



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA E MATEMÁTICA APLICADA -
DEMA
CURSO DE ESTATÍSTICA

EDUARDO CÂNDIDO DE OLIVEIRA

GRÁFICO DE CONTROLE 3-D: UMA ABORDAGEM UTILIZANDO O
SOFTWARE R

FORTALEZA, CEARÁ

2014

EDUARDO CÂNDIDO DE OLIVEIRA

**GRÁFICO DE CONTROLE 3-D: UMA ABORDAGEM UTILIZANDO O
*SOFTWARE R***

Monografia submetida ao Departamento de Estatística e Matemática Aplicada da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial de obtenção do título de Bacharel em Estatística.

Área de concentração: Controle Estatístico do Processo

Orientador: Prof. Dr. João Welliandre Careiro Alexandre

FORTALEZA, CEARÁ

2014

A000z OLIVEIRA, E. C..
Gráfico de Controle 3-D: Uma abordagem utilizando o *software R* / Eduardo Cândido de Oliveira. 2014.
30p.;il. color. enc.
Orientador: Prof. Dr. João Welliandre Careiro Alexandre
Monografia(Estatística) - Universidade Federal do Ceará, Departamento de Estatística e Matemática Aplicada - DEMA, Fortaleza, 2014.
1. Gráfico de Controle 3-D 2. Processos Paralelos 3. Fluxos de Produção I. Prof. Dr. João Welliandre Careiro Alexandre(Orient.)
II. Universidade Federal do Ceará– Estatística() III.

CDD:000.0

EDUARDO CÂNDIDO DE OLIVEIRA

**GRÁFICO DE CONTROLE 3-D: UMA ABORDAGEM UTILIZANDO O
*SOFTWARE R***

Monografia submetida ao Departamento de Estatística e Matemática Aplicada da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial de obtenção do título de Bacharel em Estatística. Área de concentração: Controle Estatístico do Processo

Aprovada em: __/__/----

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. João Welliandre Careiro Alexandre
Universidade Federal do Ceará - UFC
Orientador

Profa. Dra. Sílvia Maria de Freitas
Universidade Federal do Ceará - UFC

Prof. Dr. Júlio Francisco Barros Neto
Universidade Federal do Ceará - UFC

“Sonhos determinam o que você quer. Ação determina o que você conquista.”

(Aldo Novak)

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus que permitiu que tudo isso acontecesse, ao longo de minha vida, e não somente nestes anos como universitário, mas que em todos os momentos é maior mestre que alguém pode conhecer. Agradecer a Ele por sempre está presente em minha vida, estando ao meu lado em todos os momentos e por me dá saúde e força, nos momentos mais dicíceis.

Aos meus pais, Régio e Rozivania, pela esplêndida base familiar que me proporcionaram, servindo-me como exemplo de vida. Sou grato pelo carinho de vocês e pela dedicação com a qual me criaram, obrigado por estarem sempre presentes, com aquelas palavras de apoio e motivação.

Aos meus colegas de curso, Carol, Hellano, Jucelino, José Eduardo, Rodney e Widemberg, que sempre se mostraram prestativos a me ajudar. Aqueles finais de semana estudando na sala do PET, algo que serviu de grande conhecimento para cada um e pelo compromisso e dedicação de cada, algo que tornou-se espelho para mim. Obrigado pela grande amizade de cada um.

Agradeço a todos professores e funcionários do Departamento, que contribuíram para a minha formação. Em especial, ao Professor João Maurício Araújo Mota que cativa a todos com sua dedicação e seu dom de ensinar, foi e é mais que um professor, é um Mestre. Acredito que muitos compartilham de um mesmo sentimento.

Agradeço ao meu orientador, Professor João Welliandre Carneiro Alexandre, pela oportunidade da Bolsa de Iniciação Científica, e posteriormente ter aceitado a orientação deste trabalho. Obrigado pelos conselhos, pela orientação e pela amizade.

Obrigado ao PET-Estatística, na figura do Professor Julio Francisco Barros Neto, que me proporcionou a primeira grande oportunidade dentro da Universidade Federal do Ceará. Foram 2 anos de grande aprendizado, de crescimento pessoal e profissional, 2 anos que eu tive a felicidade de trocar experiências com várias pessoas com personalidades distintas, nas quais aprendi a conviver e tê-los como uma verdadeira família.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Exemplo de Gráfico de Controle	5
Figura 2	Exemplo de Punção de Rolhas Metálicas.	9
Figura 3	Lateral de uma geladeira.	9
Figura 4	Exemplo de rolha metálica.	14
Figura 5	Box plot dos dados	18
Figura 6	Gráfico de Controle 3-D para a amplitude móvel.	20
Figura 7	Gráfico de Controle 3-D para a Média.	21
Figura 8	Gráfico de Controle 3-D para o desvio-padrão.	22

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Matriz de dados para a construção dos Gráficos de Controle de Shewhart. . .	6
Tabela 2	Matriz de dados para a construção do Gráfico 3-D.	12
Tabela 3	Tabela de resumo dos dados.	17
Tabela 4	Tabela dos Limites de Controle.	19
Tabela 5	Altura das rolhas metálicas	28
Tabela 6	Altura das rolhas metálicas	29
Tabela 7	Valores para o cálculo dos limites de controle.	30

SUMÁRIO

RESUMO	
ABSTRACT	
1 INTRODUÇÃO	2
1.1 Objetivo	3
1.1.1 Objetivo Geral	3
1.1.2 Objetivos Específicos	3
1.2 Estrutura do Trabalho	3
2 CONTROLE ESTATÍSTICOS DO PROCESSO	4
2.1 Gráfico de Controle de Shewhart	4
2.2 Limites de Controle	6
3 GRÁFICO DE CONTROLE 3-D	8
3.1 Processos Paralelos	8
3.2 Variabilidade Transversal e Longitudinal	10
3.3 Gráfico de Controle 3-D	10
4 APLICAÇÃO DO R	14
4.1 Descrição dos dados	14
4.2 Análise dos Resultados	15
4.2.1 Estatística Descritiva	15
4.2.2 Gráfico de Controle	19
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	23
APÊNDICE A – PROGRAMAÇÃO NO R	25
ANEXOS	28

RESUMO

A necessidade de aumento dos lucros, por meio do aumento da qualidade dos produtos gerados, faz com que as empresas se preocupem com o processo de desenvolvimento dos produtos. Alguns métodos estatísticos são utilizados para monitorar a melhoria dos produtos e avaliar as suas falhas, dentre eles estão os Gráficos de Controle Estatístico do Processo (GCEP) propostos por Walter A. Shewhart. O modelo de Shewhart é, contudo, difícil e burocrático em processos em que o produto decorre de diferentes fluxos de produção, processos paralelos, que podem ou não serem correlacionados, devido à necessidade da construção de vários gráficos de controle. Pode ser observado que na construção dos gráficos de controle em processos paralelos existe a possibilidade da existência de duas formas de variação com características diferentes: longitudinal e transversal. Os gráficos de controle 3-D são uma alternativa para contornar esse problema, que consiste na construção de três gráficos: um para monitorar a média e dois para monitorar a variabilidade (longitudinal e transversal). A obtenção de todos os resultados foi com o auxílio do *software* estatístico de domínio público R (versão 3.0.1), que se mostrou de fácil uso para a implementação do Gráfico 3-D. Com isso, o objetivo deste trabalho é apresentar uma aplicação a cerca de Gráficos de Controle 3-D como uma alternativa ao Gráfico de Controle de Shewhart, utilizando o *software* de domínio público R.

ABSTRACT

The need to increase profits by increasing the quality of products produced, mean that companies worry about the process of product development. Some statistical methods are used to monitor the improvement of products and assess their flaws, among them are the charts of Statistical Process Control (GCEP) proposed by Walter A. Shewhart. The Shewhart model is, however, difficult and bureaucratic processes where the product comes from different production workflows, parallel processes, which may or may not be correlated, due to the need for the construction of various control charts. It can be observed that the construction of control charts in parallel processes there is the possibility of the existence of two forms of variation with different characteristics: longitudinal and transverse. The 3-D control charts are an alternative to solve this problem, which involves the construction of three graphs: one to monitor the average and two to monitor the variability (longitudinal and transverse). Obtaining all results was with the help of statistical software public domain R (version 3.0.1), which proved easy to use implementation of the 3-D graph. Thus, the aim of this work is an approach about Control Charts 3-D as an alternative to the Shewhart Control Chart using the public domain software R.

