



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE TELEINFORMÁTICA

Jarbas Joaci de Mesquita Sá Junior

NOVOS MÉTODOS DE ANÁLISE DE TEXTURAS
BASEADOS EM MODELOS GRAVITACIONAIS
SIMPLIFICADOS E CAMINHOS MAIS CURTOS EM
GRAFOS

FORTALEZA - CEARÁ
ABRIL - 2013

Jarbas Joaci de Mesquita Sá Junior

NOVOS MÉTODOS DE ANÁLISE DE TEXTURAS
BASEADOS EM MODELOS GRAVITACIONAIS
SIMPLIFICADOS E CAMINHOS MAIS CURTOS EM
GRAFOS

TESE

Tese submetida ao corpo docente da Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Teleinformática da **Universidade Federal do Ceará** como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de DOUTOR EM ENGENHARIA DE TELEINFORMÁTICA.

Área de concentração: Sinais e Sistemas

Prof. Dr. Paulo César Cortez

(Orientador)

FORTALEZA - CEARÁ

2013

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Biblioteca de Ciências e Tecnologia

S11n

Sá Junior, Jarbas Joaci de Mesquita.

Novos métodos de análise de texturas baseados em modelos gravitacionais simplificados e caminhos mais curtos em grafos / Jarbas Joaci de Mesquita Sá Junior. ± 2013.

161 f. : il. color., enc. ; 30 cm.

Tese (doutorado) ± Universidade Federal do Ceará, Centro de Tecnologia, Departamento de Engenharia de Teleinformática, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Teleinformática, Fortaleza, 2013.

Área de Concentração: Sinais e Sistemas.

Orientação: Prof. Dr. Paulo César Cortez.

1. Análise de texturas. 2. Modelos gravitacionais. 3. Dimensão fractal. 4. Lacunaridade. 5. Grafos não-orientados. I. Título.

CDD 621.38



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CENTRO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE TELEINFORMÁTICA

CAMPUS DO PICI, CAIXA POSTAL 6007 CEP 60.755-640

FORTALEZA - CEARÁ - BRASIL

FONE (+55) 85 3366-9467 - FAX (+55) 85 3366-9468

Internet: www.ppgeti.ufc.br E-mail: ppgeti@deti.ufc.br

JARBAS JOACI DE MESQUITA SÁ JUNIOR

NOVOS MÉTODOS DE ANÁLISE DE TEXTURAS BASEADOS EM MODELOS GRAVITACIONAIS SIMPLIFICADOS E CAMINHOS MAIS CURTOS EM GRAFOS

Tese submetida à Coordenação do Curso de Pós-Graduação em Engenharia de Teleinformática, da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para a obtenção do grau de Doutor em Engenharia de Teleinformática, área de concentração Sinais e Sistemas.

Aprovada em 26/04/2013.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Paulo César Cortez (Orientador)
Universidade Federal do Ceará - UFC

Prof. Dr. Victor Hugo Costa de Albuquerque (PPGETI/UFC)
Universidade Federal do Ceará - UFC

Prof. Dr. Francisco Marcos de Assis
Universidade Federal de Campina Grande - UFCG

Prof. Dr. Nelson Delfino d'Ávila Mascarenhas
Universidade Federal de São Carlos - UFSCAR

Prof. Dr. John Hebert da Silva Felix

Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira - UNILAB

Para Laís, até o último instante

Sumário

Lista de Figuras	x
Lista de Tabelas	xv
Resumo	xx
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 Aplicações	3
1.1.1 Taxonomia vegetal	3
1.1.2 Análise de imagens médicas	5
1.2 Objetivos	5
1.3 Publicações relacionadas à tese	6
1.4 Organização	7
2 MÉTODOS DE EXTRAÇÃO DE CARACTERÍSTICAS	8
2.1 Descritores de Fourier	8
2.2 Descritores wavelet	9
2.3 Filtros de Gabor	11
2.3.1 Escolha dos valores dos parâmetros dos filtros	12
2.4 Matrizes de co-ocorrência	13
2.5 Caminhada determinística do turista	15
2.5.1 Caminhada do turista para imagens	15
2.6 Gabor EEE	17
2.7 Características baseadas em proporções de histograma (HRF)	18
2.8 Padrões binários locais com características de Haralick	20
2.9 Descritor de microestruturas	23

2.9.1	O espaço de cor HSV e a quantização das cores	23
2.9.2	Detecção de orientação de bordas no espaço de cor HSV	23
2.9.3	Extração do mapa de microestruturas	24
2.9.4	Imagem de microestruturas	26
2.9.5	Vetor de características das microestruturas	26
2.9.6	Processo de classificação	27
2.10	CCR multicamadas	28
3	MÉTODOS BASEADOS EM MODELOS GRAVITACIONAIS	32
3.1	Considerações sobre o sistema gravitacional	32
3.1.1	O sistema gravitacional simplificado para análise de textura	33
3.2	A assinatura do processo de colapso	37
3.2.1	Dimensão fractal Bouligand-Minkowski	37
3.2.2	Lacunaridade pelo método gliding-box	38
3.2.3	Assinatura do método	40
3.2.4	Vetores de características obtidos com o método Bouligand-Minkowski	41
3.2.5	Vetores de características obtidos com o método gliding-box	42
3.3	Extensão do modelo gravitacional simplificado para imagens coloridas	43
3.3.1	Assinatura de texturas coloridas	43
3.4	Robustez a variações de iluminação e rotação	45
3.5	Análise do modelo gravitacional	45
3.5.1	Análise teórica da eficácia do modelo gravitacional	46
3.5.2	Complexidade computacional do modelo gravitacional com o método Bouligand-Minkowski	47
3.5.3	Complexidade computacional do modelo gravitacional com o método gliding-box	48
4	MÉTODOS BASEADOS EM CAMINHOS MÍNIMOS EM GRAFOS	49
4.1	Considerações sobre caminhos mais curtos em grafos	49
4.1.1	Grafos	49
4.1.2	Caminhos mais curtos	50
4.1.3	Algoritmo de Dijkstra	51
4.2	Assinatura do método	52
4.2.1	Textura modelada como um grafo	52

4.2.2	Assinatura dos caminhos mais curtos	53
4.3	Extensão dos caminhos mínimos em grafos para imagens coloridas	57
4.3.1	Textura colorida modelada como um grafo	57
4.3.2	Assinatura dos caminhos mais curtos para texturas coloridas	58
4.4	Robustez a variações de iluminação e rotação	61
4.5	Complexidade computacional dos caminhos mínimos em grafos	61
4.5.1	Texturas em níveis de cinza	61
4.5.2	Texturas coloridas	62
5	ANÁLISE EXPERIMENTAL E RESULTADOS	63
5.1	Conjuntos de imagens	63
5.1.1	Texturas de Brodatz	63
5.1.2	Texturas UIUC	64
5.1.3	Texturas VisTex	65
5.1.4	Texturas USPTex	65
5.1.5	Texturas Outex	67
5.2	Metodologia do processo de extração de características	68
5.2.1	Descritores de Fourier	68
5.2.2	Descritores wavelet	69
5.2.3	Filtros de Gabor	69
5.2.4	Matrizes de co-ocorrência	70
5.2.5	Caminhada do turista	70
5.2.6	Gabor EEE	70
5.2.7	Características baseadas em proporções de histograma (HRF)	70
5.2.8	Padrões binários locais com características de Haralick	71
5.2.9	Descritor de microestruturas	71
5.2.10	CCR multicamadas	71
5.2.11	Modelos gravitacionais	71
5.2.12	Caminhos mínimos em grafos	77
5.3	Metodologia do processo de reconhecimento de padrões	77
5.3.1	Análise linear discriminante (LDA)	78
5.3.2	Validação cruzada (Cross-validation)	79
5.4	Resultados de classificação das texturas de Brodatz	79

5.4.1	Modelo gravitacional simplificado com o método Bouligand-Minkowski	80
5.4.2	Modelo gravitacional simplificado com o método gliding-box	81
5.4.3	Caminhos mínimos em grafos	82
5.4.4	Comparação entre os métodos	83
5.5	Resultados de classificação das texturas UIUC	85
5.5.1	Modelo gravitacional simplificado com o método Bouligand-Minkowski	85
5.5.2	Modelo gravitacional simplificado com o método gliding-box	87
5.5.3	Caminhos mínimos em grafos	87
5.5.4	Comparação entre os métodos	88
5.6	Resultados de classificação das texturas VisTex	89
5.6.1	Modelo gravitacional simplificado para texturas coloridas	90
5.6.2	Caminhos mínimos em grafos para texturas coloridas	92
5.6.3	Comparação entre os métodos	93
5.7	Resultados de classificação das texturas USPTex	94
5.7.1	Modelo gravitacional simplificado para texturas coloridas	94
5.7.2	Caminhos mínimos em grafos para texturas coloridas	96
5.7.3	Comparação entre os métodos	97
5.8	Resultados de classificação das texturas Outex	98
5.9	Análise experimental da eficácia do modelo gravitacional	99
6	APLICAÇÕES EM TAXONOMIA VEGETAL	102
6.1	Texturas foliares	102
6.2	Texturas do parênquima paliçádico	103
6.3	Resultados de classificação das texturas foliares	104
6.3.1	Modelo gravitacional simplificado com o método Bouligand-Minkowski	104
6.3.2	Modelo gravitacional simplificado com o método gliding-box	106
6.3.3	Caminhos mínimos em grafos	107
6.3.4	Comparação entre os métodos	107
6.4	Resultados de classificação do parênquima paliçádico	109
6.4.1	Modelo gravitacional simplificado para texturas coloridas	109
6.4.2	Caminhos mínimos em grafos para texturas coloridas	111
6.4.3	Comparação entre os métodos	111

7	APLICAÇÕES EM IMAGENS MÉDICAS	113
7.1	Base de imagens <i>pap-smear</i>	113
7.2	Base de imagens de tecido mamário	114
7.3	Resultados de classificação da base de imagens <i>pap-smear</i>	115
7.3.1	Caminhos mínimos em grafos para texturas coloridas	116
7.3.2	Comparação entre os métodos	116
7.4	Resultados de classificação da base de imagens de tecido mamário	118
7.4.1	Caminhos mínimos em grafos - classificação das amostras em normais e anormais	119
7.4.1.1	Comparação entre os métodos	120
7.4.2	Caminhos mínimos em grafos - classificação das amostras em anormais benignas e anormais malignas	121
7.4.2.1	Comparação entre os métodos	122
8	CONCLUSÕES, CONTRIBUIÇÕES E TRABALHOS FUTUROS	125
8.1	Contribuições	127
8.2	Trabalhos futuros	128
	Referências Bibliográficas	130

Lista de Figuras

1.1	exemplos de padrões de textura.	2
2.1	exemplo de aplicação da transformada wavelet (dois níveis de decomposição).	10
2.2	(a) um filtro de Gabor (parte real) no domínio do espaço; e (b) o mesmo filtro de Gabor no domínio da frequência.	11
2.3	conjunto de filtros de Gabor wavelet no domínio da frequência (500×500 pixels), cujos valores de parâmetros são $U_h = 0,3$, $U_l = 0,05$, $K = 6$ e $S = 4$	13
2.4	exemplo de caminhada do turista em um mapa aleatório bidimensional.	16
2.5	mapa de distribuição de tempo de transição t e período de ciclo p para os valores de memória (a) $\mu = 9$ e (b) $\mu = 25$	17
2.6	exemplo de padrões binários correspondentes a pixels de uma vizinhança-8 nas localizações t_0, t_1, \dots, t_7 , dado um pixel central t_c	21
2.7	as diferentes etapas para a obtenção de uma imagem LBP a partir de uma imagem colorida usando $m = 8$	22
2.8	um exemplo de detecção de microestrutura; (a) uma grade 3×3 de um mapa de orientação de bordas; (b)-(c) processo de detecção de microestrutura; (d) microestrutura fundamental.	25
2.9	ilustração da extração do mapa de microestruturas; (a) extração do mapa de microestruturas $M_1(x, y)$; (b) fusão dos quatro mapas para formar o mapa de microestruturas final $M(x, y)$	26

2.10	formação da imagem de microestruturas; (a) exemplo de mapa de microestruturas $M(x, y)$; (b) imagem de cor quantizada $C(x, y)$; (c) sobreposição do mapa de microestruturas na imagem $C(x, y)$; (d) imagem de microestruturas resultante $f(x, y)$	27
2.11	(a) imagem original em níveis de cinza; (b) padrão binário após limiarização (cor preta=bit 0 e cor branca=bit 1); e (c) máscara de ponderação e código $CCR_{3 \times 3}$	28
2.12	versão simétrica circular do CCR ($CCR_{8,1}$); (a) imagem original em níveis de cinza; (b) padrão binário após limiarização; e (c) máscara de ponderação e código $CCR_{8,1}$	28
2.13	amostras de versões rotacionadas de um mesmo padrão.	29
2.14	os 18 possíveis padrões uniformes do CCR.	29
2.15	quantização uniforme do espaço de cor RGB em 8, 27 e 64 níveis.	30
2.16	procedimento para computar o CCR multicamadas.	31
3.1	(a) uma partícula movendo-se ao longo de uma trajetória circular em velocidade constante; (b) à medida que uma partícula se move de p_1 para p_2 , seu vetor de velocidade muda de \vec{v}_i para \vec{v}_j ; (c) triângulo que determina a variação de velocidade $\Delta\vec{v}$	34
3.2	exemplo de um modelo gravitacional simplificado em que um pixel p colapsa porque não tem velocidade tangencial suficiente, cuja nova posição é definida pelas distâncias S_1 e S_2	36
3.3	exemplo do cálculo do volume de influência $V(r)$; (a) conjunto inicial de pixels; (b) pixels mapeados em um conjunto de pontos no espaço 3D; (c)-(d) processo de dilatação para diferentes valores de raio ($r = \{2, 3\}$).	39
3.4	curva log-log $r \times V(r)$ e o grau de inclinação α da linha de regressão.	40
3.5	representação esquemática da metodologia para a medição de complexidade em imagens que representam diferentes estágios de processo de colapso.	41
3.6	visão geral do processo de extração do vetor de características, em que t é o tempo e $D(r)$ é a dimensão fractal de uma imagem do processo de colapso em $t = t_i$, usando raio r	42

3.7	exemplo de duas imagens diferentes que apresentam a mesma dimensão fractal até um determinado raio r	46
4.1	um grafo com vértices $V=\{a, b, c, d\}$ e com conjunto de arestas $E=\{\{a,b\}, \{a,c\}, \{a,d\}, \{b,d\}, \{c,d\}\}$	50
4.2	a) um grafo ponderado não-orientado; b) um grafo ponderado orientado.	50
4.3	exemplo de um grafo obtido de um fragmento de uma imagem de textura.	53
4.4	cálculo da função de ponderação para duas arestas cujos vértices apresentam a mesma diferença em valor absoluto.	54
4.5	exemplo de quatro conjuntos de vértices iniciais e finais considerados no cálculo dos caminhos mais curtos.	54
4.6	exemplo de textura e de seu relevo com os quatro caminhos mais curtos $(p_{0^\circ}, p_{45^\circ}, p_{90^\circ}, p_{135^\circ})$	55
4.7	visão geral do processo de extração do vetor de características, em que l_n é o tamanho das janelas em que a imagem é dividida.	56
4.8	exemplo de um grafo obtido de um fragmento de textura colorida para cada canal.	57
4.9	exemplo de um grafo obtido de um fragmento de textura colorida considerando arestas entre os canais de cor.	58
4.10	exemplos de caminhos mais curtos usando um grafo por canal de cor.	59
4.11	exemplos de caminhos mais curtos usando um único grafo conectando os três canais de cor.	59
5.1	uma amostra de cada uma das 40 classes de texturas de Brodatz.	63
5.2	uma amostra de cada uma das 25 classes de texturas da base de imagens UIUC.	64
5.3	exemplos de cada classe de textura considerada na base de imagens VisTex.	65
5.4	exemplos de cada classe de textura da base de imagens USPTex.	66
5.5	exemplos de cada classe de textura da base de imagens Outex_TC_00014.	67

5.6	três amostras de uma mesma classe com mesmo ângulo de rotação, cada qual com um tipo diferente de iluminação; (a) Horizon; (b) - Inca; e (c) - TL84.	68
5.7	exemplos de imagens de textura em processo de colapso; (a) imagem original; (b)-(d) texturas em processo de colapso nos tempos $t = \{10, 20, 30\}$. . .	73
5.8	dimensão fractal estimada para três diferentes padrões de textura para os passos de tempo $t = \{1, 2, \dots, 20\}$ e valores de raios $r = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$. . .	74
5.9	lacunaridade estimada para os passos de tempo $t = \{1, 2, \dots, 20\}$ e tamanhos de janelas $l = \{2, 3, 4, 5, 6\}$	75
5.10	valores de lacunaridade computados para um único padrão de textura usando diferentes tamanhos de janelas l	76
5.11	comparação entre o método gliding-box com e sem o modelo gravitacional associado.	100
5.12	exemplos de imagens de texturas em processo de colapso no tempo $t = 20$ usando diferentes valores de massa M . Primeira linha: sem a velocidade tangencial; segunda linha: com velocidade tangencial.	100
6.1	exemplo de textura foliar de cada uma das espécies consideradas.	102
6.2	amostra da espécie <i>Tibouchina stenocarpa</i> e respectiva janela de tamanho 60×60 pixels extraída do parênquima paliçádico.	103
6.3	janelas de tamanho 60×60 pixels selecionadas do parênquima paliçádico das espécies; (a) - <i>B. intermedia</i> ; (b) - <i>M. albicans</i> ; (c) - <i>T. stenocarpa</i> ; (d) - <i>V. tucanorum</i> ; (e) - <i>X. aromatica</i> ; (f) - <i>G. polymorpha</i> ; (g) - <i>M. chamissois</i> ; e (h) - <i>J. caroba</i>	104
7.1	uma amostra de cada uma das classes da base de imagens <i>pap-smear</i> ; (a) - epitelial escamosa superficial; (b) - epitelial escamosa intermediária; (c) - epitelial colunar; (d) - displasia não-queratinizada escamosa branda; (e) - displasia não-queratinizada escamosa moderada; (f) - displasia não-queratinizada escamosa severa; (g) - carcinoma de células escamosas in situ intermediário.	114

- 7.2 uma amostra de cada uma das três classes da base de imagens de tecidos mamários; (a) - normal; (b) - anormal benigno; (c) - anormal maligno. . . . 115

Lista de Tabelas

5.1	taxa de acertos (%) do método do modelo gravitacional com o método Bouligand-Minkowski na base de imagens de Brodatz para um único valor de raio r e diferentes conjuntos de valores t	80
5.2	taxa de acertos (%) do método do modelo gravitacional com o método Bouligand-Minkowski na base de imagens de Brodatz para um único passo de tempo t e diferentes conjuntos de valores r	81
5.3	taxa de acertos (%) do método do modelo gravitacional com o método Bouligand-Minkowski na base de imagens de Brodatz para múltiplos valores de r e diferentes conjuntos de valores t	81
5.4	taxa de acertos (%) do modelo gravitacional simplificado com o método gliding-box na base de imagens de Brodatz para o vetor de características $\vec{\varphi}$	82
5.5	taxa de acertos (%) do método dos caminhos mínimos em grafos no conjunto de imagens de Brodatz para diferentes tamanhos de janela l	82
5.6	taxa de acertos (%) do método dos caminhos mínimos em grafos na base de imagens de Brodatz para diferentes conjuntos de tamanhos de janela l	83
5.7	comparação dos resultados entre diferentes métodos de textura na base de imagens de Brodatz.	84
5.8	taxa de acertos (%) do método do modelo gravitacional com o método Bouligand-Minkowski na base de imagens UIUC para um único valor de raio r e diferentes conjuntos de valores t	85
5.9	taxa de acertos (%) do método do modelo gravitacional com o método Bouligand-Minkowski na base de imagens UIUC para um único passo de tempo t e diferentes conjuntos de valores r	86

5.10 taxa de acertos (%) do método do modelo gravitacional com o método Bouligand-Minkowski na base de imagens UIUC para múltiplos valores de r e diferentes conjuntos de valores t	86
5.11 taxa de acertos (%) do método do modelo gravitacional simplificado com o método gliding-box na base de imagens UIUC para o vetor de características $\vec{\varphi}$	87
5.12 taxa de acertos (%) do método dos caminhos mínimos em grafos na base de imagens UIUC para diferentes tamanhos de janela l	88
5.13 taxa de acertos (%) do método dos caminhos mínimos em grafos na base de imagens UIUC para diferentes conjuntos de tamanhos de janela l	88
5.14 comparação de diferentes métodos de análise de textura na base de imagens UIUC.	89
5.15 taxa de acertos (%) do método do modelo gravitacional com o método Bouligand-Minkowski na base de imagens VisTex para múltiplos valores de r e diferentes conjuntos de valores t	90
5.16 taxa de acertos (%) do método do modelo gravitacional com o método gliding-box na base de imagens VisTex para múltiplos valores de l e diferentes conjuntos de valores t	90
5.17 taxa de acertos (%) do método do modelo gravitacional com os métodos Bouligand-Minkowski e gliding-box na base de imagens VisTex para múltiplos valores de r e l e o mesmo conjunto de valores $t = \{1, 5, 10, 15\}$	91
5.18 taxa de acertos (%) do método dos caminhos mínimos em grafos na base de imagens VisTex para diferentes tamanhos de janela l	92
5.19 taxa de acertos (%) do método dos caminhos mínimos em grafos na base de imagens VisTex para diferentes conjuntos de tamanhos de janela l	93
5.20 comparação dos resultados de diferentes métodos na base de imagens VisTex.	94
5.21 taxa de acertos (%) do método do modelo gravitacional com o método Bouligand-Minkowski na base de imagens USPTex para múltiplos valores r e diferentes conjuntos de valores t	94

5.22	taxa de acertos (%) do método do modelo gravitacional com o método gliding-box na base de imagens USPTex para múltiplos valores de l e diferentes conjuntos de valores t	95
5.23	taxa de acertos (%) do método do modelo gravitacional com os métodos Bouligand-Minkowski e gliding-box na base de imagens USPTex para múltiplos valores r e l e o mesmo conjunto de valores $t = \{1, 5, 10, 15\}$	95
5.24	taxa de acertos (%) do método dos caminhos mínimos em grafos na base de imagens USPTex para diferentes tamanhos de janela l	96
5.25	taxa de acertos (%) do método dos caminhos mínimos em grafos na base de imagens USPTex para diferentes conjuntos de tamanhos de janela l	97
5.26	comparação dos resultados de diferentes métodos na base de imagens USPTex.	98
5.27	comparação dos resultados de diferentes métodos na base de imagens Outex, sob condições de rotação e iluminação.	99
5.28	comparação da abordagem gravitacional com e sem a velocidade tangencial.	101
6.1	taxa de acertos (%) do método do modelo gravitacional com o método Bouligand-Minkowski na base de imagens foliares para um único valor de raio r e diferentes conjuntos de valores t	105
6.2	taxa de acertos (%) do método do modelo gravitacional com o método Bouligand-Minkowski na base de imagens foliares para um único passo de tempo t e diferentes conjuntos de valores r	105
6.3	taxa de acertos (%) do método do modelo gravitacional com o método Bouligand-Minkowski na base de imagens foliares para múltiplos valores de r e diferentes conjuntos de valores t	106
6.4	taxa de acertos (%) do modelo gravitacional simplificado com o método gliding-box na base de imagens das texturas foliares para o vetor de características $\vec{\varphi}$	106
6.5	taxa de acertos (%) do método dos caminhos mínimos em grafos no conjunto de imagens de texturas foliares para diferentes tamanhos de janela l	107

6.6	taxa de acertos (%) do método dos caminhos mínimos em grafos na base de imagens de texturas foliares para diferentes conjuntos de tamanhos de janela l	107
6.7	comparação de diferentes métodos de análise de textura na base de texturas foliares.	108
6.8	taxa de acertos (%) do método do modelo gravitacional com o método Bouligand-Minkowski na base de imagens do parênquima paliçádico para múltiplos valores de r e diferentes conjuntos de valores t	109
6.9	taxa de acertos (%) do método do modelo gravitacional com o método gliding-box na base de imagens do parênquima paliçádico para múltiplos valores de l e diferentes conjuntos de valores t	110
6.10	taxa de acertos (%) do método do modelo gravitacional com os métodos Bouligand-Minkowski e gliding-box na base de imagens do parênquima paliçádico para múltiplos valores de r e l e o mesmo conjunto de valores $t = \{1, 5, 10\}$	110
6.11	taxa de acertos (%) do método dos caminhos mínimos em grafos na base de imagens do parênquima paliçádico para diferentes tamanhos de janela l	111
6.12	taxa de acertos (%) do método dos caminhos mínimos em grafos na base de imagens do parênquima paliçádico para diferentes conjuntos de tamanhos de janela l	111
6.13	comparação dos resultados de diferentes métodos na base de imagens do parênquima paliçádico.	112
7.1	taxa de acertos (%) do método dos caminhos mínimos em grafos na base de imagens <i>pap-smear</i> para diferentes tamanhos de janela l	116
7.2	taxa de acertos (%) do método dos caminhos mínimos em grafos na base de imagens <i>pap-smear</i> para diferentes conjuntos de tamanhos de janela l	117
7.3	comparação dos resultados de diferentes métodos na base de imagens <i>pap-smear</i>	117
7.4	taxa de acertos (%) do método dos caminhos mínimos em grafos na base de imagens de tecido mamário para diferentes janelas l (classificação das amostras em tecido normal e tecido anormal).	119

7.5	taxa de acertos (%) do método dos caminhos mínimos em grafos na base de imagens de tecido mamário para diferentes conjuntos de tamanhos de janela l (classificação das amostras em tecido normal e tecido anormal). . .	119
7.6	comparação de diferentes métodos de análise de textura na base de imagens do tecido mamário (classificação das amostras em tecido normal e tecido anormal).	120
7.7	comparação de alguns trabalhos de classificação de imagens do tecido mamário da base DDSM (classificação das amostras em tecido normal e tecido anormal).	121
7.8	taxa de acertos (%) do método dos caminhos mínimos em grafos na base de imagens de tecido mamário para diferentes janelas l (classificação das amostras em tecido anormal benigno e tecido anormal maligno).	121
7.9	taxa de acertos (%) do método dos caminhos mínimos em grafos na base de imagens de tecido mamário para diferentes conjuntos de tamanhos de janela l (classificação das amostras em tecido anormal benigno e tecido anormal maligno).	122
7.10	comparação de diferentes métodos de análise de textura na base de imagens do tecido mamário (classificação das amostras em tecido anormal benigno e tecido anormal maligno).	123
7.11	comparação de alguns trabalhos de classificação de imagens do tecido mamário da base DDSM (classificação das amostras em tecido anormal benigno e tecido anormal maligno).	123

Resumo

A análise de imagens é um importante campo da visão computacional cujo propósito é extrair informações significativas de imagens. Entre os vários atributos relevantes que podem ser analisados, a textura é um dos mais importantes por ser uma fonte rica de informações. O objetivo desta tese é desenvolver novos métodos de análise de textura (níveis de cinza e coloridas) baseados em “modelos gravitacionais simplificados” e “caminhos mais curtos em grafos”, que propiciem vetores de características mais discriminativos do que os métodos já estabelecidos pela literatura. A primeira abordagem converte uma imagem em um sistema gravitacional simplificado cujo processo de colapso é explorado por meio de descritores de dimensão fractal e lacunaridade. A segunda abordagem converte os pixels de uma imagem em vértices de um grafo ponderado não-orientado e explora os caminhos mais curtos entre pares de vértices em diferentes escalas e orientações. Adicionalmente, nesta tese é proposto o estudo dessas abordagens na análise de imagens de folhas de plantas para facilitar o moroso processo de taxonomia vegetal (problema este especialmente relevante para os botânicos) e de imagens médicas para identificação/classificação de patologias, auxiliando o diagnóstico médico. Os experimentos são realizados nas bases de imagens: Brodatz, UIUC, VisTex, USPTex, Outex, texturas foliares, parênquima paliçádico, *pap-smear* e de tecido mamário. Os resultados mais significativos de classificação são obtidos das bases UIUC, USPTex e parênquima paliçádico, com taxas de acertos de 55,00%, 96,57% e 91,56% (menores taxas) obtidas pelos métodos propostos, respectivamente. Essas taxas de acertos são quase sempre superiores aos resultados obtidos pelos métodos usados para comparação, demonstrando que os métodos propostos abrem promissoras fontes de pesquisa para os estudos de análise de texturas em níveis de cinza e coloridas.

Palavras-chave: análise de texturas, modelos gravitacionais, dimensão fractal, lacunaridade, grafos não-orientados, imagens foliares, imagens médicas.

Abstract

Image analysis is an important field of computer vision whose role is to extract significant information from images. Among several relevant attributes, texture is one of the most important because it is a rich source of information. This thesis aims to develop novel texture analysis methods (for grayscale and color images) based on “simplified gravitational systems” and “shortest paths in graphs” which provide feature vectors more discriminative than the methods already established in literature. The first approach converts an image into a simplified gravitational system whose collapse process is explored by using fractal dimension and lacunarity descriptors. The second approach converts the pixels of an image into vertices of a non-oriented weighted graph and explores the shortest paths between pairs of vertices in different scales and orientations. Additionally, this thesis proposes to apply these approaches to plant leaf identification (a relevant problem for botanists), and medical image identification/classification, increasing the confidence of medical diagnosis. The experiments are performed on the following image databases: Brodatz, UIUC, VisTex, USPTex, Outex, leaf textures, palisade parenchyma, *pap-smear* and breast tissues. The most significant comparison results are obtained from UIUC, USPTex and palisade parenchyma, with success rates of 55,00%, 96,57% and 91,56% (lower success rates) obtained by the proposed methods, respectively. These success rates are almost always superior to the results obtained by the methods used for comparison. This demonstrates that the proposed methods open promising sources of research in grayscale and color texture analysis.

