



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA HIDRÁULICA E AMBIENTAL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

RAQUEL JUCÁ DE MORAES SALES

**APLICAÇÃO DA LÓGICA FUZZY NO MODELO DE STREETER-PHELPS PARA
ANALISAR O RISCO DE CONTAMINAÇÃO DAS ÁGUAS DE RIOS,
CONSIDERANDO MÚLTIPLOS PROCESSOS E MÚLTIPLOS LANÇAMENTOS.**

FORTALEZA

2014

RAQUEL JUCÁ DE MORAES SALES

**APLICAÇÃO DA LÓGICA FUZZY NO MODELO DE STREETER-PHELPS PARA
ANALISAR O RISCO DE CONTAMINAÇÃO DAS ÁGUAS DE RIOS,
CONSIDERANDO MÚLTIPLOS PROCESSOS E MÚLTIPLOS LANÇAMENTOS.**

Tese apresentada ao Curso de Doutorado em Engenharia Civil do Departamento de Engenharia Hidráulica e Ambiental da Universidade Federal do Ceará, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Engenharia Civil. Área de concentração: Recursos Hídricos.

Orientador: Prof. Raimundo Oliveira de Souza.

FORTALEZA

2014

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Biblioteca de Pós-Graduação em Engenharia - BPGE

-
- S155a Sales, Raquel Jucá de Moraes.
Aplicação da lógica *fuzzy* no modelo de Streeter-Phelps para analisar o risco de contaminação das águas de rios, considerando múltiplos processos e múltiplos lançamentos / Raquel Jucá de Moraes Sales. – 2014.
116 f. : il. color., enc. ; 30 cm.
- Tese (doutorado) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Tecnologia, Departamento de Engenharia Hidráulica e Ambiental, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Fortaleza, 2014.
Área de Concentração: Recursos Hídricos.
Orientação: Prof. Dr. Raimundo Oliveira de Souza.
1. Recursos Hídricos. 2. Qualidade de água. 3. Modelagem. I. Título.

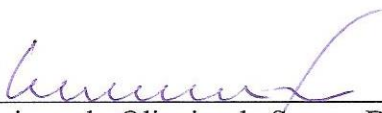
RAQUEL JUCÁ DE MORAES SALES

APLICAÇÃO DA LÓGICA FUZZY NO MODELO DE STREETER-PHELPS PARA
ANALISAR O RISCO DE CONTAMINAÇÃO DAS ÁGUAS DE RIOS,
CONSIDERANDO MÚLTIPLOS PROCESSOS E MÚLTIPLOS LANÇAMENTOS.

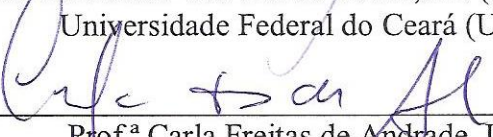
Tese apresentada ao Curso de Doutorado em Engenharia Civil do Departamento de Engenharia Hidráulica e Ambiental da Universidade Federal do Ceará, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Engenharia Civil. Área de concentração: Recursos Hídricos.

Aprovada em: 12 / 02 / 2014

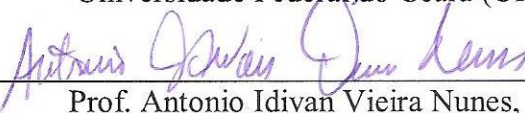
BANCA EXAMINADORA



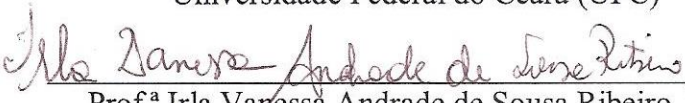
Prof. Raimundo Oliveira de Souza, Dr. (Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)



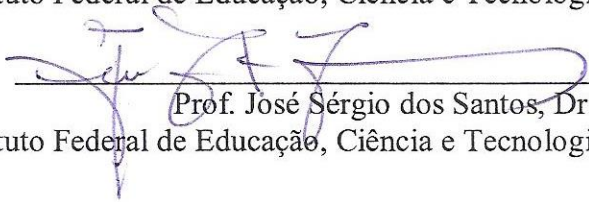
Prof.ª Carla Freitas de Andrade, Dra.
Universidade Federal do Ceará (UFC)



Prof. Antonio Idivan Vieira Nunes, Dr.
Universidade Federal do Ceará (UFC)



Prof.ª Irla Vanessa Andrade de Sousa Ribeiro, Dra.
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE)



Prof. José Sérgio dos Santos, Dr.
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE)

Aos meus,
familiares, amigos e educadores pelo apoio,
carinho e companheirismo, dedico.

AGRADECIMENTOS

Minhas primeiras palavras são de agradecimento a Deus, por me permitir desfrutar de momentos inesquecíveis em minha trajetória acadêmica e que hoje me permite retribuir um pouco do que aprendi.

Em segunda importância a minha mãe, Dione Maria, por todo amor, zelo e incentivo nesta caminhada de luta e desenvolvimento.

Aos meus irmãos Larissa, Caio e Linda, pai, Shirley e parentes, pelo carinho e por acreditar no meu potencial.

Ao meu orientador Prof. Raimundo Oliveira de Souza, pela disponibilidade e orientação na realização deste trabalho, indispensáveis para a sua concretização.

Aos professores Carla Freitas de Andrade, Antonio Idivan Vieira Nunes, Irla Vanessa Andrade de Sousa Ribeiro e José Sérgio dos Santos, por fazerem parte da minha banca examinadora, sinto-me honrada e grata. Aos demais professores por seu carinho, amizade e dedicação.

Aos meus queridos amigos, em especial Juliana Araújo, Priscila Parente, Heloísa Cordeiro, Jessyca Costa, Karina Chaves, Karla Vasconcellos e ao meu melhor amigo e namorado Abílio Junior, que fazem parte da minha vida se fazendo presentes nos momentos de choro e alegria.

Por fim, a todos aqueles que de alguma forma contribuíram para a realização deste trabalho, deixo os meus votos de agradecimento.

RESUMO

Na tentativa de facilitar o diagnóstico dos diversos fatores que afetam a qualidade da água e antever possíveis impactos futuros sobre o meio ambiente, são adotadas ações que racionalizem o uso da água a partir da otimização de processos naturais ou tecnológicos. A modelagem matemática é um exemplo disso e, em conjunto com a Teoria *Fuzzy*, que permite fazer a análise dos resultados sem necessidade de significativos bancos de dados, pode-se estabelecer o risco como indicador de contaminação das águas de rios, sendo de valor prático na tomada de decisão e concessão de outorga de lançamentos. Neste estudo, foi desenvolvido um modelo matemático aplicado às equações completas de Streeter-Phelps utilizando a Teoria dos números *Fuzzy*, a fim de analisar o risco de contaminação de um curso d'água que recebe agentes poluentes de múltiplas fontes de lançamento. Pelas simulações do modelo, foram analisados diferentes cenários, verificando a influência dos seus parâmetros, bem como o lançamento de fontes poluidoras pontuais e difusas, nos percentuais de risco. De acordo com os resultados, observou-se que a quantidade de carga lançada tem influência no tempo de diluição desta massa no sistema, de forma que, para maiores valores de lançamento, o tempo de diluição é menor, favorecendo os processos de decaimento e formação da camada bentônica; em relação às reações físicas, químicas e biológicas, verifica-se que os processos de sedimentação, fotossíntese e respiração, para os dados médios encontrados em literatura, tem pequena influência no comportamento das curvas de concentração de OD e curvas de risco, enquanto que o processo de nitrificação tem forte influência; já a temperatura desempenha um significativo papel no comportamento do OD, onde, para valores maiores, maior será o déficit OD e, em consequência, aumento dos percentuais de risco. Por fim, o modelo desenvolvido como proposta de facilitar a tomada de decisão no controle de lançamento de efluentes em rios mostrou-se uma alternativa viável e de valor prático de análise, já que os objetivos foram alcançados.

Palavras-Chave: Modelo de Streeter-Phelps. Teoria *Fuzzy*. Análise de risco.

ABSTRACT

In an attempt to facilitate the diagnosis of the various factors that affect water quality and predict possible future impacts on the environment, actions to rationalize the use of water from the optimization of natural and technological processes are adopted. Mathematical modeling is one example and, together with *Fuzzy* Theory, which allows the analysis of the results without the need for significant databases, one can establish the risk as an indicator of contamination of rivers, and of practical value in decision making and allocation of grant releases. In this study, the full Streeter-Phelps equations, using the *Fuzzy* set Theory, was applied, in order to analyze the risk of contamination of a watercourse that receives multiple sources release pollutants. Through the model simulations, different scenarios were analyzed, and the influence of its parameters as well as the launch point and nonpoint pollution sources, in the calculation of the risk. According to the results, it was observed that the amount of discharge released influences the time of the mass dilution in the system, so that for higher values of launch, the dilution time is less favoring the formation and decay processes of benthic layer; regarding the physical, chemical and biological reactions, it appears that sedimentation processes, photosynthesis and respiration, concerning with the average data found in literature, have little influence on the behavior of the curves of DO concentration curves and risk, while the nitrification process has a strong influence; with respect to the temperature, the results showed that it plays a significant role in the behavior of DO, where, for larger values of it, the higher the DO deficit and, consequently, increase in the risk. Finally, the model developed as a proposal to facilitate the decision making in the control of discharge of effluents into rivers proved to be a viable and practical analytical alternative way, since the goals were achieved.

Keywords: Streeter-Phelps Model; *Fuzzy* Set Theory; Risk Analysis.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	– Fluxo de massas que passa através de uma superfície de controle.....	30
Figura 2	– Perfil das zonas de autodepuração ao longo do curso d'água.....	36
Figura 3	– Fenômenos interagentes no balanço de OD.....	37
Figura 4	– Representação de um sistema de mistura completa.....	41
Figura 5	– Representação de um reator tubular.....	44
Figura 6	– Representação de uma função de pertinência do tipo triangular.....	50
Figura 7	– Representação de uma função de pertinência do tipo trapezoidal.....	50
Figura 8	– Representação de uma função de pertinência do tipo gaussiana.....	51
Figura 9	– Representação de uma função de pertinência do tipo sino generalizada.	51
Figura 10	– Princípio da Extensão.....	55
Figura 11	– Número Triangular <i>Fuzzy</i> (TFN).....	57
Figura 12	– Adição de dois números <i>fuzzy</i> triangulares \bar{A} e \bar{B}	58
Figura 13	– Subtração de dois números <i>fuzzy</i> triangulares \bar{A} e \bar{B}	58
Figura 14	– Multiplicação de dois números <i>fuzzy</i> triangulares \bar{A} e \bar{B}	58
Figura 15	– Representação da função de pertinência para a função marginal de segurança.....	72
Figura 16	– Fluxograma do Programa computacional desenvolvido.....	75
Figura 17	– Comportamento da DBO lançada na seção de origem do rio.....	81
Figura 18	– Comportamento do déficit de OD após o lançamento da carga de DBO..	82
Figura 19	– Déficit de OD após o lançamento da carga de DBO, na sua forma <i>fuzzy</i> , a 10 km da seção de origem do rio.....	83
Figura 20	– Déficit de OD após o lançamento da carga de DBO, na sua forma <i>fuzzy</i> , a 30 km da seção de origem do rio.....	84
Figura 21	– Comportamento do déficit de OD, para diferentes graus de pertinência..	85
Figura 22	– Comportamento da concentração de OD após o lançamento da carga de DBO.....	85
Figura 23	– Comportamento da função marginal de segurança a 10 km da seção de origem do rio.....	86
Figura 24	– Comportamento da função marginal de segurança a 30 km da seção de origem do rio.....	87

Figura 25	–	Comportamento do risco de contaminação das águas.....	87
Figura 26	–	Comportamento da confiabilidade.....	88
Figura 27	–	Comportamento da DBO, para diferentes tipos de lançamento.....	88
Figura 28	–	Comportamento do déficit de OD, para diferentes tipos de lançamento..	89
Figura 29	–	Comportamento do déficit de OD ao longo do rio na seção a 10 km da seção inicial do rio.....	90
Figura 30	–	Comportamento do déficit de OD ao longo do rio na seção a 30 km da seção inicial do rio.....	90
Figura 31	–	Comportamento da concentração de OD, para diferentes tipos de lançamento.....	91
Figura 32	–	Comportamento da função de pertinência, para diferentes tipos de lançamento.....	91
Figura 33	–	Comportamento do risco, para diferentes fontes de lançamento.....	92
Figura 34	–	Comportamento da confiabilidade, para diferentes fontes de lançamento.....	92
Figura 35	–	Comportamento do déficit de OD na análise de sedimentação.....	93
Figura 36	–	Comportamento do déficit de OD na seção a 50 km da seção inicial do rio.....	94
Figura 37	–	Comportamento da concentração de OD na análise de sedimentação.....	94
Figura 38	–	Comportamento do risco na análise da sedimentação.....	95
Figura 39	–	Comportamento do OD na análise da fotossíntese e da respiração.....	95
Figura 40	–	Comportamento do risco na análise da fotossíntese e da respiração.....	96
Figura 41	–	Comportamento do déficit de OD na análise da nitrificação.....	96
Figura 42	–	Comportamento da concentração de OD na análise da nitrificação.....	97
Figura 43	–	Comportamento do risco na análise da nitrificação.....	98
Figura 44	–	Comportamento da DBO, para fontes pontuais lançadas na origem do rio.....	99
Figura 45	–	Comportamento do OD, para fontes pontuais lançadas na origem do rio.....	99
Figura 46	–	Comportamento do risco, para fontes pontuais lançadas na origem do rio.....	100
Figura 47	–	Comportamento da DBO, para fontes pontuais lançadas na origem do rio.....	100

Figura 48	–	Comportamento do OD, para fontes pontuais lançadas na origem do rio.....	101
Figura 49	–	Comportamento do risco, para fontes pontuais lançadas na origem do rio.....	101
Figura 50	–	Comportamento da DBO, para fontes pontuais lançadas na origem do rio.....	102
Figura 51	–	Comportamento do OD, para diferentes vazões.....	103
Figura 52	–	Comportamento do risco, para diferentes vazões.....	103
Figura 53	–	Comportamento do OD, para diferentes temperaturas.....	104
Figura 54	–	Comportamento do risco, para diferentes temperaturas.....	104

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	–	Operações aritméticas com números <i>fuzzy</i> baseados no princípio de extensão.....	57
Tabela 2	–	Funções de pertinência correspondentes a cada parâmetro do modelo.	70
Tabela 3	–	Valore de F' e R' ($\text{gO}_2/\text{m}^2\cdot\text{d}$, a 20°C).....	77
Tabela 4	–	Valore usuais de k_n em rios (20°C).....	77
Tabela 5	–	Dados dos parâmetros utilizados na simulação do Cenário 1.....	78
Tabela 6	–	Dados dos parâmetros utilizados na simulação do Cenário 3.....	80

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

DBO	Demanda Bioquímica de Oxigênio
OD	Oxigênio Dissolvido
NH ₃ -N	Nitrogênio Amoniacal
PT	Fósforo Total
SOD	Demanda de Oxigênio do Sedimento
H ₂ CO ₃	Ácido Carbônico
NH ₃	Amônia
N ₂	Nitrogênio Elementar
CBSF	Congresso Brasileiro de Sistemas <i>Fuzzy</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

J	Fluxo de massa [MT^{-1}].
C	Concentração da substância poluente [ML^{-3}].
$d\bar{A}$	Elemento de área [L^2].
\bar{V}	Velocidade do fluido [LT^{-1}].
$\frac{\partial}{\partial t}$	Operador diferencial parcial em relação a t [T^{-1}].
dv	Diferencial total da velocidade v [LT^{-1}].
v	Velocidade [LT^{-1}].
t	Tempo [T].
$\bar{\nabla}$	Operador Diferencial Vetorial [L^{-1}].
$\frac{\partial C}{\partial t}$	Derivada parcial da concentração em função de t [$ML^{-3}T^{-1}$].
q	Fluxo de massa por unidade de área [$ML^{-2}T^{-1}$].
x, y e z	Eixos de coordenadas [L].
μ, ν e ω	Componentes do vetor velocidade [LT^{-1}].
\bar{q}	Fluxo de massa por unidade de área [$ML^{-2}T^{-1}$].
D	Coefficiente de difusão molecular [L^2T^{-1}].
$\bar{\nabla}C$	Gradiente de concentração [ML^{-4}].
∇^2	Operador Laplaciano [L^{-2}].
k	Coefficiente de decaimento da substância [T^{-1}].
U	Velocidade média - [LT^{-1}].
A	Área da seção do rio [L^2].
E	Coefficiente de dispersão longitudinal [L^2T^{-1}].
S_d	Representa uma fonte difusa, ou sumidouro, ao longo do rio [$ML^{-1}T^{-1}$].
C	Concentração de uma substância poluente [ML^{-3}].
n	Coefficiente de rugosidade de Manning para rios naturais.
α	Ordem da reação referente ao reagente A .
β	Ordem da reação referente ao reagente B .

M	Massa em [M].
V	Volume em [L ³].
C	Concentração em [ML ⁻³].
t	Tempo em [T].
$W(t)$	Taxa da carga de massa em [MT ⁻¹].
Q	Vazão em [L ³ T ⁻¹].
$C_m(t)$	Média das concentrações das fontes em [ML ⁻³].
A_s	Área superficial de sedimentação [L ²].
ΔV	Variação de volume em [L ³].
A_c	Área seccional da reta [L ²].
J_e e J_s	Fluxos de massa do elemento transportado [ML ⁻² T ⁻¹].
x	Distância longitudinal ao longo do rio em [L].
L	Concentração de DBO remanescente [ML ⁻³].
k_r	Coefficiente de desoxigenação [T ⁻¹].
L_0	DBO remanescente em $x = 0$ [ML ⁻³].
k_d	Coefficiente de decaimento [T ⁻¹].
k_s	Coefficiente de sedimentação [T ⁻¹].
k_a	Coefficiente de aeração [T ⁻¹].
D	Déficit de oxigênio [ML ⁻³].
D_0	Déficit de oxigênio quando $x = 0$ [ML ⁻³].
C	Concentração de oxigênio [ML ⁻³].
C_s	Concentração de oxigênio saturado [ML ⁻³].
S_d	Sedimentação [ML ⁻³].
F	Fotossíntese [ML ⁻³].
R	Respiração [ML ⁻³].
$k_n \cdot L_0^n$	Nitrificação [ML ⁻³].
$\mu_{\bar{M}}$	Função de pertinência.
m	Número real associado à função marginal de segurança.
R_e e R_f	Funcionais que dependem de várias funções, como variáveis dependentes.

k_d	Coeficiente de decaimento [T^{-1}].
k_s	Coeficiente de sedimentação [T^{-1}].
Q_r	Vazão do rio [L^3T^{-1}].
C_r	Concentração de DBO no rio [ML^{-3}].
Q_w	Vazão do efluente [L^3T^{-1}].
C_w	Concentração de DBO do efluente [ML^{-3}].
N_o	Nitrogênio orgânico [ML^{-3}].
N_A	Nitrogênio amoniacal [ML^{-3}].

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	18
1.1	Objetivos da pesquisa.....	20
<i>1.1.1</i>	<i>Geral.....</i>	<i>20</i>
<i>1.1.2</i>	<i>Específico.....</i>	<i>20</i>
1.2	Organização da pesquisa.....	21
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	22
2.1	Aspectos introdutórios relacionados à gestão da qualidade da água.....	22
2.2	Teoria de Transporte de Massa.....	29
<i>2.2.1</i>	<i>Princípio de Conservação de Massa.....</i>	<i>30</i>
<i>2.2.2</i>	<i>Lei de Fick.....</i>	<i>32</i>
2.3	Equações de Streeter-Phelps.....	35
2.4	Teoria Fuzzy.....	47
<i>2.4.1</i>	<i>Conceitos.....</i>	<i>47</i>
<i>2.4.2</i>	<i>Números Fuzzy.....</i>	<i>55</i>
2.4	Teoria de Risco.....	60
3	METODOLOGIA.....	64
3.1	Formulação do modelo de Streeter-Phelps para múltiplas fontes poluidoras.....	64
<i>3.1.1</i>	<i>Demanda Bioquímica de Oxigênio (DBO):.....</i>	<i>65</i>
<i>3.1.2</i>	<i>Déficit de Oxigênio Dissolvido (Déficit de OD):.....</i>	<i>65</i>
<i>3.1.3</i>	<i>Oxigênio dissolvido (OD):.....</i>	<i>66</i>
3.2	Solução do modelo de Streeter-Phelps para múltiplas fontes poluidoras.....	67
<i>3.2.1</i>	<i>Demanda Bioquímica de Oxigênio (DBO):.....</i>	<i>67</i>
<i>3.2.2</i>	<i>Déficit de Oxigênio Dissolvido (Déficit de OD):.....</i>	<i>68</i>
<i>3.2.3</i>	<i>Oxigênio dissolvido (OD):.....</i>	<i>68</i>
3.3	Fuzzificação do modelo de Streeter-Phelps para múltiplas fontes poluidoras.....	68

3.3.1	<i>Demanda Bioquímica de Oxigênio (DBO):.....</i>	69
3.3.2	<i>Déficit de Oxigênio Dissolvido (Déficit de OD):.....</i>	69
3.3.3	<i>Oxigênio dissolvido (OD):.....</i>	69
3.4	Composição das funções de pertinência.....	69
3.5	Cálculo do risco e da confiabilidade.....	72
3.6	Programa Computacional.....	73
3.7	Dados para as simulações.....	76
3.8	Cenários de análise e simulação.....	78
3.8.1	<i>Cenário 1.....</i>	78
3.8.2	<i>Cenário 2.....</i>	79
3.8.3	<i>Cenário 3.....</i>	79
3.8.4	<i>Cenário 4.....</i>	80
3.8.5	<i>Cenário 5.....</i>	80
3	RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	81
4.1	Cenário 1.....	81
4.2	Cenário 2.....	88
4.3	Cenário 3.....	93
4.4	Cenário 4.....	98
4.5	Cenário 5.....	102
4	CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES.....	106
	REFERÊNCIAS.....	110

1 INTRODUÇÃO

O uso da água, bem de domínio da União e dos Estados, é permitido mediante os instrumentos de gestão dos recursos hídricos, como a outorga de direito de uso da água, que assegura o controle qualitativo e quantitativo dos usos e direitos de acesso a água associado a uma garantia. Assim, o gerenciamento dos recursos hídricos objetiva tratar das questões relacionadas à necessidade de se identificar e diagnosticar os diversos fatores que afetam a qualidade da água, e ainda antever possíveis impactos futuros sobre o meio.

Para que isto seja possível, são adotadas ações que racionalizem o uso da água a partir da otimização de processos naturais ou tecnológicos e que assegurem disponibilidade de água em padrões de qualidade adequados para usos múltiplos.

Estudos que versam sobre a mecânica de rios e qualidade de água, por exemplo, vem inserindo a modelagem matemática como ferramenta facilitadora de tomada de decisão. Partindo desta ideia, muitos modelos de qualidade de água vem sendo elaborados e melhorados no intuito de explicar o que acontece nos sistemas hídricos e, por sua vez, saber de que maneira se pode trabalhar a situação do meio para atender aos padrões impostos na legislação.

Os modelos matemáticos são capazes de englobar diferentes processos físicos, químicos e biológicos envolvidos no sistema de forma prática, mesmo que estes processos sejam complexos e de difícil resolução matemática. Estes modelos, por sua vez, partem fundamentalmente da Teoria de Transporte de Massas, onde são estabelecidas as famosas equações de Streeter-Phelps.

Pelas equações de Streeter-Phelps, pode-se calcular a concentração de DBO (Demanda Bioquímica de Oxigênio), o déficit de OD (Oxigênio Dissolvido), e a concentração de OD presente na água. Uma vez definidas estas variáveis de controle, é possível entender os principais processos que permeiam um sistema hídrico, bem como fazer a análise dos parâmetros físicos, químicos e biológicos envolvidos nas equações.

Entretanto, cada parâmetro necessita de grandes séries de dados monitorados, para que o modelo seja calibrado de maneira eficiente, retratando o que ocorre no meio. Na tentativa de solucionar estes entraves, a proposta da Teoria *Fuzzy* se torna cada vez mais atraente, já que a lógica *fuzzy* facilita a análise dos resultados sem que haja a necessidade de significativos bancos de dados.

Assim como a Teoria Probabilística, a Teoria *Fuzzy* pode ser utilizada em estudos de incertezas. Em outras palavras, esta metodologia é capaz de quantificar riscos. No entanto,

pesquisas que discorrem sobre a Teoria *Fuzzy*, em relação aos recursos hídricos, ainda são recentes, principalmente em relação à análise de risco de contaminação das águas de rios.

Esta pesquisa trata exatamente destas questões, de maneira que o interesse maior é estabelecer mecanismos facilitadores de tomada de decisão, que relacionem a análise de risco e de confiabilidade em sistemas que recebem múltiplos lançamentos de fontes poluidoras. A tentativa de se introduzir os conceitos da Teoria *Fuzzy* nestes processos, está atrelada a facilitação da captação de dados e, por conseguinte, na possibilidade de se fazer a análise do risco a partir das equações completas de Streeter-Phelps, e não apenas das suas simplificações.

Para que isto seja possível, é necessário desenvolver um modelo matemático *fuzzy* que possibilite a análise do risco. O modelo é formulado a partir das equações de Streeter-Phelps, já que se trata de um problema de qualidade de água, onde são considerados os principais parâmetros e variáveis de um sistema de rios, e que tornem o sistema mais robusto e próximo das condições naturais. Neste caso, as variáveis de controle estabelecidas são a concentração de DBO, o déficit de OD, e a concentração de OD. Com estas variáveis de controle bem definidas, pode-se quantificar o risco de contaminação das águas do rio, bem como tomar medidas corretivas para que este risco seja minimizado.

Um vez definido o modelo *fuzzy*, as soluções das variáveis de controle são dadas na forma de função de pertinência, estando em conformidade com a teoria, onde se tem um intervalo fechado e limitado, com limites inferiores e superiores conhecidos, porém, com informações de distribuição desconhecidas. Estes conceitos serão apresentados no capítulo seguinte.

Depois de desenvolvido o modelo, para que se possa encontrar suas soluções matemáticas, é necessário contar com o suporte computacional, já que, para se obter a solução analítica, demanda tempo e esforço braçal. Uma vez estabelecido o programa computacional e, conseqüentemente, encontradas as soluções do modelo, pode-se fazer simulações para diferentes cenários de lançamento de efluentes. Na solução final, são obtidos os gráficos de risco de contaminação das águas de rios e de confiabilidade.

1.1 Objetivos da pesquisa

1.1.1 Geral

Desenvolver um modelo matemático aplicado às equações completas de Streeter-Phelps, utilizando a Teoria dos números *Fuzzy*, para analisar o risco de contaminação de um curso d'água que recebe agentes poluentes de múltiplas fontes de lançamento.

1.1.2 Específico

- Desenvolver um modelo matemático de qualidade de água para múltiplas fontes de lançamento de poluentes em rios;
- Estabelecer o modelo matemático desenvolvido na sua forma *Fuzzy*, ou seja, para todos os parâmetros do modelo, deve-se calcular as concentrações em forma de funções de pertinência;
- Estabelecer as equações das variáveis de controle do sistema na sua forma *Fuzzy*;
- Estabelecer as relações entre o risco e a confiabilidade, a partir do modelo matemático desenvolvido;
- Estabelecer as relações entre o risco e a confiabilidade, a partir do modelo matemático na sua forma *fuzzy*;
- Desenvolver um programa computacional capaz de encontrar as respostas do modelo matemático proposto;
- Aplicar o modelo em diferentes cenários de estudos, de maneira que seja possível verificar a influência dos parâmetros na mecânica de rios.

1.2 Organização da pesquisa

Esta pesquisa está organizada em seis capítulos:

- Capítulo 1 – Trata da abordagem introdutória sobre o estudo, sendo apresentados os objetivos e a organização.
- Capítulo 2 – Refere-se a fundamentação teórica da pesquisa, em que são abordados assuntos relacionados à gestão da qualidade da água, aos princípios matemáticos que governam os modelos de qualidade de água e, consequentemente, o modelo de Streeter-Phelps, aos conceitos da Teoria *Fuzzy* e suas aplicações, e à Teoria de Risco.

Neste capítulo, também são apresentadas pesquisas desenvolvidas nestes temas, e todos os fundamentos necessários para dar suporte teórico ao desenvolvimento do estudo.

- Capítulo 3 – Descreve todas as etapas de realização do estudo. Neste capítulo, encontra-se a fase de desenvolvimento do modelo matemático, bem como a sua transformação em modelo do tipo *fuzzy*, ou seja, em forma de função de pertinência, e ainda a determinação das soluções matemáticas do modelo, cujos resultados são obtidos a partir da aplicação do programa computacional desenvolvido especialmente para esta pesquisa.

Ainda são apresentados todos os dados de aplicação do modelo, cenários de estudo, e as explicações de como serão obtidos os gráficos de risco e de confiabilidade.

- Capítulo 4 – Apresenta a análise dos resultados obtidos nas simulações, sendo discutida a influência de cada parâmetro do sistema, para os diferentes cenários analisados, e a sua sensibilidade em relação aos resultados de risco.
- Capítulo 5 – Discorre sobre as conclusões da pesquisa, salientando algumas recomendações para futuros estudos.
- Capítulo 6 – Apresenta todo aporte bibliográfico utilizado no desenvolvimento da pesquisa.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Aspectos introdutórios relacionados à gestão da qualidade da água

Os impactos antrópicos sobre o ambiente, sobretudo nos recursos hídricos, paralelos ao desenvolvimento social e econômico, em sua maioria, afetam diretamente a saúde pública, sendo causa dos problemas enfrentados pela gestão ambiental. Uma vez que isto é certo, a descarga de resíduos orgânicos de industrialização, a expansão urbana, dentre outras atividades antrópicas, acarretam na queda da qualidade da água superficial (LIU W. B. e CHEN, 2009).

O grande desafio da gestão da qualidade da água, que consiste no conjunto de ações adotadas pelas autoridades de saúde pública para garantir que a água atenda aos padrões e normas estabelecidas na legislação vigente, é garantir água de boa qualidade e em quantidade suficiente para a população. Pensando nisso, são estabelecidos diferentes modelos de qualidade de água, como ferramenta de previsão, sendo de valor prático para as questões ambientais em termos de avaliação de parâmetros operacionais, proporcionando a indicação de variáveis-chave que poderiam potencialmente auxiliar engenheiros na tomada de decisões de forma prática, bem como em tomar medidas corretivas apropriadas para o monitoramento da qualidade da água em sistemas aquáticos (BAHADORI e VUTHALURU, 2010).

Um modelo de qualidade de água é um sistema de gestão que integra o modelo de simulação da qualidade da água com o modelo de otimização para fornecer o melhor compromisso de soluções aceitáveis para as agências de controle de descarga de poluentes (KARMAKAR e MUJUMDAR, 2006).

Para Lee & Chang (2005), a essência da gestão da qualidade da água é o conjunto de restrições lineares geradas por modelos e padrões de qualidade da água, bem como remoção equitativa das águas residuais. E a gestão dos resíduos da carga de poluentes num fluxo, refere-se à determinação da quantidade de poluentes, e dos níveis de tratamento em um conjunto de fontes pontuais de poluição para assegurar que a qualidade da água seja mantida em níveis desejados em todo o fluxo (KARMAKAR e MUJUMDAR, 2007).

No entanto, para a formulação de um modelo de qualidade de água, várias incertezas devem ser consideradas, tais como, a natureza aleatória das condições hidrodinâmicas e processos meteorológicos, a variabilidade do fluxo de transporte de poluentes, o tempo de transmissão, os processos físico-químicos, as interações dinâmicas entre cargas de

poluentes e corpos de água receptores, e indeterminação da água disponível e esgoto tratado (LI et. al, 2007 e CHANDRA et. al, 2009). Para tais fins, Hammer (1986) adverte que normas de abastecimento público de água, fornecimento de água industrial, fornecimento de água para o abastecimento agrícola, e sobrevivência da vida aquática podem ter indicadores diferente de qualidade da água, o que resulta na incerteza de parâmetros e, por sua vez, na imprecisão de modelos.

O planejamento de sistemas de gestão da qualidade da água é complicado por uma série de incertezas e não-linearidades, onde existem inúmeras dificuldades em formular e resolver os inexatos problemas resultantes de otimização não-linear (QIN et. al 2007). Isto acontece quando se tenta representar os custos do sistema de gestão de qualidade de água, que envolve uma variedade de funções não-lineares para projetar as inter-relações ambientais. Desta forma, todos os modelos devem conter premissas e limitações para que as interpretações das simulações sejam significativas (COX, 2003).

Ao realizar uma avaliação quantitativa é importante reconhecer as limitações impostas sobre o modelo, quando confrontado com as limitações de dados, que afetam tanto na preparação de entrada do modelo, como também na calibração e determinação nas respostas do modelo (FITZPATRICK, 2009). Assim, ao lidar com técnicas complexas de modelagem, as abordagens clássicas de calibração, a partir de dados limitados, podem conduzir a conjunto de parâmetros igualmente consistentes, e pode, portanto, dificultar a previsão de resultados com um grau de confiança satisfatório (SOROOSHIAN e GUPTA, 1983).

Embora existam estes obstáculos, os modelos matemáticos, sendo utilizados de maneira adequada para cada propósito estabelecido, são ótimas ferramentas de otimização, economia de esforços e de tempo, e podem ser estabelecidos na regulamentação de marcos legais (COX, 2003). Seguindo esta ideia, Fitzpatrick (2009) diz que modelos ambientais que simulam sistemas naturais são construídos por duas razões básicas, a primeira é pela necessidade de melhorar o nível de entendimento entre as relações de causa e efeito que influenciam os ecossistemas ambientais, e a segunda é pelo melhor entendimento no auxílio da tomada de decisão na gestão ambiental.

Ao avaliar a qualidade da água em um rio, existem muitos fatores a ser considerados, como: o nível de oxigênio dissolvido (OD), a presença de nitratos, cloretos, fosfatos, o nível de suspensão de sólidos; hormonas ambientais; demanda química de oxigênio (metais pesados), bem como a presença de bactérias (PIMPUNCHATA et. al, 2009). O oxigênio dissolvido, por exemplo, é um dos parâmetros de qualidade de água mais fáceis e básicos de se medir, sendo um bom indicador de saúde (MONEY et. al, 2009). Isto é fato no

sentido de que problemas derivados das baixas concentrações de OD causam sérios prejuízos à biota aquática, causando desequilíbrio ao ecossistema, uma vez que esta redução causa a alteração dos padrões de respiração dos animais, e ainda, conforme Baird (1995), a presença de matéria orgânica pode acelerar os processos bioquímicos.