1 INTRODUÇÃO

A exigência pela qualidade e a ampla concorrência de mercado fizeram várias indústrias se especializarem e buscarem aumentar a qualidade e atingir um alto padrão de eficiência e eficácia em suas atividades produtivas.

Segundo Montgomery (2009) a qualidade sempre foi parte integrante de praticamente todos os produtos e serviços. No entanto, a conscientização de sua importância e a introdução de métodos formais para o controle da qualidade têm tido um desenvolvimento evolutivo.

Para um melhor monitoramento desta qualidade a partir do início do século XX, precisamente em 1924, Walter A. Shewhart introduziu a base para o Controle Estatístico do Processo que atualmente se conhece, em que aplicou e desenvolveu os Gráficos de Controle Estatístico do Processo (GCEP), que é baseado no monitoramento de um processo de fabricação em série cuja característica da qualidade é representada por uma variável de interesse X . O Controle Estatístico do Processo teve uma grande expansão durante a Segunda Guerra Mundial (1939-1945), que foi quando os conceitos de controle estatístico começaram a ganhar evidência nas indústrias de manufatura.

Contudo, o Gráfico de Controle de Shewhart se torna difícil e burocrático em processos em que o produto decorre de diferentes fluxos de produção, processos paralelos, devido à necessidade da construção de vários gráficos de controle, um par de gráficos para cada fluxo de produção, um para monitorar a média e outro para monitorar a variabilidade.

Boyd (1950) propõe uma solução alternativa em processos paralelos para resolver essas dificuldades, a construção do Gráfico de Controle por Grupos (GG), pois o mesmo permite o controle de vários fluxos de produção através de apenas dois gráficos.

Outro ponto a ser destacado em processos paralelos, é quando ocorre variabilidade transversal e variabilidade longitudinal. Por exemplo, as diferenças entre as posições, (superior, meio e inferior), das camadas de tinta das laterais de uma geladeira e a variabilidade entre laterais ao longo do tempo.

Ramos (2000) cita, para essa situação, a construção dos Gráficos de Controle 3-D em que são feitas a construção de três gráficos: um gráfico para a média, que monitora alterações na média do processo; um gráfico para monitorar a variabilidade ao longo do processo (variabilidade longitudinal), medida por meio da amplitude móvel e utilizada na determinação dos limites de controle do gráfico para a média; e um terceiro gráfico para monitorar a variabilidade dentro de cada subgrupo (variabilidade transversal).

Deste modo, recursos computacionais são utilizados para auxiliar no monitoramento do processo. O *software* R (versão 3.0.1), será empregado de forma gradativa no decorrer deste trabalho. A vantagem do mesmo é ser de domínio público e possuir várias funções que possam facilitar o desenvolvimento do trabalho e a implementação do Gráfico de Controle 3-D.

1.1 Objetivo

Para direcionar o entedimento do trabalho, foram definidos os seguintes objetivos.

1.1.1 Objetivo Geral

O objetivo deste trabalho é, portanto, apresentar o Gráfico de Controle 3-D, que tem como função monitorar um processo com vários fluxos de produção, utilizando como base para a construção do Gráfico o *software* estatístico R.

1.1.2 Objetivos Específicos

1. Apresentar as situações em que são utilizados o Gráfico de Controle 3-D;
2. Desenvolver as funções do R para a aplicação do Gráfico de Controle 3-D.

1.2 Estrutura do Trabalho

O presente trabalho é dividido da seguinte forma:

- Inicia-se com uma introdução e os objetivos a cerca do presente trabalho;
- o foco do segundo capítulo é apresentar conceitos de Controle Estatístico do Processo, com uma ênfase no Gráfico de Controle de Shewhart;
- no terceiro capítulo serão apresentadas definições de processos paralelos, variabilidade transversal e longitudinal e a utilização do Gráfico de Controle 3-D nessa abordagem;
- o objetivo do quarto capítulo é a realização da aplicação do Gráfico de Controle 3-D, com o auxílio do *software* R (versão 3.0.1) com dados reais, oriundos de uma fábrica da cidade de Fortaleza-CE;
- o quinto capítulo será feita uma conclusão sobre o trabalho, dando atenção para os principais resultados obtidos e a possibilidade de futuros trabalhos a cerca do assunto abordado;
- o Apêndice constará o *script* utilizado para a obtenção dos resultados;
- o Anexo será apresentado a matriz de dados que foram utilizados no trabalho e a tabela de valores tabulados para a construção do Gráfico 3-D;
- por fim, serão apresentadas as fontes de consulta e referências utilizadas para a construção do presente trabalho.

2 CONTROLE ESTATÍSTICOS DO PROCESSO

Este capítulo terá como ponto principal uma introdução sobre Controle Estatístico do Processo, bem como apresentar um referencial teórico do Gráfico de Controle de Shewhart.

Frederick W. Taylor introduziu alguns princípios de gerenciamento científico na medida em que as indústrias de massa começaram a se desenvolver, antes de 1900 (MONTGOMERY, 2009).

Em 1931, Walter A. Shewhart criou algumas técnicas de acompanhamento e avaliação da produção e sugeriu formas de melhorar a qualidade visando uma melhor forma de se padronizar a produção com o menor volume possível de inspeção: estava surgindo o conceito conhecido, atualmente, como Controle Estatístico do Processo.

Para Garvin (1994) a partir da revolução industrial, a inspeção formal passou a ser mais intensamente utilizada com a consolidação do conceito de produção em massa, isto é, até então se trabalhava com pequenas quantidades, mas a partir do momento em que ocorreu a mecanização do processo, tornou-se inviável inspecionar a grande quantidade de produtos fabricados, o que forçou a elaboração de técnicas capazes de desempenhar um monitoramento de modo ágil e eficiente.

De acordo com Costa *et al* (2010) desde o início da Revolução Industrial, Shewhart preocupou-se em estudar a variabilidade dos processos. Shewhart entendia que por mais bem planejado que fosse o processo, ainda assim era impossível produzir peças idênticas.

O Controle Estatístico se consolidou a partir da Segunda Guerra Mundial, segundo (MONTGOMERY, 2009). A experiência dos tempos de guerra tornou claro que as técnicas estatísticas eram necessárias para controlar e melhorar a qualidade do produto. A necessidade de se produzir armas em grande escala, fizeram com que os conceitos de Controle Estatístico da Qualidade passassem a ter um enfoque maior.

Atualmente o Controle Estatístico do Processo é uma ferramenta importante, pois dentre outros aspectos atua nos seguintes pontos:

- a. Fornece a informação contínua sobre o andamento do processo;
- b. Detecção rápida das causas que causam a instabilidade do processo;
- c. Sinaliza a ação para corrigir e prevenir as causas de instabilidade que deixam o processo fora de controle;
- d. Fornece informações para a melhoria contínua do processo.

2.1 Gráfico de Controle de Shewhart

Segundo Sousa (2012) os Gráficos de Controle Estatísticos do Processo (GCEP) foram elaborados com o intuito de monitorar a variabilidade existente no processo, fornecendo

uma sinalização das potenciais causas que afetam o processo e que precisam ser corrigidas e eliminadas.

Conforme Ramos (2000) os Gráficos de Controle possuem três objetivos básicos:

- Verificar se o processo estudado é estatisticamente estável, ou seja, se não há presença de causas especiais de variação;
- Verificar se o processo estudado permanece estável, indicando quando é necessário atuar sobre o mesmo; e
- Permitir o aprimoramento do processo, mediante a redução de sua variabilidade.

Segundo Vasconcelos *et al* (2009) os gráficos mais comuns e largamente apresentados na literatura são os gráficos \bar{X} e R, este último apropriado quando $n \leq 10$. Quando $n > 10$, o gráfico para o desvio-padrão (gráfico S) deve ser aplicado para monitorar a variabilidade. No qual \bar{X} representa a média do processo, R a amplitude do processo e S o desvio-padrão.