Keywords: texture analysis, gravitational models, fractal dimension, lacunarity, non-oriented graphs, leaf images, medical images.

Agradecimentos

À **Natureza**, por permitir que uma parte de si própria adquirisse consciência e escrevesse esta tese.

À minha mãe **Marlene**, pela vida, pelos cuidados e pelo amor incondicional.

Ao meu pai **Mesquita** (in memoriam), pela vida e pelo amor.

À minha irmã **Luciana**, por ser minha melhor amiga e por ter propiciado as condições iniciais para que eu ingressasse na vida acadêmica.

Ao meu padrasto **Hélio**, pelo amor dedicado à minha família e pelo apoio constante aos meus projetos.

Ao **Prof. Dr. Paulo César Cortez**, pela orientação, amizade e confiança depositada em mim.

Ao **Prof. Dr. André Ricardo Backes**, pela amizade e parceria científica ao longo dos últimos anos.

A **Ellen de Vasconcelos**, pelo carinho e companheirismo ao longo desta travessia.

À Sra. **Antonita de Vasconcelos**, por cuidar de Laís, concedendo-me a tranquilidade necessária para realizar a presente pesquisa.

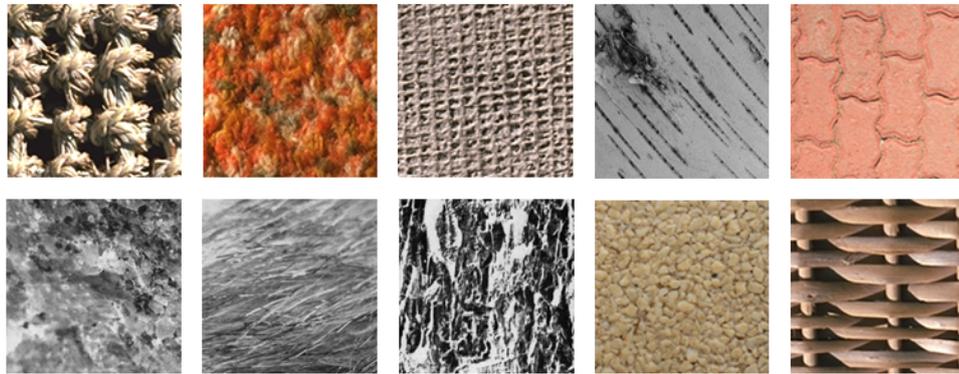
À minha filha **Laís**, por manter em mim a esperança de que as pessoas podem ser melhores.

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

No vasto domínio da visão computacional, a análise de imagens é um de seus campos mais importantes e tem como principal objetivo a extração de informações significativas (assinaturas) das imagens. Entre vários atributos relevantes, a textura é um dos mais importantes por ser uma fonte rica de informações, bem como um problema-chave em muitas áreas de aplicação, como sensoriamento remoto (KANDASWAMY; ADJEROH; LEE, 2005), recuperação de imagem por conteúdo (YUE *et al.*, 2011), análise de imagens médicas (AL-KADI, 2010), identificação de plantas (SÁ JUNIOR *et al.*, 2011) etc. De acordo com Tuceryan e Jain (1993), um padrão de textura é definido como uma função de variação espacial nas intensidades dos pixels. É possível estabelecer que um padrão de textura é caracterizado pela repetição de um modelo sobre uma região, em que esse modelo é repetido em sua forma exata ou com pequenas variações: um amálgama entre cópia e inovação. Isso é válido para muitas texturas artificiais, mas não é verdadeiro para texturas naturais (BACKES; CASANOVA; BRUNO, 2009). A imagem de uma mamografia, por exemplo, não apresenta qualquer estrutura periódica, mas um padrão estocástico persistente, que resulta em um padrão de textura com aparência de nuvem (KAPLAN, 1999). Devido a esses diferentes tipos de padrões de textura, não há especificação formal para esta, embora seja um atributo facilmente reconhecido por seres humanos (BACKES *et al.*, 2006). A Figura 1.1 mostra alguns exemplos de padrões de textura.

Na literatura usualmente os métodos de análise de textura são divididos em quatro grupos principais: estatístico, processamento de sinais, estrutural e métodos baseados em modelo. O grupo estatístico representa métodos que exploram a distribuição espacial das intensidades dos pixels, tais como os métodos baseados em estatísticas de primeira ordem e matrizes de co-ocorrência (HARALICK, 1979); os métodos de processamento de sinais

Figura 1.1:: exemplos de padrões de textura.

Fonte: bases de texturas VisTex, USPTex, UIUC e Brodatz.

exploram as texturas no domínio da frequência (dois métodos clássicos que pertencem a esse grupo são os filtros de Gabor (CASANOVA; SÁ JUNIOR; BRUNO, 2009) e descritores wavelet (LU; CHUNG; CHEN, 1997)); métodos baseados em modelo usam modelos estocásticos e fractais para interpretar uma imagem de textura; e os métodos estruturais representam as texturas por primitivas e regras para a disposição espacial dessas primitivas (TUCERYAN; JAIN, 1993). Recentemente, outras abordagens foram desenvolvidas para estudar as relações entre os pixels no padrão de textura, como abordagens baseadas na teoria das redes complexas (COSTA *et al.*, 2007), trajetórias produzidas por caminhadas determinísticas (BACKES *et al.*, 2010), e análise fractal (VARMA; GARG, 2007).

Os métodos mencionados foram inicialmente projetados para imagens em níveis de cinza. Entretanto, a informação de cor é muito importante em análise de imagens (SHE; HUANG, 1994; ILEA; WHELAN, 2011), especialmente para texturas naturais. Durante os últimos anos houve um aumento significativo do número de trabalhos que estendem as técnicas de análise de texturas em níveis de cinza para as texturas coloridas. As abordagens para imagens de texturas coloridas podem ser classificadas basicamente em: paralelas, sequenciais e integrativas (PALM, 2004).

As abordagens paralelas consideram cor e textura como fenômenos independentes. A análise de cor é efetuada globalmente por meio de histogramas, sem considerar as relações espaciais entre os pixels; e a análise de textura se baseia nas relações de intensidade de pixels vizinhos, desconsiderando a sua cor. Os trabalhos de Drimborean e Whelan (2001) e Hiremath, Shivashankar e Pujari (2006) adotam essa abordagem. Nas abordagens sequenciais há uma primeira etapa que consiste na aplicação de um método de indexação de cor nas imagens coloridas. A seguir, as imagens indexadas podem ser processadas como

texturas em níveis de cinza. Como exemplos dessa abordagem, citam-se os trabalhos de Bianconi *et al.* (2007) e Porebski, Vandenbroucke e Macaire (2008). Os modelos integrativos consideram a dependência informativa entre cor e textura, e podem ser subdivididos em “banda-única” se cada canal de cor é processado separadamente, ou “multibandas” se dois ou mais canais são considerados em conjunto. Entre os vários trabalhos disponíveis na literatura que usam descritores de textura em níveis de cinza em cada canal de cor separadamente, citam-se como exemplos os trabalhos de Paschos (2001) e Backes, Casanova e Bruno (2012). Como exemplos de abordagens multibandas que são extensões de métodos de análise de textura em níveis de cinza, citam-se os trabalhos de Palm (2004) e Ivanovici e Richard (2011).

Com o intuito de ampliar as maneiras de interpretar texturas e, por conseguinte, extrair informações mais discriminativas, nesta tese são apresentadas duas abordagens originais, que são os “modelos gravitacionais simplificados” e os “caminhos mínimos em grafos” para a análise tanto de imagens em níveis de cinza quanto coloridas. A primeira abordagem transforma a imagem em um sistema dinâmico em processo de colapso gravitacional. Essa nova visão permite que a imagem original apresente diferentes estados, cada qual representando um novo padrão de textura e, por conseguinte, fonte de informação a ser explorada. A segunda abordagem explora a textura como se esta fosse uma paisagem com colinas, planícies, vales etc. Assim, a textura pode ser descrita por caminhos mais curtos nessa paisagem entre diferentes pares de pontos. De fato, a textura é uma característica capaz de representar as propriedades físicas da superfície de um objeto, isto é, a textura é diretamente relacionada à superfície do objeto.

1.1 Aplicações

Nesta tese, além de serem propostas novas abordagens de análise de textura, propõe-se aplicá-las em áreas do conhecimento nas quais a citada análise possa ser necessária. Entre essas áreas, duas que têm especial relevância são a taxonomia vegetal e a identificação/classificação de doenças.

1.1.1 Taxonomia vegetal

A taxonomia vegetal ainda é realizada segundo o trabalho desenvolvido no século XVIII pelo sueco Carolus Linnaeus. Nesse sistema, a identificação e reconstrução das

relações entre vegetais têm sido amplamente baseadas em características dos órgãos reprodutivos (ASH *et al.*, 1999). O procedimento consiste na coleta de ramos férteis na natureza (galhos com flores ou frutos), os quais devem passar por um processo de prensagem, dissecação e montagem sobre papel-cartão. A seguir, as amostras são comparadas com espécies já catalogadas em um herbário, no qual é possível estudar e classificar espécies provenientes de diferentes ecossistemas e localidades (FIDALGO; BONONI, 1989).

Não obstante essa metodologia apresentar bons resultados, alguns problemas ainda precisam ser resolvidos, entre os quais é possível destacar: o processo é manual e, por conseguinte, é muito moroso; o profissional da área taxonômica precisa possuir amplos conhecimentos e habilidades, exigindo um longo período de treinamento; embora as características propiciadas por flores e frutos tenham se mostrado muito úteis, nem sempre estão disponíveis para estudo; algumas características são perdidas durante o processo de dissecação, como cor, brilho, textura etc.; e algumas partes dos vegetais simplesmente não são contempladas para a análise, como as folhas, por exemplo.

Com o intuito de oferecer suporte aos botânicos e, concomitantemente, aumentar a acurácia e a rapidez do processo de identificação de vegetais, muitos trabalhos têm sido desenvolvidos para a análise de diferentes atributos das folhas. Por exemplo, o trabalho de Plotze *et al.* (2005) analisa espécies vegetais do gênero *Passiflora* por meio dos contornos externos das folhas e de seu sistema de venação. O trabalho de Casanova, Sá Junior e Bruno (2009) tem como foco a textura da superfície foliar para identificar vinte espécies da flora brasileira. Já o trabalho de Sá Junior *et al.* (2011) analisa uma série de atributos das células do interior da folha (epiderme superior, parênquima paliçádico, parênquima lacunoso etc.), como espessura, cor e textura, com o propósito de identificar oito espécies do Cerrado brasileiro.

Nesta tese é explorada a aplicação dos métodos de análise de textura propostos em imagens de texturas da superfície foliar e das células do parênquima paliçádico (tecido que propiciou uma assinatura informativa no trabalho de Sá Junior *et al.* (2011)), bem como a comparação dos mesmos com os métodos já existentes na literatura. O objetivo desse estudo é aferir o grau de adequação das abordagens propostas ao campo de estudo da automação da taxonomia vegetal e, concomitantemente, ampliar o conjunto de métodos já disponíveis para estudo dessa importante área do conhecimento.

1.1.2 Análise de imagens médicas

A análise de imagens tem um importante papel em várias aplicações médicas. Em geral, estas envolvem a extração automática de características de uma imagem que podem ser usadas para uma variedade de propósitos, como distinguir tecido normal e anormal, associar um padrão a uma determinada patologia, segmentar uma determinada região de interesse etc., de forma a auxiliar o especialista na elaboração de um diagnóstico. Dependendo do tipo de classificação, as informações obtidas por análise de textura são fundamentais para essas aplicações.

A literatura atualmente apresenta diversas estratégias de reconhecimento de padrões para extrair informações de imagens médicas. Por exemplo, Verma, Mcleod e Klevansky (2009) apresentam uma técnica de redes neurais com agrupamentos maleáveis (*soft cluster neural network*) para a classificação de áreas suspeitas em mamografias. O trabalho de Al-Kadi (2010) classifica meningiomas pela combinação de diferentes medidas de textura (duas baseadas em modelo e duas estatísticas), cujas características são combinadas de maneiras diversas. Já o trabalho de Krishnan *et al.* (2012) extrai informações de textura de imagens histopatológicas para auxílio ao diagnóstico de câncer oral.

Nesta tese o método dos caminhos mínimos em grafos é aplicado em duas bases de imagens médicas. A primeira é a base de imagens *pap-smear* (JANTZEN *et al.*, 2005), que é constituída de imagens de células oriundas da cérvix uterina, classificadas em sete classes (que por sua vez podem ser classificadas como “normais” e “anormais”) por dois citotécnicos e, no caso das imagens que apresentaram maior dificuldade, também por um especialista. A segunda é a base de imagens mamográficas DDSM (HEATH *et al.*, 2001), que são classificadas em tecido “normal”, tecido “anormal benigno” e tecido “anormal maligno”. O objetivo desse estudo é aferir o grau de adequação do método dos caminhos mínimos em grafos nessas duas importantes bases de imagens, com o intuito de ampliar a capacidade de classificação dos sistemas de auxílio ao diagnóstico médico.

1.2 Objetivos

O objetivo principal desta tese é propor e avaliar novas abordagens para extrair informações de textura e compará-las com os principais métodos já estabelecidos pela literatura.

Desse modo, os objetivos específicos podem ser descritos como:

- avaliar o potencial dos “modelos gravitacionais simplificados” e dos “caminhos mínimos em grafos” como métodos de análise de texturas em níveis de cinza e coloridas;
- comparar os métodos propostos com abordagens estabelecidas pela literatura, tanto as clássicas quanto as recentemente propostas;
- desenvolvimento de aplicações em bioinformática (imagens de folhas de vegetais para fins taxonômicos);
- desenvolvimento de aplicações para identificação/classificação de doenças por meio de análise de textura.

1.3 Publicações relacionadas à tese

A elaboração de artigos científicos e as contribuições para a literatura foram realizadas de forma contínua ao longo do período do doutorado. A seguir, são apresentadas as publicações produzidas até o presente momento.

- SÁ JUNIOR, Jarbas Joaci de Mesquita, BACKES, André Ricardo. A simplified gravitational model for texture analysis. In: REAL, Pedro; DÍAZ-PERNIL, Daniel; MOLINA-ABRIL, Helena; BERCIANO, Ainhoa; KROPATSCH, Walter G. (Ed). **Proceedings of the 14th International Conference on Computer Analysis of Images and Patterns - CAIP**. Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag, 2011. (Lecture Notes in Computer Science, v. 6854), p. 26-33. (Artigo selecionado para uma edição especial do periódico **Journal of Mathematical Imaging and Vision**).
- SÁ JUNIOR, Jarbas Joaci de Mesquita, BACKES, André Ricardo. A simplified gravitational model to analyze texture roughness. **Pattern Recognition**. v. 45, n. 2, p. 732-741, 2012. (5º artigo mais baixado do periódico no período de janeiro a março de 2012).
- SÁ JUNIOR, Jarbas Joaci de Mesquita, BACKES, André Ricardo, SILVA, Renato, CORTEZ, Paulo César. Um modelo gravitacional simplificado para análise de textura. In: **VIII Workshop de Visão Computacional, Goiânia - GO: 2012**, v. 1, p. 1-6. (Prêmio de melhor artigo na modalidade Apresentação Oral).

- SÁ JUNIOR, Jarbas Joaci de Mesquita, BACKES, André Ricardo, CORTEZ, Paulo César. A simplified gravitational model for texture analysis. **Journal of Mathematical Imaging and Vision**, 2012, DOI: 10.1007/s10851-012-0408-1 (Publicado online).
- SÁ JUNIOR, Jarbas Joaci de Mesquita, BACKES, André Ricardo, CORTEZ, Paulo César. Color texture classification based on gravitational collapse. **Pattern Recognition**, v. 46, n. 6, p. 1628-1637, 2013.
- SÁ JUNIOR, Jarbas Joaci de Mesquita, BACKES, André Ricardo, CORTEZ, Paulo César. Texture analysis and classification using shortest paths in graphs. **Pattern Recognition Letters**, 2013, DOI: 10.1016/j.patrec.2013.04.013 (Publicado online).

1.4 Organização

Esta tese está organizada da seguinte maneira: o Capítulo 2 apresenta alguns dos principais métodos de análise de textura já estabelecidos na literatura e que são comparados com as abordagens propostas nesta tese. O Capítulo 3 apresenta os “modelos gravitacionais simplificados” e como os mesmos podem ser aplicados em análise de textura. O Capítulo 4 descreve a abordagem de análise de textura baseada em “caminhos mínimos em grafos”. O Capítulo 5 descreve as bases de imagens testadas, a metodologia empregada para o processo de extração de características e de reconhecimento de padrões, bem como os resultados obtidos pelos métodos apresentados nesta tese. O Capítulo 6 descreve a aplicação dos métodos propostos para a identificação de espécies vegetais. O Capítulo 7 descreve a aplicação do método dos caminhos mínimos em grafos para a análise de imagens médicas. Finalmente, o Capítulo 8 apresenta as contribuições e as conclusões obtidas a partir dos trabalhos desenvolvidos.

Capítulo 2

MÉTODOS DE EXTRAÇÃO DE CARACTERÍSTICAS

2.1 Descritores de Fourier

A transformada de Fourier tem sido usada extensivamente para a análise de sinais e imagens (sinais bidimensionais). Essa ferramenta permite representar um sinal por uma soma ponderada de cossenos e/ou senos de diferentes frequências, que pode ser novamente convertida no sinal original sem perda alguma de informação (GONZALEZ; WOODS, 2002). Essa transição do domínio do tempo (ou do espaço, em se tratando de imagens) para o domínio da frequência geralmente facilita o processamento do sinal, uma vez que permite que frequências específicas sejam analisadas.

A transformada de Fourier, $F(u)$, de uma função unidimensional discreta $f(x)$ é definida por

$$F(u) = \frac{1}{M} \sum_{x=0}^{M-1} f(x) e^{-j2\pi ux/M}, \quad (2.1)$$

e a transformada inversa da função $F(u)$ para $f(x)$, é obtida por

$$f(x) = \sum_{u=0}^{M-1} F(u) e^{j2\pi ux/M}, \quad (2.2)$$

em que $u, x = 0, 1, \dots, M - 1$ e j é o número imaginário. Em se tratando de imagens (estruturas bidimensionais), a transformada de Fourier e seu operador inverso são dados, respectivamente, pelas seguintes equações

$$F(u, v) = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) e^{-j2\pi(ux/M+vy/N)} \quad (2.3)$$

e

$$f(x, y) = \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} F(u, v) e^{j2\pi(ux/M+vy/N)}, \quad (2.4)$$

em que $u, x = 0, 1, \dots, M - 1$ e $v, y = 0, 1, \dots, N - 1$.

Na aplicação da transformada discreta de Fourier os coeficientes de frequências mais baixas são deslocados para as extremidades do espectro, dificultando a sua análise. Desse modo, é um procedimento usual realizar uma operação de *shifting*, isto é, a origem da transformada de Fourier é movida para o centro das coordenadas. Os coeficientes de baixa frequência do espectro estão associados às informações mais importantes sobre o comportamento de um determinado sinal, enquanto que os coeficientes de alta frequência estão associados a transições abruptas e ruído (BACKES, 2010).

2.2 Descritores wavelet

A análise de Fourier é uma ferramenta consolidada e amplamente utilizada em processamento de sinais e imagens. Para várias aplicações a decomposição do sinal (ou imagem) em frequências é suficiente. Entretanto, no domínio da frequência as informações de tempo não são consideradas. Para problemas que necessitem dessa informação, é possível considerar o uso de funções wavelet (MALLAT, 2008). Devido a sua capacidade de decompor funções nos domínios da frequência e do tempo, as funções wavelet são ferramentas importantes para o processamento de sinais, especialmente para compressão de dados, eliminação de ruído, análise multiescala etc.

Segundo Mallat (2008), a Transformada Wavelet Contínua (CWT) de um sinal $f(x)$ pode ser definida como

$$F(a, b) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \psi_{a,b}(x) dx, \quad (2.5)$$

em que $a, b \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$ são parâmetros que representam escala e translação, respectivamente, e $\psi_{a,b}(x)$ são funções de base wavelet dadas por

$$\psi_{a,b}(x) = \frac{1}{\sqrt{a}}\psi^*\left(\frac{x-b}{a}\right), \quad (2.6)$$

em que o símbolo * significa “conjugado complexo”.

A função $\psi(x)$, que equivale a $\psi_{1,0}(x)$, é chamada de wavelet mãe, enquanto as outras funções, que são definidas por diferentes valores de a e b , são conhecidas como wavelets filhas. O termo $1/\sqrt{a}$ é um fator de normalização que assegura que a energia de $\psi_{a,b}(x)$ seja independente de a e b , ou seja,

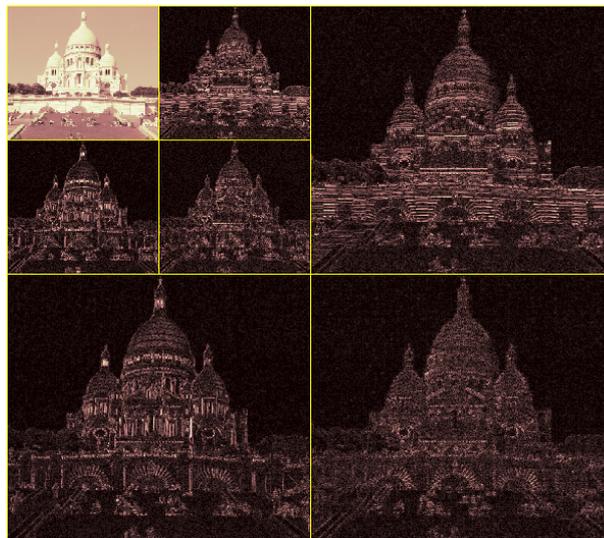
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi_{a,b}(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(x). \quad (2.7)$$

A Transformada Discreta Wavelet (DWT) é dada por

$$F_{i,j}(a, b) = a_0^{-i/2} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\psi(a_0^{-i}x - jb_0)dx, \quad (2.8)$$

em que os parâmetros de escala a e de translação b assumem apenas valores discretos da forma $a = a_0^i$, (a_0 é um valor fixo e $i \in \mathbb{Z}$) e $b = jb_0a_0^i$ (b_0 é um valor fixo e $j \in \mathbb{Z}$). A aplicação da DWT no sinal gera, em cada fase recursiva, uma aproximação e um detalhe. Em se tratando de imagens, cada fase de aplicação gera uma aproximação e três detalhes, como mostra o exemplo na Figura 2.1.

Figura 2.1:: exemplo de aplicação da transformada wavelet (dois níveis de decomposição).



Fonte: produção do autor.

2.3 Filtros de Gabor

Filtros de Gabor são essencialmente funções cosseno e seno moduladas por uma função Gaussiana (IDRISSA; ACHEROY, 2002). Em virtude de que esses filtros se mostraram um modelo adequado dos campos receptivos bidimensionais encontrados experimentalmente em células simples do córtex visual de mamíferos, apresentando suas propriedades de localização espacial, orientação, frequência, entre outras (DAUGMAN, 1988; DAUGMAN; DOWNING, 1995), estes têm sido aplicados nos mais diversos problemas de visão computacional, como, por exemplo, segmentação de imagens (JAIN; FARROKHANIA, 1991), reconhecimento de faces (SHEN; BAI, 2006), reconhecimento de íris (SANCHEZ-AVILA; SANCHEZ-REILLO, 2005), e identificação de impressões digitais (LEE; WANG, 2001).

A forma bidimensional de um filtro de Gabor (2D) nos domínios do espaço e da frequência é dada, respectivamente, pelas equações

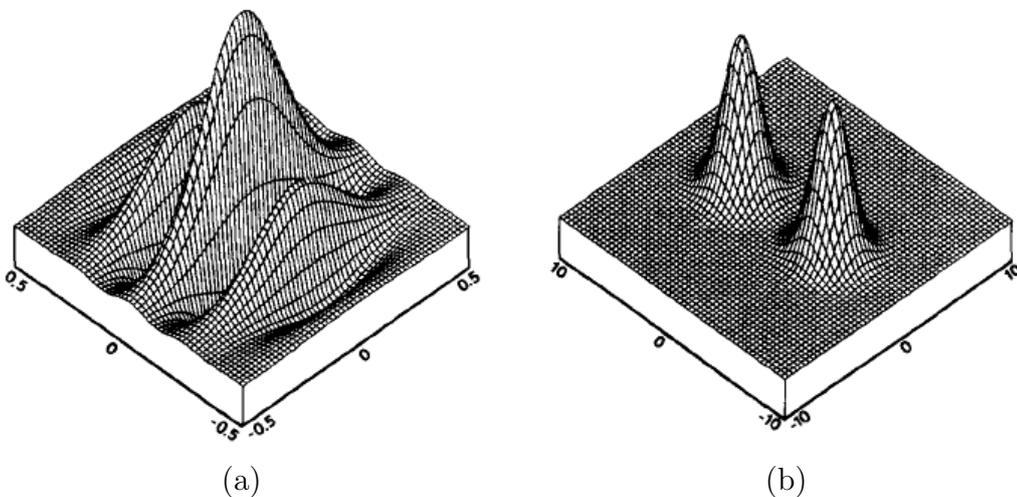
$$g(x, y) = \left(\frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y} \right) e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x^2}{\sigma_x^2} + \frac{y^2}{\sigma_y^2}\right) + 2\pi j W x} \quad (2.9)$$

e

$$G(u, v) = e^{-\frac{1}{2}\left[\frac{(u-W)^2}{\sigma_u^2} + \frac{v^2}{\sigma_v^2}\right]}, \quad (2.10)$$

em que $\sigma_u = 1/2\pi\sigma_x$, $\sigma_v = 1/2\pi\sigma_y$ e W é a frequência (MANJUNATH; MA, 1996). A Figura 2.2 mostra um exemplo de filtro de Gabor em ambos os domínios.

Figura 2.2:: (a) um filtro de Gabor (parte real) no domínio do espaço; e (b) o mesmo filtro de Gabor no domínio da frequência.



Fonte: adaptado do trabalho (DAUGMAN, 1988).

As funções de Gabor representam um conjunto de bases completo, mas não-ortogonal. A expansão de um sinal usando essas bases provê uma descrição de frequência localizada. Para evitar essas particularidades dos filtros de Gabor, é possível utilizar uma classe de funções auto-similares, referidas como Gabor wavelets. Seja $g(x, y)$ a Gabor wavelet mãe, a partir da qual um dicionário de filtros auto-similares pode ser obtido por meio de dilatações e rotações apropriadas de $g(x, y)$ usando a função geradora, conforme as equações a seguir

$$g_{mn} = a^{-m}g(x', y'), \quad a > 1, \quad m, n \in I, \quad (2.11)$$

$$x' = a^{-m}(x \cos \theta + y \sin \theta), \quad (2.12)$$

e

$$y' = a^{-m}(-x \cos \theta + y \sin \theta), \quad (2.13)$$

em que $\theta = n\pi/K$ e K é o número de orientações. O fator de escala a^{-m} nessa formulação é necessário para assegurar que a energia não seja dependente de m (MANJUNATH; MA, 1996).

2.3.1 Escolha dos valores dos parâmetros dos filtros

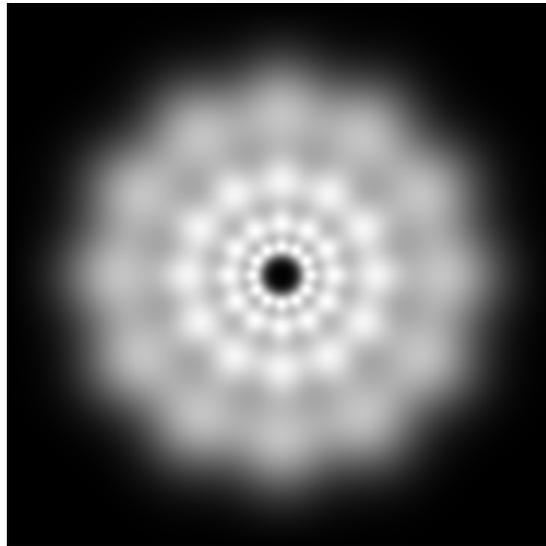
Há muitos trabalhos na literatura que aplicam filtros de Gabor para discriminar texturas e muitas justificativas diferentes para a escolha dos valores de orientação, frequência e sigmas (CASANOVA; SÁ JUNIOR; BRUNO, 2009). Por exemplo, no trabalho de Jain e Farrokhnia (1991), somente quatro orientações são empregadas com o propósito de aumentar a eficiência computacional, e a escolha das frequências é baseada na psicofísica. Os valores de sigmas são escolhidos de modo que haja cobertura uniforme do domínio da frequência e, por conseguinte, menor redundância de informação. Já no clássico trabalho de Manjunath e Ma (1996), os valores dos parâmetros são determinados por meio de um modelo matemático, de modo que haja máxima cobertura do domínio da frequência e mínima redundância de informação causada pela não-ortogonalidade dos filtros. Um exemplo de disposição dos filtros (domínio da frequência) obtida por esse modelo pode ser observado na Figura 2.3. As equações seguintes descrevem como obter os valores dos sigmas para esse propósito (σ_u, σ_v) e, por meio destes, de (σ_x, σ_y),

$$a = (U_h/U_l)^{-\frac{1}{S-1}}, \sigma_u = \frac{(a-1)U_h}{(a+1)\sqrt{2\ln 2}},$$

$$\sigma_v = \frac{\tan\left(\frac{\pi}{2K}\right) \left[U_h - 2 \ln\left(\frac{\sigma_u^2}{U_h}\right) \right]}{\sqrt{2\ln 2 - \frac{(2\ln 2)^2 \sigma_u^2}{U_h^2}}}, \quad (2.14)$$

em que $W = U_h$, S é o número de escalas, U_h e U_l representam as frequências máxima e mínima, respectivamente.

