

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ CENTRO DE TECNOLOGIA DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA HIDRÁULICA E AMBIENTAL CURSO DE ENGENHARIA CIVIL

FRANCISCO VLADSON CARDINS GOMES FILHO

ANÁLISE MODAL E HARMÔNICA DE FUNDAÇÃO DE AEROGERADOR

FORTALEZA

FRANCISCO VLADSON CARDINS GOMES FILHO

ANÁLISE MODAL E HARMÔNICA DE FUNDAÇÃO DE AEROGERADOR

Monografia submetida à Coordenação do curso de Engenharia Civil da Universidade Federal do Ceará como requisito parcial para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Dr. Alfran Sampaio Moura.

Aprovada em: __/__/___.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Alfran Sampaio Moura (Orientador)

Universidade Federal do Ceará (UFC)

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação Universidade Federal do Ceará Biblioteca Universitária Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

G614a Gomes Filho, Francisco Vladson Cardins. Análise modal e harmônica de fundação de aerogerador /

Análise modal e harmônica de fundação de aerogerador / Francisco Vladson Cardins Gomes Filho. – 2017. 57 f. : il. color.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Tecnologia, Curso de Engenharia Civil, Fortaleza, 2017. Orientação: Prof. Dr. Alfran Sampaio Moura.

1. Análise Harmônica. 2. Fundações. 3. Análise Modal. 4. Aerogeradores. I. Título.

CDD 620

RESUMO

Em um projeto de uma fundação de aerogeradores, é necessário haver segurança em relação à ruptura e deformabilidade do solo e da fundação. Para tanto, são realizadas análises como o objetivo de determinar as tensões e os recalques provocados no sistema solo-fundação. Além disso, em projeto de fundações de máquinas, também é necessário que as vibrações naturais do sistema solo-fundação estejam distantes das vibrações da máquina para que seja evitada a ressonância e o consequente colapso do sistema. Dessa forma, são realizadas duas análises, modal e harmônica, para a determinação dos modos de vibração, das tensões e dos recalques associados à fundação de um aerogerador assente em areia de duna através de métodos numéricos com o uso do software *ANSYS*. O modelo representa um aerogerador real localizado em São Gonçalo do Amarante – CE. São apresentadas características do local e do modelo utilizado para a representação. Para a determinação de tensões e recalques, as cargas de vento são modeladas como carregamentos que variam harmonicamente. Comparam-se os resultados com os obtidos por Moura (2007), através de soluções analíticas para o mesmo solo. As análises indicaram que no sistema analisado há segurança quando os resultados são comparados aos valores admissíveis de recalques, tensões e frequências naturais admissíveis.

Palavras-chave: Análise harmônica. Análise modal. Fundações. Aerogeradores. ANSYS.

ABSTRACT

In a wind turbine foundation project, there must be safety regarding deformation and rupture of soil and foundation. For that, analyses are performed with the objective of determining the tensions and settlements caused in the soil-foundation system. Besides that, for machine foundation projects, it is also necessary that the system natural vibration stay distant from the machine vibrations so a resonance and a consequent collapse of the system are avoided. Therefore, modal and harmonic analyzes are performed to determine the natural vibration modes, stress and settlement associated with a wind turbine foundation based on sand dune using numerical methods in the ANSYS software. The model represent a real wind turbine located in São Gonçalo do Amarante – Ceará – Brazil. To determine the tensions and settlements, the wind loads were modeled as harmonic loads. The results obtained are compared with those obtained by Moura (2007), using analytical solution for the same soil. The results indicate that there is safety when the results are compared to the admissible values of natural settlements, tensions and natural frequencies.

Keywords: Harmonic Analysis. Modal Analysis. Foundations. Wind Turbines. ANSYS.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Mapa do potencial de aproveitamento de energia eólica no Brasil	10
Figura 2 – Mapa potencial de aproveitamento de energia eólica no Nordeste brasileiro	10
Figura 3 – Aerogeradores de eixo vertical	13
Figura 4 – Componentes de um AEH	14
Figura 5 – Limites de amplitude de deslocamento	15
Figura 6 – Padrões de carregamento	16
Figura 7 – Curva tensão x deformação de um corpo de prova submetido a um carregamen cisalhante cíclico	nto 18
Figura 8 – Deformações cisalhantes para diversos problemas dinâmicos	19
Figura 9. Vibração livre de um sistema não-amortecido	25
Figura 10 – Sistema massa mola com amortecimento	27
Figura 11 – Localização do Parque Eólico Taíba	31
Figura 12 – Localização do Parque Eólico Taíba	32
Figura 13 – Curva granulométrica do solo estudado	32
Figura 14 – Locação dos furos de sondagem	33
Figura 15 – Perfis de resistência a penetração	33
Figura 16 – Perfil de resistência média corrigido e não corrigido	34
Figura 17 – Localização dos aerogeradores dentro da usina	35
Figura 18 – Esquema da instrumentação utilizada no monitoramento	36
Figura 19 – Vista superior	38
Figura 20 – Vista frontal do modelo	39
Figura 21 – Momento atuando na base	40
Figura 22 – Pressão de arrasto atuando na base	41
Figura 23 – Retas para leitura de resultados	42
Figura 24 – Perfil de tensões no solo	43
Figura 25 – Perfil de tensões no solo – Comparação	43

Figura 26 – Tensões verticais totais	44
Figura 27 – Tensões normais 15 cm acima da base	44
Figura 28 – Tensões normais 15 abaixo da base	45
Figura 29 – Recalques produzidos pela carga dinâmica	46
Figura 30 – Primeiro modo de vibração	
Figura 31 – Primeiro modo de vibração	
Figura 32 – Segundo modo de vibração	
Figura 33 - Segundo modo de vibração	49
Figura 34 – Terceiro modo de vibração	50
Figura 35 – Terceiro modo de vibração	50
Figura 36 – Quarto modo de vibração	51
Figura 37 – Quarto modo de vibração	51
Figura 38 – Quinto modo de vibração	52
Figura 39 – Quinto modo de vibração	
Figura 40 – Sexto modo de vibração	53
Figura 41 – Sexto modo de vibração	

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Coeficiente de Poisson para diferentes tipos de solo	17
Tabela 2 – Frequências de vibração naturais obtidas pelo método DEGEBO	21
Tabela 3 – Resultado do ensaio de granulometria	32
Tabela 4 – Ângulos de atrito em função do Nspt	34
Tabela 5 – Pesos das partes componentes do aerogerador e fundação	
Tabela 6 – Esforços de vento atuantes no aerogerador para a velocidade de 25 m/s	37
Tabela 7 – Dimensões do modelo	
Tabela 8 – Dados de materiais	
Tabela 9 – Tensões admissíveis no solo	45
Tabela 10 – Resultados de recalques	46
Tabela 11 – Frequências dos modos de vibração	47
Tabela 12 – Frequências naturais de vibração	47

1 IN	TRODUÇÃO	9
1.	.1 Contextualização	9
1.	.2 Objetivos	11
	1.2.1 Objetivo Geral	11
	1.2.2 Objetivos Específicos	11
1.	.3 Estrutura	12
2 R	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	13
	2.1 Tipos de aerogeradores	13
	2.1.1 Aerogeradores de Eixo Vertical (AEV)	13
	2.1.2 Aerogeradores de Eixo Horizontal (AEH)	13
	2.2 Critérios de desempenho	14
	2.3 Fundamento da dinâmica de fundações	15
	2.4 Módulo de elasticidade (E)	16
	2.5 Módulo de cisalhamento dinâmico	17
	2.6 Razão de amortecimento	19
	2.7 Métodos empíricos para determinação das frequências naturais	20
	2.7.1 Método do German Research Society of Soil Mechanics	20
	2.7.2 Métodos que consideram o solo como um semi-espaço elástico	25
	2.7.3 Métodos que consideram o solo como um conjunto de molas lineares sem peso	n 21
	2.8 Métodos numéricos	23
	2.8.1 Métodos dos elementos finitos	23
	2.9 Análise Modal	24
	2.9.1 Análise modal – método computacional	26
	2.10 Análise harmônica	27
	2.10.1 Sistemas não-amortecidos	27
	2.10.2 Sistemas amortecidos	29
	2.10.3 Análise harmônica – método computacional	29

SUMÁRIO

3. METODOLOGIA	.31
3.1 Etapas do estudo	31
3.1.1 Localização	.31
3.1.2 Caracterização do solo	32
3.1.3 Características do aerogerador	.34
3.1.4 Cargas de vento	.36
3.1.5 Modelo em elementos finitos	.37
3.1.5.1 Características geométricas	.37
3.1.5.2 Dados de materiais	38
3.1.5.3 Análise modal	.39
3.1.5.4 Análise harmônica	.40
4. APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS	42
4.1 Resultados da análise harmônica	42
4.1.1 Tensões verticais	.42
4.1.2 Recalques	46
4.2 Resultados da análise modal	.47
4.2.1 Frequências dos modos de vibração naturais	.47
4.2.2 Formato dos modos de vibração	.47
5. CONCLUSÕES	.54
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	.55
ANEXO A	.56

1. INTRODUÇÃO

1.1 Contextualização

O aproveitamento de energia eólica para a geração de energia elétrica tem ganhado muito destaque, devido ao rápido desenvolvimento tecnológico na área de energias renováveis e ao aumento dos estudos relacionados ao tema. O estado do Ceará é uma região bastante favorável para a realização dessa atividade, pois apresenta um grande potencial de ventos alísios.

