



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ**  
**CENTRO DE TECNOLOGIA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**  
**DOUTORADO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

**MARCUS VINICIUS SILVÉRIO COSTA**

**CONTROLE MPC ROBUSTO APLICADO AO CONVERSOR BOOST CCTE**  
**OTIMIZADO POR INEQUAÇÕES MATRICIAIS LINEARES**

**FORTALEZA**

**2017**

MARCUS VINICIUS SILVÉRIO COSTA

CONTROLE MPC ROBUSTO APLICADO AO CONVERSOR BOOST COTE OTIMIZADO  
POR INEQUAÇÕES MATRICIAIS LINEARES

Tese apresentada ao Curso de Doutorado em Engenharia Elétrica do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica do Centro de Tecnologia da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de doutor em Engenharia Elétrica. Área de Concentração: Engenharia Elétrica

Orientador: Prof. Dr. Otacílio da Mota Almeida

Co-Orientador: Prof. Dr. Fabrício Gonzalez Nogueira

FORTALEZA

2017

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação  
Universidade Federal do Ceará  
Biblioteca Universitária

Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

---

C874c Costa, Marcus Vinicius Silvério.

Controle MPC Robusto Aplicado ao Conversor Boost CCTE Otimizado por Inequações Matriciais Lineares / Marcus Vinicius Silvério Costa. – 2017.  
179 f. : il. color.

Tese (doutorado) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Fortaleza, 2017.

Orientação: Prof. Dr. Otacílio da Mota Almeida.

Coorientação: Prof. Dr. Fabricio Gonzalez Nogueira.

1. Conversor boost. 2. Controle Robusto. 3. Modelo boost via LTV. 4. MPC-LMI Relaxado offline. I. Título.

CDD 621.3

---

MARCUS VINICIUS SILVÉRIO COSTA

CONTROLE MPC ROBUSTO APLICADO AO CONVERSOR BOOST CCTE OTIMIZADO  
POR INEQUAÇÕES MATRICIAIS LINEARES

Tese apresentada ao Curso de Doutorado em Engenharia Elétrica do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica do Centro de Tecnologia da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de doutor em Engenharia Elétrica. Área de Concentração: Engenharia Elétrica

Aprovada em: 21/07/2017

BANCA EXAMINADORA

|  |   |
|--|---|
| <hr/> Prof. Dr. Otacílio da Mota Almeida<br>(Orientador)<br>Universidade Federal do Piauí (UFPI)     | <hr/> Prof. Dr. Andrés Salazar Ortiz<br>Universidade Federal do Rio Grande do Norte<br>(UFRN) |
| <hr/> Prof. Dr. Fabrício Gonzalez Nogueira<br>(Co-Orientador)<br>Universidade Federal do Ceará (UFC) | <hr/> Profª. Dra. Laurinda Lúcia Nogueira dos Reis<br>Universidade Federal do Ceará (UFC)     |
| <hr/> Prof. Dr. Vandilberto Pereira Pinto<br>Universidade Federal do Ceará (UFC) - Sobral            | <hr/> Prof. Dr. José Carlos Teles Campos<br>Universidade Federal do Ceará (UFC)               |

À Deus, porque tem me dado forças e inspiração.  
Mãe, que me motivou na busca do meu sonho.  
Pai, hoje tenho a certeza de que o senhor sempre  
acreditou em mim. À minha esposa que conhece  
como ninguém o preço que paguei para produzir  
este trabalho.

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus, que me dá forças para conclusão deste trabalho.

Ao meu pai Emilson Santos Costa (*in memoriam*), que acreditou na minha capacidade em superar desafios, à minha mãe Maria Joita Silvério Costa, que me apoiou até este momento

Ao orientador Dr. Otacílio da Mota Almeida e ao meu coorientador Dr. Fabrício G. Nogueira, que me orientaram e me acompanharam neste trabalho.

À minha esposa, Juliane, que me apoia e compreende as abnegações que são necessárias para conclusão desta obra.

Ao Francisco Everton Uchôa Reis, que contribuiu significativamente pelo desenvolvimento desta tese.

À Capes pelo suporte financeiro por meio da bolsa de estudo e ao Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica (PPGEE)-Universidade Federal do Ceará (UFC) pelo suporte acadêmico.

À Universidade Federal Rural do Semi-Árido (UFERSA) pelo suporte institucional, garantindo meu afastamento na etapa final para a conclusão do Doutorado.

Aos meus Pastores que me apoiaram para buscar a Paz de Espírito em Deus.

À todas as pessoas que por motivo de esquecimento não foram citadas anteriormente, vou deixando neste espaço minhas sinceras desculpas.

*”Não vos amoldeis às estruturas deste mundo, mas transformai-vos pela renovação da mente, a fim de distinguir qual é a vontade de Deus: o que é bom, o que Lhe é agradável, o que é perfeito.”*

*(Bíblia Sagrada, Romanos 12, 2)*

## RESUMO

Este trabalho propõe uma estratégia de controle preditivo MPC aplicado a um conversor *boost* com célula de comutação em 3 estados (CCTE) que confere mais simplicidade e sistematização nas fases de projeto e análise do controlador. O ganho integral do controlador pode ser ajustável, dispensando o reprojetado nas matrizes de ponderação. Para simplificar a análise de estabilidade do controlador, utiliza-se o conceito de elipsóides de estabilidade. O controle MPC proposto parte da modelagem da planta no espaço de estados médio linear e variante no tempo (LTV). As variações paramétricas, no contexto deste trabalho, são tratadas como incertezas politópicas expressas por meio de desigualdades matriciais lineares (LMIs) com relaxações. Aspectos teórico-experimentais são aplicados e analisados em um conversor *boost* CCTE de 1kW com incertezas na tensão de entrada e na carga. Para os ensaios, são considerados os testes de degrau de tensão e de carga para o projeto em 500W e para o degrau de carga com operação em 1000W. Além disso, para estabelecer uma base de desempenho, o MPC proposto é comparado com o controlador LQI clássico conhecido na literatura. A estratégia de controle proposta apresenta vantagens considerando as variações do modelo decorrente dos testes de cargas em aplicações *boost* CC-CC do tipo CCTE, sendo uma proposta viável na solução de problemas em conversores de alto rendimento.

**Palavras-chave:** Conversor *boost*. Controle Robusto. Modelo *boost* via LTV. MPC-LMI Relaxado offline.



## ABSTRACT

This work proposes a MPC predictive control strategy applied to a three-state switching cell boost (3SSC) converter that gives more simplicity and systematization to the control design steps and analysis. The integral gain controller can be adjusted, eliminating the re-design of the weighting matrices. Besides, the stability ellipsoid theory is used to simplify the stability analysis of the converter. The proposed MPC begins using the linear time varying (LTV) model plant. The parameters variations are considered polytopic uncertainties using the linear matrix inequalities approach (LMIs) with relaxations. Theoretical and experimental aspects are applied and analyzed to a 1kW 3SSC boost converter with voltage input and load uncertainties. For 500W experimental test, it is considered load and voltage input steps variations. For 1000W experimental test, it is only considered load steps variation. Also, the proposed MPC-LMI is compared with a classical LQI known in the literature. Theoretical-experimental aspects are applied and analyzed in a 1kW converter with uncertainties in the input voltage and load. For the experiments, the voltage and load step tests for the 500W project and a load step test for the 1000W one were considered. In addition, to establish a performance reference, the proposed MPC is compared with the classic LQR controller known in the literature. The proposed control strategy presents advantages considering the variations of the model due to load tests in DC-DC 3SSC boost applications, being a feasible proposal in solving problems for high-performance converters.

**Keywords:** Boost Converter. Robust Control. LTV Boost Model. Offline Relaxed MPC-LMI

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

|   |     |
|---|-----|
| Figura 1 – Conversor <i>boost</i> com célula de comutação em 3 estados. . . . .   | 35  |
| Figura 2 – Princípio de chaveamento da célula de comutação em 3 estados. . . . .  | 36  |
| Figura 3 – Definição dos intervalos de chaveamento do conversor. . . . .  | 45  |
| Figura 4 – Modos de operação $S_1$ do <i>boost</i> . . . . .  | 45  |
| Figura 5 – Modos de operação $S_2$ do <i>boost</i> . . . . .  | 45  |
| Figura 6 – Diagrama de blocos proposto. . . . .   | 66  |
| Figura 7 – Elipsóides invariantes. . . . .  | 73  |
| Figura 8 – Controle digital proposto. . . . .   | 80  |
| Figura 9 – Representação das incertezas. . . . .  | 84  |
| Figura 10 – Perspectiva de análise da elipsoide de estabilidade. . . . .  | 87  |
| Figura 11 – Etapas de implementação do controle MPC-LMI. . . . .  | 89  |
| Figura 12 – Elipsóides e suas perspectivas 2D do conversor para $Pot \in [50W, 500W]$ . . .                                       | 95  |
| Figura 13 – Relação entre a resposta ao impulso $x_{set}$ e as elipsóides $I_L \times V_c$ para $Pot \in [50W, 500W]$ . . . . .   | 95  |
| Figura 14 – Resposta impulso de malha fechada LTV para $N = 2$ e $Pot \in [50W, 500W]$ . .  | 96  |
| Figura 15 – Elipsóides e suas perspectivas 2D do conversor para $Pot \in [380W, 1000W]$ . .                                       | 97  |
| Figura 16 – Relação entre a resposta ao impulso $x_{set}$ e as elipsóides $I_L \times V_c$ para $Pot \in [380W, 1000W]$ . . . . . | 97  |
| Figura 17 – Resposta impulso de malha fechada LTV para $N = 2$ e $Pot \in [380W, 1000W]$ . .                                      | 98  |
| Figura 18 – Variação da potência de carga e da tensão de entrada para $Pot = [50, 500]W$ . .                                      | 100 |
| Figura 19 – Variação da potência de carga e da tensão de entrada para $Pot = [380, 1000]W$ . .                                    | 101 |
| Figura 20 – Comparação gráfica ISE entre as estratégias de controle. . . . .  | 101 |
| Figura 21 – Comparação gráfica $J_\infty$ entre as estratégias de controle. . . . .   | 102 |
| Figura 22 – Análise dos polos e zeros LTV para o conversor operando $Pot \in [50W, 500W]$ . .                                     | 103 |
| Figura 23 – Análise dos polos e zeros LTV para o conversor operando $Pot \in [380W, 1000W]$ . .                                   | 104 |
| Figura 24 – Curva de estabilidade robusta LTV de pior caso para 500W. . . . .   | 105 |
| Figura 25 – Curva de estabilidade robusta LTV de pior caso para 1000W. . . . .  | 106 |
| Figura 26 – Esquemático de Simulação . . . . .  | 108 |
| Figura 27 – Variação de carga proposta . . . . .  | 109 |
| Figura 28 – Resposta considerando a variação de carga proposta para $V_g = 36V$ . . . . .   | 110 |
| Figura 29 – Resposta considerando a variação de carga proposta para $V_g = 26V$ . . . . .   | 110 |

|   |     |
|---|-----|
| Figura 30 – Resposta considerando a variação de tensão proposta para 10% de carga. . .    | 111 |
| Figura 31 – Resposta considerando a variação de tensão proposta para 100% de carga. .     | 112 |
| Figura 32 – Resposta considerando a variação de carga proposta para $V_g = 36V$ . . . . . | 112 |
| Figura 33 – Resposta considerando a variação de carga proposta para $V_g = 26V$ . . . . . | 113 |
| Figura 34 – Bancada experimental. . . . .   | 114 |
| Figura 35 – Resultado experimental para $V_g = 36V$ com degraus de carga. . . . .         | 115 |
| Figura 36 – Resultado experimental para $V_g = 26V$ com degraus de carga. . . . .         | 116 |
| Figura 37 – Resultado experimental para 10% de carga com degraus de tensão. . . . .       | 117 |
| Figura 38 – Resultado experimental para 100% de carga com degraus de tensão. . . . .      | 117 |
| Figura 39 – Resultado experimental para $V_g = 36V$ com degraus de carga. . . . .         | 118 |
| Figura 40 – Resultado experimental para $V_g = 26V$ com degraus de carga. . . . .         | 119 |
| Figura 41 – Kit Launchpad da TI. . . . .  | 128 |
| Figura 42 – Conversor D/A usado para leitura do sinal de controle. . . . .                | 129 |
| Figura 43 – Configuração do DAC do MSP430 Launchpad para o conversor. . . . .             | 130 |
| Figura 44 – Bloco no Simulink da Célula de Comutação de Três Estados. . . . .             | 178 |

## LISTA DE TABELAS

|  |     |
|--|-----|
| Tabela 1 – Parâmetros de dimensionamento do conversor CCTE. . . . .        | 43  |
| Tabela 2 – Parâmetros calculados e adotados para o conversor CCTE. . . . . | 43  |
| Tabela 3 – Parâmetros do conversor . . . . .                               | 92  |
| Tabela 4 – Conjunto $x_{set}$ para o Algoritmo 4.1. . . . .                | 94  |
| Tabela 5 – Ganhos MPC-LMI a partir do Algoritmo 4.1. . . . .               | 99  |
| Tabela 6 – Tabela dos índices de desempenho . . . . .                      | 101 |

## LISTA DE CÓDIGOS-FONTE

|                |   |  |     |
|----------------|---|--|-----|
| Código-fonte 1 | – | Codigo C430 . . . . .                      | 131 |
| Código-fonte 2 | – | Função MPC-LMI no Lmilab . . . . .         | 141 |
| Código-fonte 3 | – | Função MPC-LMI no Yalmip . . . . .         | 143 |
| Código-fonte 4 | – | Função elipse . . . . .                    | 145 |
| Código-fonte 5 | – | Função elipsoide . . . . .                 | 146 |
| Código-fonte 6 | – | Função boost discreto . . . . .            | 146 |
| Código-fonte 7 | – | Função Boost não linear . . . . .          | 148 |
| Código-fonte 8 | – | Compilação boost CCTE para 1000W . . . . . | 149 |
| Código-fonte 9 | – | Compilação boost CCTE para 500W . . . . .  | 163 |

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

|       |   |
|-------|---|
| AC-DC | Corrente Alternada - Corrente Contínua  |
| AC-AC | Corrente Alternada - Corrente Alternada   |
| CAPES | Comitê de Aperfeiçoamento do Ensino Superior                                    |
| CC-CC | Corrente Alternada - Corrente Contínua  |
| CCTE  | Célula de Comutação de Três Estados   |
| DC-DC | Corrente Contínua - Corrente Contínua   |
| FNM   | Fase Não Mínima   |
| ISE   | <i>Index Square Error</i> - Índice de Erro Quadrático                           |
| I2C   | Comunicação I2C   |
| LMI   | <i>Linear Matrix Inequalities</i> - Inequações Matriciais Lineares              |
| LPV   | <i>Linear Parameter Varying</i> - Linear com Parâmetros Variantes               |
| LTI   | <i>Linear Time Invariant</i> - Linear Invariante no Tempo                       |
| LTV   | <i>Linear Time Varying</i> - Linear Variante no Tempo                           |
| LQI   | Regulador Linear Quadrático com ação Integral                                   |
| LQR   | Regulador Linear Quadrático   |
| MPC   | <i>Model Predictive Control</i>   |
| MCC   | Modo de Condução Contínua   |
| MCD   | Modo de Condução Descontínua  |
| MIMO  | <i>Multiple Input - Multiple Output</i> - Múltiplas Entradas - Múltiplas Saídas |
| PWM   | Modulação por Largura de Pulso  |
| PPGEE | Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica                                |
| RH    | <i>Recenting Horizon</i> - Horizonte Recente ou Finito                          |

|        |  |
|--------|--|
| SPD    | Semiplano Direito                        |
| UFC    | Universidade Federal do Ceará            |
| UFERSA | Universidade Federal Rural do Semi-Árido |

## LISTA DE SÍMBOLOS

|                 |  |
|-----------------|--|
| $A_P$           | Produto das áreas do núcleo da janela  |
| $A_{P-T}$       | Área usada do núcleo da janela   |
| $A_{e-T}$       | Área usada pelo número de espiras na janela                                    |
| $A_w$           | Área máxima disponível da janela do núcleo                                     |
| $\tilde{A}$     | Matriz de estado de malha fechada  |
| $B_{max}$       | Densidade máxima fluxo magnético [T]   |
| $Co\{\bullet\}$ | Caixa convexa matemática   |
| $C_o$           | Capacitância   |
| $D1/D2$         | Diodo 1 ou Diodo 2   |
| $D_{cycle}$     | Ciclo de trabalho  |
| $\frac{d}{dt}$  | Operador diferencial contínuo de Leibnitz no tempo                             |
| $e(k)$          | Erro de regime no tempo discreto   |
| $f_s$           | Frequência de chaveamento do conversor   |
| $G_v$           | Ganho estático do conversor  |
| $G_{conv}$      | Coeficiente de correção de McLyman (2004)                                      |
| $G(z)$          | Modelo nominal em função de transferência do conversor                         |
| $\tilde{G}(z)$  | Modelo real em função de transferência do conversor                            |
| $G_p(z)$        | Modelo função de transferência do conversor na condição de operação politópica |
| $H_{A/D}$       | Ganho do conversor Analógico-Digital   |
| $H_i$           | Ganho do sensor de corrente  |
| $H_v$           | Ganho do sensor de tensão  |
| $H_2$           | Norma 2 da matriz de <i>Hankel</i>   |
| $H_\infty$      | Norma infinita da matriz de <i>Hankel</i>                                      |
| $i_L$           | Corrente no Indutor  |
| $I_L$           | Corrente no Indutor em regime permanente                                       |
| $I_o$           | Corrente de Saída  |



|               |   |
|---------------|---|
| $I_{Le f}$    | Corrente eficaz no Indutor  |
| $I_{Lpk}$     | Corrente de pico no Indutor   |
| $I_{Lmed}$    | Corrente média no Indutor   |
| $I_{efS1}$    | Corrente eficaz no diodo  |
| $I_{pkS1}$    | Corrente de pico na diodo   |
| $I_{efT1}$    | Corrente eficaz no Transformador  |
| $I_{pkT1}$    | Corrente de pico no Transformador   |
| $I_{efS1}$    | Corrente eficaz na chave  |
| $I_{pkS1}$    | Corrente de pico na chave   |
| $I_{efCo}$    | Corrente eficaz no capacitor  |
| $J_{\infty}$  | Índice de desempenho quadrático   |
| $J_{max}$     | Densidade máxima de corrente [ $A/cm^2$ ]                                   |
| $k_w$         | Fator de utilização da janela do núcleo                                     |
| $k_u$         | Cálculo de utilização da janela do núcleo                                   |
| $k_{u-T1}$    | Cálculo de utilização da janela do núcleo pelo enrolamento do Transformador |
| $K$           | Ganho de realimentação de estados   |
| $K_I$         | Ganho de realimentação de estados da ação integral                          |
| $K_{MPC}$     | Ganho de realimentação de estados do controlador MPC                        |
| $K_{LQI}$     | Ganho de realimentação de estados do controlador LQI                        |
| $K_{IMPC}$    | Ganho de realimentação de estados da ação integral do controlador MPC       |
| $K_{ILQI}$    | Ganho de realimentação de estados da ação integral do controlador LQI       |
| $L$           | Indutância  |
| $lg$          | distância do <i>gap</i> do entreferro                                       |
| $MPC$         | Controle Preditivo Baseado em Modelo  |
| $\mathcal{N}$ | Conjunto dos Naturais   |
| $n_L$         | Número de condutores em paralelo do indutor                                 |
| $n_{T1}$      | Número de condutores em paralelo do transformador                           |

|                            |  |
|----------------------------|--|
| $N_L$                      | Número de espiras do Indutor   |
| $N_{LFc}$                  | Número de espiras de McLyman (2004)                                    |
| $N_{T1}$                   | Número de espiras do Transformador                                     |
| $N_{PWM}$                  | Resolução do PWM digital   |
| $N$                        | Índice de pontos do conjunto de ganhos do algoritmo                    |
| $P_{in}$                   | Potência de entrada no conversor                                       |
| $P_o$                      | Potência de saída no conversor   |
| $P_{min}$                  | Potência mínima no conversor   |
| $P_{max}$                  | Potência máxima no conversor   |
| $Q_1$                      | Matriz de ponderação de estado   |
| $r(k)$                     | Sinal de referência desejada no tempo discreto                         |
| $R_1$                      | Matriz de ponderação de controle                                       |
| $R_{co}$                   | Resistência serie do capacitor   |
| $R_o$                      | Resistência de carga   |
| $\mathcal{R}^m$            | Conjunto dos vetores reais de ordem $m$                                |
| $\mathcal{R}^{n \times n}$ | Conjunto das matrizes reais de ordem $n \times n$                      |
| $S_L$                      | Valor em $[cm^2]$ da secção do condutor usada para o indutor           |
| $S_f$                      | Valor em $[cm^2]$ da secção do condutor adotada no mercado em AWG      |
| $S_{AWG-T1}$               | Valor em $[cm^2]$ da secção do escolhida em AWG para o Transformador   |
| $S_{w-T1}$                 | Valor em $[cm^2]$ da secção calculada para o condutor do transformador |
| $T_s$                      | Tempo de Amostragem  |
| $Ts$                       | Passo de simulação   |
| $tr\{\bullet\}$            | Traço da matriz  |
| $T(z)$                     | Sensibilidade complementar no espaço discreto                          |
| $T(j\omega_d)$             | Sensibilidade complementar na frequência discreta                      |
| $u(k)$                     | Sinal de controle no tempo discreto                                    |
| $u(t)$                     | Sinal de controle no tempo contínuo                                    |
| $v(k)$                     | Sinal de integração no tempo discreto por avanço de Euler              |

|                   |   |
|-------------------|---|
| $V_{co}$          | Tensão de saída do capacitor  |
| $V_g$             | Tensão de entrada do conversor  |
| $V_{g,min}$       | Tensão de entrada mínima no conversor   |
| $V_{g,max}$       | Tensão de entrada máxima no conversor   |
| $V_o$             | Tensão de saída do conversor  |
| $V_{9o}$          | Tensão do 9º bit  |
| $V_{I2C}$         | Tensão da comunicação I2C   |
| $V_{SPI}$         | Tensão da comunicação SPI   |
| $V_{D/A}$         | Tensão da conversão D/A   |
| $\tilde{x}(t)$    | Estado de estado geral do conversor no tempo contínuo                                     |
| $\hat{x}(k)$      | Estado de estado aumentado do conversor no tempo discreto                                 |
| $X$               | Estado em regime permanente   |
| $x$               | Estado na modelagem de pequenos sinais  |
| $x_{set}$         | Resposta impulso do conjunto de sinais do vetor de estados do modelo nominal do conversor |
| $y$               | Saída do modelo no espaço de estados  |
| $z$               | Domínio complexo da transformada Z  |
| $\delta$          | Chaveamento do conversor  |
| $\Delta_m(z)$     | Incerteza Multiplicativa  |
| $ \Delta_m(z) $   | Conjunto vetorial de Incertezas Multiplicativa  |
| $\Delta I_L$      | Taxa de variação de corrente no Indutor   |
| $\Delta I_{Co}$   | Taxa de variação de corrente no capacitor de saída  |
| $\Delta B_{max}$  | Variação de densidade de fluxo em Tesla [T]   |
| $\Delta V_o$      | Taxa de variação de tensão de saída   |
| $\Delta(\bullet)$ | Operador derivação contínua ou discreta   |
| $j\omega_d$       | Frequência no tempo discreto  |
| $\Omega$          | Conjunto politópico convexo   |
| $\bullet_t$       | Simbologia de matriz de estado no tempo contínuo  |

- $m_f$  Simbologia de matriz de estado de malha fechada aumentada
- $r$  Simbologia de restrição de sinal na variável de entrada/saída/controle
- $\varepsilon$  Região geométrica da elipsoide de estabilidade

## SUMÁRIO

|                |  |           |
|----------------|--|-----------|
| <b>1</b>       | <b>INTRODUÇÃO . . . . .</b>  | <b>23</b> |
| <b>1.1</b>     | <b>Considerações Iniciais . . . . .</b>                                      | <b>23</b> |
| <b>1.2</b>     | <b>Revisão bibliografica . . . . .</b>                                       | <b>25</b> |
| <b>1.2.1</b>   | <b><i>Técnicas de controle aplicadas ao conversor boost . . . . .</i></b>    | <b>25</b> |
| <b>1.2.2</b>   | <b><i>O controle preditivo MPC-LMI . . . . .</i></b>                         | <b>27</b> |
| <b>1.2.3</b>   | <b><i>Controle preditivo aplicado em conversores boost . . . . .</i></b>     | <b>28</b> |
| <b>1.3</b>     | <b>Contribuições propostas . . . . .</b>                                     | <b>31</b> |
| <b>1.4</b>     | <b>Evolução da pesquisa até a tese . . . . .</b>                             | <b>32</b> |
| <b>1.5</b>     | <b>Trabalhos publicados nesta pesquisa . . . . .</b>                         | <b>32</b> |
| <b>1.6</b>     | <b>Resumo dos capítulos . . . . .</b>  | <b>33</b> |
| <b>2</b>       | <b>MODELAGEM DO CONVERSOR BOOST CCTE . . . . .</b>                           | <b>34</b> |
| <b>2.1</b>     | <b>Conceito inicial do modelo CCTE . . . . .</b>                             | <b>34</b> |
| <b>2.1.1</b>   | <b><i>Modo de operação da Célula de Comutação em 3 Estados . . . . .</i></b> | <b>34</b> |
| <b>2.1.2</b>   | <b><i>Análise de operação no MCC/MCD e Crítico . . . . .</i></b>             | <b>37</b> |
| <b>2.1.3</b>   | <b><i>Procedimento de projeto do conversor utilizado . . . . .</i></b>       | <b>38</b> |
| <b>2.1.3.1</b> | <b><i>Calculo da Indutância . . . . .</i></b>                                | <b>38</b> |
| <b>2.1.3.2</b> | <b><i>Cálculo do Transformador . . . . .</i></b>                             | <b>40</b> |
| <b>2.1.3.3</b> | <b><i>Cálculo das chaves S1 e S2 . . . . .</i></b>                           | <b>41</b> |
| <b>2.1.3.4</b> | <b><i>Cálculo dos diodos D1 e D2 . . . . .</i></b>                           | <b>42</b> |
| <b>2.1.3.5</b> | <b><i>Cálculo dos capacitor <math>C_o</math> . . . . .</i></b>               | <b>42</b> |
| <b>2.1.4</b>   | <b><i>Dimensionamento numérico do conversor CCTE . . . . .</i></b>           | <b>42</b> |
| <b>2.2</b>     | <b>Modelagem no espaço de estados do boost CCTE . . . . .</b>                | <b>44</b> |
| <b>2.2.1</b>   | <b><i>Modelo no espaço de estados do conversor boost . . . . .</i></b>       | <b>44</b> |
| <b>2.2.2</b>   | <b><i>Modelagem LTV no espaço de estado do boost . . . . .</i></b>           | <b>47</b> |
| <b>2.3</b>     | <b>Análise de incertezas do Conversor . . . . .</b>                          | <b>50</b> |
| <b>2.4</b>     | <b>Considerações Finais do Capítulo . . . . .</b>                            | <b>52</b> |
| <b>3</b>       | <b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA . . . . .</b>                                       | <b>54</b> |
| <b>3.1</b>     | <b>Conceitos basicos de LMIs . . . . .</b>                                   | <b>54</b> |
| <b>3.1.1</b>   | <b><i>Introdução as Desigualdades Matriciais Lineares . . . . .</i></b>      | <b>54</b> |
| <b>3.1.2</b>   | <b><i>Resolvedores LMIs . . . . .</i></b>                                    | <b>56</b> |

|         |  |    |
|---------|--|----|
| 3.1.3   | <i>Estabilidade de Lyapunov discreta</i> . . . . .                                 | 56 |
| 3.1.4   | <i>Conceito de Politopos</i> . . . . .   | 58 |
| 3.1.5   | <i>Incerteza politópica em sistemas LTV</i> . . . . .                              | 59 |
| 3.1.6   | <i>Complemento de Schur</i> . . . . .  | 60 |
| 3.1.7   | <i>Formulação da estabilidade de Lyapunov por LMIs</i> . . . . .                   | 61 |
| 3.1.8   | <i>Relaxação das LMIs</i> . . . . .  | 62 |
| 3.2     | <b>Controle IH-MPC</b> . . . . .   | 64 |
| 3.3     | <b>Diagrama de blocos proposto</b> . . . . .                                       | 65 |
| 3.4     | <b>Conceito de espaço de estados expandido com incertezas politópicas LTV</b>      | 68 |
| 3.5     | <b>Considerações sobre o capítulo</b> . . . . .                                    | 68 |
| 4       | <b>CONTROLE MPC COM RELAXAÇÕES</b> . . . . .                                       | 69 |
| 4.1     | <b>Definição do IH-MPC Relaxado por LMIs</b> . . . . .                             | 69 |
| 4.1.1   | <i>Elipsóides invariantes de estabilidade</i> . . . . .                            | 71 |
| 4.1.2   | <i>Restrição no sinal de controle</i> . . . . .                                    | 73 |
| 4.1.3   | <i>Restrição na variável de saída</i> . . . . .                                    | 75 |
| 4.2     | <b>MPC-LMI Relaxado Offline</b> . . . . .  | 76 |
| 4.3     | <b>Considerações finais do capítulo</b> . . . . .                                  | 78 |
| 5       | <b>CONTROLE DIGITAL MPC-LMI RELAXADO APLICADO AO CON-</b>                          |    |
|         | <b>VERSOR</b> . . . . .  | 79 |
| 5.1     | <b>Controle digital proposto</b> . . . . .   | 79 |
| 5.1.1   | <i>Modelo Discretizado</i> . . . . .   | 81 |
| 5.1.2   | <i>Análise das Incertezas</i> . . . . .  | 82 |
| 5.1.2.1 | <i>Análise das incertezas politópicas aplicadas ao conversor</i> . . . . .         | 83 |
| 5.1.2.2 | <i>Análise das incertezas não-paramétricas aplicadas ao conversor</i> . . . . .    | 84 |
| 5.2     | <b>Análise das restrições do modelo e estabilidade</b> . . . . .                   | 85 |
| 5.3     | <b>Etapas da implementação do MPC no conversor</b> . . . . .                       | 88 |
| 5.4     | <b>Considerações finais do capítulo</b> . . . . .                                  | 90 |
| 6       | <b>SIMULAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO NO ESPAÇO DE ESTADOS</b>                           | 91 |
| 6.1     | <b>Modelo numérico do conversor</b> . . . . .                                      | 91 |
| 6.1.1   | <i>Análise das elipsóides para <math>P_{ot} \in [50W, 500W]</math></i> . . . . .   | 93 |
| 6.1.2   | <i>Análise das elipsóides para <math>P_{ot} \in [380W, 1000W]</math></i> . . . . . | 96 |
| 6.2     | <b>Ganhos dos controladores MPC</b> . . . . .                                      | 98 |

|       |  |     |
|-------|--|-----|
| 6.3   | Análise dos polos e zeros . . . . .                        | 102 |
| 6.4   | Análise de robustez LTV . . . . .                          | 104 |
| 6.5   | Considerações finais sobre o capítulo . . . . .            | 106 |
| 7     | <b>RESULTADOS DE SIMULAÇÃO E EXPERIMENTAL . . . . .</b>    | 108 |
| 7.1   | Resultados de simulação . . . . .                          | 108 |
| 7.1.1 | <i>Simulação para 500W . . . . .</i>                       | 109 |
| 7.1.2 | <i>Simulação para 1000W . . . . .</i>                      | 111 |
| 7.2   | Resultados Experimentais . . . . .                         | 113 |
| 7.3   | Resultado Experimental para 500W . . . . .                 | 114 |
| 7.4   | Resultado Experimental para 1000W . . . . .                | 117 |
| 7.5   | Considerações finais sobre o capítulo . . . . .            | 119 |
| 8     | <b>CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS . . . . .</b>            | 120 |
|       | <b>REFERÊNCIAS . . . . .</b>                               | 123 |
|       | <b>APÊNDICES . . . . .</b>                                 | 128 |
|       | <b>APÊNDICE A – Componentes Utilizados . . . . .</b>       | 128 |
| A.1   | Microcontrolador Utilizado . . . . .                       | 128 |
| A.2   | Configuração do Launchpad com o conversor D/A . . . . .    | 129 |
|       | <b>APÊNDICE B – Script em C-MSP430 . . . . .</b>           | 131 |
| B.1   | Codigo fonte em C++ utilizado . . . . .                    | 131 |
|       | <b>APÊNDICE C – Scripts dos Códigos em mcode . . . . .</b> | 141 |
| C.1   | Codigo fonte em .m utilizado . . . . .                     | 141 |

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Considerações Iniciais

Com o avanço das tecnologias de geração de energia renováveis, o uso de *drives* de potência tem ganhado mais relevância no mercado e na pesquisa acadêmica. A eletrônica de potência tem desempenhado um papel importante nas pesquisas, pois com o surgimento de novas topologias de chaveamento colaborou com a produção de dispositivos mais modernos, seguros e acessíveis tanto ao pequeno como ao grande consumidor e produtor de energia, sob o contexto da cogeração, geração distribuída e o *smart grids*. Dentre as áreas de geração de energia renováveis, a geração fotovoltaica se destaca como sendo uma opção viável tanto para o pequeno como para o grande consumidor de energia. Contudo, a geração fotovoltaica possui a desvantagem do baixo rendimento de geração de energia. Esse problema proporcionou incentivos em pesquisas na área de topologia de conversores visando uma entrega mais eficiente de energia ao consumidor ou produtor, seja ele de pequeno ou de grande porte como podem ser vistos nos trabalhos de Araujo *et al.* (2010), Aquino *et al.* (2015)

Acrescenta-se ainda um número crescente de aplicações de controle digital em estruturas de eletrônica de potência. Este sucesso deve-se, principalmente, ao aprimoramento nas estruturas da eletrônica de potência e microprocessadores assim como aos avanços da teoria do controle utilizando técnicas de controle robusto (OLALLA *et al.*, 2012; LINARES-FLORES *et al.*, 2014).

O avanço das proposições e novas formulações de estratégias de controle digital em topologias clássicas, como os conversores CC-CC, podem ser vistos nos trabalhos de Linares-Flores *et al.* (2014), Chan (2014), Garcia *et al.* (2015), Zeng *et al.* (2014) e Bastos *et al.* (2014), com destaque ao conversor *boost*. Este conversor de estrutura simples apresenta algumas dificuldades referentes à sua modelagem como o efeito da fase não mínima e variações de parâmetros, tais como a resistência de carga e a tensão de entrada (LINARES-FLORES *et al.*, 2014; ORTEGA, 1998; REZ, 2006). Tradicionalmente, são utilizadas técnicas indiretas para o controle do conversor, tais como o controle de tensão e o controle de corrente empregados em cascata (ERICKSON, 2001). Estas técnicas desacoplam o efeito da fase não mínima por meio das funções de transferência de corrente e de impedância. Outras técnicas menos convencionais são também aplicadas como: controle algébrico não linear (LINARES-FLORES *et al.*, 2014), controle fuzzy (BASTOS *et al.*, 2014; BEID; DOUBABI, 2014), controlador



por modos deslizantes (GARCIA *et al.*, 2015) e o controlador preditivo (TONG *et al.*, 2014; KENNEL; LINDER, 2001; WANG *et al.*, 2014).

Na área de controle aplicado a eletrônica de potência, os controladores preditivos têm se mostrado promissores em aplicações com conversores estáticos e em dispositivos de acionamentos elétricos. Introduzido inicialmente por (KENNEL; LINDER, 2001), atualmente, este conceito de aplicação do controle preditivo se expandiu para conversores AC-AC e AC-DC como visto em Zhang *et al.* (2016), Yaramasu *et al.* (2015), Vazquez *et al.* (2014), Cortes *et al.* (2008). O controle preditivo caracteriza-se na minimização sistemática do índice de desempenho utilizando de predição com base em um determinado modelo (CAMACHO, 2007). Existem dois tipos de controle preditivo baseado em modelo (MPC-*Model Predictive Control*): o modelo com horizonte finito (*RH - Receding Horizon*), cuja formulação do controle decorre do número de passos à frente e o modelo com horizonte infinito (*IH - Infinite Horizon*), cuja estabilidade é considerada garantida independente do horizonte de predição. O RH-MPC possui a vantagem de estabelecer um número definido de passos a frente, isto implica na antecipação do sinal de controle dentro das condições de predição definida, contudo a estabilidade não é garantida para grandes horizontes de predição, por conta do problema da esparsidade matricial do modelo (CAMACHO, 2007). Já o IH-MPC resolve o problema da estabilidade garantida para horizonte infinito, mas não se pode controlar a quantidade de passos a frente, pois o horizonte de predição torna-se intrínseco à modelagem do MPC.

Além disso, o MPC permite a inclusão de restrições nas variáveis de entrada e saída na sua estrutura, permitindo que o controlador seja mais robusto diante das limitações de operação (OLALLA *et al.*, 2009; OLALLA *et al.*, 2011; OLALLA *et al.*, 2012; JR *et al.*, 2016). Cada extremo destas variações podem ser politopicamente modeladas usando LMIs (*Linear Matrix Inequalities*) (BOYD *et al.*, 1994; GAHINET *et al.*, 1995), cuja aplicação enfatiza o modelo preditivo de horizonte infinito (KOTHARE *et al.*, 1996; CUZZOLA *et al.*, 2002).

Entretanto, ainda é incipiente o uso da aplicação de controles MPC robustos em topologias mais complexas de conversores CC-CC. O uso de técnicas de MPC robustos por LMIs (MPC-LMI) em conversores mais complexos visam dar maior capacidade do conversor rejeitar distúrbios e garantir a estabilidade com condições fora dos seus limites nominais de operação e também proporcionar maior simplicidade na sua implementação digital. Portanto, existe um potencial a ser explorado na pesquisa de controladores MPC-LMI em conversores CC-CC de topologia de chaveamento mais complexo. O conversor *boost* com Célula de Comutação de

Três Estados (CCTE) de Bascopé e Barbi (2000) é uma topologia a ser explorada no campo do MPC, cujo potencial engloba além da complexidade da característica *boost* do modelo, existe a presença da célula de comutação de duplo chaveamento que possui características não analisadas do ponto de vista crítico de operação via um controle preditivo robusto. Além disso, as restrições de projeto do conversor podem ser modeladas no algoritmo MPC, como a limitação do sinal de controle, podendo minimizar os efeitos adversos do modelo de malha fechada ainda não resolvido em pesquisas anteriores como a minimização do *overlap*, que é o fenômeno de chaveamento simultâneo de chaves defasadas entre si.

Portanto, este capítulo apresenta o estado atual e justifica a necessidade de pesquisa do conversor *boost* CCTE submetido ao controle MPC e as bases bibliográficas que fundamentam este trabalho.

## 1.2 Revisão bibliográfica

A revisão bibliográfica apresentada neste trabalho aborda as técnicas de controle aplicadas ao conversor *boost*, bem como o levantamento bibliográfico concernente aos controladores MPC-LMI. Esta seção apresenta ainda as principais pesquisas levantadas neste trabalho sobre controladores MPC-LMI aplicados ao conversor *boost* e suas variações.

### 1.2.1 Técnicas de controle aplicadas ao conversor *boost*

A necessidade do controle de malha fechada em conversores *boost* é de extrema relevância para eletrônica de potência (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2001; SKVARENINA, 2002; MOHAN, 2003). O conversor *boost* caracteriza-se pelo modelo submarmotecido com zero no semiplano direito (SPD) na sua função de transferência da malha de tensão em função do sinal de controle, considerando o modelo linearizado. As modelagens linearizadas mais populares de conversor CC-CC são a chave PWM de Vorperian (1990) e o modelo no espaço de estados de Middlebrook e Cuk (1976). O primeiro consiste na análise do conversor por pequenos sinais da chave, em seguida, faz-se a análise via impedância do modelo, obtendo-se a função de transferência. Já o segundo método consiste no modelo no espaço de estados médio, o qual obtém-se a ponderação em função do modelo com chave aberta e chave fechada. Convertendo o modelo de espaços de estados de Middlebrook e Cuk (1976) para função de transferência, obtém-se o mesmo modelo de Vorperian (1990) considerando a modelagem no modo de condução

contínua.

Ambas as modelagens são aplicadas ao modelo clássico dos conversores como em modelagens equivalentes. Contudo, a modelagem via chave PWM é a mais adotada na literatura clássica de eletrônica de potência (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2001; MOHAN, 1995; MOHAN, 2003). Com o avanço da informática, o uso de computadores mais modernos possibilitaram a aplicação de leis de controle no espaço de estados para conversores CC-CC. Leung *et al.* (1993), por exemplo, projetaram uma metodologia alternativa para o controle LQR (*Linear Quadratic Regulator*) aplicado em conversores DC-DC. Este trabalho considera parâmetros do índice de desempenho alinhados as condições de operação do conversor.

No início da década de 2000, Garcera *et al.* (2002) realizaram estudos das estratégias de controle robusto em conversores DC-DC considerando as variações paramétricas de projeto. Portanto, este trabalho mostra que o projeto considerando apenas o ponto de operação nominal é insuficiente para garantir a estabilidade nos demais pontos de operação do conversor. Já Todorovic *et al.* (2004) fazem uma análise dos parâmetros de entrada e de saída do conversor para o projeto do controlador. Este trabalho considera uma faixa de variação das tensões de entrada e de saída, em que conversor é projetado para satisfazer as condições de operação de um painel fotovoltaico. Portanto, existe um aprimoramento da pesquisa de Todorovic *et al.* (2004) em relação ao proposto por Garcera *et al.* (2002), pois o primeiro mostra os efeitos da variação da carga e da tensão de entrada no conversor. Essas características são bases para modelagem do controlador proposto nesta tese.

Já o uso de conversores CC-CC robustos projetados via LMIs nos mesmos moldes proposto por Boyd *et al.* (1994) foi apresentado por Olalla *et al.* (2009), que aplicou o controle LQR analógico via LMIs. Esse trabalho fez aplicações de simulações como aplicações experimentais de análise no conversor *buck-boost* clássico. Além disso, considerou as incertezas paramétricas na obtenção do controlador robusto. Nos anos seguintes, Olalla *et al.* (2011), Olalla *et al.* (2012) aplicaram técnicas de controle via LMIs e controle tipo LMI-LPV em conversores CC-CC, demonstrando o potencial de controle robusto por LMIs em conversores estáticos. Cita-se também a existência de técnicas de controle por LMIs aplicados em inversores estáticos com filtro LCL como pode ser visto na tese de Junior (2015)

No entanto a técnica de controle robusto em conversores aplicados até 2010 restringiam-se ao modelo clássico. Em 2011, Reis *et al.* (2011) desenvolveram uma aplicação usando o controlador LQR com ação integral (conhecido por LQI) em um conversor de alto ganho com

célula de comutação em 3 estados. O conversor CCTE é inicialmente proposto por Bascopé e Barbi (2000) e possui uma célula de comutação que permite alto rendimento ao conversor CC-CC. De 2012 em diante, aplicações utilizando LMIs em conversores CCTE são vistos em Costa *et al.* (2012), Costa *et al.* (2014), que mostraram o uso de controladores com LMIs para estabilização do conversor, mesmo considerando as restrições de operação. Diante das citações mostradas, o uso de novas estratégias de controle robusto pode resolver problemas referentes à estabilidade do conversor CCTE e suas implicações quanto aos seus pontos de operação é algo ainda pouco explorado neste tipo de topologia.

### 1.2.2 O controle preditivo MPC-LMI

O conceito de MPC-LMI é inicialmente proposto por Kothare *et al.* (1996), que consiste na formulação da lei de controle conforme o horizonte infinito, portanto um IH-MPC-LMI. O modelo proposto por Kothare consiste na modelagem por restrições LMIs baseados no índice de desempenho quadrático. Além disso, as restrições permitem ajustar o controlador conforme as limitações de entrada e de saída em um determinado sistema. A partir desse trabalho, Wan e Kothare (2003) desenvolveu uma aplicação *offline* do MPC-LMI de Kothare *et al.* (1996), o qual o ganho do controlador pode ser obtido utilizando uma *look-up table* por elipsoides de estabilidade. A proposição *offline* de Wan e Kothare (2003) permitiu a simplificação da lei de controle, o qual basta inserir no microcontrolador os ganhos da *look-up table* que o sistema se comportará de forma similar ao *online* de Kothare *et al.* (1996).

Paralelo ao trabalho de Wan e Kothare, Cuzzola *et al.* (2002) propôs um MPC-LMI com relaxação que aumenta região de factibilidade do sistema, pois torna o processo menos conservador do ponto de vista da otimização. Contudo, o modelo de Cuzzola *et al.* (2002) ficou restrito à aplicação *online* dos processos. Portanto, o uso de uma *look-up table* com relaxações ainda é algo a ser explorado do ponto de vista da pesquisa, já que a simplificação da lei de controle via procedimento *offline* permitiria o uso de um controlador MPC robusto mais eficiente do ponto de vista da otimização, sem perder as características da realimentação de estados do trabalho do Kothare.

Cita-se ainda a formulação MPC de Capron (2014) que propõe um MPC-LMI a partir do modelo de Kothare *et al.* (1996). Contudo, sua aplicação é restrita a engenharia química, cuja lei de controle é atualizada *online*. Bououden *et al.* (2014) desenvolveu uma aplicação MPC-LMI fuzzy em conversores *boost*. Entretanto, esta aplicação está restrita ao modelo clássico também

na sua concepção *online*.

Os livros de Maciejowski (2002), Camacho (2007) mostram a aplicação do MPC tanto na forma RH como na forma IH. Observa-se que boa parte das aplicações são restritas a processos químicos, sendo então a área de conversores pouco explorada, exceto o trabalho de Bououden *et al.* (2014), com a aplicação do MPC-LMI fuzzy via simulação no conversor clássico.

As referências abordadas nesta subseção mostram a aplicabilidade do MPC-LMI em conversores *boost*. Além disso, as bibliografias estudadas não detalham as análises inerentes à natureza da planta, bem como os efeitos da fase não mínima e o nível de estabilidade robusta das estratégias de controle considerando as incertezas não paramétricas. Os trabalhos mencionados não realizaram análise de robustez em seus processos e não os submeteram em pontos de operação críticos. Acrescenta-se ao fato de que o MPC-LMI aplicado em alguns trabalhos mencionados (KOTHARE *et al.*, 1996; WAN; KOTHARE, 2003, 2003; CAPRON, 2014) foi apenas analisado matematicamente, sendo necessário uma análise experimental visando comprovar os efeitos da estratégia de controle utilizada. Logo, o uso do MPC-LMI no conversor *boost* CCTE visa comprovar a eficiência da estratégia de controle não apenas no modelo teórico usando as análises matemáticas aceitas na teoria do controle robusto, como também avaliar o comportamento da planta em malha fechada experimentalmente submetida a variações paramétricas de carga e tensão de entrada.

### **1.2.3 Controle preditivo aplicado em conversores boost**

O uso de estratégias de controle aplicados em conversores tem ganhado cada vez mais espaço nas pesquisas acadêmicas. Existem bibliografias que ensinam desde as técnicas clássicas (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2001; SKVARENINA, 2002; MOHAN, 2003) até as mais avançadas, que fazem uso de técnicas de controle não linear (ORTEGA, 1998; REZ, 2006; SIRA-RAMÍREZ; SILVA-ORTIGOZA, 2006). O estudo dessas aplicações ganharam força quando Kennel e Linder (2001) questionou a possibilidade do uso do controle preditivo na eletrônica de potência. Nos anos seguintes, técnicas envolvendo MPC em conversores estáticos ganharam notoriedade como podem ser vistos nos trabalhos de Cortes *et al.* (2008), Wang *et al.* (2014), Vazquez *et al.* (2014), Zhang *et al.* (2016), Yaramasu *et al.* (2015).

Cita-se ainda que o problema da fase-não mínima em conversores *boost* é um problema que motiva diversos estudos (ORTEGA, 1998; REZ, 2006; LINARES-FLORES *et al.*,

2014; GARCIA *et al.*, 2015).

O conversor *boost* se destaca pelo seu modelo matemático ser utilizado tanto na sua forma original como na sua forma equivalente para topologias alternativas e em retificadores (ERICKSON, 2001; MOHAN, 2003). O desenvolvimento de topologias mais modernas de chaveamento em conversores proporcionou um aumento de eficiência na conservação e transmissão de energia, implicando redução de perdas na chave por processo de comutação. O trabalho de Bascopé e Barbi (2000) ilustra este propósito. Contudo, a melhoria da eficiência também motiva a necessidade de estratégias de controle capazes de acompanhar a complexidade da topologia, garantindo o controle mesmo em condições críticas de operação. O conversor *boost* CCTE citado possui características que garante a transferência de potência com maior eficiência, porém, além de acumular as características negativas existentes do conversor *boost* clássico, seu método de chaveamento possui limitações decorrente à defasagem de 180 entre as chaves. Portanto, sinais de controle acima do limite de 0,5 gera o *overlap* de chaveamento em que durante o mesmo ciclo de trabalho, o sinal PWM de ambas as chaves se sobrepõem, ocasionando curtos-circuitos no lado de potência do conversor.

Além disso, diversas pesquisas envolvendo técnicas de controle aplicado ao conversor *boost* aplicam suas teorias na topologia clássica ou em topologias cuja literatura está consolidada como podem ser vistos em Linares-Flores *et al.* (2014), Bastos *et al.* (2014), Beid e Doubabi (2014), Tran *et al.* (2015). Contudo, ainda não foi analisado o uso de controle MPC robusto aplicado em conversores *boost* visando a minimização dos efeitos do chaveamento e da fase não mínima existente no seu modelo. Acrescenta-se ainda a inexistência até então da aplicação do MPC em conversores *boost* CCTE proposto por Bascopé e Barbi (2000), cuja complexidade decorrente do seu método de chaveamento é uma dificuldade a mais para o desenvolvimento do projeto do controlador. Observa-se também que o modelo do *boost* é sujeito à variações decorrente da carga demandada e da tensão de entrada que lhe é fornecida, tornando sua operação complexa e sensível a perturbações. Logo, a modelagem clássica conhecida em literatura juntamente com a topologia CCTE mostram aspectos que precisam ser melhor estudados para que o controle atenda as condições de projeto do conversor. Portanto, a modelagem CCTE proposta mostra os seguintes problemas:

- Efeito da fase não mínima: no modelo linear, a função de transferência da tensão de saída em função do ciclo de trabalho possui um zero no semiplano direito (SPD). Na literatura clássica da teoria de controle, não são feitos projetos de controle para tal situação, pois não

é possível fazer uma compensação eficiente que anule o zero no SPD. Para se contornar tal problema, a função de transferência é decomposta na função de transferência da corrente do indutor e de impedância de saída. Assim sendo, são aplicadas as técnicas clássicas de controle nos conversores *boost*. Contudo, esta modelagem requer que a malha de corrente seja compatível com a malha de tensão. Logo, é possível que a variação de parâmetros da carga e da tensão de entrada torne inviável a controlabilidade do processo por conta do deslocamento do zero do SPD no plano complexo. Existem aplicações LMIs em conversores (OLALLA *et al.*, 2009; OLALLA *et al.*, 2012; BOUOUDEN *et al.*, 2014) e até em aplicações MPC-LMI fuzzy (BOUOUDEN *et al.*, 2014). No entanto, não se tem aplicações MPC-LMI com relaxações na topologia CCTE proposta nesta tese.

