



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ**  
**CENTRO DE TECNOLOGIA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA HIDRÁULICA E AMBIENTAL**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

**JESSYCA COSTA BARROS**

**APLICAÇÃO DA TEORIA FUZZY NO MODELO DE STREETER-PHELPS PARA  
O CÁLCULO DO RISCO DE CONTAMINAÇÃO DAS ÁGUAS DE RIOS, EM  
FUNÇÃO DA TEMPERATURA**

**FORTALEZA**  
**2016**

**JESSYCA COSTA BARROS**

**APLICAÇÃO DA TEORIA FUZZY NO MODELO DE STREETER-PHELPS PARA  
O CÁLCULO DO RISCO DE CONTAMINAÇÃO DAS ÁGUAS DE RIOS, EM  
FUNÇÃO DA TEMPERATURA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil do Departamento de Engenharia Hidráulica e Ambiental da Universidade Federal do Ceará, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil. Área de concentração: Saneamento Ambiental.

Orientador: Prof. Dr. Raimundo Oliveira de Souza

**FORTALEZA  
2016**

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação  
Universidade Federal do Ceará  
Biblioteca Universitária  
Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

---

B278a Barros, Jessyca Costa.  
Aplicação da teoria fuzzy no modelo de Streeter-Phelps para o cálculo do risco de contaminação das águas de rios, em função da temperatura / Jessyca Costa Barros. 2016.  
78 f. : il. color.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil: Saneamento Ambiental, Fortaleza, 2016.  
Orientação: Prof. Dr. Raimundo Oliveira de Souza.

1. Teoria fuzzy. 2. Streeter-Phelps. 3. Modelagem. I. Título.

CDD 628

---

**JESSYCA COSTA BARROS**

**APLICAÇÃO DA TEORIA FUZZY NO MODELO DE STREETER-PHELPS PARA  
O CÁLCULO DO RISCO DE CONTAMINAÇÃO DAS ÁGUAS DE RIOS, EM  
FUNÇÃO DA TEMPERATURA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil do Departamento de Engenharia Hidráulica e Ambiental da Universidade Federal do Ceará, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil. Área de concentração: Saneamento Ambiental.

Aprovada em: 22/07/2016.

**BANCA EXAMINADORA**

---

Prof. Dr. Raimundo Oliveira de Souza (Orientador)

Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Prof. Dr<sup>a</sup>. Marisete Dantas de Aquino

Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Prof. Dr. José Maria Brabo Alves

Universidade Estadual do Ceará (UECE)

A Deus, a minha família e aos meus educadores.

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus, por me permitir escrever a tão sonhada história na minha vida acadêmica e por me guiar em todos os momentos da vida.

Aos meus pais, José de Almeida Barros e Ana Paula Costa Barros, por serem o alicerce da minha vida.

Ao meu orientador, Prof.Dr. Raimundo Oliveira de Souza por sua excelente orientação, disponibilidade, ensinamentos, dedicação, indispensáveis na concretização deste trabalho.

À Universidade Federal do Ceará, em especial ao Departamento de Engenharia Hidráulica e Ambiental, pelo apoio ao desenvolvimento desta pesquisa.

Aos professores Dr<sup>a</sup>. Marisete Dantas de Aquino e ao Dr. José Maria Brabo Alves pela disposição em participar da banca examinadora, sinto-me honrada e grata.

Aos meus queridos familiares Maria Ribeiro, Maria de Nazaré, Eneida que me deram todo apoio nesta caminhada de estudos.

As minhas queridas amigas, em especial Andressa Silva, Herivanda Almeida e Raquel Jucá por suas demonstrações de amizade e companheirismo.

A todos os funcionários do Departamento de Engenharia Hidráulica e Ambiental.

Por fim, a todos aqueles que de alguma forma contribuíram para a realização deste trabalho, deixo os meus votos de agradecimento.

## RESUMO

Este trabalho desenvolveu uma metodologia, com base na aplicação da Teoria Fuzzy no modelo de Streeter-Phelps, para estudar o Risco Fuzzy de contaminação das águas de rios. Para isso, as equações diferenciais do modelo de Streeter-Phelps são transformadas em equações diferenciais “fuzzys”, de modo que o campo de concentrações representado pelo modelo matemático se transforma em campos de funções de pertinências. O modelo desenvolvido foi aplicado em cenários pré-estabelecidos, nos quais foram variados os valores de temperatura, do coeficiente de aeração ( $K_a$ ) e da concentração da DBO no efluente, com objetivo de verificar a eficácia do modelo computacional e a influência dos parâmetros do modelo na mecânica de rios, além de, possibilitar a avaliação do risco e da confiabilidade de contaminação das águas. Ao analisar os resultados foi possível constatar que para maiores valores de  $K_a$  menor o risco de o sistema falhar, em relação a variável de controle OD. Para variável de controle DBO, o risco de o sistema falhar é menor para temperaturas mais elevadas e menores concentrações de DBO efluente. Esta pesquisa mostrou que a Teoria Fuzzy pode se tornar uma alternativa segura no auxílio do controle de poluição dos rios em geral, fornecendo, assim, fundamentos para a Gestão dos Recursos Hídricos.

**Palavras-chaves:** Modelagem de qualidade de água. Modelo de Streeter-Phelps. Teoria Fuzzy.

## **ABSTRACT**

This work developed a methodology, based on the application of Fuzzy Theory in the Streeter-Phelps model to study the Fuzzy risk of contamination of river water. For this, the differential equations of the Streeter-Phelps differential equations are transformed into "Fuzzys", so that the field concentrations, represented by the mathematical model, become a membership functions fields. The model was applied to predetermined settings, such that the temperature values, the aeration coefficient ( $K_a$ ) and BOD concentration in the effluent were varied, in order to verify the effectiveness of the computational model and the influence of the model parameters in the mechanics of rivers, and, to calculate the risk assessment and the reliability of contamination in the body of water. When analyzing the results it was found that for larger  $K_a$  values, the risk of the system fails is small, for OD control variable. For BOD control variable, the risk of system failure is lower for higher temperatures and lower concentrations of BOD effluent. This research showed that Fuzzy Theory can become a safe alternative in aid of the pollution control of rivers in general, thus providing grounds for Water Resources Management.

**Keywords:** Modeling of water quality. Model Streeter-Phelps. Fuzzy Theory.



## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>09</b>
<b>1.1</b>	<b>Aspectos gerais.....</b>	<b>09</b>
<b>2</b>	<b>OBJETIVOS.....</b>	<b>10</b>
<b>2.1</b>	<b>Objetivo geral.....</b>	<b>10</b>
<b>2.2</b>	<b>Objetivo específico.....</b>	<b>10</b>
<b>3</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....</b>	<b>11</b>
<b>3.1</b>	<b>Generalidades.....</b>	<b>11</b>
<b>3.2</b>	<b>Qualidade da água.....</b>	<b>12</b>
<b>3.3</b>	<b>Modelagem da qualidade da água.....</b>	<b>14</b>
<b>3.4</b>	<b>Parâmetros de qualidade da água.....</b>	<b>16</b>
<b>3.5</b>	<b>Teoria do transporte de massa.....</b>	<b>17</b>
<b>3.6</b>	<b>Princípio da conservação das massas.....</b>	<b>19</b>
<b>3.7</b>	<b>Lei de Fick.....</b>	<b>22</b>
<b>3.7.1</b>	<b><i>Equação da difusão turbulenta.....</i></b>	<b><i>25</i></b>
<b>3.8</b>	<b>Aplicação para o transporte de poluente.....</b>	<b>26</b>
<b>3.8.1</b>	<b><i>Equação da difusão advectiva.....</i></b>	<b><i>27</i></b>
<b>3.9</b>	<b>Modelo de Streeter-Phelps.....</b>	<b>28</b>
<b>3.9.1</b>	<b><i>Cinética da Desoxigenação.....</i></b>	<b><i>30</i></b>
<b>3.9.1.1</b>	<b><i>O coeficiente de remoção global da DBO no rio.....</i></b>	<b><i>32</i></b>
<b>3.9.2</b>	<b><i>Cinética da reaeração.....</i></b>	<b><i>33</i></b>
<b>3.9.3</b>	<b><i>Equações de mistura de esgoto – rio.....</i></b>	<b><i>34</i></b>
<b>3.9.4</b>	<b><i>Perfil do oxigênio dissolvido em função do tempo.....</i></b>	<b><i>35</i></b>
<b>3.9.5</b>	<b><i>Tempo crítico.....</i></b>	<b><i>37</i></b>
<b>3.9.6</b>	<b><i>Déficit crítico e concentração crítica de oxigênio.....</i></b>	<b><i>37</i></b>
<b>3.10</b>	<b>Teoria Fuzzy.....</b>	<b>38</b>
<b>3.10.1</b>	<b><i>Princípio da extensão.....</i></b>	<b><i>40</i></b>
<b>3.10.2</b>	<b><i>Operação com números difusos.....</i></b>	<b><i>41</i></b>
<b>3.11</b>	<b>Análise do risco Fuzzy.....</b>	<b>43</b>
<b>4</b>	<b>METODOLOGIA.....</b>	<b>44</b>
<b>4.1</b>	<b>Formulação do modelo de Streeter-Phelps para poluição pontual.....</b>	<b>45</b>
<b>4.1.1</b>	<b><i>Demanda bioquímica de oxigênio (DBO).....</i></b>	<b><i>45</i></b>
<b>4.1.2</b>	<b><i>Déficit de oxigênio dissolvido.....</i></b>	<b><i>46</i></b>

4.1.3	<i>Concentração de oxigênio dissolvido (OD)</i> .....	47
4.2	<b>Solução do modelo de Streeter-Phelps para fonte de poluição pontual</b> .....	47
4.2.1	<i>Demanda bioquímica de oxigênio (DBO)</i> .....	47
4.2.2	<i>Déficit de oxigênio dissolvido</i> .....	48
4.2.3	<i>Oxigênio dissolvido (OD)</i> .....	48
4.2.4	<i>Fuzificação do modelo de Streeter-Phelps para fonte de poluição pontual</i> .....	48
4.2.5	<i>Composição das funções de pertinência</i> .....	49
4.3	<b>Cálculo do risco</b> .....	50
4.4	<b>Programa computacional</b> .....	51
4.5	<b>Dados do programa</b> .....	54
4.6	<b>Definir cenários</b> .....	55
4.6.1	<i>Cenário 1</i> .....	55
4.6.2	<i>Cenário 2</i> .....	56
4.6.3	<i>Cenário 3</i> .....	57
4.6.4	<i>Cenário 4</i> .....	57
4.6.5	<i>Cenário 5</i> .....	57
4.6.6	<i>Cenário 6</i> .....	58
5	<b>RESULTADOS E DISCUSSÃO</b> .....	58
5.1	<b>Cenário 1</b> .....	59
5.2	<b>Cenário 2</b> .....	65
5.3	<b>Cenário 3</b> .....	66
5.4	<b>Cenário 4</b> .....	68
5.5	<b>Cenário 5</b> .....	70
5.6	<b>Cenário 6</b> .....	72
6	<b>CONCLUSÕES E SUGESTÕES</b> .....	73
	<b>REFERÊNCIAS</b> .....	75

# 1. INTRODUÇÃO

## 1.1. Aspectos Gerais

A água é um bem de domínio público e um recurso natural limitado, dotado de valor econômico (LEI DAS ÁGUAS, 1997). Este recurso natural é necessário, direto ou indiretamente, em todas as funções realizadas pelos seres vivos, dessa forma sendo indispensável para a existência da vida. As características desse recurso natural proporcionam múltiplos usos em atividades praticadas pelo homem, entre eles destacam-se: abastecimento humano e industrial, irrigação agrícola, lazer, navegação, diluição e transporte de resíduos líquidos, dentre outros.

A disponibilidade de água em quantidade e qualidade adequadas para as diversas finalidades humanas é um fator determinante para o desenvolvimento de uma comunidade. Atender a essa crescente demanda por água, atualmente, é um grande desafio, uma vez que, a escassez é cada vez mais presente devido à ação do homem sobre o meio, poluição dos mananciais, e também devido às condições climáticas naturais impostas pelo ambiente (ALMEIDA *et al*, 2011).

A qualidade da água esta diretamente relacionada com as condições naturais do meio ambiente e o do uso e ocupação do solo na bacia hidrográfica (MOTA, 2012). Uma das ferramentas de gestão dos recursos hídricos é a modelagem da qualidade de água, a qual consiste na representação de um processo físico, químico ou biológico, através de um conjunto de equações, muitas vezes diferenciais, capaz de descrever adequadamente tais processos (ANDRADE, 2007).

Esta pesquisa pretende desenvolver estudos, com base na Equação de Streeter Phelps, na sua forma fuzzy, para verificar o comportamento do risco e da confiabilidade em rios. A análise do risco de contaminação das águas e da confiabilidade do sistema será realizada em rios naturais que recebem o lançamento de efluentes. A Teoria Fuzzy visa facilitar o método de análise desse processo, utilizando um banco de dados com significativo grau de incerteza.

Para que isso seja possível, é necessário que seja elaborado um modelo matemático fuzzy que possibilite a análise do risco. O modelo será formulado a partir das equações de Streeter-Phelps. As variáveis de controle modeladas são a carga de DBO, a concentração de OD, e o déficit de OD.

Com o modelo fuzzy definido, a solução das variáveis de controle deverá ser dada na forma de função de pertinência, em que se tem um intervalo fechado, com limites inferiores e superiores conhecidos, porém, com informações de distribuição desconhecidas. Para encontrar a solução do modelo, é necessário contar com o suporte computacional, já que, para obter a solução analítica, demanda-se tempo e esforço braçal. Na solução final, os gráficos de risco de contaminação e confiabilidade do sistema serão gerados pelo modelo.

## **2. OBJETIVOS**

### **2.1. Objetivo Geral**

Desenvolver um modelo matemático com base nas equações de Streeter-Phelps, utilizando a Teoria dos números Fuzzy, para analisar o risco de contaminação das águas de rios, em função da temperatura.

### **2.2. Objetivo Específico**

- Formular um modelo matemático que combina as equações de Streeter-Phelps e a teoria fuzzy, onde seus principais parâmetros sejam definidos na forma de funções de pertinência;
- Estabelecer as equações das variáveis de controle do sistema na sua forma Fuzzy ou em forma de funções de pertinência;
- Estabelecer as relações entre o risco e a confiabilidade, a partir do modelo matemático desenvolvido;
- Verificar o comportamento das funções risco e confiabilidade, em função de parâmetros como temperatura, coeficiente de reaeração e concentração de DBO efluente;
- Desenvolver um programa computacional capaz de encontrar as respostas do modelo matemático proposto;
- Aplicar o modelo em cenários pré-estabelecidos de maneira que seja possível verificar a influência dos parâmetros do modelo na mecânica de rios.

### **3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

#### **3.1. Generalidades**

O crescimento populacional aliado com o desenvolvimento social e econômico acarreta um aumento da poluição dos corpos hídricos. Esta poluição é proveniente de várias fontes, dentre as quais destacam-se os efluentes domésticos, os efluentes industriais e o deflúvio superficial agrícola, portanto associada ao tipo de uso e ocupação do solo (FARIA, 2008).

A Lei 6938, de 31 de agosto de 1981(DOU, 1981), que dispõe sobre a Política Nacional de Meio Ambiente, define poluição como a degradação da qualidade resultante de atividades que direta ou indiretamente:

- a) Prejudiquem a saúde, a segurança e o bem estar da população;
- b) Criem condições adversas às atividades sociais e econômicas;
- c) Afetem desfavoravelmente a biota;
- d) Afetem as condições estéticas ou sanitárias do meio ambiente;
- e) Lancem matérias ou energia em desacordo com os padrões ambientais estabelecidos.

Em relação à poluição das águas, existem duas formas em que as fontes de poluentes atingem o corpo hídrico. A primeira é a poluição pontual, em que os poluentes atingem o corpo d'água de forma concentrada no espaço. Um exemplo bem característico é o lançamento de esgoto em um rio. A segunda é a poluição difusa, em que os poluentes adentram o corpo hídrico distribuídos ao longo de sua extensão. Como exemplo tem-se a drenagem pluvial (VON SPERLING, 2005).

Os rios quando utilizados como receptores de efluentes domésticos e industriais recebem uma quantidade "X" de carga de matéria orgânica, a qual resulta, indiretamente, no consumo de oxigênio dissolvido. Isso ocorre por que nos processos de estabilização da matéria orgânica o oxigênio disponível no meio líquido é utilizado pelas bactérias decompositoras para a sua respiração. O decréscimo de oxigênio dissolvido resulta em diversas implicações do ponto de vista ambiental, constituindo-se, em um dos principais problemas de poluição dos corpos hídricos receptores (TRESSEDER, 2008; VON SPERLING, 2005).

Nem sempre a carga orgânica é totalmente assimilada pelo rio, ou seja, essa carga pode ultrapassar o limite do potencial de autodepuração do corpo receptor. Além dos riscos eminentes à saúde humana, essa poluição dos cursos hídricos pode provocar a perda da biodiversidade, com a mortalidade das comunidades bentônicas, como também alterar a qualidade da água, a qual muitas vezes é utilizada para abastecimento público após tratamento adequado (TRESEDER, 2008). Para evitar que os rios utilizados como receptores de efluentes sejam poluídos é importante o gerenciamento da qualidade da água desses corpos receptores.

### **3.2. Qualidade da água**

A qualidade da água é função das condições naturais e do uso e ocupação do solo na bacia hidrográfica. Em outras palavras é resultante de fenômenos naturais e da atuação do homem. (VON SPERLING, 2007).

A partir da evolução de técnicas de detecção e medidas de poluentes, foram estabelecidos padrões de qualidade para a água, isto é, a máxima concentração de elementos ou composto que poderiam estar presentes na água, de modo a ser compatível com a sua utilização. Em outras palavras, para cada tipo de uso da água são definidos os padrões de qualidade, os quais são valores limites máximos de um rol de parâmetros e substâncias, ou outros indicadores representativos da qualidade da água (BENEDITI e BIDONE, 2001; CONAMA 357/05).

Segundo Von Sperling (2005), os diversos componentes presentes na água, os quais alteram o seu grau de pureza, podem ser retratados em termos das suas características físicas, químicas e biológicas. Essas características podem ser traduzidas em forma de parâmetros de qualidade da água.

- Parâmetros físicos: cor, turbidez, sabor, odor e temperatura.
- Parâmetros químicos: pH, alcalinidade, acidez, dureza, ferro, manganês, cloretos, nitrogênio, fósforo, oxigênio dissolvido, matéria orgânica, micropoluentes orgânicos, micropoluentes inorgânicos entre outros.
- Parâmetros biológicos: organismos indicadores de contaminação fecal e algas.

Segundo Mota (2008), os órgãos públicos podem estabelecer critérios ou condições a serem atendidos pelos mananciais, em função dos usos que os mesmos se

destinam. Nesses casos, é realizada a classificação das águas em classes, nas quais são definidos os usos a que se destinam e adotados os critérios ou condições a serem seguidos.

No Brasil a classificação dos corpos de águas superficiais foi estabelecida pela Resolução nº 357, de 17 de março de 2005, do Conselho Nacional do Meio Ambiente (CONAMA), o qual dividiu em treze classes, onde cinco são de águas doces, quatro de água salinas e cinco de águas salobras. Para cada uma das classes a Resolução CONAMA 357/05 estabelece condições e padrões a serem observados, os quais se encontram especificados na referida Resolução.

Segundo a Agência Nacional de Águas - ANA (2015), para as águas doces a classe especial deve ter sua condição natural, não sendo aceito o lançamento de efluentes, mesmo que tratados. Para as demais classes, são admitidos níveis crescentes de poluição, sendo a classe 1 com os menores níveis e a classe 4 com maiores níveis de poluição (Figura 1).

**Figura 1** - Classes de enquadramento e respectivos usos e qualidade da água.



Fonte: ANA (2015).

A Lei 9.433/1997 institui a Política Nacional de Recursos Hídricos, a qual possui como objetivos, no art.2º da referida lei: assegurar à atual e às futuras gerações a necessária disponibilidade de água, em padrões de qualidade adequados aos respectivos usos; a utilização racional e integrada dos recursos hídricos, incluindo o transporte aquaviário, com vistas ao desenvolvimento sustentável e por fim a prevenção e a defesa contra eventos hidrológicos críticos de origem natural ou decorrentes do uso inadequado dos recursos naturais.

Os instrumentos da PNRH são os meios através dos quais serão atingidos os objetivos desta política. Os instrumentos da PNRH, previstos no art. 5º da Lei 9.433/97 são: os planos de recursos hídricos; o enquadramento dos corpos de água em classes, segundo os

usos preponderantes da água; a outorga e a cobrança pelo uso da água; e o Sistema Nacional de Informações sobre Recursos Hídricos.

Segundo Larentis (2004), a implementação da Política Nacional dos Recursos Hídricos (PNRH) necessita de ferramentas para que se possa verificar se seus objetivos estão sendo alcançados, a que custo isto pode ocorrer e quais são as medidas mais adequadas a serem tomadas. Uma dessas ferramentas é a modelagem matemática.

### **3.3. Modelagem da qualidade da água**

A qualidade da água de rios é bastante alterada pela ação antrópica, por tanto a realização do controle ambiental se tornou necessária para determinar os efeitos dessa ação humana sobre as características química, física e biológica do meio natural (FLECK *et al*, 2013).

No entanto, sabemos que o tratamento de esgotos através de técnicas onerosas é impraticável, dessa forma, buscou-se desenvolver metodologias que atendessem as necessidades econômicas e ambientais (CHAPRA, 1997).

Desta forma, ficou estabelecido que o tratamento de esgoto teria como resultado final um efluente que propiciasse um nível aceitável de qualidade da água no corpo receptor (rios e lagos). Contudo, para determinar o nível de tratamento adequado para os esgotos é necessário prever a variação na qualidade da água em função de uma carga lançada no rio, ou seja, é necessário estabelecer uma relação entre a carga  $W$  e a concentração resultante  $C$  no corpo receptor (CHAPRA, 1997). A partir desta necessidade, iniciaram-se as pesquisas e o desenvolvimento de modelos matemáticos de predição da qualidade da água.