Figura 2.3:: conjunto de filtros de Gabor wavelet no domínio da frequência (500×500 pixels), cujos valores de parâmetros são $U_h = 0,3$, $U_l = 0,05$, $K = 6$ e $S = 4$.



Fonte: (CASANOVA; SÁ JUNIOR; BRUNO, 2009).

2.4 Matrizes de co-ocorrência

Um aspecto de uma imagem de textura está relacionado com a distribuição e dependência espacial entre os níveis de intensidade dos pixels em uma área local (HARALICK, 1979). Essas inter-relações entre os pixels fornecem uma assinatura de uma textura e podem ser quantificadas por meio de matrizes de co-ocorrência, cuja definição formal pode ser expressa como: dada uma imagem $f(x, y)$ com G níveis discretos de intensidade, a matriz $C_{d\theta}(i, j)$ é construída de modo que cada entrada na posição (i, j) seja igual ao número de vezes que as equações (2.15 - 2.16) são satisfeitas. Isso resulta em uma matriz quadrada $G \times G$, para cada distância d e orientação θ . Se essa matriz for dividida pelo total de vizinhos (mesmo θ e d), se tornará uma matriz de probabilidades $P_{d\theta}(i, j)$ de um par de pixels a uma distância d e orientação θ serem iguais a i e j .

$$f(x_1, y_1) = i \text{ e } f(x_2, y_2) = j. \quad (2.15)$$

$$(x_2, y_2) = (x_1, y_1) + [d \cos(\theta), d \sin(\theta)]. \quad (2.16)$$

Existem duas formas de matriz de co-ocorrência: a simétrica, em que os pares separados pelas distâncias d e $-d$ para uma determinada direção são contados; e a não-simétrica, em que são contados somente os pares de pixels separados pela distância d . Como esse método possui alto custo computacional, geralmente apenas as menores distâncias ($d = 1$ e 2 pixels) e poucos ângulos (usualmente, $\theta = \{0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ\}$) são considerados. Se cada par de pixels na imagem estiver altamente correlacionado, haverá uma tendência de que as entradas em $C_{d\theta}(i, j)$ se agrupem ao longo da diagonal da matriz.

Haralick (1979) propôs algumas características que podem ser obtidas a partir das matrizes de co-ocorrência. Algumas são definidas pelas equações

Energia

$$\sum_{i=0}^{G-1} \sum_{j=0}^{G-1} p(i, j)^2, \quad (2.17)$$

Homogeneidade

$$\sum_{i=0}^{G-1} \sum_{j=0}^{G-1} \frac{p(i, j)}{1 + |i - j|}, \quad (2.18)$$

Valor absoluto

$$\sum_{i=0}^{G-1} \sum_{j=0}^{G-1} |i - j| p(i, j), \quad (2.19)$$

Contraste

$$\sum_{i=0}^{G-1} \sum_{j=0}^{G-1} (i - j)^2 p(i, j), \quad (2.20)$$

Correlação

$$\sum_{i=0}^{G-1} \sum_{j=0}^{G-1} \frac{ijp(i, j) - \mu_x \mu_y}{\sigma_x \sigma_y}, \quad (2.21)$$

Entropia

$$\sum_{i=0}^{G-1} \sum_{j=0}^{G-1} -p(i, j) \log p(i, j), \quad (2.22)$$

em que as variáveis μ_x , μ_y e σ_x , σ_y representam as médias e os desvios-padrão da soma dos elementos de cada linha e coluna da matriz.

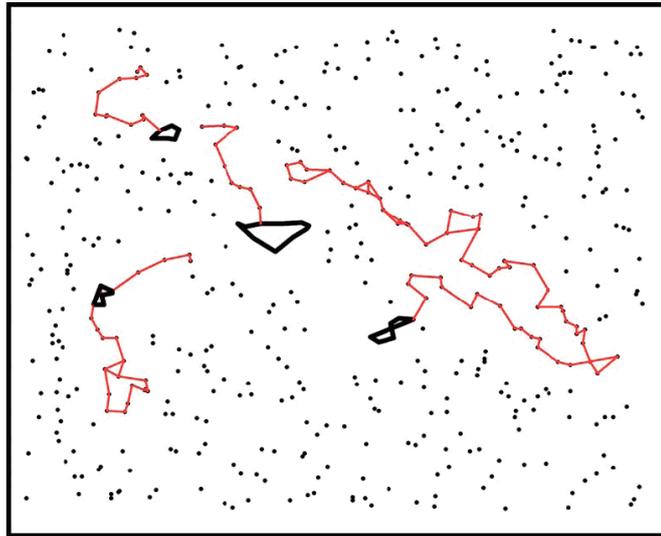
2.5 Caminhada determinística do turista

Não obstante ainda não serem tão amplamente estudadas como as caminhadas randômicas (SCHOLL; SCHOL-PASCHINGER, 2003; DERRIDA, 1997), as caminhadas determinísticas têm obtido cada vez mais o interesse dos pesquisadores. Esta seção apresenta um método de extração de características baseado em um tipo particular de caminhada determinística que evita a si mesma parcialmente, conhecida como “caminhada do turista” (CAMPITELI; MARTINEZ; BRUNO, 2006; BACKES *et al.*, 2010).

Esse algoritmo é baseado na suposição de que um turista pretende visitar N cidades distribuídas aleatoriamente em um mapa de d dimensões (CAMPITELI *et al.*, 2006). O turista inicia sua trajetória em uma das cidades do mapa e se desloca de acordo com a regra: seguir para a cidade mais próxima não visitada nos últimos μ passos de tempo. Cada trajetória do turista possui um tempo de transição t (novas cidades visitadas) e um ciclo de período $p \geq \mu + 1$ (as cidades visitadas se repetem). Assim, os caminhos percorridos são complexos e dependem tanto do local de partida quanto da configuração dos dados (BACKES *et al.*, 2006). A Figura 2.4 mostra um exemplo das trajetórias de um turista em um mapa aleatório bidimensional (as trajetórias em negrito representam ciclos dos quais o turista não consegue escapar).

2.5.1 Caminhada do turista para imagens

No algoritmo original, cada ponto é considerado uma cidade do mapa. A tabela de vizinhança tem tamanho N^2 , visto que cada ponto interage com os $N - 1$ outros pontos. A memória μ pode ter valor $\mu = 0$ (memória nula, ou seja, o turista permanece no mesmo lugar), $\mu = 1$ (o turista segue para a cidade seguinte até que dois vizinhos reciprocamente mais próximos sejam encontrados, ocasionando um ciclo), ou $\mu = N - 1$ (todas as cidades são visitadas e não há ciclos). Entretanto, são os valores de memória intermediários $1 < \mu < N - 1$ que permitem que o turista siga trajetórias complexas, e, por conseguinte,

Figura 2.4:: exemplo de caminhada do turista em um mapa aleatório bidimensional.

Fonte: (CAMPITELI *et al.*, 2006).

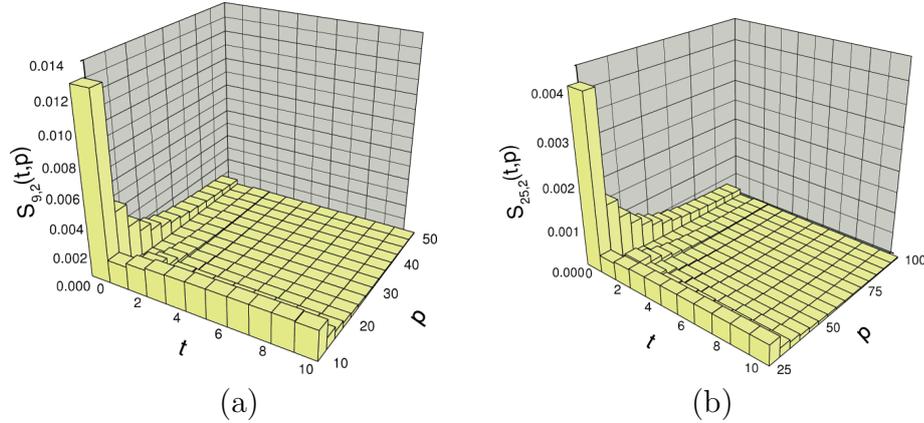
extraia padrões a partir dos dados. Desse modo, o algoritmo pode ser usado, por exemplo, para análise de agrupamentos de dados de forma hierárquica (CAMPITELI *et al.*, 2006).

No algoritmo para imagens ($d = 2$), algumas modificações foram efetuadas. Primeiramente, cada pixel interaja apenas com os pixels de sua vizinhança-8 e o turista segue sempre na direção da menor (ou maior) diferença em módulo de intensidade. Dessa maneira, a tabela de vizinhança apresenta o tamanho máximo de $N \times 8$, ou seja, com complexidade de espaço linear. A única exceção são os pixels pertencentes às bordas e aos cantos da imagem, que possuem um número menor de vizinhos. Uma outra modificação foi necessária para solucionar o problema de indecisão entre duas ou mais direções para as quais o pixel possa prosseguir - presença de dois ou mais vizinhos com a menor (ou maior) diferença de intensidade. Para esse caso, foi adotada a escolha do primeiro pixel no sentido horário (BACKES *et al.*, 2010).

Assim como no algoritmo original, as caminhadas complexas do turista nas imagens permitem extrair padrões dos dados (pixels). Para explorar esses padrões, o tempo de transição t (quantidade de pixels novos visitados) e o período de ciclo p (quantidade de pixels que são repetidamente visitados) são calculados e um mapa de distribuição $S_{\mu,d}(t, p)$ é construído para cada memória μ . Exemplos de mapas de distribuição são mostrados na Figura 2.5.

Um mapa de distribuição $S_{\mu,d}(t, p)$ é uma matriz tridimensional com eixos que representam a memória μ , o tempo de transição t e o período de ciclo p . Para cada valor de memória μ , há um grande número de informações que podem ser obtidas. Assim, é preciso

Figura 2.5:: mapa de distribuição de tempo de transição t e período de ciclo p para os valores de memória (a) $\mu = 9$ e (b) $\mu = 25$.



Fonte: (BACKES *et al.*, 2010).

estabelecer regras para a extração das informações realmente relevantes para caracterizar uma textura.

Para a obtenção das assinaturas, o primeiro passo é a criação de um histograma $h_\mu(n)$ a partir de um mapa de distribuição de memória μ , em que $n = t + p$. A seguir, os vetores de características podem ser obtidos de duas maneiras (BACKES *et al.*, 2010). Na primeira abordagem, o vetor de características ψ é construído a partir de um valor específico μ de um mapa de distribuição, conforme a equação

$$\psi_\mu(m) = [h_\mu(\mu + 1), h_\mu(\mu + 2) \dots h_\mu(t + p), h_\mu(\mu + m)]. \quad (2.23)$$

A segunda abordagem consiste na utilização de uma sequência de valores de memória μ para a montagem de um vetor composto pela concatenação de outros vetores. Nesse caso, cada vetor componente pertence a uma determinada memória μ e é obtido a partir da equação 2.23, conforme a equação

$$\varphi_{\mu_1 \dots \mu_f}(m) = [\psi_{\mu_1}(m), \psi_{\mu_2}(m) \dots \psi_{\mu_f}(m)]. \quad (2.24)$$

2.6 Gabor EEE

O método Gabor EEE (HOANG; GEUSEBROEK, 2002; HOANG; GEUSEBROEK; SMEULDERS, 2005) mede a textura colorida pela integração tanto da dimensão espacial

quanto da dimensão do comprimento de onda. Esse método aplica uma transformação linear do espaço RGB para um modelo de cor Gaussiano $(\tilde{E}, \tilde{E}_\lambda, \tilde{E}_{\lambda\lambda})$, definido por

$$\begin{pmatrix} \tilde{E} \\ \tilde{E}_\lambda \\ \tilde{E}_{\lambda\lambda} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.06 & 0.63 & 0.31 \\ 0.19 & 0.18 & -0.37 \\ 0.22 & -0.44 & 0.06 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R \\ G \\ B \end{pmatrix}. \quad (2.25)$$

A seguir, as medidas são obtidas pela aplicação de um conjunto de filtros de Gabor em cada canal $(\tilde{E}, \tilde{E}_\lambda, \tilde{E}_{\lambda\lambda})$.

2.7 Características baseadas em proporções de histograma (HRF)

O algoritmo de características baseadas em proporções de histograma (*Histogram Ratio Features* - HRF) (PASCHOS; PETROU, 2003) usa o conceito de co-ocorrência em histogramas de imagens coloridas para extrair informações de texturas dessas imagens. Primeiramente, esse método converte as imagens para o espaço de cor xyY , em que xy representa a crominância e Y representa a luminância. Para imagens RGB , a conversão é realizada por meio das seguintes equações

$$\begin{aligned} X &= 0,607R + 0,174G + 0,200B, \\ Y &= 0,299R + 0,587G + 0,114B, \\ Z &= 0,066G + 1,111B, \\ x &= X/(X + Y + Z), \\ y &= Y/(X + Y + Z). \end{aligned} \quad (2.26)$$

A seguir, o canal Y é normalizado entre 0 e 1 (os canais x e y já estão normalizados) e os três canais são discretizados pela quantidade $Q = 100$. Uma vez cumprida essa etapa, os histogramas das três camadas são convertidos em um único histograma por meio da seguinte equação

$$U(b_0, b_1, b_2) = Q^2 b_2 + Q b_1 + b_0, \quad (2.27)$$

em que b_0 , b_1 e b_2 são os histogramas dos canais x , y e Y , respectivamente.

A partir dos histogramas de cada imagem, o método obtém uma assinatura correspondente à cada classe das amostras de treinamento por meio do procedimento a seguir. Primeiramente, assume-se que haja N classes e K amostras por classe. Cada amostra de treinamento produz um histograma H_{ik} ($0 \leq i \leq N - 1$ e $0 \leq k \leq K - 1$), o qual pode ser caracterizado por dois conjuntos, um conjunto de índices B_{ik} e um conjunto das contagens correspondentes C_{ik}

$$B_{ik} = \{b_{ik_0}, b_{ik_1}, \dots, b_{ik_{M_{ik}-1}}\}, \quad (2.28)$$

$$C_{ik} = \{c_{ik_0}, c_{ik_1}, \dots, c_{ik_{M_{ik}-1}}\}, \quad (2.29)$$

em que M é o total de índices do histograma.

A intersecção de todos os histogramas H_{ik} da classe i (isto é, $\cap_k H_{ik}$) resulta no histograma H_i caracterizado pelas seguintes equações

$$B_i = \{b_{i_0}, b_{i_1}, \dots, b_{i_{M_i-1}}\}, \quad (2.30)$$

$$C_i = \{c_{i_0}, c_{i_1}, \dots, c_{i_{M_i-1}}\}, \quad (2.31)$$

em que

$$c_{i_j} = \{c_{i_j}^0, c_{i_j}^1, \dots, c_{i_j}^{K-1}\} \quad (2.32)$$

é o vetor de contagens correspondente a cada índice b_{i_j} (uma contagem por cada amostra de treinamento).

Para cada possível par de índices (b_l, b_m) em B_i ($l < m$) uma “característica de proporção” r_{lm} é definida por

$$r_{lm} = ((b_l, b_m), [r_{lm}^{\min}, r_{lm}^{\max}]), \quad (2.33)$$

em que

$$r_{lm}^{\min} = \min_{0 \leq k \leq K-1} \left\{ \frac{c_l^{(k)}}{c_m^{(k)}} \right\}, \quad (2.34)$$

$$r_{lm}^{\max} = \max_{0 \leq k \leq K-1} \left\{ \frac{c_l^{(k)}}{c_m^{(k)}} \right\}, \quad (2.35)$$

isto é, uma característica de proporção identifica tanto o par de índices quanto a faixa de valores possíveis de proporção de contagens entre os dois índices (PASCHOS; PETROU, 2003). Finalmente, um “conjunto de características de proporção” é definido pela equação

$$R_i = \{((b_l, b_m), [r_{lm}^{\min}, r_{lm}^{\max}]), 0 \leq l < m \leq M_i - 1\}. \quad (2.36)$$

A fase de teste consiste em apresentar uma imagem e determinar a intersecção de seu conjunto de características de proporção R_s com os conjuntos de características de proporção R_i das classes do conjunto de treinamento. O conjunto R_s é computado como descrito anteriormente, com a exceção de que há apenas um histograma (ao contrário dos K histogramas de treinamento). Assim, há apenas um valor de proporção r_{lm} (ao contrário do intervalo de valores de proporção) por característica de proporção, isto é, cada característica de proporção em R_s tem a forma $r = ((b_p, b_q), r_{pq})$. Cada r de R_s é comparado com os r 's de R_i . Se uma igualdade nos valores dos índices for encontrada, isto é, houver um $r_{lm} = ((b_l, b_m), [r_{lm}^{\min}, r_{lm}^{\max}]) \in R_i$ tal que $b_p = b_l$ e $b_q = b_m$, então o valor de proporção r_{pq} será comparado com o intervalo correspondente $[r_{lm}^{\min}, r_{lm}^{\max}]$. Se esse valor estiver nesse intervalo, uma característica em comum será encontrada e o contador de intersecção de R_s com R_i será incrementado em uma unidade. O processo se repete para cada $r \in R_s$ e para cada R_i . Ao final, a amostra é atribuída à classe com a qual possui a maior intersecção (PASCHOS; PETROU, 2003).

Como é possível perceber, o HRF possui um método de classificação próprio. Além disso, os vetores de características extraídos são específicos para cada imagem, o que dificulta a sua aplicação em outros classificadores.

2.8 Padrões binários locais com características de Haralick

O método dos padrões binários locais (*Local Binary Patterns* - LBP) foi primeiramente proposto no trabalho de Ojala, Pietikäinen e Mäenpää (2002) para extrair informações invariantes à rotação em imagens de textura em níveis de cinza. Para tanto, o procedimento básico do algoritmo é o seguinte: para um determinado pixel central t_c , cada pixel

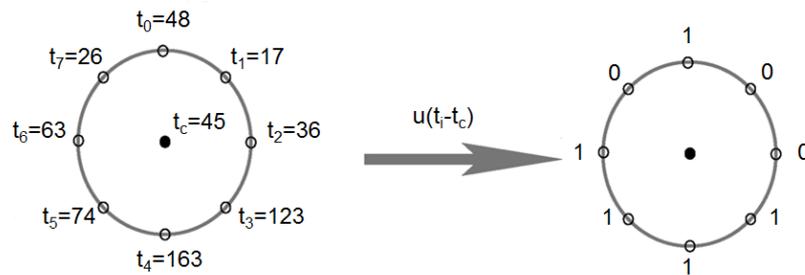
vizinho receberá um rótulo binário, que pode ser de valor 0, se tiver uma intensidade menor do que a do pixel central, ou de valor 1, caso contrário (ver Figura 2.6). No LBP padrão, os pixels vizinhos estão igualmente distribuídos sobre um círculo de raio r , cujo centro está localizado no pixel central t_c . O rótulo LBP para o pixel central é obtido pela equação

$$LBP_{m,r} = \min_{0 \leq n < m} \left\{ \sum_{i=0}^{m-1} u(t_i - t_c) 2^{[(i+n) \bmod m]} \right\}, \quad (2.37)$$

em que t_i é o i -ésimo pixel vizinho, m é o número total de pixels vizinhos, e $u(x) = 1$ se $x \geq 0$, caso contrário, $u(x) = 0$ (LIAO; LAW; CHUNG, 2009). O valor de m pode ser escolhido de acordo com o valor de r , como proposto no trabalho de Ojala, Pietikäinen e Mäenpää (2002), ou seja, $m = 8r$ para $r \in \{1, \frac{3}{2}, 2, 3\}$.

Como é possível perceber, a rotação das imagens causa um deslocamento circular dos rótulos binários nos locais t_0, t_1, \dots, t_{m-1} . Entretanto, esse efeito é eliminado pela equação 2.37, uma vez que esta retorna o valor mínimo entre o conjunto de valores obtidos pela aplicação de cada possível valor de n nessa equação. Esse valor mínimo denota o caráter invariante à rotação do LBP (LIAO; LAW; CHUNG, 2009). Além disso, os valores de intensidade dos pixels t_c e t_i são descartados pela função degrau $u(t_i - t_c)$ na equação 2.37, o que torna o método invariante a mudanças de escala na intensidade dos pixels.

Figura 2.6:: exemplo de padrões binários correspondentes a pixels de uma vizinhança-8 nas localizações t_0, t_1, \dots, t_7 , dado um pixel central t_c .

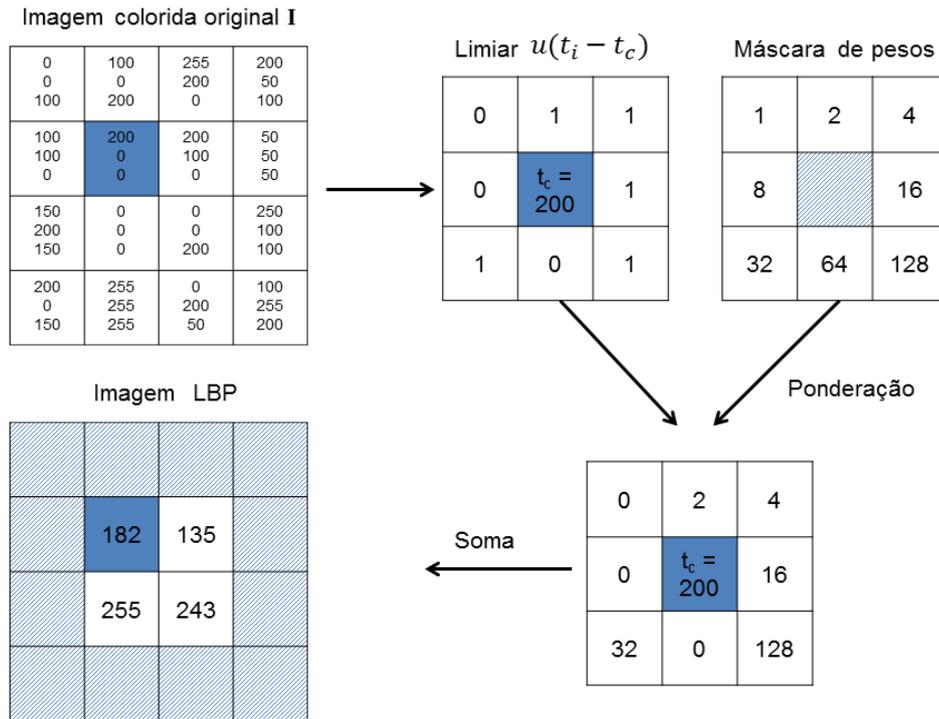


Fonte: (LIAO; LAW; CHUNG, 2009).

O método de análise de textura “LBP com características de Haralick” segue a metodologia constante no trabalho de Porebski, Vandenbroucke e Macaire (2008), que utiliza uma variante do LBP na qual os rótulos binários são sempre ponderados por uma sequência específica de potências de 2. Primeiramente, cada imagem é representada em 28 espaços de cores diferentes, como RGB, xyY etc. Em seguida, uma imagem LBP de cada canal de cor é obtida usando $m = 8$, mas considerando como intensidade do pixel

t o valor $\sqrt{C_1(t) + C_2(t) + C_3(t)}$, em que C_1 , C_2 e C_3 representam os valores do pixel t em cada um dos três canais do espaço de cor. A Figura 2.7 mostra os passos computacionais necessários para obter uma imagem LBP de uma imagem, em que cada pixel é representado pelos canais de cores C_1 , C_2 e C_3 .

Figura 2.7:: as diferentes etapas para a obtenção de uma imagem LBP a partir de uma imagem colorida usando $m = 8$.



Fonte: (POREBSKI; VANDENBROUCKE; MACAIRE, 2008).

Uma vez que as 28 imagens LBP são extraídas de uma imagem colorida, o próximo passo é obter matrizes de co-ocorrência a partir daquelas. Para tanto, são utilizadas as distâncias $d = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, perfazendo, por conseguinte, 28×5 matrizes de co-ocorrência por imagem colorida I . Vale salientar que cada matriz de co-ocorrência representa as orientações $\theta = \{0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ\}$. A seguir, de cada matriz de co-ocorrência são extraídas 14 características de Haralick (HARALICK; SHANMUGAM; DINSTEIN, 1973), totalizando um vetor de características de $28 \times 5 \times 14 = 1.960$ atributos. No trabalho de Porebski, Vandenbroucke e Macaire (2008) são extraídos os 10 atributos mais discriminativos desse vetor para a composição do vetor de características final do método.

2.9 Descritor de microestruturas

O descritor de microestruturas (*Micro-Structure Descriptor* - MSD) é um método de caracterização de texturas coloridas obtido pela computação de similaridades de orientação de bordas e de cores subjacentes. As cores subjacentes são aquelas que possuem orientação de bordas similares e podem simular o processo de percepção de cores pelos seres humanos. Com as microestruturas servindo como estrutura basilar, o algoritmo MSD pode extrair cor, textura e características de forma simultaneamente (LIU *et al.*, 2011).

Para uma imagem colorida $g(x, y)$ de tamanho $M \times N$, o algoritmo converte o espaço de cor RGB em HSV para detectar as características de microestrutura. No espaço de cor HSV , a imagem colorida é quantizada em 72 cores e as orientações de bordas são detectadas. A seguir, as microestruturas são definidas na imagem de orientação de bordas, e o MSD é construído baseado nas cores subjacentes das microestruturas. Essas etapas são apresentadas a seguir.

2.9.1 O espaço de cor HSV e a quantização das cores

O espaço de cor HSV é definido em termos de três componentes: Matiz (*Hue-H*), Saturação (*Saturation-S*) e Intensidade (*Value-V*) (GONZALEZ; WOODS, 2002). O componente H descreve o tipo de cor. Seu intervalo de valores está entre 0° e 360° , com a cor vermelha em 0° , a cor verde em 120° e a cor azul em 240° . O componente S se refere à pureza relativa da cor, ou seja, à quantidade de cor branca presente na imagem. Quanto menor a saturação da cor, mais “acinzentada” a cor se apresenta. Seu intervalo de valores está entre 0 e 1. O componente V representa o brilho, ou intensidade da cor. Seu intervalo de valores também está entre 0 e 1. No método MSD, o espaço de cor HSV é uniformemente quantizado em 72 cores. Especificamente, os canais de cor H , S e V são quantizados em 8, 3, e 3 níveis, respectivamente. A imagem colorida quantizada é denominada $C(x, y) = w$, $w \in \{0, 1, \dots, 71\}$ (LIU *et al.*, 2011).

2.9.2 Detecção de orientação de bordas no espaço de cor HSV

A orientação de bordas tem uma forte influência na percepção de imagens. O mapa de orientações em uma imagem representa as bordas de um objeto e estruturas de texturas, provendo a maior parte da informação na imagem. A literatura apresenta vários detectores de borda, como os operadores Sobel, Prewitt, Robert, Canny etc. Entretanto,

esses operadores foram projetados para imagens em níveis de cinza, enquanto que imagens coloridas possuem três canais de cor. A aplicação desses detectores aos três canais separadamente pode suprimir algumas bordas ocasionadas por variações espectrais. Por outro lado, se a imagem colorida for convertida para níveis de cinza, muita informação cromática será perdida (LIU *et al.*, 2011).

Para solucionar os problemas mencionados, o método MSD adota o procedimento a seguir. O espaço de cor HSV é convertido para um sistema de coordenadas Cartesianas para calcular os ângulos entre os vetores. Assim, seja (H, S, V) um ponto no sistema de coordenadas cilíndricas, e (H', S', V') a conversão de (H, S, V) para o sistema de coordenadas Cartesianas, $H' = S \cos(H)$, $S' = S \sin(H)$ e $V = V'$. A seguir, o operador Sobel é aplicado aos canais H' , S' , e V' de uma imagem colorida $g(x, y)$ em um sistemas de coordenadas Cartesianas. Os gradientes ao longo da direção horizontal x e vertical y podem então ser denotados pelos vetores $a(H'_x, S'_x, V'_x)$ e $b(H'_y, S'_y, V'_y)$. O ângulo θ entre os vetores a e b é a orientação de borda do pixel.

Após a orientação de borda θ de cada pixel ser computada, a mesma é uniformemente quantizada em m níveis, em que $m \in \{60^\circ, 120^\circ, 180^\circ, 240^\circ, 300^\circ, 360^\circ\}$. Desse modo, um mapa de orientação de bordas $\theta(x, y) = \phi$, $\phi \in \{0, 1, \dots, m - 1\}$ é criado. Os experimentos apresentados no artigo de Liu *et al.* (2011) empregaram $m = 6$ níveis no espaço de cor HSV .

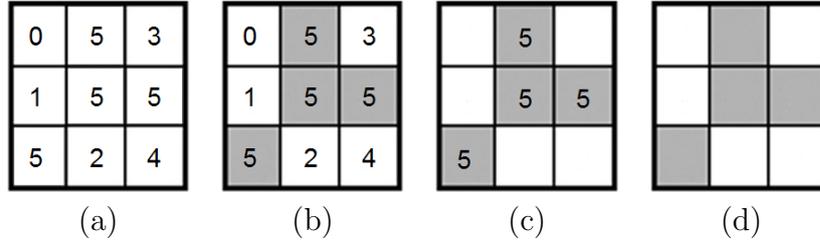
2.9.3 Extração do mapa de microestruturas

As microestruturas podem ser consideradas como uma extensão dos textons de Julesz ou uma versão em cores de textons. Uma vez que as microestruturas envolvem cor, textura e informação de forma, estas podem caracterizar uma textura colorida. Para encontrar as microestruturas, a imagem deve ser particionada em pequenos blocos, que são grades de tamanho 3×3 . A seguir, a imagem de orientação de bordas $\theta(x, y)$ é usada para definir as microestruturas porque a orientação de borda não é sensível à cor e à variação de iluminação e é independente de translação, escala e pequenas rotações. Esse bloco 3×3 desliza por toda a imagem para detectar as microestruturas (LIU *et al.*, 2011).