- Variações paramétricas do modelo: pelo fato do conversor *boost* clássico estar sujeito às variações de carga e da tensão de entrada, o modelo não linear por definição sofre um complicador, pois seus parâmetros de projeto variam. Deste modo, as estratégias de controle clássicas são insuficientes para minimizar os problemas do modelo quando este é submetido a variações fora do projeto nominal. Nos trabalhos de Olalla *et al.* (2012), Bououden *et al.* (2014) são propostas soluções  $H_\infty$ -LPV e MPC-LMI fuzzy respectivamente, mas apenas focada na resolução do modelo clássico do conversor *boost*.
- O fenômeno do *overlap* de chaveamento: o modelo CCTE possui duas chaves em sua célula de comutação. Em condição crítica de operação, o sinal PWM nas chaves se sobrepõem causando curto-circuito em algum momento do ciclo de trabalho. Tal fenômeno além de indesejável, é perigoso ao circuito, pois pode causar danos às chaves ao conversor na sua totalidade.
- Incertezas nos demais pontos de operação: os controles clássicos aplicados em conversores *boost* dificilmente consideram as incertezas existentes da variação da carga e da tensão de entrada. Logo, o comportamento do conversor em outros pontos de operação diferentes ao nominal podem ocasionar respostas indesejadas quanto a estabilidade e desempenho do processo em geral. Os levantamentos bibliográficos feitos nessa pesquisa apenas faz a aplicação nas topologias clássicas da literatura da eletrônica de potência.

Dessa forma, o conversor *boost* CCTE neste trabalho trata-se de um sistema não linear, com incertezas paramétricas, sujeito ao *overlap* em operação crítica e quando modelado linearmente possui zero no SPD por definição. Logo, esta pesquisa surgiu da necessidade de aplicar um controle robusto capaz de atender as necessidades de projeto considerando variações

do modelo como tensão de entrada e carga. Essas duas variáveis modeladas sob um contexto real de operação, o qual ambas variam conforme demanda de carga e tensão fornecida de uma fonte variável, torna o modelo do conversor *boost* mais complexo. Isto porque esta modelagem, além de mais completa, aumenta a não linearidade paramétrica do modelo, já que essas duas variáveis influenciam diretamente o no modelo final. Acrescenta-se ao fato que o controlador digital seja capaz de minimizar os efeitos da fase não mínima em sua malha de tensão sem uso do controle em cascata. Cita-se ainda a complexidade do *boost* utilizado, que possui a célula de comutação de 3 estados em sua topologia de chaveamento. Tal topologia, quando modelado no modo de condução contínua, não se pode trabalhar com ciclo de trabalho superior a 0,5, ocasionando superposição de chaves e implicando em um curto circuito no mesmo ciclo de trabalho. Tal fenômeno não é considerado no projeto clássico da estratégia de controle, pois o controlador é projetado nas condições nominais de operação e não nas suas condições críticas. Logo, o fenômeno do *overlap* de chaveamento é desprezado no projeto de controle. O controlador MPC-LMI relaxado proposto nesta tese, além de considerar as variações de carga e da tensão de entrada, é capaz de tolerar o fenômeno da superposição das chaves nas condições críticas de operação, garantindo a estabilidade e o seguimento de referência conforme proposto.

### 1.3 Contribuições propostas

Este trabalho propõe o uso de controle MPC robusto aplicado em conversores *boost* visando a minimização dos efeitos do chaveamento e da fase não mínima existente no seu modelo, isto porque ainda não se tem conhecimento da aplicação de controladores robustos MPC-LMI na topologia proposta por Bascopé e Barbi (2000), cuja complexidade decorrente do seu método de chaveamento é uma dificuldade a mais para o desenvolvimento do projeto do controlador.

Além disso, a tese apresenta uma formulação LTV do modelo no espaço de estados médio de Middlebrook e Cuk (1976) aplicada ao modelo equivalente do *boost*, o qual a modelagem baseada em Cuzzola *et al.* (2002) tanto ao modelo clássico como para o modelo CCTE utilizado nesta pesquisa.

Cita-se ainda que este estudo apresenta uma análise de incertezas politópicas via modelagem de incertezas não estruturadas de pior caso em LTV, generalizando a proposta de análise ao que é conhecido em literatura (DORF; BISHOP, 1998; FADALI, 2009; MACIEJOWSKI, 1989; SHAHIAN; HASSUL, 1993) para sistemas lineares variantes no tempo. É usado ainda a análise de polos e zeros do modelo de malha fechada LTV, visando acompanhar o deslocamento



dos polos e zeros de acordo com a variação do tempo;

É proposto também uso de elipsóides de estabilidade criados em uma "*lookup table*" conforme Wan e Kothare (2003) como solução *offline*. Uma vez escolhida a elipsóide, a lei de controle é implementada digitalmente com a escolha do ganho que melhor se adequa as necessidades de projeto;

Acrescenta-se ainda o desenvolvimento de um diagrama de blocos de ganho integral ajustável inspirado nos livros de Ogata (1986), Levine S (1999).

Visando validar a metodologia de controle proposta nesta tese, o controlador MPC-LMI é comparado com o controlador LQI clássico nas mesmas condições projeto, sendo este ultimo um *benchmarking* de referência.

Portanto, estas propostas visam mostrar a viabilidade técnica da estratégia de controle proposta, usando as restrições do modelo equacionadas matematicamente para formulação da lei de controle. O conversor CCTE, como é conhecido em literatura, possui características próprias que requerem um projeto mais sofisticado. Daí a necessidade de usar o MPC-LMI relaxado apresentado nessa tese.

#### 1.4 Evolução da pesquisa até a tese

Esta pesquisa iniciou-se a partir da possibilidade de aplicação dos conceitos de LMI com D-estabilidade digital em plantas reais de engenharia. Por ser uma área com potencial de pesquisa na área de controle robusto por LMIs, fez-se testes de simulação no conversor *boost* proposto neste trabalho usando-se o LQR-LMI digital como é visto em Costa *et al.* (2014). Em 2016, Costa *et al.* (2016) propõe o conceito do MPC-LMI digital no conversor CCTE para uma potência de 60W, considerando uma análise teórico-experimental. Subseqüentemente, foi realizado testes teórico experimentais no conversor CCTE considerando uma potência de 1000W, resultando na aprovação do trabalho de Costa *et al.* (2017) em um periódico nacional.

#### 1.5 Trabalhos publicados nesta pesquisa

- COSTA, M. V. S.; REIS, F. E. U.; CAMPOS, J. C. T.; ALMEIDA, O. M. Robust Mpc-lmi Controller Applied To Three State Switching Cell Boost Converter. **Revista Eletrônica de Potência**, v. 22, n. 1, p. 81-90, Mar-2017, 2017.
- COSTA, M. V. S.; REIS, F. E. U.; CAMPOS, J. C. T.; ALMEIDA, O. M. Controlador MPC

robusto offline otimizado via LMIs aplicado ao conversor boost com célula de comutação em tres estados. In: XXI CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA, CBA 2016, VITÓRIA, ES, 21th., 2016. **Anais...** [S.l.]: SBA, 2016.

- COSTA, M. V.; CAMPOS, J. C. T.; REIS, F. E. U.; ALMEIDA, O. da M. Analysis and simulation of discrete lqr control via LMIs applied in the alternative boost converter. **In: CBA2014** . Belo Horizonte, MG: [s.n.], 2014.

## 1.6 Resumo dos capitulos

O Capítulo 2 apresenta a modelagem do conversor *boost* CCTE, os aspectos teóricos sobre a célula de comutação de 3 estados, pontos de operação, apresentação do modelo no espaço de estados médio e análise do modelo via incertezas paramétricas e não paramétricas LTV.

Em seguida, no Capítulo 3, são mostrados os conceitos basicos sobre as inequações matriciais lineares(LMIs) e os conceitos da estratégia de controle no MPC-LMI com relaxações proposto neste trabalho.

Já no Capítulo 4, são aprofundados os conceitos do MPC do Capítulo 3, apresentando a proposta de MPC-LMI com relaxações e mostrando o algoritmo *offline* para aplicação no conversor.

O Capítulo 5 mostra o MPC-LMI proposto aplicado ao conversor, bem como é apresentada a teoria aplicada utilizando as elipsoides de estabilidade e mostra a análise das incertezas por politopos e métodos não paramétricos, encerrando o capítulo com um roteiro de implementação do controle aplicado proposto.

No Capítulo 6, é abordada a análise numérica do conversor com base no que foi mostrado no Capítulo 5. Além disso, são feitas as análises das elipsoides de estabilidade e suas projeções. São mostrados ainda os ganhos e a *lookup table* o qual pode ser escolhido os ganhos de realimentação de estados para conversor operando em 1000W e em 500W.

Os resultados teórico-experimentais implementados no circuito são vistos no Capítulo 7, validando a teoria controlador MPC proposto visto nos capítulos anteriores.

As considerações finais deste trabalho são vistos no Capítulo 8, em que são descritos as conclusões obtidas da pesquisa, bem como as limitações e dificuldades encontradas. Também é apresentada propostas para trabalhos futuros e a contribuição desta tese no meio acadêmico.

## 2 MODELAGEM DO CONVERSOR BOOST CCTE

Neste capítulo será abordado os conceitos básicos do conversor *boost* CCTE, bem como suas características de chaveamento e parâmetros de projeto. Além disso, será apresentado as contribuições teóricas no contexto da modelagem no espaço de estados médio no domínio LTV, mostrando desde a definição do circuito e os procedimentos de linearização. O capítulo se encerra apresentando uma análise de incertezas politópicas e os conceitos de incertezas sob a análise não-estruturada LTV.

### 2.1 Conceito inicial do modelo CCTE

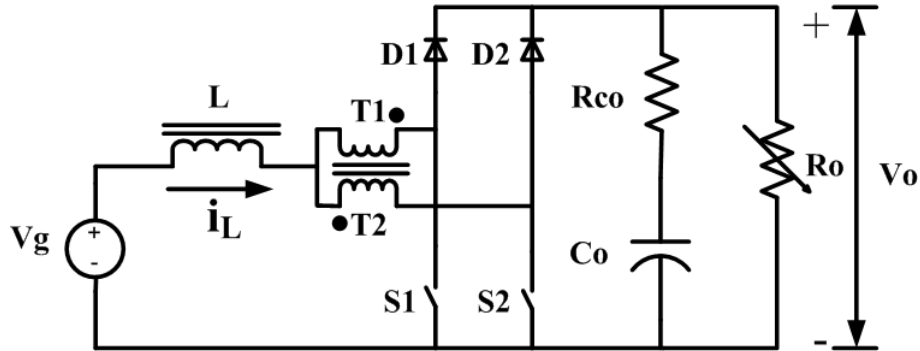
O conceito de célula de comutação em 3 estados usado nessa tese é baseado no modelo proposto por Bascopé (2001). Seu trabalho propôs o estudo da CCTE em dois tipos de células: a célula tipo B e o tipo D. Esta tese faz uso do modelo B, também usado nos trabalhos de Reis *et al.* (2011) e Costa *et al.* (2014). A tese de Bascopé (2001) desenvolve o modelo CCTE no conversor *boost*, pois este conversor tem utilidade em múltiplas aplicações como fontes de alimentação e pré-reguladores de tensão. A tese ainda mostra uma análise mais completa da topologia CCTE com detalhes ao princípio de chaveamento do modelo. Nesta seção, serão mostrados apenas os conceitos básicos do princípio de chaveamento, mostrando as informações necessárias para se entender seu funcionamento em malha fechada. É apropriado ressaltar que a modelagem proposta por Bascopé (2001), para efeitos de controle fez simplificações no modelo do conversor, desprezando a resistência série-equivalente do capacitor de saída  $R_{co}$ . Neste trabalho, as simplificações sugeridas no trabalho original são consideradas para a análise do chaveamento e do modo de operação da modelo CCTE. Contudo, para modelagem no espaço de estados, considera-se os efeitos decorrentes das perdas no capacitor, bem como sua influência nos efeitos da fase não mínima na topologia do conversor *boost*.

#### 2.1.1 Modo de operação da Célula de Comutação em 3 Estados

Nesta subseção, será abordado o princípio de chaveamento considerando o modo de condução contínua (MCC) e descontínua (MCD) do conversor *boost* CCTE representado na Figura 1. Esse conceito é fundamental para saber entender a dinâmica do conversor submetido à variação de carga  $R_o$  e tensão de entrada  $V_g$ .

Segundo Bascopé (2001), existem 4 pontos de operação do processo de comutação.

Figura 1 – Conversor *boost* com célula de comutação em 3 estados.



Fonte: Bascopé e Barbi (2000), Costa (2012)

Cada ponto possui um intervalo de tempo o qual as chaves operam em agrupamentos distintos, o qual *ON* significa que a chave está em condução e *OFF* encontra-se bloqueado dentro da frequência de PWM. A Figura 2 mostra didaticamente o princípio de funcionamento do conversor visto na Figura 1, o qual o 1º Estado opera para  $D_{cycle} > 0,5$  e o estado neutro opera apenas no modo de condução descontínua (MCD), os demais atuam no modo de condução contínua (MCC). A partir da figura do modo de operação e do circuito da Figura 1, descreve-se os estados da seguinte forma:

- **1º Estado -  $S1, S2 - ON$  e  $D1, D2 - OFF$ :** Nesse estado,  $D_{cycle} > 0,5$ , considerado de *overlapping* de condução, o qual ambas as chaves operam simultaneamente e que diodos estão bloqueados. Observa-se que não há energia transferida para carga, logo

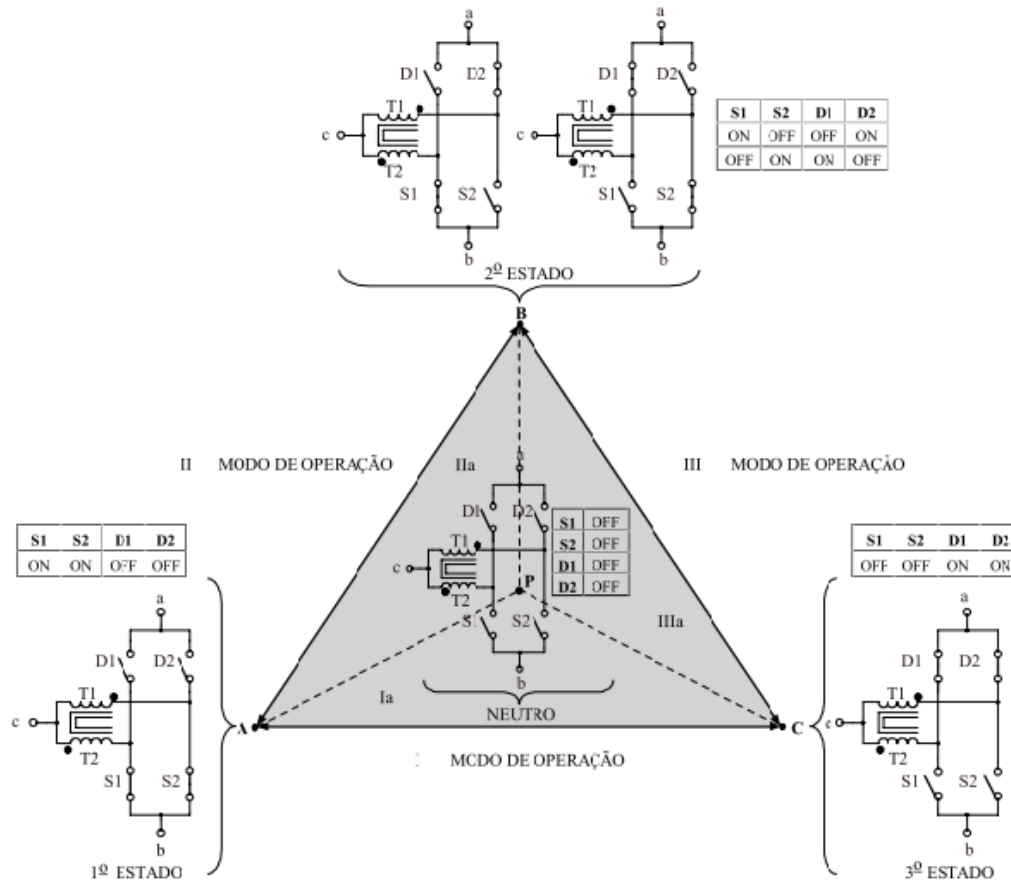
$$V_g = L \frac{di_L}{dt}. \quad (2.1)$$

- **2º Estado -  $S1, D2 - ON$  e  $D1, S2 - OFF$ :** Nesse ponto de operação,  $S1$  e  $D2$  estão em condução,  $S2$  e  $D1$  bloqueados. A corrente do indutor  $i_L$  divide-se igualmente para os enrolamentos do transformador  $T1$  e  $T2$  de acordo com o circuito da Figura 1. Observa-se que a corrente  $i_L$  cresce linearmente e a energia é então armazenada, a tensão de saída neste estado é dada por  $\frac{V_o}{2}$ . No estudo deste estado, os efeitos da indutância mútua do transformador e do indutor  $L$  são desprezados. Portanto a equação diferencial do circuito no instante do 2º Estado é expressa por:

$$V_g = L \frac{di_L}{dt} + \frac{V_o}{2}. \quad (2.2)$$

Cita-se ainda que a condição  $S2, D1 - ON$  e  $D2, S1 - OFF$  é análoga, ou seja, (2.2) se aplica à esta condição.

Figura 2 – Princípio de chaveamento da célula de comutação em 3 estados.



Fonte: Bascopé e Barbi (2000), Costa (2012)

- **3º Estado- $D1, D2 - ON$  e  $S1, S2 - OFF$ :** Nesse ponto de operação,  $D1$  e  $D2$  estão em condução,  $S2$  e  $S1$  bloqueados. A energia da tensão de entrada  $V_g$  é totalmente entregue a carga. Desse modo, a expressão que define o circuito é

$$V_g = L \frac{di_L}{dt} + V_o. \quad (2.3)$$

- **Estado Neutro - $D1, D2, S1, S2 - OFF$ :** esse ponto de operação corresponde ao momento do trecho que o ciclo de trabalho é zero. Portanto não existe nenhuma transferência de energia à carga, nem circulação de corrente entre a entrada e a saída, logo a corrente  $i_L = 0$ . A energia existente na saída é referente à energia armazenada no capacitor de saída durante os modos de operação anteriores. Logo,

$$V_{Co} = (R_o + R_{co}) \frac{dV_{Co}}{dt}. \quad (2.4)$$

O modo neutro de operação, portanto, trata-se da forma de operação no MCD, pois  $I_L = 0$ . Sendo assim, não há energia no indutor nesse instante de tempo.

### 2.1.2 Análise de operação no MCC/MCD e Crítico

Segundo Bascopé (2001), o ganho estático do conversor *boost* CCTE operando no MCC é dado por:

$$G_v = \frac{V_o}{V_g} = \frac{1}{1 - D_{cycle}}, \quad (2.5)$$

o qual é similar ao modelo do *boost* clássico. Dessa maneira, se aplica ao *boost* CCTE as mesmas expressões do *boost* tradicional sem perdas na modelagem. Além disso, Bascopé (2001) provou que (2.5) é válido tanto para  $D_{cycle} < 0,5$  como para  $D_{cycle} > 0,5$ , logo para o MCC,  $0 < D_{cycle} < 1$ , permitindo o conversor operar ou não em *overlapping* sem danos ao dispositivo.

Para o ganho estático no MCD, tem-se duas expresões:

$$G_v = \begin{cases} \frac{2(D_{cycle})^2 + \gamma}{(D_{cycle})^2 + \gamma}, & \text{se } D_{cycle} < 0,5 \\ \frac{(2D_{cycle} - 1)^2}{\gamma} + 2, & \text{se } D_{cycle} \geq 0,5 \end{cases} \quad (2.6)$$

em que  $\gamma = \frac{4LI_o f_s}{V_g}$ , sendo  $I_o$  a corrente de saída do conversor e  $f_s$  a frequência de chaveamento. Da expressão em (2.6) pode-se interpretar duas condições físicas possíveis do conversor operar no MCD: a primeira é quando o conversor opera próximo à carga vazio e tensão crítica, pois nesse caso a corrente  $i_L$  pode chegar próxima de zero e ciclo de trabalho  $D_{cycle} < 0,5$ . Desse modo, mesmo que o conversor CCTE seja projetado no MCC, em condições similares ao mencionado, o conversor assumirá condução de corrente no MCD, ou seja, as condições de projeto no MCC não são mais garantidas. Da mesma forma o conversor pode operar em plena carga com tensão de entrada crítica, possuindo um  $D_{cycle} < 0,5$ . Nesta situação, as condições de projeto no MCC não mais se aplicam.

Portanto, o conversor *boost* CCTE projetado no MCC podem assumir condições MCD em algumas situações extremas de operação. Em uma condição crítica persistente, os parâmetros obtidos no MCC não se aplicariam mais e para que o conversor mantivesse em condições adequadas de funcionamento, seria necessário uma aplicação do mesmo conversor em uma condição de potência inferior ao que foi projetado no MCC. Bascopé (2001) monta o conversor *boost* nas condições supracitadas e mostra que boa parte dos parâmetros no MCC poderiam ser aproveitados no MCD, sendo que a escala de potência submetida no conversor seja menor.

Quando o conversor opera no modo de condução crítica, que é uma condição

intermediária entre o MCC e o MCD, o ganho estático crítico é dado por

$$G_{vcrit} = \begin{cases} \frac{4}{3 \pm \sqrt{1-8\gamma}}, & se D_{cycle} < 0,5 \\ \frac{4}{1 \pm \sqrt{1-8\gamma}}, & se D_{cycle} \geq 0,5 \end{cases} \quad (2.7)$$

A expressão (2.7) é obtida ao igualar (2.5) e (2.6), em que o modo de condução crítica representa matematicamente que não há diferença entre o MCD e o MCC no conversor. Fisicamente, significa que a corrente  $i_L$  cruza o zero e retorna ao modo de operação em cada ciclo de trabalho. O MCD ocorre a desmagnetização completa do indutor, já o modo crítico não há desmagnetização indutiva, contudo o valor da corrente indutiva é nula instantaneamente em algum período do ciclo de trabalho.

Observa-se que a análise do *boost* conforme cada modo de condução segundo Bascope (2001) é essencial para entender as dinâmicas existentes no conversor CCTE em diferentes situações de operação. Em situações extremas de operação, o conversor projetado no MCC pode se comportar ou no modo crítico ou no MCD, sendo que esta última pode ser apenas considerado se e somente se a potência aplicada ao conversor for bem inferior à potência de projeto no MCC, considerando os mesmos parâmetros de projeto dos componentes passivos do dispositivo.

### 2.1.3 Procedimento de projeto do conversor utilizado

O projeto do *boost* CCTE usado nesta tese segue as expressões do capítulo 2 da tese de Bascope (2001), considerando a operação do conversor no MCC. Dessa maneira, as expressões para o dimensionamento dos componentes do conversor são dados pelas subseções subseqüentes.

#### 2.1.3.1 Cálculo da Indutância

O cálculo da indutância é dado por:

$$L = \frac{V_o}{16\Delta I_L f_s}, \quad (2.8)$$

o qual o valor obtido consiste no parâmetro mínimo com base na frequência de chaveamento  $f_s$ , porcentagem de variação do *ripple* da corrente do indutor  $\Delta I_L$  e tensão desejada de saída  $V_o$ . Obtido o valor da indutância, é necessário fazer o cálculo do dispositivo físico, que institui-se

da escolha do núcleo e do numero de espiras necessárias. Portanto, para obtenção da bitola do condutor, usa-se da expressão do valor eficaz da corrente do indutor e seu valor de pico dados por:

$$I_{Leff} = \frac{1}{1 - D_{cycle}} \sqrt{I_o^2 + \frac{V_g^2 D_{cycle}^2 (2D_{cycle} - 1)^2}{48L^2 f_s^2}}, \quad (2.9)$$

$$I_{Lpk} = \frac{I_o}{1 - D_{cycle}} + \frac{V_g D_{cycle} (2D_{cycle} - 1)}{4Lf_s (1 - D_{cycle})}, \quad (2.10)$$

onde  $I_{Leff}$  corresponde ao valor eficaz da corrente do indutor e  $I_{Lpk}$  é o valor de pico. Esses valores de corrente de (2.9) e (2.10) são parte da seguinte expressão para escolha do núcleo

$$A_P = \frac{LI_{Leff}I_{Lpk}}{k_w J_{max} B_{max}} \times 10^4 [cm^3], \quad (2.11)$$

onde

$A_P = A_w \times A_e$  - produto das áreas do núcleo e da janela tal que  $A_w = 2,5$  e  $A_e = 3,54$  ;

$k_w = 0,7$  - fator de utilização da janela do núcleo;

$J_{max} = 300 [A/cm^2]$  - densidade de corrente;

$B_{max} = 0,3 [T]$  - máxima de densidade de fluxo magnético.

Já para o cálculo do número de espiras

$$N_L = \frac{LI_{Lpk}}{A_e B_{max}} \times 10^4. \quad (2.12)$$

Uma vez obtido as condições mínimas do núcleo do indutor, segue-se o valor do *gap* do entreferro, que é dado por

$$l_g = \frac{\mu_o N_L^2 A_e}{L} \times 10^{-2}, \quad (2.13)$$

em que  $\mu_o = 4\pi \times 10^{-7}$  consiste na permeabilidade magnética no vácuo. Contudo, McLyman (2004) recomenda um fator de correção  $F_c$  de modo ajustar o número de espiras às condições mais adequadas e reduzir possíveis perdas no cobre. Logo, o valor do fator é dado por

$$F_c = 1 + \frac{l_g}{\sqrt{A_e}} \ln \left( \frac{2G_{conv}}{l_g} \right), \quad (2.14)$$

Em que  $G_{conv} = 37$  consiste no coeficiente de correção conforme McLyman (2004). Dessa maneira, (2.12) é corrigida para a seguinte expressão:

$$N_{LFc} = \frac{LI_{Lpk}}{A_e B_{max} \sqrt{F_c}} \times 10^4, \quad (2.15)$$



em que  $N_{Lfc}$  consistem no número de espiras considerando a correção necessária. Além disso, para o cálculo da bitola do condutor, usando-se da equação (2.9), tem-se

$$S_L = \frac{I_{Lef}}{J_{max}}, \quad (2.16)$$

o qual  $S_L$  é valor em  $[cm^2]$  da secção do condutor usada para o indutor. Além disso, com base na (2.16), compara-se o valor de mercado  $S_f$  existente na tabela AWG. Daí, a partir de

$$n_L = \frac{S_L}{S_f}, \quad (2.17)$$

obtem-se a quantidade condutores  $n_L$  em paralelo que são enrolados no núcleo indutivo. Para que a quantidade de condutores em paralelo atendam o espaço do núcleo, faz-se o cálculo do fator de utilização da janela, o qual é dado por

$$k_u = \frac{n_L N_L S_f}{A_w}. \quad (2.18)$$

Esse valor deve ser sempre inferior ao fator de utilização do núcleo escolhido para que seja garantida a área de espaço do enrolamento.

### 2.1.3.2 Cálculo do Transformador

O transformador, segundo Bascopé (2001), tem a função de equilibrar a energia transferida durante o processo de chaveamento do conversor. A máxima tensão admissível nos enrolamentos do transformador é dada por  $V_{T1} = \frac{V_o}{2}$ . A corrente eficaz do enrolamento do transformador, juntamente com a máxima corrente são dados por:

$$I_{efT1} = \frac{I_{Lef}}{2}, \quad (2.19)$$

e

$$I_{pkT1} = \frac{I_{Lpk}}{2}, \quad (2.20)$$

onde (2.19) e (2.20) são as correntes eficaz e de pico do transformador respectivamente. Além disso, como a relação de transformação usada é unitária e a potência processada no cálculo será de 50%, o produto das áreas do núcleo é dada por:

$$A_{P-T} = A_{w-T} A_{e-T} = \frac{\frac{P_o}{2}}{k_t k_u - T k_p J_{max} \Delta B_{max} (2f_s)} \times 10^4, \quad (2.21)$$

onde  $\Delta B_{max} = 0,3[T]$ . Além disso, a expressão que define o número de espiras do transformador é dado por:

$$N_{T1} = \frac{V_o}{4A_{e-Te}B_{max}f_s} \times 10^4, \quad (2.22)$$

onde  $A_{e-Te}$  é a área do núcleo comercial escolhido. Já o diâmetro do fio do transformador é formulada pela expressão de acordo com McLyman (2004)

$$d_w = \frac{15}{\sqrt{f_s}}. \quad (2.23)$$

Já o valor da corrente eficaz que conduzirá no condutor do transformador é dada pela metade do valor obtida em (2.9), pois considera-se que a corrente do indutor dividir-se-á igualmente entre os enrolamentos do transformador. Cita-se ainda que o valor da corrente de pico no condutor do transformador consiste na metade do valor da corrente de pico do indutor da (2.10). Para a escolha da secção do condutor do transformador, segue-se a seguinte formula:

$$S_{w-T1} = \frac{I_{efT1}}{J_{max}}, \quad (2.24)$$

o qual observará o valor obtido de (2.24) com as secções comerciais AWG. Logo,  $n_{w-T1} = \frac{S_{w-T1}}{S_{AWG-T1}}$ , onde  $S_{AWG-T1}$  é a secção escolhida para o bobinamento do transformador. Para a análise do fator de ocupação do núcleo do transformador, usa-se a fórmula

$$k_{u-T1} = 2 \frac{n_{w-T1} N_{T1} S_{AWG-T1}}{A_{e-Te}}, \quad k_{u-T1} \leq 0,4. \quad (2.25)$$

em que o bobinamento apenas é viável se o fator de utilização  $k_{u-T1}$  for igual ou inferior a 0,4.

### 2.1.3.3 Cálculo das chaves S1 e S2

Para obtenção das chaves S1 e S2 necessárias, são consideradas: a máxima tensão admissível das chaves quando bloqueadas, ou seja  $V_{S1,2} = V_o$ , o valor da corrente eficaz nas chaves, dado por

$$I_{efS1} = \sqrt{f_s \int_0^{D_{cycle}/f_s} \left[ \frac{1}{2} \left( I_{Lpk} + \frac{V_o (1 - D_{cycle})}{2L} t \right) \right]^2 dt}. \quad (2.26)$$

Utilizado-se a forma simplificada de (2.26), tem-se

$$I_{efS1} = \sqrt{I_{Lmed}^2 D_{cycle} + \frac{\Delta I_L^2}{12}}. \quad (2.27)$$

Já a máxima corrente admissível nas chaves, é dado pela máxima corrente admissível nos transformadores, de tal modo que  $I_{pkS1} \geq I_{pkT1}$ , onde  $I_{pkS1}$  é a corrente de pico na chave S1 obtida a partir da especificação do fabricante.

### 2.1.3.4 Cálculo dos diodos D1 e D2

Para obtenção dos diodos adequados, a escolha se baseia nas correntes do transformador e a tensão nos diodos deve ser, no mínimo, igual a tensão de saída  $V_o$ . Portanto,  $V_{D1} = V_o$ ,  $I_{efD1} \geq I_{efT1}$  e  $I_{pkD1} \geq I_{pkT1}$ , onde  $I_{efD1}$  e  $I_{pkD1}$  são parâmetros de especificação do fabricante do dispositivo. Dessa maneira, a escolha dos parâmetros dos diodos é baseado na tensão de saída  $V_o$  e o valor das correntes admissíveis no transformador.

### 2.1.3.5 Cálculo dos capacitor $C_o$

O cálculo do capacitor se dá pela mínima tensão de saída de projeto, tal que  $V_{co} = V_o$ . Já o cálculo da corrente eficaz no capacitor é dada pela seguinte expressão:

$$I_{efCo} = \sqrt{\frac{I_{Lmed}^2 D_{cycle} (1 - 2D_{cycle})}{2} + \frac{(2 - 3D_{cycle}) \Delta I_L^2}{24}}. \quad (2.28)$$

A ondulação de corrente admissível no capacitor é dado por

$$\Delta I_{Co} = \frac{I_{Lmed}}{2} + \frac{3}{4} \Delta I_L. \quad (2.29)$$

Já no cálculo da capacitância, usa-se a seguinte fórmula:

$$C_o \geq \frac{1}{2} \frac{I_o D_{cycle} (1 - 2D_{cycle})}{\Delta V_o f_s (1 - D_{cycle})}. \quad (2.30)$$

Uma vez escolhida a capacitância comercial, observa-se se a resistência série-equivalente se aproxima a seguinte restrição:

$$R_{co} \leq \frac{\Delta V_o}{\Delta I_{Co}}, \quad (2.31)$$

onde  $I_{Co}$  consiste na corrente do capacitor escolhido no site do fabricante.

## 2.1.4 Dimensionamento numérico do conversor CCTE

Para o dimensionamento numérico do *boost* CCTE, usa-se as expressões para a operação no MCC da Subseção 2.1.3. Dessa forma são mostrados o modelo numérico e o valor adotado. Para a condição numérica considera-se o conversor *boost* CCTE conforme a Tabela 1.

A escolha do rendimento percentual em  $\eta = 97\%$  deve-se a uma recomendação de projeto feita por Bascopé (2001). Em sua tese, é demonstrado que a topologia do *boost* CCTE é mais eficiente que o modelo clássico existente em literatura. De acordo com os valores de

Tabela 1 – Parâmetros de dimensionamento do conversor CCTE.

| <b>Conversor boost</b>  |  |
|---|--|
| <b>Parâmetros</b>   | <b>Valores</b>                           |
| Tensão de Entrada Média ( $V_{g,media}$ )                             | 33,6 [V]                                 |
| Tensão de Saída ( $V_o$ )   | 48 [V]                                   |
| Ciclo de Trabalho médio ( $D_{cycle,medio}$ )                         | 0,3                                      |
| Frequência de chaveamento ( $f_s$ )                                   | 20,8[kHz]                                |
| Rendimento ( $\eta$ )   | 97%                                      |
| Corrente Média no Indutor ( $I_{Lmed}$ )                              | $\frac{P_{in}}{V_{g,media}} = 31,63$ [A] |
| Regulação de Corrente no Indutor ( $\Delta I_L$ )                     | 12% $I_{Lmed} = 3,8$ [A]                 |
| Corrente máxima no Indutor ( $I_{Lpk}$ )                              | 33,53 [A]                                |
| Corrente eficaz no Indutor ( $I_{Leff}$ )                             | 31,65 [A]                                |
| Tensão nos enrolamentos do autotransformador ( $V_{T1}$ )             | 24 [V]                                   |
| Corrente eficaz nos enrolamentos do autotransformador ( $I_{effT1}$ ) | 15,82 [A]                                |
| Corrente de pico nos enrolamentos do autotransformador ( $I_{pkT1}$ ) | 16,77 [A]                                |
| Corrente média nos diodos ( $I_{D1,med}$ )                            | 11,41 [A]                                |
| Corrente de pico nos diodos ( $I_{D1,pico}$ )                         | 16,77 [A]                                |
| Corrente eficaz nos diodos ( $I_{D1,pico}$ )                          | 13,24 [A]                                |
| Tensão nos diodos ( $V_{D1}$ )  | 48 [V]                                   |
| Corrente eficaz no Capacitor ( $I_{effCo}$ )                          | 7,79 [A]                                 |
| Tensão no Capacitor ( $V_{Co}$ )                                      | 48 [V]                                   |

Tabela 2 – Parâmetros calculados e adotados para o conversor CCTE.

| <b>Parâmetros</b>                                 | <b>Dimensionado</b> | <b>Adotado</b>              |
|---|---------------------|-----------------------------|
| Indutância ( $L$ )                                | 38 [ $\mu$ H]       | 35 [ $\mu$ H]               |
| Numero de espiras do Indutor ( $N_L$ )            | 9,62 [esp.]         | 10 [esp.]                   |
| Seção condutora do Indutor ( $S_w$ )              | 0,11 [ $cm^2$ ]     | 0,001287 [ $cm^2$ ] (AWG26) |
| Condutores em paralelo do Indutor ( $S_w$ )       | -                   | 88                          |
| Núcleo usado pelo Indutor                         | -                   | 55/28/21 Thorton            |
| Gap utilizado ( $l_g$ )                           | 1.552 [mm]          | 1.552 [mm]                  |
| Numero de espiras do transformador ( $N_{T1}$ )   | 5,43 [esp.]         | 6 [esp.]                    |
| Seção condutora do transformador ( $S_{wT}$ )     | 0,055 [ $cm^2$ ]    | 0,001287 [ $cm^2$ ] (AWG26) |
| Condutores em paralelo do transformador ( $S_w$ ) | -                   | 21                          |
| Núcleo usado pelo transformador                   | -                   | 55/28/21 Thorton            |
| Mosfet utilizado                                  | -                   | IRF8010                     |
| Diodo utilizado                                   | -                   | MBR60100                    |
| Máxima Resistência Série Equivalente ( $R_{Co}$ ) | 110 [ $m\Omega$ ]   | 26,7 [ $m\Omega$ ] (EPCOS)  |

dimensionamento da Tabela 1, juntamente com os cálculos da Subseção 2.1.3 a Tabela 2 mostra a relação entre os valores calculados e adotados para a montagem do conversor.

O capacitor utilizado para montagem com base na melhor resistência série equivalente adotada  $R_{Co}$  trata-se de dois capacitores em paralelo da EPCOS de  $Co = 2200\mu F$  cada. Para mais detalhes sobre o dimensionamento do conversor CCTE, recomenda-se consultar os trabalhos de Bascopé (2001) e de Reis (2012).

## 2.2 Modelagem no espaço de estados do *boost* CCTE

O método da modelagem no espaço de estado médio (*Space-state Averaging*) de Middlebrook e Cuk (1976) combina as modelagens do chaveamento nos intervalos  $S_1$  e  $S_2$ , considerando as condições em regime permanente do conversor e de pequenos sinais no MCC. Contudo, o modelo proposto nesta tese consiste na expansão do método de Middlebrook e Cuk (1976) para sistemas LTV definido por Kothare *et al.* (1996). Neste caso, para tensão de entrada  $V_g(t)$  e para a resistência de carga  $R_o(t) = f(Pot(t))$ , sendo esta variável variante em função da potência demandada. Portanto, o modelo no espaço de estados assume as seguintes características LTV para os momentos  $S_1$  e  $S_2$  respectivamente:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}(t) &= A_1(t)\tilde{x}(t) + B_1(t)V_g(t) & \dot{\tilde{x}} &= A_2(t)\tilde{x}(t) + B_2(t)V_g(t) \\ V_o &= C_1(t)\tilde{x} + D_1(t)V_g(t) & V_o(t) &= C_2(t)\tilde{x}(t) + D_2(t)V_g(t) \end{aligned} \quad (2.32)$$

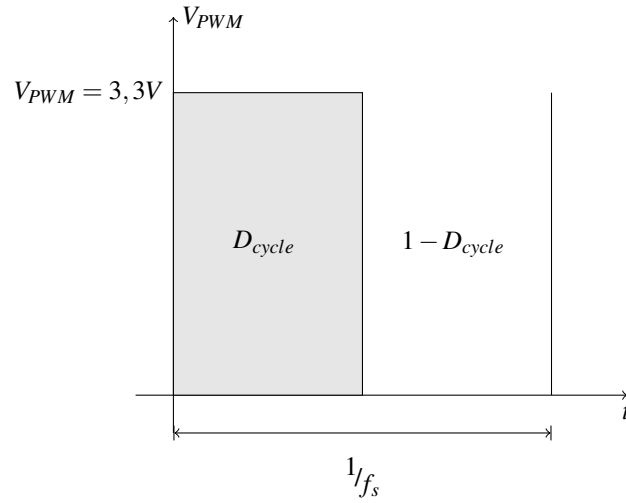
Sendo ciclo de trabalho dado por  $D_{cycle}$ , considere o fato de que  $S_1 \rightarrow D_{cycle}$  e  $S_2$  é o complemento de  $S_1$ , logo  $S_2 \rightarrow 1 - D_{cycle}$ . Além disso,  $\tilde{x}$  consiste no estado com os armazenadores de energia do conversor, que são a corrente do indutor  $I_L$  e a tensão no capacitor  $V_{co}$  respectivamente. A Figura 3 mostra a definição do ciclo de trabalho, elucidando o conceito de modelagem no espaço de estados. Visando simplificar o entendimento ao leitor, considera-se do texto em diante que  $\tilde{x}(t) = \tilde{x}$ . As subseções seguintes visam mostrar o desenvolvimento do modelo no espaço de estados com base no circuito chaveado, bem como os detalhes do modelo linearizado no espaço de estados do conversor *boost*.

### 2.2.1 Modelo no espaço de estados do conversor *boost*

Para entender as equações diferenciais do conversor na condição LTV no MCC, primeiramente, é necessário analisar o comportamento do ciclo de trabalho da Figura 3. Com base na Figura 3, existem dois pontos de operação do conversor *boost*: o estado operando em  $D_{cycle}$  e o seu complemento  $1 - D_{cycle}$ . O estado em que  $D_{cycle}$  está acionado consiste no estado  $S_1$  e o estado  $S_2$  é o complemento de  $S_1$ . Observa-se então que o *boost* CCTE reduzido à forma clássica possuem 2 circuitos: o circuito  $S_1$  da Figura 4 e o circuito  $S_2$  da Figura 5.

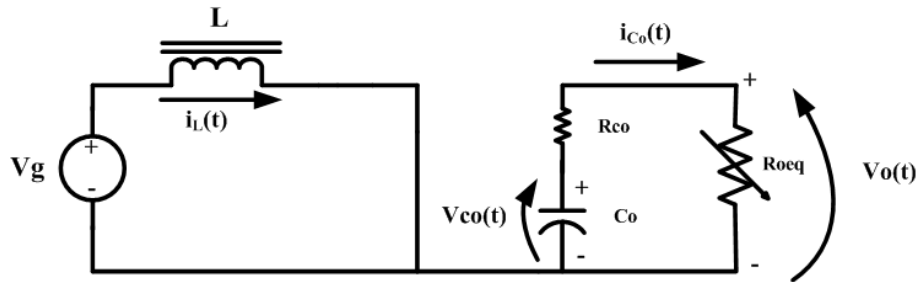
O circuito  $S_1$  LTV-MCC considera que existe energia nos estados armazenadores de energia. Desse modo a energia no capacitor  $C_o$  é descarregada em  $R_{co}$  e em  $R_o(t)$ . Portanto, as

Figura 3 – Definição dos intervalos de chaveamento do conversor.



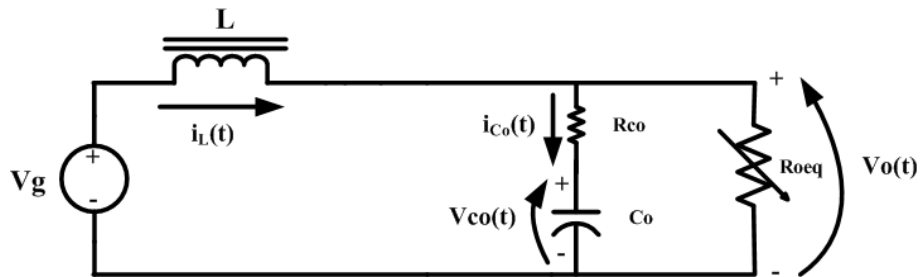
Fonte: Middlebrook e Cuk (1976)

Figura 4 – Modos de operação  $S_1$  do *boost*.



Fonte: Autor

Figura 5 – Modos de operação  $S_2$  do *boost*.



Fonte: Autor

expressões que definem o circuito da Figura 4, com base na Lei de Kirchhoff, são:

$$V_g(t) = L \frac{di_L(t)}{dt} \quad (2.33)$$

e

$$V_{co}(t) + (R_{co} + R_o) C_o \frac{dV_{co}(t)}{dt} = 0. \quad (2.34)$$

Organizando as expressões (2.33) e (2.34) tem-se

$$\frac{di_L(t)}{dt} = \frac{1}{L}V_g(t), \quad (2.35)$$

$$\frac{dV_{co}(t)}{dt} = -\frac{1}{(R_{co} + R_o(t))C_o}V_{co}(t). \quad (2.36)$$

Além disso

$$V_o(t) = \frac{R_o(t)}{(R_{co} + R_o(t))C_o}V_{co}(t). \quad (2.37)$$

Já com base na Figura 5, tem-se as seguintes equações de acordo com as leis de Kirchoff das tensões e das correntes

$$V_o(t) = R_{co}i_{co}(t) + V_{co}(t), \quad (2.38)$$

$$V_g(t) = L\frac{di_L(t)}{dt} + R_{co}i_{co}(t) + V_{co}(t), \quad (2.39)$$

e

$$i_L(t) = C_o\frac{dV_{co}(t)}{dt} + \frac{1}{R_o(t)}V_o(t). \quad (2.40)$$

Substituindo (2.38) em (2.40), tem-se

$$i_L(t) = \left(\frac{R_o(t) + R_{co}}{R_o(t)}\right)C_o\frac{dV_{co}(t)}{dt} + \frac{1}{R_o(t)}V_{co}(t). \quad (2.41)$$

Reorganizando (2.41) e (2.39), segue-se que

$$\frac{dV_{co}(t)}{dt} = \frac{R_o(t)}{(R_o(t) + R_{co})C_o}i_L(t) - \frac{1}{(R_o(t) + R_{co})C_o}V_{co}(t), \quad (2.42)$$

$$V_g(t) = L\frac{di_L(t)}{dt} + R_{co}C_o\frac{dV_{co}(t)}{dt} + V_{co}(t). \quad (2.43)$$

Substituindo (2.42) em (2.38) e em (2.43), tem-se então

$$V_g(t) = L\frac{di_L(t)}{dt} + \left(R_{co}||R_o(t)i_L(t) - \frac{R_{co}}{(R_o(t) + R_{co})}V_{co}(t)\right) + V_{co}(t), \quad (2.44)$$

$$V_o(t) = R_{co}\left(\frac{R_o(t)}{(R_o(t) + R_{co})}i_L(t) - \frac{1}{(R_o(t) + R_{co})}V_{co}(t)\right) + V_{co}(t). \quad (2.45)$$

Reorganizando (2.44) e (2.45), segue-se que

$$\frac{di_L(t)}{dt} = -\frac{R_o(t)||R_{co}}{L}i_L(t) - \frac{R_o(t)}{L(R_o(t) + R_{co})}V_{co}(t) + \frac{1}{L}V_g, \quad (2.46)$$

$$V_o(t) = R_o(t)||R_{co}i_L(t) + \frac{R_{co}}{(R_o(t) + R_{co})}V_{co}(t) \quad (2.47)$$

Portanto, as equações do modelo do conversor *boost* equivalente ao CCTE para o intervalo de chaveamento  $S_1$ , basta organizar (2.35), (2.36) (2.37), no modelo no espaço de estado considerando

$$\tilde{x}(t) = \begin{bmatrix} i_L(t) \\ V_{co}(t) \end{bmatrix}. \quad (2.48)$$

Já para  $S_2$ , basta organizar (2.42), (2.46) e (2.47) de forma análoga. Logo, as expressões no espaço de estados para  $S_1$  e  $S_2$  são:

- Estado  $S_1$ :

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{(R_{co}+R_o)C_o} \end{bmatrix}; B_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix}; \quad (2.49)$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} 0 & \frac{R_o}{R_{co}+R_o} \end{bmatrix}; D_1 = 0;$$

- Estado  $S_2$ :

$$A_2 = \begin{bmatrix} \frac{R_{co}||R_o}{L} & -\frac{R_{co}}{(R_{co}+R_o)L} \\ -\frac{R_o}{(R_{co}+R_o)C_o} & -\frac{1}{(R_{co}+R_o)C_o} \end{bmatrix}; B_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix}; \quad (2.50)$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} R_{co}||R_o & \frac{R_o}{R_{co}+R_o} \end{bmatrix}; D_2 = 0;$$

### 2.2.2 Modelagem LTV no espaço de estado do boost

O modelo no espaço de estados médio de Middlebrook e Cuk (1976) considera uma média ponderada entre os pontos de operação de chaveamento do conversor. Para o *boost* CCTE usado neste trabalho, o modelo deste conversor é reduzido à modelagem clássica conhecida em literatura. Dessa forma, o modelo clássico no espaço de estados do conversor boost é dado por

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}} &= (A_1(t)\tilde{x} + B_1(t)V_g(t))\delta + (A_2(t)\tilde{x} + B_2(t)V_g(t))(1 - \delta), \\ V_o(t) &= (C_1(t)\tilde{x} + D_1(t)V_g(t))\delta + (C_2(t)\tilde{x} + D_2(t)V_g(t))(1 - \delta), \end{aligned} \quad (2.51)$$

onde  $\delta$  é ciclo de trabalho real do conversor. Reorganizando a expressão (2.51), tem-se que

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}} &= (A_1(t)\delta + A_2(t)(1 - \delta))\tilde{x} + (B_1(t)\delta + B_2(t)(1 - \delta))V_g(t), \\ V_o(t) &= (C_1(t)\delta + C_2(t)(1 - \delta))\tilde{x} + (D_1(t)\delta + D_2(t)(1 - \delta))V_g(t). \end{aligned} \quad (2.52)$$



Fazendo-se a separação dos componentes CC e CA de (2.52), observa-se que

$$\begin{aligned}\tilde{x} &= X + x; \\ V_o &= V_{occ} + y, \quad y = V_o; \\ \delta &= D_{cycle} + u,\end{aligned}\tag{2.53}$$

onde  $X$  é o vetor de estados em considerando os valores CC,  $V_{occ}$  e  $D_{cycle}$  são os valores de regime permanente da tensão de saída e o ciclo de trabalho, respectivamente. Em (2.53),  $x$ ,  $y$  e  $u$  são os vetores de estado, tensão de saída e o sinal de controle em pequenos sinais do *boost*. Substituindo (2.53) em (2.52), tem-se a formulação em regime permanente e a formulação de pequenos sinais de Middlebrook e Cuk (1976). O modelo em pequenos sinais é o modelo no espaço de estados médio usado neste trabalho. Considerando o fato de que o modelo de regime permanente a derivada é nula, sendo assim, (2.53), assume a seguinte expressão:

$$\begin{aligned}\dot{X} + \dot{x} &= \bar{A}(t)X + \bar{B}(t)V_g(t) + \bar{A}(t)x + ((A_1(t) - A_2(t))X + (B_1(t) - B_2(t))V_g(t))u, \\ V_{occ} + y &= \bar{C}(t)X + \bar{D}(t)V_g(t) + \bar{C}(t)x + ((C_1(t) - C_2(t))X + (D_1(t) - D_2(t))V_g(t))u,\end{aligned}\tag{2.54}$$

de modo que de (2.54), vem

$$\bar{A}(t) = A_1(t)D_{cycle} + A_2(t)(1 - D_{cycle}),\tag{2.55}$$

$$\bar{B}(t) = B_1(t)D_{cycle} + B_2(t)(1 - D_{cycle}),\tag{2.56}$$

$$\bar{C}(t) = C_1(t)D_{cycle} + C_2(t)(1 - D_{cycle}),\tag{2.57}$$

$$\bar{D}(t) = D_1(t)D_{cycle} + D_2(t)(1 - D_{cycle}).\tag{2.58}$$

Em (2.54), ajustando-se as expressões, observa-se que

$$\begin{aligned}\dot{X} &= \bar{A}(t)X + \bar{B}(t)V_g(t), \quad \dot{X} = 0 \rightarrow \bar{A}(t)X + \bar{B}(t)V_g(t) = 0 \Rightarrow X = \bar{A}(t)^{-1}\bar{B}(t)V_g(t); \\ V_{occ} &= \bar{C}(t)X + \bar{D}(t)V_g, \quad \bar{D}(t) = 0 \rightarrow V_{occ} = \bar{C}(t)X.\end{aligned}\tag{2.59}$$

Portanto, de (2.54), a expressão no espaço de estados médio de pequenos sinais de Middlebrook e Cuk (1976) é dado por

$$\dot{x} = A_t(t)x + B_t(t)u,\tag{2.60}$$

$$y = C_t(t)x + D_t(t)u,$$

onde

$$A_t(t) = A_1(t)D_{cycle} + A_2(t)(1 - D_{cycle}),\tag{2.61}$$

$$B_t(t) = ((A_1(t) - A_2(t))X + (B_1(t) - B_2(t))V_g),\tag{2.62}$$

$$C_t(t) = C_1(t)D_{cycle} + C_2(t)(1 - D_{cycle}), \quad (2.63)$$

$$D_t(t) = ((C_1(t) - C_2(t))X), \quad (2.64)$$

sendo  $D_{cycle}$ , o ciclo de trabalho equivalente,  $x$  é a variável de estado em pequenos sinais e  $u$  é o sinal de controle. Portanto, parâmetros de regime permanente são dados por

$$X = \frac{V_g(t)}{R'} \begin{bmatrix} 1 \\ (1 - D_{cycle}) R_o(t) \end{bmatrix}, \quad (2.65)$$

$$V_{occ} = Y = \frac{V_g(t) (1 - D_{cycle}) R_o(t)}{R'}, \quad (2.66)$$

Portanto, as matrizes no espaço de estados do conversor boost considerando o MCC são:

$$A_t(t) = \begin{bmatrix} -\frac{(1-D_{cycle})(R_{co}||R_o(t))}{L} & -\frac{(1-D_{cycle})R_o(t)}{L(R_{co}+R_o(t))} \\ \frac{(1-D_{cycle})R_o(t)}{C_o(R_{co}+R_o(t))} & -\frac{1}{C_o(R_{co}+R_o(t))} \end{bmatrix}, \quad (2.67)$$

$$B_t(t) = \begin{bmatrix} \left(\frac{R_o(t)}{L}\right) \frac{(1-D_{cycle})R_o(t)+R_{co}}{R_o(t)+R_{co}} \\ -\frac{R_o(t)}{R_o(t)+R_{co}} \end{bmatrix} \left(\frac{V_g(t)}{R'}\right), \quad (2.68)$$

$$C_t(t) = \begin{bmatrix} (1 - D_{cycle}) (R_{co}||R_o(t)) & \frac{R_o(t)}{(R_{co}+R_o(t))} \end{bmatrix}, \quad (2.69)$$

$$D_t(t) = -V_g(t) \frac{R_{co}||R_o(t)}{R'}, \quad (2.70)$$

sendo  $A_t(t)$ ,  $B_t(t)$ ,  $C_t(t)$  e  $D_t(t)$  são as matrizes no espaço de estados médio LTV e  $R' \triangleq (1 - D_{cycle})^2 R_o(t) + D_{cycle} (1 - D_{cycle}) (R_{co}||R_o(t))$ ,  $x = [I_L \ V_{co}]^t$ , o qual  $y = V_o(t)$ , sendo  $V_o(t)$  é a tensão de saída no conversor no modelo de pequenos sinais.