A modelagem possui a capacidade de realizar previsões para diferentes cenários, em um intervalo de tempo bastante curto e com baixo custo, isso é uma vantagem sobre os métodos empíricos, e métodos de campos (ANDRADE, 2007). Segundo Fleck *et al* (2013), os modelos matemáticos de qualidade da água merecem destaque por possibilitarem a geração de cenários futuros e identificarem fontes poluidoras.

Ao se aplicar um modelo matemático de qualidade da água, a partir de dados de entrada de um reservatório, é possível estabelecer o comportamento das concentrações modeladas. Outra vantagem dos modelos é a capacidade de simular diferentes situações de lançamentos, por exemplo, e apresentar a evolução da concentração para um futuro próximo, caso o cenário seja mantido. Com isso, torna-se muito mais viável qualquer tipo de controle



de lançamentos de poluentes, por isso a modelagem da qualidade da água é uma ótima ferramenta para auxiliar nos processos de gestão da qualidade das águas (ANDRADE, 2007).

O modelo matemático de qualidade da água pioneiro e mais expressivo é o modelo de Streeter-Phelps, criado no ano de 1925 nos Estados Unidos, a partir de um estudo realizado no Rio Ohio, receptor de grande quantidade de efluente industrial nos Estados Unidos. Após o desenvolvimento desse modelo, vários outros modelos com características melhoradas foram criados, como por exemplo: QUAL2E, CE-QUAL-W2, MIKE11, WASP e QUAL-UFMG. É possível encontrar na literatura vários estudos referentes à aplicação da modelagem matemática como ferramenta base para a determinação da qualidade da água de rios, lagos e reservatórios. Na literatura existem inúmeros modelos matemáticos de qualidade da água em rios. A utilização adequada dos modelos é decorrente da escolha mais apropriada para cada situação, com objetivo de auxiliar na pesquisa e no processo de gestão dos recursos hídricos (OPPA, 2007; FLECK, 2014).

O principal objetivo da aplicação de um determinado modelo de qualidade da água é modelar os parâmetros envolvidos para determinar a concentração máxima permitida de lançamento de matéria orgânica, de modo a não ultrapassar o limite do potencial de autodepuração do corpo receptor (COX, 2003).

Sales (2014), desenvolveu um modelo matemático, no qual aplicou às equações completas de Streeter-Phelps e utilizou a Teoria dos números *Fuzzy*, a fim de analisar o risco de contaminação de um curso d'água. Sales verificou que os processos de sedimentação, fotossíntese e respiração, para os dados médios encontrados em literatura, tem pequena influência no comportamento das curvas de concentração de OD e curvas de risco, enquanto que o processo de nitrificação tem forte influência.

A metodologia desenvolvida por Santos (2008), também utilizou a aplicação da teoria *fuzzy* em modelos de transporte de poluentes, para estudar o risco *fuzzy* de contaminação, na concessão de outorga de lançamentos de efluentes em rios. Os resultados obtidos por Santos mostraram que a teoria *fuzzy* pode se tornar uma alternativa segura no auxílio do controle de poluição dos rios em geral, fornecendo, assim, fundamentos para a gestão dos recursos hídricos.

Fleck (2014), propôs a geração de um modelo matemático de qualidade de água que possibilitasse simular o processo de autodepuração aeróbia da matéria orgânica de um corpo hídrico. O modelo proposto descreveu satisfatoriamente o processo de autodepuração

natural em cursos hídricos, dentro dos limites de temperatura e velocidade de fluxo que foi gerado.

Faria (2008) estudou o processo de autodepuração do Ribeirão Anicuns, a partir da modelagem matemática. O modelo desenvolvido foi baseado nas análises de demanda bioquímica de oxigênio (DBO) e oxigênio dissolvido (OD). Foram realizadas análises com objetivo de conhecer a curva de depleção de Oxigênio no curso d'água, identificando as partes mais críticas de OD, além de analisar também a extensão necessária para que o mesmo atinja novamente a estabilidade. Os resultados das análises permitiram perceber os efeitos nocivos que ocorrem no Ribeirão devido aos despejos de efluentes sem tratamento, e à intensa urbanização da área os quais promovem conseqüências nocivas a saúde pública e na qualidade do manancial.

Dentre os métodos utilizados para o controle de poluição hídrica a modelagem matemática, sendo uma ferramenta de simulação, possibilita a geração de cenários futuros. A modelagem se torna uma alternativa segura no auxílio do controle de poluição dos rios em geral, fornecendo, assim, fundamentos para a gestão dos recursos hídricos (FLECK, 2014).

### **3.4. Parâmetros de qualidade da Água**

Para Mendes (2014), os objetivos do monitoramento determinam os parâmetros a serem observados na análise de qualidade da água. Neste trabalho os parâmetros de qualidade da água modelados são o oxigênio dissolvido e a demanda bioquímica de oxigênio. A temperatura foi utilizada nas simulações para observar o efeito de sua variação nos parâmetros de OD e DBO.

- Demanda bioquímica de oxigênio (DBO5)

A Demanda Bioquímica de Oxigênio (DBO5) é um dos principais parâmetros para avaliação da qualidade da água. É definida como a quantidade de oxigênio necessária para oxidar a matéria orgânica biodegradável sob condições aeróbicas, ou seja, avalia a quantidade de oxigênio dissolvido (em mg/L de O<sub>2</sub>) que será consumido pelos organismos aeróbios ao degradarem a matéria orgânica em um período de cinco dias e a temperatura de 20°C (MACEDO, 2002).

Segundo Cavallini *et al* (2011), considera-se que o acréscimo da matéria orgânica em corpos hídricos tem como maior impacto o aumento no consumo do oxigênio dissolvido pelas bactérias decompositoras. Isso ocasiona o aumento no valor da DBO5.

- Oxigênio dissolvido (OD)

O oxigênio dissolvido (OD) é essencial para os organismos aeróbios. Quando um corpo de água está completamente despoluído seus níveis estarão bem próximos da saturação. Porém, quando ocorre a introdução de efluente *in natura* os níveis de matéria orgânica tenderão a aumentar. Essa ação irá ocasionar dois impactos. Primeiramente a matéria orgânica sólida deixará a água turva impedindo a passagem da luz solar, dessa forma ocasionando morte de parte das plantas aquáticas. Além do aumento de organismos heterotróficos que realizarão a decomposição da matéria orgânica. Populações de organismos decompositores crescerão e consumirão o oxigênio dissolvido disponível, fazendo com que os níveis de OD caiam, podendo até causar a morte de alguns peixes ou caso o oxigênio seja totalmente consumido, têm-se as condições anaeróbias, com possível geração de odores (SABÓIA, 2011; CAVALLINI *et al*, 2011).

- Temperatura

A temperatura é a medida da intensidade de calor. É um parâmetro importante, pois influencia as seguintes propriedades da água: densidade, viscosidade, oxigênio dissolvido, com reflexo sobre a vida aquática (MOTA, 2012).

Segundo Cardoso e Portilho (2009), a temperatura e a umidade do ar são função da variabilidade pluviométrica que ocorre na cidade. Nos meses mais chuvosos a temperatura diminui e a umidade relativa aumenta e, inversamente, nos meses menos chuvosos a temperatura aumenta e a umidade relativa do ar diminui.

Nas reações químicas, um aumento de temperatura agita as moléculas mais intensamente, aumentando a frequência dos choques entre as moléculas reagentes, dessa forma aumentando a velocidade das reações (PROENC, 2015).

### **3.5. Teoria do Transporte de Massa**

Para compreender a aplicação dos modelos matemáticos, é necessário conhecer como acontece o transporte de poluentes em rios, esse é um dos campos que oferecem ferramentas de suporte para atividades de gestão da qualidade de água, uma vez que é possível serem estabelecidas normas e padrões para garantir água de boa qualidade (SALES, 2014).

Os processos de transporte de massa que fundamentam a teoria do transporte de poluentes são baseados na teoria da conservação das massas combinada com a Lei de Fick (FISCHER, 1979).

Através desta combinação é possível fazer uma análise do comportamento de uma massa poluente em um campo de escoamento mono, bi ou tridimensional, além de avaliar os três processos pertinentes ao movimento da massa poluente no corpo hídrico, os quais são: difusão, advecção e conversão.

O fenômeno da transferência de massa pode ser entendido como o transporte de um componente de uma região de alta concentração para outra de baixa concentração (ARAÚJO, 2015). Ao simular o escoamento de poluentes em ambientes reais tem-se como objetivo determinar os níveis de concentração do poluente em cada ponto e em cada instante.

Definição dos processos pertinentes ao movimento da massa poluente no corpo hídrico (CHAPRA, 1997 e VON SEPERLING, 2007):

- Difusão é o movimento de massa causado devido ao movimento aleatório do líquido. Neste transporte ocorre o espalhamento e diluição do constituinte ao longo do tempo, com o um desprezível movimento do seu centro de massa. Em uma escala microscópica, a difusão é molecular resulta do movimento browniano aleatório de moléculas de água. Em uma escala maior, o movimento aleatório também ocorre, quando causado pela difusão turbulenta. Ambos os processos têm uma tendência à minimizar as diferenças na concentração, ou seja, a massa poluente se move das regiões com concentrações elevadas para regiões de baixa concentração.

- Advecção é resultante do movimento unidirecional do fluido, o qual não altera as características das substâncias sendo transportada, ou seja, é o processo que movimenta a matéria de uma posição no espaço para outra. No caso de rios, a advecção move o constituinte de montante para jusante, como resultado do movimento do próprio líquido.

- Conversão é o decaimento causado pelos fatores físicos, químicos e biológicos dos processos. Segundo Von Sperling (2007), a taxa de reação “r” é o termo usado para descrever o desaparecimento ou formação de um composto ou espécie química.

$$r = K.C^n \tag{1}$$

Onde:

$r$  = taxa da reação ( $M \cdot L^{-3}T^{-1}$ )

$K$  = constante da reação ( $T^{-1}$ )

$C$  = concentração do reagente ( $M \cdot L^{-3}$ )

$n$  = ordem da reação

Embora haja um número infinito de caminhos para caracterizar as reações de decaimento, as mais empregadas para águas naturais são as reações de ordem 0 (zero), de primeira ordem e de segunda, respectivamente,  $n = 0, 1$  e  $2$  (CHAPRA, 1997).

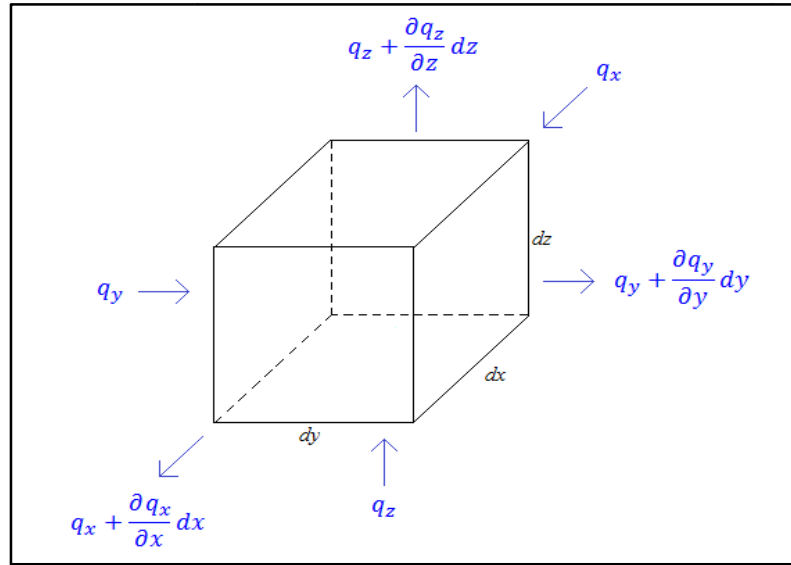
Para as reações de ordem zero a taxa de reação é independente da concentração do reagente, ou seja, ela é a mesma para qualquer concentração do reagente. Já nas reações de primeira ordem a taxa de reação é diretamente proporcional à concentração do reagente e para as reações de segunda ordem a taxa da reação é proporcional ao quadrado da concentração do reagente (VON SPERLING, 2007).

### 3.6. Princípio da Conservação das Massas

O princípio da conservação das massas em um escoamento pode ser compreendido considerando um volume de controle genérico através do qual o fluido se movimenta. Este movimento é referenciado a um sistema tri-ortogonal  $(i, j, k)$  sendo suas grandezas definidas segundo as coordenadas  $(x, y, z)$  (ARAÚJO, 2015).

Pelo Princípio da Conservação das Massas, o fluxo total de massa que passa através da superfície de controle equivale à variação de massa no interior do volume de controle. A figura 2 mostra um esquema do fluxo de massas passando através de uma superfície de controle. Seja um volume de controle  $dV$  com dimensões  $x, y$  e  $z$

**Figura 2** - Esquema do balanço de massa em um volume de controle.



Fonte: ARAÚJO, 2015.

Para compreender o balanço de massa é necessário o conhecimento da definição de fluxo de massa.

Fluxo de massa é passagem de uma quantidade de massa, na unidade de tempo, através de uma superfície de controle. Fluxo de massa por unidade de área é expresso matematicamente da seguinte forma:

$$q = u.C \quad (2)$$

Onde:

$q$  = fluxo de massa por unidade de área (M/T.L<sup>2</sup>)

$u$  = velocidade (L/T)

$C$  = concentração (M/L<sup>3</sup>)

Para desenvolver a equação diferencial de balanço de massa é necessário aplicar o princípio de conservação no volume de controle (Figura 2). Assim, tem-se:

$$-q_x dydz + \left( q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx \right) dydz - q_y dx dz + \left( q_y + \frac{\partial q_y}{\partial y} dy \right) dx dz - q_z dx dy + \left( q_z + \frac{\partial q_z}{\partial z} dz \right) dx dy = -\frac{\partial C}{\partial t} dx dy dz$$

Simplificando a equação acima,

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} = 0 \quad (3)$$

ou

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{q} = 0 \quad (4)$$

Onde:

$q_x$  = fluxo de massa por unidade de área para o eixo x ( $M / T.L^2$ )

$q_y$  = fluxo de massa por unidade de área para o eixo y ( $M / T.L^2$ )

$q_z$  = fluxo de massa por unidade de área para o eixo z ( $M / T.L^2$ )

Esta é a equação do transporte de massa para substâncias conservativas. Porém, quando o sistema possuir velocidades constantes, as componentes da velocidade  $u$ ,  $v$  e  $w$  nas dimensões x, y e z, respectivamente, sairão da derivada, como mostrado abaixo:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} + w \frac{\partial C}{\partial z} = 0 \quad (5)$$

Caso seja necessário aplicar essa equação para um sistema permanente, ou seja, aquele em que as concentrações não variam no tempo.

$$\frac{\partial C}{\partial t} = 0 \quad (6)$$

Então:

$$u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} + w \frac{\partial C}{\partial z} = 0 \quad (7)$$

Dessa forma, fica claro como obter a equação de transporte de massa para substâncias não conservativas, para um sistema permanente e uniforme, tem-se:

$$u \frac{dC_x}{dx} + K.C = 0 \quad (8)$$

ou

$$u \frac{dC_x}{dx} = -K.C \quad (9)$$

Onde:

$K$  = coeficiente de decaimento do poluente ( $T^{-1}$ );

Essa é uma equação diferencial de primeira ordem, ou seja, a taxa de reação é diretamente proporcional à concentração do reagente.

Voltando para a equação (4), como esta pesquisa se aplica em rios, com uma velocidade dominante na direção longitudinal, ou seja, aplicada em sistema unidimensional, as velocidades transversais e verticais serão desprezadas. A equação de transporte de massa para substâncias conservativas em sistema unidimensional possui esta forma:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = 0 \quad (10)$$

### 3.7. Lei de Fick

O físico Adolf Eugen Fick foi o primeiro cientista a explorar matematicamente a relação entre trocas gasosas e fluxo sanguíneo pulmonar e por introduzir a lei que rege os fenômenos de difusão, a lei de difusão dos líquidos ou Lei de Fick de Difusão, no ano de 1855 (PALEOLOGUE, 2015). Em suas pesquisas, Fick observou que havia uma analogia entre o fluxo de massa e o de calor.

A lei que rege o processo de transmissão de calor foi determinada experimentalmente pelo matemático francês Jean-Baptiste Fourier (1768-1830).

A quantidade de calor que atravessa um condutor, por unidade de tempo, chama-

se fluxo de calor ( $\vec{\psi}$ ) e é calculado por:

$$\vec{\psi} = \frac{Q}{\Delta t} \quad (11)$$

Onde:

$\vec{\psi}$  = fluxo de calor;



$Q$  = quantidade de calor;

$\Delta t$  = variação do tempo.

Fluxo de calor ( $\psi$ ) na direção do eixo “x”:

$$\psi \alpha \frac{A \cdot \Delta T}{\Delta x} \quad (12)$$

$$\frac{Q}{\Delta t} \alpha \frac{A \cdot \Delta T}{\Delta x} \quad (13)$$

$$\frac{Q}{\Delta t} = -K_c \cdot \frac{A \cdot dT}{dx} \quad (14)$$

$$\frac{Q}{\Delta t} \cdot \frac{1}{A} = -K_c \cdot \frac{dT}{dx} \quad (15)$$

Onde:

$\Delta T$  = variação da temperatura;

$A$  = área ( $A = L^2$ );

$K_c$  = coeficiente de condutividade de calor (constante).

Para considerar os três eixos (x, y e z) utiliza o operador Nabla ( $\vec{\nabla}$ ):

$$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k} \quad (16)$$

Segundo Fourier, o fluxo de calor ( $\vec{\psi}$ ) de um ponto A (x, y, z) para um ponto B(x, y, z) é proporcional ao gradiente de temperatura entre os pontos A e B, ou seja, a condução de calor, a qual especifica que o calor flue das regiões de altas temperaturas para regiões de baixas temperaturas. Conforme apresentado na equação (17).

$$\frac{Q}{\Delta t \cdot L^2} = \vec{\psi} = -K_c \cdot \vec{\nabla} T \quad (17)$$

Após Fick observar a analogia entre o fluxo de massa com o fluxo de calor. Então propôs que, fluxo de massa ( $\vec{q}$ ) de um ponto A (x, y e z) para o ponto B (x, y e z) é proporcional ao gradiente da concentração entre os pontos A e B, ou seja, de modo similar ao fluxo de calor da Lei de Fourier. A Lei de Fick ou Lei da difusão especifica que o fluxo de massa ( $\vec{q}$ ) flue das regiões de altas concentrações para as regiões de baixas concentrações (ARAÚJO, 2015; CHAPRA, 1997).

Como os processos físicos de transferência de calor por condução e transferência de massa por difusão são similares, as equações de taxa correspondentes tem mesma forma (BERGMAN *et al*, 2014).

A Primeira e a Segunda Lei de Fick são formulações matemáticas utilizadas em processos difusivos.

A equação apresentada abaixo descreve o fluxo de massa e é conhecida como primeira Lei de Fick. Esta equação descreve o fluxo de massa somente quando o movimento browniano atua no fluido, ou seja, difusão molecular.

$$\vec{q} \propto \vec{\nabla} C \quad (18)$$

ou

$$\vec{q} = -D \cdot \vec{\nabla} C \quad (19)$$

Onde:

$\vec{q}$  = vetor de fluxo de massa por unidade de área;

$D$  = coeficiente da difusão molecular (constante);

$C(x, y, z)$  = campo de concentração da substância.

O fluxo de massa ( $\vec{q}$ ) é definido como a quantidade de massa que passa através de uma área unitária perpendicular à direção do fluxo por unidade de tempo.

A equação sofre uma pequena alteração para difusão turbulenta, ou seja, quando ocorre ação de alguma mistura. A equação da Primeira Lei de Fick neste caso é representada da seguinte forma:

$$\vec{q}_{dif} \propto \vec{\nabla} C \quad (20)$$

$$\vec{q}_{dif} = -E \vec{\nabla} C \quad (21)$$

$$\vec{q}_{dif} = -E_x \frac{\partial C}{\partial x} - E_y \frac{\partial C}{\partial y} - E_z \frac{\partial C}{\partial z} \quad (22)$$

Onde:

$\vec{q}_{dif}$  = vetor de fluxo difusivo de massa por unidade de área;

$E$  = coeficiente da difusão turbulenta (constante);

$C(x, y, z)$  = campo de concentração da substância.

O sinal negativo indica que a massa flue das áreas de maior concentração para as de menor concentração.

### 3.7.1. Equação da difusão turbulenta

Para obter a equação da difusão turbulenta é necessário substituir o fluxo da primeira lei de Fick na equação do balanço de massa, ou seja, substituindo a equação (21) na equação (4) tem-se:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (-E \vec{\nabla} C) = 0 \quad (23)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \left( -E_x \frac{\partial C}{\partial x} - E_y \frac{\partial C}{\partial y} - E_z \frac{\partial C}{\partial z} \right) = 0 \quad (24)$$

Então:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = E_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + E_y \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + E_z \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \quad (25)$$

Onde:

$E_x$ ,  $E_y$ ,  $E_z$  = coeficientes de difusão turbulenta das direções  $x$ ,  $y$ , e  $z$ , respectivamente.