No bloco 3×3 , se um dos oito vizinhos tiver o mesmo valor do pixel central, então o mesmo permanecerá inalterado. Em caso contrário, esse pixel receberá um valor nulo. Se todos os oitos pixels receberem o valor nulo, então o bloco 3×3 não será considerado uma microestrutura e o pixel central também receberá o valor nulo. O padrão obtido dessa

operação é chamado microestrutura fundamental. A Figura 2.8 mostra um exemplo do processo de detecção de microestrutura.

Figura 2.8:: um exemplo de detecção de microestrutura; (a) uma grade 3×3 de um mapa de orientação de bordas; (b)-(c) processo de detecção de microestrutura; (d) microestrutura fundamental.



Fonte: (LIU *et al.*, 2011).

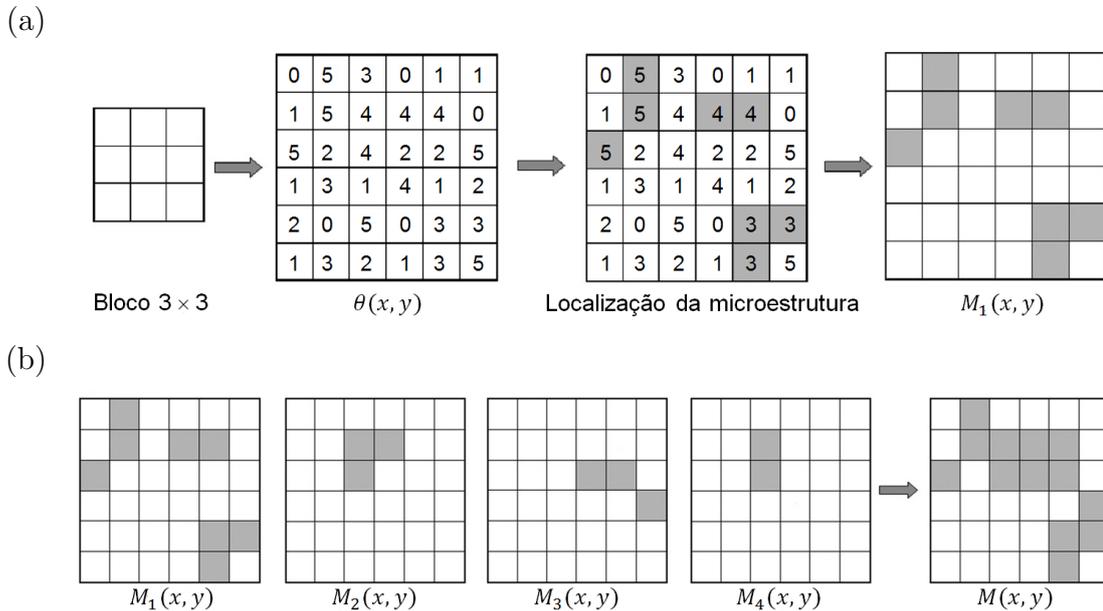
Supondo que o mapa de orientação de bordas $\theta(x, y)$ tenha tamanho $M \times N$, o deslizamento do bloco 3×3 por essa imagem pode acarretar a sobreposição de microestruturas fundamentais em uma mesma vizinhança. Para obter um mapa de microestruturas final de toda a imagem, é utilizado o algoritmo descrito a seguir:

1. começando a partir da origem da imagem ($p_1 = 0, p_2 = 0$), o bloco desliza por toda a imagem de orientação de bordas $\theta(x, y)$ com um passo de três pixels ao longo das direções horizontal e vertical, obtendo-se o mapa de microestruturas $M_1(x, y)$, em que $p_1 \leq x \leq M - 1$ e $p_2 \leq y \leq N - 1$;
2. começando a partir das posições ($p_1 = 1, p_2 = 0$), ($p_1 = 0, p_2 = 1$) e ($p_1 = 1, p_2 = 1$), o bloco desliza por toda a imagem de orientação de bordas $\theta(x, y)$ com um passo de três pixels ao longo das direções horizontal e vertical para obter os mapas de microestruturas $M_2(x, y)$, $M_3(x, y)$ e $M_4(x, y)$, respectivamente, em que $p_1 \leq x \leq M - 1$ e $p_2 \leq y \leq N - 1$;
3. o mapa de microestruturas final, denotado por $M(x, y)$, é obtido pela fusão dos quatro mapas precedentes por meio da seguinte regra

$$M(x, y) = \max\{M_1(x, y), M_2(x, y), M_3(x, y), M_4(x, y)\}. \quad (2.38)$$

A Figura 2.9 mostra o processo de extração do mapa de microestruturas. A Figura 2.9(a) mostra a extração do mapa de microestruturas $M_1(x, y)$. Os mapas $M_2(x, y)$, $M_3(x, y)$ e $M_4(x, y)$ podem ser obtidos de forma similar. A Figura 2.9(b) mostra a fusão dos quatro mapas para formar o mapa de microestruturas final $M(x, y)$.

Figura 2.9:: ilustração da extração do mapa de microestruturas; (a) extração do mapa de microestruturas $M_1(x, y)$; (b) fusão dos quatro mapas para formar o mapa de microestruturas final $M(x, y)$.



Fonte: (LIU *et al.*, 2011).

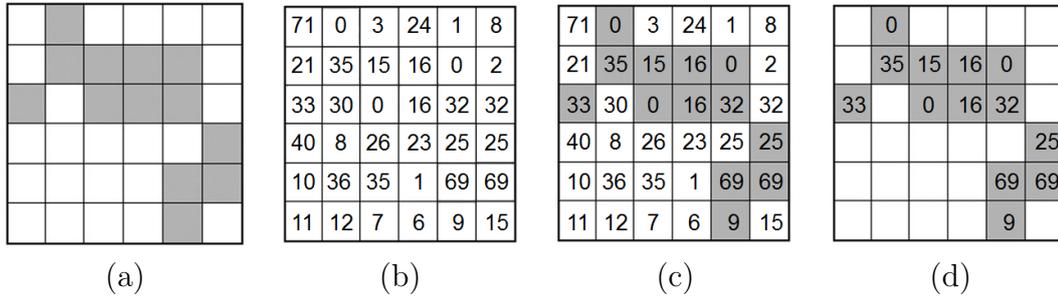
2.9.4 Imagem de microestruturas

Depois de o mapa de microestruturas $M(x, y)$ ser extraído da imagem de orientação de bordas $\theta(x, y)$, o mesmo é usado como uma máscara para extrair as informações das cores subjacentes da imagem quantizada $C(x, y)$. A Figura 2.10 ilustra esse processo. Todas as cores não contempladas pelo mapa $M(x, y)$ são consideradas nulas. Por conveniência de expressão, a imagem de microestruturas é denotada como $f(x, y)$. Como é possível perceber, na formação da imagem de microestruturas, tanto as características de bordas quanto as de cores são exploradas, isto é, o mapa de microestruturas combina cor, textura e características de borda (LIU *et al.*, 2011).

2.9.5 Vetor de características das microestruturas

Após o mapa de microestruturas ser extraído, o próximo passo é descrever suas características de modo que diferentes imagens possam ser comparadas. Seja $f(x, y) = w$, $w \in \{0, 1, \dots, 71\}$ os valores presentes na imagem de microestrutura. Em cada bloco 3×3 de $f(x, y)$, seja $P_0(x_0, y_0)$ a sua posição central ($f(P_0) = w_0$) e $P_i(x_i, y_i)$ as posições dos oito vizinhos de P_0 ($f(P_i) = w_i, i \in \{1, 2, \dots, 8\}$). Seja N_W o número de co-ocorrências de valores w_0 e w_i , e N_T o número de ocorrências de w_0 . Uma vez estabelecidos esses

Figura 2.10:: formação da imagem de microestruturas; (a) exemplo de mapa de microestruturas $M(x, y)$; (b) imagem de cor quantizada $C(x, y)$; (c) sobreposição do mapa de microestruturas na imagem $C(x, y)$; (d) imagem de microestruturas resultante $f(x, y)$.



Fonte: (LIU *et al.*, 2011).

parâmetros, as características de microestruturas são obtidas pelo deslizamento do bloco 3×3 por toda a imagem de microestruturas $f(x, y)$, conforme a equação

$$H(w_0) = \begin{cases} \frac{N_W\{f(P_0)=w_0 \wedge f(P_i)=w_i \mid |P_0-P_i|=1\}}{8N_T\{f(P_0)=w_0\}}, \\ \text{em que } w_0 = w_i, \quad i \in \{1, 2, \dots, 8\}. \end{cases} \quad (2.39)$$

O vetor $H(w_0)$, que possui um total de 72 características, expressa como a correlação espacial de cores vizinhas subjacentes se distribui na imagem de microestruturas. Dessa forma, o algoritmo MSD pode descrever as diferentes combinações e a distribuição espacial das microestruturas, propiciando uma assinatura que contempla cor, textura e formas (LIU *et al.*, 2011).

2.9.6 Processo de classificação

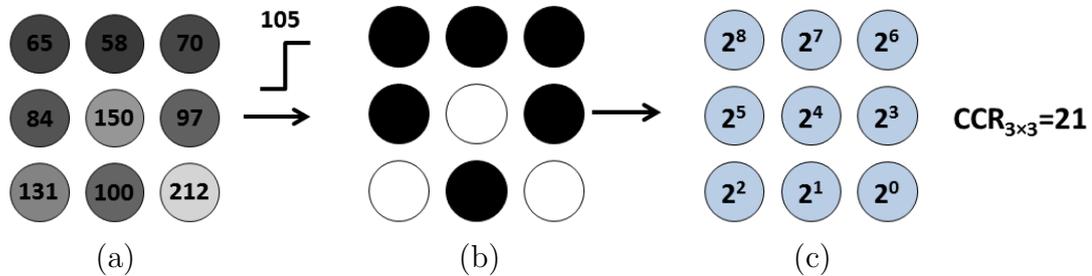
Para cada imagem colorida em um banco de dados, um vetor de características K -dimensional $T = [T_1, T_2, \dots, T_K]$ é extraído e armazenado com o respectivo rótulo. Seja $Q = [Q_1, Q_2, \dots, Q_K]$ o vetor de características de uma imagem cujo rótulo é desconhecido. A classificação dessa imagem é obtida por meio da distância L_1 , calculada por

$$D(T, Q) = \sum_{i=1}^K |T_i - Q_i|. \quad (2.40)$$

Para o algoritmo MSD, $K = 72$ para imagens coloridas. O vetor de características Q recebe o rótulo do vetor de características T que possui a menor distância.

2.10 CCR multicamadas

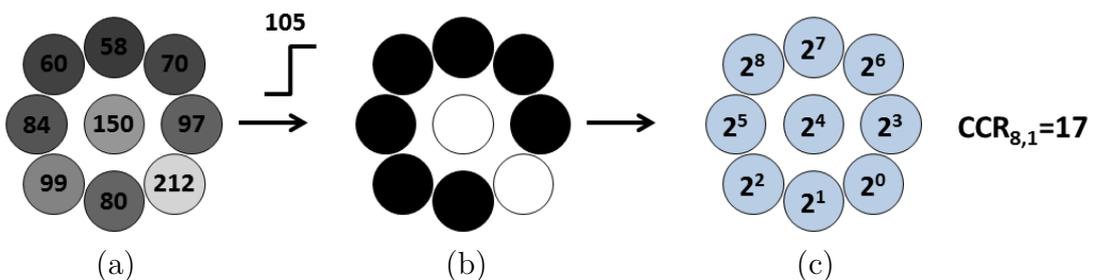
Figura 2.11:: (a) imagem original em níveis de cinza; (b) padrão binário após limiarização (cor preta=bit 0 e cor branca=bit 1); e (c) máscara de ponderação e código $CCR_{3 \times 3}$.



Fonte: adaptado do trabalho (BIANCONI *et al.*, 2009).

A representação de agrupamentos por coordenadas (*Coordinated Cluster Representation* - CCR) é um descritor de textura baseado na probabilidade de ocorrências de padrões elementares binários (texels). No CCR original, o vetor de características é o histograma da ocorrência de possíveis padrões binários que podem ser identificados em uma janela quadrada, usualmente de tamanho 3×3 pixels. Nesse caso, o vetor de características possui 2^9 atributos. Esse modelo foi posteriormente estendido para imagens em níveis de cinza por meio do estabelecimento de um limiar global para a imagem. A Figura 2.11 mostra um exemplo de conversão de um código $CCR_{3 \times 3}$ para um textel. É importante salientar que a disposição dos elementos na máscara de ponderação é arbitrária e que um arranjo diferente dos elementos resulta apenas em um código diferente para os textels. Além disso, o limiar de binarização precisa ser selecionado de forma criteriosa para a preservação da informação da textura (BIANCONI *et al.*, 2009).

Figura 2.12:: versão simétrica circular do CCR ($CCR_{8,1}$); (a) imagem original em níveis de cinza; (b) padrão binário após limiarização; e (c) máscara de ponderação e código $CCR_{8,1}$.



Fonte: adaptado do trabalho (BIANCONI *et al.*, 2009).

Como é possível perceber, o modelo apresentado não é invariante à rotação das imagens. Características CCR invariantes à rotação podem ser obtidas de forma similar ao operador LBP 3×3 (OJALA; PIETIKÄINEN; MÄENPÄÄ, 2002), um modelo relacionado no qual o valor do pixel central da janela 3×3 é usado como limiar, resultando em 2^8 padrões possíveis. Para tanto, é necessário substituir a vizinhança quadrada do $CCR_{3 \times 3}$ por uma vizinhança circular, conforme exemplo da Figura 2.12. O operador CCR invariante à rotação é obtido pelo agrupamento de todos os padrões que são versões rotacionadas do mesmo padrão. Essa operação reduz o número de possíveis códigos e, por conseguinte, a dimensão do vetor de características. A Figura 2.13 mostra quatro versões rotacionadas de um mesmo padrão. Uma redução adicional do vetor de características poderá ser obtida se forem considerados apenas os “padrões uniformes” (OJALA; PIETIKÄINEN; MÄENPÄÄ, 2002), que são padrões nos quais há, no máximo, duas transições nos oito pixels vizinhos, conforme exemplo na Figura 2.14 (BIANCONI *et al.*, 2009).

Figura 2.13:: amostras de versões rotacionadas de um mesmo padrão.

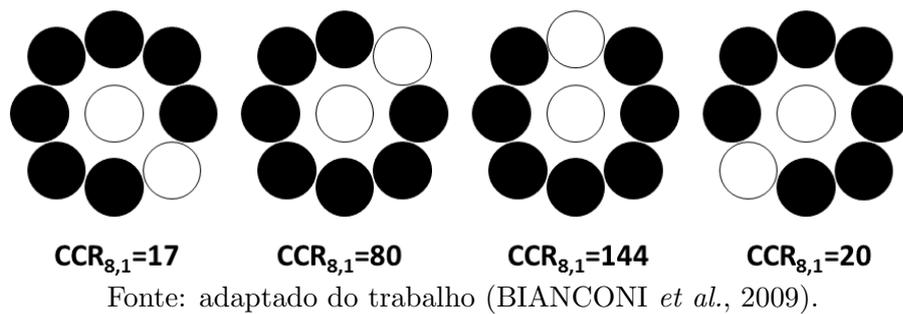
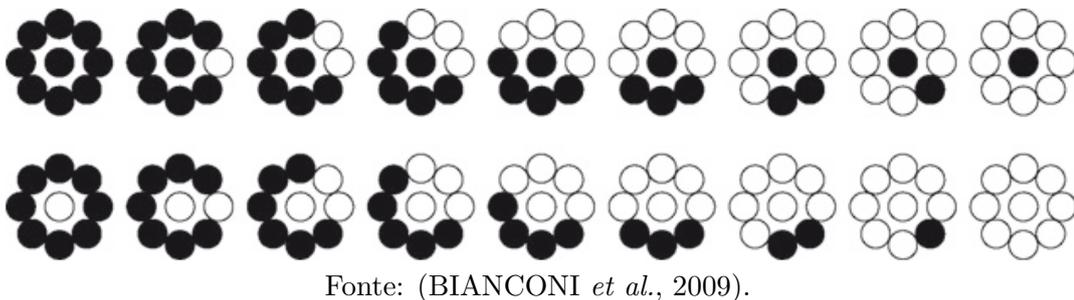


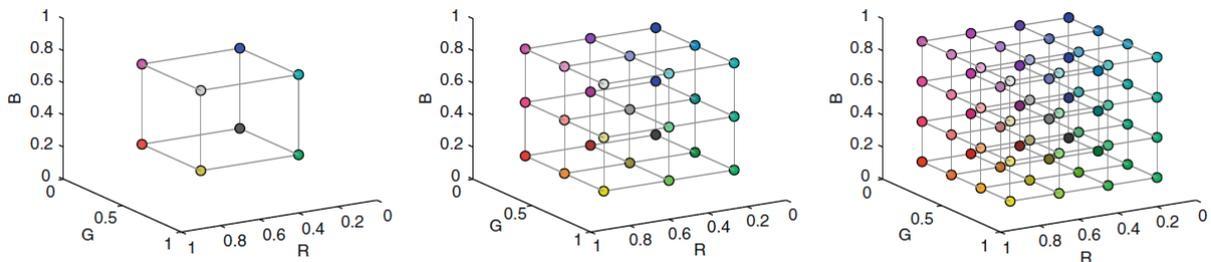
Figura 2.14:: os 18 possíveis padrões uniformes do CCR.



A idéia básica do método CCR multicamadas é, dado um conjunto de cores representativas (paleta), um padrão de cor (como, por exemplo, uma janela 3×3) pode ser representada por meio de padrões binários, um para cada cor representativa. Para tanto, é necessário um estágio de pré-processamento para indexação de cor de modo a construir uma pilha de imagens binárias. Para esse propósito, o espaço de cor RGB é uniformemente

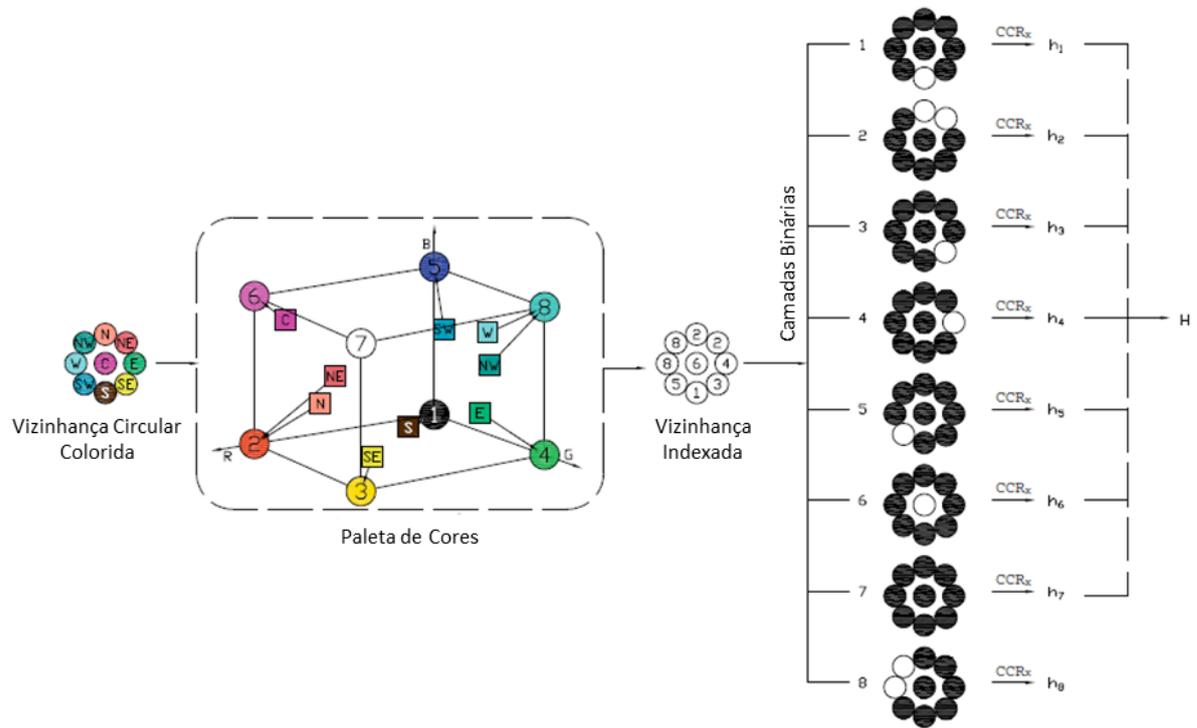
quantizado: n amostras são obtidas de cada eixo do espaço de cor, resultando em uma paleta de $N = n^3$ cores. A Figura 2.15 mostra exemplos de paletas com 8, 27 e 64 níveis. Uma vez que a paleta é computada, cada pixel da janela 3×3 recebe o índice da cor mais próxima da paleta, calculada por meio da distância Euclidiana. A seguir, a vizinhança é particionada em um conjunto de N camadas binárias, cada camada correspondendo a uma das N cores da paleta, com a convenção de que na camada $l \in \{1, 2, \dots, N\}$ recebe valor 1 se seu índice de cor é l , e 0 caso contrário. Isso resulta em um conjunto de padrões binários, como os presentes na Figura 2.13, para cada camada. A seguir, cada padrão binário pode ser caracterizado por meio de um descritor de textura binário CCR apropriado. A Figura 2.16 mostra o procedimento completo para a obtenção de um vetor de características. Cada cor da vizinhança circular recebe um índice da paleta de cores pré-definida composta de N cores (no presente caso, $N = 8$). Valores inteiros são usados na figura para indicar a posição das cores de cada pixel da vizinhança circular no espaço de cor RGB (BIANCONI *et al.*, 2009).

Figura 2.15:: quantização uniforme do espaço de cor RGB em 8, 27 e 64 níveis.



Fonte: (BIANCONI *et al.*, 2009).

Figura 2.16:: procedimento para computar o CCR multicamadas.



Fonte: (BIANCONI *et al.*, 2009).

Capítulo 3

MÉTODOS BASEADOS EM MODELOS GRAVITACIONAIS

3.1 Considerações sobre o sistema gravitacional

Como estabelecido por Isaac Newton nos “Principia”, duas partículas massivas no universo atraem-se com uma força que é diretamente proporcional ao produto de suas massas e inversamente proporcional ao quadrado da distância que as separa (NEWTON, 1999). Essa força é dada por

$$\vec{f}_{1,2} = \frac{G \cdot m_1 \cdot m_2}{\|\vec{r}\|^2} \cdot \frac{\vec{r}}{\|\vec{r}\|}, \quad (3.1)$$

em que m_1 e m_2 são as massas das duas partículas, G é a constante gravitacional, \vec{r} é um vetor conectando as posições das partículas e $f_{1,2}$ é a força entre tais massas. $\|\cdot\|$ denota a magnitude ou norma de um vetor. Por padrão, é considerada a norma Euclideana.

Como uma força tem magnitude e direção, em um sistema mais complexo no qual uma partícula sofre a influência de outras partículas, a força resultante nessa partícula é dada pela soma de cada força computada entre essa partícula e as demais, conforme a equação

$$\vec{F}_1 = \sum_i \vec{f}_{1,i} = \sum_i \left(\frac{G \cdot m_1 \cdot m_i}{\|\vec{r}_{1,i}\|^2} \cdot \frac{\vec{r}_{1,i}}{\|\vec{r}_{1,i}\|} \right), \quad (3.2)$$

em que os vetores representados por letra minúscula \vec{f} representam as forças gravitacionais produzidas entre duas partículas massivas, enquanto que a força resultante, isto é, a

combinação das várias forças sobre a partícula massiva é representada pelo vetor em letra maiúscula \vec{F} .

3.1.1 O sistema gravitacional simplificado para análise de textura

Antes de aplicar a teoria dos sistemas gravitacionais em uma imagem de textura, algumas considerações são necessárias. A literatura comumente descreve uma textura em níveis de cinza como uma estrutura bidimensional de pixels. Assim, seja $I(x, y) = g$, $x = 1 \dots M_x$ e $y = 1 \dots N_y$ um pixel em uma imagem I , em que x e y são as coordenadas cartesianas do pixel $I(x, y)$. O valor inteiro $g = 0, \dots, 255$ associado ao pixel $I(x, y)$ representa a intensidade do pixel.

Cada pixel $I(x, y)$ é considerado como uma partícula massiva no sistema gravitacional, em que a intensidade associada àquele pixel, $I(x, y)$, é a sua massa m . Em um sistema gravitacional, todas as partículas interagem uma com as outras. Implementar esse sistema dinâmico de pontos com massas associadas em um sistema de análise de imagem exige um grande custo computacional, resultando em um método extremamente moroso. Em vez de adotar esse procedimento, é proposto o uso de um sistema simplificado, inspirado nas características de algumas galáxias, inclusive a Via Láctea: um buraco negro extremamente massivo. Acredita-se que a maioria das galáxias contenha buracos negros supermassivos nos seus centros. A gravidade acarreta o movimento em forma de espiral do material da galáxia (por exemplo, gases, poeira e estrelas) em direção a esse corpo central (BLANDFORD, 1999).

Obviamente, à medida que a galáxia gira em seu processo de colapso, seus componentes (estrelas, gases, planetas etc.) interagem uns com os outros. De modo a evitar essa complexidade, a abordagem proposta objetiva modelar a textura por meio de um sistema de colapso simples, não considerando a interação entre as partículas. Para alcançar esse intento, é considerada a existência de um objeto de massa M no centro da imagem de textura I . Essa massa M deve apresentar um valor adequado para um processo de colapso gradual do sistema.

Para simular o modelo de colapso de uma imagem de textura, é proposto usar duas forças que atuem sobre o pixel. Primeiramente, é usada a força gravitacional de acordo com as regras desenvolvidas por Isaac Newton (NEWTON, 1999) e previamente descritas na equação 3.1 para simular a força gravitacional de atração entre uma partícula e um

objeto de massa M no centro da imagem

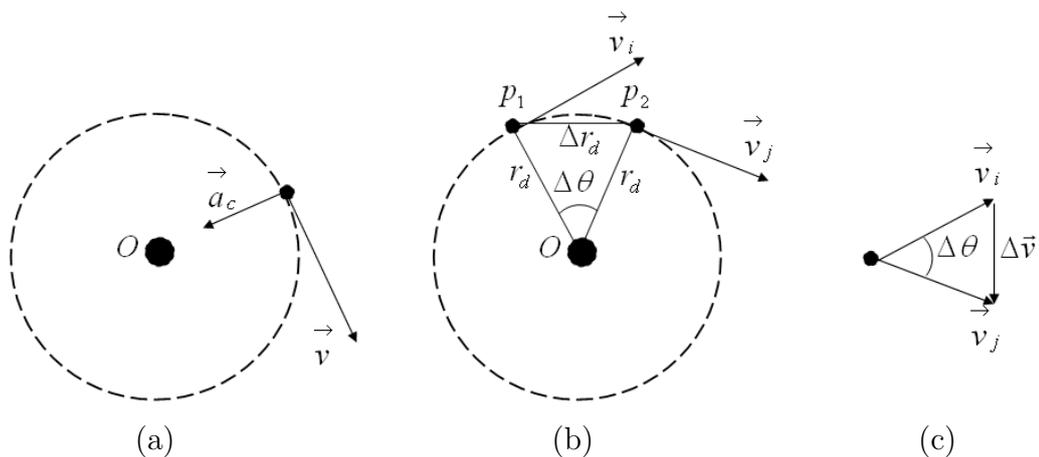
$$\vec{f}_a = \frac{G.m.M}{\|\vec{r}\|^2} \cdot \frac{\vec{r}}{\|\vec{r}\|}. \quad (3.3)$$

A segunda força considerada é a força centrípeta (HALLIDAY; RESNICK; WALKER, 2005), definida como

$$\vec{f}_c = m.\vec{a}_c, \quad (3.4)$$

em que f_c é a força centrípeta, m é a massa e \vec{a}_c é a aceleração centrípeta.

Figura 3.1:: (a) uma partícula movendo-se ao longo de uma trajetória circular em velocidade constante; (b) à medida que uma partícula se move de p_1 para p_2 , seu vetor de velocidade muda de \vec{v}_i para \vec{v}_j ; (c) triângulo que determina a variação de velocidade $\Delta\vec{v}$.



Fonte: (SÁ JUNIOR; BACKES, 2012).

A aceleração centrípeta \vec{a}_c , que é direcionada ao centro da trajetória circular (Figura 3.1(a)), tem sua magnitude definida por

$$\|\vec{a}_c\| = \frac{\|\vec{v}\|^2}{r_d}, \quad (3.5)$$

em que \vec{v} é a velocidade tangencial e r_d é o raio da trajetória circular.

Para derivar a equação 3.5, é possível usar a Figura 3.1(b), a qual mostra uma partícula em dois momentos diferentes. Essa partícula está em p_1 no tempo t_i e sua velocidade é v_i . A seguir, está em p_2 no tempo t_j , e sua velocidade é v_j . Se for assumido que ambas as velocidades diferem apenas na direção, isto é, $\|\vec{v}_i\| = \|\vec{v}_j\| = \|\vec{v}\|$, então será possível calcular a magnitude da aceleração como

$$\|\vec{a}_c\| = \frac{\|\vec{v}_j - \vec{v}_i\|}{t_j - t_i} = \frac{\|\Delta\vec{v}\|}{\Delta t}. \quad (3.6)$$

Considerando que o triângulo na Figura 3.1(b), que tem lados Δr_d e r_d , e o triângulo na Figura 3.1(c), com lados $\|\vec{v}\|$ e $\|\Delta\vec{v}\|$, são similares, é possível estabelecer a seguinte relação

$$\frac{\|\Delta\vec{v}\|}{\|\vec{v}\|} = \frac{\Delta r_d}{r_d}. \quad (3.7)$$

Essa equação pode ser resolvida para $\|\Delta\vec{v}\|$ e a expressão obtida substituída em $\|\vec{a}_c\| = \|\Delta\vec{v}\|/\Delta t$ (equação 3.6), resultando em

$$\|\vec{a}_c\| = \frac{\|\vec{v}\| \Delta r_d}{r_d \Delta t}. \quad (3.8)$$

Finalmente, se os pontos p_1 e p_2 forem considerados extremamente próximos, $\Delta\vec{v}$ apontará em direção ao centro da trajetória circular e devido ao fato de que a aceleração também possui a mesma direção de $\Delta\vec{v}$, a mesma também apontará para o centro da trajetória. Além disso, à medida que os pontos p_1 e p_2 aproximam-se um do outro, Δt tende a 0, e a proporção tende à magnitude da velocidade \vec{v} . No limite $\Delta t \rightarrow 0$, a magnitude da aceleração centrípeta é dada pela equação 3.5.