A energia eólica apresenta as vantagens de ser inesgotável e não emitir poluentes, reduzindo assim o efeito estufa e preservando o meio ambiente. Além disso, pode gerar desenvolvimento econômico em zonas mais desfavorecidas porque muitos parques são localizados em zonas distantes de grandes centros urbanos. Os aerogeradores geralmente requerem pouca manutenção, geralmente efetuada a cada seis meses. Entretanto, os parques eólicos apresentam algumas desvantagens, principalmente para os habitantes das regiões próximas às instalações devido ao ruído e à grande modificação da paisagem decorrente de sua instalação. Além disso, as turbinas causam um impacto negativo à fauna presente nas regiões próximas aos parques eólicos, pois muitas aves colidem com as pás e morrem, gerando um desequilíbrio na cadeia alimentar e um desequilíbrio no ecossistema.

Segundo a Associação Mundial de Energia Eólica (WWEA), em 2010, o uso da energia eólica para a produção de eletricidade estava presente em oitenta e seis países. A china é destaque, pois é o país com maior capacidade instalada. Em 2005, a Alemanha era a líder mundial em aproveitamento de energia eólica, tendo sido ultrapassada em 2008 pelos Estados Unidos da América. A China passou a liderar o ranking a partir de 2010. (Site Evolução Energia Eólica, 2013).

Em 2014, o Brasil foi o quarto país que mais cresceu em produção de energia eólica no mundo, segundo o levantamento "Energia Eólica no Brasil e no Mundo", do Ministério de Minas e Energia, ficando atrás de China, Estados Unidos da América e Alemanha. A região mais propícia para a instalação de parques eólicos e aproveitamento da energia eólica no Brasil é o semiárido nordestino. (Site Governo do Brasil, 2016). A Figura 1 ilustra o potencial eólico do Brasil e a Figura 2 ilustra, mais especificamente, o potencial eólico da região Nordeste.



Figura 1. Mapa do potencial de aproveitamento de energia eólica no Brasil.

Fonte: AMARANTE, et al., 2001.

Figura 2. Mapa do potencial de aproveitamento da energia eólica no Nordeste brasileiro.



Fonte: AMARANTE, et al., 2001.

Pode-se observar que o semiárido nordestino apresenta ventos de velocidade média elevada, sendo assim uma região com grande potencial de exploração, comparada à média do

território brasileiro. Dessa forma, é de se esperar que, com o aumento da exploração de energia eólica, essa região seja alvo de investimentos para instalação de parques eólicos.

Grande parte da região do semiárido nordestino apresenta camada de rocha pouco profunda, e por vezes, aparente, o que dificulta bastante a execução de fundações profundas. Nessas condições, os aerogeradores devem ser construídos sobre fundações superficiais como sapatas.

Aerogeradores são máquinas que apresentam vibrações em determinadas frequências durante seu funcionamento que podem vir a prejudicar as estruturas. Isso pode ocorrer, por exemplo, quando a faixa de frequência de operação da máquina se aproxima da frequência de vibração natural da fundação, o que pode provocar o fenômeno de ressonância, levando a estrutura do aerogerador ao colapso.

Dessa forma, é necessária uma análise modal, que estuda a frequência de vibração do conjunto solo-fundação sobre a qual o aerogerador está apoiado, para a avaliação do risco do fenômeno de ressonância quando a fundação receber os carregamentos transmitidos pelo aerogerador.

A análise pode ser feita por métodos empíricos, analíticos e por simulação numérica. Esses métodos têm como parâmetros de entrada as reações de apoio da estrutura, as características geométricas da fundação e os parâmetros de caracterização do solo. Os principais parâmetros para a análise dinâmica de um solo são o módulo de cisalhamento e o coeficiente de Poisson. Um dos principais desafios do uso dos métodos de análise é a determinação desses dois parâmetros.

Aerogeradores são estruturas sujeitas a cargas dinâmicas de vento. Para a verificação dos critérios de segurança, é necessário que seja realizada a determinação dos esforços de tensão normal e recalques da região do conjunto solo-fundação. No presente estudo, a análise foi feita considerando as cargas de vento atuando como um carregamento harmônico. Portanto, as tensões e os recalques foram obtidos a partir de uma análise harmônica do conjunto solo-fundação.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo Geral

O objetivo geral desse trabalho é a realização de análise do comportamento mecânico (estático e dinâmico) do conjunto solo-estrutura de uma fundação de aerogerador assente em areia de duna da praia de Taíba, em São Gonçalo do Amarante – CE utilizando solução numérica e comparar com os obtidos analiticamente por Moura (2007).

1.2.2 Objetivos Específicos

Os objetivos específicos deste trabalho são os seguintes:

- a) Realizar adaptações no modelo de Bernhardt (2016) utilizado como ponto de partida;
- b) Realizar análise modal do sistema solo-fundação;
- c) Determinar os modos de vibração;
- d) Realizar análise harmônica do sistema solo-fundação;
- e) Determinar os valores de recalques e tensões em regiões específicas;
- f) Analisar e comparar os resultados obtidos com Moura (2007) e Bernhardt (2016).

1.3 Estrutura

Este trabalho está dividido em 5 capítulos. Neste primeiro capítulo é apresentado o tema do estudo, os objetivos e o contexto. No segundo capítulo está presente uma revisão bibliográfica sobre os tipos de aerogeradores, critérios de desempenho para fundações de máquinas, fundamentos da dinâmica de fundações e métodos de realização de análise modal e harmônica. O terceiro capítulo apresenta o passo a passo do método utilizado para o estudo. No quarto capítulo estão presentes os resultados, com análises e comparações. No quinto capítulo são apresentadas as conclusões.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Tipos de aerogeradores

Atualmente, os aerogeradores mais comumente utilizados são classificados de acordo com a orientação do seu eixo. São eles denominados de Aerogeradores de Eixo Vertical (AEV) e Aerogeradores de Eixo Horizontal (AEH).

2.1.1 Aerogeradores de Eixo Vertical (AEV)

Nesses tipos de aerogeradores, as pás giram em torno de um eixo vertical, o que faz com que o vento incidente possa ser aproveitado em qualquer direção. Os tipos mais comuns são os Savonius e o Darrieus. São apresentados na Figura 3 os dois tipos.

Figura 3. Aerogeradores de eixo vertical.





a) Aerogerador Savonius.

b) Aerogerador Darrieus

Fonte: Site Portal Energia (2017).

Dentre os AEVs, o aerogerador de Darrieus se destaca em termos de eficiência, possuindo um aproveitamento de 40%, estando levemente abaixo dos AEH comuns (Ragheb, 2014).

2.1.2 Aerogeradores de Eixo Horizontal (AEH)

Nos AEH as pás giram em torno de um eixo horizontal. Para o aproveitamento do vento em várias direções, existe um mecanismo de giro que permite a mudança de posicionamento do eixo do rotor. É o tipo de aerogerador utilizado nos grandes parques eólicos para o aproveitamento de ventos de grandes velocidades, sendo os AEH de 3 pás os mais eficientes. Os principais componentes de um AEH são os seguintes:

- Nacele: elemento localizado no topo da torre que abriga sistemas elétricos e hidráulicos responsáveis pela geração e transmissão da energia.

- Pás: são componentes aerófilos que rotacionam devido à carga de vento e cuja energia cinética de seu movimento é transformada em energia elétrica. Geralmente são compostas de plástico reforçado com fibra de vidro.

- Cubo: componente que recebe as pás, formando o rotor. Transmite a rotação das pás para o eixo.

- Torre: componente vertical e esbelto responsável pela sustentação do gerador. É o elemento estrutural responsável por transferir os esforços para as fundações.

- Fundação: elemento estrutural que recebe a torre e transmite os esforços para o maciço de solo.

Os componentes básicos de um AEH estão indicados na Figura 4.



Figura 4. Componentes de um AEH.

Fonte: Ribeiro, 2017.

2.2 Critérios de desempenho

Os critérios de desempenho de uma fundação de máquina são valores limites de amplitudes de vibração. Esses valores devem estar distantes dos valores de operação da máquina. Os valores limites dependem da função da máquina e do tipo de ambiente no qual está situada a fundação, Moura (2007).

Almeida Neto (1989) divide os critérios de desempenho em três classes: efeitos em pessoas, máquinas vibrando em regime permanente e efeitos em estruturas prediais. Richart el al. (1970) organizou o gráfico a seguir que relaciona os limites de amplitude de deslocamento com a percepção humana e com a segurança para as máquinas e as estruturas, conforme ilustrado na Figura 5.

Figura 5. Limites de amplitude de deslocamento.



Fonte: Richart et al., 1970.

Moura (2007) organiza os critérios para o projeto adequado de fundações de máquinas:

- O recalque da fundação não deverá ser excessivo e a fundação deverá apresentar segurança contra a ruptura;

- A frequência natural do conjunto máquina-fundação-solo deverá ser preferivelmente maior que a frequência natural de operação da máquina (20 a 50%);

- As amplitudes de vibração da fundação não devem exceder às especificadas pelo fabricante;

- As vibrações não devem ser prejudicadas a trabalhadores e estruturas adjacentes;

- Cuidados especiais devem ser dados aos casos em que a profundidade do nível d'água esteja a menos de um quarto da menor dimensão da fundação;

- A excentricidade entre o conjunto máquina-fundação e a área da base não deverá ser maior que 5% da dimensão considerada.

2.3 Fundamentos da dinâmica de fundações

Um problema dinâmico é caracterizado pela variação no tempo dos carregamentos aplicados ao objeto de análise e por forças de inércia que tendem a mantê-lo em seu estado de equilíbrio. Um problema estático é um caso particular de um problema dinâmico, onde a aceleração atuando sobre o corpo é zero. Conforme exposto por Martins (1990), são exemplos de problemas dinâmicos relacionados à geotecnia fundações de máquinas, propagação de ondas no solo e cravação de estacas.

Mahler (1981) classifica os carregamentos como periódicos, aleatórios e impulsos. Os carregamentos periódicos são caracterizados pela sua repetição em intervalos de tempo iguais.