A equação da difusão turbulenta para um sistema unidimensional possui esta forma:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial(-E \frac{\partial C}{\partial x})}{\partial x} = 0 \quad (26)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + (-E \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}) = 0 \quad (27)$$

Então:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = E \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \quad (28)$$

Os processos advectivos são aqueles em que a massa poluente é transportada através do fluxo da massa fluida no sentido horizontal.

$$\vec{q}_{adv} = C\vec{V} \quad (29)$$

### 3.8. Aplicação para o Transporte de Poluente

Como definido anteriormente o processo de advecção em rios move os constituintes de montante a jusante, como resultado do movimento do próprio líquido. Quando o processo advectivo ocorre juntamente com o processo difusivo a equação é representada pela segunda Lei de Fick:

$$\vec{q} = C\vec{V} - E\vec{\nabla}C \quad (30)$$

Na forma de componentes tem-se:

$$\vec{q} = C\vec{V} - E_x \frac{\partial C}{\partial x} - E_y \frac{\partial C}{\partial y} - E_z \frac{\partial C}{\partial z} \quad (31)$$

Onde:

$\vec{V}$  = vetor velocidade

### 3.8.1. Equação da difusão advectiva

Para obter a equação da difusão advectiva é necessário substituir o fluxo da segunda lei de Fick na equação do balanço de massa, ou seja, substituindo a equação (30) na equação (4) tem-se:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (C\vec{V} - E\vec{\nabla} C) = 0 \quad (32)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (C\vec{V}) = \vec{\nabla} \cdot (E\vec{\nabla} C) \quad (33)$$

Então:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} + w \frac{\partial C}{\partial z} = E_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + E_y \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + E_z \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \quad (34)$$

Como esta pesquisa se aplica em rios, com uma velocidade dominante na direção longitudinal, ou seja, aplicada em sistema unidimensional, as velocidades transversais e verticais serão desprezadas.

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ uC - E \frac{\partial C}{\partial x} \right] = 0 \quad (35)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} - E \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} = 0 \quad (36)$$

Então:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} = E \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \quad (37)$$

Esta é a representação matemática da equação da difusão advectiva para um sistema unidimensional, considerando uma substância conservativa. Porém, se a substância considerada for não conservativa, há a necessidade de se adicionar o termo de decaimento na equação (37). Assim, a equação final para este tipo de substância é definida por:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} = E \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - KC \quad (38)$$

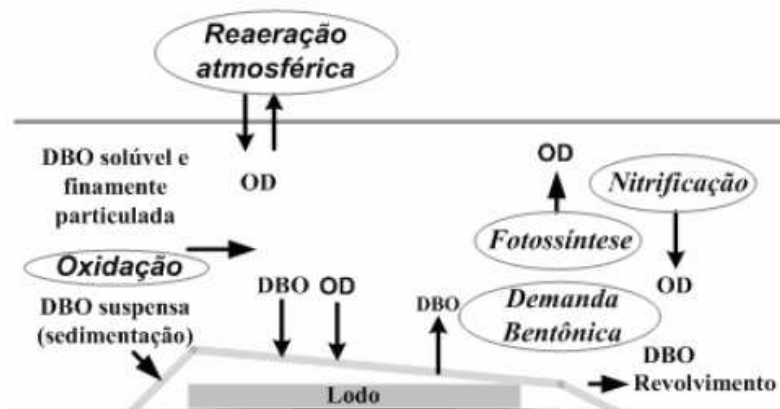
### 3.9. Modelo de Streeter-Phelps

Como mencionado anteriormente, a introdução de matéria orgânica em um corpo hídrico resulta no consumo de oxigênio dissolvido na respiração das bactérias decompositoras ao realizar os processos de estabilização da matéria orgânica.

A autodepuração é um processo natural, no qual cargas poluidoras, de origem orgânica, lançadas em um corpo d'água são neutralizadas. Este processo é decorrente da associação de vários processos de natureza física (diluição, sedimentação e reaeração atmosférica), química e biológica (oxidação e decomposição) (ANDRADE, 2010).

No processo de autodepuração, há um balanço entre as fontes de consumo e de produção de oxigênio, conforme ilustrado na Figura 3 (SPERLING, 2007).

**Figura 3** - Mecanismos interagentes no balanço de OD.



Fonte: Adaptado de Von Sperling, 2007.

Os principais fenômenos interagentes no consumo de oxigênio:

- Oxidação da matéria orgânica;
- Nitrificação;
- Demanda bentônica.

Na produção de oxigênio:

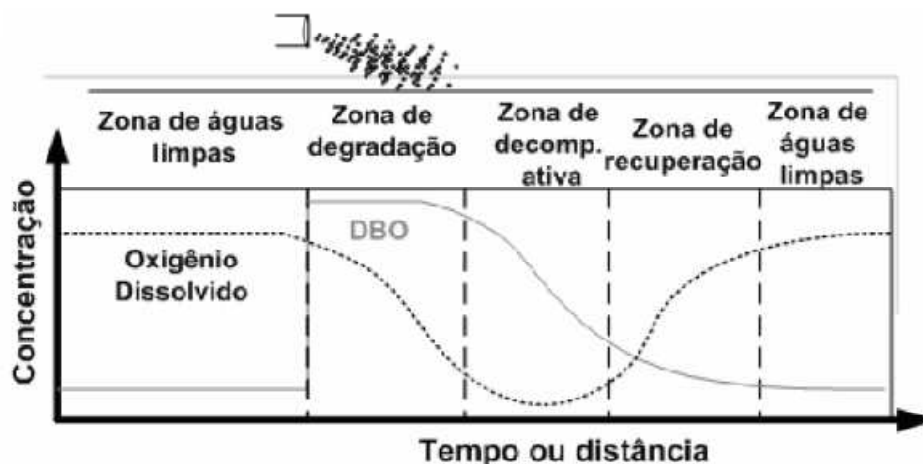
- Reaeração atmosférica;
- Fotossíntese.

Segundo Von Sperling (2007), o processo de autodepuração está vinculado ao restabelecimento do equilíbrio no meio aquático, após as alterações induzidas pelos despejos afluentes. É necessário que fique claro que não existe depuração absoluta, o ecossistema atinge novamente o equilíbrio, mas em condições diferentes das anteriores, pois há um incremento de produtos e subprodutos oriundos da decomposição.

O processo de autodepuração ocorre ao longo do tempo, considerando a dimensão do rio, o qual atua como receptor de esgotos. As principais zonas de autodepuração estão citadas abaixo e esquematizadas na Figura 4:

- Zona de degradação;
- zona de decomposição ativa;
- zona de recuperação e
- zona de águas limpas

**Figura 4** – Perfil esquemático das zonas de autodepuração



Fonte – Andrade, 2010.

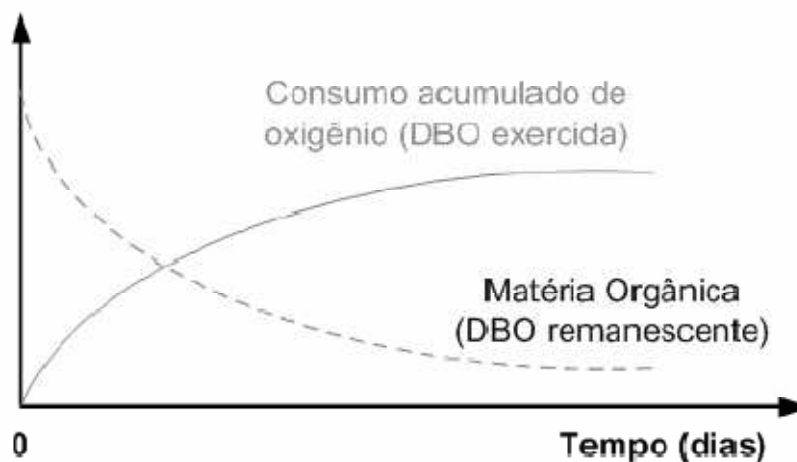
O modelo clássico de Streeter-Phelps, como citado anteriormente, foi desenvolvido para o rio Ohio, nos Estados Unidos, no ano de 1995. O modelo de Streeter-Phelps mostra o comportamento do oxigênio dissolvido e da demanda bioquímica de oxigênio ao longo de um rio, permitindo avaliar os impactos ambientais provocados pelos lançamentos de cargas poluidoras (MENDES, 2014).

No estudo da cinética do oxigênio dissolvido, destacam-se dois fenômenos interagentes: a desoxigenação e a reaeração.

### 3.9.1. Cinética da desoxigenação

A DBO representa tanto a matéria orgânica (DBO remanescente) como o consumo de OD (DBO exercida). A DBO remanescente representa a concentração de matéria orgânica na massa líquida em um instante  $t$ . Enquanto a DBO exercida representa a concentração de oxigênio consumido na autodepuração da matéria orgânica até este instante  $t$ . Demonstração dessas concentrações na Figura 5.

**Figura 5** – DBO exercida e DBO remanescente ao longo do tempo.



Fonte – Von Sperlin, 2007.

A cinética da reação da matéria orgânica remanescente se processa segundo uma reação de primeira ordem. A reação de primeira ordem é aquela que a taxa de mudança da concentração de uma substância é proporcional à primeira potência da concentração. A equação da DBO remanescente é expressa de acordo com a equação diferencial:



$$\frac{dL}{dt} = -K_1 \cdot L \quad (39)$$

Onde:

$L$  = concentração de DBO remanescente (mg/L)

$t$  = tempo (dia)

$K_1$  = coeficiente de desoxigenação ( $dia^{-1}$ )

Integrando a equação 39, conduz a:

$$L = L_o \cdot e^{-K_1 \frac{x}{u}} \quad (40)$$

Onde:

$L$  = concentração de DBO remanescente em uma seção x qualquer (mg/L)

$L_o$  = concentração de DBO remanescente em  $t=0$  e seção = 0 (mg/L)

A interpretação desta equação é que a taxa de oxidação da matéria orgânica remanescente ( $dL/dt$ ), é proporcional à concentração da matéria orgânica remanescente ( $L$ ), em um tempo  $t$  necessário para a nuvem poluente chegar em uma seção x qualquer. Portanto, quanto maior a concentração de DBO, mais rápido se processará a desoxigenação.

Semelhante ao coeficiente da desoxigenação ( $K_1$ ) tem o coeficiente de decomposição da DBO no rio ( $K_d$ ), o qual representa a decomposição da matéria orgânica pela biomassa suspensa na massa líquida, bem como pela biomassa no lodo de fundo. Segundo Von Sperling (2007), ao comparar os dois coeficientes, nota-se: o (coeficiente de oxidação da DBO no rio)  $K_d \geq K_1$  (coeficiente de oxidação da DBO nas garrafas do laboratório).

O valor do coeficiente da desoxigenação ( $K_1$ ) varia com as características da matéria orgânica e com a variação da temperatura. Por exemplo, os efluentes tratados possuem uma taxa de degradação mais lenta, pois grande concentração da matéria orgânica de fácil assimilação já foi degradada, ou seja, removida; restando a parcela matéria orgânica de estabilização mais lenta (VON SPERLING, 2007).

A temperatura influencia em ( $K_1$ ), pois quanto maior a temperatura maior o metabolismo microbiano, assim afetando as taxas de conversão da matéria orgânica. A relação empírica entre a taxa de desoxigenação e a temperatura é expressa segundo a seguinte fórmula:

$$K_{1_T} = K_{1_{20}} \cdot \theta^{(T-20)} \quad (41)$$

Onde:

$K_{1_T}$  =  $K_1$  a uma temperatura T qualquer (d/1)

$K_{1_{20}}$  =  $K_1$  a uma temperatura T=20°C (d/1)

T = temperatura do líquido (°C)

$\theta$  = coeficiente de temperatura

O mesmo se aplica para ( $K_d$ ). Um valor bastante utilizado do coeficiente de temperatura  $\theta$  para  $K_d$  e  $K_1$  é 1,047. Ao interpretar a equação acima percebe-se que os valores de  $K_d$  e  $K_1$  aumentam 4,7% a cada acréscimo de 1°C na temperatura (EPA, 1987 apud VON SPERLING, 2007).

### 3.9.1.1. *O coeficiente de remoção global da DBO no rio*

Outro fenômeno que contribui com a taxa de remoção da DBO em um rio é a sedimentação. Pois a sedimentação de sólidos em suspensão presentes nos esgotos, remove uma fração da matéria orgânica do líquido sobrenadante, o que pode traduzir uma redução na DBO. Dessa forma, a DBO na massa líquida passa ser representada, principalmente, pela fração de matéria orgânica solúvel e pela fração de matéria orgânica em suspensão finamente particulada (VON SPERLING, 2007). Por isso, a importância de considerar o coeficiente de remoção de DBO por sedimentação ( $K_s$ ) nesta pesquisa.

O coeficiente de sedimentação ( $K_s$ ) também é influenciado pela temperatura. Pode-se usar a estrutura da Equação (41) de correção de coeficientes, adotando-se o coeficiente de temperatura  $\theta$  para  $K_s$  igual a 1,024 (EPA, 1987 apud VON SPERLING, 2007).

O coeficiente da remoção global da DBO no rio ( $K_r$ ) é igual ao somatório dos valores do coeficiente de decomposição da DBO o rio ( $K_d$ ) e do coeficiente da remoção de DBO por sedimentação ( $K_s$ ), representado pela equação 42:

$$K_r = K_d + K_s \quad (42)$$

### 3.9.2. Cinética da reaeração

Ao deixar a água exposta a um gás, ocorre um intercâmbio de moléculas da fase líquida para a fase gasosa e vice-versa. Quando a concentração de solubilidade na fase líquida for atingida, ambos os fluxos passam a ser de igual magnitude. Este equilíbrio dinâmico define a concentração de saturação ( $C_s$ ) do gás na fase líquida.

O consumo de oxigênio pelos processos de estabilização da matéria orgânica ocasiona o decaimento nas concentrações deste no meio líquido, ou seja, que a concentração passa a ser inferior a de saturação. Dessa forma, ocorre uma maior passagem do oxigênio atmosférico para a massa líquida.

Assim como a cinética da desoxigenação, a cinética da reaeração também pode ser caracterizada por uma reação de primeira ordem, segundo a equação a seguir:

$$\frac{dD}{dt} = -K_a \cdot D \quad (43)$$

Onde:

$D$  = déficit de oxigênio dissolvido, ou seja, a diferença entre a concentração de saturação ( $C_s$ ) e a concentração existente em um tempo  $t$  ( $C$ ) em mg/L.

$t$  = tempo (dia)

$K_a$  = coeficiente de reaeração ( $dia^{-1}$ )

Integrando a equação 43, conduz a:

$$D = D_o \cdot e^{-K_a \frac{x}{u}} \quad (44)$$

ou

$$C = C_s - (C_s - C_o) \cdot e^{-K_a \frac{x}{u}} \quad (45)$$

Onde:

$D_o$  = déficit de oxigênio dissolvido inicial (mg/L)

$C$  = concentração de OD em um tempo  $t$  (mg/L)

A temperatura influencia em ( $K_a$ ), pois quanto maior a temperatura, menor a solubilidade (concentração de saturação) do oxigênio no meio líquido. No entanto, o aumento da temperatura acelera os processos de absorção do oxigênio (aumento de  $K_a$ ).

O efeito da temperatura no coeficiente de reaeração é expresso segundo a fórmula:

$$K_{a_T} = K_{a_{20}} \cdot \theta^{(T-20)} \quad (46)$$

Onde:

$K_{a_T}$  =  $K_a$  a uma temperatura  $T$  qualquer (d/1)

$K_{a_{20}}$  =  $K_a$  a uma temperatura  $T=20^\circ\text{C}$  (d/1)

$T$  = temperatura do líquido ( $^\circ\text{C}$ )

$\theta$  = coeficiente de temperatura

Um valor usualmente empregado de  $\theta$  é 1,024 (EPA, 1987 apud VON SPERLING, 2007).

### **3.9.3. Equações de mistura de esgoto – rio**

As condições iniciais para os modelos matemáticos de qualidade da água aplicados em rios são as características do rio e as contribuições que o mesmo recebe. A partir do ponto de mistura esgoto-rio, os modelos assumem o início do cálculo das reações físicas e bioquímicas.

A equação apresentada abaixo considera uma mistura perfeita e instantânea no ponto de lançamento do efluente, a qual é uma média ponderada das concentrações com as respectivas vazões dos dois constituintes que se misturam (rio-esgoto). Esta condição é adotada na maior parte dos modelos de qualidade das águas e foi adotada também para o modelo utilizado nesta pesquisa (VON SPERING, 2007). A concentração de um constituinte qualquer (OD, DBO, N, P, coliformes e outros) pode ser obtida por meio da equação abaixo:

$$C_o = \frac{Q_{rio} \cdot C_{rio} + Q_{efluente} \cdot C_{efluente}}{Q_{rio} + Q_{efluente}} \quad (47)$$

Onde:

$C_o$  = concentração do constituinte na mistura (mg/L ou g/m<sup>3</sup>)

$C_{rio}$  = concentração do constituinte no rio, imediatamente a montante do ponto de mistura (mg/L ou g/m<sup>3</sup>)

$C_{efluente}$  = concentração do constituinte no esgoto, imediatamente antes do lançamento no rio (mg/L ou g/m<sup>3</sup>)

$Q_{rio}$  = Vazão do rio (L/s, m<sup>3</sup>/s ou m<sup>3</sup>/dia)

$Q_{esgoto}$  = Vazão do esgoto (L/s, m<sup>3</sup>/s ou m<sup>3</sup>/dia)

#### 3.9.4. Perfil do oxigênio dissolvido em função do tempo

Para que seja compreendido o cálculo do perfil de oxigênio dissolvido em função do tempo é necessário conhecer o significado de déficit de oxigênio. O déficit de oxigênio de uma determinada amostra de água é representado pela diferença entre a concentração de saturação de OD da amostra e a concentração de OD presente na amostra. Conforme representação matemática:

$$D = C_s - C \quad (48)$$

Onde:

$D$  = déficit de oxigênio na amostra (mg/L)

$C_s$  = concentração de saturação de oxigênio dissolvido da amostra (mg/L)

$C$  = concentração de oxigênio dissolvido presente na amostra (mg/L)

Ao considerar uma situação, na qual apenas a desoxigenação e a reaeração atmosférica interferem no balanço de oxigênio dissolvido, a taxa de oxigênio com o tempo

pode ser expressa pela equação diferencial abaixo, advinda da interação das equações de desoxigenação e reaeração.

A taxa de variação do déficit de OD = consumo de OD – produção de OD

$$\frac{dD}{dt} = K_d \cdot L - K_a \cdot D \quad (49)$$

A interação desta equação conduz a:

$$D = \frac{K_d \cdot L_o}{K_a \cdot K_r} (e^{-Kr \cdot \frac{x}{u}} - e^{-Ka \cdot \frac{x}{u}}) + D_o \cdot e^{-Ka \cdot \frac{x}{u}} \quad (50)$$

Esta é a equação geral que expressa a variação do déficit de oxigênio em função do tempo. A curva da concentração de OD (Ct) pode ser obtida através da equação abaixo:

$$C_t = C_s - D_t \quad (51)$$

Assim, tem-se a concentração de OD em um instante de tempo t:

$$C_t = C_s - \frac{K_d \cdot L_o}{K_a \cdot K_r} (e^{-Kr \cdot t} - e^{-Ka \cdot t}) + D_o \cdot e^{-Ka \cdot t} \quad (52)$$

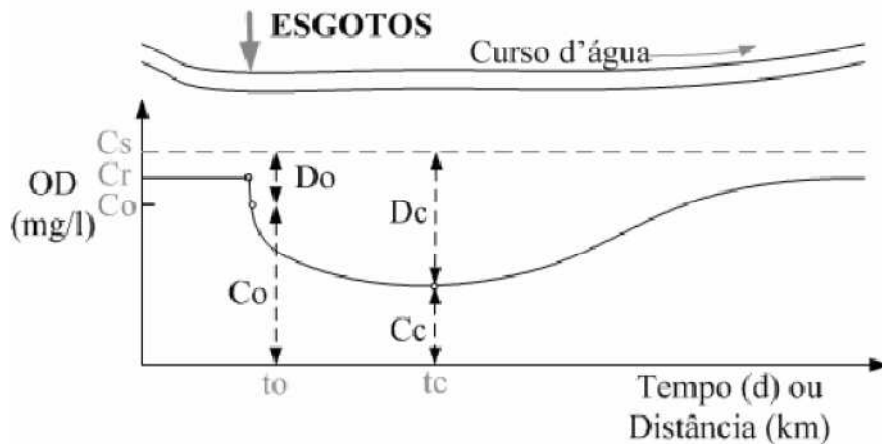
Onde:

$C_t$  = concentração de OD em um instante de tempo t

Os coeficientes e variáveis desta equação são constantes, com exceção de Ct e t. Para construir a curva de OD basta utilizar vários valores de t (ex: 1,2,3,4,...n dias) assim, calcula-se o valor de Ct correspondente.

Na curva de OD há um ponto de fundamental importância. Neste ponto a concentração de oxigênio atinge o mínimo valor, o qual é denominado de *tempo crítico*, e corresponde a *concentração crítica* (Figura 6). Conhecer a concentração crítica é indispensável para decidir se há ou não a necessidade do tratamento dos esgotos. O tratamento, quando necessário, deve ser implementado com uma eficiência na remoção da DBO suficiente para garantir que a concentração crítica de OD seja superior ao valor mínimo permitido na legislação, ou seja, o padrão de corpos d'água (VON SPERLING, 2007).

**Figura 6** – Pontos característicos da curva de depleção do OD.



Fonte: Von Sperling, 2007.

