



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ - UFC
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA - CAEN
MESTRADO PROFISSIONAL EM ECONOMIA - MPE**

FRANCISCO ROGÉRIO GOMES CRUZ

**MODELAGEM CONDICIONAL ESPECÍFICA DA GESTÃO DE
RISCO DE MERCADO NOS BRIC**

FORTALEZA

2013

FRANCISCO ROGÉRIO GOMES CRUZ

**MODELAGEM CONDICIONAL ESPECÍFICA DA GESTÃO DE
RISCO DE MERCADO NOS BRIC**

Dissertação submetida à Coordenação do Curso de Pós-Graduação em Economia – Mestrado Profissional – da Universidade Federal do Ceará - UFC, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Economia. Área de Concentração: Finanças e Seguros.

Orientador: Prof. Dr. Paulo Rogério Faustino Matos

FORTALEZA

2013

FRANCISCO ROGÉRIO GOMES CRUZ

**MODELAGEM CONDICIONAL ESPECÍFICA DA GESTÃO DE
RISCO DE MERCADO NOS BRIC**

Dissertação submetida à Coordenação do Curso de Pós-Graduação em Economia – Mestrado Profissional – da Universidade Federal do Ceará - UFC, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Economia. Área de Concentração: Finanças e Seguros.

Aprovada em: **18 de janeiro de 2013**

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Paulo Rogério Faustino Matos (Orientador)
Universidade Federal do Ceará - UFC

Prof. Dr. Fabrício Carneiro Linhares
Universidade Federal do Ceará - UFC

Prof. Dr. Heber José de Moura
Universidade de Fortaleza - UNIFOR

Profa. Ms. Alana Katielli Nogueira Azevedo
Universidade Federal do Ceará - UFC

RESUMO

As economias emergentes que compõem os BRIC, apesar de serem caracterizadas por heterogeneidades marcantes em termos econômicos, sociais e políticos, apresentam evidências empíricas sobre convergência parcial e integração financeira. Neste sentido, este trabalho agrega a discussão sobre gestão de risco dos principais índices de mercado dos BRIC através do *Value at Risk*, em sua versão paramétrica gaussiana incondicional e extensões que acomodam as violações sobre a não normalidade e a heterocedasticidade dos retornos diários. Corroborando estudos específicos para cada economia, Jianshe (2007) para o mercado chinês, Karmakar (2005) para o indiano e Thupayagale (2010) para o russo, evidencia-se ser necessário adaptar o arcabouço visando modelar a idiossincrasia estatística da série temporal dos índices, recorrendo a valores críticos associados à distribuição de probabilidade mais adequada, além da modelagem da evolução condicional do risco. O trabalho ainda oferece uma métrica dinâmica de *performance* risco-retorno dos índices sob a ótica dos investidores locais.

Palavras-chave: BRIC. *Value at Risk*. Volatilidade condicional. Normalidade. Gráficos de Balzer.

ABSTRACT

Although the bloc labeled BRIC is composed of emerging economies characterized by heterogeneity in economic, social and political aspects, there are empirical evidences about the convergence and partial financial integration. In this sense, we address the risk management of most relevant BRIC market indices through Value at Risk approach, based on a parametric Gaussian and unconditional version, and also extending it intending to accommodate violations of heteroscedasticity and non-normality of daily returns. Corroborating previous and specific evidences, as Jianshe (2007) for the Chinese market, Karmakar (2005) for the Indian and Thupayagale (2010) for Russian, we are able to show that it is necessary to adapt the canonical framework, because of the statistical idiosyncrasies of time series, using the critical values related to the best fitting probability distribution, and modeling the evolution of the conditional risk. We also provide a dynamic measure of risk-return performance of theses indices from the perspective of local investors.

Keywords: BRIC. *Value at Risk*. Conditional volatility. Normal distribution. Balzer graphs.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Evolução do retorno diário acumulado das bolsas de valores dos países componentes dos BRIC.....	25
Figura 2 - Evolução dos retornos líquidos nominais das bolsas de valores dos países componentes dos BRIC.....	27
Figura 3 - Distribuição melhor ajustada às séries dos retornos líquidos nominais das bolsas de valores do BRIC.....	29
Figura 4 - BRIC: Volatilidade condicional obtida através dos modelos ARMA-GARCH dos retornos nominais.....	31
Figura 5 - Séries estimadas de VaR Absoluto, a 95% de nível de confiança para 01 dia, sob os métodos Gaussiano Incondicional e ARMA-GARCH, das séries de retornos nominais das bolsas de valores dos BRIC.....	36
Figura 6 - Séries estimadas de VaR Absoluto, a 95% de nível de confiança para 01 dia, sob os métodos <i>Best Fitting</i> Incondicional e <i>Best Fitting</i> Condisional, das séries de retornos nominais das bolsas de valores dos BRIC.....	37
Figura 7 - Séries estimadas de VaR Absoluto, a 99% de nível de confiança para 01 dia, sob os métodos Gaussiano Incondicional e ARMA-GARCH, das séries de retornos nominais das bolsas de valores dos BRIC.....	38
Figura 8 - Séries estimadas de VaR Absoluto, a 99% de nível de confiança para 01 dia, sob os métodos <i>Best Fitting</i> Incondicional e <i>Best Fitting</i> Condisional, das séries de retornos nominais das bolsas de valores dos BRIC.....	39
Figura 9 - Gráficos de Balzer relativos aos índices das bolsas de valores dos BRIC tomados dois a dois.....	44

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Valor esperado de exceções.....	21
Tabela 2 - Descrição dos índices das bolsas de valores dos países BRIC.....	24
Tabela 3 - Estatísticas descritivas dos retornos dos índices transacionados nas bolsas de valores dos países componentes dos BRIC.....	26
Tabela 4 - Ranking das distribuições das séries dos retornos dos índices das bolsas de valores dos BRIC.....	28
Tabela 5 - Melhor distribuição das séries dos retornos dos índices das bolsas de valores dos BRIC.....	28
Tabela 6 - Modelos ARMA estimados para as séries dos retornos dos índices das bolsas de valores dos BRIC e testes de autocorrelação serial...	30
Tabela 7 - Homocedasticidade nos modelos ARMA dos retornos dos índices transacionados nas bolsas de valores dos BRIC.....	31
Tabela 8 - BRIC: Estimação dos modelos ARMA-GARCH.....	33
Tabela 9 - Homocedasticidade nos modelos ARMA-GARCH dos retornos dos índices transacionados nas bolsas de valores dos países componentes dos BRIC.....	34
Tabela 10 - <i>Backtesting</i> das séries diárias estimadas de VaR, com 95 e 99% de confiança, dos retornos dos índices das bolsas de valores dos BRIC.....	42

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	8
2	METODOLOGIA.....	12
2.1	Value at Risk (VaR) tradicional: mundo gaussiano.....	12
2.2	A melhor distribuição de probabilidade.....	13
2.3	Modelagem VaR segundo um ARMA-GARCH.....	15
2.3.1	O arcabouço ARMA.....	16
2.3.2	O arcabouço GARCH.....	17
2.3.3	O arcabouço ARMA-GARCH.....	18
2.4	Backtesting.....	19
2.5	Gráficos de Balzer.....	21
3	EXERCÍCIO EMPÍRICO.....	23
3.1	Base de dados e estatísticas descritivas.....	23
3.2	Modelos Best Fitting.....	28
3.3	Modelos ARMA-GARCH.....	30
3.4	Estimação do VaR e Backtesting.....	34
3.5	Gráficos de Balzer.....	44
4	CONCLUSÃO.....	47
	REFERÊNCIAS.....	48

1 INTRODUÇÃO

Em 2001, Jim O'Neill, economista chefe do Goldman Sachs, sugeriu no estudo “*Building Better Global Economic BRICs*”, o acrônimo BRIC referindo-se a um grupo informal de economias emergentes: Brasil, Rússia, Índia e China, sob o argumento de que apresentavam características similares em termos de crescimento do Produto Interno Bruto (PIB). Na época, este bloco ocupava $\frac{1}{4}$ do território mundial, onde residia mais de 40% da população, possuindo um *market share* do PIB mundial superior a 23%, sob a paridade do poder de compra, sendo liderado pela China com uma participação de 12,6%. Segundo as previsões de Jim O'Neill, em 10 anos esta participação seria de 27%, fazendo-o acreditar que os BRIC apresentavam condições de assumir um papel de destaque na economia global, a ponto de suas políticas monetária e fiscal impactarem as decisões no mundo.

Uma década após a criação, os padrões aparentemente similares da evolução temporal das séries das taxas de crescimento, com a China e o Brasil representando os limites superior e inferior durante o período de 2001 a 2010, e os elevados valores das taxas de crescimento do PIB, principalmente da China e da Índia, 10,5% e 7,5% ao ano, respectivamente, atraíram a atenção de pesquisadores, *policy makers* e mercados financeiros em relação a este bloco, o qual, em 2009, organizou-se formalmente em um grupo econômico, e em 2011 passou a ser composto também pela África do Sul, em uma decisão proposta pelos chineses e considerada de caráter essencialmente político, já que economicamente, as capacidades sul-africanas não qualificam o país para entrar no grupo.¹

A evolução do tempo, no entanto, permitiu evidenciar que as semelhanças entre estes países não eram consensuais em outras áreas. Segundo indicadores do Relatório de Desenvolvimento Humano do Programa das Nações Unidas para o Desenvolvimento (PNUD), nos anos de 2010 e 2011, a Rússia possui PIB per capita de \$18,9 mil, seis vezes superior ao indiano. Quando comparados em termos absolutos, a economia chinesa possui um tamanho bastante superior a todas as demais com mais de três vezes o PIB brasileiro de \$1,6 trilhões, patamar próximo ao indiano e russo. Ainda em termos econômicos, as aberturas comerciais da China

¹ Segundo a publicação “*BRICS Monitor*” de 25/04/2011, a África do Sul possui um PIB de \$350 bilhões equivalente a $\frac{1}{5}$ do PIB indiano, país menos rico do bloco e uma população de 50 milhões de pessoas, cerca de $\frac{1}{3}$ da população russa, a menos populosa dos BRIC.

e da Rússia superam em quase três vezes a observada para o Brasil, com destaque para 24,3% do PIB russo oriundo da exportação e 20,1% do PIB chinês associado à importação. Essa supremacia macroeconômica russa e chinesa se mantém quando observadas variáveis de capital humano, elemento essencial nos arcabouços de desenvolvimento.

A heterogeneidade permanece sob um prisma social, com destaque para a amplitude do Índice de Desenvolvimento Humano (IDH) da Rússia, 0,72, e da Índia, 0,52, de forma que estas ocupem o 65º e 119º lugares no ranking mundial, respectivamente, mesmo com a economia indiana tendo apresentado o maior nível de crescimento do IDH entre 2000 e 2010, 1,7% ao ano. A economia brasileira aparece como a mais desigual de todas elas, como Coeficiente de Gini de 55,0, sendo juntamente com a Índia, líder em termos de parcela da população abaixo da linha de pobreza, com mais de 20% em ambas, níveis muito superiores aos observados na China, com menos de 3% da população considerada pobre, por exemplo. Estas economias com os piores indicadores sociais possuem maiores níveis de democracia, quando comparados à Rússia e principalmente à China.

Por fim, em termos financeiros, a China possui reservas internacionais da ordem \$2,4 trilhões, equivalente a 48,3% do respectivo PIB, enquanto a reserva russa, segunda maior dentre os BRIC, é inferior a \$420 bilhões. A Rússia e a Índia apresentam os maiores percentuais do PIB em termos de investimento estrangeiro direto.

Neste contexto complexo, este trabalho se agrega à literatura da teoria de carteia sob a ótica do investidor local, ao oferecer *insights* sobre os padrões de risco característicos dos principais índices de mercado deste grupo criado a partir de uma sugestão de acrônimo cujas trajetórias de crescimento ditas similares possuem fundamentos distintos: no Brasil, há a exportação de matérias primas, em grande parte importadas pela China, a qual exporta manufaturados, enquanto a Índia tem seu PIB associado à exportação de pedras preciosas e serviços, e a Rússia, assim como o Brasil, exporta *commodities*, porém, com maior ênfase em petróleo e gás.²

Em suma, por um lado, Bell (2011) argumenta que onze anos após o surgimento, aspectos comuns permanecem sendo barreiras ao desenvolvimento do bloco, integrados a questões tributárias, burocracia, ineficiência governamental,

² Fonte: International Monetary Fund & BRICS Joint Statistical Publication, 2011.

corrupção e inflação. Porém, por outro lado, parece inquestionável o relevante papel desempenhado por estas economias, principalmente em momentos de turbulência econômica e financeira, como argumentado em Didier, Love e Pería (2010).

Neste cenário, deveriam os investidores enxergar nestas economias oportunidades de bons investimentos?

Visando abordar este aspecto de forma mais específica, este trabalho mensura o risco de mercado dos BRIC a partir da técnica *Value at Risk* (VaR) aplicada à série diária, de janeiro de 2006 a dezembro de 2011, de retornos nominais dos índices das principais bolsas de valores destes países: i) IBOVESPA (Índice da Bolsa de Valores de São Paulo, Brasil); ii) SSE (*Shanghai Stock Exchange Composite Index*, China); iii) SENSEX-30 (BSE *India SENSEX-30 Index*, Índia); e iv) RTS (*Russian Trading System Index*, Rússia).

Metodologicamente, Jorion (2010) argumenta sobre a conveniência da hipótese sobre a distribuição paramétrica normal. No entanto, uma vez que as séries de retorno analisadas violam fortemente as hipóteses de normalidade e de homocedasticidade, propõe-se aqui o uso da tradicional fórmula gaussiana paramétrica do VaR, e de extensões, incorporando-se o valor crítico associado à distribuição de probabilidade com melhor *fitting* e levando-se em consideração o *cluster* de volatilidade, ao inserir a série temporal de volatilidade condicional obtida a partir da melhor especificação de especificações parcimoniosas do arcabouço *Autoregressive Moving Average – Generalized Autoregressive Conditional Heterocedasticity* (ARMA-GARCH).

Na sequência, são realizadas previsões um passo a frente *in-sample* para cada uma das séries, com base em cada uma das especificações de VaR aqui analisadas, de forma que sejam comparadas entre si através dos métodos de *backtesting*: Kupiec (1995) e Christoffersen (1998). Este tipo de abordagem segue as críticas e sugestões de Costa (1999), Gourieroux e Jasiak (2001) e Morettin (2008). Por fim, analisa-se a *performance* dos índices seguindo os Gráficos de Balzer, porém considerando o arcabouço de modelagem de risco VaR mais bem especificado, segundo o *backtesting*, em vez do desvio-padrão, sendo possível inferir sobre oferecer melhores oportunidades de investimentos nos mercados acionários dos BRIC.

Ao estudar estas economias emergentes, este trabalho está alinhado a Santos e Coelho (2010) que inferem sobre a relevância da inclusão de índices dos

BRIC em *portfolios* formados por índices de economias desenvolvidas e a Matos, Oquendo e Trompieri (2013) que estudam o nível de integração financeira do bloco no curto e no longo prazo. Sob um viés macroeconômico dos BRIC, algumas fontes recentes são Albuja *et al.* (2011), que se propõem a analisar setorialmente estas economias, Vries *et al.* (2011) que estudam os padrões de mudança estrutural e aumento da produtividade no BRIC ocorridos desde a década de 1980 e Santana (2012), onde se observa que os investimentos dos BRIC em inovação tecnológica, de 2000 a 2007, implicaram em mudanças positivas no desenvolvimento econômico e social. Kearney (2012) consiste um bom *survey* sobre o bloco.

Ainda mais próximo tecnicamente, tem-se Cassettari (2001) que aplica um algoritmo simplificado para a estimação do VaR usando distribuições hiperbólicas, Galdi e Pereira (2007) que mensuram o VaR de ações da Petrobrás, Moralles e Neto (2010) que calculam o VaR do Ibovespa e de ações brasileiras baseado na distribuição teórica mais ajustada à distribuição empírica do ativo e Barba, Ceretta e Vieira (2011), os quais testam diferentes distribuições de probabilidade na estimação da volatilidade do BRIC e dos EUA, com extensões do modelo GARCH, no período da crise financeira de 2007/2008, concluindo que períodos de oscilação e instabilidade financeira podem influenciar na modelagem de séries financeiras, tendo como possível causa o efeito contágio.

As evidências deste trabalho sugerem, assim como Berkowitz e O'Brien (2002) para o caso de grandes bancos norte-americanos, que as tradicionais receitas de modelagem seguindo um VaR gaussiano e homocedástico dos BRIC não refletem adequadamente o comportamento da volatilidade das respectivas bolsas de valores, sendo fundamental recorrer a formulações específicas para cada índice.

