRELIÇA

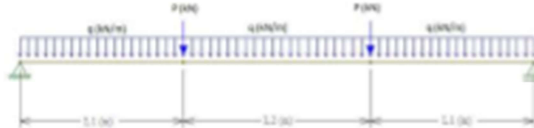


CARACTERÍSTICAS DA PRÉ-LAJE		
Espessura da pré-laje (h)	Largura da pré-laje (b)	Distância axial (h/2)
50 mm	1180 mm	25 mm
Diâmetro armadura longitudinal ( $a_l$ )	Espaçamento armadura	Número total de barras longitudinais ( $n_l$ )
10 mm	100 mm	9

CARACTERÍSTICAS DAS TRELIÇAS				
Diâmetro banco superior ( $a_s$ )	Diâmetro banco inferior ( $a_i$ )	Diâmetro diagonal ( $a_d$ )	Altura da treliça (ht)	Número de elementos
10 mm	5 mm	6 mm	150 mm	11
Comprimento diagonal (hd)	Espaçamento inferior ( $s_i$ )	Espaçamento diagonais ( $s_d$ )	Número de treliças por painel (nt)	Número de barras
183,64 mm	90 mm	200 mm	2	43

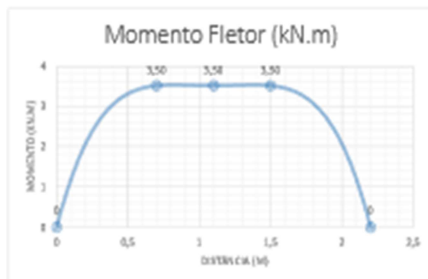
### 3. ESQUEMA DE CARREGAMENTO

P	5,00 kN	
q (pp)	0,70 kN/m	< Valor obtido pelo atingir meta da célula F78 ou outro qualquer que se queira
L1	0,70 m	
L2	0,80 m	
L	2,20 m	

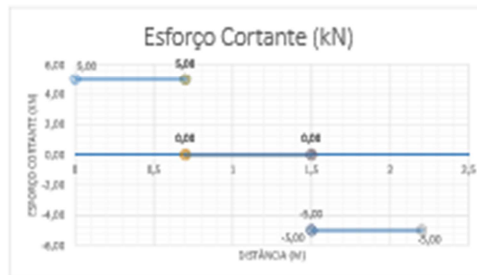


### 4. DIAGRAMAS DE ESFORÇOS INTERNOS E VALORES MÁXIMOS

$M_{max} = 3,50$  kN.m



$V_{max} = 5,00$  kN



### 7. TENSÃO E DEFORMAÇÃO

$\epsilon$	0,14	m	$\sigma_{sup}$	-312,73	Mpa	< Usar atingir meta aB
C	-24,56	kN	$\sigma_{sup}$	-1,49E-03		$f_{yk}$ alterando P
T	24,56	kN	$\sigma_{inf}$	625,45	Mpa	
			$\sigma_{inf}$	2,9E-03		



## APÊNDICE D – PLANILHA DE ESFORÇOS INTERNOS E DESLOCAMENTO TRELIÇA 3D

Reações (kN)  
Rz = 2,50  
Ry = 0,58

Reações unitárias  
Rz = 0,25  
Ry = 0,06

	Barras Superiores				Barras Inferiores				Barras Diagonais			
	Comprimento (m) = 0,200		Área (m²) = 7,85E-05		Comprimento (m) = 0,200		Área (m²) = 1,96E-05		Comprimento (m) = 0,184		Área (m²) = 2,83E-05	
	P - Força Axial Real (kN)	u - Forças Axiais Unit. (kN)	δ (mm)		P - Força Axial Real (kN)	u - Forças Axiais Unit. (kN)	δ (mm)		P - Força Axial Real (kN)	u - Forças Axiais Unit. (kN)	δ (mm)	
S 1 =	-6,67	-0,67	0,05	I 1 =	1,67	0,17	0,01	D 1 =	-3,06	-0,31	0,03	
S 2 =	-13,33	-1,33	0,22	I 2 =	5,00	0,50	0,12	D 2 =	3,06	0,31	0,03	
S 3 =	-20,00	-2,00	0,49	I 3 =	8,33	0,83	0,34	D 3 =	-3,06	-0,31	0,03	
S 4 =	-23,33	-2,67	0,75	I 4 =	11,67	1,17	0,66	D 4 =	3,06	0,31	0,03	
S 5 =	-23,33	-3,33	0,94	I 5 =	11,67	1,50	0,85	D 5 =	-3,06	-0,31	0,03	
S - =	-	-	-	I 6 =	11,67	1,83	1,04	D 6 =	3,06	0,31	0,03	
S - =	-	-	-	I - =	-	-	-	D 7 =	-3,06	-0,31	0,03	
S - =	-	-	-	I - =	-	-	-	D 8 =	0,00	0,31	0,00	
S - =	-	-	-	I - =	-	-	-	D 9 =	0,00	-0,31	0,00	
S - =	-	-	-	I - =	-	-	-	D 10 =	0,00	0,31	0,00	
S - =	-	-	-	I - =	-	-	-	D 11 =	0,00	-0,31	0,00	
S - =	-	-	-	I - =	-	-	-	D - =	-	-	-	

Barras superiores  
4,90

Barras inferiores  
10,00

Barras Diagonais  
0,81

$$\delta = \sum \frac{PL}{AE} u$$

Deflexão total  
15,71