### 3.9.5. Tempo crítico

O tempo crítico é o tempo em que o déficit de oxigênio é máximo, ou seja, a concentração de oxigênio é mínima. Para encontrar o tempo crítico é aplicada a seguinte equação:

$$t_c = \frac{1}{K_a - K_d} \cdot \ln \left\{ \frac{K_a}{K_d} \cdot \left[ 1 - \frac{(C_s - C_o) \cdot (K_a - K_d)}{L_o \cdot K_d} \right] \right\} \quad (53)$$

Onde:

$t_c$  = tempo crítico

$C_o$  = concentração de OD na mistura

### 3.9.6. Déficit crítico e concentração crítica de oxigênio

Antes do tempo crítico, a taxa de desoxigenação é maior do que a de reaeração, ocorrendo o inverso após o tempo crítico. Mas no instante exato do tempo crítico, ambas as taxas de reação são iguais, ou seja, a taxa de consumo de OD é igual a taxa de reaeração:

$$\frac{dD}{dt} = \frac{dL}{dt} \quad (54)$$

ou

$$-K_2 \cdot D_c = -K_d \cdot L_c \quad (55)$$

Onde:

$L_c$  = concentração de DBO remanescente no ponto crítico (mg/L)

$D_c$  = déficit crítico de OD, ou seja, déficit de OD no ponto crítico (mg/L)

A DBO remanescente no tempo crítico é obtida através da Equação abaixo:

$$L_c = L_o \cdot e^{-K_d \cdot t_c} \quad (56)$$

Assim, substituindo  $L_c$  na Equação 55, tem-se:

$$K_2 \cdot D_c = -K_d \cdot L_o \cdot e^{-K_d \cdot t_c} \quad (57)$$

$$D_c = \frac{-K_d}{K_2} \cdot L_o \cdot e^{-K_d \cdot t_c} \quad (58)$$

A concentração crítica é calculada pela seguinte equação:

$$C_c = C_s - D_c \quad (59)$$

### 3.10. Teoria Fuzzy

Ao analisar problemas de qualidade de água vários elementos podem ser considerados em função dos objetivos do estudo. Um dos que tem merecido a atenção dos gestores è a capacidade de autodepuração dos corpos hídricos que recebem lançamentos de efluentes. Nesta classe de problema, destaca-se a análise de risco.

A análise de risco, de uma forma geral, é a análise da quantificação das incertezas presentes nos mais diferentes processos que causam influência na qualidade da água de um rio. Neste estudo será utilizada a Teoria Fuzzy por não necessitar de bancos de dados tão completos, como são exigidos, por exemplo, na Teoria Probabilística.

Segundo Ganoullis (1994), a Teoria dos conjuntos difusos é um método matemático usado para caracterizar e quantificar incertezas em dados e relações funcionais. Esta teoria deve ser usada quando o banco de dados não é suficiente para caracterizar incertezas através de média e desvio padrão de medidas que envolvem estimar frequências em estatística.



A representação fuzzy é utilizada em situações onde relações de conflitos não podem ser respondidas com um simples SIM ou um NÃO, tendo em vista que, normalmente, as fronteiras destes conjuntos são vagas.

O conceito central de Teoria Fuzzy está baseado nas funções de pertinência, a qual representa numericamente o grau através do qual um elemento pertence a um conjunto. Do ponto de vista matemático, um conjunto  $\tilde{A}$  é chamado de conjunto fuzzy em um universo  $\Omega$  qualquer e se consisti de pares ordenados na forma:

$$\tilde{A} = \left\{ (x, \mu_{\tilde{A}}(x)) : x \in X; \mu_{\tilde{A}}(x) \in [0,1] \right\}$$

Onde  $\mu_{\tilde{A}}(x)$  é o grau de pertinência que define a relação entre  $x$  e o conjunto  $\tilde{A}$ .

Como a Teoria Fuzzy é baseada nos modelos da teoria dos conjuntos, os conceitos de união e interseção são representados.

Define-se união  $\tilde{A} \cup \tilde{B}$  pela expressão:

$$\mu_{\tilde{A} \cup \tilde{B}}(x) = \max \left\{ \mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x) \right\} \quad (60)$$

E a interseção  $\tilde{A} \cap \tilde{B}$  pela expressão:

$$\mu_{\tilde{A} \cap \tilde{B}}(x) = \min \left\{ \mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x) \right\} \quad (61)$$

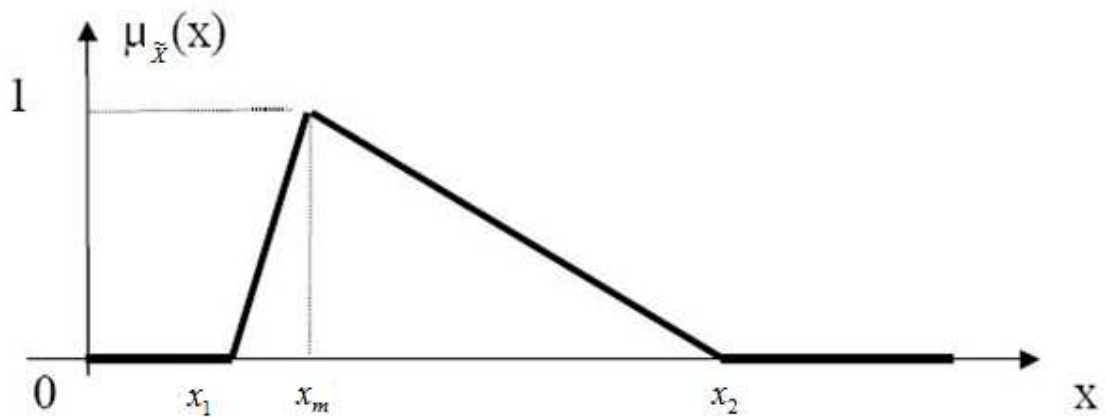
Define-se corte em nível  $h$  de um conjunto difuso pela equação:

$$\tilde{A}(h) = \left\{ (x, \mu_{\tilde{A}}(x) \geq h) : x \in X, h \in [0,1] \right\} \quad (62)$$

Um conjunto difuso é dito normal quando satisfaz a condição:  $\forall x \in X$  existe pelo menos um valor de  $X$  tal que  $\mu_{\tilde{A}}(x) = 1$ . Em outras palavras, o maior valor da função de pertinência é 1.

Existem várias formas de se representar uma função de pertinência. A mais tradicional e que será usada neste trabalho é a função de pertinência triangular mostrada na Figura 7.

**Figura 7** – Representação de um número fuzzy triangular, onde “X é maior que  $x_1$ , menor que  $x_2$ , em torno de  $x_m$ ”.



Fonte: Adaptado de SANTOS (2012).

Sua representação matemática pode ser formulada por:

$$\mu_{\tilde{x}}(x) = \begin{cases} L\left[\frac{x_m-x}{x_1}\right] & x_1 \leq x \leq x_m \\ D\left[\frac{x-x_m}{x_2}\right] & x_m \leq x \leq x_2 \end{cases} \quad (63)$$

Define-se suporte de um número fuzzy o conjunto de valores definido por:

$$S(\tilde{x}) = \left\{ x : \mu_{\tilde{x}}(x) > 0 \right\} \quad (64)$$

### 3.10.1. Princípio da Extensão

Um dos mais importantes conceitos na Teoria Fuzzy é conhecido como Princípio da Extensão. Seu conceito é complexo do ponto de vista de notação matemática, mas sua aplicação é simples e fundamental para o desenvolvimento de estudos com base no uso da Teoria Fuzzy.

Sejam X e Y dois conjuntos ordinais e seja f uma função que relaciona o conjunto X com o conjunto Y.

$$f = X \rightarrow Y \forall x \in X, Y = f(x), y \in Y \quad (65)$$

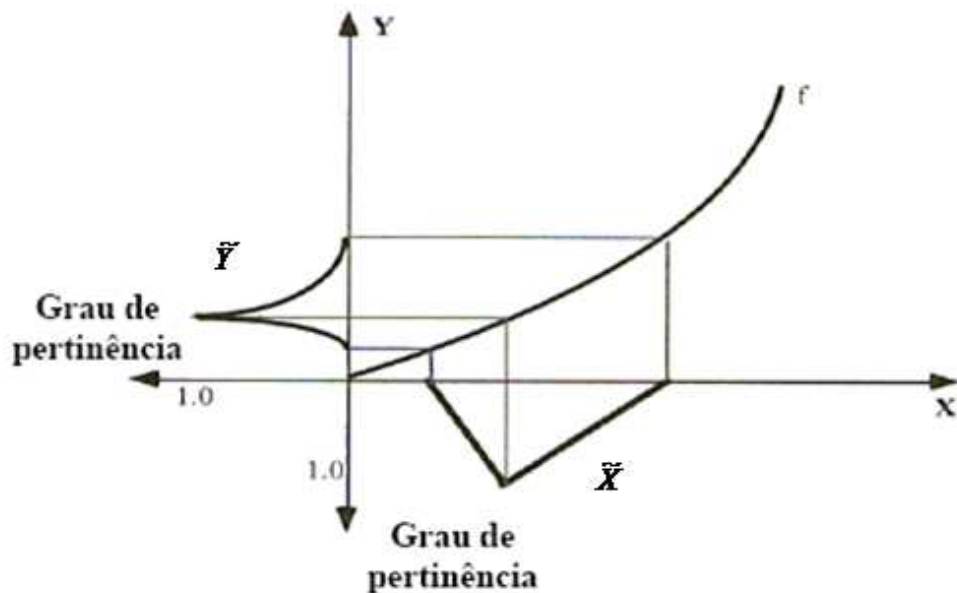
Como a função f é uma função determinística, mas pode ser estendida para um conjunto difuso como segue.

Seja  $\tilde{X}$  um conjunto difuso em X com função de pertinência  $\mu_{\tilde{X}}(X)$ . A imagem de  $\tilde{X}$  em Y é o conjunto difuso  $\tilde{Y}$  com função de pertinência dado pelo princípio da extensão definido por:

$$\mu_{\tilde{Y}}(y) = \begin{cases} \sup \mu_{\tilde{X}}(x): y=f(x), x \in X, y \in Y \\ 0 \text{ (zero) de outra forma} \end{cases} \quad (66)$$

Isto quer dizer, basicamente, que se f(x) for uma função determinística, ela se transforma em função fuzzy bastando para isso que X se transforme em  $\tilde{X}$ . Como ilustrado na Figura 8.

**Figura 8** – Princípio de Extensão.



Fonte: Adaptado de PEDRYCZ, 1998.

Onde :  $\tilde{X} = \{x_1, x_m, x_2\}$  e  $\tilde{Y} = \{y_1, y_m, y_2\}$

Este princípio será usado para calcular as funções de pertinência para as concentrações de DBO, OD e do Déficit.

### 3.10.2. Operação com números difusos

Como os números difusos são intervalos, há regras especiais para se calcular as operações neste campo de álgebra fuzzy.

Soma: Seja  $\tilde{A}$  e  $\tilde{B}$  dois conjuntos fuzzy, onde:

$$\tilde{A} = \{a_1, a_m, a_2\}$$

$$\tilde{B} = \{b_1, b_m, b_2\}$$

Então define  $\tilde{A} + \tilde{B}$  como segue:

$$\tilde{A} + \tilde{B} = \{a_1 + b_1; a_m + b_m; a_2 + b_2\} \quad (67)$$

A diferença entre  $\tilde{A}$  e  $\tilde{B}$  pode ser definida como segue:

$$\tilde{A} + (-\tilde{B}) = \tilde{A} - \tilde{B} = \{a_1 - b_2; a_m - b_m; a_2 - b_1\} \quad (68)$$

O produto entre dois números fuzzy é definido por:

$$\tilde{A} \cdot \tilde{B} = \{a_1 b_1; a_m b_m; a_2 b_2\} \quad (69)$$

Enquanto a divisão é dada por:

$$\tilde{A} : \tilde{B} = \left\{ \frac{a_1}{b_2}; \frac{a_m}{b_m}; \frac{a_2}{b_1} \right\} \quad (70)$$

Com isso as operações entre números fuzzy podem ser generalizadas tomando como base o nível  $h$  de pertinência.

Considerando o número de  $\tilde{A}$  e  $\tilde{B}$  com nível de pertinência  $h$ .

Assim na operação de adição tem-se:

$$\tilde{A}(h) + \tilde{B}(h) = C(h) = \{a_1(h) + b_1(h); a_2(h) + b_2(h)\} \quad (71)$$

Onde:

$$\tilde{A}(h) = \{a_1(h); a_2(h)\}$$

e

$$\tilde{B}(h) = \{b_1(h); b_2(h)\}$$

Na operação de subtração é dado por:

$$C(h) = \tilde{A}(h) - \tilde{B}(h) = \{a_1(h) - b_2(h); a_2(h) - b_1(h)\} \quad (72)$$

Para o produto entre os números fuzzy, é definido por:

$$\tilde{A}(h) \cdot \tilde{B}(h) = \{a_1(h) b_1(h); a_2(h) b_2(h)\} \quad (73)$$

E na divisão operação da divisão é solucionada da seguinte forma:

$$\tilde{A}(h) : \tilde{B}(h) = \left\{ \frac{a_1(h)}{b_2(h)}; \frac{a_2(h)}{b_1(h)} \right\} \quad (74)$$

### 3.11. Análise do Risco Fuzzy

Todos os modelos matemáticos representam apenas uma fração da realidade levando a resultados incertos. Incertezas são intrínsecas a todos os modelos matemáticos e sua eliminação total é praticamente impossível. Assim, a análise de incerteza de modelos matemáticos de qualidade da água deve ser realizada, com o intuito de quantificar o nível de confiabilidade dos resultados apresentados pelo modelo e fornecer uma base sólida para sua aplicação prática (FLECK, 2014). As principais fontes de incertezas em modelos matemáticos de qualidade da água são: os parâmetros do modelo, dados de entrada das equações do modelo, dados utilizados no processo de calibração e estrutura do modelo (BUTTS *et al*, 2004). Por isso é necessário explicar como é calculado o risco fuzzy.

Para calcular o índice de risco fuzzy ou o índice de confiabilidade fuzzy, há a necessidade de se definir uma função marginal de segurança. Esta função é usada para avaliar os índices do risco de falha de um sistema hidráulico ou de confiabilidade do referido sistema.

Seja  $\tilde{L}$  um número fuzzy que represente a resposta do sistema hidráulico a um lançamento de um efluente. Seja  $\tilde{R}$  um número fuzzy que represente uma resistência qualquer do sistema (GANOULLIS, 1994).

Defini-se função marginal de segurança como sendo:

$$\tilde{M} = \tilde{R} - \tilde{L} \quad (75)$$

Ou ainda para um nível  $h$  de pertinência:

$$\tilde{M}(h) = \tilde{R}(h) - \tilde{L}(h) \quad (76)$$

Observe que nas duas situações para  $\tilde{M}(h)$  podem ocorrer:

a)  $\tilde{M}(h) < 0$

Neste caso o  $\tilde{R}(h) < \tilde{L}(h)$  e o que implica na falha do sistema, ou seja:

$$I_R = 1 \text{ e } I_G = 0$$

b)  $\tilde{M}(h) > 0$

Neste caso o  $\tilde{R}(h) > \tilde{L}(h)$  e o sistema se encontra em um estado de segurança, ou seja:

$$I_R = 0 \text{ e } I_G = 1$$

Matematicamente esses índices podem ser definidos por:

- Índice do risco de falha

$$I_R = \frac{\int_{-\infty}^0 \mu_{\tilde{M}}(m) dm}{\int_{-\infty}^{\infty} \mu_{\tilde{M}}(m) dm} \quad (77)$$

Enquanto,

- Índice fuzzy de confiabilidade

$$I_G = 1 - I_R = \frac{\int_0^{\infty} \mu_{\tilde{M}}(m) dm}{\int_{-\infty}^{\infty} \mu_{\tilde{M}}(m) dm} \quad (78)$$

Onde:

$\mu_{\tilde{M}}$  = representa a função de pertinência

$m$  = representa um número real associado à função marginal de segurança

#### 4. METODOLOGIA

Nesta pesquisa é realizada análise de risco de contaminação das águas em rios que recebem lançamentos efluentes pontuais, ou seja, poluição pontual. Para realizar esta análise, foi necessário desenvolver um modelo matemático, o qual é fundamentado nas equações de Streeter-Phelps, com aplicação da Teoria Fuzzy.

Após definido o modelo, foi realizada a transformação de suas equações para sua forma *fuzzy*, ou seja, a “fuzzificação” do modelo. Ao realizar as simulações no programa, foi possível observar e analisar o comportamento das diferentes variáveis de controle, como

funções de pertinência, em que se tem um intervalo fechado, com limites inferiores e superiores conhecidos, porém, com informações de distribuição desconhecidas.

O programa computacional desenvolvido permite a realização de simulações com diferentes valores de temperatura, de vazões iniciais do rio e do efluente, de concentrações iniciais de DBO e OD do rio e do efluente, do coeficiente de aeração ( $K_a$ ), do coeficiente de decomposição ( $K_d$ ) e do coeficiente de remoção global da DBO no rio ( $K_r$ ).

Nas simulações realizadas nesta pesquisa foram variados valores do coeficiente de reaeração, da temperatura e da concentração de DBO do efluente.

#### **4.1. Formulação do modelo de Streeter-Phelps para poluição pontual**

O modelo de Streeter-Phelps é composto pelas seguintes variáveis de controle: as concentrações de DBO, o Déficit de OD e as concentrações de OD. Matematicamente essas variáveis são expressas pelas equações apresentadas nos subitens a seguir.

##### **4.1.1. Demanda Bioquímica de Oxigênio (DBO)**

A DBO remanescente é representada pela concentração de matéria orgânica na massa líquida em um instante  $t$ . A equação da DBO remanescente é expressa de acordo com a Equação diferencial 79.

$$\frac{dL}{dt} = -K_r L \quad (79)$$

Onde:

$K_r$  é o coeficiente de remoção global da DBO no rio.

Deve-se lembrar que:

$$K_r = K_d + K_s \quad (80)$$

Onde:

$K_d$  = coeficiente da decomposição

$K_s$  = coeficiente da sedimentação

Quando o valor da temperatura for diferente de 20°C, é necessário aplicar a Equação 81 para reajustar o valor de  $K_d$  e  $K_s$  para nova temperatura.

$$K_{S_T} = K_{S_{20}} \cdot \theta^{(T-20)} \quad (81)$$

Onde:

$$K_{S_T} = K_S \text{ a uma temperatura } T \text{ qualquer (d/1)}$$

$$K_{S_{20}} = K_S \text{ a uma temperatura } T=20^\circ\text{C (d/1)}$$

$T$  = temperatura do líquido (°C)

$\theta$  = coeficiente de temperatura

O mesmo se aplica para ( $K_d$ ). Um valor bastante utilizado do coeficiente de temperatura  $\theta$  para  $K_d$  é 1,047 e para o  $K_s$  adota-se o coeficiente de temperatura  $\theta$  igual a 1,024 (EPA, 1987 apud VON SPERLING, 2007).

#### 4.1.2. Déficit de Oxigênio Dissolvido

A taxa de variação do déficit de OD = consumo de OD – produção de OD

$$\frac{dC}{dt} = K_d \cdot L - K_a \cdot D \quad (82)$$

ou

$$\frac{dC}{dt} = K_d \cdot L - K_a \cdot (C_S - C) \quad (83)$$

Quando o valor da temperatura for diferente de 20°C, é necessário aplicar a Equação 84 com objetivo de reajustar os valores de  $K_a$  e  $K_d$  para a nova temperatura. Um valor usualmente empregado de  $\theta$  para  $K_a$  é igual a 1,024 (EPA, 1987 apud VON SPERLING, 2007).

$$K_{a_T} = K_{a_{20}} \cdot \theta^{(T-20)} \quad (84)$$

Onde:

$$K_{a_T} = K_a \text{ a uma temperatura } T \text{ qualquer (d/1)}$$



$K_{a_{20}} = K_a$  a uma temperatura  $T=20^\circ\text{C}$  (d/1)

$T$  = temperatura do líquido ( $^\circ\text{C}$ )

$\theta$  = coeficiente de temperatura

#### 4.1.3. Concentração de Oxigênio Dissolvido (OD)

Como citado anteriormente, o déficit de oxigênio de uma determinada amostra de água é representado pela diferença entre a concentração de saturação de OD da amostra e a concentração de OD presente na amostra.

Para obter o valor da concentração de saturação de OD, aplica-se a expressão matemática 85 (THOMANN, 1989):

$$C_s = \exp(z) \quad (85)$$

Para obter o valor de  $z$  aplica-se a Equação 86:

$$z = -139,34411 + \frac{1,575701 \cdot 10^5}{T} - \frac{6,642308 \cdot 10^7}{T^2} + \frac{1,2438 \cdot 10^{10}}{T} - \frac{8,621949 \cdot 10^{11}}{T^4} \quad (86)$$

Em que  $T$  é a temperatura, em [ $^\circ\text{K}$ ].

## 4.2. Solução do modelo de Streeter-Phelps para fonte de poluição pontual

A solução analítica do modelo já foi apresentada anteriormente, mas será lembrada de forma objetiva.

### 4.2.1. Demanda Bioquímica de Oxigênio (DBO)

Para uma fonte pontual de poluição a equação da DBO é representada pela Equação 87:

$$L = L_o \cdot e^{-K_r \frac{x}{u}} \quad (87)$$

Onde:

$$L_o = \frac{Q_{rio} \cdot L_{rio} + Q_{efluente} \cdot L_{efluente}}{Q_{rio} + Q_{efluente}} \quad (88)$$

$K_r$  = coeficiente de remoção global da DBO no rio

$L$  = concentração de DBO remanescente em uma seção  $x$  qualquer (mg/L)

$L_o$  = concentração de DBO remanescente em  $t=0$  e seção = 0 (mg/L)

$L_{rio}$  = concentração do constituinte no rio, imediatamente a montante do ponto de mistura (mg/L ou g/m<sup>3</sup>)

$L_{efluente}$  = concentração do constituinte no esgoto, imediatamente antes do lançamento no rio (mg/L ou g/m<sup>3</sup>)

$Q_{rio}$  = Vazão do rio (L/s, m<sup>3</sup>/s ou m<sup>3</sup>/dia)

$Q_{esgoto}$  = Vazão do esgoto (L/s, m<sup>3</sup>/s ou m<sup>3</sup>/dia)

#### 4.2.2. Déficit de Oxigênio Dissolvido

A solução da equação do déficit de OD para um lançamento pontual, ou seja, uma fonte de poluição pontual é representada por:

$$D = \frac{K_d \cdot L_o}{K_a \cdot K_r} (e^{-K_r \frac{x}{u}} - e^{-K_a \frac{x}{u}}) + D_o \cdot e^{-K_a \frac{x}{u}} \quad (89)$$

#### 4.2.3. Oxigênio Dissolvido (OD)

Para obter a concentração de oxigênio dissolvido, é necessário conhecer os valores do Déficit de OD e da concentração de saturação do OD, então aplica-se a seguinte equação:

$$C = C_s - D \quad (90)$$

Onde:

$D$  = déficit de oxigênio na amostra (mg/L)

$C_s$  = concentração de saturação de oxigênio dissolvido da amostra (mg/L)

$C$  = concentração de oxigênio dissolvido presente na amostra (mg/L)

#### 4.2.4. Fuzzificação do Modelo de Streeter-Phelps para fonte de poluição pontual

Para realizar a “fuzzificação” do modelo de qualidade de água de Streeter-Phelps, é necessário que cada parâmetro do modelo seja transformado em uma função de pertinência, com intervalos definidos, para que o modelo tenha características *fuzzy*.