O equilíbrio entre os diversos processos de troca de gases como fotossíntese, respiração, fotólise e outras reações redox, controlam a concentração de oxigênio presentes na atmosfera (CHOMICKI & SCHIFF, 2008). E essa troca gasosa também se estende à água. Shuklaa et. al (2008) comentam que a inserção de oxigênio dissolvido em um corpo hídrico é dada, principalmente, pela difusão entre as partículas de oxigênio presentes na atmosfera, e aquelas presentes na superfície da água, produzidas a partir do processo de fotossíntese pelas algas e macrófitas. No entanto, complementa o autor, embora isto aconteça, não há o aumento da concentração de OD no rio devido à obstrução de floração das algas, e ainda a formação de detritos quando estas algas morrem e se alojam na parte inferior do corpo hídrico, fazendo com que a concentração de oxigênio na água diminua devido aos poluentes orgânicos.

Além disso, no processo de decomposição da matéria orgânica e sua transformação em matéria inorgânica há o consumo de oxigênio dissolvido na água. Quando resíduos domésticos e industriais são despejados na água, a matéria orgânica e seus nutrientes são absorvidos por bactérias e outras espécies biológicas, como algas, que utilizam o oxigênio dissolvido nos processos de interação (DOBBINS, 1989; THOMANN, 1989; SHUKLAA et. al, 2008).

Segundo Boano et. al (2006), os efluentes contaminados por poluentes biodegradáveis constituem um produto comum dos assentamentos civis e instalações industriais, de forma que esta classe de substâncias é conhecida como DBO, Demanda Bioquímica de Oxigênio, já que os efeitos causados pela matéria carbonácea e nitrogenada oxidada por microrganismos aeróbicos resulta num déficit de concentração de OD presente na massa de água. Desta maneira, nos estudos da qualidade de água, a DBO é um dos parâmetros que merece destaque, uma vez que a concentração de DBO, se em excesso, pode comprometer a qualidade da água do corpo hídrico.

De acordo com Cox (2003), as principais causas da falta de OD na água são:

- A oxidação do material orgânico e outras matérias reduzidas na coluna de água;
- A degaseificação de oxigênio na água supersaturada;
- A respiração por plantas aquáticas;
- e a demanda de oxigênio exercida pelos sedimentos presentes no leito do rio.

Cox (2003) também diz que a variabilidade do OD em rios é causada por muitos fatores, e suas influências principais podem ser categorizadas como sendo fontes ou sumidouros de OD em rios. Conforme o autor, dentre as principais fontes incluem-se:

- Reaeração da atmosfera;
- Aeração aprimorada em açudes e outras estruturas;
- Produção de oxigênio fotossintético;
- e a introdução a partir de outras fontes, tais como tributários.

Kirk (1994) complementa dizendo que a reaeração atmosférica pode ser muito maior em rios pequenos devido à proporção superfície área-volume ser maior do que em grandes rios, especialmente durante intensos eventos de chuva, onde o fluxo de descarga é geralmente mais elevado em comparação ao fluxo de base.

Muitos modelos têm sido desenvolvidos para estudar a relação do comportamento do oxigênio dissolvido em rios. Esse estudo teve início em 1925, com o desenvolvimento do modelo de Streeter-Phelps, que estabelece esta relação tanto quantitativa quanto qualitativamente (STREETER E PHELPS, 1925). O modelo de Streeter-Phelps abrange todos os processos físico-químicos e biológicos mais relevantes para modelar a qualidade da água, ou seja, considera a degradação das substâncias dissolvidas, oxidação de amônia, absorção de algas e desnitrificação, o balanço de oxigênio dissolvido, incluindo a exaustão pela degradação de processos e fornecimento de reaeração física e produção fotossintética (MANNINA e VIVIANI, 2010). Desde então, o modelo tem sido generalizado por muitos pesquisadores como Dobbins (1964), O'Connor (1967), Chapra (1997), e tantos outros.

Mailhot e Villeneuve (2003), por exemplo, desenvolveram um método baseado em uma aproximação de segunda ordem da função de concentração do modelo e, neste estudo, foi feita a aplicação de um protótipo do modelo de Streeter-Phelps. Nesta pesquisa, os autores

observaram que método de valor médio de segunda ordem conduz a melhores estimativas de probabilidades. Misraa et. al (2006) desenvolveram um modelo matemático não linear para estudar a diminuição de oxigênio dissolvido em um corpo hídrico causada por descargas de efluentes industriais e domésticos. Nesta pesquisa os autores observaram que, como a taxa de introdução de poluentes orgânicos aumenta, a concentração de oxigênio dissolvido diminui devido a vários processos de interação; se os poluentes orgânicos são continuamente lançados no corpo de água, a concentração de oxigênio dissolvido pode tornar-se extremamente reduzida, ameaçando possivelmente a sobrevivência de populações aquáticas; e ainda que se a descarga de poluentes na água for controlada, a concentração de oxigênio dissolvido pode ser mantida a um nível desejado.

Já o modelo de Howitt et. al (2007), examina a probabilidade e gravidade de eventos de águas negras (com alto teor de carbono orgânico dissolvido), associado a pouca quantidade de oxigênio dissolvido. Pelos testes para diferentes cenários, os autores destacam o papel importante da vazão e da temperatura no desenvolvimento de anoxia (falta de oxigênio), e ainda que as inundações nos meses mais quentes do ano são substancialmente mais prováveis de resultar em eventos de águas negras do que as inundações em épocas mais frias.

Os autores Shuklaa et. al (2008) desenvolveram um modelo não-linear ecológico para estudar o efeito simultâneo de poluição da água e eutrofização, e da concentração de oxigênio dissolvido em um corpo hídrico. Este sistema foi modelado considerando as variáveis tais como a concentração cumulativa de poluentes orgânicos, densidades de bactérias e nutrientes, as algas, detritos e concentração de OD. Pelo modelo, a diminuição da concentração de OD, devido ao efeito simultâneo da poluição da água e eutrofização, é bem maior do que quando se considera apenas um efeito único presente na massa de água, o que conduz, segundo os autores, uma maior incerteza sobre a sobrevivência das espécies dependentes deste OD.

Na pesquisa de Pimpunchata et. al (2009), foi elaborado um modelo matemático simples de análise de poluição e efeitos de degradação de poluentes, cujo objetivo foi investigar a redução da poluição por aeração dentro do fluxo de um rio contaminado por fontes distribuídas e esgotamento associado de oxigênio dissolvido. Pelos autores, o estudo foi motivado pelos problemas de poluição da água em muitos países e, especificamente, dentro do rio Tha Chin na Tailândia. Desta maneira, pela pesquisa, para tais situações reais, os modelos simples podem fornecer apoio à decisão para o planejamento de restrições a serem impostas sobre práticas agrícolas e urbanas.

Mannina e Viviani (2010) desenvolveram um modelo simplificado de qualidade de água, sendo uma extensão do modelo de Streeter-Phelps. Este modelo foi aplicado como estudo

de caso do rio Oreto, na Itália, servindo de base para projetos de avaliação da qualidade da água do rio, obtendo resultados satisfatórios. Bahadori e Vuthaluru (2010), desenvolveram uma ferramenta simples para encontrar as concentrações de saturação do oxigênio dissolvido em sistemas aquáticos em função da concentração de cloreto e da temperatura. Este tipo de ferramenta pode ser utilizada pela engenharia como uma rápida verificação sobre as concentrações de saturação de oxigênio no ambiente aquático sob diferentes condições, sem optar por quaisquer medidas experimentais.

Da mesma maneira que muitos modelos têm sido desenvolvidos para estudar o comportamento do OD na água, tantos outros estudam o decaimento da carga de DBO, levando em consideração os diferentes fatores bioquímicos e processos dinâmicos da água, tais como turbulência, temperatura, sedimentos suspensos na água, dentre outros (Wallis et. al 1989; Thibodeaux, 1996; Young e Wallis, 1994).

Até o final de 1970, a dinâmica da DBO foi basicamente estudada apenas do ponto de vista determinístico e, só depois deste período, pesquisadores começaram a modelar a aleatoriedade que existe na dinâmica da água utilizando abordagens probabilísticas, dentre elas estão a análise de primeira ordem, Monte-Carlo, e os métodos de equações diferenciais estocásticas (REVELLI e RIDOLFI, 2004).

Revelli e Ridolfi (2004) desenvolveram um possível modelo probabilístico para estudar a dinâmica da DBO ao longo de um rio, cujos resultados obtidos são válidos para qualquer distribuição probabilística das entradas e das condições iniciais e, tanto para o reação de decaimento linear, como não-linear da DBO. Os autores consideraram um modelo básico para a evolução DBO e se concentraram nos casos em que as fontes predominantes de incerteza são as condições iniciais de concentração de DBO no rio e da intensidade dos insumos locais da DBO.

Boano et. al (2006) elaboraram um modelo estocástico para a evolução dos componentes de OD e DBO ao longo de um rio, a fim de examinar o caso em que as condições iniciais e as concentrações de entrada do rio são incertezas, ou seja, modeladas como variáveis aleatórias. Os autores observaram que a adoção de uma abordagem estocástica proporciona um método prático para derivar informação de incertezas, sendo particularmente útil para prever eventos possíveis com baixas concentrações de OD.

Liu e Chen (2009) aplicaram um modelo em diferentes cenários, para analisar e observar os parâmetros relacionados à concentração de OD ao longo de um rio. Os autores verificaram que quanto maior for a quantidade da descarga de resíduos, mais sensível será a DBO ao parâmetro de remoção biológica. Além disso, o oxigênio dissolvido é mais sensível ao

parâmetro de remoção biológica do que ao parâmetro de reaeração. Tyagi (2009) apresentou um esquema numérico alternativo para prever a variação no tempo de DBO em várias distâncias sucessivas a partir de um emissário de esgoto, em uma corrente.

Tsuzuki et. al (2010) utilizaram um modelo de DBO e OD para estimar os efeitos de lançamento de efluentes domésticos e lançamentos difusos em rios do Japão. Neste estudo, os autores utilizaram uma metodologia de intervenção computacional para simular os efeitos desses lançamentos para diferentes cenários.

Hasadsria e Maleewonga (2012) desenvolveram um modelo matemático para a interação do OD e DBO em um fluxo de canal aberto, onde no esquema numérico foi utilizado o método dos elementos finitos com função de base linear, obtendo êxito, de modo que o método pode ser usado para investigar cada efeito separadamente.

Outros estudos envolvendo a avaliação de modelos de qualidade de água foram desenvolvidos, como o estudo de Cox (2003), que fez uma revisão dos principais modelos atualmente em uso, para descrever a qualidade da água em água doce de sistemas fluviais. Na sua revisão, fez uso dos modelos SIMCAT, Tomcat, QUAL2E, QUASAR, MIKE-11 e ISIS, de maneira que o potencial de cada modelo foi examinado de acordo com a simulação da emissão de OD em rios de água doce.

Ou ainda os estudos de Pelletier et al. (2006), que confirmaram a aplicabilidade e flexibilidade do modelo QUAL2K na simulação de qualidade da água do rio. E Fan et. al (2009), que combinaram o modelo Qual2K com o modelo HEC-RAS para avaliar a qualidade da água de um rio de maré, no norte de Taiwan. Nesta pesquisa, o modelo Qual2K utilizou na simulação as cargas de DBO, nitrogênio amoniacal ($\text{NH}_3\text{-N}$), fósforo total (PT), e a demanda de oxigênio do sedimento (SOD), enquanto que o modelo HEC-RAS foi utilizado para estimar as constantes hidráulicas e calcular o perfil do nível de água de variação para levar em conta as alterações de concentração, como resultado do efeito das marés. Seus resultados se mostraram de acordo com os dados de monitoramento do rio, sendo uma alternativa para a simulação da qualidade da água de um rio de maré.

Dentre outros estudos de gestão de qualidade de água, como o estudo de Money et. al (2009), que desenvolveu uma metodologia baseada nos princípios básicos da geoestatística e autocorrelação espacial, sendo uma ferramenta eficiente e flexível para a análise do espaço/tempo da qualidade da água ao longo do rio. Pela pesquisa, observou-se que usar uma distância do rio em um contexto espaço/tempo leva a uma redução significativa de 10% no erro de estimação em um contexto geral, e que os resultados na forma de mapas são mais realistas do que aqueles obtidos utilizando uma distância euclidiana.

E Xie et. al (2011), que elaboraram um modelo de gestão de qualidade de água que tem como base a interação entre um modelo de programação linear e técnicas de restrições incertas para o planejamento de gestão ambiental regional, na ótica de incertezas. O método foi desenvolvido e aplicado para o planejamento da indústria química de Binhai Nova Área de Tianjin, na China, e soluções associadas com diferentes níveis de risco de violação de restrição foram obtidas. Os autores concluíram que estudos como este são úteis para apoiar tomada de decisões em controle de descargas residuais e investimento público, formulação das políticas locais sob o consumo de água, e análise das interações entre os benefícios econômicos do sistema, fiabilidade e descargas de poluentes.

Após serem vistos diferentes modelos de qualidade de água, para entender como se configuram estes modelos, elaborados a partir do modelo clássico de Streeter-Phelps, caso desta pesquisa, precisa-se saber o funcionamento da Teoria do Transporte de Massa, que combina a Lei de Fick com a Teoria de Conservação das Massas, representada matematicamente no tópico seguinte deste Capítulo. A partir desta fundamentação, é possível se chegar à equação completa de Streeter-Phelps, em que são considerados todos os parâmetros físicos, químicos e biológicos relacionados à dinâmica da água em rios naturais.

2.2 Teoria de Transporte de Massa

A previsão de transporte de poluentes em rios é um dos campos que oferecem ferramentas de suporte para atividades de gestão da qualidade de água, uma vez que é possível serem estabelecidas normas e padrões para garantir água de boa qualidade. Para fazer isto é preciso primeiro entender como esse mecanismo funciona.

Em rios, por exemplo, o transporte de poluente ocorre de forma simultânea, mas em diferentes aspectos de maneira que, em seu movimento, os poluentes sofrem o processo de difusão molecular, advecção, difusão turbulenta, e de decaimento causado pelas relações físicas, químicas e biológicas dos processos.

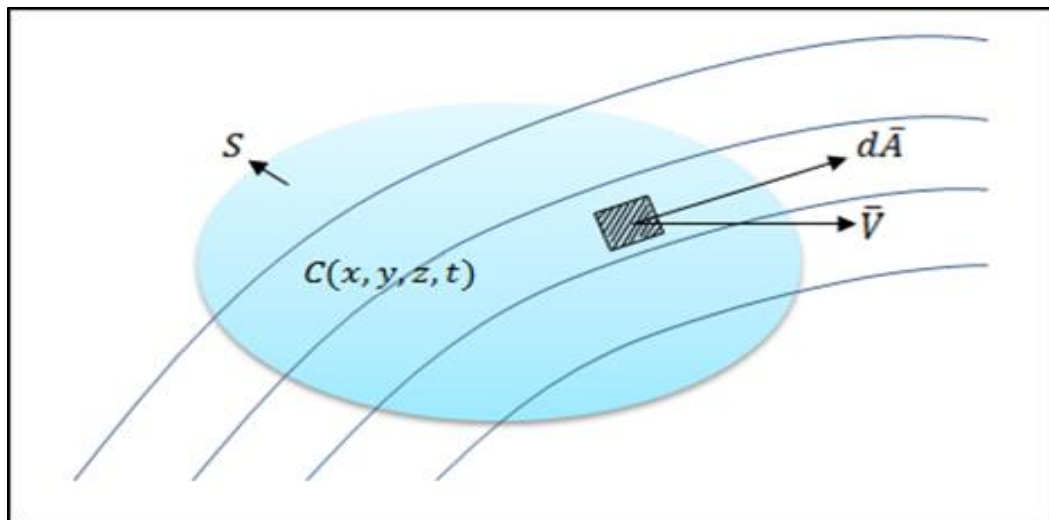
Os processos de transporte de massa que governam o transporte de poluentes são baseados no Princípio Fundamental de Conservação de Massa e na Lei de Fick. Essas duas teorias são utilizadas para formular os modelos de qualidade de água. Partindo destes princípios, pode ser formulada a equação geral do transporte de massa, demonstrada a seguir.

2.2.1 Princípio de Conservação de Massa

O princípio de conservação da massa pode ser enunciado da seguinte maneira:

Considerando o sistema ilustrado na Figura 1, pelo Princípio de Conservação das Massas, o fluxo total de massa que passa através da superfície de controle é igual à variação temporal de massa no interior do volume de controle.

Figura 1 – Fluxo de massas que passa através de uma superfície de controle.



Fonte: Elaborada pelo autor.

O fluxo de massas pode ser definido, matematicamente, pela Equação 2.1:

$$dJ = C \bar{V} \circ d\bar{A} \quad (2.1)$$

Onde,

J é o fluxo de massa [MT^{-1}];

C é a concentração da substância poluente [ML^{-3}];

$d\bar{A}$ é um elemento de área [L^2];

e \bar{V} é a velocidade do fluido [LT^{-1}];

Sendo assim, o fluxo total de massa, que passa através da superfície de controle é dado pela Equação 2.2:

$$J = \oiint_{s.c.} C \bar{V} \circ d\bar{A} \quad (2.2)$$

Tratando-se, por conseguinte, da variação de massas no interior do volume de controle, a sua formulação pode ser dada da seguinte maneira, Equação 2.3:

$$\text{Variação temporal de massa} = -\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{v.c.} C \, dv \quad (2.3)$$

Em que:

v é o elemento do volume de controle [L^3];

t é o tempo [T];

Assim, o Princípio de Conservação de Massas é obtido igualando-se as Equações 2.2 e 2.3, Equação 2.4:

$$\oiint_{s.c.} C \bar{V} \circ d\bar{A} = -\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{v.c.} C \, dv \quad (2.4)$$

Ou ainda, Equação 2.5:

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{v.c.} C \, dv + \oiint_{s.c.} C \bar{V} \circ d\bar{A} = 0 \quad (2.5)$$

A Equação 2.5 representa a formulação do Princípio de Conservação de Massas na sua forma integral. Para obter este Princípio na sua formulação diferencial, aplica-se o Teorema de Green, Equação 2.6:

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{v.c.} C \, dv + \iiint_{v.c.} \bar{V} \circ (C\bar{V}) \, dv = 0 \quad (2.6)$$

Ou também, Equação 2.7:

$$\iiint_{v.c.} \left[\frac{\partial C}{\partial t} + \bar{V} \circ (C\bar{V}) \right] \, dv = 0 \quad (2.7)$$

Para que a Equação 2.7 se verifique, é necessário que $\frac{\partial C}{\partial t} + \bar{V} \circ (C\bar{V})$ seja zero.

Desta maneira, tem-se a Equação 2.8:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \bar{V} \circ (C\bar{V}) = 0 \quad (2.8)$$

Ou Equação 2.9:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \bar{V} \circ q = 0 \quad (2.9)$$

Onde,

q é o fluxo de massa por unidade de área [$ML^{-2}T^{-1}$].

A Equação 2.8 representa o Princípio de Conservação de Massas na formulação diferencial. Esta equação pode ser ainda descrita como, Equação 2.10:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\mu C) + \frac{\partial}{\partial y}(\vartheta C) + \frac{\partial}{\partial z}(\omega C) = 0 \quad (2.10)$$

Para,

x, y e z representam os eixos de coordenadas;

E μ, ϑ e ω representam as componentes do vetor velocidade.

2.2.2 Lei de Fick

Adolf Eugen Fick formulou sua Lei a partir de uma analogia com a Lei de Fourier para a transmissão de calor. Segundo Fick, o fluxo de massa por unidade de área é composto pelo fluxo de massa advectivo, causado pelo movimento do fluido, mais o fluxo de massa difusivo causado movimento molecular do fluido. O fluxo de massa advectivo é representado pelo produto da concentração da substância, com o vetor velocidade. E o fluxo de massa difusivo, segundo Fick, é proporcional ao gradiente de concentração entre dois pontos do sistema.

Matematicamente isto pode ser dado como, Equação 2.11:

$$\bar{q} = C\bar{V} - D\bar{\nabla}C \quad (2.11)$$

Onde,

D é o coeficiente de difusão molecular [L^2T^{-1}];

E $\bar{\nabla}C$ é o gradiente de concentração [ML^{-4}];

A Equação 2.11 representa a formulação matemática da Lei de Fick para um sistema advectivo difusivo.

Combinando a Lei de Fick com o Princípio de conservação de Massas, em que se substitui a Equação 2.11 na Equação 2.9, tem-se a equação do Transporte de Massas para fluidos compressíveis, representada matematicamente pela Equação 2.12:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \bar{v} \circ [C\bar{V} - D\bar{\nabla}C] = 0 \quad (2.12)$$

Ou ainda, Equação 2.13:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \bar{v} \circ (C\bar{V}) - D\bar{\nabla} \circ \nabla C = 0 \quad (2.13)$$

Para fluidos incompressíveis, onde $\nabla \circ V = 0$, tem-se, Equação 2.14:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \bar{v} \circ \bar{\nabla}C = D\bar{\nabla}^2 C \quad (2.14)$$

Em que,

$\bar{\nabla}^2$ é o operador Laplaciano [L^{-2}];

Finalmente, a Equação 2.14 representa o Transporte de Massas para um sistema advectivo difusivo em rios. Esta equação foi desenvolvida a partir da hipótese de que a substância é conservativa. Se o poluente for não conservativo, há a necessidade de se acrescentar o termo que representa o decaimento da substância. Assim, a Equação 2.14 passa a ser, Equação 2.15:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \bar{v} \circ \bar{\nabla}C = D\bar{\nabla}^2 C - kC \quad (2.15)$$

Onde,

k é o coeficiente de decaimento de primeira ordem da substância [T^{-1}];

Na Equação 2.15, V e C são funções que dependem de x, y, z e t . Em outras palavras, $V(x, y, z, t)$ e $C(x, y, z, t)$. No entanto, para a aplicação desta equação em rios, é prudente aproximar V e C para uma média em cada seção, isto implica fazer V e C funções dependentes apenas de x e t , ou seja, $V(x, t)$ e $C(x, t)$.

Desta maneira, segundo James (1993), a Equação 2.15 passa a ser, Equação 2.16:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x} \left(AE \frac{\partial C}{\partial x} \right) - kC + S_d \quad (2.16)$$

Sendo,

A é a área da seção do rio [L^2];

E é o coeficiente de dispersão longitudinal [L^2T^{-1}];

E S_d representa uma fonte difusa, ou sumidouro, ao longo do rio [$ML^{-1}T^{-1}$].

Na prática, os processos que controlam a dispersão de poluentes dissolvidos e suspensos em rios naturais, são numerosos e complicados. Desta maneira, as informações sobre os processos de transporte físicos no meio aquático são, geralmente, obtidas através da aplicação de modelos hidrodinâmicos.

Muitas pesquisas envolvendo transporte de poluentes vêm sendo desenvolvidas, tais como a de Revelli e Ridolfi (2005), que criaram um modelo não-linear inverso para resolver problemas relacionados a modelos de difusão de transporte. A de Barros et. al. (2006), que elaboraram um modelo para a obtenção de soluções numéricas e analíticas que preveem a dispersão de poluentes dissolvidos nos rios, córregos e canais com fluxo simétrico ou assimétrico; e a de Barros e Cotta (2007), que desenvolveram um modelo matemático tridimensional de estado estacionário para prever o destino dos contaminantes dissolvidos em rios e canais com condições de escoamento turbulento.

Também outras mais recentes como a de Chen et. al (2009), que fizeram uma nova abordagem de modelagem para o transporte de soluto em córregos e canais que simula dissolução de soluto, transporte, dispersão e com fontes continuamente migratórias. Diz os autores que esta nova abordagem pode ser eficiente em lidar com complicados esquemas de fonte de alimentação de soluto e condições iniciais; Trancoso et. al (2009), que escreveram um modelo unidimensional para redes hidrográficas como parte de um sistema modular de simulação de massas de água (hidrodinâmica e constituintes de água). Este modelo, segundo o autor, é capaz de simular a qualidade da água no ambiente aquático e a fase bentônica foi especialmente focada na reprodução dos processos que ocorrem em redes fluviais temporárias (eventos de descarga, formação de piscinas, e perdas de transmissão); e Ani et. al (2009), que construíram dois modelos de previsão de concentração utilizando a equação fundamental de advecção-dispersão. Estes são apenas alguns exemplos de estudos envolvendo Transporte de substâncias.

Agora que já foi visto todo o processo para se chegar, matematicamente, à Teoria do Transporte de Massa, é possível fundamentar a equação de Streeter-Phelps, e todos os parâmetros pertinentes para que esta equação seja considerada na sua forma completa. No Tópico seguinte é feita uma abordagem sobre os parâmetros que regem a equação de Streeter-Phelps, bem como toda a sua formulação matemática, partindo da Teoria do Transporte de Massas.

Vale ressaltar que a equação de Streeter-Phelps na sua forma simplificada, como é referida nesta pesquisa, é a equação clássica de Streeter-Phelps. Diante de tantas pesquisas que abordam este tema, e que vem modificando esta equação, tornando-a mais completa e com parâmetros de relevância, a equação de Streeter-Phelps chamada de completa neste estudo, é aquela que seja mais representativa às condições reais de um sistema hídrico.

2.3 Equações de Streeter-Phelps

Neste tópico, o interesse maior é de estabelecer a fundamentação matemática que governa as equações completas de Streeter-Phelps, levando em consideração todos os parâmetros pertinentes que fazem com que esta equação seja representativa para rios naturais. Desta maneira, é conveniente que sejam feitas algumas considerações sobre a mecânica dos rios.

Tratando-se de sistemas aquáticos, por sua vez, sabe-se que o decréscimo do oxigênio dissolvido é, indiretamente, resultante do processo de introdução da matéria orgânica na água, uma vez que no processo de estabilização da matéria orgânica as bactérias decompositoras utilizam o OD. Este consumo de oxigênio dissolvido, a partir da estabilização da matéria se chama demanda bioquímica de oxigênio, ou DBO, já explicado nos tópicos anteriores. Mas o importante em se recapitular estes conceitos, é o fato de que esta redução de oxigênio é um dos principais problemas de poluição do meio ambiente.

Quando se trata de poluição do ambiente aquático, deve-se fazer uma abordagem sobre o fenômeno da autodepuração, processo em que a qualidade da água se recupera do seu estado de degradação, em outras palavras, é quando o ecossistema aquático atinge novamente o seu equilíbrio. Desta maneira, deve-se considerar que a água está depurada quando suas características não estejam em conflito com a sua utilização.

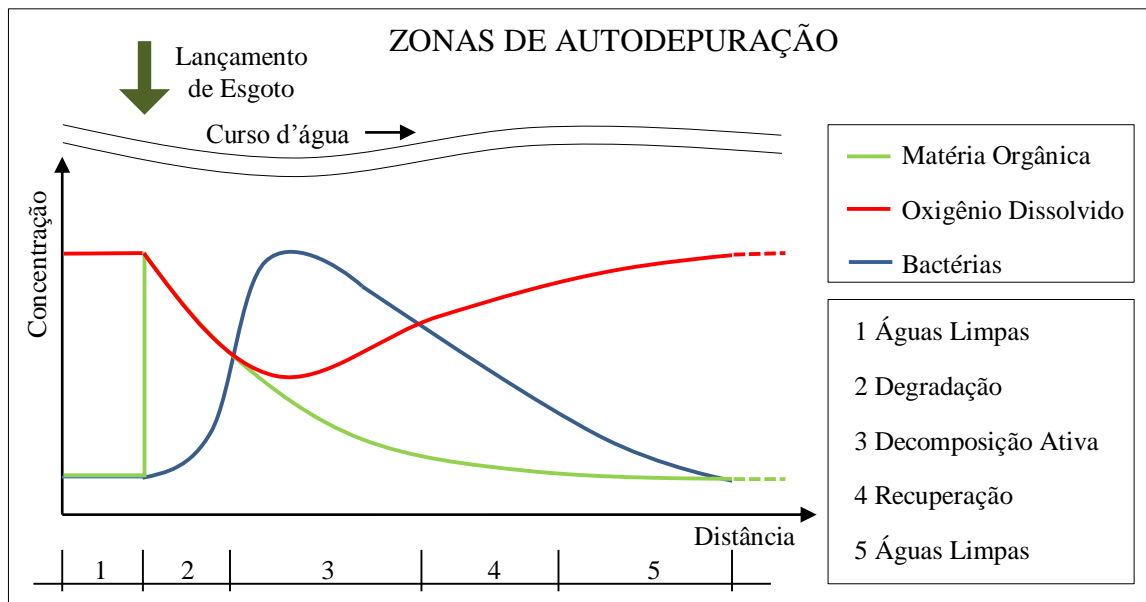
Em Sperling (1996) tem-se que:

A autodepuração é um fenômeno de sucessão ecológica, em que o restabelecimento do equilíbrio no meio aquático, ou seja, a busca pelo estágio inicial encontrado antes do lançamento de efluentes é realizada por mecanismos essencialmente naturais (SPERLING, 1996).

Dependendo do nível de poluição dos rios, o processo de autodepuração pode ser bastante eficiente na melhoria da qualidade d'água (ANDRADE, 2010).

Isto pode ser melhor entendido pelo esquema ilustrado na Figura 2, que representa o perfil das zonas de autodepuração ao longo de um curso d'água (Sperling, 1996). Estas zonas estão caracterizadas abaixo, conforme a descrição do autor, e demais bibliografias.

Figura 2 – Perfil das zonas de autodepuração ao longo do curso d'água.



Fonte: adaptado de Sperling (1996).

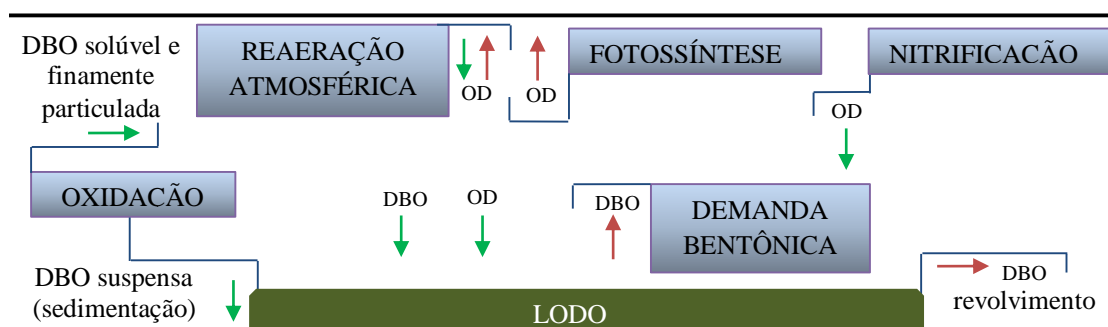
- a) **Zona de Águas Limpas** – Zona em que o ecossistema encontra-se equilibrado em relação ao meio. Nesta zona, as concentrações de OD e DBO estão na sua condição natural, em que o ambiente está mais rico em nutrientes devido à mineralização das etapas anteriores, promovendo um maior crescimento de algas.
- b) **Zona de Degradação** – Zona de elevada concentração de sólidos em suspensão, aumento da população bacteriana, redução de seres aeróbios e déficit de OD, e formação da camada bentônica. Nesta zona, a água se apresenta com um aspecto turvo, há eliminação de grande parte das espécies existentes e uma adaptação

das bactérias decompositoras (SPERLING, 2005). O autor diz que nesta zona o PH da água diminui devido à liberação de ácido carbônico (H_2CO_3), decorrente da transformação de CO_2 pela respiração microbiana. Bernardo et. al (2000) explica que há um aumento dos compostos nitrogenados que, em grande parte, são convertidos para amônia (NH_3).

- c) **Zona de Decomposição Ativa** – Zona com redução total, ou quase total, da população de peixes e outros seres aeróbios e baixas concentrações de OD. Se essa concentração de OD for zero, dá-se origem ao processo de decomposição anaeróbia e, além da água e do gás carbônico, forma-se o gás sulfídrico, amônia e outras substâncias químicas responsáveis pela formação de maus odores.
- d) **Zona de Recuperação** – Regeneração do meio às suas condições naturais. Nesta zona o consumo de oxigênio é menor que o seu fluxo de entrada, o que facilita a recuperação da concentração do oxigênio retirada da massa líquida. Ocorre uma absorção de sais minerais (nitratos e fosfatos) pelas algas, aumentando seu número e, conseqüentemente, animais heterotróficos (Sperling, 2005).

Ainda com Sperling (1996), tem-se que a autodepuração é decorrente da associação de vários processos de natureza física, química e biológica. Em Sperling (2007), foi tratado do balanço entre as fontes de consumo e de produção de oxigênio no processo de autodepuração. Este balanço de OD pode ser visualizado na Figura 3.

Figura 3 – Fenômenos interagentes no balanço de OD



Fonte: Adaptado de Sperling (2007).

Várias são as reações observadas em um sistema fluvial, Andrade (2010), em seu estudo, ressaltou que a oxidação total da matéria orgânica, também conhecida como mineralização, gera produtos finais simples e estáveis, como por exemplo, CO_2 , H_2O , NO_3^- .

Por meio da desnitrificação, compostos de azoto inorgânicos, tais como os nitritos e nitratos, são utilizados pelas bactérias heterotróficas facultativas como oxidante da matéria orgânica, e reduzidos a azoto elementar (N₂) (RIJN et. al, 2006). A desnitrificação é uma importante reserva de nitrogênio, em sistemas ribeirinhos, e, sobretudo, está relacionada com os sedimentos intersticiais e, portanto, a morfologia do rio (WAGENSCHHEIN e RODE, 2008). Falando nisto, Wagenschein e Rode (2008) analisaram o efeito da morfologia do rio na carga de nitrogênio, estudo de caso do rio Weisse Elster, Alemanha, descobrindo que a retenção de azoto foi de 23,4% da carga de azoto proveniente do sumidouro.

Frey (2001) diz que os estudos da qualidade da água têm evidenciado que a melhoria da estrutura do rio pode conduzir à redução da carga de nitrato de amônia. Entretanto, Wagenschein e Rode (2008) explicaram que estes estudos são válidos apenas para pequenos trechos de rio. Neste sentido, quando o estudo é aplicado para trecho mais longos, apenas efeitos menores de mudança da morfologia do rio na conversão de matéria e concentração de nutrientes são identificados.

Devem ser considerados também os metais inorgânicos, e seus efeitos tóxicos diretos, que tem potencial para causar variações graves nos ecossistemas existentes em águas receptoras. Na pesquisa de Berkun (2005), por exemplo, foi desenvolvido um estudo em que as interferências de compostos metálicos nos processos de autodepuração, e na curva de déficit de oxigênio, são investigados. Pelo autor, os resultados mostraram que, na presença desses metais pesados, os parâmetros de DBO do curso d'água e a curva de déficit de oxigênio são significativamente afetadas.

Entrando um pouco nos conceitos de reações cinéticas, Chapra (1997) explica que as reações cinéticas das substâncias poluentes, ou proporções de tais reações, podem ser expressas quantitativamente pela Lei da Ação das Massas, podendo ser representada genericamente pela Equação 2.17, cuja relação é chamada Lei das Proporções.

$$\frac{dC_A}{dt} = -kf(C_A, C_B, \dots) \quad (2.17)$$

Assim, esta lei é explicada como sendo o produto de uma constante que depende da temperatura e das concentrações dos reagentes.