Este trabalho está estruturado de forma que a seção 2 apresenta a metodologia, enquanto o exercício empírico está na terceira seção e as considerações finais estão na seção 4.

2 METODOLOGIA

2.1 Value at Risk (VaR) tradicional: mundo gaussiano

O *Value at Risk* (VaR), proposto inicialmente pelo banco J.P. Morgan na década de 1990, mensura a perda prevista de pior caso a um nível de confiança específica ao longo de certo período de tempo, consistindo em uma medida estatística a qual sintetiza em um único número de simples compreensão diversas formas de riscos, tornando-se uma linguagem comum sobre o risco.³ Duffie e Pan (1997), Laubsch e Ulmer (1999) e Jorion (2010) são excelentes fontes sobre definições, contextos e formulações matemáticas sobre esta métrica de risco.

Basicamente, a formalização se dá através da seguinte relação, simples e intuitiva:

$$P(\text{Perda} > \text{VaR}) = P(W \leq W^*) \leq 1 - c = p = \int_{-\infty}^{W^*} f_W(w|\theta) dw \quad (1)$$

onde, c é o nível de confiança do VaR associado diretamente ao nível de significância p , enquanto W é a variável aleatória em questão, $f_W(w|\theta)$ é a função de distribuição de probabilidade de W , θ é o vetor de parâmetros desta distribuição e W^* o valor crítico relacionado ao pior cenário.

Conforme Manganelli e Engle (2001), as metodologias de estimação do *Value at Risk* dividem-se em três grandes grupos: paramétricas, não paramétricas e semi-paramétricas.

Na linha paramétrica, um elemento essencial nesta simples metodologia é a determinação da verdadeira distribuição de probabilidade incondicional da série. Assim, supondo que a série possua a mesma distribuição e os mesmos parâmetros ao longo do tempo, Jorion (2010) argumenta sobre a conveniência do uso de uma distribuição paramétrica normal ao permitir a conversão para diferentes fatores de confiança. Neste caso, a relação (1) seria implementada através da seguinte relação que expressa o VaR absoluto:

$$\text{VaR} = -W_0 R^* = W_0 (\alpha\sigma\sqrt{\Delta t} - \mu\Delta t) \quad (2)$$

³ Artzner *et al.* (1998) criticou os modelos de VaR por não serem uma medida coerente de risco, ao não atender o princípio da sub-aditividade.

onde W_0 representa o valor inicial, α o valor crítico, σ a volatilidade mensurada pelo desvio padrão, μ a média e Δt o intervalo de tempo ao longo do qual se deseja obter o pior cenário.

Mensurar o VaR para *portfólios* consiste em identificar o retorno crítico, o que é mais adequado neste trabalho, pois o VaR de cada índice de mercado não será expresso em valores monetários de cada um dos países componentes dos BRIC, mas em função das séries de retornos, viabilizando a comparação dos resultados obtidos.

Seguindo a relação (2), para o cálculo do primeiro VaR aqui utilizado, o VaR Gaussiano Incondicional, será utilizada como distribuição de probabilidade das séries a distribuição normal e a média e volatilidade fixas no tempo. Este será o VaR *benchmark*, o qual será refinado ao se incorporar a volatilidade condicional variável no tempo e o alfa crítico associado à distribuição de probabilidade que tem o melhor *fitting* do retorno do índice.

2.2 A melhor distribuição de probabilidade

Segundo De La Rocque (1997), a principal vantagem de usar o VaR é que ele permite integrar, em uma única medida numérica, o risco total da carteira de ativos sob análise, agregando no cálculo todos os ativos e passivos e permitindo a comparação e a integração dos riscos de diferentes classes de ativos, como ações e renda fixa, por exemplo. Esta métrica, no entanto, se calculada sob premissas que não sejam evidenciadas, pode gerar resultados pouco confiáveis ou inadequados, pondo em risco sua vantagem.

Para as séries de retornos, conforme Gouriéroux e Jasiak (2001), as várias e robustas evidências sugerem que as distribuições possuam caudas pesadas, costumando admitir valores extremos, aspecto corroborado por Morettin (2008) ao observar que as séries de retorno são leptocúrticas.⁴

Costa (1999) argumenta que essa distorção da realidade quando do uso do modelo gaussiano clássico determinou vias diferentes de busca de soluções mais pragmáticas. Em uma primeira linha de pesquisa, tem-se procurado encontrar uma distribuição que se ajuste melhor ao comportamento das séries de retorno. Em outra,

⁴ A partir dos anos 1960, as análises empíricas apontaram a não normalidade da distribuição de retornos financeiros reais. Ver Mandelbrot (1963) e Fama (1965).

tem-se buscado incorporar um caráter dinâmico aos modelos no sentido de que, qualquer que seja a distribuição escolhida, o seu comportamento se adapte em cada instante à realidade do mercado.

Seguindo a primeira linha, vários estudos abordaram a busca de uma distribuição que melhor representasse as variáveis de mercado não gaussianas no cálculo do *Value at Risk*. Hull e White (1997) propõem variáveis multivariadas normais, derivadas de uma transformação funcional das variáveis de mercados não normais, enquanto Venkataraman (1997) propõe um VaR com uma mistura de distribuições normais.

Mais recentemente, Barra (2004) calcula um VaR utilizando uma distribuição herdada de terceira ordem multivariada. Já Liu (2010) sugere a aplicação de *L*-momentos propostos por Hosking (1990) e Lien *et al.* (2012) compararam empiricamente três métodos de escolha da distribuição por aproximação sugeridos na literatura: Cornish-Fisher (1937), Sillitto (1969) e Liu (2010).

Aqui, propõe-se uma solução simples visando acomodar os efeitos da hipótese de gaussianidade. Inicialmente, testa-se a hipótese nula de normalidade das séries segundo Jarque e Bera (1980, 1981).

Havendo rejeição, sugere-se fazer o uso da distribuição que obtenha melhor lugar no ranking de *fitting*. Aferir a qualidade do ajustamento de uma distribuição de probabilidade teórica a uma distribuição empírica é um problema bastante comum em estatística e existem diversos métodos de se verificar a qualidade desse ajustamento. No presente estudo, é importante se ter um bom ajustamento em relação às caudas das distribuições, justificando o uso do teste de aderência proposto por Anderson e Darling (1952). A partir desta distribuição, a qual se assume ser constante ao longo do tempo para o retorno do índice em questão, obtém-se o novo alfa crítico associado ao nível de confiança sugerido.⁵ Este arcabouço aqui proposto passa a ser chamado de VaR *Best Fitting Incondicional*.

O procedimento de Anderson-Darling (AD) é um teste geral para comparar o ajuste de uma função de distribuição cumulativa observada a uma função de distribuição cumulativa esperada. Praise (1999) usa este teste para

⁵ Além do teste aqui usado e do teste sugerido em Kolmogorov (1933) e Smirnov (1948), outros exemplos de testes de ajuste existentes na literatura são Shapiro e Wilk (1965) e Shapiro e Francia (1972), para distribuições contínuas e Qui-quadrado para distribuições discretas.

avaliar qual distribuição teórica se encaixa melhor aos dados de bancos alemães, enquanto Brito e Neto (2007) o utilizam para encontrar as distribuições de probabilidade que melhor se ajustam aos índices de segmentos do mercado de crédito brasileiro. O teste AD é uma modificação do teste de Kolmogorov-Smirnov (KS) que visa obter a máxima discrepância entre as funções distribuição de probabilidade teórica e empírica, enquanto o teste KS considera as discrepâncias em todo o domínio da função distribuição de probabilidade e dá mais peso às caudas. Além disso, o teste AD é mais sensível que o teste KS, porém com a desvantagem de que os valores críticos são dependentes da distribuição teórica do teste.

A estatística do teste AD tem a hipótese nula de que os dados seguem a distribuição especificada, e, para um conjunto de amostras crescentemente ordenado é definida como:

$$AD = -n - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (2i - 1) \cdot [\ln F(X_i) + \ln(1 - F(X_{n-i+1}))] \quad (3)$$

2.3 Modelagem VaR segundo um ARMA-GARCH

Visando abordar a segunda linha de extensão do VaR, a crescente importância desempenhada por considerações de risco e incerteza na teoria econômica moderna exigiu o desenvolvimento de novas técnicas econométricas de séries temporais que permitissem a modelagem das variâncias e covariâncias variáveis no tempo. Diante disso, Engle (1982) introduz o modelo ARCH (*Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*), que leva em consideração o fato da variância condicional mudar ao longo do tempo. Bollerslev (1986) apresenta a primeira, e mais expressiva, extensão do modelo ARCH: o modelo GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*). Após, surgiram várias extensões, que podem ser vistas em Bollerslev (2007).

Engle (2001) apresenta uma introdução do uso de modelos GARCH nos arcabouço de *Value at Risk*. Neste contexto, Berkowitz e O'Brien (2002) avaliam os modelos de VaR de grandes bancos norte-americanos comparando-os aos VaRs mensurados com modelos ARMA-GARCH de volatilidade condicional, concluindo que os VaR dos bancos analisados não refletem adequadamente as mudanças na volatilidade. Jánský e Rippel (2011) fazem previsões do *Value at Risk* de seis índices

acionários mundiais com modelos ARMA-GARCH, sugerindo que a inclusão de modelos ARMA na média condicional não melhoram os modelos de VaR analisados. Bhattacharyya e Madhav (2012) elaboram diferentes modelos de mensuração do VaR com modelos ARMA(1,1)-GARCH(1,1), considerando os resíduos padronizados seguindo alternativamente as distribuições Pearson Tipo IV, Jonhson SU, Exponencial de Manly de transformação, normal e *t* de Student.

No Brasil, Souza-Sobrinho (2001) estima a volatilidade do IBOVESPA com modelos da família GARCH, utilizando-se do VaR como aplicação prática, enquanto Galdi e Pereira (2007) mensuram o VaR de ações da Petrobrás utilizando um modelo ARMA-GARCH para a volatilidade e compara-o com o VaR com a volatilidade estimada através de modelos EWMA e Volatilidade Estocástica.⁶ Já Silva *et al.* (2010) calculam o VaR de uma carteira composta por índices de ações das bolsas do Brasil, México e Argentina usando modelos GARCH.

2.3.1 O arcabouço ARMA

Aspecto comum a algumas destas formulações, a formalização estatística dos modelos ARMA deriva da combinação de componentes também designados “filtros”: o componente Auto-Regressivo (AR) e o componente de Médias Móveis (MA). Em suma, tem-se que em Processos Auto-Regressivos, AR(*m*), o valor da variável dependente no período *t* depende de seu valor nos períodos anteriores e de um choque ou distúrbio aleatório no período, enquanto no Processo de Médias Móveis, MA(*n*), o valor de *y* em *t* é igual a uma constante mais uma média móvel dos termos de erro presentes e passados. Assim, em um Processo Auto-regressivo e de Médias Móveis, ARMA(*m,n*), a variável dependente no período *t* tem características tanto de AR quanto de MA, sendo representada por:

$$y_t = \phi_0 + \phi_1 y_{t-1} + \dots + \phi_m y_{t-m} + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \theta_n \varepsilon_{t-n} \quad (4)$$

onde ϕ_1, \dots, ϕ_m e $\theta_1, \dots, \theta_n$ são parâmetros, $\phi_m \neq 0$, $\theta_n \neq 0$ e $\varepsilon_t \sim RB(0, \sigma^2)$.

⁶ O termo EWMA corresponde a *Exponential Weighted Moving Average*, método sugerido pelo *Risk Metrics*. Para mais detalhes ver Laubsch e Ulmer (1999). Já sobre o modelo de volatilidade estocástica, ver Taylor (1980, 1986).

2.3.2 O arcabouço GARCH

Diante da necessidade de modelagem da variância ao longo do tempo, σ_t^2 , Engle (1982) sugere uma variância condicional heterocedástica como função linear do quadrado das inovações passadas.

Assumindo-se que o termo de erro (ε_t) segue uma Normal e que ψ_{t-1} é o conjunto de suas informações passadas, o modelo ARCH(p) de Engle (1982) é definido por:

$$y_t = \varepsilon_t \quad (5)$$

$$\varepsilon_t = v_t \sigma_t v_t \sim RB(0, \sigma^2) \quad (6)$$

$$\varepsilon_t / \psi_{t-1} \sim N(0, \sigma_t^2) \quad (7)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 \quad (8)$$

com $\alpha_0 > 0, \alpha_i \geq 0, \forall i = 1, \dots, p$.

No modelo GARCH(p,q), à representação auto-regressiva dos valores ao quadrado do modelo ARCH é acrescida uma especificação autorregressiva de média móvel (ARMA) que demonstra as variâncias condicionais defasadas. O processo GARCH(p,q) é definido por:

$$\varepsilon_t / \psi_{t-1} \sim N(0, \sigma_t^2) \quad (9)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (10)$$

com $p \geq 0, q > 0, \alpha_0 > 0, \alpha_i \geq 0, \beta_j \geq 0, \text{ e } 0 \leq \sum \alpha_i + \sum \beta_j < 1, \forall i = 1, \dots, q, p$.

A soma dos parâmetros é chamada de *persistência* – taxa que reflete como o impacto de um choque no retorno hoje se propaga ao longo do tempo sobre a volatilidade dos retornos futuros – e, para que o modelo seja estacionário, o resultado deve ser menor que um.

Jorion (2010) enuncia que “[...] a beleza dessa especificação está no fato de fornecer um modelo parcimonioso com poucos parâmetros, que parece se adequar muito bem aos dados”. E, esse mesmo autor diz: “Os modelos GARCH tornaram-se a base das análises de séries temporais dos mercados financeiros, que

demonstram sistematicamente períodos de ‘agrupamento’ de volatilidade.” Esse fenômeno (em inglês, *volatility clustering*) apresenta a característica de que altas (baixas) volatilidades são geralmente seguidas por altas (baixas) volatilidades.

No modelo GARCH(p,q) o primeiro número se refere à defasagem no componente de média móvel do modelo (termo ARCH) e o segundo se refere ao número de defasagens dos termos autorregressivos (termo GARCH). Esta especificação é frequentemente interpretada em um contexto financeiro, onde, num GARCH(1,1), por exemplo, um operador prevê a variância do período através da formação da média ponderada de uma média de longo prazo (a constante), a variação prevista do último período (o termo ARCH), e informações sobre volatilidade observada no período anterior (o termo GARCH). Independente das defasagens, para especificação dos modelos GARCH, é necessário que se assuma a distribuição condicional dos termos de erro ε_t , havendo três distribuições normalmente usadas: Normal, *t* de *Student* e Distribuição dos Erros Generalizados (GED). Devido a essa suposição de distribuição, os modelos GARCH são tipicamente estimados pela maximização da função de verossimilhança, envolvendo otimização numérica. Dessa forma, o presente trabalho faz uso das estimações do modelo GARCH considerando os métodos da máxima verossimilhança baseada na distribuição gaussiana.⁷

2.3.3 O arcabouço ARMA-GARCH

O último passo é a combinação de modelos ARMA e GARCH, pois algumas séries de retornos exibem a presença de auto-correlação, havendo a necessidade de eliminá-la por meio do ajuste inicial de um modelo linear. Conforme Tsay (2010), o modelo ARMA modela a média condicional dos retornos, e os resíduos desse modelo seguem um GARCH, conforme as relações:

$$y_t = \phi_0 + \sum_{i=1}^m \phi_i y_{t-i} + \varepsilon_t - \sum_{j=1}^n \theta_j \varepsilon_{t-j} \quad (11)$$

$$\varepsilon_t = v_t \sigma_t \quad (12)$$

⁷ Por exemplo, em um modelo GARCH(1,1) com termos de erro seguindo uma Normal, a contribuição da log-verossimilhança para a observação em t é $L_t = -\frac{1}{2} \log(2\pi) - \frac{1}{2} \log \sigma_t^2 - \frac{1}{2} (y_t - x_t \beta)^2 / \sigma_t^2$.