O Gráfico de Controle de Shewhart, em geral, monitora o processo através da construção dos dois gráficos, o primeiro para a medida de localização, média, e o segundo para a variabilidade, que em geral é realizada pela amplitude. Na construção dos Gráficos, são determinadas 3 limites, o Limite Central (LC) e o Limite Inferior de Controle (LIC) e Limite Superior de Controle (LSC). Como pode-se observar de acordo com a Figura 2.1.

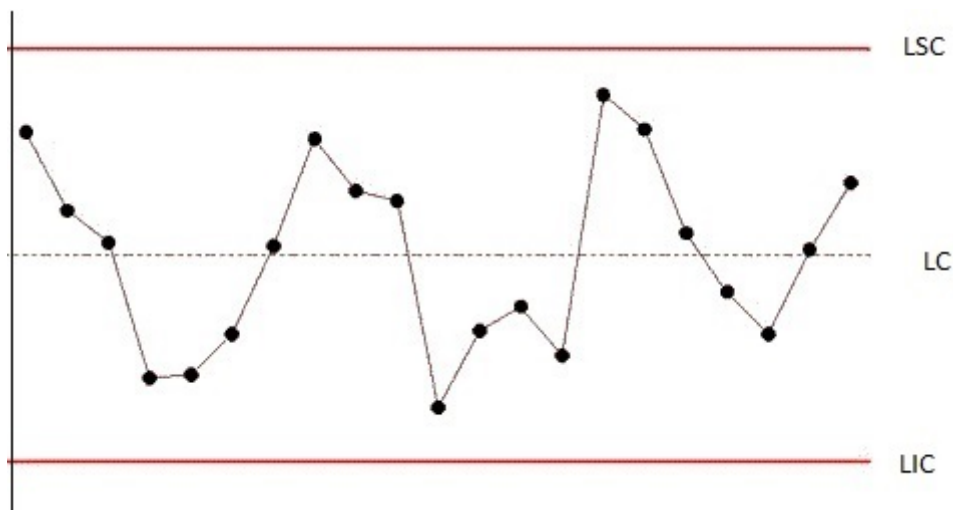


Figura 1: Exemplo de Gráfico de Controle

Se os valores de \bar{X} ou R caírem fora dos limites de controle assume-se que o processo está fora de controle, isto é, uma causa especial alterou o processo. Com isso deverão ser feitas ações que tenham o objetivo de eliminar a causa da perturbação ou alteração no processo. Caso contrário, se os valores estiverem dentro dos limites e de forma aleatória, o processo está sob controle. Os limites de Controle, tanto para \bar{X} e para R serão apresentados na seção a seguir.

A partir da Tabela 2.1, é apresentada uma disposição geral dos dados para a construção de um Gráfico de Controle de Shewhart.

Tabela 1: Matriz de dados para a construção dos Gráficos de Controle de Shewhart.

Amostra	Produto 1	Produto 2	Produto 3	...	Produto n	\bar{X}	R	S
1	X_{11}	X_{12}	X_{13}	...	X_{1n}	\bar{X}_1	R_1	S_1
2	X_{21}	X_{22}	X_{23}	...	X_{2n}	\bar{X}_2	R_2	S_2
3	X_{31}	X_{32}	X_{33}	...	X_{3n}	\bar{X}_3	R_3	S_3
4	X_{41}	X_{42}	X_{43}	...	X_{4n}	\bar{X}_4	R_4	S_4
5	X_{51}	X_{52}	X_{53}	...	X_{5n}	\bar{X}_5	R_5	RS_5
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\ddots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
k	X_{k1}	X_{k2}	X_{k3}	...	X_{kn}	\bar{X}_k	R_k	S_k

2.2 Limites de Controle

Os limites de controle para o Gráfico da Média \bar{X} são obtidos através das seguintes expressões, segundo (COSTA *et al*, 2010) :

$$LSC_{\bar{X}} = \mu_{\bar{X}} + L\sigma_{\bar{X}} \quad (2.1)$$

$$LC_{\bar{X}} = \mu_{\bar{X}} \quad (2.2)$$

$$LIC_{\bar{X}} = \mu_{\bar{X}} - L\sigma_{\bar{X}} \quad (2.3)$$

No qual,

- $\mu_{\bar{X}}$ representa a média do processo;
- L representa o fator de largura, usualmente utiliza-se $L = 3$;
- $\sigma_{\bar{X}}$ representa o desvio-padrão do processo.

Para a construção do Gráfico para a Amplitude a forma é análoga, isto é, os limites de controle baseados na amplitude são elaborados de acordo com (COSTA *et al*, 2010), da seguinte forma:

$$LSC_R = \mu_R + L\sigma_R \quad (2.4)$$

$$LC_R = \mu_R \quad (2.5)$$

$$LIC_R = \mu_R - L\sigma_R \quad (2.6)$$

No qual,

- μ_R representa a média da amplitude do processo;
- L representa o fator de largura, usualmente utiliza-se $L = 3$;

- σ_R representa o desvio-padrão da amplitude do processo.

Quando $\mu_{\bar{X}}$ desconhecido, é necessário estimar esse valor, que é dado pela seguinte forma:

$$\hat{\mu}_{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^k \bar{X}_i}{k} = \bar{\bar{X}} \quad (2.7)$$

No qual k, representa o número de amostras.

Por fim, $\sigma_{\bar{X}}$ é estimado da seguinte forma.

$$\hat{\sigma}_{\bar{X}} = \frac{\hat{\sigma}_X}{\sqrt{n}} \quad (2.8)$$

$$\hat{\sigma}_X = \frac{\bar{R}}{d_2}$$

Em que,

- d_2 é um valor tabelado de acordo com o tamanho da amostra n;
- n representa o tamanho da amostra.

Para maiores informações a cerca dos limites de controle para o Gráfico de Shewhart e para os demais Gráficos de Controle ver Montgomery (2009) e Costa *et al* (2010).

3 GRÁFICO DE CONTROLE 3-D

Este Capítulo tem como objetivo apresentar os conceitos que envolvem processos paralelos, variabilidade transversal e longitudinal, bem como conceitos a cerca do Gráfico de Controle 3-D.

3.1 Processos Paralelos

No mundo moderno, especificamente no âmbito industrial, tem-se a busca crescente pela diminuição de gastos e o aumento do lucro. Com isso, o desenvolvimento de máquinas que possuem a capacidade de produzir um mesmo produto simultaneamente vem crescendo bastante. Esta é a principal característica dos processos em paralelo, ou seja, uma única máquina produzindo dezenas de produtos ao mesmo tempo.

Segundo Ramos *et al* (2007) há diversas situações na prática onde existem vários fluxos de produtos na produção. Este é o caso, por exemplo, de máquinas com múltiplos cabeçotes, moldes de plástico ou, então, linhas de processamento de material dispostas em paralelo, ou seja, onde o mesmo produto é fabricado simultaneamente em diferentes posições.

Observa-se em Ramos *et al* (2007) que um dos princípios básicos de formação de subgrupos recomenda que não se deve misturar produtos provenientes de diferentes fontes de variação (ou fluxos), já que as amostras deixariam de ser homogêneas, incorporando diferenças sistemáticas dentro ao invés de entre amostras.

De acordo com Oliveira (2013) do ponto de vista da análise do Controle Estatístico do Processo, isso se tornou um fator complicador, visto que o estudo proposto por Shewhart, em sua origem, trata de processos com um único fluxo de produção.

A Figura 3.1 representa uma chapa metálica, em que será produzida 27 rolhas metálicas, cada batida na chapa representa uma obtenção de 27 rolhas metálicas.