### 2.3 Análise de incertezas do Conversor

A partir do modelo no espaço de estados médio LTV em (2.67), (2.68), (2.69) e (2.70), observa-se que o modelo é sujeito a uma série de perturbações oriundas da tensão de entrada  $V_g$  e da carga demandada  $Pot$ . Isto porque a variação de  $V_g$ , além de influenciar diretamente as expressões (2.68) e (2.70), esta variável influencia diretamente o ciclo de trabalho  $D_{cycle}$ . Portanto, analisando profundamente o modelo do conversor, vê-se que existe uma não linearidade intrínseca no sistema LTV quando o ciclo de trabalho torna-se um parâmetro variante no tempo.

Os trabalhos de Gahinet *et al.* (1995) e Boyd *et al.* (1994) propõe o uso de incertezas estruturadas na busca da solução de problemas relacionados com parâmetros variantes. Sendo assim,  $V_g(t)$  e  $Pot(t)$  podem então ser tratadas como incertezas do modelo devido ao fato de tais parâmetros variar de modo imprevisível dentro dos limites de operação do projeto. Na teoria do controle robusto, a incerteza pode ser tratada na forma estruturada, com estruturas definidas no modelo ou não estruturadas, cujo modelo é variado até o ponto que não seja capaz de ser controlável. A área do controle robusto consiste em projetar um controlador que seja capaz de garantir a controlabilidade do processo mesmo submetido à variação das incertezas do modelo.

O controle robusto projetado por incertezas estruturadas possui a vantagem do modelo ser submetido a uma estrutura de incerteza já conhecida, de modo que o controlador seja capaz de suportar-la. Isso é visto e amplamente estudado no trabalho de Boyd *et al.* (1994) e aplicada por Olalla *et al.* (2009), que usa de incertezas politópicas para garantir o controle robusto.

Contudo, os livros de Maciejowski (1989), Shahian e Hassul (1993), Skogestad e Postlethwaite (2005) usam o conceito de incertezas não estruturadas para comprovar a robustez do sistema de malha fechada.

Do ponto de vista das incertezas politópicas, o conversor *boost* deste trabalho possui duas incertezas limitadas a uma região de operação. Portanto,  $V_g$  e  $Pot$  variam de modo que  $\dot{x} = A(p)x + B(p)u$  e  $y = C(p)x + D(p)u$ , sendo  $p = f(V_g, Pot)$  o conjunto de pontos de operação do conversor.

Sendo  $R_o(t) = f(Pot)$  e  $D_{cycle} = f(V_g(t))$ , segue-se que

$$R_o(t) = f(Pot(t)) = \frac{V_o^2}{Pot(t)}, Pot \in [P_{min}, P_{max}], \quad (2.71)$$

e

$$D_{cycle} = f(V_g(t)) = 1 - \frac{V_g(t)}{V_o(t)}, V_g(t) \in [V_{g,min}, V_{g,max}]. \quad (2.72)$$

Deste modo, o modelo no espaço de estados aplicado ao *boost* constitui-se de um sistema do tipo linear com parâmetros incertos (*Linear with Uncertain Parameters*). Sendo  $n = 2$  parâmetros variantes, logo  $p = 2^n \rightarrow p = 2^2 = 4$  matrizes politópicas do conversor.

Diante da análise do modelo por incertezas estruturadas, existe a necessidade de comparação do sistema incerto submetido ao conceito de incertezas não estruturadas conhecido em literatura. Contudo, a literatura de controle robusto considera a condição de robustez limitado à uma variação LTI do sistema, ou seja, as condições de pior caso para garantia de robustez são dimensionados no contexto LTI.

Para o caso da análise de incertezas aplicado ao conversor, usa-se o conceito de incertezas multiplicativas de Maciejowski (1989), Shahian e Hassul (1993), Dorf e Bishop (1998) definidas por:

$$\Delta_m(z) = \left( \frac{\tilde{G}(z)}{G(z)} - 1 \right), \quad (2.73)$$

em que  $\Delta_m(z)$  é função de transferência da incerteza multiplicativa,  $\tilde{G}(z)$  é o modelo real e  $G(z)$  o modelo nominal.

Considera-se então que um sistema é estavelmente robusto no tempo discreto (SHAHIAN; HASSUL, 1993), se, somente se

$$|\Delta_m(j\omega_d)| < \left| \frac{1}{T(j\omega_d)} \right|, \omega_d \in [-\infty, \frac{\pi}{T_s}], \quad (2.74)$$

em que

$$T(z) = G(z)K(z)(I + G(z)K(z))^{-1}, \quad (2.75)$$

o qual  $T(z)$  significa a função de transferência de malha fechada no plano  $z$ .

A necessidade de analisar um sistema projetado por incertezas estruturadas no contexto da análise não-estruturada se dá pelo fato da garantia da estabilidade robusta em qualquer situação de projeto. Isto porque a análise estruturada com base em politopos permite a obtenção do controlador usando-se dos métodos de otimização convexa. Contudo, essa modelagem não deixa claro se a região convexa utilizada garante a robustez em todos infinitos pontos de operação que podem existir dentro da caixa convexa. Por conta disso, justifica-se a necessidade

da comprovação da estabilidade robusta por incertezas não-estruturadas considerando as mesmas regiões de incertezas modeladas politopicamente.

Para este trabalho, a análise de robustez não-estruturada por incertezas multiplicativas é expandida para o sistema LTV do conversor. Logo, a variação LTV tanto do modelo de malha fechada como das incertezas adquirem infinitos pontos de operação na frequência discreta. Para estabelecer a condição de pior caso, traça-se a máxima curva de incerteza multiplicativa composta pelo conjunto vetores também variantes no tempo de tal modo que seja sempre inferior ao mínimo absoluto conjunto de vetores LTV da sensibilidade complementar  $1/T(z, p)$  em todo o espaço de tempo discreto. Logo, a partir da (2.74), este trabalho propõe a seguinte análise de robustez LTV:

$$\left| \max \vec{\Delta}_m(j\omega_d, kT_s) \right| < \left| \min \frac{1}{T(j\omega_d, kT_s)} \right|, \omega_d \in [-\infty, \frac{\pi}{T_s}], k = 1 \rightarrow \infty, \quad (2.76)$$

em que

$$\vec{\Delta}_m(j\omega_d) = \begin{bmatrix} \Omega_1 & \Omega_2 & \cdots & \Omega_j & \cdots & \Omega_p \end{bmatrix}, \quad (2.77)$$

em que  $\Omega_j$  é o conjunto LTV na frequência LTV das incertezas multiplicativas e  $p$  é o número de pontos de operação (polítopos) do sistema submetida a uma variação LTV, cuja expressão do conjunto das incertezas multiplicativas é dado por

$$\Delta_m(p(k), z) = \left( \frac{\tilde{G}(p(k), z)}{G_p(z)} - 1 \right) | \Delta_m(p(k), z) \in \Omega_p, \quad (2.78)$$

o qual  $p(k)$  consiste na variação LTV das variáveis incertas. Portanto, para cada conjunto LTV, existem um conjunto de funções de transferência LTI, que geram um conjunto de incertezas LTI. A estabilidade robusta existe, se e somente se quando o pior caso ponto-a-ponto da co-sensibilidade não se cruza com o pior caso ponto-a-ponto do conjunto politópico da incerteza multiplicativa.

## 2.4 Considerações Finais do Capítulo

Este capítulo apresentou os principais conceitos da topologia CCTE. Acrescenta ainda que o conteúdo apresentado mostra o princípio de chaveamento, modos de operação contínua, descontínua e crítica. Além disso, é provado que o modelo do *boost* CCTE operando no MCC apresenta características idênticas ao seu equivalente clássico, servindo-se de base para

a modelagem no espaço de estados de acordo com o modelo de Middlebrook e Cuk (1976). O modelo proposto para o modelo no espaço de estados médio considerando os efeitos LTV a partir da expansão do modelo clássico LTI superou as deficiências observadas do modelo clássico. Além disso, foi realizada a análise de incertezas do conversor, utilizando os conceitos de politopos sob a perspectiva das incertezas não-estruturadas, para chegar às proposições analíticas da análise de incertezas não estruturadas LTV para o conversor em estudo. Os conceitos apresentados neste capítulo constitui-se como base para formulação do controle MPC-LMI, bem como para a análise numérica do conversor nos capítulos seguintes.

### 3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este capítulo apresenta os principais fundamentos teóricos sobre desigualdades matriciais lineares (LMIs) e controle preditivo baseado em modelo (MPC). Os conceitos LMIs abrangem a introdução, os principais resolvidores utilizados, os conceitos básicos de estabilidade de Lyapunov, uma introdução sobre politopos e incertezas politópicas, complemento de Schur e relaxação. Cada um destes conceitos serão fundamentais para se entender a modelagem LMI proposta da tese. A introdução sobre MPC abordará a definição do controle preditivo considerando o horizonte infinito de predição limitada à derivada função de Lyapunov (*Derivation Upper Bound*). Esse conceito visa alinhar a teoria deste MPC às bases das restrições LMIs, sendo então a explicação base para proposta desta tese de MPC-LMI com relaxações. Além disso, será proposta a formulação de diagrama de blocos que será utilizada no controlador MPC desta tese visando melhorar o desempenho do controlador com o aumento de graus de liberdade do sistema.

#### 3.1 Conceitos básicos de LMIs

Nesta seção, são tratadas os conceitos básicos sobre as desigualdades matriciais lineares (LMIs), bem como os detalhes das principais técnicas LMIs usadas neste trabalho. As subseções seguintes apresentam as principais bases teóricas necessárias para compreender a modelagem LMIs da tese tais como: teorema de estabilidade de Lyapunov no espaço de estados, complemento de schur, relaxações das LMIs. Além disso, esta seção apresentará um breve resumo dos principais resolvidores LMI usados atualmente.

##### 3.1.1 Introdução as Desigualdades Matriciais Lineares

Os conceitos básicos das desigualdades matriciais lineares (LMIs) e suas técnicas correlatas surgiram como poderosas ferramentas de projeto de controladores robustos por incertezas estruturadas (GAHINET *et al.*, 1995). Os fatores que tornam a otimização LMI atraente são (COSTA, 2012)

- Uma variedade de especificações de projeto e restrições que podem ser expressas como LMIs.
- Uma vez formulado em termos de LMIs, um problema pode ser resolvido através do uso dos algoritmos de otimização (“resolvidores LMI”).

- Enquanto muitos dos problemas com múltiplas restrições ou objetivos carecem de análise de soluções em termos de equações matriciais, estes muitas vezes permanecem tratáveis nas formas LMIs. Isso faz com que o projeto baseado em LMIs seja uma alternativa valiosa para clássicos métodos analíticos.

Uma vez justificado os fatores que tornam o uso das LMIs atrativos para a estabilização robusta, o conteúdo a seguir mostra o embasamento teórico sobre a sua implementação.

**Definição 3.1.1** *Uma desigualdade matricial linear (Linear Matrix Inequalities - LMI) é descrita pela seguinte expressão (BOYD et al., 1994):*

$$F(x) = x_1 F_1 + x_2 F_2 + x_3 F_3 + \dots + x_m F_m \geq -F_0 \quad (3.1)$$

ou

$$F(x) = F_0 + \sum_{k=1}^m x_k F_k, \geq 0 \quad (3.2)$$

sendo  $x \in \mathcal{R}^m$  e  $F(x)$  é uma função afim, em que  $F_j \in \mathcal{R}^{n \times n}, i = 0, \dots, m$  são matrizes simétricas semi-definidas positivas. A restrição em (3.2) consiste numa restrição convexa, isto é, o conjunto  $\{x | F(x) \geq 0\}$  é convexo. Sendo estabelecidas as variáveis de otimização e restrições, é executado o seguinte processo de otimização (BOYD et al., 1994):

$$\begin{aligned} &\min c'x \\ &\text{sujeito a } F(x) \geq 0 \end{aligned}$$

Como é visto na Definição 3.1.1, uma LMI trata-se de uma combinação linear de matrizes cuja a solução das variáveis  $x_1, x_2, \dots, x_m$  são obtidas com a minimização da função objetivo. A função matricial  $F(x)$  consiste num conjunto matricial simétrico com autovalores não-negativos. Boyd et al. (1994) apresenta uma série de técnicas de otimização para problemas LMIs. Um mesmo sistema pode ser modelado matematicamente por vários métodos de otimização. Em seu livro, é mostrado várias soluções para resolver o mesmo problema. Para o caso desta tese são utilizados a otimização convexa de Gahinet et al. (1995), que é o LMITOOL do Matlab, e a otimização por programação semidefinida, que é o Yalmip/SeDuMi.

Portanto, o uso das técnicas LMI permitem encontrar uma solução ótima que atendam as restrições impostas pelo problema. Observa-se ainda que o conceito de otimização LMI não precisa de uma solução analítica, já que a solução é submetida a uma condição primal e dual com objetivo de identificar se esta solução é a unica. No princípio da dualidade, uma solução primal



consiste na formulação de otimização mais intuitiva que o problema pode oferecer do ponto de vista da otimização. A solução dual consiste na modelagem alternativa do problema. Em ambos os casos resíduos da otimização precisam convergir a um valor ligeiramente inferior a tolerância.

### 3.1.2 Resolvedores LMIs

Os resolvedores LMIs tratam-se de ferramentas para resolução de problemas relacionados à restrições. Alguns dos resolvedores apresentados nessa subseção são capazes de resolver vários problemas de restrições, inclusive LMIs. Os resolvedores mais conhecidos para problemas de restrições LMIs são:

- **LMILAB**: instalado no Matlab, é uma referência muito conhecida no estudo de LMIs. Seu método de resolução foi desenvolvido por Nesterov e Nemirovski em 1994, também disponibilizado em 1994. O manual de resolução do LMILAB foi escrito por Gahinet *et al.* (1995) e é uma base bibliográfica muito citada em trabalhos com LMIs;
- **LMITOOL**: disponibilizado no *software* livre do Scilab, é um pacote matemático amigável, baseado no método de resolução por programação semi definida desenvolvido por Vandenberghe e Boyd 1996;
- **Yalmip**: consiste em um *parser* que suporta programação semidefinida desenvolvida por Johan Lofberg. Seu pacote é capaz de resolver diversos problemas de otimização com restrições, desde programação Linear até otimização convexa cônica;
- **SeDuMi**: é um pacote de otimização de matrizes semi definidas desenvolvido por Jos Sturm. Além disso, o *SeDuMi* é de uso bastante amigável e versátil em diversas interfaces para resolução matemáticas de problemas com LMIs, como o YALMIP e o próprio LMILAB;
- **LMISol**: é um pacote de otimização desenvolvidos pelos brasileiros Oliveira, Farias e Geromel em 1997;
- **SDPT3**: é um pacote desenvolvido para problemas de programação cônica por K.C. Toh, R. H. Tütüncü e M. J. Todd.

### 3.1.3 Estabilidade de Lyapunov discreta

O conceito de estabilidade de Lyapunov na teoria do controle é formulada inicialmente no conceito da equação homogênea simples linearizada em um ponto de operação qualquer e uma função de Lyapunov típica (MACIEJOWSKI, 1989; BOYD *et al.*, 1994; AGUIRRE, 2008).

O uso da teoria da estabilidade de Lyapunov se deve, principalmente, na busca do ponto de equilíbrio por meio da formulação de uma representação quadrática da função modelo. Logo, seja um sistema linear autônomo definido por

$$\Delta[x(t)] = Ax(t), \quad (3.3)$$

em que o operador  $\Delta[\bullet]$  em (3.3) pode significar  $\dot{x}(t)$  no tempo contínuo ou  $x(k+1)$  no tempo  $k$  discreto. O critério de estabilidade de Lyapunov é definido como

$$V(x(t)) = x'(t)Px(t), P = P' > 0, P \in \mathcal{R}^{n \times n}, \quad (3.4)$$

cujo ponto de equilíbrio do modelo é satisfeito se

$$\dot{V}(x(t)) \leq 0. \quad (3.5)$$

Aproximando (3.5) pelo método de discretização por avanço de Euler, segue-se que

$$\Delta[x(t)] = V(x((k+1)T_s)) - V(x(kT_s)), \quad (3.6)$$

sendo  $T_s$  o tempo de amostragem. Considerando o tempo de amostragem conhecido, tem-se então

$$V(x(k+1)) - V(x(k)) = x'(k)(A'PA - P)x(k). \quad (3.7)$$

Para garantir o ponto de equilíbrio,  $x(k) \equiv 0$ , é necessário que (3.7) seja menor que zero portanto,

$$A'PA - P \leq 0 \quad (3.8)$$

Considerando uma condição mais conservadora, seja a matriz  $P_o \geq 0$ , tal que  $-P_o \leq 0$ , um ponto de operação escolhido pelo projetista. Alinhando (3.8) à esta condição, obtém-se

$$A'PA - P \leq -P_o \leq 0, \quad (3.9)$$

logo,

$$A'PA - P \leq -P_o, \quad (3.10)$$

Logo, o conceito de estabilidade de Lyapunov pode ser descrito pelo seguinte teorema via desigualdades:

**Teorema 3.1.1 (Estabilidade de Lyapunov discreta)** *Dado o sistema do tipo  $x(k+1) = Ax(k)$ , existe uma solução  $P > 0$  simétrica de modo que  $A'PA - P \leq -P_0, \forall x \neq 0$ , sendo  $P_0 \geq 0$  simétrica, uma matriz arbitrária forçada ao ponto de operação.*

O conceito apresentado no Teorema 3.1.1 constitui-se a principal base matemática da aproximação da desigualdade de Lyapunov para pontos de operação convenientes, como um índice de desempenho ou uma norma tipo  $H_2$  ou  $H_\infty$ , por exemplo. Esse tipo de alinhamento matemático permite uma infinidade aproximação de restrições a uma função objetivo por LMIs. Esta é uma das principais vantagens da estabilidade de Lyapunov em sistemas incertos LMIs como podem ser vistos nos trabalhos de Kothare *et al.* (1996) e Cuzzola *et al.* (2002).

### 3.1.4 Conceito de Politopos

Dentro do conceito de incertezas estruturadas, um determinado sistema é modelado obedecendo uma estrutura, que pode ser por função de transferência ou espaço de estados. No caso dessa estrutura de modelo estar sujeita a variações, seus pontos de operação podem ser representados por vértices de um conjunto numérico que pode assumir uma forma geométrica convexa (triângulo, quadrilátero, etc). Portanto, cada ponto de operação pode ser considerado como um vértice do conjunto de incerteza. A Definição 3.1.2 esclarece o conceito de politopo.

**Definição 3.1.2** (GAHINET *et al.*, 1995) *Um politopo consiste num conjunto poliedral limitado e é uma casca convexa de um conjunto finito de vértices, sendo que todo elemento no politopo pode ser gerado pela combinação convexa dos seus vértices.*

Matematicamente, a partir da Definição 3.1.2, é formulado o seguinte teorema:

**Teorema 3.1.2** (GAHINET *et al.*, 1995) *Dado um sistema incerto com  $n$  vértices:*

$$\Delta[x(t)] = Ax(t), A \in \mathcal{P} \triangleq \left\{ A | A = \sum_{j=1}^p \alpha_j A_j, \alpha_j \geq 0, \sum_{i=1}^p \alpha_j = 1 \right\}. \quad (3.11)$$

*O sistema incerto é quadraticamente estável se, somente se para sistemas de tempo discreto existe uma matriz  $P = P' \geq 0 | A'PA - P \leq 0 \forall A \in \mathcal{R}^{n \times n}$  ou  $A_j'PA_j - P \leq 0, \forall j = 1, 2, \dots, n$ , que consiste no método de otimização via LMIs de (3.1.1)*

Com base no Teorema 3.1.2 pode-se generalizar o Teorema 3.1.1 para modelos politópicos, estabelecendo-se o seguinte corolário:

**Corolário 3.1.1** *Do Teorema 3.1.1, dado o sistema do tipo  $\dot{x} = \sum_{j=1}^p A_j x$ ,  $p \in \mathcal{N}$ , existe uma solução  $P > 0$  simétrica de modo que  $A_j' P A_j - P < -P_o, \forall x \neq 0$ , sendo  $N \geq 0$  simétrica, uma matriz arbitrária.*

### 3.1.5 Incerteza politópica em sistemas LTV

Em Kothare *et al.* (1996) estabeleceu uma relação entre sistemas LTV e incertezas politópicas conhecido como paradigma do multimodelo (*multi-model paradigm*), em que um sistema LTV consiste simplesmente num conjunto infinito de politopos. Este conjunto infinito é definido como  $\Omega$ , o qual consiste no seguinte modelo no espaço de estados:

$$\begin{aligned} x(k+1) &= A(k)x(k) + B(k)u(k), \\ \begin{bmatrix} A(k) & B(k) \end{bmatrix} &\in \Omega, \end{aligned} \quad (3.12)$$

onde  $u(k) \in \mathcal{R}^{n_u}$  é o sinal de controle e  $x(k) \in \mathcal{R}^{n_x}$  são os estados armazenadores de energia. Considere que o conjunto  $\Omega$  pode ser modelado politopicamente tal que

$$\Omega \in Co \left\{ \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_3 & B_3 \end{bmatrix} \dots \begin{bmatrix} A_p & B_p \end{bmatrix} \right\}, \quad (3.13)$$

em que (3.13) consiste numa casca convexa de conjuntos politópicos. Se  $p = 1$ , tem-se um sistema LTI clássico conhecido em literatura. Então, o modelo politópico apresentado em (3.13) é definido da seguinte maneira conforme Kothare *et al.* (1996):

1. Considere um sistema (possivelmente não linear) com diferentes pontos de operação para diferentes instantes de tempo. Para cada conjunto de dados, desenvolve-se um conjunto linear de modelos baseados no mesmo vetor de estados. Logo, é razoável que os sistemas modelados em (3.12) e (3.13) com vértices dados por modelos lineares no espaço de estados serão aplicados ao mesmo sistema.
2. De acordo com o item anterior, suponha que a Jacobiana  $\begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} & \frac{\partial f}{\partial u} \end{bmatrix}$  de um sistema não linear discreto variante no tempo  $x(k+1) = f(x(k), u(k), k)$  é conhecido existindo dentro de um conjunto  $\Omega$ . Então pode ser mostrado que toda a trajetória  $(x, u)$  do modelo não linear original trata-se de uma trajetória definida em (3.12) para qualquer sistema LTV dentro do conjunto  $\Omega$ . Logo, o sistema original, não linear, pode ser aproximado a um sistema LTV modelado no espaço de estados por incertezas politópicas. Semelhantemente a isto, pode ser mostrado ainda que os limites dos coeficientes da resposta ao impulso podem ser convertidos em uma descrição politópica incerta de matrizes no espaço de estados. Portanto, a descrição por incerteza politópica em (3.13) é aceitável para (3.12).

Matematicamente, a afirmação de Kothare *et al.* (1996) é então representada por:

$$\begin{bmatrix} A(k) & B(k) \end{bmatrix} \triangleq Co \left\{ \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_3 & B_3 \end{bmatrix} \dots \begin{bmatrix} A_p & B_p \end{bmatrix} \right\} \in \Omega, \quad (3.14)$$

justificando o conceito de incertezas politópicas em sistemas LTV no espaço de estados. A generalização mostrada em (3.14) trata-se de uma consequência matemática proposta por Kothare a partir do artigo de Liu (1968). Logo, o sistema linear incerto limitado à casca convexa de (3.13) modela adequadamente um sistema LTV definido por (3.12).

### 3.1.6 Complemento de Schur

O *Complemento de Schur* consiste em um artifício matemático amplamente utilizado para converter uma desigualdade convexa em uma LMI ou vice-versa (BOYD *et al.*, 1994). Além disso, o *complemento de Schur* é ideal para casos em que estão presentes expressões matriciais não lineares, convertendo-as em LMIs. Tal conceito é aplicado tanto em soluções no domínio do tempo contínuo como no tempo discreto. Além disso, o *complemento de Schur* é ideal para casos em que estão presentes expressões matriciais não lineares, convertendo-as em LMIs.

**Lema 3.1.1 (Complemento de Schur)** (BOYD *et al.*, 1994) *Seja a seguinte matriz de blocos*

$$M(x) = \begin{bmatrix} M_1(x) & M_2(x) \\ M_2(x)' & M_3(x) \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

*sendo  $M_3(x)$  uma matriz quadrada não singular (ou seja,  $M_3(x)^{-1} \neq 0$ ). O complemento de Schur de  $M_3$  em  $M_1$ , denotado por  $(M_1/M_3)$ , é definido por:*

$$M(x) = \begin{bmatrix} M_1(x) & M_2(x) \\ M_2(x)' & M_3(x) \end{bmatrix} = M_1(x) - M_2(x)M_3(x)^{-1}M_2(x)', M_3(x) \geq 0. \quad (3.16)$$

Se  $M_1(x) \geq 0$ , obtém-se a forma equivalente

$$M(x) = \begin{bmatrix} M_1(x) & M_2(x) \\ M_2(x)' & M_3(x) \end{bmatrix} = M_3(x) - M_2(x)'M_1(x)^{-1}M_2(x), M_1(x) \geq 0. \quad (3.17)$$

O *complemento de Schur* pode assumir uma formulação matricial equivalente. A versão equivalente trata-se da sua versão diagonalizada de  $M(x)$  do Lema 3.1.1. Usando as técnicas de diagonalização empregadas na teoria de Álgebra Linear, é formulado o seguinte lema:

**Lema 3.1.2** *Outra forma equivalente, usando as propriedades da transformação de congruência são*

$$M = \begin{bmatrix} M_1 & M_2 \\ M_2' & M_3 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} M_1 - M_2 M_3 M_2' & 0 \\ 0 & M_3 \end{bmatrix}. \quad (3.18)$$

*Isto para o caso da matriz arbitrária  $T$  definida por*

$$T = \begin{bmatrix} I & 0 \\ -M_2' M_1 & I \end{bmatrix}, \quad (3.19)$$

*sendo esta não singular.*

Contudo, o Lema 3.1.2 é restrito a situações mais específicas de modelagem com restrições. Para esta tese, a versão do Lema 3.1.1 é a que será mais utilizada para a modelagem das restrições LMIs.

### 3.1.7 Formulação da estabilidade de Lyapunov por LMIs

As subseções anteriores apresentam as teorias fundamentais para modelagem da estabilidade de Lyapunov utilizando restrições LMIs. Considerando o que foi definido no Corolário 3.1.1 de modo que

$$A_j' P A_j - P \leq -P_0. \quad (3.20)$$

Tome  $N = 0$  na condição simplificada de (3.20). Seja  $Q = Q' \geq 0$  tal que  $P = Q^{-1}$ . Substituindo  $P = Q^{-1}$  em (3.20), para  $N = 0$ , tem-se que

$$A_j' Q^{-1} A_j - Q^{-1} \leq 0. \quad (3.21)$$

Multiplicando  $-Q$  à direita e à esquerda em (3.21),

$$Q - Q A_j' Q^{-1} A_j Q \geq 0. \quad (3.22)$$

Rearranjando e aplicando o Lema 3.1.1 em (3.22) torna-se em

$$\begin{bmatrix} Q & Q A_j' \\ A_j Q & Q \end{bmatrix} \geq 0, \quad (3.23)$$

que consiste na desigualdade de Lyapunov por LMI, a qual também pode ser resolvida pelo seguinte problema de minimização:

$$\begin{cases} \min tr(Q) \\ \text{sujeito a } \begin{bmatrix} Q & Q A_j' \\ A_j Q & Q \end{bmatrix} \geq 0 \end{cases} \quad (3.24)$$

Note que o  $tr\{Q\}$  é o traço da matriz, que é a soma dos elementos da diagonal principal, é uma função linear (AGUIRRE, 2008).

Seja um sistema no espaço de estados definido por (3.12) modelado por incertezas politópicas conforme a Subseção 3.1.5. Seja o modelo então formulado politopicamente tal que

$$\begin{aligned} x(k+1) &= A_j x(k) + B_j u(k), \\ u(k) &= F x(k) \end{aligned} \quad (3.25)$$

Aplicando a realimentação de estados, (3.25) torna-se

$$x(k+1) = (A_j x + B_j F) x(k) = \tilde{A} x(k). \quad (3.26)$$

Substituindo (3.26) em (3.24) e fazendo  $Y = FQ$ , tem-se a seguinte restrição de Lyapunov via LMI para sistemas de malha fechada:

$$\begin{cases} \min tr(Q) \\ \begin{bmatrix} Q & (A_j Q + B_j Y)' \\ (A_j Q + B_j Y) & Q \end{bmatrix} \geq 0 \end{cases} \quad (3.27)$$

onde  $F = YQ^{-1}$ . Portanto, (3.27) consiste na desigualdade necessária para obtenção do modelo de malha fechada para um sistema politópico com realimentação positiva. Considerando um modelo com realimentação negativa, basta fazer  $K = -F$  para obtenção do ganho do controlador.

### 3.1.8 Relaxação das LMIs

Até a Subseção 3.1.7, o conceito de estabilização de Lyapunov com restrições LMIs é aplicado em sistemas que aceitam, em sua modelagem politópica, critérios conservadores de otimização. Define-se que um critério é conservador quando atende a uma determinada modelagem bem condicionada, normalizada à uma referência base. Para sistemas mal condicionados, essas restrições conservadoras de LMIs podem não atender às condições de factibilidade do problema em (3.27) ou haver uma violação do processo de otimização, havendo uma solução factível, porém fora do espaço convexo. Visando contornar condições conservadoras de otimização para sistemas mau condicionados, são propostas relaxações no procedimentos de restrições, tornando o conjunto de soluções mais “elástico” em relação aos critérios LMIs mais tradicionais. Os procedimentos de relaxação são abordados por Cuzzola *et al.* (2002) e mostram a efetividade do modelo, aumentando os intervalos de operação até o ponto de ruptura do modelo LMI tradicional.

Seja uma matriz  $G$ , compatível não-simétrica e semidefinida positiva tal que  $G + G' \geq 0$ . A matriz  $G$  é uma matriz de relaxação, que permite o procedimento de otimização encontrar

uma solução para situações em que o modelo classico de (3.27) não é capaz de resolver. Considere também a matriz  $Q_j = Q'_j \geq 0$  o qual  $Q_j^{-1} \geq 0$  aplicado em um sistema mal condicionado no espaço de estados de (3.25), o qual é factível em pelo menos um vértice do politopo, mas não lhe é garantida a factibilidade aos demais vértices do politopo, de modo que

$$Q_j^{-1} \geq 0. \quad (3.28)$$

e que

$$G + G' \geq Q_j^{-1} \geq 0. \quad (3.29)$$

Multiplicando por  $(G - Q_j)'$  à esquerda e por  $(G - Q_j)$  à direita, (3.28) torna-se

$$(G - Q_j)' Q_j^{-1} (G - Q_j) \geq 0. \quad (3.30)$$

Desenvolvendo (3.30), é mostrada a seguinte desigualdade

$$G' Q_j^{-1} G \geq G + G' - Q_j. \quad (3.31)$$

A desigualdade apresentada em (3.31) consiste na condição que garante a convergência e linearidade em um sistema com restrição LMI com relaxações. Para que a relaxação seja obtida, o conceito da estabilidade de Lyapunov de (3.21) será tratada em relação a matriz  $G$  e não a matriz  $Q$  da forma tradicional, já que a condição desta seção se aplica para sistemas mal condicionados. Portanto, multiplicando  $-G'$  à esquerda e  $G$  à direita para  $Q_j$ , (3.21) torna se

$$G' Q_j^{-1} G - G' A'_j Q_j^{-1} A_j G \leq 0. \quad (3.32)$$

Este tipo de artifício é necessário para que a simetria matricial seja garantida caso seja aplicado o Lema 3.1.1. Aplicando o lema de Schur, (3.32) é tratada pela seguinte desigualdade

$$\begin{bmatrix} G' Q^{-1} G & (A_j G)' \\ (A_j G) & Q_j \end{bmatrix} \geq 0. \quad (3.33)$$

Substituindo a condição de relaxação de (3.31) em (3.33), obtém-se a estabilidade de Lyapunov com relaxação LMI:

$$\begin{bmatrix} G + G' - Q_j & (A_j G)' \\ (A_j G) & Q_j \end{bmatrix} \geq 0. \quad (3.34)$$



Observe que (3.34) garante a relaxação, sem perder a otimização por LMI, pois a aplicação de (3.31) torna a desigualdade mais restritiva, garantindo a factibilidade. Expandindo o conceito para o espaço de estado em malha fechada, tem-se que

$$\begin{bmatrix} G + G' - Q_j & (A_j G + B_j Y)' \\ (A_j G + B_j Y) & Q_j \end{bmatrix} \geq 0, \quad (3.35)$$

sendo  $F = YG^{-1}$ . Portanto o conceito de relaxação LMI permite que sistemas não convexos tornem-se convexos através de uma matriz de relaxação  $G \geq 0$  mas não-simétrica, cuja formulação permite expandir a região de factibilidade do sistema sem violar as condições de convergência da técnica otimização.

### 3.2 Controle IH-MPC

O controle preditivo baseado em modelo(MPC) com horizonte infinito (IH) consiste na formulação matemática de uma estratégia de controle cujo horizonte de predição visa a minimização do índice de desempenho dado por

$$J_\infty(k) = \min_{u(k)} \max_{\Omega} J_\infty(k), \quad (3.36)$$

$$J_\infty(k) = \sum_{i=0}^{\infty} [x(k+i|k)' Q_1 x(k+i|k) + u(k+i|k)' R_1 u(k+i|k)] ,$$

o qual  $Q_1 = Q_1' \geq 0$  e  $R_1 = R_1' > 0$ . Na função custo proposta,  $x(k+i|k)$  indica o passo de predição à frente do estado e  $u(k+i|k)$  é o passo de predição à frente do sinal de controle. O índice apresentado em (3.36) trata-se de um problema *min – max* conforme Kothare *et al.* (1996). Nesse contexto, a maximização do conjunto  $\Omega$  deve-se a escolha dos pontos de operação do modelo LTV dado por  $\begin{bmatrix} A(k+i) & B(k+i) \end{bmatrix} \in \Omega, i \geq 0$ , o qual, se usado nas condições de predição, é capaz de atingir a condição de pior caso do valor de  $J_\infty(k)$  entre todas as plantas de  $\Omega$ . Daí então, o valor de pior caso de  $J_\infty(k)$  é minimizado em torno dos horizontes presente e futuro de predição para  $u(k+i|k), i = 1, 2, \dots, m$ . Esse problema *min – max*, então considerado para o limite  $m$ , não é computacionalmente tratável, de modo que esta formulação em (3.36) não é muito utilizada na literatura. Para que a definição em (3.36) seja utilizada para fins do MPC, usa-se o método da derivação do limite superior (*Derivation of the Upper Bound*) considerando o limite dado pela realimentação de estado pelo sinal de controle  $u(k+i|k) = Fx(k+i|k), i \geq 0$ . Portanto, considere a busca do ponto de equilíbrio da função de Lyapunov  $V(x) = x'Px, P = P' > 0$  alinhando o ponto de operação na função custo em (3.36) no tempo discreto

$$V(x(k+i+1|k)) - V(x(k+i|k)) \leq -J_\infty(k). \quad (3.37)$$

Para que o desempenho robusto seja atingido,  $x(\infty|k) = 0$ , logo  $V(x(\infty|k)) = 0$ . Dessa maneira, (3.37) pode ser visto como

$$-V(x(k+i|k)) \leq -J_\infty(k). \quad (3.38)$$

Portanto

$$J_\infty(k) \leq V(x(k|k)). \quad (3.39)$$

Usando o critério *min-max* de (3.36), a derivação considerando o limite superior da função Lyapunov para função custo é dado por

$$\max_{\left[ \begin{array}{cc} A(k+i) & B(k+i) \end{array} \right] \in \Omega, i \geq 0} J_\infty(k) \leq V(x(k|k)). \quad (3.40)$$

A condição definida em (3.40) mostra que à medida que  $k \rightarrow \infty$ , a lei de controle  $u(k+i|k) = Fx(k+i|k)$  atua de modo que a função custo seja sempre inferior a função de Lyapunov do sistema LTV. Portanto, para todo o sistema definido no espaço de estados LTV discreto, a condição em (3.40) garante a estabilização da matriz  $P$  da função de Lyapunov em cada instante de tempo  $k$ .

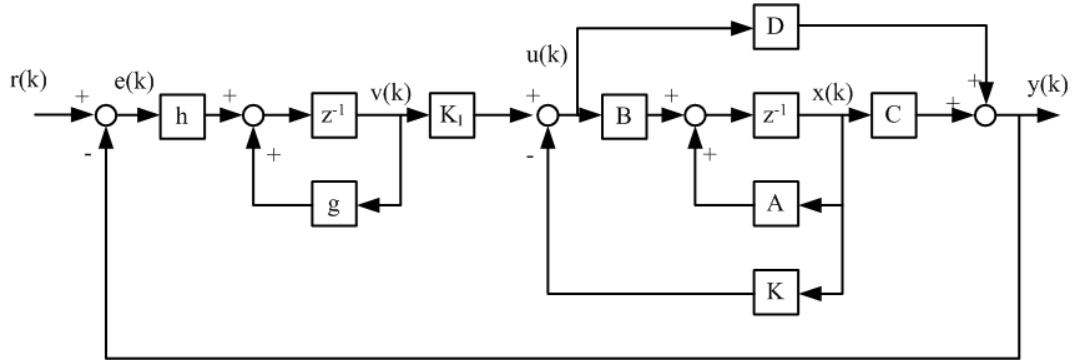
### 3.3 Diagrama de blocos proposto

O uso de mecanismos de seguimento de referência é indicado para problemas na busca do erro nulo em regime permanente. Inicialmente utilizado em servomecanismos, o mecanismo de seguimento de referência é abordado massivamente na literatura, tanto para modelos no tempo contínuo (LEVINE S, 1999; SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005) como para modelos discretos (FADALI, 2009).

A Figura 6 apresenta o diagrama de blocos proposto neste trabalho para obtenção do ganho de controle do conversor (FADALI, 2009; LEVINE S, 1999). O diagrama proposto minimiza erro de regime através da ação integral e do ajuste fino das variáveis  $g$  e  $h$ . A variável  $g$  consiste na variável do denominador da ação integral e  $h$  a variável do numerador. Na sua forma clássica, a ação integral no tempo contínuo é dado por  $\frac{K_I}{s}$ . Usando a discretização por avanço de Euler, torna-se  $\frac{K_I}{z-1}$  e por atraso de Euler, usa-se a fração  $\frac{K_I z}{z-1}$ . No livro do Ogata (1986), é realizada a discretização da ação integral por atraso de Euler na sua modelagem da ação integral. Contudo, a modelagem apenas torna-se viável para  $D = 0$  no modelo no espaço de estados da planta de malha aberta. Já Fadali (2009) modela a ação integral por avanço de Euler,

permitindo a modelagem para  $D \neq 0$  e tornando as matrizes expandidas similar ao modelo do tempo contínuo de Dorf e Bishop (1998).

Figura 6 – Diagrama de blocos proposto.



Fonte: Autor.

Baseado no livro de Fadali (2009), é proposta uma variação da ação integral com o objetivo de aumentar os graus de liberdade do modelo. Para o modelo da Figura 6,  $g = 1$  e  $h$  pode variar de modo a melhorar a resposta de regime de acordo com o perfil de projeto. Inicialmente, considera-se que  $g = 1$  e  $h = 1$ , conservando a configuração clássica da ação integral. Com base na figura referente ao diagrama de blocos, as expressões do modelo são dadas por:

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k), \quad (3.41)$$

$$y(k) = Cx(k) + Du(k), \quad (3.42)$$

$$v(k+1) = gv(k) + he(k), \quad (3.43)$$

$$u(k) = -Kx(k) + K_I v(k), \quad (3.44)$$

$$e(k) = r(k) - y(k). \quad (3.45)$$

Substituindo (3.45) em (3.43), tem-se

$$v(k+1) = gv(k) - hy(k) + hr(k). \quad (3.46)$$

Agora, substituindo (3.42) em (3.46), obtém-se a seguinte expressão:

$$v(k+1) = gv(k) - hCx(k) - hDu(k) + hr(k). \quad (3.47)$$

Fazendo  $r(k) = 0$ , pois o modelo no espaço de estados trabalha-se no formato de regulador, e reorganizando (3.41) juntamente com (3.47). Vê-se que essas duas equações podem ser organizadas utilizando o espaço de estados expandido tal que  $\hat{x}(k) = \begin{bmatrix} x(k) \\ v(k) \end{bmatrix}$ . Portanto, de (3.41) e (3.47), tem-se que

$$\begin{bmatrix} x(k+1) \\ v(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -hC & g \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ v(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ -hD \end{bmatrix} u(k) \quad (3.48)$$

onde

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -hC & g \end{bmatrix} \text{ e } \hat{B} = \begin{bmatrix} B \\ -hD \end{bmatrix}. \quad (3.49)$$

Para o modelo de malha fechada, basta substituir (3.44) em (3.48) e considerar  $r(k) \neq 0$  de (3.47). Portanto, a expressão torna-se

$$\begin{bmatrix} x(k+1) \\ v(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - BK & BK_I \\ -h(C - DK) & g - hDK_I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ v(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ h \end{bmatrix} r(k). \quad (3.50)$$

Aplicando (3.44) em (3.42), a equação de saída é

$$y(k) = \begin{bmatrix} (C - DK) & DK_I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ v(k) \end{bmatrix}. \quad (3.51)$$

As matrizes  $A_{mf}$ ,  $B_{mf}$ ,  $C_{mf}$  e  $D_{mf}$  de malha fechada de (3.50) e (3.51) são:

$$A_{mf} = \begin{bmatrix} A - BK & BK_I \\ -h(C - DK) & g - hDK_I \end{bmatrix}, B_{mf} = \begin{bmatrix} 0 \\ h \end{bmatrix}, \quad (3.52)$$

$$C_{mf} = \begin{bmatrix} (C - DK) & DK_I \end{bmatrix}, D_{mf} = 0.$$

Considerando  $g = 1$ ,  $h = 1$  e  $D = 0$ , (3.52) torna-se o modelo clássico utilizado na literatura de controle. Logo o diagrama de blocos proposto trata-se de uma generalização do modelo clássico, sendo então aplicado e ajustado para sistemas no espaço de estados discreto com  $D \neq 0$ .

### 3.4 Conceito de espaço de estados expandido com incertezas politópicas LTV

Considerando um sistema LTV modelado no espaço de estados expandido conforme o diagrama de blocos proposto na Seção 3.3 definido por

$$\begin{aligned}\hat{x}(k+i+1|k) &= \hat{A}(k+i)\hat{x}(k+i|k) + \hat{B}(k+i)u(k+i|k), \\ y(k+i|k) &= \underbrace{\begin{bmatrix} C(k+i) & 0 \end{bmatrix}}_{\hat{C}(k+i)} \hat{x}(k+i|k) + \underbrace{\begin{bmatrix} D(k+i) \\ 0 \end{bmatrix}}_{\hat{D}(k+i)} u(k+i|k)\end{aligned}\quad (3.53)$$

de modo que  $\begin{bmatrix} \hat{A}(k+i) & \hat{B}(k+i) \end{bmatrix} \in \Omega$ . Conforme visto na Subseção 3.1.5, o conjunto LTV  $\Omega$  tal que  $\Omega \in Co\left\{ \begin{bmatrix} \hat{A}_1 & \hat{B}_1 \end{bmatrix} \dots \begin{bmatrix} \hat{A}_p & \hat{B}_p \end{bmatrix} \right\}$ , que consiste em um conjunto politópico convexo. Cada politopo é modelado como um vértice convexo conforme definido por Kothare *et al.* (1996), logo  $\forall k, \exists p \neq 0 \mid \lambda_j(k), j = 1, 2, \dots, p$  tal que

$$\sum_{j=1}^p \lambda_j(k) = 1 \rightarrow [\hat{A}(k) \mid \hat{B}(k+i)] = \sum_{j=1}^p \lambda_j(k+i) [\hat{A}_j \mid \hat{B}_j] \quad (3.54)$$

constitui-se a definição proposta por Cuzzola *et al.* (2002). A partir de (3.54) e fazendo  $x(k+i|k) = x(k)$ , (3.53) torna-se

$$\begin{aligned}\hat{x}(k+1) &= \hat{A}_j x(k) + \hat{B}_j u(k), \\ y(k) &= \underbrace{\begin{bmatrix} C_j & 0 \end{bmatrix}}_{\hat{C}_j} \hat{x}(k) + \underbrace{\begin{bmatrix} D_j \\ 0 \end{bmatrix}}_{\hat{D}_j} u(k)\end{aligned}\quad (3.55)$$

### 3.5 Considerações sobre o capítulo

As teorias apresentadas neste capítulo constituem-se uma concepção resumida das principais ferramentas teóricas utilizadas para formulação da teoria proposta na tese. Os aspectos teóricos sobre LMIs serão usados para obtenção do modelo com restrições no espaço de estados do MPC proposto. Cita-se ainda que a introdução ao IH-MPC apresentado na Seção 3.2 concatena os conceitos de controle preditivo à função de estabilização de Lyapunov. Acrescenta-se também os conceitos do modelo do diagrama de blocos generalizado proposto, que combinado aos conceitos das seções anteriores, são fundamentais para se entender a teoria do MPC-LMI Relaxado proposto no capítulo subsequente.

## 4 CONTROLE MPC COM RELAXAÇÕES

Este capítulo apresentará os principais conceitos do MPC com relaxações LMIs. Inicialmente, será apresentado as definições, bem como o conceito de estabilização de Lyapunov baseado no índice de desempenho quadrático. Em seguida, será mostrado o processo de relaxação aplicado ao MPC, o que permite a aplicação do controle preditivo em sistemas mal condicionados, pois o conceito relaxado aumenta a região de factibilidade. Além disso, a análise de relaxação será simplificada de modo que a garantia de convergência se dá pela matriz de relaxação e não pela matriz de Lyapunov  $Q$  através da análise das elipsóides de estabilidade. Apresentar-se-á ainda as modelagens das restrições de entrada e de saída por LMIs, obedecendo as condições de relaxação do procedimento de otimização. No final do capítulo, será proposta a abordagem *offline* do conceito MPC relaxado, o que permite a formulação da lei de controle sem a necessidade de atualização do ganho de realimentação a cada processo iterativo, como é conhecido na literatura. A proposta *offline* apresentada é a base da aplicação do conceito do MPC-LMI relaxado em conversores *boost* CCTE.

### 4.1 Definição do IH-MPC Relaxado por LMIs

O conceito do IH-MPC proposto consiste na técnica de otimização passo-a-passo de um sistema no tempo discreto visando a minimização da função custo baseado na Seção 3.2. Considerando as mesmas condições da teoria abordada no Capítulo 3, o IH-MPC expandido é definido por:

$$\min_{u(k)} \max_{\Omega} J_{\infty}(k), \quad (4.1)$$

$$J_{\infty}(k) = \sum_{i=0}^{\infty} \left[ \hat{x}(k+i|k)' Q_1 \hat{x}(k+i|k) + u(k+i|k)' R_1 u(k+i|k) \right],$$

o qual  $Q_1 = Q'_1 \geq 0$  e  $R_1 = R'_1 > 0$ . Na função custo proposta,  $\hat{x}(k+i|k)$  indica o passo de predição à frente do estado e  $u(k+i|k)$  é o passo de predição à frente do sinal de controle.