Carregamentos aleatórios não apresentam padrão específico de repetição e o impulso é um carregamento aplicado uma única vez e diminui sua intensidade até zerar. A Figura 6 ilustra o padrão dos três tipos de carregamentos no tempo.



Figura 6. Padrões de carregamento.

A carga de vento a ser considerada na análise é modelada como um carregamento periódico.

2.4 Módulo de elasticidade (E)

Pela Lei de Hooke, o módulo de elasticidade (E), ou módulo de Young, é dado por:

$$\sigma_1 = \varepsilon_1 \cdot E \tag{1}$$

Onde, σ_1 é a tensão aplicada na direção normal da seção transversal de um corpo de prova e ϵ_1 a deformação axial, obtida pela relação entre o encurtamento e o comprimento inicial.

Durante a aplicação de um carregamento normal a seção do corpo de prova analisado, também podem ser observadas deformações laterais. Essas deformações laterais são relacionadas com a deformação ε_1 através do coeficiente de poisson (υ), pela seguinte expressão:

$$\varepsilon_3 = \varepsilon_2 = \upsilon . \varepsilon_1 \tag{2}$$

Ao se aplicar tensões nas três direções ortogonais do corpo de prova, as deformações em cada direção podem ser determinadas pelas seguintes expressões:

Fonte: Clough e Penzien, (1975).

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E} \cdot (\sigma_1 - \sigma_2 \upsilon - \sigma_3 \upsilon) \tag{3}$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{E} \cdot (\sigma_2 - \sigma_1 \upsilon - \sigma_3 \upsilon) \tag{4}$$

$$\varepsilon_3 = \frac{1}{E} \cdot (\sigma_3 - \sigma_1 \upsilon - \sigma_2 \upsilon) \tag{5}$$

O coeficiente de poisson é um importante parâmetro na análise do comportamento dinâmico dos solos, sendo utilizado nos modelos de cálculo. Esse coeficiente pode ser determinado por ensaios de coluna ressonante, a partir dos módulos de elasticidade (E) e cisalhamento (G). Valores típicos de coeficiente de Poisson são apresentados na Tabela 1.

Tipo de Solo	Coeficiente de Poisson				
Argila Saturada	0,45	-	0,5		
Argila Parcialmente Saturada	0,35	-	0,4		
Areia Densa ou Pedregulho	0,40	-	0,50		
Areia Medianamente Densa ou Pedregulho	0,30	-	0,40		
Silte	0,30	-	0,40		

Tabela 1. Coeficiente de Poisson para diferentes tipos de solo.

Fonte: BERNHARDT 2016, adaptado de ALMEIDA NETO (1989).

2.5 Módulo de cisalhamento dinâmico

Fundações de máquinas e geradores de energia eólica, esforços gerados por terremotos, vibrações produzidas por veículos, vibrações produzidas em estruturas offshore são exemplos de problemas onde é importante o estudo do comportamento dinâmico dos solos. O principal parâmetro a ser considerado em estudos relacionados com a resposta dinâmica dos solos é o módulo de cisalhamento (G) que pode ser determinado por diversos ensaios tanto em campo como em laboratórios. (Barros et al., 1997a). Geralmente, ensaios de campo são mais precisos pois eliminam problemas associados à amostragem porque investigam *in situ* um grande volume de terreno de forma não invasiva e não destrutiva (Barros et al., 2012).

Por definição, o módulo de cisalhamento (G) é a relação entre a tensão cisalhante aplicada e a distorção por ela aplicada.

$$G = \frac{E}{2.(1+\upsilon)} \tag{6}$$

Na Figura 7 é apresentada a curva de tensão *versus* deformação de um corpo de prova submetido a um carregamento cisalhante cíclico simétrico com tensão inicial nula, chamada curva básica.





Fonte: Barros (1997).

Para uma dada deformação cisalhante, a inclinação da reta formada por qualquer ponto da curva e da origem é denominada módulo de cisalhamento secante G. A inclinação da reta tangente à curva na origem é denominado de módulo de cisalhamento máximo ou G_{max} . O módulo de cisalhamento secante (G) se aproxima do módulo de cisalhamento máximo (G_{max}) conforme as deformações vão diminuindo. Além disso, conforme a amplitude de deformação aumenta, o módulo de cisalhamento dinâmico diminui (Ponte, 2016).

Esse parâmetro é importante no estudo em questão porque os modelos que são utilizados para prever as respostas dos solos sujeitos a solicitações de cargas que variam no tempo, quase sempre, fazem uso dele. Além disso, esses modelos também precisam do coeficiente de poisson (v) do solo, porém é prática comum a adoção de um valor para esse parâmetro tendo como base apenas o tipo de solo. Por outro lado, para a determinação do módulo de cisalhamento dinâmico é necessária atenção especial (Morgan e Moore, 1968; Kramer, 1996). Isso se deve ao fato desse módulo ser muito dependente do nível de deformação do solo. Dessa forma, esse parâmetro não é de fácil determinação e possui uma faixa ampla de valores, se comparado ao coeficiente de Poisson (Moura, 2007).

Existem diversos ensaios de campo para a determinação desse parâmetro, destacandose os ensaios sísmicos, que são realizados de forma a determinar a velocidade da onda de propagação de cisalhamento (V_s). Uma vez determinada a velocidade de propagação, pode-se calcular o módulo de cisalhamento dinâmico máximo através da seguinte fórmula:

$$G = \rho V_S^2 \tag{7}$$

Para a determinação do módulo de cisalhamento dinâmico, é necessário que a análise seja compatível com o nível de deformação de cada problema específico. Ensaios de campo podem submeter o terreno a deformação incompatíveis com o problema em estudo, sendo os ensaios de laboratório uma alternativa nesses casos. (Moura, 2007).

A Figura 8 ilustra as ordens de grandeza das deformações cisalhantes para diversas situações onde existem carregamentos dinâmicos, com as quais as deformações das análises do solo devem ser compatíveis para dado problema.



Figura 8. Deformações cisalhantes para diversos problemas dinâmicos.

Fonte: (Barros, 1997, adaptado de Woods em 1978, Massarsch em 1983 e Carruba e Maugeri em 1988)

O ensaio mais confiável para a obtenção do módulo de cisalhamento dinâmico máximo é o método de "Cross-Hole" ou ensaio sísmico (Barros, 1997), que consiste na medição da velocidade de propagação de uma onda entre dois ou mais furos executados a uma mesma profundidade da superfície do solo. Entretanto, para a realização desse ensaio é necessária a realização de dois furos, o que torna o ensaio oneroso. Também são utilizados os ensaios dinâmicos "Up-Hole" e "Down-Hole" que são versões mais econômicas do "Cross-Hole", necessitando de apenas um furo. O módulo de cisalhamento também é obtido, de forma simplificada com ensaios estáticos, que podem apresentar grandes deformações e resultar em erros que podem prejudicar significativamente a análise dinâmica (Ponte, 2016).

Segundo Machado (2010), o módulo de cisalhamento de um solo é afetado pela:

- índice de vazios;
- tensão efetiva;
- razão de sobreadensamento;
- duração do confinamento;
- grau de saturação;
- cimentação das partículas;
- número de ciclos de carga dinâmica;
- intensidade da carga dinâmica;
- pré-deformação dinâmica.

2.6 Razão de amortecimento

O amortecimento é o fenômeno pelo qual a energia mecânica de um sistema é dissipada. Esse fenômeno determina a amplitude de vibração na ressonância e o tempo de

persistência da vibração depois de cessada a vibração. É classificado em interno e externo. Sendo o interno correspondente a dissipação devida as características tensão-deformaçãotempo e o externo corresponde a dissipação que ocorre no maciço de solo considerado semiinfinito a partir da interface da fundação.

Nas formulações das equações de movimento harmônico, o amortecimento é representado pelo coeficiente de amortecimento (c). Na literatura de dinâmica dos solos, o amortecimento é representado pela razão de amortecimento (D), que consiste na razão entre o coeficiente de amortecimento e o coeficiente de amortecimento crítico:

$$D = \frac{c}{c_{cr}}$$
(8)

onde

$$c = 2.\sqrt{k.m} \tag{9}$$

A determinação da razão de amortecimento (D) é feita por meio de ensaios de laboratório sendo que os ensaios mais utilizados são o da coluna ressonante e os ensaios cíclicos. São fatores que afetam a razão de amortecimento: a deformação cisalhante, pressão de confinamento e índice de plasticidade (Moura, 2007).

2.7.1 Métodos empíricos para determinação das frequências naturais

Costa (1988) recomenda que as vibrações das fundações sejam calculadas por métodos empíricos apenas na fase preliminar dos projetos. Almeida Neto (1989) recomenda a utilização de métodos mais precisos que considerem as características do solo relevantes para vibrações, pois fundações de máquinas projetadas por esse tipo de método, quase sempre, excluem esse tipo de parâmetros.

São exemplos desses métodos, o de Tschebotarioff e Ward (1948), Alpan (1961) e o método do *German Research Society of Soil Mechanics*.

2.7.1.1 Método do German Research Society of Soil Mechanics

Também conhecido como DEGEBO, esse método foi proposto a partir de pesquisas realizadas no início do século XX, através de um oscilador mecânico com quatro massas excêntricas atuantes no modo vertical e torcional. Essa pesquisa resultou em uma lista frequências de vibração para uma grande variedade de solos, ilustradas na Tabela 2.