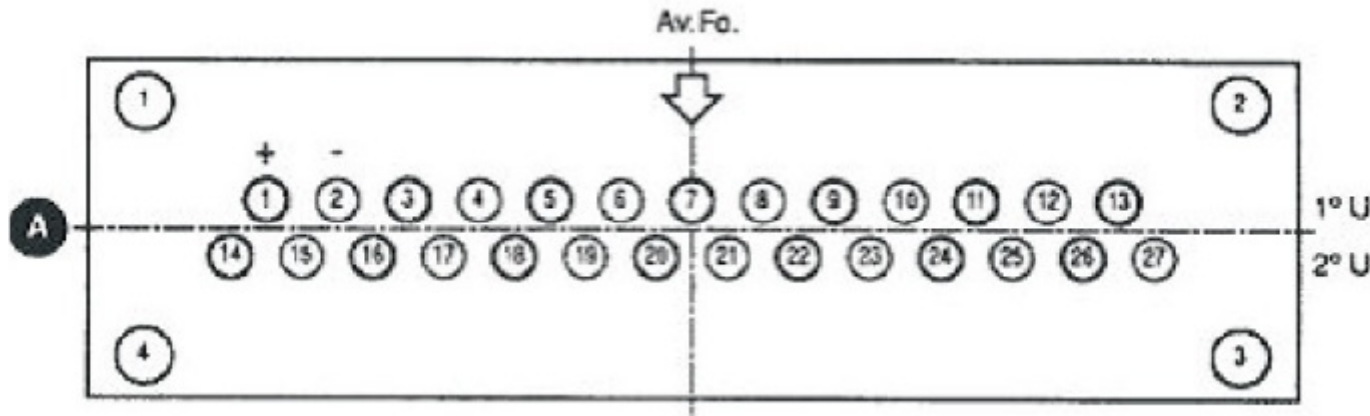


Figura 2: Exemplo de Produção de Rolhas Metálicas. Fonte: Alexandre *et al* (2006)

Portanto, para a construção de Gráficos de Controle de Shewhart, quando se tem um processo paralelo, indicado na Figura 3.1, será necessário a construção de dois Gráficos, para cada punção, um para verificar a média do processo e outro para monitorar a amplitude do processo. Seria necessário 54 Gráficos, neste exemplo. O que torna o processo difícil e burocrático.

Cada punção da Figura 3.1 é calibrada de forma independente, isto significa que o processo produtivo é independente. Um fato diferente ao que ocorre neste exemplo, é a pintura da lateral de uma geladeira, apresentada na Figura 3.2.



Figura 3: Lateral de uma geladeira.

Fonte: Alexandre *et al* (2006)

A Figura 3.2 apresenta a lateral de uma geladeira, na qual a variável que tem-se o interesse monitorada é a altura da camada de tinta. Neste caso existe dependência entre as posições (superior, meio e inferior) da lateral da geladeira.

3.2 Variabilidade Transversal e Longitudinal

Quando se estuda Gráficos de Controle existe uma preocupação, diretamente, associada a qual variabilidade se deseja monitorar (estudar). Um exemplo é o Gráfico da Média, que é determinado a partir da variabilidade natural que deve existir dentro de cada subgrupo. Em alguns tipos de processo, existe a necessidade de controlar dois tipos de variação: longitudinal e transversal.

Em certos processos contínuos, com até mesmo um fluxo de produção podem existir duas fontes de variações, conforme os objetivos dos gráficos de controle. Como exemplo, apresentado na Figura 3.2, pode-se citar a pintura da lateral de uma geladeira. A diferença entre as camadas de pintura (parte superior, centro e inferior) revela uma variabilidade transversal (dentro de cada lateral) e a variabilidade longitudinal entre as laterais, ao longo do tempo.

Segundo Vasconcelos *et al* (2009) em processos paralelos, no qual o produto é fabricado simultaneamente em diferentes fluxos de produção, a variação transversal tem origem mais evidente e pode ser mais acentuada.

3.3 Gráfico de Controle 3-D

Os Gráficos 3-D (três dimensões) são, construídos com o objetivo de se monitorar a média do processo (Gráfico \bar{X}), a variabilidade transversal (Gráfico do desvio-padrão ou da amplitude), utiliza-se o Gráfico do desvio-padrão quando $n > 10$ e a variabilidade longitudinal (Gráfico da Amplitude Móvel).

Como visto anteriormente, para processos paralelos, o modelo de Shewhart pode se tornar difícil e burocrático, devido à necessidade da construção de vários gráficos de controle, onde para cada fluxo é necessário elaborar um gráfico para monitorar a média e outro gráfico para monitorar a variabilidade, isso pode ser solucionado com a construção do Gráfico de Controle 3-D.

Segundo Vasconcelos *et al* (2009) a construção do Gráfico 3-D é, portanto, bastante simples e o princípio fundamental está na formação dos subgrupos e nas variações que se deseja controlar, seja ela longitudinal ou transversal.

A Tabela 3.1 representa a disposição dos dados para a construção de um Gráfico de Controle 3-D, entretanto alguns valores precisam ser definidos, tem-se que:

- R é a Amplitude em cada subgrupo;
- Rm é a Amplitude móvel de cada subgrupo;
- S é o desvio padrão em cada subgrupo;
- \bar{X} é a média de cada subgrupo;
- \bar{Rm} é a média das Amplitudes móveis de cada subgrupo.

$$Rm_i = |\bar{X}_i - \bar{X}_{i-1}| \quad (3.1)$$

$i=2,3,\dots,k$

$$\bar{Rm} = \sum_{i=2}^k \frac{Rm_i}{k} \quad (3.2)$$

no qual k, representa o número de subgrupos.

Tabela 2: Matriz de dados para a construção do Gráfico 3-D.

Subgrupo	Fluxo 1	Fluxo 2	Fluxo 3	...	Fluxo n	\bar{X}	R	Rm	S
1	X_{11}	X_{12}	X_{13}	...	X_{1n}	\bar{X}_1	R_1	-	R_1
2	X_{21}	X_{22}	X_{23}	...	X_{2n}	\bar{X}_2	R_2	Rm_2	R_2
3	X_{31}	X_{32}	X_{33}	...	X_{3n}	\bar{X}_3	R_3	Rm_3	R_3
4	X_{41}	X_{42}	X_{43}	...	X_{4n}	\bar{X}_4	R_4	Rm_4	R_4
5	X_{51}	X_{52}	X_{53}	...	X_{5n}	\bar{X}_5	R_5	Rm_5	R_5
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
k	X_{k1}	X_{k2}	X_{k3}	...	X_{kn}	\bar{X}_k	R_k	Rm_k	S_k

Para a construção do Gráfico 3-D é necessária a seleção de uma amostra, subgrupo, de tamanho n a cada intervalo de tempo h , e para cada amostra medir a característica de interesse (no caso do processo paralelo representado pela Tabela 3.1, cada fluxo representa um produto). O número total de subgrupos é igual a k . Em seguida determina-se as médias, amplitudes ou desvio-padrão, conforme o gráfico a ser elaborado e amplitudes móveis de cada amostra e, por fim, calcula-se os limites de controle, que serão apresentados a seguir.

Os limites de controle para o Gráfico 3-D são os seguintes:

- Para Rm (Quando se deseja monitorar a variabilidade longitudinal)

$$LSC_{Rm} = \mu_{Rm} + L\sigma_{Rm} \quad (3.3)$$

$$LC_{Rm} = \mu_{Rm} \quad (3.4)$$

$$LIC_{Rm} = \mu_{Rm} - L\sigma_{Rm} \quad (3.5)$$

Sob o ponto de vista prático, tem-se o seguinte resultado:

$$LSC_{Rm} = D_4\bar{Rm} \quad (3.6)$$

$$LC_{Rm} = \bar{Rm} \quad (3.7)$$

$$LIC_{Rm} = D_3\bar{Rm} \quad (3.8)$$

No qual D_3 e D_4 são valores tabelados de acordo com o tamanho da amostra n .

- Para \bar{X}

O Gráfico de \bar{X} tem como base o valor de Rm .

$$LSC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} + \frac{3\bar{Rm}}{d_2} \quad (3.9)$$

$$LC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} \quad (3.10)$$

$$LIC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} - \frac{3\bar{Rm}}{d_2} \quad (3.11)$$

No qual d_2 é um valor tabelado de acordo com o tamanho da amostra n .

Os Gráficos para R ou S são utilizados para monitorar a variabilidade dentro dos subgrupos (variabilidade transversal), o gráfico de S (desvio-padrão) é utilizado quando $n > 10$.

