



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE TELEINFORMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE TELEINFORMÁTICA

Modelagem Tensorial para Estimação de Parâmetros em Arranjos de Antenas Polarimétricas

Dissertação de Mestrado

Jordan Silva de Paiva

FORTALEZA – CEARÁ
FEVEREIRO 2014



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE TELEINFORMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE TELEINFORMÁTICA

Modelagem Tensorial para Estimação de Parâmetros em Arranjos de Antenas Polarimétricas

Autor

Jordan Silva de Paiva

Orientador

Prof. Dr. André L. F. de Almeida

*Dissertação apresentada à
Coordenação do Programa de
Pós-graduação em Engenharia de
Teleinformática da Universidade
Federal do Ceará como parte dos
requisitos para obtenção do grau
de **Mestre em Engenharia de
Teleinformática.***

FORTALEZA – CEARÁ
FEVEREIRO 2014

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Biblioteca de Pós-Graduação em Engenharia - BPGE

-
- P168m Paiva, Jordan Silva de.
Modelagem tensorial para estimação de parâmetros em arranjos de antenas polarimétricas / Jordan Silva de Paiva. – 2014.
120 f. : il. color. , enc. ; 30 cm.
- Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Teleinformática, Fortaleza, 2014.
Área de concentração: Sinais e Sistemas.
Orientação: Prof. Dr. André Lima Férrer de Almeida.
1. Teleinformática. 2. Detectores. 3. Antenas. I. Título.



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CENTRO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE TELEINFORMÁTICA
CAMPUS DO PICI, CAIXA POSTAL 6007 CEP 60.738-640
FORTALEZA – CEARÁ - BRASIL
FONE (+55) 85 3366-9467 – FAX (+55) 85 3366-9468

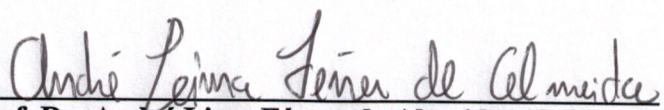
JORDAN SILVA DE PAIVA

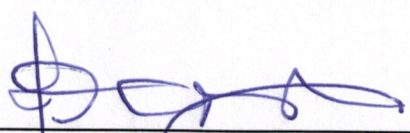
**MODELAGEM TENSORIAL PARA ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS
EM ARRANJOS DE ANTENAS POLARIMÉTRICAS**

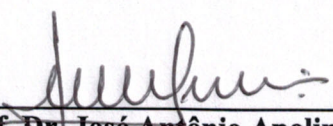
Dissertação submetida à Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Teleinformática, da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia de Teleinformática.
Área de concentração: Sinais e Sistemas.

Aprovada em: 21/02/2014.

BANCA EXAMINADORA


Prof. Dr. André Lima Férrer de Almeida (Orientador)
Universidade Federal do Ceará


Prof. Dr. João Cesar Moura Mota
Universidade Federal do Ceará


Prof. Dr. José Antônio Apolinário Júnior
Instituto Militar de Engenharia

Dedicatória

O autor dedica este trabalho aos seus pais Juarez Ferreira de Paiva (in memoriam) e Maria do Carmo Silva de Paiva como reconhecimento do esforço na dedicação e orientação e aos seus filhos como estímulo.

Agradecimentos

Em primeiro lugar, agradecer a Deus por tudo. Aos meus pais, Maria do Carmo Silva de Paiva e Juarez Ferreira de Paiva, pela vida. A meu irmão Servilho Paiva, pelo companheirismo e apoio nos momentos mais difíceis.

Ao prof. Dr. André L.F. de Almeida, como meu orientador durante o mestrado, pelo apoio, sempre à disposição, tirando as dúvidas que surgiam, propondo melhorias, propostas de soluções, mesmo em meio à sua atribulada vida acadêmica, sempre arrumava um tempo para conversar e vislumbrar caminhos inovadores para a pesquisa.

Agradecer também ao prof Dr. Antonio Sergio Sombra e a todos do grupo do Laboratório de Telecomunicações e Ciência e Engenharia de Materiais - LOCEM, em especial ao Marcelo Silva e Roger Ribeiro pelo apoio e orientação no uso do simulador *HFSS*®.

Aos meus amigos e companheiros do Grupo de Telecomunicações Sem Fio - GTEL, Rafael Guimarães e Diego Aguiar, e do Grupo de Processamento de Sinais e Informação - GPSI, Paulo Ricardo, Igor Flávio, Gilderlan Tavares e Ítalo Cavalcante, pela amizade e apoio durante o processo de escrita da minha dissertação.

Agradecer ainda aos Gerentes do Escritório da Anatel em Fortaleza, José Afonso e José Everardo, pelo apoio, incentivo e oportunidade de participar deste programa de pós-graduação.

E finalmente, agradecer a todos os amigos e companheiros da Anatel e da Estácio-FIC, pelo incentivo, ajuda e confiança no trabalho desenvolvido.

Resumo

Nesta dissertação são propostos métodos baseados em processamento tensorial de sinais para a estimação de parâmetros em arranjos de antenas vetoriais elétricas (Tripolo), considerando diferentes estruturas de arranjos ULA (do inglês, *Uniform Linear Array*), *L-shape* e UPA (do inglês, *Uniform Planar Array*). Inicialmente, utilizando um arranjo em *L-shape*, foi desenvolvido um modelo tensorial de terceira ordem (3-D) para os dados recebidos. Baseado neste modelo, um algoritmo T-ALS (do inglês, *Trilinear Alternating Least Squares*) é usado para a estimação cega de parâmetros das fontes. Em seguida, sob transmissão supervisionada, é proposto um método alternativo, utilizando a decomposição SVD, o qual é comparado ao método tensorial com uso do algoritmo T-ALS. Uma segunda abordagem é proposta utilizando-se uma estrutura de arranjo planar de antenas (UPA), a qual faz uso de um modelo tensorial de quarta ordem (4-D) junto ao algoritmo de estimação Q-ALS (do inglês, *Quadrilinear Alternating Least Squares*). Neste caso, um método alternativo é proposto usando a fatoração do produto de Khatri-Rao e uma análise comparativa destes métodos é realizada. Considerando-se o caso supervisionado, é feito ainda um estudo comparativo dos algoritmos Q-ALS, T-ALS e SVD, e um novo algoritmo, chamado *Nested-SVD* é proposto. O desempenho dos métodos propostos é avaliado através de simulações de Monte Carlo em diferentes cenários e configurações de arranjo. Por fim, foi realizada a modelagem computacional do tripolo elétrico com uso de software de simulação de alta frequência (HFSS), possibilitando a extração do parâmetro de ganho espacial dos arranjos *L-shape* e UPA. Em seguida, é feita a avaliação do desempenho dos métodos tensoriais propostos em uma situação mais realista, e comparado ao desempenho usando modelos idealizados de arranjos de antenas com ganho unitário e omnidirecional.

Key-words: Arranjos de antenas, antenas vetoriais, modelagem tensorial, estimação cega de fontes.

Abstract

In this dissertation, we propose methods based on tensor signal processing for the parameter estimation in electric vector (Tripole) antenna arrays, considering different structures of arrays (ULA, L-shape and UPA). Initially, using a L-shape array, we develop a third order (3-D) tensor model for the received data. Based on this model, a trilinear alternating least squares (T-ALS) algorithm is used for the blind estimation of the source's parameters. Then, under supervised transmission an alternative method is proposed by resorting to the SVD decomposition, which is compared to the T-ALS algorithm. A second approach is proposed, which is based on a uniform planar array antenna (UPA). In this case a fourth-order (4-D) tensor model is obtained, and the Q-ALS (*Quadrilinear Alternating Least Squares*) algorithm is used for parameter estimation. An alternative method is also proposed, which exploits the factorization of the Khatri-Rao product. Considering the supervised case, a new algorithm called Nested-SVD is proposed and a comparative study with Q-ALS, T-ALS and SVD algorithms is carried out. The performance of the proposed methods is evaluated through Monte Carlo simulations in different scenarios and array settings. Finally, computational modeling of electric tripole using the high frequency simulation software (HFSS) was performed, enabling the extraction of the L-shape and UPA spatial array gain. Then, the performance of the proposed tensor methods is evaluated in a more realistic scenario, and compared to idealized omnidirectional and unitary gain antenna array models.

Key-words: Arrays antennas, blind source estimation, tensor models, vectorial antennas.

Sumário

Lista de Figuras	vii
Lista de Acrônimos	xi
Notação	xiii
1 Introdução	1
1.1 Contexto do Problema	1
1.2 Revisão Bibliográfica	3
1.3 Motivação e Objetivos	8
1.4 Estrutura da Dissertação	9
2 Modelagem e Arranjos	11
2.1 Conceitos Iniciais	11
2.1.1 Sistema de Coordenadas	11
2.1.2 Modelo de Sinal Eletromagnético	12
2.1.3 Modelo de Sinal no Sensor	13
2.1.4 Parâmetros do Sinal	14
2.1.5 Ganho / Diagrama de Radiação de Antena	15
2.1.6 Polarização de uma Onda	17
2.1.7 Sensores Polarimétricos ou Vetoriais	18
2.2 Arranjos de Sensores	20
2.2.1 Arranjo Linear Uniforme	22
2.2.2 Arranjo <i>L-shape</i>	25
2.2.3 Arranjo Planar Uniforme	30
3 Estimadores dos Parâmetros de Direção e Polarização dos Sinais via Modelagem Tensorial	33
3.1 Princípios de Modelagem Tensorial	34
3.1.1 Introdução	34

3.1.2	Matriciação ou Desdobramento	35
3.1.3	Formulação Escalar do Modelo de Decomposição Tensorial PARAFAC	37
3.1.4	Rank do Tensor	39
3.1.5	Unicidade	40
3.2	Métodos Propostos	41
3.2.1	Método Tensorial para Arranjo ULA	43
3.2.2	Comparação entre Métodos Matriciais e Tensoriais para Arranjo ULA	45
3.2.3	Modelos Tensoriais para Arranjo <i>L-shape</i>	48
3.2.4	Resultados de Simulação para Arranjos <i>L-shape</i>	53
3.2.5	Métodos Propostos para Arranjos UPA	58
3.2.6	Resultados de Simulação para Arranjos UPA	65
3.3	Resumo dos Resultados do Capítulo	71
4	Modelagem de Arranjos de Antenas Com Uso de Simuladores	74
4.1	O Simulador High Frequency Structure Simulator - <i>HFSS</i> [®] . . .	75
4.2	Modelos Desenvolvidos	77
4.2.1	Dipolo	77
4.2.2	Tripolo	80
4.2.3	Arranjo <i>L-shape</i>	82
4.2.4	Arranjo Planar Uniforme - UPA	84
4.3	Resultados de Simulação	87
4.4	Resumo do Capítulo	91
5	Conclusões e Perspectivas	93
	Referências Bibliográficas	96

Lista de Figuras

1.1	Uma antena vetorial eletromagnética 6D	2
1.2	Ecologia de Métodos Tensoriais	6
2.1	Coordenadas esféricas	12
2.2	Fontes e Sensores	14
2.3	Ganho do dipolo de referência.	16
2.4	A evolução do campo elétrico \vec{E} para polarização linear (A), circular (B) e elíptica (C).	17
2.5	Elipse de Polarização com os parâmetros α e β	18
2.6	Antena Polarimétrica (Vetorial)	19
2.7	Arranjo Linear Uniforme (ULA)	23
2.8	Arranjo <i>L-shape</i> em 2-D	26
2.9	Arranjo Uniforme Planar (UPA)	30
3.1	Tensor genérico \mathcal{X} de ordem 3	35
3.2	Fibras de um Tensor \mathcal{X} de Ordem 3: (A) Modo 1 (Coluna) $x_{.jk}$, (B) Modo 2 (Linha) $x_{i.k}$, (C) Modo 3 (Tubo) $x_{ij.}$	35
3.3	Fatias (Slices) de um Tensor \mathcal{X} de Ordem 3: (A) Horizontal ($X_{i.}$), (B) Lateral ($X_{.j.}$) e (C) Frontal ($X_{..k}$)	35
3.4	Matriciação concatenando os slices (A) Horizontal, (B) Lateral e (C) Frontal do tensor \mathcal{X}	36
3.5	Ilustração do Tensor genérico representado pelo produto de 3 vetores	39
3.6	Tripolo Elétrico	41
3.7	Arranjo Linear Uniforme (ULA)	43
3.8	Tensor genérico \mathcal{Z} representando a estrutura de dados	44
3.9	RMSE $_{\phi}$ para arranjo ULA com 3 antenas polarimétricas e 9 antenas escalares para métodos de estimação tensoriais e matriciais	46

3.10 $RMSE_{\phi}$ para arranjo ULA com 5 antenas polarimétricas e 15 antenas escalares para métodos de estimação tensoriais e matriciais	47
3.11 $RMSE_{\phi}$ para arranjo ULA com 10 antenas polarimétricas e 30 antenas escalares para métodos de estimação tensoriais e matriciais	48
3.12 Arranjo <i>L-shape</i> em 2-D	49
3.13 Método T-ALS Convencional.	49
3.14 Opções de geração do tensor \mathcal{U} a partir da composição dos tensores \mathcal{X} e \mathcal{Z} representando as estruturas de dados do arranjo <i>L-shape</i>	50
3.15 Método T-ALS Concatenado.	51
3.16 Arranjo <i>L-shape</i> em 2-D	54
3.17 NMSE vs. SNR para da matriz de direção para diversos números de fontes M e Arranjo com três antenas ($N = 3$) utilizando o modelo concatenado dos tensores \mathcal{X} e \mathcal{Z}	55
3.18 NMSE da matriz de polarização para diversos números de fontes M e três antenas ($N = 3$)	55
3.19 RMSE dos ângulos para diversos números de fontes M e três antenas ($N = 3$)	56
3.20 RMSE do ângulo de elevação ϕ_2 em relação à fonte fixa em $\phi_1 = 78,1^\circ$	57
3.21 RMSE dos ângulos para um arranjo <i>L-shape</i> com sequência de Treinamento para diversas quantidades de fontes com 3 sensores	58
3.22 RMSE dos ângulos para Arranjo <i>L-shape</i> com sequência de treinamento para diversas quantidades de antenas com 3 fontes	58
3.23 Tempo de execução dos algoritmos SVD e T-ALS para um Arranjo <i>L-shape</i> com sequência de Treinamento para diversas quantidades de antenas com 3 fontes	59
3.24 Arranjo Uniforme Planar (UPA)	65
3.25 RMSE dos angulos com $I = L = 3$ antenas sob UPA e 3 e 6 fontes	66
3.26 Tempo médio de execução para os algoritmos Q-ALS e T-ALS+SVD, com $I = L = 3$ antenas no arranjo UPA para 3 e 6 fontes (M)	67
3.27 Comparativo do desempenho dos algoritmos Q-ALS e T-ALS com 3 fontes ($M = 3$), e $I = L = 3$ sensores, com SNR de 10 dB. A posição real das fontes é representada por um círculo, e as estimativas por um (x)	68
3.28 RMSE dos ângulos para os algoritmos Q-ALS e T-ALS com $I = L = 3$ e $I = L = 6$ antenas, para três fontes ($M = 3$)	68

3.29	Tempo médio de execução dos algoritmos Q-ALS, N-SVD e T-ALS com 3 e 6 antenas , para três fontes.	69
3.30	RMSE dos ângulos para os três algoritmos, com 3 antenas sob arranjo UPA, para 3 e 6 fontes	70
3.31	RMSE dos angulos com 3 antenas e 6 fontes	70
3.32	Comparativo do desempenho dos algoritmos Q-ALS, N-SVD e T-ALS com seis fontes ($M = 6$), $I = L = 3$ antenas, para SNR de 10 dB. A posição real das fontes é representada por um círculo, e as estimativas por um (x)	71
3.33	Tempo médio de execução para os algoritmos Q-ALS, N-SVD e T-ALS três fontes ($M = 3$)	71
4.1	Detalhe da Malha de Elementos Finitos para o tripolo elétrico	75
4.2	Interface de configuração de antena dipolo	77
4.3	Módulo <i>HFSS</i> [®] de configuração de antena dipolo	78
4.4	Perda de retorno da antena dipolo	79
4.5	Diagrama de ganho 3D de antena dipolo de referência	79
4.6	Diagrama vertical de ganho 2D da antena dipolo de referência	80
4.7	Modelo 3D do tripolo	80
4.8	Portas de Excitação destacando o eixo X do tripolo	81
4.9	Campos elétricos no <i>gap</i> do tripolo	81
4.10	Diagrama de ganho 3D do tripolo elétrico	82
4.11	Ganho 3D do arranjo <i>L-shape</i>	83
4.12	Diagrama de ganho 2D vertical de arranjo <i>L-shape</i> com 3 antenas (N=3)	83
4.13	Diagrama de ganho 3D do arranjo <i>L-shape</i> com 5 antenas (N=5)	84
4.14	Diagrama de ganho vertical de arranjo <i>L-shape</i> com 5 antenas (N=5)	84
4.15	Ganho 3D do arranjo UPA	85
4.16	Diagrama de ganho 2D e vertical de arranjo UPA com 3 antenas (N=3)	85
4.17	Diagrama de ganho 3D do arranjo UPA com 5 antenas (N=5)	86
4.18	Diagrama de ganho vertical de arranjo UPA com 5 antenas (N=5)	86
4.19	Modelagem de Arranjos	87
4.20	Esquema visual de uma Estação Radio Base com seu ganho diretivo	88
4.21	<i>Scatter plot</i> dos ângulos de DOA das fontes com a posição real representada por um círculo, e as estimativas por um (x), de um arranjo <i>L-shape</i> com N=5 sensores	89

4.22	Comparação das estimativas para o caso Ideal, realista com <i>cluster</i> e Omni, de um arranjo <i>L-shape</i> com N=5 sensores.	90
4.23	<i>Scatter plot</i> dos ângulos de DOA das fontes com a posição real representada por um círculo, e as estimativas por um (x), de um arranjo UPA com N=3 sensores	91
4.24	Comparação das estimativas para o caso Ideal, realista com <i>cluster</i> e Omni, de um arranjo UPA com N=3 sensores.	91

Lista de Acrônimos

ALS *Alternate Least Squares*

BER *Bit Error Rate*

CANDECOMP *CANonical DECOMPosition*

CP *Candecomp/Parafac*

DOA *Direction Of Arrival*

DS *Delay and Sum*

DS-CDMA *Direct Sequence - Code Division Multiple Access*

ESPRIT *Estimation of Signal Parameters via Rotacional Invariance*

FEM *Finite Element Method*

LS-KRF *Least Squares - Khatri-Rao Factorization*

ML *Maximum Likelihood*

MIMO *Multiple Input Multiple Output*

MUSIC *MUltiple Signal Classification*

MVDR *Minimum Variance Distortionless Response*

NMSE *Normalized Mean Square Error*

OFDMA *Orthogonal Frequency Division Multiple Access*

PARAFAC *PARAllel FACtorization*

Q-ALS *Quadrilinear Alternating Least Squares*

RADAR *Radio Detection And Ranging*

RMSE *Root Mean Square Error*

SNR *Signal to Noise Ratio*

SONAR *SOund NAVigation Ranging*

SVD *Singular Value Decomposition*

T-ALS *Trilinear Alternating Least Squares*

UCA *Uniform Circular Array*

ULA *Uniform Linear Array*

UPA *Uniform Planar Array*

URA *Uniform Rectangular Array*

USA *Uniform Square Array*

Notação

Ao longo da dissertação o significado para os seguintes símbolos segue conforme notação abaixo:

(a, b, \dots)	Valores escalares em letras minúsculas,
$(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \dots)$	Vetores em letras minúsculas e negrito
$\mathbf{a} \circ \mathbf{b}$	Produto externo dos vetores \mathbf{a} e \mathbf{b} .
$(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \dots)$	Matrizes em letras maiúsculas e negrito
\mathcal{X}	Tensores em maiúsculas e caligráfica
\mathbb{C}	Conjunto de números complexos
\mathbb{C}^I	Conjunto de vetores complexos de dimensão I
$\mathbb{C}^{I \times J}$	Conjunto de matrizes complexas de dimensões (I \times J)
$\mathbb{C}^{I_1 \times \dots \times I_N}$	Conjunto de tensores complexos de dimensões $(I_1 \times \dots \times I_N)$
x_i	O i -ésimo elemento de um vetor \mathbf{x}
x_{ij}	O elemento da i -ésima linha e da j -ésima coluna da matriz \mathbf{X}
x_{ijk}	O elemento (i, j, k) de um tensor de terceira ordem \mathcal{X}
$\mathbf{A}_{i.}$	A i -ésima linha da matriz $\mathbf{A}_{I \times J}$
$\mathbf{A} \otimes \mathbf{B}$	Produto de Kronecker de $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{I \times J}$ com $\mathbf{B} \in \mathbb{C}^{K \times L}$,

$$\mathbf{A} \otimes \mathbf{B} = \begin{bmatrix} a_{1,1}\mathbf{B} & a_{1,2}\mathbf{B} & \cdots & a_{1,J}\mathbf{B} \\ a_{2,1}\mathbf{B} & a_{2,2}\mathbf{B} & \cdots & a_{2,J}\mathbf{B} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{I,1}\mathbf{B} & a_{I,2}\mathbf{B} & \cdots & a_{I,J}\mathbf{B} \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^{IK \times JL}$$

$\text{diag}(\mathbf{A}_{i.})$ Forma uma matriz diagonal com a i -ésima linha da matriz \mathbf{A}

$\mathbf{A} \odot \mathbf{B}$ Produto Khatri-Rao de $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{I \times K}$ com $\mathbf{B} \in \mathbb{C}^{J \times K}$,

$$\mathbf{A} \odot \mathbf{B} := [\mathbf{a}_1 \otimes \mathbf{b}_1 \quad \mathbf{a}_2 \otimes \mathbf{b}_2 \quad \dots \quad \mathbf{a}_K \otimes \mathbf{b}_K] = \begin{bmatrix} \mathbf{B} \text{diag}(\mathbf{A}_{1.}) \\ \mathbf{B} \text{diag}(\mathbf{A}_{2.}) \\ \vdots \\ \mathbf{B} \text{diag}(\mathbf{A}_{I.}) \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^{JI \times K}$$

\mathbf{A}^T Transposta da Matriz \mathbf{A}

\mathbf{A}^{-1} Inversa da Matriz \mathbf{A}

\mathbf{A}^\dagger	Pseudo inversa de Moore-Penrose da Matriz \mathbf{A}
$ \mathbf{A} _F$	Norma de Frobenius da matriz \mathbf{A}
$vec(\mathbf{X})$	Converte \mathbf{X} em um vetor coluna \mathbf{x} empilhando suas colunas
\vec{E}	Intensidade de campo elétrico
$g_n(\theta, \phi)$	Ganho do sensor n na direção (θ, ϕ)
\vec{H}	Intensidade de campo magnético
$i_{(.)}$	Vetor unitário na direção $(.)$
α	O ângulo de orientação da elipse de polarização $\in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$
β	O ângulo de elipsidade de polarização $\in (-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$
γ	Frequência do sinal
ϵ	A permissividade elétrica
θ	O ângulo de azimuth $\in [0, 2\pi)$, tendo como referência o eixo x
λ	Comprimento de onda
μ	A permeabilidade magnética
ϕ	O ângulo de elevação $\in [0, \pi]$, tendo como referência o eixo z
ω	Frequência da onda portadora
∇	Operador Gradiente
$k_{\mathbf{A}}$	k-rank da matriz \mathbf{A}
$r_{\mathbf{A}}$	Rank da matriz \mathbf{A}

Introdução

1.1 Contexto do Problema

A estimação de parâmetros de direção de chegada de sinais DOA (*Direction Of Arrival*) usando arranjo de antenas é um desafio enfrentado em diferentes aplicações, como Radar (*Radio Detection And Ranging*), Sonar (*SOund NAvigation Ranging*), sistemas wireless, astronomia, entre outros. Diversas técnicas de estimação de DOA foram desenvolvidas nos últimos 40 anos [1], utilizando uma miríade de arranjos geométricos de antenas, tais como arranjo linear uniforme ULA (*Uniform Linear Array*), arranjo em formato de L (*L-shape*) arranjo uniforme circular UCA (*Uniform Circular array*), arranjo retangular uniforme URA (*Uniform Rectangular Array*), etc.

Outro aspecto importante é o conceito de “antenas vetoriais eletromagnéticas” que foi introduzido por Nehorai e Paldi em [2] distinguindo das antenas comuns, ou “escalares”, e consiste em duas tríades ortogonais de antenas do tipo “dipolo” e “loop”, dispostas sobre um centro de fase comum, produzindo como sinal de saída, um vetor contendo as medidas das seis componentes do campo eletromagnético incidente, permitindo estimar a direção de chegada de ondas incidentes com polarização arbitrária, um problema desafiador para antenas escalares. Portanto, uma antena vetorial eletromagnética é, intrinsecamente uma combinação polarimétrica de antenas escalares. A Figura 1.1 ilustra uma antena vetorial eletromagnética, composta de uma tríade de antenas dipolos elétricos e uma tríade de *loops* magnéticos, em um centro de fase comum.

A exploração da polarização de onda aumenta a capacidade dos sistemas de comunicação e melhora o desempenho dos sistemas de antenas ativos como o radar. Em sistemas de radar, as informações polarimétricas da ondas recebidas podem revelar características do alvo, tais como estrutura geométrica, forma, e orientação, e pode assim ser explorada para melhorar

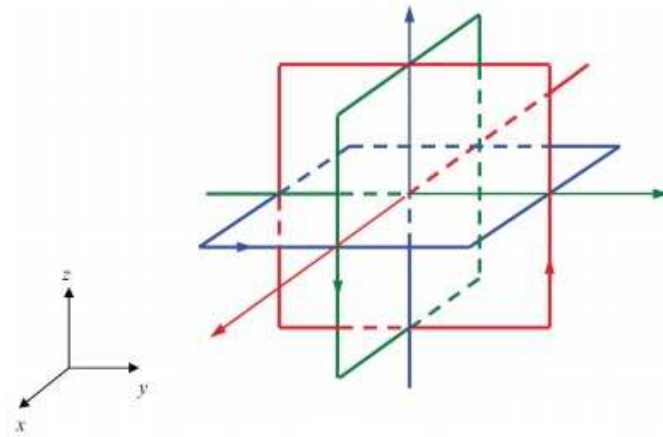


Figura 1.1: Uma antena vetorial eletromagnética 6D

significativamente o desempenho da detecção [3], [4], [5], [6].

Para adquirir eficientemente informações polarimétricas completas sobre o alvo, é desejável também que o RADAR seja capaz de comandar a polarização da onda transmitida, o que permite também explorar a diversidade de polarização na transmissão [7], [8], [9]. Entre os sistemas de RADAR atuais, o polarimétrico, baseado na transmissão e recepção de ondas com orientações horizontal e vertical, foi desenvolvido e aprovado em uma ampla gama de aplicações. Em um trabalho com antenas vetoriais [10], métodos de formatação de feixes de radiação polarimétricas foram propostos, mas questões sobre como gerar tais ondas polarizadas não foram abordadas.

Em sistema de comunicações sem fio, o uso da informação de polarização tem demonstrado melhorar significativamente a capacidade dos sistemas de comunicação [11], e ganhos extras na capacidade de canal podem ser obtidos por meio da utilização de antenas vetoriais eletromagnéticas, [11]. Tais ganhos são oriundos da exploração de seis estados elétricos e magnéticos de polarização.

O uso de antenas vetoriais eletromagnéticas ganhou popularidade recente em processamento de sinais, ao melhorar o desempenho de técnicas de localização de fontes de alta resolução [12]. Neste contexto, um problema de importância primordial é estabelecer condições que garantam a localização espacial de um determinado número de fontes co-canaís (problema também conhecido como estimação da direção de chegada).

Em [12], foi proposta uma abordagem original para o estudo das condições de identificabilidade espacial de múltiplas fontes com arranjos de antenas vetoriais eletromagnéticas, usando a decomposição tensorial CANDECOMP (CANonical DECOMPosition)/PARAFAC (PARAllel FACtors), ou CP [13], [14].

As decomposições tensoriais são ferramentas oriundas da álgebra multilinear que apresentam grande potencial em problemas de modelagem de dados multidimensionais, processamento de sinais, estimação de parâmetros, tendo se destacado também na solução de problemas de modelagem do canal de propagação, e localização espacial de multipercursos [15], [16], [17] e [18].

1.2 Revisão Bibliográfica

Os sistemas de estimação de ângulo de chegada (DOA) têm o objetivo de identificar a direção da fonte de um ou mais sinais eletromagnéticos incidentes em um conjunto de antenas, sob a forma de um ângulo $[\theta]$, que representa o azimuth para um arranjo linear, e um conjunto de ângulos $[\phi, \theta]$, que definem a elevação e o azimuth, respectivamente, para arranjos planares.

A direção de chegada dos sinais foi inicialmente utilizada em sistemas de Radar e Sonar, mas recentemente tem sido aplicada com grande ênfase em sistemas de comunicações móveis. Existem várias técnicas de estimação de DOA na literatura, que variam de acordo com o parâmetro analisado, tais como amplitude, fase, polarização, frequência ou mesmo tempo de chegada. Para cada parâmetro, dependendo do cenário, uma ou mais técnicas de estimação de DOA podem ser utilizadas. Por exemplo, caso a fase seja utilizada, um método empregado pode ser a interferometria [19].

As técnicas de estimação de DOA podem ser divididas preliminarmente em termos da estrutura dos dados recebidos pelas antenas como: Matriciais e Tensoriais. Os métodos matriciais tradicionalmente são divididos em três tipos [20]:

- Métodos de Estimação espacial, baseados na conformação eletrônica do feixe de radiação do arranjo de antenas, em conjunto com o direcionamento de nulos do diagrama de radiação do arranjo, buscando em todas as direções os picos de potência na saída, obtidos pela soma ponderada da saída de cada antena. Estes métodos não exploram a natureza do vetor de sinal, particularmente, nem o modelo estatístico dos sinais e do ruído.

O método mais conhecido é o 'atraso e soma' (*Delay and Sum - DS*) [21], ou método conformador de feixe, que ao direcionar o feixe para uma determinada direção, obtêm a melhor estimativa do sinal que chega naquela direção. Estimando a potência que chega em cada direção, varrendo toda a faixa de interesse, o ângulo estimado de chegada do sinal está na direção que recebe a maior potência. A dificuldade deste método é que na presença de interferências, a potência de saída conterá também sinais interferentes.

O método Capon [22], é uma variante dos métodos de conformação de feixe que reduz a contribuição dos sinais indesejados, criando nulos nas direções destes sinais e apontando o feixe para os sinais de interesse. Os fatores de ponderação de cada antena utiliza a técnica MVDR (*Minimum Variance Distortionless Response*), [23], minimizando a potência na saída, mas mantendo o ganho na direção do sinal desejado.

Apesar de bastante utilizados, estes métodos apresentam diversas limitações quanto à capacidade de separação espacial das fontes, com a SNR (*Signal to Noise Rate*), e com custo computacional proibitivo para uma maior quantidade de antenas.

- Métodos baseados em Sub-espço, os quais exploram as propriedades da matriz de autocorrelação da saída do arranjo, dividindo o espaço varrido pelos autovetores em sub-espços do sinal e do ruído, [24], onde o sub-espço do sinal é varrido pelos autovetores associados aos maiores autovalores, e o sub-espço do ruído aos autovetores associados aos menores autovalores.

O método MUSIC (*MUltiple Signal Classification*), proposto por [24], explora a geometria dos subespços gerados pela matriz de correlação dos sinais, onde os vetores diretores das direções de chegada pertencem todos ao sub-espço do sinal, ortogonais ao sub-espço do ruído, bastando procurar dentre todos os vetores possíveis do arranjo, aqueles que sejam perpendiculares ao espaço gerado pelos autovetores do ruído, [25].

A capacidade de resolução deste método se mostra superior à obtida pelos métodos convencionais, distinguindo fontes próximas umas das outras, desde que sejam descorrelacionadas, mas com forte dependência de melhor desempenho ao maior número de amostras utilizadas na estimação da matriz de correlação dos sinais incidentes, e de maior SNR do sistema. Várias modificações foram implementadas neste algoritmo com o propósito de reduzir a complexidade computacional [26], e melhorar a resolução das fontes, tais como o Root-Music [27], e Cyclic-Music [28]. Em [29] é utilizado o algoritmo MUSIC para melhorar o desempenho sob baixa relação sinal ruído SNR em um conjunto de 2 arranjos *L-shape* ortogonais. Em um trabalho recente, [30], foi utilizado o método MUSIC combinado com um arranjo de antenas *L-shape* 2-D.

A técnica ESPRIT (*Estimation of Signal Parameters via Rotacional Invariance*), [31], utiliza dois subarranjos de antenas idênticos, com um deles sendo a réplica deslocada do outro, onde os elementos devem

estar separados por um vetor de deslocamento constante, Δ , com um elemento em comum, e com o mesmo padrão de ganho. A ideia é explorar a invariância rotacional do sinal subjacente, gerado pela invariância translacional do conjunto de antenas, desta forma, o sub-espço do sinal é aquele que contém as saídas dos dois subarranjos. Diversas versões deste método com melhorias foram implementadas, como LS e TLS-ESPRIT [32] e Unitary-ESPRIT [33].

Os métodos MUSIC e ESPRIT por se basearem no sub-espço do ruído, apresentam uma fragilidade na estimação dos parâmetros sob baixa SNR, [34] e em ambas as técnicas, para um arranjo de N antenas, são possíveis a estimação de parâmetros de $N - 1$ sinais.

- Métodos de Máxima Verosimilhança - ML(*Maximum Likelihood*) , baseado na observação dos dados de uma distribuição do sinal recebido na estimativa dos seus parâmetros, [35], possuindo duas versões, [36], diferenciadas entre si pelo modelo de sinais: Determinístico, quando usa modelo de sinal condicional, ou seja, os parâmetros são aleatórios dentro de uma amostra; Estatístico, quando usa de um modelo de sinal incondicional, onde tanto o sinal como o ruído são aleatórios.

Este método foi um dos primeiros desenvolvidos para estimar os ângulos de chegada de sinais incidentes em arranjos de antenas, apresentando desempenho superior aos de sub-espço em condições de SNR desfavoráveis, ou com pequeno número de amostras dos sinais, conseguindo boa resolução mesmo com fontes correlacionadas, mas devido a complexidade computacional elevada [37] - [38], se tornou menos utilizado e gradualmente foi sendo substituído pelas técnicas de sub-espço. Algumas soluções alternativas, [39], foram propostas para otimizar o problema de maximização que mostra um esforço computacional considerado muito alto.

Para uma explicação detalhada de cada um destes métodos, recomenda-se a leitura de [40] e referências relacionadas.

Os métodos Tensoriais, por sua vez, rearranjam a estrutura de dados recebidos explorando a diversidade da informação contida nas diversas versões dos sinais recebidos permitindo um maior número de graus de liberdade no processo de separação dos sinais, possibilitando expandir os limites de detecção de fontes em comparação com os métodos baseados em álgebra linear matricial.

O uso combinado de métodos tensoriais em arranjos de antenas tem sido estudado sob diversas situações. O uso de arranjo *L-shape* foi usado em

[41] juntamente com a decomposição tensorial PARAFAC trilinear estruturado sobre a estatística de segunda ordem dos sinais recebidos.

A decomposição quadrilinear em arranjo quadrado uniforme USA (*Uniform Square Array*) foi utilizada em [42] com antenas polarimétricas em formato de cruz, limitando a saída da antena a duas dimensões elétricas, com ênfase na avaliação do desempenho de BER (*Bit Error Rate*).

Em [43] foi utilizado um arranjo linear uniforme ULA (*Uniform Linear Array*) de antenas vetoriais medindo as seis componentes (três de campo elétrico e três de campo magnético) e a partir da matriz de covariância do sinal recebido gerado um algoritmo Q-ALS, avaliando o desempenho de estimativa de ângulos de DOA.

Adicionalmente, o algoritmo LS-KRF (*Least Squares - Khatri-Rao Factorization*) proposto em [44] para sistemas MIMO (*Multiple Input Multiple Output*), tem sido usado também com sucesso na estimação de parâmetros de sinais em [45].

Assim, esta dissertação faz uso intensivo dos modelos tensoriais utilizando antenas polarimétricas dos campos elétricos (*Tripolo*), sob arranjos ULA, *L-shape* e UPA, propondo métodos que explorem eficientemente as características dos sinais presentes nestes arranjos.

A Figura 1.2 apresenta o ecologia de métodos tensoriais de estimação de ângulos de chegada - DOA utilizados nesta dissertação, mostrando a inter-relação entre formato de arranjo, tipo de antena e método utilizado.

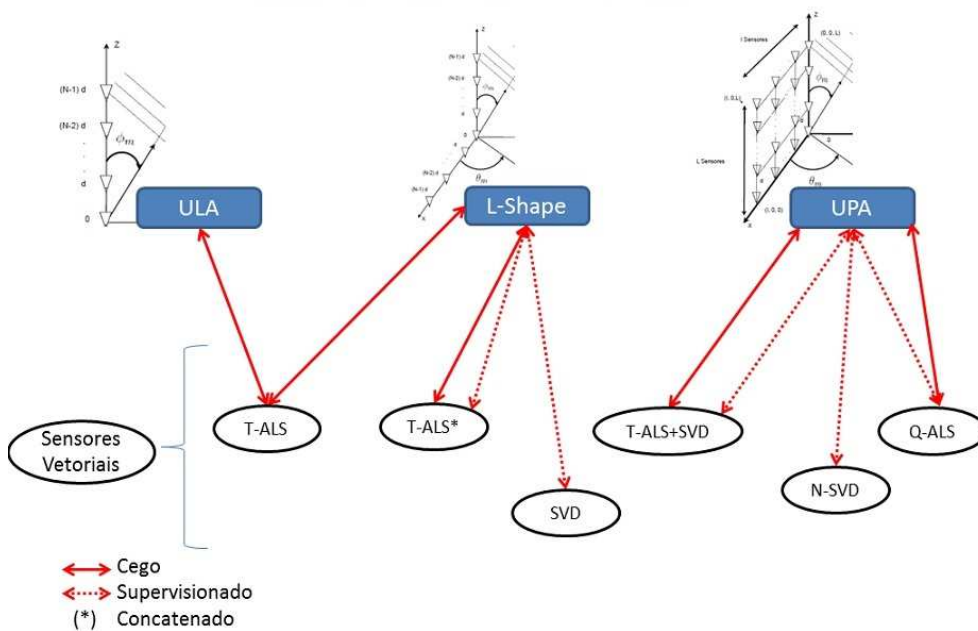
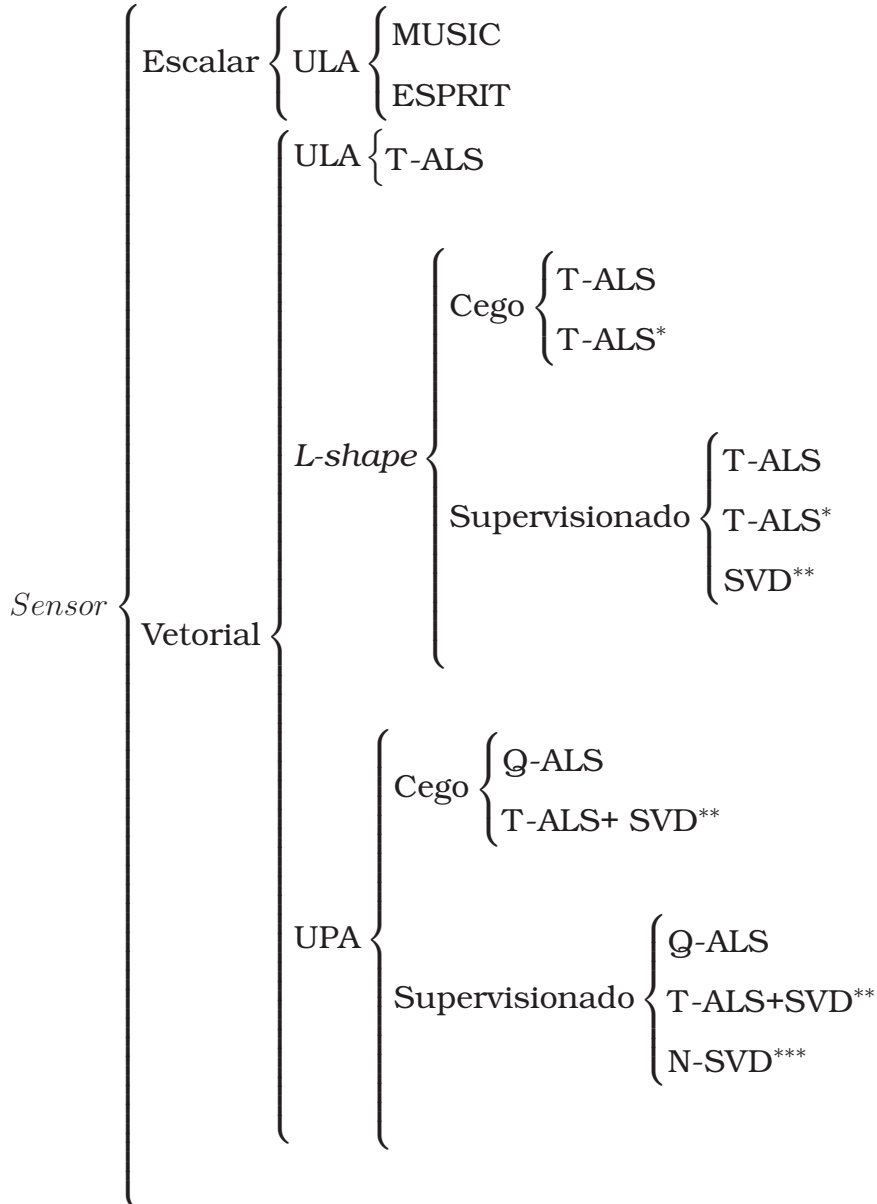


Figura 1.2: Ecologia de Métodos Tensoriais

Foi dado destaque ainda às condições do sinal para a identificação das fontes, de forma supervisionada ou cega, definindo o nicho de atuação de cada modelo do desenvolvimento de métodos de estimação de DOA nesta dissertação, em função do tipo de antena, do arranjo utilizado e do tipo de sinal recebido, conforme abaixo:



(*) Método concatenado de tensores

(**) Decomposição do produto de Khatri-Rao, LS-KRF

(***) *Nested*-SVD por dupla decomposição LS-KRF

A aplicação de arranjos de antenas tem sido sugerido nos últimos anos para sistemas de comunicações móveis para aumentar a capacidade dos sistemas superando o problema da largura limitada da banda do canal, o que satisfaz uma demanda cada vez maior para um grande número de usuários em canais de comunicação [46].