O próximo passo é estabelecer a faixa de velocidades tangenciais de modo que todos os pixels possam colapsar lentamente. Uma velocidade muito alta não causa o processo de colapso do modelo, enquanto que baixas velocidades implicam um processo de colapso muito rápido, o que resulta em mudanças abruptas na configuração do padrão de textura e, como consequência, perda de informação. Desse modo, é estabelecido que $f_a = f_c$ (equações 3.3 e 3.4), assim obtendo-se a mais alta velocidade tangencial $\|\vec{v}_{max}\|$, conforme a equação

$$\|\vec{v}_{max}\| = \sqrt{\frac{GM}{r_{max}}}, \quad (3.9)$$

em que r_{max} é a maior distância entre um pixel e o centro da imagem. Essa velocidade garante que até mesmo o pixel mais distante do centro da imagem entre em processo de colapso. Para extrair informação concernente tanto à distância quanto à intensidade de nível de cinza, cada pixel tem sua velocidade determinada de acordo com a equação

$$\|\vec{v}_{pix}\| = \left(1 + \frac{I(x, y)}{255}\right) \frac{\|\vec{v}_{max}\|}{2}, \quad (3.10)$$

em que \vec{v}_{pix} é a velocidade tangencial do pixel e $I(x, y)$ é o seu nível de cinza. Esse procedimento garante que cada pixel tenha uma trajetória particular definida por sua distância e intensidade e, por conseguinte, propicia que a imagem tenha sua própria assinatura.

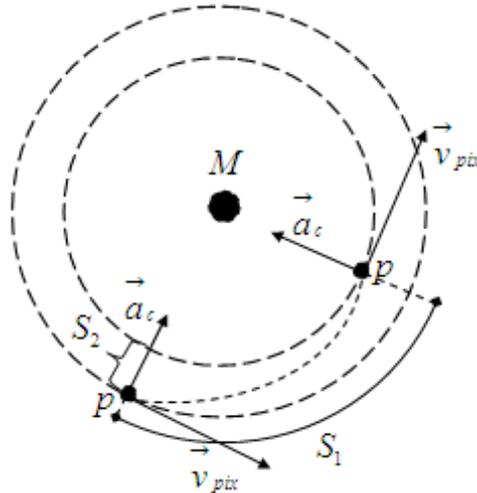
As regras descritas garantem que os pixels tenham dois tipos de movimento, o que permite determinar suas novas posições. O primeiro movimento é constante, anti-horário, e definido por $S_1 = \|\vec{v}_{pix}\| t$, em que S_1 é a distância percorrida pelo pixel/partícula no tempo t . Para computar essa nova posição, é suficiente rotacionar o pixel usando um ângulo de $S_1/(2\pi r)$, em que r é a distância entre o pixel e o centro da imagem.

O segundo movimento é retilíneo e acelerado, que aponta em direção ao centro da imagem. Essa nova localização do pixel é definida como $S_2 = (1/2) \|\vec{a}_{pix}\| t^2$, em que \vec{a}_{pix} é a aceleração do pixel em direção ao centro da imagem, definida por

$$\vec{a}_{pix} = \begin{cases} \|\vec{f}_a - \vec{f}_c\| / I(x, y), & \text{se } I(x, y) \neq 0 \\ 0, & \text{se } I(x, y) = 0, \end{cases} \quad (3.11)$$

em que S_2 indica a distância percorrida pelo pixel no tempo t . Para computar essa nova posição, os eixos x e y são decrementados/incrementados usando a proporção S_2/r . A Figura 3.2 mostra como um pixel se move em um determinado passo de tempo t .

Figura 3.2:: exemplo de um modelo gravitacional simplificado em que um pixel p colapsa porque não tem velocidade tangencial suficiente, cuja nova posição é definida pelas distâncias S_1 e S_2 .



Fonte: (SÁ JUNIOR; BACKES, 2012).

Esse sistema é chamado “simplificado” por três razões principais. A primeira, como previamente estabelecida, é porque não há atração gravitacional entre os pixels, apenas entre cada pixel e o objeto de massa M no centro da imagem de textura. A segunda razão é que o centro gravitacional está sempre localizado no centro da imagem, não importando o valor de M . A terceira é porque, eventualmente, dois ou mais pixels podem tentar ocupar a mesma posição na imagem durante o processo de colapso. Nessa situação, a posição recebe a média das intensidades de nível de cinza dos pixels. Essas adaptações são necessárias para reduzir a complexidade do método e para preservar as informações da imagem.

É importante salientar que, embora haja perda de informação durante o processo de colapso, até um certo ponto (valor de t), esse efeito é compensado pelas novas configurações de estado criadas, cada uma definida pelos movimentos singulares dos pixels, o que depende de suas distâncias ao centro da imagem e de suas massas (intensidades de nível de cinza).

3.2 A assinatura do processo de colapso

Esta seção descreve o processo de extração de características pelos métodos Bouligand-Minkowski e gliding-box.

3.2.1 Dimensão fractal Bouligand-Minkowski

A dimensão fractal é uma propriedade associada aos objetos fractais. Esse conceito foi desenvolvido por Mandelbrot como uma ferramenta para caracterizar a complexidade desses objetos (MANDELROT, 1982). Não obstante o seu nome, a dimensão fractal possui um conceito diferente da dimensão topológica. Enquanto esta é um número inteiro relacionado ao número de dimensões do espaço no qual um objeto é inserido, aquela é um valor não-inteiro que descreve a complexidade de um objeto fractal em termos de irregularidade e ocupação de espaço (SCHROEDER, 1996).

A literatura descreve a dimensão fractal como uma ferramenta muito poderosa para estimar a complexidade de uma forma. Apesar do grande número de métodos presentes na literatura, a dimensão fractal Bouligand-Minkowski é considerada o método mais acurado (TRICOT, 1995). Essa dimensão estima a complexidade de formas por meio do estudo de suas áreas de influência, as quais são computadas pela dilatação de um objeto por um

disco de raio r . Essa característica do método é muito sensível a mudanças estruturais do objeto.

A dimensão fractal Bouligand-Minkowski foi originalmente proposta para análise de formas (PLOTZE *et al.*, 2005). Recentemente, a mesma também está sendo usada para análise de texturas (BACKES; CASANOVA; BRUNO, 2009) pela extensão do processo de dilatação. Seja $I(x, y)$ o valor de intensidade associado a uma imagem bidimensional I . Essa imagem I pode ser facilmente mapeada para uma superfície $S \in R^3$ pela conversão de cada pixel da imagem I em um ponto $s = (x, y, z)$, $s \in S$, em que $z = I(x, y)$. Aplicando o processo de dilatação sobre a superfície resultante S , a dimensão fractal Bouligand-Minkowski D é estimada por

$$D = 3 - \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\log V(r)}{\log r}, \quad (3.12)$$

com

$$V(r) = |\{s' \in R^3 | \exists s \in S : |s - s'| \leq r\}|, \quad (3.13)$$

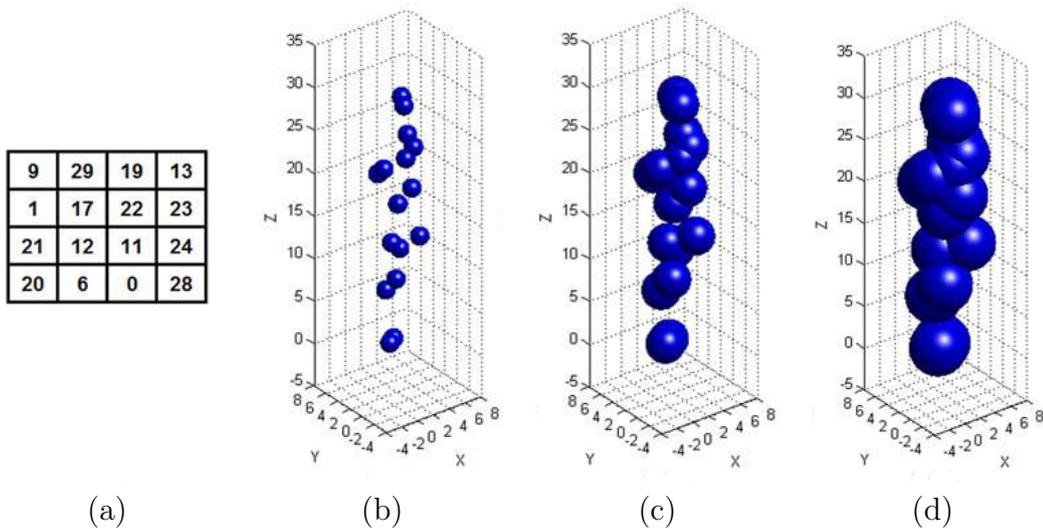
em que $V(r)$ representa o volume de influência computado por meio da dilatação de cada ponto de S usando uma esfera de raio r . Esse processo de dilatação é ilustrado na Figura 3.3. Nesta, um conjunto de pixels (mostrado na Figura 3.3(a)) tem suas coordenadas e valores de intensidades mapeados para um conjunto de pontos no espaço 3D (mostrado na Figura 3.3(b)). Então, cada ponto 3D é dilatado por uma esfera de raio r (mostrado nas Figuras 3.3(c)-(d)). Como é possível observar, quanto maior o raio r usado, maior a intersecção das esferas dilatadas. Essa intersecção entre as esferas perturba a maneira como o volume de influência $V(r)$ cresce: quanto maior a intersecção entre as esferas, menor o volume de influência. Como resultado, o volume de influência é uma característica diretamente relacionada à rugosidade do padrão de textura.

Da linha de regressão obtida no gráfico log-log de $r \times V(r)$, é possível computar a dimensão fractal Bouligand-Minkowski $D = 3 - \alpha$, em que α é o grau de inclinação da linha estimada, conforme mostrado na Figura 3.4.

3.2.2 Lacunaridade pelo método gliding-box

O conceito de lacunaridade foi introduzido por Mandelbrot (MANDELBROT, 1982) para caracterizar diferentes padrões de textura que apresentavam a mesma dimensão

Figura 3.3:: exemplo do cálculo do volume de influência $V(r)$; (a) conjunto inicial de pixels; (b) pixels mapeados em um conjunto de pontos no espaço 3D; (c)-(d) processo de dilatação para diferentes valores de raio ($r = \{2, 3\}$).



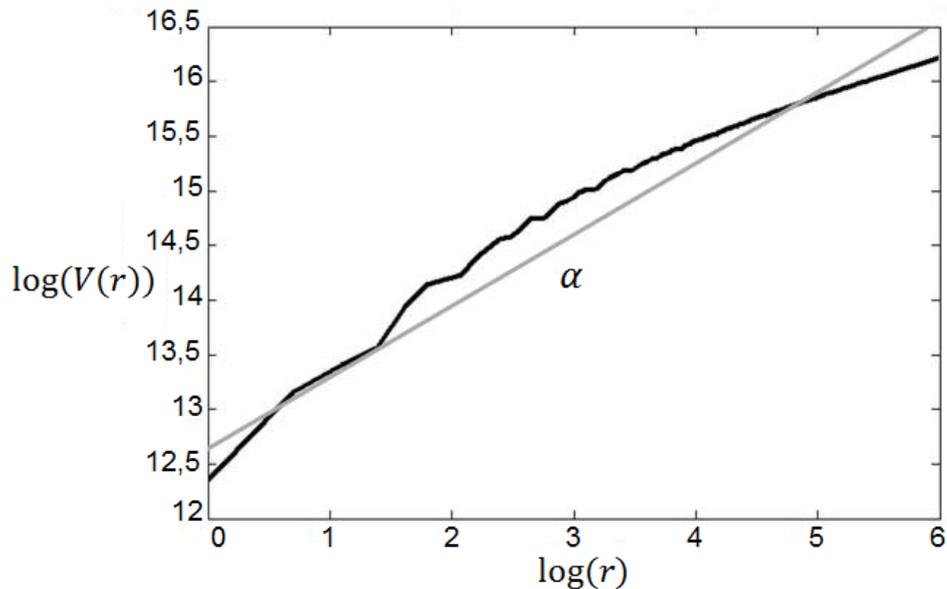
Fonte: (SÁ JUNIOR; BACKES, 2012).

fractal. Inicialmente proposta para padrões binários, a lacunaridade descreve uma textura de acordo com o número de *gaps* (lacunas) dispersos sobre a mesma. Esse descritor é considerado como uma medida multiescala da heterogeneidade da textura, uma vez que a medida de lacunaridade depende do tamanho do *gap* (ALLAIN; CLOITRE, 1991).

O algoritmo *gliding-box* (janela deslizante) é frequentemente usado para computar a lacunaridade devido a sua simplicidade (ALLAIN; CLOITRE, 1991; FACON; MENOTI; ARAÚJO, 2005). Esse método consiste em deslizar uma janela de tamanho l sobre um padrão de textura e contar o número de *gaps* existentes no padrão binário. Com o passar dos anos, essa abordagem foi também estendida para aplicação em imagens em níveis de cinza (DONG, 2000; DU; YEO, 2002). Em vez de simplesmente contar o número de *gaps*, essa abordagem computa o valor mínimo u e máximo v de pixels dentro de uma janela. De acordo com esses valores, uma coluna com mais de um cubo pode ser necessária para cobrir as coordenadas de intensidade da imagem. Essa altura relativa de coluna é definida como $S = \lceil v/l \rceil - \lfloor u/l \rfloor$. Considerando cada possível posição de janela na imagem, é computada a distribuição de probabilidade $Q(S, l)$ da altura relativa pelo tamanho da janela l . Desse modo, a lacunaridade é computada por

$$\Lambda(l) = \frac{\sum_{i=1}^k S_i^2 \cdot Q(S_i, l)}{\left[\sum_{i=1}^k S_i \cdot Q(S_i, l) \right]^2}, \quad (3.14)$$

em que k é o total de alturas relativas diferentes S_i que podem ser obtidas a partir de um

Figura 3.4.: curva log-log $r \times V(r)$ e o grau de inclinação α da linha de regressão.

Fonte: (SÁ JUNIOR; BACKES, 2012).

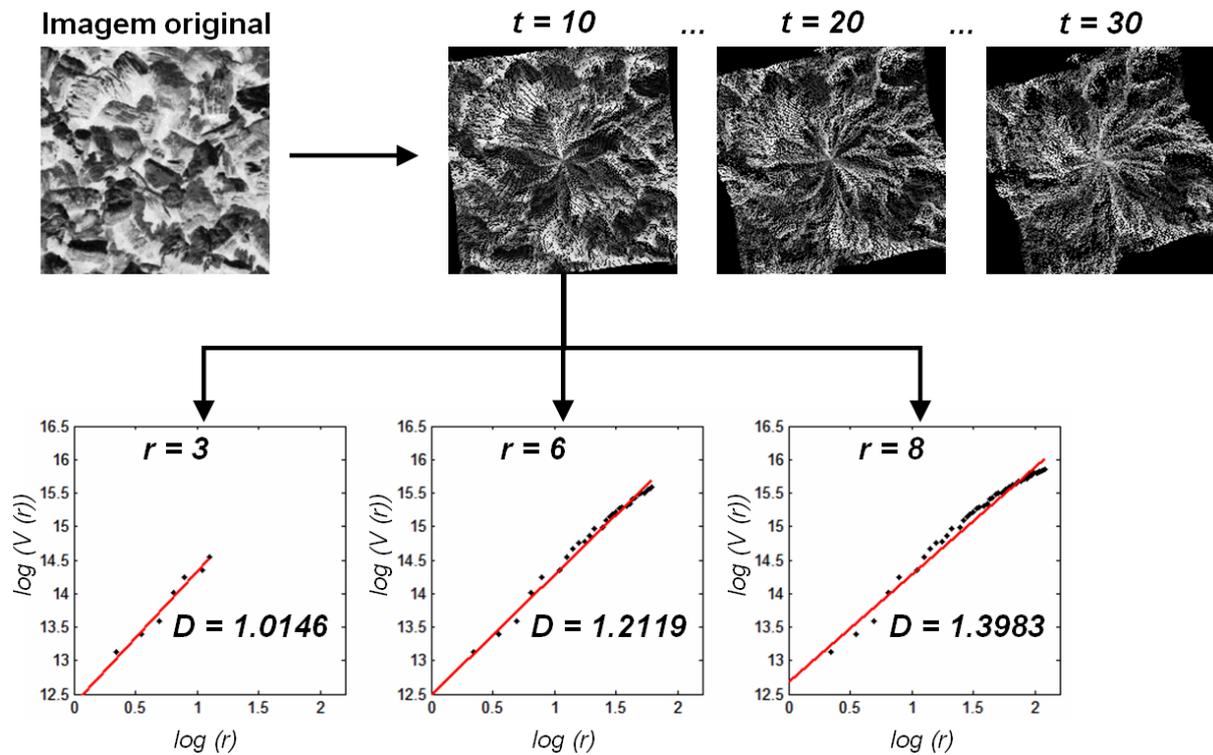
mesmo tamanho de janela l .

3.2.3 Assinatura do método

À medida que o padrão de textura colapsa, sua complexidade muda. Desse modo, o padrão de textura é caracterizado pelas variações de sua dimensão fractal e lacunaridade, computadas pelos métodos Bouligand-Minkowski e gliding-box, respectivamente, para diferentes passos de tempo t . A Figura 3.5 apresenta uma representação esquemática da metodologia. O procedimento inicia com um único padrão de textura (imagem original). A seguir, diferentes estágios do processo de colapso da textura são computados a partir desse padrão (por exemplo, $t = \{10, 20, 30\}$) usando a abordagem gravitacional proposta (ver Seção 3.1). Para cada uma das imagens resultantes, um dos dois métodos citados previamente é aplicado para o cálculo da complexidade das imagens. A dimensão fractal $D(r)$ e a lacunaridade $\Lambda(l)$ são computadas usando diferentes raios r e janelas l (por exemplo, $r = \{3, 6, 8\}$). Essa representação é escolhida pelo fato de que uma imagem de textura não é um fractal real. Isso significa que a complexidade de um padrão de textura não é constante para diferentes escalas (representadas por diferentes valores de raio e de tamanhos de janelas) como em um fractal real. De fato, fractais reais são objetos matemáticos, os quais não existem no mundo real. Esse comportamento se torna evidente quando analisa-se a curva log-log computada pelo método Bouligand-Minkowski. Nessa

curva é possível perceber um alto grau de detalhes ao longo das escalas. Esses detalhes mudam o grau de curvatura à medida que o raio de dilatação cresce e, por conseguinte, mudam a complexidade medida.

Figura 3.5:: representação esquemática da metodologia para a medição de complexidade em imagens que representam diferentes estágios de processo de colapso.



Fonte: (SÁ JUNIOR; BACKES, 2012).

Considerando a representação esquemática apresentada na Figura 3.5, dois vetores de características são obtidos para cada um dos métodos de análise de complexidade apresentados.

3.2.4 Vetores de características obtidos com o método Bouligand-Minkowski

O primeiro vetor representa o padrão de textura, em um tempo de colapso específico t , por um conjunto de valores de dimensões fractais computadas para diferentes valores de raios

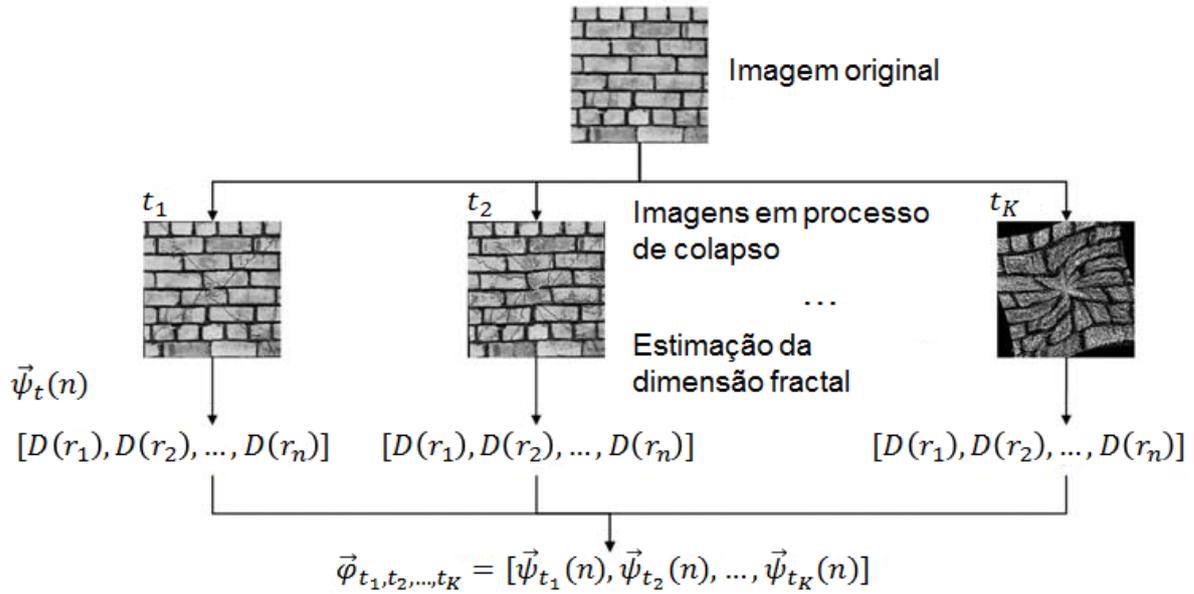
$$\vec{\psi}_t(n) = [D(r_1), D(r_2), \dots, D(r_n)]. \quad (3.15)$$

O segundo vetor de características analisa a imagem de textura em diferentes passos de tempo. Esse vetor é obtido pela concatenação das assinaturas calculadas usando $\vec{\psi}_t(n)$, para distintos valores de t

$$\vec{\varphi}_{t_1, t_2, \dots, t_K}(n) = \left[\vec{\psi}_{t_1}(n), \vec{\psi}_{t_2}(n), \dots, \vec{\psi}_{t_K}(n) \right]. \quad (3.16)$$

Para compor esse vetor de características, é necessário obter um conjunto de imagens que represente o processo de colapso em diferentes passos de tempo $t = \{1, 2, \dots, K\}$. O intuito desse procedimento é estudar como a complexidade da textura muda durante o processo de colapso. Assim, esse vetor de características permite estudar ambas as complexidades medidas para uma determinada imagem de textura: sua variação de complexidade natural e forçada, produzida pelas limitações da imagem de textura e pelo modelo de colapso proposto, respectivamente. A Figura 3.6 ilustra esse vetor de características.

Figura 3.6:: visão geral do processo de extração do vetor de características, em que t é o tempo e $D(r)$ é a dimensão fractal de uma imagem do processo de colapso em $t = t_i$, usando raio r .



Fonte: (SÁ JUNIOR; BACKES, 2012).

3.2.5 Vetores de características obtidos com o método gliding-box

Durante o processo de colapso de um padrão de textura, sua rugosidade muda. Isso significa que sua lacunaridade é diferente para cada passo de tempo de colapso t . Desse

modo, a abordagem baseada em colapso permite caracterizar o padrão de textura por meio de variações de sua lacunaridade. Assim, é proposto um vetor de características $\vec{\psi}$ que represente o padrão de textura em diferentes passos de tempo de colapso t por um conjunto de valores de lacunaridade computados para um mesmo tamanho de janela l , conforme a equação

$$\vec{\psi}_{t_1, t_2, \dots, t_K}(l) = [\Lambda_{t_1}(l), \Lambda_{t_2}(l), \dots, \Lambda_{t_K}(l)]. \quad (3.17)$$

É preciso enfatizar que a lacunaridade é uma medida multiescala, isto é, depende do tamanho da janela l (ALLAIN; CLOITRE, 1991). Por conseguinte, é conveniente considerar um vetor de características que explore essa particularidade. Desse modo, é proposto um segundo vetor de características que analisa a textura em processo de colapso, usando diferentes valores de lacunaridade. Esse procedimento é realizado pela concatenação das assinaturas calculadas usando $\vec{\psi}_{t_1, t_2, \dots, t_K}(l)$, para diferentes valores de l , conforme a equação

$$\vec{\varphi}(l_{max}) = \left[\vec{\psi}_{t_1, t_2, \dots, t_K}(2), \dots, \vec{\psi}_{t_1, t_2, \dots, t_K}(l_{max}) \right], \quad (3.18)$$

em que l_{max} é o tamanho máximo de janela permitido.

3.3 Extensão do modelo gravitacional simplificado para imagens coloridas

Esta seção apresenta a extensão dos modelos gravitacionais para imagens coloridas pela aplicação dos métodos Bouligand-Minkowski e gliding-box em cada canal de cor.

3.3.1 Assinatura de texturas coloridas

Durante o processo de colapso de um padrão de textura colorida, a sua complexidade muda para cada canal de cor (RGB). Obtendo a dimensão fractal e a lacunaridade, é possível medir essas mudanças na complexidade da textura para diferentes passos de tempo t para caracterizar um padrão. Assim, para cada canal de cor, são computados diferentes estágios do processo de colapso (ver Seção 3.1.1). A seguir, para cada imagem gerada, são computados os descritores de sua complexidade.

Primeiramente, a dimensão fractal é estimada pelo método Bouligand-Minkowski para diferentes valores de raio r . Em seguida, para caracterizar um passo de tempo específico t do processo de colapso por meio de um conjunto de valores de dimensão fractal, é proposto o seguinte vetor de características

$$\vec{\psi}_t^{(C)}(n) = [D(r_1), D(r_2), \dots, D(r_n)], \quad (3.19)$$

em que $C \in \{R, G, B\}$ é um dos canais de cor da imagem.

A lacunaridade é também uma medida de um padrão de uma textura e que é dependente de escala. Essa medida quantifica a distribuição espacial de pixels para um tamanho de janela específico l ao longo da textura. Assim, para caracterizar um passo de tempo específico t de processo de colapso por meio de um conjunto de valores de lacunaridade, é proposto o seguinte vetor de características

$$\vec{\phi}_t^{(C)}(n) = [\Lambda(l_1), \Lambda(l_2), \dots, \Lambda(l_n)]. \quad (3.20)$$

As equações 3.19 e 3.20 permitem caracterizar um passo de tempo específico t do processo de colapso. Entretanto, o processo de colapso gravitacional de uma imagem muda seu padrão de textura para diferentes passos de tempo. Mudanças no padrão da textura afetam a complexidade da imagem. Assim, é extremamente importante considerar essa informação a fim de realizar uma discriminação mais acurada da textura. Para alcançar esse propósito, é necessário obter um conjunto de imagens que representem o processo de colapso em diferentes passos de tempo. Para cada imagem gerada, são computados os vetores de características de dimensão fractal (equação 3.19) e de lacunaridade (equação 3.20), que são concatenados para produzir os seguintes vetores de características

$$\vec{\Psi}_{t_1, t_2, \dots, t_K}^{(C)}(n) = [\vec{\psi}_{t_1}(n), \vec{\psi}_{t_2}(n), \dots, \vec{\psi}_{t_K}(n)] \quad (3.21)$$

e

$$\vec{\Phi}_{t_1, t_2, \dots, t_K}^{(C)}(n) = [\vec{\phi}_{t_1}(n), \vec{\phi}_{t_2}(n), \dots, \vec{\phi}_{t_K}(n)], \quad (3.22)$$

que permitem estudar a dimensão fractal e a lacunaridade, respectivamente, à medida que ocorre uma variação de complexidade produzida pelo modelo de colapso proposto para uma série de diferentes passos de tempo.

Na análise de imagens coloridas, os vetores de características propostos precisam ser aplicados em cada canal de cor de forma a caracterizar um padrão de textura colorido. Assim, para uma imagem RGB , um vetor de características que combine dimensão fractal e informação de processo gravitacional é obtido pela concatenação dos vetores $\vec{\Psi}$

$$\vec{\Psi}_{RGB} = \left[\vec{\Psi}_{t_1, t_2, \dots, t_K}^{(R)}(n), \vec{\Psi}_{t_1, t_2, \dots, t_K}^{(G)}(n), \vec{\Psi}_{t_1, t_2, \dots, t_K}^{(B)}(n) \right], \quad (3.23)$$

e a informação de lacunaridade ao longo do processo gravitacional é obtida pela concatenação dos vetores $\vec{\Phi}$

$$\vec{\Phi}_{RGB} = \left[\vec{\Phi}_{t_1, t_2, \dots, t_K}^{(R)}(n), \vec{\Phi}_{t_1, t_2, \dots, t_K}^{(G)}(n), \vec{\Phi}_{t_1, t_2, \dots, t_K}^{(B)}(n) \right]. \quad (3.24)$$

3.4 Robustez a variações de iluminação e rotação

O método do modelo gravitacional simplificado (versões para imagens em níveis de cinza e RGB) é robusto, porém não invariante, em relação a condições de iluminação e rotação. Primeiramente, o método Bouligand-Minkowski é invariante aos dois aspectos citados porque o processo de dilatação não é afetado por diferenças de iluminação e a distância Euclideana é invariante à rotação. Por sua vez, o método gliding-box é invariante à iluminação e robusto em relação à rotação porque a maioria dos pixels contidos em uma mesma janela l pertencem novamente a uma mesma janela na imagem rotacionada. A abordagem gravitacional é invariante à rotação, porém mudanças de iluminação afetam a força gravitacional em cada pixel da imagem, alterando a sua assinatura. Contudo, como todos os pixels sofrem a mesma mudança de força gravitacional, que é limitada pelos valores de massas que os pixels podem assumir ($m \in \{0, 1 \dots, 255\}$), essa alteração não compromete de forma relevante a capacidade de discriminação da assinatura da imagem.