- Para R

$$LSC_R = D_4 \bar{R} \quad (3.12)$$

$$LC_R = \bar{R} \quad (3.13)$$

$$LIC_R = D_3 \bar{R} \quad (3.14)$$

- Para S

$$LSC_S = B_4 \bar{S} \quad (3.15)$$

$$LC_S = \bar{S} \quad (3.16)$$

$$LIC_S = B_3 \bar{S} \quad (3.17)$$

Os valores D_3, D_4, B_3, B_4 e c_4 são valores tabelados, ver Tabela em Anexo, de acordo com o tamanho da amostra n , entretanto, quando tem-se $n > 25$ os valores são dados pelas seguintes fórmulas de acordo com Montgomery (2009):

$$c_4 \simeq \frac{4(n-1)}{4n-3} \quad (3.18)$$

$$B_3 = 1 - \frac{3}{c_4 \sqrt{2(n-1)}} \quad (3.19)$$

$$B_4 = 1 + \frac{3}{c_4 \sqrt{2(n-1)}} \quad (3.20)$$

4 APLICAÇÃO DO R

Neste capítulo serão apresentados a descrição dos dados analisados e os resultados, que foram obtidos a partir do *software* R, assim como cada código utilizado para a obtenção dos Gráficos e das estatísticas. Os Gráficos e funções foram geradas a partir do próprio *software*, não foi necessária a instalação de nenhum pacote ou programa.

4.1 Descrição dos dados

De acordo com Vasconcelo *et al* a fabricação de rolhas metálicas por uma indústria manufatureira do estado do Ceará, localizada na cidade de Fortaleza tem por princípio o seguinte esquema: Em cada batida de uma máquina sobre uma chapa metálica, são produzidas rolhas originadas de diferentes punções. Na qual cada punção é calibrada de forma independente e existe o interesse de se investigar tanto a variabilidade entre punções, dentro de cada batida (variabilidade transversal), como a variabilidade entre as batidas (variabilidade longitudinal).

A característica da qualidade que se deseja monitorar no presente trabalho é altura da rolha e a unidade de medida é apresentada em milímetros. Segundo Alexandre *et al* (2009) os limites de especificação das rolhas é de 5,85 mm e a altura máxima é de 6,15 mm. O problema caso o produto final fique fora dos limites de especificação é um não encaixe adequado na garrafa.

Para cada punção é feita uma calibração individual e a cada duas horas é retirada uma amostra. É desejável produzir a rolha com altura de 6,00 mm, entretanto durante o processo de fabricação podem ocorrer alterações, causas especiais, na calibração de forma independente entre as punções. A representação de uma rolha metálica é apresentada na Figura 4.1.



Figura 4: Exemplo de rolha metálica.

Fonte: Oliveira (2012)

4.2 Análise dos Resultados

Os resultados obtidos a partir do *software* R, foram divididos em duas partes, a primeira, um resumo dos dados, uma análise descritiva da matriz de dados. Em um segundo momento a construção do Gráfico de Controle 3-D para o monitoramento do processo. Os códigos utilizados serão apresentados juntamente com os resultados.

4.2.1 Estatística Descritiva

Uma análise descritiva dos dados foi realizada para obter um resumo dos valores, como é observada na Tabela 4.1 e foi construído um gráfico de box-plot para observar como se comportou cada amostra ou subgrupo, representado pela Figura 4.2.

TABELA RESUMO DOS DADOS

```
## Estatística Descritiva ##
media1=round(rowMeans(dados),3) # Média em cada amostra
media=mean(media1) # Média das médias da amostra

#####
amplitude=numeric(0)
for(k in 1:(length(media1)-1))
{
amplitude[k]=abs(media1[k]-media1[k+1]) # Amplitude das médias
}
amplitude

#####
desvio=numeric(0)
for(k in 1:20)
{
desvio[k]=sd(dados[k,]) # Desvio padrão das amostras
}
desvio

## CV ##
cv=desvio/media1

A=as.matrix(cbind(media1,ampl,desvio,cv))
require(xtable)
xtable(A,digits=4)
```

Tabela 3: Tabela de resumo dos dados.

Amostra	Média	Amplitude Móvel	Desvio-padrão	Coefficiente de variação
1	6,0280	-	0,0155	0,0026
2	6,0210	0,0070	0,0135	0,0022
3	6,0070	0,0140	0,0111	0,0018
4	6,0160	0,0090	0,0134	0,0022
5	6,0160	0,0000	0,0142	0,0024
6	6,0190	0,0030	0,0140	0,0023
7	6,0220	0,0030	0,0127	0,0021
8	6,0290	0,0070	0,0117	0,0019
9	6,0210	0,0080	0,0123	0,0020
10	6,0070	0,0140	0,0116	0,0019
11	6,0140	0,0070	0,0137	0,0023
12	6,0210	0,0070	0,0130	0,0022
13	6,0170	0,0040	0,0127	0,0021
14	5,9960	0,0210	0,0131	0,0022
15	6,0230	0,0270	0,0113	0,0019
16	6,0050	0,0180	0,0137	0,0023
17	5,9980	0,0070	0,0167	0,0028
18	6,0140	0,0160	0,0150	0,0025
19	6,0370	0,0230	0,0159	0,0026
20	6,0140	0,0230	0,0169	0,0028

Com base na Tabela 4.1, é possível perceber que os tamanhos das rolhas metálicas estão próximos do valor de 6mm, que é o valor de interesse. Com uma variabilidade relativamente baixa, de acordo com o coeficiente de variação.

GRÁFICO DE BOX-PLOT

```
#Boxplot de cada amostra  
boxplot(dados,xlab="Amostra",ylab="Tamanho da rolha")
```

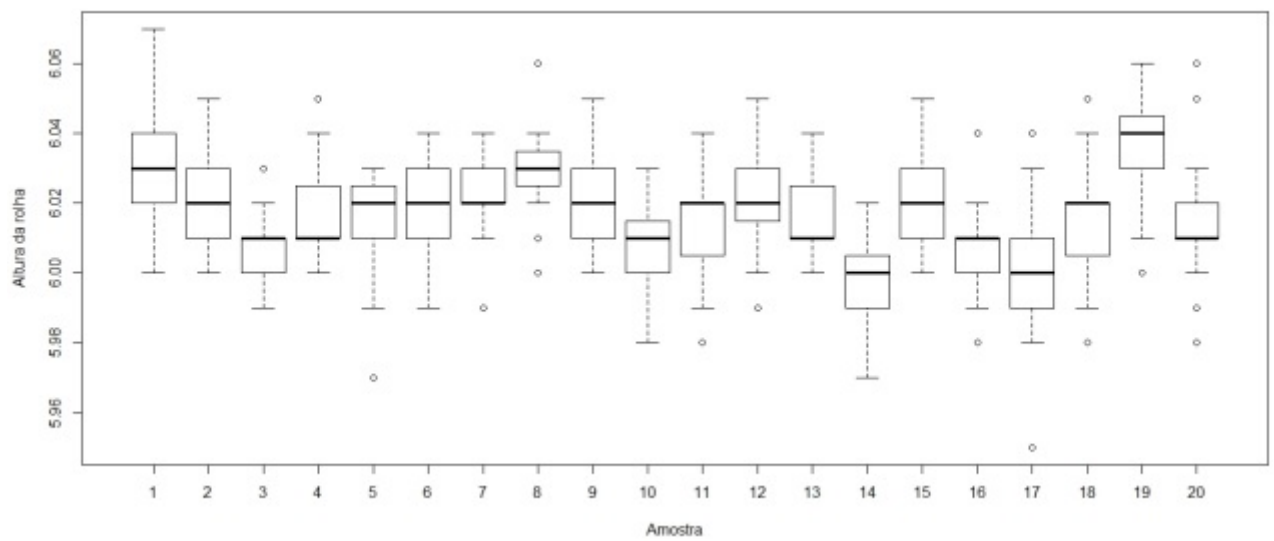


Figura 5: Box plot dos dados

De acordo com a Figura 4.2, o boxplot em cada fluxo, é indicado como está se comportando os dados dentro de cada fluxo. Como observado na Tabela 4.1 a variabilidade é pequena, isso é confirmado ao observar o Gráfico.

4.2.2 Gráfico de Controle

LIMITES DE CONSTROLE

Para o cálculo dos limites de controle foram utilizadas as fórmulas discutidas na seção 3.3. Que são os limites de controle para a média, amplitude móvel e desvio-padrão.

```
## Gráfico para a média ##
```

```
LSC=media+(3*amp)
```

```
LC=media
```

```
LIC=media-(3*amp)
```

```
## Gráfico para a amplitude ##
```

```
LSC1=amp*D4
```

```
LC1=amp
```

```
LIC1=amp*D3
```

```
## Gráfico para o desvio padrão ##
```

```
LSC2=desviop*B4
```

```
LC2=desviop
```

```
LIC2=desviop*B3
```

Tabela 4: Tabela dos Limites de Controle.