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (13)$$

Escolhendo $\varepsilon_t \sim N(0, 1)$ e tomando-se $\hat{y}_t(1)$ e $\hat{\sigma}_t^2(1)$ como as previsões a um passo da média e da variância respectivamente, têm-se o seguinte:

$$y_{t+1} / \psi_t \sim N(\hat{y}_t(1), \hat{\sigma}_t^2(1)) \quad (14)$$

$$\hat{y}_t(1) = \phi_0 + \sum_{i=1}^m \phi_i y_{t+1-i} + \varepsilon_t - \sum_{j=1}^n \theta_j \varepsilon_{t+1-j} \quad (15)$$

$$\hat{\sigma}_t^2(1) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t+1-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t+1-j}^2 \quad (16)$$

Assim, o VaR ARMA-GARCH e o VaR *Best Fitting* Condisional, o qual incorpora a volatilidade condicional associada ao valor crítico associado à distribuição com melhor *fitting*, serão calculados da seguinte maneira, conforme visto em Berkowitz e O'Brien (2002) e Galdi e Pereira (2007):

$$VaR = \hat{y}_t(1) - \alpha \hat{\sigma}_t(1) \quad (17)$$

onde α dependente da distribuição de probabilidade usada e do nível de confiança do VaR. Tanto para os modelos ARMA quanto ARMA-GARCH, será utilizado como critério de seleção do melhor modelo, o Critério de Informação de Akaike (AIC), tendo como primeiro critério de desempate o Critério de Informação de Schwarz (SIC), e como segundo a parcimônia, além de que serão verificadas as estatísticas t e F e as restrições dos modelos.⁸

2.4 Backtesting

Segundo Jorion (2010), os modelos de VAR são úteis unicamente quando conseguem prever o risco de forma razoável. Por isso, a aplicação desses métodos deve ser sempre acompanhada de um processo de validação. Um desses processos é o *backtesting*, procedimento estatístico formal para comparar as perdas observadas com as perdas previstas pelo VaR para um determinado período. O método mais simplificado de *backtesting* é a taxa de exceções, que corresponde ao

⁸ Tsay (2010) afirma que não existe evidência que sugira que se comparando o AIC com o SIC, exista uma abordagem superando a outra em uma aplicação real. Informação substantiva do problema em estudo e simplicidade são dois fatores que desempenham também um papel importante na escolha de um modelo para uma série de tempo dado.

quociente do número de violações do VaR (N) pelo total de observações (T). Kupiec (1995) criou regiões de confiança de aproximadamente 95% de nível de confiança para esse teste, sendo essas regiões definidas pela seguinte razão de log-verossimilhança:

$$LR_{uc} = -2 \ln[(1-p)^{T-N} p^N] + 2 \ln[[1 - (N/T)]^{T-N} (N/T)^N] \quad (18)$$

Esta razão que possui distribuição assintótica qui-quadrada com um grau de liberdade $X^2(1)$, sob a hipótese nula de que p (nível de significância do VaR) é a probabilidade verdadeira. Portanto, rejeita-se a hipótese nula se $LR_{uc} > 3,84$. Esse teste também é conhecido como teste de cobertura incondicional. O teste de Kupiec é um método amplamente utilizado e pioneiro em avaliação de modelos de VaR. No entanto, possui um baixo poder de teste e considera apenas a frequência de perdas e não o momento em que elas ocorrem.⁹ Como resultado, pode deixar de rejeitar um modelo que produz exceções em *cluster* (agrupamento). Assim, o *backtesting* não deve depender unicamente dos testes de cobertura incondicional, segundo Campbell (2005).

Christoffersen (1998) propõe um teste de cobertura condicional ou independência, que estende a estatística de Kupiec examinando a probabilidade de uma exceção em qualquer dia depender do resultado do dia anterior. A estatística do teste é:

$$LR_{ind} = -2 \ln[(1-\pi)^{(T_{00}-T_{10})} \pi^{(T_{01}-T_{11})}] + 2 \ln[1 - \pi_0]^{T_{00}} \pi_0^{T_{01}} (1 - \pi_1)^{T_{10}} \pi_1^{T_{11}} \quad (19)$$

Esta estatística possui distribuição assintótica qui-quadrada com um grau de liberdade $X^2(1)$. Portanto, rejeita-se a hipótese nula se $LR_{ind} > 3,84$. O teste é efetuado em primeiro lugar, definindo uma variável indicadora que recebe um valor de 1 se o VaR é excedido e o valor de 0 se o VaR não é ultrapassado ($T_i = 1 \text{ ou } 0$). Depois, define-se o T_{ij} como o número de dias em que o estado j aconteceu após o estado do dia anterior ter sido i e π_i como a probabilidade de observar uma exceção condicional ao estado i previamente registrado.

Na **Tabela 1** segue um exemplo de uma tabela de exceções condicionais.

⁹ Mais detalhes em Gaglianone (2007) e Pena *et al.* (2007).

Tabela 1 – Valor esperado de exceções

	Condisional (Dia anterior)		Incondicional
	Sem exceção	Com exceção	
Dia atual			
Sem exceção	$T_{00} = T_0(1 - \pi_0)$	$T_{10} = T_1(1 - \pi_1)$	$T(1 - \pi)$
Com exceção	$T_{01} = T_0(\pi_0)$	$T_{11} = T_1(\pi_1)$	$T(\pi)$
Total	T_0	T_1	$T = T_0 + T_1$

Fonte: Jorion (2010).

Outro teste surge com a junção destes dois testes, resultando em um teste conjunto de cobertura incondicional e condicional, que possui a seguinte estatística:

$$LR_{cc} = LR_{uc} + LR_{ind} \quad (20)$$

que possui distribuição assintótica qui-quadrada com dois graus de liberdade $\chi^2(2)$. Portanto, rejeita-se a hipótese nula se $LR_{cc} > 5,99$. Estes serão os testes usados aqui neste trabalho, mas existem na literatura outros tipos de *backtesting* como o teste estabelecido pelo Comitê de Basileia, visto em *Basle Committee of Banking Supervision* (1996), um teste para múltiplos níveis de VaR contido em Crnkovic e Drachman (1997), a Função de Perda proposta por Lopez (1998), o teste misto de Kupiec proposto por Haas (2001) e o *backtesting* através de Regressão Quantílica recomendado por Gaglianone (2007).

2.5 Gráficos de Balzer

Após obter as séries de VaRs dos índices em estudo, e de se ter comparado as diferentes técnicas estimadas para cada índice entre si, é interessante comparar os desempenhos dos mercados acionários dos países integrantes do BRIC entre si em busca de informações que possam auxiliar na tomada de decisão de investidores locais. Assim, complementando as estatísticas apresentadas na **Tabela 3**, faz-se uso de uma extensão do Gráfico de Balzer, no qual o risco é mensurado pelo VaR mais bem especificado em vez do desvio padrão.

O Gráfico de Balzer reproduz o desenvolvimento temporal do retorno e risco de um investimento em comparação a um *benchmark* (concorrente, índice de mercado, etc.). Segundo Moretti (2004), o investidor procura sempre, simultaneamente, maximizar sua diferença de retorno e minimizar sua diferença de risco em relação ao retorno/risco do *benchmark/concorrente* utilizado. Diferente de outras métricas de *performance*, como a Razão de Sharpe, o Gráfico de Balzer não apresenta nenhuma limitação em seu uso.

Nos Gráficos de Balzer, o Eixo das Ordenadas representa a diferença entre o retorno obtido pelo investimento analisado e o retorno obtido pelo seu *benchmark/concorrente* ao longo do período da análise. Para superar a *performance* do *benchmark/concorrente*, a diferença de retornos deve ser preferencialmente positiva. Já o Eixo das Abscissas representa a diferença entre o risco do investimento escolhido e o risco do seu *benchmark* ao longo do período em análise, e para superar a *performance* desse, a diferença entre o risco corrido pelo investidor e seu *benchmark* deve ser preferencialmente negativa.

Neste trabalho, haverá o confrontação dos índices tomados dois a dois, sendo as diferenças tanto de retorno quanto de risco calculadas assim, por exemplo, para o IBOVESPA versus SSE: para determinado dia, toma-se o valor do retorno do IBOVESPA e dele se subtrai o valor de retorno obtido pelo SSE, tendo-se a diferença de retorno desse dia. O mesmo se executa para a diferença de risco. Destaca-se que em nosso estudo, a medida de risco será representada pela série de VaR Best Fitting Condisional a 95% de confiança para um dia, estimada para cada índice estudado, tendo em vista o *backtesting* desta especificação.

3 EXERCÍCIO EMPÍRICO

3.1 Base de dados e estatísticas descritivas

Em razão do interesse em analisar o risco dos principais índices financeiros de cada um dos quatro países que compõem o BRIC, é importante que se tenha uma extensa série temporal dos retornos destes índices. Neste sentido, o mercado financeiro sugere, pelo volume de transação e devido à composição, que os principais índices sejam:

- i) IBOVESPA (Índice da Bolsa de Valores de São Paulo, Brasil);
- ii) SSE (*Shanghai Stock Exchange Composite Index*, China);
- iii) SENSEX-30 (BSE India SENSEX-30 Index, Índia); e
- iv) RTS (*Russian Trading System Index*, Rússia).

Em termos da série temporal, faz-se uso de 1559 observações de retornos diários líquidos nominais desses índices no período de janeiro de 2006 a dezembro de 2011, extraídos da CMA Trade. As características e os códigos dos índices são descritos na **Tabela 2**.

Os índices são distintos em relação à maturidade, sendo o mais tradicional deles o IBOVESPA, que se iniciou em 1968, enquanto o índice RTS é transacionado há aproximadamente dezoito anos. Há distinção também com relação ao arranjo geográfico dos países, dos quais dois são da Ásia, um está localizado na América do Sul e o quarto é europeu. No entanto, uma similaridade entre eles consiste no rebalanceamento do tipo *market-value* ou *capitalization weighted*, em que a cotação da carteira é ponderada conforme seu valor de mercado. Mais relevante que esta composição comum aos índices, em termos de homogeneidade, é a evidência obtida em Penna *et al.* (2013), segundo a qual, para o período de 1998 e 2007, o 1º dos três clubes de convergência é composto por onze índices de bolsas de valores em economias tidas emergentes ou em desenvolvimento, com destaque para a presença de três dos quatro países do BRIC.

Tabela 2 – Descrição dos índices das bolsas de valores dos países BRIC^a

Índice	Código	Cidade/País	Início do índice	Weighting
São Paulo Stock Exchange Index	IBOVESPA	São Paulo/Brasil	1968	MVW
Shangai Stock Exchange Composite Index	SSE	Xangai/China	1991	MVW
Bombay Sensitive 30 Index	SENSEX-30	Bombaim/Índia	1986	MVW
Russia Trading System Stock Exchange Index	RTS	Moscou/Russia	1995	MVW

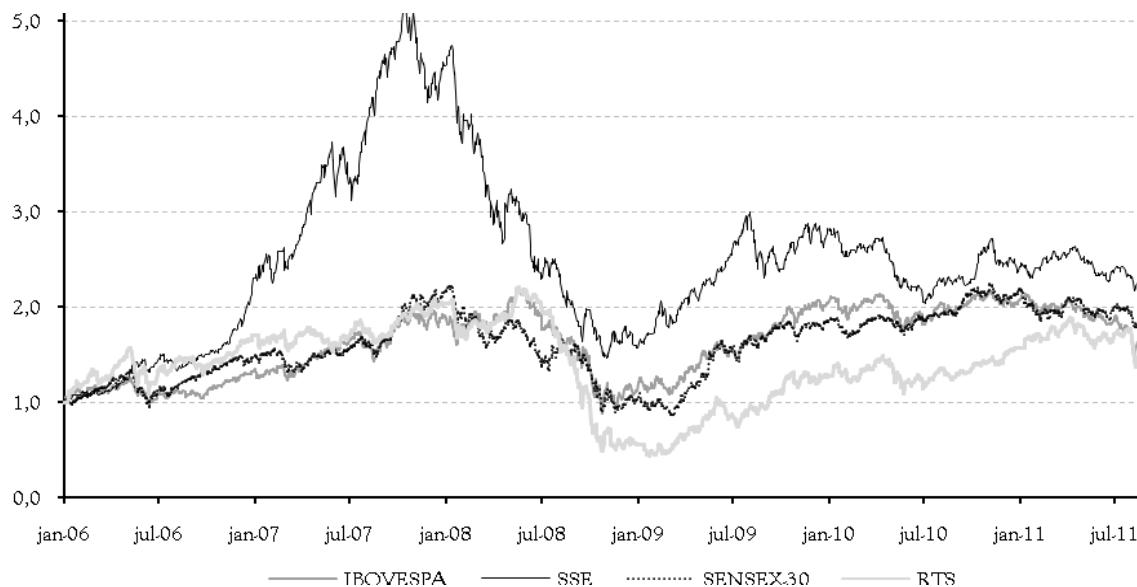
Fonte: CMA Trade

Nota: ^a Pela classificação usual, uma carteira pode ser tal que, sua composição seja *price weighted*, PW, (o preço de cada ativo componente é a única variável relevante na determinação do valor da carteira), *market-value* ou *capitalization weighted*, MVW, (a cotação da carteira é ponderada de acordo com seu valor de mercado), *market-share weighted*, MSW, (a cotação da carteira é ponderada de acordo com sua quantidade de ações emitidas), ou *modified market cap weighted*, MMCW, (uma metodologia híbrida entre *equal weighting* e *capitalization weighting*).

A evolução do retorno acumulado durante o período aqui analisado está na **Figura 1**.

A partir da análise visual do gráfico, destaca-se o índice SSE que exibe um deslocamento distinto dos demais a partir de setembro de 2006, quando passa a auferir maiores ganhos, tendo o ápice no segundo semestre de 2007 apresentando até esse momento ganho bruto acumulado de 524,70% aproximadamente. Nesse mesmo período o IBOVESPA obteve somente 219,41%. Mas, desse período em diante, a partir do segundo semestre de 2007, se iniciaram as perdas do SSE devido à crise do *subprime*. Durante o ano de 2008, o índice russo perdeu quase 72,41% do valor que havia iniciado esse ano, bem superior aos aproximados 40,22% de perda de valor do IBOVESPA. Após a crise, o índice russo se recupera com maior intensidade, obtendo um ganho médio mensal a partir de janeiro de 2009 em torno de 3,30%, enquanto o índice chinês se recupera com um ganho médio de 0,58%. A presença de agrupamentos de volatilidade nas séries diárias de retorno seria esperada, pois as observações dos retornos apresentam vários padrões não-lineares segundo Gourieroux e Jasiak (2001).

Figura 1 – Evolução do retorno diário acumulado das bolsas de valores dos países componentes dos BRIC^a



Fonte: CMA Trade

Nota: ^a Retorno bruto nominal diário acumulado: série temporal de cotação de fechamento – Jan/06 a Dez/11, 1559 observações.

A **Tabela 3** traz as principais estatísticas descritivas dos índices descritos na **Tabela 2**.

Ao longo de todo o período amostral, o índice chinês apresenta ganho líquido acumulado de 89,43%, enquanto o RTS proporciona ganho de apenas 22,77%. O RTS apresenta também os maiores picos positivo e negativo, além da menor média e de ter todas as métricas de risco com valores superiores aos apresentados pelas demais bolsas. O SSE apresenta a maior média, o menor valor mínimo e o maior valor máximo. Por sua vez, o IBOVESPA apresenta o menor *drawdown*, enquanto que o SENSEX-30 apresenta os menores valores para o desvio padrão e para a semivariância.

Todos os índices apresentam assimetria para direita, com exceção do SSE, sendo mais acentuada para o SENSEX-30 e menos acentuada para o RTS.

Todas as bolsas apresentam leptocurtose, pois apresentam curtose maior do que de uma Normal que é 3, com maior magnitude para o índice russo e a menor para o chinês. Estas evidências sugerem, a priori, a não normalidade das séries de retornos dos índices. Neste sentido, visando inferir sobre a gaussianidade com mais propriedade, faz-se uso do teste Jarque-Bera, cujo resultado indica a rejeição da hipótese nula de normalidade para todas as séries, a um nível de 1% de significância.

Para examinar se as séries são estacionárias, foram realizados os testes de raiz unitária de Dickey e Fuller (1979) em sua versão Aumentada e de Ng-Perron sugerido em Perron e Ng (1996). Foi verificado que para todas as séries, a um nível de 1% de confiança, em ambos os testes, a hipótese nula de presença de raiz unitária é rejeitada, o que é esperado para séries de retornos, conforme Morettin (2008).