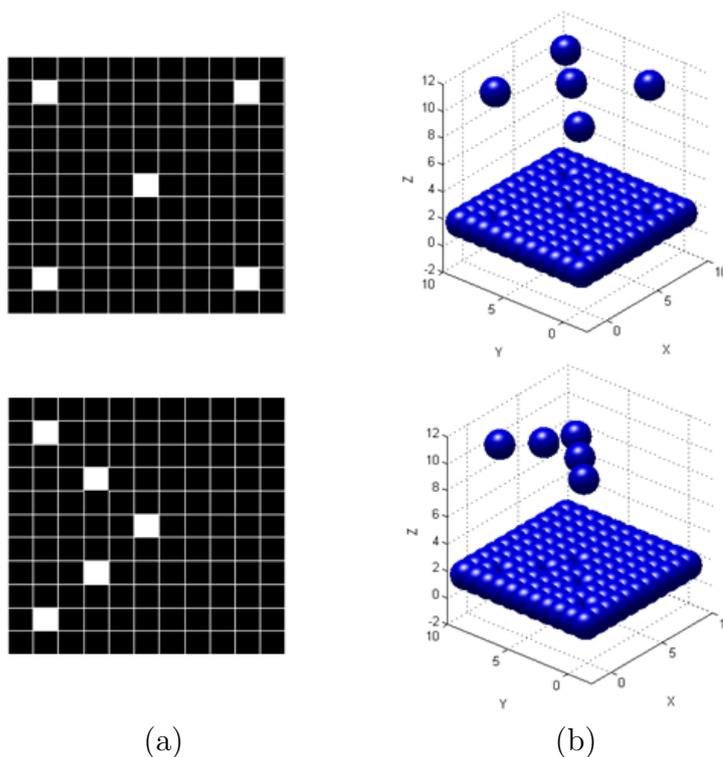
3.5 Análise do modelo gravitacional

As análises apresentadas nesta seção aplicam-se tanto à abordagem para imagens de texturas em níveis de cinza quanto para texturas coloridas, uma vez que esta última é a aplicação da primeira abordagem em cada canal de cor.

3.5.1 Análise teórica da eficácia do modelo gravitacional

Basicamente, o modelo gravitacional amplifica a capacidade de discriminação dos métodos Bouligand-Minkowski e gliding-box pelo fato de aproximar pixels (ou computar a média, quando dois ou mais pixels tentam ingressar na mesma posição) que antes não eram contemplados pelos raios de dilatação e tamanhos de janelas, respectivamente. Como exemplo, considere duas imagens de cor preta, cuja intensidade é 0, com o mesmo número de pixels de cor branca, cuja intensidade é 10, distribuídos de maneiras diferentes, com a única ressalva de que a distância entre quaisquer pares de pixels brancos seja sempre maior do que $2r$, conforme mostrado na Figura 3.7. Nesse caso, o método Bouligand-Minkowski fornece o mesmo valor de dimensão fractal para ambas as imagens, uma vez que há intersecção apenas entre os volumes das esferas produzidas pelos pixels pretos, ou seja, o volume total gerado é o mesmo nas duas imagens.

Figura 3.7:: exemplo de duas imagens diferentes que apresentam a mesma dimensão fractal até um determinado raio r .



(a) (b)

Fonte: produção do autor.

Estendendo essa análise para imagens maiores, com uma maior amostragem de intensidade dos pixels (geralmente entre 0 e 255), é possível perceber claramente que o método Bouligand-Minkowski, pelo fato de ser efetivo apenas com raios relativamente pequenos, deixa de contemplar a interação dos volumes produzidos por pixels distantes

entre si, ou seja, não extrai toda a informação da textura. É justamente por essa razão que o modelo gravitacional amplifica a capacidade de discriminação do método Bouligand-Minkowski. Como essa abordagem produz uma série de estágios de processo de colapso no qual os pixels se aproximam gradativamente do centro da imagem, pixels que não eram contemplados pelo citado método de dimensão fractal passam a ter intersecção entre os volumes de suas esferas. Desse modo, informações de texturas que estavam inacessíveis são usadas para formar novos valores de dimensão fractal, e, por conseguinte, um vetor de características mais discriminativo.

Uma explicação semelhante esclarece por que o modelo gravitacional amplifica a capacidade de discriminação do método gliding-box. Esse método, aplicado isoladamente, contempla apenas a relação entre níveis de intensidade de pixels pertencentes a uma determinada janela de lado l . Devido ao fato de que, a partir de um determinado limite de tamanho de janela, há uma degradação da capacidade de discriminação do método, as informações oriundas das relações entre pixels distantes (não contemplados pela mesma janela) são perdidas. Novamente, como a abordagem gravitacional propicia uma série de estágios de processo de colapso, pixels que antes não pertenciam a uma mesma janela passam a ser analisados em conjunto, permitindo explorar de forma mais eficiente o potencial discriminativo da imagem.

3.5.2 Complexidade computacional do modelo gravitacional com o método Bouligand-Minkowski

Primeiramente, é preciso enfatizar que o modelo gravitacional associado ao método Bouligand-Minkowski possui um custo computacional relativamente alto quando comparado com outros métodos, tais como filtros de Gabor ($O(N^2 \log N)$ devido à transformada de Fourier) e matrizes de co-ocorrência ($O(N^2)$). Para gerar as versões do processo de colapso de um padrão de textura é necessário processar cada pixel da imagem. Considerando uma imagem de tamanho $N \times N$, um total de N^2 pixels são processados. Para cada imagem resultante, a dimensão fractal Bouligand-Minkowski precisa ser computada para diferentes raios r . Devido à natureza do processo de dilatação, essa etapa pode ser acelerada pelo cálculo apenas da dilatação do maior raio escolhido e de todas as dilatações menores a partir desta, em vez de realizar a dilatação de cada raio r . O processo completo de dilatação e o cálculo da curva log-log possuem uma complexidade computacional de $O((N + 2r)^2(L + 2r))$, em que L é o número de níveis de cinza na imagem. Considerando que L nunca é maior do que 255, a complexidade computacional do processo de

dilatação é $O((N + 2r)^2(255 + 2r))$. Desse modo, a complexidade computacional da abordagem proposta pode ser estimada como $O(T(N^2 + ((N + 2r)^2(255 + 2r))))$, em que T é o número de versões colapsadas (estágios do processo de colapso) computadas de um dado padrão de textura. Com base na análise precedente e considerando que usualmente r e T são valores pequenos quando comparados com N , é possível afirmar que a complexidade computacional da abordagem proposta é $O(N^2)$, porém com um relevante fator constante para imagens pequenas, como, por exemplo, imagens de tamanho 128×128 pixels.

3.5.3 Complexidade computacional do modelo gravitacional com o método gliding-box

Considerando uma imagem de tamanho $N \times N$, há um total de N^2 pixels para serem processados. Para cada imagem gerada, é necessário calcular a lacunaridade da mesma. Para um determinado valor de janela l , o custo computacional da lacunaridade é $(N - l + 1)^2 l^2$. Considerando que os tamanhos de janela usados nos experimentos são $l \leq 11$, ou seja, valores bem inferiores ao tamanho das imagens analisadas, é possível considerar o custo computacional da lacunaridade como $O(N^2)$. Por fim, o custo computacional do modelo gravitacional associado ao método da lacunaridade pode ser estimado como $O(TN^2 + LN^2)$, em que T é o número de estágios de colapso considerado para uma imagem, e L é o número total de valores de lacunaridade calculados para cada estágio de colapso. Desse modo, assim como no modelo associado ao método Bouligand-Minkowski, é possível considerar a complexidade computacional da abordagem gravitacional associada ao método gliding-box como $O(N^2)$, porém com um fator constante relevante para imagens pequenas, como, por exemplo, imagens de tamanho 128×128 pixels.

Capítulo 4

MÉTODOS BASEADOS EM CAMINHOS MÍNIMOS EM GRAFOS

4.1 Considerações sobre caminhos mais curtos em grafos

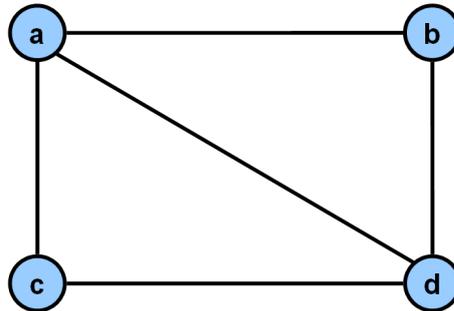
Esta seção apresenta uma breve descrição de grafos, do problema dos caminhos mais curtos em grafos e do algoritmo de Dijkstra.

4.1.1 Grafos

Na história da matemática, a solução do problema das pontes de Königsberg pelo matemático suíço Leonhard Euler em 1736 originou a Teoria dos Grafos (EULER, 1736). Grafos são estruturas versáteis que podem representar um amplo número de diferentes situações e eventos de diferentes domínios (DROZDEK, 2000). Intuitivamente, um grafo é uma coleção de vértices (ou nodos) e as suas conexões. Um grafo $G(V, E)$ consiste em um conjunto V de vértices e um conjunto $E \subseteq V \times V$ de arestas. O número de vértices e arestas são denotados por $|V|$ e $|E|$, respectivamente. A maneira usual de representar um grafo é desenhando círculos para os vértices e linhas para as arestas conectando dois vértices, como mostra a Figura 4.1.

Uma aresta apresenta a forma (v_i, v_j) , v_i e $v_j \in V$. Grafos podem ser não-direcionados

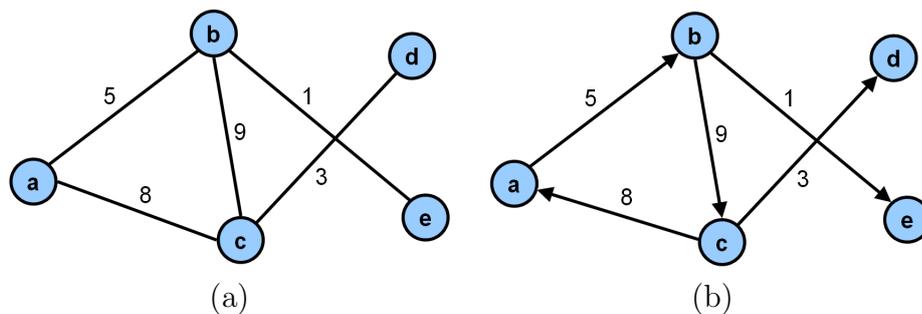
Figura 4.1:: um grafo com vértices $V=\{a, b, c, d\}$ e com conjunto de arestas $E=\{\{a,b\}, \{a,c\}, \{a,d\}, \{b,d\}, \{c,d\}\}$.



Fonte: produção do autor.

ou direcionados. Um grafo não-direcionado é caracterizado pela ausência de orientação, isto é, a aresta conecta os vértices sem quaisquer considerações sobre os vértices inicial e final, ou seja, $(v_i, v_j) = (v_j, v_i)$. Por outro lado, um grafo direcionado (ou dígrafo) é aquele no qual as arestas têm orientação, isto é, a informação sobre os vértices inicial e final é considerada, $(v_i, v_j) \neq (v_j, v_i)$. Além disso, um grafo pode ser ponderado se um valor $w \in W : E \rightarrow \mathbb{R}$ é designado para cada aresta. Esses pesos podem representar, por exemplo, distâncias entre cidades, latência de transmissão entre computadores de uma rede etc.

Figura 4.2:: a) um grafo ponderado não-orientado; b) um grafo ponderado orientado.



Fonte: produção do autor.

4.1.2 Caminhos mais curtos

A teoria dos grafos considera um caminho como uma sequência de arestas $\{(v_1, v_2), (v_2, v_3), \dots, (v_{n-1}, v_n)\}$ conectando um “vértice inicial” v_1 , a um “vértice final” v_n . O caminho também pode ser representado por um conjunto de vértices entre esses dois vértices: $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$. Na Figura 4.2(a), há dois caminhos entre os vértices a e c :

$\{a, c\}$ e $\{a, b, c\}$ com custos de 8 e 14, respectivamente. Por outro lado, a Figura 4.2(b) apresenta apenas um caminho do vértice a ao c , cujo custo é 14.

Encontrar o caminho mais curto entre dois vértices é um problema clássico na teoria dos grafos. Ao longo dos anos, várias soluções foram propostas. O caso mais simples é quando todos os pesos do grafo são iguais e não-nulos. Para esse tipo de grafo, uma busca primeiro em largura (*Breadth First Search* - BFS) pode encontrar o caminho mais curto. Por outro lado, em grafos com pesos de arestas negativos, o algoritmo de Bellman-Ford (BELLMAN, 1958) é necessário para resolver o problema. Já para grafos que possuem arestas com pesos diferentes e $w \geq 0$, o algoritmo de Dijkstra deve ser empregado, uma vez que encontra o caminho mais curto entre dois vértices com o menor tempo computacional.

4.1.3 Algoritmo de Dijkstra

Concebido pelo cientista de computação holandês Edsger Dijkstra e publicado em 1959 (DIJKSTRA, 1959), o algoritmo de Dijkstra resolve o problema de encontrar o caminho mais curto em um grafo ponderado orientado $G = (V, E)$, em que todos os pesos das arestas são não-negativos. Sua complexidade de tempo é $O(\log(|V||E|))$ (CORMEN *et al.*, 2001).

Seja S um conjunto de vértices cujos custos finais dos caminhos mais curtos até o vértice inicial já tenham sido determinados. Seja C um vetor (estrutura de dados) cujos índices representam vértices. O valor nesse vetor, $C[v]$, representa o custo de caminho para alcançar v a partir do vértice inicial. Inicialmente, S possui apenas o vértice inicial. Como o algoritmo de Dijkstra é guloso (*greedy*), a cada iteração um vértice $v_i \in V - S$, cuja distância até o vértice inicial é a menor possível, é adicionado a S . O algoritmo para quando todos os vértices estão no conjunto S . Os passos básicos do algoritmo são:

1. adicionar o vértice inicial v_s ao conjunto S e estabelecer seu custo como $C[v_s] = 0$;
2. estabelecer como infinito o custo para alcançar todos os outros vértices do conjunto $V - S$;
3. inicialmente, considerar v_s como o vértice corrente v_c ;
4. verificar entre os vértices do conjunto $V - S$ se aqueles que são vizinhos do vértice corrente $v_c \in S$ têm custo $C[v_i]$ maior do que a soma do custo para alcançar o vértice corrente $C[v_c]$, mais o peso w da aresta que os conecta. Caso a resposta seja afirmativa, atualizar o custo para alcançar o vértice v_i como $C[v_i] = C[v_c] + w$;

5. adicionar ao conjunto S o vértice $v_i \in V - S$ que tenha o menor custo no vetor C e, a seguir, $v_c = v_i$. Repetir o passo 4;
6. quando todos os vértices são adicionados ao conjunto S , $V - S = \emptyset$, o vetor C representa o custo de todos os caminhos mais curtos do vértice inicial para quaisquer vértices no grafo G .

4.2 Assinatura do método

Esta seção descreve o processo geral de extração do vetor de características do método dos caminhos mínimos em grafos.

4.2.1 Textura modelada como um grafo

A textura é caracterizada pela exploração dos caminhos mais curtos entre pontos selecionados da imagem. Esse procedimento é similar a um viajante explorando os caminhos mais curtos de uma paisagem. Para esse propósito, o primeiro passo é criar um grafo não-direcionado que represente a relação de vizinhança da imagem de entrada. Nesse modelo, é construído um grafo $G = (V, E)$ considerando cada pixel $I(x, y)$, $x = 1 \dots M$ e $y = 1 \dots N$ como um vértice $v \in V$ do grafo G . Cada vértice é associado a um pixel da imagem. Uma aresta não-direcionada $e \in E$ conecta dois vértices apenas se a distância de Chebyshev entre os mesmos não é maior do que um valor r_d , conforme expressa a equação

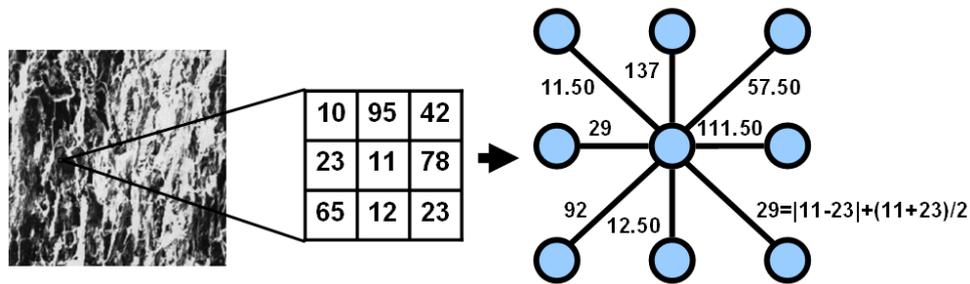
$$E = \{e = (v, v') \in V \times V \mid \max(|x - x'|, |y - y'|) = r_d\}. \quad (4.1)$$

Para cada aresta $e \in E$ é associado um peso $w(e)$, o qual é definido por

$$w(e) = |I(x, y) - I(x', y')| + \frac{I(x, y) + I(x', y')}{2}, \quad (4.2)$$

em que $I(x, y)$ e $I(x', y')$ são as intensidades de nível de cinza dos pixels vizinhos associados aos vértices v e v' . A expressão $|I(x, y) - I(x', y')|$ calcula o custo de ir de um pixel para outro, enquanto que a expressão $(I(x, y) + I(x', y'))/2$ determina a intensidade média na qual essa transição ocorre. O cálculo dessa média é necessário para distinguir classes de textura que apresentam padrões similares, mas possuem intensidades médias de nível de cinza diferentes.

Figura 4.3: exemplo de um grafo obtido de um fragmento de uma imagem de textura.



Fonte: produção do autor.

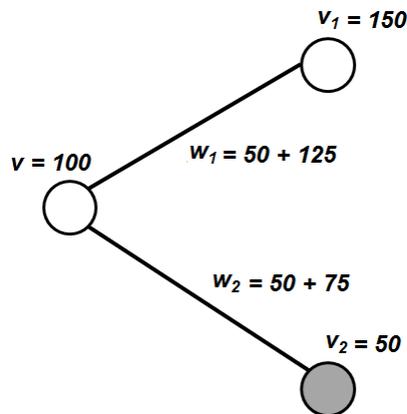
4.2.2 Assinatura dos caminhos mais curtos

Para caracterizar uma textura modelada como um grafo são usados os caminhos mais curtos obtidos por meio do algoritmo de Dijkstra. Para compreender por que os caminhos mais curtos propiciam uma assinatura de imagens de textura, é preciso interpretar o significado da equação 4.2. Primeiramente, é necessário salientar que essa equação considera não somente a diferença entre os pixels (primeiro termo), mas também a quantidade de energia de transição entre estes (segundo termo). Seja v um vértice no grafo G . A partir desse vértice, um caminho pode ir para um dos dois vértices, v_1 ou v_2 , como mostrado na Figura 4.4. A intensidade dos pixels associados aos vértices são 100, 50 e 150, respectivamente. Essa figura demonstra claramente que o primeiro termo da função de ponderação é igual para ambas as arestas. Isso significa que ambos os vértices são similares ao vértice v , e qualquer um é uma opção viável para designar o melhor caminho. Esse termo da função de ponderação enfatiza apenas o valor absoluto da diferença entre os pixels, isto é, o caminho mínimo privilegia arestas cujos vértices estão associados a pixels similares no padrão de textura. Isso evita que o caminho percorra pixels que representam mudanças bruscas no padrão de textura, como ruído.

A segunda parte da função de ponderação enfatiza a intensidade média entre os vértices de uma determinada aresta. Como mostrado na Figura 4.4, esse termo da função de ponderação é diferente para os vértices v_1 e v_2 . De forma diferente do primeiro termo da equação, o segundo termo enfatiza a busca por níveis mais baixos de intensidades de pixels na imagem. Como é possível perceber, a equação apresentada representa um balanço entre similaridade e minimização de energia durante o cálculo do caminho mais curto no padrão de textura.

Desse modo, para constituir um vetor de características de um padrão de textura, são considerados os caminhos mais curtos entre quatro conjuntos de vértices iniciais e finais do

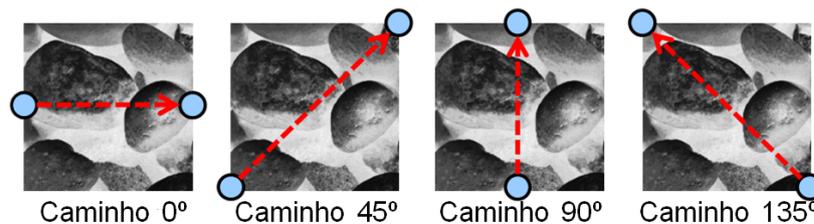
Figura 4.4:: cálculo da função de ponderação para duas arestas cujos vértices apresentam a mesma diferença em valor absoluto.



Fonte: produção do autor.

grafo. Esses conjuntos de vértices são os pontos diagonais da textura (caminhos diagonais ou p_{45° e p_{135°), pontos médios das laterais esquerda e direita (caminho horizontal ou p_{0°), e pontos médios das laterais superior e inferior (caminho vertical ou p_{90°), como mostrado nas Figuras 4.5 e 4.6. Adotando essa estratégia, é possível medir se as texturas possuem vales (regiões nas quais os pixels são similares e possuem baixa intensidade) em diferentes orientações. Assim, essa abordagem propicia uma assinatura da imagem de textura.

Figura 4.5:: exemplo de quatro conjuntos de vértices iniciais e finais considerados no cálculo dos caminhos mais curtos.

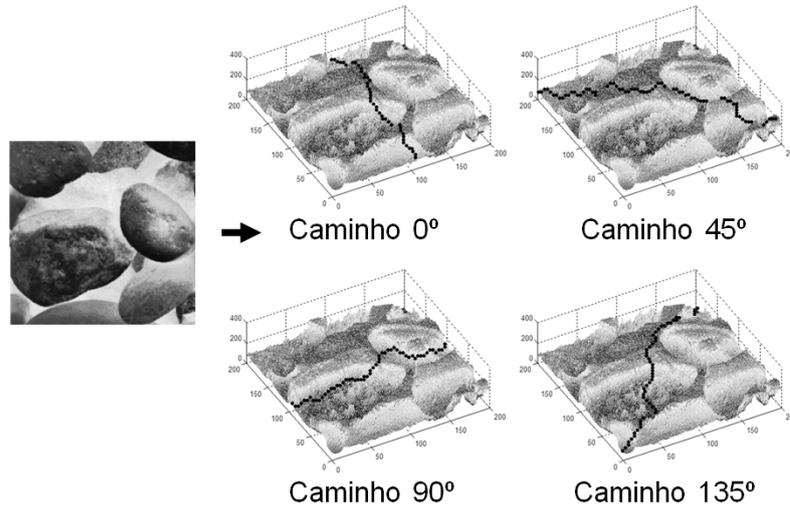


Fonte: (SÁ JUNIOR; BACKES; CORTEZ, 2013b).

Contudo, apenas quatro caminhos mais curtos não são suficientes para capturar a essência do padrão de textura, pois estes apenas proporcionam uma estimativa sobre características globais da imagem. Localmente, nenhuma medida é realizada. Assim, é extremamente importante prover informação sobre regiões menores da imagem, isto é, uma análise de textura local. Para tanto, a textura original é dividida em janelas de tamanho $l \times l$, em que l , se possível, é um divisor do tamanho da imagem original. Assim, para cada janela, são encontrados os caminhos mais curtos entre os quatro pares de vértices propostos. É importante salientar que as janelas não se sobrepõem, exceto

aquelas cujo valor l não é divisor das dimensões da imagem, de modo que nenhuma parte de um caminho de uma determinada janela pertence a outra janela.

Figura 4.6:: exemplo de textura e de seu relevo com os quatro caminhos mais curtos (p_{0° , p_{45° , p_{90° , p_{135°).



Fonte: produção do autor.

Para caracterizar um padrão de textura por caminhos mais curtos locais e globais, alguns vetores de características são propostos. Os dois primeiros vetores representam um padrão de textura coberto por janelas de tamanho $l \times l$. Para cada janela, os quatro caminhos mais curtos (p_{0° , p_{45° , p_{90° , p_{135°) são obtidos. A seguir, são computados a média e o desvio-padrão de todos os caminhos em uma mesma direção para compor os seguintes vetores, $\vec{\alpha}_l$ e $\vec{\beta}_l$, ou seja,

$$\vec{\alpha}_l = [\mu_{0^\circ}, \mu_{45^\circ}, \mu_{90^\circ}, \mu_{135^\circ}], \quad (4.3)$$

e

$$\vec{\beta}_l = [\sigma_{0^\circ}, \sigma_{45^\circ}, \sigma_{90^\circ}, \sigma_{135^\circ}], \quad (4.4)$$

em que μ_{d° e σ_{d° representam, respectivamente, a média e o desvio-padrão de todos os caminhos em uma mesma direção d . Esses dois vetores podem ser combinados em um terceiro vetor de características $\vec{\psi}_l$, o qual é apenas a concatenação dos dois vetores de características apresentados previamente

$$\vec{\psi}_l = [\vec{\alpha}_l, \vec{\beta}_l]. \quad (4.5)$$

São também propostos vetores de características que são capazes de analisar texturas

para diferentes tamanhos de janela. Isso pode ser realizado pela concatenação dos vetores apresentados previamente, para diferentes valores de janela l , conforme demonstram as equações

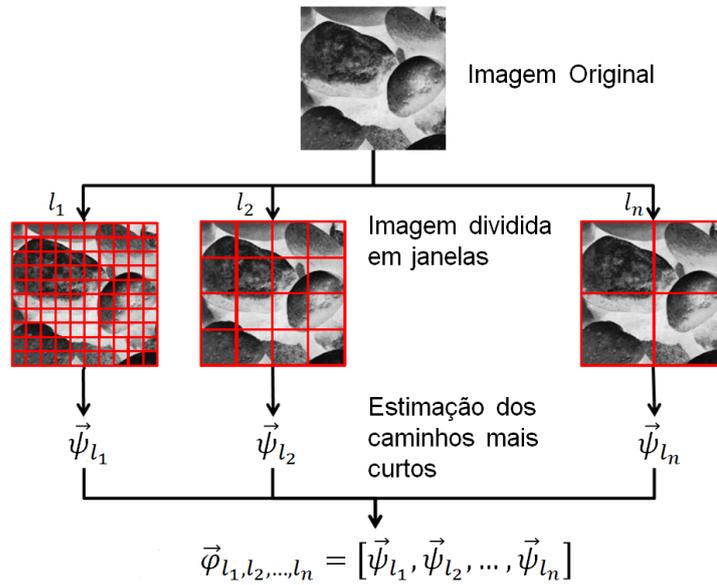
$$\vec{v}_{l_1, l_2, \dots, l_n} = [\vec{\alpha}_{l_1}, \vec{\alpha}_{l_2}, \dots, \vec{\alpha}_{l_n}], \quad (4.6)$$

$$\vec{\omega}_{l_1, l_2, \dots, l_n} = [\vec{\beta}_{l_1}, \vec{\beta}_{l_2}, \dots, \vec{\beta}_{l_n}], \quad (4.7)$$

$$\vec{\varphi}_{l_1, l_2, \dots, l_n} = [\vec{\psi}_{l_1}, \vec{\psi}_{l_2}, \dots, \vec{\psi}_{l_n}]. \quad (4.8)$$

Adotando esse procedimento, almeja-se explorar os padrões de textura em diferentes escalas e, por conseguinte, obter o máximo de informação das imagens. A Figura 4.7 mostra um esquema geral da obtenção de um dos três vetores de características propostos.

Figura 4.7:: visão geral do processo de extração do vetor de características, em que l_n é o tamanho das janelas em que a imagem é dividida.



Fonte: produção do autor.

4.3 Extensão dos caminhos mínimos em grafos para imagens coloridas

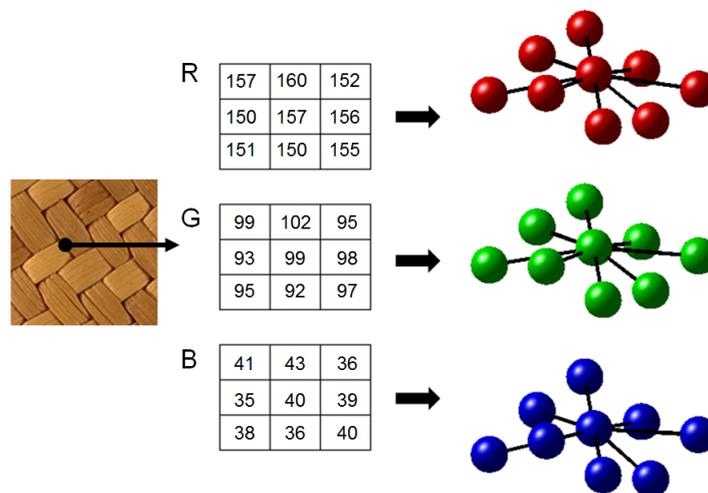
Esta seção apresenta duas abordagens para modelar uma imagem colorida como um grafo, bem como o processo de extração de vetores de características a partir das mesmas.

4.3.1 Textura colorida modelada como um grafo

A literatura tem continuamente demonstrado que a informação de cor é muito útil para a análise de imagens. As abordagens utilizadas usualmente são divididas em três grupos: paralelas, sequenciais e integrativas (PALM, 2004). As abordagens integrativas, por sua vez, podem ser divididas em dois grupos: banda-única, no qual cada canal de cor é analisado separadamente; e multibandas, no qual dois ou mais canais são analisados em conjunto. O modelamento em grafo para imagens coloridas proposto nesta tese emprega ambos os grupos.