Quando um arranjo de antenas é usado apropriadamente em um sistema de comunicações móveis, fornece melhoria no desempenho do sistema, aumentando a capacidade do canal e a eficiência do uso do espectro, bem como a extensão da cobertura, adaptando a forma da radiação, guiando múltiplos feixes para acompanhar muitos celulares, e compensando eletronicamente a distorção da abertura da antena. Também reduz os efeitos do multipercurso, interferências cocanal, custo e complexidade do sistema, e a probabilidade de interrupção do sinal [47]. Desta forma, os arranjos com antenas adaptativas e os algoritmos para controlá-los são vitais para o desenvolvimento de sistemas de comunicação de alta capacidade.

Desta forma, afim de estudarmos o diagrama de radiação das estruturas radiantes propostas nesta dissertação, utilizaremos a modelagem computacional, através do software *High Frequency Structure Simulator* - HFSS, da antena tripolo elétrico e dos arranjos *L-shape* e UPA, sob diversas configurações de número de elementos de antenas, obtendo seus padrões de ganho, e investigando o impacto destes parâmetros no desempenho dos métodos desenvolvidos, em situações práticas dos sistemas de comunicação móvel [46].

1.3 Motivação e Objetivos

Como visto nas Sessões 1.1 e 1.2, e tendo como motivação os resultados apresentados em [11], [12] e [15], os quais apresentam hipóteses simplificadas para o modelo das antenas ou do canal de propagação [10], [16], nesta dissertação são aplicadas as decomposições tensoriais na modelagem e estimação do canal e parâmetros dos sinais, com uso de antenas vetoriais eletromagnéticas.

O foco deste estudo é na decomposição tensorial PARAFAC [17], sendo propostos modelos avançados de arranjos de antenas que exploram eficientemente a polarização da onda, bem como a avaliação do desempenho de algoritmos de localização espacial de fontes baseados em tais modelos.

A partir de [46] que apresenta os ganhos dos sistemas móveis com o uso de arranjos de antenas em estações Rádio Base, foi feita a modelagem computacional do ganho do arranjo das antenas, introduzindo aspectos mais realistas destes modelos, simulando situações de espalhamento angular das fontes em grupos, sob diferentes métodos de estimação de DOA e estruturas de arranjos de antenas.

Neste contexto, esta dissertação apresenta como contribuições principais:

- Uso de antenas polarimétricas elétricas (tripolos) que permitem utilizar as informações de polarização dos sinais das fontes;

- A modelagem de sinal dos arranjos em formato *L-shape* e Planar (UPA) com antenas polarimétricas ;
- Uso da decomposição tensorial PARAFAC para a modelagem dos sinais e formulação de métodos de estimação dos parâmetros de chegada e da polarização dos sinais;
- Uso de algoritmos de mínimos quadrados alternados (ALS) baseados na decomposição tensorial PARAFAC de ordem 3 e ordem 4;
- Uso do algoritmo LS-KRF nos casos de identificação supervisionada de fontes;
- Utilização de modelagem computacional de antenas polarimétricas para extração mais realistas de parâmetros dos arranjos utilizados;
- Avaliação da influência do ganho do arranjo nos métodos tensoriais propostos, usando situações de espalhamento angular de fontes em sistemas de comunicações móveis;
- Uso combinado de métodos tensoriais que permitam explorar eficientemente a polarização das ondas eletromagnéticas incidentes, tornando possível distinguir fontes mesmo sem o uso de sequências de treinamento e com um pequeno número de antenas.
- A comparação do desempenho destes arranjos usando a métrica de erro quadrático médio de estimação dos ângulo em função do número de antenas utilizadas, quantidade de fontes e tipo de arranjo.

1.4 Estrutura da Dissertação

Este documento está organizado da seguinte forma:

Capítulo 2 – neste capítulo é apresentada a base teórica utilizada na metodologia deste trabalho, introduzindo o conceito de antena polarimétrica, e sendo apresentados e descritos os conceitos básicos de sinais eletromagnéticos, o modelo de sinal, os parâmetros mais importantes utilizados nesta dissertação como ganho de radiação e polarização de onda. Em seguida são apresentados os modelos de arranjos utilizados neste trabalho.

Capítulo 3 – neste capítulo são apresentados os métodos propostos de estimadores de DOA, incluindo os princípios de modelagem tensorial, ferramenta importante na conceituação dos métodos propostos, bem como os resultados numéricos de simulação para validar as formulações desenvolvidas. Estes resultados são obtidos através de simulações de Monte Carlo e serão discutidos ao longo do capítulo.

Capítulo 4 – neste capítulo é apresentada a modelagem dos diversos métodos utilizando simulação de estruturas por meio do software *HFSS*[®], com ênfase na modelagem da estrutura tripolo elétrico.

A partir do modelo do tripolo são estruturadas diversas simulações para obtenção dos seus parâmetros básicos e dos diversos arranjos sob análise deste estudo. É apresentada ainda uma avaliação do comportamento dos algoritmos baseados em métodos tensoriais sob uma parametrização mais realista do ganho das antenas.

Capítulo 5 – neste capítulo são feitas as conclusões do trabalho e as perspectivas de trabalhos futuros.

Modelagem e Arranjos

Neste capítulo serão apresentados a notação matemática utilizada, os conceitos básicos do modelo de sinal eletromagnético, os modelos paramétricos do sinal e das antenas, incluindo a polarização e a noção de antena vetorial. Complementando este capítulo, os diversos aspectos na modelagem de arranjos de antenas, incluindo os tipos e o modelo de sinal serão definidos afim de fundamentar a análise dos métodos propostos nos capítulos seguintes.

2.1 Conceitos Iniciais

2.1.1 Sistema de Coordenadas

Neste trabalho utilizaremos o sistema cartesiano de 3 dimensões que representa o espaço, com o tempo sendo a quarta dimensão, e desta forma, um sinal que varia no tempo e no espaço é escrito como $s(x, y, z, t)$, por exemplo, com x , y e z sendo as três variáveis espaciais em um sistema de coordenadas cartesianas orientado à direita, como mostrado na Figura 2.1.

Os vetores unitários nas três direções espaciais são representados como $\mathbf{i}_x, \mathbf{i}_y, \mathbf{i}_z$, com as seguintes características de ortogonalidade:

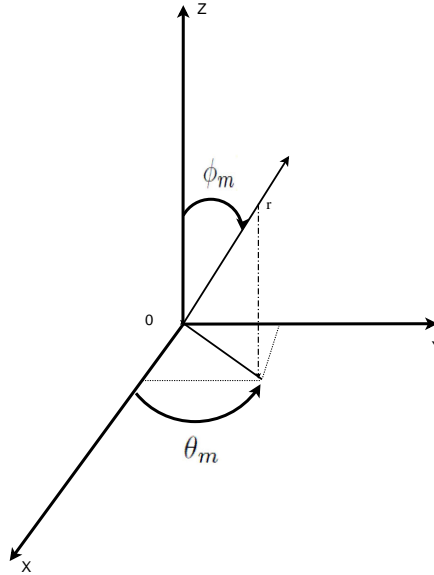
$$\langle \mathbf{i}_x, \mathbf{i}_x \rangle = \langle \mathbf{i}_y, \mathbf{i}_y \rangle = \langle \mathbf{i}_z, \mathbf{i}_z \rangle = 1$$

$$\mathbf{i}_x \mathbf{i}_y = \mathbf{i}_y \mathbf{i}_z = \mathbf{i}_z \mathbf{i}_x = 0$$

$$\mathbf{i}_x \times \mathbf{i}_y = \mathbf{i}_z$$

No caso de sistemas de coordenadas esféricas, um ponto é representado por sua distância r até a origem, seu azimuth θ dentro de um plano equatorial contendo a origem, e seu ângulo ϕ abaixo do eixo vertical.

As coordenadas esféricas e cartesianas são relacionadas pelas seguintes

**Figura 2.1:** Coordenadas esféricas

expressões:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad x = r \cos \theta \sin \phi \quad y = r \sin \theta \sin \phi \quad z = r \cos \phi$$

$$\theta = \arccos\left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right) = \arcsin\left(\frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right)$$

$$\phi = \arccos\left(\frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}\right)$$

2.1.2 Modelo de Sinal Eletromagnético

No caso de propagação de ondas, o sinal ou campo eletromagnético é descrito pela equação de onda no meio de transmissão sob as condições de contorno e de radiação apropriadas. Por exemplo, para o espaço livre as equações de Maxwell tomam a seguinte forma em sistemas de coordenadas cartesianas:

$$\begin{aligned} \nabla \times \vec{E} &= -\frac{\partial(\mu \vec{H})}{\partial t} & \nabla(\epsilon \vec{E}) &= 0 \\ \nabla \times \vec{H} &= \frac{\partial(\epsilon \vec{E})}{\partial t} & \nabla(\mu \vec{H}) &= 0 \end{aligned}$$

em que \vec{E} , representa a intensidade de campo elétrico, \vec{H} a intensidade de campo magnético, ϵ é a permissividade elétrica, μ é a permeabilidade magnética, e ∇ é o operador gradiente.

Assim, a equação de onda e sua solução governam como o sinal se propaga de uma fonte de radiação até uma antena e a precisa caracterização de como

o meio afeta a propagação resulta em uma melhor extração de informações que as ondas de propagação carregam, como por exemplo a posição da fonte. A solução da equação de onda para uma antena receptora localizada em uma posição fixa, digamos na origem de um sistema de coordenadas cartesianas $(x, y, z) = (0, 0, 0)$, e que observa o sinal que chega, tem a forma de uma exponencial complexa com frequência ω :

$$s(0, 0, 0, t) = Ae^{j(\omega t)} = A \cos(\omega t) + jA \sin(\omega t)$$

O termo "onda plana" se deve ao valor de $s(x, y, z, t_0)$ em um determinado momento t_0 , ser o mesmo em todos os pontos do plano dado por $k_x x + k_y y + k_z z = C$, onde C é uma constante. Usando a notação vetorial para a posição \mathbf{r} da antena e para o vetor de onda \mathbf{v} como (k_x, k_y, k_z) , podemos escrever a solução da equação de onda como:

$$s(\mathbf{x}, t) = Ae^{j(\omega t - \mathbf{v}\mathbf{r}^T)}$$

Assim os planos de fase constante, onde $\mathbf{v}\mathbf{r}^T$ é constante, são perpendiculares ao vetor \mathbf{r} .

2.1.3 Modelo de Sinal no Sensor

Considerando a condição de campo distante de uma fonte geradora de sinal m , com dimensões muito menores que a distância à antena, ou seja pontual, localizado em uma posição determinada pelo vetor $-\mathbf{v}_m$, onde \mathbf{v}_m é o vetor de onda na direção da propagação do sinal da fonte m , em um meio isotrópico infinito, e a antena n , também pontual, localizado na posição determinada pelo vetor \mathbf{r}_n , as ondas viajantes apresentadas na Figura 2.2 podem ser caracterizadas através dos seguintes parâmetros:

- Amplitude do sinal em um dado instante de tempo $A(t)$;
- Frequência da onda portadora (ω) ;
- Posição do vetor \mathbf{r} , de um ponto no espaço, conforme Figura 2.2.

Portanto, a função de onda no ponto definido pelo vetor \mathbf{r}_n da localização da antena n possui a seguinte dependência com o tempo:

$$\mathbf{E}(t, \mathbf{r}) = s(t)e^{j(\omega t - \mathbf{v}\mathbf{r}^T)} \quad (2.1)$$

Onde \mathbf{v} é o vetor de onda na direção da propagação da onda, $|\mathbf{v}| = \frac{2\pi}{\lambda}$ é denominada número de onda e λ é o comprimento de onda na direção de propagação.

O argumento da função de onda dado por $(\omega t - \mathbf{v}\mathbf{r}^T)$ é denominado de fase, e

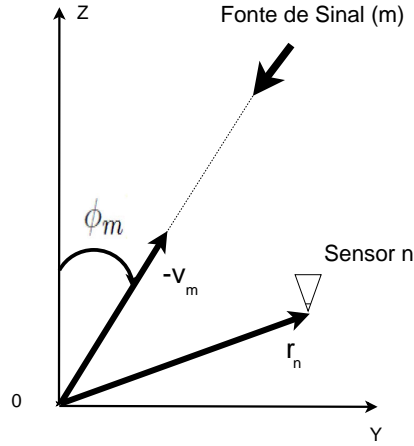


Figura 2.2: Fontes e Sensores

desta forma podemos definir "frente de onda" como o conjunto de pontos com a mesma fase em um tempo fixo t .

Por outro lado, a versão em banda básica da função de onda transmitida, eliminando-se a portadora (ωt), pode ser expressa genericamente por:

$$E(t, r) = s(t)e^{-j(\mathbf{v}\mathbf{r}^T)} \quad (2.2)$$

Na qual $s(t) = A(t)e^{j(\gamma t)}$ é o sinal transmitido com frequência γ , considerado de faixa estreita, ou seja suposto variar mais lentamente do que a portadora $e^{j(\omega t)}$.

2.1.4 Parâmetros do Sinal

Considerando que o meio é linear, de forma que o princípio de superposição seja válido, podemos considerar os efeitos de várias ondas separadamente. A expressão $E(t, r) = s(t)e^{-j(\mathbf{v}\mathbf{r}^T)}$ nos dá informações no tempo e espaço possíveis de distinguir sinais com parâmetros distintos. Dentre estes parâmetros destaca-se a Direção de Chegada (DOA), definido pelo ângulo de elevação ϕ e o azimuth θ .

O argumento do vetor \mathbf{v} indica a direção de propagação da onda plana, assim teremos:

$$\mathbf{v} = |v|[\cos \theta \sin \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \phi] \quad (2.3)$$

onde o conjunto ordenado $(\cos \theta \sin \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \phi)$ indica uma posição no espaço, θ indica o ângulo de azimuth em relação ao eixo x , e ϕ indica o ângulo de incidência vertical da onda, definido no sentido horário em relação ao eixo vertical z , conforme Figura 2.2. O parâmetro DOA, dado pelos ângulos θ e ϕ , definem a direção angular de cada fonte de sinal.

Considerando que uma antena n tem dimensões pequenas, ou seja, pontual,

representado em uma coordenada espacial dada pelo vetor $\mathbf{r}_n = [r_n x, r_n y, r_n z]$, o campo medido por esta antena de uma fonte m com azimuth θ_m e elevação ϕ_m em um dado instante t , utilizando a Equação (2.2) será:

$$\mathbf{E}_m(t, r_n) = \mathbf{s}_m(t) e^{-j[\|v_m\|[\cos \theta_m \sin \phi_m, \sin \theta_m \sin \phi_m, \cos \phi_m][r_n x, r_n y, r_n z]^T]}$$

$$\mathbf{E}_m(t, r_n) = \mathbf{s}_m(t) e^{-j[\|v_m\|[(r_n x \cos \theta_m \sin \phi_m) + (r_n y \sin \theta_m \sin \phi_m) + (r_n z \cos \phi_m)]]} \quad (2.4)$$

Assim, podemos generalizar o modelo do sinal obtido na saída da n -ésima antena relativo à m -ésima fonte de sinal como:

$$\mathbf{x}_{n,m}(t) = g_n(\theta_m, \phi_m) \mathbf{s}_m(t) e^{-j[\|v_m\|[(r_n x \cos \theta_m \sin \phi_m) + (r_n y \sin \theta_m \sin \phi_m) + (r_n z \cos \phi_m)]]} \quad (2.5)$$

onde $g_n(\theta_m, \phi_m)$ é o ganho da antena n na direção (θ_m, ϕ_m) e que pode ser avaliado a partir das características de cada antena (geometria, dimensões, estrutura, etc), de forma analítica ou utilizando um simulador de sistemas de alta frequência (HFSS da Ansoft, CST Microwave Studio, e outros) e $\mathbf{s}_m(t)$ é o sinal da m -ésima fonte.

O parâmetro DOA pode ser usado em conjunto com outros parâmetros, como polarização, por exemplo, possibilitando uma melhor caracterização e identificação das fontes.

2.1.5 Ganho / Diagrama de Radiação de Antena

A Diretividade D mede a capacidade de uma antena em concentrar a potência radiada na direção de máxima radiação $(\theta, \phi) = (\theta_{max}, \phi_{max})$ para antenas transmissoras, ou no caso de antenas receptoras a capacidade de concentrar a absorção de potência incidente na direção $(\theta, \phi) = (\theta_{max}, \phi_{max})$.

A Diretividade mede a capacidade de concentração de energia em uma determinada direção, matematicamente expressa por:

$$D = \frac{U_{max}}{U_{med}}$$

onde U_{max} é o valor máximo de intensidade de radiação da antena que ocorre em $(\theta, \phi) = (\theta_{max}, \phi_{max})$ e U_{med} é a potência radiada caso a potência entregue à antena fosse uniformemente radiada em todas as direções, ou seja, por um radiador isotrópico.

Ganho G de uma antena é definido como a razão entre a máxima densidade superficial de potência radiada pela antena e a densidade superficial de

potência radiada por um radiador isotrópico, ou seja:

$$G = \frac{S_{max}(\theta_{max}, \phi_{max})}{P_e/4\pi r^2}$$

, na qual $S_{max}(\theta_{max}, \phi_{max})$ corresponde à máxima densidade de potência radiada na direção $(\theta_{max}, \phi_{max})$ e $\frac{P_e}{4\pi r^2}$ é a densidade de potência radiada por um radiador isotrópico alimentado por uma potência P_e .

Considerando a eficiência da antenna não-isotrópica, definida por $\eta = \frac{P_a}{P_e}$, em que P_a corresponde à potência radiada pela antenna, temos que:

$$G = \eta D$$

e, portanto, o ganho de potência G de uma antenna será no máximo igual à sua diretividade.

O ganho da antenna pode ser expresso em dB em relação ao radiador isotrópico, definindo o parâmetro $dB_i = 10 \log(G)$, e frequentemente também é calculado em relação ao dipolo de meia onda, medido em dB_d , devido ser fisicamente irrealizável o radiador isotrópico.

A Figura 2.3 apresenta um diagrama de Ganho em 3D para um dipolo elétrico parametrizado para 1 GHz.

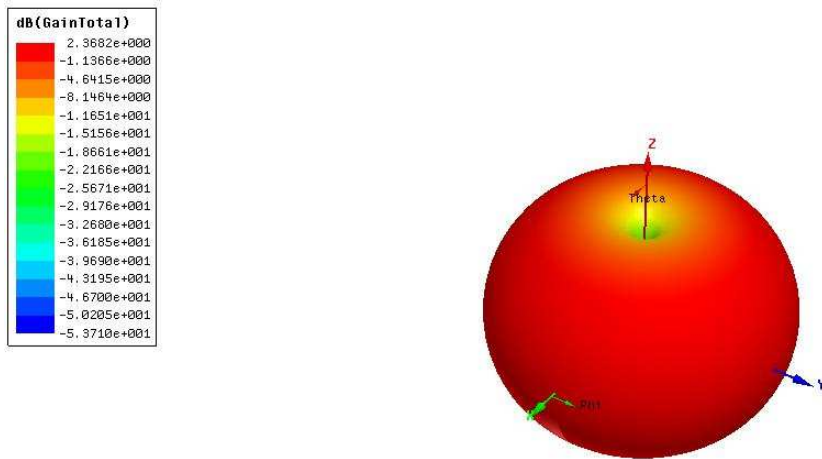


Figura 2.3: Ganho do dipolo de referência.

Diagrama de radiação: $\rho(\theta, \phi)$ é a representação gráfica que mostra as propriedades de radiação de uma antenna em função de coordenadas espaciais, [48]. O diagrama de radiação mostra a amplitude do campo distante (ou da potência radiada) em função dos ângulos θ e ϕ . No caso geral, o diagrama

é uma figura tridimensional, mas na maioria das vezes é representado como figuras bidimensionais (planos de corte vertical e horizontal). As propriedades de radiação incluem a densidade de fluxo de potência, intensidade de radiação, intensidade de campo, diretividade ou polarização.

2.1.6 Polarização de uma Onda

A polarização de uma onda de rádio é definida como a trajetória traçada através da ponta da seta que representa o vetor do campo elétrico instantâneo quando se observa ao longo da direção de propagação. Se o vetor está sempre sobre uma linha, que é normal à direção de propagação, o campo é dito polarizado linearmente. Se tiver sempre a mesma amplitude e, se observado ao longo do eixo de propagação, descrever uma trajetória circular, o campo é dito polarizado circularmente. E por último, se o vetor de campo elétrico variar a sua amplitude e, se observado ao longo do eixo de propagação, descrever uma trajetória elíptica, o campo é dito polarizado elípticamente. Na verdade, todos as polarizações são casos especiais da polarização elíptica [48].

A Figura 2.4 mostra a evolução do vetor campo elétrico \vec{E} para os três tipos de polarização, linear (A), circular (B) e elíptica (C). As curvas azuis mostram a evolução do vetor campo elétrico, enquanto as de vermelho e verde mostram as componentes x e y correspondentes.

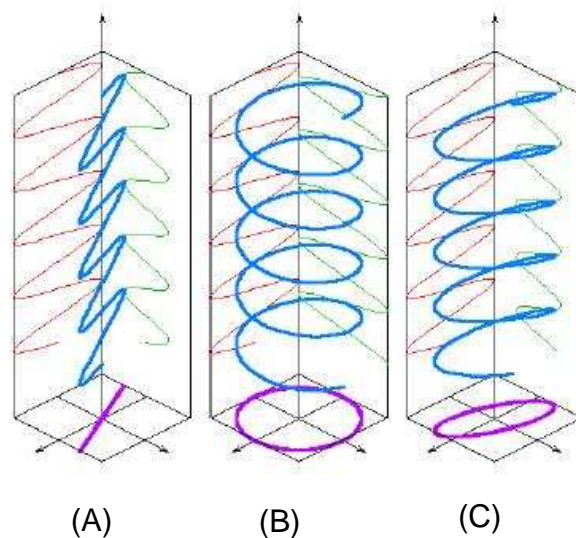


Figura 2.4: A evolução do campo elétrico \vec{E} para polarização linear (A), circular (B) e elíptica (C).

Uma maneira simples, mas eficaz, de descrever a polarização da onda em duas dimensões é através do uso da razão entre as suas componentes transversais f .

Para uma propagação de onda na direção z um número complexo, f , é definido como:

$$f = \frac{E_y}{E_x}$$

onde f mostra como as componentes transversais de \vec{E} variam com o tempo. Se f é real a onda tem polarização linear, se $f = (\pm j)$, é circular e finalmente, se f é um número complexo, a polarização é elíptica.

A polarização pode eficazmente ser representada por uma elipse dependendo de dois parâmetros: o ângulo de inclinação, α , e a razão axial, AR , definida como:

$$AR = \frac{\text{eixo menor}}{\text{eixo maior}} = \frac{\sin(\beta)}{\cos(\beta)} = \tan(\beta)$$

AR assume valores entre zero e 1, onde para uma relação axial de zero a polarização é dita linear, sem eixo menor, para uma relação axial de 1, a polarização é circular com os eixos iguais, e caso contrário, é elíptica. O ângulo α representa a inclinação em relação aos eixos de referência, e o ângulo β o grau de elipsidade da polarização, conforme Figura 2.5.

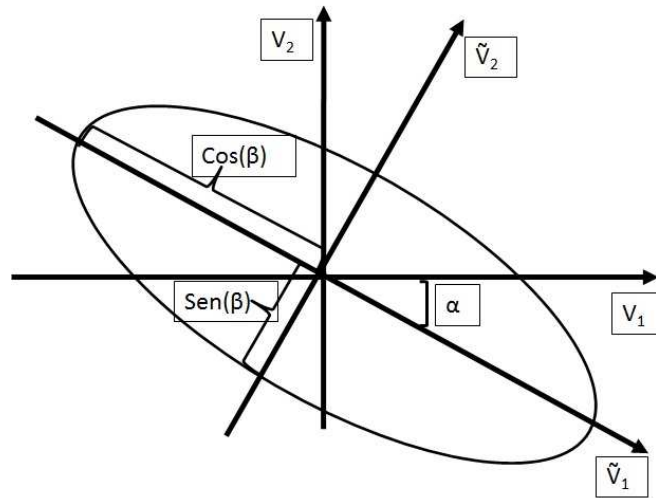


Figura 2.5: Elipse de Polarização com os parâmetros α e β .

2.1.7 Sensores Polarimétricos ou Vetoriais

Tendo em vista a evolução da tecnologia de antenas, considere que cada antena seja capaz de distinguir a polarização da onda elevando a capacidade de distinção de fontes de ondas planas.

Neste caso, cada antena agora é uma antena vetorial eletromagnética 6D, composta de uma tríade de antenas dipolos elétricos e uma tríade de *loops* magnéticos, em um centro de fase comum, chamado de antena vetorial, conforme Figura 2.6.

Assim, considerando:

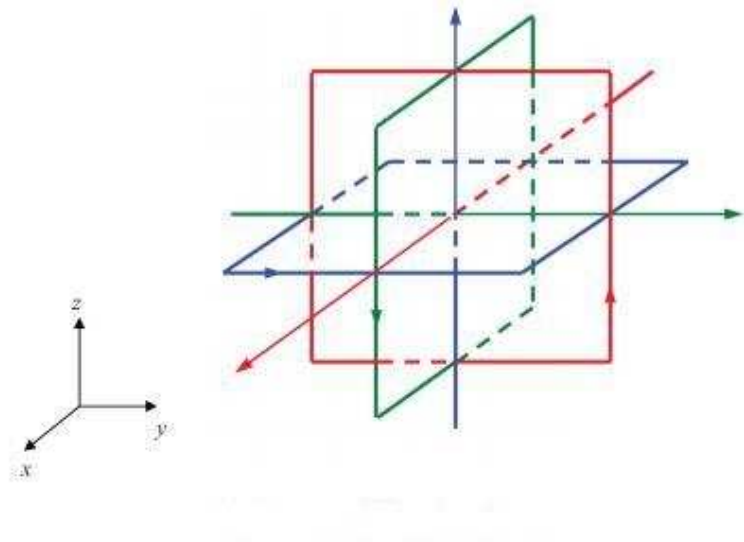


Figura 2.6: Antena Polarimétrica (Vetorial)

- as condições de campo distante (ondas planas), e o uso do sistema de coordenadas cartesianas;
- a antena de referência posicionado na origem;
- os ângulos de elevação ϕ e de azimute θ tem como referência o eixo z e x , respectivamente;
- os sinais das fontes sendo completamente polarizados;
- o meio de propagação sendo linear, isotrópico e homogêneo.

Cada antena forma um subarranjo do sistema inteiro para uma onda incidente com DOA (θ, ϕ) e polarização (α, β) [49], de acordo com a Figura 2.5 cuja distribuição, [50], é dada conforme abaixo :

$$\mathbf{c}(\theta, \phi, \alpha, \beta) \triangleq \underbrace{\begin{bmatrix} \cos \theta \cos \phi & -\sin \theta \\ \sin \theta \cos \phi & \cos \theta \\ -\sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & -\cos \theta \cos \phi \\ -\cos \theta & -\sin \theta \cos \phi \\ 0 & \sin \phi \end{bmatrix}}_{\mathbf{V}(\theta, \phi)} \underbrace{\begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} j \sin \beta \\ \cos \beta \end{bmatrix}}_{\mathbf{p}(\alpha, \beta)}, \quad (2.6)$$

ou de forma mais resumida:

$$\mathbf{c}(\theta, \phi, \alpha, \beta) \triangleq \mathbf{V}(\theta, \phi) \mathbf{p}(\alpha, \beta). \quad (2.7)$$

Na Equação (2.6), o ângulo de azimuth $\theta \in [0, 2\pi]$, o ângulo de elevação $\phi \in [0, \pi]$, o ângulo de orientação da elipse de polarização $\alpha \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$, e o ângulo da elipsidade $\beta \in [(-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$.

2.2 Arranjos de Sensores

Na seção anterior foi apresentado o modelo de sinal de uma única antena, que apresenta baixos valores de diretividade. Em muitas aplicações é necessário projetar sistemas com características mais diretas, com alto ganho, que pode ser atingido com o aumento das dimensões da antena.

Aumentando-se as dimensões da antena, frequentemente leva a melhores características de diretividade, mas existe uma outra forma de atingir este objetivo: A montagem de diversas antenas em uma configuração geométrica (Array), de forma que a resposta deste conjunto seja a soma dos campos recebidos por cada elemento individual. Em muitos casos são utilizadas antenas idênticas por ser mais simples, conveniente e mais prático.

Assim, arranjos de antenas compreende um conjunto de antenas espacialmente distribuídas atendendo a uma determinada geometria, fornecendo como saída uma combinação dos sinais recebidos em seus diversos elementos, e dependendo do tipo de aplicação, podem ser utilizados diferentes tipos de antenas (escalares, vetoriais, etc).

As pesquisas em arranjos de antenas tiveram sua origem em aplicações militares, desde a Segunda Guerra Mundial, sendo muito utilizadas em sistemas de RADAR (*Radio Detection And Ranging*) e SONAR (*SOund NAvigation Ranging*). Hoje gera grande interesse em comunicações móveis para aumentar a capacidade de atendimento a um maior número de usuários, bem como reduzir a interferência total através do reuso de frequências de maneira mais eficiente.

Em um arranjo de antenas temos pelo menos cinco parâmetros que podem ser utilizados para dar forma ao padrão do arranjo, [48]:

- ▶ a geometria da configuração (linear, circular, retangular, esférica);
- ▶ a disposição relativa entre os elementos ;
- ▶ a amplitude de excitação das antenas;
- ▶ a fase de excitação das antenas;
- ▶ o padrão de radiação de cada antena individual.

Um ponto particularmente importante no projeto de um arranjo de antenas é o espaçamento entre cada elemento individual que deve ser menor que a

metade do comprimento de onda da portadora ($\lambda/2$), evitando a geração de lóbulos secundários e garantindo a recuperação do sinal completamente. Em contrapartida, os valores de acoplamento mútuo aumentam muito quando a proximidade entre antenas é menor que $(\lambda/2)$, [51]. Desta forma, é utilizado o espaçamento entre antenas próximas a metade do comprimento de onda da portadora dos sinais ($\lambda/2$), de forma a atender ambos os critérios.

De maneira a simplificar a análise do arranjo de antenas, algumas condições de contorno devem ser observadas:

- ▶ As fontes de sinais estão afastadas o suficiente do arranjo de antena, ou seja consideradas em campo distante, de maneira que as frentes de onda do sinal incidente sejam consideradas planas;
- ▶ O espaçamento entre antenas é muito menor que a distância entre a fonte e o arranjo, de forma que a intensidade de campo seja aproximadamente a mesma em todas as antenas em um determinado instante de tempo t ;
- ▶ A onda plana atravessa um meio não dispersivo, assim a linearidade permite representar o sinal da saída de qualquer antena imersa neste meio como versões atrasadas ou adiantadas no tempo em relação a uma antena de referência;
- ▶ Os sinais são considerados de faixa estreita, ou seja, a largura de banda do sinal é pequena em relação à frequência da onda portadora;
- ▶ Os sinais são finitos, compondo um número discreto de frentes de ondas;
- ▶ Não há acoplamento mútuo entre antenas;
- ▶ O espaçamento entre antenas é a metade do comprimento de onda da portadora dos sinais;
- ▶ As antenas têm o mesmo padrão de radiação, assim, o diagrama de radiação do arranjo depende apenas da sua geometria;

Nesta seção serão tratados os casos especiais dos arranjos de antenas em uma escala de complexidade crescente incluindo o parâmetro de polarização:

- ▶ Arranjo Uniforme e Linear (ULA) com antenas de campo elétrico;
- ▶ Arranjo em *L-shape* bidimensional com antenas de campo elétrico;
- ▶ Arranjo em *L-shape* com antenas de campos elétricos com 3 polarizações x, y, z;

- Arranjo Planar Uniforme, UPA 2-D com antenas de campo elétrico;
- Arranjo Planar Uniforme, UPA 2-D com antenas elétricos com 3 polarizações x, y, z;

2.2.1 Arranjo Linear Uniforme

O arranjo de antenas mais simples e prático é formado colocando-se os elementos ao longo de uma linha reta, chamado de Arranjo Uniforme e Linear (*Uniform Linear Array* - ULA).

Esta configuração fornece uma grande simplicidade matemática do modelo do sinal na saída do arranjo, servindo de base para a exploração de arranjos com configurações mais sofisticadas.

Admitindo que o espaçamento entre antenas é muito menor que a distância entre a m -ésima fonte e o arranjo, de forma que podemos supor que a intensidade de campo seja aproximadamente a mesma em todos os elementos das antenas em um determinado instante de tempo t , quando uma onda plana atravessa um meio não dispersivo, a linearidade permite representar o sinal recebido em qualquer antena imersa neste meio como versões atrasadas ou adiantadas no tempo em relação a uma antena de referência. Assim, as diferenças de fase dos sinais recebidos em cada antena são transformadas em diferenças temporais.

Na prática, é possível termos várias fontes de sinais em diferentes direções ao mesmo tempo, e geralmente sobre estes sinais é adicionado ruído.

Considerando um arranjo linear vertical composto por N antenas, uniformemente espaçados por uma distância d , com M fontes pontuais de ondas planas incidentes, de faixa estreita e com mesma frequência de portadora (ω).

A Figura 2.7 mostra a m -ésima onda incidente na direção indicada pelo vetor \mathbf{v}_m no arranjo posicionado no eixo z , e a posição do n -ésima antena é dada pelo vetor posição $\mathbf{r}_n = [0, 0, nd]^T$.

Considerando o sinal da m -ésima fonte incidente no n -ésima antena no instante t , conforme a Equação (2.5), substituindo $|v| = \frac{2\pi}{\lambda}$, temos:

$$z_{n,m}(t) = g_n(\phi_m) s_m(t) e^{-jn[\frac{2\pi}{\lambda}(d \cos(\phi_m))]} \quad (2.8)$$

com $n = 0, 1, \dots, N-1$ e $m = 1, 2, \dots, M$

Definindo ainda a amplitude complexa do sinal $s_m(t)$ como:

$$s_m(t) = A_m(t) e^{[j\gamma_m(t)]} \quad (2.9)$$

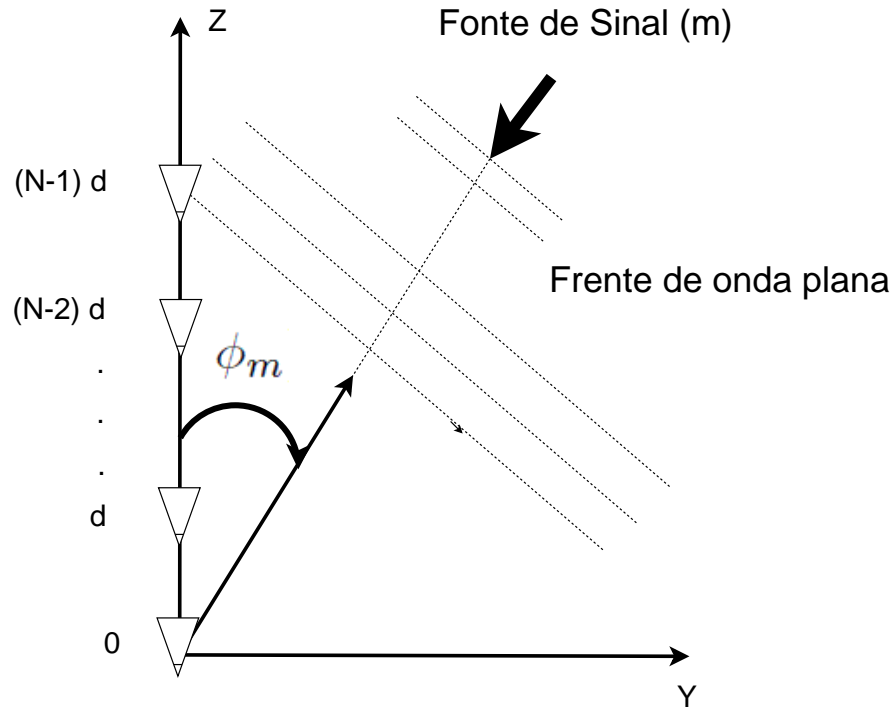


Figura 2.7: Arranjo Linear Uniforme (ULA)

e chamando o argumento da exponencial $\frac{2\pi}{\lambda}(d \cos(\phi_m))$ de σ_m , definido como o ângulo de fase elétrica associado à m -ésima fonte de sinal temos:

$$z_{n,m}(t) = s_m(t)a_n(m) \text{ com } a_n(m) = g(\phi_m)e^{jn\sigma_m} \quad (2.10)$$

Considerando que todos os elementos do arranjo são idênticos e que possuem a mesma diretividade, ou seja, $g(\phi_m) = g(\phi_{m+1})$, para $m = 1, \dots, M$, e que as antenas são omnidirecionais, com ganho $g(\phi_m) = g$, para $m = 1, \dots, M$, $a_n(m) = ge^{jn\sigma_m}$, que por simplicidade, com ganho normalizado, ou seja, $g = 1$, sem perda de generalidade temos:

$$a_n(m) = e^{jn\sigma_m}.$$

Concluindo, para sinais de banda estreita, onde a variação do sinal é mais lenta que a variação da portadora, os sinais recebidos pelas antenas diferem entre si apenas por uma defasagem que é um múltiplo de σ_m , que depende apenas da distância entre antenas d e do ângulo de chegada ϕ_m da onda plana. Assim, com o conhecimento de σ_m podemos calcular o ângulo de chegada ϕ_m através da relação:

$$\phi_m = \arccos \left[\frac{-\lambda\sigma_m}{2\pi d} \right]. \quad (2.11)$$

A Equação (2.10) define o sinal complexo da saída da n -ésima antena devido a

m-ésima onda plana da fonte m , no instante t . O somatório das contribuições produzidas pelas ondas incidentes das M fontes resultará no sinal $z_n(t)$ dado pela n -ésima antena:

$$z_n(t) = \sum_{m=1}^M a_n(m) s_m(t), \text{ para } n=0, 1, \dots, N-1. \quad (2.12)$$

O modelo de sinal utilizado no processamento de sinais de um arranjo é voltado para determinação de parâmetros do sinal, tais como azimuth, elevação, polarização, etc.