O modelo de qualidade de água de Streeter-Phelps possui como variáveis de controle as concentrações de oxigênio dissolvido (OD), a demanda bioquímica de oxigênio (DBO), e o déficit de oxigênio dissolvido (Déficit de OD).

Para transformar a variável de controle em uma variável *fuzzy*, são “fuzzificados” todos os parâmetros dessa variável, assim, para cada variável de controle são representadas as equações do modelo na sua forma *fuzzy*:

- Demanda Bioquímica de Oxigênio (DBO)

$$\tilde{L} = \tilde{L}_o \cdot e^{-\tilde{K}_r \frac{x}{\tilde{u}}} \quad (91)$$

- Déficit de Oxigênio Dissolvido

$$\tilde{D} = \frac{\tilde{K}_d \cdot \tilde{L}_o}{\tilde{K}_a \cdot \tilde{K}_r} (e^{-\tilde{K}_r \frac{x}{\tilde{u}}} - e^{-\tilde{K}_a \frac{x}{\tilde{u}}}) + \tilde{D}_o \cdot e^{-\tilde{K}_a \frac{x}{\tilde{u}}} \quad (92)$$

- Oxigênio Dissolvido (OD)

$$\tilde{C} = \tilde{C}_s - \tilde{D} \quad (93)$$

Onde:

$\tilde{K}_d$  = função de pertinência para o decaimento da DBO

$\tilde{K}_r$  = função de pertinência para o decaimento da DBO global

$\tilde{K}_a$  = função de pertinência para a aeração

$\tilde{D}$  = função de pertinência para o déficit, em um x qualquer

$\tilde{D}_o$  = função de pertinência para o déficit, em x=0

$\tilde{L}$  = função de pertinência para DBO remanescente, em um x qualquer

$\tilde{L}_o$  = função de pertinência para DBO remanescente, em x=0

$\tilde{u}$  = função de pertinência para a velocidade

#### 4.2.5. Composição das funções de pertinência

Os parâmetros fuzzificados nestas equações são: a velocidade, o coeficiente de decomposição da DBO, o coeficiente de decomposição da DBO global, o coeficiente de aeração, a concentração de DBO remanescente (quando x=0), a concentração de DBO remanescente em um x qualquer, o déficit de oxigênio (quando x=0), o déficit de oxigênio em um x qualquer, a concentração de saturação de oxigênio dissolvido, a concentração de

oxigênio dissolvido. Neste caso, a fuzzificação destes parâmetros obedece à formulação proposta por Chagas (2005), conforme as equações abaixo:

$$\mu_k = \frac{k - k_L}{k_m - k_L}, \text{ para } (k_L \leq k \leq k_m) \quad (94)$$

$$\mu_k = \frac{k - k_u}{k_m - k_u}, \text{ para } (k_m \leq k \leq k_u) \quad (95)$$

Onde:

$$k_L = 0,75 k_m$$

$$k_u = 1,25 k_m$$

Nesta pesquisa, após definir o valor médio do número de base os extremos são calculados com valores de desvio padrão de 25%. Assim, para o valor mínimo, o cálculo é de 0,75 do valor médio estabelecido, e para o valor máximo é de 1,25.

Após a solução do modelo proposto, pode-se determinar o risco de falha e a confiabilidade tomando como resistência do modelo os valores de concentrações de OD e DBO da classe 2 de águas doces, definidos na Resolução CONAMA 357/2005. Nesta resolução, as águas doces, salobras e salinas do território nacional são classificadas, segundo a qualidade requerida para os seus usos preponderantes, em treze classes de qualidade, conforme a tabela abaixo:

**Tabela 1** – Classificação das águas e as concentrações de DBO e OD permissíveis para cada classe, segundo a Resolução CONAMA 357/2005.

CLASSES	ÁGUAS DOCES				ÁGUAS SALINAS				ÁGUAS SALOBRAS				
	Esp.	1	2	3	4	Esp.	1	2	3	Esp.	1	2	3
OD (mg O2/L)	-	>6	>5	>4	>2	-	>6	>5	>4	-	>5	>4	>3
DBO (mg O2/L)	-	<3	<5	<10	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Fonte: Adaptado da Resolução CONAMA 357/2005.

### 4.3. Cálculo do risco

A função marginal de segurança é usada para avaliar os índices do risco de falha de um sistema hidráulico ou de confiabilidade do referido sistema. Esta função pode ser definida pela diferença entre  $\tilde{L}$ , um número *fuzzy* que represente a resposta do sistema hidráulico a um lançamento de um efluente e  $\tilde{R}$ , um número *fuzzy* que representa uma resistência qualquer do sistema, como apresentado abaixo (GANOULLIS, 1994).

$$\tilde{M} = \tilde{R} - \tilde{L} \quad (96)$$

Segundo Chagas (2005), os índices *fuzzy* de confiabilidade e do risco de falha são funcionais e dependem de várias funções como variáveis independentes que podem ser definidas matematicamente da seguinte forma:

- Índice do risco de falha

$$I_R = \frac{\int_{-\infty}^0 \mu_{\tilde{M}}(m) dm}{\int_{-\infty}^{\infty} \mu_{\tilde{M}}(m) dm} \quad (97)$$

Enquanto,

- Índice fuzzy de confiabilidade

$$I_G = 1 - I_R = \frac{\int_0^{\infty} \mu_{\tilde{M}}(m) dm}{\int_{-\infty}^{\infty} \mu_{\tilde{M}}(m) dm} \quad (98)$$

Onde:

$\mu_{\tilde{M}}$  = representa a função de pertinência

m = representa um número real associado à função marginal de segurança

#### 4.4. Programa Computacional

Nesta pesquisa foi desenvolvido um programa computacional com a finalidade de resolver as equações que compõe o modelo matemático formulado.

O programa foi escrito em linguagem FORTRAN e permite calcular as concentrações de DBO, OD e o Déficit de OD, em forma de funções de pertinências. Assim como, permite calcular as funções marginais de segurança, ao longo de todo o trecho do rio. Por fim, o programa permite que sejam calculados o risco e a confiabilidade, para cada seção do rio.

A estrutura do programa é constituída de várias sub-rotinas, cada uma possui uma função. A primeira sub-rotina é responsável pela leitura dos dados de entrada. Essa permite que sejam lidos todos os dados de entrada do programa, os quais compõem as condições

iniciais de vazão do rio e do efluente, concentração de DBO e OD iniciais do rio e do efluente, os coeficientes de reaeração, de decomposição da DBO e de decomposição da DBO global, temperatura, largura, profundidade e comprimento do rio.

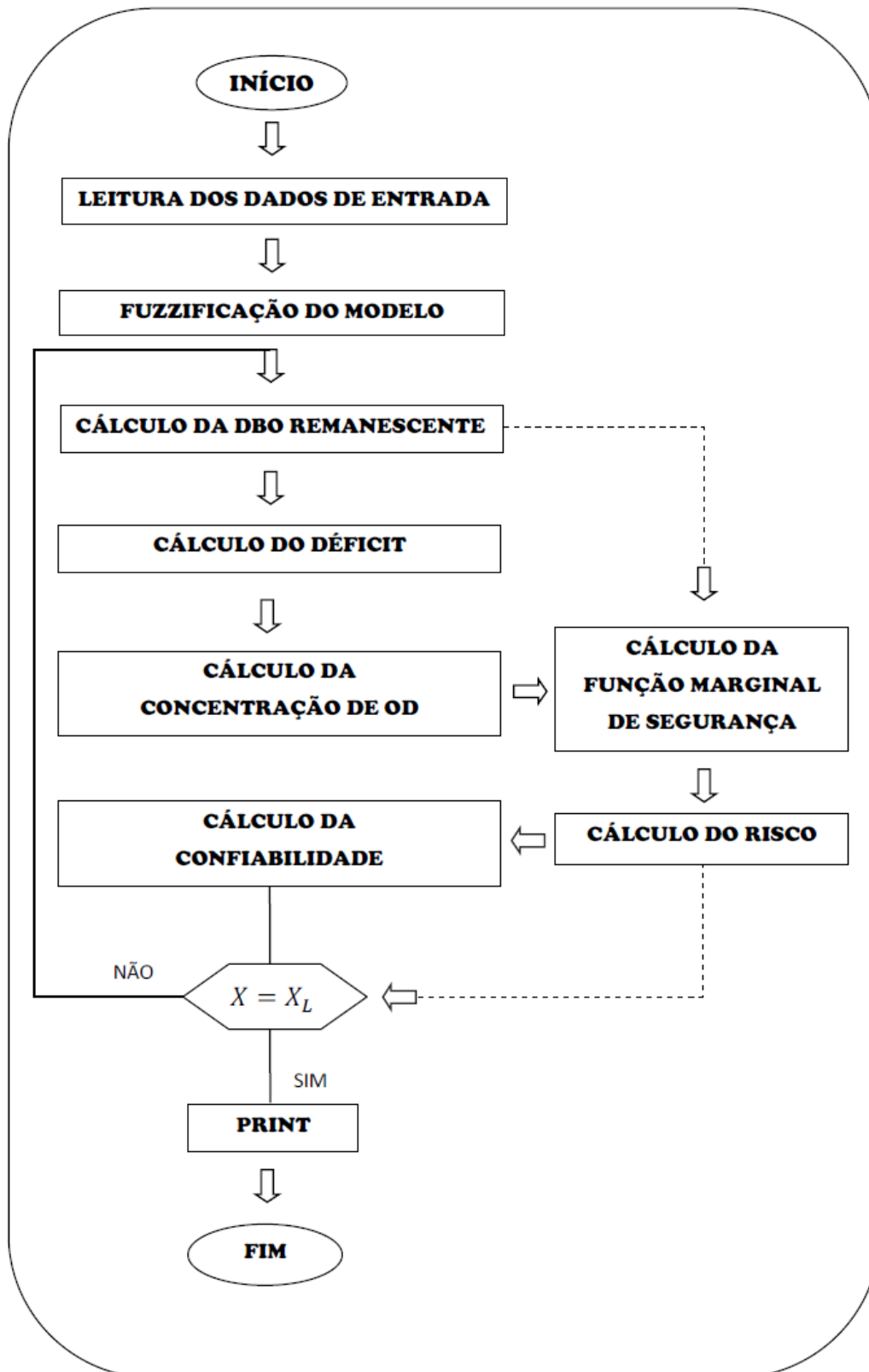
A segunda possui a tarefa de realizar a “fuzzificação” dos parâmetros e medidas citados no parágrafo anterior e a transformação desses em funções de pertinências. Após “fuzzificados” são utilizados nas demais sub-rotinas do programa.

Em seguida, foi criada a terceira sub-rotina, a qual calcula as concentrações da Demanda Bioquímica de Oxigênio, do Oxigênio dissolvido e o Déficit de OD em todo o trecho do rio.

A quarta sub-rotina foi desenvolvida com o objetivo de calcular o risco de contaminação e a confiabilidade para cada cenário simulado neste programa.

Por fim, a quinta e última sub-rotina, tem como finalidade produzir as impressões necessárias para as devidas análises dos resultados. Com a mesma é possível imprimir os campos de concentração, o campo de risco, o campo de confiabilidade e funções marginais de segurança ao longo do trecho do rio. A Figura 9 mostra um fluxograma com os principais elementos do programa.

Figura 9 – Fluxograma do modelo desenvolvido na pesquisa.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2016.

Nesta pesquisa, esta metodologia foi aplicada em diferentes cenários de lançamento de poluentes em rios naturais, nos quais foram variados os valores de temperatura, do coeficiente de aeração ( $K_a$ ) e da concentração da DBO no efluente. Com o objetivo de verificar a eficácia do modelo computacional e observar as variáveis de controle (concentração da DBO, concentração do OD e do déficit de OD) ao longo do rio. Por fim, através da função marginal o modelo possibilita a avaliação do risco e da confiabilidade de contaminação das águas. Ao analisar os gráficos fornecidos pelo programa torna-se fácil a compreensão do fenômeno de autodepuração que ocorre no rio que recebeu efluente.

#### 4.5. Dados do programa

Para realizar a análise do modelo, foram utilizados valores encontrados na literatura para os coeficientes de decomposição da DBO ( $K_d$ ), e o de decomposição da DBO global ( $K_r$ ). Esses valores estão apresentados na Tabela 2.

**Tabela 2** - Valores típicos dos coeficientes de remoção de DBO ( $K_1, K_d, K_s$  e  $K_r$ ) para temperatura 20°C.

Origem	$K_1$	Rios rasos			Rios profundos		
		$K_d$	$K_s$	$K_r$	$K_d$	$K_s$	$K_r$
Curso d'água recebendo esgoto bruto concentrado	0,35 - 0,45	0,50 - 1,00	0,10 - 0,35	0,60 - 1,35	0,35 - 0,50	0,05 - 0,02	0,40 - 0,70
Curso d'água recebendo esgoto bruto de baixa concentração	0,30 - 0,40	0,40 - 0,80	0,05 - 0,25	0,45 - 1,05	0,30 - 0,45	0,00 - 0,15	0,30 - 0,60
Curso d'água recebendo efluente primário	0,30 - 0,40	0,40 - 0,80	0,05 - 0,10	0,45 - 0,90	0,30 - 0,45	0,00 - 0,05	0,30 - 0,50
Curso d'água recebendo efluente secundário	0,12 - 0,24	0,12 - 0,24	-	0,12 - 0,24	0,12 - 0,24	-	0,12 - 0,24
Curso d'água com águas limpas	0,08 - 0,20	0,08 - 0,20	-	0,08 - 0,20	0,08 - 0,20	-	0,08 - 0,20

Fonte: Adaptado de Von Sperling, 2007.

Nota: rios rasos possuem profundidade inferior a cerca de 1,0 ou 1,5 m; os rios profundos possuem profundidade superior a 1,0 ou 1,5 m.

No modelo formulado, os coeficientes entram como função de pertinência, o valor central possui o maior grau de pertinência e os valores da base o menor grau de pertinência, ou seja, para o valor mínimo da base, o cálculo é de 0,75 do valor médio estabelecido, e para o valor máximo da base é de 1,25.

Com base na tabela 2, foram estabelecidos os valores do coeficiente de decomposição da DBO ( $K_d$ ) e do coeficientes de decomposição da DBO global ( $K_r$ ).



Considerando que o rio modelado possui 2 metros de profundidade média e recebe esgoto bruto concentrado, os valores utilizados foram [0,38; 0,5; 0,62] e [0,53; 0,70; 0,87], para Kd e Kr, respectivamente.

Segundo Von Sperling (2007), existem três métodos para estimar o valor do coeficiente de reaeração (Ka) e as faixas dos valores obtidos por esses métodos são bastante amplas, assim causando maior incerteza na determinação deste coeficiente. Por isso, foram selecionados com base na literatura 5 valores para este coeficiente, os quais foram aplicados no modelo formulado, com objetivo de observar o comportamento da concentração de OD e o déficit de oxigênio para os diversos valores de Ka.

Os dados referentes às dimensões do rio, vazão do efluente e do rio, concentração de DBO e OD do rio e do efluente são apresentados nos respectivos cenários de simulação.

#### **4.6. Definir cenários**

Foram pré-estabelecidos 6 (seis) cenários, nos quais foram realizadas as simulações. Nestes cenários foram variados os valores do coeficiente de aeração, da temperatura e da concentração de DBO do efluente. Com intuito de observar o comportamento das variáveis de controle e a influência dessas variações no fator de risco. Seguem abaixo os cenários avaliados neste trabalho.

##### **4.6.1. Cenário 1**

No cenário inicial é observado o comportamento da concentração de DBO, do déficit de oxigênio e da concentração de oxigênio em 100 seções de um rio qualquer, o qual recebe uma fonte de poluição pontual na primeira seção e cada seção representa 1 quilômetro do rio.

O propósito dessa primeira simulação é construir uma base de resultados para que seja possível a comparação posterior com os resultados dos demais cenários. Os dados da primeira simulação estão apresentados na tabela 3.

**Tabela 3** - Dados dos parâmetros utilizados na simulação do Cenário 1.

Parâmetros	Valores	Unidade
Vazão média do rio	[300000; 400000; 500000]	m <sup>3</sup> /d
Concentração de OD no rio	[5,25; 7,5; 8,75]	mg/L
Concentração de DBO no rio	[1,5; 2; 2,5]	mg/L
Largura média do rio	10	m
Profundidade média do rio	2	m
Comprimento do rio	100000	m
Temperatura média do rio	[20,25; 27; 33,75]	°C
Vazão média do efluente	[30000; 40000; 50000]	m <sup>3</sup> /d
Concentração de OD no efluente	0	mg/L
Concentração de DBO no efluente	[225; 300; 375]	mg/L
Coefficiente de reaeração	[1,5; 2; 2,5]	1/d
Coefficiente de decomposição da DBO	[0,375; 0,5; 0,625]	1/d
Coefficiente de decomposição da DBO global	[0,525; 0,7; 0,875]	1/d

Fonte: Elaborado pelo autor, 2016.

#### 4.6.2. Cenário 2

No segundo cenário a simulação foi realizada variando o valor do coeficiente de reaeração  $K_a$  entre 1 e 3  $d^{-1}$  para uma temperatura de 10°C, na sua forma *fuzzy* [ 7,5; 10, 12,5] °C; simulando um rio localizado em uma região de temperaturas mais baixas. Os demais dados utilizados estão apresentados na tabela 4. Com este cenário foi possível observar o comportamento da concentração de OD e o déficit de OD ao longo do rio para diferentes valores de  $K_a$  e a influência de uma temperatura de 10°C neste coeficiente.

**Tabela 4** - Dados dos parâmetros utilizados nas simulações dos Cenários 2,3 e 4.

Parâmetros	Valores	Unidade
Vazão média do rio	[300000; 400000; 500000]	m <sup>3</sup> /d
Concentração de OD no rio	[5,25; 7,5; 8,75]	mg/L
Concentração de DBO no rio	[1,5; 2; 2,5]	mg/L
Largura média do rio	10	m
Profundidade média do rio	2	m
Comprimento do rio	100000	m
Vazão média do efluente	[30000; 40000; 50000]	m <sup>3</sup> /d
Concentração de OD no efluente	0	mg/L
Concentração de DBO no efluente	[225; 300; 375]	mg/L
Coefficiente de decomposição da DBO	[0,375; 0,5; 0,625]	1/d
Coefficiente de decomposição da DBO global	[0,525; 0,7; 0,875]	1/d

Fonte: Elaborado pelo autor, 2016.

#### **4.6.3. Cenário 3**

O cenário 3 foi similar ao cenário 2, com modificação apenas no valor da temperatura do rio. Para este cenário foi utilizada uma temperatura de 27°C, na sua forma *fuzzy* [ 20,25; 27, 33,75] °C; simulando um rio em uma região de clima tropical. O valor do coeficiente de reaeração  $K_a$  continuou variando entre 1 e 3  $d^{-1}$ . Os demais dados utilizados permanecem os apresentados na tabela 4. Com este cenário foi possível observar o comportamento da concentração de OD e o déficit de OD ao longo do rio para diferentes valores de  $K_a$  e a influência de uma temperatura mais elevada neste coeficiente.

#### **4.6.4. Cenário 4**

No cenário 4 foi realizada uma simulação inversa as do cenário 2 e 3. Para este cenário foi fixado o valor de  $K_a$  igual a 2  $d^{-1}$ , na sua forma *fuzzy* [1,5; 2,0; 2,5], o qual foi o valor médio usado nas simulações dos cenários 2 e 3. E desta vez foi variado o valor da temperatura, de 10 a 30°C e os demais dados utilizados continuam sendo os apresentados na tabela 4. O objetivo deste cenário foi verificar o comportamento da concentração de OD e o déficit de OD ao longo do rio para diferentes valores de temperatura e observar o risco do sistema para esta situação.

#### **4.6.5. Cenário 5**

Na simulação do cenário 5, foi modificado o valor da concentração de DBO no efluente, passando a ser de 200 mg/L, na sua forma *fuzzy* [150; 200; 250] mg/L. O valor da temperatura foi variado no intervalo de 10 a 30°C e os demais dados estão apresentados na tabela 5. O objetivo desta simulação é observar o comportamento das variáveis de controle com esta nova concentração de DBO no efluente e a influência no fator de risco.

**Tabela 5** - Dados dos parâmetros utilizados na simulação dos Cenários 5 e 6.

<b>Parâmetros</b>	<b>Valores</b>	<b>Unidade</b>
Vazão média do rio	[300000; 400000; 500000]	m <sup>3</sup> /d
Concentração de OD no rio	[5,25; 7,5; 8,75]	mg/L
Concentração de DBO no rio	[1,5; 2; 2,5]	mg/L
Largura média do rio	10	m
Profundidade média do rio	2	m
Comprimento do rio	100000	m
Vazão média do efluente	[30000; 40000; 50000]	m <sup>3</sup> /d
Concentração de OD no efluente	0	mg/L
Coefficiente de reaeração	[1,5; 2; 2,5]	1/d
Coefficiente de decomposição da DBO	[0,375; 0,5; 0,625]	1/d
Coefficiente de decomposição da DBO global	[0,525; 0,7; 0,875]	1/d

Fonte: Elaborado pelo autor, 2016.