Também sendo representada como, Equação 2.18:

$$\frac{dC_A}{dt} = -kC_A^\alpha C_B^\beta \quad (2.18)$$

Onde o parâmetro α indica a ordem da reação referente ao reagente A , e o parâmetro β indica a ordem da reação referente ao reagente B . Sendo que a reação de ordem global é representada por n , Equação 2.19:

$$n = \alpha + \beta \quad (2.19)$$

Chapra (1997) diz também que embora haja um infinito número de caminhos para caracterizar as reações, as mais empregadas para águas naturais são aquelas com $n = 0, 1$ e 2 , representadas abaixo:

a) **Ordem Zero, $n = 0$:**

$$\frac{dC}{dt} = -k \quad (2.20)$$

A unidade de k é $[\text{ML}^{-3}\text{T}^{-1}]$. Se $C = C_0$ para $t = 0$, então esta equação passa a ser, Equação 2.21:

$$C = C_0 - kt \quad (2.21)$$

b) **Primeira Ordem, $n = 1$:**

$$\frac{dC}{dt} = -kC \quad (2.22)$$

k tem unidade de $[\text{T}^{-1}]$. Se $C = C_0$ para $t = 0$, então esta equação passa a ser, Equação 2.23:

$$C = C_0 e^{-kt} \quad (2.23)$$

c) **Segunda Ordem, $n = 2$:**

$$\frac{dC}{dt} = -kC^2 \quad (2.24)$$

k tem unidade de $[\text{L}^3\text{M}^{-1}\text{T}^{-1}]$. Se $C = C_0$ para $t = 0$, então esta equação passa a ser, Equação 2.25:

$$C = C_0 \frac{1}{1 + kC_0 t} \quad (2.25)$$

d) **Ordem de maior proporção, $n \neq 1$:**

$$\frac{1}{C^{n-1}} = \frac{1}{C_0^{n-1}} + (n-1)kt \quad (2.26)$$

Resolvendo tem-se, Equação 2.27:

$$C = C_0 \frac{1}{[1 + (n-1)kC_0^{n-1}t]^{1/(n-1)}} \quad (2.27)$$

Existem muitos métodos utilizados para resolver estas equações matemáticas tais como Método Diferencial, Método das Taxas Iniciais, Método de Meia Vida e outros. Antes de definir o melhor método a ser utilizado nos estudo de qualidade de água, deve-se fazer primeiro o balanço de massas, envolvendo os principais parâmetros que abrangem o sistema analisado, e definir a sua equação geral.

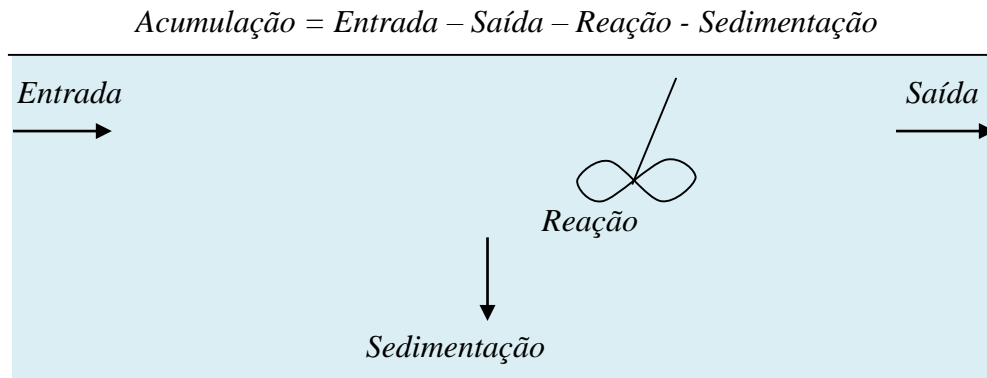
No caso do modelo de Streeter-Phelps, parte-se de algumas conjecturas pertinentes à dinâmica fluvial. Relembrando o que foi dito anteriormente, Sperling (2007), “[...] as mudanças nas concentrações dos constituintes ao longo do percurso do rio são devidas à advecção, difusão e conversão”.

Segundo as explicações de Chapra (1997), a advecção é o resultado do movimento unidirecional do fluido, que transporta a matéria de uma posição para outra no espaço, enquanto que a difusão é o movimento da massa da substância, causada pelo movimento molecular do fluido. Estes conceitos são base para a fundamentação matemática de uma equação que estuda o mecanismo do movimento da massa fluida, uma vez que a concentração de um determinado composto em um reator é função tanto do transporte de entrada e saída de um composto, quanto de todas as reações bioquímicas que acontecem neste sistema.

Já entendido o mecanismo de transporte de massa, parte-se para a concatenação das reações bioquímicas que permeiam a mecânica dos rios.

Para tanto, deve-se trabalhar com sistemas de mistura completa, que podem ser hipoteticamente expressos conforme a ilustração, Figura 4:

Figura 4 – Representação de um sistema de mistura completa.



Fonte: Adaptado de Chapra (1997).

As inter-relações que acontecem em um sistema de mistura completa podem ser apresentadas de acordo com as definições de Chapra (1997). A **acumulação**, medida em [M/T], que representa a variação de massa do sistema em um determinado tempo, matematicamente é dada pela Equação 2.28:

$$Acumulação = \frac{\Delta M}{\Delta t} \quad (2.28)$$

Ou ainda, Equação 2.29:

$$Acumulação = V \frac{dC}{dt} \quad (2.29)$$

Onde,

M é a massa em [M];

V é o volume em [L³];

C é a concentração em [ML⁻³]

e t é o tempo em [T].

A **carga de entrada**, massa que entra no sistema, é, Equação 2.30:

$$Carga\ de\ Entrada = W(t) \quad (2.30)$$

Ou ainda, Equação 2.31:

$$C_m(t) = \frac{W(t)}{Q} \quad (2.31)$$

Onde,

$W(t)$ é a taxa da carga de massa em $[MT^{-1}]$;

Q é o somatório das vazões de entrada em $[L^3T^{-1}]$;

e $C_m(t)$ é a média das concentrações das fontes em $[ML^{-3}]$.

A **carga de saída**, massa que sai no sistema, é, Equação 2.32:

$$Carga\ de\ Saída = Q \cdot C \quad (2.32)$$

Em que,

Q é a vazão em $[L^3T^{-1}]$.

A **reação** é representada por, Equação 2.33:

$$Reação = k \cdot V \cdot C \quad (2.33)$$

Sendo k o coeficiente de 1ª ordem $[T^{-1}]$.

Já a **sedimentação**, pode ser formulada como o fluxo de massa através da área superficial da interface água/sedimentação, que é fundamentada matematicamente como, Equação 2.34:

$$Sedimentação = v \cdot A_s \cdot C \quad (2.34)$$

Para,

v a velocidade aparente de sedimentação $[LT^{-1}]$.

e A_s a área superficial de sedimentação $[L^2]$.

Caso seja considerado que alguns poluentes dissolvidos na água, ou seja, que não estejam sujeitos à sedimentação, a equação pode ser, Equação 2.35:

$$Sedimentação = k_s \cdot V \cdot C \quad (2.35)$$

Onde,

k_s é o coeficiente de sedimentação em $[T^{-1}]$.

E, finalmente, tem-se a Equação do Balanço de Massas de um sistema bem misturado, Equação 2.36:

$$V \frac{dC}{dt} = W(t) - Q \cdot C - k \cdot V \cdot C - v \cdot A_s \cdot C \quad (2.36)$$

Vale lembrar que, no caso do modelo de Streeter-Phelps, o sistema é considerado no seu estado estacionário, ou permanente, no qual não existe acúmulo de compostos dentro do sistema, em outras palavras, a vazão e a concentração são constantes em cada seção do rio. Desta maneira, para se chegar ao modelo do estudo, considera-se o curso de um rio natural como sistema próximo à dinâmica que ocorre em um reator tubular ideal, onde o fluxo percorre em apenas uma direção dominante. Assim, conforme Chapra (1997), o balanço de massa passa a ser dado por, Equação 2.37:

$$\Delta V \frac{\partial C}{\partial t} = J_e A_c - J_s A_c \pm \text{Reação} \quad (2.37)$$

Para,

ΔV o volume em $[L^3]$;

A_c a área seccional da reta $[L^2]$;

J_e e J_s os fluxos de massa do elemento transportado $[ML^{-2}T^{-1}]$;

e a *Reação* o ganho ou perda de massa do elemento, devido à reação $[MT^{-1}]$.

Os fluxos são definidos por, Equação 2.38 e 2.39:

$$J_e = U \cdot C \quad (2.38)$$

$$J_s = U \left(C + \frac{\partial C}{\partial x} \Delta x \right) \quad (2.39)$$

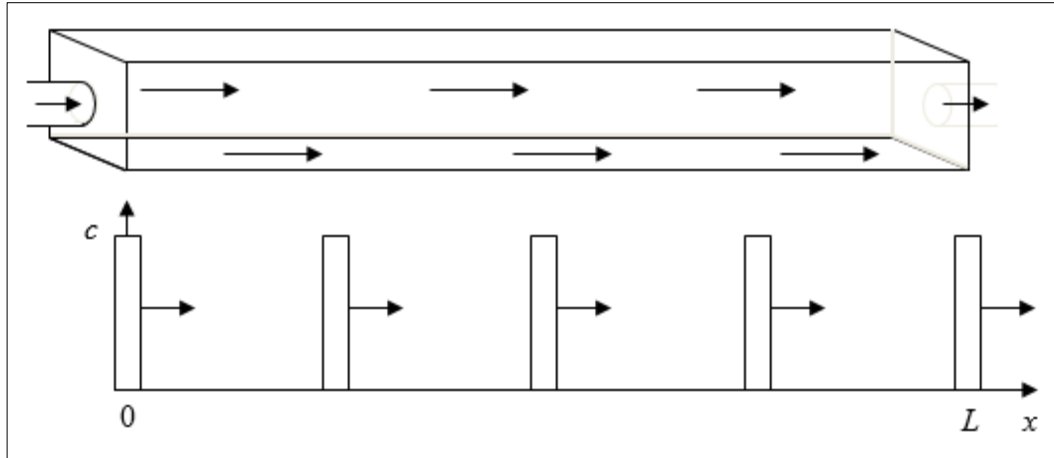
Onde,

U é a velocidade média da seção em $[LT^{-1}]$;

e x é a distância longitudinal ao longo do rio em $[L]$.

A passagem do fluxo de massas em um reator tubular pode ser visualizada conforme ilustrado na Figura 5.

Figura 5 – Representação de um reator tubular.



Fonte: Adaptado de Chapra (1997).

Considerando que reação que ocorre no reator é de primeira ordem, que o sistema é estacionário, e ainda que $C = C_0$ em $x = 0$, tem-se, Equação 2.40:

$$C = C_0 e^{-\frac{k}{U}x} \quad (2.40)$$

Finalmente, depois de todos estes conceitos bem fundamentados, pode-se definir o modelo completo de Streeter-Phelps. Neste modelo, Chapra (1986) vincula os dois mecanismos primários que controlam o oxigênio dissolvido num corpo d'água receptor de poluentes: a decomposição de matéria orgânica e a reaeração. Sendo assim, a formulação matemática do consumo de OD, ou DBO, ao longo de uma seção longitudinal, passa a ser representada da seguinte maneira, Equação 2.41:

$$0 = -U \frac{dL}{dx} - k_r L \quad (2.41)$$

Em que,

L é a carga de DBO remanescente $[ML^{-3}]$;

e k_r é o coeficiente de desoxigenação $[T^{-1}]$.

A integração da Equação 2.41, considerando que $L = L_0$ quando $x = 0$, gera a Equação 2.42:

$$L = L_0 e^{-\frac{k_r}{U}x} \quad (2.42)$$

Sendo,

L_0 é a DBO remanescente em $x = 0$ [ML^{-3}];

x é a distância ao longo do rio [L].

E a concentração de OD é representada matematicamente como, Equação 2.43:

$$0 = -U \frac{dD}{dx} + k_d L - k_a D \quad (2.43)$$

Onde $k_r = k_d + k_s$, sendo:

k_d o coeficiente de decaimento [T^{-1}];

k_s o coeficiente de sedimentação [T^{-1}];

e k_a o coeficiente de aeração [T^{-1}];

Fazendo $L = L_0$ e $D = D_0$ para $x = 0$, a Equação 2.43 passa a ser, Equação 2.44:

$$D = D_0 e^{-\frac{k_a}{U}x} + \frac{k_d L_0}{k_a - k_r} \left(e^{-\frac{k_r}{U}x} - e^{-\frac{k_a}{U}x} \right) \quad (2.44)$$

Onde,

D é o déficit de oxigênio [ML^{-3}];

D_0 é o déficit de oxigênio quando $x = 0$ [ML^{-3}];

Estas duas Equações, 2.42 e 2.44, representam as equações de Streeter-Phelps levando em conta dois processos, a reaeração e a desoxigenação.

Para o caso onde são considerados outros processos em um sistema de rios naturais, as equações de Déficit de OD e OD passam a ser, segundo Thomann (1989), Equação 2.46 e Equação 2.48, respectivamente:

Déficit de OD:

$$\frac{dD}{dt} = -k_a(C_s - C) + k_d \cdot L + S_d - F + R + k_n \cdot L_0^n \quad (2.46)$$

Onde,

C representa a concentração de oxigênio [ML^{-3}];

C_s representa a concentração de oxigênio saturado [ML^{-3}];

S_d representa a sedimentação [ML^{-3}];

F representa a fotossíntese [ML^{-3}];

R representa a respiração [ML^{-3}];

e $k_n \cdot L_0^n$ representa a Nitrificação [ML^{-3}].

A resolução da Equação 2.46 é, Equação 2.47:

$$D = D_0 \cdot e^{-k_a \frac{x}{\bar{u}}} + \frac{k_d \cdot L_0}{k_a - k_r} \cdot (e^{-k_r \frac{x}{\bar{u}}} - e^{-k_a \frac{x}{\bar{u}}}) + \frac{k_n}{k_a - k_n} \cdot (e^{-k_n \frac{x}{\bar{u}}} - e^{-k_a \frac{x}{\bar{u}}}) + S_d \cdot (1 - e^{-k_a \frac{x}{\bar{u}}}) - \frac{F}{k_a} \cdot (1 - e^{-k_a \frac{x}{\bar{u}}}) + \frac{R}{k_a} \cdot (1 - e^{-k_a \frac{x}{\bar{u}}}) + L_0^n \left[\frac{k_n}{k_a - k_n} \cdot (e^{-k_n \frac{x}{\bar{u}}} - e^{-k_a \frac{x}{\bar{u}}}) \right] \quad (2.47)$$

Oxigênio Dissolvido:

$$\frac{dC}{dt} = k_a(C_s - C) - k_d \cdot L - S_d + F - R - k_n \cdot L_0^n \quad (2.48)$$

E sua solução é, Equação 2.49:

$$OD = C_s - \left[D_0 \cdot e^{-k_a \frac{x}{\bar{u}}} + \frac{k_d \cdot L_0}{k_a - k_r} \cdot (e^{-k_r \frac{x}{\bar{u}}} - e^{-k_a \frac{x}{\bar{u}}}) + \frac{k_n}{k_a - k_n} \cdot (e^{-k_n \frac{x}{\bar{u}}} - e^{-k_a \frac{x}{\bar{u}}}) + S_d \cdot (1 - e^{-k_a \frac{x}{\bar{u}}}) - \frac{F}{k_a} \cdot (1 - e^{-k_a \frac{x}{\bar{u}}}) + \frac{R}{k_a} \cdot (1 - e^{-k_a \frac{x}{\bar{u}}}) + L_0^n \left[\frac{k_n}{k_a - k_n} \cdot (e^{-k_n \frac{x}{\bar{u}}} - e^{-k_a \frac{x}{\bar{u}}}) \right] \right] \quad (2.49)$$

As equações de Streeter-Phelps são equações lineares, o que possibilita a inserção de soluções por superposição. Assim sendo, pode-se adicionar processos indefinidamente. No Tópico seguinte, serão apresentados os princípios básicos da Teoria *Fuzzy*, aos quais permitirão a possível “fuzzificação” da equação de Streeter-Pheps.

2.4 Teoria *Fuzzy*

Em 1965, foi publicado o artigo *Fuzzy Sets* no *Journal Information and Control*, cujo autor Lotfi Askar Zadeh tornou público os seus primeiros conceitos sobre a lógica *fuzzy*, com base na teoria dos conjuntos *fuzzy*. No entanto, foi a partir de 1970 que o interesse comercial e industrial nesta nova teoria se intensificou, com destaque em processos de controle industrial (MERLI e ALMEIDA, 2011). Estes autores dizem que, neste mesmo período, o professor Ebrahim Mandani do Queen Mary College de Londres utilizou a *Teoria Fuzzy* para a construção do sistema de controle de um motor a vapor. Depois disso, vários outros processos envolvendo a Teoria *Fuzzy* foram surgindo.

A partir daí, a lógica *fuzzy* foi adaptada para softwares que permitem o comando automático de determinados processos e equipamentos. No Brasil, por exemplo, já se tem notícia de que esta teoria alcança vários estados, sendo tema de debate em simpósios, congressos e demais organizações da comunidade científica. Para se ter ideia, em 2010 foi realizado o primeiro Congresso Brasileiro de Sistemas *Fuzzy* (CBSF) no país, com a iniciativa de congregar as mais diversas pesquisas e atividades desenvolvidas na área, sendo proposto inclusive o intercâmbio de nova experiências em âmbito nacional e internacional.

Em se tratando de recursos hídricos, pesquisas que envolvam a Teoria *fuzzy* são muito recentes, principalmente no que se refere a análise de risco e lançamento de efluentes em rios. Mas antes de entrar neste assunto, é preciso entender primeiro do que se trata a lógica *fuzzy*, e como a sua matemática pode ser útil em estudos que envolvam lançamento e dispersão de efluentes.

2.4.1 Conceitos

Para entender a lógica *fuzzy*, advinda da teoria dos conjuntos *fuzzy*, é importante que sejam pontuados alguns conceitos básicos sobre conjuntos em geral.

Desta maneira, tem-se que: Se um conjunto A é considerado finito, definido sobre o conjunto universo X e os cujos membros são a_1, a_2 e a_3 , o mesmo pode ser definido por, Equação 50:

$$A = \{a_1, a_2, a_3\} \quad (2.50)$$

Se o mesmo conjunto A pode ser definido como o conjunto de todos os elementos do universo X para o qual a proposição $P(x)$ é verdadeira, tem-se a seguinte simbologia, Equação 2.51:

$$A = \{x/P(x)\} \quad (2.51)$$

O conjunto A é, em geral, definido por uma função característica γ_A . Caso não haja nenhum membro no conjunto A , este conjunto é considerado vazio \emptyset , Equação 2.52.

$$\gamma_A(x) = \begin{cases} 1, & \text{para } x \in A; \\ 0, & \text{para } x \notin A; \end{cases} \quad (2.52)$$

Destacando também as operações básicas da teoria dos conjuntos tem-se:

- a) **União** – A soma, ou união, entre dois conjuntos A e B pode ser definida matematicamente como, Equação 2.53:

$$A \cup B = \{x/x \in A \text{ ou } x \in B\} \quad (2.53)$$

- b) **Interseção** – Os elementos que estão presentes em dois conjuntos A e B , ou seja, a interseção entre estes dois conjuntos, é denotada por, Equação 2.54:

$$A \cap B = \{x/x \in A \text{ e } x \in B\} \quad (2.54)$$

- c) **Complemento** – O complemento representa todos os elementos que não fazem parte de um conjunto A , podendo ser dado por, Equação 2.55:

$$\bar{A} = \{x/x \in X \text{ e } x \notin A\} \quad (2.55)$$

Na teoria tradicional dos conjuntos, um elemento pertence ou não pertence a um determinado conjunto, enquanto que na teoria dos conjuntos *fuzzy* (difusos) admite-se um grau de pertinência para associar os elementos do conjunto. Por exemplo, se for considerada a altura de um grupo de pessoas, a teoria clássica dos conjuntos admite que, se o limite para que uma pessoa seja considerada baixa é de 1,50 m, outra com 1,51 m já não é avaliada como baixa. Pela lógica *fuzzy* esta relação é interpretada de maneira relativa, levando em conta o grau de pertinência da função. Em outras palavras, uma pessoa com altura de 1,51 m tem grau de pertinência de 0,9 enquanto que uma de 1,59 m tem grau de pertinência de 0,1. Desta maneira,

no conceito dos conjuntos *fuzzy*, os valores variam entre 0 (zero) e 1 (um), ou seja, um determinado sistema pode ter resultados 100% falsos e 100% verdadeiros, ou ainda resultados entre este intervalo.

Assim, o conceito principal da teoria dos números *Fuzzy* se baseia na existência de uma função de pertinência que representa, numericamente, o grau pelo qual determinado elemento pertence a um conjunto (GANOULIS et. al, 1991). Enquanto que a função de pertinência, segundo Barros e Bassanezi (2006), é definida da seguinte maneira:

Seja U um conjunto (clássico); um subconjunto *fuzzy* F de U é caracterizado por uma função $\varphi_F: U \rightarrow [0,1]$, pré-fixada, chamada de função de pertinência do subconjunto *fuzzy* F . E, por comodidade, o subconjunto *fuzzy* será tratado como conjunto *fuzzy* (BARROS e BASSANEZI, 2006).

Nesta definição, Merli e Almeida (2011) complementam que o valor de $\varphi_F(x) \in [0,1]$ estabelece o grau de pertinência do elemento x em relação ao conjunto *fuzzy* F , assim, quando $\varphi_F = 0$ e $\varphi_F = 1$, ter-se-á, respectivamente, uma não pertinência e uma pertinência completa em relação ao conjunto.

Desta maneira, tem-se por conjunto *fuzzy* o conjunto de pares ordenados, cujo primeiro elemento é x , estando inserido no conjunto universo X (conjunto base), e o segundo é a função de pertinência \tilde{A} , dada pela Equação 2.56. A representação matemática do conjunto *fuzzy* é definida pela Equação 2.57, sendo $\mu_{\tilde{A}}(x)$ a representação do grau com que $x \in A$.

$$\mu_{A: X} \rightarrow [0,1] \quad (2.56)$$

$$\tilde{A} = \{(x, \mu_{\tilde{A}}(x)) \mid x \in X; \mu_{\tilde{A}}(x) \in [0,1]\} \quad (2.57)$$

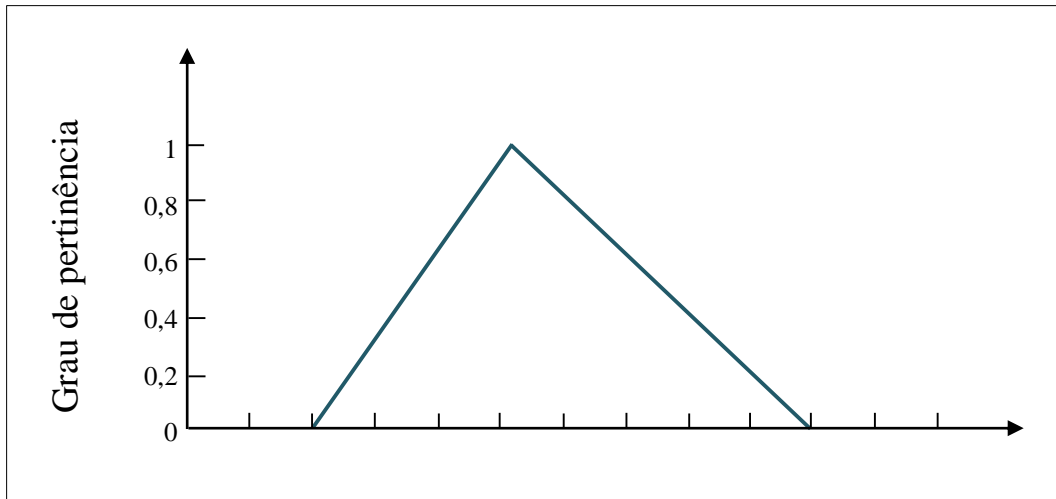
Existem diferentes tipos de funções de pertinência parametrizadas, dentre elas estão Equações 2.58, 2.59, 2.60 e 2.61.

a) **Função Triangular:**

$$\text{trimf}(x, a, b, c) = \max\left(\min\left(\frac{x-a}{b-a}, \frac{c-x}{c-b}\right), 0\right) \quad (2.58)$$

Graficamente pode ser representada pela Figura 6.

Figura 6 – Representação de uma função de pertinência do tipo triangular.

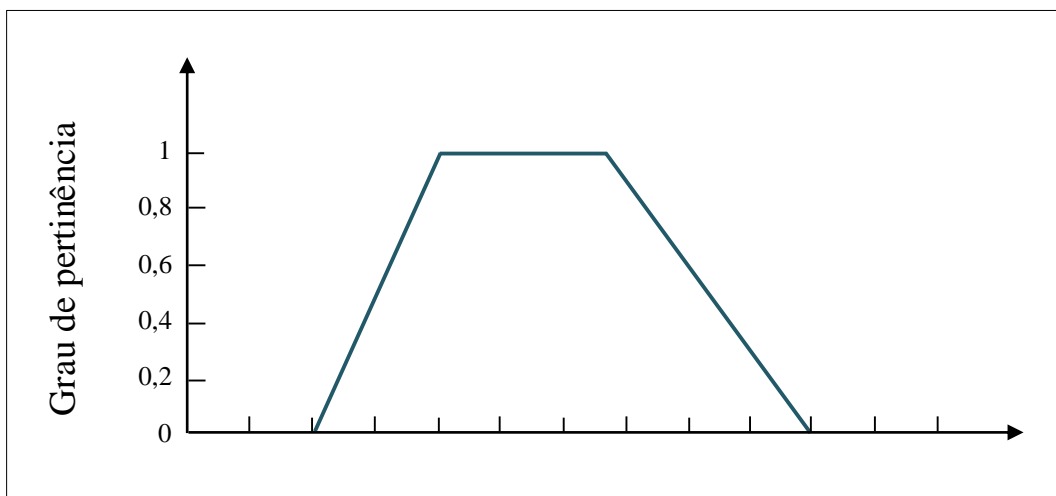


Fonte: Elaborada pelo autor.

b) **Função Trapezoidal:**

$$\text{trapmf}(x, a, b, c, d) = \max\left(\min\left(\frac{x-a}{b-a}, 1, \frac{d-x}{d-c}\right), 0\right) \quad (2.59)$$

Figura 7 – Representação de uma função de pertinência do tipo trapezoidal.

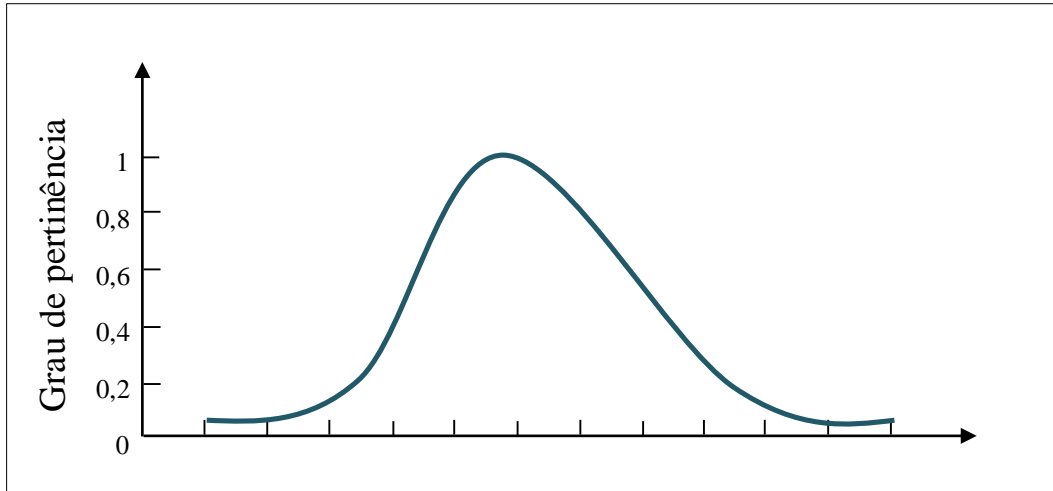


Fonte: Elaborada pelo autor.

c) **Função Gaussiana:**

$$gaussmf(x, a, b, c) = e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-c}{\sigma}\right)^2} \quad (2.60)$$

Figura 8 – Representação de uma função de pertinência do tipo gaussiana.

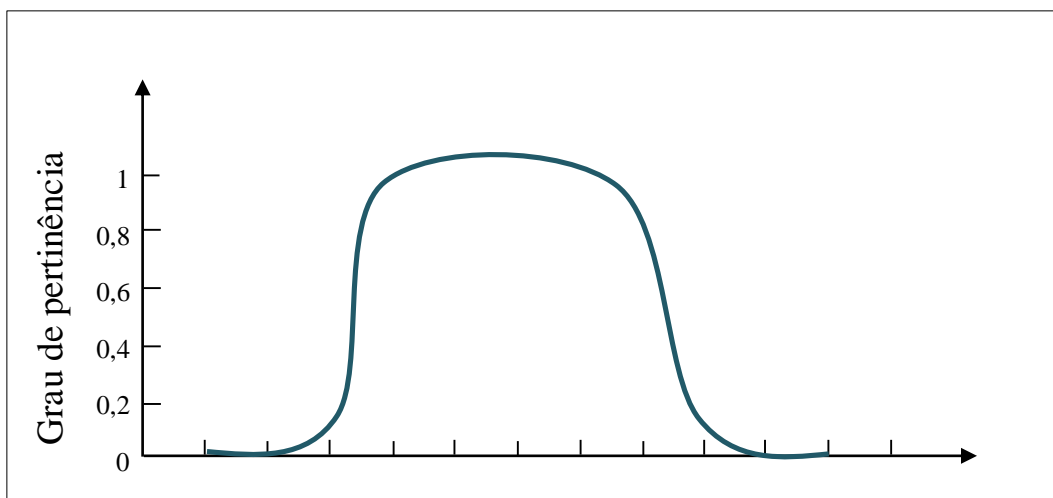


Fonte: Elaborada pelo autor.

d) **Função Sino Generalizada:**

$$gbellmf(x, a, b, c) = \frac{1}{1 + \left|\frac{x-c}{b}\right|^{2b}} \quad (2.61)$$

Figura 9 – Representação de uma função de pertinência do tipo sino generalizada.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Como a Teoria dos Conjuntos *Fuzzy* é uma extensão da teoria dos conjuntos tradicionais, as principais operações entre os conjuntos *fuzzy* também são definidas com extensão das operações tradicionais, Equações 2.62, 2.63 e 2.64:

a) **União:**

$$A \cup B = A(x) \cup B(x) = \max[A(x), B(x)] \quad (2.62)$$

b) **Interseção:**

$$A \cap B = A(x) \cap B(x) = \min[A(x), B(x)] \quad (2.63)$$

c) **Complemento:**

$$\overline{A(x)} = 1 - A(x) \quad (2.64)$$

Existem ainda algumas relações, também extensões da teoria tradicional dos conjuntos, que devem ser consideradas, Equações 2.65, 2.66 e 2.67:

a) **Igualdade:**

$$(A = B) \text{ se } A(x) = B(x) \text{ para todo } x \in X \quad (2.65)$$

b) **Diferença:**

$$(A \neq B) \text{ se } A(x) \neq B(x) \text{ para pelo menos um dos elementos de } x \in X \quad (2.66)$$

c) **Inclusão:**

$$(A \subseteq B) \text{ se } A(x) \leq B(x) \text{ para todo } x \in X \quad (2.67)$$

A teoria dos conjuntos *fuzzy* também possuem determinadas características especiais, embora a função de pertinência seja o foco central da teoria. Estas características serão apresentadas a seguir, de maneira sintética, considerando que A é um conjunto *fuzzy* sobre o conjunto base X .

a) **α -Corte** – é um subconjunto de um conjunto *fuzzy* A , onde o α -Corte fraco

${}^{\alpha}A$ contém todos os elementos do conjunto universo X , com grau de pertinência em A maior ou igual a α , Equação 2.68, e o α -Corte forte ${}^{\alpha+}A$ contém todos os elementos do conjunto X com grau de pertinência maior que α , Equação 2.69, $\alpha \in [0,1]$.

$${}^{\alpha}A = \{x \in X / A(x) \geq \alpha\} \quad (2.68)$$

$${}^{\alpha+}A = \{x \in X / A(x) > \alpha\} \quad (2.69)$$

- b) **Conjunto de Níveis** – O Conjunto de Níveis (\wedge) de um conjunto *fuzzy* A é o conjunto que contém todos os valores de $\alpha \in [0,1]$ e que representam α -Corte de A diferentes, Equação 2.70:

$$\wedge A = \{\alpha/A(x) = \alpha \text{ para algum } x \in X\} \quad (2.70)$$

- c) **Suporte** – O Suporte de um conjunto *fuzzy* A , (${}^{0+}A$), em um conjunto universo X , é definido como o conjunto que contém todos os elementos de X , que pertencem à A com grau de pertinência diferente de zero, Equação 2.71. Pode-se dizer ainda que o Suporte de A é o α -Corte forte A para $\alpha=0$.

$${}^{0+}A = \{x \in X/A(x) > 0\} \quad (2.71)$$

- d) **Altura ou Supremo** – A Altura (h), ou Supremo $\sup \mu_A(x)$ de um conjunto *fuzzy* A , é o seu maior grau de pertinência entre todos os elementos deste conjunto, Equação 2.72:

$$h(A) = \sup_{x \in X} A(x) \quad (2.72)$$

- e) **Normalização** – O conjunto *fuzzy* A é dito como Normal quando $h(A) = 1$, assim, pelo menos um grau de pertinência, dos elementos do conjunto, possui valor máximo. Enquanto que o conjunto *fuzzy* A é dito como subnormal quando $h(A) < 1$. Esta é a normalização de um conjunto. Assim, tem-se que, Equações 2.73 e 2.74:

$$A \text{ é dito normal se } h(A) = 1 \quad (2.73)$$

$$A \text{ é dito subnormal se } h(A) < 1 \quad (2.74)$$

O conjunto *fuzzy* pode ser normalizado através da divisão dos graus de pertinência de cada elemento deste conjunto, pelo seu maior grau de pertinência, Equação 2.75.

$$\mu'_A(x) = \mu_A(x)/\sup \mu_A(x) \quad (2.75)$$

Definidas as características especiais dos conjuntos *fuzzy*, faz-se necessário apresentar as Proposições *Fuzzy*, para se ter um melhor entendimento desta pesquisa.