Considerando o sinal composto em (2.12) para cada uma das N antenas do arranjo, teremos que o sinal na saída do arranjo, associado a cada onda incidente, na forma vetorial como:

$$\mathbf{z}_m(t) = \mathbf{a}(m) s_m(t), \text{ para } m = 1, 2, \dots, M, \quad (2.13)$$

com $\mathbf{a}(m)$, denominado de vetor de direção (steering Vector).

$$\mathbf{a}(m) = [1 \quad e^{j\sigma_m} \quad e^{j2\sigma_m} \dots e^{j(N-1)\sigma_m}]^T \quad (2.14)$$

Considerando o sinal produzido pelas M fontes de sinais, teremos:

$$\mathbf{z}(t) = \sum_{m=1}^M \mathbf{a}(m) s_m(t) \quad (2.15)$$

Desenvolvendo o somatório de forma mais explícita temos :

$$\mathbf{z}(t) = \mathbf{a}(1) s_1(t) + \mathbf{a}(2) s_2(t) + \dots + \mathbf{a}(M) s_M(t)$$

$$\mathbf{z}(t) = [\mathbf{a}(1) \quad \mathbf{a}(2) \quad \dots \quad \mathbf{a}(M)] \begin{bmatrix} s_1(t) \\ s_2(t) \\ \vdots \\ s_M(t) \end{bmatrix}$$

Chegando a uma forma mais compacta:

$$\mathbf{z}(t) = \mathbf{A} \mathbf{s}(t)$$

,

onde $\mathbf{A} = [\mathbf{a}(1) \quad \dots \quad \mathbf{a}(M)] \in \mathbb{C}^{N \times M}$ e $\mathbf{s}(t) = [s_1(t) \quad \dots \quad s_M(t)]^T \in \mathbb{C}^{M \times 1}$.

A matriz \mathbf{A} tem em suas colunas os vetores de direção de cada antena em

uma estrutura bastante simples e útil, da forma conhecida como matriz de *Vandermonde*:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ e^{j\sigma_1} & e^{j\sigma_2} & \dots & e^{j\sigma_M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{j(N-1)\sigma_1} & e^{j(N-1)\sigma_2} & \dots & e^{j(N-1)\sigma_M} \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

Nos casos de fontes de sinais totalmente independentes, com ângulos elétricos distintos de maneira que não exista uma combinação linear entre seus valores, teremos as colunas de \mathbf{A} linearmente independentes, com posto cheio e igual a M . Caso contrário o posto de \mathbf{A} será menor que M .

Na prática, o sinal observado na saída de qualquer um das antenas difere do sinal teórico por uma componente de ruído aditivo, proveniente do ambiente, do amplificador da antena, ruído térmico, ou mesmo provocado por erros de medida. Este ruído é modelado como branco, Gaussiano e de média nula (iid, *independent and identically distributed*). Assim, o modelo de sinal na saída do arranjo é definido como:

$$\mathbf{w}(t) = \mathbf{z}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (2.17)$$

onde $\mathbf{w}(t)$, $\mathbf{z}(t)$ e $\mathbf{n}(t) \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ e $\mathbf{n}(t)$ corresponde ao vetor do somatório das fontes de ruído em cada antena.

Considerando que o sinal e o ruído são mutuamente descorrelacionados, podemos escrever de forma mais compacta e geral:

$$\mathbf{w}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (2.18)$$

2.2.2 Arranjo *L-shape*

Conforme apresentado na seção anterior, um arranjo ULA pode fornecer apenas informações em uma dimensão, o ângulo de chegada ϕ em relação ao arranjo vertical.

Para a coleta de informações mais completa do ângulo de chegada, incluindo o azimuth θ , é necessário implementarmos um arranjo de antenas em duas dimensões. Um arranjo bastante simples em duas dimensões é a estrutura 'formato de L' (*L-shape*) que consiste em dois ULA's conectados ortogonalmente nas extremidades de cada ULA. Em [52] é apresentado que o arranjo *L-shape* apresentou melhor desempenho sob o critério de CRB (*Cramer-Rao Bound*) em comparação a um arranjo em formato de cruz (*cross array*).

Considerando um arranjo *L-shape*, composto por $2N - 1$ antenas,

uniformemente espaçados por uma distância d , com M fontes de ondas planas incidentes, de faixa estreita e com mesma frequência de portadora (ω), e a m -ésima onda incidente na direção indicada pelo vetor \mathbf{v}_m no arranjo posicionado no plano xz , conforme mostrado na Figura 2.8, com a posição da n -ésima antena dada pelo vetor posição $\mathbf{r}_n = [id, 0, ld]^T$, onde $i = 0, 1, \dots, N-1$ corresponde à posição do antena no eixo x , e $l = 0, 1, \dots, N-1$ à posição do antena no eixo z .

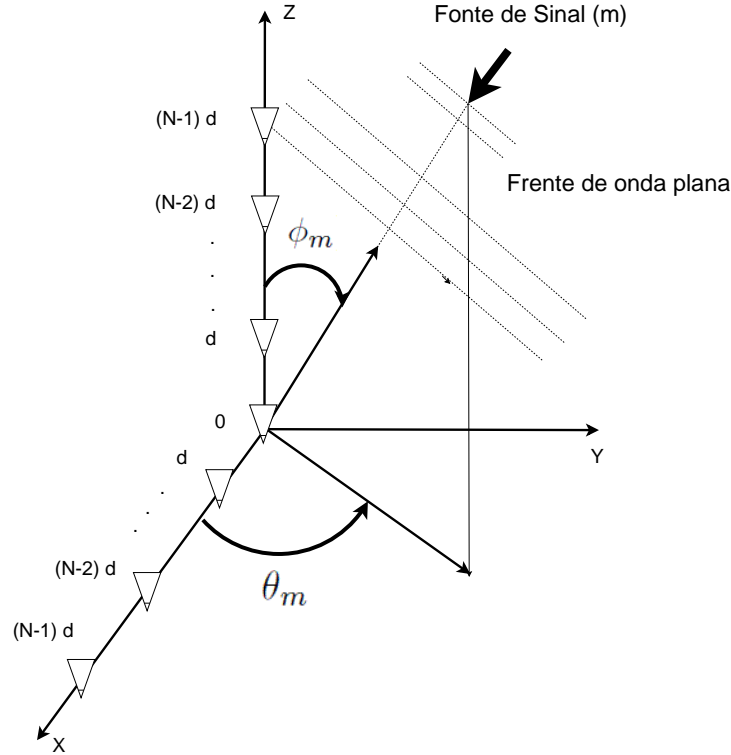


Figura 2.8: Arranjo *L-shape* em 2-D

Da mesma forma da seção anterior, considerando o sinal da m -ésima fonte incidente na n -ésima antena no instante t , conforme a Equação (2.5). Substituindo $|v| = \frac{2\pi}{\lambda}$, temos como sinal de saída para as antenas nos eixos z e x , respectivamente:

$$z_{n,m}(t) = g_n(\theta_m, \phi_m) s_m(t) e^{-jn[\frac{2\pi}{\lambda}(d \cos(\phi_m))]} \quad (2.19)$$

$$x_{n,m}(t) = g_n(\theta_m, \phi_m) s_m(t) e^{-jn[\frac{2\pi}{\lambda}(d \cos \theta_m \sin(\phi_m))]} \quad (2.20)$$

com $n = 0, 1, \dots, N-1$ e $m = 1, 2, \dots, M$.

Chamando o argumento da exponencial $[\frac{2\pi}{\lambda}(d \cos \phi_m)]$ de σ_m em (2.19), e

$[\frac{2\pi}{\lambda}(d \cos \theta_m \sin(\phi_m))]$ de τ_m em (2.20), temos de forma mais compacta:

$$z_{n,m}(t) = a_n(m)s_m(t) \quad (2.21)$$

com $a_n(m) = g(\theta_m, \phi_m)e^{jn\sigma_m}$.

$$x_{n,m}(t) = b_n(m)s_m(t) \quad (2.22)$$

com $b_n(m) = g(\theta_m, \phi_m)e^{jn\tau_m}$.

Considerando as contribuições das ondas incidentes das M fontes na n -ésima antena em cada eixo, obteremos os sinais $z_n(t)$ e $x_n(t)$, conforme abaixo:

$$z_n(t) = \sum_{m=1}^M a_n(m)s_m(t) \quad (2.23)$$

$$x_n(t) = \sum_{m=1}^M b_n(m)s_m(t) \quad (2.24)$$

para $n = 0, 1, \dots, N-1$

Concluimos que os sinais recebidos por cada antena em cada eixo diferem entre si apenas por uma defasagem que é um múltiplo de τ_m , para as antenas no eixo x e de σ_m para as antenas no eixo z , e que dependem apenas da distância entre antenas d , do azimuth θ_m e elevação ϕ_m da onda plana. Com o conhecimento de τ_m e σ_m podemos calcular o azimuth θ_m e elevação ϕ_m da onda plana utilizando as expressões:

$$\phi_m = \arccos \left[\frac{\lambda \sigma_m}{2\pi d} \right] \quad (2.25)$$

$$\theta_m = \arccos \left[\frac{\lambda \tau_m}{2\pi d \sin \phi_m} \right] \quad (2.26)$$

O Modelo de Sinal desenvolvido considera o sinal composto em (2.23) e (2.24) para cada um das N antenas do arranjo, tendo como sinal na saída associado a cada onda incidente, na forma vetorial:

$$\mathbf{z}_m(t) = \mathbf{a}(m)s_m(t) \quad (2.27)$$

$$\mathbf{x}_m(t) = \mathbf{b}(m)s_m(t) \quad (2.28)$$

com o vetor de direção de cada conjunto de antenas:

$$\mathbf{a}(m) = [1, e^{j\sigma_m}, e^{j2\sigma_m}, \dots, e^{j(N-1)\sigma_m}]^T$$

$$\mathbf{b}(m) = [1, e^{j\tau_m}, e^{j2\tau_m}, \dots, e^{j(N-1)\tau_m}]^T$$

Podemos escrever de forma mais compacta e geral:

$$\mathbf{z}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) \quad (2.29)$$

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{B}\mathbf{s}(t) \quad (2.30)$$

em que $\mathbf{s}(t) = [s_1(t) \ s_2(t) \ \dots \ s_M(t)]^T$, e as matrizes \mathbf{A} e \mathbf{B} têm em suas colunas os vetores de direção de cada antena na forma:

$$\mathbf{A} = [\mathbf{a}(1) \ \mathbf{a}(2) \ \dots \ \mathbf{a}(M)]$$

$$\mathbf{B} = [\mathbf{b}(1) \ \mathbf{b}(2) \ \dots \ \mathbf{b}(M)]$$

$\in \mathbb{C}^{N \times M}$, com $N \geq M$.

2.2.2.1 Arranjo *L-shape* com Antenas Polarimétricas

Considere que cada elemento radiante nas posições do arranjo *L-shape* seja uma antena vetorial capaz de distinguir a polarização da onda, elevando a capacidade de separação de fontes de ondas planas, e sob as mesmas condições do arranjo *L-shape*, usando antenas vetoriais, para uma onda incidente com potência unitária, DOA (θ, ϕ) e polarização (α, β) , os campos elétricos e magnéticos da m -ésima fonte podem ser medidos em cada antena na forma de um vetor $\mathbf{c}(m) \in \mathbb{C}^{6 \times 1}$.

Desta forma, considerando as Equações (2.6), (2.21) e (2.22), podemos estender a expressão para os desvios de fase em cada direção (*steering vector* e polarização) do arranjo dado por:

$$\mathbf{z}_{n,m}(t) = a_n(m)\mathbf{c}(m)s_m(t) \quad (2.31)$$

$$\mathbf{x}_{n,m}(t) = b_n(m)\mathbf{c}(m)s_m(t) \quad (2.32)$$

Assim, o m -ésimo sinal chega a estes arranjos com a direção (θ_m, ϕ_m) com polarização parametrizada por (α_m, β_m) de forma que a saída de cada arranjo dos eixos x e z em um determinado tempo t , isto é, os vetores $\mathbf{x}(t)$ e $\mathbf{z}(t)$, são obtidos pela soma de todas as contribuições de todos os M sinais incidentes

nos arranjos posicionados nos eixos x e z :

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{m=1}^M (\mathbf{b}(m) \otimes \mathbf{c}(m)) s_m(t) \quad (2.33)$$

$$\mathbf{z}(t) = \sum_{m=1}^M (\mathbf{a}(m) \otimes \mathbf{c}(m)) s_m(t) \quad (2.34)$$

onde \otimes indica produto de Kronecker.

O Modelo de Sinal desenvolvido considera o sinal composto nas Equações (2.33) e (2.34) para o arranjo vetorial, tendo como sinal a saída associada ao conjunto de todas as M ondas incidentes, na forma vetorial.

Desenvolvendo o somatório da Equação (2.34) de forma mais explícita:

$$\mathbf{z}(t) = [\mathbf{a}(1) \otimes \mathbf{c}(1) \quad \mathbf{a}(2) \otimes \mathbf{c}(2) \quad \cdots \quad \mathbf{a}(M) \otimes \mathbf{c}(M)] \begin{bmatrix} s_1(t) \\ s_2(t) \\ \vdots \\ s_M(t) \end{bmatrix}$$

Chegando a uma forma mais compacta:

$$\mathbf{z}(t) = (\mathbf{A} \odot \mathbf{C}) \mathbf{s}(t) \quad (2.35)$$

Analogamente para as antenas do eixo x temos:

$$\mathbf{x}(t) = (\mathbf{B} \odot \mathbf{C}) \mathbf{s}(t) \quad (2.36)$$

onde \odot indica produto de Khatri-Rao e $\mathbf{C} = [\mathbf{c}(1) \quad \cdots \quad \mathbf{c}(M)] \in \mathbb{C}^{6 \times M}$.

Desta forma, ao coletarmos amostras em intervalos discretos de tempo k , onde $k = 1, 2, \dots, K$ e $K \geq M$, os dados podem ser organizados em matrizes \mathbf{X} e $\mathbf{Z} \in \mathbb{C}^{6N \times K}$, relativas aos arranjos instalados nos eixos x e z :

$$\mathbf{X} = [\mathbf{x}(t_1), \mathbf{x}(t_2), \dots, \mathbf{x}(t_K)] = (\mathbf{B} \odot \mathbf{C}) \mathbf{S}^T$$

$$\mathbf{Z} = [\mathbf{z}(t_1), \mathbf{z}(t_2), \dots, \mathbf{z}(t_K)] = (\mathbf{A} \odot \mathbf{C}) \mathbf{S}^T$$

em que $\mathbf{S} \triangleq [\mathbf{s}(t_1) \mathbf{s}(t_2) \dots \mathbf{s}(t_K)]^T$.

Resumidamente, temos então as seguintes estruturas do modelo de sinal para o conjunto de antenas vetoriais sob arranjo em formato-L (*L-shape*):

$$\mathbf{X} = (\mathbf{B} \odot \mathbf{C}) \mathbf{S}^T \quad (2.37)$$

$$\mathbf{Z} = (\mathbf{A} \odot \mathbf{C})\mathbf{S}^T \quad (2.38)$$

2.2.3 Arranjo Planar Uniforme

Um arranjo planar uniforme (UPA) consiste em um conjunto de antenas uniformemente espaçadas por uma distância d no plano XZ , permitindo identificar o ângulo de elevação ϕ em relação ao eixo vertical z e o ângulo de azimute θ em relação ao eixo horizontal x .

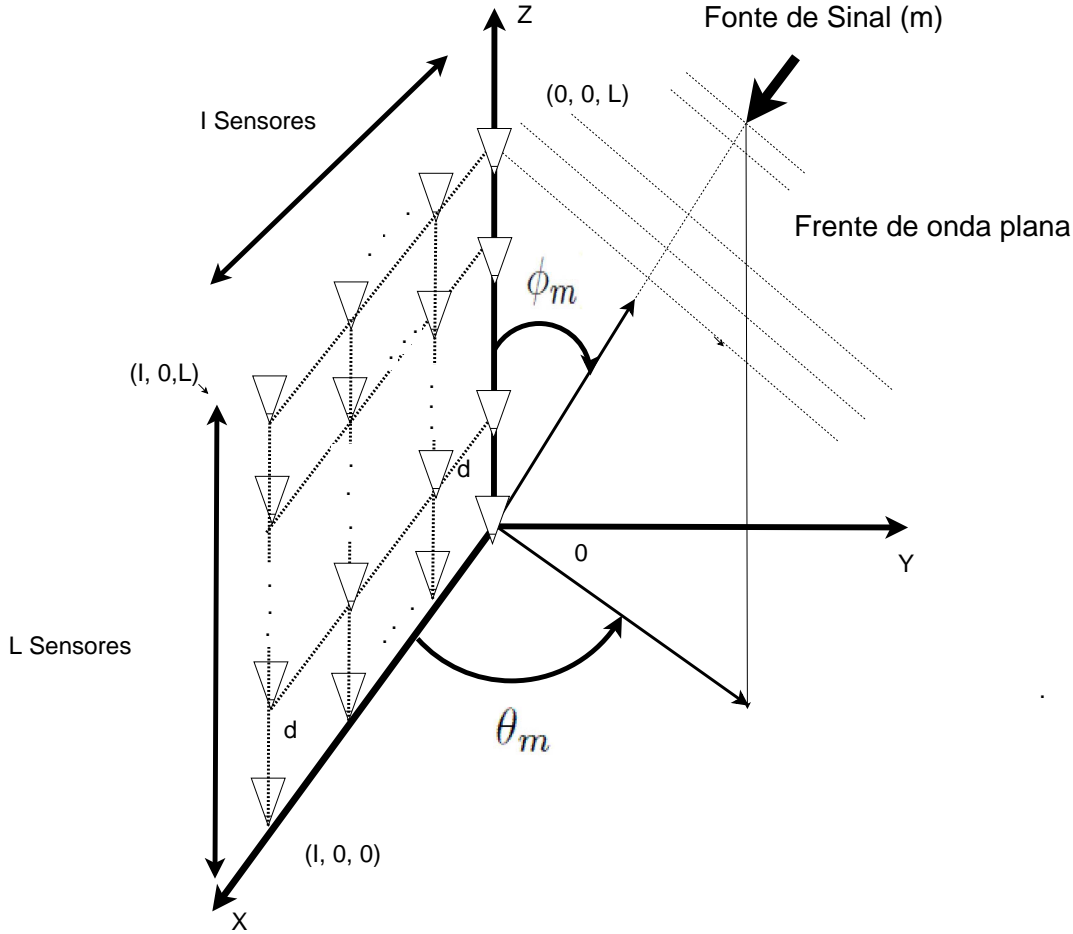


Figura 2.9: Arranjo Uniforme Planar (UPA)

Desta forma, considerando um arranjo planar uniforme, conforme Figura 2.9, composto por $I \times L$ antenas, uniformemente espaçadas por uma distância d , com M fontes de ondas planas incidentes, de faixa estreita e com mesma frequência de portadora (ω), temos que o sinal da m -ésima fonte, $s_m(t)$, incidente no instante t , na n -ésima antena do arranjo, com ganho $g_n(\theta_m, \phi_m)$, e $n = (i, 0, l)$. Usando a Equação (2.5) e substituindo $|v| = \frac{2\pi}{\lambda}$, temos como sinal de saída para as antenas no plano xz :

$$r_{i,l,m}(t) = g_n(\theta_m, \phi_m) s_m(t) e^{-j[(i\tau_m + l\sigma_m)]}, \quad (2.39)$$

onde $\tau_m = [\frac{2\pi}{\lambda}(d \cos \theta_m \sin \phi_m)]$ e $\sigma_m = [\frac{2\pi}{\lambda}(d \cos \phi_m)]$ representam a diferença de fase do sinal recebido pela antena posicionado em $(i, 0, l)$ em relação à antena de referência na origem $(0, 0, 0)$, com $i = 0, 1, \dots, I$, $l = 0, 1, \dots, L$, e $m = 1, 2, \dots, M$.

Para simplificação, utilizando antenas isotrópicas com ganho unitário, ou seja, $g_n(\theta_m, \phi_m) = 1$, e chamando as exponenciais $[e^{-j[i\tau_m]}]$ de $a(i, m)$, e $[e^{-j[l\sigma_m]}]$ de $b(l, m)$, podemos escrever de forma mais compacta e geral:

$$r_{i,l,m}(t) = a(i, m)b(l, m)s_m(t) \quad (2.40)$$

Considerando o sinal produzido pelas M fontes de sinais teremos como sinal de saída da antena n :

$$r_{i,l}(t) = \sum_{m=1}^M a(i, m)b(l, m)s_m(t) \quad (2.41)$$

Assim, o sinal recebido por uma antena n em um arranjo planar uniforme no plano xz pode ser escrito como o produto da resposta de duas antenas posicionados nas coordenadas $(i, 0, 0)$ e $(0, 0, l)$ do arranjo planar uniforme (UPA), onde o vetor de direção (*steering vector*) de cada conjunto de antenas posicionadas no eixo x tem a forma:

$$\mathbf{a}(m) = [1 \quad e^{j\tau_m} \quad e^{j2\tau_m} \quad \dots \quad e^{jI\tau_m}]^T$$

e para as antenas posicionadas no eixo z :

$$\mathbf{b}(m) = [1 \quad e^{j\sigma_m} \quad e^{j2\sigma_m} \quad \dots \quad e^{jL\sigma_m}]^T$$

Note que, a partir do conhecimento de τ_m e σ_m , é possível calcular o azimuth θ_m e elevação ϕ_m da onda plana utilizando as mesmas Equações (2.25) e (2.26) do arranjo L -shape.

2.2.3.1 Arranjo Planar Uniforme com Antenas Polarimétricas

Considere que cada antena vetorial seja capaz de distinguir a polarização da onda, elevando a capacidade de separação de fontes de ondas planas, para uma onda incidente com potência unitária, DOA (θ, ϕ) e polarização (α, β) , os campos elétricos e magnéticos podem ser medidos em cada antena em um vetor $\mathbf{c} \in \mathbb{C}^{6 \times 1}$. Desta forma, considerando as Equações (2.6) e (2.41), podemos estender a expressão do sinal recebido pelas antenas do arranjo por:

$$\mathbf{r}_{i,l,m}(t) = a(i, m)b(l, m)\mathbf{c}(m)s_m(t) \quad (2.42)$$

Assim, o m -ésimo sinal chega a este arranjo com a direção (θ_m, ϕ_m) com polarização parametrizada por (α_m, β_m) de forma que a saída de cada antena n do arranjo, em um determinado tempo t é um vetor contendo as informações de DOA e de polarização do sinal, isto é, $\mathbf{r}_{i,l}(t)$, obtido pela soma de todas as contribuições de todos os M sinais incidentes $s_m(t)$ naquela antena do arranjo planar.

$$\mathbf{r}_{i,l}(t) = \sum_{m=1}^M a(i, m)b(l, m)\mathbf{c}(m)s_m(t) \quad (2.43)$$

A Equação (2.43) apresenta o modelo do sinal de saída de uma antena em um arranjo UPA como a soma de um produto de quatro grandezas, que pode ser interpretado como a decomposição de um tensor de quarta ordem, que será utilizado na formulação do algoritmo Q-ALS.

Neste capítulo foram apresentados os conceitos iniciais do modelo de sinal bem como os parâmetros de DOA, ganho da antena e o conceito de polarização e o reflexo na construção de antenas vetoriais, sensíveis à polarização na montagem de arranjos de antenas vetoriais. Posteriormente, foram mostrados a necessidade da montagem de arranjos de antenas e o modelo de sinal (escalar e matricial) para os arranjos em formato linear, L e retangular de antenas.

Estes conceitos são necessários para a compreensão e desenvolvimento do Capítulo 3, a seguir, onde serão apresentados os métodos tensoriais propostos de estimação de parâmetros de sinais.

Estimadores dos Parâmetros de Direção e Polarização dos Sinais via Modelagem Tensorial

Neste capítulo, serão introduzidos os conceitos de separação de fontes sob a forma supervisionada e não-supervisionada, de tensores e as suas formas de desdobramento para o entendimento dos métodos propostos e com o uso dos modelos escalares apresentados no Capítulo 2 serão estruturados os modelos matemáticos e a formulação escalar do modelo de decomposição tensorial PARAFAC, bem como os diversos métodos tensoriais utilizados na estimação dos parâmetros de direção de chegada e polarização dos sinais referentes a cada arranjo de antenas.

De uma maneira bastante simples, um sistema de recepção deve ser capaz de recuperar e discriminar vários sinais, gerados por fontes variadas, além de mitigar a interferência entre elas. Para esta tarefa, são utilizadas duas abordagens: Uso de sequências de treinamento previamente definidas para o transmissor e o receptor, também chamado de processamento supervisionado do sinal recebido, ou o uso de processamento não supervisionado, ou cego, dos sinais recebidos.

A motivação pelo uso de técnicas de separação cega de fontes está no melhor uso do espectro, evitando o uso de sequências de treinamento, ou transmissão piloto, que sempre implica em gasto de tempo útil para transmissão. Tradicionalmente, a separação cega de fontes é feita a partir de estatísticas de ordem superior dos sinais recebidos, [53], [54] e demais referências em [55], necessitando assim de um grande número de amostras, como por exemplo, em sistemas de goniometria, onde há uma grande disponibilidade de amostras, dada a janela de tempo bastante grande para obtenção. Já em outros sistemas

pode ser proibitivo, como os de comunicações móveis, devido a dinâmica dos sinais e dos usuários.

Por outro lado, a partir do uso de modelagem tensorial do sinal recebido, podemos explorar mais eficientemente a diversidade da informação de forma determinística, com menos amostras, nos diversos domínios (tempo, polarização, frequência, código, etc), permitindo incluir mais graus de liberdade no processo de separação conjunta dos sinais, possibilitando detectar uma maior quantidade de fontes, para o mesmo número de antenas, com menos amostras, em comparação com os métodos tradicionais baseados em álgebra linear matricial.

3.1 Princípios de Modelagem Tensorial

O objetivo desta seção é fornecer uma ideia geral sobre tensores, métodos para sua decomposição em estruturas de dimensões menores e exemplos de aplicações.

3.1.1 Introdução

De uma forma geral, um tensor é um arranjo multidimensional de dados organizados. Em diversas aplicações a organização destes dados é feita de acordo com duas ou mais categorias, onde os objetos correspondentes a estes tipos de dados são referenciados em Matemática como tensores e a área relacionada ao seu estudo é a Álgebra Multilinear. Assim, usando a terminologia adotada em [56], um tensor de ordem 3, com arranjos de dados com três índices, refere-se como um tensor de terceira ordem, arranjo ordem 3, ou tensor ordem 3, $\mathcal{X} \in \mathbb{C}^{i \times j \times k}$, e cada diferente dimensão do arranjo é referenciada como uma ordem distinta, que pode ser simbolicamente ilustrado como na Figura 3.1. Segundo essa terminologia, um escalar é um tensor ordem 0, um vetor é um tensor ordem 1 e uma matriz é um tensor ordem 2.

Uma fibra é definida pela fixação de todos os índices de um tensor a menos de um, e são assumidas como orientadas a vetores coluna. Um tensor de terceira ordem possui como fibras: colunas ($x_{\cdot j k}$), linhas ($x_{i \cdot k}$), e tubos ($x_{ij \cdot}$), como apresentado na Figura 3.2.

Já as camadas, ou fatias (slices), de um tensor são seções bidimensionais definidas por todos os índices a menos de dois deles, apresentadas na Figura 3.3, com as visões das camadas horizontal ($\mathbf{X}_{i \cdot \cdot}$), lateral ($\mathbf{X}_{\cdot j \cdot}$) e frontal ($\mathbf{X}_{\cdot \cdot k}$) de um tensor de terceira ordem. De uma forma mais compacta, a i -ésima camada horizontal ($\mathbf{X}_{i \cdot \cdot}$) de um tensor de terceira ordem pode ser denotada de forma compactada como (\mathbf{X}_i).

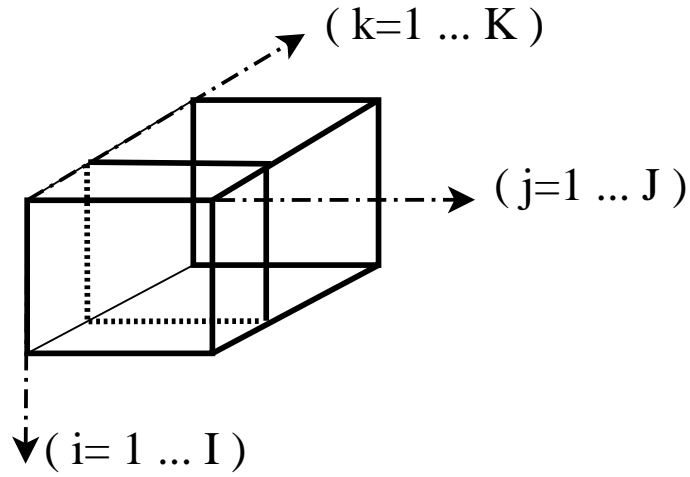


Figura 3.1: Tensor genérico \mathcal{X} de ordem 3

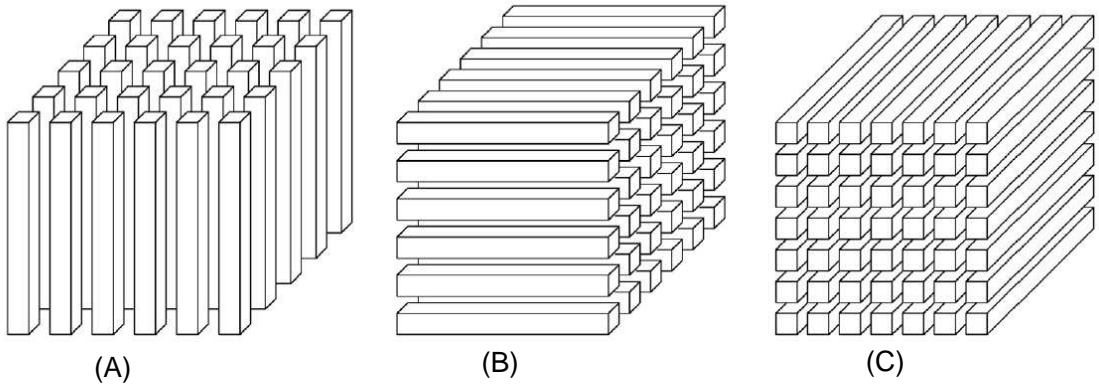


Figura 3.2: Fibras de um Tensor \mathcal{X} de Ordem 3: (A) Modo 1 (Coluna) x_{jk} , (B) Modo 2 (Linha) x_{ik} , (C) Modo 3 (Tubo) x_{ij} .

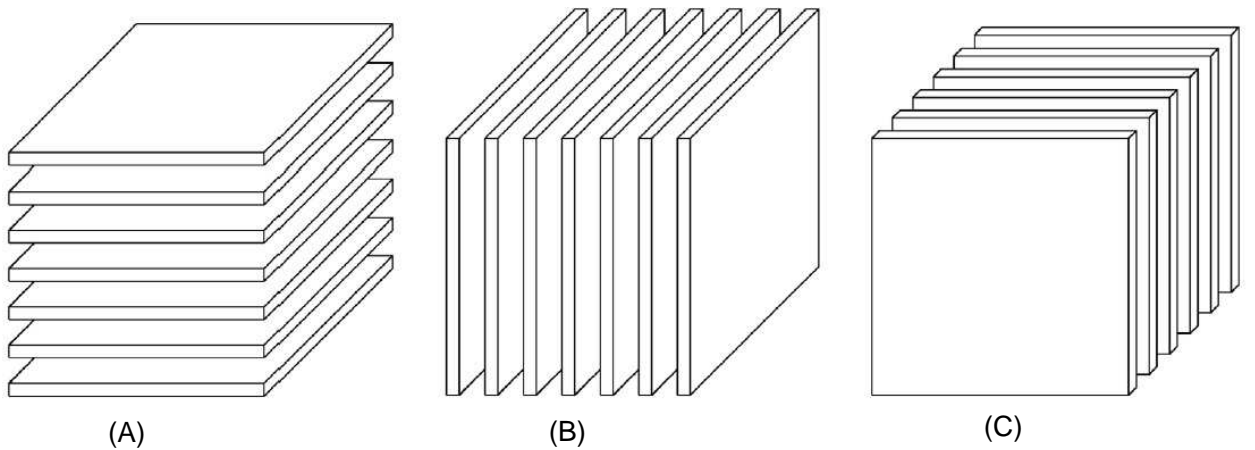


Figura 3.3: Fatias (Slices) de um Tensor \mathcal{X} de Ordem 3: (A) Horizontal ($X_{i..}$), (B) Lateral ($X_{.j.}$) e (C) Frontal ($X_{..k}$)

3.1.2 Matriciação ou Desdobramento

Apesar do tensor ser uma forma conveniente de representação de um conjunto de dados com características multivariadas, devido o processamento

computacional de dados matriciais estar bem estabelecido, com maturidade matemática e com otimização computacional em variados sistemas, se faz necessário organizar os dados representados pela estrutura tensorial em um formato de matriz, sem perda de informação, facilitando seu tratamento em sistemas computacionais convencionais.

Assim, a matriciação, ou seja, a transformação de um tensor em uma matriz, ou desdobramento de um tensor, é o processo de reordenação dos elementos de um tensor de ordem N em uma matriz. A matriciação ordem n de um tensor $\mathcal{U} \in \mathbb{C}^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N}$, denotado por $\mathbf{U}_{(n)}$, pode ser efetuada a partir do rearranjo das fibras ordem n , onde os elementos (i_1, i_2, \dots, i_N) do tensor \mathcal{U} são mapeados como elementos (i_n, j) da matriz resultante, com $j = 1 + \sum_{k=1, k \neq n}^N (i_k - 1)J_k$ e $J_k = \prod_{m=1, m \neq n}^{k-1} I_m$.

Outra forma de matriciação do tensor é baseada na concatenação das camadas, conforme apresentado na Figura 3.4, a partir dos slices Horizontais, Laterais e Frontais do tensor $\mathcal{X} \in \mathbb{C}^{I \times J \times K}$. Deste modo, para um tensor de ordem N , podemos obter N representações matriciadas, a partir das suas N camadas.

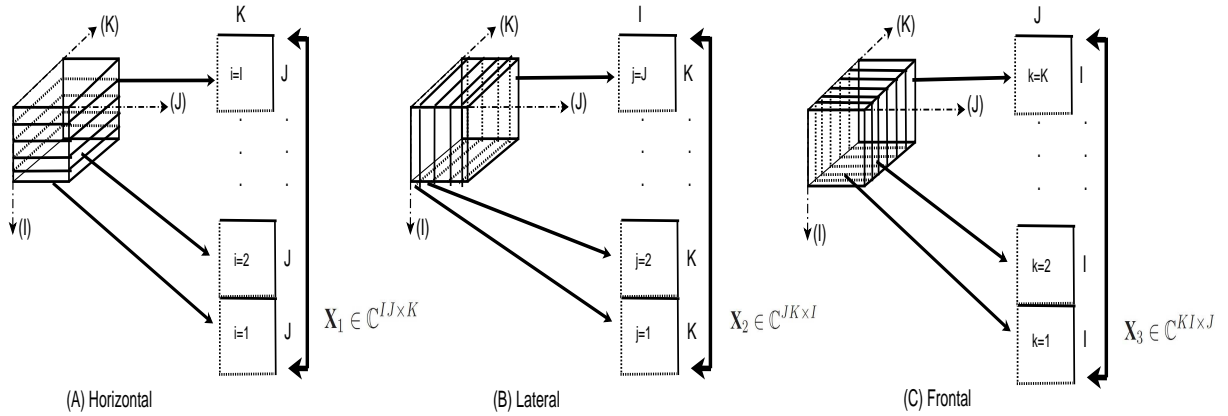


Figura 3.4: Matriciação concatenando os slices (A) Horizontal, (B) Lateral e (C) Frontal do tensor \mathcal{X}

Desta forma, tomando como exemplo o tensor $\mathcal{X} \in \mathbb{C}^{3 \times 5 \times 2}$, com suas camadas frontais:

$$\mathbf{X}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 7 & 10 & 13 \\ 2 & 5 & 8 & 11 & 14 \\ 3 & 6 & 9 & 12 & 15 \end{bmatrix} \quad \mathbf{X}_2 = \begin{bmatrix} 16 & 19 & 22 & 25 & 28 \\ 17 & 20 & 23 & 26 & 29 \\ 18 & 21 & 24 & 27 & 30 \end{bmatrix}$$

Pode ser desdobrado nas matrizes $\mathbf{X}_{(1)} \in \mathbb{C}^{3 \times 10}$, $\mathbf{X}_{(2)} \in \mathbb{C}^{6 \times 5}$, e $\mathbf{X}_{(3)} \in \mathbb{C}^{2 \times 15}$, que representam as matriciações ordem n , feitas com a concatenação das fatias, ou camadas, colocadas lado a lado:

$$\mathbf{X}_{(1)} = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 7 & 10 & 13 & 16 & 19 & 22 & 25 & 28 \\ 2 & 5 & 8 & 11 & 14 & 17 & 20 & 23 & 26 & 29 \\ 3 & 6 & 9 & 12 & 15 & 18 & 21 & 24 & 27 & 30 \end{bmatrix} \quad \mathbf{X}_{(2)} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 16 & 17 & 18 \\ 4 & 5 & 6 & 19 & 20 & 21 \\ 7 & 8 & 9 & 22 & 23 & 24 \\ 10 & 11 & 12 & 25 & 26 & 27 \\ 13 & 14 & 15 & 28 & 29 & 30 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{X}_{(3)} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 \\ 16 & 17 & 18 & 19 & 20 & 21 & 22 & 23 & 24 & 25 & 26 & 27 & 28 & 29 & 30 \end{bmatrix}$$

Caso a concatenação ocorra com o empilhamento das fatias, descrito na Figura 3.4, ou seja, colocando uma abaixo da outra, teremos as matrizes $\mathbf{X}_{(1)} \in \mathbb{C}^{6 \times 5}$, $\mathbf{X}_{(2)} \in \mathbb{C}^{10 \times 3}$, e $\mathbf{X}_{(3)} \in \mathbb{C}^{15 \times 2}$:

$$\mathbf{X}_{(1)} = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 7 & 10 & 13 \\ 2 & 5 & 8 & 11 & 14 \\ 3 & 6 & 9 & 12 & 15 \\ 16 & 19 & 22 & 25 & 28 \\ 17 & 20 & 23 & 26 & 29 \\ 18 & 21 & 24 & 27 & 30 \end{bmatrix} \quad \mathbf{X}_{(2)} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \\ 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 \\ 16 & 17 & 18 \\ 19 & 20 & 21 \\ 22 & 23 & 24 \\ 25 & 26 & 27 \\ 28 & 29 & 30 \end{bmatrix} \quad \mathbf{X}_{(3)} = \begin{bmatrix} 1 & 16 \\ 2 & 17 \\ 3 & 18 \\ 4 & 19 \\ 5 & 20 \\ 6 & 21 \\ 7 & 22 \\ 8 & 23 \\ 9 & 24 \\ 10 & 25 \\ 11 & 26 \\ 12 & 27 \\ 13 & 28 \\ 14 & 29 \\ 15 & 30 \end{bmatrix}$$

Assim, diferentes ordenações no desdobramento das colunas na matriciação ordem n , ou modo n [56] e [57], podem acontecer para diferentes autores, seja lado a lado ou empilhadas, mas em geral, a ordenação específica das colunas não é tão relevante, desde que sejam consistentes com os cálculos relacionados, e um tratamento mais generalizado pode ser encontrado em [58].

3.1.3 Formulação Escalar do Modelo de Decomposição Tensorial PARAFAC

A modelagem do sinal recebido em matrizes, que são arranjos de dados em duas dimensões, é a abordagem usual para processamento de sinais em arranjos. De uma maneira geral são considerados como dimensões *tempo* e *espaço*. Nestes modelos matriciais *tempo-espaço*, é comum considerarmos que o *espaço* varia ao longo das linhas, enquanto o *tempo* varia ao longo das

colunas da matriz de recepção do sinal.

No entanto, a principal limitação de trabalharmos com modelos matriciais para o sinal recebido é a inerente falta de unicidade. Para superar esta limitação geralmente toma-se alguma propriedade estrutural do sinal transmitido, tais como ortogonalidade, código finito, etc.

Assim, uma alternativa para superarmos esta limitação é a incorporação de um terceiro *eixo* (ou dimensão, ou ordem), ao modelo de sinal recebido em problemas de processamento de sinal em arranjos de antenas, através do uso de tensor, que é um modelo de arranjo de dados de 3 dimensões. Como exemplos de terceira dimensão, podemos citar o uso da *superamostragem temporal* de um sinal em um arranjo escalar de antenas, ou o *código de sequência direta* em um sistema de acesso múltiplo por divisão de código (DS-CDMA - *Direct Sequence - Code Division Multiple Access*), ou a *frequência* em sistemas de multiplexação por divisão de frequências ortogonais (OFDMA - *Orthogonal Frequency Division Multiple Access*).

Desta forma, sob o ponto de vista de processamento de sinais, modelar o sinal recebido como um tensor 3-D possibilita a exploração simultânea das múltiplas formas de diversidade do sinal recebido.