Tabela 3 – Estatísticas descritivas dos retornos dos índices transacionados nas bolsas de valores dos países componentes dos BRIC^a

MÉTRICAS/BOLSAS	IBOVESPA	SSE	SENSEX-30	RTS	
Métricas associadas ao ganho					
Média	0,053%	0,058%	0,048%	0,044%	
Mínimo	-11,393%	-8,841%	-10,956%	-19,103%	
Máximo	14,656%	9,455%	17,339%	22,390%	
Acumulado	69,380%	89,432%	64,587%	22,767%	
Métricas associadas ao risco					
Desvio padrão	1,963%	1,864%	1,821%	2,492%	
Semivariância	1,388%	1,375%	1,274%	1,800%	
Drawdown	59,962%	71,985%	60,905%	79,975%	
3º e 4º momentos					
Assimetria	0,206	-0,289	0,387	0,043	
Curtose	9,7356	5,973	10,658	14,075	
Normalidade^b					
Jarque-Bera	2.968,311	5.988,079	3.862,141	7.993,944	
Prob.	0,000	0,000	0,000	0,000	
Estacionariedade^c					
Teste em nível (estat. t)	-40,685	-39,950	-37,550	-34,704	
Val. críticos 5% de sign.	-3,413	-3,413	-3,413	-3,413	
Prob.	0,000	0,000	0,000	0,000	
Estacionariedade^d					
Estat. Teste Ng-Perron	MZa MZt MSB MPT	-778,294 -197,268 0,025 0,117	-778,993 -19,734 0,025 0,119	-776,951 -197,093 0,025 0,118	-765,844 -19,567 0,026 0,120
Val. críticos 5% de sign.	MZa MZt MSB MPT	-17,300 -2,910 0,168 5,480	-17,300 -2,910 0,168 5,480	-17,300 -2,910 0,168 5,480	-17,300 -2,910 0,168 5,480

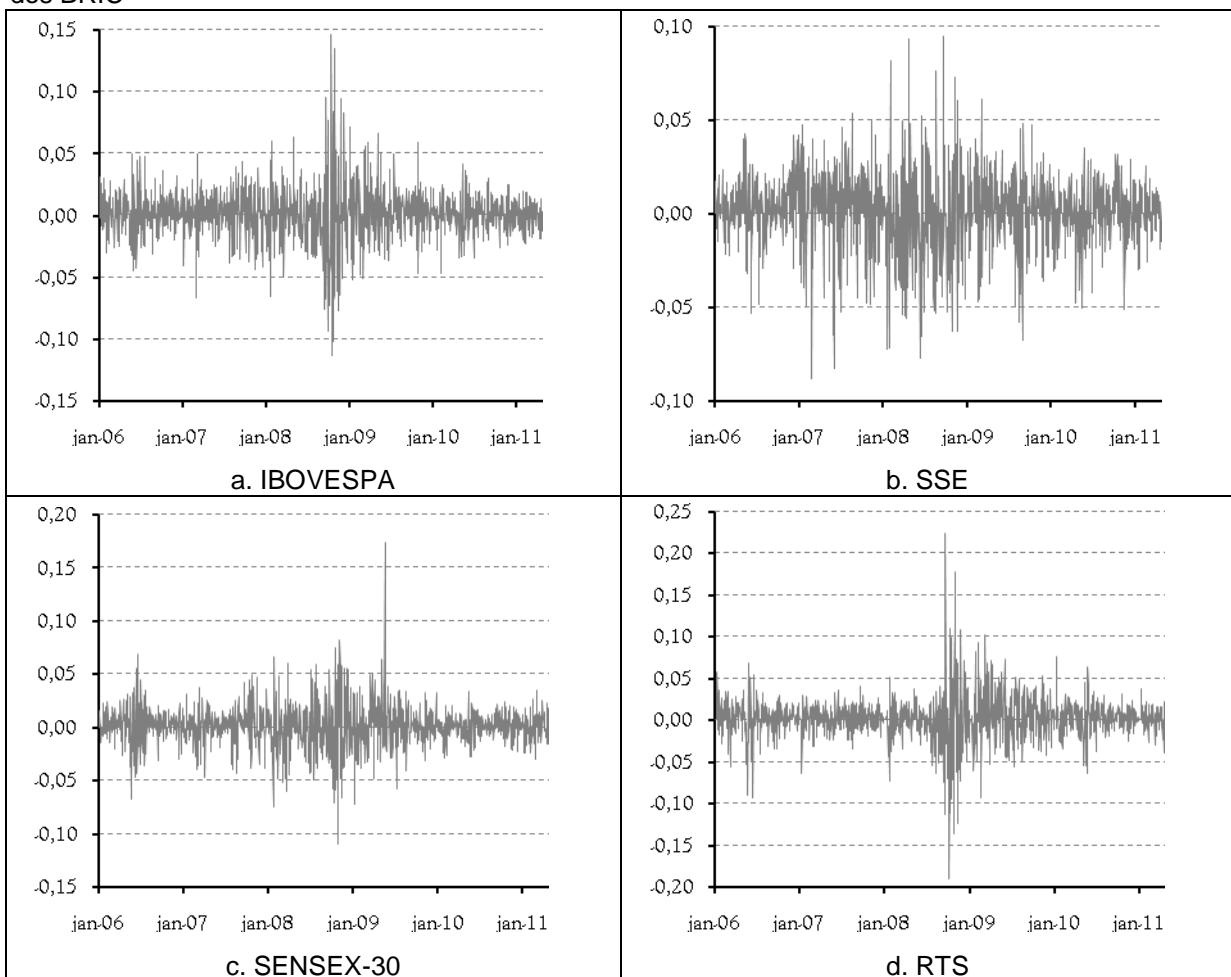
Fonte: CMA Trade

Nota: ^a Painel contendo séries temporais diárias de retornos nominais líquidos dos principais índices das principais bolsas de valores dos BRICs sob a ótica do investidor local, ou seja, sem ajuste cambial (2006.01 a 2011.12, 1559 observações). / ^b Teste Jarque-Bera de normalidade das séries, cuja estatística de teste mede a diferença da assimetria e curtose da série com os de uma distribuição normal, sob a hipótese nula de que a série segue uma distribuição normal. / ^c Teste de raiz unitária de Dickey-Fuller em sua versão aumentada (ADF), cuja estatística t refere-se à especificação com constante e tendência. Os valores críticos foram obtidos em McKinnon (1996). A escolha da defasagem segue o critério de Schwarz. / ^d Teste de raiz unitária de Ng-Perron, em nível com constante e tendência, com método de estimação espectral AR GLS-detrended. A escolha da defasagem segue o critério de Schwarz.

A **Figura 2** expressa o comportamento das séries de retornos dos índices cujas estatísticas estão reportadas na **Tabela 3**. Na análise visual desses gráficos são percebidos agrupamentos de volatilidades (*volatility clustering*), com destaque às grandes oscilações vistas principalmente no fim de 2008, auge da crise do *subprime*. Percebe-se também que o índice chinês apresenta turbulências antes do início da crise, com relevantes picos negativos no fim de 2007. A maior intensidade, porém, é registrada no índice russo.

Em suma, todos os índices analisados apresentam claramente *cluster* de volatilidade.

Figura 2 – Evolução dos retornos líquidos nominais das bolsas de valores dos países componentes dos BRIC^a



Fonte: CMA Trade

Nota: ^a Séries originais de retorno líquido nominal diário obtido a partir da série temporal de cotação de fechamento (*end-of-day*) dos índices em questão, durante o período de janeiro de 2006 a dezembro de 2011, 1559 observações.

3.2 Modelos Best Fitting

A **Tabela 4** reporta as posições iniciais do *ranking* em termos de *fitting* de um amplo conjunto de funções de distribuição de probabilidade com base no *EasyFit*. Para cada índice, reporta-se a estatística associada ao teste de aderência para cada uma das distribuições com melhor posição no *ranking*, assim como o *ranking* da distribuição normal. A **Tabela 5** traz os valores estimados dos parâmetros e outros detalhes das distribuições com melhor *fitting*.

Tabela 4 – Ranking das distribuições das séries dos retornos dos índices das bolsas de valores dos BRIC^a

ÍNDICES	DISTRIBUIÇÃO	ESTATÍSTICA	RANKING
IBOVESPA	Laplace	1,800	1º
	Error	1,800	2º
	Johnson SU	3,539	3º
	Normal	25,338	13º
SSE	Laplace	3,821	1º
	Error	3,825	2º
	Johnson SU	6,600	3º
	Normal	21,313	11º
SENSEX-30	Laplace	1,025	1º
	Error	1,025	2º
	Johnson SU	3,366	3º
	Normal	23,703	15º
RTS	Johnson SU	5,229	1º
	Laplace	6,534	2º
	Error	6,534	3º
	Normal	40,301	17º

Fonte: CMA Trade

Nota: ^a Ranking elaborado pelo *EasyFit*, através do teste de Anderson-Darling visando medir a compatibilidade de uma amostra aleatória com uma função de distribuição de probabilidade teórica.

Tabela 5 – Melhor distribuição das séries dos retornos dos índices das bolsas de valores dos BRIC^{a,b}

Índices	Melhor Distribuição (1ª posição)	Parâmetros estimados	x(5%) ^c	α(5%) ^d	x(1%) ^c	α(1%) ^d	Ranking Distr. Normal
IBOVESPA	Laplace	λ=72,047; μ=5,3032E-4	-3,14%	-1,62821	-5,38%	-2,76632	13 ^a
SSE	Laplace	λ=75,867; μ=5,8419E-4	-2,98%	-1,62838	-5,10%	-2,76621	11 ^a
SENSEX-30	Laplace	λ=75,659; μ=4,8477E-4	-2,92%	-1,62843	-4,99%	-2,76622	15 ^a
RTS	Johnson SU	γ=0,00955; δ=1,1881; λ=0,01994; ξ=2,1445E-4	-3,68%	-1,49244	-6,84%	-2,76406	17 ^a

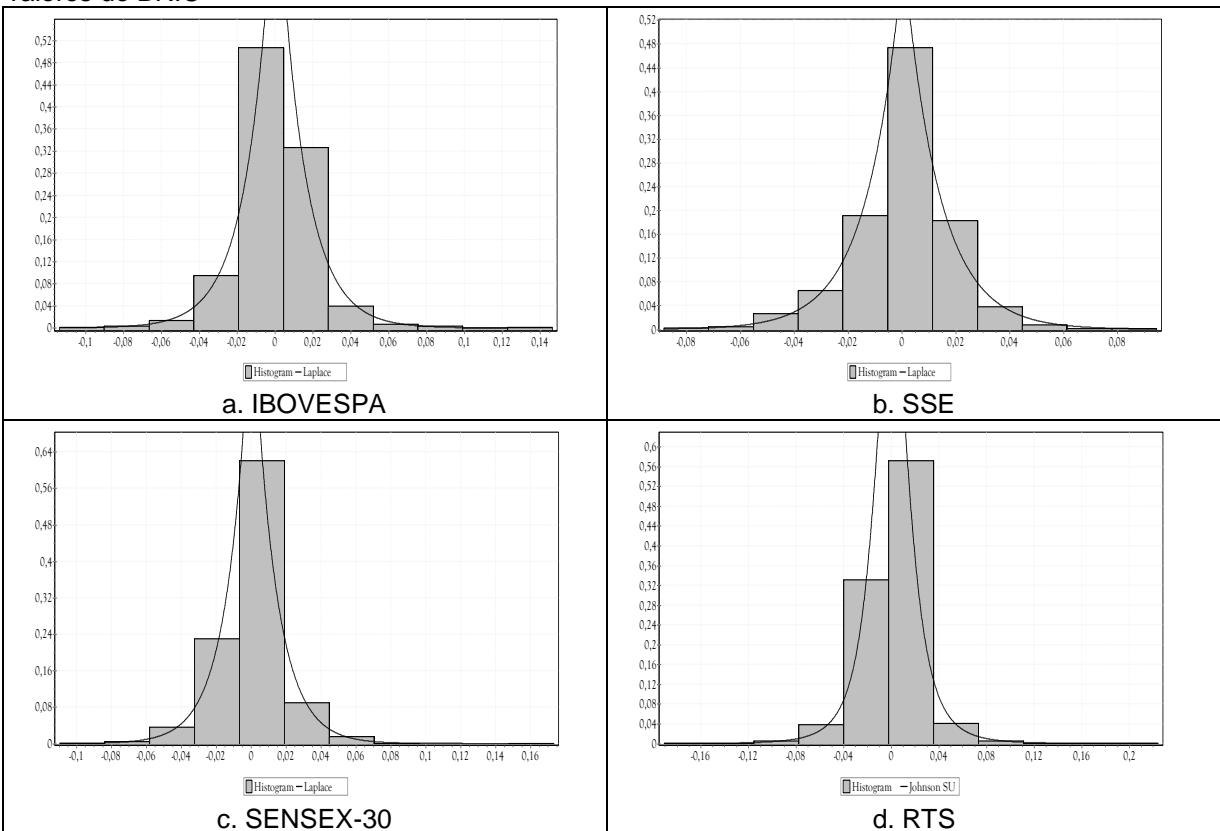
Fonte: CMA Trade

Nota: ^a Ranking elaborado pelo *EasyFit*, via teste Anderson-Darling visando medir a compatibilidade de uma amostra aleatória com uma função de distribuição de probabilidade teórica. / ^b O software *EasyFit* utiliza o método dos momentos para a estimativa dos parâmetros das distribuições de probabilidade Laplace e Johnson SU. / ^c Valores obtidos via CDF Inversa, através do *StatAssist*, ferramenta integrada do *EasyFit*. Para a distribuição Laplace, a integração não é necessária uma vez que a CDF inversa pode ser facilmente derivada da CDF. Para Johnson SU, a CDF inversa também pode ser derivada da CDF, no entanto se faz necessário usar a CDF inversa da distribuição normal, sendo esta calculada com o auxílio do Algorithm AS 241. / ^d Resultado de $(x(P) - \mu)/\sigma$.

Aspecto comum a todos os índices a posição da distribuição normal nos rankings entre a 11^a e 17^a colocação, com as distribuições Laplace, Johnson SU e Error alternando dentre as que possuem melhor *fitting* dos índices de mercado dos BRIC.

A **Figura 3** apresenta graficamente estas distribuições analisadas na **Tabela 5**, as quais se mostram mais capazes de acomodar a assimetria e leptocurtose evidenciadas.

Figura 3 – Distribuição melhor ajustada às séries dos retornos líquidos nominais das bolsas de valores do BRIC^{a,b}



Fonte: CMA Trade

Nota: ^a Séries originais de retorno líquido nominal diário obtido a partir da série temporal de cotação de fechamento (*end-of-day*) dos índices em questão, durante o período de janeiro de 2006 a dezembro de 2011, 1559 observações. / ^b Ranking elaborado pelo *EasyFit*, através do teste de aderência de Anderson-Darling, visando medir a compatibilidade de uma amostra aleatória com uma função de distribuição de probabilidade teórica.

Além disso, vê-se que os índices obtiveram tanto para $\alpha(5\%)$ quanto para $\alpha(1\%)$ valores próximos uns dos outros, com exceção do RTS para $\alpha(5\%)$. Os $\alpha(5\%)$ ficaram bem próximos do de uma distribuição Normal, sendo o maior para o RTS e o menor para o índice indiano. Já os $\alpha(1\%)$ apresentam valores bem menores do que do alfa de uma Normal, distantes do centro e avançando mais na cauda esquerda, sendo o maior para o RTS e o menor para o índice da Índia.

3.3 Modelos ARMA-GARCH

A **Tabela 6** reporta os modelos ARMA estimados para cada série de retornos dos índices dos países componentes do BRIC. Esses modelos ARMA serão utilizados como equação da média dos modelos ARMA-GARCH, portanto, seus coeficientes estão reportados na **Tabela 8**. Vê-se também na **Tabela 6** o teste residual de Ljung-Box realizado para cada série de retorno, o que reporta a ausência de termos a serem modelados e constatando-se assim a eficácia dos modelos ARMA selecionados. Apresenta-se inclusive o referido teste para o quadrado dos retornos de cada série com k defasagens, verificando-se, a presença de estruturas a serem modeladas para todos os índices. Conforme Alexander (2005), por consequência dos *clusters* de volatilidade observa-se uma intensa autocorrelação dos retornos ao quadrado, o que pode ser evidenciado através do teste de Ljung-Box.

Tabela 6 – Modelos ARMA estimados para as séries dos retornos dos índices das bolsas de valores dos BRIC e testes de autocorrelação serial^{a,b}

Índices	Modelo ARMA	Q ₁ (6)	Q ₁ (12)	Q ₁ (25)	Q ₂ (6)	Q ₂ (12)	Q ₂ (25)
IBOVESPA	ARMA(1,1)	2,63 (0,622)	8,38 (0,592)	33,38 (0,075)	791,36 (0,000)	1671,00 (0,000)	2545,10 (0,000)
SSE	ARMA(2,2)	7,54 (0,023)	13,72 (0,089)	41,27 (0,005)	103,31 (0,000)	182,65 (0,000)	335,37 (0,000)
SENSEX-30	ARMA(3,2)	6,67 (0,010)	31,89 (0,000)	56,00 (0,000)	130,93 (0,000)	277,55 (0,000)	392,05 (0,000)
RTS	ARMA(2,1)	7,60 (0,055)	27,10 (0,001)	94,99 (0,000)	371,66 (0,000)	851,88 (0,000)	1640,6 (0,000)

Fonte: CMA Trade

Nota: ^a Modelos ARMA estimados via MQO, utilizando-se o coeficiente de Newey-West para heteroscedasticidade. / ^b Teste residual de Ljung-Box, com hipótese nula de que não há autocorrelação até a ordem k' sendo que Q₁(k) e Q₂(k) se referem às estatísticas de (k defasagens) para os resíduos e quadrados dos resíduos do modelo ARMA, respectivamente. Os p-valores estão entre parênteses.