Gráfico	Limite Inferior	Limite Central	Limite Superior
Média	5,9860	6,0160	6,0470
Amplitude	0,0000	0,0110	0,0370
Desvio-padrão	0,0070	0,0140	0,0200

A seguir serão apresentados os três Gráficos de Controle 3-D para a amplitude móvel, média e desvio padrão, respectivamente e suas interpretações. Assim como, o código do R, que gerou os gráficos.

GRÁFICO 3-D PARA A AMPLITUDE MÓVEL

```
plot(amplitude,xlab="Amostra",ylab="Amplitude",type="o",ylim=c(0,0.038))
abline(h=LIC1,col="red")
abline(h=LC1,col="green")
abline(h=LSC1,col="blue")
```

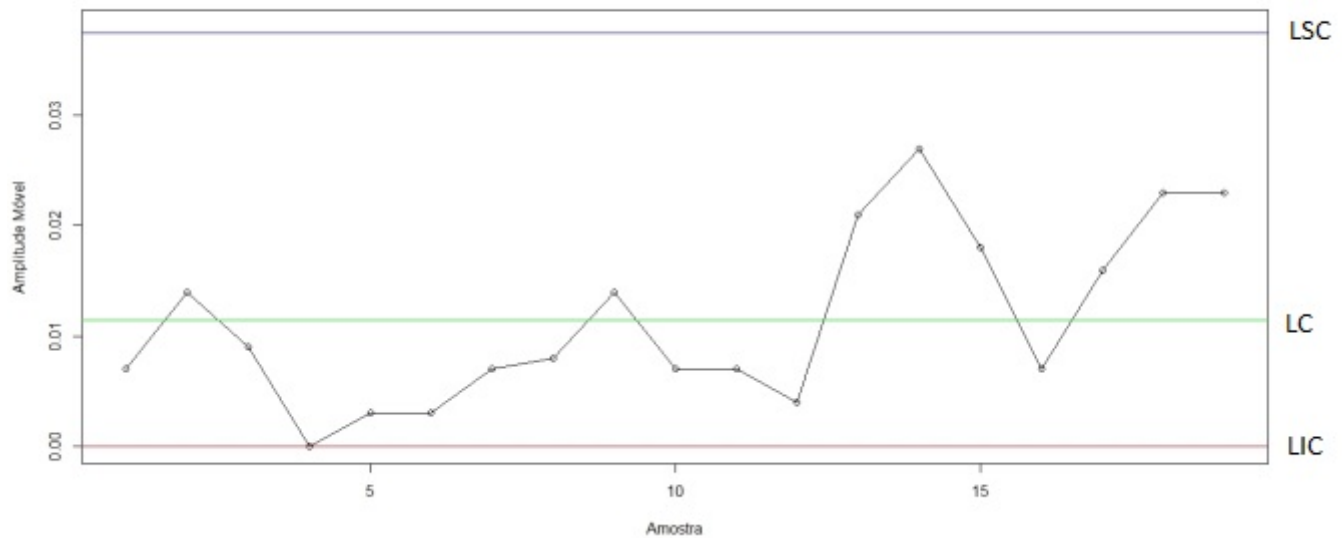


Figura 6: Gráfico de Controle 3-D para a amplitude móvel.

A variabilidade longitudinal, monitorada de acordo com a Figura 4.3, é utilizada como medida de dispersão ao longo do processo. Seus limites de controle são obtidos a partir das fórmulas 3.1, 3.2 e 3.3. Os pontos encontram-se dentro dos limites de controle, o que indica que o processo está sob controle. Isto é, é a diferença em cada batelada ao longo do processo. Por exemplo: diferenças entre turnos de trabalho, batida e dias da semana.

GRÁFICO 3-D PARA A MÉDIA

```
plot(media1,xlab="Amostra",ylab="Média",type="o",ylim=c(5.98,6.05))
abline(h=LIC,col="red")
abline(h=LC,col="green")
abline(h=LSC,col="blue")
```

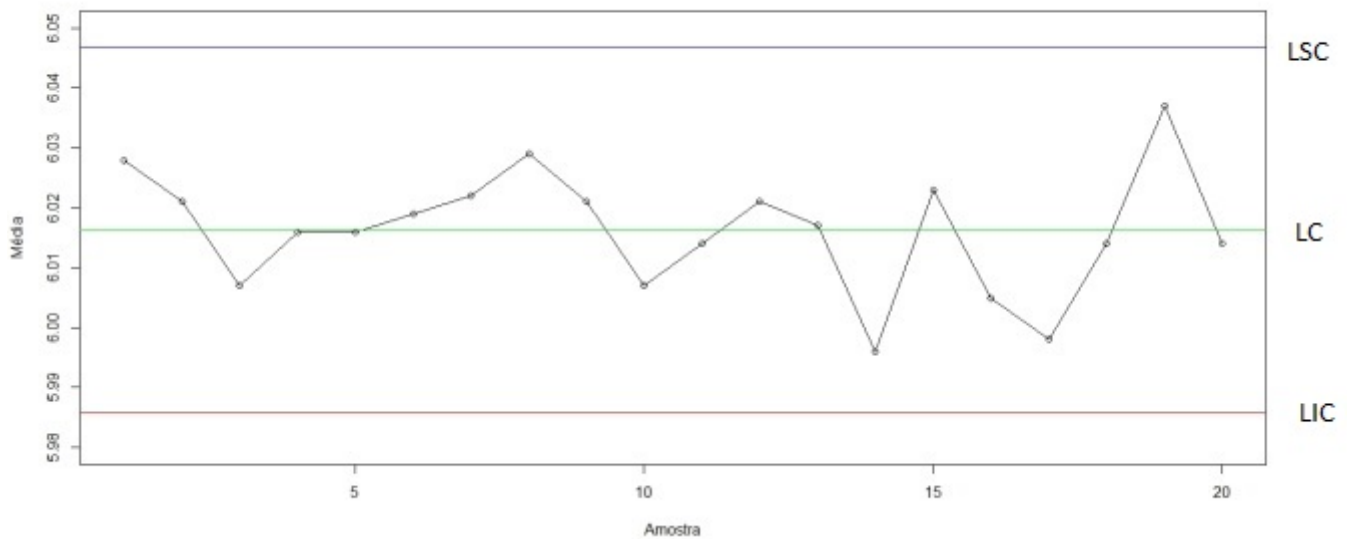


Figura 7: Gráfico de Controle 3-D para a Média.

A Figura 4.4 apresenta o Gráfico 3-D para a média, cujos limites de controle são determinados de acordo com as fórmulas 3.4, 3.5 e 3.6 e como discutido na seção anterior, dependem do valor de \bar{R}_m . Observa-se que as médias de cada amostra estão dentro dos limites de controle e são aleatórios, ou seja, é possível afirmar que o processo está sob controle.

GRÁFICO 3-D PARA O DESVIO PADRÃO

```
plot(desvio,xlab="Amostra",ylab="Desvio Padrão",type="o",ylim=c(0.005,0.021))
abline(h=LIC2,col="red")
abline(h=LC2,col="green")
abline(h=LSC2,col="blue")
```