Uma análise de decomposição de tensores 3-D, chamada (PARAFAC - *Parallel Factor*), ou análise por decomposição de fatores paralelos (Parallel Factor), desenvolvida de maneira independente por Carroll e Chang [13] e Harshman [14] como uma ferramenta de análise bem conhecida em Psicometria e em Quimiometria [59]. No contexto de comunicações sem fio, diversas contribuições foram trazidas por Siridipoulos e seus colaboradores em [60] e nas diversas referências relacionadas.

A decomposição em fatores paralelos PARAFAC de M componentes, para um tensor \mathcal{X} de terceira ordem com dimensões $I \times J \times K$, é dado por:

$$x_{i,j,k} = \sum_{m=1}^M a_{i,m} b_{j,m} c_{k,m} \quad (3.1)$$

Onde $a_{i,m} = [\mathbf{A}]_{i,m}$, $b_{j,m} = [\mathbf{B}]_{j,m}$, e $c_{k,m} = [\mathbf{C}]_{k,m}$ são os elementos das matrizes fatores $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{I \times M}$, $\mathbf{B} \in \mathbb{C}^{J \times M}$, e $\mathbf{C} \in \mathbb{C}^{K \times M}$.

Ou seja, este modelo para um arranjo em 3 dimensões, expressa o tensor original como a soma de fatores tridimensionais de rank 1, onde cada fator é o produto externo de três vetores, conforme Figura 3.5.

Outra representação da decomposição tensorial PARAFAC é a matricial, onde são definidas um conjunto de matrizes $\mathbf{X}_{i..} \in \mathbb{C}^{J \times K}$, onde $i = 1, \dots, I$, outro conjunto de matrizes $\mathbf{X}_{.j.} \in \mathbb{C}^{K \times I}$, onde $j = 1, \dots, J$, e finalmente as

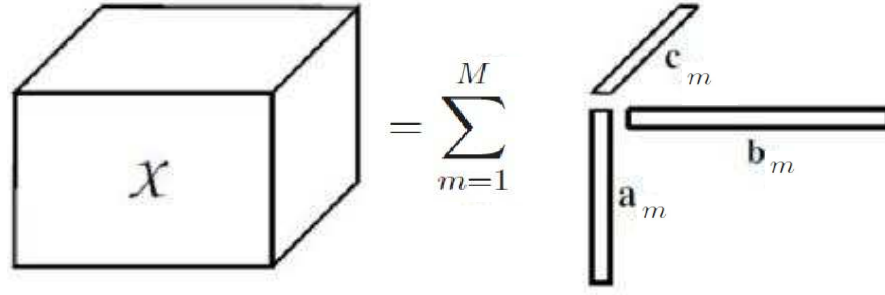


Figura 3.5: Ilustração do Tensor genérico representado pelo produto de 3 vetores

matrizes $\mathbf{X}_{..k} \in \mathbb{C}^{I \times J}$, onde $k = 1, \dots, K$.

Assim, com base nestas definições podemos descrever o modelo matricial da Equação (3.1) em três diferentes formas :

$$\mathbf{X}_{i..} = \sum_{m=1}^M a_{i,m} \mathbf{b}_m \mathbf{c}_m^T = \mathbf{B} \text{diag}(\mathbf{A}_i) \mathbf{C}^T, i = 1, \dots, I \quad (3.2)$$

$$\mathbf{X}_{.j.} = \sum_{m=1}^M b_{j,m} \mathbf{c}_m \mathbf{a}_m^T = \mathbf{C} \text{diag}(\mathbf{B}_j) \mathbf{A}^T, j = 1, \dots, J \quad (3.3)$$

$$\mathbf{X}_{..k} = \sum_{m=1}^M c_{k,m} \mathbf{a}_m \mathbf{b}_m^T = \mathbf{A} \text{diag}(\mathbf{C}_k) \mathbf{B}^T, k = 1, \dots, K \quad (3.4)$$

Onde \mathbf{a}_m , \mathbf{b}_m e \mathbf{c}_m são a m-ésima coluna das matrizes \mathbf{A} , \mathbf{B} e \mathbf{C} , respectivamente, e lembrando que o operador $\text{diag}(\mathbf{A}_i)$ forma uma matriz diagonal com a i-ésima linha da matriz \mathbf{A} .

As matrizes $\mathbf{X}_{i..}$ com $i = 1, \dots, I$, $\mathbf{X}_{.j.}$ com $j = 1, \dots, J$, e $\mathbf{X}_{..k}$ com $k = 1, \dots, K$, podem ser interpretadas como as fatias do tensor \mathcal{X} ao longo das dimensões, I , J e K , respectivamente.

3.1.4 Rank do Tensor

O rank de um tensor \mathcal{X} , denotado por $k_{\mathcal{X}}$, é definido como o menor número de tensores de rank 1 cuja soma sejam capazes de gerar o tensor \mathcal{X} , [61], [62], ou seja, o rank de um tensor 3-D é definido como o número mínimo de componentes tridimensionais necessárias para decompor o tensor, sendo o menor número de componentes em uma decomposição tensorial PARAFAC.

No caso de matrizes, o rank é definido como o número mínimo de matrizes de rank 1, ou seja, aquelas descritas como o produto de dois vetores, necessárias para construir a matriz em análise. Apesar de existirem algumas definições, [14], [61], [63], o rank de um tensor ainda não é completamente conhecido, e continua a ser objeto de pesquisa na busca de identificar precisamente as características de um tensor, como a propriedade de unicidade.

3.1.5 Unicidade

A propriedade de unicidade implica que as matrizes fatores da decomposição tensorial PARAFAC são as únicas capazes de reconstruir o tensor original, sem introduzir deformações, sofrendo apenas ambiguidade de escala e permutação.

Ou seja, dado um tensor de ordem 3, $\mathcal{X} \in \mathbb{C}^{I \times J \times K}$, com rank M , [58]:

$$\mathcal{X} = \sum_{m=1}^M \mathbf{a}_m \circ \mathbf{b}_m \circ \mathbf{c}_m = [[\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}]] \quad (3.5)$$

As matrizes fatores \mathbf{A} , \mathbf{B} e \mathbf{C} são únicas, a menos de fatores de escala dos vetores individuais, α_m , β_m e γ_m , com $\alpha_m \beta_m \gamma_m = 1$ para $m = 1 \dots M$ ou seja:

$$\mathcal{X} = \sum_{m=1}^M (\mathbf{a}_m \alpha_m) \circ (\mathbf{b}_m \beta_m) \circ (\mathbf{c}_m \gamma_m) = [[\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}]] \quad (3.6)$$

e permutação, pelo fato dos tensores componentes de rank 1 estarem ordenados de forma arbitrária, isto é, dado uma matriz de permutação $\mathbf{P} \in \mathbb{C}^{M \times M}$:

$$\mathcal{X} = [[\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}]] = [[\mathbf{AP}, \mathbf{BP}, \mathbf{CP}]] \quad (3.7)$$

Por outro lado, as decomposições matriciais, em geral não são únicas devido os problemas de ambiguidade geradas pelo modelo bilinear do tipo $\mathbf{X} = \sum_{m=1}^M a_{i,m} b_{j,m} = \mathbf{AB}^T$, onde uma matriz $\mathbf{P} \in \mathbb{C}^{M \times M}$, não singular, irá gerar infinitas soluções pois $\mathbf{X} = \mathbf{APP}^{-1} \mathbf{B}^T$.

Devido a incerteza acerca do rank de um tensor, as condições para satisfazer a unicidade não estão totalmente definidas, de modo que a condição mais conhecida e geral para unicidade de uma decomposição tensorial PARAFAC reside no conceito de Kruskal-rank, ou k-rank, de uma matriz \mathbf{A} , definido como o maior valor k tal que quaisquer sub-conjuntos de k colunas de \mathbf{A} sejam linearmente independentes [61].

Note que o k-rank é sempre menor ou igual ao rank da matriz, e se a matriz é rank coluna completa, então ela é também k-rank completa.

A partir do conceito de k-rank das matrizes de decomposição do tensor \mathcal{X} de ordem 3, composto das matrizes \mathbf{A} , \mathbf{B} e \mathbf{C} , a condição suficiente para unicidade de uma decomposição tensorial PARAFAC, segundo [61], é satisfeita quando :

$$k_{\mathbf{A}} + k_{\mathbf{B}} + k_{\mathbf{C}} \geq 2M + 2, \quad (3.8)$$

Onde M é o número de colunas das matrizes de decomposição, ou seja, o índice de soma da decomposição tensorial PARAFAC.

Posteriormente [64] estendeu esta condição para tensores de ordem N , $\mathcal{X} \in \mathbb{C}^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N}$, onde as matrizes fatores são $\mathbf{A}^{(n)}$, com $n = 1 \dots N$, da seguinte forma:

$$\sum_{n=1}^N k_{\mathbf{A}^{(n)}} \geq 2M + (N - 1) \quad (3.9)$$

Estas condições de unicidade serão exploradas mais à frente na análise dos algoritmos propostos em relação à capacidade de estimativa das matrizes de decomposição do tensor de medidas das antenas que formam os arranjos.

3.2 Métodos Propostos

Os métodos propostos se baseiam no uso de antenas polarimétricas (tripolos) detalhadas no Capítulo 2, substituindo as antenas escalares, sendo necessário adequar as condições genéricas de polarização para o caso especial deste tipo de sensor, descrito na Seção 2.1.7 para o caso de tripolo elétrico, significando que será avaliada apenas as componentes do campo elétrico no conjunto de três dipolos com centro de fase idêntico, eliminando as antenas em loops magnéticos, conforme Figura 3.6.

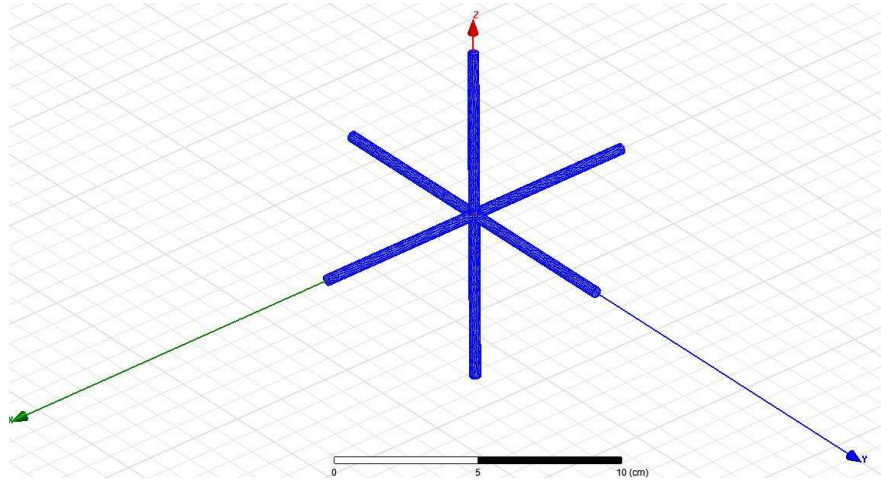


Figura 3.6: Tripolo Elétrico

Assim, será estruturado o uso da antena vetorial tripolo elétrico em função do arranjo, ULA, *L-shape* ou UPA, e a Equação (2.5) alterada para:

$$\mathbf{c}(\theta, \phi, \alpha, \beta) \triangleq \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \phi & -\sin \theta \\ \sin \theta \cos \phi & \cos \theta \\ -\sin \theta & 0 \end{bmatrix} \times \mathbf{p}(\alpha, \beta). \quad (3.10)$$

Desta forma, teremos a polarização apenas das componentes do campo elétrico, reduzindo as linhas da matriz \mathbf{C} , ou seja, para os modelos propostos à frente, $\mathbf{C} = [\mathbf{c}(1) \quad \dots \quad \mathbf{c}(M)] \in \mathbb{C}^{3 \times M}$.

Inicialmente será avaliado um arranjo de antenas vetoriais em arranjo simples ULA, depois em arranjo *L-shape*, e finalmente utilizando um arranjo em formato plano uniforme (UPA), e a sua capacidade de identificação de fontes em comparação com arranjos de antenas escalares simples, e serão apresentados os resultados de simulações computacionais para avaliação de desempenho dos algoritmos propostos para os diferentes arranjos de antenas utilizados no estudo.

Como parâmetro de desempenho na estimação dos parâmetros de chegada do sinal (DOA), ou seja, os ângulos de Azimute θ e de Elevação ϕ , bem como para os parâmetros de polarização, caracterizados pelos ângulos de orientação da elipse α , e de elipsidade β , usaremos o erro médio quadrático *Root Mean Square Error* - *RMSE* individual das estimativas dos ângulos DOA, definido como:

$$RMSE_{\xi} = \sqrt{\frac{1}{MC} \sum_{i=1}^{MC} (\xi_i - \xi)^2}$$

Onde ξ_i é o valor estimado do ângulo sob análise em cada simulação Monte Carlo, onde $MC = 500$.

De forma a facilitar a comparação entre métodos tensoriais, definimos um outro parâmetro que avalia de forma integrada o erro médio dos 4 ângulos estimados, referenciado simplifcadamente como *RMSE*:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{4MC} \sum_{i=1}^{MC} (e_{\theta}^2 + e_{\phi}^2 + e_{\alpha}^2 + e_{\beta}^2)}$$

onde $e_{\theta} = (\theta_i - \theta)$, $e_{\phi} = (\phi_i - \phi)$, $e_{\alpha} = (\alpha_i - \alpha)$, e $e_{\beta} = (\beta_i - \beta)$, correspondem às diferenças entre os valores estimados em cada simulação e os respectivos parâmetros da fonte.

Na comparação da estimativa das matrizes de direção (*Steering Vectors*) e de polarização, será utilizado o conceito de erro médio quadrático da norma NMSE (*Normalized Mean Square Error*) dado por :

$$NMSE = \frac{1}{MC} \sum_{i=1}^{MC} \frac{(|\hat{\mathbf{A}}_i - \mathbf{A}|_F)^2}{(|\mathbf{A}|_F)^2}$$

Onde $\hat{\mathbf{A}}_i$ corresponde à estimação da matriz \mathbf{A} na i -ésima simulação, e $|\cdot|_F$ o operador norma de Frobenius.

Para a avaliação dos resultados foram considerados arranjos com antenas vetoriais elétricas, ou seja ($P = 3$), os sinais emitidos pelas fontes têm potência unitária e seguem uma modulação BPSK.

A distância d entre antenas é $\lambda/2$ para evitar o efeito de *aliasing* na passagem do sinal pelas antenas [51].

Os resultados representam o comportamento médio de 500 simulações de Monte Carlo, frente a diversas situações e a sua dependência com o número de fontes, o impacto da quantidade de antenas em cada arranjo, a dependência com a SNR, o reflexo no número de iterações do algoritmo, e no tempo de processamento do algoritmo.

3.2.1 Método Tensorial para Arranjo ULA

O método tensorial é desenvolvido a partir da observação da n -ésima antena vetorial do arranjo ULA descrito na Figura 3.7, posicionado no eixo z , onde $n = 0, 2, \dots, N - 1$. Desprezando o efeito do acoplamento mútuo entre antenas, teremos a saída de p fluxos de dados simultâneos referentes às diferentes polarizações, com índice p , onde $p = 1, 2, \dots, 6$.

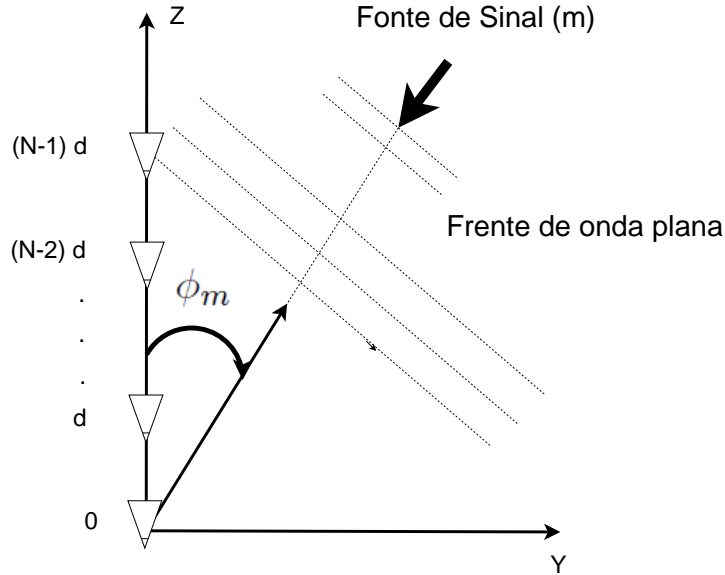


Figura 3.7: Arranjo Linear Uniforme (ULA)

Assim, a p -ésima saída da antena n no instante k , onde $k = 1, 2, \dots, K \geq M$, $z(n, k, p)$ é obtida a partir da soma de todas as contribuições das M frentes de onda, ou seja :

$$z(n, k, p) = \sum_{m=1}^M a(n, m) c(p, m) s(k, m) + \eta(n, k, p) \quad (3.11)$$

em que $a(n, m)$ corresponde ao valor na n -ésima antena do arranjo do eixo z em relação à frente de onda m , $c(p, m)$, ao valor da p -ésima componente de polarização da frente de onda m no n -ésimo sensor, $s(k, m)$, o valor da k -ésima amostra temporal da frente de onda m , e $\eta(n, k, p)$, o ruído branco aditivo para

a amostra k da antena n , na componente de polarização p .

A Equação (3.11) expressa $z(n, k, p)$ como uma decomposição tensorial PARAFAC, e desta forma, os sinais na Equação (2.38) podem ser interpretados como o formato de matriz de um tensor tridimensional com dimensões $(N \times K \times P)$ construída a partir da concatenação das diversas fatias (*slices*) do tensor \mathcal{Z} , conforme indicado na Figura 3.8, de forma a conter todas as suas informações em um modelo matricial ao longo da dimensão espacial, referente às antenas (N), do tensor \mathcal{Z} que contém as outras duas dimensões: a polarização do sinal (P) e a direção temporal (K) das amostras.

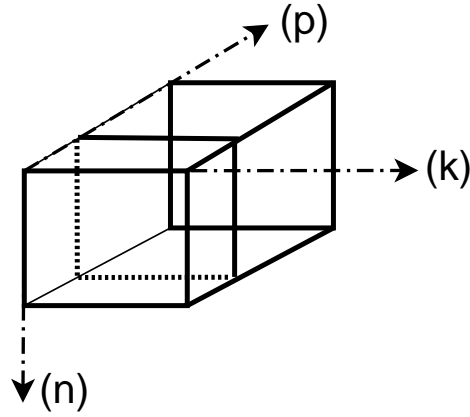


Figura 3.8: Tensor genérico \mathcal{Z} representando a estrutura de dados

A simetria da decomposição tensorial PARAFAC permite identificarmos outras duas ordens de matriciação ao longo das dimensões restantes do tensor \mathcal{Z} , totalizando as 3 ordens da decomposição [59], [58]:

$$\mathbf{Z}_{n..} = \mathbf{C} \text{diag}(\mathbf{A}_n) \mathbf{S}^T,$$

$$\mathbf{Z}_{.k.} = \mathbf{A} \text{diag}(\mathbf{S}_k) \mathbf{C}^T,$$

$$\mathbf{Z}_{..p} = \mathbf{S} \text{diag}(\mathbf{C}_p) \mathbf{A}^T,$$

em que $n = 1 \dots, N$, $k = 1 \dots, K$, e $p = 1 \dots, P$.

As representações no formato de matriz do tensor são obtidas a partir do empilhamento dos diversos slices conforme a seguir:

$$\mathbf{Z}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{1..} \\ \vdots \\ \mathbf{Z}_{N..} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \text{diag}(\mathbf{A}_1) \\ \vdots \\ \mathbf{C} \text{diag}(\mathbf{A}_N) \end{bmatrix} \mathbf{S}^T = (\mathbf{A} \odot \mathbf{C}) \mathbf{S}^T, \quad (3.12)$$

$$\mathbf{Z}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{..1} \\ \vdots \\ \mathbf{Z}_{..K} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} \text{diag}(\mathbf{S}_{1.}) \\ \vdots \\ \mathbf{A} \text{diag}(\mathbf{S}_{K.}) \end{bmatrix} \mathbf{C}^T = (\mathbf{S} \odot \mathbf{A}) \mathbf{C}^T, \quad (3.13)$$

$$\mathbf{Z}_3 = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{..1} \\ \vdots \\ \mathbf{Z}_{..P} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{S} \text{diag}(\mathbf{C}_{1.}) \\ \vdots \\ \mathbf{S} \text{diag}(\mathbf{C}_{P.}) \end{bmatrix} \mathbf{A}^T = (\mathbf{C} \odot \mathbf{S}) \mathbf{A}^T. \quad (3.14)$$

A representação do tensor de sinais recebidos, é feita utilizando as matrizes de direção (\mathbf{A}), polarização (\mathbf{C}), e de sinais (\mathbf{S}), nas equações (3.12), (3.13) e (3.14).

A estimação dos parâmetros de direção e polarização é feita usando o algoritmo trilinear de mínimos quadrados alternados (T-ALS-*Trilinear Alternating Least Squares*), baseado no método de aceleração COMFAC, proposto em [59], para atingir rápida e precisa convergência pela fatorização trilinear do tensor $\mathcal{Z} \in \mathbb{C}^{N \times K \times P}$, gerando três matrizes estimadas: $\hat{\mathbf{A}}$, $\hat{\mathbf{C}}$ e $\hat{\mathbf{S}}$.

Cada iteração do algoritmo T-ALS é composta de três passos de estimação. Em cada passo, uma componente da matriz é atualizada, fixando-se os outros dois componentes em seus valores obtidos nos passos anteriores.

Dadas as representações desdobradas (*unfolded*) $\mathbf{Z}_{n=1,2,3}$ do tensor de sinal recebido \mathcal{Z} , as condições de atualização de mínimos quadrados na r -ésima iteração são dadas por:

$$\hat{\mathbf{S}}_{(r)}^T = (\hat{\mathbf{A}}_{(r-1)} \odot \hat{\mathbf{C}}_{(r-1)})^\dagger \mathbf{Z}_1, \quad (3.15)$$

$$\hat{\mathbf{C}}_{(r)}^T = (\hat{\mathbf{S}}_{(r)} \odot \hat{\mathbf{A}}_{(r-1)})^\dagger \mathbf{Z}_2, \quad (3.16)$$

$$\hat{\mathbf{A}}_{(r)}^T = (\hat{\mathbf{C}}_{(r)} \odot \hat{\mathbf{S}}_{(r)})^\dagger \mathbf{Z}_3. \quad (3.17)$$

Na primeira iteração, ($r=1$), as matrizes $\hat{\mathbf{A}}_{(0)}$ e $\hat{\mathbf{C}}_{(0)}$ são inicializadas aleatoriamente ou usando algum método de inicialização de forma a facilitar a convergência.

Seja $e_{(r)} = \|\mathbf{Z}_1 - (\hat{\mathbf{A}}_{(r)} \odot \hat{\mathbf{C}}_{(r)}) \hat{\mathbf{S}}_{(r)}^T\|_F$, o erro estimado após a r -ésima iteração, a convergência é declarada quando $|e_{(r)} - e_{(r-1)}| \leq 10^{-6}$. A partir daí, as estimativas dos parâmetros ϕ , α e β são extraídas das matrizes estimadas $\hat{\mathbf{A}}$, $\hat{\mathbf{C}}$ e $\hat{\mathbf{S}}$.

3.2.2 Comparação entre Métodos Matriciais e Tensoriais para Arranjo ULA

Inicialmente foi feita uma avaliação do desempenho do algoritmo T-ALS baseado no método tensorial utilizando antenas polarimétricas em

comparação com os algoritmos baseados nos métodos matriciais clássicos MUSIC e ESPRIT, [20], usando antenas escalares convencionais, sob a forma de um arranjo ULA no eixo z , conforme Figura 3.7, com duas fontes de sinais fixadas em $(\phi_1 = 17,45^\circ$ e $\phi_2 = 53,56^\circ)$.

A Figura 3.9, mostra o comportamento do erro médio de estimação do ângulo de elevação, $RMSE_\phi$, para os diversos algoritmos, frente a variação da SNR, com o uso de 3 antenas polarimétricas no algoritmo T-ALS baseado no método tensorial em arranjo ULA, e 9 antenas escalares para os algoritmos MUSIC e ESPRIT, de forma a realizar uma comparação mais justa, tendo em vista o auxílio das informações de polarização do método tensorial com antenas polarimétricas (tripolo).

Observa-se que para SNR inferiores a 18 dB, o algoritmo baseado no método tensorial polarimétrico tem um melhor desempenho em relação aos que utilizam métodos matriciais, apresentando estimções melhores do ângulo de elevação ϕ , variando muito lentamente com a elevação da SNR, mesmo com menor número de antenas, demonstrando a robustez do método tensorial à SNR. Confirmando [34], os algoritmos MUSIC e ESPRIT apresentam baixo desempenho sob baixa SNR, e uma forte dependência da SNR, com o algoritmo ESPRIT apresentando melhores estimções para SNR a partir de 18 dB, e por sua vez o algoritmo MUSIC apresenta maior erro de estimação em relação aos algoritmos ESPRIT e T-ALS.

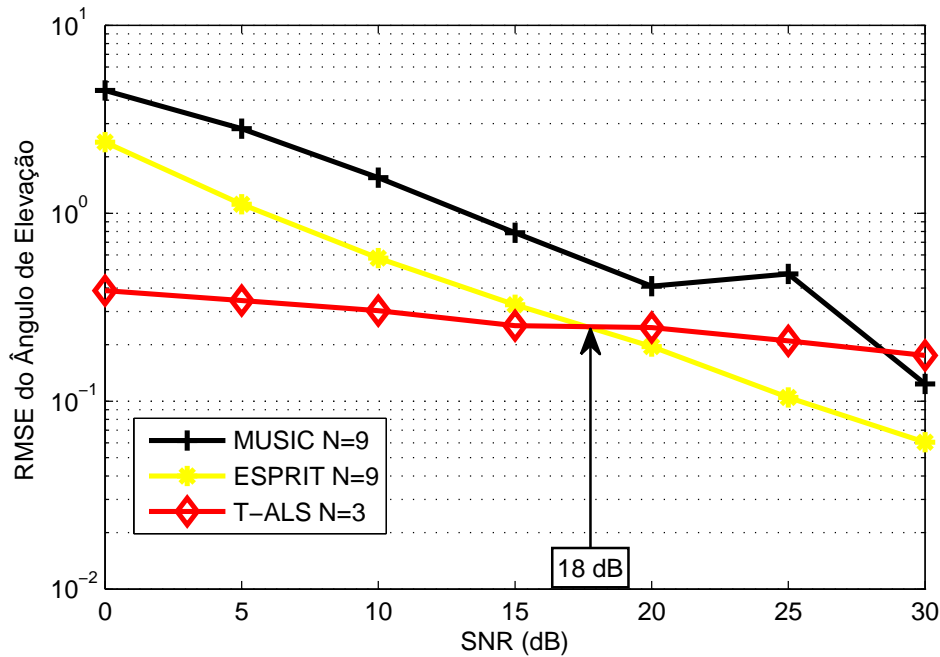


Figura 3.9: $RMSE_\phi$ para arranjo ULA com 3 antenas polarimétricas e 9 antenas escalares para métodos de estimação tensoriais e matriciais

Complementarmente foi feita a simulação neste mesmo arranjo ULA

elevando-se o número de antenas polarimétricas para 5, e ajustando a quantidade das antenas dos algoritmos MUSIC e ESPRIT para 15, com a Figura 3.10 mostrando o deslocamento do cruzamento do algoritmo ESPRIT com o tensorial para 20 dB, mantendo-se o algoritmo MUSIC com estimativas com maiores erros.

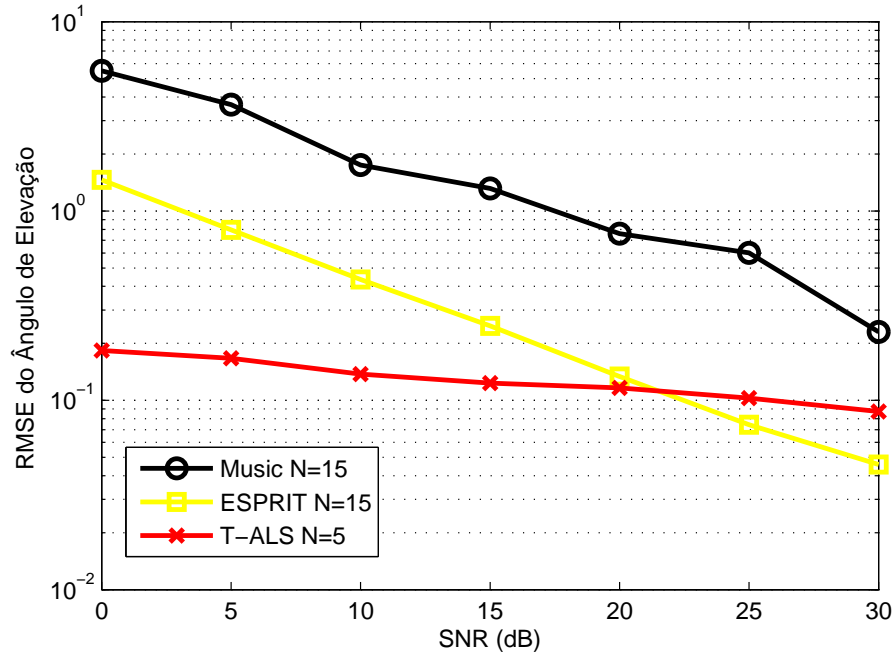


Figura 3.10: $RMSE_{\phi}$ para arranjo ULA com 5 antenas polarimétricas e 15 antenas escalares para métodos de estimação tensoriais e matriciais

No intuito de investigar a tendência do comportamento dos algoritmos frente a um maior número de sensores, apesar de na prática não ser usual utilizar muitas antenas por razões econômicas e de espaço físico, foi feita a simulação do arranjo ULA elevando-se o número de antenas polarimétricas para 10, e ajustando a quantidade das antenas dos algoritmos MUSIC e ESPRIT para 30, com a Figura 3.11 apresentando o efeito desta alteração, onde se percebe uma melhor estimativa para o algoritmo baseado no método tensorial superando o desempenho dos outros métodos.

Observa-se ainda que os algoritmos MUSIC e ESPRIT apresentam pequena melhoria na estimação com a duplicação de sensores, enquanto que o algoritmo T-ALS baseado no método tensorial eleva consideravelmente seu desempenho.

Desta forma, o algoritmo T-ALS baseado no método tensorial apresenta um excelente desempenho principalmente para SNR baixas e com baixo número de sensores, quando comparado com algoritmos baseados em métodos matriciais tradicionais como MUSIC e ESPRIT, indicando a robustez do método.

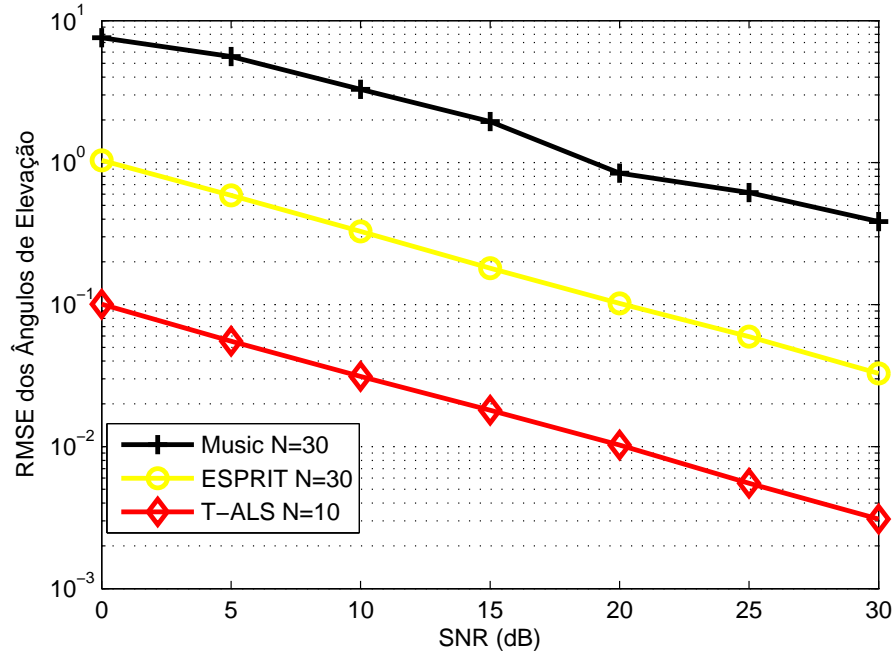


Figura 3.11: $RMSE_{\phi}$ para arranjo ULA com 10 antenas polarimétricas e 30 antenas escalares para métodos de estimação tensoriais e matriciais

Elevando-se o número de antenas, o T-ALS leva vantagem no ganho de diversidade, melhorando suas estimativas frente aos outros algoritmos.

3.2.3 Modelos Tensoriais para Arranjo *L-shape*

Observando o arranjo *L-shape* descrito na Figura 3.12, e o modelo de sinal desenvolvido no Capítulo 2, em especial as Equações (2.37) e (2.38), podemos estruturar os tensores \mathcal{Z} e \mathcal{X} , obtidos a partir dos sinais coletados nas antenas dos eixos z e x , respectivamente, sob a forma de matrizes, conforme a seguir:

$$\mathbf{Z}_1 = (\mathbf{A} \odot \mathbf{C})\mathbf{S}^T \quad (3.18)$$

$$\mathbf{Z}_2 = (\mathbf{S} \odot \mathbf{A})\mathbf{C}^T \quad (3.19)$$

$$\mathbf{Z}_3 = (\mathbf{C} \odot \mathbf{S})\mathbf{A}^T \quad (3.20)$$

e

$$\mathbf{X}_1 = (\mathbf{B} \odot \mathbf{C})\mathbf{S}^T \quad (3.21)$$

$$\mathbf{X}_2 = (\mathbf{S} \odot \mathbf{B})\mathbf{C}^T \quad (3.22)$$

$$\mathbf{X}_3 = (\mathbf{C} \odot \mathbf{S})\mathbf{B}^T \quad (3.23)$$

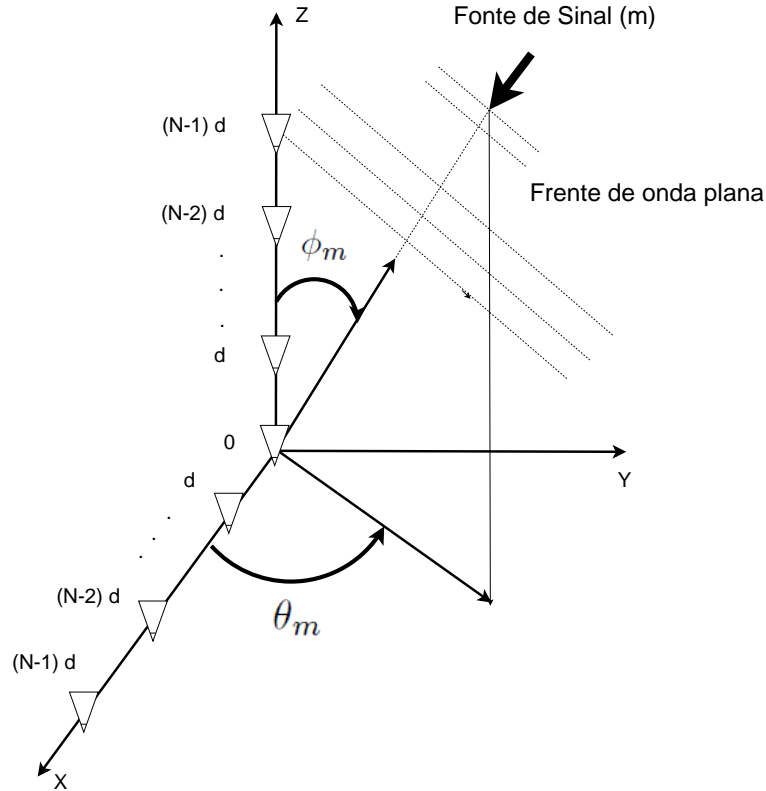


Figura 3.12: Arranjo *L-shape* em 2-D

Assim, sob uma abordagem tradicional, a partir das Equações (3.18) a (3.23), a estimação dos parâmetros de direção e polarização é feita inicialmente a partir do algoritmo T-ALS pela fatorização trilinear do tensor $\mathcal{Z} \in \mathbb{C}^{N \times K \times P}$, gerando três matrizes estimadas após a convergência: $\hat{\mathbf{A}}$, $\hat{\mathbf{C}}$ e $\hat{\mathbf{S}}$.

Em seguida, aplica-se novamente o algoritmo T-ALS sobre o tensor $\mathcal{X} \in \mathbb{C}^{N \times K \times P}$, obtendo-se a matriz estimada $\hat{\mathbf{B}}$, conforme Figura 3.13 .

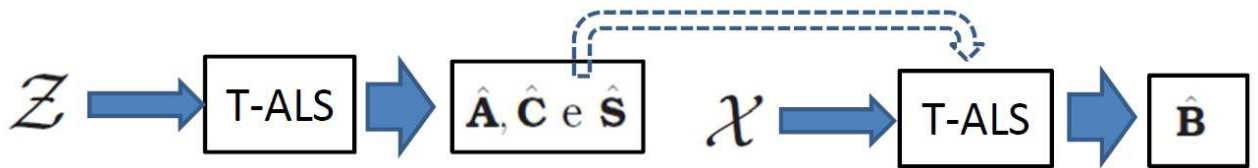


Figura 3.13: Método T-ALS Convencional.

Finalmente, calcula-se o ângulo de elevação ϕ a partir da matriz de direção estimada $\hat{\mathbf{A}}$, o ângulo de azimute θ pela matriz de direção estimada $\hat{\mathbf{B}}$, e usando estes dois ângulos, juntamente com a Equação (3.10) e a matriz estimada $\hat{\mathbf{C}}$, obtém-se os ângulos dos parâmetros de polarização α e β .

Assim, o número máximo de fontes M que podem ser identificadas por um arranjo *L-shape* de N antenas em cada braço, é limitada a $M < N$, [41].

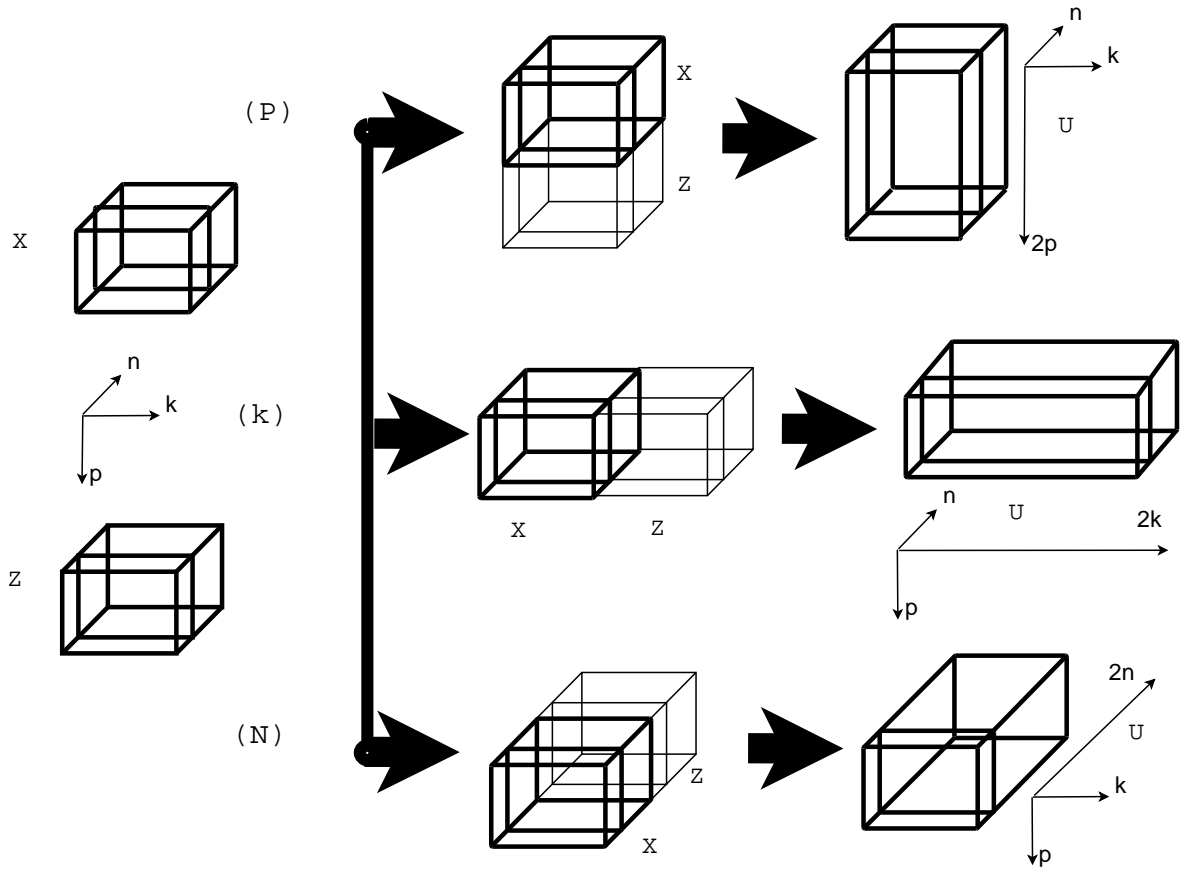


Figura 3.14: Opções de geração do tensor \mathcal{U} a partir da composição dos tensores \mathcal{X} e \mathcal{Z} representando as estruturas de dados do arranjo *L-shape*

3.2.3.1 Modelo Proposto Tensorial Concatenado: Caso Não Supervisionado

Uma forma alternativa de estrutura de sinais do arranjo *L-shape* é gerarmos um tensor \mathcal{U} a partir das dimensões N , K e P dos tensores \mathcal{X} e \mathcal{Z} , obtendo 3 opções de concatenação, conforme Figura 3.14.