- a) **Convexidade** – Um conjunto *fuzzy* A é dito como convexo se, para $\forall x_1, x_2 \in X$ e $\lambda \in [0,1]$, então, Equação 2.76:

$$\mu_A(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) \geq \min(\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)) \quad (2.76)$$

- b) **Cardinalidade** – A Cardinalidade de um conjunto *fuzzy* A é o somatório dos graus de pertinência de todos os elementos do universo finito X em A , Equação 2.77:

$$|A| = \sum_{x \in X} \mu_A(x) \quad (2.77)$$

- c) **Fuzzificação e Defuzzificação** – A Fuzzificação é a operação que transforma um conjunto clássico em um conjunto *fuzzy* para expressar medidas de incerteza. É similar ao que se faz em processos de tomada de decisão, onde se traduz conceitos linguísticos em operação matemáticas. Enquanto que a Defuzzificação, processo contrário à Fuzzificação, ao invés de transformar um dado quantitativo em um termo *fuzzy*, transforma o dado *fuzzy* em um dado quantitativo.
- d) **Princípio da Extensão** – O princípio da extensão é o conceito básico da teoria dos conjuntos *fuzzy*, em que se permite calcular a imagem de um número *fuzzy* através de uma função conhecida. Assim, este princípio permite a extensão de conceitos matemáticos não *fuzzy* em *fuzzy*. O princípio da extensão é fundamental para se entender como se dá a teoria dos conjuntos *fuzzy*, desta maneira, é importante que seja exemplificada alguma situação de análise, como em Jafelice et. al (2005):

Considerando X e Y conjuntos, A um conjunto *fuzzy* em X , e f uma função aplicação de X em $f: X \rightarrow Y$. De acordo com o autor, o princípio de extensão afirma que a imagem de A pela função f é um conjunto *fuzzy* $B = f(A)$ em Y , cuja função de pertinência é dada por, Equação 2.78:

$$\mu_B(y) = \sup_x \mu_A(x) \quad (2.78)$$

Para $\{x: f(x) = y\}$.

é definido através de um intervalo *fuzzy* (RENTERÍA, 2006). Klir e Yuan (1995) dizem que os números *fuzzy* são utilizados quando se pretende calcular quantidades imprecisas. E Kaufmann & Gupta (1988) complementam dizendo que um número *fuzzy* é um dado subjetivo, e não é equivalente a uma variável aleatória, ou seja, é uma estimativa, e não uma medida.

Rentería (2006) afirma ainda que os números *fuzzy* mais comuns são os triangulares e os trapezoidais, cujos graus de pertinência formam funções com equações simples. Quando essa função de pertinência tem forma triangular, o número *fuzzy* correspondente é denominado como Número *Fuzzy* Triangular, em que se tem um valor mínimo, um valor máximo e um valor mais provável de ocorrência (VIEIRA, 2005).

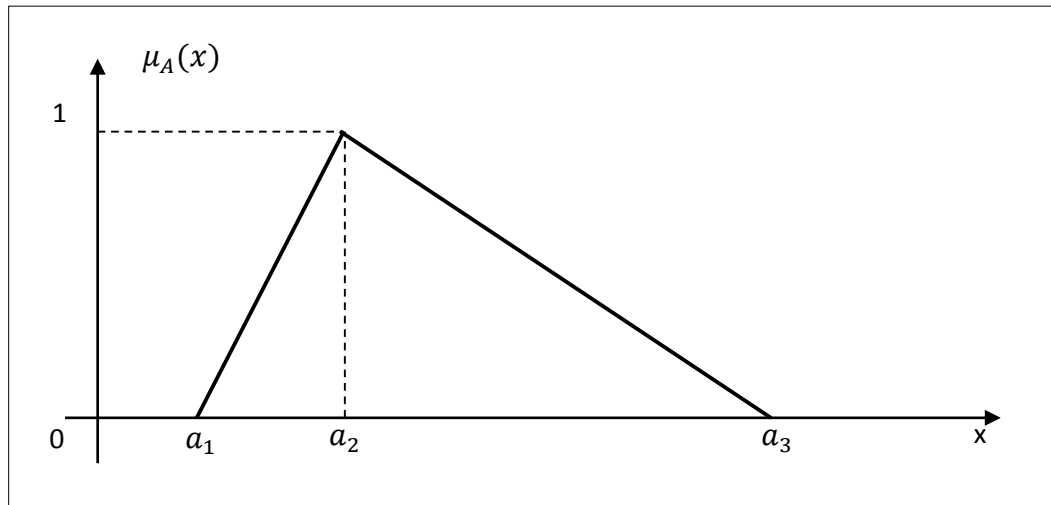
Existem algumas proposições que caracterizam um número *fuzzy*, ou melhor, que definem um conjunto qualquer como um número *fuzzy*:

- O conjunto deve ser definido nos números reais;
- Sua função de pertinência ($\mu_A(x)$) deve ser contínua;
- Sua função de pertinência ($\mu_A(x)$) deve ser normalizada, ou seja, pelo menos um de seus valores deve ter grau de pertinência igual a 1;
- O conjunto deve ser convexo;
- E finalmente, o conjunto deve ser completo conforme as operações aritméticas.

Matematicamente, o número *fuzzy*, conjunto A , pode ser definido como, Equação 2.80:

$$A = \{(x, \mu_A(x)) : x \in R; \mu_A \in [0,1]\} \quad (2.80)$$

O esquema de um Número *Fuzzy* Triangular, representado por três pontos e expresso por $A = (a_1, a_2, a_3)$, pode ser visualizado na Figura 11, onde a_2 tem grau de pertinência 1, valores menores que a_1 e maiores que a_3 tem grau de pertinência 0, e $[a_1, a_2]$ e $[a_2, a_3]$ tem graus de pertinências entre 0 e 1.

Figura 11 – Número Triangular *Fuzzy* (TFN).

Fonte: Elaborada pelo autor.

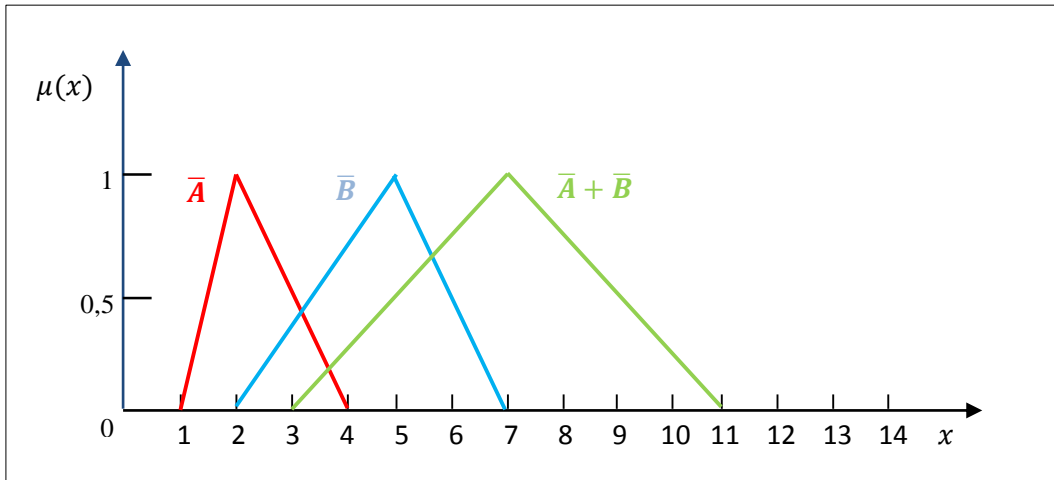
Conforme ilustrado, pode-se dizer que valores menores que a_1 e maiores que a_3 , que têm grau de pertinência 0, são improváveis de existir, enquanto que valores próximos a a_2 , com grau de pertinência 1, têm grandes possibilidades de existir.

Operações algébricas de adição, subtração e multiplicação por um escalar, envolvendo números *fuzzy* triangulares, geram um número *fuzzy* triangular, e são ditas lineares (KAUFMANN e GUPTA, 1988). Estas operações podem ser observadas como casos particulares do princípio da extensão, Tabela 1, para $A = (a_1, a_2, a_3)$ e $B = (b_1, b_2, b_3)$ sendo dois números *fuzzy* triangulares. As representações gráficas dessas operações podem ser visualizadas nas Figuras 12, 13 e 14.

Tabela 1 – Operações aritméticas com números *fuzzy* baseados no princípio de extensão.

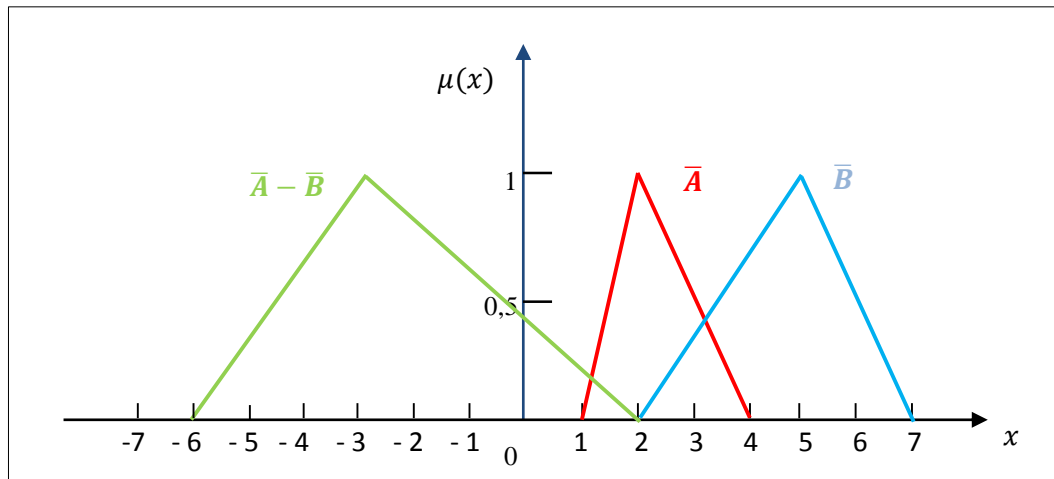
Operação	Definição
Adição	$\mu(A + B)(Z) = \sup \min_{(x,y):x+y=z} [\mu_A(x), \mu_B(y)]$
Subtração	$\mu(A - B)(Z) = \sup \min_{(x,y):x-y=z} [\mu_A(x), \mu_B(y)]$
Multiplicação	$\mu(A \cdot B)(Z) = \sup \min_{(x,y):x \cdot y=z} [\mu_A(x), \mu_B(y)]$
Divisão	$\mu(A/B)(Z) = \sup \min_{(x,y):x/y=z} [\mu_A(x), \mu_B(y)]$
Multiplicação por escalar Ω	$\mu\Omega \cdot A(Z) = \sup [\mu_A(x)]_{\{x:\Omega x=z\}} = \begin{cases} \mu_A(\Omega^{-1}z), & \text{se } \Omega \neq 0 \\ 0, & \text{se } \Omega = 0 \end{cases}$

Figura 12 – Adição de dois números *fuzzy* triangulares \bar{A} e \bar{B} .



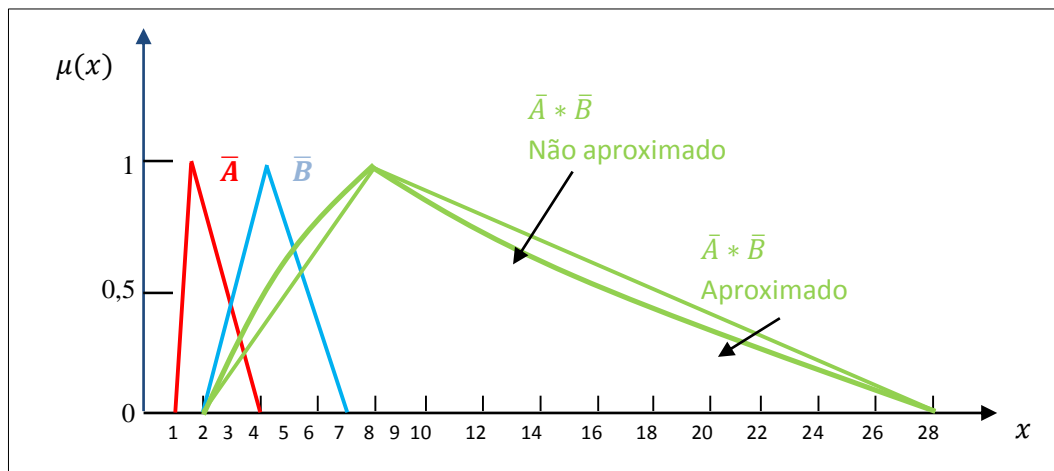
Fonte: Adaptado de Santos (2012).

Figura 13 – Subtração de dois números *fuzzy* triangulares \bar{A} e \bar{B} .



Fonte: Adaptado de Santos (2012).

Figura 14 – Multiplicação de dois números *fuzzy* triangulares \bar{A} e \bar{B} .



Fonte: Elaborada pelo autor.

Estas operações são a base para o desenvolvimento de modelos *fuzzy* nas mais diversas áreas da ciência. Por ser um método que facilita a análise de incertezas, e ainda por ser apropriada em situações em que não se pode utilizar funções de probabilidade, a Teoria dos Conjuntos *Fuzzy* vem se tornando uma alternativa atraente (QIN et. al, 2007). No entanto, deve-se tomar alguns cuidados ao adotar esta metodologia, como quando se tem um sistema de variáveis de natureza aleatória, com condições hidrodinâmicas de um sistema hídrico e processos meteorológicos, podendo levar a resultados imprecisos. Huang et. al. (1993) advertem que a programação *fuzzy* não é viável quando os parâmetros são altamente incertos. A seguir são apresentados alguns trabalhos recentes envolvendo a Teoria *Fuzzy* no campo dos recursos hídricos.

Maksimovic e Makropoulos (2002) propuseram um sistema integrado de modelagem que considera um sistema hidrológico distribuído, a poluição em modelos de simulação de transporte, indicadores de saúde, Teoria *Fuzzy*, e SIG para a análise de efeitos da poluição difusa no Mar Negro. Huang e Chang (2003) mostraram que existem interações dinâmicas entre cargas de poluentes de um corpo hídrico, associado a uma variedade de incertezas.

Mujumdar e Subba (2004) desenvolveram um modelo de carga difusa em que as funções de custo não são consideradas diretamente, mas as descargas são analisadas como funções de pertinência *fuzzy*. Lee e Chang (2005) empregaram uma abordagem interativa *fuzzy* para desenvolver um plano de gestão de qualidade de água em uma bacia hidrográfica. Hung & Shaw (2005) propuseram um sistema de taxa de Negociação de autorização de comércio de poluição de descarga em sistemas fluviais, considerando o facto de que a água flui para o nível mais baixo unidirecionalmente.

Karmakar e Mujumdar (2007) desenvolveram uma extensão do modelo *fuzzy* para resolver problemas com várias soluções, em que sua metodologia é demonstrada com um estudo de caso no rio Tunga-Bhadra, Índia. (QIN et. al, 2007) desenvolveram um modelo de programação não-linear de intervalo *fuzzy*, para a gestão da qualidade da água em condições de incerteza. E Mesbah et. al. (2010) utilizaram uma versão estendida do sistema de taxa de negociação para a gestão de qualidade de água em um sistema fluvial. Estes mesmo autores afirmam que a regressão difusa pode ser utilizada para tratar de incertezas existentes ao estimar funções de custo.

Estas foram algumas pesquisas relacionadas à Teoria *Fuzzy*. Agora que está claro do que se trata esta metodologia, e suas possíveis operações matemáticas, pode-se partir, portanto, para os conceitos da Teoria de Risco, parte complementar desta pesquisa.

2.4 Teoria de Risco

A Teoria de Risco pode ser explicada partindo do entendimento do que é o risco. O risco, entretanto, é complicado de ser definido, já que pode ser interpretado sob diferentes perspectivas e, ao longo da história, tem sido formulada por muitos autores nas mais diversas áreas da ciência. Tem-se, portanto, uma ideia central que permeia este conceito, ao invés da sua definição propriamente dita. Esta ideia, por sua vez, advém da combinação entre a possibilidade de ocorrência de um evento e os possíveis prejuízos que o evento pode causar.

Okrent (1980), por exemplo, explica o risco como sendo a probabilidade de acontecer um determinado dano. Já em Slovic (1987), a percepção de risco é entendida a partir do julgamento intuitivo de risco pelas pessoas leigas, em oposição aos métodos empregados pelos especialistas. Almeida (2004) trata da palavra risco associada à ideia de segurança e de incertezas quando diz que:

De uma forma integrada, o risco pretende caracterizar a possibilidade de ocorrência de perturbações que alterem o estado de segurança existente ou previsto e que provoquem os correspondentes danos (Almeida, 2004).

O risco pode ser considerado como um aferidor ou indicador do nível de garantia de um determinado estado de segurança ou de cumprimento de objetivos (Almeida, 2004).

Dito isso, pode-se ter ideia do que é risco. Mas além da sua definição, é importante saber para que e como é feita a sua estimativa. Neste sentido, Allen et al. (1992) diz que a avaliação de risco é o estudo de decisões sujeitas a consequências incertas, sendo essencialmente, para Mohamed e Antia (1998), a geração de informações necessárias para que se tome a melhor decisão possível, levando-se em consideração uma situação de perigo potencial. Desta maneira, para avaliar o risco, é necessário estimar a probabilidade de que o evento venha a ocorrer e a extensão dos danos que o mesmo pode causar (ARAÚJO, 2001). Um bom gerenciamento de riscos pode evitar grandes prejuízos e até reduzir custos.

A análise de risco, segundo Kaplan e Garrick (1981), busca responder as seguintes questões relacionadas aos perigos em potencial:

- O que pode dar de errado?
- Com que frequência acontece?
- Quais as consequências se acontecer?
- E se os riscos são toleráveis.

Neste sentido, pode-se dizer que o risco é estimado tanto qualitativamente, como quantitativamente, desde que seja conhecida a magnitude das adversidades existentes e com que frequência elas podem acontecer. Em uma análise qualitativa, por exemplo, deve-se fazer a avaliação das probabilidades de ocorrência e risco de impactos de um evento, o que pode permitir a priorização na tomada de decisão. Enquanto que em uma análise quantitativa, é feita uma avaliação numérica sobre os efeitos que o evento pode causar, em outras palavras, segundo Canter & Knox (1990), a quantificação do risco deve incluir a definição dos perigos, a identificação do evento inicial causado pela fonte de potencial dano, saber as consequências sobre o sistema receptor e atribuir as frequências de acontecimento desse evento.

Assim, a Teoria de Risco pode ser aplicada matematicamente a partir de duas vertentes, a da probabilidade e a da Teoria *Fuzzy*. No entanto, para se trabalhar com probabilidade e se obter resultados satisfatórios sobre o que acontece no meio físico, é necessário que se tenha uma grande quantidade de dados sobre o seu comportamento. Neste caso, a Teoria *Fuzzy* merece destaque, já que se pode trabalhar com uma quantidade de dados pequena, e que tem resultados tão favoráveis quando aqueles obtidos utilizando a teoria da probabilidade.

A Teoria dos Conjuntos *Fuzzy* pode oferecer o suporte metodológico adequado à incorporação das incertezas no cálculo do risco e, do ponto de vista operacional, o risco e a confiabilidade podem ser calculados a partir de uma função *fuzzy* chamada de função marginal *fuzzy*. Para fazer a aplicação desta teoria, utilizou-se o exemplo representado em Ganoulis (1994):

Considerando um sistema em que é lançada uma carga poluente em um corpo hídrico, sendo \tilde{L} a carga do poluente lançada no ambiente aquático, e \tilde{R} a capacidade do sistema hídrico em receber carga sem que haja a sua poluição, a medida de confiabilidade ou medida marginal de segurança, \tilde{M} , pode se definida da seguinte maneira, Equação 2.80:

$$\tilde{M} = \tilde{R} - \tilde{L} \quad (2.80)$$

Sendo \tilde{R} e \tilde{L} números *fuzzy*, e sabendo que a diferença entre números *fuzzy* também originam outro número *fuzzy*, consequentemente, \tilde{M} também é um número *fuzzy*. Para cada função, existe um intervalo de nível h , de forma que, Equação 2.81:

$$\tilde{M}(h) = \tilde{R}(h) - \tilde{L}(h) \quad (2.81)$$

Em que, Equações 2.82 e 2.83:

$$\tilde{R}(h) = [\tilde{R}_1(h), \tilde{R}_2(h)] \quad (2.82)$$

$$\tilde{L}(h) = [\tilde{L}_1(h), \tilde{L}_2(h)] \quad (2.83)$$

Assim, a medida marginal de segurança \tilde{M} tem as seguintes condições:

$$\text{Para um sistema com falhas:} \quad \tilde{M}(h) < 0 \quad (2.84)$$

$$\text{Para um sistema seguro:} \quad \tilde{M}(h) \geq 0 \quad (2.85)$$

E os índices *fuzzy* de confiabilidade, Equação 2.86, e de risco, Equação 2.87, são:

$$\text{Índice de confiabilidade, ou garantia: } R_e = \frac{\int_{Z>0} \mu_{\tilde{M}}(m) dm}{\int_Z \mu_{\tilde{M}}(m) dm} \quad (2.86)$$

$$\text{Índice de falha, ou risco:} \quad R_f = \frac{\int_{Z<0} \mu_{\tilde{M}}(m) dm}{\int_Z \mu_{\tilde{M}}(m) dm} \quad (2.87)$$

Onde,

$\mu_{\tilde{M}}$ representa a função de pertinência;

m representa um número real associado à função de marginal de segurança;

e R_e e R_f representam os funcionais que dependem de várias funções, como variáveis dependentes.

A partir desta teoria, muito bem explicada por Ganoulis (1994), pode-se estabelecer alternativas na tomada de decisão em sistemas hídricos que recebem múltiplas fontes de poluentes, já que se pode identificar o risco e a confiabilidade do sistema, sob condições preestabelecidas e, por conseguinte, fica fácil a formulação de políticas de desenvolvimento local. Os parágrafos que se seguem tratam de artigos recentes que abordam a Teoria de Risco para diferentes cenários.

Chongfu (1996), por exemplo, apresentou um sistema de cálculo para discutir o caminho de se calcular o Risco *Fuzzy* em situações de terremoto, de intensidade e de perdas de uma cidade. McAvoy et. al (2003) apresentaram uma nova metodologia para analisar o Risco Ambiental da superfície de uma água que recebe águas tratadas.

Em Suresh e Mujumdar (2004) foi desenvolvido um modelo de Risco *Fuzzy* para estudar as implicações de um modelo de reservatório em uma política operacional. Assim, quando uma política de funcionamento ideal é obtida com base em um conhecido objetivo, a política não é, em geral, indicar a medida do desempenho do sistema, a menos que o critério para este efeito seja incorporado na função objetivo.

Sadiqa e Rodriguez (2004) Propuseram um novo método de indexação utilizando avaliação sintética *fuzzy* para determinar o risco de saúde associado a dois principais grupos, DBPs-trihalometanos (THMs) e ácidos haloacéticos (AIH). Ghosh e Mujumdar (2006) desenvolveram um modelo de minimização de riscos para mitigar o risco de baixa qualidade de água ao longo de um rio em face do conflito entre os vários intervenientes.

Li et al (2007) desenvolveram um sistema integrado estocástico *fuzzy* para a avaliação de risco, de maneira que foi possível associar a sistemática das incertezas probabilísticas, à metodologia *fuzzy*, às condições do local, às diretrizes ambientais e aos critérios de impacto sobre a saúde. Christodoulou et. al (2009), apresentam um sistema de apoio à decisão *neurofuzzy* para a realização de uma análise multi-fatorada de risco e de gestão, relacionadas às redes de distribuição de água urbana. E Rehana e Mujumdar (2009) desenvolveram um modelo difuso de avaliação para a gestão da qualidade da água em um sistema fluvial.

Tantos outros estudos sobre a Teoria de risco, nas mais diversas áreas do conhecimento científico, estão sendo elaborados. No caso desta pesquisa, o interesse será de incorporar esta teoria à metodologia *fuzzy*, no estudo da qualidade de água. Para isto, segue o passo a passo deste processo.

3 METODOLOGIA

Como aporte metodológico, esta pesquisa trata da aplicação da Teoria *Fuzzy* na análise de risco de contaminação das águas em rios que recebem lançamentos de múltiplas fontes poluidoras. Para tanto, foi desenvolvido um modelo matemático, fundamentado a partir das equações completas de Streeter-Phelps, em que são considerados os principais processos que permeiam um sistema de rios. Relembrando que o termo “equações completas” se refere ao fato de considerar os principais parâmetros relacionados à mecânica de rios, e que tornem as equações mais próximas possível das condições naturais de um rio.

Uma vez definido o modelo, fez-se a transformação de suas equações para a sua forma *fuzzy*. Em outras palavras, foi estabelecido o modelo na sua forma “fuzzificada”, em que se permite avaliar o comportamento das diferentes variáveis de controle, como funções de pertinência, em que se tem um intervalo fechado e limitado, com limites inferiores e superiores conhecidos, porém, com informações de distribuição desconhecidas.

Vale destacar que as equações de Streeter-Phelps são lineares, o que possibilita a inserção de soluções por superposição, permitindo encontrar as soluções de cada reação inserida no sistema de forma independente. Desta maneira, a solução final é a soma de todas elas. Por este motivo, é possível que seja feita a “fuzzificação” de cada variável de controle, bem como a avaliação do risco e da confiabilidade de contaminação das águas em rios, para cada um dos parâmetros do sistema, o que torna essa pesquisa inédita e de grande valor científico.

Para atingir essas metas, foi desenvolvido um programa computacional que permite a realização de simulações sob diferentes cenários de lançamentos de efluentes. O detalhamento de cada processo descrito aqui é explicado nos tópicos subsequentes.

O sucesso desta pesquisa facilitará a tomada de decisão de gestores e profissionais da engenharia no que versa o campo dos recursos hídricos, podendo ser útil na viabilidade técnica e econômica nos diferentes níveis de tratamento de poluentes.

3.1 Formulação do modelo de Streeter-Phelps para múltiplas fontes poluidoras

Conforme visto no capítulo anterior, a fundamentação matemática que governa as equações de Streeter-Phelps sobrevém, inicialmente, da Teoria do transporte de massas. A sua forma completa, em que passa a considerar os principais fenômenos da mecânica dos rios, que engloba os processos de autodepuração e balanço de OD, reações cinéticas das substâncias poluentes, e que considera o sistema em seu estado estacionário, ou permanente, permite

estabelecer as equações de DBO, OD e Déficit de OD, ao longo das seções longitudinais (THOMANN, 1989).

Por conseguinte, nesta pesquisa serão utilizadas como variáveis de controle, em conformidade com o modelo de Streeter-Phelps, as concentrações de DBO, o Déficit de OD e, conseqüentemente, as concentrações de OD. Sendo assim, de acordo com os princípios já explicados, essas equações são dadas, matematicamente, da seguinte maneira:

3.1.1 Demanda Bioquímica de Oxigênio (DBO):

$$\frac{dL}{dt} = -k_r L \quad (3.1)$$

Onde k_r é a constante de remoção da DBO no rio [T^{-1}]. Esta equação representa a **carga pontual** lançada na origem do rio.

Deve-se lembrar que $k_r = k_d + k_s$, sendo:

k_d o coeficiente de decaimento [T^{-1}];

e k_s o coeficiente de sedimentação [T^{-1}];

$$\frac{dL}{dt} = L_{rd} \quad (3.2)$$

L_{rd} é a carga de entrada de DBO difusa [$ML^{-3}T^{-1}$]. Esta equação representa a **carga difusa** lançada na origem do rio. Vale ressaltar que a soma das soluções destas duas Equações, 3.1 e 3.2, representa a solução geral para a carga de DBO lançada.

3.1.2 Déficit de Oxigênio Dissolvido (Déficit de OD):

Com o déficit acontece o mesmo. Ou seja, a soma das soluções geradas pelas Equações 3.3, 3.4 e 3.5 representa a solução geral para o déficit de OD ao longo do rio. Sendo assim, a Equação 3.3 representa o déficit de OD para uma carga pontual lançada no rio, a Equação 3.4 representa uma carga difusa lançada do rio, e a Equação 3.5 a sedimentação, fotossíntese, respiração e nitrificação respectivamente, principais processos que acontecem na mecânica dos rios, do ponto de vista físico, químico e biológico.

$$\frac{dD}{dt} = -k_a D + k_a \cdot L \quad (3.3)$$

$$\frac{dD}{dt} = \frac{k_a \cdot L_{rd}}{k_r} \left(1 - e^{-k_r \frac{x}{U}}\right) - k_a D \quad (3.4)$$

$$\frac{dD}{dt} = S_d - F + R + k_n \cdot L_0^n \quad (3.5)$$

Onde,

D é o déficit de oxigênio [ML^{-3}];

U é a velocidade em [LT^{-1}];

x é a seção analisada [L];

C representa a concentração de oxigênio [ML^{-3}];

C_s representa a concentração de oxigênio saturado [ML^{-3}];

k_a é o coeficiente de aeração [T^{-1}];

S_d o coeficiente de decaimento [ML^{-3}];

F a fotossíntese [ML^{-3}];

R a respiração [ML^{-3}];

e $k_n \cdot L_0^n$ a nitrificação, onde k_n é o coeficiente de nitrificação em [T^{-1}] e L_0^n a DBO referente a nitrificação [ML^{-3}];

O cálculo do oxigênio dissolvido é dado pela diferença entre o oxigênio saturado presente no rio e o déficit de oxigênio. Assim sendo, como já foi apresentada a equação do déficit, tem-se a seguinte configuração matemática para o oxigênio dissolvido:

3.1.3 Oxigênio dissolvido (OD):

$$\frac{dC}{dt} = -k_d L + k_a (C_s - C) \quad (3.6)$$

A concentração de saturação do Oxigênio Dissolvido (C_s) é calculada a partir da seguinte expressão matemática, Equação 3.7, Thomann (1989):

$$C_s = \exp(z) \quad (3.7)$$

Para z igual a, Equação 3.8:

$$z = -139,34411 + \frac{1,575701 \cdot 10^5}{T} - \frac{6,642308 \cdot 10^7}{T^2} + \frac{1,2438 \cdot 10^{10}}{T^3} - \frac{8,621949 \cdot 10^{11}}{T^4} \quad (3.8)$$

Em que T é a temperatura, em $[^\circ K]$.

É importante lembrar que, tratando-se das reações cinéticas das substâncias poluentes, visto nos capítulos anteriores, pela Lei da Ação das Massas, o produto de uma constante depende da temperatura e das concentrações dos reagentes. Desta maneira, a temperatura irá influenciar em todos os coeficientes de decaimento inseridos no sistema.

Sabendo que o coeficiente é dado por $(k_i = k_i(20^\circ) \cdot \theta^{T-20})$, onde k_i é um coeficiente de decaimento qualquer $[T^{-1}]$ e θ o fator de correção, com valores próximos da unidade, verifica-se que, para valores de temperatura (T) próximos de $20^\circ C$, θ^{T-20} tende para a unidade. Por conta disso, a influência da temperatura nos cálculos dos coeficientes de decaimento é mínima. Assim, para este estudo, optou-se por utilizar θ igual a 1.

3.2 Solução do modelo de Streeter-Phelps para múltiplas fontes poluidoras

A solução “analítica” do modelo também foi apresentada anteriormente, Thomann (1989), sendo elas:

3.2.1 Demanda Bioquímica de Oxigênio (DBO):

Para uma fonte pontual, a equação da DBO é representada pela Equação 3.9, e para uma fonte difusa, pela Equação 3.10.

$$L = L_0 e^{-k_r \frac{x}{U}} \quad (3.9)$$

$$L = \frac{L_{rd}}{k_r} (1 - e^{-k_r \frac{x}{U}}) \quad (3.10)$$

Onde o L_0 é dado por $\frac{Q_r \cdot C_r + Q_w \cdot C_w}{Q_r + Q_w}$ sendo,

Q_r a vazão do rio $[L^3 T^{-1}]$;

C_r a concentração de DBO no rio $[ML^{-3}]$;

Q_w a vazão do efluente $[L^3 T^{-1}]$;

C_w a concentração de DBO do efluente $[ML^{-3}]$.

3.2.2 Déficit de Oxigênio Dissolvido (Déficit de OD):

Da mesma maneira se tem, para uma fonte pontual, a solução da equação do Déficit de OD, representada pela Equação 3.11 e, para uma fonte difusa, a Equação 3.12. Para demais fontes inseridas no sistema, Equação 3.13.

$$D = \frac{k_d \cdot L_0}{k_a - k_r} \cdot (e^{-k_r \frac{x}{\bar{v}}} - e^{-k_a \frac{x}{\bar{v}}}) + D_0 e^{-k_a \frac{x}{\bar{v}}} \quad (3.11)$$

$$D = \frac{k_d \cdot L_{rd}}{k_r \cdot k_a} (1 - e^{-k_a \frac{x}{\bar{v}}}) - \frac{k_d \cdot L_{rd}}{k_r (k_a - k_r)} (e^{-k_r \frac{x}{\bar{v}}} - e^{-k_a \frac{x}{\bar{v}}}) \quad (3.12)$$

$$D = \frac{S_d}{k_a} \cdot (1 - e^{-k_a \frac{x}{\bar{v}}}) - \frac{F}{k_a} \cdot (1 - e^{-k_a \frac{x}{\bar{v}}}) + \frac{R}{k_a} \cdot (1 - e^{-k_a \frac{x}{\bar{v}}}) + L_0^n \left[\frac{k_n}{k_a - k_n} \cdot (e^{-k_n \frac{x}{\bar{v}}} - e^{-k_a \frac{x}{\bar{v}}}) \right] \quad (3.13)$$

3.2.3 Oxigênio dissolvido (OD):

As concentrações de oxigênio dissolvido são encontradas subtraindo-se todo o oxigênio presente na água, chamado de oxigênio saturado, pelo déficit de oxigênio calculado a partir da Equação 3.13. Matematicamente, fica sendo, Equação 3.14:

$$C = C_s - D \quad (3.14)$$

3.3 Fuzzificação do modelo de Streeter-Phelps para múltiplas fontes poluidoras

Para que um dado quantitativo se transforme em um conjunto *fuzzy*, é necessário que seja delimitado um intervalo fechado, com limites inferiores e superiores conhecidos. No caso do modelo de qualidade de água definido no tópico anterior, cada parâmetro do modelo deverá ser transformado em uma função de pertinência, com intervalos de confiança bem definidos, para que o modelo tenha características *fuzzy*. Isto pode ser feito da seguinte maneira:

Inicialmente, é preciso saber quais as variáveis de controle que serão avaliadas no sistema. Como neste caso trata-se das equações de Streeter-Phelps já definidas, tem-se como variáveis de controle as concentrações de oxigênio dissolvido (OD), a demanda bioquímica de oxigênio (DBO), e o déficit de oxigênio dissolvido (Déficit de OD). Em sequência, para que a variável de controle se torne uma variável *fuzzy*, devem ser “fuzzificados” todos os parâmetros dessa variável. Sendo assim, para cada variável de controle, as equações do modelo são representadas na sua forma *fuzzy* como:

3.3.1 Demanda Bioquímica de Oxigênio (DBO):

$$\tilde{L} = \tilde{L}_0 e^{-\tilde{k}_r \cdot \frac{x}{\tilde{v}}} \quad (3.14)$$

$$\tilde{L} = \frac{\tilde{L}_{rd}}{\tilde{k}_r} (1 - e^{-\tilde{k}_r \cdot \frac{x}{\tilde{v}}}) \quad (3.15)$$

3.3.2 Déficit de Oxigênio Dissolvido (Déficit de OD):

$$\tilde{D} = \frac{\tilde{k}_d \cdot \tilde{L}_0}{\tilde{k}_a - \tilde{k}_r} \cdot (e^{-\tilde{k}_r \cdot \frac{x}{\tilde{v}}} - e^{-\tilde{k}_a \cdot \frac{x}{\tilde{v}}}) + \tilde{D}_0 e^{-\tilde{k}_a \cdot \frac{x}{\tilde{v}}} \quad (3.16)$$

$$\tilde{D} = \frac{\tilde{k}_d \cdot \tilde{L}_{rd}}{\tilde{k}_r \cdot \tilde{k}_a} (1 - e^{-\tilde{k}_a \cdot \frac{x}{\tilde{v}}}) - \frac{\tilde{k}_d \cdot \tilde{L}_{rd}}{\tilde{k}_r (\tilde{k}_a - \tilde{k}_r)} (e^{-\tilde{k}_r \cdot \frac{x}{\tilde{v}}} - e^{-\tilde{k}_a \cdot \frac{x}{\tilde{v}}}) \quad (3.17)$$

$$\begin{aligned} \tilde{D} = & \frac{\tilde{S}_d}{\tilde{k}_a} \cdot (1 - e^{-\tilde{k}_a \cdot \frac{x}{\tilde{v}}}) - \frac{\tilde{F}}{\tilde{k}_a} \cdot (1 - e^{-\tilde{k}_a \cdot \frac{x}{\tilde{v}}}) + \frac{\tilde{R}}{\tilde{k}_a} \cdot (1 - e^{-\tilde{k}_a \cdot \frac{x}{\tilde{v}}}) \\ & + \tilde{L}_0^n \left[\frac{\tilde{k}_n}{\tilde{k}_a - \tilde{k}_n} \cdot (e^{-\tilde{k}_n \cdot \frac{x}{\tilde{v}}} - e^{-\tilde{k}_a \cdot \frac{x}{\tilde{v}}}) \right] \end{aligned} \quad (3.18)$$

3.3.3 Oxigênio dissolvido (OD):

$$\tilde{O}\tilde{D} = \tilde{C}_s - \tilde{D} \quad (3.19)$$

Uma vez que todas as variáveis de controle do sistema se encontram na sua forma *fuzzy*, a soma de todas elas representará a “fuzzificação” do modelo na sua forma completa. Os dados desta soma são representados, conseqüentemente, na forma de função de pertinência, sendo gerada uma distribuição de dados conhecida.