Considerando o fato de que o sinal de controle do conversor *boost* do Capítulo 2 é dado por  $0 \leq u(k+i|k) \leq 1$ . Logo, o sistema possui restrições de operação do atuador. Portanto,

$$\begin{aligned} \|u_r(k+i|k)\|_2 &\leq u_{r,\max}, i \geq 0, r = 1, 2, \dots, n_u \\ \|y_r(k+i|k)\|_2 &\leq y_{r,\max}, i \geq 0, r = 1, 2, \dots, n_y \end{aligned} \quad (4.2)$$

Observa-se então que a definição do MPC visa resolver o problema do sistema no espaço de estados LTV com restrições no sinal de controle e na saída conforme Cuzzola *et al.* (2002). Seja uma função quadrática do tipo  $V(x) = \hat{x}' P_j \hat{x}$ , sendo  $P_j = P_j' \geq 0$ . Considere o estado  $\hat{x}(k|k) = \hat{x}(k)$  do sistema (3.53). A partir de (4.1), deseja-se atingir o equilíbrio de Lyapunov, tal que

$$\dot{V}(\hat{x}(k)) \leq -J_\infty(k). \quad (4.3)$$

Aplicando a estabilidade Lyapunov, com base na Seção 3.2, segue-se que

$$V(\hat{x}(k+1)) - V(\hat{x}(k)) \leq -\hat{x}(k)' Q_1 \hat{x}(k) + u(k)' R_1 u(k). \quad (4.4)$$

Considerando o modelo de malha fechada da expressão cujo controlador é LTV, de (3.26), segue-se que

$$\hat{x}(k+1) = (\hat{A}_j + \hat{B}_j \hat{F}(k)) \hat{x}(k), \quad (4.5)$$

substituindo (4.5) e  $u(k) = \hat{F}(k) \hat{x}(k)$  em (4.4), obtém-se a seguinte desigualdade, considerando a independência linear de  $\hat{x}(k)$ ,

$$(\hat{A}_j + \hat{B}_j \hat{F}(k))' P_j (\hat{A}_j + \hat{B}_j \hat{F}(k)) - P_j + (Q_1 + \hat{F}(k)' R_1 \hat{F}(k)) \leq 0. \quad (4.6)$$

Fazendo  $P_j = \gamma Q_j^{-1}$ , e substituindo em (4.6), segue-se

$$\begin{aligned} & (\hat{A}_j G + \hat{B}_j \hat{F}(k) G)' \gamma Q_j^{-1} (\hat{A}_j G + \hat{B}_j \hat{F}(k) G) \\ & - \gamma G' Q_j^{-1} G + (G' Q_1 G + G' \hat{F}(k)' R_1 \hat{F}(k) G) \leq 0, \end{aligned} \quad (4.7)$$

multiplicando (4.7) por  $-\gamma^{-1}$ , tem-se

$$\begin{aligned} & G' Q_j^{-1} G - (\hat{A}_j G + \hat{B}_j \hat{F}(k) G)' Q_j^{-1} (\hat{A}_j G + \hat{B}_j \hat{F}(k) G) \\ & - G' \gamma^{-1} Q_1 G - G' \hat{F}(k)' \gamma^{-1} R_1 \hat{F}(k) G \geq 0, \end{aligned} \quad (4.8)$$

$$\begin{aligned} & G' Q_j^{-1} G - (\hat{A}_j G + \hat{B}_j \hat{F}(k) G)' Q_j^{-1} (\hat{A}_j G + \hat{B}_j \hat{F}(k) G) \\ & - (Q_1^{1/2} G)' \gamma^{-1} (Q_1^{1/2} G) - (R_1^{1/2} \hat{F}(k) G)' \gamma^{-1} (R_1^{1/2} \hat{F}(k) G) \geq 0, \end{aligned} \quad (4.9)$$

aplicando o Lema 3.1.1 quatro vezes em (4.9), obtém-se a desigualdade

$$\begin{bmatrix} G' Q_j^{-1} G & * & * & * \\ \hat{A}_j G + \hat{B}_j \hat{F}(k) G & Q_j & * & * \\ Q_1^{1/2} G & 0 & \gamma I & * \\ R_1^{1/2} \hat{F}(k) G & 0 & 0 & \gamma I \end{bmatrix} \geq 0. \quad (4.10)$$

Entretanto, a expressão (4.10) ainda não tem condições de ser uma LMI por causa de 2 problemas: primeiro é a bilinearidade de  $G'Q_j^{-1}G$ , segundo é a situação de inversão de  $Q_j^{-1}$ . Para isso, é necessário estabelecer uma restrição de relaxação em que  $G + G' \geq Q_j$ , o qual  $G$  seja quadrada, não singular e não simétrica. Tal restrição permite que as LMIs aumentem a sua região de factibilidade, ou seja, aumentem suas regiões de solução. Tal condição é adotada por Cuzzola *et al.* (2002) para obter a relaxação do MPC proposto por Kothare *et al.* (1996). Para que o procedimento convirja em uma solução convexa, é estabelecida relaxações nas LMIs conforme visto na Subsecção 3.1.8. Aplicando (3.31) em (4.10) e fazendo  $Y = F(k)G$ , é obtida a seguinte LMI de Cuzzola *et al.* (2002):

$$\begin{bmatrix} G + G' - Q_j & * & * & * \\ \hat{A}_j G + \hat{B}_j Y & Q_j & * & * \\ Q_1^{1/2} G & 0 & \gamma I & * \\ R_1^{1/2} Y & 0 & 0 & \gamma I \end{bmatrix} \geq 0, i = 1, \dots, p, \quad (4.11)$$

em que  $F(k) = YG^{-1}$ .

Contudo, a restrição em (4.11) apenas garante a estabilização por minimização do índice de desempenho definido em (4.1), sendo então uma das restrições necessárias para garantir a robustez do IH-MPC. A subsecção seguinte define o conceito das elipsóides invariantes de estabilidade e a sua importância na garantia da minimização do índice de desempenho.

#### 4.1.1 Elipsóides invariantes de estabilidade

Para que (4.11) seja garantida, considera-se que  $V(x(k|k)) \leq \gamma$ , sendo  $\gamma$  a variável objetivo do processo de otimização. Portanto, para  $V(x(k|k)) \leq \gamma \Rightarrow J_\infty(k) \leq V(x(k|k)) \leq \gamma$ , tem-se a seguinte restrição:

$$x(k|k)' P_j x(k|k) \leq \gamma \Rightarrow x(k|k)' Q_j^{-1} x(k|k) \leq 1 \Rightarrow 1 - x(k|k)' Q_j^{-1} x(k|k) \geq 0. \quad (4.12)$$

Em que  $P_j$  refere-se à matriz de estabilização para cada politopo do conjunto  $\Omega$ . Aplicando Schur em (4.12), tem-se

$$\begin{bmatrix} 1 & x(k|k) \\ x(k|k)' & Q_j \end{bmatrix} \geq 0, Q_j = Q_j' \geq 0. \quad (4.13)$$

Tal definição proposta por Kothare *et al.* (1996) e por Cuzzola *et al.* (2002) garante a estabilidade do controlador  $F(k)$  com solução factível e BIBO estável para  $k \rightarrow \infty$ . Sendo assim, à medida



que  $k \rightarrow \infty \Rightarrow Q_k^{-1} \geq Q_{k+1}^{-1}$ . No entanto, Cuzzola *et al.* (2002) propôs o uso da elipsoide invariante utilizando uma variável objetivo paralela  $\beta$  em seu processo de otimização. Contudo, o procedimento tornaria o processo de otimização mais complexo, pois seria um processo de otimização multiobjetivo para obtenção da solução para mínimo  $\gamma$  e máximo  $\beta$ . Para resolver este problema, é proposta uma simplificação do método de otimização de Cuzzola *et al.* (2002). Portanto, considera-se que  $G \leq Q_j$ , de modo que

$$G \geq Q_j \Rightarrow G^{-1} \leq Q_j^{-1}. \quad (4.14)$$

Considere a restrição definida por (4.12), o qual

$$x'Q_j^{-1}x \leq 1, \quad (4.15)$$

multiplicando  $x'$  à esquerda,  $x$  à direita de (4.14) e comparando com (4.15), observa-se que

$$x'G^{-1}x \leq x'Q_j^{-1}x \leq 1. \quad (4.16)$$

Portanto, para que a restrição seja satisfeita para o MPC robusto em  $\gamma$ , basta

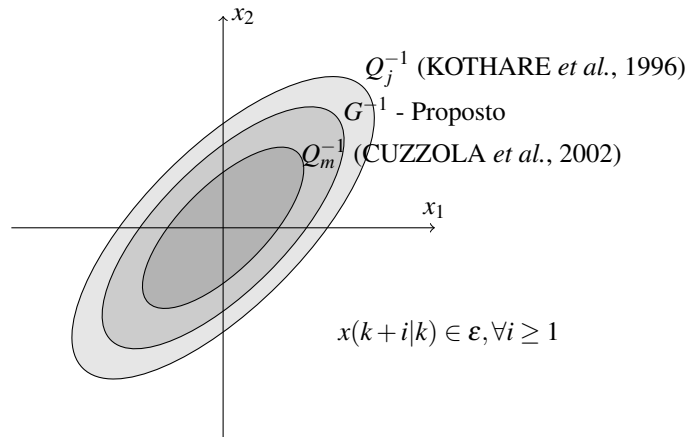
$$G - Q_j \geq 0. \quad (4.17)$$

Dessa forma a convergência em (4.13) continua garantida acrescentando-se a restrição  $G - Q_j \geq 0$  nos processos de otimização. A Figura 7 mostra uma ilustração geométrica do conceito matemático das elipsóides invariantes de Kothare *et al.* (1996) e Cuzzola *et al.* (2002).

O conceito adotado por Kothare *et al.* (1996) faz uso  $Q_j^{-1}$  único, que atenda à todos os politopos disponíveis do projeto de controle. Portanto, seu estudo contempla o caso em que  $Q_j = Q = Q' \geq 0$ . Já Cuzzola *et al.* (2002), relaxa o conceito das LMIs adotados por Kothare *et al.* (1996), considerando tanto o caso *online* como o *offline*. Para o caso *offline*, Cuzzola *et al.* (2002) estabelece uma matriz simétrica semidefinida positiva  $Q_m^{-1}$ , diferente da matriz  $Q_j$  do caso *online*. Contudo, para que  $Q_j^{-1}$  e  $Q_m^{-1}$  sejam satisfeitos, seria necessária a escolha de um dos parâmetros objetivo para que a região  $\varepsilon$  da elipsóide. Entretanto, a escolha de um não garantiria a eficiência da outra. Visando resolver este problema, sem perder as características *online* de Cuzzola *et al.* (2002), utiliza-se o método *offline* de Wan e Kothare (2003), acrescentando (4.17) no processo de restrição, tornando a solução suficiente, mesmo sendo uma condição intermediária entre as opções adotadas por Kothare *et al.* (1996) e Cuzzola *et al.* (2002).

O conceito físico das elipsóides de estabilidade no controle robusto é interpretado da seguinte forma: seja uma resposta BIBO estável de malha fechada por excitação tipo FIR (*Finite*

Figura 7 – Elipsóides invariantes.



Fonte: Autor.

*Impulse Response*), dentro das condições iniciais circunscritas na região da curva elipsoidal, tenderá à zero em regime permanente sem violar qualquer um dos limites dentro da elipsóide. Logo, cada matriz  $G^{-1}$  pode ser projetada geometricamente como uma elipse (se for  $2 \times 2$ ) ou uma elipsóide (caso seja  $3 \times 3$ ) de acordo com os princípios da diagonalização e da projeção quadrática da álgebra linear (LAY, 1997). A ilustração da Figura 7 trata-se de uma visão bidimensional do conceito apresentado nesta seção, a mesma formulação é válida para matrizes SDP (semi definida positiva) de ordem 3. A justificativa matemática do desenho das elipsóides deve-se ao fato dos autovalores das matrizes serem geralmente positivas e não-negativas, garantindo uma projeção geométrica e uma análise físico-matemática, pois a trajetória de malha fechada da resposta FIR (*Finite Impulse Response*) precisa manter-se circunscrita no espaço matricial representada geometricamente por uma elipse ou elipsoide (KOTHARE *et al.*, 1996).

Nas seções seguintes, é acrescentado algumas restrições capazes de buscar uma solução para sistemas com limitações de entrada e saída. Desta forma, as elipsóides de estabilidade podem ser formuladas considerando limitações do sinal de controle ou dos valores de saída.

#### 4.1.2 Restrição no sinal de controle

O uso das restrições do sinal de controle é indicado para problemas que exista a necessidade de limitação das variáveis de entrada. Uma vez considerada esta restrição, adota-se uma condição de limitação factível com o sistema real. Desta maneira, é calculado o ganho conforme a restrição do índice de desempenho da (4.11) e da restrição de entrada baseada na condição da norma euclidiana do sinal ser inferior ou igual ao sinal máximo permitido. Portanto,

para a restrição no sinal de controle conforme Cuzzola *et al.* (2002) considera-se a restrição adotada em (4.2). Define-se que o sinal de controle é dado por

$$\|u(k+i|k)\|_2 \leq u_{\max}. \quad (4.18)$$

Fazendo uma manipulação de variáveis baseado em Kothare *et al.* (1996), tem-se que

$$\begin{aligned} \max_{i \geq 0} \|u(k+i|k)\|_2^2 &= \max_{i \geq 0} \|YG^{-1}x(k+i|k)\|_2^2 \\ &\leq \max_{z \in \mathcal{E}} \|YG^{-1}z\|_2^2 \\ &= \lambda_{\max} \left( YG^{-1}Q_j^{\frac{1}{2}}Q_j^{\frac{1}{2}}G'^{-1}Y' \right). \end{aligned}$$

Sendo  $\|u(k+i|k)\|_2^2 \leq u_{\max}^2, i \geq 0$  e reorganizando a expressão anterior, segue-se

$$u_{\max}^2 \geq Y \left( G'Q_j^{-1}G \right) Y'.$$

Portanto, aplicando o complemento de Schur definido na Seção 3.1.6, tem-se

$$\begin{bmatrix} u_{\max}^2 I & Y \\ Y' & (G'Q_j^{-1}G) \end{bmatrix} \geq 0. \quad (4.19)$$

Considerando a desigualdade em (3.31), logo

$$\begin{bmatrix} u_{\max}^2 I & Y \\ Y' & G + G' - Q_j \end{bmatrix} \geq 0. \quad (4.20)$$

Ajustando a desigualdade de (4.20) de modo que  $X$  seja uma variável semidefinida positiva, tal que  $X_{rr} \leq u_{r,\max}^2$ , logo

$$\begin{bmatrix} X & Y \\ Y' & G + G' - Q_j \end{bmatrix} \geq 0, X_{rr} \leq u_{r,\max}^2, r = 1, 2, \dots, n_u \quad (4.21)$$

A modelagem física da restrição do sinal de controle consiste no fato de que o atuador tem um limite de operação dentro de uma faixa definida. Portanto, essa faixa de operação é acrescentada no processo de restrição. Em sistemas de fase não mínima, existe o fato do sinal de controle ser negativo em uma parte do regime transitório. Contudo, dificilmente isto é implementado na prática, pois a maioria dos atuadores apenas considera valores positivos ou igual a zero. O processo de otimização LMI considerando a restrição do sinal de entrada visa encontrar uma solução em que a estabilidade seja garantida dentro da área de restrição desejada. Portanto, o efeito da fase não mínima é atenuado pelo fato de que a solução de malha fechada

sempre será estável, mesmo considerando a sua existência dentro da modelagem do sistema. Portanto, a restrição do sinal de controle em (4.21) no procedimento de otimização contribui para que a estabilidade de malha fechada seja garantida dentro das condições de otimização, independente dos efeitos dos polos e zeros existentes no sistema, incluindo a FNM.

#### 4.1.3 Restrição na variável de saída

O modelo de restrição de saída segundo Kothare *et al.* (1996) e Cuzzola *et al.* (2002) considera a matriz  $\hat{D} = 0$  para formulação das desigualdades. Logo, a definição do modelo no espaço de estados em (3.53) possui  $\hat{D} = 0$ . A condição para  $\hat{D} \neq 0$  assume uma modelagem bilinear em que não pode ser realizada via LMIs como proposto neste trabalho. Para o modelo politópico de Cuzzola *et al.* (2002), seja o modelo definido por  $\begin{bmatrix} \hat{A}(k+j) & \hat{B}(k+j) \end{bmatrix} \in \Omega \triangleq \text{Co} \left\{ \begin{bmatrix} \hat{A}_1 & \hat{B}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{A}_2 & \hat{B}_2 \end{bmatrix} \dots \begin{bmatrix} \hat{A}_j & \hat{B}_j \end{bmatrix} \right\}, j = 1, \dots, p$  conforme mostrado no início da Seção 4.1. Considere ainda a condição  $y(k) = \hat{C}_j \hat{x}(k)$  na expressão (3.53) e a restrição da variável de saída em (4.2). Portanto,

$$\|y(k+i|k)\|_2 \leq y_{\max} \quad (4.22)$$

Manipulando as variáveis de forma análoga à Subseção 4.1.2

$$\begin{aligned} \max_{i \geq 0} \|y(k+i|k)\|_2^2 &= \max_{i \geq 0} \|\hat{C}_j (\hat{A}_j + \hat{B}_j \hat{F}(k)) \hat{x}(k+i|k)\|_2^2 \\ &\leq \max_{z \in \mathcal{E}} \|\hat{C}_j (\hat{A}_j + \hat{B}_j \hat{F}(k)) z\|_2^2, j \geq 0 \\ &= \bar{\sigma} \left[ (\hat{C}_j (\hat{A}_j + \hat{B}_j \hat{F}(k))) Q_j^{\frac{1}{2}} \right], j \geq 0 \end{aligned}$$

sabendo que  $\|y(k+i|k)\|_2^2 \leq y_{\max}^2$ , aplica-se então a seguinte desigualdade

$$\bar{\sigma} \left[ (\hat{C}_j (\hat{A}_j + \hat{B}_j \hat{F}(k))) Q_j^{\frac{1}{2}} \right] \leq y_{\max}^2. \quad (4.23)$$

Desenvolvendo (4.23), tem-se

$$\begin{aligned} Q_j^{\frac{1}{2}} (\hat{C}_j (\hat{A}_j + \hat{B}_j \hat{F}(k)))^T (\hat{C}_j (\hat{A}_j + \hat{B}_j \hat{F}(k))) Q_j^{\frac{1}{2}} &\leq y_{\max}^2 I \\ Q_j^{\frac{1}{2}} G'^{-1} (\hat{C}_j (\hat{A}_j G + \hat{B}_j Y))^T (\hat{C}_j (\hat{A}_j G + \hat{B}_j Y)) G^{-1} Q_j^{\frac{1}{2}} &\leq y_{\max}^2 I \end{aligned}$$

Multiplicando  $Q_j^{-\frac{1}{2}}$  à direita e à esquerda, em seguida, extraíndo  $G$  da expressão e multiplicando  $G'$  à esquerda e  $G$  à direita, obtém-se

$$G' Q_j^{-1} G - (\hat{C}_j (\hat{A}_j G + \hat{B}_j Y))^T y_{\max}^{-2} (\hat{C}_j (\hat{A}_j G + \hat{B}_j Y)) \geq 0. \quad (4.24)$$

Aplicando Schur em (4.24), obtém-se a desigualdade

$$\begin{bmatrix} G'Q_j^{-1}G & * \\ \hat{C}_j(\hat{A}_jG + \hat{B}_jY) & y_{\max}^2 I \end{bmatrix} \geq 0. \quad (4.25)$$

Reorganizando (4.25), tem-se então:

$$\begin{bmatrix} G + G' - Q_j & * \\ \hat{C}_j(\hat{A}_jG + \hat{B}_jY) & Z \end{bmatrix} \geq 0, Z_{rr} \leq y_{r,\max}^2, r = 1, 2, \dots, n_y. \quad (4.26)$$

Portanto, caso a restrição de saída seja limitada à algum sobressinal, basta acrescentar no procedimento de otimização a condição da expressão (4.26), considerando  $D = 0$  mencionado anteriormente e  $y_{\max}$  o valor desejado incluindo o sobressinal desejado.

## 4.2 MPC-LMI Relaxado Offline

A Seção 4.1 mostra a modelagem e a demonstração do MPC-LMI com relaxações em uma abordagem *online* do modelo, ou seja, o ganho do controlador é atualizado a cada iteração por período de amostragem. Nesta seção, é mostrada a versão *offline* do processo, conforme proposto por Wan e Kothare (2003), que usa o modelo de Kothare *et al.* (1996) na sua forma *offline* usando o conceito das elipsóides invariantes de estabilidade da Subseção 4.1.1. Portanto, a formulação do teorema do MPC *online* é dado pela seguinte descrição:

**Teorema 4.2.1** (CUZZOLA *et al.*, 2002) *Dado um problema de otimização via LMI com as seguintes restrições  $\min_{Y,G,Q_j} \gamma$  (4.13), (4.11), (4.21). Se tais LMIs alcançam a solução para todo tempo discreto  $k$ , então estas admitem solução para todas as condições futuras mantendo-se as restrições supracitadas.*

*Portanto, se a lei de controle para horizonte recente no espaço de estados pode ser calculado passo a passo via restrições LMIs do paragrafo anterior, então existe solução  $\hat{F}$  que estabiliza (3.55) para todo tempo discreto  $k$ .*

**prova 4.2.1.1** *A demonstração do Teorema 4.2.1 é mostrado com clareza durante toda a Seção 4.1.*

**Lema 4.2.1** *Considere uma planta modelada de acordo com (3.55) e o ganho de realimentação de estados dado por  $u(k) = YG^{-1}\hat{x}(k)$ , em que  $Y$  e  $G$  são obtidos através do algoritmo do Teorema 4.2.1 para um sistema no espaço de estados com condição inicial em  $\hat{x}_0$ . Então, o*

subsistema  $\mathcal{E} = \left\{ \hat{x} \in \mathcal{R}^{n_{\hat{x}}} | \hat{x}' G^{-1} \hat{x} \leq \hat{x}' Q_j^{-1} \hat{x} \leq 1 \right\}$  no espaço de estados definido em  $\mathcal{R}^{n_{\hat{x}}}$ , sendo  $n_{\hat{x}}$  o numero de linhas do vetor  $\hat{x}$ , é considerado uma elipsóide invariante assintoticamente estável.

**prova 4.2.1.2** Conforme procedimento análogo à Wan e Kothare (2003), seja  $G$  uma matriz semidefinida positiva que permite relaxação conforme proposto por Cuzzola et al. (2002). Se para o procedimento online de Cuzzola et al. (2002), existe  $\hat{F} = YG^{-1}$  para todo tempo discreto  $k$  conforme Teorema 4.2.1, logo, dado um conjunto de  $\hat{x}$  obtido via resposta ao impulso de malha aberta em (3.55) com condições iniciais não nulas, existirá para cada tempo  $k$ , uma solução tal que  $\hat{x}' G^{-1} \hat{x} \leq \hat{x}' Q_j^{-1} \hat{x} \leq 1$  à medida que  $\hat{x} \rightarrow 0$ .

Com base na definição de elipsóide proposta por Wan e Kothare (2003) e com o Lema 4.2.1 o algoritmo do controlador MPC via LMI *offline* segue procedimento análogo ao Teorema 4.2.1.

**Algoritmo 4.1 (Controlador MPC-LMI *offline* com relaxações)** Considere um sistema incerto (3.55) sujeito as restrições (4.2). Para um sistema *offline*, dado uma condição inicial de pontos  $x_2$  obtido via resposta impulsiva de malha aberta, gera-se uma sequencia de minimizadores  $\gamma_i, Q_j, G_i, X_i, Y_i$  e  $Z_i (i = 1, \dots, N)$ . Tome  $i := 1$

1. compute os minimizadores  $\gamma_i, G_i, Q_j, X_i, Y_i$  e  $Z_i$  com base no Teorema 4.2.1 com as restrições adicionais  $G_{i-1} > G_i$ ,  $G_i > Q_j$  e armazene  $G_i^{-1}$ ,  $F_i$ ,  $X_i$  e  $Y_i$  em uma look-up table;
2. se  $i < N$ , escolha o estado  $(x_2)_{i+1}$  satisfazendo  $\|\hat{x}_{i+1}\|_{G_i^{-1}}^2 \leq \|\hat{x}_{i+1}\|_{Q_j^{-1}}^2 \leq 1$ . Tome  $i := i + 1$  e vá para o passo 1.

Para o processo online, dado uma condição inicial  $\|\hat{x}(0)\|_{G_i^{-1}}^2 \leq 1$ , tome o estado  $x(k)$  para o respectivo tempo  $k$ . Desenhe a busca envolta de  $G_i^{-1}$  na look-up table para encontrar o maior índice  $i$  (ou equivalente, a menor elipsoide  $\mathcal{E}_i = \left\{ \hat{x} \in \mathcal{R}^{n_{\hat{x}}} | \hat{x}' G_i^{-1} \hat{x} \leq \hat{x}' Q_j^{-1} \hat{x} \leq 1 \right\}$  de modo que  $\|\hat{x}(k)\|_{G_i^{-1}}^2 \leq \|\hat{x}(k)\|_{Q_j^{-1}}^2 \leq 1$ .

Aplique a lei de controle  $u(k) = F_i \hat{x}(k)$ .

O Algoritmo 4.1 consiste em uma emulação do MPC *online* em um contexto de aplicação *offline*, o qual escolhe-se o melhor valor que atenda as necessidades de projeto. Geralmente, o melhor valor trata-se do enésimo valor do procedimento, já que considera-se uma otimização cujo  $\gamma_i$  é praticamente constante. No entanto, os demais valores são também válidos, pois todos são aplicados em uma condição de estabilização por LMIs. Logo, a escolha de  $F_i$  deve ser visto conforme as especificações e perfis desejados do projetista.

### 4.3 Considerações finais do capítulo

Neste capítulo foi abordado as definições principais do IH-MPC no espaço de estado LTV considerando seu modelo aumentado apresentado no Capítulo 3 e levando-se em conta as restrições de entrada e de saída do modelo. Além disso, a definição considera a estabilização do MPC baseado no índice de desempenho quadrático e na condição de equilíbrio da função de Lyapunov discretizada e cuja lei de controle é submetida às variações LTV que podem ser representadas por incertezas politópicas como provado por Kothare *et al.* (1996). Além disso, é proposta relaxações que permitem uma solução menos conservadora e que é indicado para modelos mal condicionados, cuja garantia de convergência são provadas pela análise das elipsóides de estabilidade. Cita-se ainda que o processo de otimização por LMIs permite a modelagem de restrições de entrada e de saída para o MPC relaxado, garantindo a obtenção da lei de controle em um sistema com limites reais de operação. A teoria do MPC relaxado é aplicado inicialmente em sistemas LTV *online*. Entretanto, este capítulo propôs uma condição *offline* do MPC relaxado através de um algoritmo inspirado na proposta de Wan e Kothare (2003), o qual a análise das elipsóides se dá pela matriz de relaxação  $G$ . A teoria apresentada neste capítulo constitui-se a principal base da aplicação do controlador MPC-LMI relaxado *offline* ao *boost* CCTE, justificando a necessidade de se entender os fundamentos da teoria proposta, para em seguida, propor a aplicação do MPC no conversor.

## 5 CONTROLE DIGITAL MPC-LMI RELAXADO APLICADO AO CONVERSOR

O capítulo a seguir apresenta a aplicação do controle digital MPC-LMI no conversor *boost* CCTE considerando a teoria abordada nos Capítulos 3 e 4. Primeiramente, será mostrado o diagrama do controle digital aplicado ao conversor no MCU utilizado. Na mesma seção, será apresentado conceito do modelo em espaço de estados LTV, analisando a variação dos parâmetros no modelo do *boost* e considerando a sua operação no MCC, permitindo que a modelagem clássica seja utilizada na topologia CCTE. A seção detalha ainda a análise de incertezas paramétricas usando o conceito de politopos levando-se em conta o conceito de estabilidade robusta LTV por incertezas não estruturadas, o qual usa-se da condição politópica para traçar a condição de robustez pelas incertezas e pelo modelo de malha fechada LTV. O capítulo também abordará a análise das restrições, justificando seu uso e aplicação em relação aos limites de operação do conversor, bem como utilização do algoritmo do Capítulo 4, juntamente com o conceito das elipsóides de estabilidade aplicados ao modelo do conversor para obtenção dos ganhos de realimentação de estados em *lookup table*. No final do capítulo, exibir-se-á um diagrama que ilustra as etapas de implementação de acordo com a teoria apresentada até o momento.

### 5.1 Controle digital proposto

Para o controle digital aplicado ao conversor *boost* CCTE, considera-se que o modelo do conversor opera no MCC. Dessa maneira, observa-se que seu modo de operação será equivalente ao conversor *boost* clássico existente na literatura. Além disso, com uso do modelo clássico, a modelagem no espaço de estados médio de Middlebrook e Cuk (1976) é facilmente aplicada ao conversor. Considerando a aplicação do controlador digital, o modelo no espaço de estados médio é discretizado utilizando aproximação contínuo por avanço de Euler (OGATA, 1986). Portanto, as aplicações do controle MPC-LMI apresentado no Capítulo 4 podem ser facilmente aplicadas no modelo da planta.

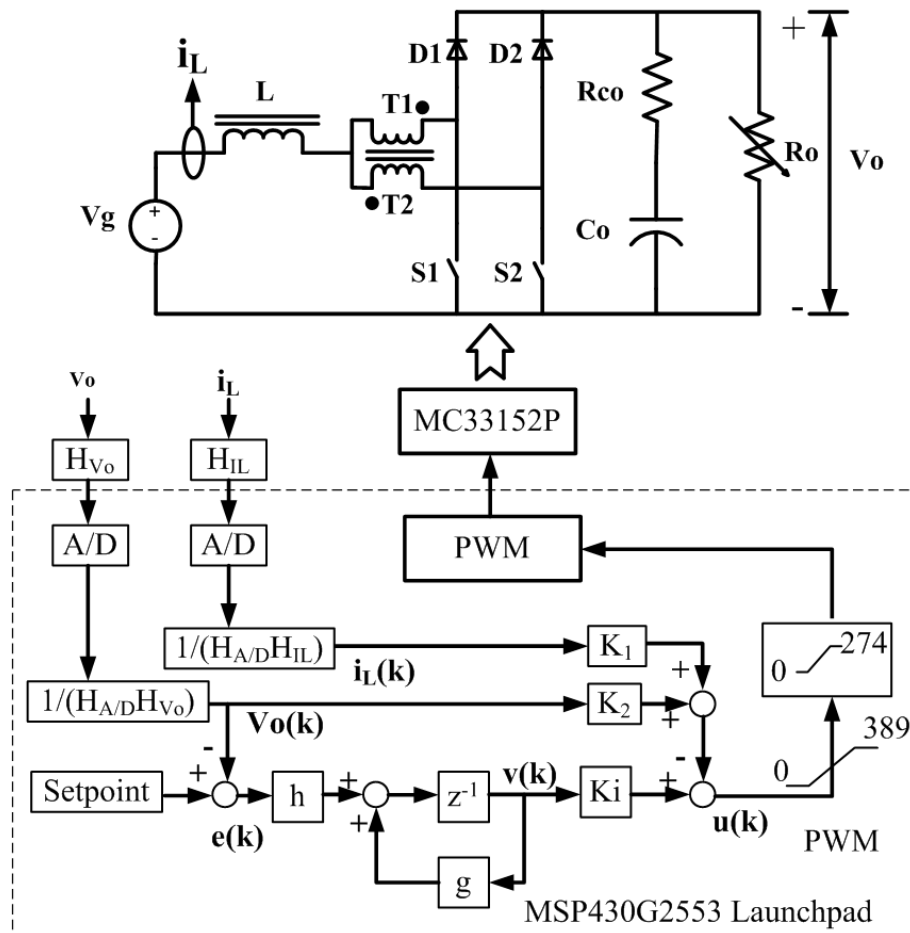
A Figura 8 mostra o diagrama de blocos do controle digital proposto aplicado ao conversor *boost* CCTE. Os sensores  $H_{V_o}$  e  $H_{I_L}$  tratam-se respectivamente dos sensores de tensão e de corrente.  $H_{V_o}$  consiste em um divisor de tensão em que se converte a tensão  $V_o$  em um valor de leitura do microcontrolador. Por ser um divisor de tensão,  $H_{V_o}$  trata-se de um ganho proporcional fixo dado pela relação entre o valor de saída  $V_o$  e o valor de medição. Já  $H_{I_L}$  é um



sensor de corrente tipo *Hall* que converte o valor de corrente no indutor a um valor equivalente de tensão. De forma análoga ao ganho  $H_{V_o}$ ,  $H_{I_L}$  também é um ganho proporcional fixo. No processo de discretização por *sample/hold* do microcontrolador, tem-se o uso do ganho do A/D. Simbolizado por  $H_{A/D}$ , trata-se de um conversor A/D de 10 bits, cuja relação de ganho é medida pela escala de leitura de tensão pela resolução em bits (no caso 1023). Além disso, o sinal de controle PWM é utilizado com a resolução de 389 passos a uma frequência de chaveamento de  $20,5kHz$  para o MCU MSP430G2553 Launchpad.

A escolha desta resolução de PWM deve-se à taxa do preescaler para frequência de clock de  $16MHz$ . Como o conversor original possui 2 chaves defasadas entre si de  $180^\circ$ , a frequência do sinal triangular do MCU precisa ser o dobro da frequência de chaveamento desejada. Portanto, a resolução PWM é dado por  $N_{PWM} = \frac{16MHz}{41kHz} \cong 390$ . Sendo  $N_{PWM} = 390$ , sua variação é de  $0 - 389$ . Com o objetivo de estabelecer um limite de segurança, o atuador PWM é limitado a  $0 - 274$ , que corresponde a 70% do valor máximo. Logo, o valor eficaz do PWM é limitado a 0,7 em caso de algum problema adicional.

Figura 8 – Controle digital proposto.



As subseções seguintes apresentarão os detalhes da implementação sistemática do controle digital aplicado ao conversor, o que inclui a formulação do modelo digital, a análise politópica do modelo e a análise com base nas elipsóides de estabilidade do processo de otimização.

### 5.1.1 Modelo Discretizado

O modelo digital do conversor parte da discretização das equações (2.67), (2.68), (2.69) e (2.70) do modelo contínuo por Avanço de Euler. O modelo discretizado LTV é expresso matematicamente por (OGATA, 1986)

$$A(kT_s) = \expm \left( T_s \begin{bmatrix} -\left(\frac{V_g(kT_s)}{V_o(kT_s)}\right) \left(\frac{R_{co}||R_o(kT_s)}{L}\right) & -\left(\frac{V_g(kT_s)}{V_o(kT_s)}\right) \frac{R_o(kT_s)}{L(R_{co}+R_o(kT_s))} \\ \left(\frac{V_g(kT_s)}{V_o(kT_s)}\right) \frac{R_o(kT_s)}{C_o(R_{co}+R_o(kT_s))} & -\frac{R_o(kT_s)}{C_o(R_{co}+R_o(kT_s))} \end{bmatrix} \right) \quad (5.1)$$

$$B(kT_s) = (A(kT_s) - I) (A_t(kT_s))^{-1} \begin{bmatrix} \left(\frac{R_o(kT_s)}{L}\right) \frac{R_{co} + \left(\frac{V_g(kT_s)}{V_o(kT_s)}\right) R_o(kT_s)}{(R_{co}+R_o(kT_s))} \\ \frac{R_o(kT_s)}{(R_{co}+R_o(kT_s))} \end{bmatrix} \left(\frac{V_g(kT_s)}{R'(kT_s)}\right) \quad (5.2)$$

em que  $R_o(t)$  é definido por (2.71) e  $\expm$  é a exponencial matricial neperiana. Com base no modelo aumentado de (3.49), formula-se então as matrizes de estados base para obtenção do controlador MPC-LMI relaxado. Conforme demonstrado na Seção 4.2, as matrizes LTV podem ser convertidas em politopos e, dessa forma, ser calculado o ganho de realimentação de estados pelo Algoritmo 4.1. Considerando o modelo aumentado definido em (3.49), sendo  $kT_s = k$  no tempo discreto e utilizando (5.1) e (5.2) tem-se que

$$\hat{A}(k) = \begin{bmatrix} A(k) & 0 \\ -C(k) & g \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

e

$$\hat{B}(k) = \begin{bmatrix} B(k) \\ -hV_g(k) \frac{(R_{co}||R_o(k))}{R'(k)} \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

em que  $R'(k) = \left(\frac{V_g(k)}{V_o(k)}\right)^2 R_o(k) + \left(1 - \frac{V_g(k)}{V_o(k)}\right) \left(\frac{V_g(k)}{V_o(k)}\right) (R_{co}||R_o(k))$ . Observa-se que (5.3) e (5.4) são matrizes do modelo aumentado com variação LTV, sendo um sistema variante no tempo, a variação do modelo muda a cada instante de tempo discreto, assumindo diversos pontos de operação. Kothare *et al.* (1996) provou que a variação LTV do modelo pode ser tratada como um

conjunto convexo delimitado politopicamente. Portanto, as matrizes de estado aumentado em (5.3) e (5.4) podem ser representados como um conjunto convexo de modo que

$$\begin{bmatrix} \hat{A}(k) & \hat{B}(k) \end{bmatrix} \in \Omega \Rightarrow \Omega = Co \left\{ \begin{bmatrix} \hat{A}_1 & \hat{B}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{A}_1 & \hat{B}_1 \end{bmatrix} \cdots \begin{bmatrix} \hat{A}_p & \hat{B}_p \end{bmatrix} \right\}, \quad (5.5)$$

logo

$$\hat{A}_p = \begin{bmatrix} A_p & 0 \\ -C_p & g \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

e

$$\hat{B}_p = \begin{bmatrix} B_p \\ -hV_{g,n} \frac{(R_{co}||R_{o,m})}{R'_{m,n}} \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

o qual  $R'_{m,n} = \left( \frac{V_{g,n}}{V_o} \right)^2 R_{o,m} + \left( 1 - \frac{V_{g,n}}{V_o} \right) \left( \frac{V_{g,n}}{V_o} \right) (R_{co}||R_{o,m})$ , sendo a tensão de saída fixada em um valor fixo  $V_o(k) = V_o$ ,  $p = 2(m-1) + n$ ,  $V_{g,n} \in \left\{ V_{g,\min} \quad V_{g,\max} \right\}$  e  $R_{o,m} \in \left\{ R_{o,\min} \quad R_{o,\max} \right\}$ , que são a representação politópica dos limites máximos e mínimos de operação da planta. Dessa maneira, os valores LTV da planta podem ser tratados dentro dos limites politópicos do modelo. Analisando a planta do conversor, observa-se que existe alguns aspectos não lineares na sua modelagem, tais como  $R'$  e a relação de produtos entre  $V_g(k)$  e  $R_o(k)$ . Contudo, tal influência não comprometeu as condições de otimização, pois Kothare *et al.* (1996) usou suas demonstrações com base no sistema não linear linearizado LTV. Aproveitando a mesma analogia proposta, pode-se afirmar então que o modelo não linear do conversor pode ser linearizado tipo LTV e que esta condição pertence a um conjunto convexo politópico, de modo que os valores LTV podem ser representados por uma faixa de valores por incerteza politópica.

### 5.1.2 Análise das Incertezas

A Subseção 5.1.1 mostra a relação entre o modelo LTV e o modelo politópico com base no trabalho de Kothare *et al.* (1996) aplicado ao conversor. Na teoria referente ao controle robusto, existem dois tipos de análises de incertezas utilizados em sistemas lineares: a incerteza paramétrica e a não-paramétrica (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005). Quando um determinado sistema é modelado parametricamente, o sistema é trabalhado com base em um modelo limitado à parâmetros. Já o conceito de incerteza não-paramétrica parte da análise da frequência entre o modelo de malha fechada e a função de transferência das incertezas, que são extraídas a partir de um modelo nominal.

Considerando o modelo do conversor *boost* conforme (5.6) e (5.7), observa-se que a obtenção do controlador robusto é dado pelo processo de otimização que atendam cada um dos pontos de operação da planta. De acordo com a teoria de Boyd *et al.* (1994), uma vez obtido o ganho que atenda cada um dos politopos do modelo, logo a solução de controle encontrada é robusta. Entretanto, usando critérios mais conservadores de controle robusto em sistemas não lineares, diz-se que um controlador é robusto se, somente se, o inverso da função de co-sensibilidade não cruzar com as funções de transferência de incertezas em todo domínio na frequência. Como foi apresentado no Capítulo 2, a condição para que seja garantida a estabilidade robusta do conversor se dá pela concepção de pior caso conforme visto em (2.76).

As sub-subseções seguintes tratará a análise das incertezas do modelo do conversor sob a perspectiva das incertezas politópicas LTV e sob condição clássica adaptada para modelos LTV como proposto no Capítulo 2. Dessa maneira, deseja-se garantir que o modelo de malha fechada do controlador atenda os critérios de robustez tanto para incertezas politópicas como para o sistema modelado por incertezas não paramétricas, obedecendo os mesmos limites de operação do método paramétrico por politopos.

#### 5.1.2.1 Análise das incertezas politópicas aplicadas ao conversor

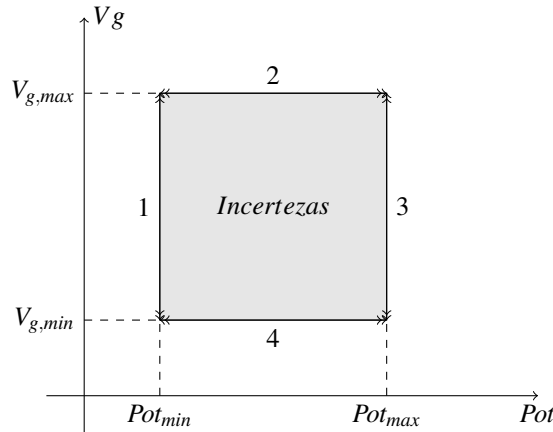
Na Subseção 2.3 foi observada a análise de incertezas do conversor considerando os limites paramétricos do modelo. Neste item, será abordado com mais detalhes a definição vista no Capítulo 2, considerando a variação politópica para o modelo aumentado de (5.6) e (5.7).

A Figura 9 representa a região de incertezas politópicas referente aos pontos de operação do conversor *boost*. Na figura, observa-se que os contornos são numerados de 1 à 4 com setas em seus extremos. Em termos físicos, os contornos numerados representam variações de pontos de operação. Os contornos de numeração ímpar refere-se aos degraus de carga e os contornos de numeração par refere-se aos degraus de tensão de entrada. Portanto, as etapas dos testes físicos realizados no conversor com base na Figura 9 são:

1. Degrau de subida e descida de tensão  $V_{g,min} - V_{g,max} - V_{g,min}$  para baixa carga ( $Pot_{min}$ );
2. Degrau de subida e descida de carga para  $V_{g,max}$  para  $Pot_{min} - Pot_{max} - Pot_{min}$ ;
3. Degrau de subida e descida de tensão  $V_{g,min} - V_{g,max} - V_{g,min}$  para baixa carga ( $Pot_{max}$ );
4. Degrau de subida e descida de carga para  $V_{g,min}$  para  $Pot_{min} - Pot_{max} - Pot_{min}$ ;

Essas variações mostradas na Figura 9 demonstram ensaios físicos que são aplicados ao conversor considerando os extremos de operação desenvolvido em projeto. Logo, cada vértice

Figura 9 – Representação das incertezas.



Fonte: Autor.

mostrado indica um extremo de operação da planta, ou seja, um politopo. Dessa maneira, o modelo no espaço de estados possui quatro pontos de operação em que o processo de otimização MPC-LMI encontrará um ganho que satisfaça à todos os pontos inseridos no processo. Uma vez obtido o ganho MPC-LMI, é feita a análise de incertezas sob a perspectiva não paramétrica, em que são colhidos um conjunto de incertezas em função do valor nominal e os demais pontos de operação. Desta maneira é feita a análise de estabilidade robusta LTV conforme visto na Seção 2.3. A sub-subseção seguinte detalha este tipo de análise, permitindo a comprovação da estabilização robusta independente do modelo de incerteza escolhido.

#### 5.1.2.2 Análise das incertezas não-paramétricas aplicadas ao conversor

Na teoria do controle robusto, o uso de incertezas não estruturadas é a forma mais usual e conservadora para que se garanta a estabilidade robusta. A Seção 2.3 mostra a aplicação do modelo em sistemas LTV, permitindo uma generalização para sistemas cujas variáveis variam no tempo discreto.

Para obtenção das incertezas LTV na frequência discreta, seja  $G_{\Delta}(z)$  a função de transferência LTV do conversor de malha aberta tal que  $G_{\Delta}(z) = G(V_g(k), Pot(k), z)$ . Seja  $G_j(z)$  a função de transferência de malha aberta para cada ponto de operação politópica do conversor no tempo discreto. Com base na expressão (2.73) da Seção 2.3 generalizada para LTV, tem-se a seguinte expressão da função de transferência de incertezas LTV

$$\Delta_{m,j}(V_g(k), Pot(k), z) = \left( \frac{G_{\Delta}(V_g(k), Pot(k), z)}{G_j(z)} - 1 \right), \quad (5.8)$$

o qual existe uma função de transferência no tempo discreto LTI para cada instante variação no tempo discreto  $k$  da potência ( $Pot$ ) e variação da tensão de entrada  $V_g$ . Analisando (5.8), vê-se

que o sistema LTV na frequência consiste no conjunto infinito de variações LTI. Logo, para que seja garantida a estabilidade robusta para sistemas LTV, é necessário traçar as condições de pior caso tanto para a curva de incertezas como para a curva do modelo de malha fechada. Portanto, da mesma forma que existe o modelo LTV das incertezas, existe o modelo LTV da sensibilidade complementar. Logo, a expressão que define o modelo LTV da co-sensibilidade é dado por

$$T(V_g(k), Pot(k), z) = C_{mf}(k) (sI - A_{mf}(k))^{-1} B_{mf}(k) + D_{mf}(k), \quad (5.9)$$

em que (5.9) varia de forma análoga a (5.8). Para se extrair a curva de incertezas, obtém-se a condição de pior caso de (5.8). Para isso, deve-se extrair o máximo valor na frequência para cada conjunto  $\Delta_{m,j}$  em todo o intervalo do tempo  $k$ , portanto

$$\Delta_{m,\max,j}(z) = |\Omega_j| \mid \Delta_{m,j}(V_g(k), Pot(k), z) \in \Omega_j, \quad (5.10)$$

onde  $\Omega_j$  é o conjunto das incertezas LTV do politopo  $j$ . Como o modelo do conversor *boost* possui 4 politopos, a função de transferências das incertezas consiste no máximo valor ponto-a-ponto na frequência dos politopos. Logo, combinando (5.10) para os quatro politipos, a função de incerteza multiplicativa é

$$\vec{\Delta}_m(z) = \left| \begin{array}{cccc} \Omega_1 & \Omega_2 & \Omega_3 & \Omega_4 \end{array} \right|. \quad (5.11)$$

Análogo a (5.10), para obter a condição de pior caso da co-sensibilidade, é necessário o valor mínimo ponto-a-ponto na frequência do conjunto de valores de (5.9). Portanto, a função da curva inversa da co-sensibilidade é dada por

$$\frac{1}{T_{\max}(j\omega_d)} = \min \left| \frac{1}{\Omega_T} \right|^{-1} \mid T(V_g(k), Pot(k), z) \in \Omega_T. \quad (5.12)$$

Combinando (5.11) e (5.12) na expressão (2.76) proposta no Capítulo 2, sendo satisfeita a condição, diz-se então que o controlador é robusto tanto considerando as incertezas paramétricas como não-paramétricas

## 5.2 Análise das restrições do modelo e estabilidade

Para obtenção do ganho MPC-LMI, é necessário ainda a apresentação das restrições que serão utilizadas no processo de otimização. A metodologia usada consiste na aplicação do MPC-LMI *offline* através do Algoritmo 4.1. Neste algoritmo, é importante citar a escolha das matrizes de ponderação  $Q_1$  e  $R$  do índice de desempenho quadrático inerente à estabilidade de

Lyapunov. Escolhido as variáveis  $Q_1$  e  $R$ , aplica-se no algoritmo proposto. O Algoritmo 4.1 permite acrescentar mais 2 tipos de restrição: a restrição de entrada e a restrição de saída. A restrição no sinal de controle permite que o controlador garanta a estabilidade sem violar os limites existentes da variável de entrada do sistema. A restrição de saída permite uma aplicação análoga. Contudo, esta aplicação é válida apenas para matriz  $D = 0$ , pois diferente disso, a resposta torna-se bilinear violando os termos da modelagem por LMIs. Para a realidade do conversor *boost*, as expressões (5.1) e (5.2) serão usadas para formulação da resposta ao impulso considerando as condições iniciais, os valores nominais de operação ( $Pot_{max}$  e  $V_{g,max}$ ) e as expressões (5.6) e (5.7) são as que serão usadas para obtenção do ganho.

No conversor *boost* CCTE, o modelo no espaço de estados proposto segue o modo MCC de operação, tornando a modelagem do conversor é similar ao *boost* clássico. Para garantir que o sinal de controle do ganho jamais ultrapasse este limite, acrescenta-se a restrição  $u_{max} = 1$  no Algoritmo 4.1.

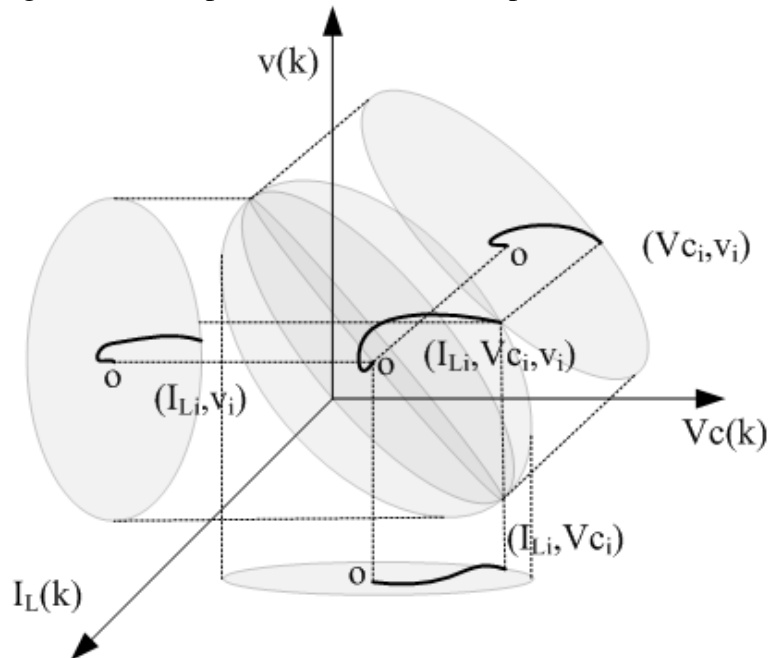
O algoritmo gera um conjunto de ganhos e matrizes que tendem ao valor mínimo de área de operação. Isto implica que à medida que o algoritmo processa os dados da resposta ao impulso do modelo por MPC, é alcançado um valor cada vez mais estável. A escolha dos valores é feita a critério do projetista. Wan e Kothare (2003) faz uso de uma *look-up table* para armazenar os valores e usar-los conforme o sistema entra em regime permanente. Contudo, Kothare *et al.* (1996) mostra que todos os valores obtidos no processo de otimização *online* são estáveis. Como a proposta deste trabalho deriva de uma condição *online* relaxada de Kothare *et al.* (1996), a partir de Cuzzola *et al.* (2002), pode-se inferir então que a proposta *offline* aplicada ao conversor é satisfeita e a escolha de qualquer um dos conjuntos de ganhos do Algoritmo 4.1 é um resultado estável robusto e garantido. Isso pode ser provado usando as elipsóides de estabilidade proposta na Subseção 4.1.1.

Para o controle proposto, o conversor operando em malha fechada é submetido a uma resposta ao impulso na sua operação nominal, cujos pontos da resposta são inseridos ao algoritmo MPC-LMI, com base nas elipsóides de estabilidade, que é a interpretação geométrica matriz  $P$  de Lyapunov do procedimento MPC. No conceito relaxado, a matriz usada consiste na matriz  $G$ , que, por sua vez garante a estabilidade em  $P$ , pois a matriz de relaxação é mais restrita que a forma clássica proposta por Kothare *et al.* (1996) como pode ser visto na Figura 7. Na teoria do controle robusto, a resposta impulso deve ser restrita à elipsóide em toda a sua trajetória, pois todas as condições de incertezas são consideradas na modelagem do controle. Isso pode ser

visto na definição de que o modelo LTV pode ser tratado como um conjunto politópico convexo de acordo com o Capítulo 4. Cita-se também que o conversor possui 2 estados armazenadores de energia:  $I_L(k)$  e  $V_{co}(k)$ . No caso do controlador, o ganho possuirá 3 ganhos: o ganho de realimentação de estados e o ganho da ação integral. Na matriz  $G$  da elipsoide, portanto, serão 3 eixos a serem analisados: os eixos  $I_L(k)$ ,  $V_{co}(k)$  e  $v(k)$ . Os eixos referentes aos estados do conversor mostram se a resposta possuirá oscilações ou não.

A Figura 10 consiste na interpretação geométrica em três dimensões para o conversor baseado na Figura 7. Caso a resposta referente ao plano  $I_L(k) \times V_{co}(k)$  mostrar-se com muitos 'giros', mostra que o modelo no tempo é muito oscilatório, quanto mais direta a resposta neste plano mais rápida e suave é a resposta no tempo. Já no  $I_L(k) \times v(k)$  mostra se a ação integral influencia ou não na sua resposta ou vice-versa. Neste caso da modelagem aplicada, a ação integral não influencia muito nos efeitos da corrente no indutor, já que a referência é aplicada à tensão de saída e esta é muito associada à tensão do capacitor. Portanto, o efeito mais presente do ganho integral será no estado  $V_{co}(k)$ , pois o conceito de realimentação de estados na lei de controle da ação integral visa o rastreamento da tensão de saída.

Figura 10 – Perspectiva de análise da elipsoide de estabilidade.



Fonte: Autor.

Dessa forma, para que a análise das restrições aplicadas ao conversor sejam satisfeitas são necessários os seguintes critérios:

- Escolha das matrizes de ponderação  $Q_1 \geq 0$  e  $R > 0$ ;



- O uso da restrição do sinal de controle em  $u_{max} = 1$  no Algoritmo 4.1;
- Análise das elipsóides de modo que a resposta impulso de malha fechada esteja dentro da elipsóide em toda a sua trajetória, considerando as condições iniciais existentes nos limites da mesma.