Avaliando estas opções, sob a dimensão temporal (K), não teremos ganho significativo em relação ao desempenho do arranjo, pois é mais simples duplicar o número K de amostras tratadas no receptor.

Em relação à polarização (P), também não há vantagem pois os ângulos de polarização seriam mantidos em ambas as matrizes, com a mesma limitação do número de fontes passíveis de identificação de $M < N$.

Por outro lado, a composição na direção das antenas (N), eleva o número de fontes M que podem ser identificadas por um arranjo de N sensores, de $M < N$ para $M < 2N$, sendo possível compor as matrizes de direção \mathbf{A} e \mathbf{B} em uma única matriz \mathbf{D} a partir de (3.18) e (3.21), da seguinte forma, [65]:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{X}_1 &= (\mathbf{B} \odot \mathbf{C}) \mathbf{S}^T \\ \mathbf{Z}_1 &= (\mathbf{A} \odot \mathbf{C}) \mathbf{S}^T \end{aligned} \right\} \Rightarrow \mathbf{U}_1 = (\mathbf{D} \odot \mathbf{C}) \mathbf{S}^T, \quad (3.24)$$

em que $\mathbf{U}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1 \\ \mathbf{Z}_1 \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^{2NP \times K}$, e $\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{A} \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^{2N \times M}$.

A representação do tensor de sinais recebidos, é feita utilizando a Equação (3.24) pela concatenação das matrizes de direção (\mathbf{D}), polarização (\mathbf{C}), e de sinais (\mathbf{S}).

Desta forma, a representação em forma de matriz do tensor composto \mathcal{U} ao longo das 3 dimensões é dada por:

$$\mathbf{U}_1 = (\mathbf{D} \odot \mathbf{C}) \mathbf{S}^T, \in \mathbb{C}^{2NP \times K} \quad (3.25)$$

$$\mathbf{U}_2 = (\mathbf{S} \odot \mathbf{D}) \mathbf{C}^T, \in \mathbb{C}^{2NK \times P} \quad (3.26)$$

$$\mathbf{U}_3 = (\mathbf{C} \odot \mathbf{S}) \mathbf{D}^T, \in \mathbb{C}^{PK \times 2N} \quad (3.27)$$

A estimação dos parâmetros de direção e polarização é feita usando o algoritmo (T-ALS), pela fatorização trilinear do tensor $\mathcal{U} \in \mathbb{C}^{2N \times K \times P}$, gerando três matrizes estimadas: $\hat{\mathbf{D}}$, $\hat{\mathbf{C}}$ e $\hat{\mathbf{S}}$, conforme Figura 3.15.



Figura 3.15: Método T-ALS Concatenado.

As estimativas dos parâmetros θ , ϕ , α e β são extraídas a partir das matrizes estimadas $\hat{\mathbf{D}}$, $\hat{\mathbf{C}}$ e $\hat{\mathbf{S}}$, após o critério de convergência ser atingido.

3.2.3.2 Modelo Proposto para o Caso Supervisionado

Um segundo algoritmo é proposto para os casos onde há o uso de sequência de treinamento, ou seja, com o conhecimento do sinal recebido, baseado no uso da decomposição LS-KRF. Dado que a matriz \mathbf{S} é conhecida, a Equação (3.25) pode ser reescrita conforme abaixo:

$$(\mathbf{D} \odot \mathbf{C}) = \mathbf{U}_1 (\mathbf{S}^T)^\dagger \quad (3.28)$$

O algoritmo de decomposição LS-KRF, conforme descrito em [45], é sumarizado abaixo:

Seja

$$(\mathbf{Y} \odot \mathbf{Z}) = \mathbf{W} \quad (3.29)$$

onde $\mathbf{Y} \in \mathbb{C}^{I \times M}$, $\mathbf{Z} \in \mathbb{C}^{L \times M}$, e consequentemente $\mathbf{W} \in \mathbb{C}^{IL \times M}$.

1. Inicialize com $m = 1$
2. Seja \mathbf{w}_m , \mathbf{y}_m e \mathbf{z}_m a m -ésima coluna de \mathbf{W} , \mathbf{Y} e \mathbf{Z} , respectivamente,
3. Obtenha $\hat{\mathbf{W}}_m \in \mathbb{C}^{L \times I}$ tal que $\text{vec} [\hat{\mathbf{W}}_m] = \mathbf{w}_m$;
4. Calcule a decomposição em valores singulares de $\hat{\mathbf{W}}_m$:

$$\hat{\mathbf{W}}_m = \mathbf{U}_m \Sigma_m \mathbf{V}_m^H$$

5. Então $\hat{\mathbf{y}}_m = \sqrt{\sigma_1} \mathbf{v}_1^*$ e $\hat{\mathbf{z}}_m = \sqrt{\sigma_1} \mathbf{u}_1$
 Onde \mathbf{u}_1 e \mathbf{v}_1 representam o primeiro vetor coluna de \mathbf{U}_m e \mathbf{V}_m , respectivamente, e σ_1 é o maior valor singular.
6. Desta forma, a melhor aproximação de $\hat{\mathbf{W}}_m$ é obtida por $\hat{\mathbf{W}}_m = \hat{\mathbf{y}}_m \hat{\mathbf{z}}_m^T$.
7. Repetir enquanto $m < M$.
8. Ao final obtemos $\hat{\mathbf{Y}} = [\hat{\mathbf{y}}_1 \quad \hat{\mathbf{y}}_2 \quad \cdots \quad \hat{\mathbf{y}}_M]$ e $\hat{\mathbf{Z}} = [\hat{\mathbf{z}}_1 \quad \hat{\mathbf{z}}_2 \quad \cdots \quad \hat{\mathbf{z}}_M]$

Assim, a partir do algoritmo acima e das equações (3.28) e (3.29), considerando $\mathbf{W} = \mathbf{U}_1(\mathbf{S}^T)^\dagger$, $\mathbf{Y} = \mathbf{D}$, e $\mathbf{Z} = \mathbf{C}$, obtemos as matrizes $\hat{\mathbf{D}}$ e $\hat{\mathbf{C}}$, e consequentemente obter os parâmetros de direção θ , ϕ , e de polarização α e β .

Na seção 3.2.4 serão avaliados os resultados de desempenho para o caso supervisionado usando os algoritmos T-ALS e LS-KRF, e não supervisionado comparando o algoritmo T-ALS com outros algoritmos.

3.2.3.3 Unicidade

Utilizando as condições para unicidade de uma decomposição tensorial PARAFAC apresentadas na seção 3.1.5, e considerando que em (3.25) o número de colunas das matrizes de decomposição \mathbf{D} , \mathbf{C} , e \mathbf{S} é M , temos que a condição de Kruskal para atender a propriedade de unicidade, conforme Equação (3.8):

$$k_{\mathbf{D}} + k_{\mathbf{C}} + k_{\mathbf{S}} \geq 2M + 2 \quad (3.30)$$

Analisando as características do sistema, a matriz \mathbf{D} é do tipo Vandermonde, garantindo que as colunas são independentes, com $k_{\mathbf{D}} = \min[2N - 1, M]$ e a matriz de polarização \mathbf{C} tem a resposta da antena vetorial linearmente independente, conforme [66], com $k_{\mathbf{C}} = \min[P, M]$, e finalmente, a matriz de sinais \mathbf{S} tem fontes descorrelacionadas mutuamente, com $k_{\mathbf{S}} = \min[K, M]$.

Nestas condições a Equação (3.30) pode ser reescrita como:

$$\min[2N - 1, M] + \min[P, M] + \min[K, M] \geq 2M + 2$$

e como $K \geq M$, o $k_s = M$, temos :

$$\min[2N - 1, M] + \min[P, M] \geq M + 2 \quad (3.31)$$

Estudando as condições da Equação (3.31) podemos distinguir as seguintes situações:

1. Caso $P \geq M$, $N \geq 2$ antenas são necessárias para distinguir M fontes. Este é o arranjo *L-shape* mínimo, com uma antena de referência no centro e uma outra antena em cada braço do *L-shape*;
2. Caso $(2N - 1) \geq M$, temos $P \geq 2$ polarizações necessárias para distinguir M fontes;
3. Caso $(2N - 1) \geq M$, e $P \leq M$, temos $P \geq 2$ polarizações necessárias quando o número de antenas do arranjo for superior ao de fontes de sinais.

3.2.4 Resultados de Simulação para Arranjos *L-shape*

Os resultados de simulação do desempenho do algoritmo baseado método tensorial para um arranjo *L-shape*, conforme Figura 3.16, para o caso não supervisionado, ou cego, são apresentados a seguir, avaliando seu comportamento em relação à qualidade de estimativa fixando-se o número de antenas e variando a quantidade de fontes.

Em sequência, foi fixado o número de fontes e avaliado o comportamento da estimativa variando o número de antenas.

Finalmente, foi avaliado a capacidade de discriminação de fontes, fixando-se uma fonte como referência e variando-se o ângulo de elevação da outra, fixando-se os outros parâmetros.

Em um segundo momento, é mostrada a avaliação do algoritmo baseado no método tensorial para o caso supervisionado, comparando os resultados do modelo tensorial concatenado com uso do algoritmo T-ALS e o algoritmo alternativo N-SVD, simulando diversas condições de SNR, número de antenas e fontes.

3.2.4.1 Desempenho para o Caso Não Supervisionado

Inicialmente foi avaliado o efeito da SNR no desempenho do algoritmo T-ALS baseado no modelo tensorial proposto, para diferentes números de fontes, utilizando-se como métrica o erro médio quadrático NMSE da matriz de direção \mathbf{A} estimada, para um arranjo com $N = 3$ sensores, utilizando-se o modelo tensorial concatenado dos tensores \mathcal{X} e \mathcal{Z} . Os resultados são mostrados na Figura 3.17.

Conforme esperado, quando a SNR se eleva, o erro médio quadrático se reduz, com um melhor desempenho obtido para 3 a 5 fontes em comparação a

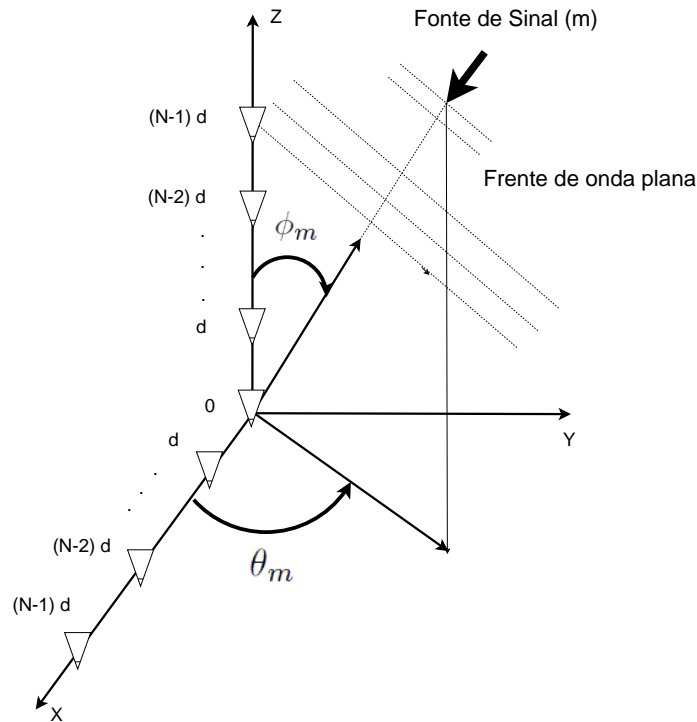


Figura 3.16: Arranjo *L-shape* em 2-D

6 fontes, limite superior do número de fontes que garante a unicidade do modelo. Como referência, foi incluído o NMSE da matriz de direção estimada pelo modelo tensorial convencional a partir dos tensores de forma separada, mostrado pela linha contínua, utilizando-se 3 antenas e 3 fontes, que é o limite superior do modelo tradicional, demonstrando resultados idênticos ao concatenado para SNR de 0 dB, mas à medida que a SNR se eleva, o melhor desempenho do modelo tensorial concatenado se apresenta, elevando a qualidade da estimação, mesmo quando o número de fontes é perto do dobro da quantidade de sensores.

Da mesma forma, avaliou-se o método tensorial quanto aos aspectos de estimação dos parâmetros de polarização dos sinais das fontes em relação à SNR, sendo apresentado na Figura 3.18 o comportamento do erro médio quadrático da matriz de polarização \mathbf{B} estimada pelo algoritmo T-ALS baseado no modelo tensorial concatenado, com melhores resultados à medida que a SNR se eleva, ratificando a comparação do modelo proposto em relação ao modelo tradicional com tensores separados, mostrado na linha contínua.

O resultado de estimação para o modelo tradicional com o limite de fontes $M \leq N$ identificáveis para um arranjo de N antenas se mostra mais próximo ao limite de $M \leq 2N$ do modelo concatenado, para $N = 3$.

Em complemento, na Figura 3.19 é mostrada a variação do erro médio quadrático RMSE de estimação dos ângulos de direção (θ, ϕ) e de polarização

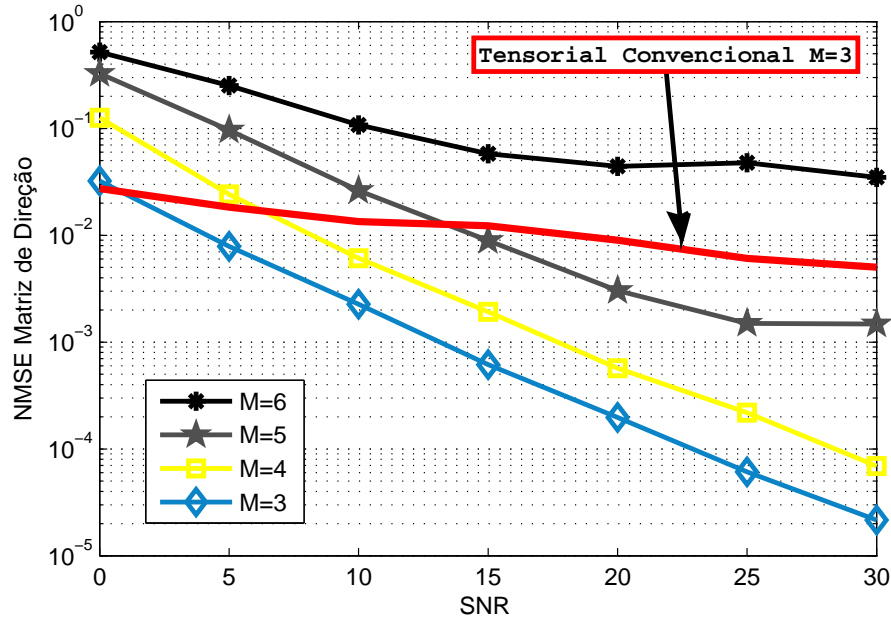


Figura 3.17: NMSE vs. SNR para da matriz de direção para diversos números de fontes M e Arranjo com três antenas ($N = 3$) utilizando o modelo concatenado dos tensores \mathcal{X} e \mathcal{Z}

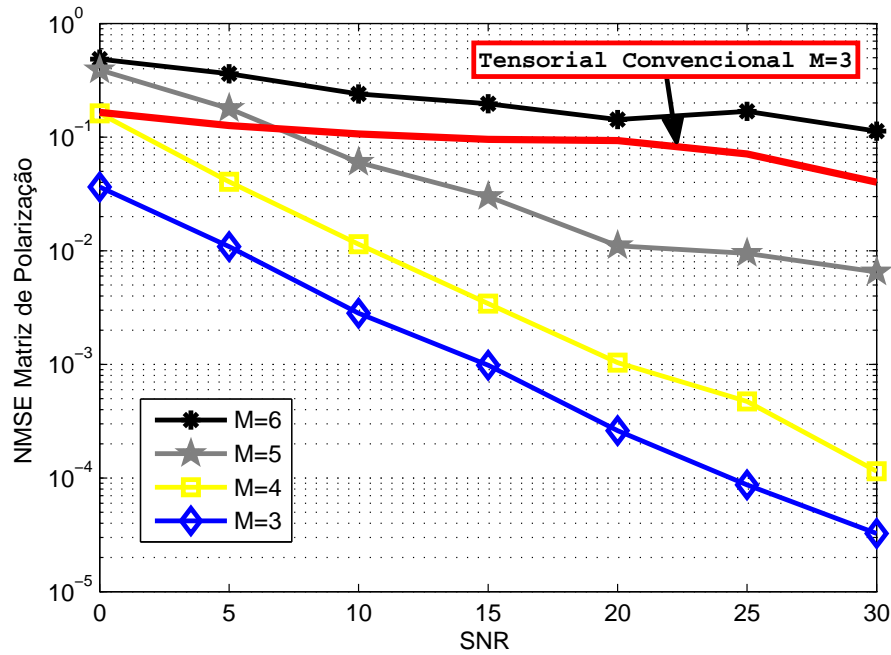


Figura 3.18: NMSE da matriz de polarização para diversos números de fontes M e três antenas ($N = 3$)

(α, β) combinados, em função do número de fontes, incluindo a estimação a partir do algoritmo baseado no modelo tensorial convencional com 3 fontes e 3 sensores, mostrado como uma linha contínua. Como reflexo do comportamento da estimação das matrizes de polarização e de direção, à medida que a SNR se eleva observa-se uma melhor estimação média, ratificando a comparação do modelo tensorial concatenado proposto em

relação ao modelo tradicional com tensores separados, mostrado na linha contínua. O resultado de estimação para o modelo tradicional com o limite de fontes $M \leq N$ identificáveis para um arranjo de N antenas se mostra próximo ao limite de $M \leq 2N$ do modelo concatenado, para $N = 3$.

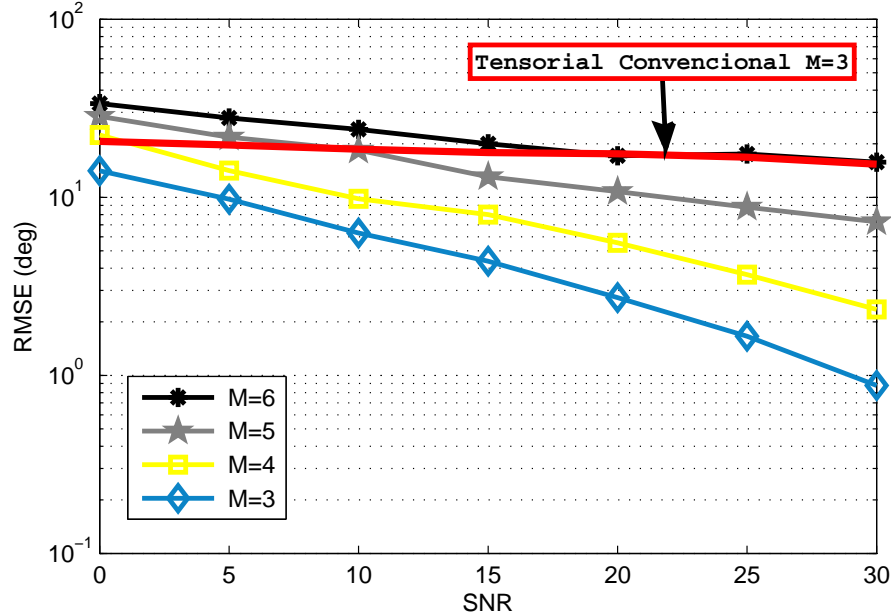


Figura 3.19: RMSE dos ângulos para diversos números de fontes M e três antenas ($N = 3$)

Em seguida foi feito um experimento para avaliar o desempenho do algoritmo para separação cega de fontes em termos de valor médio quadrático entre os valores angulares originais e os obtidos pela simulação, com 4 antenas ($N = 4$), 2 fontes ($M = 2$), e com SNR de 20 dB. Uma das fontes foi usada como referência, com seus parâmetros fixados em: $\theta_1 = 51,4^\circ$, $\phi_1 = 78,1^\circ$, $\alpha_1 = 35,8^\circ$ e $\beta_1 = 32,9^\circ$, enquanto a segunda fonte, variava um parâmetro. Na Figura 3.20 é mostrado o desempenho do algoritmo baseado no modelo proposto na estimação do ângulo de elevação das fontes, em que o ângulo de elevação da segunda fonte ϕ_2 varia de 0 a 90° . Observa-se que para ângulos de elevação ϕ_2 até 10° o arranjo apresenta erro significativo devido a sua geometria. É importante ressaltar que o algoritmo proposto baseado no modelo tensorial concatenado conseguiu distinguir satisfatoriamente duas fontes com mesmo ângulo de elevação ($78,1^\circ$), apesar da pequena elevação do erro de estimação. Isto se deve à exploração eficiente da diversidade de polarização, característica inerente ao tipo de antena vetorial do arranjo.

3.2.4.2 Desempenho para o Caso Supervisionado

No caso supervisionado, com o conhecimento da matriz de sinais, temos dois algoritmos sob análise. O primeiro é o modelo tensorial concatenando

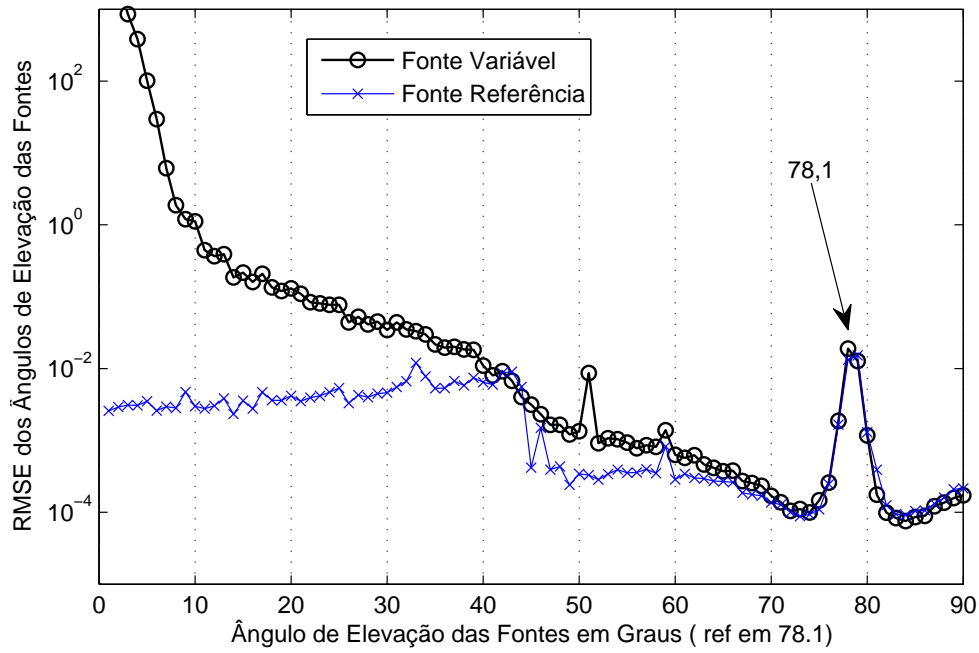


Figura 3.20: RMSE do ângulo de elevação ϕ_2 em relação à fonte fixa em $\phi_1 = 78,1^\circ$

as matrizes de direção e usando o algoritmo T-ALS iterativo para estimação da matrizes de direção e polarização, e o segundo algoritmo é baseado na decomposição SVD do produto de Khatri-Rao das matrizes de direção e polarização do modelo tensorial concatenado.

Inicialmente comparamos o desempenho dos algoritmos frente a variação do número de fontes. A Figura 3.21 apresenta os resultados de simulação de um arranjo *L-shape* com 3 sensores, variando-se o número de fontes de 3 até 6. Observa-se que as estimativas apresentam maior erro à medida que mais fontes são adicionadas, e que os algoritmos de uma maneira geral são equivalentes em termos de estimação.

Em seguida foi feita a avaliação quanto ao desempenho dos algoritmos frente a variação do número de antenas para uma quantidade fixa de fontes. A Figura 3.22 apresenta estes resultados, onde se observa que há uma pequena variação do erro médio de estimação frente ao aumento do número de antenas para ambos os algoritmos, com resultados bastante equivalentes sob baixa SNR, com o algoritmo SVD com 6 antenas e alta SNR superando o algoritmo T-ALS.

Adicionalmente foi feita uma avaliação do tempo médio de execução de cada algoritmo, conforme Figura 3.23, onde fica claro o maior tempo de execução do algoritmo T-ALS, por ser iterativo, com pequenas variações em torno de 4×10^{-1} s, enquanto que o algoritmo SVD se mostra estável em relação à SNR em torno de 3×10^{-2} s, variando para mais em função do aumento do número

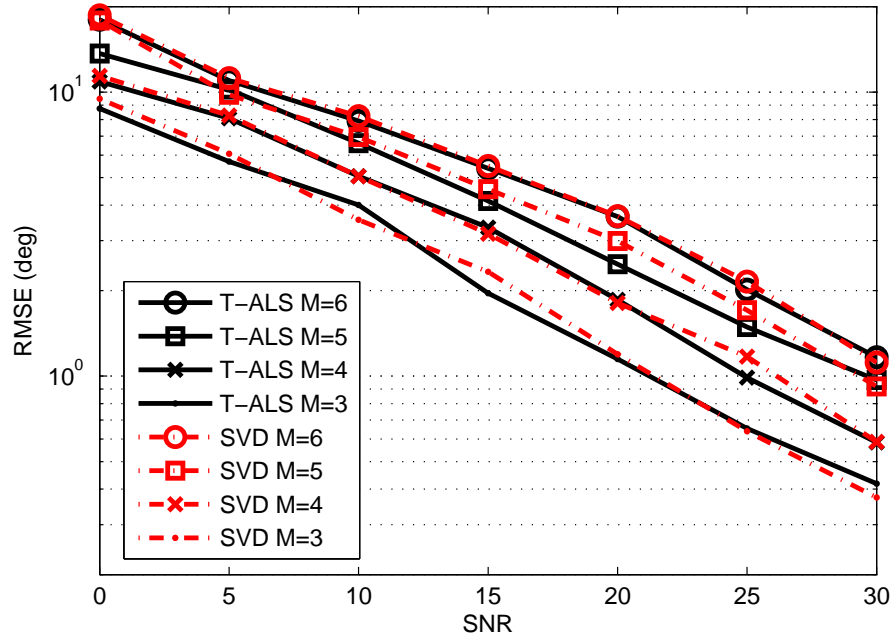


Figura 3.21: RMSE dos ângulos para um arranjo *L-shape* com sequência de Treinamento para diversas quantidades de fontes com 3 sensores

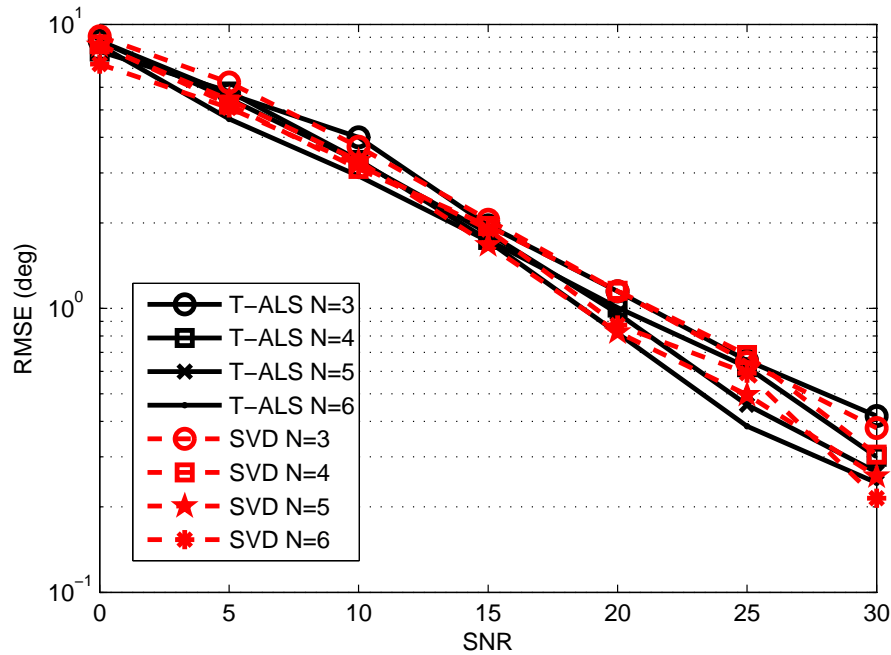


Figura 3.22: RMSE dos ângulos para Arranjo *L-shape* com sequência de treinamento para diversas quantidades de antenas com 3 fontes

de sensores, conforme esperado para uma técnica de cálculo dos dados de forma direta.

3.2.5 Métodos Propostos para Arranjos UPA

Observando a n -ésima antena vetorial do arranjo planar uniforme, mostrado na Figura 2.9, posicionado em $(i, 0, l)$, onde $i = 0, 1, 2, \dots, I$, e

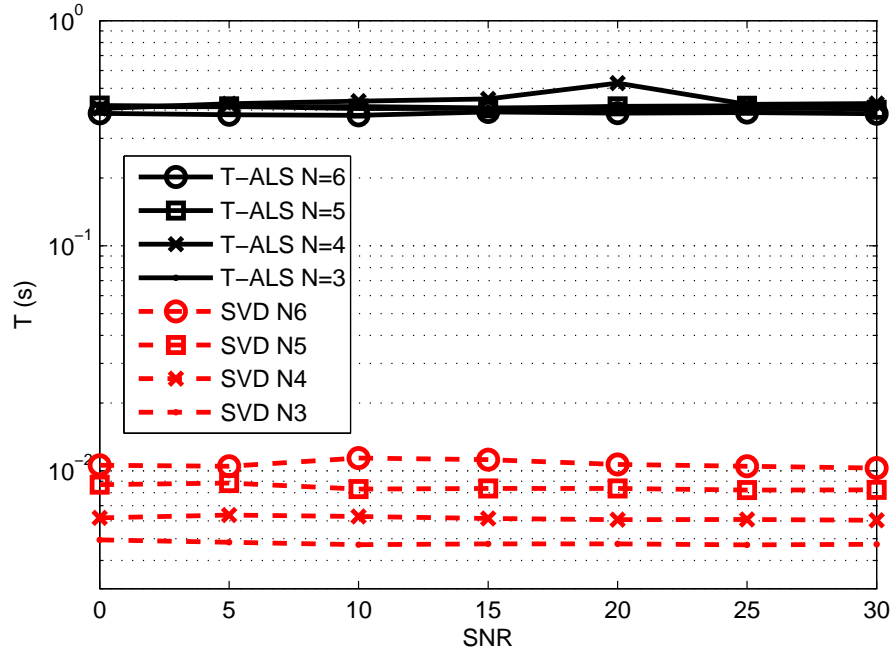


Figura 3.23: Tempo de execução dos algoritmos SVD e T-ALS para um Arranjo *L-shape* com sequência de Treinamento para diversas quantidades de antenas com 3 fontes

$l = 0, 1, 2, \dots, L$, teremos a saída de p fluxos de dados simultâneos referentes às diferentes polarizações, com índice p , onde $p = 1, \dots, 3$. Assim, a p -ésima saída da antena n no instante k , onde $k = 1, 2, \dots, K \geq M$, $r(i, l, k, p)$ é obtida a partir da soma de todas as contribuições das M frentes de onda, ou seja, inserindo a condição de antenas vetoriais podemos apresentar o modelo escalar para o arranjo de antenas em arranjo planar uniforme como o produto quadrilinear:

$$r(i, l, p, k) = \sum_{m=1}^M a(i, m)b(l, m)c(p, m)s(k, m) \quad (3.32)$$

Onde $a(i, m).b(l, m)$ corresponde ao valor da fase na n -ésima antena do arranjo em relação à frente de onda m , $b(p, m)$, ao valor da p -ésima componente de polarização da frente de onda m na antena n , e $s(k, m)$, o valor da k -ésima amostra temporal da frente de onda m .

3.2.5.1 Modelo 1 : Decomposição Tensorial PARAFAC de Quarta Ordem: Caso Não supervisionado

A Equação (3.32) expressa $r(i, l, p, k)$ como uma decomposição tensorial PARAFAC de quarta ordem [58], onde podemos obter fatias (slices) do tensor $\mathcal{R} \in \mathbb{C}^{I \times L \times P \times K}$ fixando duas ordens. Concatenando estas fatias sequencialmente, obtemos a representação da decomposição tensorial PARAFAC de ordem 4 na forma matricial. Assim, considerando a fatia

referente à variação das antenas no eixo x e de polarização p temos :

$$\mathbf{R}_{i.p.} = \mathbf{B} \text{diag}(\mathbf{A}_i) \text{diag}(\mathbf{C}_p) \mathbf{S}^T$$

onde $\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\tau_1) \quad \mathbf{a}(\tau_2) \cdots \mathbf{a}(\tau_M)] \in \mathbb{C}^{I \times M}$ e $\mathbf{B} = [\mathbf{b}(\sigma_1) \quad \mathbf{b}(\sigma_2) \cdots \mathbf{b}(\sigma_M)] \in \mathbb{C}^{L \times M}$, são matrizes de direção, e $\mathbf{C} = [\mathbf{c}(1) \quad \mathbf{c}(2) \cdots \mathbf{c}(M)] \in \mathbb{C}^{P \times M}$ é a matriz de polarização para as M fontes. Concatenando estas fatias para $i = 1 \cdots I$ temos:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{1p} &= \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{1.p.} \\ \mathbf{R}_{2.p.} \\ \vdots \\ \mathbf{R}_{I.p.} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} \text{diag}(\mathbf{A}_1) \text{diag}(\mathbf{C}_p) \mathbf{S}^T \\ \mathbf{B} \text{diag}(\mathbf{A}_2) \text{diag}(\mathbf{C}_p) \mathbf{S}^T \\ \vdots \\ \mathbf{B} \text{diag}(\mathbf{A}_I) \text{diag}(\mathbf{C}_p) \mathbf{S}^T \end{bmatrix} \\ &= (\mathbf{A} \odot \mathbf{B}) \text{diag}(\mathbf{C}_p) \mathbf{S}^T \end{aligned} \quad (3.33)$$

E, em seguida, realizando o mesmo processo para $p = 1 \cdots P$:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_1 &= \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{1.1.} \\ \mathbf{R}_{1.2.} \\ \vdots \\ \mathbf{R}_{1.P.} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\mathbf{A} \odot \mathbf{B}) \text{diag}(\mathbf{C}_1) \mathbf{S}^T \\ (\mathbf{A} \odot \mathbf{B}) \text{diag}(\mathbf{C}_2) \mathbf{S}^T \\ \vdots \\ (\mathbf{A} \odot \mathbf{B}) \text{diag}(\mathbf{C}_P) \mathbf{S}^T \end{bmatrix} \\ &= (\mathbf{C} \odot \mathbf{A} \odot \mathbf{B}) \mathbf{S}^T \end{aligned} \quad (3.34)$$

Ou seja, simplifcadamente, concatenando as fatias:

$$\mathbf{R}_{i.p.} = \mathbf{B} \text{diag}(\mathbf{A}_i) \text{diag}(\mathbf{C}_p) \mathbf{S}^T$$

Obtemos a matriz:

$$\mathbf{R}_1 = (\mathbf{C} \odot \mathbf{A} \odot \mathbf{B}) \mathbf{S}^T \quad (3.35)$$

Desta forma, a Equação (3.35) representa uma dos modos de matriciação, onde podemos utilizar a simetria do modelo quadrilinear que permite identificar os quatro modos de matriciação a partir das fatias:

$$\mathbf{R}_{i.p.} = \mathbf{B} \text{diag}(\mathbf{A}_i) \text{diag}(\mathbf{C}_p) \mathbf{S}^T$$

$$\mathbf{R}_{i.l.} = \mathbf{S} \text{diag}(\mathbf{A}_i) \text{diag}(\mathbf{B}_l) \mathbf{C}^T$$

$$\mathbf{R}_{.l.k} = \mathbf{C} \text{diag}(\mathbf{B}_l) \text{diag}(\mathbf{S}_k) \mathbf{A}^T$$

$$\mathbf{R}_{..pk} = \mathbf{A} \text{diag}(\mathbf{C}_p) \text{diag}(\mathbf{S}_k) \mathbf{B}^T$$

Quando concatenadas geram os 4 modos, respectivamente:

$$\mathbf{R}_1 = (\mathbf{C} \odot \mathbf{A} \odot \mathbf{B}) \mathbf{S}^T \quad (3.36)$$

$$\mathbf{R}_2 = (\mathbf{B} \odot \mathbf{A} \odot \mathbf{S}) \mathbf{C}^T \quad (3.37)$$

$$\mathbf{R}_3 = (\mathbf{S} \odot \mathbf{B} \odot \mathbf{C}) \mathbf{A}^T \quad (3.38)$$

$$\mathbf{R}_4 = (\mathbf{S} \odot \mathbf{C} \odot \mathbf{A}) \mathbf{B}^T \quad (3.39)$$

A estimação dos parâmetros de direção e polarização é feita usando o algoritmo quadrilinear de mínimos quadrados alternados (*Q-ALS-Quadri-Alternating Least Squares*), baseado no método de aceleração COMFAC, proposto em [67], para atingir rápida convergência pela fatorização quadrilinear do tensor \mathcal{R} , gerando quatro matrizes estimadas: $\hat{\mathbf{A}}$, $\hat{\mathbf{B}}$, $\hat{\mathbf{C}}$ e $\hat{\mathbf{S}}$.

Cada iteração do algoritmo Q-ALS é composta de quatro passos de estimação. Em cada passo, uma componente da matriz é atualizada, fixando-se os outros três componentes em seus valores obtidos nos passos anteriores.

Dadas as representações desdobradas (*unfolded*) $\mathbf{R}_{n=1,2,3,4}$ do tensor de sinal recebido \mathcal{R} , as condições de atualização de mínimos quadrados na r -ésima iteração são dadas por:

$$\hat{\mathbf{S}}_{(r)}^T = (\hat{\mathbf{C}}_{(r-1)} \odot \hat{\mathbf{A}}_{(r-1)} \odot \hat{\mathbf{B}}_{(r-1)})^\dagger \mathbf{R}_1, \quad (3.40)$$

$$\hat{\mathbf{C}}_{(r)}^T = (\hat{\mathbf{B}}_{(r-1)} \odot \hat{\mathbf{A}}_{(r-1)} \odot \hat{\mathbf{S}}_{(r)})^\dagger \mathbf{R}_2, \quad (3.41)$$

$$\hat{\mathbf{A}}_{(r)}^T = (\hat{\mathbf{S}}_{(r)} \odot \hat{\mathbf{B}}_{(r-1)} \odot \hat{\mathbf{C}}_{(r)})^\dagger \mathbf{R}_3, \quad (3.42)$$

$$\hat{\mathbf{B}}_{(r)}^T = (\hat{\mathbf{S}}_{(r)} \odot \hat{\mathbf{C}}_{(r)} \odot \hat{\mathbf{A}}_{(r)})^\dagger \mathbf{R}_4, \quad (3.43)$$

Na primeira iteração, ($r=1$), as matrizes $\hat{\mathbf{A}}_{(0)}$, $\hat{\mathbf{B}}_{(0)}$ e $\hat{\mathbf{C}}_{(0)}$ são inicializadas aleatoriamente ou usando algum método de inicialização de forma a facilitar a convergência.

Seja $e_{(r)} = \|\mathbf{R}_1 - (\hat{\mathbf{C}}_{(r)} \odot \hat{\mathbf{A}}_{(r)} \odot \hat{\mathbf{B}}_{(r)}) \hat{\mathbf{S}}_{(r)}^T\|_F$, o erro estimado após a r -ésima iteração, a convergência é declarada quando $|e_{(r)} - e_{(r-1)}| \leq 10^{-6}$. A partir daí, estimativas dos parâmetros θ , ϕ , α e β são extraídas a partir das matrizes estimadas.