3.4 Composição das funções de pertinência

Antes de definir como será feito o cálculo do risco e da confiabilidade, é importante que se tenha ideia de como é estabelecida a composição das funções de pertinência. Deste modo, para esta pesquisa, optou-se por utilizar a distribuição *fuzzy* triangular, onde foram estimados os valores mínimo, médio e máximo de cada parâmetro “fuzzificado”, conforme o fator de variância estabelecido em outras literaturas.

Cada função de pertinência é calculada de maneira que seus extremos, valores mínimo, médio e máximo, sejam estabelecidos de forma arbitrária, ou obedecendo a alguma

lógica de desvio padrão. Estes dados dependem muito da sensibilidade e conhecimento por parte do gestor.

Neste estudo, foram utilizados valores de desvio padrão de 25% em que, definido o valor médio do número de base, os extremos são calculados. Assim, para o valor mínimo, o cálculo é de 0,75 do valor médio estabelecido, e o valor máximo é de 1,25. Exemplificando, tem-se, para cada parâmetro, a função de pertinência correspondente, Tabela 2.

Tabela 2 – Funções de pertinência correspondentes a cada parâmetro do modelo.

Variáveis de controle	Concentração de DBO	$\tilde{L} = \tilde{L}_0 e^{-\tilde{k}_r \frac{x}{\tilde{v}}} + \frac{\tilde{L}_{rd}}{\tilde{k}_r} (1 - e^{-\tilde{k}_r \frac{x}{\tilde{v}}})$	(3.20)
	Déficit de OD	$\begin{aligned} \tilde{D} = & \frac{\tilde{k}_d \cdot \tilde{L}_0}{\tilde{k}_a - \tilde{k}_r} \cdot (e^{-\tilde{k}_r \frac{x}{\tilde{v}}} - e^{-\tilde{k}_a \frac{x}{\tilde{v}}}) \\ & + \tilde{D}_0 e^{-\tilde{k}_a \frac{x}{\tilde{v}}} \frac{\tilde{k}_d \cdot \tilde{L}_{rd}}{\tilde{k}_r \cdot \tilde{k}_a} (1 - e^{-\tilde{k}_a \frac{x}{\tilde{v}}}) \\ & + \frac{\tilde{k}_d \cdot \tilde{L}_{rd}}{\tilde{k}_r (\tilde{k}_a - \tilde{k}_r)} (e^{-\tilde{k}_r \frac{x}{\tilde{v}}} - e^{-\tilde{k}_a \frac{x}{\tilde{v}}}) \\ & + \frac{\tilde{S}_d}{\tilde{k}_a} \cdot (1 - e^{-\tilde{k}_a \frac{x}{\tilde{v}}}) \\ & - \frac{\tilde{F}}{\tilde{k}_a} \cdot (1 - e^{-\tilde{k}_a \frac{x}{\tilde{v}}}) \\ & + \frac{\tilde{R}}{\tilde{k}_a} \cdot (1 - e^{-\tilde{k}_a \frac{x}{\tilde{v}}}) \\ & + \tilde{L}_0^n \left[\frac{\tilde{k}_n}{\tilde{k}_a - \tilde{k}_n} \cdot (e^{-\tilde{k}_n \frac{x}{\tilde{v}}} - e^{-\tilde{k}_a \frac{x}{\tilde{v}}}) \right] \end{aligned}$	(3.21)
	Concentração de OD	$\tilde{O}\tilde{D} = \tilde{C}_s - \tilde{D}$	(3.22)
Parâmetros do Modelo	DBO remanescente em x= 0	$\mu_{L_0} = \frac{L_0 - L_{0L}}{L_{0m} - k_{rL}}, \text{ para } L_{0L} \leq L_0 \leq L_{0m}$	(3.23)
		$\mu_{L_0} = \frac{L_0 - L_{0u}}{L_{0m} - L_{0u}}, \text{ para } L_{0m} \leq L_0 \leq L_{0u}$	
	Constante de remoção da DBO	$\mu_{k_r} = \frac{k_r - k_{rL}}{k_{rm} - k_{rL}}, \text{ para } k_{rL} \leq k_r \leq k_{rm}$	(3.24)
$\mu_{k_r} = \frac{k_r - k_{ru}}{k_{rm} - k_{ru}}, \text{ para } k_{rm} \leq k_r \leq k_{ru}$			
$\mu_{C_s} = \frac{C_s - C_{su}}{C_{sm} - C_{su}}, \text{ para } C_{sm} \leq C_s \leq C_{su}$			

Continua...

Parâmetros do Modelo	Velocidade	$\mu_u = \frac{U - U_L}{U_m - U_L}, \text{ para } U_L \leq U \leq U_m$	(3.25)
		$\mu_u = \frac{U - U_u}{U_m - U_u}, \text{ para } U_m \leq U \leq U_u$	
	Carga de entrada de DBO difusa	$\mu_{L_{rd}} = \frac{L_{rd} - L_{rdL}}{L_{rdm} - L_{rdL}}, \text{ para } L_{rdL} \leq L_{rd} \leq L_{rdm}$	(3.26)
		$\mu_{L_{rd}} = \frac{L_{rd} - L_{rdu}}{L_{rdm} - L_{rdu}}, \text{ para } L_{rdm} \leq L_{rd} \leq L_{rdu}$	
	Coefficiente de decaimento	$\mu_{k_d} = \frac{k_d - k_{dL}}{k_{dm} - k_{dL}}, \text{ para } k_{dL} \leq k_d \leq k_{dm}$	(3.27)
		$\mu_{k_d} = \frac{k_d - k_{du}}{k_{dm} - k_{du}}, \text{ para } k_{dm} \leq k_d \leq k_{du}$	
	Coefficiente de aeração	$\mu_{k_a} = \frac{k_a - k_{aL}}{k_{am} - k_{aL}}, \text{ para } k_{aL} \leq k_a \leq k_{am}$	(3.28)
		$\mu_{k_a} = \frac{k_a - k_{au}}{k_{am} - k_{au}}, \text{ para } k_{am} \leq k_a \leq k_{au}$	
	Déficit de oxigênio em x=0	$\mu_{D_0} = \frac{D_0 - D_{0L}}{D_{0m} - D_{0L}}, \text{ para } D_{0L} \leq D_0 \leq D_{0m}$	(3.29)
		$\mu_{D_0} = \frac{D_0 - D_{0u}}{D_{0m} - D_{0u}}, \text{ para } D_{0m} \leq D_0 \leq D_{0u}$	
	Taxa de sedimento que entra no rio	$\mu_{S_d} = \frac{S_d - S_{dL}}{S_{dm} - S_{dL}}, \text{ para } S_{dL} \leq S_d \leq S_{dm}$	(3.31)
		$\mu_{S_d} = \frac{S_d - S_{du}}{S_{dm} - S_{du}}, \text{ para } S_{dm} \leq S_d \leq S_{du}$	
	Fotossíntese	$\mu_F = \frac{F - F_L}{F_m - F_L}, \text{ para } F_L \leq F \leq F_m$	(3.32)
		$\mu_F = \frac{F - F_u}{F_m - F_u}, \text{ para } F_m \leq F \leq F_u$	
	Respiração	$\mu_R = \frac{R - R_L}{R_m - R_L}, \text{ para } R_L \leq R \leq R_m$	(3.33)
		$\mu_R = \frac{R - R_u}{R_m - R_u}, \text{ para } R_m \leq R \leq R_u$	
Coefficiente de nitrificação	$\mu_{k_n} = \frac{k_n - k_{nL}}{k_{nm} - k_{nL}}, \text{ para } k_{nL} \leq k_n \leq k_{nm}$	(3.34)	
	$\mu_{k_n} = \frac{k_n - k_{nu}}{k_{nm} - k_{nu}}, \text{ para } k_{nm} \leq k_n \leq k_{nu}$		
Concentração de oxigênio saturado	$\mu_{C_s} = \frac{C_s - C_{sL}}{C_{sm} - C_{sL}}, \text{ para } C_{sL} \leq C_s \leq C_{sm}$	(3.35)	
	$\mu_{C_s} = \frac{C_s - C_{su}}{C_{sm} - C_{su}}, \text{ para } C_{sm} \leq C_s \leq C_{su}$		

A ideia seguinte é transformar o modelo, ou melhor, as funções de pertinência geradas pela simulação do modelo, em um valor determinante de risco.

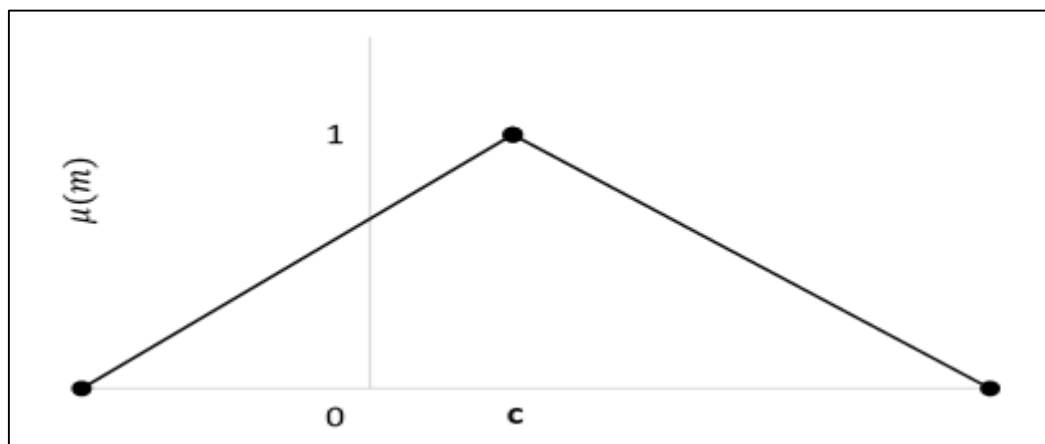
3.5 Cálculo do risco e da confiabilidade

O risco é um fator representado matematicamente por um valor numérico. A confiabilidade, por sua vez, é definida como sendo o complemento do fator risco. Desta maneira, para que se obtenha um valor numérico a partir de um modelo que gera uma distribuição numérica, ou conjunto de dados, será utilizada a ideia de Ganoulis (1994), já exemplificada anteriormente. Neste estudo procurou-se estabelecer uma situação real, onde são lançadas várias cargas poluidoras com diferentes pontos de lançamento em um sistema hídrico.

Para que seja feito o balanço hídrico, em que a função marginal de segurança é a diferença entre o impacto da carga lançada no rio e a sua capacidade suporte, \tilde{L} passa a representar a distribuição referente aos dados de saída gerados pelas equações da DBO ou OD, enquanto que \tilde{R} representa a distribuição de dados referente à capacidade suporte do rio, tanto para a DBO do rio como para o OD. É válido destacar que os valores de \tilde{R} são definidos pela legislação, e que, geralmente, são representados por um valor numérico.

Por sua vez, a função marginal \tilde{M} também passa a ser estabelecida na configuração *fuzzy*, como forma de função de pertinência. A sua característica matemática pode ser ilustrada de acordo com a Figura 15.

Figura 15 – Representação da função de pertinência para a função marginal de segurança.



Fonte: Elaborada pelo autor.

A ideia de se utilizar a função marginal de segurança é que, a partir dela, pode-se estabelecer o risco e a confiabilidade do sistema. Assim, o risco passa a ser caracterizado pela divisão da área que se encontra à esquerda do eixo das ordenadas, pela área total da função marginal. E a confiabilidade a divisão da área que se encontra à direita do eixo das ordenadas, pela área total da função marginal. Matematicamente, isto é dado pelas Equações 3.22 e 3.23:

É importante deixar claro que os valores dos graus de pertinência pertencem ao intervalo $[0,1]$, e o eixo das ordenadas é o limite da função marginal de segurança, fazendo com que o risco e a confiabilidade possam ser representados em termos percentuais.

$$\begin{aligned}
 & \textit{Risco} \\
 R &= \frac{\int_{-\infty}^0 \mu_{\tilde{m}}(m) dm}{\int_{-\infty}^{\infty} \mu_{\tilde{m}}(m) dm}
 \end{aligned} \tag{3.34}$$

$$\begin{aligned}
 & \textit{Confiabilidade} \\
 G &= \frac{\int_0^{\infty} \mu_{\tilde{m}}(m) dm}{\int_{-\infty}^{\infty} \mu_{\tilde{m}}(m) dm}
 \end{aligned} \tag{3.35}$$

Finalmente, para que seja possível resolver todo o cálculo matemático que envolve o modelo, foi desenvolvido um programa computacional, com suas respectivas sub-rotinas, para cada passo estabelecido neste capítulo.

3.6 Programa Computacional

Como dito, um programa computacional foi desenvolvido no intuito de encontrar as respostas do modelo matemático estudado. Para isso, foi utilizada uma linguagem computacional comumente empregada em programas que tratam de problemas de engenharia, a linguagem FORTRAN. Esta linguagem gera respostas de maneira fácil e rápida, além de ser completa em cálculos de engenharia. Salvo ainda que o interesse da pesquisa é obter respostas a nível científico, e não computacional.

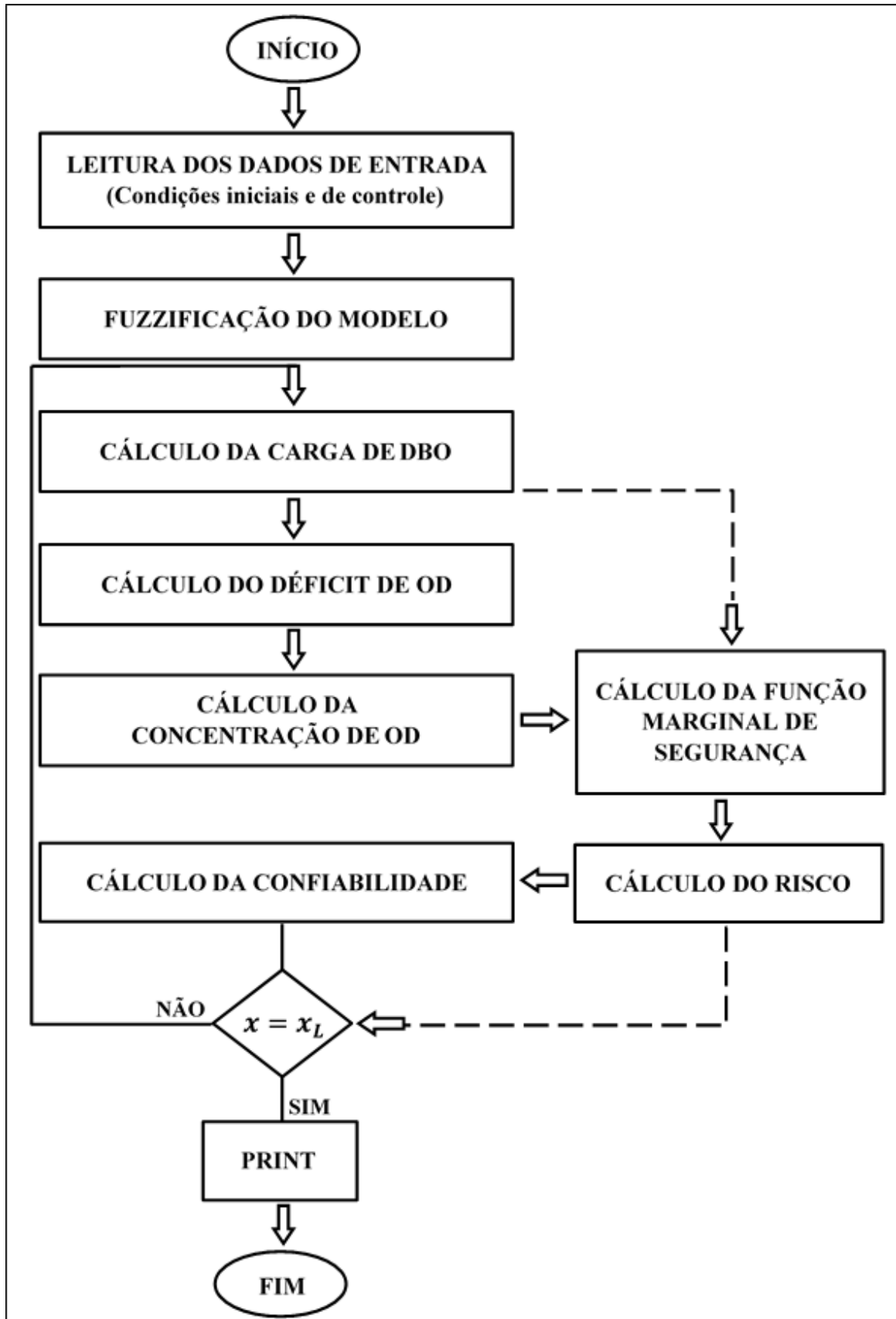
O programa permite a avaliação das variáveis de controle, na forma de função de pertinência, a análise de cada parâmetro do sistema, e a avaliação do risco de contaminação das

águas de rios, através da metodologia *fuzzy*. Para que isto fosse possível, foram estabelecidas subrotinas com funções bem definidas, dentre elas estão:

- Uma subrotina inicial, “leitura dos dados de entrada”, desenvolvida para se fazer a leitura de todos os dados referentes aos parâmetros do modelo, bem como os dados inseridos no cálculo das condições iniciais e de contorno.
- Outra subrotina, “denominada fuzzificação” do modelo, é responsável pela “fuzzificação” dos parâmetros do modelo, transformando dados numéricos em distribuições *fuzzy*.
- A subrotina subsequente trata do cálculo das concentrações referentes aos parâmetros estabelecidos no modelo, tais como nitrogênio dissolvido, respiração, fotossíntese e outros, ao longo da sessão longitudinal do rio. A partir desta subrotina são determinadas as concentrações na forma de função de pertinência o que, conseqüentemente, tornam as funções do modelo em funções *fuzzy*.
- Em uma nova subrotina, são estabelecidos os cálculos do risco e da confiabilidade do modelo. Com isto, é possível que seja feita a análise do risco de contaminação das águas de um rio natural, por poluentes advindos de múltiplas fontes poluidoras.
- Por fim, a última subrotina, impressão dos resultados, é responsável por imprimir os resultados do modelo tais como as concentrações de DBO e de OD ao longo do curso do rio, em função do tempo, o déficit de oxigênio ao longo do tempo, função marginal de segurança, cálculo do risco e da confiabilidade no espaço e no tempo.

Para verificar a eficácia do modelo computacional, esta metodologia foi aplicada em diferentes cenários, para diferentes tipos de lançamento de poluentes em rios naturais. A partir daí, pode-se entender o comportamento das variáveis de controle dentro do sistema, bem como verificar a influência de alguns parâmetros no modelo, e ainda fazer a avaliação do risco e da confiabilidade de contaminação das águas. Com isso, torna-se fácil entender o mecanismo que envolve sistemas de qualidade de água, e saber de que maneira o corpo hídrico pode voltar ao seu estado de equilíbrio. A Figura 16 ilustra o fluxograma do programa.

Figura 16 – Fluxograma do Programa computacional desenvolvido.



Fonte: Elaborada pelo autor.

x_L é a distância total do trecho do rio, em [L].

3.7 Dados para as simulações

Para que o modelo fosse analisado de forma coerente, com dados reais para os parâmetros do rio, os coeficientes relacionados às reações de reaeração, decomposição, sedimentação, fotossíntese, respiração e nitrificação, foram considerados a partir de uma média de valores encontrados em literatura. Os coeficientes foram dados em forma de função de pertinência e, por este motivo, os valores de maior grau de pertinência foram estimados de acordo com as condições referidas a seguir, para valores de base calculados pela lógica de desvio padrão já explicada anteriormente.

Tratando-se do coeficiente de aeração (k_a), Sperling (2007) diz que o modelo de Streeter-Phelps usualmente é mais sensível a este parâmetro do que ao coeficiente de decomposição da DBO (k_d), fazendo com que as faixas de variação dos valores de k_a sejam mais amplas, o que causa maior incerteza na determinação deste coeficiente. Por este motivo, muitos são os estudos que quantificam o valor desta variável, sob diferentes situações de cálculo. Nesta pesquisa, para estabelecer os valores de k_a , foi utilizada uma média de valores encontrados em literatura, sendo de [1,6; 2,1; 2,6]. Para a reação de decomposição, os dados de k_d e do coeficientes de desoxigenação (k_r) também foram obtidos seguindo esta ideia, cujos valores utilizados foram [0,45; 0,6; 0,75] e [0,67; 0,89; 1,11], respectivamente.

No caso da sedimentação, os valores do coeficiente de decaimento ou coeficiente de demanda do sedimento (S_d) são dados, na literatura, em função de (S_d') em que $S_d' = S_d \cdot H$, onde H é a profundidade do rio, em (m). Os dados médios de S_d também são difíceis de serem generalizados, uma vez que a camada bentônica pode ser influenciada pela composição e textura do lodo, percentagem de matéria orgânica, temperatura e outros fatores relevantes. Para esta pesquisa, utilizou-se a literatura de Thomann e Muller (1985) e Chapra (1997) ao definir os dados deste parâmetro, sendo de [0,67; 0,9; 1,11].

Para a fotossíntese e a respiração, as taxas de F e R são dadas em função da área de exposição superficial do rio, a partir da multiplicação destes parâmetros pela profundidade (H) (THOMANN e MULLER, 1985).

A Tabela 3 contempla os valores de F' e R' , em que $F' = F \cdot H$ e $R' = R \cdot H$.

Tabela 3 – Valore de F' e R' ($\text{gO}_2/\text{m}^2\text{d}$, a 20°C).

Curso d'água	F' ($\text{gO}_2/\text{m}^2\text{d}$)	R' ($\text{gO}_2/\text{m}^2\text{d}$)
Rios moderadamente produtivos.	0,30 a 3,00	0,30 a 3,00
Rios com quantidades significativas de biomassa algal e plantas aquáticas.	Até 10,00	Até 10,00

Fonte: Adaptado de Thomann e Muller (1985) e Chapra (1997).

Nas simulações, foi considerado o valor médio de F' e R' iguais a $2,00 \text{ gO}_2/\text{m}^2\text{d}$, ficando a função de pertinência igual a $[1,5; 2,0; 2,5]$ para estes dois parâmetros, considerando o rio moderadamente produtivo.

Por fim, os valores utilizados para o coeficiente de nitrificação k_n obedeceram a média estimada na Tabela 4, dados previstos na literatura de Sperling (2007), Thomann e Muller (1985) e Chapra (1997), sendo k_n igual a $[0,38; 0,5; 0,65]$.

Tabela 4 – Valore usuais de k_n em rios (20°C).

Curso d'água	k_n (d^{-1})
Cursos d'água profundos.	0,10 a 0,50
Cursos d'água rasos.	0,20 a 1,00

Fonte: Adaptado de Sperlign (2007), Thomann e Muller (1985) e Chapra (1997).

O parâmetro L_0^n , DBO referente a nitrificação, foi obtido na literatura de Thomann e Muller (1985). Este dados são válidos para efluentes não tratados. Conforme o autor, L_0^n é dado por, Equação 3.36:

$$L_0^n = 4,75(N_O + N_A) = 220 \quad (3.36)$$

Em que,

N_O é o nitrogênio orgânico, com valor médio igual a 20 mg/L ;

e N_A o nitrogênio amoniacal, com valor médio igual a 28 mg/L .

Os demais dados, referentes às dimensões do rio, foram arbitrários, obedecendo à lógica apresentada em outras literaturas. Estes dados serão apresentados nos respectivos cenários de simulação.

3.8 Cenários de análise e simulação

Nas simulações serão analisados diferentes cenários, tanto de análise dos parâmetros e sua influência no fator risco, quanto de análise de lançamento de fontes poluidoras pontuais e difusas. Segue os dados:

3.8.1 Cenário 1

O cenário inicial trata da análise da concentração de DBO, déficit de OD e concentração de OD para diferentes tipos de lançamento na seção de origem de um rio qualquer. Os dados do rio foram arbitrários, uma vez que o propósito é a análise da adição de diferentes fontes pontuais de lançamento. Sendo assim, para este caso, a carga de DBO do efluente de uma fonte pontual variou entre 100 e 500 mg/L.

Nestas simulações, foram consideradas ainda uma fonte difusa, proveniente do efeito do sedimento, de [0,7; 0,9; 1,1] mg/L e uma fonte difusa, correspondente de entradas laterais, de [1,5; 2,00; 2,5] mg/L, nas suas formas *fuzzy*, cujos valores médios tem o maior grau de pertinência. Os dados da simulação podem ser observados na Tabela 5. Faz-se uma ressalva de que, nestas primeiras simulações, apenas alguns parâmetros encontram-se na sua forma *fuzzy*. E ainda que foram considerados apenas os processos de reaeração e sedimentação.

Tabela 5 – Dados dos parâmetros utilizados na simulação do Cenário 1.

Parâmetros		Unidade
Vazão média do efluente (fonte pontual)	40.000,00	m ³ d ⁻¹
Concentração de OD do efluente (fonte pontual)	1,00	mg/L
Largura média do rio	20,00	m
Vazão média do rio	400.000,00	m ³ .d ⁻¹
Profundidade média do rio	3,00	m
Comprimento do rio	50.000,00	m
Concentração de DBO no rio	2,00	mg/L
Concentração de OD no rio	7,50	mg/L
Temperatura média do rio	27	°C
Coefficiente de reaeração	[1,60; 2,10; 2,60]	d ⁻¹
Coefficiente de decaimento da DBO com a interferência do rio	[0,67; 0,89; 1,11]	d ⁻¹
Coefficiente de decaimento da DBO sem a interferência do rio	[0,45; 0,60; 0,75]	d ⁻¹
Limites de DBO permitidas (legislação)	[4; 5; 7]	mg/L

Fonte: Elaborada pelo autor.

3.8.2 Cenário 2

A segunda análise tratará da comparação do comportamento das variáveis de controle, para diferentes cenários de lançamento. Sendo assim, serão acrescentadas uma carga difusa, causada pela presença do sedimento, e uma difusa correspondente a entrada lateral. Para a carga pontual foi considerada uma concentração de DBO de 300 mg/L; para o caso do sedimento, foi considerada uma fonte difusa definida pelos seguintes valores [0,70; 0,90; 1,10] mg/L; e para a adição de uma fonte difusa de entrada lateral definida pelos valores [1,50; 2,00; 2,50] mg/L, na sua forma *fuzzy*, cujos valores médios tem o maior grau de pertinência. Os demais dados obedecem ao cenário visto anteriormente, Tabela 5.

Inicialmente, foi feita a simulação com apenas a carga pontual. Em seguida, fez-se a simulação com esta carga pontual e uma difusa. Finalmente, foi feita uma nova simulação incluindo mais uma carga difusa. Os resultados apresentarão o comportamento da concentração de DBO, déficit de OD e concentração de OD para estas três situações.

3.8.3 Cenário 3

No terceiro cenário, foram acrescentados outros parâmetros ao modelo, fotossíntese, respiração e nitrificação, de maneira que o modelo fosse considerado na sua forma completa. Todos estes parâmetros estão na sua forma *fuzzy*. As reações do modelo foram analisadas de forma independente, sendo verificada a influência de cada uma delas no modelo de Streeter-Phelps de forma isolada.

Para que fosse possível fazer esta análise, foram zerados os parâmetro relacionado a cada reação. Em outras palavras, foi feita uma simulação do modelo completo, a nível comparativo, outra considerando $S_d = 0$ mg/L para verificar os efeitos da sedimentação, $F = 0$ mgO₂/m²d para analisar o efeito da fotossíntese, $R = 0$ mgO₂/m²d para a respiração e $L_0^n = 0$ para a nitrificação. Os dados do rio podem ser visualizados na Tabela 6.

Tabela 6 – Dados dos parâmetros utilizados na simulação do Cenário 3.

Parâmetros		Unidade
Vazão média do efluente (fonte pontual)	40.000,00	m ³ d ⁻¹
Concentração de OD do efluente (fonte pontual)	[0,75;1,00;1,25]	mg/L
Largura média do rio	20,00	m
Vazão média do rio	400.000,00	m ³ d ⁻¹
Profundidade média do rio	3,00	m
Comprimento do rio	50.000,00	m
Concentração de DBO no rio	[1,50;2,00;2,50]	mg/L
Concentração de OD no rio	[5,63;7,50;9,38]	mg/L
Temperatura média do rio	27	°C
Limites de DBO permitidas (legislação)	[4; 5; 7]	mg/L
Carga de DBO do efluente (fonte pontual)	[225; 300; 375]	mg/L
Carga de DBO do efluente (fonte difusa - sedimentação)	[0,70; 0,90; 1,10]	mg/L
Carga de DBO do efluente (fonte difusa – entradas laterais)	[1,5; 2,00; 2,5]	mg/L

Fonte: Elaborada pelo autor.

3.8.4 Cenário 4

Nesta análise, foi feita a mesma simulação proposta no cenário 1, agora para o modelo completo, variando-se a carga de DBO do efluente entre 100 e 500 mg/L. Com isso, foi possível fazer a comparação destes dois cenários 1 e 4, quanto a influência das novas reações inseridas no fator determinante de risco. Os dados do rio permanecem aqueles da Tabela 6.

Também foi feita a mesma simulação para uma vazão maior, vazão igual a 2.000.000,00 m³d⁻¹. Ressalva-se que as fontes pontual, difusa de sedimento e difusa lateral apresentadas no cenário 2 também foram inseridas neste quarto cenário. Todas elas na sua forma *fuzzy*.

3.8.5 Cenário 5

Utilizando os mesmos dados no cenário 3, Tabela 6, neste último cenário foram mantidos os dados da fonte pontual em 300 mg/L, e foram variados os dados de vazão e temperatura, verificando a influência destes dois parâmetros nas concentrações de OD e no risco de contaminação das águas do rio.

Nestas simulações a vazão variou de 200.000,00 m³d⁻¹ a 600.000,00 m³d⁻¹, e as temperaturas analisadas foram de 10 °C, 20 °C e 27 °C.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

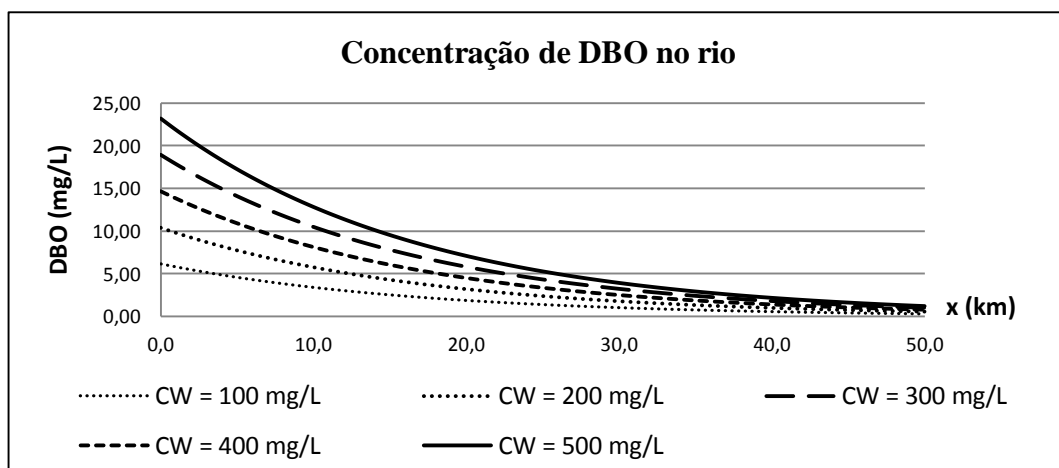
Utilizando o programa computacional desenvolvido para esta pesquisa, foram feitas as simulações correspondentes aos diferentes cenários apresentados na metodologia. Mediante a aplicação dos cenários 1 e 2, foi possível verificar a coerência dos resultados gerados pelo programa, e analisar o comportamento dos parâmetros inseridos inicialmente, como a aeração e a sedimentação. Também foram inseridos dois tipos de fontes poluidoras, uma pontual e outra difusa.

Pelas simulações do cenário 3, para o modelo na sua forma completa, com todos os parâmetros na sua forma *fuzzy*, pode-se entender a influência de cada parâmetro no modelo. Enquanto que no cenário 4, fez-se a mesma análise do cenário 1 para o modelo na sua forma completa. No último cenário, 5, pode-se analisar os parâmetros de vazão e temperatura, verificando suas influências no fator risco. Segue as análises dos resultados:

4.1 Cenário 1

O cenário 1 apresenta a análise da concentração de DBO, déficit de OD e concentrações de OD, para diferentes tipos de lançamento na seção de origem do rio. Por conseguinte, na primeira simulação, ilustrada pela Figura 17, verifica-se o comportamento da concentração de DBO para diferentes lançamentos na seção de origem do rio. Deve ficar claro que, para todos os gráficos de concentração apresentados, foram considerados os valores com grau de pertinência 1.

Figura 17 – Comportamento da DBO lançada na seção de origem do rio.