Network de este	Freqüências naturais			
Natureza do solo	Hz	ciclos/ min		
camada de 1,8m de turfa sobre areia	12,5	750		
camada de 1,8 m de aterro antigo formado de areia	19,1	1145		
areia pedregulhosa com lentes de argila	19,4	1165		
aterro antigo de escória, bem compactado pelo tráfego	21,3	1280		
aterro muito antigo, bem compactado, de areia argilosa	21,7	1300		
argila terciária úmida	21,8	1310		
argila liásica úmida	23,8	1430		
areia média, muito uniforme, amarela	24,1	1445		
areia fina com 30% de areia média	24,2	1455		
areia grossa uniforme	26,2	1570		
areia compactada não uniforme	26,7	1600		
argila terciária bastante seca	27,5	1650		
argila dura	28,1	1685		
calcário, rocha indeformada	30,0	1800		
arenito indeformado	34,0	2040		

Tabela 2. Frequências de vibração naturais obtidas pelo método DEGEBO.

Fonte: Moura (2007).

2.7.1.2 Métodos que consideram o solo como um semi-espaço elástico

As vibrações de uma sapata podem ser estudadas considerando um corpo rígido situado na superfície do solo modelado por um semi-espaço de dimensões infinitas, homogêneo e isótropo, utilizando as relações de tensões-deformações da teoria do semi-espaço elástico, utilizando o módulo de cisalhamento dinâmico e o coeficiente de Poisson para caracterizar o solo. O método admite apenas pequenas deformações para que seja preservado o comportamento elástico e dissipação de energia representada pelo amortecimento, utilizando-se da teoria de propagação das ondas, Moura (2007).

Os parâmetros necessários para a aplicação do método são:

- Módulo de deformação cisalhante (G);

- Coeficiente de Poisson (v);
- Densidade (ρ).

Lysmer e Richart (1966) relacionam os métodos que consideram o solo como um semi-espaço elástico. As constantes presentes no método são:

$$k_z = \frac{4.G.r_0}{1-v}$$
(10)

$$c = \frac{3.4 \cdot r_0^2}{1 - \nu} \sqrt{G.\rho}$$
(11)

Substituindo-se as constantes propostas na equação geral do movimento, obtém-se a seguinte expressão para a equação do movimento de uma fundação de máquina circular de raio r_0 :

$$m\frac{d^{2}z}{dt^{2}} + \frac{3.4.r_{0}^{2}}{1-\nu}\sqrt{G.\rho}\frac{dz}{dt} + \frac{4.G.r_{0}}{1-\nu}z = Q$$
(12)

Onde:

m é a massa da máquina e da fundação;

Q é a força de excitação aplicada.

Resolvendo-se a equação, obtém-se a frequência natural (f_n) para a oscilação nãoamortecida, a frequência amortecida (f_n) e a máxima amplitude de deslocamento (A_z) , expressas pelas seguintes equações:

$$f_{n} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{4.G.r_{0}}{(1-v).m}}$$
(13)

$$\mathbf{f'}_{n} = \mathbf{f}_{n} \sqrt{1 - \mathbf{D}^2} \tag{14}$$

$$A_{z} = \frac{Q_{0}(1 - \nu)}{4.G.r_{0}} \cdot \frac{B_{z}}{0.85.(B_{z} - 0.18)}$$
(15)

Onde B_z é a razão de massa modificada e D a razão de amortecimento:

$$B_z = \frac{1 - \nu}{4} \cdot \frac{m}{\rho \cdot r_0^2} \tag{16}$$

$$\mathbf{D} = \frac{0.425}{\sqrt{\mathbf{B}_z}} \tag{17}$$

2.7.1.3 Métodos que consideram o solo como um conjunto de molas lineares sem peso

Os métodos que consideram o solo como um conjunto de molas lineares sem peso desconsideram o efeito do amortecimento e do peso das molas nas vibrações da estrutura, ou seja, tem-se que na Equação (7) a constante de amortecimento c é nula (Bernhardt, 2016). O amortecimento pode ser desprezado, a favor da segurança, porém deve ser evitada a faixa de ressonância no projeto de fundações (Tschebotarioff, 1978).

Pelo método de Barkan (1962), a frequência natural de vibração da fundação pode ser obtida pela seguinte equação:

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{c_z A}{m}}$$
(18)

Onde cz é o coeficiente de compressão elástica:

$$c_z = \frac{c_s.C}{\sqrt{A}} \tag{19}$$

Onde

$$c_{s} = \frac{\pi \sqrt{L/B}}{\ln \frac{\sqrt{1 + (L/B)^{2} + L/B}}{\sqrt{1 + (L/B)^{2} - L/B}} + \frac{L}{B} \cdot \ln \frac{\sqrt{1 + (L/B)^{2} + L/B}}{\sqrt{1 + (L/B)^{2} - L/B}} - \frac{2}{3} \left\{ \frac{\left[1 + (L/B)^{2}\right]^{3/2} - \left[1 + (L/B)^{3}\right]}{L/B} \right\}}{L/B}$$
(20)
$$C = \frac{E}{1 - \nu^{2}}$$
(21)

A amplitude de vibração é determinada pela seguinte equação:

$$A_{z} = \frac{F_{z}}{m.(w''-w''^{2})}$$
(22)

2.8 Métodos numéricos

A utilização de métodos numéricos em problemas de engenharia avançou rapidamente devido ao grande desenvolvimento dos softwares capazes de resolver sistemas de equações diferenciais complexas. Na mecânica dos solos, dificuldades como meio não-homogêneo, comportamento não-linear, condições de tensões "in-situ", variações espaciais e temporais das propriedades do solo, geometrias arbitrarias, descontinuidades tornam os problemas difíceis de serem resolvidos analiticamente. Os métodos numéricos são uma alternativa para as soluções, pois permitem, muitas vezes, soluções coerentes com métodos consagrados e com menor custo e também são utilizados para avaliar comportamentos que diferem das previsões (Vendruscolo, 1996).

2.8.1 Métodos dos elementos finitos

O método dos elementos finitos consiste em subdividir o domínio do problema em um número finito de subdomínios para que sejam determinados sistemas de interpolação para os valores das variáveis de campo dento dos elementos. Em seguida, o sistema de equações diferenciais é substituído por um sistema de equações algébricas em que são conhecidos os valores das variáveis nos pontos nodais (VENDRUSCOLO, 1996). A resolução de um problema geotécnico através desse método consiste nas seguintes etapas:

- Discretização da malha: divisão do domínio em subdomínios. Elementos triangulares e quadriláteros são geralmente utilizados para a discretização de problemas unidimensionais e bidimensionais. Tetraedros e hexaedros para problemas tridimensionais. Quanto maior o número de elementos em que a malha for discretizada, mais refinado é o modelo e maior a precisão. Entretanto, um número elevado de subdomínios requer mais capacidade e tempo de processamento por parte do computador. - Seleção de funções forma: consiste na escolha das variáveis incógnitas dentro dos elementos da malha discretizada.

- Derivação das equações correspondentes ao elemento: definições das equações que definem as propriedades de um elemento. Nesta etapa são utilizados diferentes procedimentos para a dedução das equações como o princípio dos trabalhos virtuais e o método da rigidez direta.

- Montagem do sistema global de equações: essa etapa é realizada através de equações de compatibilidade aplicadas nos nós dos elementos.

 Resolução do sistema de equações: determinação do valor das incógnitas nodais. A partir desses valores podem ser determinadas outras magnitudes, como tensões e deformações.

2.9 Análise Modal

Análise modal é uma técnica utilizada para a determinação das características de vibração natural de uma estrutura. São elas as frequências naturais, os formatos dos modos de vibração e a quantidade de massa que participa da vibração em uma determinada direção. É a análise dinâmica mais básica e seus resultados são utilizados nos demais. É realizada para que se possa evitar vibrações ressonantes ou em determinadas frequências que devam ser evitadas. Além disso, através dela, os engenheiros podem ter uma ideia de como a estrutura responderá a vários tipos de carregamentos. O ponto de partida dessa análise é a equação de movimento de um sistema massa mola amortecido:

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = p(t) \tag{24}$$

Para determinar as vibrações naturais (vibrações livres), iguala-se a força p(t)

a zero:

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = 0 \tag{25}$$

A solução dessa equação tem o seguinte formato:

$$u(t) = Ge^{st} \tag{26}$$

Substituindo a equação (27) na (25), obtém-se:

$$(ms^2 + cs + k)Ge^{st} = 0 \tag{27}$$

Dividindo ambos os lados por Ge^{st} e notando que

$$\omega^2 = \frac{k}{m} \tag{28}$$

É obtida a seguinte equação:

$$s^2 + \frac{c}{m}s + \omega^2 = 0 \tag{29}$$

. . .

- - -

O valor de s nessa equação vai depender do amortecimento do sistema c; Para sistemas não-amortecidos, c = 0:

$$s = \pm i\omega \tag{30}$$

Logo a resposta fornecida pela equação (26) é:

$$u(t) = G_1 e^{i\omega t} + G_2 e^{-i\omega t}$$
(31)

 G_1 e G_2 dependem da amplitude do movimento. Para se escrever a equação de uma forma mais convencional, é aplicada a equação de Euler:

$$e^{\pm i\omega t} = \cos \omega t \pm i sen \omega t \tag{32}$$

Dessa forma, pode-se escrever:

$$u(t) = Asen\omega t + B\cos\omega t \tag{33}$$

Se t=0, $u(0) = B e \dot{u}(0) = A$. Portanto, a equação se torna:

$$u(t) = \frac{\dot{u}(0)}{\omega} \operatorname{sen}\omega t + u(0)\cos\omega t$$
(34)

Essa solução é um movimento harmônico simples, representado graficamente por:

Figura 9. Vibração livre de um sistema não-amortecido.



Fonte: Clough e Penzien (1975).

A frequência e o período desse movimento são dados por:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} \tag{35}$$

$$T = \frac{1}{f} \tag{36}$$

Usualmente a frequência é medida em rpm ou Hertz, enquanto que o período é medido em segundos.