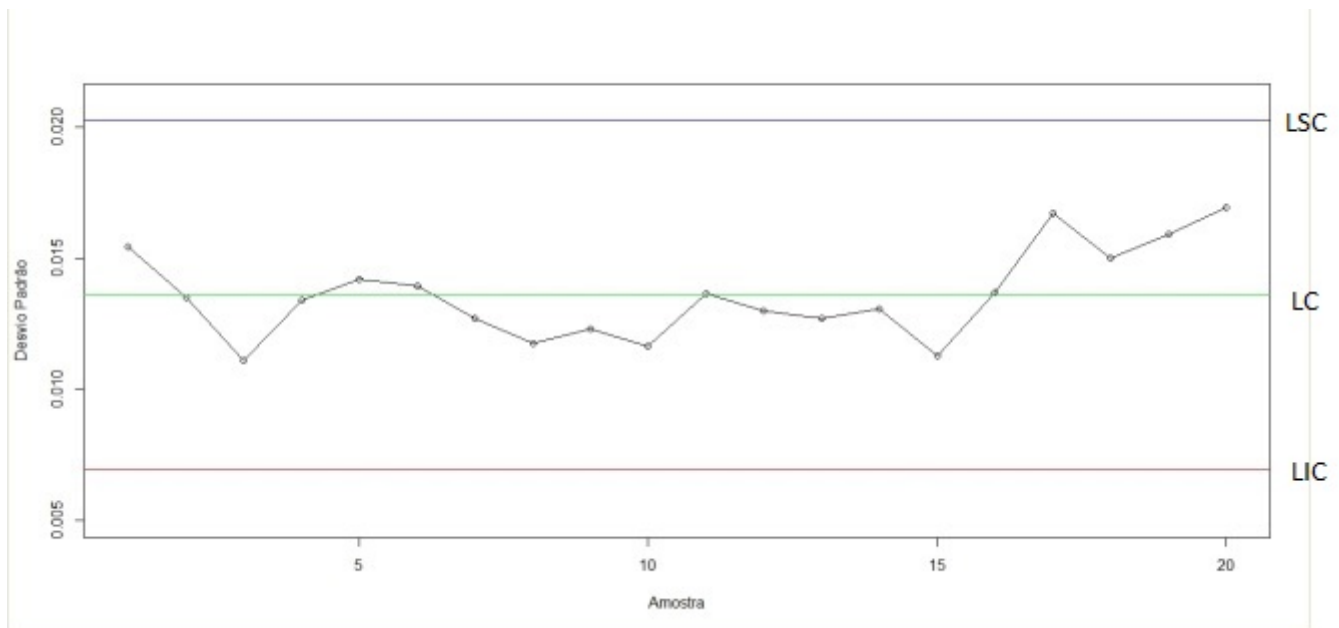


Figura 8: Gráfico de Controle 3-D para o desvio-padrão.

A variabilidade transversal (dentro de cada batida) é monitorada por meio da Figura 4.5, que representa o Gráfico 3-D para o desvio padrão, com os limites de controle dados pelas fórmulas 3.10, 3.11 e 3.12. O Gráfico 3-D para o desvio-padrão tem interpretação semelhante aos os dois anteriores e os pontos continuam dentro dos limites de especificação, com isso, o processo está sob controle.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AKAIKE, H. **A new look at the statistical model identification**, Automatic Control, IEEE Transactions on. v. 19, p. 716-723, 1974.
- ALENCAR, A. P. **Estabelecimento *in vitro* de clones de acerola**.2010.
- BUSSAB, W.O.; MORETIN, P.A. **Estatística Básica**. 5.ed. São Paulo: Editora Saraiva, 2002.
- BRESLOW, N.E.; CLAYTON,D.G. **Approximate inference in generalized linear mixed models**. Journal of the American Statical Association, v.88, n.421, p.9-25, 1993.
- COLOSIMO, E.A.; CUNHA, W. J. **Intervalos de confiança bootstrap para modelos de regressão com erros de medida**. Revista de Matemática e Estatística, São Paulo, v.21, n.2, 2003.p.25-41,.
- CORDEIRO, G.M.; DEMÉTRIO, C.G.B. **Modelos Lineares Generalizados**. Santa Maria: 12^o e 52^a Reunião da RBras, 2007. 165p.
- COSTA, S.C. **Modelos lineares generalizados**. Campinas: UNICAMP, IMECC, 2007. 286p.
- COX, D.R.; HINKLEY, D.V. **Theoretical Statistics**. 3.ed. Cambridge: Chapman and Hall, 1986.
- DEMÉTRIO, C.G.B. **Modelos Lineares Generalizados em Experimentação Agrônômica**. ESALQ/USP,Piracicaba, 2002. 113p.
- FILHO, J.A.C. **Nota Metodológica sobre Modelos Lineares Mistos**. DE/UFPR, Curitiba, 2003. 32p.
- HOFFMANN, R. **Análise de Regressão: Uma Introdução à Econometria**. 4.ed. São Paulo: Editora Hucitec, 2006.
- JORGENSEN, B., **Exponential dispersion models (with discussion)**, Journal of the Royal Statistical Society B, v. 49, p. 127-162, 1987.
- LIANG, K. Y., ZENGER, S. L. **Longitudinal data analysis using generalized linear models**. Biokmetrika, v.73, n.1, p.13-22, 1986.
- LITTELL, R. C., G. A. Milliken, W. W. Stroup, R. D. Wolfinger. 1996. **SAS System for Mixed Models**. p. 31-63. SAS Inst. Inc., Cary, NC.
- McCULLAGH, P.; NELDER, J.A. **Generalized Linear Models**. 2.ed. London: Chapman & Hall/CRC, 1989.
- McCULLOCH, C.E.; SEARLE, S.R. **Generalized Linear and Mixed Models**. Wiley, New Yorl, 2000.
- MONTGOMERY, D.C. **Design and analysis of experiments**. 5.ed. New York: John Wiley & Sons, 2001.
- MONTGOMERY, D.C; RUNGER, G.C. **Estatística aplicada e probabilidade para engenheiros**. 4.ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 2009.

- MYERS, R.H. **Response Surface Methodology**. Boston: Allyn and Bacon, 1971.
- MYERS, R.H.; MONTGOMERY, D.C; VINING, G.G.; ROBINSON, T.J. **Generalized Linear Models: with applications in engineering and the sciences**. 2.ed. New Jersey: John Wiley & Sons, 2010.
- NELDER, J. A., WEDDERBURN, R. W. M. **Generalized linear models**. Journal of Royal Statistical Society, Series A, v.135, p.370-84, 1972.
- NOBRE, J. S. ; PINHO, L. G. B. ; FREITAS, S. M. . **Generalized Linear Mixed Modes in Actuary with Diagnostic Procedures**. In: XII Escola de Modelos de Regressão, 2011, Fortaleza. Caderno de Programas e Resumos da XII Escola de Modelos de Regressão. São Paulo: ABE, 2011. v. 1.
- NOBRE, J. S. . **Métodos de Diagnóstico para Modelos Lineares Mistos**. São Paulo: USP, 2004.
- SANTOS, E. B. **Um estudo dos Métodos de Superfície de Resposta para modelar dados de contagem sob o enfoque dos Modelos Lineares Generalizados**. 2012.
- SCHALL, R. **Estimation in generalized linear models with random effects**. Biometrika, v.78, p.719-727, 1991.
- SCHWARZ, G. **Estimating the dimensional of a model**. Annals of Statistics, Hayward, v.6, n.2, p.461-464, Mar. 1978.
- SEARLE, S.R. **Matrix Algebra Useful for Statistics**. New Jersey: John Wiley & Sons, 2006.
- Superfície de Resposta. Disponível em: <http://www.portalaction.com.br/content/5-metodo-da-superficie-de-resposta> .Acesso em: 14 dez. 2013.

APÊNDICE A - PROGRAMAÇÃO NO R

A análise do conjunto de dados foram feitas no *software* R, e os códigos utilizados foram os seguintes:

```
## Lendo o banco de dados ##
dados=read.table("dados.csv",head=F,sep=";",dec=",")
## Renomear o nome da coluna ##
(colnames(dados)=c(1:27))

## Estatística Descritiva ##
medial=round(rowMeans(dados),3) # Média em cada amostra
media=mean(medial) # Média das médias da amostra

#Boxplot de cada amostra
boxplot(dados,xlab="Amostra",ylab="Tamanho da rolha")

minimo=numeric(0)
for(k in 1:27)
{
minimo[k]=min(dados[k,]) # Valor mínimo em cada amostra
}
round(minimo,3)

maximo=numeric(0)
for(k in 1:27)
{
maximo[k]=max(dados[k,]) # Valor máximo em cada amostra
}
round(maximo,3)

amplitude=numeric(0)
for(k in 1:(length(medial)-1))
{
amplitude[k]=abs(medial[k]-medial[k+1]) # Amplitude das médias
}
amplitude

amp=mean(amplitude) # Média das amplitudes médias

#####
```

```

desvio=numeric(0)
for(k in 1:20)
{
desvio[k]=sd(dados[k,]) # Desvio padrão das amostras
}
vari=round(desvio,3)^2

desviop=mean(desvio) # Média dos desvios

## Construção dos Gráficos 3-D ##

## Gráfico para a média ##
LSC=media+(3*amp)
LC=media
LIC=media-(3*amp)

plot(media1,xlab="Amostra",ylab="Média",type="o",ylim=c(5.98,6.05))
abline(h=LSC,col="blue")
abline(h=LIC,col="red")
abline(h=LC,col="green")

## Gráfico para a amplitude ##
LSC1=amp*D4
LC1=amp
LIC1=amp*D3

plot(amplitude,xlab="Amostra",ylab="Amplitude",type="o",ylim=c(0,0.038))
abline(h=LSC1,col="blue")
abline(h=LIC1,col="red")
abline(h=LC1,col="green")

## Gráfico para o desvio padrão ##
LSC2=desviop*B4
LC2=desviop
LIC2=desviop*B3

plot(desvio,xlab="Amostra",ylab="Desvio Padrão",type="o",ylim=c(0.005,0.021))
abline(h=LSC2,col="blue")
abline(h=LIC2,col="red")
abline(h=LC2,col="green")