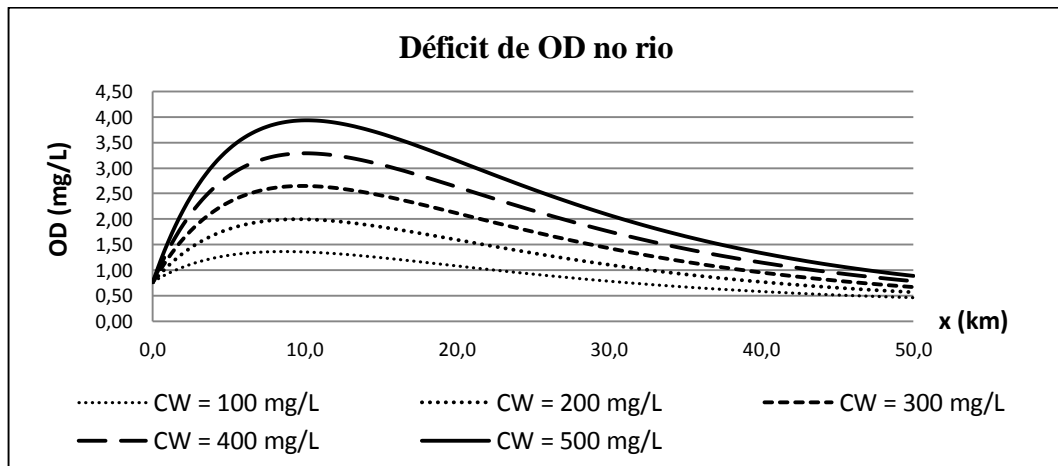


Fonte: Elaborada pelo autor.

Na Figura 17, é possível ver que quanto maior for a carga de DBO lançada no rio (CW), maior será a distância para que este lançamento se dissipe. Pode-se verificar, portanto, a coerência dos resultados gerados pelo programa, uma vez que quanto maior for a massa distribuída, maior o tempo de diluição desta massa no fluido.

O mesmo ocorre ao analisar o déficit de OD, Figura 18. Nesta figura, pode-se ver o aumento do déficit de oxigênio dissolvido no início do lançamento, chegando a valores máximos próximo da seção a 10 km da seção de origem do rio. Conforme a carga de DBO vai se dissipando, os valores de déficit voltam a ser os mesmos que aqueles antes do lançamento. Em outras palavras, ocorre a diluição da nuvem poluente ao longo do rio, de maneira que a distribuição da concentração de DBO atinja a uniformidade.

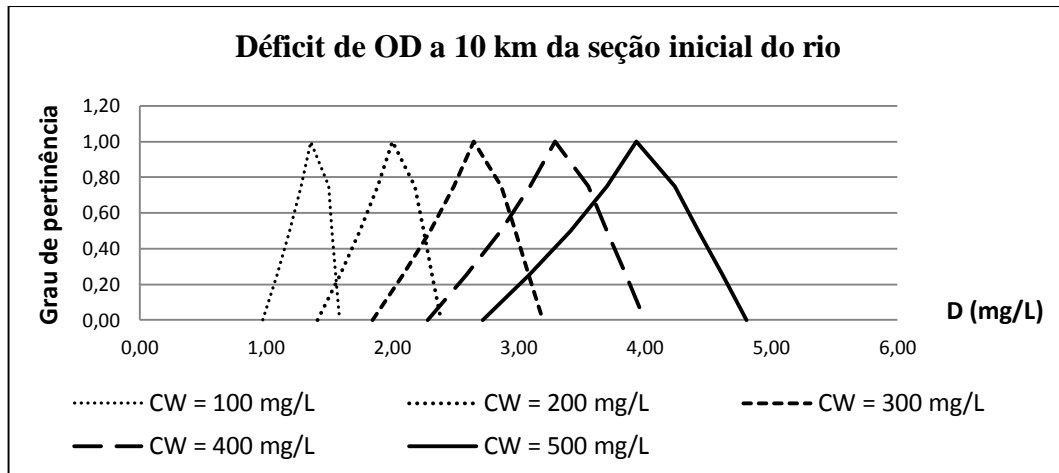
Figura 18 – Comportamento do déficit de OD após o lançamento da carga de DBO.



Fonte: Elaborada pelo autor.

O déficit de OD pode ser visualizado na sua forma *fuzzy*, Figura 19, cujos valores com grau de pertinência zero são aqueles com menor possibilidade de ocorrência, enquanto que aqueles próximos ao grau de pertinência 1 têm maior possibilidade de ocorrência.

Figura 19 – Déficit de OD após o lançamento da carga de DBO, na sua forma *fuzzy*, a 10 km da seção de origem do rio.

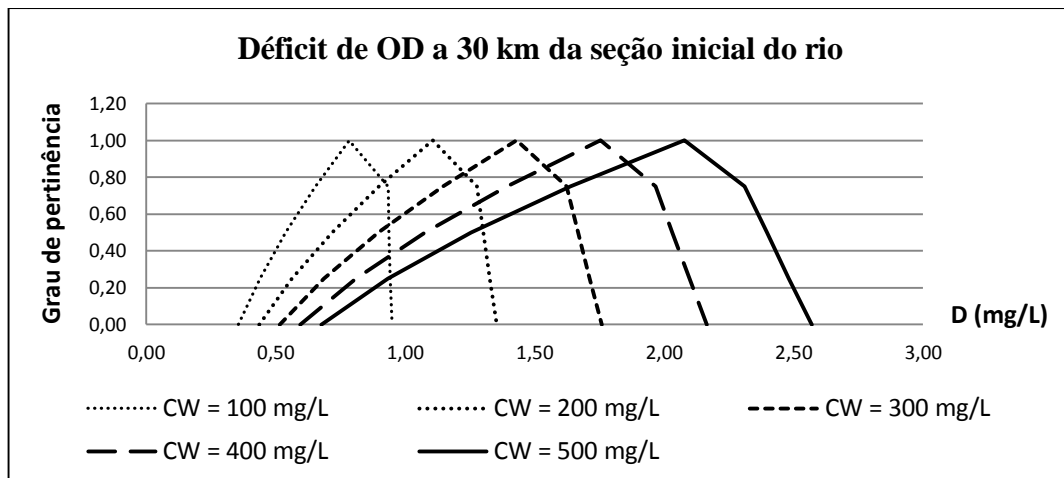


Fonte: Elaborada pelo autor.

Comparando a Figura 19 com a Figura 20, em que são apresentados os resultados para duas seções transversais diferentes, observa-se que os valores médios de concentração diminuem. Isto se deve ao fato de que o déficit de OD tende a diminuir de acordo com a diluição da nuvem poluidora no rio. Esta análise pode ser constatada ao se comparar, por exemplo, o valor médio da função de pertinência para valores de lançamento (CW) igual a 200 mg/L, em que, na Figura 19, o valor é, aproximadamente, 2,0 mg/L, enquanto que, na Figura 20, este valor é, aproximadamente, 1,2 mg/L.

Outra diferença entre as duas figuras é a abertura da base da função de pertinência. Essa diferença não é tão significativa neste caso. No entanto, quanto mais distante do lançamento for a seção analisada, maior será a abertura da função de pertinência. Estes resultados influenciam diretamente na função marginal de segurança, conseqüentemente no risco e na confiabilidade.

Figura 20 – Déficit de OD após o lançamento da carga de DBO, na sua forma *fuzzy*, a 30 km da seção de origem do rio.

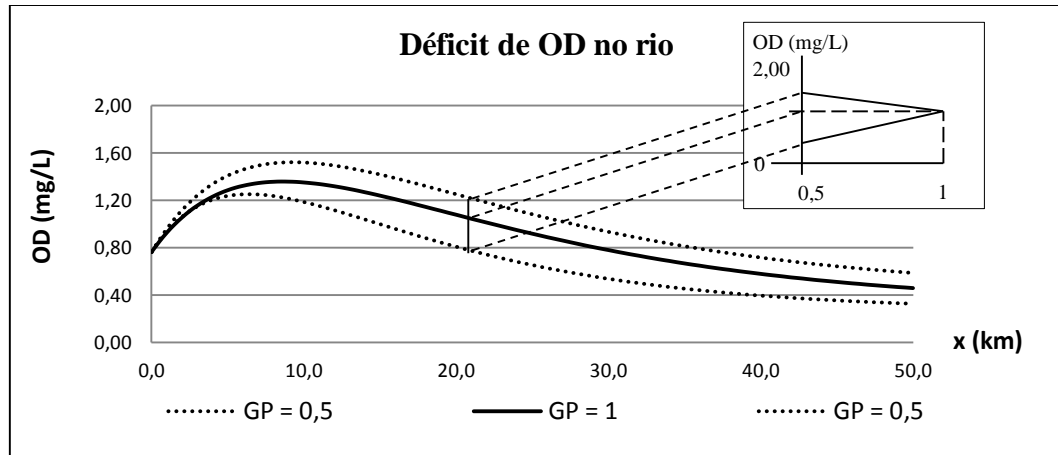


Fonte: Elaborada pelo autor.

Para que se entenda como se configura a função de pertinência, tem-se a simulação do déficit de OD. A Figura 21 ilustra o comportamento do déficit de OD ao longo do rio, para diferentes graus de pertinência.

As linhas inferior e superior ilustradas na Figura 21 representam os valores da concentração para o nível de pertinência igual a 0,5. Entre essas duas linhas, observa-se a região de corte para os números *fuzzy* com graus de pertinência superior a 0,5. Em outras palavras, qualquer concentração presente entre esta região, tem o grau de pertinência superior a 0,5, o que indica a região de maior possibilidade de ocorrência dos valores de concentração. A distância entre essas duas linhas representa a largura da base dos números *fuzzy* com graus de pertinência maior ou igual a 0,5. Como exemplo, nota-se a linha central da figura, que representa os valores da concentração com grau de pertinência 1.

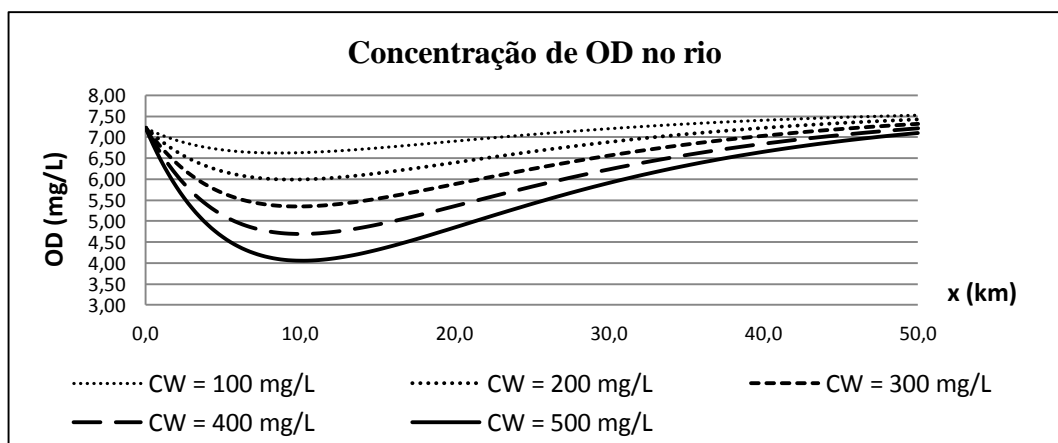
Figura 21 – Comportamento do déficit de OD, para diferentes graus de pertinência.



Fonte: Elaborada pelo autor.

A análise seguinte, Figura 22, estuda o comportamento da concentração de OD do rio, para diferentes lançamentos na seção de origem. Considerando que as concentrações de oxigênio dissolvido são calculadas a partir da diferença entre o oxigênio saturado e o déficit de OD, o gráfico gerado representa exatamente o oposto do que ocorre com o déficit. Sendo assim, os valores de concentração de OD são menores na seção a 10 km da seção de origem do rio. Esta seção tem uma especial relevância para as análises de OD por se tratar do ponto crítico da curva de OD, onde ocorre o início da recuperação, ou autodepuração, do rio. A partir deste ponto, o balanço de oxigênio passa a ser positivo.

Figura 22 – Comportamento da concentração de OD após o lançamento da carga de DBO.



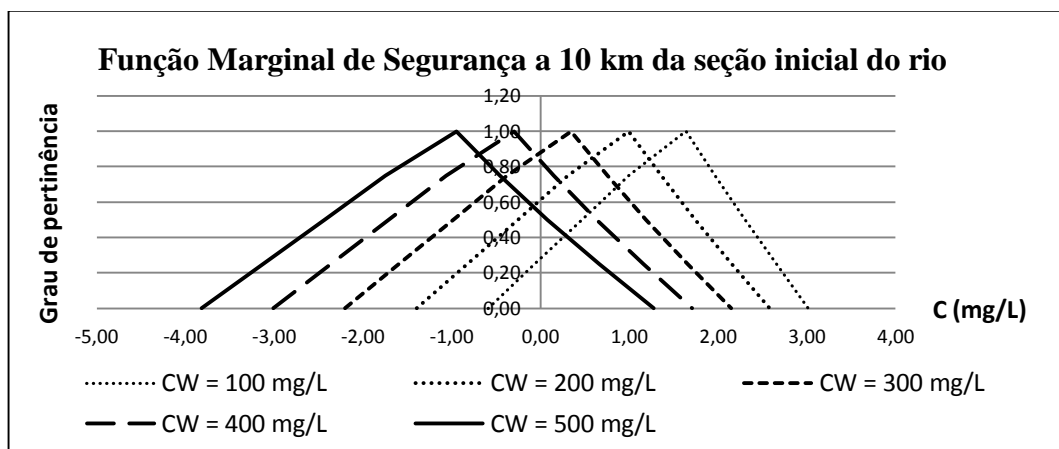
Fonte: Elaborada pelo autor.

Pode-se ver também, na Figura 22, que quanto maior for a carga de DBO lançada no rio, menor será a concentração de oxigênio dissolvido. Ou seja, quanto maior a nuvem de

poluentes, maior será o consumo de oxigênio dissolvido, ou déficit de oxigênio dissolvido, e menor as concentrações de oxigênio presentes na água. Estes resultados estão em conformidade com o que acontece na mecânica dos rios, o que demonstra a coerência nos resultados esperados e, conseqüentemente, a eficácia do programa desenvolvido.

Na sequência, estão dispostos os gráficos das funções marginais de segurança para as seções a 10 km, Figura 23, e a 30 km, Figura 24, da seção de origem do rio.

Figura 23 – Comportamento da função marginal de segurança a 10 km da seção de origem do rio.

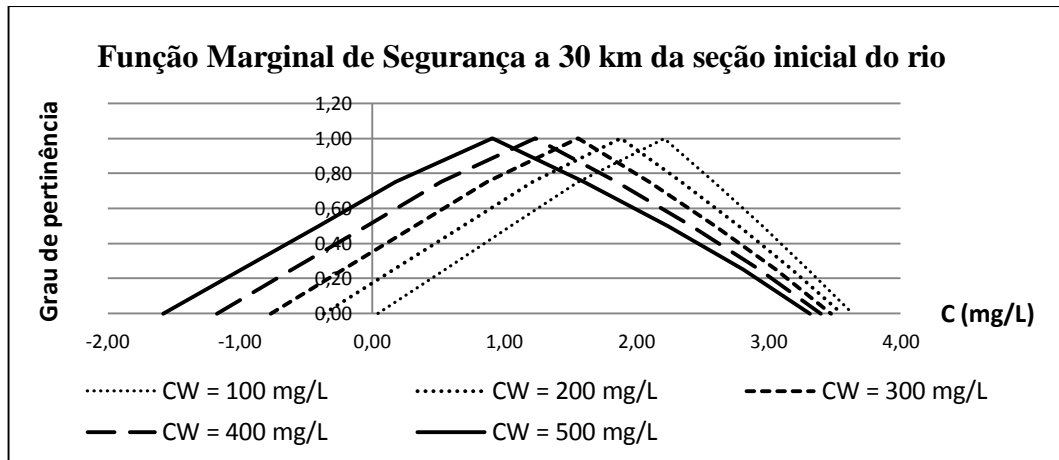


Fonte: Elaborada pelo autor.

Como já visto na metodologia, a função marginal de segurança é calculada a partir da diferença entre a resistência do rio, dados previstos na legislação, e a equação completa de Streeter-Phelps na sua forma *fuzzy*. Com estes dados, é possível entender como são calculados os valores do risco e da confiabilidade. Pela Figura 23, por exemplo, observa-se que as distribuições com valores mais altos de lançamento são aquelas cujos valores estão mais a esquerda do eixo das ordenadas. Isto implica dizer que quanto mais a esquerda estiver a função de pertinência, maior será o risco de contaminação das águas do rio.

Quando se compara a Figura 23 com a Figura 24, observa-se o deslocamento das funções de pertinência para a direita do eixo das ordenadas. Este fato é causado pelo processo de autodepuração do rio, onde a carga de DBO lançada, para todas as cargas simuladas, diminui ao longo das seções.

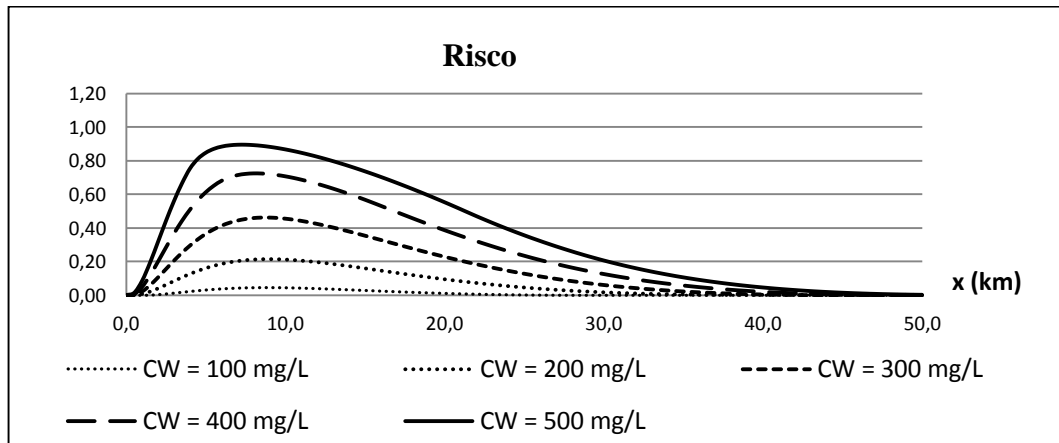
Figura 24 – Comportamento da função marginal de segurança a 30 km da seção de origem do rio.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Pelo gráfico da função marginal de segurança, pode-se ter ideia de como os valores do risco e da confiabilidade se comportam, Figuras 25 e 26.

Figura 25 – Comportamento do risco de contaminação das águas.

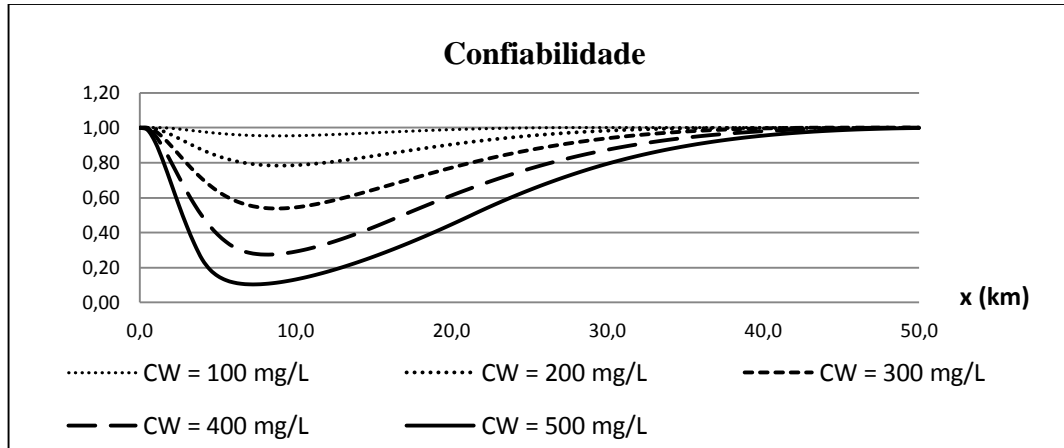


Fonte: Elaborada pelo autor.

Uma vez que o risco é medido pela divisão entre as áreas à esquerda do eixo das ordenadas da função marginal de segurança, pela área total da função marginal, observa-se que os valores do risco, para cargas maiores lançadas no rio, são bem mais elevados. Pode-se ver também que a seção de maior risco, aproximadamente a 10 km da seção de origem do rio, obedece aos valores de concentração de DBO e déficit de OD. A partir destes resultados, também se verifica a coerência do modelo estabelecido na pesquisa.

Para o gráfico da confiabilidade, Figura 26, observa-se exatamente o comportamento oposto ao do risco de contaminação das águas, visto na figura anterior. A garantia de que não ocorrerá a contaminação da água tem o seu menor valor próximo a seção a 10 km da seção de origem do rio.

Figura 26 – Comportamento da confiabilidade.

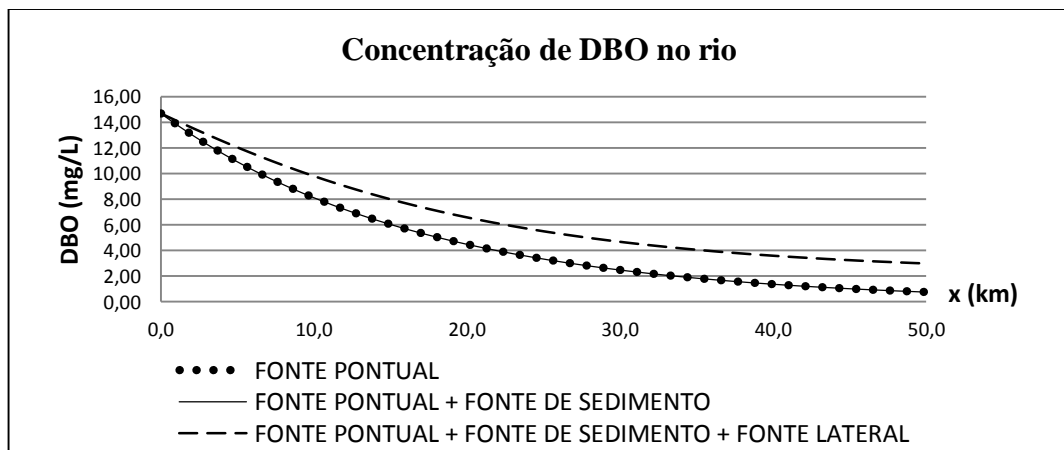


Fonte: Elaborada pelo autor.

4.2 Cenário 2

Nesta simulação, foram acrescentadas uma carga difusa de sedimento e uma difusa lateral. Os resultados serão apresentados abaixo. As Figuras 27, 28 e 29 ilustram, respectivamente, o comportamento da concentração de DBO, déficit de OD e concentração de OD para as três simulações.

Figura 27 – Comportamento da DBO, para diferentes tipos de lançamento.

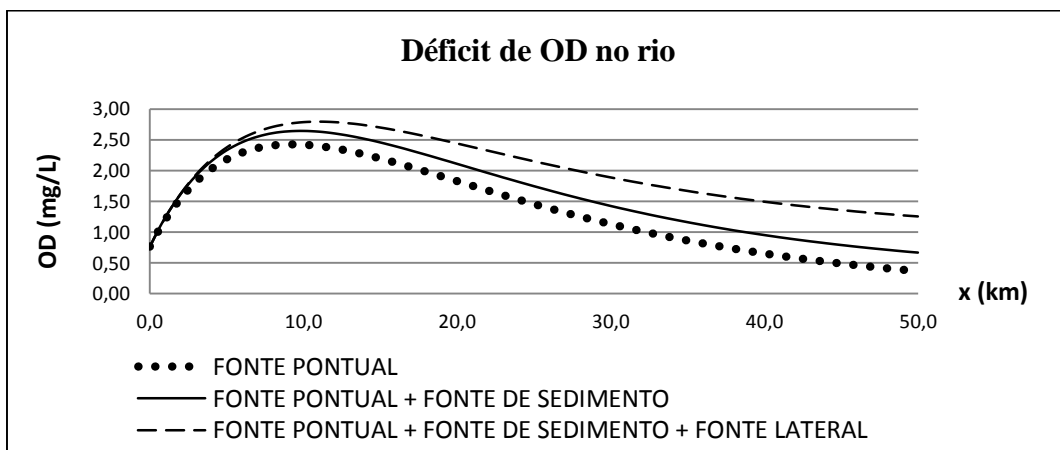


Fonte: Elaborada pelo autor.

Pela análise da Figura 27, observa-se que a influência da fonte difusa de sedimento não altera os resultados da DBO, tendo em vista que esta fonte representa apenas a contribuição da camada bentônica sobre a carga lançada. Por outro lado, a presença da entrada lateral representa uma fonte com influências consideráveis, alterando o perfil da DBO ao longo do rio.

A Figura 28 ilustra os resultados das simulações para os diferentes cenários apresentados anteriormente. De acordo com a figura, o déficit de OD sofre maior influência das fontes difusas no trecho de recuperação do rio. Isso é explicado porque a presença da carga difusa se acumula ao longo do rio, causando maiores efeitos após longas distâncias. Este resultado está de acordo com a literatura.

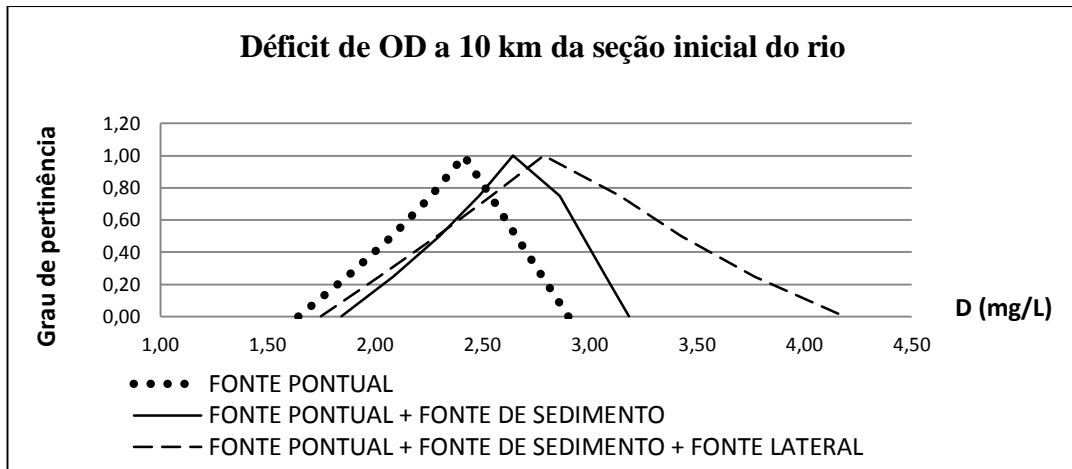
Figura 28 – Comportamento do déficit de OD, para diferentes tipos de lançamento.



Fonte: Elaborada pelo autor.

A Figura 29 ilustra o déficit de OD na seção a 10 km da seção de origem, em forma de função de pertinência, para as diferentes simulações apresentadas. A análise dos resultados permite concluir que a função de pertinência do déficit, com a carga pontual mais as duas fontes, possui uma base *fuzzy* maior do que a dos casos anteriores. Este resultado é determinante no comportamento da função risco e da função confiabilidade.

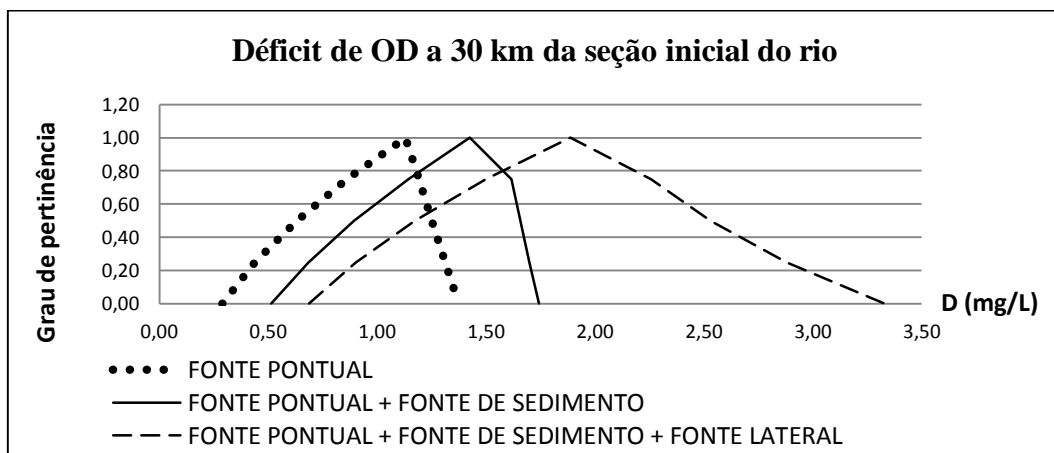
Figura 29 – Comportamento do déficit de OD ao longo do rio na seção a 10 km da seção inicial do rio.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Ao longo do rio, comparando a Figura 29 com a Figura 30, observa-se a diminuição dos valores do déficit de OD, ao passo que a carga de DBO vai se dissipando. O percentual de diminuição da carga da seção a 10 km da seção de origem, para a seção a 30 km é de aproximadamente 48%, considerando apenas a fonte pontual, 48% adicionando a fonte de sedimentação e 33% adicionando as duas fontes difusas. Nota-se que o percentual de diminuição da carga é bem menor para a função de pertinência com a presença da carga difusa lateral.

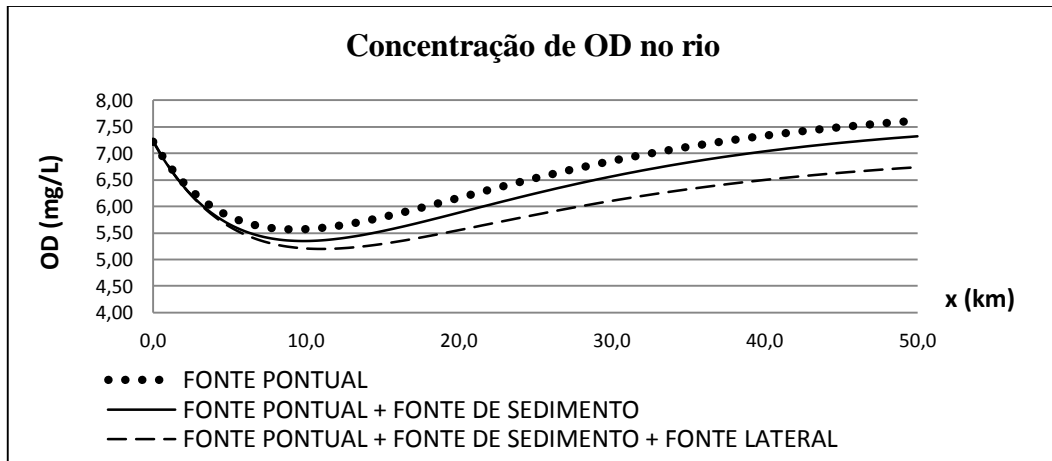
Figura 30 – Comportamento do déficit de OD ao longo do rio na seção a 30 km da seção inicial do rio.



Fonte: Elaborada pelo autor.

A Figura 31 ilustra o oposto do que ocorre com o déficit de OD. Pode-se ver novamente a queda de OD mais acentuada próximo a seção a 10 km da seção inicial o rio. Ao longo do tempo este OD vai sendo recuperado. Novamente, pode-se ver que a influência da fonte no risco é mais acentuada depois da seção crítica, pelas razões anteriormente discutidas.

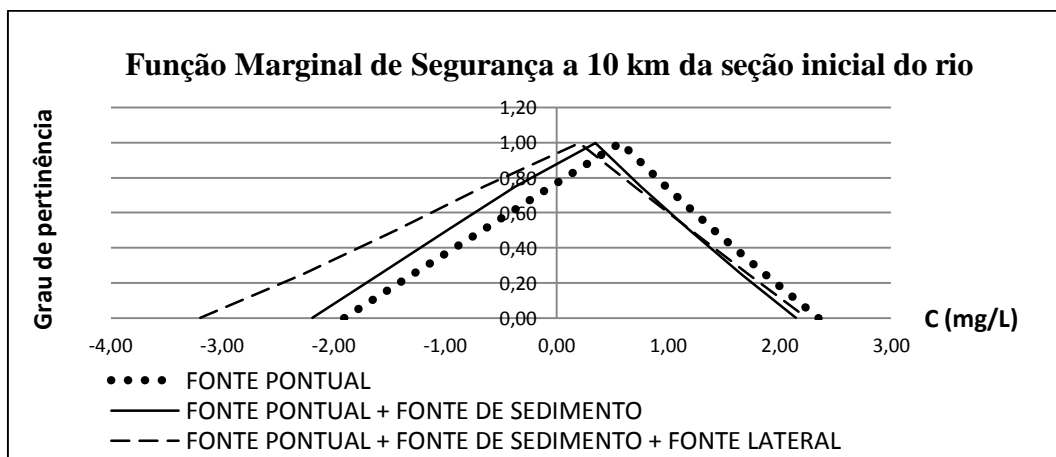
Figura 31 – Comportamento da concentração de OD, para diferentes tipos de lançamento.



Fonte: Elaborada pelo autor.

A Figura 32 subsequente ilustra as funções marginais de segurança para os diferentes lançamentos. Como foi verificado, era de se esperar que a base da função marginal, inserindo a fonte lateral, seria mais larga do que as outras duas. Isto acontece porque a base da função de pertinência do déficit de OD é mais larga nesta simulação, o que influencia diretamente nas funções de risco e confiabilidade.

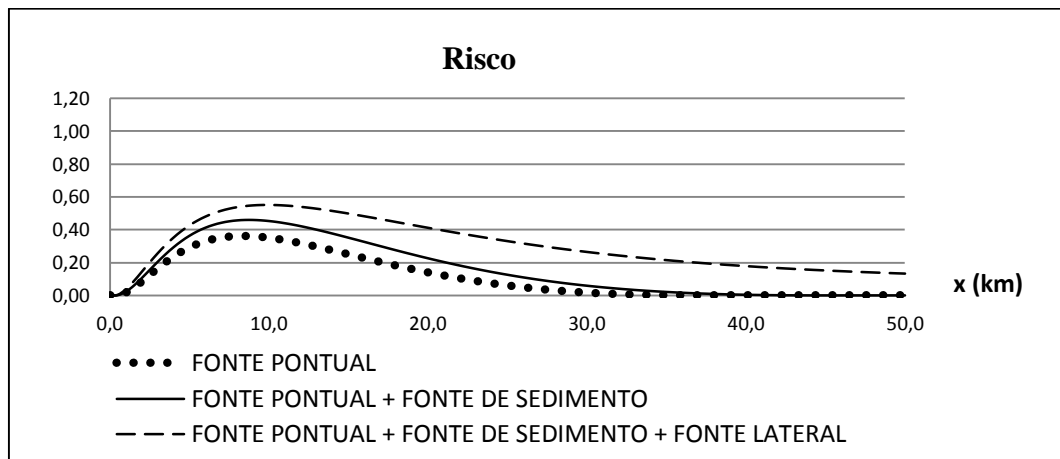
Figura 32 – Comportamento da função de pertinência, para diferentes tipos de lançamento.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Os resultados do risco e da confiabilidade, para este cenário, estão apresentados nas Figuras 33 e 34. Os valores de risco são maiores na seção a 10 km da seção de origem do rio. Observa-se, conseqüentemente, a diferença entre o comportamento das curvas de risco com a adição da fonte difusa lateral, cuja dissipação é mais lenta ao longo do rio, ou ainda, que tem influência maior após o ponto crítico do consumo de OD.