O movimento da equação (34) apresenta amplitude dada por:

$$\rho = \sqrt{\left[u(0)^2 + \left[\frac{\dot{u}(0)}{\omega}\right]^2\right]^2}$$
(37)

E ângulo de fase:

$$\theta = \tan^{-1} \frac{\dot{u}(0)}{\omega u(0)} \tag{38}$$

O desenvolvimento das Equações (24) a (38) está em Clough e Penzien (1975).

2.9.1 Análise modal – método computacional

Pode-se realizar análise modal em sistemas estruturais com materiais de propriedades mecânicas lineares. Em uma análise dessa natureza, não existem forças atuando no sistema e são calculados os modos de vibração livres. A solução desenvolvida pelo software começa pela equação (39) geral de movimento

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{F\}$$
(39)

Partindo da premissa de que não existem vibrações forçadas e ignorando o amortecimento:

$$[M]\{\ddot{u}\} + [K]\{u\} = 0 \tag{40}$$

Considerando que os deslocamentos se dão em regime harmônico:

$$\{u\} = \{\phi\}_i \operatorname{sen}(\omega_i t + \theta_i) \tag{41}$$

$$\{\dot{u}\} = \omega_i \{\phi\}_i \operatorname{sen}(\omega_i t + \theta_i) \tag{42}$$

$$\{\ddot{u}\} = -\omega_i^2 \{\phi\}_i \operatorname{sen}(\omega_i t + \theta_i)$$
(43)

Substituindo as equações (41), (42) e (43) na equação (40), obtém-se:

$$-\omega_i^2[M]\{\phi\}_i \operatorname{sen}(\omega_i t + \theta_i) + [K]\{\phi\}_i \operatorname{sen}(\omega_i t + \theta_i) = \{0\}$$

$$\tag{44}$$

$$(-\omega_i^2[M] + [K])\{\phi\}_i = \{0\}$$
(45)

A igualdade é satisfeita se $\{\phi\}_i$ (corpo sem vibrações) ou se:

$$\det([K] - \varpi_i^2[M]) = \{0\}$$
(46)

A equação é resolvida pelo sistema de acordo com as matrizes de rigidez e massa de cada modelo particular. Também é calculada a quantidade de massa que se move em cada direção axial, através da resolução da equação (47):

$$\gamma_i = \{\phi\}_i^T [M]\{D\} \tag{47}$$

· · - ·

A análise modal pode ser afetada pelo estado de tensão da estrutura. Dessa forma, é necessário a realização de uma análise estática prévia que será ponto de partida da análise

modal. Dessa forma, é calculada a matriz de rigidez de tensão-rigidez [S] da estrutura. A matriz é incluída na análise:

$$([K+S] - \omega_i^2[M])\{\phi\}_i = \{0\}$$
(48)

É importante ressaltar que a análise modal fornece apenas as tensões modais, não são calculadas as tensões estáticas nesse momento e sim na etapa prévia. As equações (39) a (48) foram retiradas de ANSYS (2009).

2.10 Análise harmônica

A seguir, será descrito o processo realizado para a realização da análise harmônica para sistemas amortecidos e não-amortecidos.

2.10.1 Sistemas não-amortecidos

Considerando o objeto de massa *m* apresentado na figura 1a a seguir sujeito a um carregamento senoidal variável p(t) com magnitude máxima de p_o frequência ω :

Figura 10. Sistema massa mola com amortecimento.



Fonte: Clough e Penzien (1975).

A equação (49) descreve o movimento do sistema:

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = p\sin\omega t \tag{49}$$

Antes de se analisar o sistema com amortecimento, será considerada a equação (50) do movimento não-amortecido:

$$m\ddot{u}(t) + ku(t) = p\sin\omega t \tag{50}$$

Essa equação tem uma solução completar derivada de uma análise modal que deve ser realizada antes da análise harmônica:

$$u_c(t) = A\cos \omega t + Bsen\omega t$$

A solução geral dessa equação deve incluir também uma solução que depende do carregamento dinâmico ao qual o sistema está submetido. Caso o carregamento seja

harmônico, é razoável assumir que o movimento correspondente é também harmônico e está em fase com o carregamento, portanto a solução particular é:

$$u_p(t) = Csen\,\varpi t \tag{51}$$

Onde C é a amplitude a ser avaliada a seguir. Substituindo a equação 4 na 2, obtém-se:

$$-m\sigma^2 Csen\sigma t + kCsen\sigma t = p_o + sen\sigma t \tag{52}$$

Simplificando a equação e fazendo $\varpi^2 = k/m$, determina-se C:

$$C = \frac{p_o}{k} \left[\frac{1}{1 - \beta^2} \right]$$
(53)

Onde β é a razão entre a frequência do carregamento harmônico e a frequência de vibração natural:

$$\beta = \varpi \,/\, \omega \tag{54}$$

A solução geral da equação (50) é obtida ao se combinar as soluções complementares e particulares e usando a equação (53). Dessa forma, a solução é descrita na equação (55):

$$u(t) = u_{c}(t) + u_{p}(t) = A\cos\omega t + Bsen\omega t + \frac{p_{o}}{k} \left[\frac{1}{1-\beta^{2}}\right]sen\,\omega t$$
(55)

Onde os valores de A e B dependem da condição em que a resposta foi iniciada. Usando como exemplo um sistema começando a ser carregado do repouso, tem-se $u(0) = \dot{u}(0) = 0$, logo:

$$A = 0 \tag{56}$$

$$B = -\frac{p_o \beta}{k} \left[\frac{1}{1 - \beta^2} \right] \tag{57}$$

Nesse caso, a resposta é descrita segundo a equação (58):

$$u(t) = \frac{p_o}{k} \left[\frac{1}{1 - \beta^2} \right] (sen \, \varpi t - \beta sen \, \omega t)$$
⁽⁵⁸⁾

Onde $p_o/k = u_{st}$ é o deslocamento que seria produzido pelo carregamento de magnitude p_o aplicado estaticamente e $1/(1-\beta^2)$ é o fator de majoração que representa a amplificação do efeito de um carregamento aplicado harmonicamente. Nessa equação, *sen* ϖt representa a componente da resposta que está na frequência do carregamento. A parcela $\beta sen\omega t$ representa a componente da resposta na condição de vibração natural do sistema, controlada pelas condições iniciais do sistema, sem carregamento aplicado.

Uma medida interessante para a análise seria a razão entre o deslocamento causado por um carregamento dinâmico e estático, definida pela equação (59)

$$R(t) = \frac{u(t)}{u_{st}} = \frac{u(t)}{p_o/k}$$
(59)

Para o caso analisado, essa relação é dada por:

$$R(t) = \left[\frac{1}{1 - \beta^2}\right] (sen\,\varpi t - \beta sen\,\omega t)$$
⁽⁶⁰⁾

O desenvolvimento das equações (49) a (60) está em Clough e Penzien (1975).

2.10.2 Sistema Amortecido

Considerando agora um sistema amortecido com uma constante de amortecimento c = $m 2\xi\omega$, a equação de movimento do sistema é descrita como:

$$\ddot{u}(t) = 2\xi \omega \dot{u}(t) + \omega^2 u(t) = \frac{p_o}{m} \operatorname{sen} \varpi t$$
(61)

A solução complementar dessa equação é a resposta do sistema não-amortecido, dado pela equação (62):

$$u_{c}(t) = e^{-\xi\omega t} \left(Asen \omega_{D} + t + B\cos \omega_{D} t \right)$$
(62)

A solução particular é dada por:

$$u_{p}(t) = G_{1} sen \, \overline{\varpi}t + G_{2} \cos \overline{\varpi}_{D}t \tag{63}$$

Substituindo a equação (63) na (61), determinam-se as constantes:

$$G_1 = \frac{p_o}{k} \frac{1 - \beta^2}{(1 - \beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2}$$
(64)

$$G_2 = \frac{p_o}{k} \frac{-2\xi\beta}{(1-\beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2}$$
(65)

Substituindo essas constantes a solução particular e combinando com a solução complementar, obtém-se a equação do movimento para o sistema amortecido:

$$u(t) = e^{-\xi \omega t} (Asen \omega_D + t + B \cos \omega_D t) +$$

$$\frac{p_o}{k} \frac{1}{(1 - \beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2} \left[(1 - \beta^2) sen \, \overline{\omega} t - 2\xi\beta \cos \overline{\omega} t \right]$$
(66)

As equações (49) a (66) estão presentes em Clough e Penzien (1975).

2.10.3 Análise harmônica – método computacional

Análise harmônica é o tipo de análise dinâmica que estuda o comportamento de uma estrutura submetida a carregamentos harmônicos. A estrutura é modelada e são aplicadas cargas senoidais de magnitude e frequências pré-determinadas. Podem ser aplicadas cargas em fase ou fora de fase. Como resultado da análise, são obtidos deslocamentos harmônicos para cada grau de liberdade, geralmente fora de fase com os carregamentos; além das tensões no sistema. A análise harmônica é realizada para que seja verificado se uma determinada estrutura é capaz de suportar carregamentos harmônicos a diferentes frequências e para evitar que o fenômeno de ressonância ocorra na estrutura. A análise começa a partir da equação (39), assumindo que $\{F\}$ e $\{u\}$ variam harmonicamente, em uma determinada frequência Ω , com ângulo de fase ψ . Dessa forma:

$$\{F\} = \{F_{\max} e^{i\psi}\} e^{i\Omega t}$$

$$\{F\} = \{F_{\max} (\cos\psi + isen\psi)\} e^{i\Omega t}$$

$$\{F\} = (\{F_1\} + i\{F_2\}) e^{i\Omega t}$$

$$\{u\} = \{u_{\max} e^{i\psi}\} e^{i\Omega t}$$

$$\{u\} = \{u_{\max} (\cos\psi + isen\psi)\} e^{i\Omega t}$$

$$\{u\} = (\{u_1\} + i\{u_2\}) e^{i\Omega t}$$
(67)

Derivando o deslocamento duas vezes:

$$\{u\} = (\{u_1\} + i\{u_2\})e^{i\Omega t}$$
(69)

$$\{\dot{u}\} = i\Omega(\{u_1\} + i\{u_2\})e^{i\Omega t}$$
(10)

$$\{\ddot{u}\} = -\Omega^2(\{u_1\} + i\{u_2\})e^{i\Omega t}$$
(71)

Substituindo as equações (69), (10) e (71) na equação (39), obtém-se:

$$(-\Omega^{2}[M] + i\Omega[C] + [K])(\{u_{1} + i\{u_{2}\}) = (\{F_{1}\} + i\{F_{2}\})$$
(72)

Essa equação é resolvida pelo sistema para obter os resultados da análise. As equações (67) a (72) foram retiradas de ANSYS (2009).