A **Tabela 7** apresenta os testes de homocedasticidade realizados nos modelos ARMA estimados e listados na **Tabela 6**. Para verificar a existência ou não de heterocedasticidade nas séries, foi realizado o teste ARCH-LM de Engle nos resíduos dos modelos ARMA estimados para os índices.

Pode-se observar que para todas as séries, a um nível de 5% de confiança, a hipótese nula de que não haja ARCH nos resíduos dos modelos é rejeitada, concluindo-se que haja heterocedasticidade.

Tabela 7 – Homocedasticidade nos modelos ARMA dos retornos dos índices transacionados nas bolsas de valores dos BRIC^a

Índices	Estatística F	P-valor	Obs*R ²	P-valor
IBOVESPA	62,6716	0,0000	60,3211	0,0000
SSE	32,9729	0,0000	32,3294	0,0000
SENSEX-30	12,8709	0,0003	12,7816	0,0004
RTS	60,2693	0,0000	58,0938	0,0000

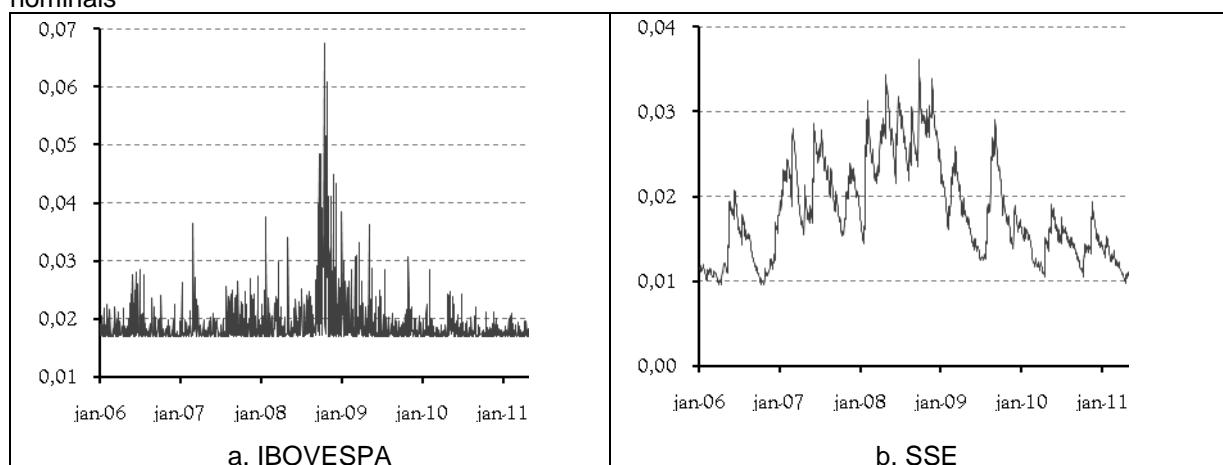
Fonte: CMA Trade

Nota: ^a Teste ARCH LM de Engle, do tipo “multiplicador de Lagrange”, para a hipótese dos resíduos dos modelos ARMA dos retornos terem uma estrutura ARCH, sob a hipótese nula de que não há ARCH, com um *lag* de defasagem. Procedimento realizado com o auxílio do software EVIEWS.

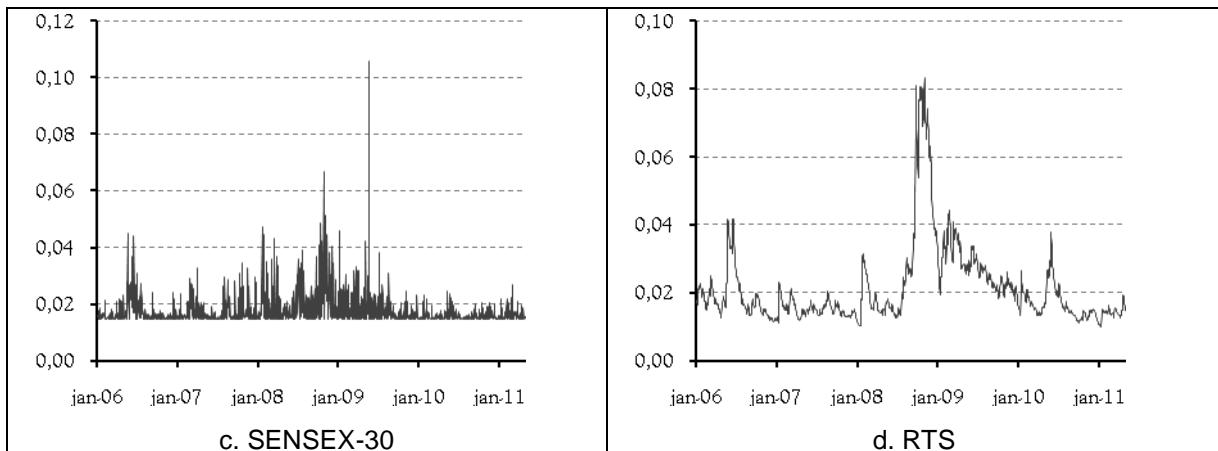
A **Figura 4** apresenta as volatilidades condicionais associadas às melhores especificações ARMA-GARCH, cujas estimativas estão reportadas na **Tabela 8**.

Na análise visual desta figura, são percebidos os agrupamentos de volatilidade (*clusters*), com picos de volatilidades no fim de 2008, auge da crise do *subprime*. Percebe-se também que o índice SSE apresenta grandes oscilações no início de 2007 decorrentes do episódio conhecido como *Chinese Corretion*.¹⁰ No entanto, o índice chinês tem o menor pico máximo dentre os índices, 3,62%, em contraste com o SENSEX-30 que apresenta o maior pico máximo em maio de 2009 de aproximadamente 10,6%.

Figura 4 – BRIC: Volatilidade condicional obtida através dos modelos ARMA-GARCH dos retornos nominais^{a,b,c}



¹⁰ Ver Sousa, Yoshino e Bianconi (2011)



Fonte: CMA Trade

Nota: ^a Séries originais de retorno líquido nominal diário obtido a partir da série temporal de cotação de fechamento (*end-of-day*) dos índices em questão, durante o período de janeiro de 2006 a dezembro de 2011, 1559 observações / ^b Previsão um passo à frente realizada através do método de previsão estática.

Com base na **Tabela 8**, as séries apresentam distintas especificações tanto em termos da modelagem ARMA como GARCH, com o IBOVESPA apresentando o arcabouço mais parcimonioso. Justamente em razão desta parcimônia associada ao arcabouço da volatilidade, no caso ARCH(1), para o SENSEX-30 e para o IBOVESPA, que justifica o comportamento visualmente distinto das séries de volatilidade condicional, quando comparadas à séries dos índices russo e chinês.

Os índices IBOVESPA e SSE são os únicos em que alguns parâmetros na especificação ARMA somente se mostram significativos a 10%. O índice RTS é o único cujo arcabouço GARCH apresentou parâmetros individualmente não significativos associados aos resíduos passados elevados ao quadrado.

Tabela 8 – BRIC: Estimação dos modelos ARMA-GARCH^{a,b}

		$y_t = \phi_0 + \sum_{i=1}^m \phi_i y_{t-i} + \varepsilon_t - \sum_{j=1}^n \theta_j \varepsilon_{t-j},$	$\varepsilon_t = \nu_t \sigma_t,$	$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2.$	(Período 2006:01 a 2011:12 – 1559 observações)		
Índice	Modelo (melhor especificação)	Estimação dos parâmetros (p-valor entre parênteses)		Log Verossim.	Crit. de inf. Akaike	Crit. de inf. Schwarz	Estat. (p-valor)
IBOVESPA	ARMA(1,1) ARCH(1)	$y_t = 0,000694 + 0,657131y_{t-1} - 0,729431\varepsilon_{t-1}$ (0,0629) (0,0670) (0,0230)	$\sigma_t^2 = 0,00029 + 0,232220\varepsilon_{t-1}^2$ (0,0000) (0,0010)	3986,3060	-5,1108	-5,0936	0,0377
SSE	ARMA(2,2) GARCH(1,1)	$y_t = 0,000731 - 0,702601y_{t-1} - 0,992581y_{t-2} + 0,703540\varepsilon_{t-1} + 0,985354\varepsilon_{t-2}$ (0,0567) (0,0000) (0,0000) (0,0000) (0,0000)	$\sigma_t^2 = 2,61E-06 + 0,053242\varepsilon_{t-1}^2 + 0,940135h_{t-1}$ (0,0674) (0,0000) (0,0000)	4146,3930	-5,3159	-5,2884	0,0735
SENSEX-30	ARMA(3,2) ARCH(1)	$y_t = 0,000751 - 0,749024y_{t-1} - 0,948915y_{t-2} - 0,019007y_{t-3} + 0,766569\varepsilon_{t-1} + 0,943214\varepsilon_{t-2}$ (0,0811) (0,0000) (0,0000) (0,6479) (0,0000) (0,0000)	$\sigma_t^2 = 0,000219 + 0,388061\varepsilon_{t-1}^2$ (0,0000) (0,0001)	4106,6550	-5,2682	-5,2407	0,1103
RTS	ARMA(2,1) GARCH(2,1)	$y_t = 0,001162 + 1,046534y_{t-1} - 0,097889y_{t-2} - 0,954250\varepsilon_{t-1}$ (0,0029) (0,0000) (0,0002) (0,0000)	$\sigma_t^2 = 1,06E-05 + 0,049450\varepsilon_{t-1}^2 + 0,053800\varepsilon_{t-2}^2 + 0,8744111h_{t-1}$ (0,0383) (0,1042) (0,1779) (0,0000)	3927,5040	-5,0347	-5,0072	0,0043

Fonte: CMA Trade

Nota: ^a Modelos ARMA estimados via MQO, utilizando-se o coeficiente de Newey-West para heterocedasticidade. / ^b Modelos ARMA-GARCH estimados via ARCH, com distribuição de erros normal (gaussiana), utilizando-se o coeficiente de covariância de Bollerslev-Wooldridge para heterocedasticidade.

A **Tabela 9** apresenta os testes de homocedasticidade realizados nos modelos ARMA-GARCH apresentados na **Tabela 8**.

Para averiguar se ainda há ou não heterocedasticidade a ser modelada nos resíduos dos modelos ARMA-GARCH estimados para os índices, foi realizado o teste ARCH-LM de Engle. Pode-se observar que para todas as séries, a um nível de 95% de confiança, a hipótese nula de homocedasticidade nos resíduos é rejeitada.

Tabela 9 – Homocedasticidade nos modelos ARMA-GARCH dos retornos dos índices transacionados nas bolsas de valores dos países componentes dos BRIC^a

Índices	Estatística F	P-valor	Obs*R ²	P-valor
IBOVESPA	1,6232	0,2028	1,6235	0,2026
SSE	0,7781	0,3779	0,7787	0,3775
SENSEX-30	1,2568	0,2624	1,2574	0,2621
RTS	0,0060	0,9381	0,0060	0,9380

Fonte: CMA Trade

Nota: ^a Teste ARCH LM de Engle, do tipo “multiplicador de Lagrange”, para a hipótese dos resíduos terem uma estrutura ARCH, sob a hipótese nula de que não há ARCH, com um lag de defasagem.

3.4 Estimação do VaR e Backtesting

A **Figura 5** apresenta a evolução temporal das séries estimadas de volatilidade dos BRIC, segundo as duas especificações gaussianas do VaR aqui sugeridas, considerando um nível de confiança de 95% para o horizonte de 01 dia e suas respectivas violações de limites.

Considerando o mesmo horizonte de tempo e o mesmo nível de confiança, a **Figura 6** reporta a evolução das volatilidades obtidas segundo as especificações do VaR a partir da distribuição *best fitting*.

Comparando ambas as figuras, índice a índice, é possível perceber que para todas as bolsas dos BRIC, as séries de VaR Gaussiano e VaR *Best Fitting Incondicional*, ambas expressas por linhas pretas em suas respectivas figuras, são conservadoras e estão próximas uma do outro ao longo do período estável, com um número próximo de exceções. Durante períodos de grandes oscilações, como durante a crise do *subprime*, ambas são excedidas mais frequentemente, principalmente no segundo semestre de 2008. O índice chinês apresenta sucessivas violações durante todo o ano de 2008, justificando a evidência de que para ambos os VaRs incondicionais, o maior número de violações considerando todo o período estejam associadas ao índice SSE. O menor número de violações para o VaR Gaussiano Incondicional está associado ao índice RTS, enquanto para o VaR *Best*

Fitting Incondicional, menos violações ocorreram com o IBOVESPA. Verifica-se que os métodos incondicionais não demonstraram ter boa capacidade de prever as perdas ocorridas principalmente nos períodos de grandes variações na volatilidade, e que são muito conservadores nos momentos de calmaria.

Ainda com base nas **Figuras 5 e 6**, a análise a 95% das especificações com volatilidade condicional variável ao longo do tempo, sugere que o VaR ARMA-GARCH e VaR *Best Fitting* Condisional estão percorrendo trajetórias aparentemente similares para todas os índices, sendo evidente a capacidade dos modelos na previsão em períodos com agrupamentos de volatilidade. No VaR ARMA-GARCH, o menor número de exceções ocorreu com o IBOVESPA e o maior com os índices SSE e SENSEX-30. Já no VaR *Best Fitting* Condisional, o RTS apresenta o maior número de violações, ao contrário do índice da Índia que apresenta o menor.

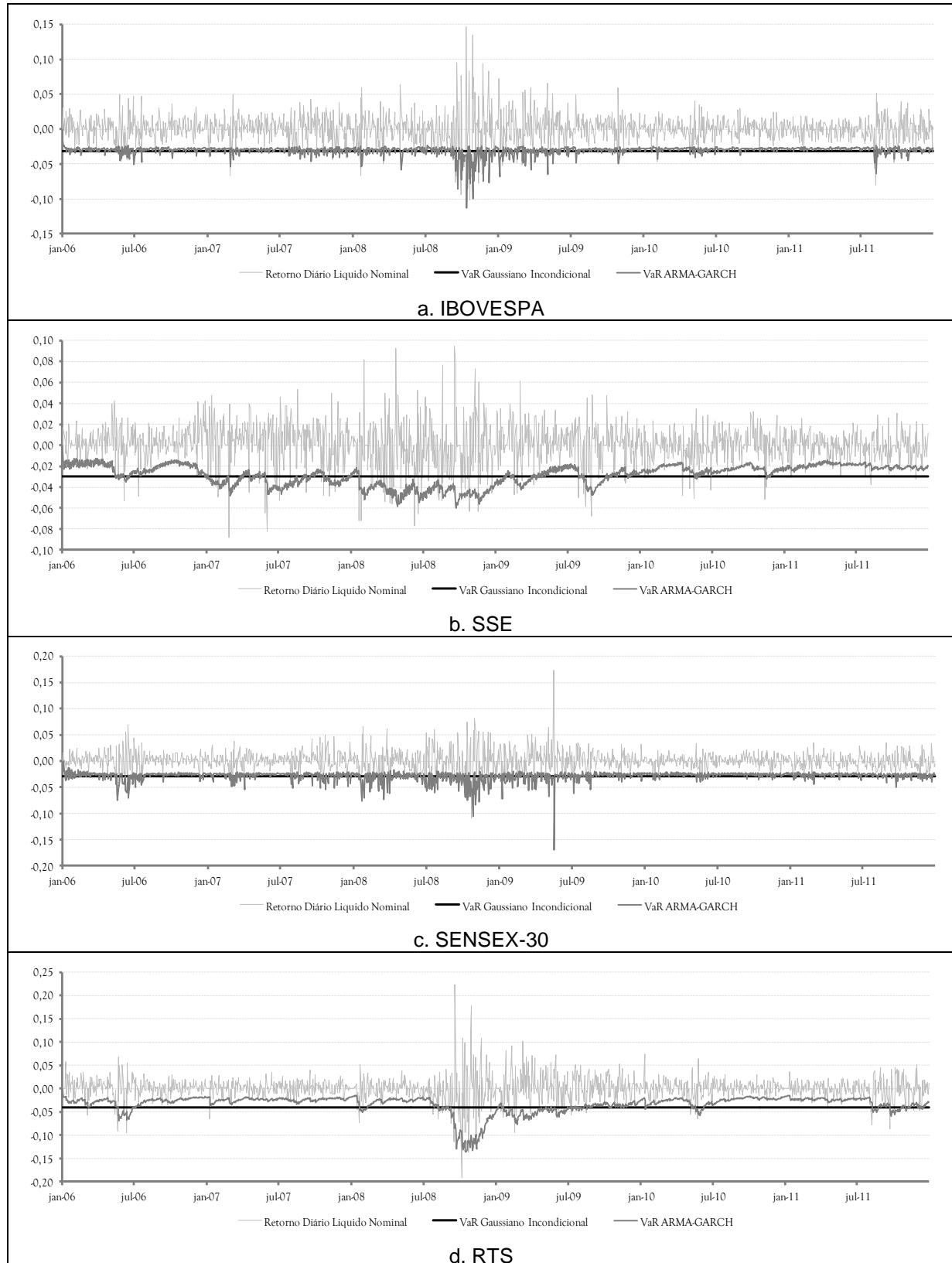
As **Figuras 7 e 8** são análogas às anteriores, porém considerando um nível de confiança de 99%.