#### 4.6.6. Cenário 6

No cenário 6 foi similar a simulação do cenário 5, porém o valor da concentração de DBO no efluente foi o dobro da utilizada no cenário 5, ou seja, o valor passou a ser 400 mg/L, na sua forma fuzzy [300; 400; 500] mg/L. O valor da temperatura também foi variado no intervalo de 10 a 30°C e os demais dados utilizados permaneceram os apresentados na tabela 5. O objetivo desta simulação é observar o comportamento das variáveis de controle quando a concentração de DBO no efluente é significativamente maior, além disso, observar os efeitos causados nos gráficos do fator de risco para esta concentração. Por fim compará-los com os gráficos resultantes da simulação do cenário 5, o qual possui uma concentração de DBO efluente 50% menor.

É importante deixar claro que em todos os cenários, quando um parâmetro é variado como, por exemplo, a temperatura no cenário 6, a qual varia no intervalo de 10 a 30°, cada valor de temperatura utilizado no modelo é considerada na sua forma *fuzzy*.

## 5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Utilizando o modelo matemático, desenvolvido para esta pesquisa, foram realizadas várias simulações com dados dos cenários apresentados na metodologia. Com os resultados dessas simulações foi possível construir gráficos para analisar o comportamento da concentração de DBO, do déficit de oxigênio e da concentração de oxigênio. Além disso, foi

possível obter os comportamentos do risco e da confiabilidade do sistema através da função marginal, entre outras análises que o programa possibilita realizar.

Para efeito de discussão dos resultados foram considerados rios enquadrados na classe 2 da resolução CONAMA 357/2005.

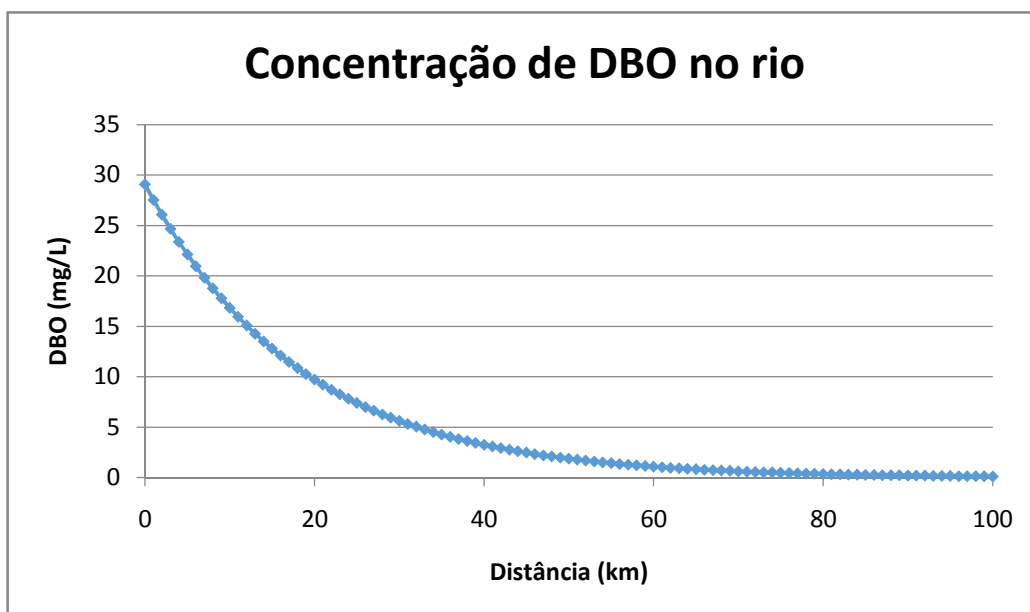
Abaixo são apresentadas as simulações referente aos 6 cenários apresentados na metodologia.

### 5.1. Cenário 1

Para o cenário 1, como explicado na metodologia, foram utilizados os dados de entrada da tabela 3. Neste cenário são apresentadas algumas das diversas possibilidades de construção de gráficos, utilizando os resultados produzidos pelo modelo aplicado. Deve ficar claro que, para construir os gráficos das Figuras 10, 11 e 12 foram considerados os valores com grau de pertinência 1.

O modelo utilizado considera que, no ponto de lançamento do efluente, ocorre uma mistura instantânea do efluente com o rio. Ao analisar a Figura 10, observar-se que a concentração de DBO inicial é 29 mg/L. Este ponto representa o ponto de mistura instantânea, ou seja, este valor é a nova concentração de DBO no rio após a mistura com o efluente.

**Figura 10** – Gráfico do comportamento da concentração de DBO ao longo do rio.

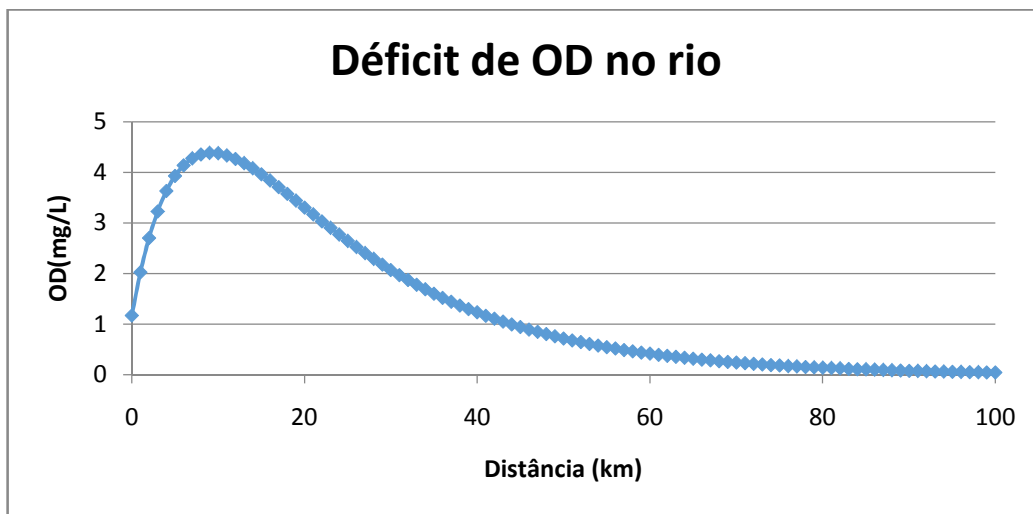


Fonte: Elaborado pelo autor, 2016.

Na Figura 10 o teor de matéria orgânica apresenta o seu máximo no ponto de lançamento e, devido às reações de decomposição da matéria orgânica pelos microrganismos a concentração da DBO decresce ao longo do rio. A concentração da DBO é 4,8 mg/L a 33km, ou seja, neste ponto é a primeira concentração de DBO menor que 5 mg/L, valor que obedece aos limites estabelecidos para águas doces de classe 2, exigido na resolução CONAMA 357/2005.

Segundo Von Sperling (2007), após o lançamento do efluente ocorre à proliferação de bactérias, com grande predominância das formas aeróbias. Essas formas de bactérias utilizam o oxigênio dissolvido no meio líquido nos seus processos metabólicos. Como o efluente possui uma concentração alta de DBO, ou seja, alimento em abundância na forma de matéria orgânica, além de oxigênio dissolvido suficiente para a sua respiração, as bactérias aeróbias têm amplas condições para o desenvolvimento e reprodução.

**Figura 11** – Comportamento do déficit de OD ao longo do rio.



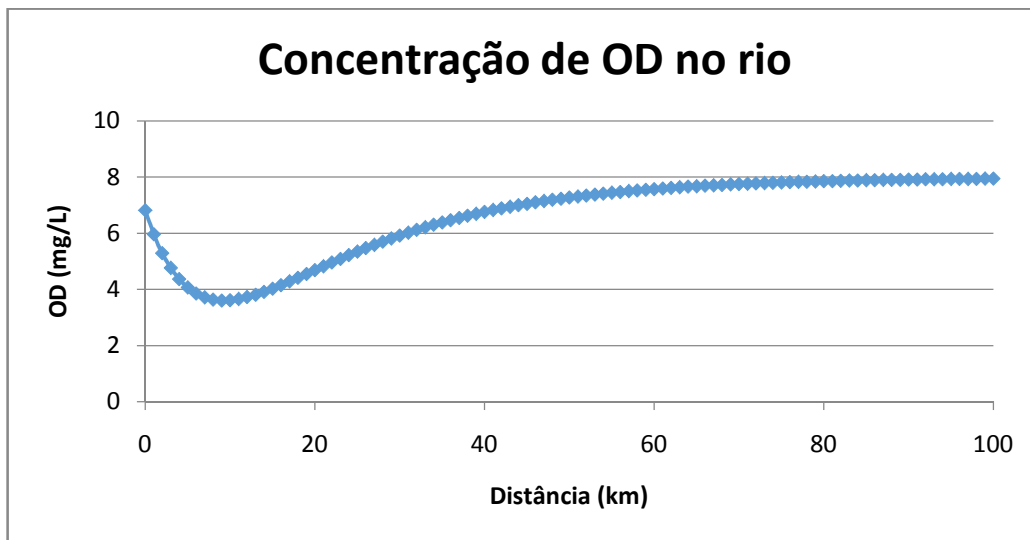
Fonte: Elaborado pelo autor, 2016.

No gráfico da Figura 11 observa-se um aumento no déficit de OD até a seção de 9km, e no gráfico da Figura 12 observa-se um decaimento na concentração de OD, também, até a seção de 9km. Portanto, a seção de 9 km é o ponto de menor concentração de OD, ou seja, é denominado ponto de **concentração crítica de OD** (Cc). Similar a essa situação, ocorre no gráfico da Figura 11, onde a seção de 9 km é o ponto do **déficit crítico** (Dc), no qual o déficit alcança o seu maior valor. Neste ponto o consumo de OD, pelas bactérias decompositoras, se iguala a captação de OD, por reaeração. Após o ponto de Cc, que é o mesmo de Dc, os níveis de concentração de OD passam a se recuperar. Pois, grande parte da

matéria orgânica já se encontra estabilizada, ou seja, transformada em compostos inertes. Nesta seção inicia a recuperação das condições normais do rio anteriores ao lançamento do efluente, em relação à concentração de oxigênio dissolvido, a matéria orgânica e aos níveis de bactérias.

Por volta da seção de 44 km a concentração de OD se aproxima da concentração de saturação do rio, que é 7,99 mg/L. A partir do km 23, a concentração de OD passa a atender ao limite mínimo de 5mg/L, estabelecido pela Resolução Conama 357/05 para águas doces de classe 2 (Figura 12).

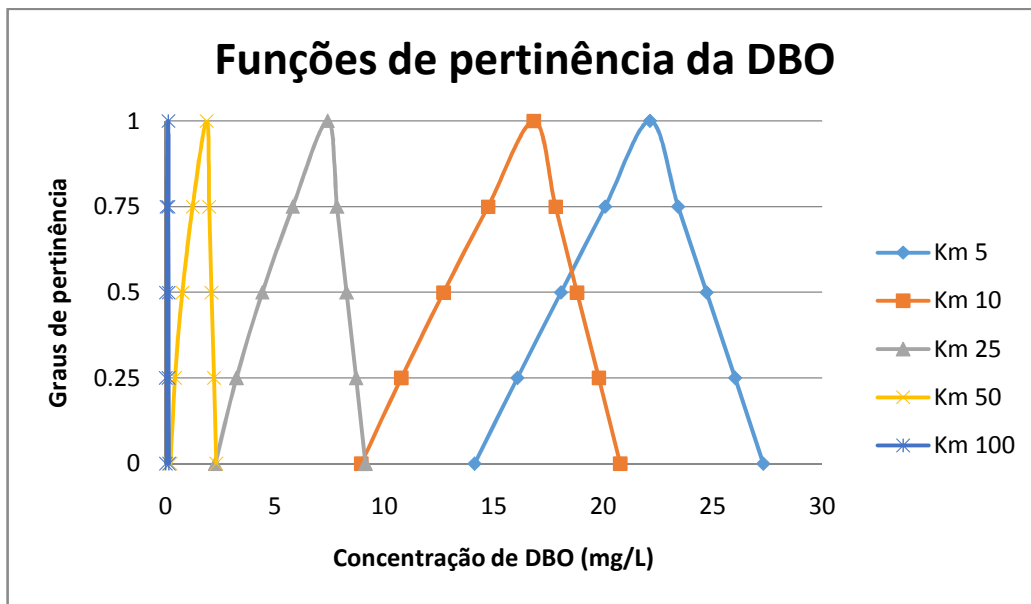
**Figura 12** – Comportamento da concentração de OD ao longo do rio.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2016.

Na Figura 13 estão apresentadas as funções de pertinências das seções de 5km, 10km, 25km, 50km e 100km. Neste gráfico a DBO pode ser visualizada na sua forma *fuzzy*, onde os valores com grau de pertinência zero são aqueles com menor possibilidade de ocorrência, enquanto que aqueles próximos ao grau de pertinência 1 têm maior possibilidade de ocorrência (SALES, 2014).

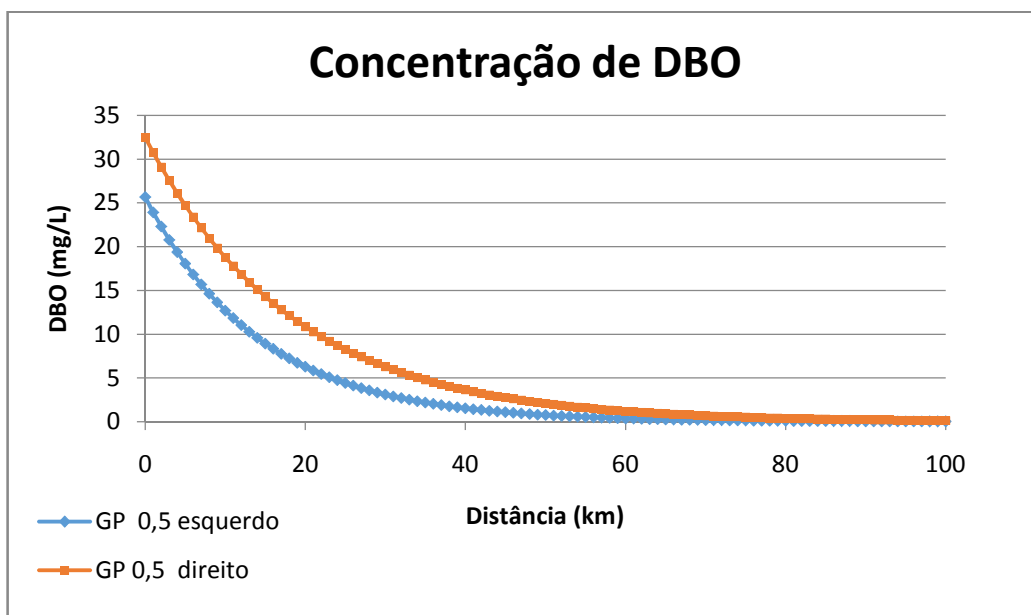
**Figura 13** – Comportamento das funções de pertinência da DBO em diferentes seções do rio.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2016.

Para que seja compreendida a configuração da função de pertinência a Figura 14 ilustra o comportamento da concentração de DBO ao longo do rio, quando o grau de pertinência for igual a 0,5.

**Figura 14** – Comportamento da concentração de DBO para grau de pertinência de 0,5.



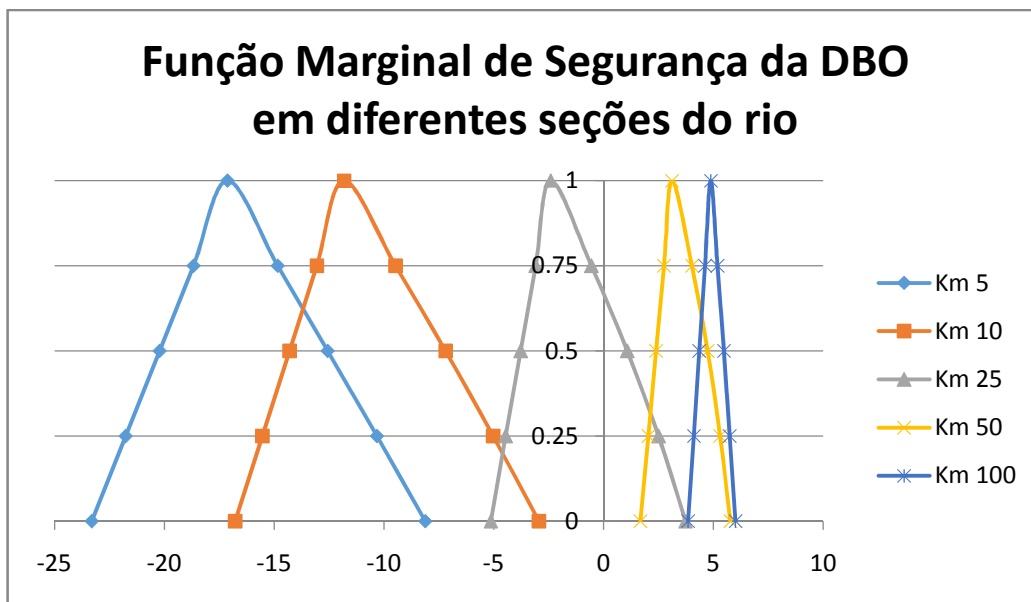
Fonte: Elaborado pelo autor, 2016.



A linha inferior e a linha superior ilustradas na Figura 14 representam os valores da concentração para o nível de pertinência igual a 0,5. Qualquer concentração presente entre estas duas linhas tem o grau de pertinência superior a 0,5, o que indica a região de maior possibilidade de ocorrência dos valores de concentração de DBO.

Como explicado na metodologia, a função marginal de segurança é calculada pela diferença entre a resistência do rio, valores de concentrações definidos pela Resolução Conama 357/05 (Tabela 1), e as concentrações obtidas na solução da equação completa de Streeter-Phelps na sua forma *fuzzy*.

**Figura 15** – Comportamento da função marginal de segurança da DBO em diferentes seções do rio.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2016.

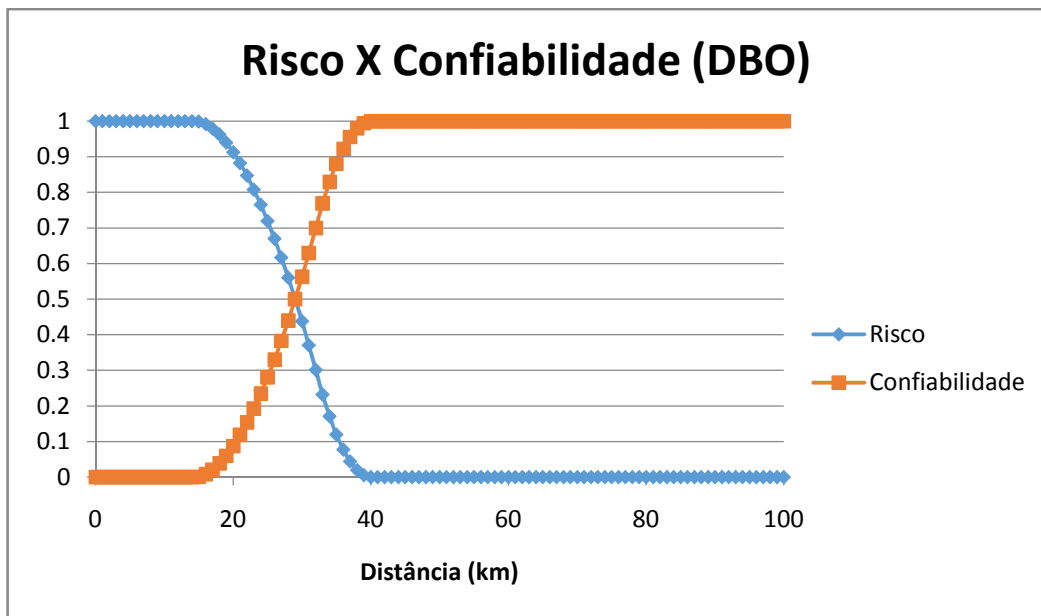
Na interpretação do gráfico da Figura 15 de função marginal, quanto mais à esquerda do eixo das ordenadas estiver a função de pertinência, maior será o risco de contaminação das águas do rio. Para concentrações de DBO acima de 5 mg/L, valor de resistência do modelo para DBO, a função de pertinência se encontra a esquerda do eixo das ordenadas.

Analisando ainda a figura anterior, observa-se o deslocamento das funções de pertinência para a direita do eixo das ordenadas, a medida que aumenta a distância do ponto de lançamento do efluente. Isso ocorre porque ao longo do rio ocorrem as reações de

decomposição da matéria orgânica e assim a concentração de DBO diminui ao longo das seções, até alcançar a concentração de DBO do rio anterior ao lançamento ou menor.

A partir dos dados da função marginal são calculados os valores do risco e da confiabilidade.

**Figura 16** – Comportamento do risco e da confiabilidade ao observar o comportamento da concentração de DBO ao longo do rio.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2016

Como explicado na metodologia, o risco é calculado pela divisão da área à esquerda do eixo das ordenadas da função marginal de segurança, pela área total da função marginal, em cada uma das seções. Enquanto confiabilidade é calculada a pela divisão da área à direita do eixo das ordenadas da função marginal de segurança, pela área total da função marginal, em cada uma das seções.

Na Figura 16 observa-se que o risco de contaminação das águas é máximo nos primeiros 15 quilômetros do rio e decresce ao longo do rio, a medida que há um decaimento da matéria orgânica. E por volta da seção de 40 km o risco é mínimo.