3. METODOLOGIA

Este capítulo apresenta primeiramente a descrição geral etapas realizadas no desenvolvimento do presente estudo. Em seguida, são apresentados os dados de entrada utilizados para o desenvolvimento das análises que foram retirados do estudo base de Moura (2007). Tais dados são referentes à localização do aerogerador em questão (aerogerador nº 7), cargas de vento, características da máquina e estrutura analisadas e características do solo sobre o qual se apoia o conjunto. Em seguida, é apresentado o modelo desenvolvido e validado por Bernhardt (2016) e as adaptações realizadas antes de se prosseguir com as análises dinâmicas. Finalmente, são apresentadas as etapas das análises modal e harmônica.

3.1 Etapas do Estudo

Primeiramente, tendo em vista a situação problema, foi realizada uma pesquisa sobre dinâmica de fundações, com foco no comportamento dinâmico dos solos e características relevantes para análises dinâmicas. Com base nos manuais do software *ANSYS*, foi realizada pesquisa sobre os métodos utilizados para a análise computacional. As informações coletadas estão escritas no capítulo de revisão bibliográfica do presente trabalho. Em seguida, foram coletados os dados relevantes para as análises. Finalmente, foi adaptado o modelo de Bernhardt (2016) e foram realizadas as análises. Os resultados foram coletados e são apresentados no capítulo de resultados desse estudo, comparando-se com estudos anteriores.

3.1.1 Localização

O aerogerador analisado localiza-se no município de São Gonçalo do Amarante, a 60 km de Fortaleza, no Parque Eólico Taíba que possui potência nominal de 5 MW. A Figura 11 e a Figura 12 apresentam a localização do parque eólico.





Fonte: Google Maps (2017).



Figura 12. Localização Parque Eólico Taíba.

Fonte: Google Maps (2017).

3.1.2 Caracterização do solo

Para o trabalho de Moura (2007) foram realizadas caracterizações geológicas e geotécnicas do local estudado a partir de ensaios de laboratório e de campo. O local é uma larga faixa clara de dunas situada sobre a Formação Barreiras. O solo é composto por areia homogênea em estado compacto a muito compacto.

A Tabela 3 e Figura 13 apresentam os resultados dos ensaios de granulometria realizados com amostras retiradas do solo sobre o qual a turbina eólica se apoia:

]	Fabela 3.	Resultado	do ei	nsaio	de g	ranulometria.	
			10	11.000	1. 1. 1. 1. 1. 1. 1. 1. 1. 1. 1. 1. 1. 1	1214 12	

Granulometria (% passando)													
Peneiramento Grosso							Pe	eneiran	nento	Fino			
2"1	1/2"	1"	3/4"	1/2"	3/8"	n° 4	nº 10	nº 16	n° 30	n [°] 40	n° 60	n° 100	n° 200
100	100	100	100	100	100	100	100	100	99	91	50	5	0

Fonte: Moura (2007).

Figura 13. Curva granulométrica do material em estudo.



Fonte: Moura (2007).

A partir desse resultado, utilizando o Sistema Unificado de Classificação de Solos, as amostras são classificadas como SP, areia mal graduada.

Foram realizadas também ensaios de sondagem à percussão SPT ao redor do aerogerador para a caracterização do perfil de resistência do solo. A locação dos furos e o resultado dos ensaios são apresentados na Figura 14.











Fonte: Moura (2007).

De posse do resultado desses 4 ensaios, Moura (2007) traça o perfil de resistência médio correspondente e realiza a correção da energia através do equipamento *SPT analyzer*. O resultado é mostrado na Figura 16.



Figura 16. Perfil de resistência média corrigido.

Fonte: Moura (2007).

Fazendo uso das correlações realizadas por Peck et al. (1953), Moura (2007) estimou o ângulo de atrito (ϕ) em função do N_{spt} corrigido, conforme a Tabela 4:

Profundidade (m)	Nspt Corrigido	Âng. Atrito (¢)
1	28	36
2	34	37
3	33	37
4	42	39
5	46	40
6	47	40
7	49	41
8	51	41

Tabela 4. Ângulos de atrito em função do Nspt.

Fonte: Bernhardt (2016) adaptado de Moura (2007).

3.1.3 Características do Aerogerador

O aerogerador em estudo é o número 7, em um total de 10, do Parque Eólico da Taíba, que possui potência nominal de 5 MW. A figura seguinte indica a localização da turbina dentro do parque:





Moura (2007) descreve as características técnicas do conjunto aerogerador fundação do estudo:

Todos os aerogeradores da usina eólica da Taíba são da marca Wobben Windpower/Enercon, modelo E-40, potência nominal de 500 kW, diâmetro do rotor de 4,2m, altura do eixo de 46,2m, com controle ativo de ângulo de passo das pás na frente da torre, sentido horário de rotação, com três pás cada uma, com um comprimento de 18,9m e pesando 13 kN. As pás são de fibra de vidro reforçado com epoxi. O gerador apresenta eixo horizontal e pesa 136 kN.

As fundações dos aerogeradores são sapatas quadradas de concreto armado, de 9m de lado e 1,5m de altura. As torres medem 44m de altura, são feitas de aço com 2,54cm de espessura e pesam 359 kN. O diâmetro da torre na base é de 2,5m e na altura máxima de 1,2m. A nacele dos aerogeradores é o compartimento localizado no topo da torre que abriga o gerador, o multiplicador de velocidades, o freio mecânico e os eixos. A nacele é feita de fibra de vidro, apresenta diâmetro de 4,4m, comprimento de 6,7m e pesa 129 kN.

Considerando-se que o peso específico do concreto armado seja de 25 kN/m3, verifica-se que o peso das fundações de cada aerogerador é de cerca de 3038 kN. Adicionando-se a esse o peso da torre, 359 kN, da nacele, 129 kN, do gerador, 136 kN e das três pás, 39 kN estima-se um peso total de 3700 kN, para cada aerogerador.

Ponte (2014) organizou os pesos das partes componentes do aerogerador na

Tabela 5.

Componentes	Peso (kN)	Massa (kg)
Fundação	3038	303800,0
Pás	39	3900,0
Gerador	136	13600,0
Torre	359	35900,0
Nacele	129	12900,0
Fundação + Máquina	3701	370100,0

Tabela 5. Pesos das partes componentes do aeogerador e fundação.

Fonte: Moura (2007).

3.1.4 Cargas de vento

Para estudar o efeito que o vento produzia no aerogerador em questão, Moura (2007) realizou uma série de ensaios na torre analisada. Para tanto, monitorou-se a estrutura com acelerômetros, extensômetros elétricos e um anemômetro, como ilustrado na Figura 18.

Figura 18. Esquema da instrumentação utilizada no monitoramento.



Fonte: Moura (2007).

Também foi realizado por Moura (2007) ensaio de túnel de vento de circuito aberto, alta intensidade turbulenta e baixa velocidade do Laboratório de Mecânica da Turbulência da COPPE/UFRJ simulando o aerogerador em questão com o objetivo de determinar o coeficiente de arrasto da turbina e as cargas de pico. De posse dos resultados das medições em campo e do ensaio do túnel de vento o autor calculou a força de arrasto do vento e o momento que o vento produz na base da torre através de estimativa por extrapolação, simulação numérica, pelo método da NBR 6123/87 e através do modelo reduzido no túnel de vento. Os resultados são apresentados na Tabela 6.

	Tipo de Esforço			
Método	Força de Arrasto (kN)	Momento (kNm)		
Média das extrapolações por medidas de campo	456,9	21108,8		
Simulação numérica	655	28804		
NBR 6123/87 modificada	556	25687		
Túnel de vento	691	31924,2		

Tabela 6. Esforços de vento atuantes no aerogerador para a velocidade de 25 m/s.

Fonte: Moura (2007).

Para a presente análise, a favor da segurança, a simulação foi realizada com os esforços obtidos pelos ensaios do túnel de vento. Dessa força, a força horizontal foi modelada com o valor de 691 kN, atuando a 46,2 m da face superior da fundação e o momento correspondente com o valor de 31.924,2 kN.m. Esses valores foram utilizados na modelagem como valores máximos dos carregamentos que variam harmonicamente. Dessa forma, a modelagem também segue a recomendação da NBR 6123/87 de utilizar os resultados dos ensaios de túnel de vento.

3.1.5 Modelo em elementos finitos

O modelo utilizado para as análises harmônica e modal do presente trabalho foi o mesmo elaborado e utilizado para a análise estática presente em Bernhardt (2016), com modificações. Em Bernhardt (2016) é apresentada detalhadamente a construção do modelo. Serão apresentadas aqui as características do modelo e as modificações realizadas.

3.1.5.1 Características geométricas

Apenas metade da fundação estudada foi modelada, pois existe simetria no sistema analisado. Isso reduz o custo de computação e permite a confecção de uma malha mais precisa, pois há uma limitação do número de nós. Na Figura 19 é apresentada a vista superior do modelo.

Figura 19. Vista superior.