3.2.5.2 Modelo 2: Decomposição Tensorial PARAFAC de Terceira Ordem e LS-KRF: Caso Não supervisionado

Um segundo método, baseado na decomposição tensorial PARAFAC de um tensor de terceira ordem, é feito em duas fases:

1) Primeira fase: Definindo $\mathbf{H} = \mathbf{A} \odot \mathbf{B} \in \mathbb{C}^{I.L \times M}$, temos:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_1 &= (\mathbf{C} \odot \mathbf{A} \odot \mathbf{B}) \mathbf{S}^T \\ &= (\mathbf{C} \odot \mathbf{H}) \mathbf{S}^T \end{aligned} \quad (3.44)$$

Desta forma, a Equação (3.44) representa um dos modos de matriciação do tensor de terceira ordem, \mathcal{R} , e pela simetria do modelo trilinear podemos identificar os três modos de matriciação, obtidos a partir da concatenação das fatias:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{n..} &= \mathbf{S} \text{diag}(\mathbf{H}_{n..}) \mathbf{C}^T \\ \mathbf{R}_{.p.} &= \mathbf{H} \text{diag}(\mathbf{C}_{p.}) \mathbf{S}^T \\ \mathbf{R}_{..k} &= \mathbf{C} \text{diag}(\mathbf{S}_{k.}) \mathbf{H}^T \end{aligned}$$

Onde $n = 0 \dots, (IL)$, número de antenas do arranjo planar uniforme, $k = 1 \dots, K$, número de amostras, e $p = 1 \dots, P$, polarização do sinal.

Estas fatias empilhadas vão gerar os três modos do tensor, respectivamente:

$$\mathbf{R}_1 = (\mathbf{H} \odot \mathbf{S}) \mathbf{C}^T \quad (3.45)$$

$$\mathbf{R}_2 = (\mathbf{C} \odot \mathbf{H}) \mathbf{S}^T \quad (3.46)$$

$$\mathbf{R}_3 = (\mathbf{S} \odot \mathbf{C}) \mathbf{H}^T \quad (3.47)$$

A estimação dos parâmetros de direção e polarização é feita usando o algoritmo T-ALS, pela fatoração trilinear do tensor $\mathcal{R} \in \mathbb{C}^{IL \times M \times P}$, gerando três matrizes estimadas: $\hat{\mathbf{H}}$, $\hat{\mathbf{C}}$ e $\hat{\mathbf{S}}$.

Cada iteração do algoritmo T-ALS é composta de três passos de estimação. Em cada passo, uma componente da matriz é atualizada, fixando-se os outros dois componentes em seus valores obtidos nos passos anteriores.

Dadas as representações desdobradas (*unfolded*) $\mathbf{R}_{n=1,2,3}$ do tensor de ordem 3, as condições de atualização de mínimos quadrados na r -ésima iteração são dadas por:

$$\hat{\mathbf{C}}_{(r)}^T = (\hat{\mathbf{H}}_{(r-1)} \odot \hat{\mathbf{S}}_{(r-1)})^\dagger \mathbf{R}_1, \quad (3.48)$$

$$\hat{\mathbf{S}}_{(r)}^T = (\hat{\mathbf{C}}_{(r)} \odot \hat{\mathbf{H}}_{(r-1)})^\dagger \mathbf{R}_2, \quad (3.49)$$

$$\hat{\mathbf{H}}_{(r)}^T = (\hat{\mathbf{S}}_{(r)} \odot \hat{\mathbf{C}}_{(r)})^\dagger \mathbf{R}_3 \quad (3.50)$$

Na primeira iteração, ($r=1$), as matrizes $\hat{\mathbf{H}}_{(0)}$ e $\hat{\mathbf{S}}_{(0)}$ são inicializadas aleatoriamente com o erro estimado após a r -ésima iteração, $e_{(r)} = \|\mathbf{R}_1 - (\hat{\mathbf{H}}_{(r)} \odot \hat{\mathbf{S}}_{(r)}) \hat{\mathbf{C}}_{(r)}^T\|_F$, e a convergência é declarada quando $|e_{(r)} - e_{(r-1)}| \leq 10^{-6}$.

2) Segunda fase: Usando o algoritmo de fatoração do produto de Khatri-Rao por mínimos quadrados, LS-KRF, descrito em [45], conforme Seção 3.2.3.2, dado que $\mathbf{H} = (\mathbf{A} \odot \mathbf{B})$, substituindo em (3.29): $\mathbf{W} = \mathbf{H}$, $\mathbf{Y} = \mathbf{A}$, e $\mathbf{Z} = \mathbf{B}$, podemos estimar as matrizes $\hat{\mathbf{A}}$ e $\hat{\mathbf{B}}$.

É importante observar que esta fatoração não é única, pois existe uma ambiguidade de escala (α_m) tal que $\mathbf{a}_m \otimes \mathbf{b}_m = (\alpha_m \mathbf{a}_m) \otimes (\frac{1}{\alpha_m} \mathbf{b}_m) \quad \forall \alpha_m \in \mathbb{C}_{\neq 0}$. No entanto, devido o conhecimento das matrizes \mathbf{A} e \mathbf{B} , que tem valores unitários na sua primeira linha, esta ambiguidade de escala é facilmente removida.

Da mesma forma, as estimativas dos parâmetros θ , ϕ , α e β são extraídas a partir das matrizes estimadas.

3.2.5.3 Modelo 3: *Nested-SVD* para o Caso Supervisionado

Um terceiro algoritmo é proposto para os casos onde há o uso de sequência de treinamento, ou seja, com o conhecimento do sinal recebido, baseado no uso da dupla decomposição LS-KRF, chamado de *Nested-SVD*.

Dado que a matriz \mathbf{S} é conhecida, a Equação (3.45) pode ser reescrita conforme abaixo:

$$(\mathbf{C} \odot \mathbf{A} \odot \mathbf{B}) = \mathbf{R}_1 (\mathbf{S}^T)^\dagger \quad (3.51)$$

Com uma sequência de três produtos Khatri-Rao que podem ser agrupados dois a dois de maneira que permita utilizar a decomposição LS-KRF em duas fases:

1) Primeira fase: Dado que $\mathbf{H} = (\mathbf{A} \odot \mathbf{B})$, podemos reescrever a Equação (3.51) como:

$$(\mathbf{C} \odot \mathbf{H}) = \mathbf{R}_1 (\mathbf{S}^T)^\dagger$$

Desta forma, usando o algoritmo LS-KRF, conforme descrito em 3.2.3.2, e a partir da Equação (3.29), substituindo $\mathbf{W} = \mathbf{R}_1(\mathbf{S}^T)^\dagger$, $\mathbf{Y} = \mathbf{C}$, e $\mathbf{Z} = \mathbf{H}$, podemos obter as matrizes $\hat{\mathbf{C}}$ e $\hat{\mathbf{H}}$.

2) Segunda fase: A partir da estimação anterior e que $(\mathbf{A} \odot \mathbf{B}) = \mathbf{H}$, usando o LS-KRF mais uma vez, substituindo na Equação (3.29): $\mathbf{W} = \mathbf{H}$, $\mathbf{Y} = \mathbf{A}$, e $\mathbf{Z} = \mathbf{B}$, podemos obter as matrizes $\hat{\mathbf{A}}$ e $\hat{\mathbf{B}}$.

Assim, os parâmetros θ , ϕ , α e β são extraídas a partir das matrizes estimadas $\hat{\mathbf{A}}$, $\hat{\mathbf{B}}$ e $\hat{\mathbf{C}}$.

3.2.5.4 Unicidade

Utilizando as condições para unicidade de uma decomposição tensorial PARAFAC apresentadas na Seção 3.1.5, e considerando que na Equação (3.36) o número de colunas das matrizes de decomposição \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C} , \mathbf{H} , e \mathbf{S} é M , temos a condição de Kruskal que atende a propriedade de unicidade, conforme Equação (3.9):

$$k_{\mathbf{A}} + k_{\mathbf{B}} + k_{\mathbf{C}} + k_{\mathbf{S}} \geq 2M + 3 \quad (3.52)$$

Analisando as características do sistema, as matrizes \mathbf{A} e \mathbf{B} são matrizes Vandermonde garantindo que as colunas são independentes, com $k_{\mathbf{A}} = \min[I-1, M]$ e $k_{\mathbf{B}} = \min[L-1, M]$, a matriz de polarização \mathbf{C} tem a resposta da antena vetorial linearmente independente, conforme [66], com $k_{\mathbf{C}} = \min[P, M]$, e finalmente, a matriz de sinais \mathbf{S} tem fontes descorrelacionadas mutuamente, com $k_{\mathbf{S}} = \min[K, M]$.

Nestas condições a Equação (3.52) pode ser reescrita como:

$$\min[I-1, M] + \min[L-1, M] + \min[P, M] + \min[K, M] \geq 2M + 3$$

Para $M \geq P = 3$, temos $k_{\mathbf{C}} = 3$, e como $K \geq M$, o $k_{\mathbf{S}} = M$, implica nas seguintes situações:

1. Caso $\max[I-1, L-1] \leq M$, temos $I-1 + L-1 + 3 + M \geq 2M + 3$, ou seja, $I + L \geq M + 2$. Este é o limite inferior do número de antenas necessárias para o caso da quantidade de sinais superar o número de antenas em cada eixo que garante a identificabilidade dos sinais.

2. Caso $\min[I-1, L-1] \geq M$, resulta em $M + M + 3 + M \geq 2M + 3$, com $M \geq 1$, ou seja a unicidade será sempre satisfeita quando o número de fontes é inferior ao número de antenas em cada eixo.

3. Caso $I - 1 \leq M$, implica em $I - 1 + M + 3 + M \geq 2M + 3$, com $I \geq 1$. Ou seja, o limite inferior do número de antenas necessárias para o caso de mais de 3 fontes, é ter pelo menos uma coluna de antenas com pelo menos $L - 1 \geq M$ sensores, ou seja uma ULA com $L - 1 \geq M$. O mesmo se aplica quando $L - 1 \geq M$, com uma ULA no outro eixo.

3.2.6 Resultados de Simulação para Arranjos UPA

Apresentamos a seguir os resultados de simulações computacionais para avaliação de desempenho dos algoritmos propostos para duas situações: Separação cega de fontes, onde não existe informação prévia dos sinais com a avaliação dos algoritmos Q-ALS e T-ALS. Outra situação é quando temos a separação supervisionada de fontes, com piloto, ou sequência de treinamento prévia. Neste caso é feita a avaliação dos algoritmos Q-ALS e T-ALS com a matriz de sinais \mathbf{S} conhecida, simplificando o algoritmo, juntamente com o algoritmo N-SVD. Foi considerado um arranjo UPA com antenas vetoriais elétricas ($P = 3$) dispostos sobre o plano xz , conforme Figura 3.24.

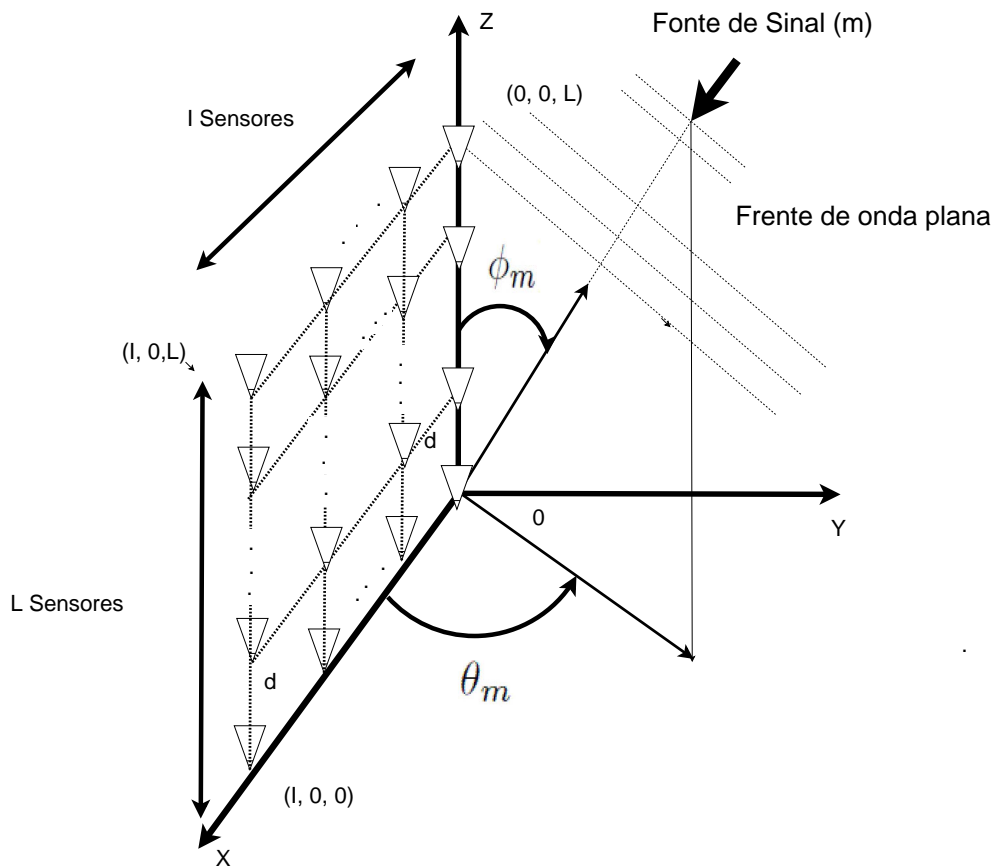


Figura 3.24: Arranjo Uniforme Planar (UPA)

3.2.6.1 Desempenho para o Caso Não Supervisionado

Inicialmente foi avaliado o desempenho dos algoritmos T-ALS e Q-ALS para o caso de ausência de informações dos sinais, quanto ao número de fontes para uma mesma configuração do arranjo com $I = L = 3$ antenas apresentada na Figura 3.25.

Podemos observar que com a duplicação do número de fontes o erro médio das estimativas se amplia por um fator de 10, e para 3 fontes o desempenho dos algoritmos é equivalente, mas com seis fontes o algoritmo Q-ALS tem um desempenho melhor quando comparado ao algoritmo T-ALS.

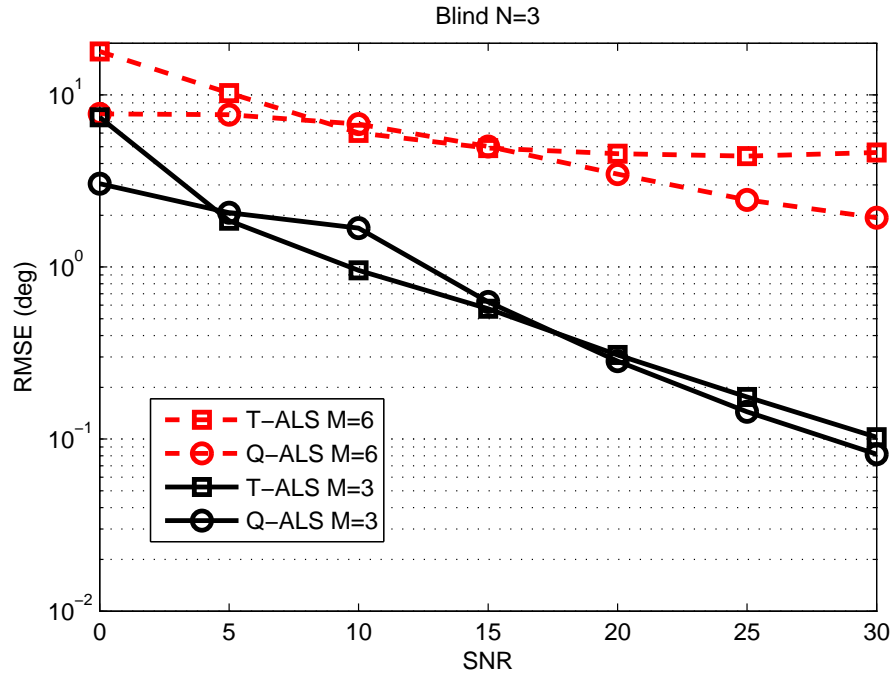


Figura 3.25: RMSE dos ângulos com $I = L = 3$ antenas sob UPA e 3 e 6 fontes

Em seguida avaliou-se o tempo médio de execução para a mesma configuração anterior, conforme Figura 3.26, é mostrado que para 3 fontes os tempos médios são próximos a 1 s.

Com a duplicação do número de fontes o algoritmo Q-ALS duplica os tempos médios de execução quando comparado com 3 fontes, enquanto que o algoritmo T-ALS aumenta por um fator de 6, explicado pelo menor impacto das matrizes $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{I \times M}$ e $\mathbf{B} \in \mathbb{C}^{L \times M}$ no algoritmo Q-ALS frente a matriz $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{IL \times M}$ usada no algoritmo T-ALS.

Em complemento, a Figura 3.27 apresenta o comparativo do desempenho dos dois algoritmos para a mesma configuração de $I = L = 3$ antenas e fontes $M = 3$, para uma SNR de 10dB, no formato de Scatter Plot, onde a posição real das fontes é representada por um círculo, e as estimativas de posição por um "x".

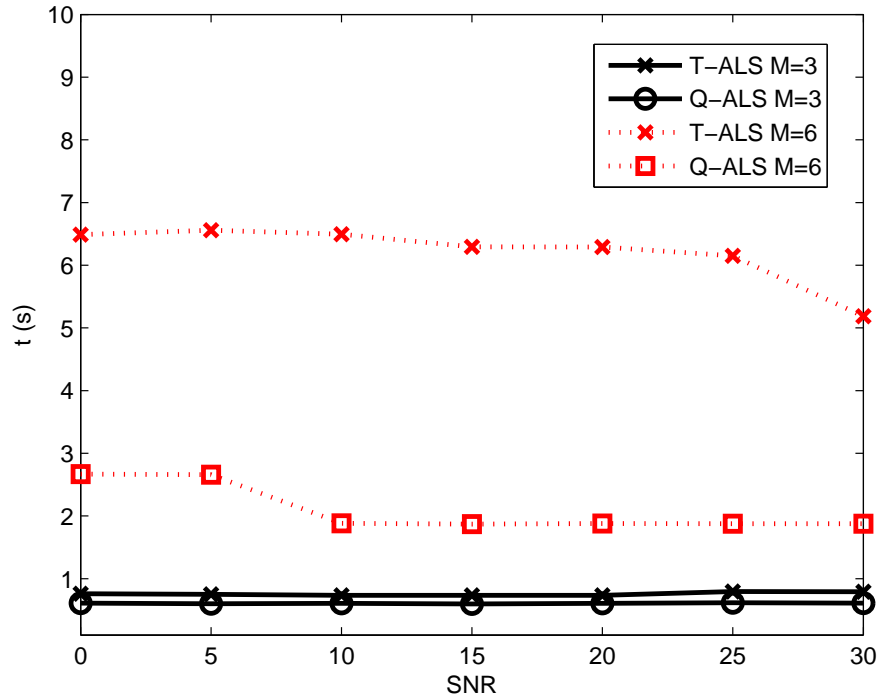


Figura 3.26: Tempo médio de execução para os algoritmos Q-ALS e T-ALS+SVd, com $I = L = 3$ antenas no arranjo UPA para 3 e 6 fontes (M)

O Q-ALS, nesta situação, apresenta estimativas com dispersão dos resultados, e o algoritmo T-ALS apresenta as estimativas também dispersas no círculo, mostrando um desempenho equivalente para ambos os algoritmos, corroborando a avaliação anterior, feita pela métrica do RMSE de estimativa dos ângulos com uma pequena diferença a favor do algoritmo T-ALS.

Finalmente, foi avaliado o desempenho dos algoritmos propostos para diferentes números de antenas do arranjo, com 3 fontes, comparando-se o erro médio quadrático (RMSE) dos ângulos de direção e polarização, mostrados na Figura 3.28, com melhores estimativas quando aumentamos o número de sensores, como esperado, e o desempenho do algoritmo Q-ALS supera o algoritmo T-ALS neste caso.

3.2.6.2 Desempenho para o Caso Supervisionado

Nos casos de transmissão supervisionada, onde há o conhecimento prévio das informações do sinal, por exemplo, uso de sequência de treinamento, ou piloto, foram desenvolvidos três algoritmos de estimativa dos parâmetros dos sinais: Q-ALS, T-ALS e N-SVD.

Inicialmente avaliou-se o desempenho comparando-se o tempo médio de execução do algoritmo, mostrados na Figura 3.29, para 3 e 6 fontes, com 3 sensores.

O algoritmo N-SVD apresenta menores valores de tempo médio de execução,

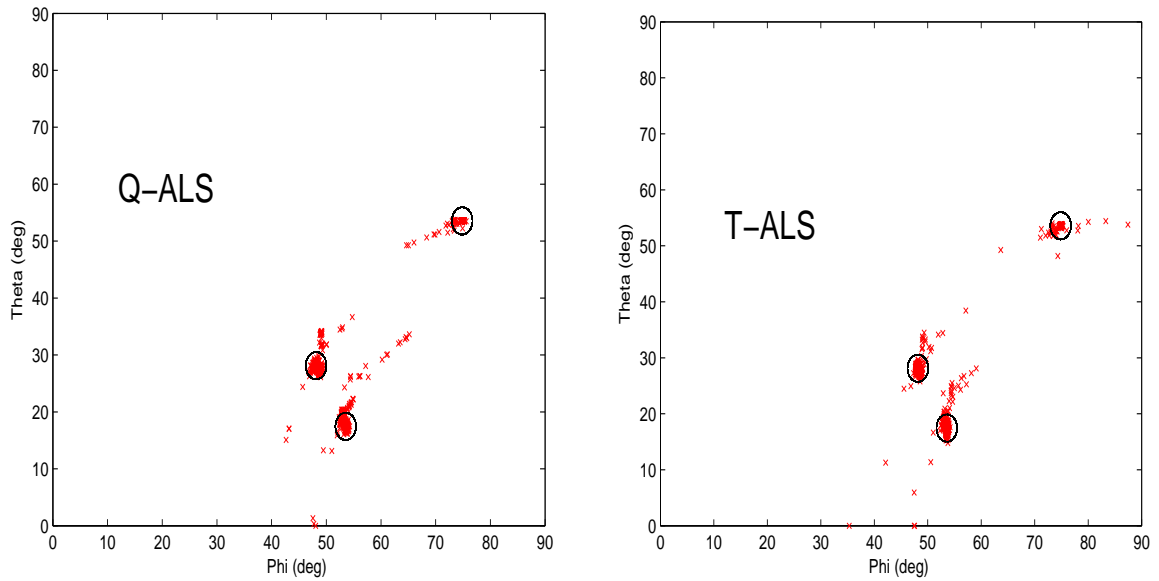


Figura 3.27: Comparativo do desempenho dos algoritmos Q-ALS e T-ALS com 3 fontes ($M = 3$), e $I = L = 3$ sensores, com SNR de 10 dB. A posição real das fontes é representada por um círculo, e as estimativas por um (x)

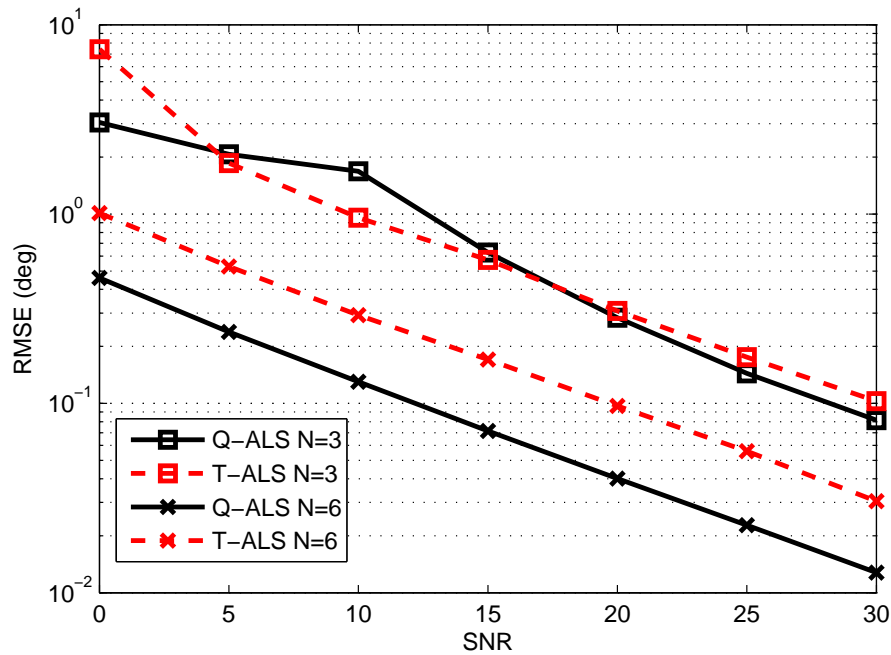


Figura 3.28: RMSE dos ângulos para os algoritmos Q-ALS e T-ALS com $I = L = 3$ e $I = L = 6$ antenas, para três fontes ($M = 3$)

mesmo para 6 fontes, tendo em vista não ser iterativo. Os algoritmos Q-ALS e T-ALS para 3 fontes apresentam valores médios similares, mas com a elevação do número de fontes para 6, o algoritmo T-ALS apresenta os maiores valores médio devido o impacto do tamanho da matriz \mathbf{H} .

Foi avaliado ainda estes algoritmos em relação à variação do número

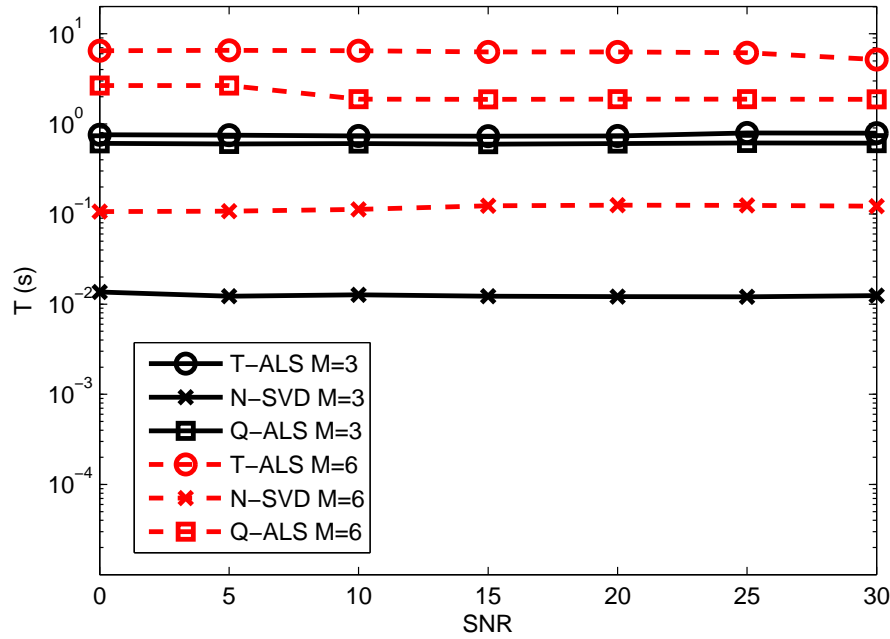


Figura 3.29: Tempo médio de execução dos algoritmos Q-ALS, N-SVD e T-ALS com 3 e 6 antenas , para três fontes.

de fontes para uma mesma configuração do arranjo com $N = 3$ antenas apresentado na Figura 3.30. Podemos observar que o algoritmo Q-ALS não altera o seu desempenho com a variação de fontes quando comparado ao algoritmo T-ALS, e que o algoritmo N-SVD tem desempenho melhor que o T-ALS com a vantagem de não ser recursivo, com menor complexidade.

Em seguida destacou-se o desempenho dos três algoritmos para a mesma configuração de 6 fontes, e 3 sensores, conforme Figura 3.31, onde o Q-ALS apresenta uma maior precisão nas estimativas, com menor RMSE dos ângulos estimados para a mesma SNR, seguido do N-SVD.

Em complemento, a Figura 3.32 apresenta o comparativo do desempenho dos três algoritmos para a mesma configuração de 3 antenas e 6 fontes, para uma SNR de 10dB, no formato de Scatter Plot, onde a posição real das fontes é representada por um círculo, e as estimativas de posição por um "x".

O algoritmo Q-ALS, mostrado à direita, apresenta melhores estimativas de ângulos, todas concentradas no círculo indicativo da posição real. O algoritmo N-SVD, da mesma forma, apresenta também excelentes estimativas. O algoritmo T-ALS, mostrado mais à esquerda, apresenta uma maior dispersão dos resultados estimados, corroborando a avaliação objetiva feita pela métrica do RMSE médio de estimativa dos ângulos.

E finalmente, foi avaliado o desempenho dos algoritmos propostos comparando-se o tempo médio de execução para um arranjo com 3 antenas e com 3 e 6 fontes, mostrados na Figura 3.33.

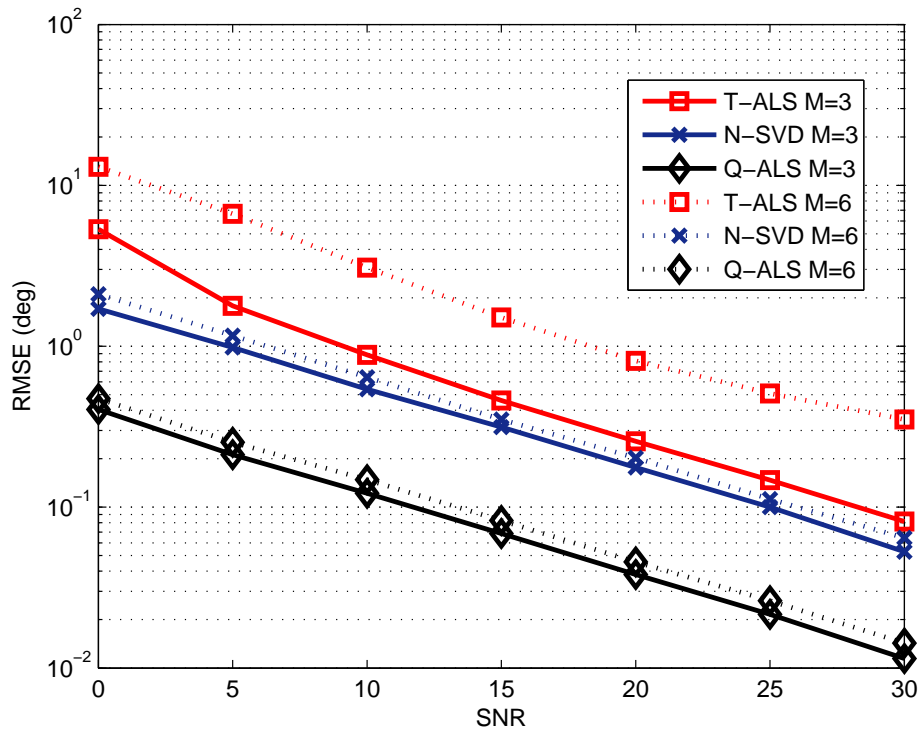


Figura 3.30: RMSE dos ângulos para os três algoritmos, com 3 antenas sob arranjo UPA, para 3 e 6 fontes

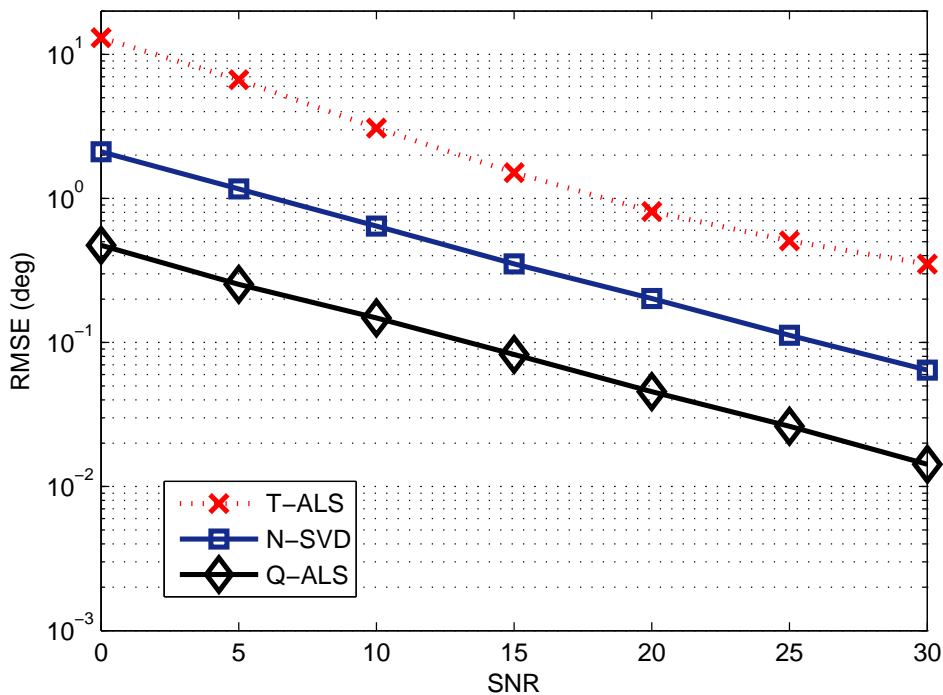


Figura 3.31: RMSE dos angulos com 3 antenas e 6 fontes

O algoritmo N-SVD apresenta os menores valores de tempo de execução, variando pouco em função do número de fontes, pois não é um algoritmo iterativo.

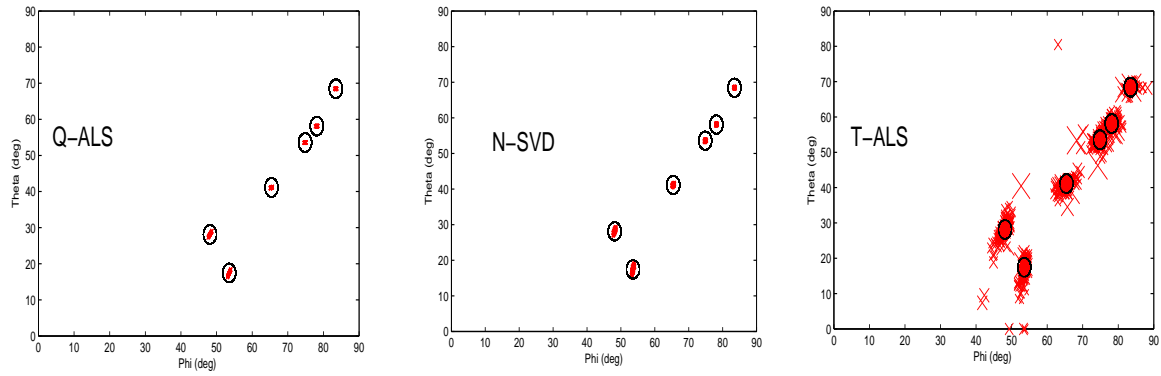


Figura 3.32: Comparativo do desempenho dos algoritmos Q-ALS, N-SVD e T-ALS com seis fontes ($M = 6$), $I = L = 3$ antenas, para SNR de 10 dB. A posição real das fontes é representada por um círculo, e as estimativas por um (x)

Os algoritmos Q-ALS e T-ALS têm resultados praticamente idênticos para 3 fontes, no entanto, o algoritmo T-ALS apresenta maior tempo médio de execução quando são colocadas 6 fontes, devido o impacto do tamanho da matriz \mathbf{H} no algoritmo iterativo.

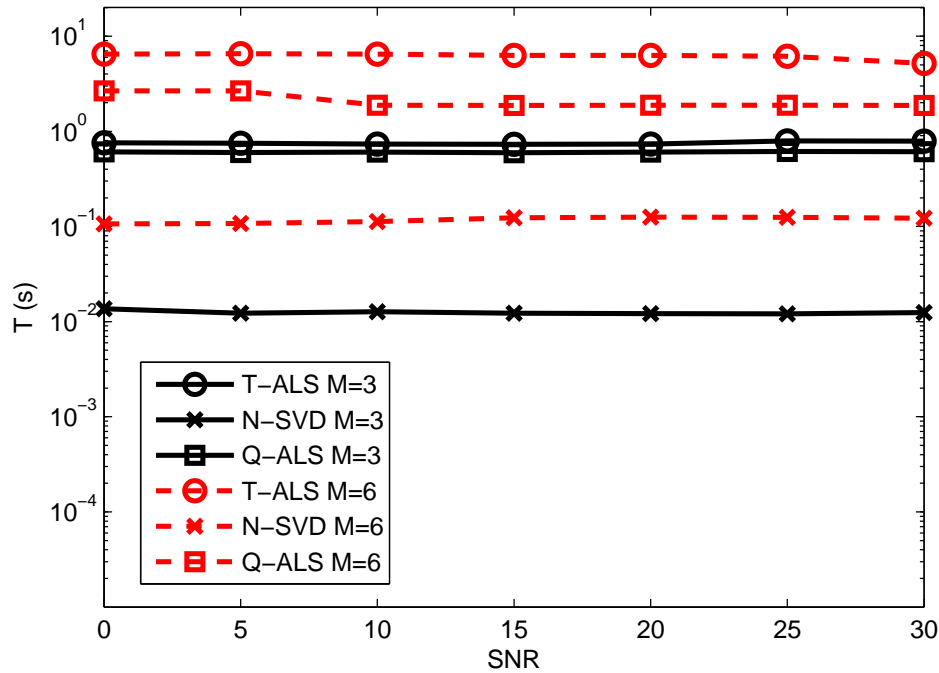


Figura 3.33: Tempo médio de execução para os algoritmos Q-ALS, N-SVD e T-ALS três fontes ($M = 3$)

3.3 Resumo dos Resultados do Capítulo

Neste capítulo foi feita uma revisão dos conceitos de tensores como base para o entendimento dos métodos propostos, e foram estruturados os modelos matemáticos utilizados no desenvolvimento dos estimadores

tensoriais propostos.

Estes métodos foram submetidos à simulação computacional e avaliado o desempenho dos algoritmos propostos frente a diversos critérios, como erro médio, tempo de execução e número de fontes. Resumidamente, temos as seguintes conclusões:

- ▶ Os métodos tensoriais mostraram-se mais preciso em suas estimativas, mesmo para um pequeno número de antenas, frente aos métodos convencionais MUSIC e ESPRIT para um arranjo ULA com número equivalente de antenas. Mostrou-se ainda que à medida que o número de antenas se eleva, os métodos tensoriais propostos tendem a superar os métodos matriciais sob maiores SNRs.
- ▶ Na comparação entre métodos tensoriais para arranjos *L-shape*, foi introduzido o modelo concatenado dos tensores de direção e polarização de cada eixo, com desempenho superior ao modelo convencional que utiliza os tensores de modo sequencial.
- ▶ Explorando a capacidade de estimação de fontes, foi mostrado ainda que o modelo tensorial concatenado combinado com parâmetros de polarização tem capacidade suficiente para distinguir fontes de forma totalmente cega, ou seja sem informações prévias do sinal recebido.
- ▶ As simulações revelaram também que o algoritmo T-ALS proposto se mostrou suficiente para identificar diversas fontes, mesmo com ângulos de azimuth e elevação idênticos, mas com características de polarização distintas, usando um pequeno número de antenas.
- ▶ Ainda para o arranjo *L-shape*, no caso de uso de sequência de treinamento no sinal transmitido, abriu-se a oportunidade para desenvolver um modelo alternativo, usando SVD, com desempenho equivalente ao algoritmo T-ALS, mas com a vantagem de tempo de execução inferior.
- ▶ A partir da análise do sinal para arranjos UPA foram desenvolvidos os algoritmos Q-ALS, e T-ALS combinado com SVD, que apresentaram resultados equivalentes na métrica de RMSE, com o algoritmo Q-ALS levando vantagem quando é utilizado um maior número de antenas ou fontes, sob o parâmetro tempo de execução.
- ▶ Para os casos de sistemas supervisionados em arranjos UPA, foi desenvolvido um algoritmo alternativo, com uso do SVD em duas

fases, chamado N-SVD, com resultados de erro médio equivalente ao Q-ALS, mas com vantagem de desempenho apresentando menor tempo de execução. O algoritmo T-ALS combinado com o algoritmo SVD apresenta estimações com maior tempo de execução em ambos os casos, supervisionado ou cego.

No capítulo a seguir, será feita a inclusão de modelos mais realistas de ganho dos arranjos utilizados, a partir da modelagem computacional em sistemas de alta frequência e avaliado o desempenho em comparação com os modelos ideais.