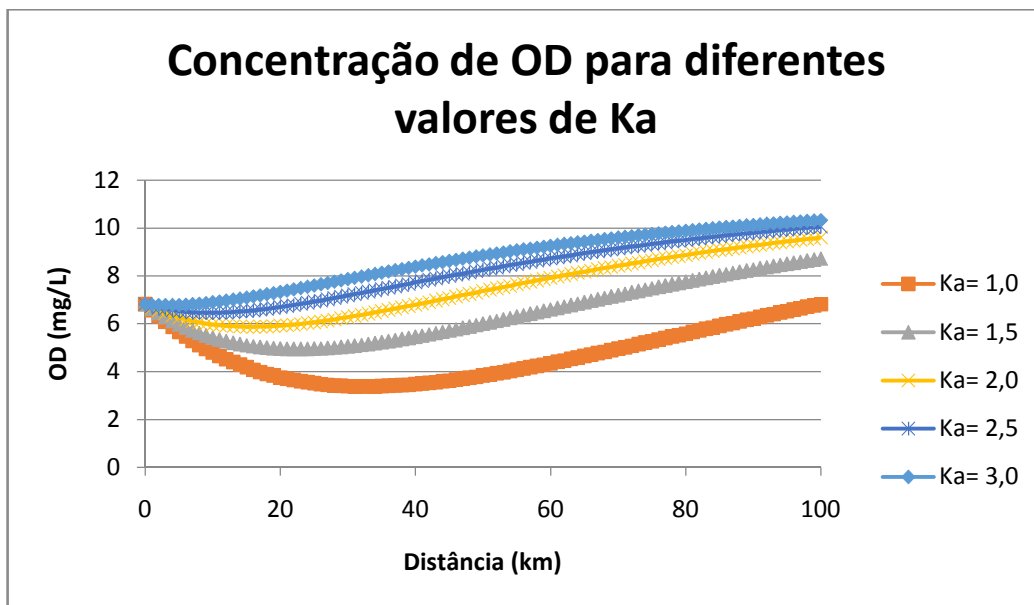
O inverso ocorre com a confiabilidade, que nos primeiros 15 quilômetros do rio é igual a 0 (zero) e com o distanciamento do ponto do lançamento do efluente a confiabilidade aumenta. Por volta da seção de 40 km a confiabilidade é máxima, ou seja, é a garantia que a partir dessa seção a concentração de DBO será inferior a 5mg/L.

## 5.2. Cenário 2

Para este cenário a simulação foi realizada variando o valor do coeficiente de reaeração  $K_a$  entre 1 e  $3 d^{-1}$ , em sua forma *fuzzy*, para uma temperatura de  $10^{\circ}C$ . O risco neste cenário foi calculado para o parâmetro oxigênio dissolvido (OD).

O modelo utilizado considera que no lançamento do efluente ocorre uma mistura instantânea do efluente com o rio. As concentrações iniciais de OD apresentadas na Figura 17, representam o valor das novas concentrações de OD no rio após a mistura com o efluente.

**Figura 17** – Comportamento da concentração de OD ao longo do rio para diferentes valores de  $K_a$ .



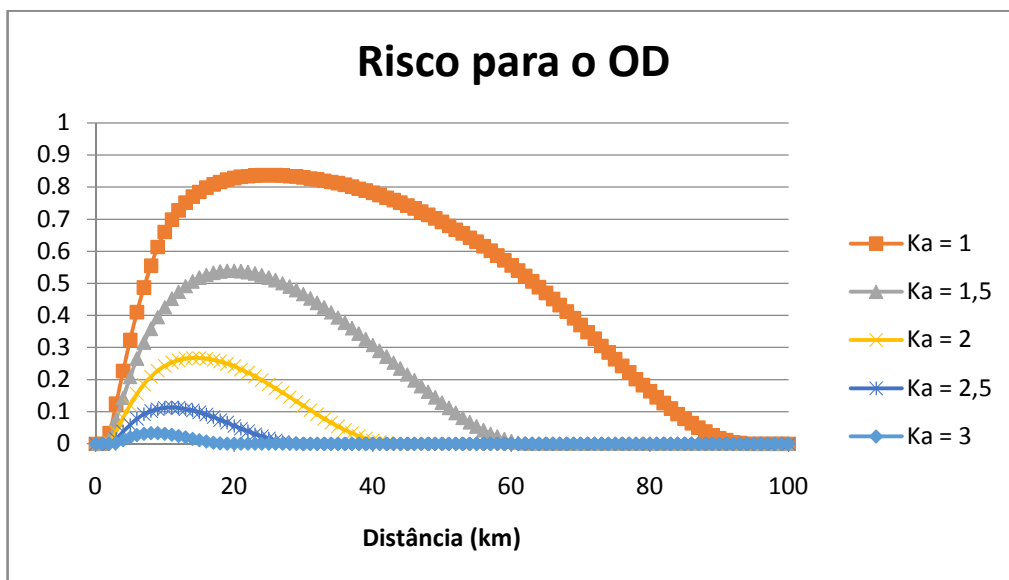
Fonte: Elaborado pelo autor, 2016.

Ao observar o gráfico da Figura 17 é possível perceber que quanto maior o valor do coeficiente de reaeração ( $K_a$ ), menor é o decaimento da concentração de OD ao longo do rio. Para maiores valores de  $K_a$ , maior é a introdução de oxigênio dissolvido no meio líquido. Essa introdução ocorre pelo fenômeno de transferência de gases, no qual moléculas de gases são intercambiadas entre o líquido e o gás através da sua interface (VON SPERLING, 2007). Esse fenômeno resulta no aumento da concentração de oxigênio na fase líquida (OD).

O valor mínimo da concentração de OD utilizado como valor de resistência do rio nesta pesquisa foi de 5mg/L. Esta concentração é a estabelecida como concentração mínima de OD para águas doces de classe 2 da Resolução Conama 357/05.

Ao analisar a Figura 17, a concentração de OD tem menor decaimento para maiores valores de  $K_a$ . Portanto, o risco do sistema falhar é menor (Figura 18). Em outras palavras a possibilidade da concentração de OD ficar abaixo do valor mínimo da referida resolução é menor.

**Figura 18** – Comportamento do risco ao observar o comportamento da concentração de OD para diferentes valores de  $K_a$ .



Fonte: Elaborado pelo autor, 2016.

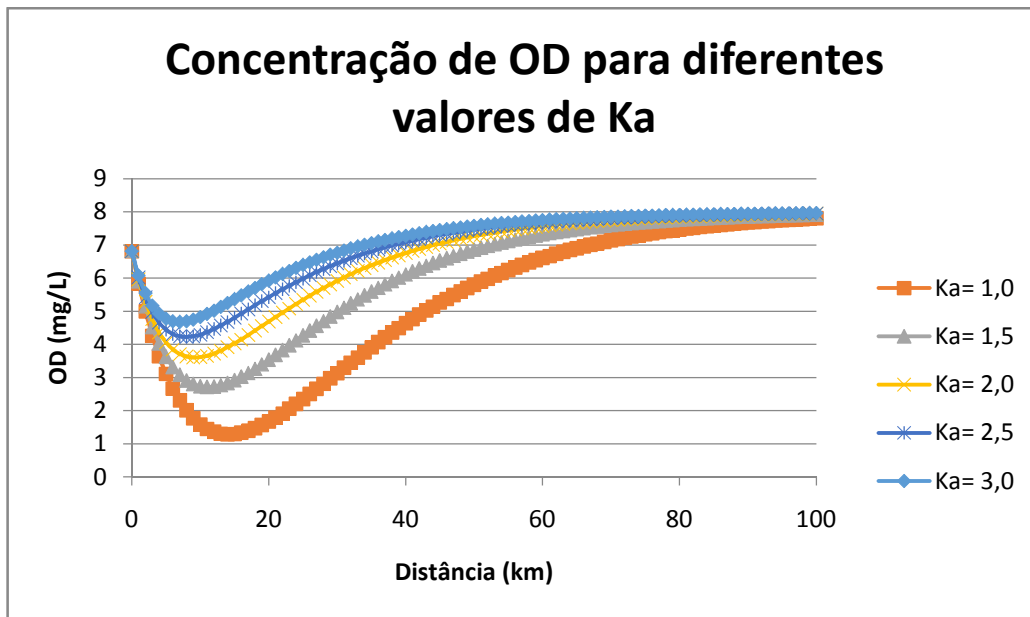
### 5.3. Cenário 3

No Cenário 3 a simulação foi realizada variando o valor do coeficiente de reaeração  $K_a$  entre 1 e 3  $d^{-1}$ , em sua forma *fuzzy*, para uma temperatura de 27 °C. O risco neste cenário, também foi calculado para o parâmetro oxigênio dissolvido (OD).

O comportamento da concentração de oxigênio dissolvido no cenário 3 (Figura 19) é similar ao do cenário 2 (Figura 17). Para maiores valores do coeficiente de reaeração ( $K_a$ ), menor o decaimento da concentração de OD ao longo do rio.

Ao comparar o Cenário 2, que utilizou a temperatura de 10°C, com o Cenário 3, que utilizou a temperatura de 27°C, é possível perceber que as curvas de concentração de OD possuem maior decaimento para temperatura de 27°C.

**Figura 19** – Comportamento da concentração de OD ao longo do rio para diferentes valores de  $K_a$ .



Fonte: Elaborado pelo autor, 2016.

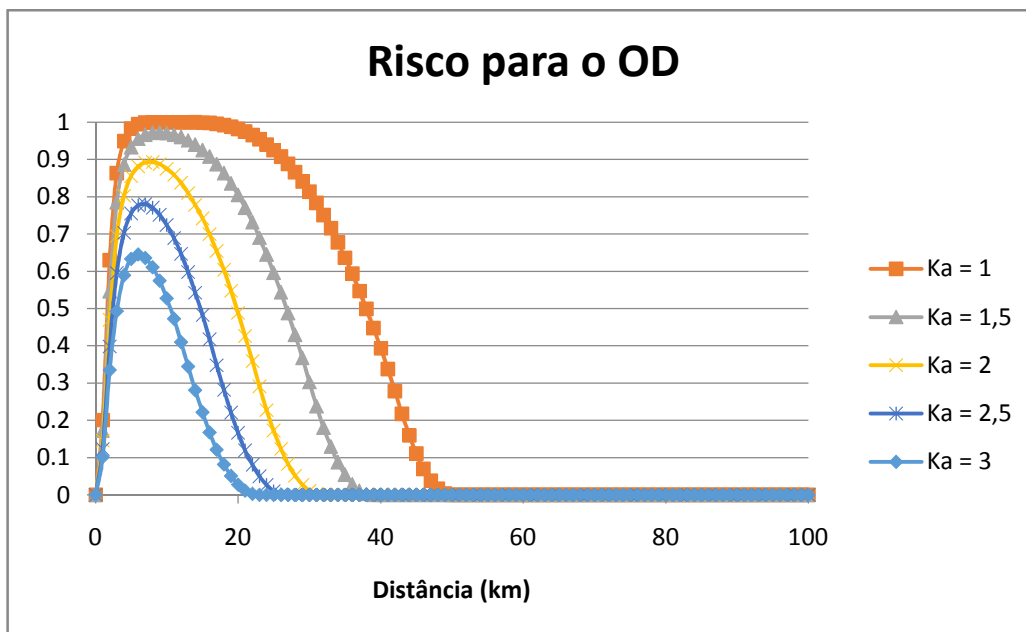
A temperatura tem grande influência no metabolismo microbiano, afetando assim as taxas de conversão da matéria orgânica. Em outras palavras, quanto maior a temperatura, maior será a velocidade das reações de decomposição da matéria orgânica, onde a maior parte dessas reações de decomposição é realizada por bactérias aeróbias. O que explica o decaimento dos níveis de OD ser maior nos primeiros quilômetros do rio do cenário 3, temperatura de 27°C (Figura 19) do que o decaimento dos níveis de OD no cenário 2, temperatura 10°C (Figura 17).

A temperatura também tem influência sobre a solubilidade dos gases. Quanto menor a temperatura maior a solubilidade do OD, ou seja, maior será a concentração de saturação. As concentrações de saturação de OD, para o rio utilizado no cenário 2 e 3 são, respectivamente, 11,327 mg/L e 7,990 mg/L.

Na seção de 100km do cenário 2 a concentração de OD é 10,33 mg/L, quando  $K_a= 3 d^{-1}$  (Figura 17). Já na mesma seção para o cenário 3, a concentração de OD é 7,96 mg/L, quando  $K_a= 3 d^{-1}$  (Figura 19). Ambas são concentrações de OD estão próximas as suas respectivas concentrações de saturação de OD.

O risco de o sistema falhar também é menor para maiores valores de  $K_a$  (Figura 20), pois, quanto maior o valor de  $K_a$ , menor a possibilidade da concentração de OD ficar abaixo do valor mínimo de 5 mg/L, valor de referência.

**Figura 20** – Comportamento do risco ao observar o comportamento da concentração de OD para diferentes valores de Ka.



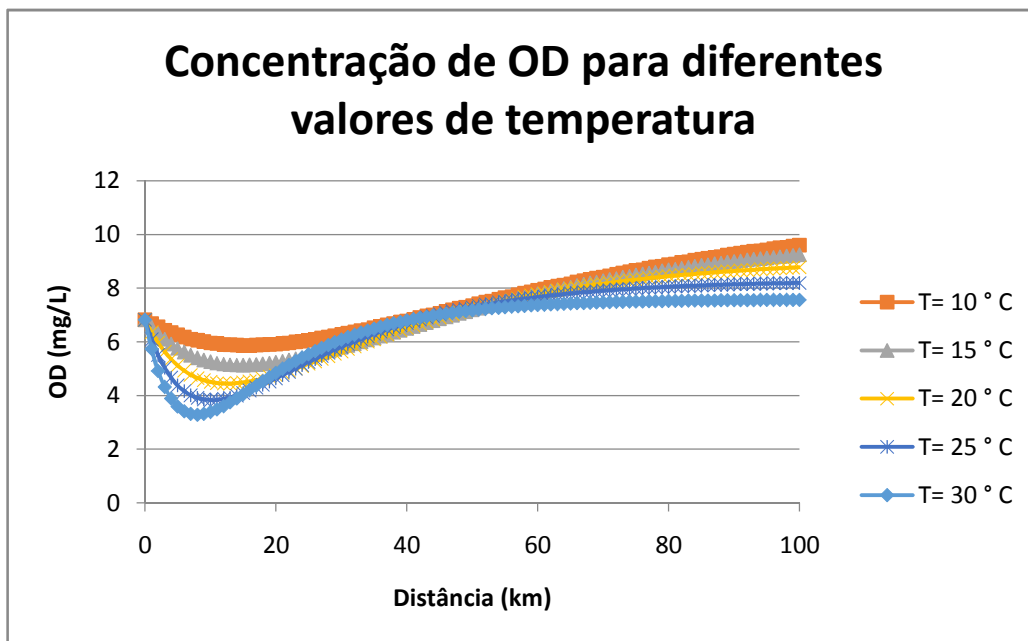
Fonte: Elaborado pelo autor, 2016.

#### 5.4. Cenário 4

No cenário 4 as simulações foram realizadas variando a temperatura entre 10°C e 30°C, em sua forma *fuzzy*, e fixando o valor de Ka em  $2 d^{-1}$ . O risco neste cenário foi calculado para o parâmetro demanda bioquímica de oxigênio (DBO).

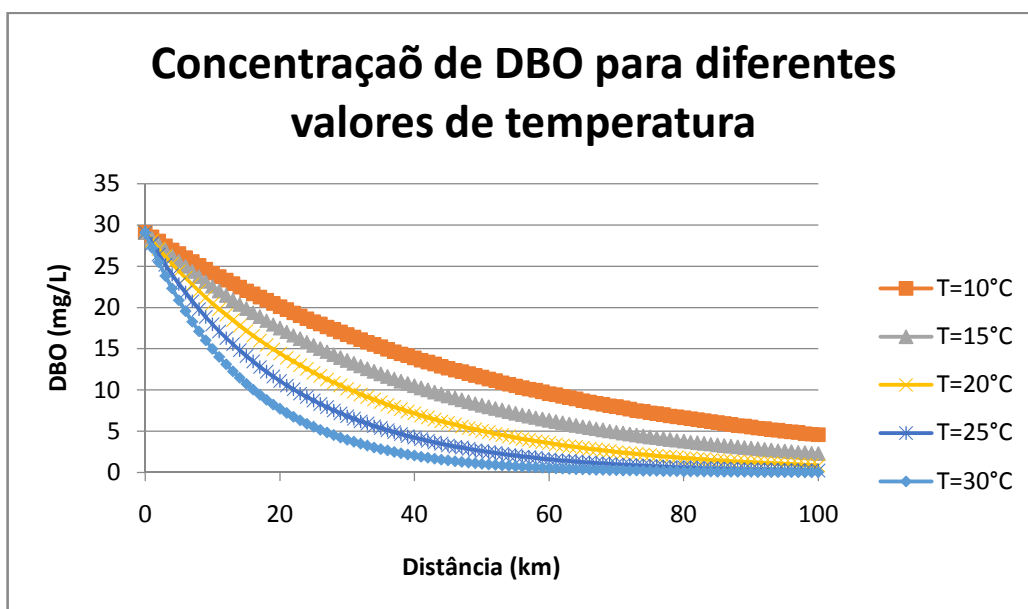
Ao observar o gráfico da Figura 21 é possível perceber que para maiores temperaturas a curva de concentração de OD possui um decaimento maior nas primeiras seções do rio. Isso ocorre porque quanto maior a temperatura, maior será a velocidade das reações de decomposição da matéria orgânica. Assim, o decaimento dos níveis de oxigênio é maior nos primeiros quilômetros do rio. Fato explicado na comparação entre os cenários 2 e 3.

**Figura 21** – Comportamento da concentração de OD ao longo do rio para diferentes valores de temperatura.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2016.

**Figura 22** – Comportamento da concentração de OD ao longo do rio para diferentes valores de temperatura.

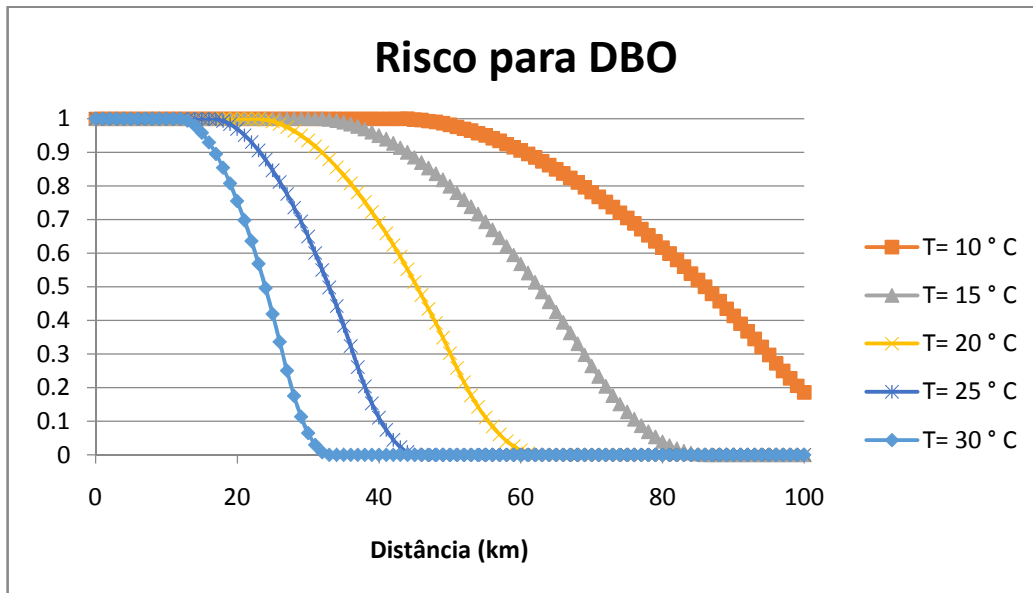


Fonte: Elaborado pelo autor, 2016.

Na Figura 22, mostra o comportamento da concentração de DBO ao longo do rio quando simulado para diferentes valores de temperatura. Nas temperaturas mais elevadas há

uma maior redução na concentração de DBO ao longo do rio. Possivelmente, isso seja explicado pela influência da temperatura no decaimento das concentrações de DBO.

**Figura 23** – Comportamento do risco ao observar o comportamento da concentração de DBO para diferentes valores de temperatura.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2016.

No gráfico do risco para DBO (Figura 23), considerando a temperatura de 10 °C, até a seção de 42 km o risco é máximo (risco = 1) e posteriormente o risco decresce. Mas para temperatura de 30° C o risco é máximo até a seção de 11 km, após essa seção o risco decresce.

A concentração de DBO sofre maior decaimento para maiores valores de temperatura (Figura 22). Por isso, o risco do sistema falhar será menor para as temperaturas mais elevadas (Figura 23).

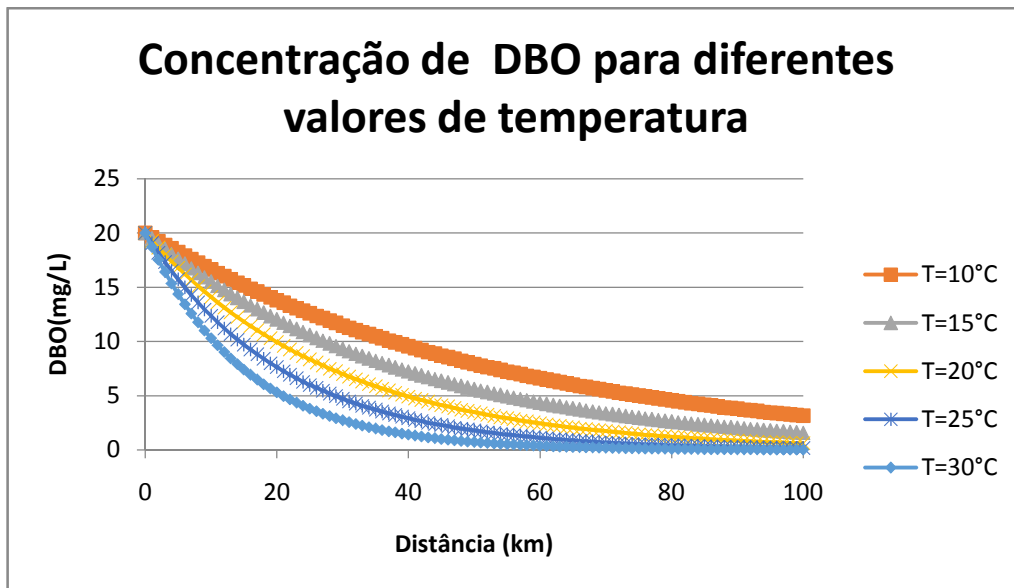
Quando o risco for zero significa que as concentrações de DBO, produzidas nas simulações considerando todos os graus de pertinência, se encontram abaixo do valor de referência de 5mg/L, da Resolução Conama 357/05.