Como primeira abordagem para modelar uma textura colorida RGB como um grafo, cada canal de cor é considerado como independente dos demais. Seja $I_R(x, y)$, $I_G(x, y)$ e $I_B(x, y)$ cada canal de cor em uma textura colorida RGB , $I \in R^3$, respectivamente. Para cada canal $I_C(x, y)$, $C \in \{R, G, B\}$, é criado um grafo a partir do modelamento em grafo apresentado na Seção 4.2.1. A Figura 4.8 mostra os grafos obtidos para cada canal, nos quais cada peso de aresta é computado conforme a equação 4.2.

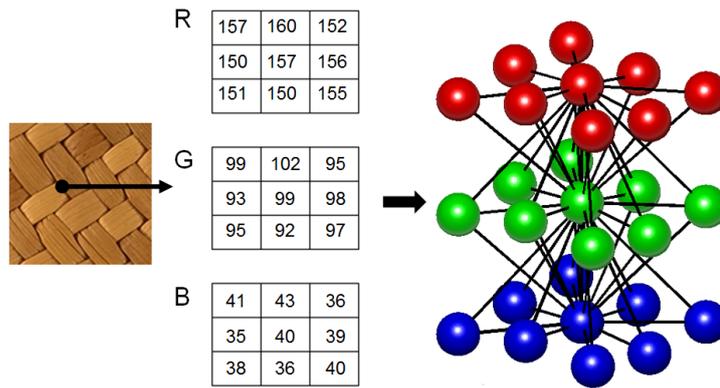
Figura 4.8:: exemplo de um grafo obtido de um fragmento de textura colorida para cada canal.



Fonte: produção do autor.

Como segunda abordagem, é criado um único grafo que representa a interação entre os três canais. Para esse propósito, durante o processo de modelamento, o canal G é considerado um canal intermediário com conexões tanto para R quanto para B , enquanto que os canais R e B não possuem conexões diretas entre si. Esse procedimento é adotado devido ao fato de que a luz verde está no meio do espectro de luz visível, entre as luzes vermelha e azul. Nessa abordagem, cada pixel $I_C(x, y)$, $C \in \{R, G, B\}$, é considerado um vértice $v \in V$. A seguir, as conexões entre os pixels são estabelecidas conforme a seguinte regra: considerando dois vértices v e v' associados a $I_a(x, y)$ e $I_b(x, y)$, respectivamente, com $a, b \in \{R, G, B\}$, uma aresta não-direcionada conecta esses vértices se, e somente se, $(a = b) \vee (a = G \wedge b \in \{R, B\})$, com peso estabelecido pela equação 4.2. A Figura 4.9 mostra um exemplo de um grafo obtido a partir de um fragmento de textura colorida.

Figura 4.9:: exemplo de um grafo obtido de um fragmento de textura colorida considerando arestas entre os canais de cor.



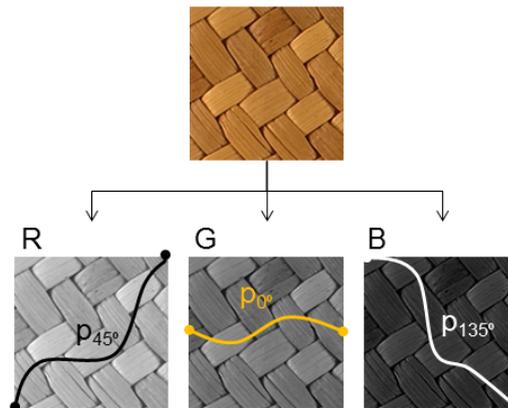
Fonte: produção do autor.

4.3.2 Assinatura dos caminhos mais curtos para texturas coloridas

De modo similar ao procedimento adotado para imagens em níveis de cinza (ver Seção 4.2.2), para texturas coloridas são considerados, para cada canal de cor, os caminhos mais curtos entre quatro conjuntos de vértices iniciais e finais do grafo. Esses conjuntos de vértices correspondem aos pontos diagonais (caminhos diagonais ou p_{45° e p_{135°), pontos horizontais (caminho p_{0°) e pontos verticais (caminho p_{90°) para cada canal de cor, conforme exemplo na Figura 4.5.

Primeiramente, esses caminhos são obtidos usando a abordagem na qual um grafo é construído para cada canal de cor. A Figura 4.10 mostra três caminhos mais curtos

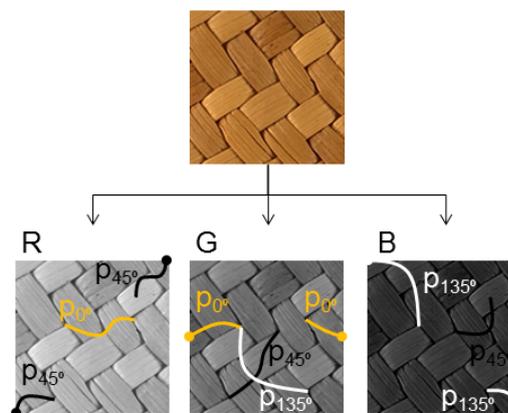
Figura 4.10:: exemplos de caminhos mais curtos usando um grafo por canal de cor.



Fonte: produção do autor.

computados a partir dessa abordagem. Como é possível perceber, a separação entre os canais de cor implica que toda a extensão do caminho mais curto sempre pertence ao mesmo canal de cor. A seguir, são adotados os mesmos vértices iniciais e finais para encontrar os caminhos mais curtos no grafo único construído a partir dos três canais de cor. A Figura 4.11 mostra um exemplo de caminhos mais curtos obtidos por meio dessa segunda abordagem. Essa figura mostra que um caminho sempre começa e termina em determinado canal, porém pode explorar outros canais ao longo de seu percurso. Desse modo, ambas as abordagens propiciam a capacidade de explorar vales (ou ranhuras) em determinadas orientações no relevo da textura e, por conseguinte, oferecem uma assinatura da mesma.

Figura 4.11:: exemplos de caminhos mais curtos usando um único grafo conectando os três canais de cor.



Fonte: produção do autor.

Para extrair uma assinatura de textura que inclua tanto caminhos mais curtos locais

quanto globais, alguns vetores de características são propostos. O primeiro vetor de características representa um padrão de textura coberto por uma grade de janelas $l \times l$ (ver Figura 4.7). Para cada janela, são obtidos os quatro caminhos mais curtos (p_{0° , p_{45° , p_{90° , p_{135°), e os vértices iniciais e finais estão em um determinado canal de cor $C \in \{R, G, B\}$. A seguir, são computados a média μ_d e o desvio-padrão σ_d de cada caminho em uma direção d , $d = \{0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ\}$, para compor os vetores de características

$$\vec{\alpha}_l^C = [\mu_{0^\circ}, \sigma_{0^\circ}, \mu_{45^\circ}, \sigma_{45^\circ}, \mu_{90^\circ}, \sigma_{90^\circ}, \mu_{135^\circ}, \sigma_{135^\circ}] \quad (4.9)$$

e

$$\vec{\beta}_l^C = [\mu_{0^\circ}, \sigma_{0^\circ}, \mu_{45^\circ}, \sigma_{45^\circ}, \mu_{90^\circ}, \sigma_{90^\circ}, \mu_{135^\circ}, \sigma_{135^\circ}], \quad (4.10)$$

em que $\vec{\alpha}_l$ e $\vec{\beta}_l$ representam os vetores de características computados usando um grafo por canal de cor e um único grafo que representa os três canais, respectivamente.

Considerando os vértices iniciais e finais de cada canal de cor, obtém-se um total de três vetores de características por imagem e tamanho de janela l . Esses vetores de características podem ser combinados para compor um único vetor de características da imagem de textura, de acordo com as equações

$$\vec{\theta}_l = [\vec{\alpha}_l^R, \vec{\alpha}_l^G, \vec{\alpha}_l^B], \quad (4.11)$$

$$\vec{\psi}_l = [\vec{\beta}_l^R, \vec{\beta}_l^G, \vec{\beta}_l^B], \quad (4.12)$$

e

$$\vec{\omega}_l = [\vec{\theta}_l, \vec{\psi}_l]. \quad (4.13)$$

Devido ao fato de que a assinatura é dependente do tamanho de janela l , são também propostos vetores de características que são capazes de analisar a imagem de textura em uma abordagem multiescala. Esse objetivo é facilmente alcançado considerando diferentes tamanhos de janelas. Assim, nesta tese propõe-se concatenar os vetores de características apresentados previamente para obter um vetor de características multiescala, conforme as equações

$$\vec{\Theta}_{l_1, l_2, \dots, l_n} = [\vec{\theta}_{l_1}, \vec{\theta}_{l_2}, \dots, \vec{\theta}_{l_n}], \quad (4.14)$$

$$\vec{\Psi}_{l_1, l_2, \dots, l_n} = \left[\vec{\psi}_{l_1}, \vec{\psi}_{l_2}, \dots, \vec{\psi}_{l_n} \right], \quad (4.15)$$

$$\vec{\Omega}_{l_1, l_2, \dots, l_n} = \left[\vec{\Theta}_{l_1, l_2, \dots, l_n}, \vec{\Psi}_{l_1, l_2, \dots, l_n} \right]. \quad (4.16)$$

4.4 Robustez a variações de iluminação e rotação

O método dos caminhos mínimos em grafos (versões para imagens em níveis de cinza e *RGB*) é robusto, porém não invariante, em relação a condições de iluminação e rotação. Basicamente, a variação de iluminação não altera o percurso dos caminhos mínimos na superfície da textura. O que se altera é apenas a informação da média dos caminhos (a informação de desvio-padrão permanece inalterada, contanto que o mesmo valor seja somado ou subtraído de cada intensidade de pixel), o que não acarreta uma mudança significativa nas assinaturas das imagens. O método pode ser considerado também robusto, porém não invariante, para imagens rotacionadas, uma vez que as menores janelas, que proporcionam melhor discriminação das imagens, são menos sensíveis à rotação, e que os mesmos caminhos mínimos são obtidos em quaisquer janelas para uma mesma imagem rotacionada em ângulos múltiplos de 45° .

4.5 Complexidade computacional dos caminhos mínimos em grafos

A análise do algoritmo proposto para as imagens em níveis de cinza e coloridas se baseia na complexidade computacional do algoritmo de Dijkstra, que é $O(\log(|V|)|E|)$ (CORMEN *et al.*, 2001).

4.5.1 Texturas em níveis de cinza

Para a análise do algoritmo para imagens em níveis de cinza, o primeiro passo é considerar que as relações existentes entre o tamanho de uma determinada janela l ($l \geq 3$), com o número de vértices V e com o número de arestas E obedecem às equações $|V| = l^2$ e $|E| = 8(l - 2)^2$, respectivamente. Desse modo, o processamento de cada janela possui complexidade $O(32 \log(l^2)(l - 2)^2)$, visto que quatro caminhos mínimos são calculados por

janela. Considerando uma imagem $N \times N$ e janelas cujos tamanhos são divisores de N , o tempo computacional do algoritmo pode ser estabelecido pela seguinte equação

$$T = 32 \sum_{i=1}^n \left(\frac{N}{l_i} \right)^2 \log(l_i^2)(l_i - 2)^2, \quad (4.17)$$

em que l_i é cada tamanho de janela utilizado e n é o total de janelas.

Entretanto, é importante salientar que o tamanho das janelas não precisa necessariamente aumentar com o tamanho da imagem e que as janelas menores usualmente propiciam as maiores taxas de acertos. Desse modo, é possível interpretar o termo $\log(l_i^2)(l_i - 2)^2$ como um fator constante. Assim, o termo preponderante da equação 4.17 é $(N/l_i)^2$, o que determina uma complexidade $O(N^2)$ para o algoritmo proposto, porém com um fator constante significativo para imagens pequenas, como, por exemplo, imagens de tamanho 128×128 pixels.

4.5.2 Texturas coloridas

Para a abordagem integrativa que considera cada canal de cor separadamente, a estimativa de sua complexidade computacional - $O(N^2)$ - é trivial, uma vez que basta multiplicar por três a equação 4.17. Em relação à abordagem que permite arestas entre vértices oriundos de canais diferentes, é preciso considerar que o número de vértices é $|V| = 3l^2$ e que o número de arestas é $|E| = 58(l - 2)^2$. Entretanto, a estimativa de sua complexidade computacional também é $O(N^2)$, mas com um fator constante muito relevante pelo fato de que o número de arestas aumenta significativamente à medida que janelas maiores são usadas. Na prática, como as janelas mais informativas são as menores, essa última abordagem consegue processar as imagens de forma eficaz.

Capítulo 5

ANÁLISE EXPERIMENTAL E RESULTADOS

5.1 Conjuntos de imagens

Nesta seção são apresentadas as bases de imagens usadas para aferir a capacidade de discriminação dos métodos propostos.

5.1.1 Texturas de Brodatz

Figura 5.1:: uma amostra de cada uma das 40 classes de texturas de Brodatz.



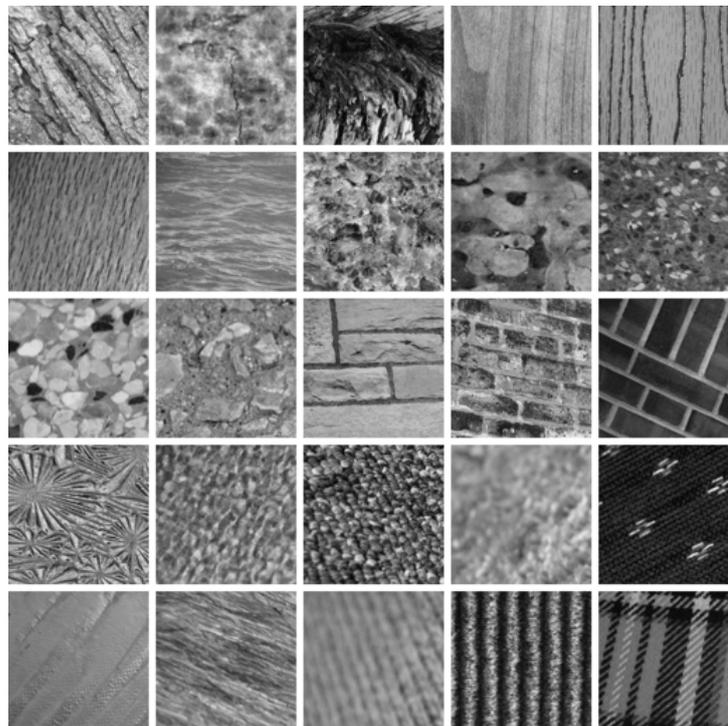
Fonte: base de texturas de Brodatz (BRODATZ, 1966).

O banco de imagens de Brodatz é constituído de 1.110 amostras de texturas extraídas do álbum de Brodatz (BRODATZ, 1966). Nesta tese é utilizado um subconjunto de 40 classes, cada qual com 10 amostras de tamanho 200×200 pixels e 256 níveis de cinza. Esse conjunto de imagens é amplamente usado como benchmark na literatura sobre visão computacional e processamento de imagens para avaliação de métodos de análise de textura. A Figura 5.1 apresenta um exemplo de cada classe de textura do referido banco.

5.1.2 Texturas UIUC

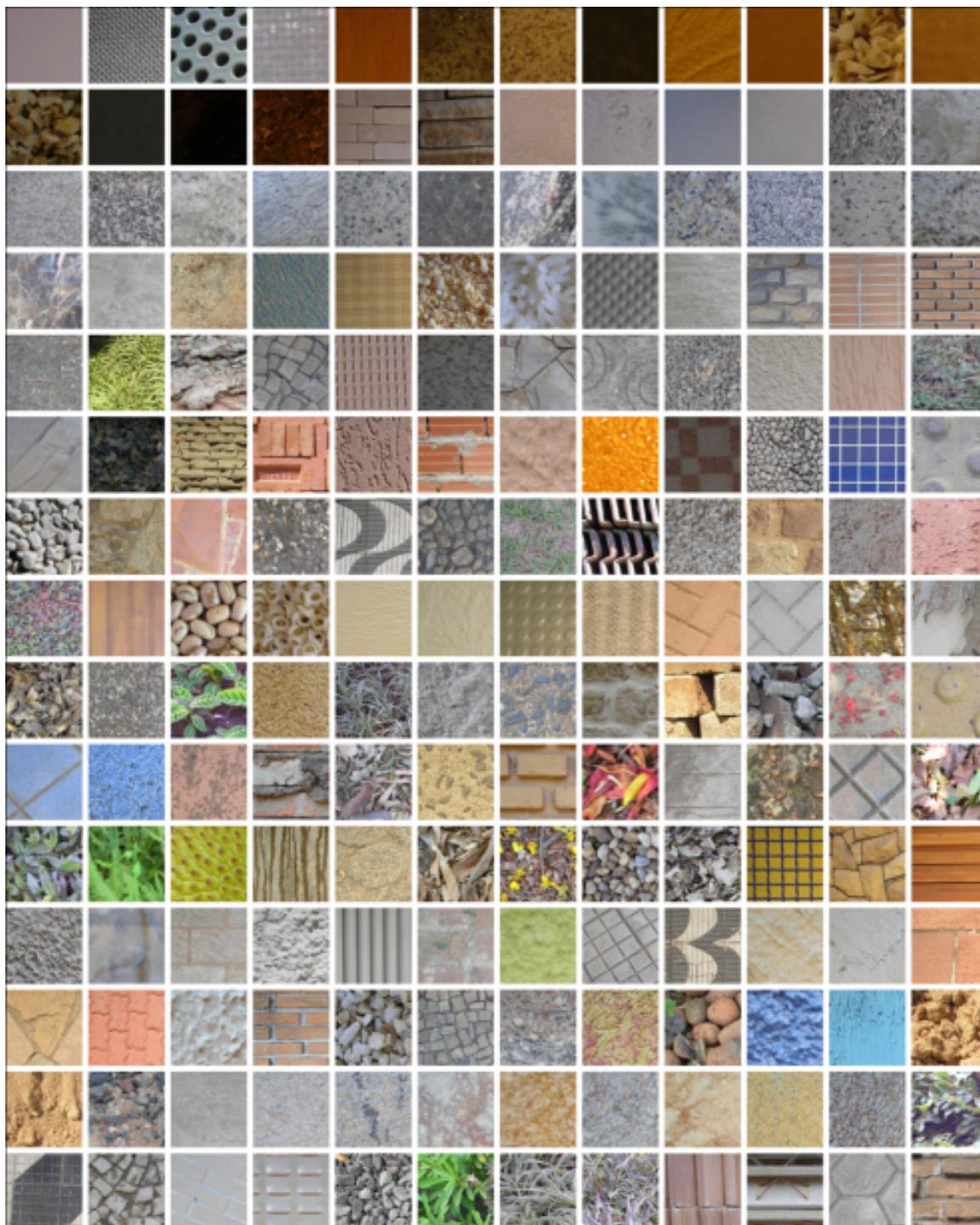
Essa base de imagens, apresentada em (LAZEBNIK; SCHMID; PONCE, 2005), é uma coleção de 1.000 imagens de textura em níveis de cinza (25 classes, cada uma com 40 amostras) obtidas por uma câmera localizada em diferentes posições e apresentando amplas mudanças de escala, distorções de perspectiva e transformações não-rígidas. Como as imagens originais são 640×480 pixels, é extraída uma janela de tamanho 200×200 pixels do canto superior esquerdo de cada imagem com o intuito de manter consistência com os experimentos realizados nas imagens de Brodatz e reduzir o custo computacional. A Figura 5.2 mostra uma amostra de cada uma das classes.

Figura 5.2:: uma amostra de cada uma das 25 classes de texturas da base de imagens UIUC.



Fonte: base de texturas UIUC (LAZEBNIK; SCHMID; PONCE, 2005).

Figura 5.4:: exemplos de cada classe de textura da base de imagens USPTex.

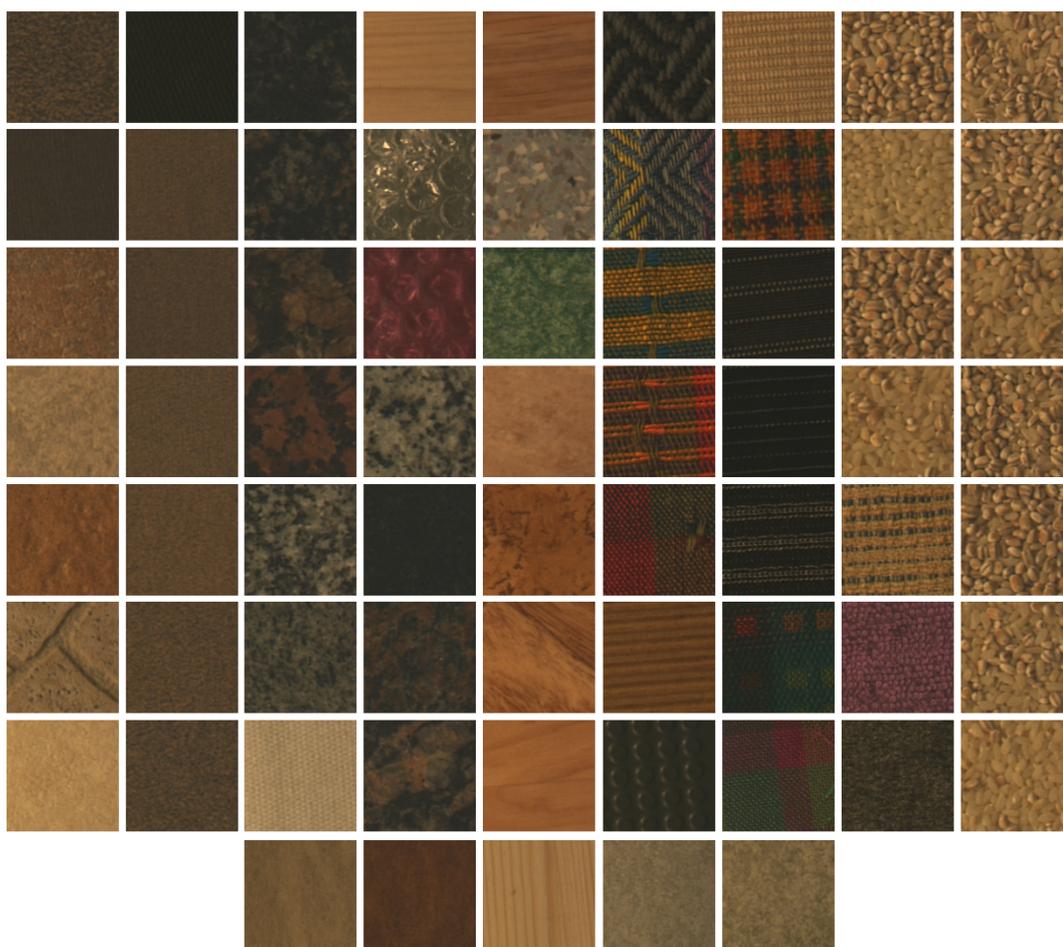


Fonte: base de texturas USPTex (BACKES; CASANOVA; BRUNO, 2012).

5.1.5 Texturas Outex

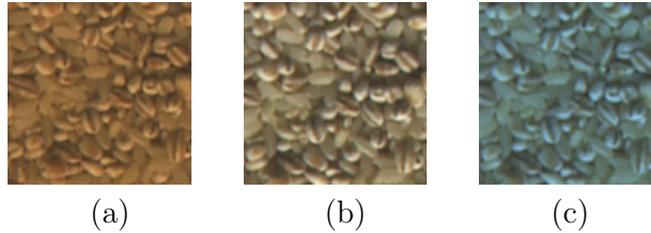
Para testar a robustez à rotação e à variação de luminância dos métodos propostos para imagens coloridas, são realizados alguns experimentos com a base de imagens Outex_TC_00014 (OJALA *et al.*, 2002). Essa base consiste em um conjunto de 68 classes de texturas coloridas, cada classe com três diferentes tipos de iluminação: Horizon, Inca e TL84. Para cada classe e tipo de iluminação, as texturas foram rotacionadas em ângulos $\theta = \{5^\circ, 10^\circ, 15^\circ, \dots, 80^\circ, 85^\circ, 90^\circ\}$. A seguir, uma janela central de tamanho 128×128 pixels foi extraída de cada imagem rotacionada. Esse procedimento resulta em 68 classes com 54 amostras (3 iluminações $\times 18$ ângulos) por classe. A Figura 5.5 mostra uma amostra por classe, todas com a iluminação Horizon. A Figura 5.6 apresenta três amostras de uma mesma classe com mesmo ângulo de rotação, cada qual com um tipo diferente de iluminação.

Figura 5.5:: exemplos de cada classe de textura da base de imagens Outex_TC_00014.



Fonte: base de texturas Outex (OJALA *et al.*, 2002).

Figura 5.6:: três amostras de uma mesma classe com mesmo ângulo de rotação, cada qual com um tipo diferente de iluminação; (a) Horizon; (b) - Inca; e (c) - TL84.



Fonte: base de texturas Outex (OJALA *et al.*, 2002).

5.2 Metodologia do processo de extração de características

Esta seção apresenta os procedimentos adotados para a obtenção dos vetores de características dos métodos apresentados nesta tese.

5.2.1 Descritores de Fourier

Para a análise das imagens, é utilizado um vetor de características composto pelos valores obtidos do espectro de potência

$$P(u, v) = |F(u, v)|^2, \quad (5.1)$$

em que cada atributo do vetor de características corresponde à soma dos valores de $P(u, v)$ localizados a um mesmo intervalo de distância radial do centro da transformada de Fourier bidimensional (após a operação de *shifting*), conforme abordagem apresentada no trabalho de Backes (2010). Na presente tese a quantidade de atributos do vetor de características é definida pela equação

$$F_n = \lfloor \min(M, N)/2 \rfloor - 1, \quad (5.2)$$

em que N é a menor das dimensões da imagem.

Como esse método foi projetado para trabalhar exclusivamente com imagens quadradas, duas possibilidades são testadas para a extração de assinaturas de imagens retangulares. A primeira considera apenas a maior imagem quadrada concêntrica à imagem retangular original. A segunda trabalha um conjunto de quadrados disjuntos (a maior imagem quadrada possível) da imagem retangular, de modo que a média das assinaturas

de cada quadrado é definida como a assinatura da imagem original. É importante salientar que o critério de disjunção é desconsiderado na lateral direita ou na parte inferior da imagem sempre que um de seus lados não seja múltiplo do outro, para que ocorra cobertura completa da informação de textura. O maior resultado das duas abordagens é adotado como a taxa de acertos do método.

Além disso, para conjuntos de imagens que possuem tamanhos variados é estabelecido um número fixo de intervalos de distância radial para todas as imagens, implicando em intervalos com tamanhos diferentes para que ocorra a máxima cobertura das imagens. Desse modo, a quantidade de atributos do vetor de características é o valor F_n obtido da menor imagem desses conjuntos.

5.2.2 Descritores wavelet

Nesta tese é empregada uma decomposição wavelet multiníveis 2D. Para cada imagem, são realizadas três decomposições usando Daubechies 4 (DAUBECHIES, 1992). A seguir, são computadas a energia e a entropia para os detalhes horizontais, verticais e diagonais, resultando em um vetor de 18 características. Os trabalhos de Chang e Kuo (1993) e Laine e Fan (1993) apresentam procedimentos similares para a obtenção de vetores de características.

5.2.3 Filtros de Gabor

Os valores dos parâmetros adotados nesta tese são baseados em um modelo matemático desenvolvido por Manjunath e Ma (1996), de modo que haja a máxima cobertura do espectro de Fourier com a menor redundância de informação. Para o cálculo dos vetores de características, são computados 24 filtros (6 orientações e 4 escalas), com frequências $U_h = 0,4$ e $U_l = 0,05$, e extraídas informações de média e desvio-padrão, de acordo com o trabalho supramencionado, resultando em um vetor de 48 atributos.

Esse método também foi projetado exclusivamente para imagens quadradas, de modo que é empregada a mesma abordagem descrita na Seção 5.2.1 para a extração de assinaturas de imagens retangulares.

5.2.4 Matrizes de co-ocorrência

Para compor o vetor de características desse método, são usadas distâncias de 1 e 2 pixels com ângulos de -45° , 0° , 45° , 90° , na versão não-simétrica, e computados os descritores de energia e entropia, que são os mais empregados na literatura, totalizando um vetor de 16 atributos.

5.2.5 Caminhada do turista

Nesta tese é utilizada a união de vetores obtidos a partir da equação 2.24 para as abordagens de o turista seguir para a cidade mais próxima ou mais distante, com $m = 4$ e memórias $\mu = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$. Essa abordagem é escolhida por ter apresentado uma alta performance de classificação das texturas de Brodatz, com taxa de erro de 0,045, no trabalho de Backes *et al.* (2010). Desse modo, o vetor possui 48 atributos e assume a seguinte forma

$$\varphi_{0,1,\dots,5}(4) = [\psi_0(4), \psi_1(4) \dots \psi_5(4)]. \quad (5.3)$$

5.2.6 Gabor EEE

Nos experimentos são usadas 8 rotações e 8 escalas, com frequência inferior 0,01 e frequência superior 0,4, valores de parâmetros definidos no trabalho de Backes, Casanova e Bruno (2012), que segue o arcabouço matemático apresentado no trabalho de Manjunath e Ma (1996). O vetor de características resultante representa a concatenação das energias dos 64 filtros de Gabor por canal, totalizando um vetor de 192 atributos.

Esse método também foi projetado exclusivamente para imagens quadradas, de modo que é empregada a mesma abordagem descrita na Seção 5.2.1 para a extração de assinaturas de imagens retangulares.

5.2.7 Características baseadas em proporções de histograma (HRF)

O método HRF é empregado conforme o trabalho de Paschos e Petrou (2003), cuja descrição é apresentada na Seção 2.7.