Esses critérios serão usados e explicados de maneira aplicada na seção seguinte, abrangendo não apenas o algoritmo, mas também toda a análise do conversor de malha fechada, juntamente com as incertezas no espaço LTV.

### 5.3 Etapas da implementação do MPC no conversor

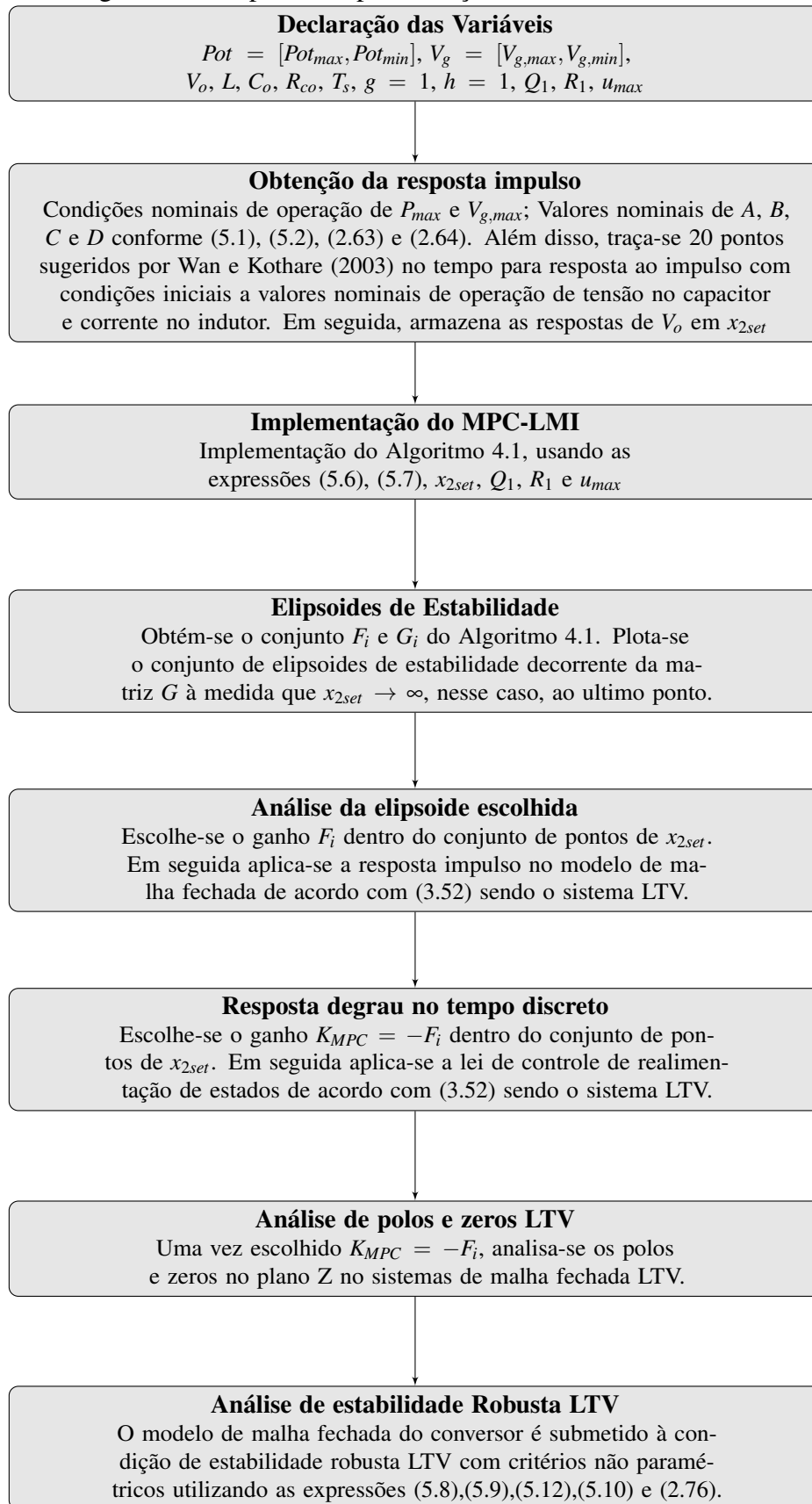
Para entender melhor a implementação do MPC-LMI no conversor *boost*, é desenvolvido um fluxograma mostrando as etapas de implementação da estratégia de controle como pode ser visto na Figura 11. O fluxograma trata-se de um resumo da teoria apresentada até este capítulo, sendo então um roteiro de aplicação das formulas, algoritmos e expressões definidas e demonstradas até o momento. Baseado nestas etapas, são feitos os scripts em *.m* conforme é mostrado no Apêndice C desta tese.

A primeira etapa consiste na declaração de todas as variáveis utilizadas no processo. Isto inclui os parâmetros do conversor, matrizes de ponderação, tempo de amostragem, restrições do sinal de controle e parâmetros de implementação do diagrama de blocos. Na segunda etapa, as modelagens no espaço de estados discreto são usadas em condições nominais de operação para obtenção da resposta impulso. Esta parte da etapa é baseado na teoria de Wan e Kothare (2003) e é apresentada também no Algoritmo 4.1, isto porque a variação *offline* deriva a modelagem *online* de Cuzzola *et al.* (2002).

A etapa de implementação consiste na aplicação das expressões do MPC-LMI relaxado com base nas matrizes de ponderação e na restrição do sinal de controle. Além disso, nesta etapa, são armazenados os conjuntos de matrizes  $G$  e ganhos  $F_i$  para análise das elipsóides de estabilidade da etapa subsequente.

As elipsóides de estabilidade tratam-se da análise geométrica do desempenho robusto do conversor em malha fechada. À medida que  $x_{2set}$  tende à origem, conforme a resposta impulso, a elipsóide tende a diminuir, mostrando a estabilidade do modelo em regime permanente e restringindo ainda mais a possibilidade de oscilação do modelo de malha fechada. Escolhida a elipsóide desejada, faz-se a análise da resposta impulso de malha fechada, mostrando que o sistema é estabilizado em toda a sua trajetória sem ultrapassar os limites impostos pela matriz na

Figura 11 – Etapas de implementação do controle MPC-LMI.



Fonte: Autor.

sua forma geométrica. Em seguida, o ganho escolhido é utilizado para análise da resposta em degrau considerando o sistema LTV. O modelo de malha fechada LTV também é utilizado para a análise de pólos e zeros e para a análise de estabilidade robusta LTV considerando as expressões apresentadas neste capítulo.

#### 5.4 Considerações finais do capítulo

Este capítulo apresentou a aplicação do MPC-LMI no conversor *boost* CCTE operando no modo MCC. Além disso, foi detalhado o modelo discretizado e aumentado na condição LTV do conversor, o qual a modelagem variante no tempo do conversor pode ser tratado politopicamente conforme demonstração feita por Kothare *et al.* (1996). Acrescenta-se a importância da análise das incertezas politópicas na forma de incertezas estruturadas LTV de pior caso, em que é estabelecida a condição matemática necessária para estabilidade robusta do conversor. O capítulo analisou os parâmetros de restrição utilizados no processo de otimização, justificando o uso da restrição do sinal de controle na estratégia MPC-LMI e considerando as condições de operação MCC do conversor. As teorias apresentadas até o momento foram resumidas em um fluxograma mostrando as etapas de implementação da estratégia de controle proposta, abrangendo os conceitos sobre o *boost* CCTE, sobre a teoria MPC-LMI e sua aplicação, usando o diagrama de blocos proposto da Figura 6.

## 6 SIMULAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO NO ESPAÇO DE ESTADOS

Este capítulo mostrará os procedimentos numéricos de implementação do controlador MPC-LMI do conversor *boost* considerando as incertezas politópicas mostradas nos capítulos anteriores. Além disso, são feitas as análises do conversor considerando as elipsóides de estabilidade e suas projeções diante da resposta ao impulso de malha fechada LTV. É apresentado ainda uma tabela (*lookup tabel*) de ganhos MPC decorrentes do mesmo algoritmo que gera as curvas das elipsóides, o qual é escolhido um ganho para ser feito a análise de robustez LTV. É visto também a análise LTV com polos e zeros do controlador MPC-LMI, comparando o resultado com o controlador LQI e mostrando que o controlador MPC é estável em toda variação LTV, ao contrário do LQI clássico, que apresenta regiões de instabilidade de malha fechada nas mesmas condições LTV do MPC. O capítulo termina realizando a análise de robustez LTV de pior caso entre o controlador proposto e o LQI, demonstrando graficamente a estabilidade robusta do MPC-LMI nas condições de pior caso.

### 6.1 Modelo numérico do conversor

O procedimento para implementação do modelo numérico segue o mesmo raciocínio apresentado na Seção 5.3. O primeiro passo para implementação é mostrado na Tabela 3, o qual apresenta os valores numéricos de todas as variáveis utilizadas para montagem do modelo experimental.

Conforme a Tabela 3, a análise numérica é feita considerando duas faixas de potência: a primeira com variação de  $50W - 500W$  e a segunda sendo  $380W - 1000W$ . Logo, a partir das equações (2.67), (2.68), (2.69), (2.70), (5.1) e (5.2), os pontos de operação do conversor  $50 - 500W$  para  $T_s = 1ms$ , de acordo com a Figura 9, são dados por:

-  $f(36V, 500W)$

$$A_1 = \begin{bmatrix} -0,3216 & -7,9141 \\ 0,0630 & -0,1289 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 550,3292 \\ 69,2398 \end{bmatrix}, \quad (6.1)$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} 0,0199 & 0,9942 \end{bmatrix}, D_1 = -0,3673.$$

-  $f(26V, 500W)$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0,0628 & -8,7924 \\ 0,0699 & 0,2691 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 833,0504 \\ 58,8556 \end{bmatrix} \quad (6.2)$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} 0,0144 & 0,9942 \end{bmatrix}, D_2 = 0,5071.$$

Tabela 3 – Parâmetros do conversor

| Conversor <i>boost</i>                                 |                           |
|--|---------------------------|
| Parâmetros   | Valores                   |
| Tensão de Entrada ( $V_g$ )                            | 26-36[V]                  |
| Tensão de Saída( $V_o$ )                               | 48 [V]                    |
| Ciclo de Trabalho ( $D_{cycle}$ )                      | 0,25 – 0,46               |
| Frequência de chaveamento( $f_s$ )                     | 20,8[kHz]                 |
| Período de Amostragem( $T_s$ )                         | 1[ms]                     |
| Indutor de Filtro ( $L$ )                              | 35[ $\mu$ H]              |
| Capacitor de saída ( $C_o$ )                           | 4400[ $\mu$ F]            |
| Resistência série intrínseca do Capacitor ( $R_{co}$ ) | 26,7[m $\Omega$ ]         |
| Carga( $R_o$ )   | 2,3 - 6,2[ $\Omega$ ]     |
| Potência de saída                                      | (50-500[W])/(380-1000[W]) |
| Ganho do sensor de Corrente $H_i$                      | 0,02                      |
| Ganho do sensor de tensão $H_v$                        | 0,025                     |
| Resolução A/D  | 0-1023(10 bits)           |
| Resolução PWM Digital                                  | 0-389                     |
| Matriz $Q_1$   | $I_3$                     |
| Matriz $R_1$   | 0, 1                      |
| Ganhos $g$ e $h$                                       | 1 e 1                     |

-  $f(36V, 50W)$

$$A_3 = \begin{bmatrix} -0,3413 & -8,0749 \\ 0,0642 & -0,1279 \end{bmatrix}, B_3 = \begin{bmatrix} 521,2578 \\ 71,8812 \end{bmatrix} \quad (6.3)$$

$$C_3 = \begin{bmatrix} 0,200 & 0,9994 \end{bmatrix}, D_3 = -0,0370.$$

-  $f(26V, 50W)$

$$A_4 = \begin{bmatrix} 0,0478 & -9,0070 \\ 0,0716 & 0,2850 \end{bmatrix}, B_4 = \begin{bmatrix} 803,6704 \\ 62,7577 \end{bmatrix} \quad (6.4)$$

$$C_4 = \begin{bmatrix} 0,0144 & 0,9994 \end{bmatrix}, D_4 = -0,0512.$$

Da mesma forma, os pontos de operação do conversor 380 – 1000W para  $T_s = 1ms$  são dados por:

-  $f(36V, 1000W)$

$$A_1 = \begin{bmatrix} -0,3004 & -7,7425 \\ 0,0616 & -0,1297 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 581,3690 \\ 66,4196 \end{bmatrix}, \quad (6.5)$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} 0,0198 & 0,9886 \end{bmatrix}, D_1 = -0,7290.$$

-  $f(26V, 1000W)$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0,0790 & -8,5640 \\ 0,0681 & 0,2526 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 864,1013 \\ 54,7401 \end{bmatrix} \quad (6.6)$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} 0,0143 & 0,9886 \end{bmatrix}, D_2 = -1,0036.$$

-  $f(36V, 380W)$

$$A_3 = \begin{bmatrix} -0,3268 & -7,9563 \\ 0,0633 & -0,1286 \end{bmatrix}, B_3 = \begin{bmatrix} 542,6843 \\ 69,9344 \end{bmatrix} \quad (6.7)$$

$$C_3 = \begin{bmatrix} 0,0199 & 0,9956 \end{bmatrix}, D_3 = -0,2797.$$

-  $f(26V, 380W)$

$$A_4 = \begin{bmatrix} 0,0589 & -8,8488 \\ 0,0704 & 0,2733 \end{bmatrix}, B_4 = \begin{bmatrix} 825,3521 \\ 59,8773 \end{bmatrix} \quad (6.8)$$

$$C_4 = \begin{bmatrix} 0,0144 & 0,9956 \end{bmatrix}, D_4 = -0,3864.$$

Como foi mostrada na Seção 5.3, os valores nominais de operação do *boost* consiste na condição  $f(V_{g,max}, Pot_{max})$  que são as expressões (6.1) para a condição de 500W e (6.5) para 1000W.

Para escolha das elipsoides é estabelecida uma resposta ao impulso com cerca de 20 pontos da saída do modelo (WAN; KOTHARE, 2003) de acordo com o que é mostrado nas etapas de implementação da Seção 5.3. Considera-se o modelo com as condições iniciais no modo de condução contínua para as condições nominais de carga. Portanto,  $x_0 = [I_L \ V_{co}]^T = [27,78 \ 48]^T$  para plena carga de 1000W e  $V_g = 36V$ . Para 500W e  $V_g = 36V$ , a resposta inicial para  $x_0 = [I_L \ V_{co}]^T = [13,89 \ 48]^T$ .

Para resposta ao impulso do conversor 500W, obteve-se um conjunto de 20 pontos de tensão, sendo  $x_{set} = \begin{bmatrix} x_{1set} & x_{2set} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} I_L & V_o \end{bmatrix}^T$ , tal que  $x_{1set}$  consiste na corrente no indutor no MCC e  $x_{2set}$  consiste nos valores da tensão de saída conforme a Tabela 4. Considerando-se a topologia do diagrama de blocos proposto neste trabalho. Observa-se que a matriz  $G$  possuirá dimensão  $3 \times 3$  com base no modelo expandido em espaço de estados e na projeção da Figura 10. Portanto, a construção gráfica do sistema será um conjunto de elipsóides 3D com base no Algoritmo 4.1, o qual serão analisados as elipsóides para o conversor operando em 500W e 1000W na subseções seguintes.

### 6.1.1 Análise das elipsoides para $Pot \in [50W, 500W]$

Uma vez feito o procedimento de otimização com base nos resultados numéricos da Seção 6.1, são extraídas a projeção geométrica da elipsoide conforme Algoritmo 4.1 como pode ser visto na Figura 12. Na Figura 12 existe a projeção 3D referente à relação entre  $I_L \times V_c \times v(k)$  e as projeções 2D 2 à 2 para cada variável de estado envolvida no processo de otimização.

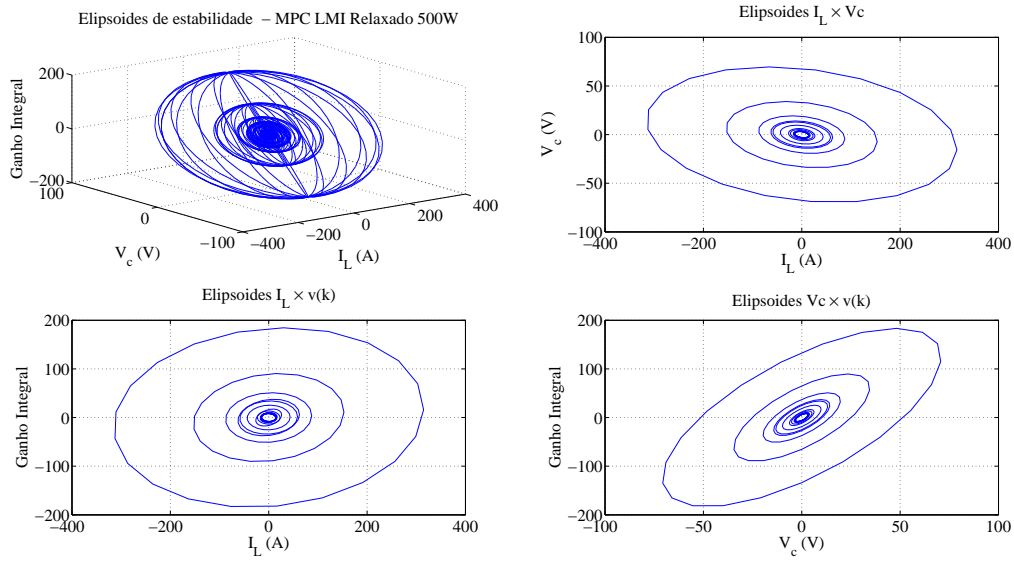
Tabela 4 – Conjunto  $x_{set}$  para o Algoritmo 4.1.

| N  | $x_{set}$ - 500W | $x_{set}$ - 1000W |
|----|------------------|-------------------|
| 1  | 48,0000          | 48,0000           |
| 2  | -4,4872          | -3,6942           |
| 3  | -24,4159         | -23,6553          |
| 4  | 12,6446          | 11,3360           |
| 5  | 8,0962           | 7,8756            |
| 6  | -10,3030         | -9,0638           |
| 7  | -0,1353          | -0,5195           |
| 8  | 5,6991           | 4,9506            |
| 9  | -2,3038          | -1,6958           |
| 10 | -2,1600          | -1,9171           |
| 11 | 2,1629           | 1,6496            |
| 12 | 0,2805           | 0,3478            |
| 13 | -1,3016          | -1,0017           |
| 14 | 0,3894           | 0,2161            |
| 15 | 0,5504           | 0,4384            |
| 16 | -0,4429          | -0,2874           |
| 17 | -0,1166          | -0,1152           |
| 18 | 0,2912           | 0,1962            |
| 19 | -0,0576          | -0,0177           |
| 20 | -0,1355          | -0,0957           |
| 21 | 0,0881           | 0,0473            |

Devido à característica oscilatória da resposta ao impulso como é vista na Figura 13, os tamanhos das elipsóides para cada valor de  $N$  podem variar de modo também oscilatório para que o procedimento de restrição seja obedecido. Logo, à medida que o  $N \rightarrow \infty$ , implica que a elipsóide também tende a estabilização. Contudo, Wan e Kothare (2003) estabelece que o conjunto  $x_{set}$  deve ser assintoticamente estável para que o algoritmo seja satisfeito. Dessa maneira, a escolha de  $N$  dentro do conjunto  $x_{set}$  assintoticamente estável é uma escolha do projetista. Para os resultados levantados na Figura 12 e Figura 13, a resposta ao impulso do conversor *boost* consiste em uma condição de pior caso de modo que o processo de otimização MPC-LMI garanta a estabilização.

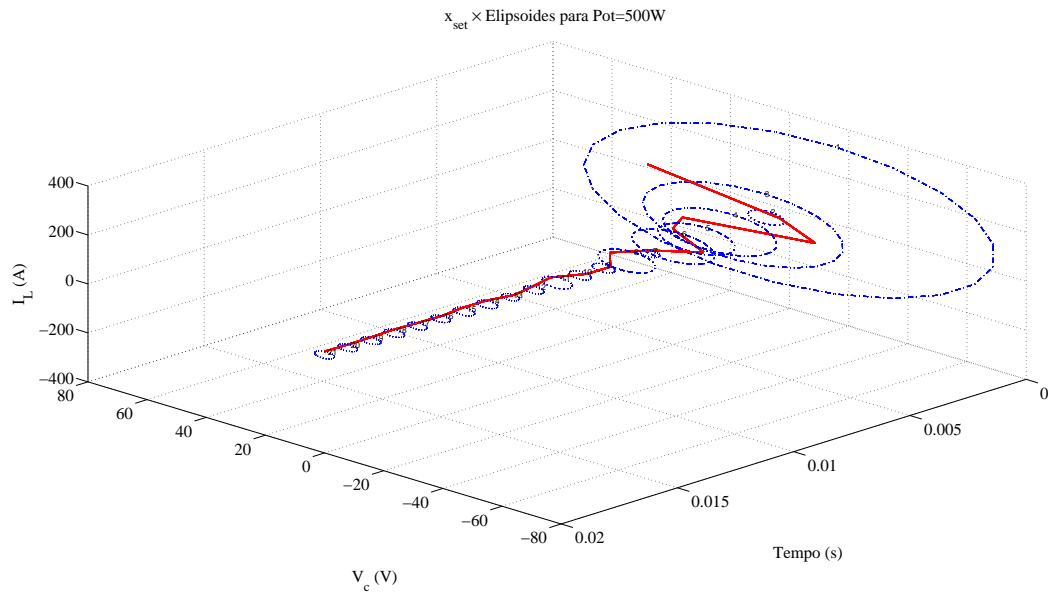
A escolha da elipsóide que melhor se adequa as necessidades de projeto é vista na Figura 13. Como é mostrado no Algoritmo 4.1, escolhe-se dentre o conjunto  $x_{set}$  o ganho que melhor atende as especificações e necessidades de implementação. Recomenda-se escolher o  $n$ -ésimo valor, já que o resultado encontra-se em uma condição de norma estável do ganho MPC (WAN; KOTHARE, 2003). Observa-se ainda que as variações de diferentes elipsóides na projeção  $I_L \times V_c$  são geradas em função da resposta de  $x_{set}$  com o objetivo de garantir a estabilidade em cada ponto do conjunto.

Figura 12 – Elipsóides e suas perspectivas 2D do conversor para  $Pot \in [50W, 500W]$ .



Fonte: Autor.

Figura 13 – Relação entre a resposta ao impulso  $x_{set}$  e as elipsóides  $I_L \times V_c$  para  $Pot \in [50W, 500W]$ .



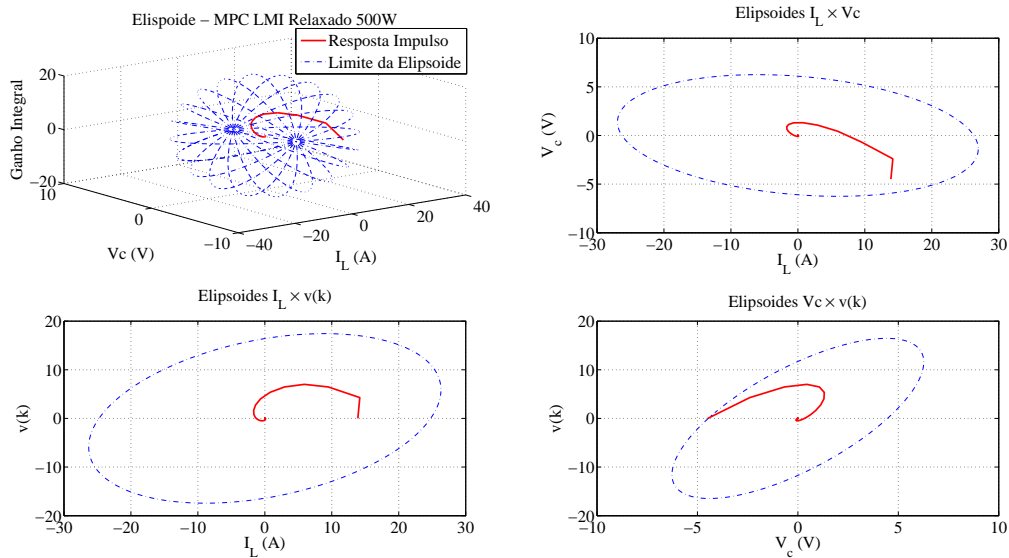
Fonte: Autor.

De acordo com Wan e Kothare (2003), a estabilização do modelo de malha fechada é garantida para qualquer valor de  $N$  do conjunto  $x_{set}$ . Para o caso do conversor *boost* CCTE, a condição de pior caso é a resposta ao impulso, cujos pontos são mostrados no início da Seção 6.1, pois sua característica oscilatória requer mais esforço do processo de otimização LMI de modo a garantir a estabilização. Wan e Kothare (2003) não deixa claro o critério de escolha de  $x_{set}$ , então, para fins de que seja garantida a estabilização em condições críticas o uso da resposta ao



impulso de malha aberta é justificada sob argumento de Kothare *et al.* (1996) para o projeto do conversor *boost*. A Figura 13 mostra a projeção da resposta ao impulso para cada  $N$  da elipsóide e sua condição da resposta ao impulso de malha aberta. A resposta de cada elipsóide na projeção  $I_L \times V_c$  explica a forma de como a elipsóide 3D da Figura 12 foi desenvolvida. Dessa forma, para mostrar a estabilização em qualquer um dos pontos  $N$  do conjunto  $x_{set}$ , escolhe-se a elipsóide  $N = 2$  da Figura 13 para fazer a análise da resposta ao impulso da Figura 14. Observa-se que a trajetória da resposta é estável em ambas as condições de cargas e estão dentro dos limites de operação impostos pelo processo de otimização, comprovando a imposição dada pelo Teorema 4.2.1.

Figura 14 – Resposta impulso de malha fechada LTV para  $N = 2$  e  $Pot \in [50W, 500W]$ .



Fonte: Autor.

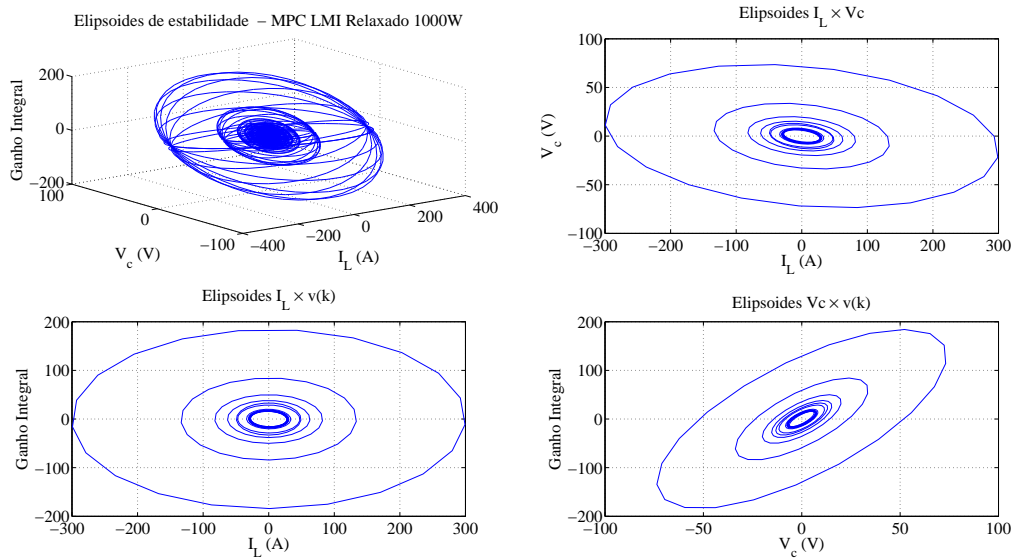
Na subseção seguinte é estabelecida a mesma análise das elipsóides considerando a faixa de potência  $Pot \in [380W, 1000W]$ . Apesar dos resultados serem similares, o comportamento das respostas mudam um pouco devido à variação da potência a ser aplicada.

### 6.1.2 Análise das elipsóides para $Pot \in [380W, 1000W]$

A análise para o conversor considerando  $Pot \in [380W, 1000W]$  segue o procedimento análogo a Subseção 6.1.1, sendo que as elipsóides possuem uma região de atração maior, pois se trata de uma região de potência também maior que o analisado na subseção anterior. A Figura 15 mostra a formação das elipsóides de estabilidade e suas projeções 2D. Os detalhes da resposta de projeção podem ser vistas na Figura 16. Observa-se que o comportamento da Figura 12 e da

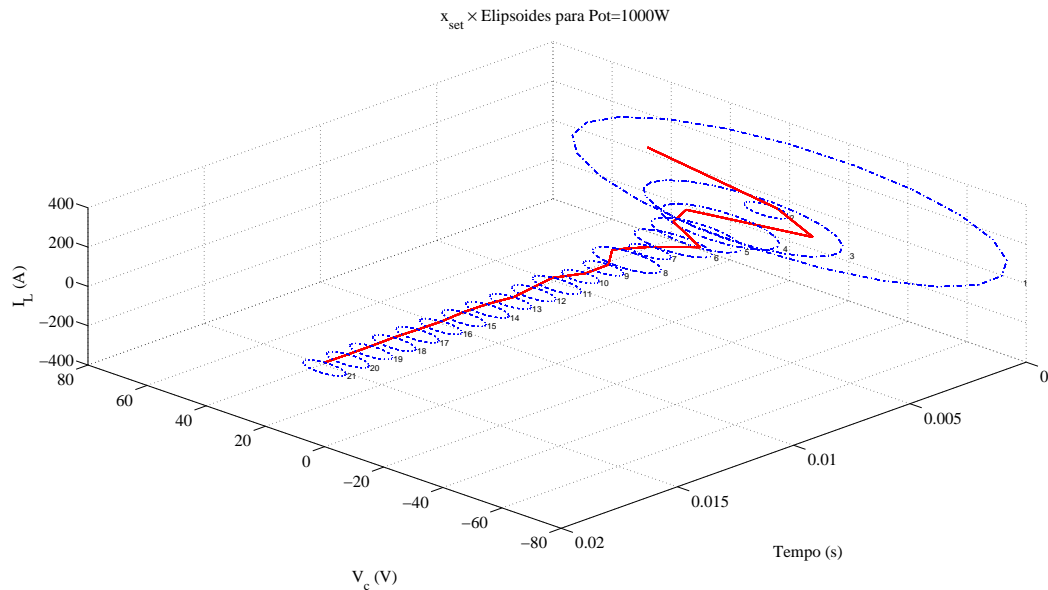
Figura 15 são similares, sendo que a ultima possui regiões de atração maiores que a primeira. Cita-se ainda que a estabilidade MPC-LMI é garantida tanto na Figura 13 como na Figura 16, mostrando que a estabilização MPC atua independente da potência de projeto do conversor CCTE.

Figura 15 – Elipsoides e suas perspectivas 2D do conversor para  $Pot \in [380W, 1000W]$ .



Fonte: Autor.

Figura 16 – Relação entre a resposta ao impulso  $x_{set}$  e as elipsoides  $I_L \times V_c$  para  $Pot \in [380W, 1000W]$ .

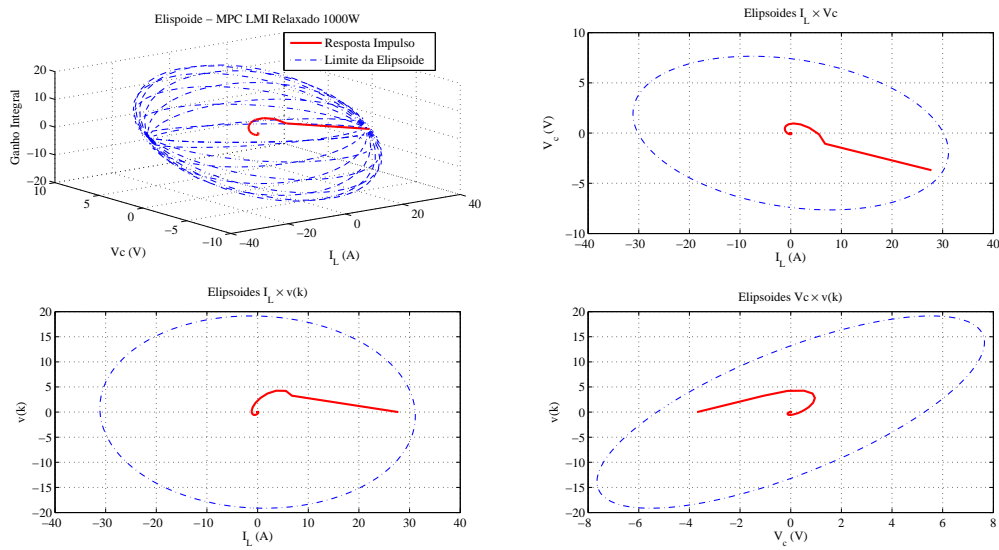


Fonte: Autor.

Considerando a estabilização para  $N = 2$ , a Figura 17 mostra a trajetória para resposta

ao impulso do conversor *boost* operando para 1000W. A resposta da Figura 17 possui uma estabilização mais suave que a resposta vista na Figura 14, isto porque o conversor CCTE é dimensionado para condição nominal de 1000W. Quando o controlador MPC-LMI é projetado para 500W, a corrente no indutor  $I_L$  é menor, reduzindo a condição de operação no MCC. Apesar destas diferenças, observa-se que o MPC-LMI garante a estabilidade, cuja resposta ao impulso tende a à origem conforme proposto no Algoritmo 4.1 e nas teorias de Cuzzola *et al.* (2002) e Wan e Kothare (2003).

Figura 17 – Resposta impulso de malha fechada LTV para  $N = 2$  e  $Pot \in [380W, 1000W]$ .



Fonte: Autor.

As elipsóides mostradas nas Figuras 12 e 15 são as bases para o conjunto de ganhos de controladores que podem ser utilizados para o conversor *boost*. Sendo as elipsóides uma interpretação geométrica de  $G$ , o conjunto de ganhos de  $K_{MPC} = -F_i$  são vistos na seção subsequente, em que é gerado uma tabela com os valores de ganhos para cada elipsóide gerada.

## 6.2 Ganhos dos controladores MPC

O procedimento LMI do Algoritmo 4.1 permite que tanto os valores de  $G_i$  como os ganhos  $F_i$  sejam armazenados em *lookup table* similar ao que é proposto por Wan e Kothare (2003). Os ganhos  $F_i$  tanto para o conversor operando em 50W – 500W como em 380W – 1000W obtidos do algoritmo são vistos na Tabela 5. Para o caso do projeto considerando a estabilidade robusta LTV e análise do circuito de simulação e experimental, serão usados os ganhos para  $N = 20$  tanto para 50W – 500W quanto para a potência de 380W – 1000W.

Tabela 5 – Ganhos MPC-LMI a partir do Algoritmo 4.1.

| <b>F - 500 W</b> |                          |        |        | <b>F - 1000 W</b>        |        |        |
|------------------|--------------------------|--------|--------|--------------------------|--------|--------|
| <b>N</b>         | $F_i - 500W$             |        |        | $F_i - 1000W$            |        |        |
| 1                | $-0,3803 \times 10^{-3}$ | 0,0065 | 0,0012 | $-0,3563 \times 10^{-3}$ | 0,0067 | 0,0012 |
| 2                | $-0,5989 \times 10^{-3}$ | 0,0057 | 0,0014 | $-0,3338 \times 10^{-3}$ | 0,0067 | 0,0013 |
| 3                | $-0,4171 \times 10^{-3}$ | 0,0064 | 0,0013 | $-0,4547 \times 10^{-3}$ | 0,0064 | 0,0013 |
| 4                | $-0,3505 \times 10^{-3}$ | 0,0066 | 0,0012 | $-0,2893 \times 10^{-3}$ | 0,0069 | 0,0012 |
| 5                | $-0,3308 \times 10^{-3}$ | 0,0067 | 0,0012 | $-0,2623 \times 10^{-3}$ | 0,0069 | 0,0012 |
| 6                | $-0,4555 \times 10^{-3}$ | 0,0063 | 0,0013 | $-0,5887 \times 10^{-3}$ | 0,0058 | 0,0015 |
| 7                | $-0,1510 \times 10^{-3}$ | 0,0067 | 0,0011 | $-0,1350 \times 10^{-3}$ | 0,0068 | 0,0011 |
| 8                | $-0,3108 \times 10^{-3}$ | 0,0067 | 0,0012 | $-0,2257 \times 10^{-3}$ | 0,0070 | 0,0012 |
| 9                | $-0,5218 \times 10^{-3}$ | 0,0055 | 0,0014 | $-0,1727 \times 10^{-3}$ | 0,0071 | 0,0010 |
| 10               | $-0,4836 \times 10^{-3}$ | 0,0057 | 0,0014 | $-0,1938 \times 10^{-3}$ | 0,0071 | 0,0011 |
| 11               | $-0,2406 \times 10^{-3}$ | 0,0069 | 0,0011 | $-0,1600 \times 10^{-3}$ | 0,0070 | 0,0011 |
| 12               | $-0,1598 \times 10^{-3}$ | 0,0068 | 0,0011 | $-0,1356 \times 10^{-3}$ | 0,0069 | 0,0011 |
| 13               | $-0,2610 \times 10^{-3}$ | 0,0073 | 0,0011 | $-0,1452 \times 10^{-3}$ | 0,0068 | 0,0011 |
| 14               | $-0,1639 \times 10^{-3}$ | 0,0068 | 0,0011 | $-0,1340 \times 10^{-3}$ | 0,0069 | 0,0011 |
| 15               | $-0,1701 \times 10^{-3}$ | 0,0069 | 0,0011 | $-0,1368 \times 10^{-3}$ | 0,0069 | 0,0011 |
| 16               | $-0,1610 \times 10^{-3}$ | 0,0066 | 0,0011 | $-0,1324 \times 10^{-3}$ | 0,0068 | 0,0011 |
| 17               | $-0,1510 \times 10^{-3}$ | 0,0067 | 0,0011 | $-0,1320 \times 10^{-3}$ | 0,0069 | 0,0011 |
| 18               | $-0,1603 \times 10^{-3}$ | 0,0068 | 0,0011 | $-0,1338 \times 10^{-3}$ | 0,0069 | 0,0011 |
| 19               | $-0,1512 \times 10^{-3}$ | 0,0067 | 0,0011 | $-0,1323 \times 10^{-3}$ | 0,0069 | 0,0011 |
| 20               | $-0,1510 \times 10^{-3}$ | 0,0067 | 0,0011 | $-0,1320 \times 10^{-3}$ | 0,0069 | 0,0011 |
| 21               | $-0,1536 \times 10^{-3}$ | 0,0068 | 0,0011 | $-0,1326 \times 10^{-3}$ | 0,0069 | 0,0011 |

Portanto, para o conversor operando em 500W, os ganhos são

$$K_{MPC500} = -F_{20} = \begin{bmatrix} 0,1510 \times 10^{-3} & -0,0067 \end{bmatrix}; \quad (6.9)$$

$$K_{IMPC500} = 0,0011;$$

Considerando as matrizes de ponderação da Tabela 3 para a condição de operação nominal, os ganhos para o controlador LQI em 500W são:

$$K_{LQI500} = \begin{bmatrix} -1,1993 \times 10^{-4} & -0,0096 \end{bmatrix}; \quad (6.10)$$

$$K_{ILQI500} = 0,0013$$

Já os ganhos de realimentação para o conversor operando para 1000W são dados por

$$K_{MPC1000} = -F_{20} = \begin{bmatrix} 0,1320 \times 10^{-3} & -0,0069 \end{bmatrix}; \quad (6.11)$$

$$K_{IMPC1000} = 0,0011;$$

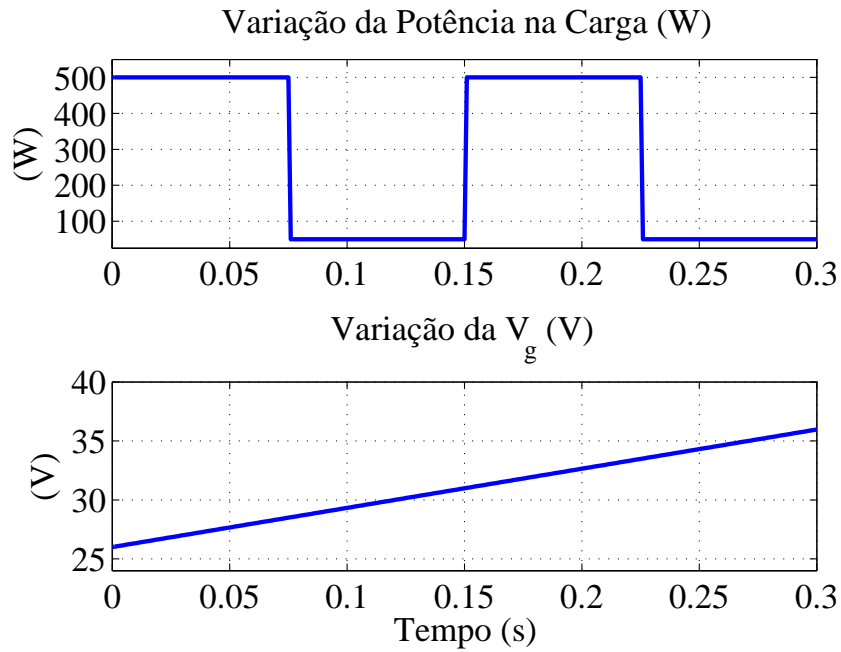
e

$$K_{LQI1000} = \begin{bmatrix} -1,6225 \times 10^{-4} & -0,0094 \end{bmatrix}; \quad (6.12)$$

$$K_{ILQI1000} = 0,0013$$

onde de (6.9) a (6.12) representam os ganhos dos controladores MPC-LMI e LQI tradicional respectivamente. Na implementação numérica, considera-se a variação de carga e tensão de entrada de acordo com as Figuras 18 e 19 para 500W e 1000W respectivamente. Nesta simulação, o tempo de amostragem é de 1ms com 300 pontos de tempo discreto. O modelo no espaço de estados utilizado para análise é o modelo LTV proposto na Seção 2.2, sendo lei de controle dada por (3.44).

Figura 18 – Variação da potência de carga e da tensão de entrada para  $Pot = [50, 500]W$ .



Fonte: Autor.

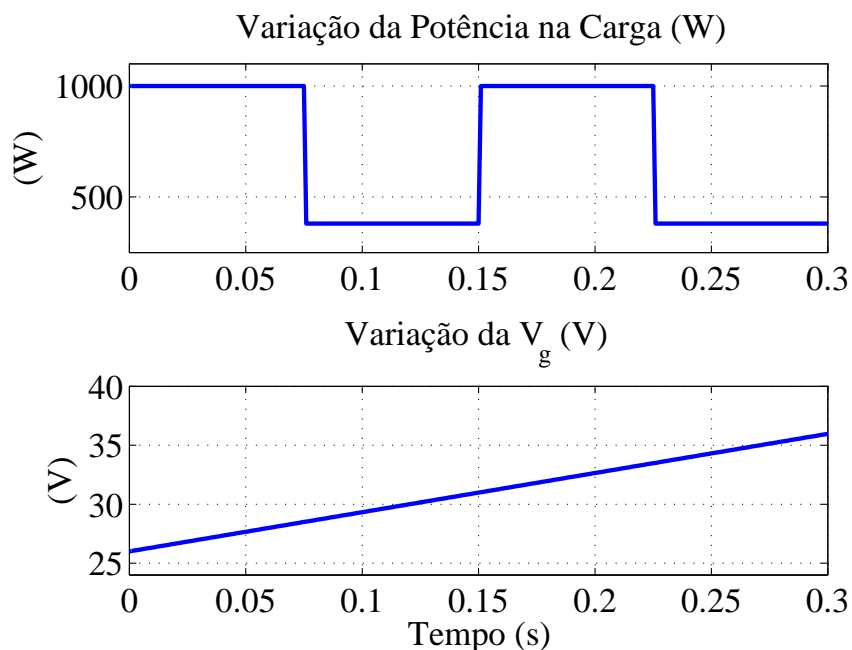
Utilizando-se dos ganhos escolhidos em (6.9), (6.10), (6.11) e (6.12) para análise de malha fechada tanto para o MPC-LMI como para o controlador LQI, são feitas as análises do índice do erro quadrático (*Index Square Error-ISE*) e do índice de desempenho  $J_\infty$  definido em (3.36). O ISE discreto utilizado na análise é definido por:

$$ISE = \sum_{i=1}^{N_k} (ref_i - y_i)^2, \quad (6.13)$$

de  $N_k$  é o n-ésimo valor de pontos na simulação,  $ref_i$  é o segmento de referência desejado e  $y_i$  é o valor de saída, neste caso, é a tensão de saída no conversor.

A Tabela 6 mostra um comparativo em valores absolutos do ISE e do  $J_\infty$ . Observa-se que os valores MPC-LMI apresentam valores absolutos inferiores ao LQI tanto para o ISE como para índice de desempenho quadrático nas faixas de potência projetadas. Portanto, o controlador

Figura 19 – Variação da potência de carga e da tensão de entrada para  $Pot = [380, 1000]W$ .



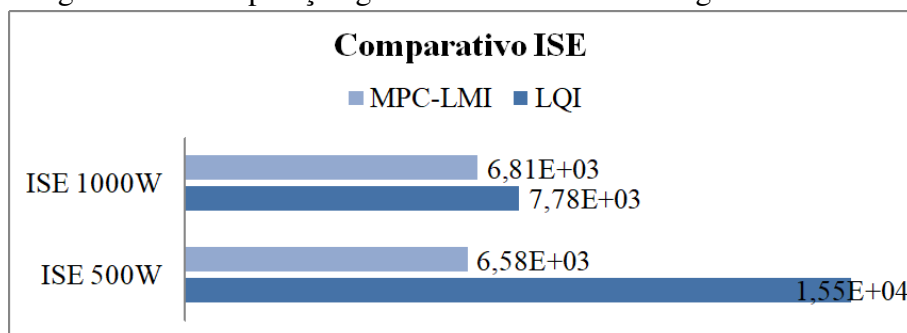
Fonte: Autor.

MPC-LMI apresenta um melhor desempenho comparado ao LQI nas mesmas condições de operação. As Figuras 20 e 21 mostram o comparativo da  $J$  no formato gráfico de barras.

Tabela 6 – Tabela dos índices de desempenho

|            |       | <b>LQI</b>         | <b>MPC-LMI</b>     | <b>Relativo ao LQI %</b> |
|------------|-------|--------------------|--------------------|--------------------------|
| <b>ISE</b> | 500W  | $1,55 \times 10^4$ | $6,58 \times 10^3$ | -136,26%                 |
|            | 1000W | $7,78 \times 10^3$ | $6,81 \times 10^3$ | -14,22%                  |
| $J^\infty$ | 500W  | $1,05 \times 10^6$ | $8,50 \times 10^5$ | -23,57%                  |
|            | 1000W | $1,49 \times 10^6$ | $1,44 \times 10^6$ | -3,30%                   |

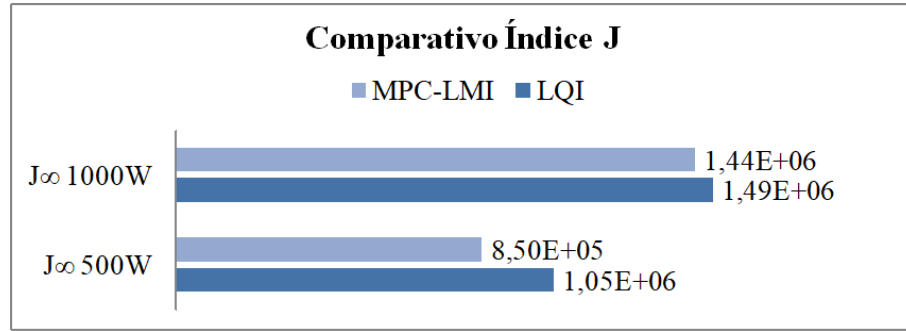
Figura 20 – Comparação gráfica ISE entre as estratégias de controle.



Fonte: Autor.

Observando os valores relativos da Tabela 6 e Figuras 20, 21, vê-se que para o projeto de 500W, o MPC-LMI apresenta uma taxa de valores absolutos ao menos 23,57% menores que

Figura 21 – Comparação gráfica  $J_{\infty}$  entre as estratégias de controle.



Fonte: Autor.

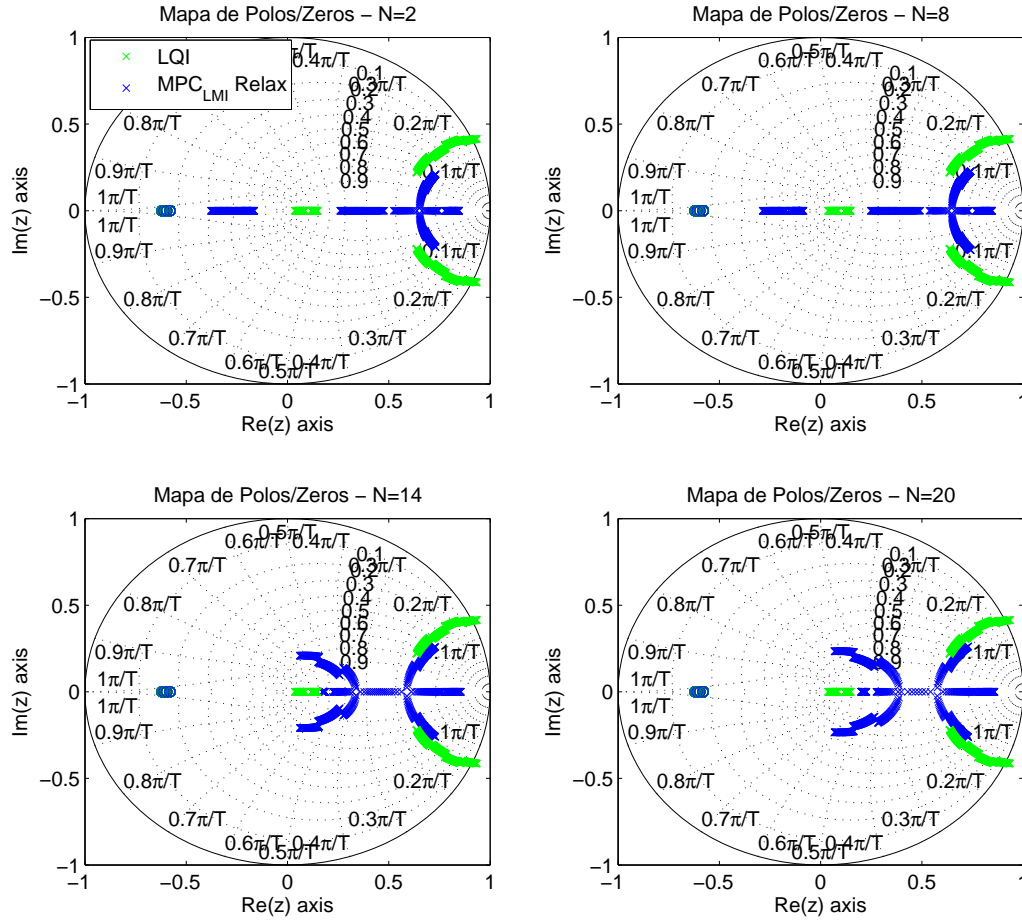
o LQI operando na mesma condição de operação. Para o projeto de 1000W as diferenças são menores sendo o  $ISE\% = -14,22\%$  e  $J_{\infty}\% = -3,30\%$ . Isso é justificado pela concepção de projeto utilizado, pois a amplitude de carga para 380W – 1000W é percentualmente menor que o projeto de 50W – 500W. Analisando as concepções de projeto para variação de carga, o projeto de 1000W varia de 38% para 100% potência, uma diferença de 62% entre o valor máximo e mínimo de carga. Já para o projeto de 500W, a variação é de 90% entre o valor máximo e mínimo de carga. Portanto, MPC-LMI é mais eficiente para projetos com grandes amplitudes de carga, o qual o controle do conversor *boost* mostra-se garantido para a condições de operação próximo ao vazio.