Fonte: elaborado pelo autor (2017).

A porção em amarelo na Figura 19 corresponde ao solo, a porção em lilás é a sapata e a parte central circular em azul é a base metálica do aerogerador. A base circular possui 2,5 m de diâmetro, a sapata quadrada possui 9 m de lado. A Tabela 7 apresenta as dimensões do modelo com base nos eixos cartesianos da Figura 19.

Tabela 7. Dimensões do m	odelo.
--------------------------	--------

	X (m)	Y (m)	Z (m)
Solo	40	30	20
Fundação	2	1,5	4,5
Placa de Base	-	0,05	121

Fonte: Bernhardt (2016), modificado pelo autor (2017).

A Figura 20 apresenta a visa frontal do modelo, que corresponde a seção transversal do sistema solo-fundação.



Figura 20. Vista frontal do modelo.

Fonte: elaborado pelo autor (2017).

3.1.5.2 Dados de materiais

Os dados dos materiais utilizados no modelo são apresentados na Tabela 8.

Tabela 8. Dados de materiai	s.
-----------------------------	----

Mate rial	Tipo	Densidade (kg/m³)	Módulo de elasticidade (MPa)	Módulo de cisalhamento (MPa)	Coeficiente de Poisson
Areia de Duna	Elástico Isotrópico	1.700	Variável	Variável	0,3
Concreto	Elástico Isotrópico	2.500	33.000	13.750	0,2
Aço	Elástico Isotrópico	7.850	200.000	76.923	0,3

Fonte: Bernhardt (2016).

Os valores dos módulos de elasticidade e cisalhamento variam de acordo com a profundidade do material. O software calcula o módulo de cisalhamento a partir do módulo de cisalhamento, com base na teoria da elasticidade. Uma das diferenças em relação à análise estática, é a transformação do módulo de cisalhamento (G) em módulo de cisalhamento máximo (G_{max}), para a realização da análise modal e harmônica. Para tanto, transforma-se E em E_{max} . A variação de E_{max} com relação à profundidade ocorre segundo seguinte equação:

$$E = 67,7 y + 384,8 \tag{73}$$

Onde y é a profundidade, sendo y = 0 a face superior do modelo. Os valores de G_{max} são baseados nos resultados de campo obtidos por Moura (2007).

3.1.5.3 Análise Modal

Para a realização da análise modal, utilizou-se como ponto de partida a análise estática presente em Bernhardt (2016). Foram escolhidos os 6 primeiros modos de vibração para serem calculados, pois outros modos apresentam frequências de vibração muito distantes da frequência de operação a máquina.

3.1.5.4 Análise Harmônica

Para a análise harmônica, é necessário considerar o amortecimento do sistema. Dessa forma, foi utilizada a razão de amortecimento do sistema D = 0,36, presente em Lysmer e Richart (1966).

Nessa etapa, as cargas de vento são modeladas como um carregamento harmônico, diferente da análise estática realizada por Bernhardt (2016), onde as cargas foram modeladas como estáticas. Dessa forma, a pressão de arrasto e o momento causado pelo vento atuam variando harmonicamente e as cargas de vento estáticas são substituídas. As cargas verticais do peso do aerogerador e da fundação são majoradas, multiplicando-se por 3, assim como em Bernhardt (2016) e Moura (2007), pois essas cargas são afetadas pela ação do vento. As magnitudes máximas dos carregamentos são descritas no item 3.1.4. As Figuras 21 e 22 ilustram a aplicação do momento e da pressão de arrasto na base do aerogerador representados pelas setas vermelhas.



Figura 21. Momento atuando na base.

Fonte: Elaborado pelo autor (2017).





Fonte: elaborado pelo autor (2017).

A análise foi executada para o cálculo de tensões e recalques causados com as cargas do vento variando e foram extraídos os valores máximos, apresentados no próximo capítulo.

4. APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

A seguir serão apresentados os resultados obtidos nas análises harmônica e modal, comparando com Bernhardt (2016) quando cabível.

4.1 Resultados da análise harmônica

Nesta etapa, são apresentados os resultados máximos para tensão normal no solo recalques obtidos com o momento e a pressão de arrasto do vento variando harmonicamente.

4.1.1 Tensões verticais

Para a leitura das tensões verticais no solo, foram definidas três retas com origem na base da fundação. A reta A que se inicia no bordo central esquerdo, a reta B que se inicia no centro e a reta C que se inicia no bordo central direito. Todas as retas vão até 16,5 m de profundidade. É definida também uma reta horizontal para a leitura das tensões no eixo da base da fundação. As retas são ilustradas na Figura 23.



Figura 23. Retas para leitura de resultados.

Fonte: elaborado pelo autor (2017).

Em primeiro lugar, são apresentados os acréscimos de tensão provocados pelas cargas estáticas e dinâmicas, sem o efeito do peso próprio do solo. Em seguida, os resultados de acréscimo de tensão são somados com o peso próprio do solo. Os resultados máximos obtidos para acréscimo de tensões verticais são apresentados na Figura 24.



Figura 24. Perfil de tensões no solo.

Fonte: Elaborado pelo autor (2017).

Vale ressaltar que os resultados obtidos variam com o tempo e com a frequência do carregamento. Os valores apresentados são os máximos obtidos na análise, que ocorrem quando o carregamento varia harmonicamente na frequência de 5 Hz. A seguir, na Figura 25, os resultados obtidos são plotados junto com os resultados de Bernhardt (2016), que modelou as cargas de vento como estáticas.



Figura 25. Perfil de tensões no solo - Comparação.

Observa-se que os resultados máximos obtidos com a análise harmônica se aproximam bastante dos obtidos com a análise de Bernhardt (2016).

Fonte: Elaborado pelo autor (2017).

Na Figura 26, os acréscimos de tensões são adicionados às tensões geostáticas. É acrescentado também o valor das tensões geostáticas no centro sem o acréscimo provocado pelas cargas.



Figura 26. Tensões verticais totais.

Fonte: elaborado pelo autor (2017).

Como se pode observar na Figura 26, os efeitos das cargas de vento são maiores a menores profundidades. Por volta de 10 metros de profundidade, as tensões totais ficam próximas à tensão geostática.

Na Figura 27, são apresentados os resultados de tensão normal ao longo do comprimento da base da fundação, 15 cm acima da base, no seu eixo central, em comparação com Bernhardt (2016).



Figura 27. Tensões normais 15 cm acima da base.

Fonte: elaborado pelo autor (2017).

Na Figura 28, são apresentados os valores de tensões para uma reta no eixo central da fundação no solo, 15 cm abaixo da base:



Figura 28. Tensões Normais 15 cm abaixo da base.

Fonte: elaborado pelo autor (2017).

Os valores obtidos para as tensões normais, para os 15 cm acima da base da fundação, variam bastante de Bernhardt (2016), pois não há grande oscilações entre 2 e 6 m. Entretanto, no solo, para os 15 cm abaixo da base, os valores foram próximos.

O valor de maior tensão total obtido na análise foi de 284,8 kPa, a 35 cm abaixo da base da fundação, na direita. Para verificar a segurança à ruptura do solo, compara-se esse valor às tensões admissíveis do solo, apresentadas na Tabela 9.

Método	Tipo de dado utilizado	σ _{utm} (kPa)
Terzaghi e Peck (1967)	SPT	506
Meyerhof (1965)	SPT	410
Método prático	SPT	920
Ménard (1975)	PMT	1040
Vesic (1975)	Cisalhamento direto	2109
Terzaghi (1943)	Cisalhamento direto	4773

Fonte: Moura (2014).

Verifica-se que o solo está seguro em relação a ruptura, pois as tensões admissíveis são maiores do que a tensão calculada pela análise.

4.1.2 Recalques

. Os recalques foram calculados em duas etapas, levando em consideração cargas estáticas majoradas e depois levando em consideração cargas dinâmicas. O recalque produzido exclusivamente pelas cargas dinâmicas é ilustrado na Figura 29, em escala aumentada para o recalque.





Fonte: Elaborado pelo autor (2017).

Com o vento atuando da esquerda para direita da imagem, observa-se a tendência de arranque do lado esquerdo da fundação, porém, devido às cargas estáticas, isso não ocorre. Observa-se que o recalque produzido pela carga de vento ocorre do lado direito, com valorde 10,1 mm. A Tabela 10 apresenta os resultado de recalque total máximo e médio com Bernhardt (2016) e Moura (2007).

Tabela 10. Resultados de recalques.

	Recalque Máximo (mm)	Recalque Médio (mm)
Moura (2007)	19,0	8,0
Bernhardt (2016)	20,0	10,0
Análise Harmônica	21,0	10,5

Fonte: elaborado pelo autor (2017).

São observados resultados próximos das duas análises anteriores, com diferença de 1 e 2 mm para recalque máximo e de 0,5 e 2,5 mm para recalques médios.

4.2 Resultados da análise modal

4.2.1 Frequências dos modos de vibração naturais.

Os resultados de frequência de vibração para os seis primeiros modos de vibração são apresentados na Tabela 11.

Modos	Frequência (rpm)
Modo 1	491,4
Modo 2	561,0
Modo 3	825,6
Modo 4	3788,4
Modo 5	4262,4
Modo 6	5902,8

Tabela 11. Frequências dos modos de vibração.

Fonte: Elaborado pelo autor (2017).

Na Tabela 12 são apresentadas as frequências naturais de vibração, calculadas por outros autores, presentes em Moura (2007).

Tabela 12. Frequências	naturais o	de	vibração.
------------------------	------------	----	-----------

Moura (2007)						
	8	Lysmer	e Richart	Barkan		
DEGEBO	Alpan	sem amortecimento	com amortecimento	sem amortecimento	com amortecimento	
1455	404	1451	1355	1529	1162	

Fonte: Bernhadt (2016) modificado pelo autor (2017).