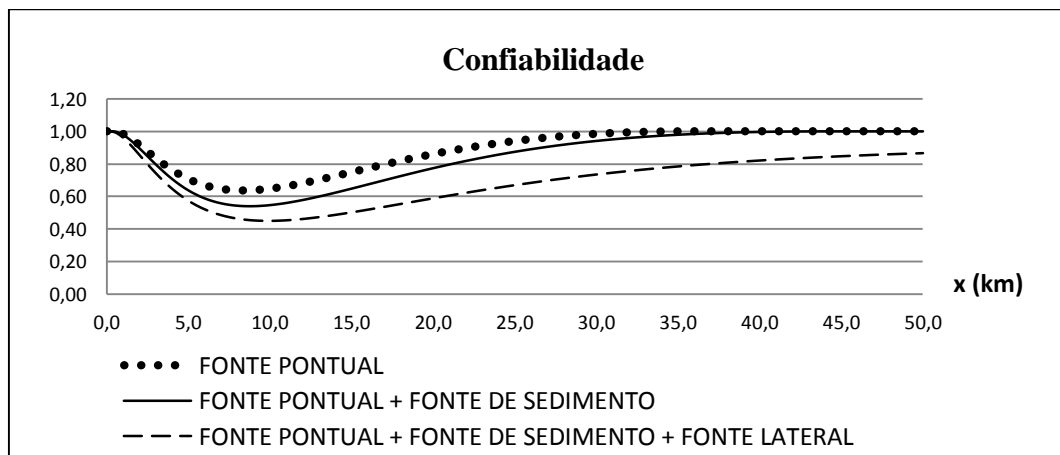
Figura 33 – Comportamento do risco, para diferentes fontes de lançamento.



Fonte: Elaborada pelo autor.

O gráfico de confiabilidade ilustrado na Figura 34 confirma o que foi dito. Enquanto o rio recupera os valores de confiabilidade na seção próxima a 35 km da seção inicial do rio, para o lançamento da fonte pontual e de sedimentação, o mesmo não ocorre com a adição da fonte difusa lateral. Neste último caso, a confiabilidade registra um valor em torno de 80%.

Figura 34 – Comportamento da confiabilidade, para diferentes fontes de lançamento.

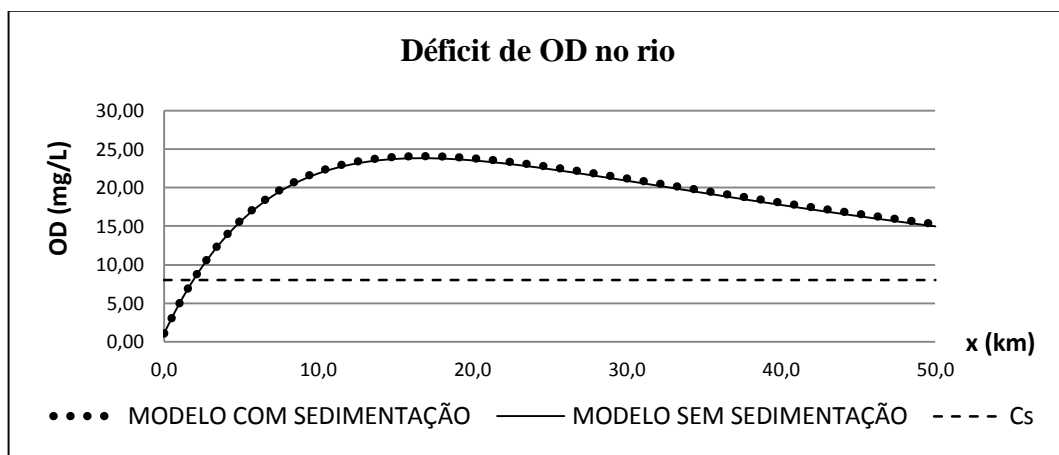


Fonte: Elaborada pelo autor.

4.3 Cenário 3

Neste cenário, foi simulado o modelo na sua forma completa, introduzindo as reações de fotossíntese, respiração e nitrificação, nas simulações. Para entender a influência de cada processo na mecânica dos rios, foi analisado cada um deles individualmente. A Figura 36 ilustra o comportamento do déficit de oxigênio para o modelo completo e para o modelo sem a inserção do processo de sedimentação.

Figura 35 – Comportamento do déficit de OD na análise de sedimentação.

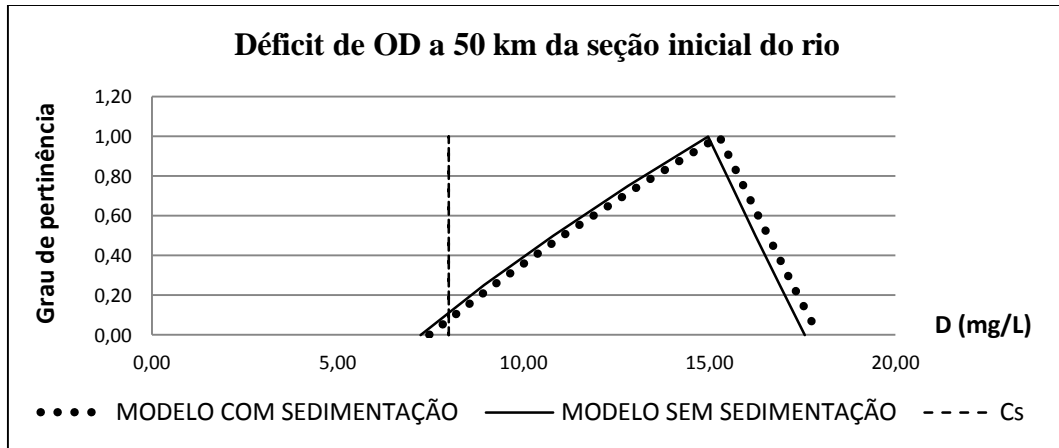


Fonte: Elaborada pelo autor.

Analisando os resultados da Figura 35, em que foi simulado o Déficit para o modelo de Streeter-Phelps utilizando todos os parâmetros, em amarelo, e simulado este mesmo modelo sem a adição do processo de sedimentação, em verde, observa-se que as duas curvas praticamente estão sobrepostas. Isto implica dizer que, para as condições adotadas nesta pesquisa, utilizando valores médios para este parâmetro, a sedimentação tem pouca influência no modelo de Streeter-Phleps.

Observa-se ainda que, na seção próxima a origem, os valores de déficit são muito elevados, ultrapassando os valores de concentração de oxigênio saturado presente na água (C_s). Em outras palavras, a partir desta seção, todo o oxigênio do sistema está sendo consumido. Isto também pode ser observado na forma de função de pertinência, Figura 36.

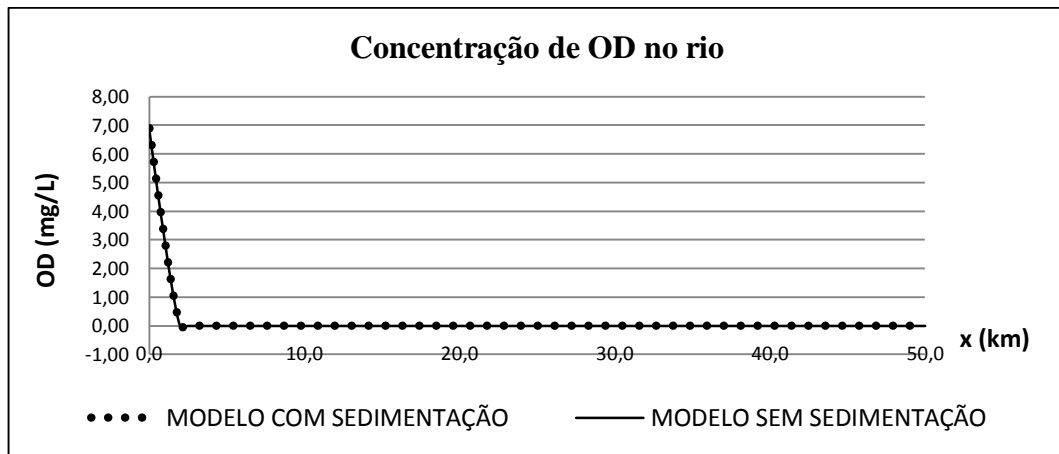
Figura 36 – Comportamento do déficit de OD na seção a 50 km da seção inicial do rio.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Consequentemente, os resultados do déficit influenciarão nas concentrações de oxigênio dissolvido, Figura 37.

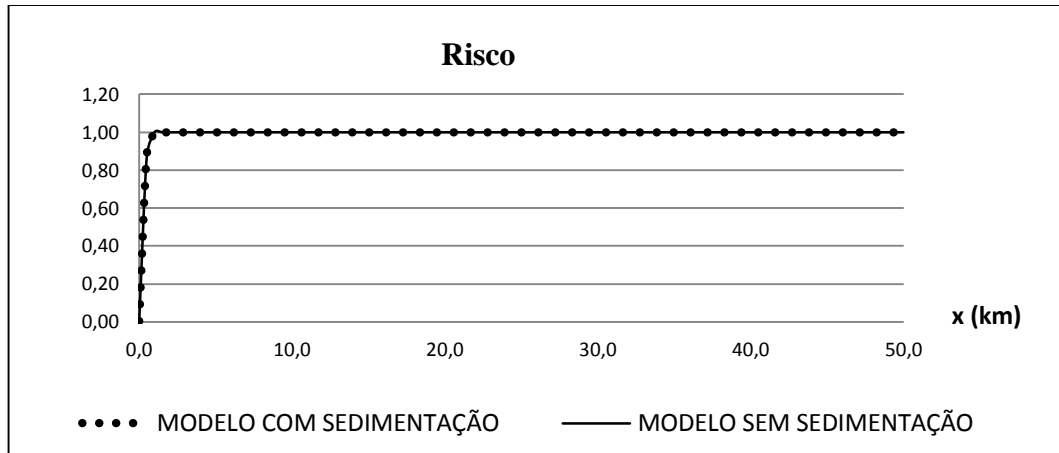
Figura 37 – Comportamento da concentração de OD na análise de sedimentação.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Pode-se ver, pela Figura 37, que o OD é praticamente o mesmo para as duas simulações, atingindo valores muito baixos próximos da seção de origem, chegando a zero. O cenário favorece a ocorrência do fenômeno de eutrofização, limitando as atividades biológicas do ambiente aquático e, para este caso, em que o corpo hídrico entra em anóxia, a situação do rio já está fragilizada, comprometendo toda a vida aquática. Estes dados refletem no risco de contaminação das águas, Figura 38.

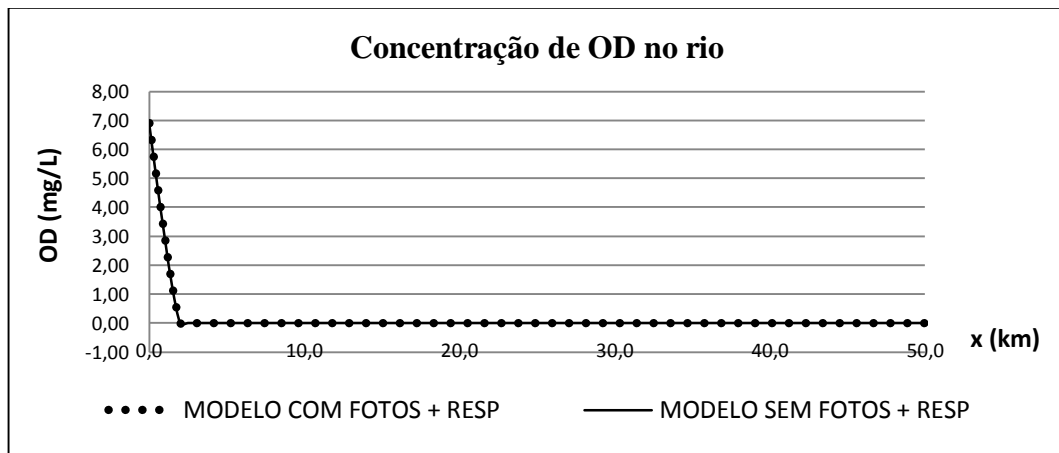
Figura 38 – Comportamento do risco na análise da sedimentação.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Os resultados do risco refletem o que foi dito no parágrafo anterior, em que se atinge o valor de risco de 100%, nas seções próximas a origem do rio, permanecendo assim por longa extensão. No caso da fotossíntese e respiração, que devem ser simuladas simultaneamente devido ao fato dos processos serem interligados, os resultados das concentrações de OD são ilustrados na Figura 39.

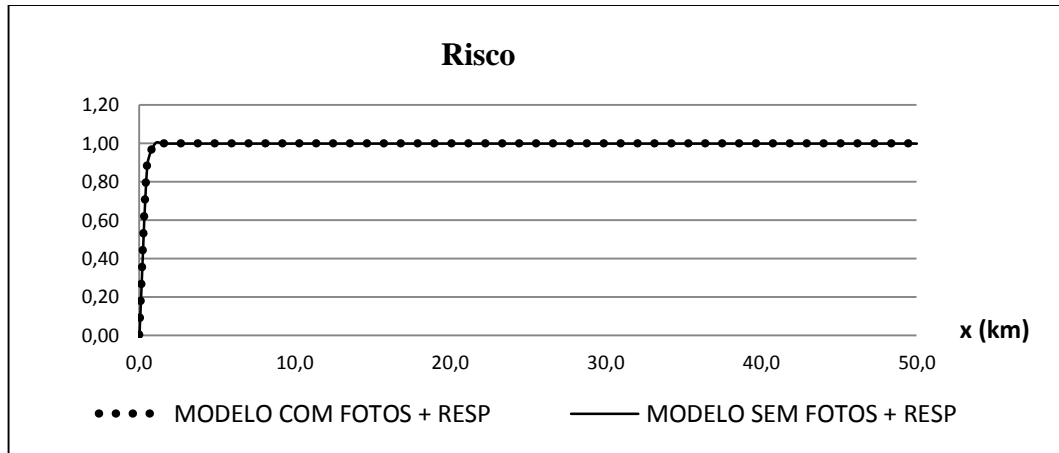
Figura 39 – Comportamento do OD na análise da fotossíntese e da respiração.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Observa-se, pela Figura 39, que as reações de fotossíntese e respiração tem baixa influência nos cálculos do OD que, por conseguinte, terá baixa influência nos resultados de risco, Figura 40.

Figura 40 – Comportamento do risco na análise da fotossíntese e da respiração.

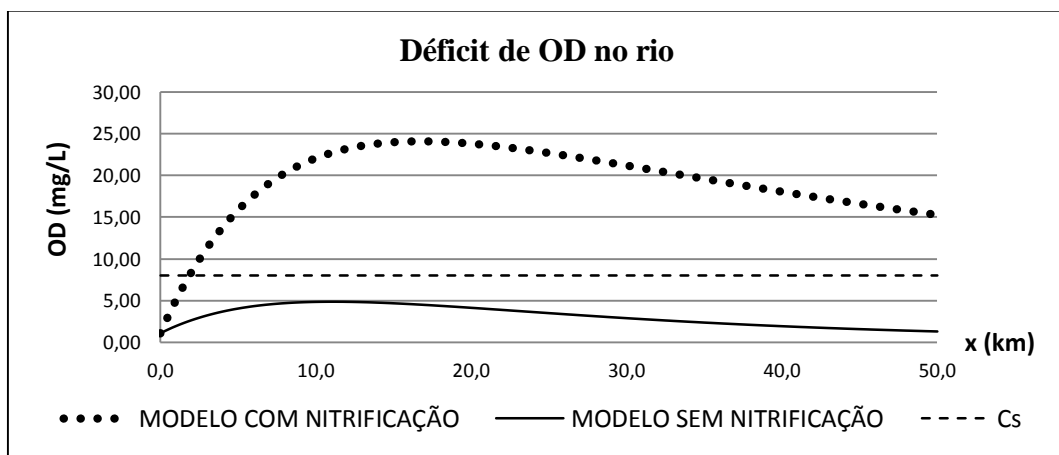


Fonte: Elaborada pelo autor.

Pelas mesmas explicações anteriores para a reação de sedimentação, utilizando os dados médios de fotossíntese e respiração previstos em literatura, verifica-se o mesmo comportamento tanto para o modelo completo, quanto para o modelo sem essas duas reações. Os resultados do oxigênio dissolvido continuam muito baixos o que, para um sistema de rio qualquer, seria necessário uma medida de controle das cargas lançadas no rio.

Para o processo de nitrificação o cenário é bem diferente. Analisando o déficit de OD, Figura 41, por exemplo, verifica-se que, ao retirar o nitrogênio da simulação, os valores de déficit diminuem consideravelmente e, apesar dos valores ainda serem elevados, o corpo hídrico não chega ao estado de anóxia.

Figura 41 – Comportamento do déficit de OD na análise da nitrificação.

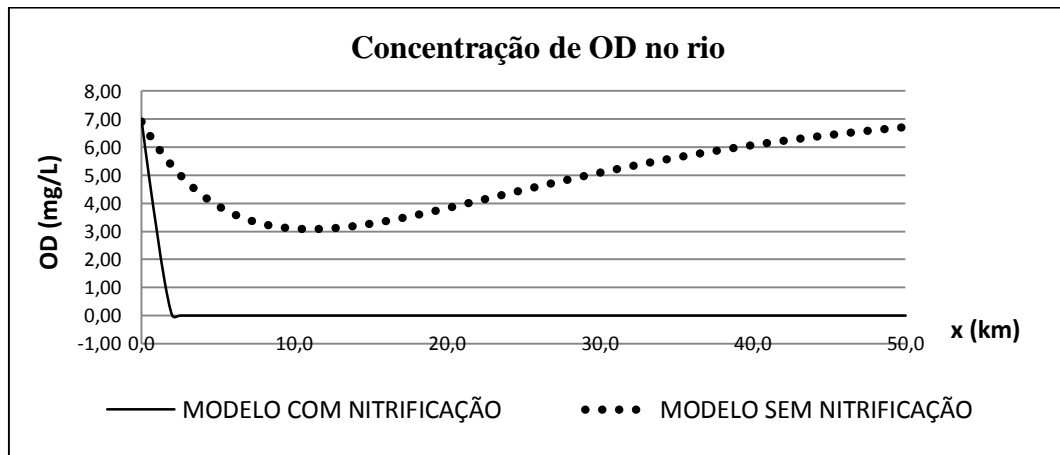


Fonte: Elaborada pelo autor.

Ao observar os resultados da concentração de OD, verifica-se que a recuperação do oxigênio dissolvido ocorre mais rapidamente quando não há a presença do nitrogênio no modelo. As reações do nitrogênio dentro do sistema são dadas ao longo do rio e, por este motivo, o consumo do oxigênio é contínuo. Em Sperlig (2007) “[...] ao longo do curso d’água, há formação de amônia devido à conversão do nitrogênio orgânico, assim, a rigor, a quantidade de amônia a ser oxidada não é função apenas da concentração inicial de amônia no ponto de mistura, mas de todo o balanço de amônia”. Este fato reflete nos resultados simulados anteriormente, reações de sedimentação, fotossíntese e respiração.

Comparando os gráficos do modelo com e sem a nitrificação, e fazendo alusão às simulações dos demais processos, pode-se ver que a nitrificação é a reação que tem maior influência no risco de contaminação das águas de rios, Figura 42, e a causadora do baixo valor das concentrações de OD no rio, influenciando ainda no estado de anóxia e favorecendo o fenômeno de eutrofização. Salva-se que os dados utilizados são valores médios obtidos em outros estudos, sendo necessário, a nível de confirmação da influência de cada parâmetro, estudos de caso e calibração do modelo para cada rio, ou trecho de rio, especificamente.

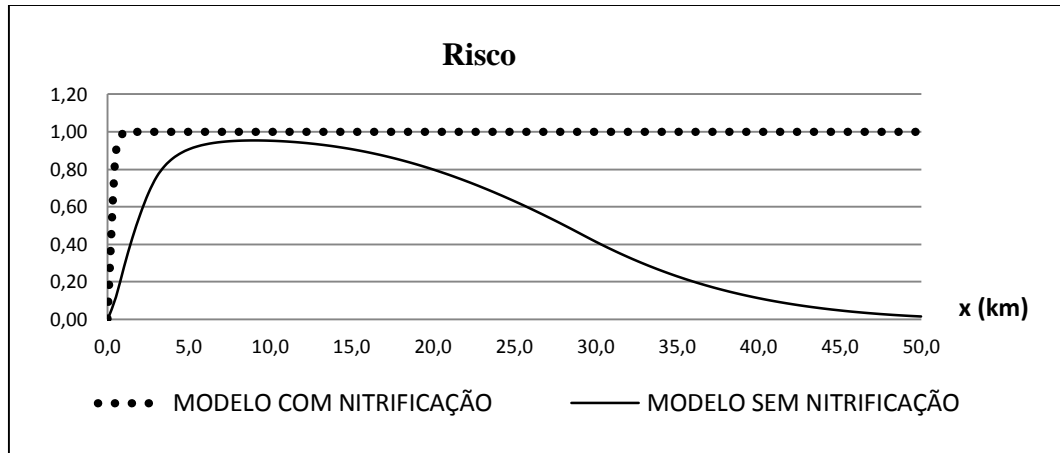
Figura 42 – Comportamento da concentração de OD na análise da nitrificação.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Quando se trabalha com o nitrogênio, deve-se ter muito cuidado ao estimar seus valores. “[...] considerar que todo nitrogênio orgânico e amônia (NTK) no ponto de vista de mistura podem ser potencialmente oxidáveis a nitrato, adotar NTK superestima o consumo de oxigênio”(SPERLING, 2007). Possivelmente é o que ocorre com estas simulações, para valores médios dos parâmetros, o que reflete, significativamente, em todos os valores de risco utilizando o modelo na sua forma completa.

Figura 43 – Comportamento do risco na análise da nitrificação.



Fonte: Elaborada pelo autor.

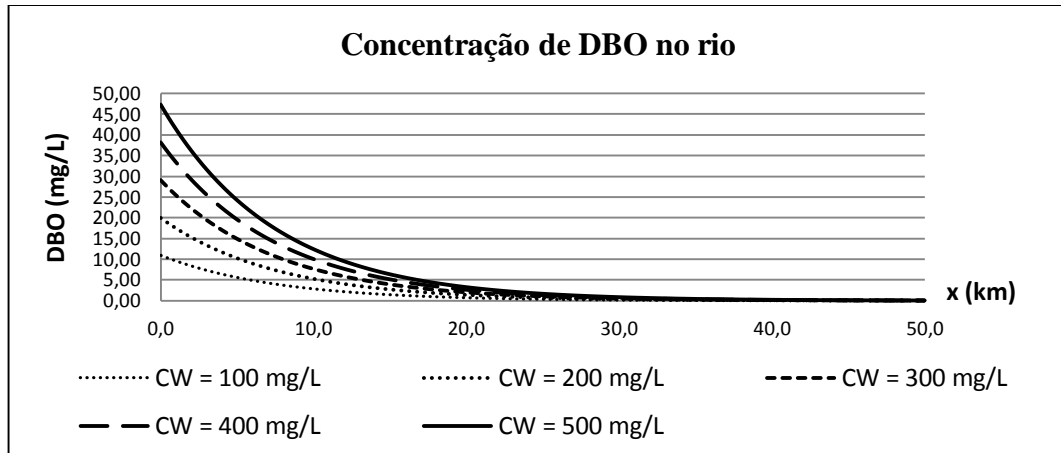
Pela ilustração, Figura 43, vê-se que o modelo sem a utilização das reações do nitrogênio não chega a valores máximos (100%) de risco, recuperando seus valores de OD próximo a seção a 50 km da seção de origem do rio. No modelo, com a inserção da nitrificação, os valores de OD rapidamente chegam a sua saturação, valor de risco igual a 1, permanecendo assim na seção a 50 km.

4.2 Cenário 4

Os resultados apresentados neste cenário são comparativos, afim de verificar se há alteração das variáveis de controle, quando lançadas fontes pontuais no início do rio, para o modelo na sua forma completa. No entanto, como os dados da reação de nitrificação são elevados, o que possivelmente gerará resultados próximos de OD, já que nas seções próximas a seção de origem a concentração de OD atinge tão logo os valores de saturação, optou-se por eliminar este parâmetro nos próximos cenários. Esta decisão não interferirá na comparação das análises, uma vez que não se está trabalhando com estudo de caso, e com dados previamente definidos. Ao contrário, os dados utilizados são dados *fuzzy's*, com alto grau de incertezas.

Na Figura 44, pode ser observado o comportamento da concentração de DBO, para diferentes lançamentos no início do rio.

Figura 44 – Comportamento da DBO, para fontes pontuais lançadas na origem do rio.

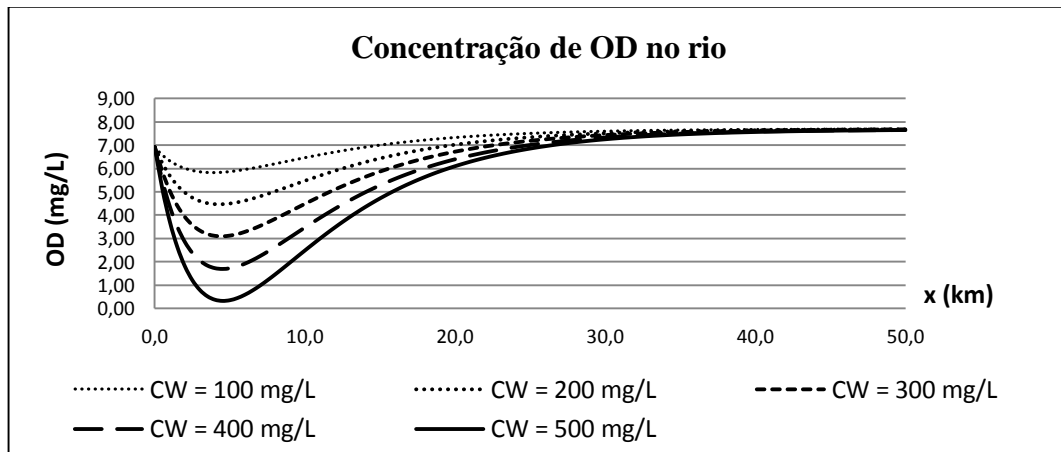


Fonte: Elaborada pelo autor.

Comparando a Figura 44 com a Figura 17, cenário 1, verifica-se a influência dos novos parâmetro, tanto nos valores iniciais de DBO, quanto na dissipação da DBO no rio. Nota-se, por sua vez, que a curva de DBO é mais acentuada com a inserção da fotossíntese e respiração no sistema. Verifica-se também que a sua capacidade de dissipação é mais rápida, já que a DBO se dissipa na seção a 30 km, enquanto que, utilizando apenas a reaeração e a sedimentação (simplificado), essa dissipação foi a aproximadamente 50 km.

Quanto aos resultados das concentrações de OD, Figura 45, observa-se comportamento semelhante, cujas curvas são mais acentuadas para o modelo mais completo, chegando a valores próximos a 0 mg/L na seção de 5 km, enquanto que no modelo simplificado, chega a valor próximos de 4 mg/L de pico na seção a 10 km da seção de origem do rio.

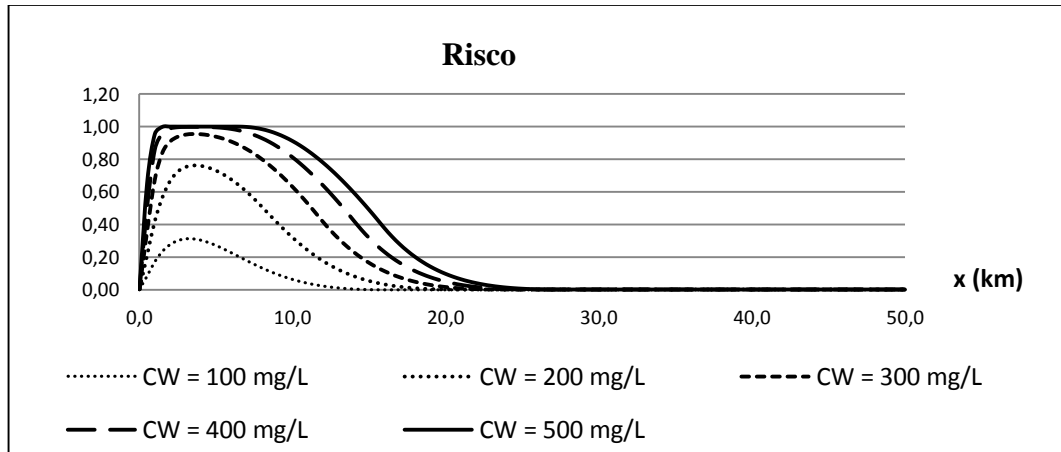
Figura 45 – Comportamento do OD, para fontes pontuais lançadas na origem do rio.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Por conseguinte, o risco atinge valores altos rapidamente para o modelo completo, chegando a 100% quando são lançadas cargas mais elevadas, nas seções próximas a origem do rio. No caso do cenário 1, este percentual chega a 90% na seção a 10 km aproximadamente.

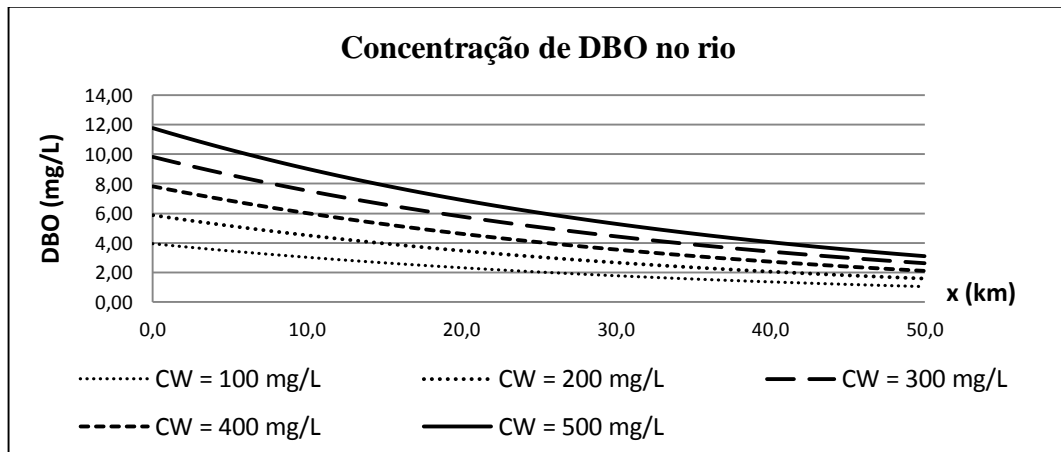
Figura 46 – Comportamento do risco, para fontes pontuais lançadas na origem do rio.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Fazendo estas mesmas simulações, concentração de DBO, Figura 47, concentração de OD, Figura 48, e risco, Figura 49, agora para uma vazão mais elevada, vê-se que a concentração de DBO no início do lançamento diminui consideravelmente, diminuindo também a capacidade de dissipação dessa DBO no rio. Para vazões maiores, a velocidade do curso do rio também é maior, espalhando toda a concentração de DBO na seção de origem que, conseqüentemente, será degradada ao longo do rio.

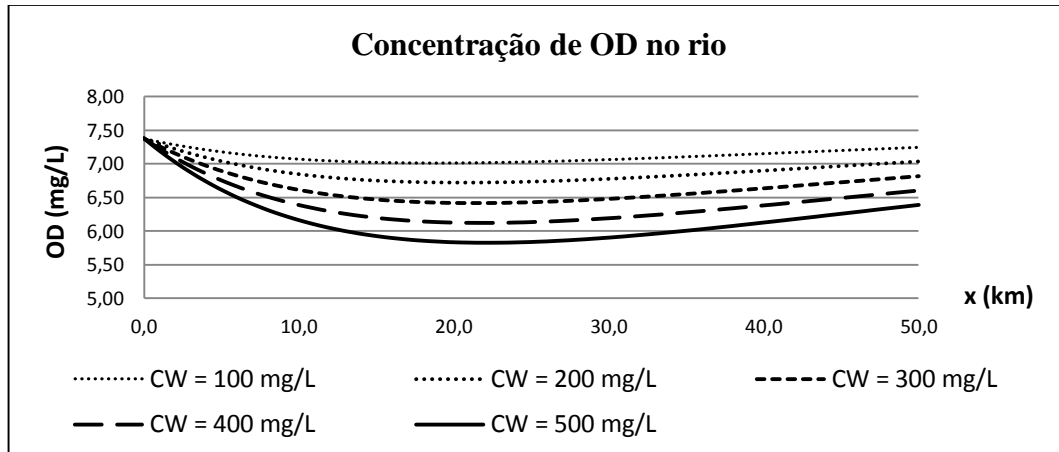
Figura 47 – Comportamento da DBO, para fontes pontuais lançadas na origem do rio.



Fonte: Elaborada pelo autor.

As concentrações de OD serão menores próximo a seção a 20 km, atingindo valores mínimos de OD de aproximadamente 5,8 mg/L. Estes dados confirmam o que foi dito no parágrafo anterior.

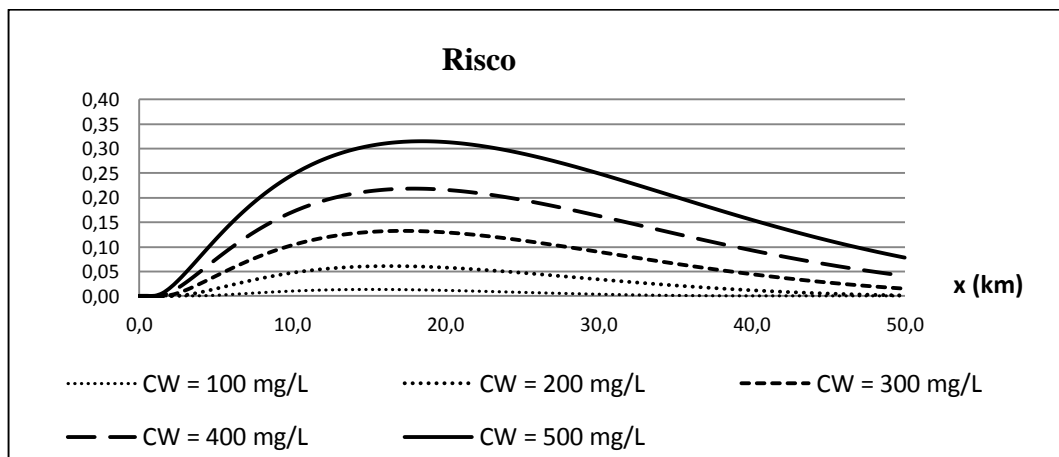
Figura 48 – Comportamento do OD, para fontes pontuais lançadas na origem do rio.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Para uma vazão maior, o risco de contaminação das águas diminui consideravelmente. Neste cenário, o risco para a vazão de 400.000,00 m³d⁻¹ chegou a 100%, e para a vazão de 2.000.000,00 m³d⁻¹ chegou a 32%, considerando as cargas maiores de lançamento do efluente.