## 5.5. Cenário 5

As simulações do cenário 5 foram realizadas variando a temperatura entre 10°C e 30°C, em sua forma *fuzzy*, e considerando a concentração DBO do efluente 200mg/L.



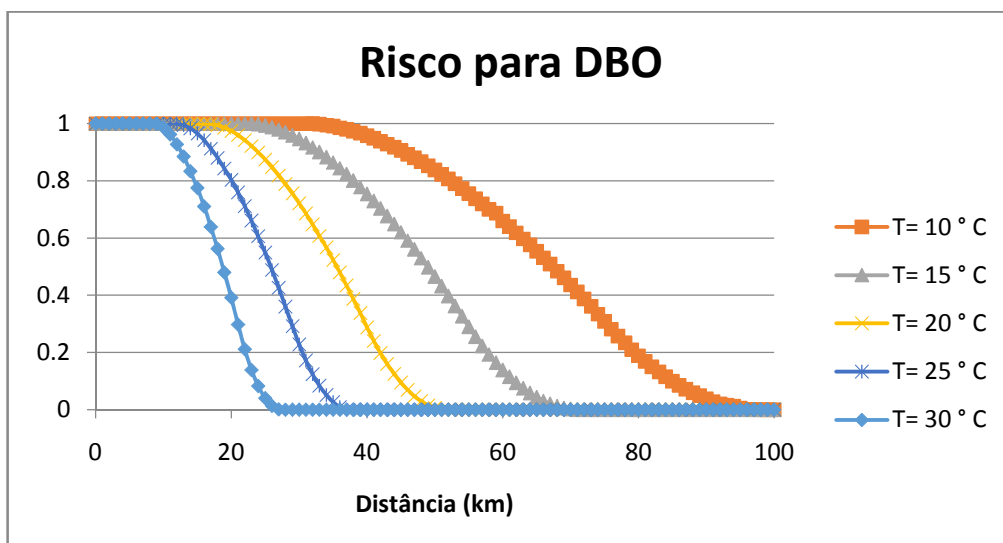
**Figura 24** – Comportamento do risco ao observar o comportamento da concentração de DBO para diferentes valores de temperatura e concentração de efluente de DBO (200 mg/L).



Fonte: Elaborado pelo autor, 2016.

A Figura 24 apresenta o decaimento da concentração de DBO ao longo rio. A concentração inicial de DBO, seção de 0 km (zero), é inferior as apresentadas nos cenários anteriores. Isso ocorre por que a concentração de DBO no efluente é 200mg/L, menor que as concentrações nos demais cenários. Ao aplicar o cálculo de mistura rio/esgoto para o parâmetro de DBO a nova concentração DBO no rio é 20 mg/L, seção de 0 km (zero).

**Figura 25** – Comportamento do risco ao observar o comportamento da concentração de DBO para diferentes valores de temperatura, para concentração de efluente de DBO (200 mg/L).



Fonte: Elaborado pelo autor, 2016.

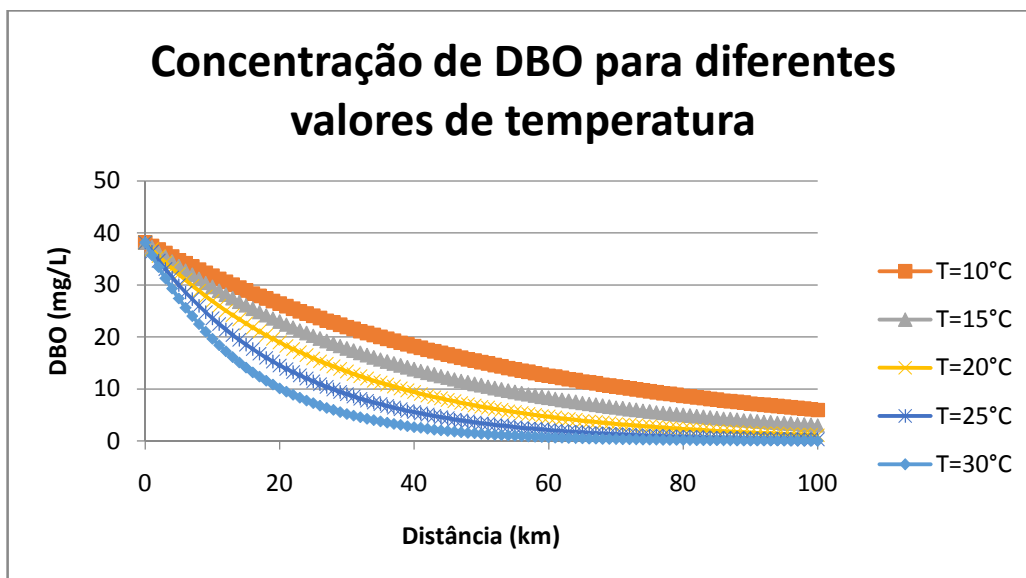
Ao analisar o risco para o parâmetro DBO (Figura 25) é possível observar que para as temperaturas mais elevadas o risco é menor. Segundo os resultados das simulações do cenário 5, ao final dos 100 quilômetros simulados, o risco é 0 (zero) para todas as temperaturas. Isso significa que ao final das seções analisadas a concentração de DBO será inferior a 5 mg/L, assim, obedecendo os limites da Resolução Conama 357/05.

## 5.6. Cenário 6

No cenário 6 as simulações foram realizadas variando a temperatura entre 10°C e 30°C, em sua forma *fuzzy*. E o valor da concentração de DBO no efluente de 400 mg/L, o dobro da concentração utilizada no cenário 5.

Como a concentração de DBO do efluente é maior nesse cenário, a concentração inicial de DBO, para a seção de 0 km (zero), é superior as apresentadas nos cenários anteriores. Ao aplicar o cálculo de mistura rio/esgoto para o parâmetro de DBO a nova concentração obtida é 38,20 mg/L.

**Figura 26** – Comportamento do risco ao observar o comportamento da concentração de DBO para diferentes valores de temperatura e concentração de efluente de DBO (400 mg/L).

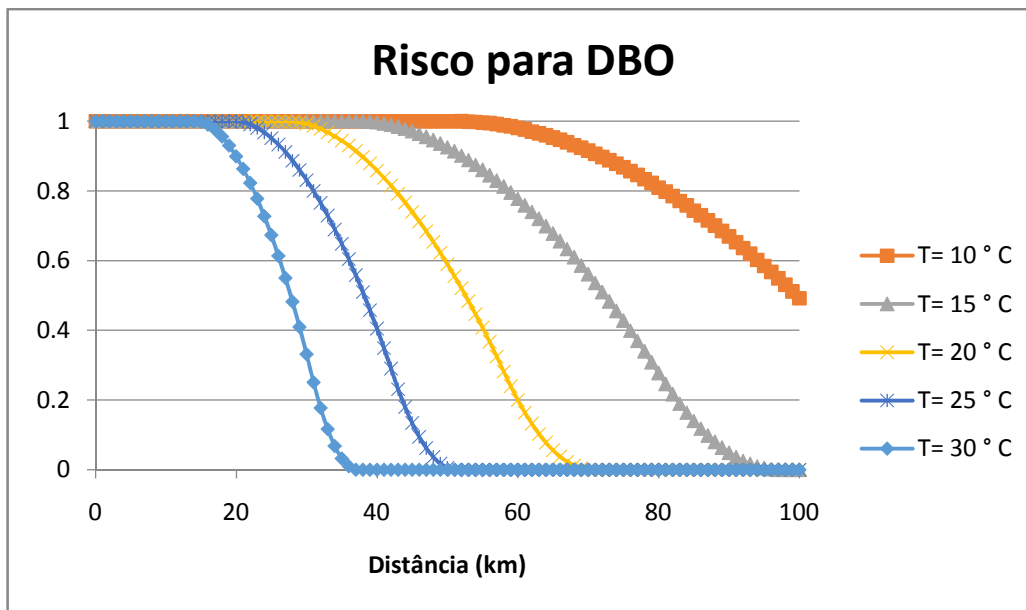


Fonte: Elaborado pelo autor, 2016.

Ao realizar a análise da Figura 27, o risco para o parâmetro DBO é menor quando os valores de temperatura são mais elevados. Conforme os resultados obtidos nas simulações do cenário 6, ao final dos 100 quilômetros simulados, o risco é 0 (zero) para temperatura

entre 15 e 30°C. No entanto, para temperatura igual a 10°C, ao final dos 100 km o risco possui valor de 0,49. Isto ocorre por que ao final dos 100 km a concentração de DBO no rio é igual a 6,2 para temperatura de 10 °C, ou seja, acima do valor estabelecido pela Resolução Conama 357/05 (Figura 26).

**Figura 27** – Comportamento do risco ao observar o comportamento da concentração de DBO para diferentes valores de temperatura e concentração de efluente de DBO (400 mg/L).



Fonte: Elaborado pelo autor, 2016.

Ao comparar os gráficos gerados nos cenários 5 e 6, com as respectivas concentrações de DBO efluente: 200mg/L e 400mg/L, é possível observar que para maior concentração de DBO no efluente o risco se torna mais elevado, ou seja, menor a confiabilidade do sistema.

## 6. CONCLUSÕES E SUGESTÕES

Após aplicação do modelo Streeter-Phelps fuzzificado e a análise dos resultados gerados foi possível concluir que:

Para valores mais elevados do coeficiente de reaeração ( $K_a$ ) a curva de concentração de OD ao longo do rio apresenta menor decaimento, pois, quanto maior o valor de  $K_a$ , maior a introdução de oxigênio no meio líquido. Essa introdução ocorre pelo fenômeno de transferência de gases, através do qual, moléculas de gases são intercambiadas

entre o líquido e o gás através da sua interface (VON SPERLING, 2007). Esse fenômeno resulta no aumento da concentração de oxigênio na fase líquida (OD).

O risco de o sistema falhar é menor, em relação ao parâmetro OD, para maiores valores de  $K_a$ , pois, quanto maior o valor de  $K_a$ , menor a possibilidade da concentração de OD ficar abaixo do valor mínimo de 5 mg/L, valor de referência utilizado nesta pesquisa.

Para maiores valores de temperaturas as curvas de concentração de OD apresentam maiores decaimentos, pois, a temperatura tem grande influência no metabolismo microbiano, afetando, assim, as taxas de conversão da matéria orgânica. Em outras palavras, quanto maior a temperatura, maior será a velocidade das reações de decomposição da matéria orgânica, onde a maior parte dessas reações de decomposição é realizada por bactérias aeróbias.

A concentração de DBO sofre maior decaimento para valores de temperatura mais elevados, pois quanto maior a temperatura, maior a velocidade das reações de decomposição da matéria orgânica. Por isso, o risco do sistema falhar será menor para as temperaturas mais elevadas, em relação à concentração de DBO.

Os resultados permitem concluir também que para maior concentração de DBO no efluente, o risco se torna mais elevado, ou seja, maior a possibilidade da concentração de DBO ficar acima do valor mínimo de 5 mg/L, valor de referência utilizado nesta pesquisa.

A aplicação desse modelo gera uma gama de resultados que são utilizados na construção de gráficos para analisar o comportamento das variáveis de controle e verificar o risco e a confiabilidade para cada situação analisada. Os resultados desse modelo podem auxiliar na tomada de decisões por gestores ambientais.

Como sugestão para estudos futuros, recomenda-se:

- Incorporar no modelo múltiplas fontes, de modo que sejam considerados o consumo de OD pelo nitrogênio, a produção de OD pela fotossíntese, o consumo de OD pela demanda bentônica e a sedimentação de DBO particulada;
- Simular para diversas fontes de lançamentos de efluente;
- Aplicar este modelo em rios como estudo de caso e verificar a capacidade de diluição dos mesmos.

## REFERÊNCIAS

- AGÊNCIA NACIONAL DE ÁGUAS - ANA. **Indicadores de qualidade – Índice de qualidade das águas**. Disponível em: <http://pnqa.ana.gov.br/IndicadoresQA/IndiceQA.aspx>. Acesso em: 17 de novembro 2015.
- ALMEIDA, R. A. S.; PEREIRA, J. S.; RESENDE, M. P.; **I-215 - Avaliação da qualidade e das modalidades de fornecimento de água para pequenas comunidades do Estado da Bahia** – Associação Brasileira de Engenharia Sanitária e Ambiental - 26º Congresso Brasileiro de Engenharia Sanitária e Ambiental, 2011.
- ANDRADE, C. F.; **Modelagem matemática da qualidade das águas**. COGERH, 2007. Disponível em: <http://www.hidro.ce.gov.br/data/arquivos/Leituras.pdf>. Acesso em: 02 de novembro de 2015.
- ANDRADE, L. N. **Autodepuração dos corpos d'água**. Revista da Biologia – [www.ib.usp.br/revista](http://www.ib.usp.br/revista) – publicado no volume 5 – dezembro de 2010.
- ARAÚJO, J. A. F. **Análise do risco ambiental em rios mediante aplicação de um modelo matemático bidimensional difuso considerando a influência de ondas de cheia**. Tese submetida à Coordenação do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Ceará, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Doutor. Fortaleza, 2015.
- BENEDITI, A.; BIDONE, F.; **O meio ambiente e os recursos hídricos**. In: TUCCI, C.E.M. (Org). Hidrologia: ciência e aplicação. Porto Alegre: Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2001.
- BERGMAN, T. L.; LAVINE, A. S.; INCROPERA, F. I.; DEWITT, D.P. **Fundamentos de transferência de calor e de massa**. 7ed – Rio de Janeiro: LCT, 2014.
- BRASIL. **A Política Nacional do Meio Ambiente** - Lei 6938, de 31 de agosto de 1981. Dispõe sobre a Política Nacional do Meio Ambiente, seus fins e mecanismos de formulação e aplicação, e dá outras providências. (DOU, 1981).
- BRASIL. Lei das Águas – Lei nº9.433, de 8 de Janeiro de 1997. Institui a **Política Nacional de Recursos Hídricos**, cria o Sistema Nacional de Gerenciamento de Recursos Hídricos, regulamenta o inciso XIX do artigo 21 da Constituição Federal, e altera o artigo 1º da Lei nº8.001, de 13 de março de 1990, que modificou a Lei nº7.990, de 28 de dezembro de 1989. DOU 09.01.1997.
- BRASIL. O Conselho Nacional do Meio Ambiente – **Resolução CONAMA Nº 357, DE 17 DE MARÇO DE 2005** que Dispõe sobre a classificação dos corpos de água e diretrizes ambientais para o seu enquadramento, bem como estabelece as condições e padrões de lançamento de efluentes, e dá outras providências. Alterada pela Resolução 410/2009 e pela 430/2011. Publicada no DOU nº 053, de 18/03/2005, págs. 58-63.

BUTTS, M. B.; PAYNE, J. T.; KRISTENSEN, M.; MADSEN, H. **An evaluation of the impact of model structure on hydrological modelling uncertainty for streamflow simulation.** Journal of Hydrology, n.1, v.298, p.242-266, 2004.

CARDOSO, P. P. S.; PORTILHO, V. A.; **Variabilidade das precipitações pluviométricas em Belém no período de 1990 a 2008.** ABES – Associação Brasileira de Engenharia Sanitária e Ambiental - 25º Congresso Brasileiro de Engenharia Sanitária e Ambiental, 2009. IX-022. Recife.

CAVALLINI, G. S.; SOUZA, J. B.; CAMPOS, S. X.; VIDAL, C. M. V. - II-430 - **A influência do ácido peracético na demanda química de oxigênio (DQO) e no oxigênio dissolvido (OD) de um efluente final de estação de tratamento de esgoto.** ABES – Associação Brasileira de Engenharia Sanitária e Ambiental - 26º Congresso Brasileiro de Engenharia Sanitária e Ambiental, 2011.

CHAGAS, P.F. **Perspectivas da aplicação da Teoria Fuzzy para o cálculo de risco em sistemas hidrodinâmicos.** Tese defendida no Departamento de Engenharia Hidráulica e Ambiental da Universidade Federal do Ceará como parte dos requisitos para obtenção do título de doutor em recursos hídricos, 2005.

CHAPRA S.C. **Surface water-quality modeling, mcgraw-hill series in water resources and environmental engineering.** McGraw-Hill, New York, New York. 1997.

COX, B. A. **A review of currently available in-stream water-quality models and their applicability for simulating dissolved oxygen in lowland rivers.** The Science of the Total Environment, n.1, v.314-316, p.335-377, 2003.

DOTTO, C. B. S.; MANNINA, G.; KLIDORFER, M.; VEZZARO L.; HENRICH, M.; MCCARTHY, T.; FRENI, G.; RAUCH, W.; DELETIC, A. **Comparison of different uncertainty techniques in urban stormwater quantity and quality modeling.** Water Research, n.8, v.46, p.2545-2558, 2012.

FARIA, D. S.; **Capacidade de autodepuração do Ribeirão Anicuns/GO um estudo de caso.** Universidade Católica de Goiás. Departamento de engenharia. Goiânia. 2008.

FISCHER, H. B. **Mixing in Inland and coastal water,** Academic Press, Inc, 1979.

FLECK, L. **Modelagem matemática da cinética da decomposição aeróbia da matéria orgânica.** Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Agrícola em cumprimento parcial aos requisitos de Mestre em Engenharia Agrícola, com área de concentração em Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental, da Universidade do Oeste do Paraná, Campus Cascavel, 2014.

FLECK, L.; TAVARES, M. H. F.; EYNG, E. **Especificidades e importância de modelos matemáticos de qualidade da água.** Revista EIXO, Brasília, DF, v. 2, n. 1, p. 106-119, jan./jun. 2013.

FLECK, L.; TAVARES, M. H. F.; EYNG, E.; **Principais modelos matemáticos de qualidade da água e suas aplicações: uma revisão;** 2013.

GANOULIS, J.G., **Engineering risk analysis of water pollution: probabilities and Fuzzy**, Set., VCH Publishers Inc., Weinheim; New York; Basel; Cambridge; Tokyo, 1994.

LARENTIS, D.G. **Modelagem matemática da qualidade da água de grandes bacias: sistema Taquari-Antas – RS**. Dissertação de Mestrado em recursos Hídricos e Saneamento Ambiental – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2004.

MACEDO, J.A.B. **Introdução a química ambiental - química e meio ambiente e sociedade**. 2. Ed., Editora O Locutor: Belo Horizonte - MG, 2002.

MENDES, W. J. S. **Adaptação do modelo de Streeter-Phelps para modelagem da qualidade da água em uma grande bacia semiárida**. Fortaleza, 2014. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Ceará.

MOTA, S. **Gestão ambiental de recursos hídricos**. 3ª Ed.- Associação Brasileira de Engenharia Sanitária e Ambiental. Capítulo Nacional da AIDIS. Rio de Janeiro, 2008. 64p.

MOTA, S. **Introdução a engenharia ambiental**. 5ª Ed.- Associação Brasileira de Engenharia Sanitária e Ambiental. Capítulo Nacional da AIDIS. Rio de Janeiro, 2012. 524 p.

OPPA, L. F. **Utilização de modelo matemático de qualidade da água para análise de alternativas de enquadramento do Rio Vacacaí Mirim**. 2007. 129 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2007.

PALEOLOGUE, C. G. **Biografia de Adolf Eugen Fick**. Faculte de Psychologie et des Sciences de l'Education, Universite de Geneve, Switzerland. Disponível em: <http://www.dec.ufcg.edu.br/biografias/AdolEuge.html>. Acesso em: 15 de novembro de 2015.

PEDRYCZ, W.;GOMIDE, F. **Na introduction to Fuzzy sets – analysis and desing**, The MIT Press, 1998.

PROENC. **Cinética química**. Instituto de Química. Disponível em: <http://www.proenc.iq.unesp.br/index.php/quimica/63-cinetica-quimica>. Acesso em: 13 de outubro de 2015.

SABÓIA, M. A. M.; **Desenvolvimento de modelo de qualidade da água em rios com vistas a avaliação custo-efetividade do enquadramento dos corpos de água**. Dissertação submetida à coordenação do curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil. Universidade federal do ceará. Fortaleza, 2011.

SALES, R. J. M. **Aplicação da lógica Fuzzy no modelo de Streeter-Phelps para analisar o risco de contaminação das águas de rios, considerando múltiplos processos e múltiplos lançamentos**. Tese apresentada ao Curso de Doutorado em Engenharia Civil do Departamento de Engenharia Hidráulica e Ambiental da Universidade Federal do Ceará, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Engenharia Civil. Fortaleza, 2014.

SANTOS, S. H. L. **Aplicação da teoria dos números difusos em um modelo de operação de reservatório, para estudar o comportamento vazão regularizada e do rendimento.** Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2008.

SANTOS, S.H.L. **Aplicação da teoria Fuzzy em modelos de transporte de massa para o cálculo do risco na concessão de outorga para lançamento de efluentes em rios.** 2012. 104 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2012.

THOMANN R.V. **Bioaccumulation model of organic chemical distribution in aquatic food chains**, Environ. Sci. Techno. 18 (1989) 67–71.

TRESEDER, K. K. **Nitrogen additions and microbial biomass: a meta-analysis of ecosystem studies.** Ecology letters, n.10, v.11, p.1111-1120, 2008.

VON SPERLING, M. **Introdução à qualidade das águas e ao tratamento de esgotos, 3<sup>a</sup> Ed.** v.1 - Departamento de Engenharia Sanitária e Ambiental; Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte - MG, 2005.

VON SPERLING, M. **Estudos e modelagem da qualidade da água de rios, 1<sup>a</sup> Ed.** v.7 - Departamento de Engenharia Sanitária e Ambiental; Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte - MG, 2007.