Observa-se que, para os primeiros modos de vibração, as frequências naturais encontradas são inferiores a todos os autores, com exceção de Alpan. Entretanto, todos os valores obtidos são suficientemente superiores às frequências de vibração da máquina, que está na faixa de 18 a 34 rpm.

4.2.2 Formato dos de vibração

A seguir será ilustrado como ocorre a vibração da fundação em cada um dos modos calculados. As imagens representam a seção transversal média da fundação, que apresenta simetria. As linhas negras no centro de desenho representam a posição original da fundação. Os eixos cartesianos são indicados no canto inferior direito de cada imagem. Os modos são apresentados em formato de vídeo no Anexo A.

4.2.2.1 Primeiro modo de vibração

O primeiro modo de vibração natural é apresentado nas Figuras 31e 32.



Figura 30. Primeiro modo de vibração.

Fonte: elaborado pelo autor (2017).





Fonte: elaborado pelo autor (2017).

Nesse modo, o movimento da vibração ocorre ao longo do eixo x, da esquerda para a direita e vice-versa. As maiores deformações ocorrem no centro do sistema, na porção vermelha, onde se localiza a fundação. Dessa forma, nesse modo, observa-se que as deformações são maiores na fundação do que no solo ao seu redor.

4.2.2.2 Segundo modo de vibração

O movimento nesse modo ocorre ao longo do eixo vertical, conforme ilustrado nas Figuras 32 e 33.





Fonte: elaborado pelo autor (2017).





Fonte: elaborado pelo autor (2017).

O movimento nesse modo ocorre ao longo do eixo vertical, como observado nas Figuras 32 e 33. As maiores deformações observadas na região da fundação, representados em cor vermelha.

4.2.2.3 Terceiro modo de vibração

O terceiro modo de vibração é apresentado nas Figuras 34 e 35.

Figura 34. Terceiro modo de vibração.



Fonte: elaborado pelo autor (2017).





Fonte: elaborado pelo autor (2017).

Nesse modo de vibração, observa-se, nas Figuras 34 e 35, que a fundação tende a girar em torno do eixo Z. Como se pode observar, as maiores deformações ocorrem nas interfaces laterais da fundação, em cor vermelha. Nesse caso, no centro da fundação, em azul, as deformações não ocorrem.

4.2.2.4 Quarto modo de vibração

O quarto modo de vibração é apresentado nas Figuras 36 e 37.

Figura 36. Quarto modo de vibração.



Fonte: elaborado pelo autor (2017).





Fonte: elaborado pelo autor (2017).

O movimento da fundação no quarto modo de vibração ocorre com as extremidades se movimentando em torno do centro, onde é localizada a base do aerogerador, conforme ilustrado nas Figuras 36 e 37.

4.2.2.5 Quinto modo de vibração

O quinto modo de vibração é apresentado nas Figuras 38 e 39.

Figura 38. Quinto modo de vibração.



Fonte: elaborado pelo autor (2017).





Fonte: elaborado pelo autor (2017).

No quinto modo de vibração, diferentemente do quarto, observa-se o movimento vertical da base do aerogerador, conforme ilustrado nas Figuras 38 e 39. As maiores deformações ocorrem nos vértices da fundação, em vermelho.

4.2.2.6 Sexto modo de vibração

O sexto modo de vibração ocorre conforme ilustrado nas Figuras 40 e 41.

Figura 40. Sexto modo de vibração.



Fonte: elaborado pelo autor.





Fonte: elaborado pelo autor (2017).

Nesse modo, o movimento dos bordos em torno do eixo z, de forma alternada, conforme ilustrado nas Figuras 40 e 41. São observados, em amarelo, que as maiores deformações ocorrem nos vértices e no centro da fundação. Vale ressaltar que essa é a vista da seção transversal.

5. Conclusões

Ao se comparar os resultados para tensões e recalques máximos obtidos na análise harmônica com as análises de Moura (2007) e Bernhardt (2016), verifica-se similaridade. Isso indica que os efeitos obtidos com as cargas de vento sendo modeladas como carregamentos harmônicos ficam próximos dos efeitos obtidos quando essas cargas são consideradas estáticas para a maior parte das regiões do modelo analisadas.

Comparando-se os resultados para tensões normais na fundação, 15 cm acima da base, não se verifica oscilações entre as distâncias de 2 e 7 m, como obtido pela modelagem Bernhardt (2016). Nesse caso, a modelagem por cargas harmônicas se aproxima dos resultados obtidos por Moura (2007).

As frequências naturais para os três primeiros modos de vibrações calculados têm valores abaixo daquelas encontradas por Lysmer e Richart, DEGEBO, porém próximas de Alpan. Para os modos quatro, cinco e seis, as frequências de vibrações são muito acima de todas as outras estimativas. As frequências obtidas para todos os modos de vibração ficaram muito acima das frequências de operação da máquina, o que indica que há segurança em relação à ressonância.

O valor de recalque máximo, 21 mm, e de tensão máxima no solo, 284,8 kPa, estão abaixo dos valores admissíveis, indicando segurança em relação à ruptura do solo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA NETO, E. S. (1989). Introdução à Análise Dinâmica de Fundações de Máquinas. Dissertação de Mestrado, EPUSP, São Paulo.

ALPAN, I. (1961) Machine Foundations and Soil Ressonance. Geotechnique, vol. 11, pp. 95-113

AMARANTE, O. A. C.; Brower, M.; Zack, J. Atlas do Potencial Eólico Brasileiro. MME / ELETROBRÁS / CEPEL. 2001.

ANSYS Inc. Table of contents, Ansys Mechanical Dynamics. Training Manual. (2009).

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (2010) NBR 6122/96 – Projeto e Execução de Fundações. Rio de Janeiro.

BARROS, J. M. (1997). Módulo de Cisalhamento Dinâmico de Solos Tropicais. Tese de Doutorado. EPUSP. São Paulo. 437p.

BERNHARDT, J. P. P. (2016) Análise Comparativa do Comportamento das Fundações Superficiais de Aerogeradores Utilizando-se Soluções Numéricas e Análiticas. Monografia, Departamento de Engenharia Hidráulica e Ambiental. Universidade Federal do Ceará.

BOWLES, J. E. (1988). Foundation Analysis and Design. McGraw-Hill Book Company, New York.

CLOUGH, P. e PENZIEN J. (1975). Dynamics of Structures. McGraw-Hill Book Co. Singapore. 634 p.

COSTA, A. A. (1988). Análise de Fundações de Máquinas Sujeitas a Excitações Verticais. Tese de Mestrado em Geotecnia da COPPE/UFRJ. Rio de Janeiro. 184 p.

ENERGIA EÓLICA NO MUNDO (2013). Energia eólica, página da WEB: <<u>https://evolucaoenergiaeolica.wordpress.com/energia-eolica-no-mundo/</u>>, consulta em 05/06/17.

GOVERNO DO BRASIL (2017). Infraestrutura, página da WEB: < <u>http://www.brasil.gov.br/infraestrutura/2017/03/brasil-e-o-maior-gerador-de-energia-eolica-da-america-latina</u>>, consulta em 24/06/16.

MACHADO, F. G. (2010) Estudo do Comportamento de Fundações submetidas a Vibrações de Máquinas. Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil-COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

MAHLER (1981). Características Básicas de Carregamento e Resposta Dinâmica. Projeto COPETEC, ET-15135. COPPE/UFRJ. Rio de Janeiro.

MARTINS, J. A. de A. (1990). Acelerômetros para Medidas de Vibração e Impacto. Simpósio sobre Instrumentação Geotécnica de Campo – SINGEO'90. Rio de Janeiro.

MOURA, A. S. (2007) Avaliação de Metodologias de Projeto de Fundações Superficiais de Aerogeradores Assentes em Areia de Duna. Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Civil, Universidade de Brasília.

MOURA, A. S. e CUNHA, R. P. (2012) Fundações Superficiais em Aerogeradores: Requisitos de Projeto e Parâmetros Dinâmicos dos Solos. Artigo da Revista Fundações e Obras Geotécnicas.

MOURA, A. S., CUNHA, R. P., ALMEIDA, M. C. F., (2014). Contribuição ao projeto de fundações superficiais de aerogeradores assentes nas areias de dunas do litoral cearense. Artigo. Revista luso-brasileira de geotecnica, Vol. 130.

RAGHEB, M., (2014). Optimal rotor tip speed ratio. Artigo na web: <<u>http://mragheb.com/NPRE%20475%20Wind%20Power%20Systems/Optimal%20Rotor</u> <u>%20Tip%20Speed%20Ratio.pdf</u>>. Consulta em 12/08/17.

RIBEIRO, R. (2017) Análise Estática e Dinâmica de Diferentes Geometrias de Fundações Superficiais de Aerogeradores. Monografia, Departamento de Engenharia Civil. Universidade do Rio Grande do Norte.

RICHART, F. E., Jr., HALL, J. R., WOODS, R. D. (1970). Vibrations of Soils and Foundations. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey.

PONTE, G. F., (2014). Avaliação do uso dos parâmetros dinâmicos dos solos obtidos a partir de ensaios de pequena e grande deformação na previsão do comportamento das fundações superficiais de aerogeradores. Monografia de graduação. Universidade Federal do Ceará.

TSCHEBOTARIOFF, G. P. e WARD, E. R. (1948). The Resonance of Machine Foundations and the Soil Coefficients with Affect it, Proc. 2nd Intern. Conf. on Soil Mech & Found. Engng, Rotterdam, Vol I.

VENDRUSCOLO, M. A. (1996) Análise Numérica e Experimental do Comportamento de Fundações Superficiais Assentes Em Solo Melhorado. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

ANEXO A

No CD em anexo estão os vídeos dos modos de vibração do sistema solo-fundação.