Figura 49 – Comportamento do risco, para fontes pontuais lançadas na origem do rio.

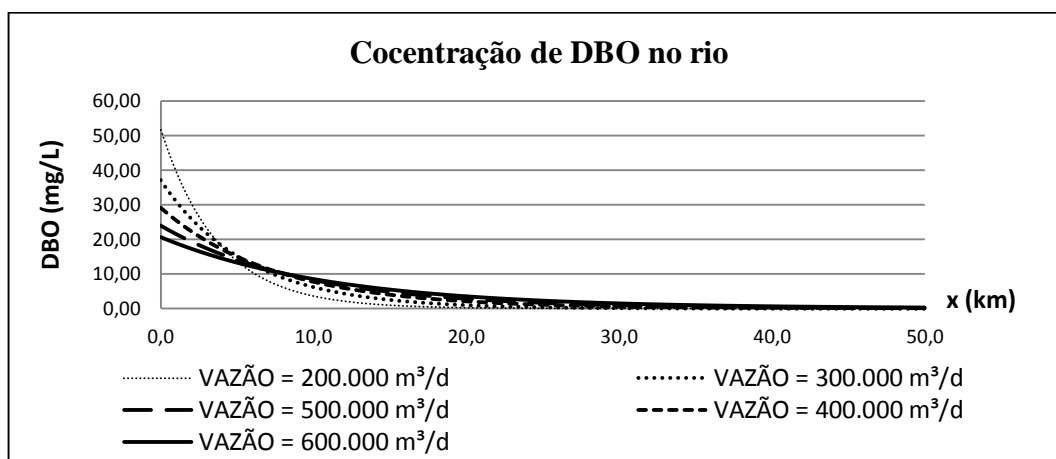


Fonte: Elaborada pelo autor.

4.3 Cenário 5

Neste último cenário, também sem a utilização do nitrogênio das análises, o modelo de Streeter-phelps foi analisado para diferentes vazões e diferentes temperaturas. A Figura 50 ilustra o comportamento da DBO sob diferentes valores de vazão do rio.

Figura 50 – Comportamento da DBO, para fontes pontuais lançadas na origem do rio.

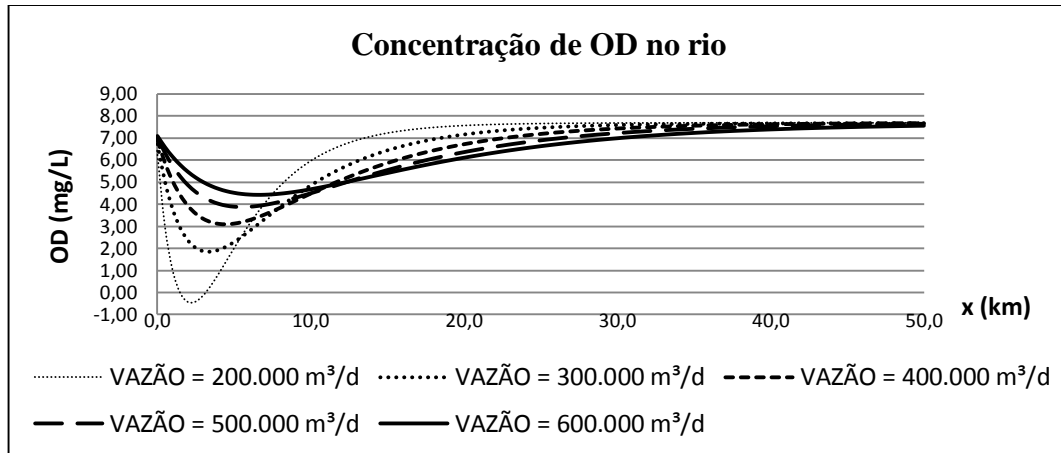


Fonte: Elaborada pelo autor.

Observando a Figura 50, verifica-se que quanto maior for a vazão do rio, ou seja, para maiores valores de velocidade do rio, menores serão as concentrações de DBO no início do lançamento. Isso ocorre devido a maior capacidade de diluição dessa carga no rio, que será dissipada ao longo do seu curso. Parte desse material orgânico será consumido, e parte será sedimentado, formando a camada bentônica.

Para vazões mais baixas, com velocidades muito pequenas, a carga de DBO é concentrada no início do rio, onde terá, conseqüentemente maior consumo de oxigênio dissolvido. Os resultados das concentrações de oxigênio dissolvido, para este cenário de simulação, estão ilustrados na Figura 51.

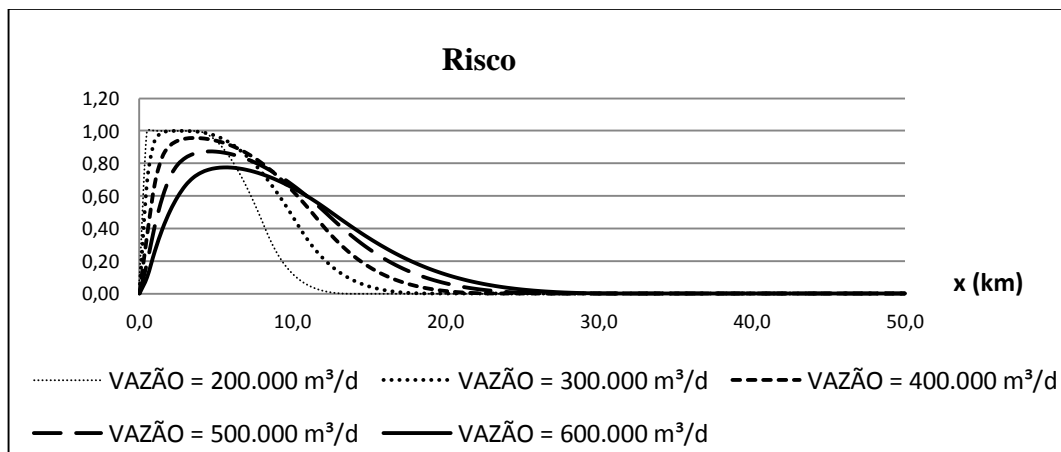
Figura 51 – Comportamento do OD, para diferentes vazões.



Fonte: Elaborada pelo autor.

O mesmo ocorre com o risco, Figura 52, cujos valores mais preocupantes são aqueles que têm vazões mais baixas. Vale lembrar que a velocidade do rio também interferirá na reaeração do corpo hídrico, devido ao atrito entre as moléculas do fluido, favorecendo o aumento da concentração de oxigênio dissolvido na água, como também o espalhamento da massa fluida ocasionado pela velocidade permite que a DBO permaneça dissolvida na água por mais tempo, diminuindo a carga sedimentada e a formação de lodo no rio.

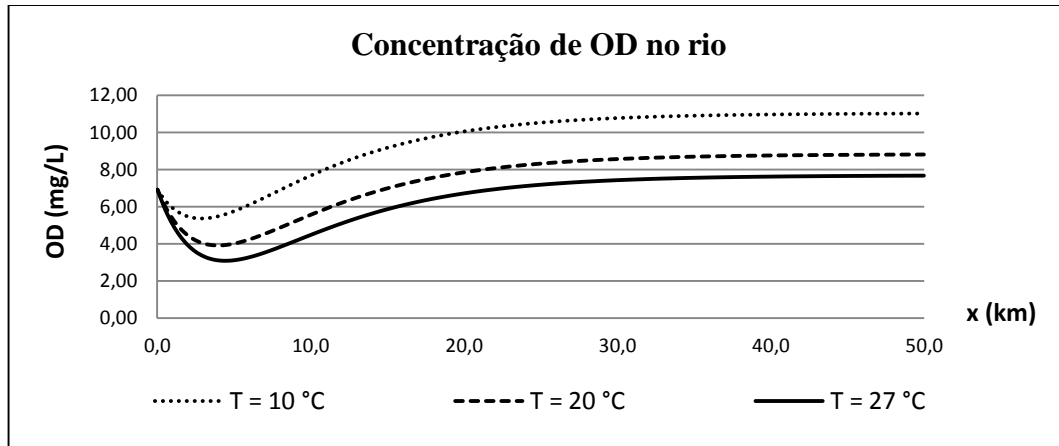
Figura 52 – Comportamento do risco, para diferentes vazões.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Para o caso da temperatura, fator que atua em todas as reações do sistema, são analisados os gráficos de concentração de OD, Figura 53, e risco, Figura 54, já que os dados de concentração de DBO não se alteram.

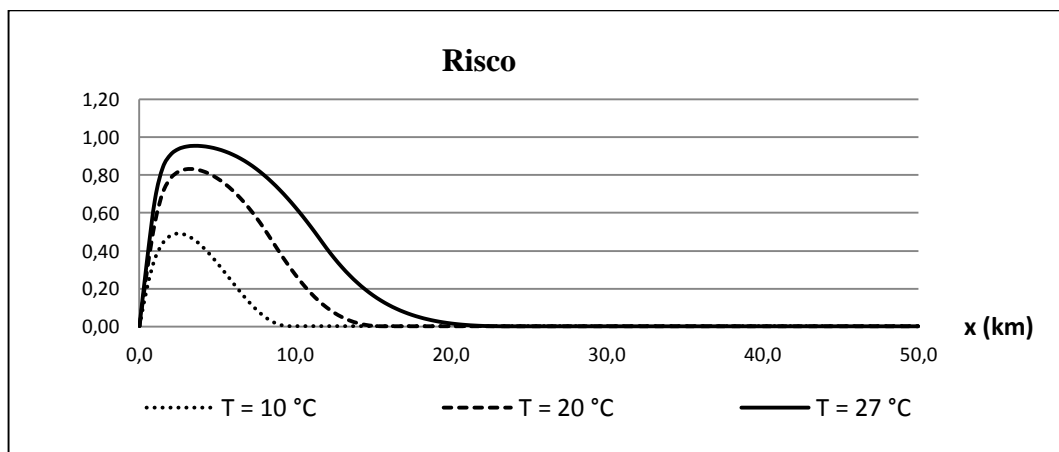
Figura 53 – Comportamento do OD, para diferentes temperaturas.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Analisando a Figura 53, verifica-se que, para temperaturas maiores, o consumo de oxigênio dissolvido é maior. Isto se deve ao fato de que a temperatura está diretamente ligada com as reações que ocorrem no sistema, influenciando tanto no movimento molecular da água do rio, quanto nos processos bioquímicos das reações. Isto interferirá diretamente no fator risco, Figura 54. Além disso, com o aumento da temperatura, há uma redução na concentração de saturação do Oxigênio Dissolvido, ao longo do rio, fazendo com que o oxigênio disponível para consumo seja bem menor. Com isso, percebe-se que quanto maior for a temperatura, maior será o risco ambiental para a mesma descarga lançada.

Figura 54 – Comportamento do risco, para diferentes temperaturas.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Já que o consumo de oxigênio é maior para temperaturas mais elevadas, verifica-se, conseqüentemente, pelas observações da ilustração, Figura 54, que o risco de contaminação das águas também será maior.

Muitas outras simulações podem ser feitas pelo programa. A ideia neste estudo foi analisar o risco de contaminação das águas de rios que recebem múltiplas fontes polidoras, utilizando a metodologia *fuzzy*. Por este motivo, as análises foram feitas a nível científico, em que se desenvolveu um método fácil de análise de tomada de decisão. Pretende-se dar seqüência a este estudo a fim de calibrar o modelo para diferentes regiões.

5 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Os resultados gerados a partir da aplicação do modelo de Streeter-Phelps, para múltiplas fontes poluidoras, possibilitaram estabelecer algumas conclusões:

- A primeira delas trata da aplicação da Teoria *Fuzzy* no cálculo do risco de contaminação das águas de rios sujeitos a lançamento de efluentes. Observou-se que esta teoria é eficiente em estudos onde se tem dificuldade de determinar os valores dos parâmetros envolvidos no sistema de forma precisa. Os dados do modelo, utilizando esta teoria, são inseridos em forma de nuvem, valores nebulosos, em se tem valores mais prováveis e menos prováveis de ocorrência. Por este motivo, utilizar esta lógica matemática como proposta de estabelecer um indicador ambiental facilitador de tomada de decisão, o risco, a partir das equações de Streeter-Phelps, é de grande valor científico e, pelos resultados apresentados, viu-se que é possível serem feitas estas simulações.

A utilização do modelo de Streeter-Phelps considerando as principais reações que ocorrem na mecânica dos rios, possibilita a análise do risco pelos cálculos tanto da concentração de DBO, quanto pelas concentrações de OD na água. Os resultados do modelo desenvolvido para estes fins, atrelado a aplicação da lógica *fuzzy*, mostraram-se satisfatórios, cujos gráficos gerados para as variáveis de controle estão em conformidade com o que se encontra na literatura.

- Passando-se para análise dos cenários, inicialmente do cenário 1, em que contempla a inserção de cargas pontuais lançadas na seção de origem do rio, verificou-se que a quantidade de carga lançada tem influência no tempo de diluição desta massa no sistema. Assim, para valores maiores de lançamento, menor será o tempo de diluição desta carga no sistema, favorecendo os processos de decaimento e a posterior formação da camada bentônica.

Neste mesmo cenário, pode-se ver que as funções de pertinência têm abertura de base menor nas seções próximas do ponto de lançamento, obtendo valores maiores nas seções mais distantes. Estes resultados confirmam o que foi dito no parágrafo anterior, em que se verifica a influência do processo de diluição da DBO no modelo ao longo do rio.

- No cenário 2, em que são inseridas diferentes cargas no sistema, observa-se que a fonte de sedimentação tem pequena influência nos resultados da DBO, uma vez que, nos cálculos desta variável de controle, a fonte considera apenas a contribuição da camada bentônica.

Observa-se ainda que a fonte difusa lateral tem maior influência no consumo de OD, o que interferirá em maiores percentuais de risco. Isto ocorre devido a fonte difusa se acumular ao longo do curso d'água. As bases das funções de pertinência são maiores quando acrescentada esta fonte no modelo, ação da difusão neste processo.

- Pelos resultados do cenário 3, onde são analisadas as reações físicas, químicas e biológicas do sistema, verifica-se que: A sedimentação tem pequena influência no comportamento das curvas de concentração de OD e curvas de risco; A fotossíntese e a respiração, que devem ser simuladas em conjunto já que seus processos são interligados, também apresentam pequena influência destas duas variáveis de controle; O processo de nitrificação, em contra partida, tem forte influência no consumo de oxigênio dissolvido na água, contribuindo fortemente para altos percentuais de risco. As reações do nitrogênio ocorrem ao longo do rio e, por este motivo, o consumo de oxigênio é contínuo.

Neste estudo, para valores médios previstos em literatura, dos parâmetros envolvidos na nitrificação, os percentuais de risco foram muito altos no início do lançamento de fontes poluidoras, acarretando em estado de anóxia, favorecendo os processos de eutrofização e a necessidade de tratamento do recurso hídrico. Por este motivo, deve-se dar importância aos dados estabelecidos para este parâmetro, quando da utilização do modelo em estudos de caso.

- Analisando o cenário 4, verificou-se que, ao adicionar as demais reações no modelo, o consumo de OD ocorre com maior rapidez, com valores de pico maiores do aqueles da simulação utilizando apenas a reaeração e a sedimentação, atingindo percentuais mais altos de risco.

Ao simular a mesma situação para uma maior valor de vazão do rio, ou seja, para maiores valores de velocidade do curso d'água, observou-se a queda no pico do consumo de OD, acarretando na queda dos percentuais de risco. Neste caso, o consumo de matéria orgânica é feito ao longo do rio, o que dificultará a formação da camada bentônica pela sedimentação.

- Pelos resultados do cenário 5, em que o modelo de Streeter-Phelps é testado para diferentes valores de vazão e diferentes temperaturas, pode-se ver que: a) no caso da simulação para diferentes vazões, para valores maiores, cujas velocidades do rio são altas, a carga poluente lançada é espalhada ao longo da seção longitudinal do corpo hídrico, favorecendo a sua decomposição, já que atingirá seções mais distantes da origem do lançamento, entrando em contato com maior número de bactérias decompositoras. Velocidades altas também favorecem os processos de reaeração no rio. Por estes motivos, os percentuais de risco são consequentemente mais baixos; para valores menores de vazão, cujas velocidades são baixas, o pico do consumo de OD é alto próximo a seção de lançamento da fonte poluidora, favorecendo os processos de sedimentação. Nestes casos, o percentual do risco de contaminação das águas é alto, sendo necessárias, muitas vezes, medidas mitigadoras para recuperar a sua qualidade. b) Nas simulações para diferentes valores de temperatura observa-se que, quanto maior for o seu valor, maior será o consumo de OD e maiores serão os percentuais de risco. A temperatura tem significativa influência em uma série de variáveis físico-químicas do rio, inclusive em relação ao metabolismo microbiano e, por este motivo, para altas temperaturas, maior será os valores de concentração de DBO, o que provocará o aumento do consumo de OD no sistema. Temperaturas que ultrapassam os limites de tolerância térmica do meio aquático ocasionam sérios impactos sobre o crescimento e reprodução dos organismos presentes no sistema, tornando-se um parâmetro decisivo nos cálculos do risco.
- Por fim, o modelo desenvolvido como proposta de facilitar a tomada de decisão no controle de lançamento de efluentes em rios se mostrou uma alternativa viável e de valor prático. Contudo, para que seja possível avaliar a capacidade de autodepuração do rio com base nos campos de risco e confiabilidade, é necessário que sejam feitos estudos de caso a fim de calibrar o modelo para cada corpo hídrico específico, sob suas condições hidráulicas e hidrológicas. Sendo assim, algumas recomendações de estudos futuros são consideradas importantes.

Como sugestão para estudos futuros, recomenda-se:

- Deve-se testar o modelo de Streeter-Phelps para diferentes rios com dados reais, a fim de calibrar o modelo para diferentes cenários, bem como analisar o risco como possível indicador na concessão de outorga de lançamentos e suas especificidades;
- Recomenda-se que sejam adicionados no modelo matemático os termos de difusão, além de tornar o modelo dependente do tempo, de modo que se tenha uma avaliação dessas variáveis de controle como funções do tempo e do espaço;
- Recomenda-se que os fatores de decaimento usados no modelo, com características de um transiente hidráulico, sejam adequadamente calibrados para se ter resultados de simulações, para diferentes cenários, compatíveis com a dinâmica de cada rio, onde esta modelagem for aplicada;
- E finalmente, propor uma pesquisa usando esta metodologia, adequadamente, adaptada para ser aplicada em reservatório do semiárido, para estudar o comportamento do Oxigênio Dissolvido, bem como o Risco Ambiental nestes corpos hídricos.

REFERÊNCIAS

ALLEN, F. R.; GARLICK, A. R.; HAYNS, M. R.; TAIG, A. R., eds. (1992). **The management of Risk to society from potential accidents**. London, Elsevier.

ALMEIDA A.B. O conceito de risco socialmente aceitável como componente crítico de uma gestão de risco aplicada aos recursos hídricos. **Anais...** VII Congresso da Água. Lisboa: APRH, 2004.

ANI E.C., WALLIS S., KRASLAWSKI A., AGACHI P.S. Development, calibration and evaluation of two mathematical models for pollutant transport in a small river. **Environmental Modelling & Software** 24 (2009) 1139–1152.

ANDRADE L.N. Autodepuração dos corpos d'água. **Revista da Biologia**. 5 (2010) 15-18.

ARAÚJO F.J.C. Avaliação de riscos ambientais. **Anais...** XXI Congresso Brasileiro de Engenharia Sanitária e Ambiental. João Pessoa-PB. Brasil, 2001.

BAIRD C. **Environmental Chemistry**. New York: W H Freeman and Company, 1995.

BAHADORI A., VUTHALURU H. B. Simple Arrhenius-type function accurately predicts dissolved oxygen saturation concentrations in aquatic systems. **Process Safety and Environmental Protection** 88 (2010) 335–340.

BARROS F.P.J., COTTA R.M. Integral transforms for three-dimensional steady turbulent dispersion in rivers and channels. **Applied Mathematical Modelling** 31 (2007) 2719–2732.

BARROS F.P.J., MILLS W.B., COTTA R.M. Integral transform solution of a two-dimensional model for contaminant dispersion in rivers and channels with spatially variable coefficients. **Environmental Modelling & Software** 21 (2006) 699e709.

BERKUN M., Effects of Ni, Cr, Hg, Cu, Zn, Al on the dissolved oxygen balance of streams, **Chemosphere** 59 (2005) 207–215.

BERNARDO, D.L; BERNARDO, D.A; CENTURIONE, P. **Ensaio de tratabilidade de água e dos resíduos gerados em estação de tratamento de água**. São Carlos, 2002.

BOANO F., REVELLI R., RIDOLFI L., Stochastic modelling of DO and BOD components in a stream with random inputs, **Advances in Water Resources** 29 (2006) 1341–1350.

CANTER L.W., KNOX R.C. **Groundwater Pollution Control**. Chelsea, Michigan, Lewis Publishers. Cap. 7 (1990) 263-293.

CHANDRA R., KNIGHT R., OMLIN CW. Renosterveld conservation in South Africa: a case study for handling uncertainty in knowledge-based neural networks for environmental management. **J Environ Inform** 13(1) (2009) 56–65.

CHAPRA S.C. 1997. **Surface Water-Quality Modeling, McGraw-Hill Series in Water Resources and Environmental Engineering**. McGraw-Hill, New York, New York.

CHEN L., ZHU J., YOUNG M.H., SUSFALK R.B. An integrated approach for modeling solute transport in streams and canals with applications. **Journal of Hydrology** 378 (2009) 128–136.

CHOMICKI K.M., AND SCHIFF S.L. Stable oxygen isotopic fractionation during photolytic O₂ consumption in stream waters. **The Science of the Total Environment**, 404 (2008) 236–244.

CHONGFU H. Fuzzy risk assessment of urban natural hazards. **Fuzzy Sets and Systems** 83 (1996) 271-282.

CHRISTODOULOUA S, DELIGIANNI A, ASLANI P, AGATHOKLEOUS A. Risk-based asset management of water piping networks using neurofuzzy systems. **Computers, Environment and Urban Systems** 33 (2009) 138–149.

COX B.A., A review of currently available in-stream water-quality models and their applicability for simulating dissolved oxygen in lowland rivers, **The Science of the Total Environment** 314 –316 (2003) 335–377.

DOBBINS W.E. BOD and oxygen relationship in streams. **J. Sanit. Eng. Div. Proc. Am. Soc. Civ. Eng.** 90 (1964) 53–78.

FAN C., KO C.H., WANG W.S., An innovative modeling approach using Qual2K and HEC-RAS integration to assess the impact of tidal effect on River Water quality simulation, **Journal of Environmental Management** 90 (2009) 1824–1832.

FITZPATRICK J.J., Assessing skill of estuarine and coastal eutrophication models for water quality managers, **Journal of Marine Systems** 76 (2009) 195–211

FREY W., 2001. **The effects of river restoration on water quality and self purification of the Oster River**. Doctoral Thesis. Berichte des Fachgebietes Wasserbau und Wasserwirtschaft der Universit at Kaiserslautern No.12 (in German).

GAHOULIS, J.; DUCKSTEIN, L.; BOGARDI, I. **Risk Analysis of Water Quantity and Quality Problems: The Engineering Approach**. In: Ganoulis (Ed.), Water Resources Engineering Risk Assessment, Nato ASI Series, Serie G: Ecological Sciences, v. 29, 1991.

GANOULIS J.G, In: **Engineering risk analysis of water pollution. Probabilities and Fuzzy sets**. VCH publishers Inc. Weinheim; New York; Basel; Tokyo, 1994.

GHOSH S & MUJUMDAR P.P. Risk minimization in water quality control problems of a river system. **Advances in Water Resources** 29 (2006) 458–470.

HAMMER M.J. 1986. **Chapter: Water-quality and Pollution**. Water and Wastewater Technology. Wiley, New York, pp. 150–179.

HOWITT J.A., BALDWIN D.S., REES G.N., WILLIAMS J.L., Modelling blackwater: Predicting water quality during flooding of lowland river forests, **Ecological modelling** 203 (2007) 229–242.

HASADSRIA S. & MALEEWONGA M., Finite Element Method for Dissolved Oxygen and Biochemical Oxygen Demand in an Open Channel, **Procedia Environmental Sciences** 13 (2012) 1019 – 1029.

HUANG G.H., BAETZ B.W., PATRY G.G. A gray fuzzy linear programming approach for municipal solid-waste management planning under uncertainty. **Civ Eng Syst** 10 (2) (1993) 123–46.

HUANG G.H. & CHANG N.B. The perspectives of environmental informatics and systems analysis. **Journal of Environmental Informatics** 1 (2003) 1–6.

HUNG M., SHAW D.A. Trading-ratio system for trading water pollution discharge permits, *J. Environ. Econ. Manage.* 49 (2005) 83–102.

JAFELICE R. S. M.; BARROS L. C.; BASSANEZI R. C. **Teoria dos Conjuntos Fuzzy com Aplicações** – São Carlos, SP – Sociedade Brasileira de Matemática Aplicada e Computacional, 2005.

JAMES, A. An Introduction to **Water Quality modelling**. 2nd Edition. By John Wiley & Sons Ltd, 1993, 311p.

KAPLAN S. & GARRICK J. **On The Quantitative Definition of Risk**. Risk Analysis – vol 1, n.1, 1981.

KARMAKAR S., MUJUMDAR P.P., An inexact optimization approach for river water-quality management, **Journal of Environmental Management** 81 (2006) 233–248.

KARMAKAR S., MUJUMDAR P.P., A two-phase grey fuzzy optimization approach for water quality management of a river system, **Advances in Water Resources** 30 (2007) 1218–1235.

KAUFMANN, A.; GUPTA, M.M., *Fuzzy Mathematical Models in Engineering and Management Science*, **Elsevier Science Publishers**, United States, 1988.

KIRK J.T.O., 1994. **Light and Photosynthesis in Aquatic Environments**, second ed. Cambridge University Press. p. 509.

KLIR G. e YUAN B. **Fuzzy sets and fuzzy logic: theory and applications**. New Jersey: Prentice Hall, 1995. 574 p.

LEE C.S., CHANG S.P., Interactive fuzzy optimization for an economic and environmental balance in a river system, **Water Research** 39 (2005) 221–231.

LI J.B., HUANG G.H., ZENG G.M., MAQSOOD I., HUANG Y.F. An integrated fuzzy-stochastic modeling approach for risk assessment of Ground water contamination. **Journal of Environmental Management** 82 (2007) 173–88.

LIU W. B., CHEN D. M. Spatial impact of organic matters from point sources on stream water quality. **Mining Science and Technology** 19 (2009) 0256–0261.

MAILHOT A., VILLENEUVE J.P., Mean-value second-order uncertainty analysis method: application to water quality modelling, **Advances in Water Resources** 26 (2003) 491–499.

MANNINA G., VIVIANI G. Water quality modelling for ephemeral rivers: Model development and parameter assessment. **Journal of Hydrology** 393 (2010) 186–196.

MAKSIMOVIC C, MAKROPOULOS CK. Integrating river basin management and the coastal zone: the (blue) Danube and the (Black) Sea. **Water Sci Technol** 46 (2002) 187–94.

MCAVOY D.C, MASSCHELEYN P. PENG C. Risk assessment approach for untreated wastewater using the QUAL2E water quality model. **Chemosphere**, n 52, p 55-66, 2003.

MERLI R.F., ALMEIDA L.M.W. Nem tudo é tão certo como parece ser: a matemática fuzzy como linguagem. **Anais...** do Encontro Paranaense de Educação Matemática, Apucarana, Paraná. (2011). 1–13.

MESBAH S.M., KERACHIAN R., TORABIAN A. Trading pollutant discharge permits in rivers using fuzzy nonlinear cost functions. **Desalination** 250 (2010) 313–317.

MISRAA A.K., CHANDRAA P., SHUKLAB J.B., Mathematical modeling and analysis of the depletion of dissolved oxygen in water bodies, **Nonlinear Analysis: RealWorld Applications** 7 (2006) 980–996.

MOHAMED, A. M. O. & ANTIA, H. E., eds. (1998). **Geoenvironmental Engineering**. London, Elsevier. Caps. 10 e 11, p. 245-79.

MONEY A.E., CARTER B.G.P., SERRE A.M.L., Using river distances in the space/time estimation of dissolved oxygen along two impaired river networks in New Jersey. **Water Research** 43 (2009) 1948–1958.

MUJUMDAR P.P. & SUBBA RAO V.V.R. Fuzzy waste load allocation model: a simulation optimization approach, **J. Comput. Civil Eng.** 18 (2) (2004) 120–131.

O'CONNOR D.J., The temporal and spatial distribution of dissolved oxygen in streams. **Water Resour. Res.** 3 (1967) 65–79.

OKRENT, D. Comment on social risk. **Science**, 208 (1980) 372-375.

PELLETIER G.J., CHAPRA S.C., TAO H., 2006. QUAL2Kw-a framework for modeling water quality in stream and rivers using a genetic algorithm for calibration. **Environmental Modeling and Software** 21, 419–425.

PEDRYCZ, W. & GOMIDE, F., **An Introduction to Fuzzy Sets: Analysis and Design**, MIT Press, Cambridge, EUA, 1998.

PIMPUNCHATA B., SWEATMANC W. L., WAKEC G.C., TRIAMPOD W., PARSHOTAME A. A mathematical model for pollution in a river and its remediation by aeration, **Applied Mathematics Letters** 22 (2009) 304-308.

QIN X.S., HUANG G.H., ZENG G.M., CHAKMA A., HUANG Y.F., An interval-parameter fuzzy nonlinear optimization model for stream water quality management under uncertainty, **European Journal of Operational Research** 180 (2007) 1331–1357.

REFSGAARD J.C., VAN DER SLUIJS J.P., HØJBERG A.L., VANROLLEGHEM P.A. Uncertainty in the environmental modelling process—a framework and guidance. **Environmental Modelling & Software** 22 (2007) 1543–1556.

REHANA S & MUJUMDAR P.P. An imprecise fuzzy risk approach for water quality management of a river system. **Journal of Environmental Management** 90 (2009) 3653–3664.

RENTERÍA A.R. **Estimação de Probabilidade Fuzzy a partir de dados imprecisos**. 94 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2006.

REVELLI R., RIDOLFI L., Stochastic dynamics of BOD in a stream with random inputs, **Advances in Water Resources** 27 (2004) 943–952.

REVELLI R., RIDOLFI L. Nonlinear Convection - Dispersion Models with a Localized Pollutant Source, II-A Class of Inverse Problems. **Mathematical and Computer Modelling** 42 (2005) 601-612.

RIJN J.V., TAL Y., SCHREIER H.J. Denitrification in recirculating systems: Theory and applications. **Aquacultural Engineering** 34 (2006) 364–376.

SADIQA R & RODRIGUEZ M.J. Fuzzy synthetic evaluation of disinfection by-products—a risk-based indexing system. **Journal of Environmental Management** 73 (2004) 1–13.

SANTOS, S.H.L. **Aplicação da Teoria Fuzzy em modelos de transporte de massa para o cálculo do risco na concessão de outorga para lançamento de efluentes em rios**. 2012. 104 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2012.

SHUKLAA J.B., MISRAC A.K., CHANDRAD P., Mathematical modeling and analysis of the depletion of dissolved oxygen in eutrophied water bodies affected by organic pollutants, **Nonlinear Analysis: Real World Applications** 9 (2008) 1851 – 1865.

SLOVIC, P. Perception of risk. **Science**, 236 (1987) 280-285.

SOROOSHIAN S., GUPTA V. Automatic calibrations of conceptual rainfall–runoff models: the question of parameter observability and uniqueness. **Water Resources Research** 19 (1) (1983) 260–268.

SPERLING V. M. (1996). **Introdução à qualidade das águas e ao tratamento de esgotos**. 2 Ed. Belo Horizonte: Departamento de Engenharia Sanitária e Ambiental - UFMG.

SPERLING V.M. **Princípios do tratamento biológico de águas residuárias**. Vol. 1. Introdução à qualidade das águas e ao tratamento de esgotos. 3º ed. Belo Horizonte: Departamento de Engenharia Sanitária e Ambiental - UFMG, 2005. v. 1. 452 p.

SPERLING V. M. (2007). **Estudos e modelagem da qualidade da água de rios**. DESA/UFMG. Belo Horizonte- MG.

STREETER H.W., PHELPS E.B. **A study of the pollution and natural purification of the Ohio River. III. Factors concerning the phenomena of oxidation and reaeration**. US Public Health Service 1925; Pub. Health Bulletin No. 146: Reprinted by US, DHES, PHA, 1958.

SURESH K.R & MUJUMDAR P.P. A fuzzy risk approach for performance evaluation of an irrigation reservoir system. **Agricultural Water Management** 69 (2004) 159–177.

THIBODEAUX L.J. **Environmental chemodynamics**. 2nd ed. New York: Wiley; 1996.

THOMANN, R.V., Mueller, J.A., **Principles of surface water quality modeling and control**. Harper & Row. New York, (1985).

THOMANN R.V. Bioaccumulation model of organic chemical distribution in aquatic food chains, **Environ. Sci. Techno.** 18 (1989) 67–71.

TRANCOSO A.R., BRAUNSCHEWIG F., LEITÃO P.C., OBERMANN M., NEVES R. An advanced modelling tool for simulating complex river systems. **Science of the Total Environment** 407 (2009) 3004–3016.

TSUZUKI Y., FUJII M., MOCHIHARA Y., MATSUDA K., YONEDA M. Natural purification effects in the river in consideration with domestic wastewater pollutant discharge reduction effects. **Journal of Environmental Sciences** 2010, 22(6) 892–897.

TYAGI B., GAKKHAR S., BHARGAVA D.S., Modified scheme for one-dimensional BOD-DO models. **Journal of J Environ Sci Eng** 2009; 51: 145-50.

VIEIRA, V.P.P.B., **Análise de Risco em Recursos Hídricos**, ABRH, 2005.

WALLIS S.G., YOUNG P.C., BEVEN K.J. **Experimental investigation of the aggregate dead zone model for longitudinal solute transport in stream channels**. Proc Inst Civil Eng, Part 2 1989;87:1–22.

WAGENSCHHEIN D. e RODE M., Modelling the impact of river morphology on nitrogen retention—A case study of the Weisse Elster River (Germany), **Ecological Modelling** 211 (2008) 224–232.

XIE Y.L., LI Y.P., HUANG G.H., LI Y.F., CHEN L.R. An inexact chance-constrained programming model for water quality management in Binhai New Area of Tianjin, China. **Science of the Total Environment** 409 (2011) 1757–1773.

YOUNG P.C., WALLIS S.J. **Solute transport and dispersion in channels**. In: Beven KJ, Kirby MJ, editors. Channel Networks. Chichester: Wiley; 1994. p. 129–73.

ZADEH, L. A., **Fuzzy Sets – Information and Control**, vol. 8 (338-353), 1965.