### 6.3 Análise dos polos e zeros

Na Seção 6.2, foram escolhidos os ganhos dos controladores MPC que serão aplicados ao conversor *boost* operando em LTV. Em seguida, são realizadas análises de polos e zeros de malha fechada em LTV rampa ascendente, o qual o intervalo de tempo é feito considerando um tempo de simulação de 300ms, ou seja, 300 pontos de simulação com  $V_g$  variando de 26V à 36V. Dentro deste intervalo de pontos, a potência varia de 50W à 500W ou de 380W à 1000W, conforme a faixa de potência escolhida de projeto. Dessa maneira, são acompanhados a evolução da alocação de polos e zeros LTV, como podem ser vistos nas Figuras 22 e 23. Ambas as figuras levam em consideração a análise para  $N = 2, 8, 14$  e 20. Observa-se que os polos de malha fechada tendem a se organizar o mais próximo possível do centro do círculo unitário, isso mostra a estabilização robusta em todos os pontos, principalmente para os pontos finais do conjunto  $x_{set}$ .

Comparando os resultados do controlador MPC-LMI ao LQI clássico das Figuras 22 e 23, observa-se que o controlador LQI não garante a estabilização em todos os pontos na mesma condição LTV, pois existem polos fora do círculo unitário. A Figura 22, por exemplo, mostra

Figura 22 – Análise dos polos e zeros LTV para o conversor operando  $P_{ot} \in [50W, 500W]$ .



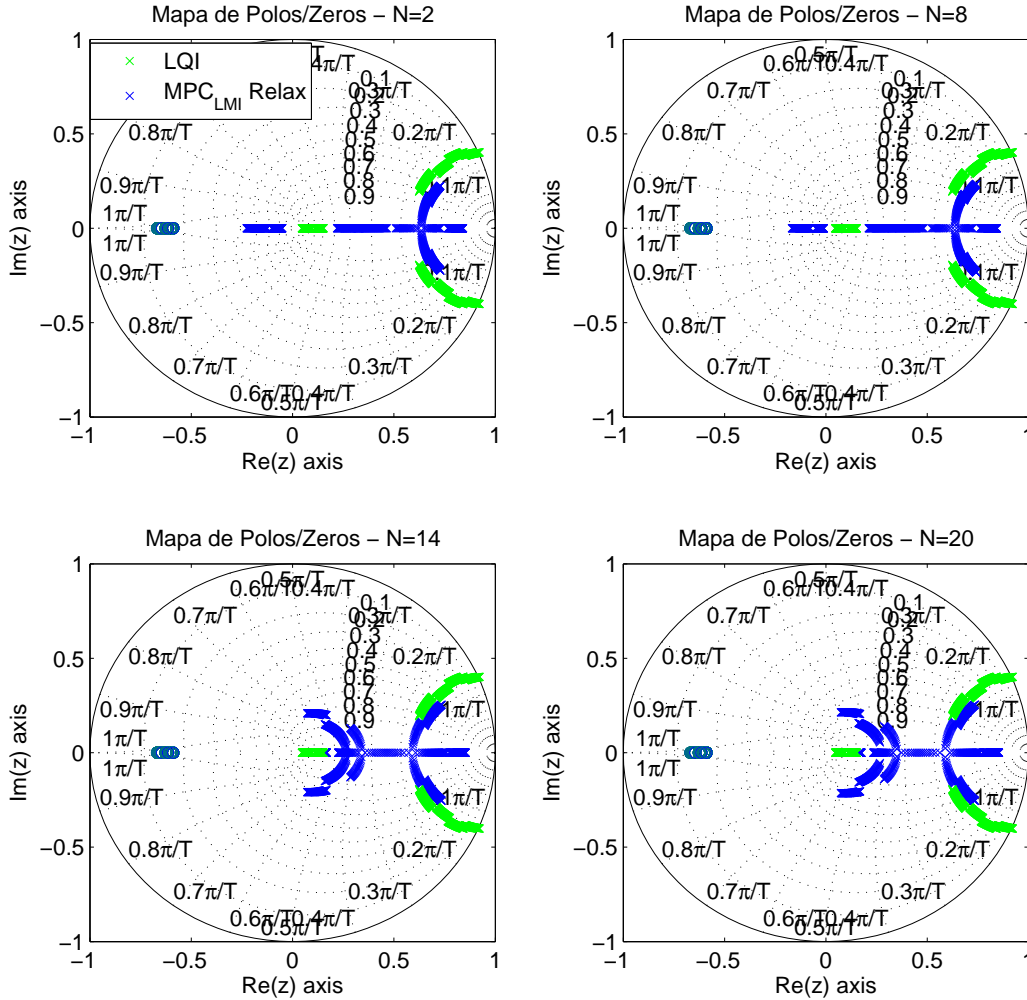
Fonte: Autor.

que o controlador LQI clássico não se mantém dentro do círculo unitário em todo o espaço de tempo especificado, existindo uma região de instabilidade. Já o MPC relaxado mantém-se estável em todo processo, pois seus pólos estão dentro do círculo unitário independente do ponto  $x_{set}$  mostrado. Além disso, os pólos de malha fechada do controle MPC tendem a se manter no semi-círculo direito à medida que  $N$  aumenta, o que é desejável do projeto de controle, porque reduz o efeito oscilatório da resposta em regime permanente. Cita-se ainda que a posição dos pólos garante um baixo sobressinal em regime permanente com base na região  $\zeta > 0,7$ . O LQI, no entanto, mantém uma região volátil de oscilação cujos pólos variam na região  $\zeta < 0,8$ . Logo os pólos do LQI denotam um comportamento oscilatório em regime permanente em alguns pontos de operação LTV.

Na Figura 23, o comportamento é análogo ao mostrado na Figura 22. Observa-se que o controlador LQI clássico não se mantém dentro do círculo unitário, existindo uma região



Figura 23 – Análise dos polos e zeros LTV para o conversor operando  $P_{ot} \in [380W, 1000W]$ .



Fonte: Autor.

de instabilidade. Existem poucas variações, pois a única variação de projeto está relacionada à potência de carga.

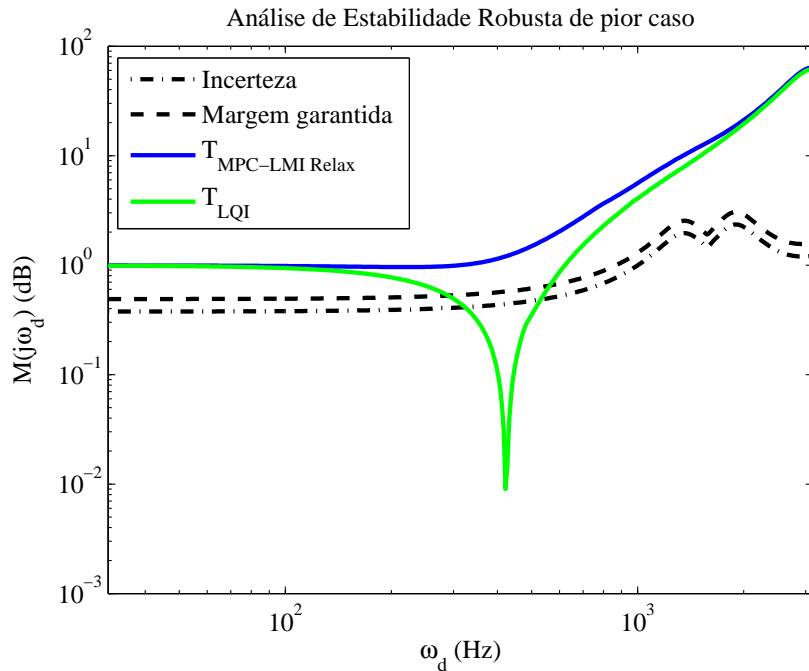
Portanto, vê-se que o controlador MPC-LMI relaxado mantém-se sempre estável independente da condição LTV, dentro das condições de projeto. A seção seguinte usa-se da mesma análise LTV para polos e zeros e faz a análise de estabilidade robusta LTV conforme proposto na Subseção 5.1.2.

#### 6.4 Análise de robustez LTV

Com base Subseção 5.1.2, as expressões politópicas LTV para  $N = 20$  são convertidas em um conjunto de funções incertas na frequência discreta. Utilizando o critério do pior caso,

são feitas as análises de estabilidade robusta LTV de acordo com as Figuras 24 e 25. Na Figura 24, vê-se que o controle LQI na frequência discreta não se mantém robusto pois cruza não apenas com a margem de segurança garantida de 30%, especificada na figura, como também a curva de incertezas. Portanto o controlador LQI estabelecido não é robusto. Já o MPC-LMI é robusto e mantém uma distância considerável em relação à margem de segurança, podendo até ser ajustado de modo a obter um controle mais rápido caso seja necessário. A curva apresentada na Figura 24 mostra que a condição de pior caso do modelo de malha fechada do controlador MPC-LMI relaxado mantém-se distante da condição mas acentuada das incertezas também avaliando o pior caso, de acordo com a teoria da estabilidade robusta LTV apresentada na Subseção 2.3 e na Subseção 5.1.2.

Figura 24 – Curva de estabilidade robusta LTV de pior caso para 500W.

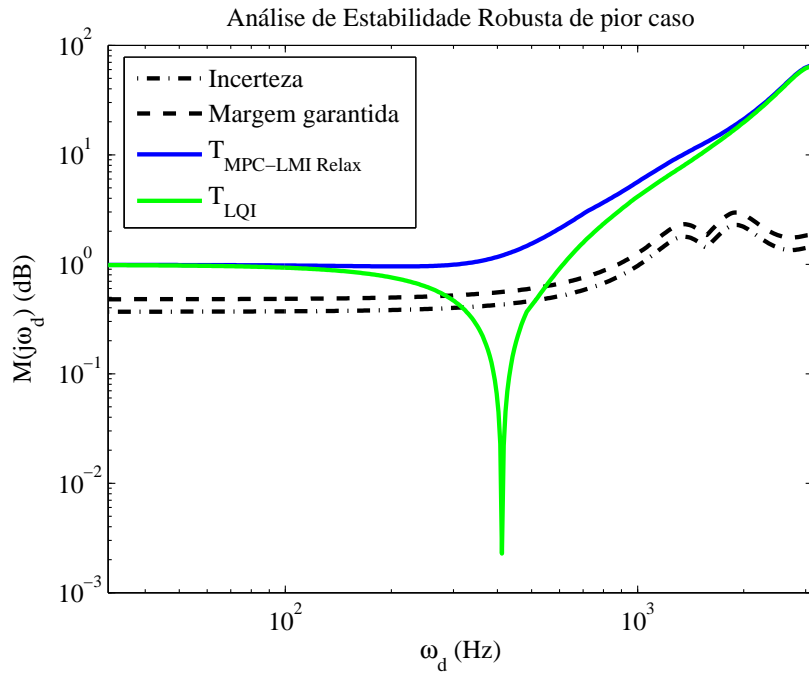


Fonte: Autor.

Contudo, na Figura 25, vê-se que o controle LQI na frequência discreta não é robusto e que o nível de não-robustez é maior que o projeto para 500W. O controle MPC mantém comportamento semelhante ao da Figura 24. Portanto, o controlador MPC-LMI mantém-se robusto independente da potência demandada de projeto. Isso se deve ao fato de que o aumento da carga implica no aumento das margens de incertezas LTV inerentes ao modelo. Como o controlador MPC é projetado para todas as faixas de incertezas no domínio LTV, o método de análise robusta LTV não paramétrica reforça as condições de robustez para o controle proposto.

O LQI clássico é projetado apenas em condições nominais de operação, sendo que os demais pontos de operação são tratados como perturbações externas ao modelo, não sendo garantida a robustez do LQI caso o conversor opere em regiões fora da condição nominal ao que foi projetado.

Figura 25 – Curva de estabilidade robusta LTV de pior caso para 1000W.



Fonte: Autor.

Portanto, a análise gráfica vista nas Figuras 24 e 25 comprovam a robustez do controlador MPC-LMI relaxado independente modelo incerto adotado para o projeto, pois o ganho obtido por incertezas politópicas é também submetido à variação de incertezas não paramétricas LTV, como é proposto na Subseção 5.1.2. Essas condições mostram que o controle é estável, eficaz e capaz de rejeitar os efeitos das incertezas, mesmo operando em uma condição extrema de pior caso.

## 6.5 Considerações finais sobre o capítulo

Este capítulo mostrou os procedimentos de implementação do MPC-LMI relaxado considerando o modelo politópico e as respostas LTV. Com base nos dados de implementação, são feitas análises através das elipsóides de estabilidades da resposta ao impulso na condição nominal e suas projeções 2D das variáveis de estado do modelo aumentado. Além disso, é gerada uma tabela de ganhos MPC tanto para a faixa de potência 50W – 500W como para

a faixa  $380W - 1000W$ , o qual é escolhido o ganho de realimentação para  $N = 20$ . Cita-se ainda a análise dos polos e zeros acompanhando a evolução da alocação de acordo com  $N$  e é mostrado que o modelo de malha fechada para o  $n$ -ésimo valor do conjunto das elipsoides tendem a se manter no semi-circulo direito, garantindo a estabilidade desejada de projeto. Com a escolha de  $N = 20$  para o ganho de realimentação, é feita a análise de estabilidade robusta LTV, comprovando a robustez do controlador MPC nas condição de pior caso LTV.

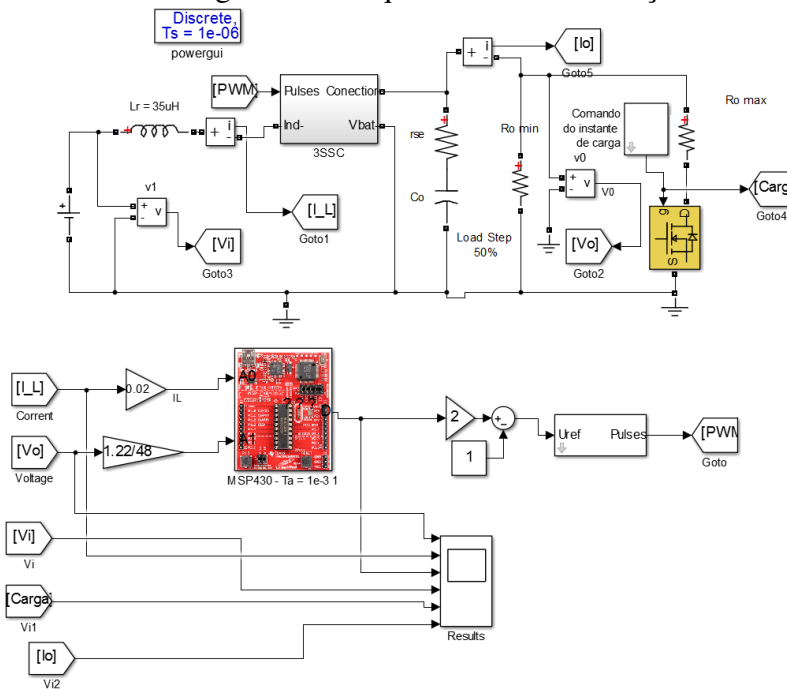
## 7 RESULTADOS DE SIMULAÇÃO E EXPERIMENTAL

Este capítulo mostra os resultados de simulação e experimental do controle MPC-LMI e LQI aplicado ao *boost* CCTE na sua forma de circuito chaveado. Os resultados de simulação são executados no Matlab/Simulink, o qual é feita uma comparação com o LQI clássico existente em literatura. Em seguida, os mesmos testes feitos em simulação são realizados em bancada experimental. Os resultados alcançados experimentalmente validam a teoria proposta mostrando a viabilidade da estratégia de controle no conversor *boost* CCTE.

### 7.1 Resultados de simulação

A Figura 26 mostra o diagrama do conversor. Considerou-se o tempo de execução do processo de  $T_s = 1\mu s$ , diferente do tempo de amostragem de  $T_s = 1ms$ . Além disso, durante o processo de simulação, são feitos ensaios de variação de carga e de tensão com base na potência submetida ao modelo. No caso da simulação para  $500W$ , é considerada a variação da tensão de entrada e da carga em situações compatíveis com a experimentação. Na simulação considerando a potência de  $1000W$ , são feitas apenas variações de cargas.

Figura 26 – Esquemático de Simulação



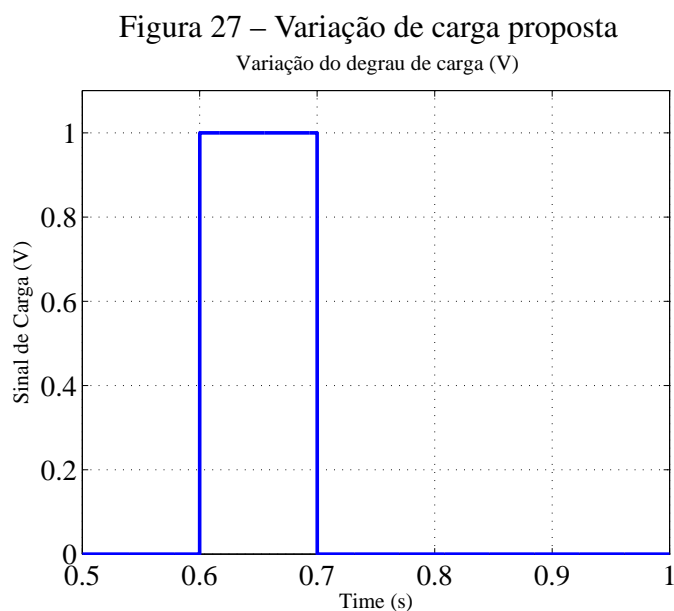
Fonte: Autor.

Observando a Figura 26, vê-se o circuito proposto de modo que a Célula de comuta-

ção em 3 estados é reduzida a um bloco. Além disso, o bloco simbolizado pelo MSP430 contém o diagrama de blocos do circuito digital proposto de acordo com a Figura 8. Portanto, o modelo no simulink representa a formulação computacional do modelo proposto no começo do capítulo.

### 7.1.1 Simulação para 500W

A Figura 27 mostra o sinal de acionamento do degrau de carga para o conversor *boost* operando na faixa de potência de 50W – 500W – 50W respectivamente. Com base nessa perturbação de carga, são analisados os resultados da tensão de saída, corrente na carga e sinal de controle do circuito.

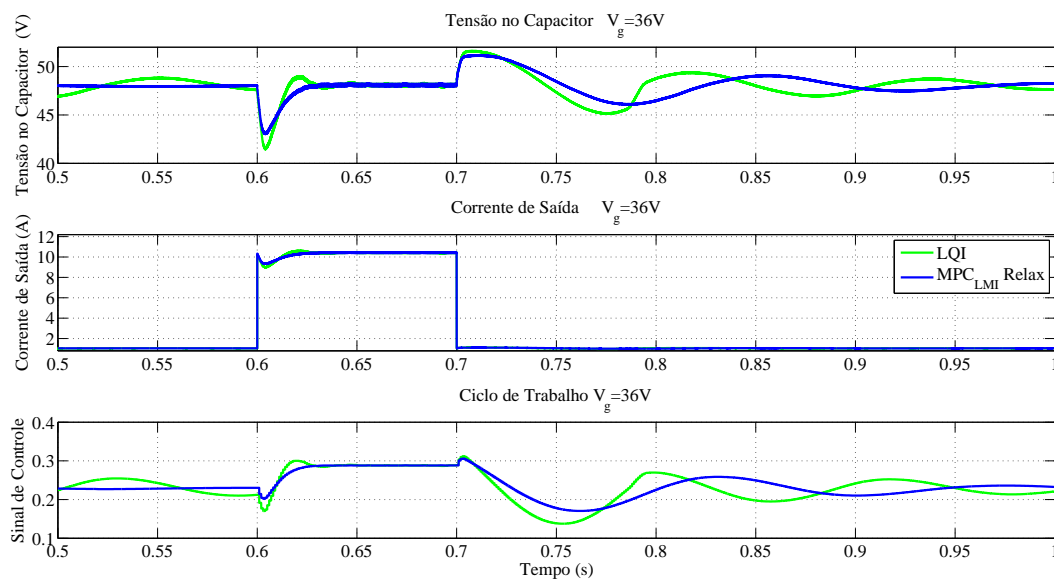


Fonte: Autor.

Na Figura 28 são mostrados os resultados da simulação para  $V_g = 36V$ . Observa-se que ambos os controladores garantem a referência da tensão de saída. Comprova-se ainda a variação de carga como pode ser vista na curva referente à corrente de saída. Cita-se ainda que o sinal de controle segue um comportamento similar à tensão de saída, não ocorrendo saturações no sinal de controle. Entretanto, observa-se um comportamento mais suave e mais rápido do controle MPC-LMI em relação ao LQI clássico considerando as matrizes de ponderação utilizadas para a Seção 6.2. Logo, no ponto de operação nominal de projeto, os resultados do MPC-LMI se mostram com menos oscilações que o LQI clássico.

Já na Figura 29, são mostrados os resultados para  $V_g = 26V$ . Observa-se que a ação de controle MPC-LMI garante a referência de saída em relação ao LQI clássico. Além disso,

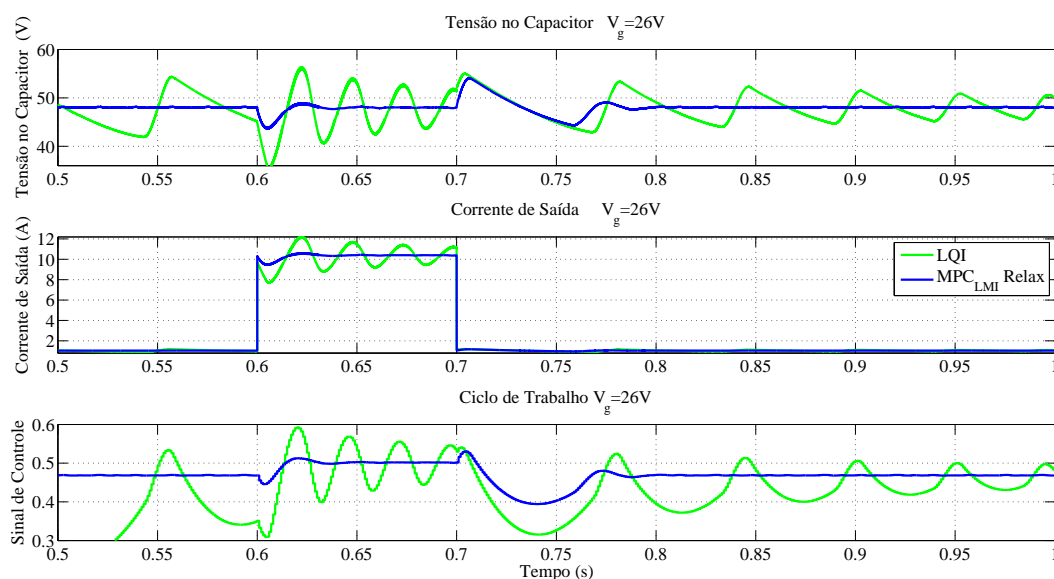
Figura 28 – Resposta considerando a variação de carga proposta para  $V_g = 36V$ .



Fonte: Autor.

o LQI clássico apresenta comportamento oscilatório que compromete o sistema. Portanto, no ponto de operação para  $V_g = 26V$ , os resultados do MPC-LMI se mostram mais estáveis que o LQI clássico. Considera-se ainda que esse ponto de operação é próximo ao modo de condução crítica. Com base na simulação da Figura 28, o controlador MPC garante a estabilidade no modo de operação crítico conforme projetado.

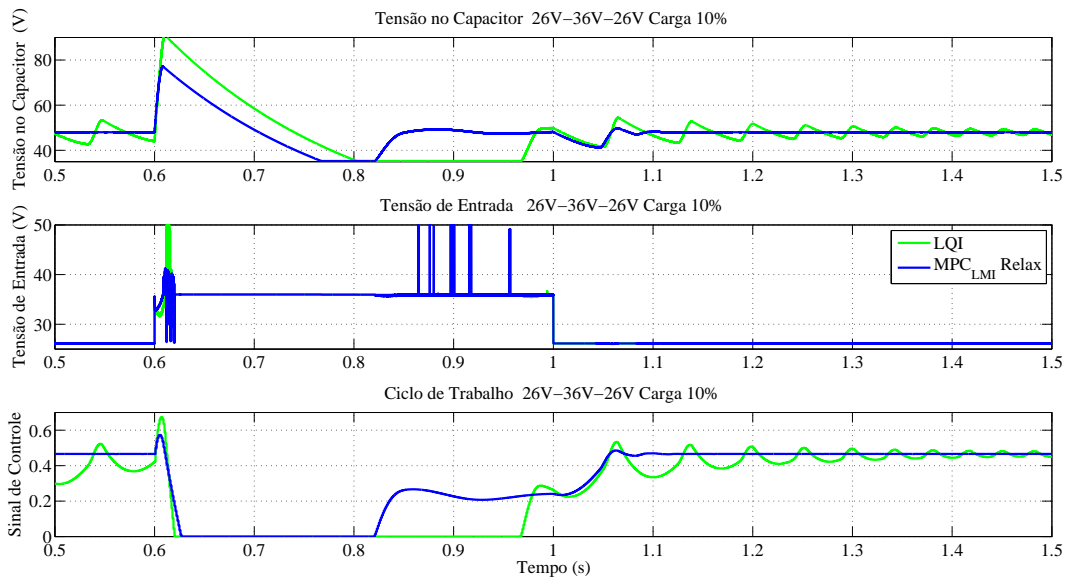
Figura 29 – Resposta considerando a variação de carga proposta para  $V_g = 26V$ .



Fonte: Autor.

A Figura 30 mostra os resultados considerando a variação de  $V_g = 26V - 36V - 26V$  para 10% de carga. Observa-se que a ação de controle MPC-LMI garante a referência de saída em relação ao LQI clássico. Entretanto, durante o degrau de subida de tensão, existe uma variação grande de  $V_o$  para ambos os controladores. Vê-se que o MPC recupera-se mais rapidamente que o LQI clássico. Cita-se também que a resposta da tensão de saída do LQI mantém-se mais lento e oscilatório que o MPC. Além disso, o MPC mantém-se com sinal de controle mais estável que o LQI no estado de *overlap*, ou seja, na tensão  $V_g = 26V$ , o MPC garante uma melhor estabilidade mesmo operando com superposição de sinal como pode ser visto na concepção de projeto.

Figura 30 – Resposta considerando a variação de tensão proposta para 10% de carga.



Fonte: Autor.

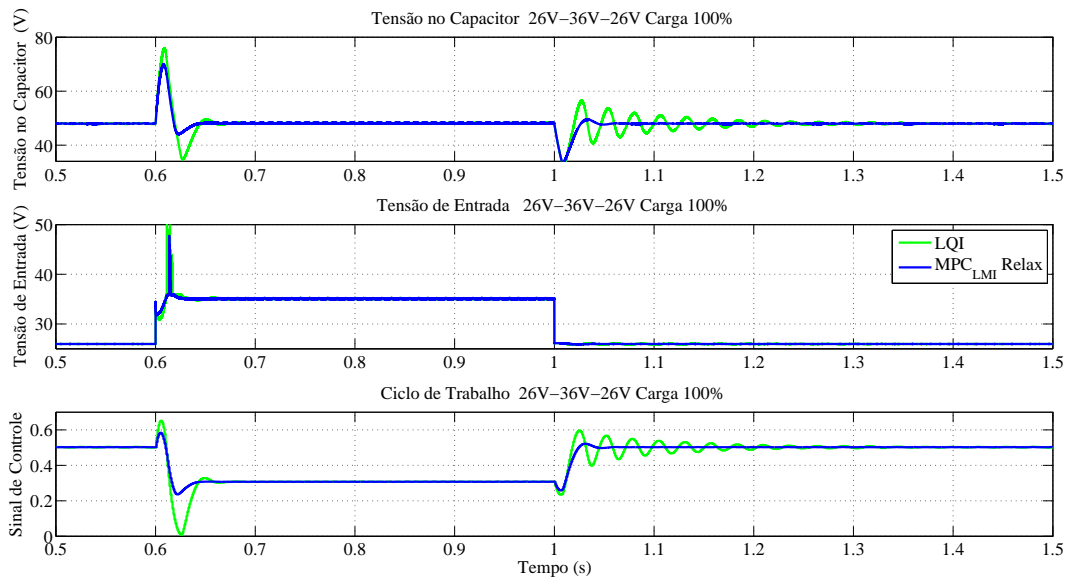
Já na Figura 31, são mostrados os resultados considerando a variação de  $V_g = 26V - 36V - 26V$  com 100% de carga. Observa-se que ambos os controladores atingem a referência de tensão com ligeira vantagem do MPC. Observa-se ainda que o MPC recupera-se mais rapidamente que o LQI clássico nos instantes de variação de  $V_g$ . Portanto, ambos os controladores atuam sem muitos problemas, mas com a resposta do controlador MPC visivelmente melhor que o LQI clássico.

### 7.1.2 Simulação para 1000W

Na Figura 32, são mostrados os resultados para  $V_g = 36V$ . Observa-se que ambos os controladores garantem a referência da tensão de saída com poucas oscilações. Comprova-



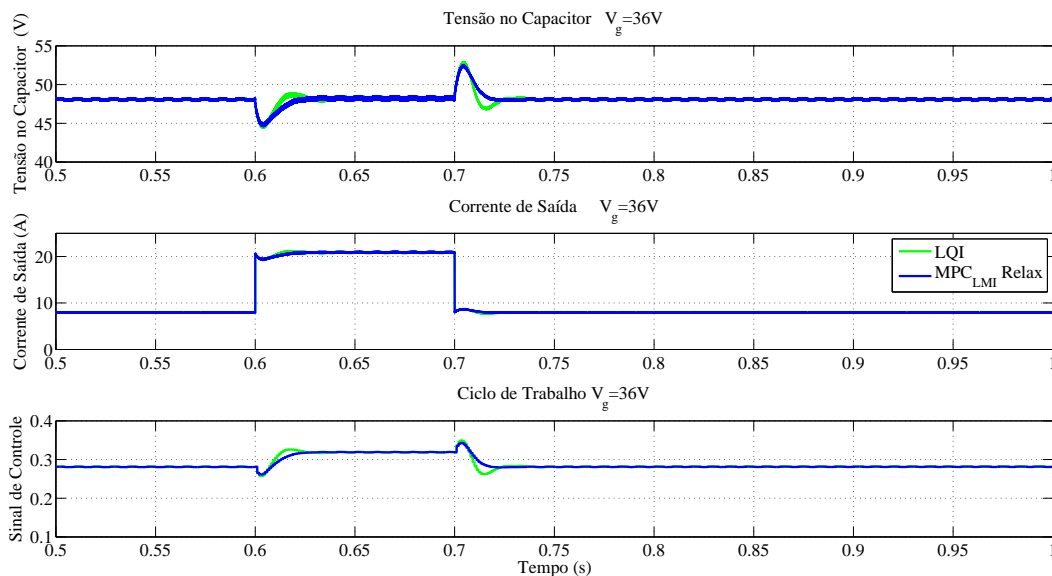
Figura 31 – Resposta considerando a variação de tensão proposta para 100% de carga.



Fonte: Autor.

se ainda a variação de carga como pode ser vista na curva referente à corrente de saída. Os resultados são similares aos resultados da Seção 7.1, contudo, as oscilações do controlador LQI são maiores por conta da potência demandada.

Figura 32 – Resposta considerando a variação de carga proposta para  $V_g = 36V$ .

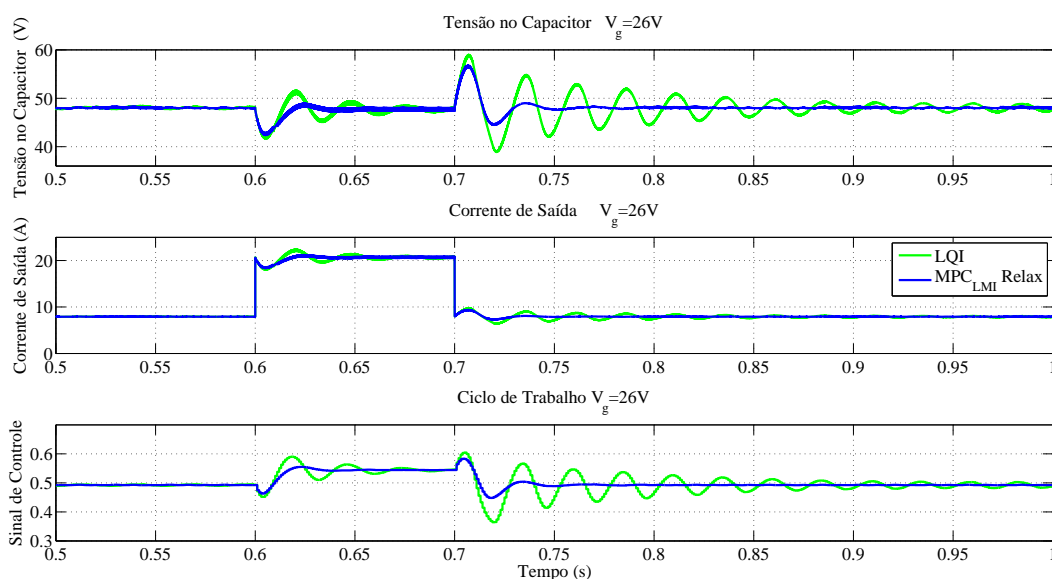


Fonte: Autor.

De acordo com Figura 33, a ação de controle MPC-LMI garante a referência de saída em relação ao LQI clássico. Observa-se que o LQI apresenta comportamento oscilatório que

compromete o sistema mas com intensidade menor ao que é mostrado na Figura 29. Logo, no ponto de operação para  $V_g = 26V$ , os resultados do MPC-LMI se mostram mais estáveis que o LQI clássico. Considera-se ainda que esse ponto de operação é próximo ao modo de condução critica e a corrente demandada encontra-se na condição nominal, pois o conversor proposto foi projetado para 1000W. Portanto, controlador MPC garante a estabilidade no modo de operação critico conforme projetado.

Figura 33 – Resposta considerando a variação de carga proposta para  $V_g = 26V$ .



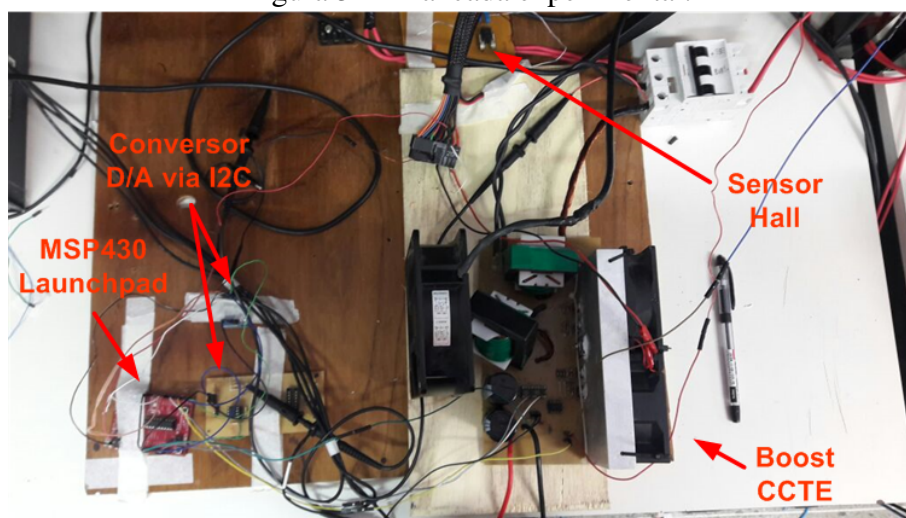
Fonte: Autor.

## 7.2 Resultados Experimentais

Os resultados experimentais foram realizados em uma bancada usando o osciloscópio DPO 3014. A aquisição de dados foram feitas pelo Software TekVisa Open Choice Desktop e a implementação das curvas foram feitas em Matlab. A Figura 34 apresenta a bancada experimental do conversor em que as estratégias de controle são aplicadas. Para implementação experimental de 500W, foi utilizada uma fonte Magna Power TS 10kW. As cargas de 500W foram organizadas na configuração de  $46,8\Omega$  à  $4,6\Omega$  comutadas via disjuntor para execução do degrau de carga. Portanto, a variação do degrau é de  $50W - 500W - 50W$  utilizando as funções *trigger* do osciloscópio e realizando a aquisição dos dados com o *software* da Tektronix. Além disso, os ensaios de degrau de carga foram realizados para tensão de 36,6V e 26,8V e vice-versa com base na leitura do osciloscópio.

Já para implementação experimental para 1000W, foram utilizadas duas fontes Magna Power TS 10kW conectados em paralelo. As cargas foram organizadas na configuração de  $6,2\Omega$  à  $2,3\Omega$  comutadas via disjuntor para execução do degrau de carga de modo que a variação do degrau fosse de  $380W - 1000W - 380W$  utilizando as funções *trigger* do osciloscópio e realizando a aquisição dos dados com o software da Tektronix. Os ensaios consideraram a tensão de 36,6V e 26,8V de acordo com as formas de onda mostradas no osciloscópio.

Figura 34 – Bancada experimental.



Fonte: Autor.

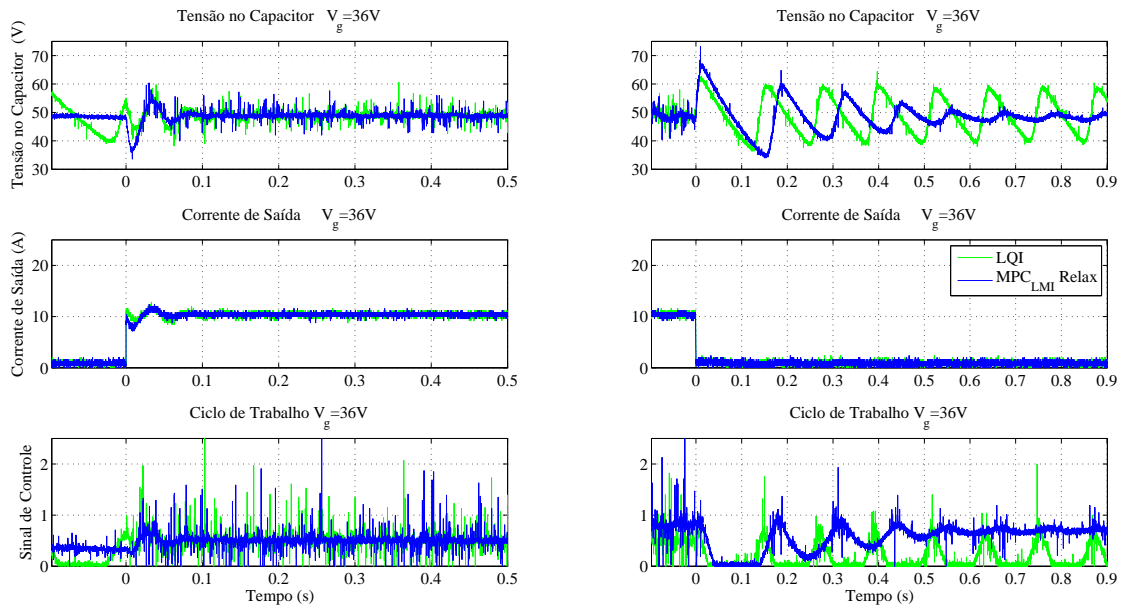
### 7.3 Resultado Experimental para 500W

Para realização do experimento, foram utilizadas cargas reguladas cuja resistência varia de  $47\Omega$  (Aproximadamente 50W) à  $4,6\Omega$  (Aproximadamente 500W) e a fonte de tensão é capaz de variar em degrau de 26,8V à 36,6V. A fonte de tensão utilizada no experimento permite ensaios degrau de tensão ou corrente de acordo com a necessidade do experimento. Para o caso do ensaio experimental do conversor de 500W, fez-se uma programação que permitisse a variação em degrau tanto ascendente como descendente do valor de tensão de entrada  $V_g$  do conversor CTE.

A Figura 35 mostra os resultados experimentais para  $V_g = 36V$  considerando a variação dos degraus de carga. Observa-se que o resultado experimental já tem algumas diferenças em relação à simulação. Na Figura 28, a estabilização da tensão  $V_o$  do capacitor é mais lenta, porém mais suave que a do resultado experimental. Logo, mostra-se que o controlador LQI clássico não garante estabilização da tensão de saída para carga mínima de 10%. O MPC-LMI

garante a referência tanto para plena carga como para 10%. Cita-se ainda que a dificuldade de estabilização do controlador LQI deve-se ao fato do sinal de controle 'tocar' o zero de *duty*, não sendo capaz de garantir a referência para cargas próximo à condição de vazio.

Figura 35 – Resultado experimental para  $V_g = 36V$  com degraus de carga.

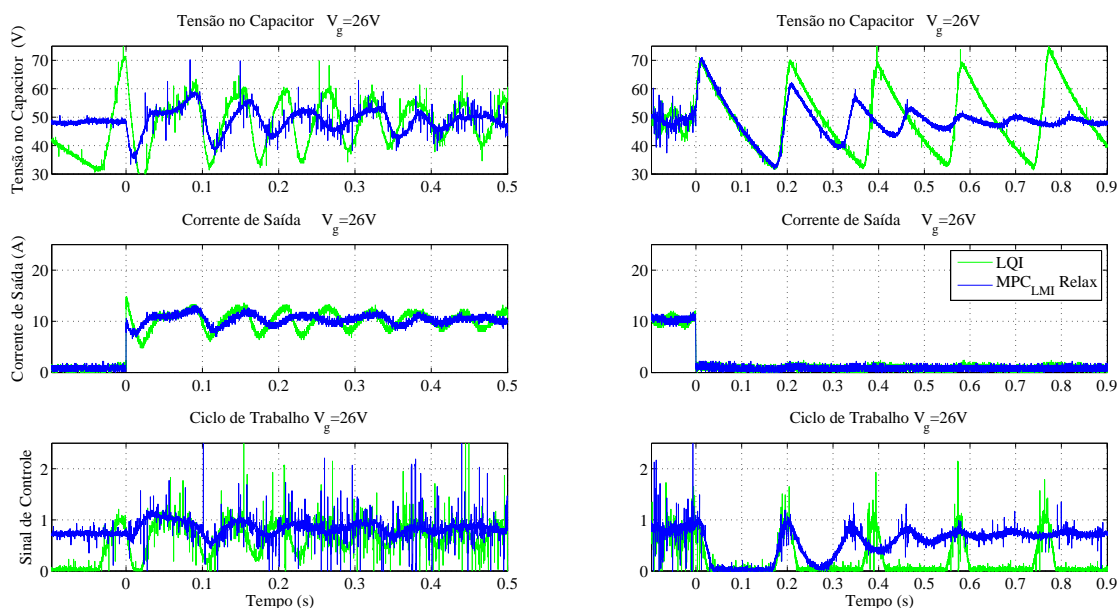


Fonte: Autor.

A Figura 36 mostra os resultados experimentais para  $V_g = 26V$  considerando a variação dos degraus de carga. O controlador LQI mantém-se oscilatório, levando-se ao fato de que a menor tensão de entrada para garantia da estabilidade foi de  $V_g = 28,8V$ . Cita-se ainda que o controlador MPC-LMI garantiu o controle para  $V_g = 26,8V$ , acrescentando que o controlador preditivo manteve a referência de saída média em  $V_o = 48,6V$  como pode ser visto na subfigura da linha 1, coluna 2 da Figura 36, mesmo com sinal de controle operando em *overlap* de chaveamento. Já o controlador LQI não se estabiliza em nenhum dos degraus de carga, apesar de operar com a tensão  $V_g$  acima ao de projeto.

A Figura 37 mostra os resultados experimentais para 10% de carga considerando a variação dos degraus  $V_g$ . O controle LQI mantém-se oscilatório em todo o processo, mesmo que o degrau de tensão submetido seja de  $V_g = 30V - 36V$ . O controle MPC-LMI teve dificuldades de manter-se estável para  $V_g = 26,8V$  para estabelecer o degrau de tensão, mantendo-se em condições para o experimento em  $V_g = 27,6V$ . Nesse ponto de operação, o controlador manteve a referência de  $V_o = 48,6V$  operando no estado de carga quase a vazio e o sinal de controle operando em *overlap*. Mesmo diante das dificuldades de implementação experimental, o MPC-

Figura 36 – Resultado experimental para  $V_g = 26V$  com degraus de carga.

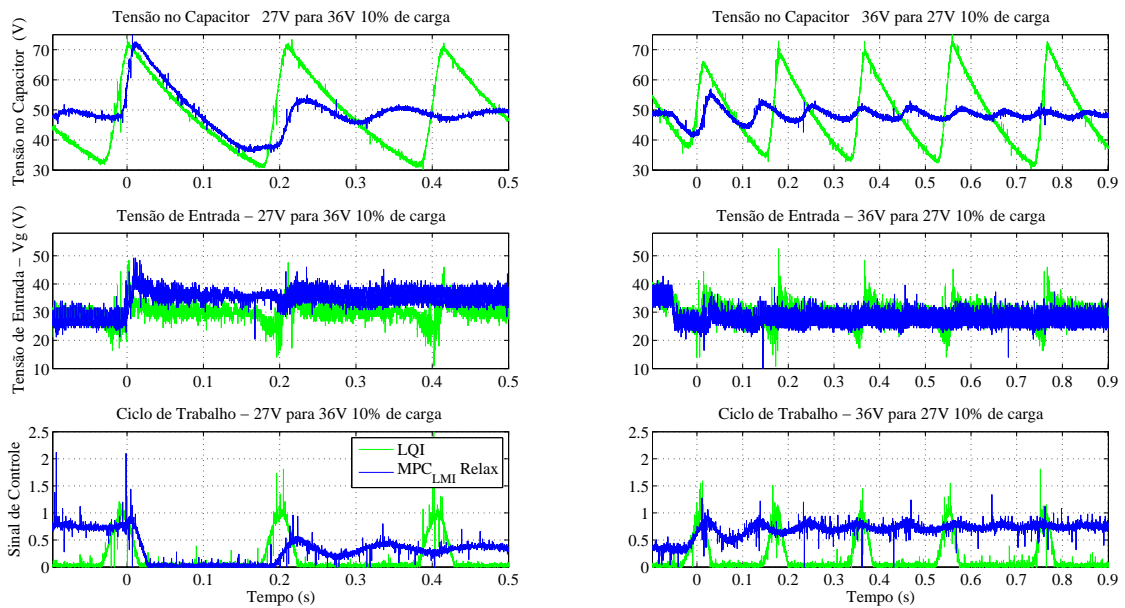


Fonte: Autor.

LMI garantiu a referência. Comparando com a Figura 30, observa-se comportamento semelhante em relação a oscilação do controlador LQI para  $V_g = 26V$  e 10% de carga. O controle MPC possui um comportamento estável na simulação, no experimento, contudo, a estabilização é mais demorada e mais oscilatória. Isto é explicado pelo fato da fonte de tensão ser uma fonte chaveada, logo existem imperfeições na qualidade de energia enviada para o conversor, já que o conversor visto pela fonte trata-se de uma carga não linear. Portanto, oscilações e perturbações do sistema real devem ser considerados e o controlador deve garantir o controle do sistema real. No caso da Figura 37, o MPC garantiu a referência desejada com mais oscilação que o modelo simulado.

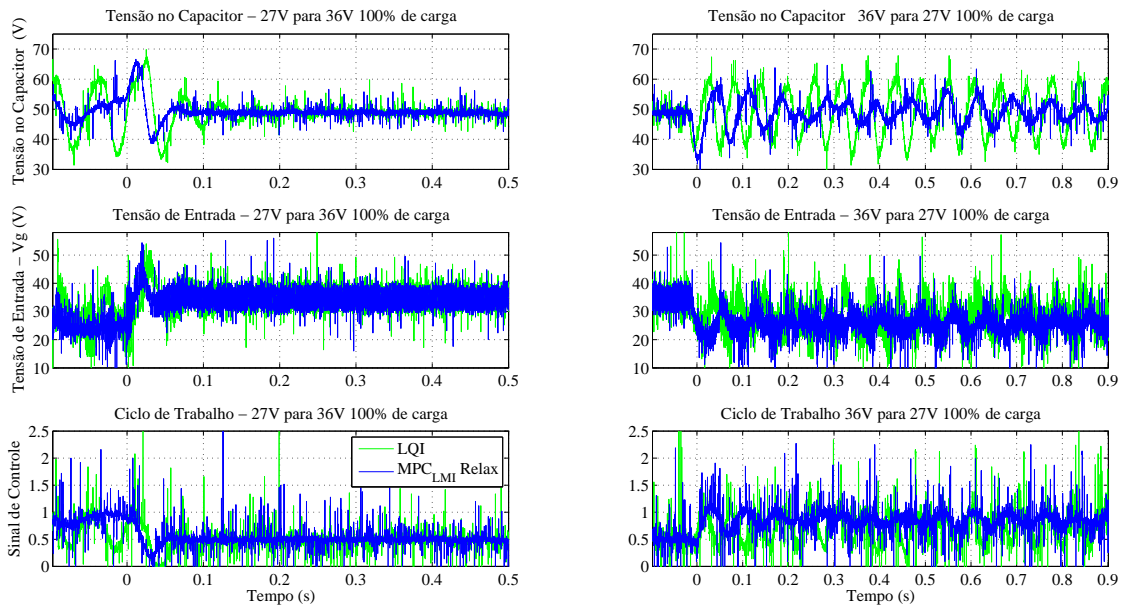
Na Figura 38, mostra os resultados experimentais para 100% de carga considerando a variação dos degraus  $V_g$ . O controle LQI mantém-se oscilatório quando operando para  $V_g = 30,8V$ , o controlador MPC mantém referência com certa oscilação para  $V_g = 27,6V$ . Tais respostas contrariam um pouco a simulação mostrada na Figura 38, pois para  $V_g = 26V$  no modelo simulado quase não há oscilação para o controlador MPC e ocorre uma oscilação para o controlador LQI digital. A oscilação para  $V_g = 27,6V$  deve-se principalmente ao fato da fonte usada tratar-se de uma fonte chaveada, e por conta disso, a fonte real observar o conversor como uma carga não linear.

Figura 37 – Resultado experimental para 10% de carga com degraus de tensão.



Fonte: Autor.

Figura 38 – Resultado experimental para 100% de carga com degraus de tensão.



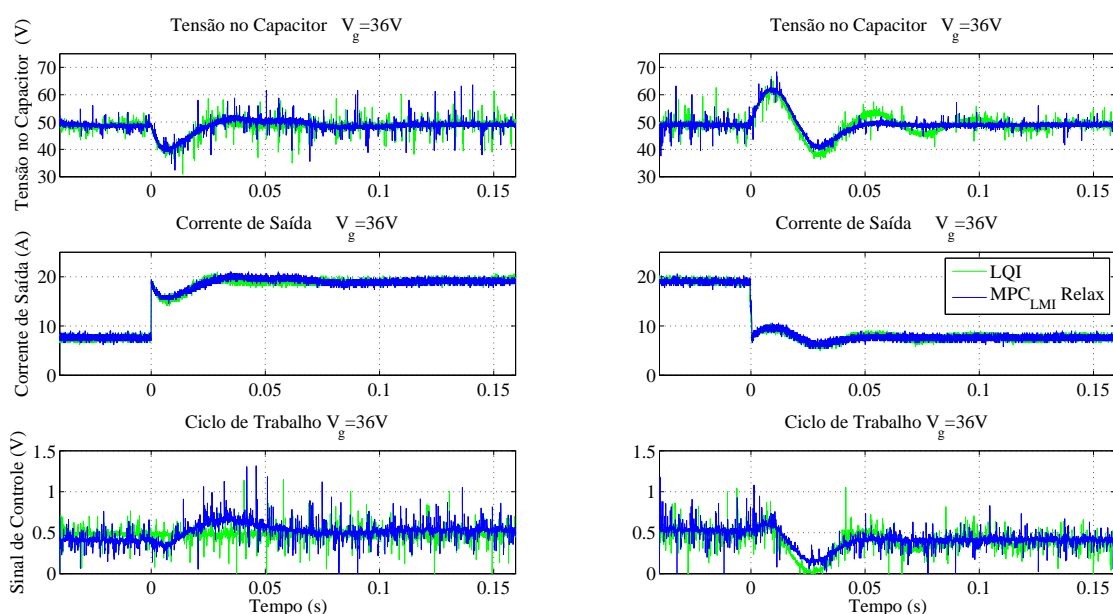
Fonte: Autor.