A análise dessas figuras permite inferir que, diferentemente do VaR a 95%, para todas os índices, as séries de VaR Gaussiano e *Best Fitting* Incondicional agora estão em níveis bastante diferentes, sendo o VaR gaussiano menos conservador. A evidência sobre o excesso de violações a estes VaRs incondicionais durante a crise é robusta sob um maior nível de significância. Para ambas as especificações, o maior número de violações ocorre com o índice SSE e o menor com o SENSEX-30.

No VaR ARMA-GARCH, o melhor desempenho é apresentado pelo índice brasileiro, e o pior pelo SSE. Diferentemente do VaR a 95% de confiança, o VaR *Best Fitting* Condisional apresenta-se mais pessimista que o VaR ARMA-GARCH para todos os índices, ocorrendo mais violações com o modelo estimado para o índice da China, e menos violações com o índice RTS.

Comparando a 99% os modelos condicionais e incondicionais, o conservadorismo em excesso do VaR *Best Fitting* Incondicional faz com que suas violações de limites sejam menores que as exceções dos modelos condicionais.

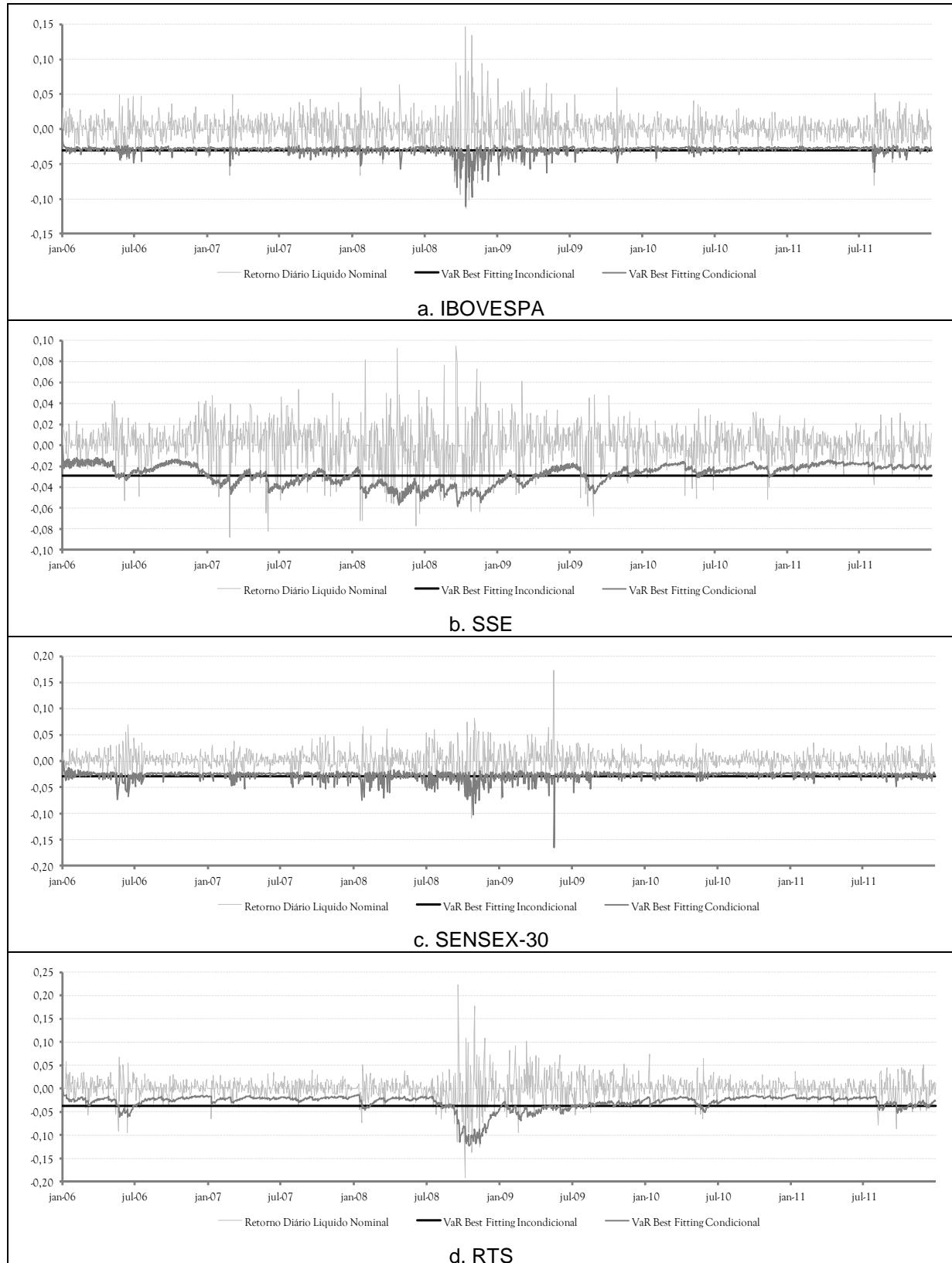
Figura 5 – Séries estimadas de VaR Absoluto, a 95% de nível de confiança para 01 dia, sob os métodos Gaussiano Incondicional e ARMA-GARCH, das séries de retornos nominais das bolsas de valores dos BRIC^a



Fonte: CMA Trade

Nota: ^a Procedimento realizado através de previsões *in-sample* para toda a amostra de 1559 observações, jan/06 a dez/11.

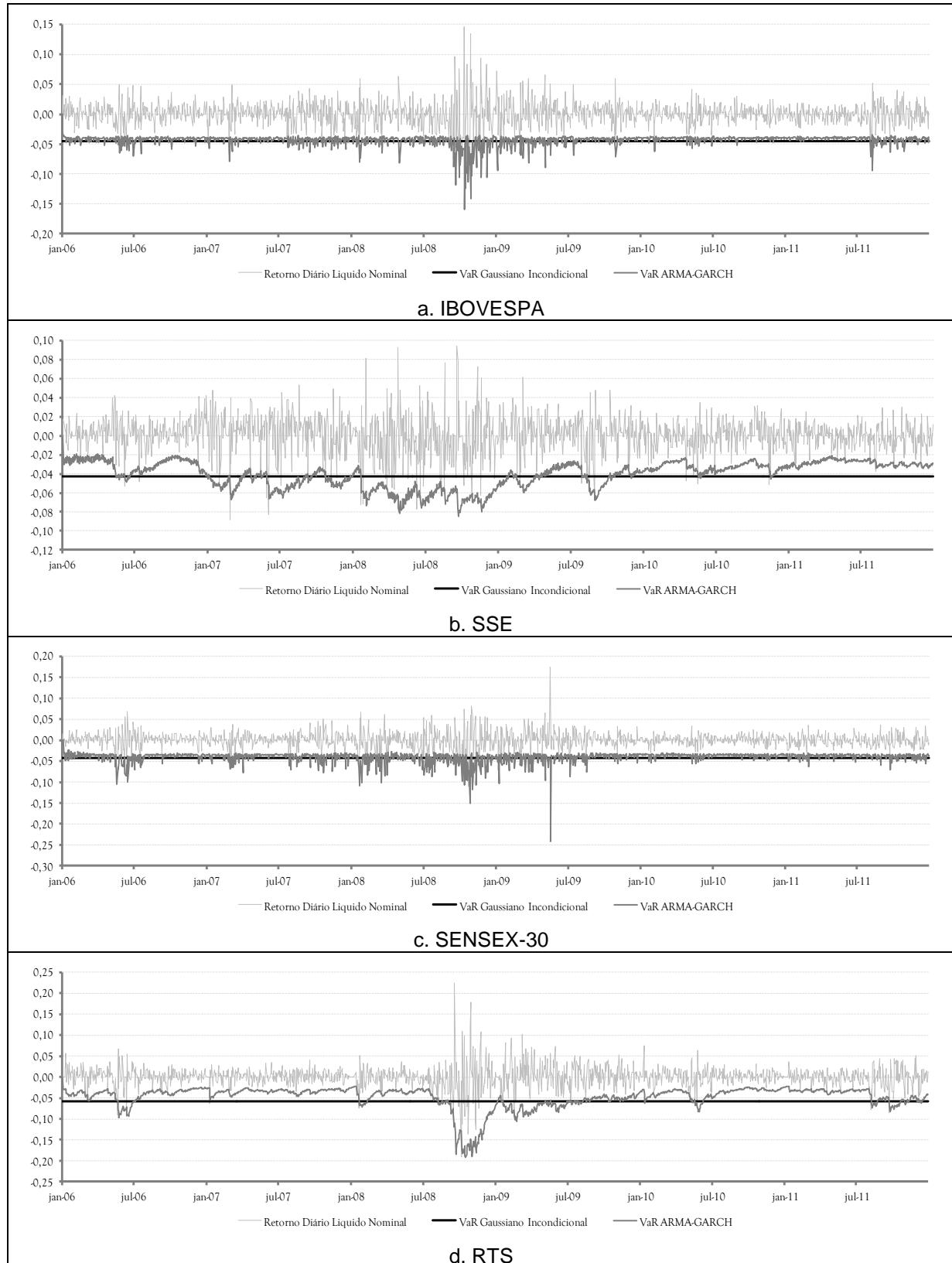
Figura 6 – Séries estimadas de VaR Absoluto, a 95% de nível de confiança para 01 dia, sob os métodos *Best Fitting Incondicional* e *Best Fitting Condisional*, das séries de retornos nominais das bolsas de valores dos BRIC^a



Fonte: CMA Trade

Nota: ^a Procedimento realizado através de previsões *in-sample* para toda a amostra de 1559 observações, jan/06 a dez/11.

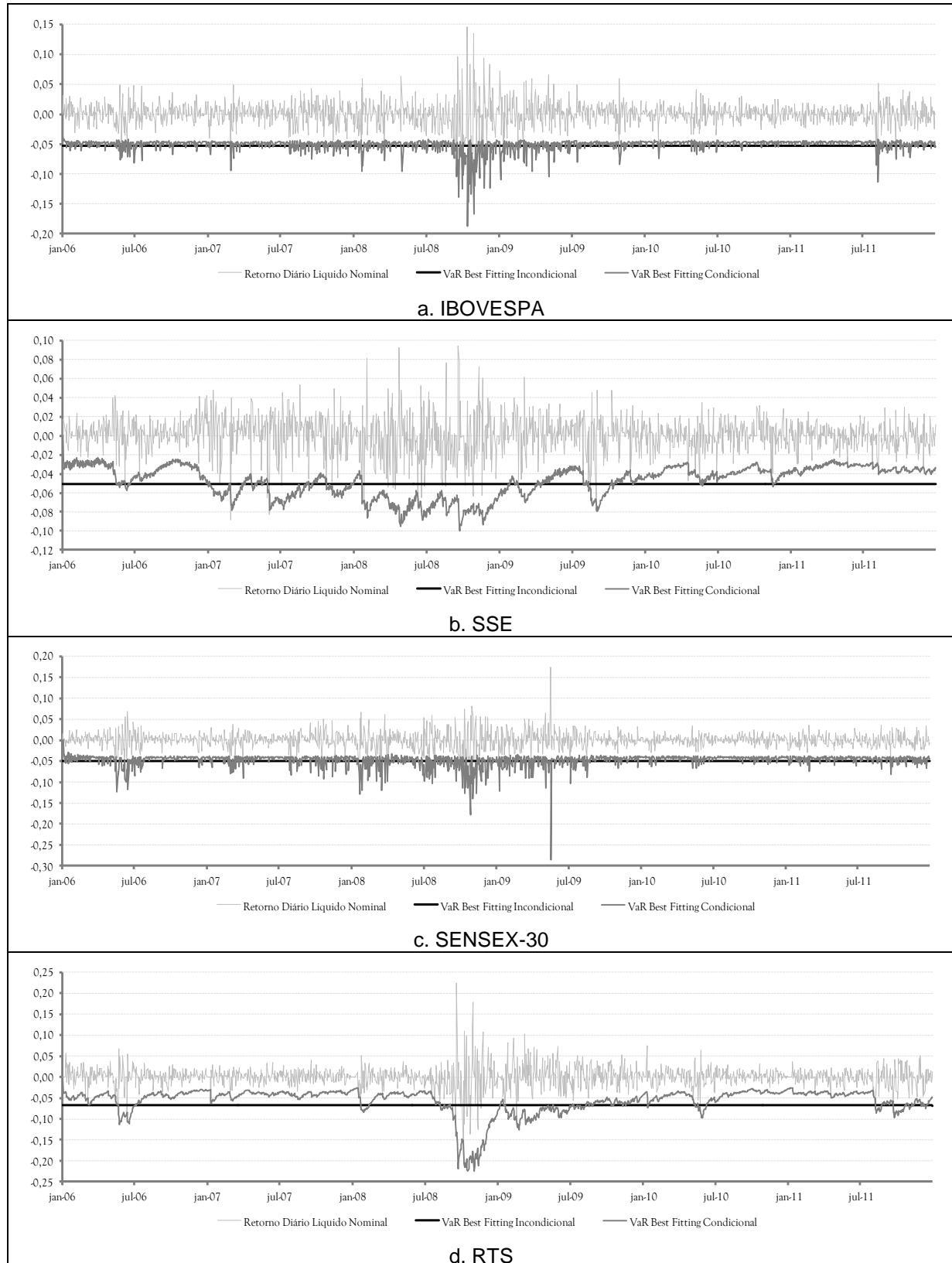
Figura 7 – Séries estimadas de VaR Absoluto, a 99% de nível de confiança para 01 dia, sob os métodos Gaussiano Incondicional e ARMA-GARCH, das séries de retornos nominais das bolsas de valores dos BRIC^a



Fonte: CMA Trade

Nota: ^a Procedimento realizado através de previsões *in-sample* para toda a amostra de 1559 observações, jan/06 a dez/11.

Figura 8 – Séries estimadas de VaR Absoluto, a 99% de nível de confiança para 01 dia, sob os métodos *Best Fitting Incondicional* e *Best Fitting Condisional*, das séries de retornos nominais das bolsas de valores dos BRIC^a



Fonte: CMA Trade

Nota: ^a Procedimento realizado através de previsões *in-sample* para toda a amostra de 1559 observações, jan/06 a dez/11.

Visando analisar todas as especificações, considerando os dois níveis de significância, a **Tabela 10** sumariza todos os resultados dos *backtestings* realizados nas séries estimadas de VaR, com base em Kupiec (1995) e Christoffersen (1998), individual e conjuntamente.

Considerando o nível de confiança de 95%, para todos os índices, a especificação com menor violações é o VaR Gaussiano Incondicional, enquanto as especificações com volatilidade incondicional apresentam as maiores quantidades de violações para os BRIC.

A priori, este resultado poderia ser interpretado equivocadamente como o sucesso da simples e homogênea receita tradicionalmente usada, mesmo sendo a homocedasticidade e a normalidade dos retornos violações evidentes. A escolha de receitas estatisticamente mais refinadas e específicas para cada índice não se justificaria, mesmo havendo crise em parte do período analisado.

Porém, ainda analisando apenas quantidade de violações, os melhores resultados considerando o nível de confiança mais rigoroso estão associados aos arcabouços baseados na distribuição com melhor *fitting*. Para os índices IBOVESPA e SENSEX-30, o modelo com menos violações é o VaR *Best Fitting* Incondicional, enquanto que para o SSE e o RTS, o arcabouço condicional se mostra mais adequado. Os arcabouços gaussianos apresentam maior quantidade de violações em todos os índices.