```

```
## Tabela para utilizar no texto ##  
M=round(c(LIC,LC,LSC),3)  
A=round(c(LIC1,LC1,LSC1),3)  
S=round(c(LIC2,LC2,LSC2),3)  
T=rbind(M,A,S)  
xtable(T, digits=4)
```

```
## Tabela para utilizar no texto ##  
ampl=c(0,amplitude)  
A=as.matrix(cbind(media1,ampl,vari))  
xtable(A,digits=4)
```

ANEXOS

Tabela 5: Altura das rolhas metálicas

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	6,02	6,03	6,01	6,03	6,05	6,05	6,02	6,02	6,00	6,01	6,03	6,02	6,02	6,03
2	6,02	6,02	6,00	6,02	6,04	6,02	6,01	6,01	6,03	6,02	6,04	6,01	6,00	6,03
3	6,01	6,00	5,99	6,00	6,02	6,01	6,00	6,00	6,01	5,99	6,01	5,99	5,99	6,02
4	6,00	6,01	6,00	6,01	6,02	6,03	6,02	6,01	6,04	6,00	6,02	6,00	6,01	6,01
5	6,02	6,02	6,00	6,01	6,03	6,02	6,02	6,02	6,03	5,97	6,02	6,00	6,01	6,03
6	6,01	6,02	6,00	6,02	6,03	6,03	6,02	6,01	6,02	5,99	6,02	6,00	6,01	6,03
7	6,02	6,02	6,01	6,02	6,03	6,03	6,02	6,01	6,03	5,99	6,03	6,02	6,01	6,03
8	6,02	6,03	6,01	6,03	6,03	6,03	6,04	6,03	6,04	6,00	6,03	6,01	6,02	6,03
9	6,01	6,02	6,01	6,03	6,04	6,03	6,03	6,02	6,03	6,00	6,02	6,00	6,01	6,03
10	6,01	6,00	6,00	6,01	6,02	6,02	6,01	5,99	6,01	5,98	6,02	5,99	6,00	6,01
11	6,02	6,01	6,01	6,02	6,03	6,02	6,03	6,01	6,02	5,98	6,02	5,99	6,01	6,01
12	6,02	6,02	6,00	6,01	6,03	6,03	6,03	6,02	6,03	6,00	6,02	6,01	6,02	6,03
13	6,01	6,01	6,00	6,01	6,03	6,04	6,02	6,01	6,03	6,00	6,02	6,00	6,00	6,03
14	6,00	5,99	5,98	6,00	6,02	6,01	6,00	5,98	6,00	5,97	6,00	5,99	5,99	5,99
15	6,01	6,02	6,02	6,03	6,03	6,03	6,03	6,00	6,03	6,01	6,01	6,02	6,01	6,02
16	6,00	6,00	5,98	6,01	6,01	6,02	6,00	6,00	6,01	5,98	6,01	6,00	5,99	6,01
17	5,99	5,99	6,00	5,99	5,99	6,00	6,01	5,98	6,01	6,01	5,99	5,99	5,95	6,00
18	6,00	6,01	6,04	6,01	6,01	6,02	6,02	5,99	6,02	6,02	6,02	6,00	5,98	6,02
19	6,03	6,03	6,06	6,04	6,03	6,04	6,05	6,02	6,04	6,05	6,03	6,01	6,00	6,04
20	6,01	6,01	6,01	6,01	6,02	6,02	6,01	6,02	6,01	5,99	6,03	6,00	5,98	6,03

Cont.

Continuação

Tabela 6: Altura das rolhas metálicas

	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
1	6,03	6,04	6,04	6,04	6,03	6,04	6,03	6,00	6,07	6,04	6,02	6,02	6,02
2	6,02	6,03	6,02	6,03	6,03	6,04	6,04	6,05	6,01	6,02	6,00	6,01	6,01
3	6,01	6,02	6,01	6,02	6,01	6,02	6,01	6,00	6,03	6,01	5,99	6,00	6,01
4	6,01	6,03	6,01	6,03	6,02	6,03	6,03	6,00	6,05	6,01	6,00	6,01	6,01
5	6,02	6,03	6,02	6,03	6,02	6,03	6,03	5,99	6,00	6,02	6,01	6,02	6,01
6	6,03	6,03	6,02	6,03	6,03	6,04	6,02	5,99	6,04	6,04	6,01	6,01	6,01
7	6,02	6,04	6,02	6,03	6,03	6,03	6,03	5,99	6,04	6,04	6,01	6,02	6,02
8	6,04	6,03	6,03	6,04	6,03	6,04	6,04	6,02	6,06	6,03	6,02	6,03	6,03
9	6,02	6,04	6,02	6,03	6,02	6,03	6,03	6,01	6,05	6,02	6,01	6,01	6,01
10	6,01	6,02	6,01	6,01	6,01	6,02	6,02	5,99	6,03	6,01	6,00	6,00	6,00
11	6,02	6,02	6,03	6,00	6,02	6,03	6,02	6,00	6,04	6,02	6,00	6,00	6,00
12	6,03	6,03	6,03	6,02	6,02	6,03	6,03	5,99	6,05	6,03	6,01	6,02	6,00
13	6,02	6,01	6,01	6,02	6,02	6,04	6,03	6,01	6,04	6,02	6,00	6,01	6,01
14	6,00	6,01	5,98	6,01	6,00	6,01	6,00	5,98	6,02	6,01	5,98	5,99	5,99
15	6,03	6,02	6,03	6,03	6,03	6,04	6,03	6,01	6,05	6,03	6,02	6,01	6,01
16	6,01	6,02	6,02	6,01	5,98	6,02	6,01	5,99	6,04	6,01	6,00	6,01	6,00
17	6,01	6,00	5,99	5,99	6,01	6,00	5,99	5,99	6,04	6,03	6,00	6,01	5,98
18	6,02	6,02	6,01	6,01	6,02	6,00	6,01	6,02	6,04	6,05	6,00	6,02	6,00
19	6,04	6,04	6,04	6,04	6,05	6,00	6,04	6,05	6,06	6,06	6,04	6,04	6,02
20	6,02	6,02	6,01	6,01	6,01	6,02	6,01	6,05	6,03	6,06	6,00	5,99	6,00

Tabela 7: Valores para o cálculo dos limites de controle.

B_3	B_4	D_3	D_4
0	3,267	0	3,267
0	2,568	0	2,575
0	2,266	0	2,282
0	2,089	0	2,115
0,030	1,970	0	2,004
0,118	1,882	0,076	1,924
0,185	1,815	0,136	1,864
0,239	1,761	0,184	1,816
0,284	1,716	0,223	1,777
0,321	1,679	0,256	1,744
0,354	1,646	0,283	1,717
0,382	1,618	0,307	1,693
0,406	1,594	0,328	1,672
0,428	1,572	0,347	1,653
0,448	1,552	0,363	1,637
0,466	1,534	0,378	1,622
0,482	1,518	0,391	1,608
0,497	1,503	0,403	1,597
0,510	1,490	0,415	1,585
0,523	1,477	0,425	1,575
0,534	1,466	0,434	1,566
0,545	1,455	0,443	1,557
0,555	1,445	0,451	1,548
0,565	1,435	0,459	1,541

Fonte: Montgomery (2009)