## 7.4 Resultado Experimental para 1000W

A Figura 39 apresenta as curvas experimentais extraídas do osciloscópio para  $V_g = 36, 6V$ . Observa-se que ambos os controles se estabilizaram na tensão média de  $V_o = 48, 6V$  com afundamento em  $40V$  e pico de sobretensão de  $62V$  aproximadamente. Contudo, o controlador

MPC obteve uma recuperação mais rápida e suave que o LQI. Além disso, considera-se o sinal de controle do PWM convertido pelo D/A. A referência de tensão de controle experimentado via MSP430 foi de 2V. Convertendo os valores experimentais de tensão para ciclo de trabalho de simulação, o valor de 0,54V é equivalente a 0,27, bem próximo à referência de simulação como vê-se na Figura 32. As repostas referentes a corrente de saída visto na Figura 39 validam a variação de carga feita em simulink da Figura 32.

Figura 39 – Resultado experimental para  $V_g = 36V$  com degraus de carga.



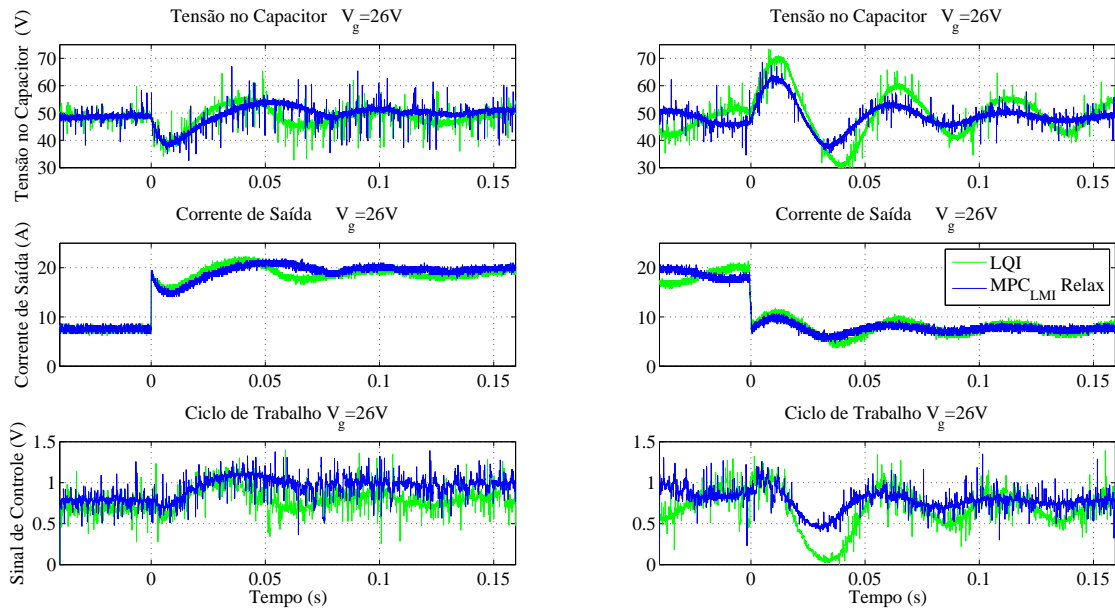
Fonte: Autor.

Na Figura 40 foi considerada a tensão  $V_g = 26,6V$  para o ensaio do controlador MPC e apenas foi possível fazer a condição de análise satisfatória para o LQI em  $V_g = 28,8V$ , pois para tensão de entrada inferior, o controlador clássico não garantia estabilidade. Contudo, o controlador MPC obteve uma recuperação mais rápida e suave que o LQI. Logo, o LQI apresenta limitações de operação também para 1000W considerando as matrizes de ponderação impostas na Tabela 3. Já o MPC para  $V_g = 26,6V$  garantiu a estabilização mesmo sob forte oscilação com picos de 63V no instante do degrau de carga. O LQI para  $V_g = 28,8$  atingiu pico de tensão de aproximadamente 70V. Portanto, o MPC-LMI relaxado mantém-se mais estável em condições severas de operação conforme projetado. O sinal de controle visto experimentalmente do controlador MPC varia de 1V a 1,1V e se aproxima ao equivalente de 0,5 e 0,55 de ciclo de trabalho conforme Figura 33 da simulação, validando a estabilização dos sinais de controle em condições mais severas de operação. O valor da variação da corrente de saída da figura é similar



ao que é visto na simulação, validando a variação de carga conforme projeto.

Figura 40 – Resultado experimental para  $V_g = 26V$  com degraus de carga.



Fonte: Autor.

## 7.5 Considerações finais sobre o capítulo

Este capítulo mostrou a viabilidade do controlador MPC-LMI proposto tanto usando o circuito de simulação como utilizando a bancada experimental. Os resultados provaram que o MPC-LMI Relaxado experimentalmente validou os resultados de simulação, mostrando que a veracidade da teoria proposta. Os ensaios considerando as potências de 500W mostraram que o controle MPC é eficiente no regime transitório mesmo operando em condições próximas ao vazio e é capaz de suportar os efeitos do *overlap* e o modo de condução crítica mesmo sendo projetado para a operação MCC. O experimento para 1000W mostra que o controlador proposto nesta tese é capaz de operar em condições nominais de operação e em condições críticas. O capítulo termina validando o experimento do conversor operando em 1000W com a simulação nas mesmas condições operação.



## 8 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Com base nas análises dos resultados de simulação e experimental, o controlador MPC-LMI relaxado proposto neste trabalho atendeu de modo satisfatório as especificações de projeto, garantindo o seguimento de referencia durante as variações de carga e na tensão nominal de  $V_g = 36V$  e na tensão crítica de  $V_g = 26V$  tanto para o modelo com a faixa de carga de  $50W - 500W$  como para carga variando de  $380W - 1000W$ . Pode-se concluir que o controlador MPC-LMI proposto mostrou-se mais estável que o LQI digital em todas as condições de operação impostas tanto por simulação como experimentalmente. Deste modo, o controlador preditivo com restrições LMIs constitui-se uma solução viável para implementação digital de baixo custo, pois garante estabilidade nas condições de operação de projeto podendo ser inserido em um microcontrolador comercial de amplo acesso.

Observa-se que o controlador LQI clássico não garante robustez em todos os pontos de operação. Isso pode ser comprovado pelo mapa de zeros e polos em que uma parte dos polos são alocados fora do ciclo unitário no contexto LTV. Acrescenta-se ainda a análise do modelo com incertezas não paramétricas, a curva LQI cruza com as curvas de incertezas na condição de pior caso. Portanto, a teoria do controle ótimo apresenta limitações quando submetido à variação de parâmetros na análise LTV. O MPC-LMI, no entanto, contorna este problema considerando as variações como incertezas politópicas, garantindo o desempenho do controlador em toda a faixa de operação.

Esta tese mostrou que a análise das elipsóides de estabilidade constituem uma condição de auxílio para que o modelo *offline* possa funcionar de modo similar a um controle MPC-LMI relaxado *online*, considerando horizonte infinito de predição. Portanto, dado o conjunto de elipsóides gerados pelo Algoritmo 4.1, quanto maior o valor de  $N$ , melhor são as condições de estabilização em regime permanente.

O uso do diagrama de blocos permite um ajuste fino na resposta do conversor, podendo suavizar a resposta sem precisar do redimensionamento das matrizes de ponderação. Para esta tese foi utilizada a configuração padrão  $g = 1$  e  $h = 1$  tanto para o MPC como para o LQI. Logo, esta ferramenta pode ser mais explorada em trabalhos futuros e também ser usada em outras estratégias de controle com topologia similar de diagramas de blocos.

Acrescenta-se ainda que os controles propostos foram aplicados ao conversor *boost* CCTE, obtendo a estabilidade na malha direta de tensão sem a necessidade do emprego do controle em cascata, tornando a implementação experimental mais simples e confiável, já que

não há o problema da sincronização entre as malhas interna e externa.

Mesmo com os resultados experimentais apresentados, observa-se que o MPC-LMI proposto apresenta limitações de operação. Entre estas limitações estão:

- problemas de funcionamento próximo às condições críticas de operação - experimentalmente, o conversor apresentou algumas dificuldades de operação na condição crítica. Isto porque, na condição crítica o sinal de controle aumenta ao ponto de cruzar a região de *overlap*. A própria teoria de conversores CCTE mostra isso como uma limitação, pois com *duty cycle* acima de 0,5, o modelo no modo de condução continua não é mais garantido. Na simulação via simulink, o controlador é capaz de trabalhar em regiões além da zona crítica de operação. Experimentalmente, tal aplicação não é possível. No entanto, é necessário ampliar os estudos relacionados às técnicas de controle MPC-LMI em conversores no modo crítico de operação. Logo tal limitação é um problema a ser analisado em situações futuras de pesquisa.
- distúrbios decorrente de tensões de entrada de origem chaveada - esse estudo não levou em consideração os efeitos de distúrbios decorrentes de fontes de origem chaveada. Contudo, isso foi observado nos resultados experimentais. Não se sabe ao certo as influências de circuitos chaveados CC em cargas chaveadas e não lineares de 2ª Ordem ou de ordem superior e como os controladores podem atuar com o objetivo de suprimir tais efeitos em suas plantas.
- limitações na melhoria de desempenho das matrizes de ponderação - em diversos trabalhos que fazem uso do MPC-LMI em suas plantas usam-se apenas as diagonais principais das matrizes de ponderação para formulação do ganho de realimentação. Durante o estudo do MPC-LMI aplicado no conversor *boost*, o ajuste dos parâmetros das matrizes de ponderação se mostrou limitado para detectar ajustes precisos de sobressinal e tempo de estabilização. Esse problema é conhecido às técnicas de controle que usam o índice de desempenho do LQI clássico.

Com base nas limitações encontradas nesse estudo, pode-se estabelecer algumas sugestões de propostas para estudos e pesquisas futuras:

- O uso de técnicas de controle preditivo capazes de contornar os efeitos do modo de condução crítica em conversores. Cita-se a proposta de utilizar o MPC-LMI *online* com MCU rápidos como DSPs da Texas Instruments. Apesar de encarecer o custo final, consiste numa proposta de controle mais eficiente. Pode-se propor ainda o uso do GPC não linear

como NEPSAC ou o uso de GPC linear com restrições e realizar comparações com o MPC-LMI de modo a analisar o nível de eficiência na resolução de tais problemas. Cita-se ainda a proposta de controladores Fuzzy com compensação paralela distribuída via LMIs para ponderar diferentes pontos de operação via escalonamento de ganhos;

- Pesquisas usando controladores visando rejeições de distúrbio e análise de desempenho. Um tipo de estratégia de controle que pode ser estudada é o uso do  $H_2/H_\infty$  com D-Estabilidade. Desta maneira, analisar os efeitos dos distúrbios e projetar o controlador de modo a garantir a robustez plena, pois o controle proposto neste trabalho aplicou controle via estabilidade robusta. Parâmetros de desempenho robustos é um assunto que pode ser melhor explorado visando suprimir os distúrbios decorrentes de fontes chaveadas;
- Técnicas de inteligência computacional para obtenção de matrizes de ponderação capazes de melhorar as respostas de regime dos controladores MPC-LMI. Cita-se ainda o uso destas técnicas para os parâmetros  $g, h$  do diagrama de blocos com o objetivo de melhorar não apenas lidando com o índice de desempenho, mas também com ajuste fino relacionado ao posicionamento dos polo de ação integral, proporcionando resultados o qual as matrizes de ponderação não seriam capazes de ajustar.

Este estudo mostrou a viabilidade da aplicação do controlador MPC-LMI em conversores *boost* de alto rendimento. Observa-se que a contribuição deste trabalho está relacionado não apenas na aplicação da técnica de controle em um conversor relativamente complexo, mas também pela característica da célula de comutação envolvida na planta, cujas características lhe aumentam o rendimento em potência proporcionalmente à sua complexidade, pois o fenômeno do *overlap* é presente em modos de operação crítica deste conversor. Cita-se o fato de que a técnica de controle proposta neste trabalho conseguiu atenuar os efeitos da fase não-mínima apenas usando uma lei de controle simples e direta implementados em um microcontrolador de baixo custo e de alcance acessível no mercado. Portanto, este trabalho deixa como legado o uso de controles preditivos modelados via espaço de estados otimizado via desigualdades matriciais lineares em conversores *boost* com CCTE, tornando-se uma base para pesquisas posteriores e implementações similares no campo do controle aplicado em conversores estáticos.

## REFERÊNCIAS

- AGUIRRE, L. A. **Enciclopédia de automática controle e automação**. São Paulo: Blucher, 2008. v. 1. 469 p. (Enciclopédia de automática, v. 1). ISBN 978-85-212-0410-7.
- AQUINO, R. Alencar Leaão e S.; TOFOLI, F. L.; PRACA, P. P.; JUNIOR, D. de S. O.; BARRETO, L. S. C. Soft switching high-voltage gain dc-dc interleaved boost converter. **Power Electronics, IET**, v. 8, n. 1, p. 120–129, 2015. ISSN 1755-4535.
- ARAUJO, S.; TORRICO-BASCOPE, R.; TORRICO-BASCOPE, G. Highly efficient high step-up converter for fuel-cell power processing based on three-state commutation cell. **Industrial Electronics, IEEE Transactions on**, v. 57, n. 6, p. 1987–1997, june 2010. ISSN 0278-0046.
- BASCOPE, G.; BARBI, I. Generation of a family of non-isolated dc-dc pwm converters using new three-state switching cells. In: POWER ELECTRONICS SPECIALISTS CONFERENCE, 2000. PESC 00. 2000 IEEE 31ST ANNUAL, 31th., 2000. **Anais...** [S.l.]: IEEE, 2000. v. 2, p. 858–863 vol.2. ISSN 0275-9306.
- BASCOPE, G. V. T. **Nova família de conversores CC-CC PWM não isolados utilizando células de comutação de três estados**. 305 f. Tese (Doutorado em Engenharia Eletrica) — INEP-UFSC, Florianópolis, 2001.
- BASTOS, R. F.; AGUIAR, C. R.; GONCALVES, A. F. Q.; MACHADO, R. Q. An intelligent control system used to improve energy production from alternative sources with DC/DC integration. **IEEE Trans. Smart Grid**, Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), v. 5, n. 5, p. 2486–2495, sep 2014. Disponível em: <<https://dx.doi.org/10.1109/TSG.2014.2309491>>.
- BEID, S. E.; DOUBABI, S. Dsp-based implementation of fuzzy output tracking control for a boost converter. **Industrial Electronics, IEEE Transactions on**, v. 61, n. 1, p. 196–209, Jan 2014. ISSN 0278-0046.
- BOUOUDEN, S.; HAZIL, O.; FILALI, S.; CHADLI, M. Modelling and model predictive control of a DC-DC boost converter. In: **2014 15th International Conference on Sciences and Techniques of Automatic Control and Computer Engineering (STA)**. Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), 2014. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109%2Fsta.2014.7086663>>.
- BOYD, S.; GHAOUI, L. E.; FERON, E.; BALAKRISHNAN, V. **Linear matrix inequalities in system and control theory**. Philadelphia, USA: Society for Industrial and Applied Mathematics - SIAM - Philadelphia, 1994. 205 p. (SIAM studies in applied mathematics). ISBN 0-89871-334-X.
- CAMACHO, E. F. **Model predictive control**. London New York: Springer, 2007. ISBN 978-0-85729-398-5.
- CAPRON, B. D. O. **LMI-based Model Predictive Control of uncertain stable and unstable systems based on a realigned state space representation**. 191 f. Tese (Doutorado em Engenharia Química) — EPUSP-USP, São Paulo, 2014.

CHAN, C. Y. Investigation of voltage-mode controller for cascade boost converter. **IET Power Electronics**, Institution of Engineering and Technology (IET), v. 7, n. 8, p. 2060–2068, aug 2014. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1049/iet-pel.2013.0432>>.

CORTES, P.; KAZMIERKOWSKI, M.; KENNEL, R.; QUEVEDO, D.; RODRIGUEZ, J. Predictive control in power electronics and drives. **IEEE Trans. Ind. Electron.**, Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), v. 55, n. 12, p. 4312–4324, dec 2008. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1109/TIE.2008.2007480>>.

COSTA, M. V.; CAMPOS, J.; REIS, F. E. U.; VANDILBERTO, P. P. Análise teórica e experimental de um conversor boost de alto ganho com célula de comutação 3 estados controlada por d-alocação de polos robusta otimizada via lmis. In: **CBA2012** (). Campina Grande, PB: [s.n.], 2012.

COSTA, M. V.; CAMPOS, J. C. T.; REIS, F. E. U.; ALMEIDA, O. da M. Analysis and simulation of discrete lqr control via lmis applied in the alternative boost converter. In: **CBA2014** (). Belo Horizonte, MG: [s.n.], 2014.

COSTA, M. V. S. **Controladores Robustos D-LQI e D-Alocação de polos Otimizados via LMI Aplicados a um Conversor Boost Alto Ganho com Célula de Comutação Três Estados**. 120 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) — Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2012.

COSTA, M. V. S.; REIS, F. E. U.; CAMPOS, J. C. T.; ALMEIDA, O. M. Controlador mpc robusto offline otimizado via lmis aplicado ao conversor boost com célula de comutação em tres estados. In: XXI CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA, CBA 2016, VITÓRIA, ES, 21th., 2016. **Anais...** [S.l.]: SBA, 2016.

COSTA, M. V. S.; REIS, F. E. U.; CAMPOS, J. C. T.; ALMEIDA, O. M. Controlador robusto mpc-lmi aplicado ao conversor *boost* ccte. **Eletrônica de Potência**, v. 22, n. 1, p. 81–90, Mar-2017 2017.

CUZZOLA, F. A.; GEROMEL, J. C.; MORARI, M. An improved approach for constrained robust model predictive control. **Automatica**, v. 38, n. 7, p. 1183 – 1189, 2002. ISSN 0005-1098.

DORF, R. C.; BISHOP, R. H. **Modern Control Systems**. [S.l.]: Addison-Wesley, 1998. ISBN 0201308649.

ERICKSON, R. **Fundamentals of power electronics**. Norwell, Mass: Kluwer Academic, 2001. ISBN 0792372700.

ERICKSON, R. W.; MAKSIMOVIC, D. **Fundamentals of Power Electronics**. [S.l.]: Springer, 2001. ISBN 0792372700.

FADALI, M. **Digital control engineering analysis and design**. Amsterdam Boston: Elsevier/Academic Press, 2009. ISBN 978-0-12-374498-2.

GAHINET, P.; NEMIROVSKI, A. J. L. A.; CHILALI, M. **LMI control toolbox users guide**. Natick, MA: MathWorks Inc, 1995. 356 p.

GARCERA, G.; ABELLAN, A.; FIGUERES, E. Sensitivity study of the control loops of dc-dc converters by means of robust parametric control theory. **Industrial Electronics, IEEE Transactions on**, v. 49, n. 3, p. 581 –586, jun 2002. ISSN 0278-0046.

GARCIA, G.; MARTINEZ-SALAMERO, L.; MARCOS-PASTOR, A.; CID-PASTOR, A.; VIDAL-IDIARTE, E. Discrete-time sliding-mode-based digital pulse width modulation control of a boost converter. **IET Power Electronics**, Institution of Engineering and Technology (IET), v. 8, n. 5, p. 708–714, may 2015. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1049/iet-pel.2014.0380>>.

JR, L. A. M.; VALLE, R. L.; FERREIRA, A. A.; BARBOSA, P. G.; MONTAGNER, V. F. A lqr design with rejection of disturbances and robustness to load variations applied to a buck converter. **Eletrônica de Potência**, v. 21, n. 1, p. 007–015, Dec-2015 2016.

JUNIOR, L. A. M. **Controle Robusto Baseado em Desigualdades Matriciais Lineares Aplicado a Inversores Conectados a Rede Elétrica**. 131 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) — UFSM, Santa Maria-RS, 2015.

KENNEL, R.; LINDER, A. Generalized predictive control (gpc)-ready for use in drive applications? In: **Power Electronics Specialists Conference, 2001. PESC. 2001 IEEE 32nd Annual**. [S.l.: s.n.], 2001. v. 4, p. 1839–1844 vol. 4. ISSN 0275-9306.

KOTHARE, M.; BALAKRISHNAN, V.; MORARI, M. Robust constrained model predictive control using linear matrix inequalities. **Automatica**, v. 32, n. 10, p. 1361–1379, nov. 1996.

LAY, D. **Álgebra linear e suas aplicações**. LTC, 1997. ISBN 9788521611561. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books-id=yXvkAAAACAAJ>>.

LEUNG, F.; TAM, P.; LI, C. An improved lqr-based controller for switching dc-dc converters. **Industrial Electronics, IEEE Transactions on**, v. 40, n. 5, p. 521 –528, oct 1993. ISSN 0278-0046.

LEVINE S, W. **The Control Handbook**. N W Boca Raton, USA, Florida: CRC Press, INC, 1999. ISBN 81-7224-785-0.

LINARES-FLORES, J.; MENDEZ, A. H.; GARCIA-RODRIGUEZ, C.; SIRA-RAMIREZ, H. Robust nonlinear adaptive control of a boost converter via algebraic parameter identification. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), v. 61, n. 8, p. 4105–4114, aug 2014. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1109/TIE.2013.2284150>>.

LIU, R.-W. Convergent systems. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 13, n. 4, p. 384–391, Aug 1968. ISSN 0018-9286.

MACIEJOWSKI, J. **Multivariable feedback design**. Wokingham, England Reading, Mass: Addison-Wesley, 1989. ISBN 0201182432.

MACIEJOWSKI, J. **Predictive control : with constraints**. Harlow, England New York: Prentice Hall, 2002. ISBN 0201398230.

MCLYMAN, C. **Transformer and Inductor Design Handbook, Third Edition**. [S.l.]: Taylor & Francis, 2004. (Electrical and Computer Engineering Series). ISBN 9780824751159.

MIDDLEBROOK, R. D.; CUK, S. A general unified approach to modelling switching-converter power stages. In: **1976 IEEE Power Electronics Specialists Conference**. [S.l.: s.n.], 1976. p. 18–34.

MOHAN, N. **Power electronics : converters, applications, and design**. New York: Wiley, 1995. ISBN 0471584088.

MOHAN, N. **First course on power electronics and drives**. Minneapolis: MNPERE, 2003. ISBN 0971529221.

OGATA, K. **Discrete-Time Control Systems**. 2nd. ed. New Jersey: Prentice Hall, 1986. 745 p. ISBN 0-13-216-102-8.

OLALLA, C.; LEYVA, R.; AROUDI, A. E.; QUEINNEC, I. Robust lqr control for pwm converters: an lmi approach. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, Tarragona, Spain, v. 56, n. 7, p. 2548–2558, Jul. 2009.

OLALLA, C.; LEYVA, R.; QUEINNEC, I.; MAKSIMOVIC, D. Robust gain-scheduled control of switched-mode dc-dc converters. **Power Electronics, IEEE Transactions on**, v. 27, n. 6, p. 3006–3019, June 2012. ISSN 0885-8993.

OLALLA, C.; QUEINNEC, I.; LEYVA, R.; AROUDI, A. E. Robust optimal control of bilinear DC–DC converters. **Control Engineering Practice**, Elsevier BV, v. 19, n. 7, p. 688–699, jul 2011.

ORTEGA, R. **Passivity-based control of Euler-Lagrange systems mechanical, electrical, and electromechanical applications**. London New York: Springer, 1998. ISBN 978-1-4471-3603-3.

REIS, F. E. U. **Conversor CC/CC com dois estágios para aplicação em sistemas fotovoltaicos autônomos de energia**. 153 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) — Programa de Pós-Graduação e Engenharia Elétrica, Fortaleza, 2012.

REIS, F. E. U.; BASCOPE, R. P. T.; COSTA, M. V. S. Lqr control with integral action applied to a high step-up dc-dc converter. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ELETRÔNICA DE POTÊNCIA - COBEP, IX., 2011, Rio Grande do Norte. **Anais...** Natal, RN, Brasil: SOBRAEP, 2011. p. 1380–1388.

REZ, H. **Control design techniques in power electronics devices**. London: Springer, 2006. ISBN 978-1-84628-459-5.

SHAHIAN, B.; HASSUL, M. **Control system design using Matlab**. [S.l.]: Prentice Hall, 1993. ISBN 9780131740617.

SIRA-RAMÍREZ, H.; SILVA-ORTIGOZA, R. **Control design techniques in power electronics devices**. London: Springer, 2006. ISBN 9781846284588.

SKOGESTAD, S.; POSTLETHWAITE, I. **Multivariable Feedback Control: Analysis and Design**. [S.l.]: Wiley, 2005. ISBN 047001167X.

SKVARENINA, T. L. **The power electronics handbook**. Boca Raton, Fla: CRC Press, 2002. ISBN 0849373360.

TODOROVIC, M.; PALMA, L.; ENJETI, P. Design of a wide input range dc-dc converter with a robust power control scheme suitable for fuel cell power conversion. In: **Applied Power Electronics Conference and Exposition, 2004. APEC '04. Nineteenth Annual IEEE**. [S.l.: s.n.], 2004. v. 1, p. 374 – 379 Vol.1.

TONG, Q.; ZHANG, Q.; MIN, R.; ZOU, X.; LIU, Z.; CHEN, Z. Sensorless predictive peak current control for boost converter using comprehensive compensation strategy. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), v. 61, n. 6, p. 2754–2766, jun 2014. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1109/TIE.2013.2274428>>.

TRAN, V.-L.; TRAN, N.-T.; YU, S.-H.; PARK, Y.; CHOI, W. Design of a nonisolated fuel cell boost charger for lithium polymer batteries with a low output ripple. **IEEE Transactions on Energy Conversion**, Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), v. 30, n. 2, p. 605–614, jun 2015. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1109/TEC.2014.2363088>>.

VAZQUEZ, S.; LEON, J. I.; FRANQUELO, L. G.; RODRIGUEZ, J.; YOUNG, H. A.; MARQUEZ, A.; ZANCHETTA, P. Model predictive control: A review of its applications in power electronics. **IEEE Ind. Electron. Mag.**, Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), v. 8, n. 1, p. 16–31, mar 2014. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1109/MIE.2013.2290138>>.

VORPERIAN, V. Simplified analysis of pwm converters using model of pwm switch. continuous conduction mode. **Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on**, v. 26, n. 3, p. 490–496, may 1990. ISSN 0018-9251.

WAN, Z.; KOTHARE, M. V. An efficient off-line formulation of robust model predictive control using linear matrix inequalities. **Automatica**, v. 39, n. 5, p. 837–846, 2003. ISSN 0005-1098.

WANG, F.; CHEN, Z.; STOLZE, P.; STUMPER, J.-F.; RODRIGUEZ, J.; KENNEL, R. Encoderless finite-state predictive torque control for induction machine with a compensated MRAS. **IEEE Transactions on Industrial Informatics**, Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), v. 10, n. 2, p. 1097–1106, may 2014. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1109/TII.2013.2287395>>.

YARAMASU, V.; WU, B.; RIVERA, M.; NARIMANI, M.; KOURO, S.; RODRIGUEZ, J. Generalised approach for predictive control with common-mode voltage mitigation in multilevel diode-clamped converters. **Power Electronics, IET**, v. 8, n. 8, p. 1440–1450, 2015. ISSN 1755-4535.

ZENG, J.; ZHANG, Z.; QIAO, W. An interconnection and damping assignment passivity-based controller for a dc-dc boost converter with a constant power load. **IEEE Transactions on Industry Applications**, Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), v. 50, n. 4, p. 2314–2322, jul 2014. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1109/TIA.2013.2290872>>.

ZHANG, Z.; WANG, F.; SUN, T.; RODRIGUEZ, J.; KENNEL, R. FPGA-based experimental investigation of a quasi-centralized model predictive control for back-to-back converters. **IEEE Transactions on Power Electronics**, Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), v. 31, n. 1, p. 662–674, jan 2016. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1109/TPEL.2015.2397695>>.



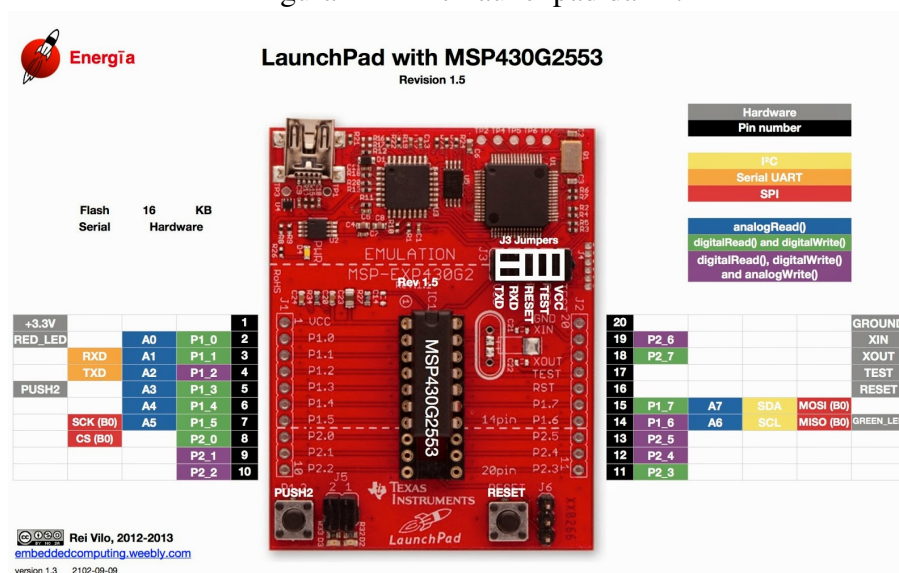
## APÊNDICE A – COMPONENTES UTILIZADOS

Este apêndice mostra os componentes eletrônicos utilizados para implementação do controle digital. O primeiro destes é o MSP430G2553, um microcontrolador de 16 bits de baixo custo da Texas Instruments e o segundo consiste no kit D/A de 8 bits. O método apresenta o artifício usado para mostrar as formas de onda do sinal de controle considerando o intervalo de 0 à 389 do PWM.

### A.1 Microcontrolador Utilizado

O microcontrolador(MCU) usado no experimento é o kit Launchpad da *Texas Instruments-TI* MSP430G2553. Este MCU é um modelo de baixo custo com clock 16MHz, ADC 10 bits e baixo consumo de energia. O kit possui *bootloader* e gravação integrados. A Figura 41 mostra o modelo do kit da TI que mostra as principais funções utilizadas. Este kit possui a vantagem de ter um processamento de 16 bits, cujas funções são compatíveis com as necessidades de implementação do *boost* CCTE. Portanto, o kit Launchpad é compatível para conversores CC-CC e com baixo custo de aquisição, o que torna este MCU atrativo tanto para pesquisas de baixo custo como para implementação em escala industrial.

Figura 41 – Kit Launchpad da TI.

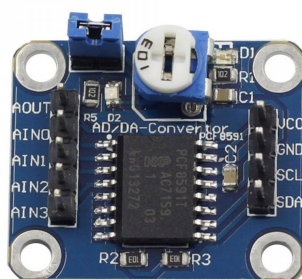


foi utilizado o IAR430 na sua versão gratuita limitado à gravação 8kB.

Para observar o valor analógico do sinal de controle digital via PWM, é necessário fazer a conversão digital do PWM para analógica. Para isso foi usado o PCF8591T e um artifício para leitura do 9 bit conforme a sequência da Figura 8. A Figura 42 mostra o conversor D/A usado na versão experimental. Para captação do valor no D/A, é necessário configurar o I2C do MSP430 e enviar o sinal de PWM ao PCF8591T. Em seguida, o sinal equivalente analógico é lido juntamente com o sinal do 9 bit vindo do MSP430 num divisor de tensão. A soma dos valores de tensão resultam no valor equivalente do PWM enviado ao conversor *boost*.

Cita-se ainda que o MSP430 é programado de modo que os 2 PWMs sejam enviados ao MC33152 com defasagem de 180deg entre si. Isto porque o conversor CCTE trabalham com duas chaves defasadas entre si de 180deg. Portanto para o funcionamento adequado do conversor, é necessário que o MCU utilizado tenha configurações de PWM com defasagem fasorial. Logo, além do baixo custo, o MSP430 tem condição adequada para trabalhar com conversores e drives que exigem defasagens de PWM, tornando-se um MCU viável do ponto de vista econômico e pratico.

Figura 42 – Conversor D/A usado para leitura do sinal de controle.



Fonte: Google Imagens

## A.2 Configuração do Launchpad com o conversor D/A

O conversor D/A Figura 42 consiste em um conversor D/A de 8 bits cujas configurações são compatíveis ao MSP430 Launchpad trabalhando com PWM de 8 bits. Para o caso do PWM usado no controle do conversor, o PWM varia de 0 a 389. Portanto, superior aos 8 bits que a D/A é capaz de processar. Visando resolver este problema, configura-se o MSP430 no modo I2C padrão além de configurar uma saída digital quando o valor do sinal de controle ultrapassar

a resolução dos 8 bits. Para que o valor de saída do D/A + Saída 9 bit seja precisamente o valor do sinal de controle analógico, é montado um circuito elétrico de modo que

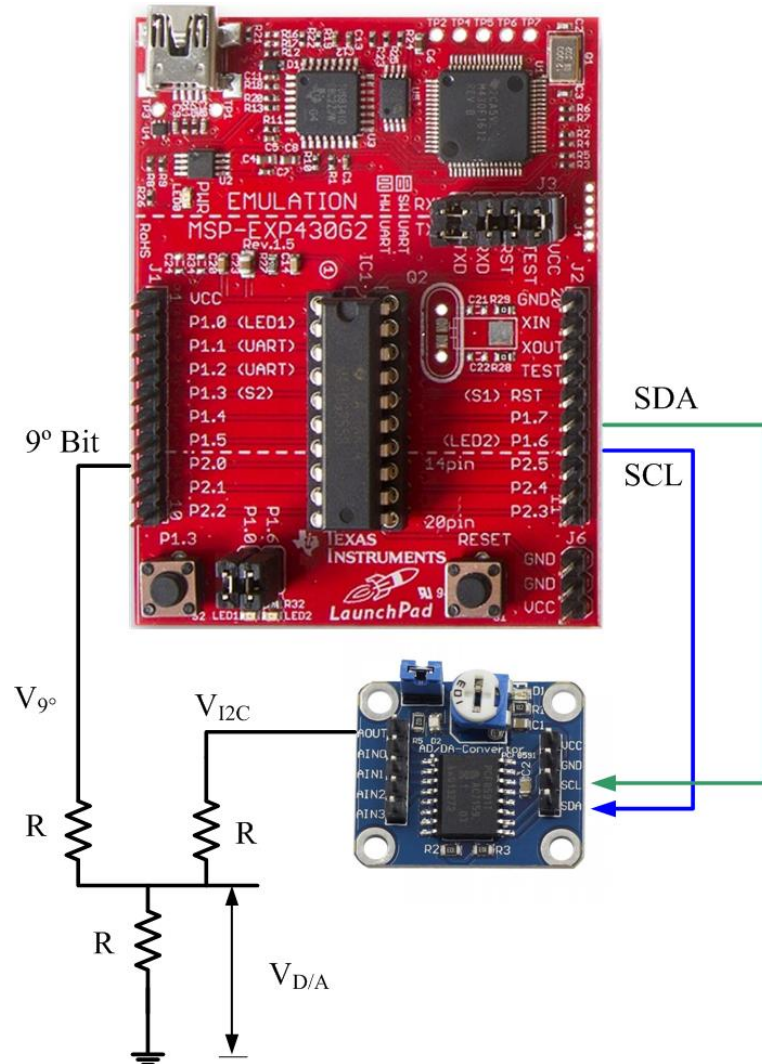
$$V_{D/A} = R \left( \frac{V_{9o} - V_{D/A}}{R} + \frac{V_{I2C} - V_{D/A}}{R} \right), \quad (A.1)$$

logo

$$V_{D/A} = V_{9o} + V_{SPI}, \quad (A.2)$$

onde  $V_{D/A}$  é o valor da conversão D/A para a análise da forma de onda do sinal de PWM,  $V_{9o}$  é o sinal digital do 9º bit (0 ou 2,5 V) e  $V_{I2C}$  é o sinal analógico do conversor D/A obtido pelo modo I2C do MSP 430.

Figura 43 – Configuração do DAC do MSP430 Launchpad para o conversor.



Fonte: Adaptado pelo Autor.

## APÊNDICE B – SCRIPT EM C-MSP430

### B.1 Código fonte em C++ utilizado

#### Código-fonte 1 – Código C430

```

1 //-----//
2 // Doutorado em Engenharia Elétrica - UFC //
3 // Código C - MPS430G2553 - Launchpad //
4 // Desenvolvedores: Marcus V. S. Costa //
5 // F. Everton U. Reis //
6 // //
7 // Data: 29/11/2016 //
8 //-----//
9
10 #include <msp430.h>
11 #define ref 48
12 #define periodo 390
13 #define Hv 9.6e-2
14
15 //Definição do registrador para o DA
16 #define mostre_o_duty UCB0TXBUF = ((TA1CCR1&255)); if (
    TA1CCR1 & BIT8) P2OUT |=BIT0; else P2OUT &=~BIT0; //if (
    debi2c & 1) UCB0TXBUF =170; else UCB0TXBUF =250; //
17
18
19 //-----//
20 /// LQI Ts ~= 1ms - 29/11/2016
21 #define kt -0.0062 // ganho associado a Vc
22 #define ki 3.2214e-004// ganho associado a IL
23 #define kv 8.5061e-004 // ganho do integrador
24
25

```

```

26  ///// MPC LMI RELAXADO Ts ~= 1ms - 29/11/2016
27  // #define kt -0.0071 // ganho associado a Vc
28  // #define ki 1.2174e-004 // ganho associado a IL
29  // #define kv 0.0010 // ganho do integrador
30
31
32
33  // PI Astrom Hagglund - 29/11/2016
34  #define num1 1.9874e-004 // ganho kp
35  #define num2 0.0027 // ganho ki-kp
36
37
38  #define num1_ num1*periodo // compensação
39  #define num2_ num2*periodo
40
41  // -----//
42
43  #define kii ki*0.122 // ganho associado a IL, considerando o
    ganho do sensor Hall
44  #define kik ki*25 // não utilizado
45
46  #define kt_ kt*periodo // compensação
47  #define kii_ kii*periodo
48  #define kv_ kv*periodo
49
50  // calcule (kt_*33.6)/kv_ (o IAR erra!)
51  #define v_inicial 200
52
53  #define reseta_WDT WDTCTL = WDTPW + WDTCTL // ZERA WDT
    WDTCTL;
54  #define tic P1OUT |= BIT6;
55  #define toc P1OUT &= ~BIT6;

```

```

56
57
58 unsigned int *tensao = (unsigned int *)0x0208; // tensão
    P1.0
59 unsigned int *corrente = (unsigned int *)0x0206; //
    corrente P1.1
60
61 int main(void)
62 {
63     // Configura Clock interno para 8 Mhz
64     BCSCTL1 = CALBC1_16MHZ;    DCOCTL = CALDCO_16MHZ;
65
66     WDTCTL = WDTPW; //WDTHOLD;      // Stop WDT
67     P1DIR |= BIT6 + BIT5 + BIT4;
68     P1OUT &= ~BIT5;
69
70     if (IFG1 & BIT0) //reset pelo watch-dog?
71     {
72         IFG1 &= ~BIT0; //LIMPA WDTIFG
73         P2SEL &= ~(BIT1 + BIT4); //DE PWM PARA I/O
74         P2OUT &= ~(BIT1 + BIT4); //saída em ZERO JÁ!!!!
75         P1OUT |= BIT5; //indica resetou
76         __delay_cycles(96000); //aguarda 6ms
77     }
78     //-----Fim da Configuração de Clock
79     -----
80
81     // Configura A/D com o uso do DTC
82     ADC10CTL0 &= ~ENC; //alguns bits devem ser conf. com
        ENC em zero

```

```

83  ADC10CTL1 = INCH_1 + CONSEQ_1; // A1 ao A0, sequencia
    unica
84      ADC10CTL0 = ADC10SHT_2 + MSC + ADC100N + ADC10IE +
        REF2_5V + REFON + SREF_1;
85      ADC10DTC1 = 0x02; //2 conversões
86      ADC10AE0 |= 0x03; // A0 e A1 P1.0 e P1.1- P1.0-
        Tensão / P1.1- Corrente
87      //-----Fim da Configuração de A/D
        -----
88
89
90      // Configura as portas
91      P2OUT &= ~(BIT2); //Coloca as demais saídas não
        utilizadas em nível baixo
92      P2DIR |= BIT0 + BIT1 + BIT2 + BIT4; // Configura saída,
        p2.0 nono bit
93      P2SEL |= BIT1 + BIT4; //e para saída pwm ta1.1-> p2.1
        pwm
94      P1DIR |= BIT5 + BIT4; // BIT7 dado, bit 3 clock
95      P1OUT &= ~BIT5; P1OUT = BIT4 + BIT3; P1REN = BIT3; //
        resistores de pull-up desabilitados, EXCETO P1.3 QUE
        É DO BOTÃO
96      P1SEL |= BIT6 + BIT7; // Assign I2C
        pins to USCI_B0
97      P1SEL2 |= BIT6 + BIT7; // Assign I2C
        pins to USCI_B0
98
99      //-----Fim da Configuração de Portas
        -----
100
101
102      // Configura I2C para o UCB0

```





```

124         TA1CTL = TASSEL_2 + MC_3; // SMCLK, contagem up/
           down
125
126         TA1CCTL1 = OUTMOD_2;           // CCR1 reset/set
127         TA1CCTL2 = OUTMOD_6;           // CCR1 PWM duty
           cycle
128     TA1CCR1 = 1;
129     TA1CCR2 = 389;
130
131         //-----Fim da Configuração do Timer A
           -----
132
133
134     // Declara variáveis e inicializa com zero "v" e "u"
135 // float Vm, v, uk; //corrente e tensão medidas e sinal de
           controle //CALCULAR O SINAL DE CONTROLE
136 float Vm, v, uk, erro, erro_1; //corrente e tensão medidas
           e sinal de controle //CALCULAR O SINAL DE CONTROLE
137
138     v = v_inicial; // v_inicial
139
140     unsigned int cont1, cont2; cont1= 8; cont2 = 1000;
141     for (;;){
142
143         unsigned char var; unsigned char cont = 18;
144
145     //ETAPAS DO ALGORITMO
146
147         //1) Inicializa o A/D e o DTC
148     ADC10CTL0 &= ~ENC;
149         while (ADC10CTL1 & BUSY);           // Wait if
           ADC10 core is active

```

```

150         ADC10DTC1 = 0x02;
151         ADC10SA = 0x206; // Data
            buffer start
152     reseta_WDT;
153
154
155     //softstarter no inicio, por conta da limitação da fonte
156     while (cont1){//cont1 -> segundos
157         mostre_o_duty
158         do{
159             __delay_cycles(16000);//delay de 1ms
160             cont2--; reseta_WDT;
161         } while (cont2);// cont2 -> quantos ms
162     cont2 = 1000; cont1--;
163     TA1CCR1 += 20; TA1CCR2 -= 20;
164     }
165
166     //2) Espera periodo de amostragem
167     while (cont){
168         if ((TA1CCTL0 & CCIFG))
169             {TA1CCTL0 &= ~CCIFG; cont--;}
170         if (!(P1IN & BIT3)) // botao foi
            pressionado
171         {
172             while(1){reseta_WDT;
173                 unsigned int ultimo_uk1, ultimo_uk2,
174                     ultimo_Vm, ultimo_IL ;
175                 P2SEL &= ~(BIT1 + BIT4);//DE PWM PARA
                    I/O
176                 P2OUT &= ~(BIT1 + BIT4); //saída em
                    ZERO JÁ!!!!