Em suma, a partir do critério quantidade de violações, a evidência sobre as caudas das séries de retorno serem mais pesadas que o previsto se fossem normais, é incorporada nos modelos de gestão de risco somente para valores mais elevados de nível de confiança, associados a valores mais extremos da distribuição de probabilidade, corroborando os resultados de Cassetari (2001), Pant e Chang (2001) e Todorova (2009).

Considerando o nível de significância associado ao percentual de violações, apenas os modelos incondicionais seriam aceitos e somente para os índices indiano e brasileiro. Os demais modelos estimados subestimam as perdas e apresentam percentuais de exceções maiores que os níveis de significância.

A limitação deste método simplificado de *backtesting* baseado na quantidade de exceções está na ausência de inferência estatística, sendo necessário recorrer a regiões de confiança sugeridas em Kupiec (1995) e

Christoffersen (1998), recorrendo aos testes de cobertura incondicional, condicional e ambas conjuntamente.

Passa a ser possível, por exemplo, examinar a probabilidade de uma exceção em qualquer dia depender do resultado do dia anterior, além de se punir a especificação do VaR não somente pelas excessões, mas pelo excesso de conservadorismo em períodos de estabilidade econômica em que não se justifica perdas constantes tão extremas.

No teste de cobertura incondicional de Kupiec (1995), todas as especificações gaussianas, condicionais ou não, são rejeitadas a 99% de nível de confiança. Para o índice russo, uma pontual rejeição do VaR *Best Fitting* Condisional a 95%.

No teste de Christoffersen (1998), exceto no caso chinês, e todos os demais os arcabouços incondicionais são rejeitados a 95%, e para o índice, estas especificações são rejeitadas também a 99%.

No teste Conjunto de cobertura, considerando-se o nível e 95%, somente a especificação VaR ARMA-GARCH não foi rejeitado para nenhuma das bolsas, enquanto sob um cenário caracterizado por perdas mais extremas, ou seja, a 99%, somente o VaR *Best Fitting* Condisional obteve aceitação plena em todos os índices.

Tabela 10 – Backtesting das séries diárias estimadas de VaR, com 95 e 99% de confiança, dos retornos dos índices das bolsas de valores dos BRIC^{a,b,c,d,e}

Índices	VaR		Exceções em 1.559 obs. diárias		Teste de Kupiec ^c			Teste de Christoffersen ^d			Teste Conjunto de Kupiec e Christoffersen ^e		
	Tipo	Nível Conf.	Nº	%	Estatística teste LR _{uc}	VI. crítico X ² (1)	Resultado Teste ^f	Estatística teste LR _{rd}	VI. crítico X ² (1)	Resultado Teste ^f	Estatística teste LR _{cc}	VI. crítico X ² (1)	Resultado Teste ^f
IBOVESPA	Gaussiano Incondicional	95%	74	4,75	0,21	3,84	Aceitar	9,21	3,84	Rejeitar	9,43	5,99	Rejeitar
		99%	27	1,73	6,92	3,84	Rejeitar	2,93	3,84	Aceitar	9,85	5,99	Rejeitar
	Best Fitting Incondicional	95%	77	4,94	0,01	3,84	Aceitar	10,47	3,84	Rejeitar	10,48	5,99	Rejeitar
		99%	16	1,03	0,01	3,84	Aceitar	2,03	3,84	Aceitar	2,04	5,99	Aceitar
	ARMA-GARCH	95%	82	5,26	0,22	3,84	Aceitar	0,03	3,84	Aceitar	0,24	5,99	Aceitar
		99%	28	1,80	8,07	3,84	Rejeitar	1,02	3,84	Aceitar	9,10	5,99	Rejeitar
SSE	Best Fitting Condisional	95%	86	5,52	0,85	3,84	Aceitar	0,02	3,84	Aceitar	0,86	5,99	Aceitar
		99%	17	1,09	0,13	3,84	Aceitar	0,37	3,84	Aceitar	0,50	5,99	Aceitar
	Gaussiano Incondicional	95%	86	5,52	0,85	3,84	Aceitar	0,02	3,84	Aceitar	0,86	5,99	Aceitar
		99%	41	2,63	28,89	3,84	Rejeitar	0,67	3,84	Aceitar	29,56	5,99	Rejeitar
	Best Fitting Incondicional	95%	89	5,71	1,58	3,84	Aceitar	0,74	3,84	Aceitar	2,32	5,99	Aceitar
		99%	22	1,41	2,36	3,84	Aceitar	1,00	3,84	Aceitar	3,37	5,99	Aceitar
SENSEX-30	ARMA-GARCH	95%	88	5,64	1,31	3,84	Aceitar	0,00	3,84	Aceitar	1,31	5,99	Aceitar
		99%	33	2,12	14,87	3,84	Rejeitar	0,12	3,84	Aceitar	14,99	5,99	Rejeitar
	Best Fitting Condisional	95%	89	5,71	1,58	3,84	Aceitar	0,00	3,84	Aceitar	1,58	5,99	Aceitar
		99%	21	1,35	1,71	3,84	Aceitar	1,14	3,84	Aceitar	2,85	5,99	Aceitar
	Gaussiano Incondicional	95%	79	5,07	0,01	3,84	Aceitar	12,17	3,84	Rejeitar	12,18	5,99	Rejeitar
		99%	25	1,60	4,85	3,84	Rejeitar	0,66	3,84	Aceitar	5,51	5,99	Aceitar

Índices	VaR		Exceções em 1.559 obs. diárias	Teste de Kupiec ^c			Teste de Christoffersen ^d			Teste Conjunto de Kupiec e Christoffersen ^e			
	Tipo	Nível Conf.	Nº	%	Estatística teste LR _{uc}	VI. crítico X ² (1)	Resultado Teste ^f	Estatística teste LR _{ind}	VI. crítico X ² (1)	Resultado Teste ^f	Estatística teste LR _{cc}	VI. crítico X ² (1)	Resultado Teste ^f
RTS	Gaussiano Incondicional	95%	72	4,62	0,49	3,84	Aceitar	22,49	3,84	Rejeitar	22,98	5,99	Rejeitar
		99%	29	1,86	9,30	3,84	Rejeitar	14,84	3,84	Rejeitar	24,13	5,99	Rejeitar
	Best Fitting Incondicional	95%	88	5,64	1,31	3,84	Aceitar	31,62	3,84	Rejeitar	32,93	5,99	Rejeitar
		99%	19	1,22	0,70	3,84	Aceitar	10,70	3,84	Rejeitar	11,40	5,99	Rejeitar
	ARMA-GARCH	95%	85	5,45	0,65	3,84	Aceitar	0,03	3,84	Aceitar	0,68	5,99	Aceitar
		99%	29	1,86	9,30	3,84	Rejeitar	1,10	3,84	Aceitar	10,39	5,99	Rejeitar
	Best Fitting Condicional	95%	106	6,80	9,60	3,84	Rejeitar	3,14	3,84	Aceitar	12,74	5,99	Rejeitar
		99%	17	1,09	0,13	3,84	Aceitar	0,37	3,84	Aceitar	0,50	5,99	Aceitar

Fonte: CMA Trade

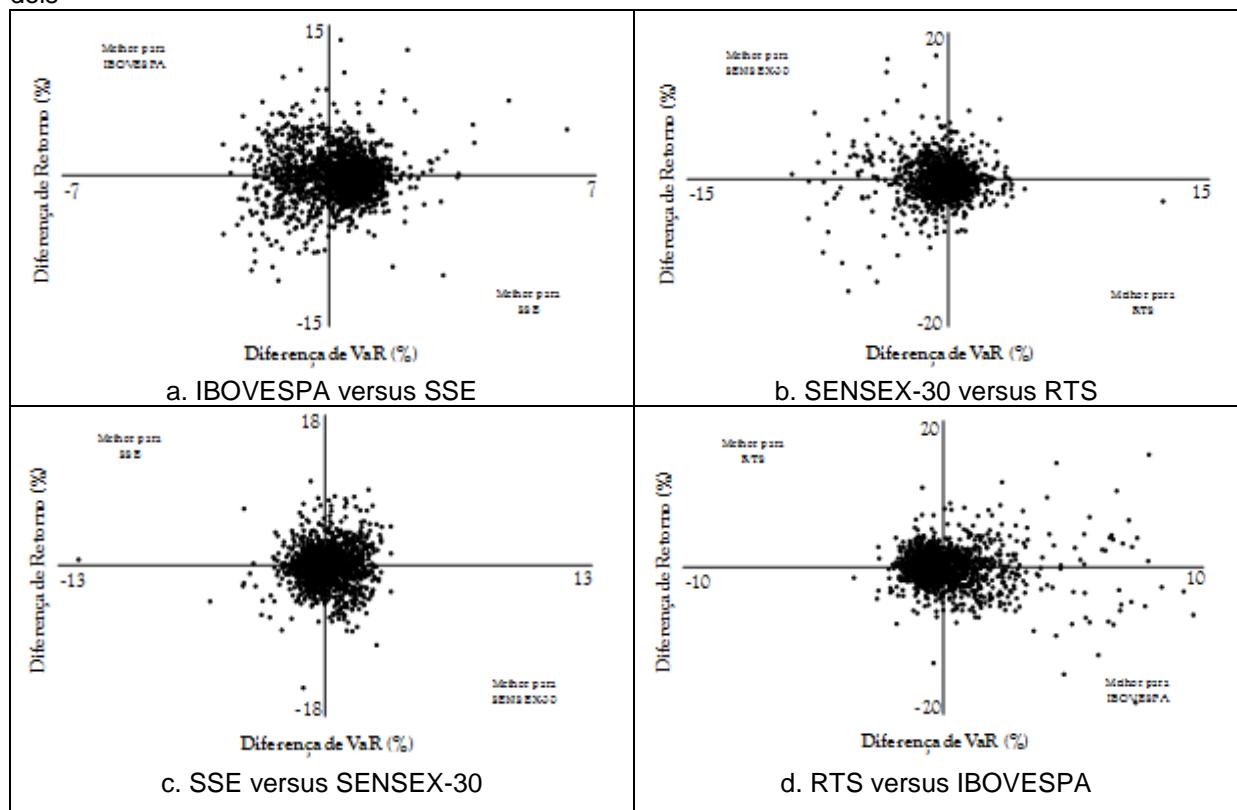
Nota: ^a Procedimento realizado após a realização das previsões in-sample, utilizando-se toda a amostra de 1559 observações. / ^b Teste de cobertura incondicional, proposto por Kyupiec (1995), com região de confiança de aproximadamente 95%, definida por uma razão de log-verossimilhança que possui distribuição assintótica qui-quadrada com um grau de liberdade, sob a hipótese nula de que o nível de confiança do VAR é a verdadeira probabilidade de perdas. / ^c Teste de cobertura condicional (independência), proposto por Christoffersen (1998), com região de confiança de aproximadamente 95%, definida por uma razão de log-verossimilhança que possui distribuição assintótica qui-quadrada com um grau de liberdade, sob a hipótese nula de que as exceções são serialmente independentes. / ^d Teste conjunto de cobertura incondicional e condicional (independência), com região de confiança de aproximadamente 95%, definida por uma razão de log-verossimilhança que possui distribuição assintótica qui-quadrada com dois graus de liberdade, sob a hipótese nula de que o nível de confiança de VAR é a verdadeira probabilidade de perdas e de que as exceções são serialmente independentes. / ^e Aceita-se o modelo quando a estatística de teste é menor que o valor crítico, caso contrário, rejeita-se.

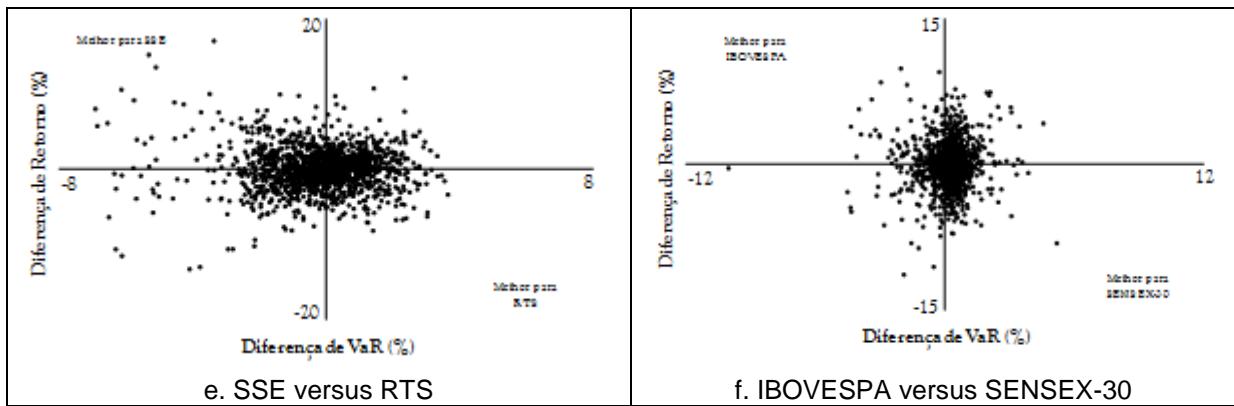
3.5 Gráficos de Balzer

A análise de *performance* se dá através dos Gráficos de Balzer adaptado pela métrica de risco condicional, permitindo analisar a evolução temporal do índice de um dos BRIC *vis-à-vis* outro, diariamente. Em todos as comparações, utilizou-se como medida de risco o VaR *Best Fitting* Condisional a 95% de nível de confiança.

A **Figura 9** traz os Gráficos de Balzer, estando as diferenças de retornos no eixo das ordenadas e as diferenças de VaRs no eixo das abscissas, de forma que cada ponto representa um dia no período de análise. Há a indicação do quadrante onde cada um dos índices comparados apresenta melhores desempenhos que o seu concorrente.

Figura 9 – Gráficos de Balzer relativos aos índices das bolsas de valores dos BRIC tomados dois a dois^{a,b}





Fonte: CMA Trade

Nota: ^a Diferença de Retornos: retornos diários líquidos nominais do primeiro índice menos os do segundo índice – 1559 observações, Jan/06- Dez/11. / ^b Diferença de VaR: VaR Best Fitting Condisional diário a 95% de confiança do primeiro índice menos os do segundo índice – 1559 observações, de Jan/06 a Dez/11.

A partir da **Figura 9.a**, percebe-se um ganho um pouco superior do SSE em relação ao IBOVESPA caracterizado por 50,80% dos pontos situados na parte negativa. Na diferença de VaR, o SSE supera o IBOVESPA, havendo 65,11% dos pontos na parte positiva. Nessa métrica de *performance*, o SSE supera o IBOVESPA, devido principalmente à diferença de risco.

De acordo com a **Figura 9.b**, percebem-se desempenhos aparentemente equivalentes para os dois índices. Na diferença de retorno, o SENSEX-30 supera o RTS, pois 50,87% dos pontos estão na parte positiva. Já na diferença de VaR, o índice RTS é melhor, pois aproximadamente 56,32% dos pontos estão na parte positiva. Nessa métrica, o SENSEX-30 e o RTS apresentaram desempenhos semelhantes, mas com o índice russo tendo uma *performance* pouco superior em razão do VaR.

A análise da **Figura 9.c** sugere que na diferença de retorno, o SSE supera o SENSEX-30, havendo 51,25% dos pontos no trecho positivo. Também na diferença de VaR, o SSE é melhor pois 56,51% dos pontos estão na parte negativa. Nessa métrica de desempenho, o SSE apresenta melhor *performance* que o índice indiano.

A **Figura 9.d** apresenta o RTS com uma melhor *performance* que o IBOVESPA, superando o índice brasileiro na diferença de retorno, 51,19% dos pontos no trecho positivo e em risco, com 64,85% dos pontos na parte negativa.

A **Figura 9.e** permite inferir que na diferença de retorno, o RTS supera o SSE, pois 49,84% dos pontos estão na parte negativa, enquanto na diferença de

VaR, o SSE supera o RTS, pois 53,75% dos pontos estão na parte negativa. Nessa métrica de *performance*, o SSE supera o RTS, devido à diferença de risco.

Por fim, com base na **Figura 9.f**, percebe-se um melhor desempenho do SENSEX-30 frente ao IBOVESPA. Na diferença de retorno, o índice indiano supera levemente o brasileiro, pois 49,52% dos pontos estão na parte negativa e na diferença de VaR, o índice SENSEX-30 consegue ser bem melhor que o IBOVESPA, pois quase 73,89% dos pontos estão na parte positiva.