Modelagem de Arranjos de Antenas Com Uso de Simuladores

Nos capítulos anteriores foram apresentados os modelos tensoriais de arranjos de antenas polarimétricas utilizando uma visão idealizada do comportamento dos elementos individuais, com ganho unitário e isotrópico. No intuito de verificarmos o comportamento destas antenas de uma maneira mais prática, perto do que se encontra no dia a dia em campo, buscou-se uma forma de simular as condições de uso dos arranjos de antenas e obter os parâmetros destes sistemas mais próximos da realidade.

Atualmente, a área de projetos de sistemas em alta frequência utiliza cada vez mais softwares de simulação de campo eletromagnético (EM) altamente especializados para desenvolver e otimizar projetos destes sistemas, onde a análise e otimização assistida por computador substituíram o processo tradicional de modificações experimentais iterativas a partir de um projeto inicial [68].

Diversos procedimentos iterativos de simulação numérica foram desenvolvidos com a evolução dos computadores para auxiliar na solução de problemas envolvendo equações diferenciais, entre eles: Diferenças Finitas no Domínio do Tempo, Método dos Momentos e Métodos de Elementos Finitos, [69].

Neste contexto, o estudo e avaliação destas estruturas é feito usando uma modelagem do sensor Tripolo elétrico com o apoio do software para análise de estruturas de alta frequência, *High Frequency Structure Simulator - HFSS*® [70].

Inicialmente apresentaremos o software, suas características e condições de utilização, e em seguida detalharemos o modelo do tripolo utilizado, bem como as características de interesse obtidas para o elemento individual e para os

arranjos *L-shape* e Planar, em especial o ganho que será utilizado nos modelos matemáticos descritos anteriormente. Ao final é feita uma comparação de resultados entre as simulações com o ganho ideal e o modelado para o arranjo *L-shape* mais próximo da realidade.

4.1 O Simulador High Frequency Structure Simulator - HFSS®

O HFSS® da Ansoft Corporation, [70], é um software de alto desempenho para simulações eletromagnéticas em dispositivos com qualquer geometria 3D, usado para a análise do comportamento de estruturas radiantes complexas, como Antenas do tipo monopolo, dipolos, fenda, corneta, microfita, etc, apresentando como grande vantagem a integração entre modelagem da estrutura, visualização, simulação e obtenção de resultados de forma precisa e rápida, gerando os padrões de irradiação dos campos próximo e distante, bem como os dados de caracterização de antenas, como frequência de ressonância, impedância de entrada, ganho, diretividade, entre muitos outros.

Este simulador emprega o método de elementos finitos, *Finite Element Method* - *FEM* para encontrar a solução dos campos eletromagnéticos, dividindo o espaço a ser analisado em uma sequência de pequenas regiões, no formato de tetraedros, representando os campos de cada tetraedro com uma função local, discretizando-o. A função local é obtida a partir das equações de Maxwell em forma diferencial ou integral que representam o fenômeno, com suas respectivas condições de contorno. O conjunto de tetraedros representa assim o modelo geométrico em estudo, chamado de Malha de Elementos Finitos, onde o número destes elementos pode ser aumentado para uma maior precisão, à custa de um maior esforço computacional, de forma adaptativa dependendo da variação de campo elétrico, com maior número de tetraedros onde há uma maior variação, conforme Figura 4.1.

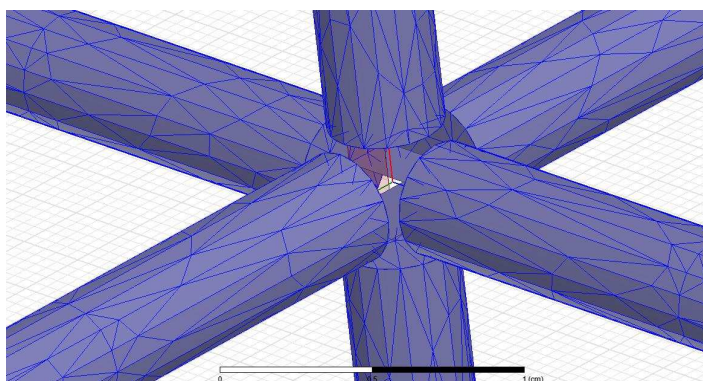


Figura 4.1: Detalhe da Malha de Elementos Finitos para o tripolo elétrico

Este processo faz uso de um conjunto de operações adaptativas afim de gerar uma malha adequada para a estrutura, usando um processo iterativo até que a diferença entre os parâmetros de espalhamento entre as iterações seja reduzida para um valor abaixo do especificado pelo usuário. O tempo de computação, assim, dependerá em grande parte do tamanho de cada tetraedro, ou seja, a precisão da malha deve ser pequena o suficiente para representar a fidelidade da estrutura, mas dentro dos limitantes computacionais.

Para uma simulação confiável é necessário seguir um conjunto de etapas fundamentais.

- ▶ Criação do Modelo Paramétrico: Definindo a geometria do modelo sob análise, as condições de contorno e os tipos e a quantidade de excitações.
- ▶ Configuração de Análise: Definindo as configurações da solução desejada e a faixa de frequência a ser coberta;
- ▶ Resultados: Criação dos relatórios e gráficos de campo utilizados, bem como animações do comportamento dinâmico de alguns parâmetros;
- ▶ Laço de Resolução: Análise dos resultados, verificando a convergência para valores esperados, ou se é necessário o refinamento do modelo.

A modelagem da estrutura sob análise é feita com o auxílio de ferramentas do próprio software que possibilitam a geração de modelos com a geometria o mais próximo possível da realidade, com ferramentas semelhantes a qualquer software 3D, sendo possível ainda a importação de arquivos nos formatos mais comuns utilizados para a geração destas geometrias. Adicionalmente é feita a associação de cada estrutura gerada a um material com várias características que são importantes para a solução das equações, tais como permissividade elétrica ϵ , permeabilidade magnética μ , condutividade σ , etc.

As condições de contorno controlam as características dos planos, faces ou interfaces entre os objetos que são fundamentais para a solução das equações de Maxwell, reduzindo a complexidade do modelo. São exemplos os tipos de excitação, *Wave ports* oriundas do meio externo, ou *Lumped ports* internas à estrutura, os tipos de superfície, de radiação, perfeitamente elétricas, etc, e as propriedades dos materiais utilizados.

Para uma estrutura alimentada por portas, o software calcula o campo elétrico para cada modo suportado, gerando a matriz de espalhamento de reflexão e transmissão total através daquela porta. A matriz de espalhamento é usada para representar os campos em cada tetraedro e assim calcular as soluções para a região de campo distante através de técnicas numéricas.

Os limites de radiação são usados para simular problemas não resolvidos e que permitem irradiar ondas infinitamente longe no espaço, tais como no design de antenas. Através de uma caixa criada especificadamente para análise dos limites de radiação onde ocorre a absorção das ondas, estabelecendo-se assim, um limite de análise.

A interface do *HFSS*[®] pode ser vista na Figura 4.2 que também apresenta a malha gerada para um sensor tripolo e a caixa de vácuo que absorve a radiação emitida pela antena, usada para estimar o valor do campo eletromagnético irradiado.

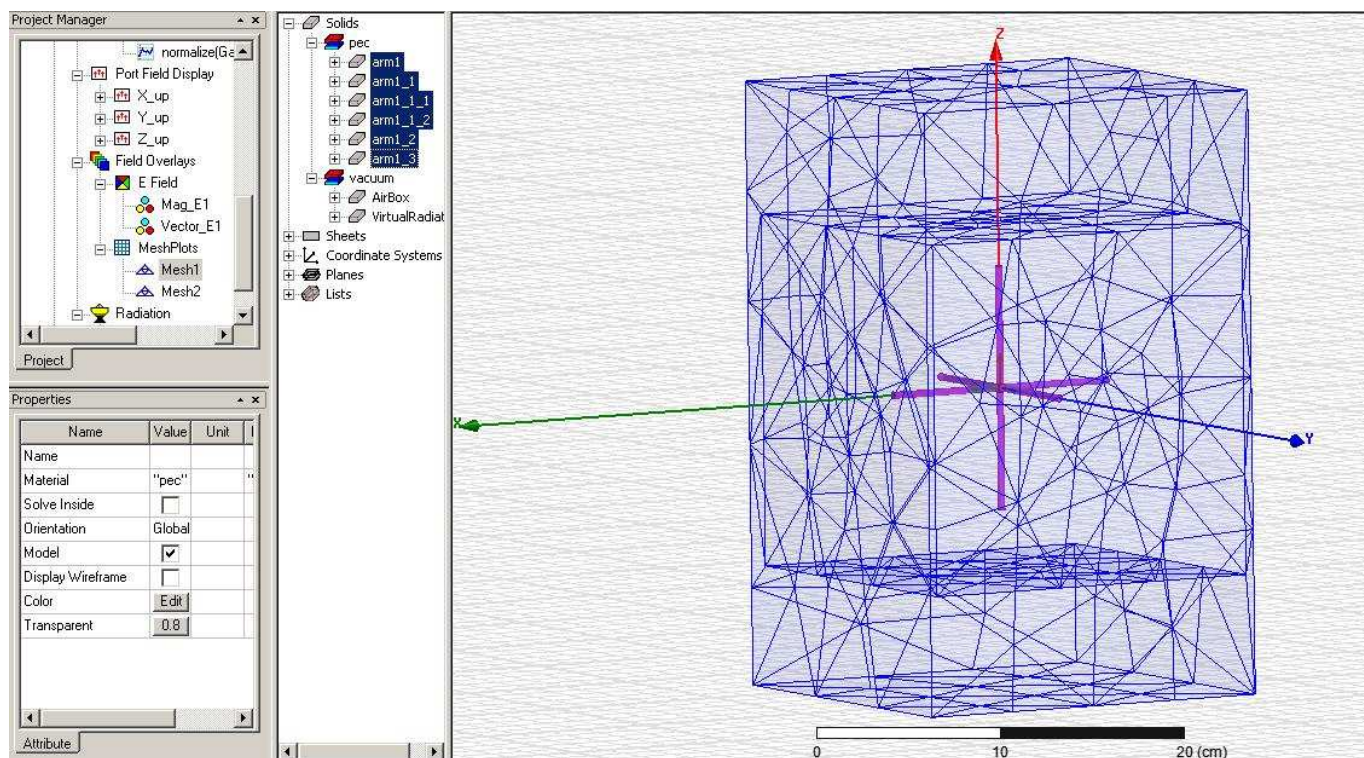


Figura 4.2: Interface de configuração de antena dipolo

4.2 Modelos Desenvolvidos

4.2.1 Dipolo

Inicialmente foi feita a simulação de um elemento irradiante bastante conhecido, o dipolo elétrico, de forma a adquirir o domínio da ferramenta e comparar os resultados de simulação com os padrões já conhecidos na literatura especializada, conforme Figura 4.3, otimizando os parâmetros de comprimento dos braços e raio do condutor utilizado, o tipo de porta de excitação utilizada (*Lumped port*), e a dimensão do *gap* que separa os braços do dipolo, ajustando através da ferramenta de projeto para sintonizar em 1 GHz.

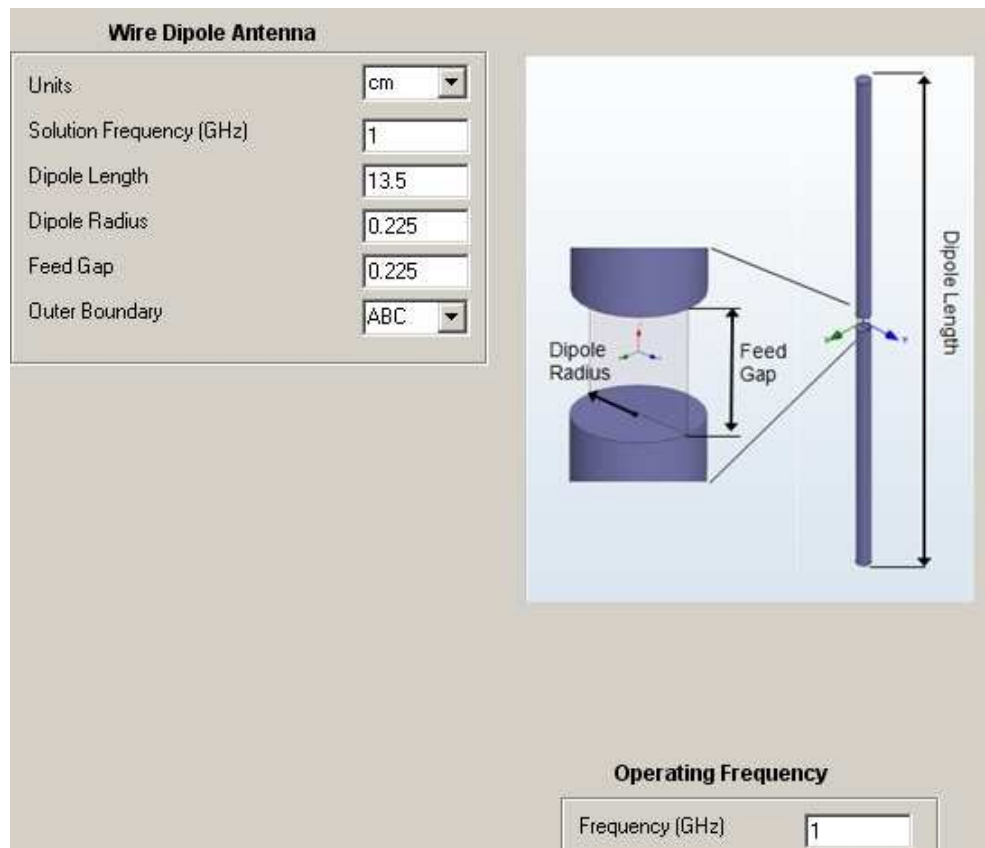


Figura 4.3: Módulo *HFSS*[®] de configuração de antena dipolo

Em seguida foi gerado o modelo 3D no simulador, e após a convergência, foram gerados gráficos com os resultados de alguns parâmetros da antena, como a perda de retorno, RL (*Return Loss*), que é a medida da taxa de potência refletida no sistema expressa em dB, confirmando o bom desempenho do modelo simulado para a frequência de 1 GHz, com banda de aproximadamente 50 MHz com frequência central em 994,5 MHz, conforme Figura 4.4.

O resultado de ganho do dipolo elétrico projetado para menor perda de retorno em 1 GHz sob a forma de diagrama 3D é apresentado na Figura 4.5. A variação dos parâmetros físicos do dipolo, tais como o comprimento dos braços, o raio do condutor, ou tamanho do *gap* de alimentação, se reflete nos seus parâmetros elétricos, alterando a sua banda de frequência e ganho. Para o dipolo modelado, a figura do ganho em 3D toma forma de uma esfera achatada nos polos, confirmando o caráter omnidirecional no diagrama horizontal em relação ao ângulo de azimute θ , com pequena variação do ganho em função do ângulo de azimute das fontes, mas com características diretivas em relação ao ângulo de elevação ϕ das fontes.

A Figura 4.6 apresenta o ganho da antena Dipolo de uma maneira mais tradicional, representando o corte vertical do ganho 3D, orientado pelo ângulo ϕ de elevação, onde temos uma grande variação de Ganho, partindo de valores

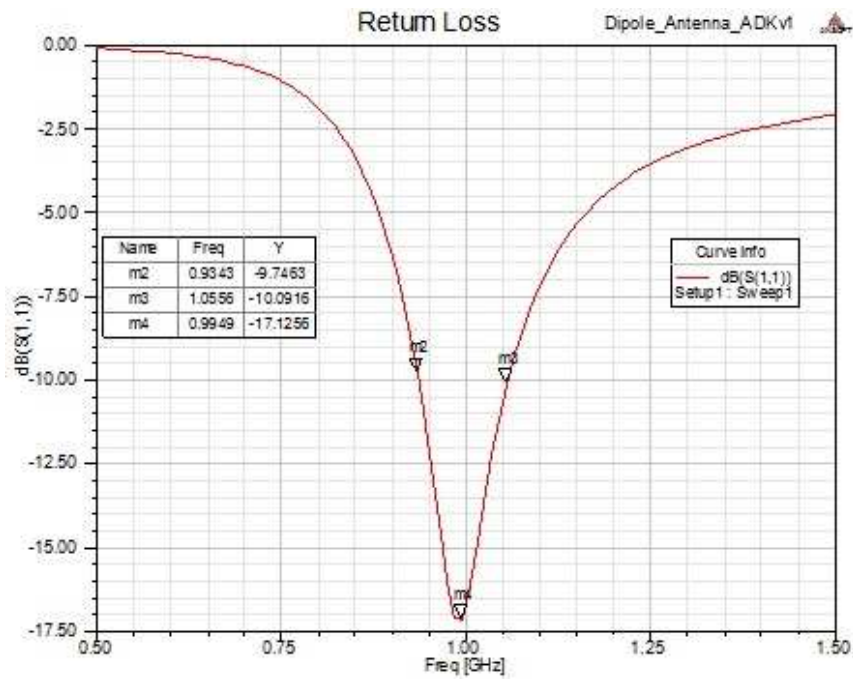


Figura 4.4: Perda de retorno da antenna dipolo

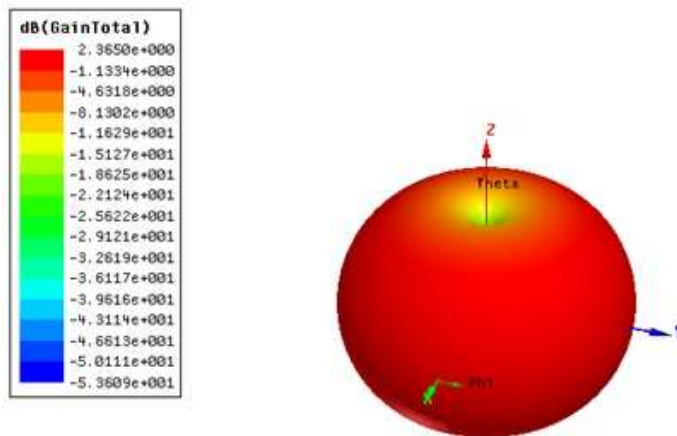


Figura 4.5: Diagrama de ganho 3D de antenna dipolo de referência

muito baixos (-50 dB) para ângulos pequenos, chegando a -3 dB para 38° indicado pelo marcador m_1 , um máximo de 2,3 dB em 90° , indicado pelo marcador m_3 , e caindo progressivamente de forma simétrica para -3 dB em 142° , indicado pelo marcador m_2 , e um mínimo em 180° . Desta forma, a largura de banda de meia potência para o dipolo é de aproximadamente $\pm 50^\circ$ para o ângulo de elevação de $\phi = 90^\circ$. Ou seja, um dipolo elétrico não pontual real, com dimensões sintonizadas para menor perda de retorno em 1 GHz, tem ganho com caráter omnidirecional no diagrama horizontal, e ganho direcional no ângulo de elevação de $\phi = 90^\circ \pm 50^\circ$ no diagrama vertical.

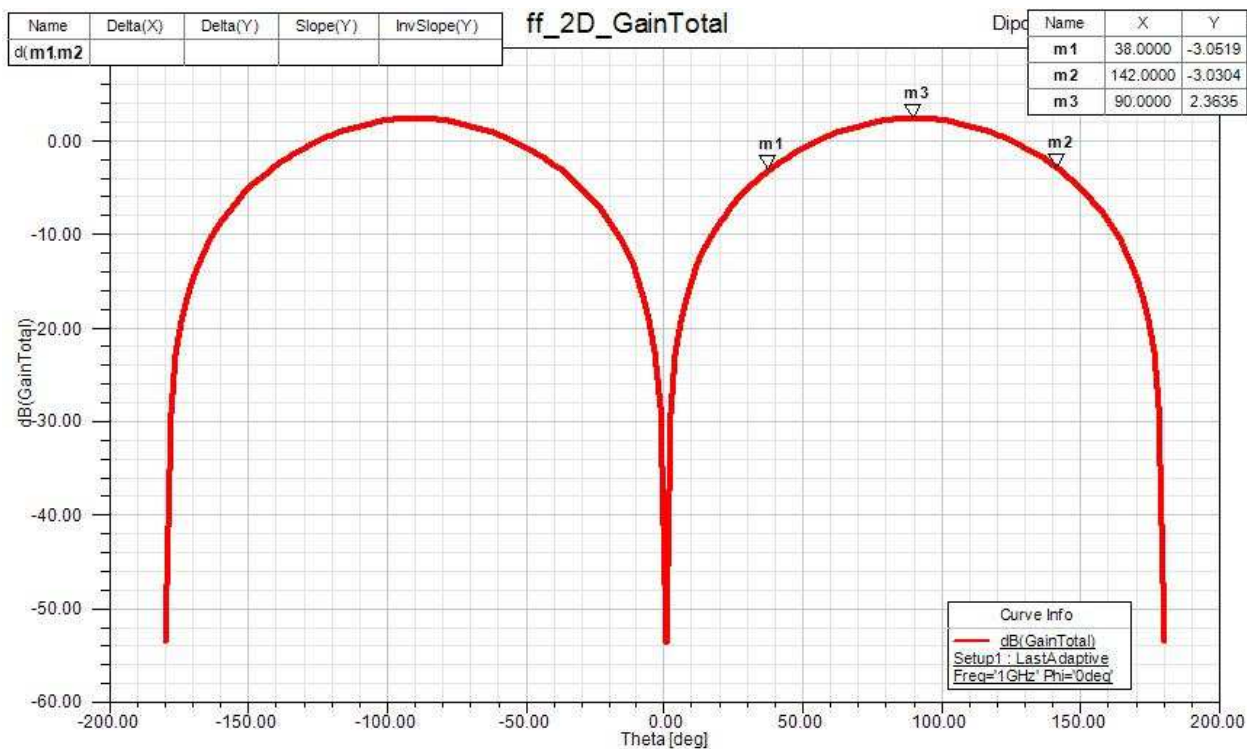


Figura 4.6: Diagrama vertical de ganho 2D da antena dipolo de referência

4.2.2 Tripolo

Após estes procedimentos de aprendizagem da ferramenta de modelagem 3D a partir do dipolo elétrico, partiu-se para a geração do modelo tridimensional do tripolo elétrico, utilizando os parâmetros de projeto do dipolo de referência, colocando-os de forma ortogonal seguindo os 3 eixos, conforme Figura 4.7

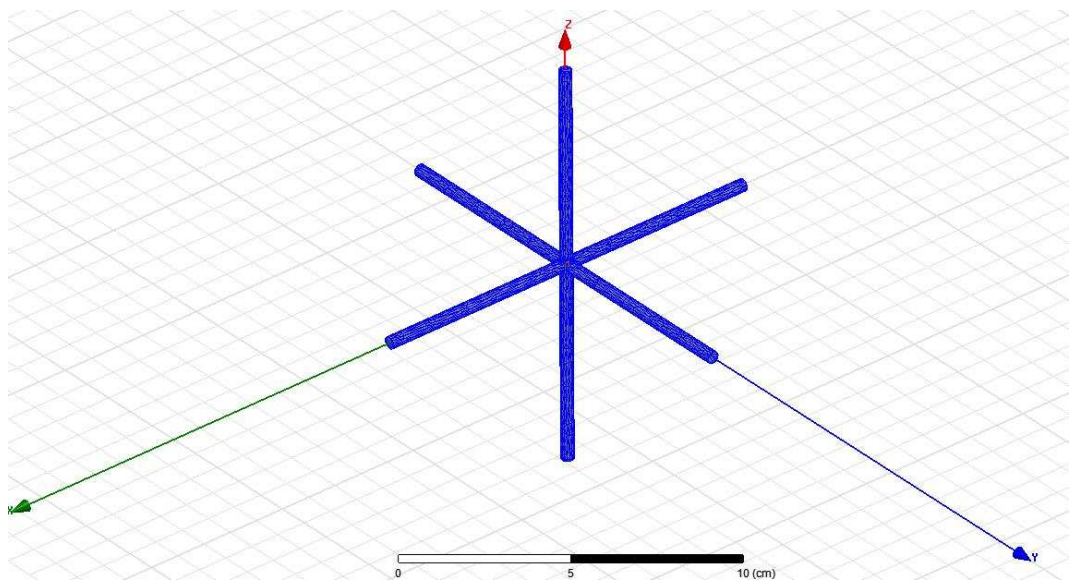


Figura 4.7: Modelo 3D do tripolo

Na Figura 4.8 é mostrada a excitação do tripolo elétrico usando 3 portas

Lumped port, uma para cada um dos eixos, de forma a representar o centro de fase elétrico do tripolo, destacando o detalhe da excitação no eixo X do tripolo elétrico.

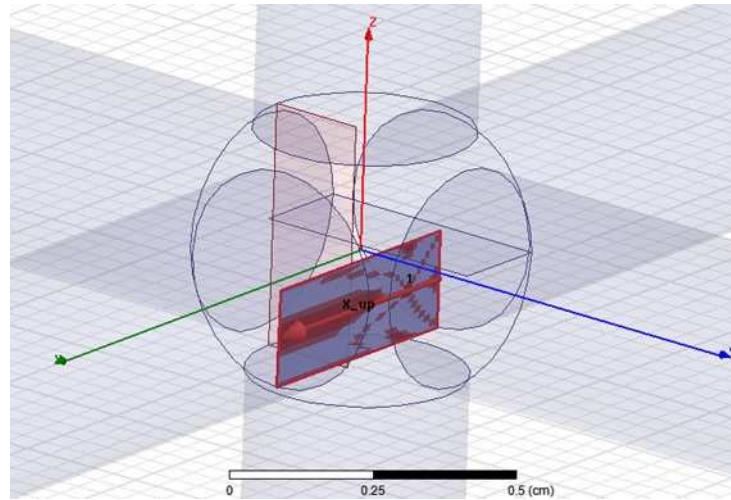


Figura 4.8: Portas de Excitação destacando o eixo X do tripolo

De uma maneira mais explícita, na Figura 4.9, podemos ver a representação gráfica dos vetores de campo elétrico de excitação do Tripolo, um para cada eixo, mostrando a deflexão sofrida em função da estrutura dos dipolos adjacentes, que será percebida no diagrama de ganho do tripolo, apresentando variações expressivas, com lóbulos secundários e "nulos".

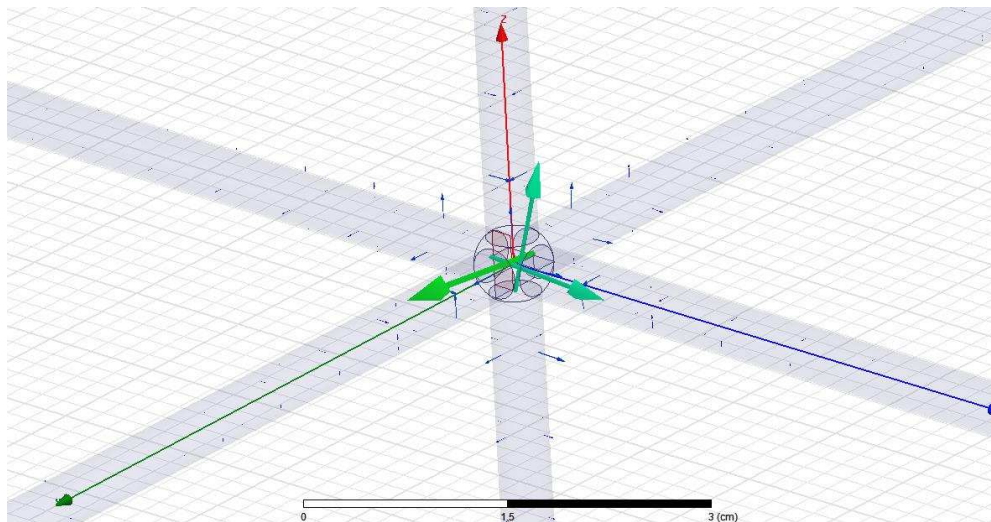


Figura 4.9: Campos elétricos no *gap* do tripolo

O resultado de ganho do Tripolo elétrico projetado para menor perda de retorno em 1 GHz sob a forma de diagrama 3D é apresentado na Figura 4.10 que toma um formato esférico achatado nas laterais superior e inferior, refletindo o efeito da proximidade mútua dos dipolos utilizados, reforçando características diretivas em relação ao ângulo de elevação ϕ das fontes, e

pequenas variações para azimuth.

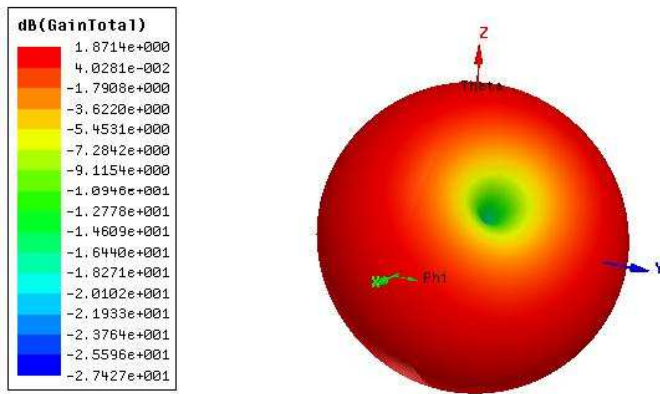


Figura 4.10: Diagrama de ganho 3D do tripolo elétrico

4.2.3 Arranjo *L-shape*

Consolidada a obtenção das características do tripolo, partiu-se para a geração dos modelos físicos dos arranjos estudados nas seções anteriores e a correspondente coleta dos parâmetros de ganho de arranjos, utilizando o tripolo elétrico como sensor para avaliação do desempenho dos métodos propostos na seção anterior.

A Figura 4.11 apresenta o diagrama de ganho 3D do arranjo *L-shape* com 3 antenas ($N=3$) que será usado mais à frente na avaliação dos diversos métodos de DOA. Enquanto o ganho máximo do sensor tripolo individual era de 1,87 dB, o arranjo *L-shape*, com 3 antenas em cada braço, fornece um ganho máximo de 8,04 dB, à custa de um maior número de lóbulos secundários e nulos no diagrama.

Na Figura 4.12 é mostrado o ganho vertical no formato 2D da mesma configuração do arranjo, onde se observa o destaque do ganho na direção perpendicular ao plano do arranjo, com vários lóbulos secundários com variações acentuadas de ganho. Os marcadores m_2 , em 72° , e m_3 , em 110° , fornecem a largura de feixe de meia potência em $90^\circ \pm 30^\circ$.

Em seguida foi feita a alteração do número de antenas no arranjo de forma a se observar o efeito no diagrama de ganho. A Figura 4.13 apresenta o ganho 3D do arranjo *L-shape* com 5 antenas ($N=5$), onde se observa uma maior ganho do arranjo, 10,3 dB, para azimuth e elevação de 90° à custa de um maior conjunto de lóbulos secundários com menor ganho e uma menor

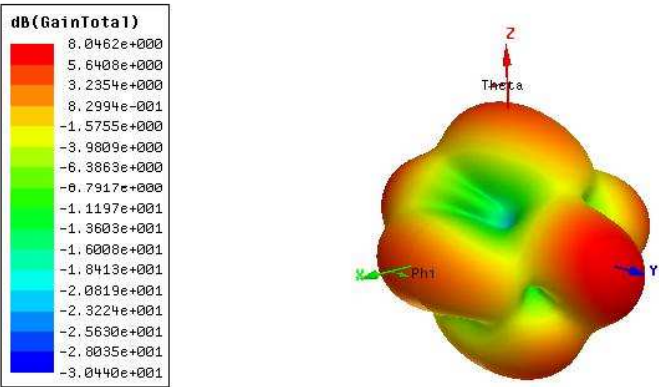


Figura 4.11: Ganho 3D do arranjo *L-shape*

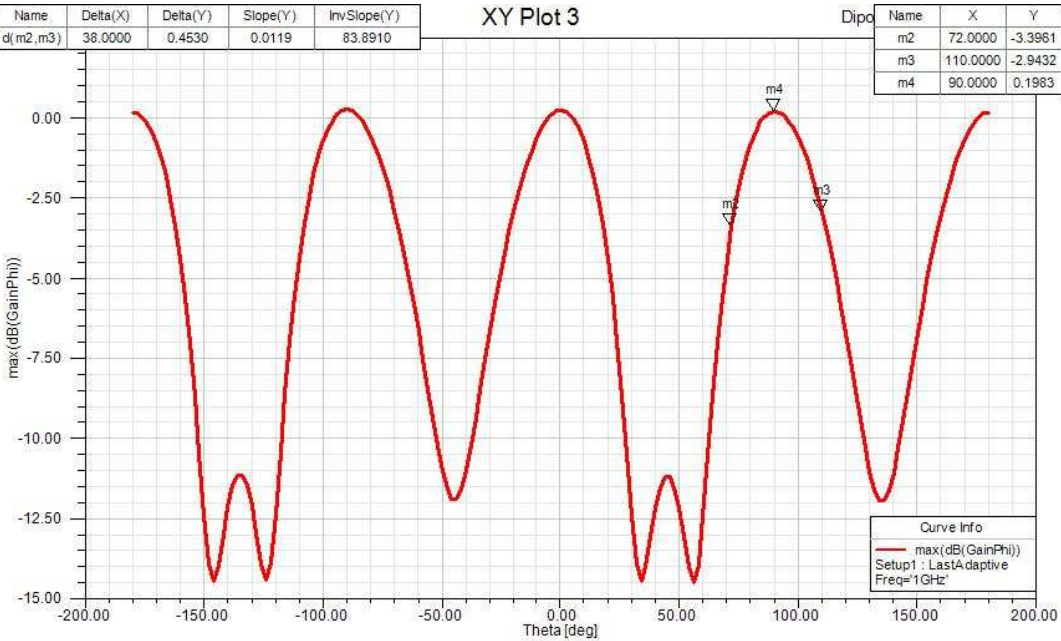


Figura 4.12: Diagrama de ganho 2D vertical de arranjo *L-shape* com 3 antenas ($N=3$)

largura de feixe de meia potência, representado pela superfície mais irregular do diagrama.

Em complemento, a Figura 4.14 apresenta o corte vertical do diagrama 3D do arranjo *L-shape* com 5 antenas ($N=5$), mostrando um maior número de lóbulos secundários, estreitando a faixa de maior ganho para uma elevação de 90° com uma largura de feixe de meia potência de $\pm 12^\circ$, que será usada mais à frente na avaliação de um caso prático na determinação da faixa de interesse de localização de usuários em sistemas de comunicações móveis.

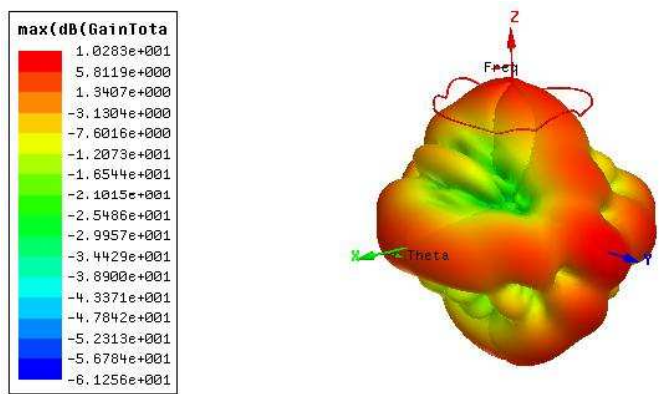


Figura 4.13: Diagrama de ganho 3D do arranjo *L-shape* com 5 antenas (N=5)

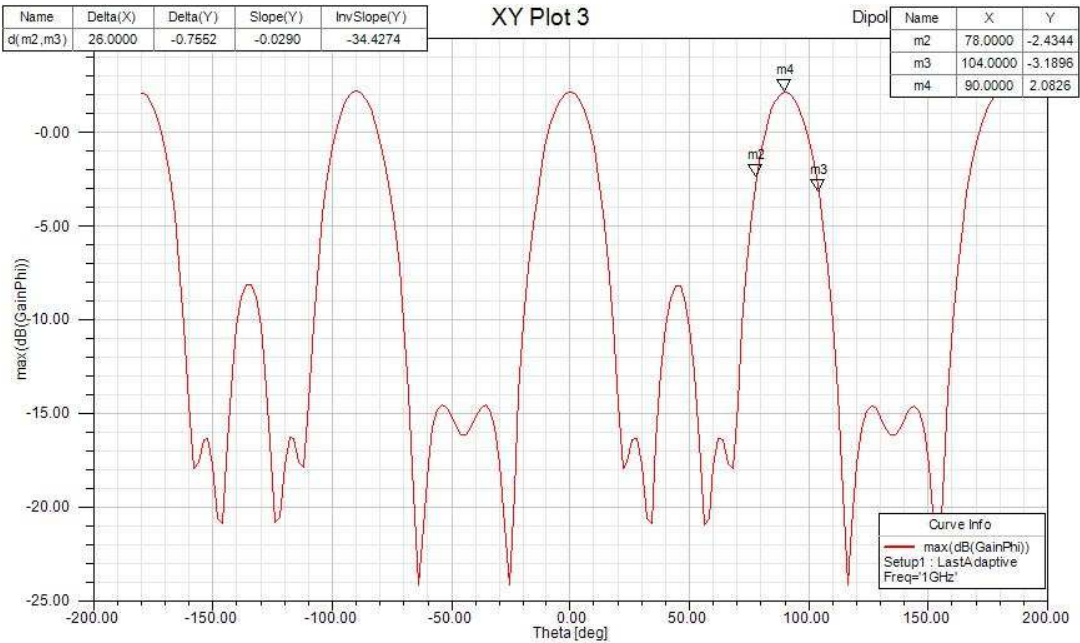


Figura 4.14: Diagrama de ganho vertical de arranjo *L-shape* com 5 antenas (N=5)

4.2.4 Arranjo Planar Uniforme - UPA

Da mesma forma, foram geradas as configurações de arranjo planar uniforme e obtidos os parâmetros de ganho 3D e 2D para diferentes conjuntos de sensores.

A Figura 4.15 mostra o diagrama de ganho 3D do arranjo UPA com 3x3 antenas (N=3), com ganho máximo de 10,4 dB, com uma superfície mais regular, indicando menor número de lóbulos secundários e nulos. Este arranjo UPA e o arranjo *L-shape* com N=5 ($2 \times 5 - 1 = 9$), por apresentarem o

mesmo número de antenas, serão usados na avaliação do impacto do ganho obtido por simulação, em comparação com o ganho ideal $G(\phi, \theta) = 1$.

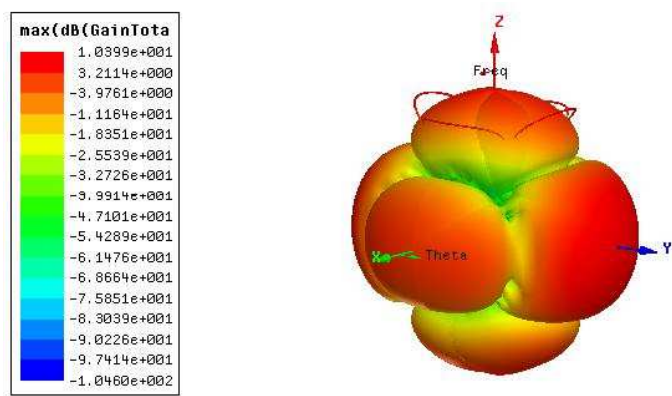


Figura 4.15: Ganho 3D do arranjo UPA

Na Figura 4.16 é apresentado o ganho vertical no formato 2D da mesma configuração do arranjo, onde se observa o destaque do ganho na direção perpendicular ao plano do arranjo, com vários lóbulos secundários e com variações acentuadas de ganho, mostrando uma largura de feixe de meia potência de $\pm 30^\circ$.