```

```

176         ultimo_uk1 = TA1CCR1; //coloque Marcus
           , breakpoint aqui
177         ultimo_uk2 = TA1CCR2;
178         ultimo_Vm = (*tensao)*Hv;
179         ultimo_IL = (*corrente)*0.122;
180     }
181 }
182 }
183
184 //3) Dispara e espera completar as conversões
185 tic
186 ADC10CTL0 |= ENC + ADC10SC; // Sampling and start
           conversion start
187         __bis_SR_register(CPUOFF + GIE);
188 //while(!(ADC10CTL0 & ADC10IFG)); //espera converter
           tudo
189
190 //4) Calculo da ação de controle e carga dos TACS
191 Vm = (*tensao)*9.6E-2; //são medida da saída mesmo
192         uk = kv*v - kt*Vm + kii*(corrente); //-
           4.64;
193
194 //           // Controle PI
195 //           erro = ref - Vm; //Integrador, prox v
196 //           uk=uk+num1*erro+num2*erro_1; //PI
197 //           erro_1=erro;
198
199 //           uk=101;
200
201 if (uk > 274)
202 { TA1CCR1 = 274; TA1CCR2 = periodo - TA1CCR1;}
203 else if ((uk < 274) && (uk > 0))

```

```

204     {
205         TA1CCR1 = uk; // evitar atrasos entre os tacs
206         TA1CCR2 = periodo - TA1CCR1;
207     }
208     else
209     {     TA1CCR1 = 2; TA1CCR2 = 388; }
210
211     toc // medir o tempo de calculo do u(k) ~= 200us
212
213     v = v + ref - Vm; //Integrador, prox v
214         mostre_o_duty
215     }
216 }
217
218 #pragma vector=ADC10_VECTOR
219 __interrupt void ADC10_ISR(void)
220 {
221     __bic_SR_register_on_exit(CPU0FF);           // Clear CPU0FF
222         bit from 0(SR)
223 }
224
225
226
227
228
229 //verificar se nao tem resistor em // com 7,5k
230
231 //TA1CCR1 = uk*periodo; // Atualiza os PWMs
232 //implementar saturações
233     //if (uk < 0) //2161
234 // if ((*pont & BIT7))// se negativo uk

```

```
235 //      uk=0.05; //v=-u/ki + maozinha;
236
237 // char *pont = (char *)533;
238
239 // #pragma location=522
240 //  __no_init float Vm;
241 // #pragma location=526
242 //  __no_init float v;
243 // #pragma location=530
244 //  __no_init float uk;
245 // #pragma location=534
246 //  __no_init float xt;
```

## APÊNDICE C – SCRIPTS DOS CÓDIGOS EM MCODE

### C.1 Código fonte em .m utilizado

#### Código-fonte 2 – Função MPC-LMI no Lmilab

```

1  function [gammas ,Fs ,Gs ,Ys]=mpc_robust_lmilab(A ,B ,Qc ,Rc ,
    umax ,xk)
2
3  % Código do MPC-LMI Relaxado na forma de função usando o
    LMilab
4  % Desenvolvedor: Marcus Vinicius Silverio Costa
5  % Suporte:      José Cláudio Geromel - UNICAMP
6
7  n = size(A{1},1);
8  m = size(B{1},2);
9  L = size(A,2);
10
11 % descreve as LMIs
12 setlmis([])
13
14 % declaração de variáveis
15 gamma = lmivar(1,[1 0]);
16 G = lmivar(2,[n n]);
17 Y = lmivar(2,[m n]);
18 for j = 1:L
19     Q{j} = lmivar(1,[n 1]);
20 end
21
22 % descrição das LMIs
23 ct = 0;
24 for j = 1:L
25     ct = ct+1;

```

```

26     lmiterm([-ct,1,1,G],1,1,'s');
27     lmiterm([-ct,1,1,Q{j}],-1,1);
28     lmiterm([-ct,2,1,G],A{j},1);
29     lmiterm([-ct,2,1,Y],B{j},1);
30     lmiterm([-ct,2,2,Q{j}],1,1);
31     lmiterm([-ct,3,1,G],Qc^(1/2),1);
32     lmiterm([-ct,3,3,gamma],1,1);
33     lmiterm([-ct,4,1,Y],Rc^(1/2),1);
34     lmiterm([-ct,4,4,gamma],1,1);
35
36     ct = ct+1;
37     lmiterm([-ct,1,1,0],1);
38     lmiterm([-ct,2,1,0],xk);
39     lmiterm([-ct,2,2,Q{j}],1,1);
40
41     ct = ct+1;
42     lmiterm([-ct,1,1,0],umax^2);
43     lmiterm([-ct,2,1,-Y],1,1);
44     lmiterm([-ct,2,2,G],1,1,'s');
45     lmiterm([-ct,2,2,Q{j}],-1,1);
46
47     ct = ct+1;
48     lmiterm([-ct,1,1,G],1,1);
49     lmiterm([-ct,1,1,Q{j}],-1,1);
50     end
51
52     lmisys = getlmis;
53
54     % Declaração função objetivo
55     options = [1e-4,500,0,100,1];
56
57     % Função objetivo

```

```

58  np = decnbr(lmisys);
59  c = zeros(np,1);
60  for i = 1:np
61      gammai = defcx(lmisys,i,gamma);
62      c(i) = gammai;
63  end
64
65  % Solução
66  [copt,xopt] = mincx(lmisys,c,options);
67
68  % Recupera solução
69  if (isempty(copt))
70      gammas = NaN;
71      Fs = NaN;
72      Qs = NaN;
73  else
74      gammas = copt;
75      Gs = dec2mat(lmisys,xopt,G);
76      Ys = dec2mat(lmisys,xopt,Y);
77      Fs = Ys*inv(Gs);
78  end

```

### Código-fonte 3 – Função MPC-LMI no Yalmip

```

1  function [gammas,Fs,Gs]=MCP_Robust_yalmip(A,B,Qc,Rc,umax,
   xk)
2
3  % Codigo do MPC-LMI Relaxado na forma de funcao usando o
   Yalmip
4  % Desenvolvedor: Marcus Vinicius Silverio Costa
5  % Obs: requer instalação dos pacotes Yalmip/Sdumi
6

```



```

7   [m,n]=size(B{1});
8   L=size(A,2);
9   % inicialização das LMIS
10  gamma=sdpvar(1);
11  G=sdpvar(m,m);
12  Y=sdpvar(n,m);
13  x_k=sdpvar(m,1);
14  LMIs=[];
15  Q_=[];
16  for i=1:L
17      Q{i}=sdpvar(m,m,'symmetric');
18      M11=(G+G'-Q{i});
19      M21=(A{i}*G+B{i}*Y); M22=Q{i};
20      M31=(sqrt(Qc)*G); M32=zeros(m); M33=gamma*eye(m);
21      M41=(sqrt(Rc)*Y); M42=zeros(n,m); M43=zeros(n,m); M44=
          gamma*eye(n);
22      M{i}=[M11 M21' M31' M41';M21 M22 M32' M42';M31 M32 M33
          M43'; M41 M42 M43 M44];
23
24      LMIs=[LMIs, M{i}>=0];
25
26      LMIs=[LMIs, [1 x_k';x_k Q{i}]]>0];
27      LMIs=[LMIs, [umax*umax*eye(n) Y;Y' (G+G'-Q{i})]]>0, G-Q{i}
          ]>0];
28      Q_=[Q_ Q{i}];
29  end
30
31
32
33  ops=sdpsettings('solver','sedumi','sedumi.eps',1e-6);
34
35

```

```

36  model = optimizer(LMIs, gamma, ops, x_k, {Y, G, gamma, Q_});
37  out=model{zk};
38  Ys=out{1};
39  Gs=out{2};
40  gammas=out{3};
41  Fs=Ys*inv(Gs);
42
43  %
44  % solvesdp([LMIs, x_k==zk], gamma, ops)
45  % checkset(LMIs)
46  %
47  % Ys=double(Y);
48  % Gs=double(G);
49  % gammas=double(gamma);
50  %
51  %
52  % Fs=Ys*inv(Gs);
53  %

```

#### Código-fonte 4 – Função ellipse

```

1  function [xx,yy]=ellipse_matrix(C,num)
2  [U,L] = eig(C);
3  M = [0 0]';
4  % For N standard deviations spread of data, the radii of
   % the eliipsoid will
5  % be given by N*SQRT(eigenvalues).
6
7  N = 1; % choose your own N
8  radii = N*sqrt(diag(L));
9  theta = linspace(0,2*pi,num);
10 p(1,:) = (radii(1))*cos(theta);

```

```

11  p(2,:) = (radii(2))*sin(theta);
12
13  p = U*p;
14  % plot(p(1,:),p(2:),'g--','LineWidth',2)
15  % plot(0,0,'r+')
16
17  xx = p(1,:);
18  yy = p(2,:);

```

### Código-fonte 5 – Função elipsoide

```

1  function [x,y,z]=elipsoid_matrx(C)
2
3  [U,L] = eig(C);
4  M = [0 0 0]';
5  % For N standard deviations spread of data, the radii of
6  % the elipsoid will
7  % be given by N*SQRT(eigenvalues).
8
9  N = 1; % choose your own N
10 radii = N*sqrt(diag(L));
11
12 % generate data for "unrotated" ellipsoid
13 [xc,yc,zc] = ellipsoid(0,0,0,radii(1),radii(2),radii(3));
14
15 % rotate data with orientation matrix U and center M
16 a = kron(U(:,1),xc); b = kron(U(:,2),yc); c = kron(U(:,3),zc);
17 data = a+b+c; n = size(data,2);
18 x = data(1:n,:)+M(1); y = data(n+1:2*n,:)+M(2); z = data
    (2*n+1:end,:)+M(3);

```

## Código-fonte 6 – Função boost discreto

```

1  function [Ah,Bh,A,B,C,D]=boost_discreto(Pot,Vg,Vo,L,Co,
    Rco,Ts,g,h)
2
3  % Doutorado em Engenharia Elétrica - UFC
4  % Função matemática do conversor boost discreto
5  % Aluno:Marcus Vinicius Silvério Costa
6
7  Ro=Vo*Vo/Pot;
8
9  Dcycle=1-(Vg/Vo);
10 Dcycle_=1-Dcycle;
11
12 RcoRo=Rco*Ro/(Rco+Ro);
13 R_=Dcycle_*Dcycle_*Ro+Dcycle*Dcycle_*RcoRo;
14
15 At=[-Dcycle_*RcoRo/L -Dcycle_*Ro/(L*(Rco+Ro));
16     Dcycle_*Ro/(Co*(Rco+Ro)) -1/(Co*(Rco+Ro)) ];
17
18 Bt1=(Ro/L)*(Dcycle_*Ro+Rco)/(Rco+Ro);
19 Bt2=-(Ro)/(Co*(Rco+Ro));
20 Bt=(Vg/R_)*[Bt1 Bt2]';
21
22 Ct=[Dcycle_*RcoRo (Ro)/(Rco+Ro)];
23
24 Dt=-Vg*RcoRo/R_;
25
26 % [m,n]=size(At);
27 % [m,nb]=size(Bt);
28 % s = expm([At Bt]*Ts; zeros(nb,n+nb));
29 % A = s(1:n,1:n);
30 % B = s(1:n,n+1:n+nb);
31 % A=eye(2)+Ts*At;
32 % B=Ts*Bt;
33 [A,B]=c2d(At,Bt,Ts);

```

```

31 C=Ct; D=Dt;
32
33
34 Ah=[A zeros(2,1);-h*C g];
35 Bh=[B;-h*D];

```

### Código-fonte 7 – Função Boost não linear

```

1 function [A, B, C]=boost_n_linear(Pot,Dcycle,Vo,L,Co,Rco)
2 % Modelo do conversor boost não linear contínuo no tempo
3 % Usar funções de resolução por equação diferencial - RK4
  % exemplo
4 % Formulação do no modelo no espaço de estados
5 % [A, B, C]=boost_n_linear(Pot,Dcycle,Vo,L,Co,Rco)
6 %
7 % x_dot = A.x+B.Vg;
8 % y = C.x;
9 %
10 % Usando resolução por RK4
11 %
12 % % Modelo RK4
13 % k1=A*x(:,i)+B*Vg(i);
14 % k2=A*(x(:,i)+0.5*Ts*k1)+B*Vg(i);
15 % k3=A*(x(:,i)+0.5*Ts*k2)+B*Vg(i);
16 % k4=A*(x(:,i)+Ts*k3)+B*Vg(i);
17 % x(:,i+1)=x(:,i)+(Ts/6)*(k1+2*(k2+k3)+k4);
18 % % Equação da saída
19 % y(i)=C*x(:,i);
20 %
21 % % sendo i o passo de iteração do loop e Ts o tempo
  % de amostragem
22

```

```

23
24
25   Ro=Vo*Vo/Pot;
26   Dcycle1=1-Dcycle;
27
28
29   RcoRo=Rco*Ro/(Rco+Ro);
30   R1=Dcycle1*Dcycle1*Ro+Dcycle*Dcycle1*RcoRo;
31
32
33   %Comportamento do sistema quando;
34   %A) a chave estiver ligada
35   A1=[0 0;0 -1/(Co*(Rco+Ro))];
36   B1=[1/L 0]';
37   C1=[0 Ro/(Ro+Rco)];
38
39   %B) a chave estiver desligada
40   A2=[-(RcoRo)/L -Ro/(L*(Ro+Rco)); Ro/(Co*(Ro+Rco)) -1/(
        Co*(Ro+Rco))];
41   B2=B1; C2=[(RcoRo) Ro/((Rco+Ro))];
42
43   %matrizes linearizadas
44   A=A1*Dcycle+A2*Dcycle1;
45   B=B1*Dcycle+B2*Dcycle1;
46   C=C1*Dcycle+C2*Dcycle1;

```

### Código-fonte 8 – Compilação boost CCTE para 1000W

```

1   % Implementação artigo Sobraep para vias de validação
2   % 30/10/2016 - Marcus Vinicius - Versao final 3
3   close all, clear all, clc
4

```

```

5  Vo=48; Vg=[36 26]; L=36e-6; Co=4400e-6; Rco=26.7e-3;
6  Pot=[1000 380];
7  Ts=1e-3; Ta=Ts;
8  g=1;h=1;
9  Q1=diag([1 1 1],0); R1=0.1;
10 umax=1;
11 % Formulação da resposta impulso para potência nominal
12 t_=0:Ts:20e-3; %gera uma curva de 20ms
13 [Ahn ,Bhn ,An ,Bn ,Cn ,Dn]=boost_discreto(Pot(1),Vg(1),Vo,L,Co
    ,Rco,Ts,g,h);
14
15 u=0;
16 xset=[(Pot(1)/Vg(1)) Vo]';
17 for k=1:length(t_)
18 xset(:,k+1)=An*xset(:,k)+Bn*u;
19 end
20 % Armazena-se 20 pontos
21 x1set=xset(2,1:end-1);
22
23 % Formulação do Algoritmo MPC Relaxado
24 % Robustificando o processo - aplicando os politopos
25 for i=1:length(Pot)
26 for j=1:length(Vg)
27 [Ah{2*(i-1)+j},Bh{2*(i-1)+j},A{2*(i-1)+j},B{2*(i-1)+j},C
    {2*(i-1)+j},D{2*(i-1)+j}]=boost_discreto(Pot(i),Vg(j),
    Vo,L,Co,Rco,Ts,g,h);
28 end
29 end
30
31
32 for k=1:length(t_)
33 xhset(:,k)=[(Pot(1)/Vg(1)) x1set(k) 0]';

```

```

34 % [gamma(k),F(:,:,k),G(:,:,k)]=mpc_robust_lmilab(Ah,Bh,Q1
    ,R1,umax,xhset(:,k));
35 [gamma(k),F(:,:,k),G(:,:,k)]=MCP_Robust_yalmip(Ah,Bh,Q1,
    R1,umax,xhset(:,k));
36 FF(k,:)=F(:,:,k);
37 end
38
39 % Ganho do controlador LQI
40 Klqi=dlqr(Ahn,Bhn,Q1,R1);
41
42 Phi_xy=[1 0 0;0 1 0]';
43 Phi_xz=[1 0 0;0 0 1]';
44 Phi_yz=[0 1 0;0 0 1]';
45
46 % Geração das Elipsoides de estabilidade
47 for k=1:length(x1set)
48     n_str = int2str(k);
49     [x,y,z]=elipsoid_matrx(G(:,:,k));
50     figure(1)
51     subplot(2,2,1)
52     sc = plot3(x,y,z,'b'); hold on
53     set(gca,'fontsize',20,'fontname','Times New Roman')
54     title('Elipsoides de estabilidade - MPC LMI Relaxado
        1000W')
55 % axis equal
56 xlabel('I_L (A)'), ylabel('V_c (V)'), zlabel('Ganho
        Integral'),
57 grid
58 %
59 % figure(2)
60 subplot(2,2,2)
61 [x_xy(k,:),y_xy(k,:)]=ellipse_matrix(Phi_xy'*(G(:,:,k))*

```



```

        Phi_xy,length(xset));
62 plot(x_xy(k,:),y_xy(k,:)), hold on
63 % text(x_xy(k,1),y_xy(k,1),n_str);
64 set(gca,'fontsize',20,'fontname','Times New Roman')
65 xlabel('I_L (A)'), ylabel('V_c (V)'),
66 title('Elipsoides I_L \times Vc')
67 grid
68
69
70
71 % figure(3)
72 subplot(2,2,3)
73 [x_xz(k,:),y_xz(k,:)] = ellipse_matrix(Phi_xz'*(G(:,:,k))*
        Phi_xz,length(xset));
74 plot(x_xz(k,:),y_xz(k,:)), hold on
75 % text(x_xz(k,1),y_xz(k,1),n_str);
76 set(gca,'fontsize',20,'fontname','Times New Roman')
77 xlabel('I_L (A)'), ylabel('Ganho Integral'),
78 title('Elipsoides I_L \times v(k)')
79 grid
80
81 % figure(4)
82 subplot(2,2,4)
83 [x_yz(k,:),y_yz(k,:)] = ellipse_matrix(Phi_yz'*(G(:,:,k))*
        Phi_yz,length(xset));
84 plot(x_yz(k,:),y_yz(k,:)), hold on
85 % text(x_yz(k,1),y_yz(k,1),n_str);
86 set(gca,'fontsize',20,'fontname','Times New Roman')
87 xlabel('V_c (V)'), ylabel('Ganho Integral'),
88 title('Elipsoides Vc \times v(k)')
89 grid
90 end

```

```

91
92     figure(10)
93     for k=1:length(t_)
94         plot3(y_xy(k,:),t_(k)*ones(length(t_)+1),x_xy(k,:), 'b-.')
95         , hold on
96         plot3(xhset(2,:),t_,xhset(1,:), 'r', 'linewidth',2)
97         n_str = int2str(k);
98         text(y_xy(k,1)*1.1,t_(k),x_xy(k,1)*1.1,n_str)
99     end
100     set(gca, 'fontsize',20, 'fontname','Times New Roman')
101     xlabel('V_c (V)'), ylabel('Tempo (s)'), zlabel('I_L (A)')
102     title('x_{set} \times Elipsoides para Pot=1000W ')
103     grid
104
105     % Analise da resposta via Elipsoides
106
107     % Resposta MPC Relaxado
108     t=0:Ts:300e-3;
109     Tpot=(Pot(1)-Pot(2))/length(t); Ppot=Pot(2):Tpot:Pot(1);
110     Tvi=(Vg(1)-Vg(2))/length(t); Vvg=Vg(2):Tvi:Vg(1);
111
112     N=2;
113     Kmpc_=-F(:, :, N);
114     xh=[(Pot(1)/Vg(1)) x1set(N) 0]';
115     for i=1:length(t)
116         % Modelo da planta LTV
117         [Ah_, Bh_, A_, B_, C_, D_]=boost_discreto(Ppot(i), Vvg(i), Vo, L,
118             Co, Rco, Ts, g, h);
119         xh(:, i+1)=(Ah_ - Bh_*Kmpc_)*xh(:, i);
120     end

```

```

121
122 [x,y,z]=elipsoid_matrx(G(:,:,N));
123 % figure(5)
124 figure(2)
125 subplot(2,2,1)
126 plot3(xh(1,:),xh(2,:),xh(3,:), 'r', 'linewidth',2), hold on
127 plot3(x,y,z, 'b-.', 'linewidth',1),
128 legend('Resposta Impulso','Limite da Elipsoide')
129 set(gca, 'fontsize',20, 'fontname', 'Times New Roman')
130 title('Elipsoide - MPC LMI Relaxado 1000W')
131 xlabel('I_L (A)'), ylabel('Vc (V)'), zlabel('Ganho
    Integral')
132 grid
133
134 % figure(6)
135 subplot(2,2,2)
136 [x_xy,y_xy]=ellipse_matrix(Phi_xy'*(G(:,:,N))*Phi_xy,
    length(xh));
137 plot(xh(1,:),xh(2,:), 'r', 'linewidth',2), hold on
138 plot(x_xy,y_xy, 'b-.', 'linewidth',1),
139 set(gca, 'fontsize',20, 'fontname', 'Times New Roman')
140 xlabel('I_L (A)'), ylabel('V_c (V)'),
141 title('Elipsoides I_L \times Vc')
142 % legend('Resposta Impulso','Limite da Elipsoide')
143 grid
144
145 % figure(7)
146 subplot(2,2,3)
147 [x_xz,y_xz]=ellipse_matrix(Phi_xz'*(G(:,:,N))*Phi_xz,
    length(xh));
148 plot(xh(1,:),xh(3,:), 'r', 'linewidth',2), hold on
149 plot(x_xz,y_xz, 'b-.', 'linewidth',1),

```

```

150 set(gca,'fontsize',20,'fontname','Times New Roman')
151 xlabel('I_L (A)'), ylabel('v(k)'),
152 title('Elipsoides I_L \times v(k)')
153 % legend('Resposta Impulso','Limite da Elipsoide')
154 grid
155
156 % figure(8)
157 subplot(2,2,4)
158 [x_yz,y_yz]=ellipse_matrix(Phi_yz'*(G(:, :, N))*Phi_yz,
    length(xh));
159 plot(xh(2,:),xh(3:,:), 'r', 'linewidth',2), hold on
160 plot(x_yz,y_yz, 'b-.', 'linewidth',1),
161 set(gca,'fontsize',20,'fontname','Times New Roman')
162 xlabel('V_c (V)'), ylabel('v(k)'),
163 title('Elipsoides Vc \times v(k)')
164 % legend('Resposta Impulso','Limite da Elipsoide')
165 grid
166
167
168 % Implementação da curva de resposta no tempo
169
170 % Condições iniciais
171 t=0:Ts:300e-3;
172 R=[48*ones(1,ceil(length(t)*0.5)) 48*ones(1,ceil(length(t)
    )*0.5))];
173 Ppot=[Pot(1) Pot(1)*ones(1,ceil((length(t)-1)*0.25)) Pot
    (2)*ones(1,ceil((length(t)-1)*0.25)) Pot(1)*ones(1,
    ceil((length(t)-1)*0.25)) Pot(2)*ones(1,ceil((length(t)
    )-1)*0.25))];
174 Tvi=(Vg(1)-Vg(2))/length(t); Vvg=Vg(2):Tvi:Vg(1);
175
176 % Vvg=[Vg(2) Vg(2)*ones(1,ceil((length(t)-1)*0.25)) Vg(1)

```

```

177         *ones(1,ceil((length(t)-1)*0.25)) Vg(2)*ones(1,ceil((
178         length(t)-1)*0.25)) Vg(1)*ones(1,ceil((length(t)-1)
179         *0.25))]);
180
181 % Modelo Por MPC-LMI RELAXADO - Resposta no sistema
182   Linearizado de acordo
183   % com o artigo Sobraep
184   Kmpc=-F(:, :, 20);
185   x=[Pot(1)/Vg(2); Vg(2)]; y=0; u=0; v=0; Vo=48;
186   for i=1:length(t)
187
188     % Sinal de controle LMI
189     u(i)=-Kmpc(1:end-1)*x(:,i)-Kmpc(end)*v;
190     if u(i)<0, u(i)=0; end
191     if u(i)>1, u(i)=1; end
192
193     % Modelo da planta
194     [Ah,Bh,Ap,Bp,Cp,Dp]=boost_discreto(Ppot(i),Vvg(i),Vo,L,Co
195     ,Rco,Ts,g,h);
196     sys_mpc=ss(Ah-Bh*Kmpc,[zeros(size(Bp));1],[Cp zeros(size(
197     Dp))],0,Ts);
198     [p_mpc(:,i),z_mpc(:,i)]=pzmap(sys_mpc);
199
200     % Saturação da corrente no indutor
201     if x(1,i)<0, x(1,i)=0; end
202     if x(1,i)>100, x(1,i)=100; end
203
204     % Saturação da tensão no Capacitor
205     if x(2,i)<0, x(2,i)=0; end
206     if x(2,i)>63, x(2,i)=63; end

```

```

203
204 x(:,i+1)=Ap*x(:,i)+Bp*u(i);
205 y(i)=Cp*x(:,i)+Dp*u(i);%+Nn(i);
206
207 if y(i)<0, y(i)=0;end
208
209 % Integrador
210 v=g*v+h*(R(i)-y(i));
211
212 end
213 ympc=y; umpc=u; xmpc=x;
214
215
216 % Modelo Por LQI - Resposta no sistema Linearizado de
      acordo
217 % com o artigo Sobreap
218 x=[Pot(1)/Vg(2); Vg(2)]; y=0; u=0; v=0; Vo=48;
219 for i=1:length(t)
220
221 % Sinal de controle LMI
222 u(i)=-Klqi(1:end-1)*x(:,i)-Klqi(end)*v;
223 if u(i)<0, u(i)=0;end
224 if u(i)>1, u(i)=1;end
225
226
227 % Modelo da planta
228 [Ah,Bh,Ap,Bp,Cp,Dp]=boost_discreto(Ppot(i),Vvg(i),Vo,L,Co
      ,Rco,Ts,g,h);
229 sys_lqi=ss(Ah-Bh*Klqi,[zeros(size(Bp));1],[Cp zeros(size(
      Dp))],0,Ts);
230 [p_lqi(:,i),z_lqi(:,i)]=pzmap(sys_lqi);
231

```

```

232
233
234 % Saturação da corrente no indutor
235 if x(1,i)<0, x(1,i)=0;end
236 if x(1,i)>100, x(1,i)=100;end
237
238 % Saturação da tensão no Capacitor
239 if x(2,i)<0, x(2,i)=0;end
240 if x(2,i)>63, x(2,i)=63;end
241
242 x(:,i+1)=Ap*x(:,i)+Bp*u(i);
243 y(i)=Cp*x(:,i)+Dp*u(i);%+Nn(i);
244
245 if y(i)<0, y(i)=0;end
246
247 % Integrador
248 v=g*v+h*(R(i)-y(i));
249 end
250 ylqi=y; ulqi=u; xlqi=x;
251
252 figure(3)
253 subplot(2,1,1)
254 plot(t,Ppot,'b','linewidth',2), axis([0 300e-3 250 1100])
    , grid
255 set(gca,'fontsize',16,'fontname','Times New Roman')
256 title('Variação da Potência na Carga (W)'),ylabel('(W)');
257 subplot(2,1,2)
258 plot(t,Vvg(1:end-1),'b','linewidth',2), axis([0 300e-3 24
    40]), grid
259 set(gca,'fontsize',16,'fontname','Times New Roman')
260 title('Variação da V_g (V)'), xlabel('Tempo (s)'),ylabel(
    '(V)');

```

```

261
262
263 figure(4)
264 plot(t,ympc,'b',t,ylqi,'g',t,R(1:end-1),'k-.','linewidth'
      ,2), legend('MPC_{LMI Relax}','LQI_{Trad}','Ref'),
      grid
265 set(gca,'fontsize',16,'fontname','Times New Roman')
266 title('Tensão de saída (V)'), xlabel('Tempo (s)'),ylabel(
      'V_{co} (V)');
267
268 figure(5)
269 plot(t,umpc,'b',t,ulqi,'g','linewidth',2), legend('MPC_{
      LMI Relax}','LQI_{Trad}'), grid
270 set(gca,'fontsize',16,'fontname','Times New Roman')
271 title('Sinal de controle'), xlabel('Tempo (s)'),ylabel('
      D_{cycle}');
272
273 figure(6)
274 plot(t,Ppot./ympc,'b',t,Ppot./ylqi,'g','linewidth',2),
      legend('MPC_{LMI Relax}','LQI_{Trad}','Ref'), grid
275 set(gca,'fontsize',16,'fontname','Times New Roman')
276 title('Corrente na Saída (A)'), xlabel('Tempo (s)'),
      ylabel('I_o (A)');
277
278
279 figure(50),
280 % Análise dos polos e zeros
281 Nmpc=[2 8 14 20];
282 texto1='Mapa de Polos/Zeros - N=';
283 for n=1:length(Nmpc)
284 Kmpc=-F(:, :, Nmpc(n));
285 texto2 = int2str(Nmpc(n));

```



```

286 texto_final = strcat(texto1, texto2);
287 subplot(2,2,n)
288 set(gca, 'fontsize', 12, 'fontname', 'Times New Roman')
289 for i=1:length(t)
290 % Modelo da planta
291 [Ah, Bh, Ap, Bp, Cp, Dp]=boost_discreto(Ppot(i), Vvg(i), Vo, L, Co
    , Rco, Ts, g, h);
292 sys_mpc=ss(Ah-Bh*Kmpc, [zeros(size(Bp));1], [Cp zeros(size(
    Dp))], 0, Ts);
293 [p_mpc(:, i), z_mpc(:, i)]=pzmap(sys_mpc);
294
295 plot(real(p_lqi(:, i)), imag(p_lqi(:, i)), 'gx', real(p_mpc
    (:, i)), imag(p_mpc(:, i)), 'bx'), hold on
296 plot(real(z_lqi(:, i)), imag(z_lqi(:, i)), 'go', real(z_mpc(:,
    i)), imag(z_mpc(:, i)), 'bo'), hold on;
297 end
298 % xc=cos(theta); yc=sin(theta);
299 % plot(xc, yc, 'k'), hold on
300 axis([-1 1 -1 1])
301 title(texto_final)
302
303 xlabel('Re(z) axis')
304 ylabel('Im(z) axis')
305 legend('LQI', 'MPC_{LMI} Relax')
306 zgrid
307 end
308
309 % Analise de robustez na frequencia LTV
310
311 for i=1:length(Pot)
312 for j=1:length(Vg)
313 [S1, S2, A_n{2*(i-1)+j}, B_n{2*(i-1)+j}, C_n{2*(i-1)+j}, D_n

```

```

        {2*(i-1)+j}]=boost_discreto(Pot(i),Vg(j),Vo,L,Co,Rco,
        Ts,g,h);
314 G_n{2*(i-1)+j}=ss(A_n{2*(i-1)+j},B_n{2*(i-1)+j},C_n{2*(i
        -1)+j},D_n{2*(i-1)+j});
315 end
316 end
317
318 x1=log10(0.01*pi/Ts);
319 x2=log10(pi/Ts);
320 w=logspace(x1,x2,400);
321
322 for i=1:length(t)
323 [Ah,Bh,Ap,Bp,Cp,Dp]=boost_discreto(Ppot(i),Vvg(i),Vo,L,Co
        ,Rco,Ts,g,h);
324 G_delta=(ss(Ap,Bp,Cp,Dp));
325
326 Tmf_lqi=ss(Ah-Bh*Klqi,[zeros(size(Bp));1],[Cp zeros(size(
        Dp))],0,Ts);
327 Tmf_mpc=ss(Ah-Bh*Kmpc,[zeros(size(Bp));1],[Cp zeros(size(
        Dp))],0,Ts);
328
329 % Tmf_lqi=ss(sys_lqi.a,sys_lqi.b,sys_lqi.c,sys_lqi.d);
330 % Tmf_mpc=ss(sys_mpc.a,sys_mpc.b,sys_mpc.c,sys_mpc.d);
331
332 [ng_mpc,dg_mpc]=tfdata(1/Tmf_mpc,'v');
333 [ng_lqi,dg_lqi]=tfdata(1/Tmf_lqi,'v');
334
335 [mT_mpc(:,i),phT_mpc(:,i)]=dbode(ng_mpc,dg_mpc,Ts,w);
336 [mT_lqi(:,i),phT_lqi(:,i)]=dbode(ng_lqi,dg_lqi,Ts,w);
337
338
339 delta_m1=(G_delta/G_n{1})-1; [ndelta1,ddelta1]=tfdata(

```

```

    delta_m1,'v');
340 [m_delta1(:,i),ph_delta1(:,i)]=dbode(ndelta1,ddelta1,Ts,w
    );
341
342 delta_m2=(G_delta/G_n{2})-1; [ndelta2,ddelta2]=tfdata(
    delta_m2,'v');
343 [m_delta2(:,i),ph_delta2(:,i)]=dbode(ndelta2,ddelta2,Ts,w
    );
344
345 delta_m3=(G_delta/G_n{3})-1; [ndelta3,ddelta3]=tfdata(
    delta_m3,'v');
346 [m_delta3(:,i),ph_delta3(:,i)]=dbode(ndelta3,ddelta3,Ts,w
    );
347
348 delta_m4=(G_delta/G_n{4})-1; [ndelta4,ddelta4]=tfdata(
    delta_m4,'v');
349 [m_delta4(:,i),ph_delta4(:,i)]=dbode(ndelta4,ddelta4,Ts,w
    );
350
351 end
352 m_min_lqi=min(mT_lqi)';
353 m_min_mpc=min(mT_mpc)';
354
355 m_max1 = max(m_delta1)';
356 m_max2 = max(m_delta2)';
357 m_max3 = max(m_delta3)';
358 m_max4 = max(m_delta4)';
359
360 m_max=max([m_max1'; m_max2'; m_max3'; m_max4'])';
361
362 m_max2=1.3*m_max;
363

```

```

364 figure(57)
365 % loglog(w,m_max,'k-.',w,mT,'k'), xlim([(0.01*pi/Ts) (pi/
    Ts)]), legend('Incerteza','Margem garantida','T')
366 % loglog(w,m_max,'k-.',w,m_max2,'k--',w,mT_mpc,'b',w,
    mT_lqi,'g'), xlim([(0.01*pi/Ts) (pi/Ts)]),
367 loglog(w,m_max,'k-.',w,m_max2,'k--',w,m_min_mpc,'b',w,
    m_min_lqi,'g','linewidth',2), xlim([(0.01*pi/Ts) (pi/
    Ts)]),
368 legend('Incerteza','Margem garantida','T_{MPC-LMI Relax}'
    , 'T_{LQI}')
369 set(gca,'fontsize',12,'fontname','Times New Roman')
370 xlabel('\omega_d (Hz)'), ylabel('M(j\omega_d) (dB)')
371 title('Análise de Estabilidade Robusta de pior caso')
372
373
374 disp('Simulação do Controlador');
375 disp('1 - LQI');
376 disp('2 - MPC LMI Relax');
377 Mod = input('Qual modelo deseja Simular no Simulink?\n');
378
379 IAE_mpc=(R(2:end)-ympc)*(R(2:end)-ympc) '
380
381 IAE_lqi=(R(2:end)-ylqi)*(R(2:end)-ylqi) '
382
383 Jmpc=trace(xmpc*xmpc')+trace(umpc*umpc')
384
385 Jlqi=trace(xlqi*xlqi')+trace(ulqi*ulqi')

```

### Código-fonte 9 – Compilação boost CCTE para 500W

```

1 % Implementação artigo Sobraep para vias de validação
2 % 30/10/2016 - Marcus Vinicius - Versao final 3

```

```

3   close all, clear all, clc
4
5   Vo=48; Vg=[36 26]; L=36e-6; Co=4400e-6; Rco=26.7e-3;
6   Pot=[500 50];
7   Ts=1e-3;
8   g=1;h=1;
9   Q1=diag([1 1 1],0); R1=0.1;
10  umax=1;
11  % Formulação da resposta impulso para potência nominal
12  t_=0:Ts:20e-3; %gera uma curva de 20ms
13  [Ahn,Bhn,An,Bn,Cn,Dn]=boost_discreto(Pot(1),Vg(1),Vo,L,Co
    ,Rco,Ts,g,h);
14
15  u=0;
16  xset=[(Pot(1)/Vg(1)) Vo]';
17  for k=1:length(t_)
18  xset(:,k+1)=An*xset(:,k)+Bn*u;
19  end
20  % Armazena-se 20 pontos
21  x1set=xset(2,1:end-1);
22
23  % Formulação do Algoritmo MPC Relaxado
24  % Robustificando o processo - aplicando os politopos
25  for i=1:length(Pot)
26  for j=1:length(Vg)
27  [Ah{2*(i-1)+j},Bh{2*(i-1)+j},A{2*(i-1)+j},B{2*(i-1)+j},C
    {2*(i-1)+j},D{2*(i-1)+j}]=boost_discreto(Pot(i),Vg(j),
    Vo,L,Co,Rco,Ts,g,h);
28  end
29  end
30
31

```

```

32  for k=1:length(t_)
33      xhset(:,k)=[(Pot(1)/Vg(1)) x1set(k) 0]';
34      [gamma(k),F(:,:,k),G(:,:,k)]=mpc_robust_lmilab(Ah,Bh,Q1,
          R1,umax,xhset(:,k));
35      % [gamma(k),F(:,:,k),G(:,:,k)]=MCP_Robust_yalmip(Ah,Bh,Q1
          ,R1,umax,xhset(:,k));
36      FF(k,:)=F(:,:,k);
37  end
38
39  % Ganho do controlador LQI
40  Klqi=dlqr(Ahn,Bhn,Q1,R1);
41
42  Phi_xy=[1 0 0;0 1 0]';
43  Phi_xz=[1 0 0;0 0 1]';
44  Phi_yz=[0 1 0;0 0 1]';
45
46  % Geração das Elipsoides de estabilidade
47  for k=1:length(x1set)
48      n_str = int2str(k);
49      [x,y,z]=elipsoid_matrx(G(:,:,k));
50      figure(1)
51      subplot(2,2,1)
52      sc = plot3(x,y,z,'b'); hold on
53      set(gca,'fontsize',20,'fontname','Times New Roman')
54      title('Elipsoides de estabilidade - MPC LMI Relaxado 500
          W')
55      % axis equal
56      xlabel('I_L (A)'), ylabel('V_c (V)'), zlabel('Ganho
          Integral'),
57      grid
58      %
59      % figure(2)

```

```

60 subplot(2,2,2)
61 [x_xy(k,:),y_xy(k,:)]=ellipse_matrix(Phi_xy'*(G(:,:,k))*
    Phi_xy,length(xset));
62 plot(x_xy(k,:),y_xy(k,:)), hold on
63 % text(x_xy(k,1),y_xy(k,1),n_str);
64 set(gca,'fontsize',20,'fontname','Times New Roman')
65 xlabel('I_L (A)'), ylabel('V_c (V)'),
66 title('Elipsoides I_L \times V_c')
67 grid
68
69
70
71 % figure(3)
72 subplot(2,2,3)
73 [x_xz(k,:),y_xz(k,:)]=ellipse_matrix(Phi_xz'*(G(:,:,k))*
    Phi_xz,length(xset));
74 plot(x_xz(k,:),y_xz(k,:)), hold on
75 % text(x_xz(k,1),y_xz(k,1),n_str);
76 set(gca,'fontsize',20,'fontname','Times New Roman')
77 xlabel('I_L (A)'), ylabel('Ganho Integral'),
78 title('Elipsoides I_L \times v(k)')
79 grid
80
81 % figure(4)
82 subplot(2,2,4)
83 [x_yz(k,:),y_yz(k,:)]=ellipse_matrix(Phi_yz'*(G(:,:,k))*
    Phi_yz,length(xset));
84 plot(x_yz(k,:),y_yz(k,:)), hold on
85 % text(x_yz(k,1),y_yz(k,1),n_str);
86 set(gca,'fontsize',20,'fontname','Times New Roman')
87 xlabel('V_c (V)'), ylabel('Ganho Integral'),
88 title('Elipsoides V_c \times v(k)')

```

```

89     grid
90     end
91
92     figure(10)
93     for k=1:length(t_)
94         plot3(y_xy(k,:),t_(k)*ones(length(t_)+1),x_xy(k,:), 'b-.' )
95         , hold on
96         plot3(xhset(2,:),t_,xhset(1,:), 'r', 'linewidth',2)
97         n_str = int2str(k);
98         text(y_xy(k,1),t_(k),x_xy(k,1),n_str)
99     end
100     set(gca, 'fontsize',20, 'fontname', 'Times New Roman')
101     xlabel('V_c (V)'), ylabel('Tempo (s)'), zlabel('I_L (A)')
102     title('x_{set} \times Elipsoides para Pot=500W ')
103     grid
104
105     % Analise da resposta via Elipsoides
106
107     % Resposta MPC Relaxado
108     t=0:Ts:300e-3;
109     Tpot=(Pot(1)-Pot(2))/length(t);Ppot=Pot(2):Tpot:Pot(1);
110     Tvi=(Vg(1)-Vg(2))/length(t);Vvg=Vg(2):Tvi:Vg(1);
111
112     N=2;
113     Kmpc_=-F(:, :, N);
114     xh=[(Pot(1)/Vg(1)) x1set(N) 0]';
115     for i=1:length(t)
116         % Modelo da planta LTV
117         [Ah_, Bh_, A_, B_, C_, D_]=boost_discreto(Ppot(i),Vvg(i),Vo,L,
118             Co,Rco,Ts,g,h);
119         xh(:, i+1)=(Ah_ -Bh_*Kmpc_)*xh(:, i);

```



```

119
120 end
121
122 [x,y,z]=elipsoid_matrx(G(:,:,N));
123 % figure(5)
124 figure(2)
125 subplot(2,2,1)
126 plot3(xh(1,:),xh(2,:),xh(3,:), 'r', 'linewidth',2), hold on
127 plot3(x,y,z, 'b-.', 'linewidth',1),
128 legend('Resposta Impulso', 'Limite da Elipsoide')
129 set(gca, 'fontsize',20, 'fontname', 'Times New Roman')
130 title('Elipsoide - MPC LMI Relaxado 500W')
131 xlabel('I_L (A)'), ylabel('Vc (V)'), zlabel('Ganho
      Integral')
132 grid
133
134 % figure(6)
135 subplot(2,2,2)
136 [x_xy,y_xy]=ellipse_matrix(Phi_xy *(G(:,:,N))*Phi_xy ,
      length(xh));
137 plot(xh(1,:),xh(2,:), 'r', 'linewidth',2), hold on
138 plot(x_xy,y_xy, 'b-.', 'linewidth',1),
139 set(gca, 'fontsize',20, 'fontname', 'Times New Roman')
140 xlabel('I_L (A)'), ylabel('V_c (V)'),
141 title('Elipsoides I_L \times V_c')
142 % legend('Resposta Impulso', 'Limite da Elipsoide')
143 grid
144
145 % figure(7)
146 subplot(2,2,3)
147 [x_xz,y_xz]=ellipse_matrix(Phi_xz *(G(:,:,N))*Phi_xz ,
      length(xh));

```

```

148 plot(xh(1,:),xh(3,:), 'r', 'linewidth',2), hold on
149 plot(x_xz,y_xz, 'b-.', 'linewidth',1),
150 set(gca, 'fontsize',20, 'fontname', 'Times New Roman')
151 xlabel('I_L (A)'), ylabel('v(k)'),
152 title('Elipsoides I_L \times v(k)')
153 % legend('Resposta Impulso', 'Limite da Elipsoide')
154 grid
155
156 % figure(8)
157 subplot(2,2,4)
158 [x_yz,y_yz]=ellipse_matrix(Phi_yz'*(G(:, :, N))*Phi_yz,
    length(xh));
159 plot(xh(2,:),xh(3,:), 'r', 'linewidth',2), hold on
160 plot(x_yz,y_yz, 'b-.', 'linewidth',1),
161 set(gca, 'fontsize',20, 'fontname', 'Times New Roman')
162 xlabel('V_c (V)'), ylabel('v(k)'),
163 title('Elipsoides Vc \times v(k)')
164 % legend('Resposta Impulso', 'Limite da Elipsoide')
165 grid
166
167
168 % Implementação da curva de resposta no tempo
169
170 % Condições iniciais
171 t=0:Ts:300e-3;
172 R=[48*ones(1,ceil(length(t)*0.5)) 48*ones(1,ceil(length(t)
    )*0.5))];
173 Ppot=[Pot(1) Pot(1)*ones(1,ceil((length(t)-1)*0.25)) Pot
    (2)*ones(1,ceil((length(t)-1)*0.25)) Pot(1)*ones(1,
    ceil((length(t)-1)*0.25)) Pot(2)*ones(1,ceil((length(t)
    )-1)*0.25))];
174 Tvi=(Vg(1)-Vg(2))/length(t); Vvg=Vg(2):Tvi:Vg(1);

```

```

175
176 % Vvg=[Vg(2) Vg(2)*ones(1,ceil((length(t)-1)*0.25)) Vg(1)
      *ones(1,ceil((length(t)-1)*0.25)) Vg(2)*ones(1,ceil((
      length(t)-1)*0.25)) Vg(1)*ones(1,ceil((length(t)-1)
      *0.25))];
177
178
179 % Modelo Por MPC-LMI RELAXADO - Resposta no sistema
      Linearizado de acordo
180 % com o artigo Sobreap
181 Kmpc=-F(:, :, 20);
182 x=[Pot(1)/Vg(2); Vg(2)]; y=0; u=0; v=0; Vo=48;
183 for i=1:length(t)
184
185 % Sinal de controle LMI
186 u(i)=-Kmpc(1:end-1)*x(:,i)-Kmpc(end)*v;
187 if u(i)<0, u(i)=0; end
188 if u(i)>1, u(i)=1; end
189
190
191 % Modelo da planta
192 [Ah,Bh,Ap,Bp,Cp,Dp]=boost_discreto(Ppot(i),Vvg(i),Vo,L,Co
      ,Rco,Ts,g,h);
193 sys_mpc=ss(Ah-Bh*Kmpc,[zeros(size(Bp));1],[Cp zeros(size(
      Dp))],0,Ts);
194 [p_mpc(:,i),z_mpc(:,i)]=pzmap(sys_mpc);
195
196 % Saturação da corrente no indutor
197 if x(1,i)<0, x(1,i)=0; end
198 if x(1,i)>100, x(1,i)=100; end
199
200 % Saturação da tensão no Capacitor

```

```

201     if x(2,i)<0, x(2,i)=0; end
202     if x(2,i)>63, x(2,i)=63; end
203
204     x(:,i+1)=Ap*x(:,i)+Bp*u(i);
205     y(i)=Cp*x(:,i)+Dp*u(i); %Nn(i);
206
207     if y(i)<0, y(i)=0; end
208
209     % Integrador
210     v=g*v+h*(R(i)-y(i));
211
212     end
213     ympc=y; umpc=u; xmpc=x;
214
215
216     % Modelo Por LQI - Resposta no sistema Linearizado de
217         acordo
218     % com o artigo Sobreap
219     x=[Pot(1)/Vg(2); Vg(2)]; y=0; u=0; v=0; Vo=48;
220
221     for i=1:length(t)
222
223         % Sinal de controle LMI
224         u(i)=-Klqi(1:end-1)*x(:,i)-Klqi(end)*v;
225         if u(i)<0, u(i)=0; end
226         if u(i)>1, u(i)=1; end
227
228         % Modelo da planta
229         [Ah,Bh,Ap,Bp,Cp,Dp]=boost_discreto(Ppot(i),Vvg(i),Vo,L,Co
            ,Rco,Ts,g,h);
230         sys_lqi=ss(Ah-Bh*Klqi,[zeros(size(Bp));1],[Cp zeros(size(
            Dp))],0,Ts);

```

```

230 [p_lqi(:,i),z_lqi(:,i)]=pzmap(sys_lqi);
231
232
233
234 % Saturação da corrente no indutor
235 if x(1,i)<0, x(1,i)=0;end
236 if x(1,i)>100, x(1,i)=100;end
237
238 % Saturação da tensão no Capacitor
239 if x(2,i)<0, x(2,i)=0;end
240 if x(2,i)>63, x(2,i)=63;end
241
242 x(:,i+1)=Ap*x(:,i)+Bp*u(i);
243 y(i)=Cp*x(:,i)+Dp*u(i);%+Nn(i);
244
245 if y(i)<0, y(i)=0;end
246
247 % Integrador
248 v=g*v+h*(R(i)-y(i));
249 end
250 ylqi=y; ulqi=u; xlqi=x;
251
252
253 figure(3)
254 subplot(2,1,1)
255 plot(t,Ppot,'b','linewidth',2), axis([0 300e-3 25 550]),
    grid
256 set(gca,'fontsize',16,'fontname','Times New Roman')
257 title('Variação da Potência na Carga (W)'),ylabel('(W)');
258 subplot(2,1,2)
259 plot(t,Vvg(1:end-1),'b','linewidth',2), axis([0 300e-3 24
    40]), grid

```

```

260 set(gca,'fontsize',16,'fontname','Times New Roman')
261 title('Variação da Vg (V)'), xlabel('Tempo (s)'),ylabel(
    '(V)');
262
263
264 figure(4)
265 plot(t,ympc,'b',t,ylqi,'g',t,R(1:end-1),'k-.','linewidth'
    ,2), legend('MPC_{LMI Relax}','LQI_{Trad}','Ref'),
    grid
266 set(gca,'fontsize',16,'fontname','Times New Roman')
267 title('Tensão de saída (V)'), xlabel('Tempo (s)'),ylabel(
    'V_{co} (V)');
268
269 figure(5)
270 plot(t,umpc,'b',t,ulqi,'g','linewidth',2), legend('MPC_{
    LMI Relax}','LQI_{Trad}'), grid
271 set(gca,'fontsize',16,'fontname','Times New Roman')
272 title('Sinal de controle'), xlabel('Tempo (s)'),ylabel('
    D_{cycle}');
273
274 figure(6)
275 plot(t,Ppot./ympc,'b',t,Ppot./ylqi,'g','linewidth',2),
    legend('MPC_{LMI Relax}','LQI_{Trad}','Ref'), grid
276 set(gca,'fontsize',16,'fontname','Times New Roman')
277 title('Corrente na Saída (A)'), xlabel('Tempo (s)'),
    ylabel('Io (A)');
278
279
280 figure(50),
281 % Análise dos polos e zeros
282 Nmpc=[2 8 14 20];
283 texto1='Mapa de Polos/Zeros - N=';

```

```

284 for n=1:length(Nmpc)
285     Kmpc=-F(:, :, Nmpc(n));
286     texto2 = int2str(Nmpc(n));
287     texto_final = strcat(texto1, texto2);
288     subplot(2,2,n)
289     set(gca, 'fontsize', 12, 'fontname', 'Times New Roman')
290     for i=1:length(t)
291         % Modelo da planta
292         [Ah, Bh, Ap, Bp, Cp, Dp]=boost_discreto(Ppot(i), Vvg(i), Vo, L, Co
            , Rco, Ts, g, h);
293         sys_mpc=ss(Ah-Bh*Kmpc, [zeros(size(Bp)); 1], [Cp zeros(size(
            Dp))], 0, Ts);
294         [p_mpc(:, i), z_mpc(:, i)]=pzmap(sys_mpc);
295
296         plot(real(p_lqi(:, i)), imag(p_lqi(:, i)), 'gx', real(p_mpc
            (:, i)), imag(p_mpc(:, i)), 'bx'), hold on
297         plot(real(z_lqi(:, i)), imag(z_lqi(:, i)), 'go', real(z_mpc(:,
            i)), imag(z_mpc(:, i)), 'bo'), hold on;
298     end
299     % xc=cos(theta); yc=sin(theta);
300     % plot(xc, yc, 'k'), hold on
301     axis([-1 1 -1 1])
302     title(texto_final)
303     xlabel('Re(z) axis')
304     ylabel('Im(z) axis')
305     legend('LQI', 'MPC_{LMI} Relax')
306     zgrid
307 end
308
309 % Analise de robustez na frequencia LTV
310
311 for i=1:length(Pot)

```

```

312 for j=1:length(Vg)
313     [S1,S2,A_n{2*(i-1)+j},B_n{2*(i-1)+j},C_n{2*(i-1)+j},D_n
        {2*(i-1)+j}]=boost_discreto(Pot(i),Vg(j),Vo,L,Co,Rco,
        Ts,g,h);
314     G_n{2*(i-1)+j}=ss(A_n{2*(i-1)+j},B_n{2*(i-1)+j},C_n{2*(i
        -1)+j},D_n{2*(i-1)+j});
315 end
316 end
317
318 x1=log10(0.01*pi/Ts);
319 x2=log10(pi/Ts);
320 w=logspace(x1,x2,400);
321
322 for i=1:length(t)
323     [Ah,Bh,Ap,Bp,Cp,Dp]=boost_discreto(Ppot(i),Vvg(i),Vo,L,Co
        ,Rco,Ts,g,h);
324     G_delta=(ss(Ap,Bp,Cp,Dp));
325
326     Tmf_lqi=ss(Ah-Bh*Klqi,[zeros(size(Bp));1],[Cp zeros(size(
        Dp))],0,Ts);
327     Tmf_mpc=ss(Ah-Bh*Kmpc,[zeros(size(Bp));1],[Cp zeros(size(
        Dp))],0,Ts);
328
329 %     Tmf_lqi=ss(sys_lqi.a,sys_lqi.b,sys_lqi.c,sys_lqi.d);
330 %     Tmf_mpc=ss(sys_mpc.a,sys_mpc.b,sys_mpc.c,sys_mpc.d);
331
332 [ng_mpc,dg_mpc]=tfdata(1/Tmf_mpc,'v');
333 [ng_lqi,dg_lqi]=tfdata(1/Tmf_lqi,'v');
334
335 [mT_mpc(:,i),phT_mpc(:,i)]=dbode(ng_mpc,dg_mpc,Ts,w);
336 [mT_lqi(:,i),phT_lqi(:,i)]=dbode(ng_lqi,dg_lqi,Ts,w);
337

```



```

338
339   delta_m1=(G_delta/G_n{1})-1; [ndelta1,ddelta1]=tfdata(
        delta_m1,'v');
340   [m_delta1(:,i),ph_delta1(:,i)]=dbode(ndelta1,ddelta1,Ts,w
        );
341
342   delta_m2=(G_delta/G_n{2})-1; [ndelta2,ddelta2]=tfdata(
        delta_m2,'v');
343   [m_delta2(:,i),ph_delta2(:,i)]=dbode(ndelta2,ddelta2,Ts,w
        );
344
345   delta_m3=(G_delta/G_n{3})-1; [ndelta3,ddelta3]=tfdata(
        delta_m3,'v');
346   [m_delta3(:,i),ph_delta3(:,i)]=dbode(ndelta3,ddelta3,Ts,w
        );
347
348   delta_m4=(G_delta/G_n{4})-1; [ndelta4,ddelta4]=tfdata(
        delta_m4,'v');
349   [m_delta4(:,i),ph_delta4(:,i)]=dbode(ndelta4,ddelta4,Ts,w
        );
350
351   end
352   m_min_lqi=min(mT_lqi)';
353   m_min_mpc=min(mT_mpc)';
354
355   m_max1 = max(m_delta1)';
356   m_max2 = max(m_delta2)';
357   m_max3 = max(m_delta3)';
358   m_max4 = max(m_delta4)';
359
360   m_max=max([m_max1'; m_max2'; m_max3'; m_max4'])';
361

```

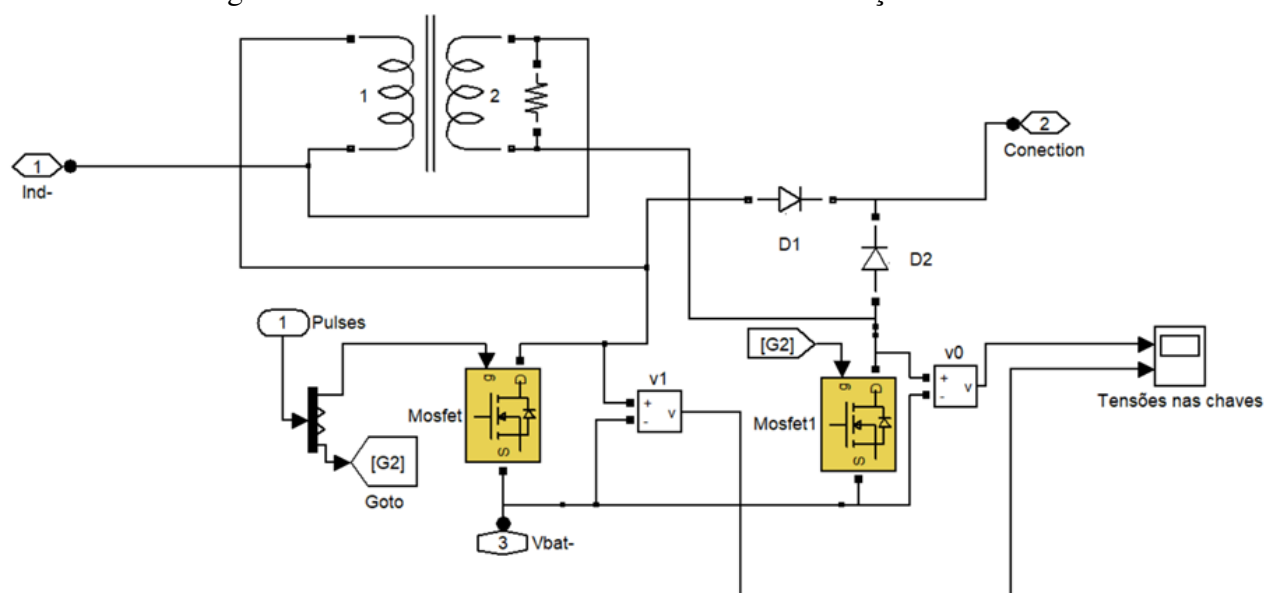
```

362 m_max2=1.3*m_max;
363
364 figure(57)
365 % loglog(w,m_max,'k-.',w,mT,'k'), xlim([(0.01*pi/Ts) (pi/
    Ts)]), legend('Incerteza','Margem garantida','T')
366 % loglog(w,m_max,'k-.',w,m_max2,'k--',w,mT_mpc,'b',w,
    mT_lqi,'g'), xlim([(0.01*pi/Ts) (pi/Ts)]),
367 loglog(w,m_max,'k-.',w,m_max2,'k--',w,m_min_mpc,'b',w,
    m_min_lqi,'g','linewidth',2), xlim([(0.01*pi/Ts) (pi/
    Ts)]),
368 legend('Incerteza','Margem garantida','T_{MPC-LMI Relax}'
    , 'T_{LQI}')
369 set(gca,'fontsize',12,'fontname','Times New Roman')
370 xlabel('\omega_d (Hz)'), ylabel('M(j\omega_d) (dB)')
371 title('Análise de Estabilidade Robusta de pior caso')
372
373
374 % disp('Simulação do Controlador');
375 % disp('1 - LQI');
376 % disp('2 - MPC LMI Relax');
377 % Mod = input('Qual modelo deseja Simular no Simulink?\n
    ');
378
379 IAE_mpc=(R(2:end)-ympc)*(R(2:end)-ympc) '
380
381 IAE_lqi=(R(2:end)-ylqi)*(R(2:end)-ylqi) '
382
383 Jmpc=trace(xmpc*xmpc')+trace(umpc*umpc')
384
385 Jlqi=trace(xlqi*xlqi')+trace(ulqi*ulqi')

```

A Figura 44 mostra o circuito interno do bloco da célula CCTE da Figura 26.

Figura 44 – Bloco no Simulink da Célula de Comutação de Três Estados.



Fonte: Autor.