Ordenando-se os índices de acordo com o desempenho geral apresentados nos confrontos nessa técnica de análise de *performance*, o índice chinês apresentou o melhor desempenho dentre todos ao superar os demais índices, sendo seguido pelo índice russo, cuja performance foi superior aos dois demais. Na terceira posição, tem-se o índice indiano e em quarto, o índice brasileiro. Uma análise simples do ranking de Índices de Sharpe destes índices de mercado sugeriria o índice chinês como primeiro seguido do índice brasileiro, indiano e russo.

4 CONCLUSÃO

Os países que constituem a formação original dos BRIC são economias emergentes bastante heterogêneas em termos sociais, econômicos e políticos. No entanto, financeiramente, este bloco apresenta convergência parcial, segundo Matos *et al.* (2011) e considerável nível de integração financeira no curto e no longo prazo, de acordo com Matos *et al.* (2013). Neste contexto, é relevante, porém não trivial, inferir sobre o comportamento de risco dos principais índices de mercado destas economias.

A partir da modelagem de risco VaR, evidencia-se ser inadequado o uso deste arcabouço em sua versão tradicional, a qual assume a gaussianidade e homocedasticidade dos retornos, não sendo capaz de captar adequadamente o comportamento da volatilidade das respectivas bolsas de valores. É necessário adaptar o arcabouço visando modelar a idiossincrasia estatística da série temporal dos índices, recorrendo a valores críticos associados à distribuição de probabilidade mais adequada, além da modelagem da evolução condicional do risco.

Este resultado amplia e corrobora evidências obtidas em Jianshe (2007) para o mercado chinês, Karmakar (2005) para o mercado da Índia, e Thupayagale (2010) para o mercado russo. Com base nesta nova e específica modelagem de risco, é possível ainda estabelecer uma nova abordagem de métrica de performance dos índices sob a ótica dos investidores locais.

REFERÊNCIAS

- ALBUJA, C.; GARCIA, F.; MOREIRAS, L.; FILHO, E. Onde Investir Nos Brics? Uma Análise Sob o Prisma da Organização Industrial. **RAE**, v. 51, p. 349–369, 2011.
- ALEXANDER, C. **Modelos de Mercado:** Um Guia para a Análise de Informações Financeiras. São Paulo: Bolsa de Mercadorias & Futuro, 2005.
- ANDERSON, T.; DARLING, D. Asymptotic theory of certain goodness-of-fit criteria based on stochastic processes. **Annals of Mathematical Statistics**, v. 23, p. 193–212, 1952.
- ARTZNER, P.; DELBAEN, F.; EBER, J. M.; HEATH, D. Coherent Measures of Risk. **Mathematical Finance**, v. 9, p. 203–228, 1998.
- BARBA, F.; CERETTA, P.; VIEIRA, K. Modelagem Da Volatilidade Em Períodos de Crise: Análise das Distribuições Alternativas no BRIC e nos EUA. **REGE**, v. 18, p. 569–584, 2011.
- BARRA, U. **Gestión del Riesgo en Entornos No-gaussianos.** Trabajo de Investigación del Programa de Doctorado Interuniversitario en Finanzas Cuantitativas. Universidad Complutense de Madrid, Universidad del País Vasco, Universitat de València, 2004.
- BAUMANN, R. (org). **O Brasil e os demais BRIC's – Comércio e Política.** Brasília, DF: CEPAL. Escritório no Brasil/IPEA, 2010. 180p.
- BELL, A. Status of the 'BRICs': An Analysis of Growth Factors. **International Research Journal of Finance and Economics**, v. 69, p. 19–25, 2011.
- BERKOWITZ, J.; O'BRIEN, J. How Accurate are Value-at-Risk Models at Commercial Banks? **The Journal of Finance**, v. 5, p. 583–602, 2002.
- BHATTACHARYYA, M.; MADHAV, S. A Comparison of VaR Estimation Procedures for Leptokurtic Equity Index Returns. **Journal of Mathematical Finance**, v. 2, p. 13–30, 2012.
- BOLLERSLEV, T. Generalised autoregressive conditional heteroscedasticity. **Journal of Econometrics**, v. 31, p. 307–327, 1986.
- BOX, G.; JENKINS G. **Time Series Analisys:** Forecasting and Control. 2. ed. San Francisco: Holden Day, 1976.
- BRICS MONITOR. **A Entrada da África do Sul nos BRICS.** BRICS Policy Center / Centro de Estudos e Pesquisa BRICS, Abril/2011.
- BRITO, G.; ASSAF NETO, A. Modelo de risco para carteiras de créditos Corporativos. **Revista de Administração**, v. 43, n. 3, p. 263–274, 2008.

CAMPBELL, S. **A Review of Backtesting and Backtesting Procedure.** Finance and Economics Discussion Series, Divisions of Research & Statistics and Monetary Affairs, Federal Reserve Board, Washington D.C, 2005.

CASSETTARI, A. Sobre o cálculo do “value at risk” usando distribuições hiperbólicas. **Revista de Administração**, v. 36, p. 103–116, 2001.

CHRISTOFFERSSEN, P. Evaluating Interval Forecasts. **International Economic Review**, v. 39, p. 841–862, 1998.

CORNISH, E.; FISHER, R. Moments and cumulants in the specification of distributions. **Revue de l'Institut International de Statistique**, v. 5, p. 307–320, 1937.

COSTA, J. **Distribuição Hiperbólica das Rentabilidades Accionárias.** Working Paper WP0353, NOVA School of Business & Economics Paper Series, 1999.

CRNKOVIC, C.; DRACHMAN, J. **Quality Control in VaR:** Understanding and Applying Value-at-Risk. London: Risk Publications, 1997.

DE LA ROCQUE, E. A Vedete do Controle de Riscos. **Revista Bovespa**, v. 47, p. 50–52, 1997.

DICKEY, D.; WAYNE, F. Likelihood ratio statistics for autoregressive time series with a unitroot. **Econometrica**, v. 49, p. 1057–1072, 1979.

DIDIER, T.; LOVE, I.; PERÍA, M. **What explains stock market's vulnerability to the 2007-2008 crisis?** World Bank policy research. Working paper 5224, Banque Mondiale, 2010.

DUFFIE, D.; PAN, J. An overview of value at risk. **Journal of Derivatives**, v. 4, p. 7–49, 1997.

ENGLE, R. Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation. **Econometrica**, v. 50, p. 987–1007, 1982.

_____. **GARCH 101:** An Introduction to the Use of Arch/Garch Models in Applied Econometrics. NYU Working Paper, No. FIN-01-030, 2001.

FAMA, E. The Behavior of Stock Market Prices. **Journal of Business**, v. 38, p. 34–105, 1965.

GAGLIANONE, W. P. Evaluating Value-at-Risk models via quantile regressions. In: GAGLIANONE, W. P. **Ensaios em Macroeconomia e Finanças**. 2007. 116f. Tese (Doutorado em Economia) – Escola de Pós-Graduação e Economia - EPGE – Fundação Getúlio Vargas – FGV, Rio de Janeiro, 2007.

GALDI, F.; PEREIRA, L. Valor em risco (VaR) utilizando modelos de previsão de volatilidade: EWMA, GARCH e volatilidade estocástica. **Brazilian Business Review**, v. 4, p. 74–95, 2007.

- GOURIEROUX, C.; JASIAK, J. **Financial econometrics:** problems, models and methods. Princeton, New Jersey: Princeton University Press, 2001.
- GUJARATI, D. **Econometria básica.** Rio de Janeiro: Elsevier, 2006.
- HAAS, M. **New Methods in Backtesting.** Working Paper. Financial Engineering Research Center Caesar, Friedensplatz 16, D-53111 Bonn, 2001.
- HOSKING, J. L-Moments: analysis and estimation of distributions using linear combination of order statistics. **Journal of the Royal Statistical Society**, v. 52, p. 105–124, 1990.
- HULL, J.; WHITE, A. Value at risk when daily changes in market variables are not normally distributed. **Journal of Derivatives**, v. 5, p. 9–19, 1998.
- JÁNSKÝ, I.; RIPPÉL, M. **Value at Risk forecasting with the ARMA-GARCH family of models in times of increased volatility.** IES Working Paper 27/2011. IES FSV. Charles University, 2011.
- JIANSHE, O. **Evaluating predictive performance of Value-At-Risk models in Chinese stock markets.** Tese (Mestrado em Filosofia e Negócios – Finanças e Seguros) – Lingnan University, Hong Kong, 2007.
- JORION, P. **Value at risk:** a nova fonte de referência para a gestão do risco financeiro. Tradução Thierry Barbe. São Paulo: BM & FBOVESPA: Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros, 2010.
- KARMAKAR, M. Modeling Conditional Volatility of the Indian Stock Markets. **Vikalpa**, v. 30, p. 21–37, 2005.
- KEARNEY, C. Emerging markets research: trends, issues and future directions. **Emerging Markets Review**, v. 13, p. 159–183, 2012.
- KOLMOGOROV, A. Sulla determinazione empirica di una legge di distribuzione. **Giorn. Ist. Ital. Attuar.**, v. 4, p. 83-91, 1933.
- KUPIEC, P. Techniques for Verifying the Accuracy of Risk Management Models. **Journal of Derivatives**, v. 3, p. 73–84, 1995.
- LAUBSCH, A. J.; ULMER, A. **Risk management:** a practical guide. 1. ed. New York: Risk Metrics Group, 1999.
- LIEN, D.; YANG, X.; YE, K. **Alternative approximations to value-at-risk:** a comparison. Working Paper No. 0037ECO-202-2012, College of Business, University of Texas at San Antonio, 2012.
- LIU, W. Estimation and testing of portfolio value-at-risk based on L-comoment matrices. **Journal of Futures Markets**, v. 30, p. 897–908, 2010.

- LOPEZ, J. Methods for Evaluating Value-at-Risk estimates. San Francisco, **Federal Reserve Bank of San Francisco Economic Review**, n. 2, p. 3-17, 1999.
- MANDELBROT, B. The Variation of Certain Speculative Prices. **Journal of Business**, v. 36, p. 394–419, 1963.
- MANGANELLI, S.; ENGLE, R. F. **Value at risk models in Finance**, ECB, Working Paper No 75, 2001.
- MATOS, P.; OQUENDO, R.; TROMPIERI, N. BRIC: A Financial Integrated Group? *In: WORLD FINANCE CONFERENCE*, 6., 2013, Chipre. **Anais...** Chipre, 2013.
- MATOS, P.; PENNA, C.; LANDIM, M. Análise de convergência de performance das bolsas de valores: a situação do Ibovespa no cenário mundial. **Revista Brasileira de Finanças**, v. 9, p. 437–459, 2011.
- MORALLES, H.; NETO, A. Distribuição de Probabilidade e Value-At-Risk (VaR) Paramétrico: examinando a suposição de Normalidade para grandes carteiras e ativos individuais num contexto de estabilidade econômica. *In: ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO*, 30., São Carlos, 2010. **Anais...** São Carlos: ABEPRO, 2010.
- MORETTI, R. **A Eficiência da Teoria de Administração de Portfólio de Markowitz, considerando Custos de Transação para o Mercado de Ações Brasileiro de julho de 1999 a junho de 2003**. 2004. 184f. Dissertação (Mestrado Profissional em Economia) – Faculdade de Ciências Econômicas, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2004.
- MORETTIN, P. A. **Econometria Financeira – Um Curso em Séries Temporais Financeiras**. São Paulo: Blucher, 2008.
- O'NEILL, J. Building Better Global Economic BRICs. **Goldman Sachs Global Economics Paper**, n. 66, p. 1–16, 2001.
- _____. Welcome to a future built in BRICs. **The Telegraph**, London, p. 1–6, 2011.
- PANT, V.; CHANG, W. An Empirical Comparison of Methods for Incorporating Fat Tails into Value-At-Risk Models. **Journal of Risk**, v. 3, p. 99–119, 2001.
- PENA, V. H. de La; RIVERA, R.; RUIZ-MATA, J. Quality Control of Risk Measures: backtesting VAR models. **Journal of Risk**, v. 9, p. 39–54, 2007.
- PENNA, C.; MATOS, P.; BALBINA, A. **Fundos de investimentos em ações no Brasil: Incentivos, gestão e convergência**. Working paper, NCF–CAEN/UFC, Nº 2013–1, 2013.
- PERRON, P.; NG, S. Useful Modifications to Some Unit Root Tests with Dependent Errors and Their Local Asymptotic Properties. **Review of Economic Studies**, v. 63, p. 435–63, 1996.

POLICY BRIEF. Os BRICS e a Crise Europeia. BRICS Policy Center / Centro de Estudos e Pesquisa BRICS, Fevereiro/2012.

PRAUSE, K. The Generalized Hyperbolic Model: Estimation, Financial Derivatives and Risk Measures. PhD thesis, University of Freiburg, 1999.

SANTANA, N. B. Crescimento Econômico, desenvolvimento sustentável e inovação tecnológica – uma análise de eficiência por envoltória de dados para os países do BRICS. 2012. 216f. Tese (Doutorado em Ciências) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2012.

SANTOS, J. O. dos; COELHO, P. A. Análise da relação risco e retorno em carteiras compostas por índices de bolsa de valores de países desenvolvidos e de países emergentes integrantes do bloco econômico BRIC. **Revista Contabilidade & Finanças**, v. 21, p. 23–37, 2010.

SHAPIRO, S.; FRANCIA, R. An approximation analysis of variance test for normality. **Journal of the American Statistical Association**, v. 67, p. 215–216, 1972.

SHAPIRO, S.; WILK, M. An analysis of variance test for normality (complete samples). **Biometrika**, v. 52, p. 591–611, 1965.

SILLITTO, G. Derivation of Approximants to the Inverse Distribution Function of a Continuous UniVaRiate Population from the Order Statistics of a Sample. **Biometrika**, v. 56, p. 641–650, 1969.

SILVA, W. V.; TARDELLI, M.; ROCHA, D. T. da; MAIA, M. Aplicação da métrica Value at Risk a índices de bolsas de valores de países latino-americanos: um estudo utilizando os modelos de previsão de volatilidade EWMA, EQMA e GARCH. **Perspectiva**, v. 34, p. 19–32, 2010.

SMIRNOV, N. Tables for estimating the goodness of fit of empirical distributions. **Annals of Mathematical Statistics**, v. 19, p. 279-281, 1948.

SOUSA, M. O. M. de; YOSHINO, J. A.; BIANCONI, M. A Crise Norte-Americana do Subprime – Impacto e Consequências para os BRICs (Parte 01). **Informações Fipe**, n. 371, p. 23–29, 2011.

SOUZA-SOBRINHO, N. Extração da Volatilidade do Ibovespa. **Resenha BM & F**, n. 144, p. 17–39, 2001.

TAYLOR, S. J. Conjectured Models for Trend in Financial Prices Tests and Forecasts. **Journal of the Royal Statistical Society**, v. 143, p. 338–362, 1980.

_____. **Modeling Financial Time Series**. New York: Wiley, 1986.

THUPAYAGALE, P. Evaluation of GARCH-based models in value-at-risk estimation: Evidence from emerging equity markets. **Investment Analysts Journal**, v. 72, p. 13–29, 2010.

TODOROVA, D. **Avaliação da performance de modelos de VaR em Mercados Emergentes:** uma aplicação aos Mercados da Bulgária e da Romênia. 2009. 93f. Tese (Mestrado em Finanças) - Instituto Superior de Ciências do Trabalho e da Empresa, Instituto Universitário de Lisboa, Lisboa, 2009.

TSAY, R. **Analysis of financial time series.** 3. ed. Hoboken, New Jersey: John Wiley and Sons Inc., 2010.

VENKATARAMAN, S. Value at risk for a mixture of normal distributions: the use of quasi Bayesian estimation techniques. **Economic Perspectives**, Federal Reserve Bank of Chicago, v. 21, n. 2, p. 2–13, 1997.

VIEIRA, F. V.; VERÍSSIMO, P. M. Crescimento econômico em economias emergentes selecionadas: Brasil, Rússia, Índia, China (BRIC) e África do Sul. **Economia e Sociedade**, v. 18, p. 513–546, 2009.

VRIES, G.; ERUMBAN, A.; TIMMER, M.; VOSKOBOYNIKOV, I.; WU, H. Deconstructing the BRICs: Structural Transformation and Aggregate Productivity Growth. **Journal of Comparative Economics**, v. 40, n. 2, p. 211-227, 2012.

WILSON, D.; PURUSHOTHAMAN, R. **Dreaming With BRICs:** The Path to 2050. Goldman Sachs' Global Economics Paper, No: 99, 2003.