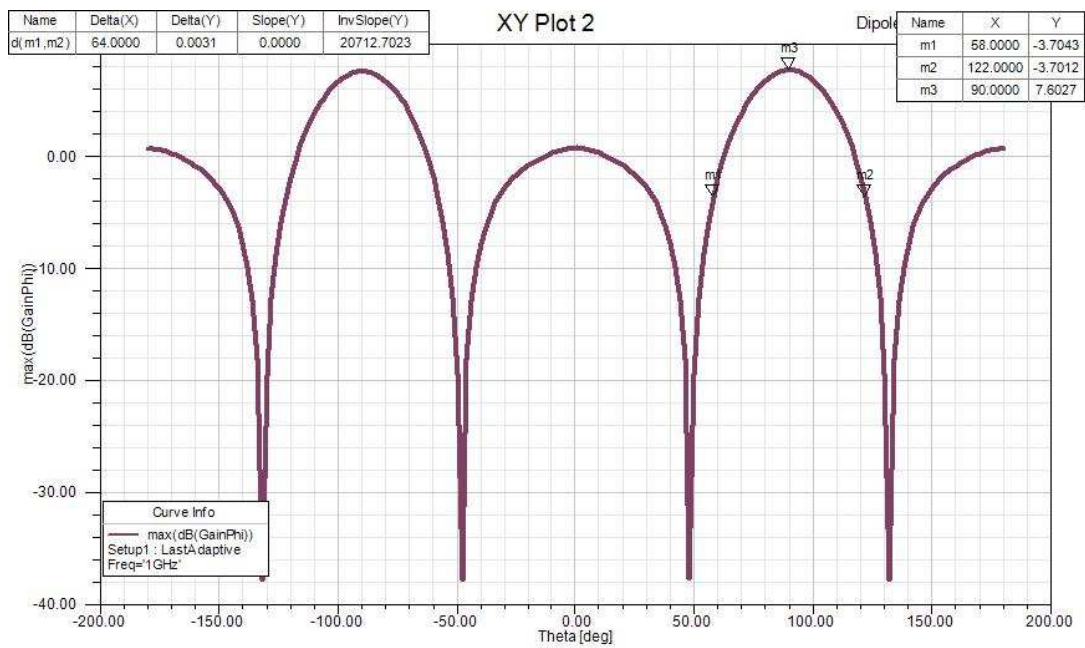


Figura 4.16: Diagrama de ganho 2D e vertical de arranjo UPA com 3 antenas (N=3)

O efeito da alteração do número de antenas no arranjo é observado no

diagrama de ganho da Figura 4.17 que mostra o ganho 3D do arranjo UPA com 5 antenas ($N=5$), onde se observa uma maior ganho do arranjo, 14,7 dB, para azimuth e elevação de 90° à custa de um maior conjunto de lóbulos secundários com menor ganho.

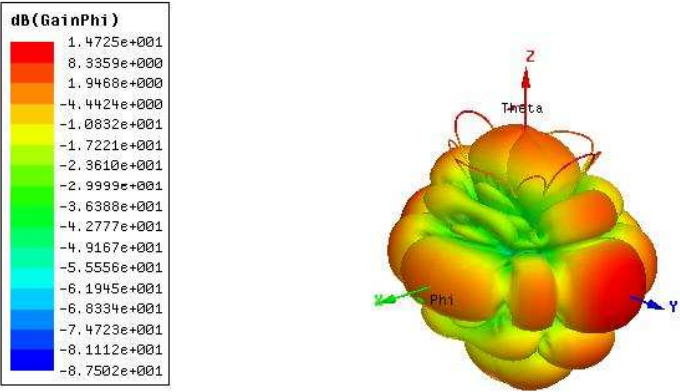


Figura 4.17: Diagrama de ganho 3D do arranjo UPA com 5 antenas ($N=5$)

A Figura 4.18 apresenta o corte vertical do diagrama 3D do arranjo UPA com 5 antenas ($N=5$), mostrando a faixa de maior ganho para uma elevação de 90° com uma largura de feixe de meia potência em $90^\circ \pm 12^\circ$. Ou seja, o ganho do arranjo se eleva à custa de uma maior diretividade.

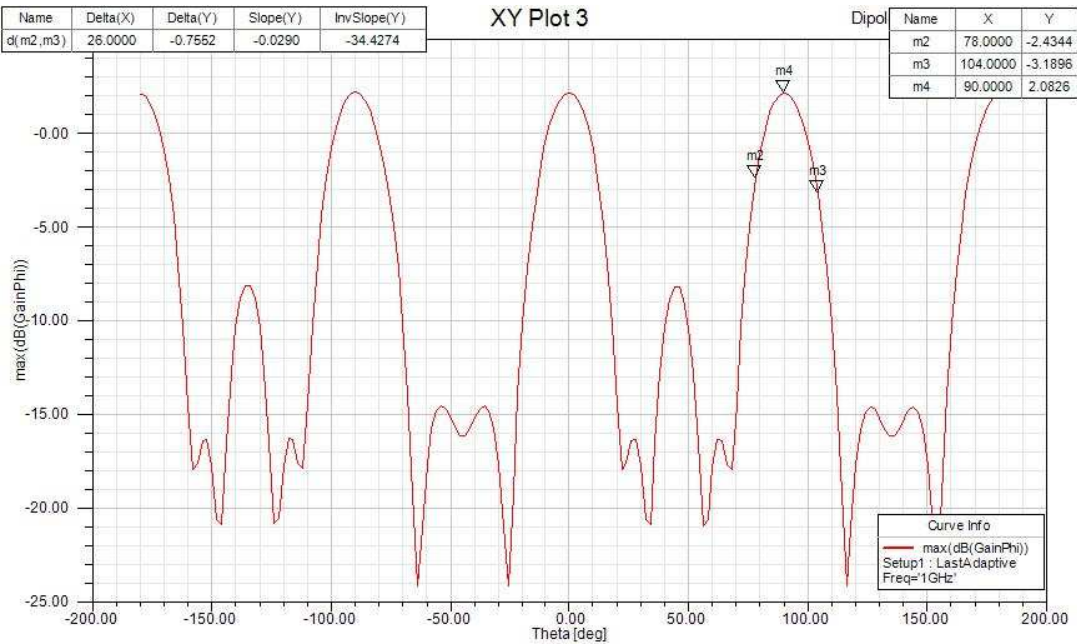


Figura 4.18: Diagrama de ganho vertical de arranjo UPA com 5 antenas ($N=5$)

A partir destas representações práticas dos arranjos gerados pelo software *HFSS*[®], obteve-se a matriz de ganho $G(\phi, \theta)$ dos arranjos, sob a configuração específica da quantidade e disposição dos sensores, para uso nas simulações dos algoritmos baseados nos métodos tensoriais propostos, substituindo o valor ideal omnidirecional $G(\phi, \theta) = 1$, verificando seu efeito no desempenho de cada modelo.

A Figura 4.19 resume a metodologia empregada e o impacto da modelagem prática do arranjo nos modelos propostos que será investigada na seção seguinte, onde para modelos de antenas ideais, o ganho do arranjo é considerado omnidirecional, independentemente do tipo de arranjo empregado, enquanto que na modelagem mais realista, para cada tipo de sensor, polarimétrico ou escalar, e tipo de arranjo, é obtido um diagrama de ganho (θ, ϕ) específico para cada situação.

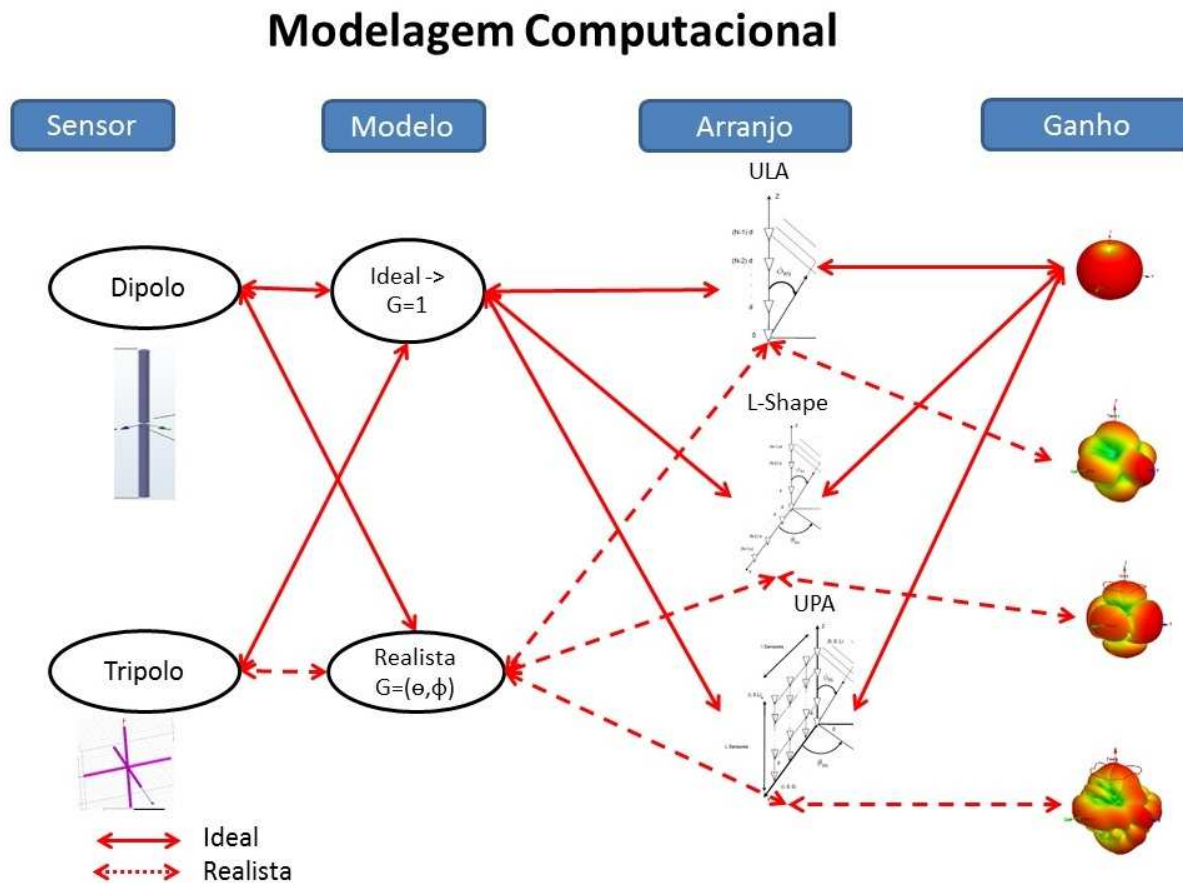


Figura 4.19: Modelagem de Arranjos

4.3 Resultados de Simulação

Nesta seção serão avaliados os resultados de desempenho em relação ao arranjo *L-shape* com ganho modelado pelo simulador de alta frequência *HFSS*[®] em comparação com os resultados idealizados com antena

omnidirecional.

Na prática, tendo o conhecimento do ganho do modelo em relação aos ângulos de azimuth e elevação, dependendo da aplicação do arranjo de antenas, esta informação pode ser usada de maneira diferente. Em sistemas de goniometria, cujo objetivo é a identificação da origem da fonte de um sinal, seja interferente ou não autorizado, esta informação é inserida como ajuste do ganho direcional, sob a forma de curva de correção de leitura do sistema, de modo a compensar a variação do ganho do arranjo utilizado para cada direção. Outra forma, por exemplo em sistemas celulares, esta informação auxilia a posicionar o arranjo para a direção de maior ganho, conforme Figura 4.20, melhorando a cobertura da área de interesse.

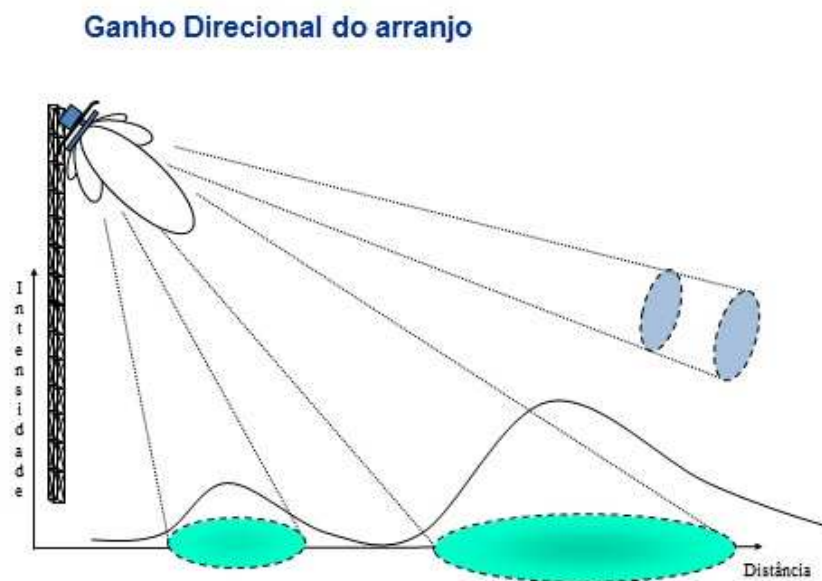


Figura 4.20: Esquema visual de uma Estação Radio Base com seu ganho diretivo

Neste sentido, foi simulada uma situação prática em redes móveis celulares com sistemas setorizados, onde é utilizado arranjo de antenas para atender uma faixa de maior interesse de cobertura, relativo à área com maior probabilidade de posicionamento de usuários, ou *cluster* [46], e uma área periférica mais larga com menor probabilidade de usuários.

Inicialmente foi utilizado um arranjo *L-shape*, onde foi identificada a largura de feixe de meia potência do arranjo com maior ganho para azimuth e elevação de 90° , em uma faixa de $\pm 15^\circ$ na Figura 4.14, que apresenta o modelo de ganho obtido pela simulação do arranjo em formato *L-shape* com tripolos e $N=5$ sensores, sendo considerado um sistema com diversos usuários posicionados aleatoriamente entre 30° e 150° de azimuth, cobrindo um setor de 120° , e elevação entre 60° e 120° , com uma área central de maior interesse com azimuth

e elevação entre $90^\circ \pm 15^\circ$.

A Figura 4.21 mostra a plotagem de diversas estimações usando o algoritmo T-ALS em um arranjo em formato *L-shape* para uma SNR de 10 dB, com a posição real das fontes representada por um círculo e as estimativas por um (x), onde se percebe uma maior concentração de estimativas de usuários na faixa central correspondente ao *cluster* da estação.

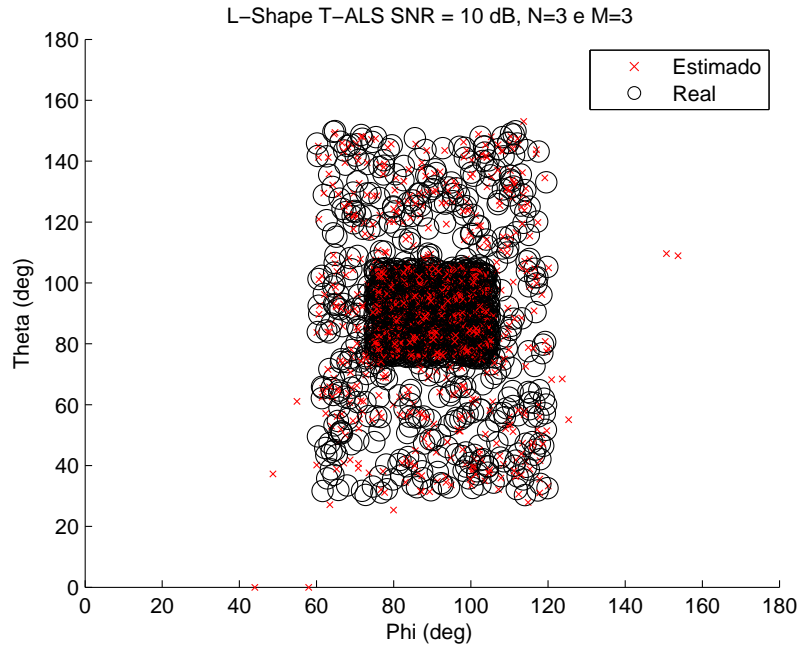


Figura 4.21: *Scatter plot* dos ângulos de DOA das fontes com a posição real representada por um círculo, e as estimativas por um (x), de um arranjo *L-shape* com N=5 sensores

Para investigar o efeito do ganho realista do arranjo, foram feitas simulações sob três situações:

- A primeira com o uso de antenas com ganho unitário omnidirecional e usuários com a mesma probabilidade de posicionamento dentro do setor de 120° de azimuth e elevação;
- Uma segunda com ganho direcional do arranjo e uma probabilidade de 0,66 de usuários posicionados dentro do *cluster* de 15° e os outros 0,33 distribuídos aleatoriamente no setor de 120° ;
- Finalmente uma terceira simulação usando o ganho direcional do arranjo, mas com usuários de mesma probabilidade de posicionamento dentro do setor de 120° de azimuth e elevação.

Os resultados estão mostrados na Figura 4.22, onde os valores de estimação com uso do ganho direcional do arranjo mas com usuários

equiprováveis dentro do setor apresentam resultados com maior erro médio em relação às antenas ideais omnidirecionais, como resultado da influência do ganho direcional do arranjo na matriz de direção.

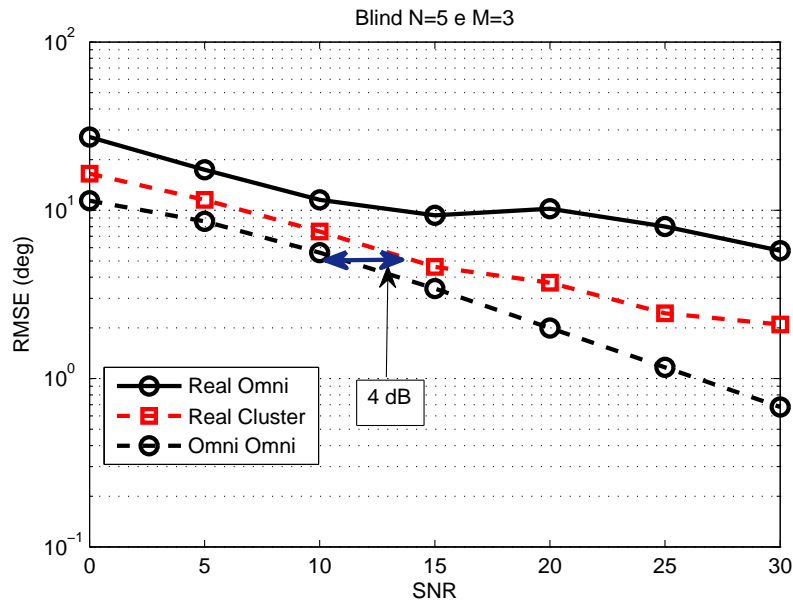


Figura 4.22: Comparação das estimativas para o caso Ideal, realista com *cluster* e Omni, de um arranjo *L-shape* com N=5 sensores.

Por outro lado, as estimativas com uso do ganho direcional e usuários com maior probabilidade dentro do *cluster* ficaram em uma posição intermediária entre as estimativas otimistas do ganho unitário omnidirecional, e as pessimistas com ganho direcional e usuários com posição equiprovável dentro do setor, indicando ainda um delta de 4 dB na SNR, para se obter a mesma qualidade de estimativa do modelo idealizado.

Em seguida, para investigar o efeito do ganho direcional em um arranjo UPA, foram feitas simulações sob as mesmas condições do *L-shape*, usando um arranjo UPA com 3x3 antenas (N=3), algoritmo Q-ALS e largura do *cluster* de $\pm 30^\circ$, obtido da Figura 4.16.

A Figura 4.23, mostra uma série de estimativas de DOA de usuários sob SNR de 20 dB, com uma área central com azimuth e elevação entre $90^\circ \pm 30^\circ$, correspondendo ao *cluster* de usuários do setor coberto pelo arranjo, relativo à área com maior probabilidade de posicionamento de usuários, e uma área periférica mais larga com menor probabilidade.

Os resultados de simulação estão mostrados na Figura 4.24, com as estimativas do modelo UPA com o algoritmo Q-ALS usando ganho direcional e *cluster* de usuários em posição intermediária entre as estimativas otimistas do modelo idealizado, e as mais pessimistas com uso do *cluster* e distribuição equiprovável de usuários dentro do setor, corroborando os resultados da

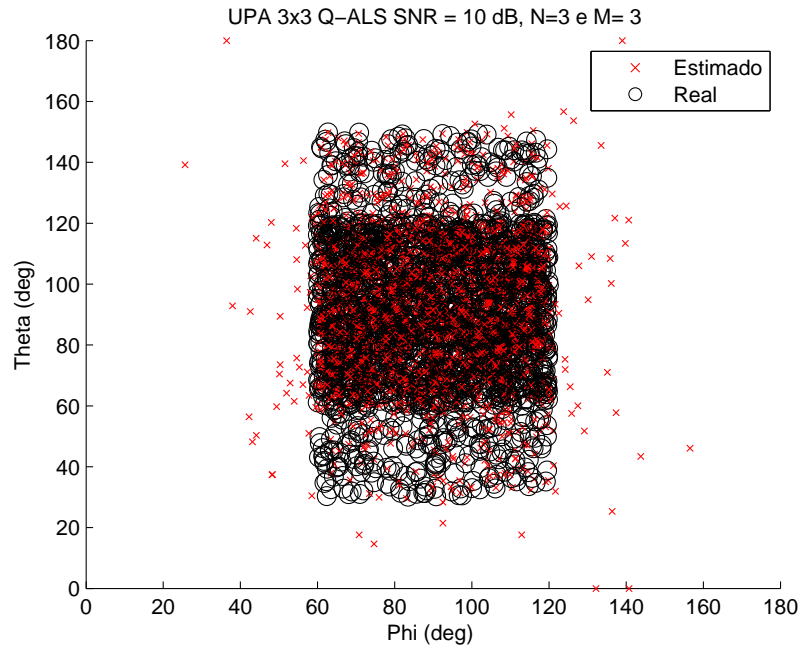


Figura 4.23: Scatter plot dos ângulos de DOA das fontes com a posição real representada por um círculo, e as estimativas por um (x), de um arranjo UPA com N=3 sensores

simulação com *L-shape*.

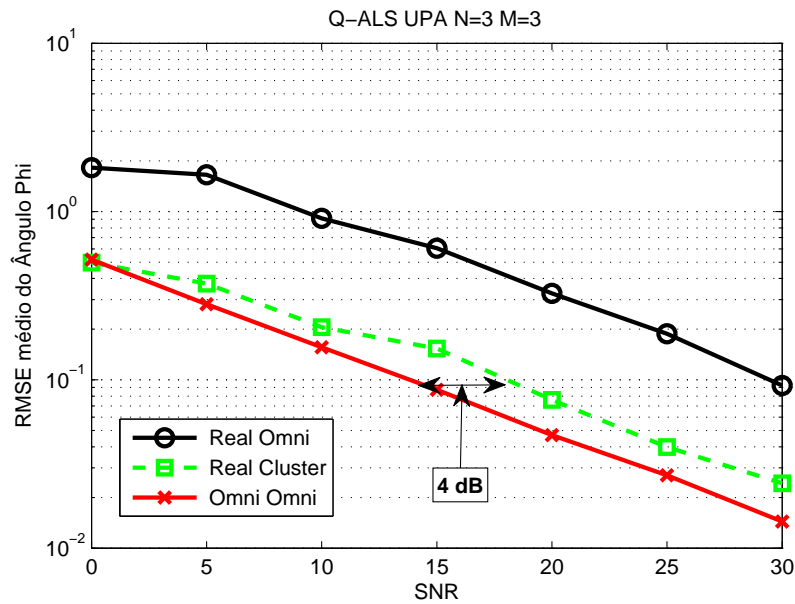


Figura 4.24: Comparação das estimativas para o caso Ideal, realista com *cluster* e Omni, de um arranjo UPA com N=3 sensores.

4.4 Resumo do Capítulo

Neste capítulo, foi apresentada a ferramenta de modelagem de estruturas de alta frequência *HFSS*[®], desenvolvidos os modelos para a estrutura dipolo, tripolo elétrico, e para os arranjos *L-shape* e UPA, obtendo-se o parâmetro de

ganho direcional. Foi demonstrada a influência do ganho direcional do arranjo no desempenho dos métodos de estimação de DOA, a partir de simulações computacionais sob condições de uso em sistemas de comunicações móveis, introduzindo o conceito de *cluster* de usuários. Os resultados apontam para desempenho similares do *L-shape* e UPA, obedecendo as características direcionais de cada arranjo.

Assim, a partir do conhecimento do ganho do arranjo é possível ajustar as características físicas de instalação do sistema de forma a obter a máxima eficiência.

Conclusões e Perspectivas

Nesta dissertação foi estabelecida a ligação entre a decomposição tensorial PARAFAC e arranjo de antenas vetoriais nos formatos ULA, *L-shape* e UPA para separação de fontes e identificação de parâmetros. A partir dos modelos tensoriais propostos foram usados os algoritmos T-ALS concatenado e SVD para arranjo *L-shape*, e Q-ALS, T-ALS+SVD e N-SVD para o arranjo UPA, com variações a partir da combinação do tipo de arranjo e conhecimento ou não do sinal. Adicionalmente foi feita a avaliação dos diversos algoritmos sob a ótica de erro médio de estimação e tempo de execução, apresentando resumidamente as seguintes conclusões:

- ▶ O modelo tensorial mostrou-se mais preciso em suas estimativas, mesmo para um pequeno número de sensores, frente aos métodos convencionais MUSIC e ESPRIT para um arranjo ULA com número equivalente de sensores.
- ▶ Na comparação entre modelos tensoriais para arranjos *L-shape*, o modelo concatenado apresenta desempenho superior ao modelo convencional devido a maior quantidade de informações na matriz de direção.
- ▶ Foi mostrado ainda que o modelo tensorial concatenado consegue distinguir eficientemente fontes com mesma direção espacial (ϕ, θ) , mas com parâmetros de polarização (α, β) distintos.
- ▶ Nos casos de sinal supervisionado em arranjo *L-shape*, o algoritmo alternativo, usando SVD, mesmo apresentando desempenho equivalente ao algoritmo T-ALS sob modelo tensorial concatenado na estimação dos ângulos de DOA, tem o diferencial de apresentar menor tempo de execução.
- ▶ Em arranjos UPA, a partir dos modelos tensoriais desenvolvidos foram usados os algoritmos Q-ALS, e T-ALS combinado com SVD, que apesar

de fornecerem resultados equivalentes na métrica de RMSE, o Q-ALS leva vantagem no critério de menor tempo de execução.

- Para os casos de sistemas supervisionados em arranjos UPA, o algoritmo alternativo N-SVD obteve estimativas com erro médio equivalente ao Q-ALS, levando vantagem pelo menor tempo de execução. O algoritmo T-ALS combinado com SVD apresenta estimações com menor precisão e maior tempo de execução.

Adicionalmente, foi desenvolvida a simulação computacional do sensor tripolo, modelada a resposta de um arranjo com este tipo de sensor nos formatos *L-shape* e UPA, e extraída a tabela de valores normalizados do ganho em função dos ângulos, $G(\theta, \phi)$. De posse desta informação, foram feitas simulações computacionais incluindo este parâmetro nos modelos propostos. Foi demonstrada ainda a influência do ganho direcional do arranjo no desempenho dos algoritmos de estimação de DOA, com resultados similares para o *L-shape* e UPA, obedecendo as características direcionais de cada arranjo, em contraponto ao modelo isotrópico utilizado normalmente em simulações.

Finalmente, de uma maneira geral, este trabalho descortina uma pequena parcela do vasto mundo dos métodos tensoriais, com ênfase na modelagem em arranjos de antenas polarimétricas, contribuindo com um aspecto realista do parâmetro ganho direcional, obtido a partir de simulação computacional. Como perspectivas de trabalhos futuros, sugerimos a abordagem dos seguintes aspectos:

- Modelagem de sensor polarimétrico incluindo as antenas magnéticas, e posterior simulação de arranjos sob diversos formatos, para obtenção do parâmetro de ganho direcional;
- Extensão da avaliação de desempenho de novos métodos tensoriais, para a mesma configuração de arranjos polarimétricos, elevando a diversidade de informações pelo uso de transmissão em blocos de tempo sucessivos, ou com códigos diferentes;
- Avaliação de arranjos de antenas vetoriais quanto a diversidade espacial, melhoria da eficiência espectral e elevação da capacidade dos sistemas de comunicação móvel;
- Modelagem dos métodos propostos e avaliação do desempenho incluindo a propriedade de invariância ao deslocamento, naturalmente observada

nos arranjos estudados, para melhor aproveitamento da diversidade espacial.

- Modelagem do problema e avaliação do desempenho no caso mais realista em que as antenas não possuem o mesmo centro de fase.

Referências Bibliográficas

- [1] H. Vantrees, *Optimum Array Processing*, Wiley, Ed., NewYork, 2002.
- [2] A. Nehorai e E. Paldi, “Vector-sensor array processing for electromagnetic source localization,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 42, no. 2, pp. 376–398, 1994.
- [3] P. Stoica e N. Arye, “MUSIC, maximum likelihood, and Cramer-Rao bound,” *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, vol. 37, no. 5, pp. 720–741, 1989.
- [4] S. Sowelam e A. Tewfik, “Waveform selection in radar target classification,” *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 46, no. 3, pp. 1014–1029, 2000.
- [5] D. Giuli, “Polarization diversity in radars,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 74, no. 2, pp. 245–269, 1986.
- [6] S. Howard, A. Calderbank e W. Moran, “A simple signal processing architecture for instantaneous radar polarimetry,” *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 53, no. 4, pp. 1282–1289, 2007.
- [7] D. Pastina, P. Lombardo e T. Bucciarelli, “Adaptive polarimetric target detection with coherent radar. i. detection against gaussian background,” *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 37, no. 4, pp. 1194–1206, 2001.
- [8] P. Lombardo, D. Pastina e T. Bucciarelli, “Adaptive polarimetric target detection with coherent radar. ii. detection against non-gaussian background,” *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 37, no. 4, pp. 1207–1220, 2001.

- [9] M. Hurtado, J.-J. Xiao e A. Nehorai, "Target estimation, detection, and tracking," *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 26, no. 1, pp. 42–52, 2009.
- [10] J.-J. Xiao e A. Nehorai, "Optimal polarized beampattern synthesis using a vector antenna array," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 57, no. 2, pp. 576–587, 2009.
- [11] R. d. Michael R. Andrews, Partha P. Mitra, "Tripling the capacity of wireless communications using electromagnetic polarization," pp. 316–318, 2001.
- [12] X. Guo, S. Miron, D. Brie, S. Zhu e X. Liao, "A CANDECOMP/PARAFAC perspective on uniqueness of DOA estimation using a vector sensor array," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 59, no. 7, pp. 3475–3481, 2011.
- [13] J. Carroll e J. J. Chang, "Analysis of individual differences in multidimensional scaling via an n-way generalization of 'Eckart-Young' decomposition," *Psychometrika*, vol. 35, no. 3, pp. 283–319, Setembro 1970.
- [14] R. Harshman, "Foundations of the PARAFAC procedure: Models and conditions for an "explanatory" multi-modal factor analysis," *UCLA Working Papers in Phonetics*, vol. 16, 1970.
- [15] A. L. F. De Almeida, G. Favier e J. C. M. Mota, "Multipath parameter estimation of time-varying space-time communication channels using parallel factor analysis," in *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, 2006. ICASSP 2006 Proceedings. 2006*, vol. 4, 2006, pp. IV–IV.
- [16] A. L. F. De Almeida, G. Favier, J. Mota e R. de Lacerda, "Estimation of frequency-selective block-fading mimo channels using PARAFAC modeling and alternating least squares," in *Fortieth Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, 2006. ACSSC '06.*, 2006, pp. 1630–1634.
- [17] C. E. R. Fernandes, G. Favier e J. C. M. Mota, "Blind multipath MIMO channel parameter estimation using the Parafac decomposition," in *IEEE International Conference on Communications, 2009. ICC '09.*, 2009, pp. 1–5.

- [18] J. Li e X. Zhang, "Closed-form blind 2D-DOD and 2D-DOA estimation for MIMO radar with arbitrary arrays," *Wirel. Pers. Commun.*, vol. 69, no. 1, pp. 175–186, Março 2013.
- [19] R. SCHWARZ, "Introduction into theory of direction finding, radiomonitoring and radiolocation," *Products Catalog 2003/2004, Germany*, pp. 42–58, 2004.
- [20] H. Krim e M. Viberg, "Two decades of array signal processing research: the parametric approach," *Signal Processing Magazine, IEEE*, vol. 13, no. 4, pp. 67–94, 1996.
- [21] L. Godara, "Application of antenna arrays to mobile communications.II. beam-forming and direction-of-arrival considerations," *Proceedings of the IEEE*, vol. 85, no. 8, pp. 1195–1245, 1997.
- [22] J. Capon, "High-resolution frequency-wavenumber spectrum analysis," *Proceedings of the IEEE*, vol. 57, no. 8, pp. 1408–1418, 1969.
- [23] S. Haykin, *Adaptive Filter Theory*. Pearson Education, Limited, 2013.
- [24] R. Schmidt, "Multiple emitter location and signal parameter estimation," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 34, no. 3, pp. 276–280, 1986.
- [25] A. Swindlehurst e T. Kailath, "A performance analysis of subspace-based methods in the presence of model errors. i. the MUSIC algorithm," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 40, no. 7, pp. 1758–1774, 1992.
- [26] G. Xu, Y. Cho e T. Kailath, "Application of fast subspace decomposition to signal processing and communication problems," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 42, no. 6, pp. 1453–1461, 1994.
- [27] A. Barabell, "Improving the resolution performance of eigenstructure-based direction-finding algorithms," in *IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, ICASSP '83*, vol. 8, 1983, pp. 336–339.
- [28] S. Schell, R. Calabretta, W. Gardner e B. Agee, "Cyclic MUSIC algorithms for signal-selective direction estimation," in *International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1989. ICASSP-89., 1989, 1989*, pp. 2278–2281 vol.4.

- [29] H. Changuel, F. Harabi e A. Gharsallah, “2-l-shape two-dimensional arrival angle estimation with a classical subspace algorithm,” in *IEEE International Symposium on Industrial Electronics, 2006*, vol. 1, 2006, pp. 603–607.
- [30] M. G. Porozantidou e M. Chryssomallis, “Azimuth and elevation angles estimation using 2-D MUSIC algorithm with an l-shape antenna,” in *Antennas and Propagation Society International Symposium (APSURSI), 2010 IEEE*, 2010, pp. 1–4.
- [31] A. Paulraj, R. Roy e T. Kailath, “A subspace rotation approach to signal parameter estimation,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 74, no. 7, pp. 1044–1046, 1986.
- [32] R. Roy e T. Kailath, “ESPRIT-estimation of signal parameters via rotational invariance techniques,” *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, vol. 37, no. 7, pp. 984–995, 1989.
- [33] M. Haardt e J. Nossék, “Unitary ESPRIT: how to obtain increased estimation accuracy with a reduced computational burden,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 43, no. 5, pp. 1232–1242, 1995.
- [34] J. Wang, Y. Zhao e Z. Wang, “A MUSIC like DOA estimation method for signals with low SNR,” in *Global Symposium on Millimeter Waves, 2008. GSMM 2008.*, 2008, pp. 321–324.
- [35] I. Ziskind e M. Wax, “Maximum likelihood localization of multiple sources by alternating projection,” *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, vol. 36, no. 10, pp. 1553–1560, 1988.
- [36] B. Ottersten, *Parametric Subspace Fitting Methods for Array Signal Processing*. Stanford University, 1989.
- [37] F. Schwegge, “Sensor-array data processing for multiple-signal sources,” *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 14, no. 2, pp. 294–305, 1968.
- [38] P. Stoica e A. Nehorai, “MUSIC, maximum likelihood and Cramer-Rao bound,” in *International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1988. ICASSP-88.*, 1988, 1988, pp. 2296–2299 vol.4.
- [39] P. Stoica, A. Eriksson e T. Soderstrom, “Subspace-based algorithms without eigendecomposition for array signal processing,” in *IEEE*

- International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1993. ICASSP-93., 1993*, vol. 4, 1993, pp. 33–36 vol.4.
- [40] J. P. C. L. COSTA, “Desenvolvimento de modelos, técnicas e aplicações para arranjos de sensores,” *Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica, Publicação PPGENE.DM- 024A/06, Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade de Brasília, Brasília, DF*, p. 118, 2006.
- [41] D. Liu e J. Liang, “L-shaped array-based 2-d DOA estimation using parallel factor analysis,” in *8th World Congress on Intelligent Control and Automation (WCICA), 2010*, 2010, pp. 6949–6952.
- [42] Y. Shi e X. Zhang, “Quadrilinear Decomposition - Based Blind Signal Detection For Polarization Sensitive Uniform Square Array,” *Progress in Electromagnetics Research-pier*, vol. PIER 87, pp. 263–278, 2008.
- [43] X. G. Sebastian Miron e D. Brie, “Vector sensor array processing for polarized sources using a quadrilinear representation of the data covariance,” *Signal processing, InTEch*, pp. 19–36, 2010.
- [44] C. F. Van Loan e N. Pitsianis, *Approximation with Kronecker Products, Linear Algebra for Large Scale and Real-Time Applications*, K. Publications, Ed. Netherlands: M. S. Moonen and G. H. Golub, 1993.
- [45] F. Roemer e M. Haardt, “Tensor-based channel estimation and iterative refinements for two-way relaying with multiple antennas and spatial reuse,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 58, no. 11, pp. 5720–5735, 2010.
- [46] L. Godara, “Applications of antenna arrays to mobile communications. I. performance improvement, feasibility, and system considerations,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 85, no. 7, pp. 1031–1060, 1997.
- [47] T. Rappaport, *Wireless Communications: Principles and Practice*, 2ª edição. Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice Hall PTR, 2001.
- [48] C. Balanis, *Antenna theory: analysis and design*, ser. Harper & Row series in electrical engineering. Wiley, 1982.
- [49] J. Compton, R., “The tripole antenna: An adaptive array with full polarization flexibility,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 29, no. 6, pp. 944–952, 1981.

- [50] A. Nehorai, K.-C. Ho e B. T. G. Tan, "Minimum-noise-variance beamformer with an electromagnetic vector sensor," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 47, no. 3, pp. 601–618, 1999.
- [51] W. L. Stutzman e G. A. Thiele, *Antenna Theory and Design*, 2^a edição. New York : J. Wiley, 12 1997, includes bibliographical references (p. 636-641) and index.
- [52] Y. Hua, T. Sarkar e D. Weiner, "L-shaped array for estimating 2-d directions of wave arrival," in *Proceedings of the 32nd Midwest Symposium on Circuits and Systems*, 1989, 1989, pp. 390–393 vol.1.
- [53] A. Benveniste, M. Goursat e G. Ruget, "Robust identification of a nonminimum phase system: Blind adjustment of a linear equalizer in data communications," *Automatic Control, IEEE Transactions on*, vol. 25, no. 3, pp. 385–399, 1980.
- [54] O. Shalvi e E. Weinstein, "New criteria for blind deconvolution of nonminimum phase systems (channels)," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 36, no. 2, pp. 312–321, 1990.
- [55] C. C. Cavalcante, "Sobre separação cega de fontes: proposições e análise de estratégias para processamento multi-usuário," *Tese de Doutorado, UNICAMP, Brasil*, 2004.
- [56] D. L. et al, "A multilinear singular value decomposition," *Siam J. Matrix Anal. Appl.*, vol. 21, pp. 1253–1278, 2000.
- [57] H. A. L. Kiers, "Towards a standardized notation and terminology in multiway analysis," *Journal of Chemometrics*, 2000.
- [58] T. G. Kolda e B. W. Bader, "Tensor decompositions and applications," *Siam Review*, vol. 51, no. 3, pp. 455–500, 2009.
- [59] A. Smilde, R. Bro e P. Geladi, *Multi-way Analysis: Applications in the Chemical Sciences*. Wiley, 2004.
- [60] N. Sidiropoulos, R. Bro e G. Giannakis, "Parallel factor analysis in sensor array processing," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 48, no. 8, pp. 2377–2388, 2000.
- [61] J. B. Kruskal, "Three-way arrays: Rank and uniqueness of trilinear decompositions, with application to arithmetic complexity and statistics," *Linear Algebra Applicat.*, vol. 18, 1977.

- [62] L. F. HITCHCOCK, "The Expression of a tensor or a polyadic as sum of products." *Journal of Mathematics and Physics*, vol. 6, pp. 164–189, 1927.
- [63] J. B. Kruskal, "Rank decomposition, and uniqueness for 3-way and N-arrays," *Multiway data analysis*, vol. 52, pp. 7–18, 1989.
- [64] N. D. Sidiropoulos e R. Bro, "On the uniqueness of multilinear decomposition of n-way arrays," *Journal of Chemometrics*, vol. 14, pp. 229–239, 2000.
- [65] J. S. Paiva e A. L. F. De Almeida, "Modelagem tensorial para estimação de parâmetros em arranjos l-shape de antenas vetoriais," *SBRT 2013 - XXXI Simpósio Brasileiro de Telecomunicações*, 2013.
- [66] K.-C. Tan, K.-C. Ho e A. Nehorai, "Linear independence of steering vectors of an electromagnetic vector sensor," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 44, no. 12, pp. 3099–3107, 1996.
- [67] T. G. Kolda e B. W. Bader, "Tensor decompositions and applications," *Siam Review*, vol. 51, no. 3, pp. 455–500, 2009.
- [68] K. Gupta, T. Itoh e A. Oliner, "Microwave and RF education-past, present, and future," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 50, no. 3, pp. 1006–1014, 2002.
- [69] A. Bondeson, T. Rylander e P. Ingelstrom, *Computational Electromagnetics*, ser. Texts in Applied Mathematics. Springer, 2005.
- [70] A. Corporation, *Ansoft User Guide*. Ansoft Corporation, 2005.