5.2.8 Padrões binários locais com características de Haralick

O método dos padrões binários locais com características de Haralick é empregado conforme o trabalho de Porebski, Vandembroucke e Macaire (2008), cuja descrição é apresentada na Seção 2.8. Desse modo, um vetor de 10 atributos é adotado nos experimentos apresentados nesta tese.

5.2.9 Descritor de microestruturas

O método MSD é empregado conforme o trabalho de Liu *et al.* (2011), cuja descrição é apresentada na Seção 2.9. Assim, um vetor de 72 atributos é adotado nos experimentos apresentados nesta tese.

5.2.10 CCR multicamadas

Nos experimentos apresentados nesta tese, é utilizada uma paleta de 64 níveis (ver trabalho de Bianconi *et al.* (2009), cuja descrição é apresentada na Seção 2.10) e, para cada padrão binário correspondente a um determinado nível, é utilizado um CCR invariante à rotação, que considera os padrões uniformes, e que despreza o pixel central das janelas 3×3 . Desse modo, para cada uma das camadas da paleta é possível obter um histograma com dez índices, dos quais os nove primeiros representam os nove possíveis padrões uniformes e o décimo índice corresponde à ocorrência de todos os padrões binários não-uniformes. O vetor de características resultante $H = [h_1, h_2, \dots, h_{64}]$ possui $64 \times 10 = 640$ atributos.

5.2.11 Modelos gravitacionais

Os modelos gravitacionais obtêm uma assinatura por meio de dois componentes principais: força gravitacional e velocidade tangencial. Entretanto, para imagens retangulares a velocidade tangencial acarreta o deslocamento dos pixels para fora do âmbito da mesmas, comprometendo os padrões de textura do processo de colapso. Desse modo, a abordagem gravitacional é aplicada apenas em imagens quadradas $N \times N$ pixels, que permitem a sua máxima performance.

Antes de aplicar esses modelos para imagens em níveis de cinza e coloridas, é necessário estabelecer alguns valores de parâmetros fundamentais. Como mencionado na Seção 3.1, o modelo gravitacional proposto é baseado nas características de algumas galáxias: a

existência de um supermassivo buraco negro no centro da galáxia (BLANDFORD, 1999). De modo semelhante, é considerada a existência de um objeto de massa M no centro da imagem de textura. Define-se empiricamente a massa desse objeto como $M = 500$ para imagens de tamanho 200×200 pixels, de modo que até mesmo os pixels mais distantes do centro e de menor intensidade sofram uma atração mínima.

O valor de massa supramencionado é escolhido porque proporciona uma influência gravitacional adequada para os pixels. Entretanto, esse valor é inadequado para imagens de tamanhos diferentes, pois pode exercer uma atração mais (ou menos) intensa nos pixels da imagem. Desse modo, o processo de colapso pode ser muito rápido, o que conduz a uma maior degradação do padrão de textura, comprometendo a sua análise, ou muito lento, não fornecendo estados de processo de colapso discriminativos. Assim, é desejável que ambas as massas $M^{(200)}$ e $M^{(N)}$ (em que $M^{(200)}$ e $M^{(N)}$ representam as massas usadas nas imagens de tamanho 200×200 e $N \times N$ pixels, respectivamente) exerçam a mesma influência sobre as respectivas partículas.

Considerando-se as informações precedentes, as massas são normalizadas de acordo com o tamanho da imagem sob análise, isto é, $\vec{f}_a^{(200)} = \vec{f}_a^{(N)}$, resultando na equação

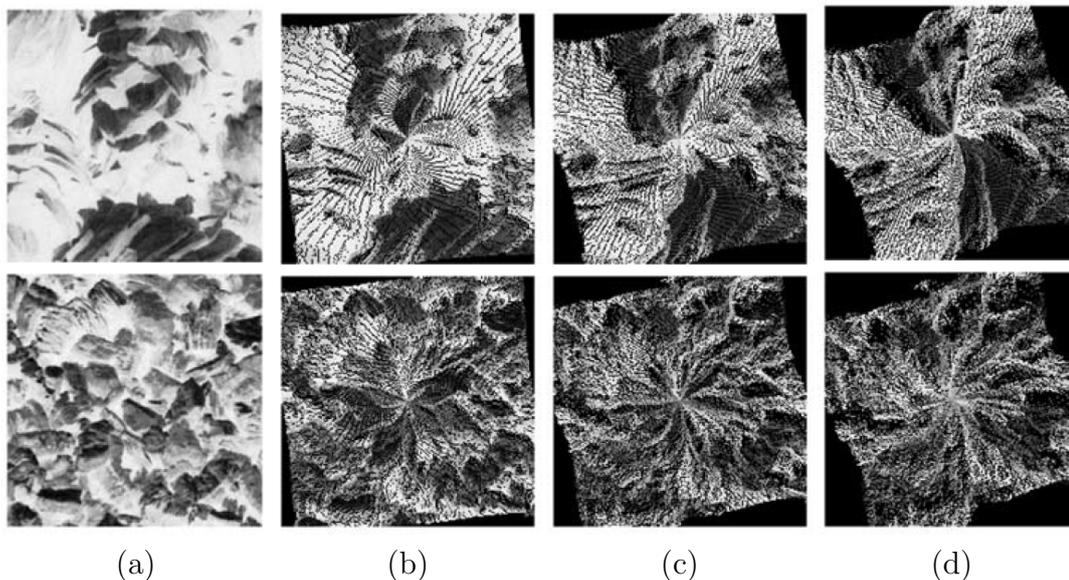
$$M^{(N)} = \frac{M^{(200)} \left\| \vec{r}^{(N)} \right\|^2}{\left\| \vec{r}^{(200)} \right\|^2}. \quad (5.4)$$

O objetivo desse procedimento é encontrar uma massa $M^{(N)}$ que exerça uma força equivalente a da massa usada para imagens de tamanho 200×200 pixels $M^{(200)}$. Para tanto, ambas as massas devem exercer uma força proporcional à distância das partículas em relação ao centro da imagem. Uma partícula que pode servir como referência é aquela que está mais distante do centro da imagem, localizada no canto desta, cuja distância é definida como $N\sqrt{2}/2$. Desse modo, é possível obter a equação

$$M^{(N)} = \frac{M^{(200)} (N \cdot \sqrt{2})^2}{(100 \cdot \sqrt{2})^2}. \quad (5.5)$$

Outro valor de parâmetro fundamental que precisa ser especificado é a constante gravitacional G . Como não há interesse em limitar o deslocamento da partícula com esse parâmetro durante o processo de colapso, a constante gravitacional é considerada $G = 1$. A Figura 5.7 mostra um exemplo de processo de colapso de duas texturas de Brodatz em três diferentes passos de tempo, usando os valores de parâmetros citados.

Figura 5.7:: exemplos de imagens de textura em processo de colapso; (a) imagem original; (b)-(d) texturas em processo de colapso nos tempos $t = \{10, 20, 30\}$.

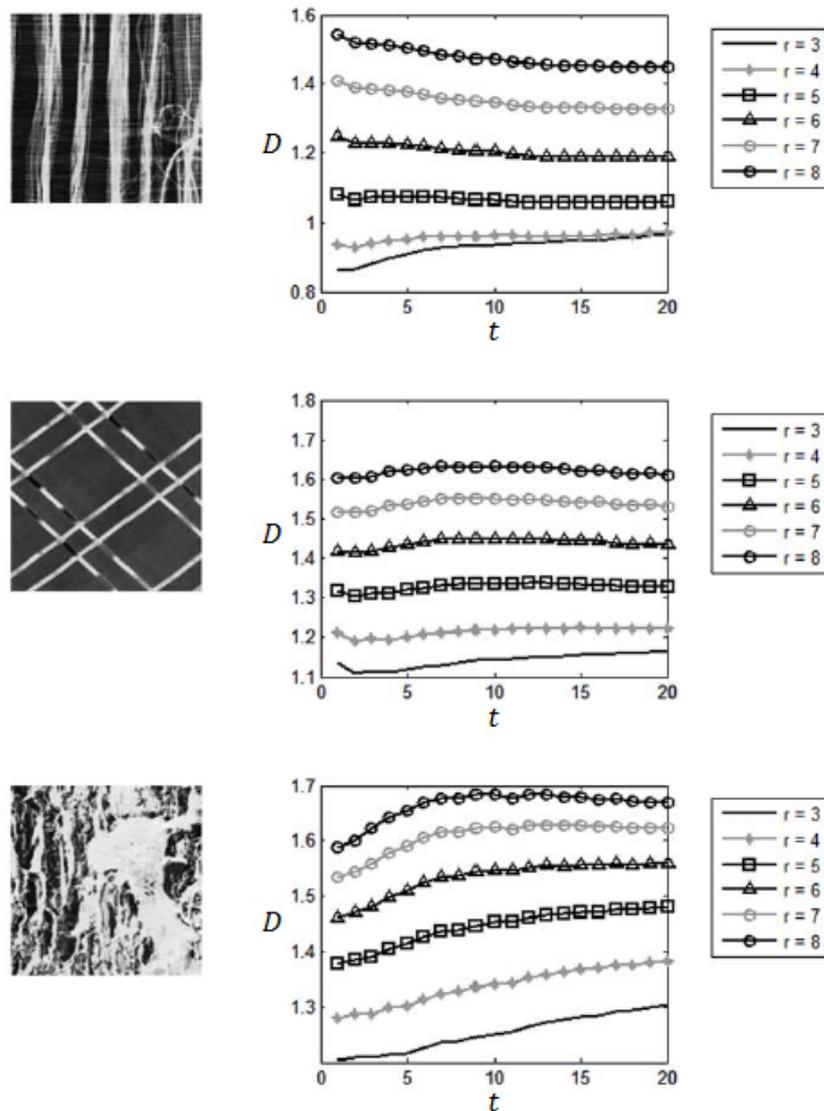


Fonte: (SÁ JUNIOR; BACKES, 2012).

Uma vez estabelecidos os valores dos parâmetros G e M , o próximo passo é analisar o comportamento da dimensão fractal (método Bouligand-Minkowski) para diferentes valores de raios para imagens em níveis de cinza. Para esse experimento, o conjunto $r = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ é considerado. Além disso, também é analisado o comportamento da dimensão fractal à medida que o processo de colapso ocorre. A Figura 5.8 ilustra o valor da dimensão fractal estimada para três diferentes padrões de textura para os passos de tempo $t = \{1, 2, \dots, 20\}$. Para essa comparação, as amostras de padrões de Brodatz D12, D47 e D51 são selecionadas. Tais padrões não são escolhidos por uma razão específica, exceto pelo fato de que apresentam padrões facilmente distinguíveis. A partir desses experimentos, é possível perceber que diferentes valores de r conduzem a uma estimativa diferente da dimensão fractal. Adicionalmente, percebe-se que para um determinado valor de raio, as mudanças na dimensão fractal são sutis à medida que t aumenta. Isso indica que é uma abordagem ineficaz usar valores sequenciais de t para compor o vetor de características $\vec{\varphi}$. Uma estratégia que pode ser adotada para evitar essa redundância é usar valores de t espaçados por um fator constante. Além disso, o modo como a dimensão fractal muda à medida que t aumenta é altamente dependente do padrão de textura, o que também indica que o uso de diferentes valores de t aumenta a performance do método.

De modo semelhante, é realizada uma análise do comportamento da lacunaridade (método gliding-box) em imagens em níveis de cinza usando diferentes valores de janela

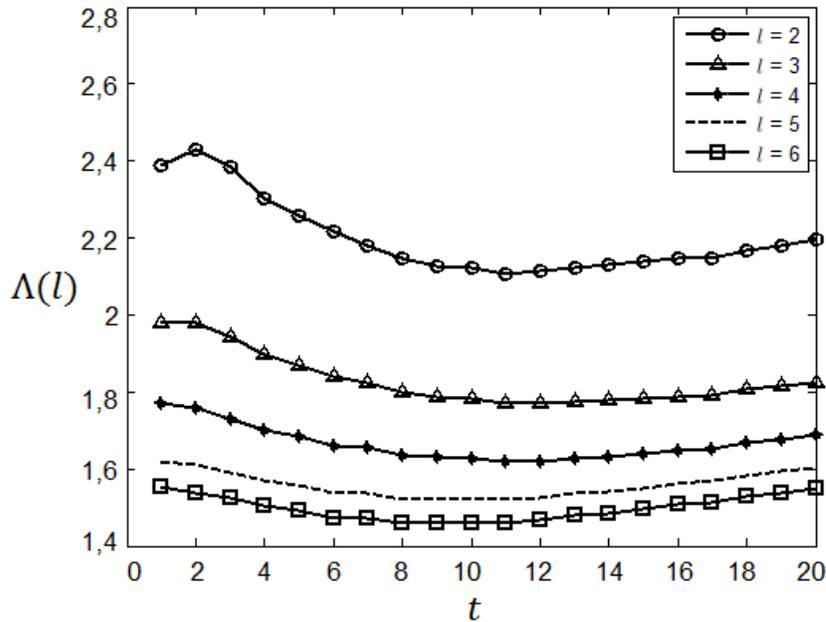
Figura 5.8:: dimensão fractal estimada para três diferentes padrões de textura para os passos de tempo $t = \{1, 2, \dots, 20\}$ e valores de raios $r = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$.



Fonte: (SÁ JUNIOR; BACKES, 2012).

$l = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ à medida que uma imagem entra em processo de colapso, conforme mostrado na Figura 5.9. Nessa avaliação, é possível perceber que diferentes valores de l resultam em uma estimativa diferente da lacunaridade. Entretanto, para um mesmo tamanho de janela l , as mudanças nos valores de lacunaridade $\Lambda(l)$ são sutis à medida que o tempo de colapso t aumenta. Como consequência, um vetor de características $\vec{\psi}$ construído com valores sequenciais de t apresenta uma grande quantidade de informação redundante, comprometendo a capacidade do método de discriminar padrões de textura. Desse modo, assim como na utilização do método Bouligand-Minkowski, essa situação pode ser evitada adotando-se valores não-sequenciais de t .

Figura 5.9:: lacunaridade estimada para os passos de tempo $t = \{1, 2, \dots, 20\}$ e tamanhos de janelas $l = \{2, 3, 4, 5, 6\}$.

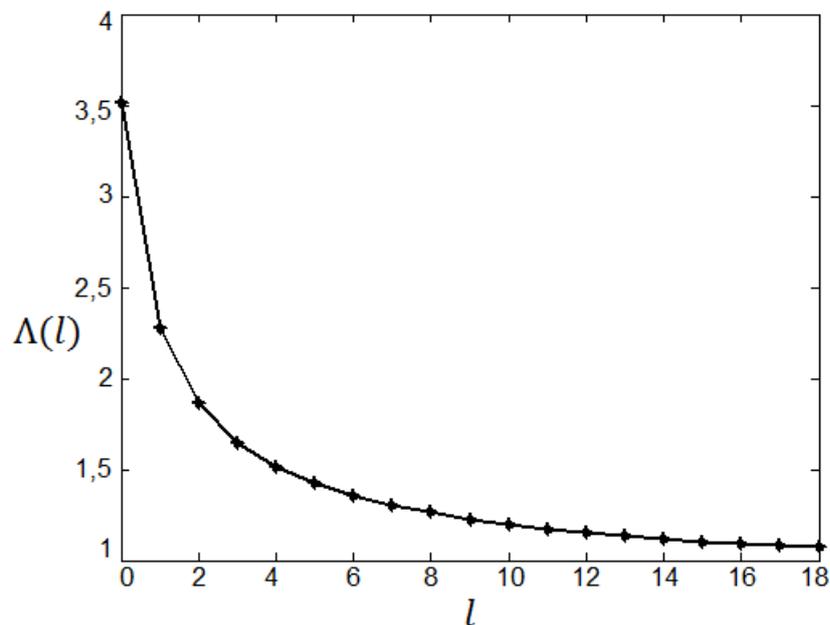


Fonte: (SÁ JUNIOR; BACKES; CORTEZ, 2012).

Outrossim, é importante salientar que a lacunaridade é considerada uma medida multiescala. Isso é evidente na Figura 5.9, em que a lacunaridade $\Lambda(l)$ é diferente para cada tamanho de janela l considerado. Não obstante, os valores de lacunaridade computados para dois tamanhos de janelas contíguos tendem a se tornar similares à medida que l aumenta. Isso está claro na Figura 5.10, que mostra os valores de lacunaridade calculados para um mesmo padrão de textura usando diferentes tamanhos de janela l . Desse modo, é proposto um vetor de características que represente o padrão de textura usando passos de tempo espaçados t e um conjunto de valores da lacunaridade computados até um tamanho máximo de janela l_{max} . Adotando-se essa abordagem, são reduzidas tanto a presença de informação redundante quanto a dimensionalidade do vetor de características resultante.

Desse modo, para imagens em níveis de cinza ficam estabelecidos empiricamente os seguintes conjuntos de busca: $r = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ e $t = \{1, 5, 10, 15, 20\}$ para o método Bouligand-Minkowski; e $l_{max} = \{3, 4, \dots, 12\}$ e $t = \{1, 6, 12, 18\}$ para o método gliding-box. Como ambos os métodos apresentam várias possibilidades de configuração do vetor de características, para o propósito de comparação com os demais métodos apresentados nesta tese fica estabelecido que em bases de imagens semelhantes, ou seja, que possuem imagens de mesmo tamanho e mesma natureza (níveis de cinza ou coloridas) é adotada a configuração que propicia a mais alta taxa de acertos em uma das bases. Desse modo,

Figura 5.10:: valores de lacunaridade computados para um único padrão de textura usando diferentes tamanhos de janelas l .



Fonte: (SÁ JUNIOR; BACKES; CORTEZ, 2012).

para a base de imagens UIUC (imagens em níveis de cinza de tamanho 200×200 pixels) é adotada a configuração de valores de parâmetros que propicia a maior taxa de acertos na base de imagens de Brodatz; e para a base de texturas foliares (imagens em níveis de cinza de tamanho 128×128 pixels) é adotada a configuração de valores de parâmetros que propicia a maior taxa de acertos.

Para imagens coloridas ficam estabelecidos empiricamente os seguintes conjuntos de busca: $r = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ para o método Bouligand-Minkowski; $l_{max} = \{2, 3, \dots, 7\}$ para o método gliding-box; e $t = \{1, 5, 10, 15, 20\}$. De modo semelhante à estratégia adotada nas imagens em níveis de cinza para o propósito de comparação com os demais métodos presentes nesta tese, para as bases de imagens USPTex e Outex (imagens coloridas de tamanho 128×128 pixels) é adotada a configuração de valores de parâmetros que propicia a maior taxa de acertos na base de imagens VisTex; e para a base de texturas do parênquima paliçádico (imagens coloridas de tamanho 60×60 pixels) é adotada a configuração de valores de parâmetros que propicia a maior taxa de acertos.

5.2.12 Caminhos mínimos em grafos

Nesse método os parâmetros fundamentais são os conjuntos de janelas l empregados e o valor r_d para o estabelecimento de arestas entre os pixels. Assim, é estabelecido que para quaisquer bases de imagens quadradas de mesmo tamanho (níveis de cinza ou coloridas) são utilizadas janelas cujos tamanhos são divisores do tamanho das imagens, com exceção de janelas $l \leq 3$ e janelas com o mesmo tamanho das imagens, visto que não fornecem informação discriminativa relevante. O valor $r_d = 1$ é adotado para a equação 4.1.

Em se tratando de base de imagens retangulares de tamanhos diversos (níveis de cinza ou coloridas), a abordagem dos divisores é inviável. Para esse caso, é considerado explorar um conjunto de janelas $l = \{4, 5, 6, \dots, l_{max}\}$, em que l_{max} é estabelecido de acordo com o tamanho da menor imagem presente na base de imagens sob análise. Para cobrir uma imagem completamente, o critério de disjunção das janelas é desconsiderado nas suas laterais direita e inferior sempre que seus tamanhos não são múltiplos do tamanho da janela adotada.

Para o propósito de comparação com os demais métodos apresentados nesta tese, a escolha dos valores dos parâmetros para as bases de imagens de Brodatz, UIUC, de texturas foliares e de texturas do parênquima paliçádico segue as mesmas regras estabelecidas para os modelos gravitacionais (Seção 5.2.11). Para as bases USPTex e Outex é adotada a configuração de valores de parâmetros que propicia a maior taxa de acertos na base de imagens VisTex para o vetor $\vec{\Omega}$. Para a base de imagens *pap-smear* (Seção 7.1) é adotada a configuração de parâmetros que fornece a maior taxa de acertos. Para a base de imagens do tecido mamário (Seção 7.2), é adotada a configuração de parâmetros que propicia a maior taxa de acertos na classificação entre amostras “normais” e “anormais” (Seção 7.4.1).

5.3 Metodologia do processo de reconhecimento de padrões

Esta seção apresenta os procedimentos adotados para analisar os vetores de características produzidos pelos métodos estudados nesta tese.

5.3.1 Análise linear discriminante (LDA)

A análise linear discriminante (*Linear Discriminant Analysis* - LDA) (FUKUNAGA, 1990; HAIR *et al.*, 1998) é uma técnica estatística multivariada utilizada para separar um conjunto de amostras por meio de combinações lineares de seus atributos (fase de treinamento), e para designar novas amostras para uma das classes definidas previamente (fase de teste). Esse método cria uma projeção dos dados em um subespaço de modo que a variância entre as classes seja máxima e a variância entre os dados de uma mesma classe seja mínima. O critério de classificação é designar uma amostra para a classe com a mais alta probabilidade condicional. Esse critério é conhecido como regra de Bayes, a qual designa uma amostra representada por \mathbf{x} para a classe i em que

$$P(i|\mathbf{x}) > P(j|\mathbf{x}), \quad \forall j \neq i.$$

O propósito é calcular a probabilidade de que uma amostra pertence à classe i , dado um conjunto de medidas \mathbf{x} . O valor de $P(i|\mathbf{x})$, contudo, é difícil de ser obtido. Por outro lado, é possível calcular $P(\mathbf{x}|i)$, que é a probabilidade de obter um conjunto particular de observações \mathbf{x} , dado que a amostra pertence à classe i . Se a probabilidade $P(\mathbf{x}|i)$ é conhecida, é possível calcular $P(i|\mathbf{x})$ usando o teorema de Bayes

$$P(i|\mathbf{x}) = \frac{P(\mathbf{x}|i)P(i)}{\sum_{\forall j} P(\mathbf{x}|j)P(j)},$$

em que o valor *a priori* $P(i)$ é uma probabilidade associada à classe i sem a necessidade de fazer quaisquer medições. Em geral, assume-se que a probabilidade *a priori* é a mesma para todas as classes ou que é baseada no número de exemplares em cada classe.

O cálculo direto de $P(\mathbf{x}|i)$ apresenta dificuldades porque necessita de uma grande quantidade de amostras, exigência esta que nem sempre é possível cumprir em problemas de reconhecimento de padrões. Assim, o procedimento usual é estabelecer que cada classe tem uma distribuição Gaussiana multivariada e que todas as classes têm a mesma matriz de covariância. Adotando-se essas restrições, a equação do classificador LDA pode ser definida por

$$f_i = \mu_i C^{-1} \mathbf{x}_k^T - \frac{1}{2} \mu_i C^{-1} \mu_i^T + \log(P(i)), \quad (5.6)$$

em que C é a matriz de covariância do conjunto de dados, e μ_i é a média dos atributos de todas as amostras de uma determinada classe i . Cada amostra representada por \mathbf{x}_k é

atribuída à classe i que provê o mais alto valor de f_i .

5.3.2 Validação cruzada (Cross-validation)

Na validação simples, o conjunto dos dados é dividido aleatoriamente em duas partições, denominadas “conjunto de treinamento” e “conjunto de teste”. O conjunto de treinamento é utilizado para ajustar os parâmetros de um determinado classificador. O outro conjunto é usado para estimar o erro de validação. O objetivo é obter o menor erro de generalização. Para tanto, o classificador é treinado até atingir o erro mínimo de validação. É importante enfatizar que o conjunto de teste não deve incluir dados usados para estimar os parâmetros no classificador (DUDA; HART; STORK, 2001).

Quando é necessário um maior rigor na averiguação do erro de validação ou o número de amostras disponíveis para classificação é pequeno, costuma-se usar a validação cruzada, que basicamente consiste em dividir o conjunto disponível de exemplos (N amostras) em K subconjuntos, $K > 1$, em que K é divisor de N . O modelo é treinado com todos os K subconjuntos, exceto um, que é usado como conjunto de teste. O processo é repetido K vezes. Para cada vez, um subconjunto diferente é empregado como conjunto de teste.

Nesta tese é utilizada uma forma extrema de validação cruzada denominada *leave-one-out* (EVERITT; DUNN, 2001). Nesse caso, $N - 1$ amostras são usadas para treinamento e apenas um amostra é usada como teste. O procedimento é repetido N vezes, cada vez com um exemplar diferente. A medida adotada é a acurácia média (taxa de acertos), que consiste na média das N acurácias do experimento.

5.4 Resultados de classificação das texturas de Brodatz

Esta seção apresenta os resultados obtidos na base de imagens de Brodatz com os métodos do modelo gravitacional simplificado (Bouligand-Minkowski e gliding-box) e dos caminhos mínimos em grafos, bem como sua comparação com os demais métodos apresentados nesta tese.

5.4.1 Modelo gravitacional simplificado com o método Bouligand-Minkowski

Tabela 5.1:: taxa de acertos (%) do método do modelo gravitacional com o método Bouligand-Minkowski na base de imagens de Brodatz para um único valor de raio r e diferentes conjuntos de valores t .

	Raio (r)					
Tempo (t)	3	4	5	6	7	8
{1, 5}	55,50	49,50	50,50	50,00	46,75	47,75
{1, 5, 10}	72,75	65,00	59,50	59,75	57,25	60,00
{1, 5, 10, 15}	75,50	71,25	59,75	63,00	61,75	63,75
{1, 5, 10, 15, 20}	74,25	70,25	60,50	63,00	63,00	66,00

Os resultados do método nas texturas de Brodatz para um único valor de raio r e diferentes conjuntos de valores t são apresentados na Tabela 5.1. A partir desses dados, percebe-se uma leve tendência de decréscimo na taxa de acertos do método à medida que o valor do raio aumenta, independente do conjunto de valores t adotado. A explicação para tal comportamento se baseia no fato de que, quanto maior o valor de raio usado, mais pontos existem na curva log-log $r \times V(r)$. Como consequência, mais informação de curva é condensada em um único valor de dimensão fractal. Um único valor é inadequado para representar todos os detalhes presentes na curva logarítmica, explicando o decréscimo na taxa de classificação correta. Por outro lado, o uso de mais valores de t para compor o vetor de características tende a aumentar a taxa de acertos do método. Isso se deve ao fato de que a capacidade de discriminação do método é ampliada quando diferentes momentos do processo de colapso são considerados.

Para um dado conjunto de valores de raio, percebe-se um acréscimo na taxa de acertos à medida que o tempo t aumenta, conforme demonstra a Tabela 5.2. Esse aumento é devido ao fato de que o processo de colapso afeta diretamente a estrutura da textura, permitindo que sua complexidade se torne mais distinguível. Por outro lado, confirmando as deduções obtidas a partir da Tabela 5.1, o uso de conjuntos maiores de valores de raio diminui a eficácia do método para um mesmo passo de tempo t , tornando-se mais evidente para valores mais altos de t .

São mostrados na Tabela 5.3 os resultados alcançados quando múltiplos valores de r e diferentes conjuntos de valores t são considerados. A partir dos dados dessa tabela é possível perceber que a taxa de acertos aumenta à medida que mais valores de raio r e passos de tempo t são combinados. Entretanto, isso não é um processo contínuo. O melhor resultado de classificação (98,75%) é alcançado quando $t = \{1, 5, 10, 15\}$ e

Tabela 5.2:: taxa de acertos (%) do método do modelo gravitacional com o método Bouligand-Minkowski na base de imagens de Brodatz para um único passo de tempo t e diferentes conjuntos de valores r .

Raio (r)	Tempo (t)				
	1	5	10	15	20
{3, 4}	51,50	71,75	86,50	89,00	93,25
{3, 4, 5}	54,00	73,25	86,75	87,25	88,50
{3, 4, 5, 6}	52,75	71,75	80,00	84,25	84,00
{3, 4, 5, 6, 7}	52,25	72,75	79,50	82,50	85,75
{3, 4, 5, 6, 7, 8}	51,00	72,50	77,25	82,00	83,00

$r = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ são usados. Para valores mais altos de t ou r , um pequeno decréscimo de performance é percebido. Isso é devido a dois fatores: (i) a grande quantidade de informação condensada em valores altos de r , que não permite uma boa classificação das amostras; e (ii) a deteriorização do padrão de textura. À medida que a imagem colapsa para um único ponto, diferentes padrões de textura começam a se tornar similares. Consequentemente, características computadas para esse determinado passo de tempo t não são mais relevantes para uma classificação apropriada das amostras.

Tabela 5.3:: taxa de acertos (%) do método do modelo gravitacional com o método Bouligand-Minkowski na base de imagens de Brodatz para múltiplos valores de r e diferentes conjuntos de valores t .

Raio (r)	Tempo (t)			
	{1, 5}	{1, 5, 10}	{1, 5, 10, 15}	{1, 5, 10, 15, 20}
{3, 4}	81,00	88,50	91,75	91,75
{3, 4, 5}	91,00	94,50	95,75	95,25
{3, 4, 5, 6}	95,00	96,75	97,25	97,50
{3, 4, 5, 6, 7}	95,50	97,00	98,75	98,25
{3, 4, 5, 6, 7, 8}	97,50	97,50	98,50	98,25

5.4.2 Modelo gravitacional simplificado com o método gliding-box

Analogamente à abordagem gravitacional com o método Bouligand-Minkowski, são adotados como valores de parâmetros fundamentais $G = 1$ e $M = 500$ para imagens em níveis de cinza de tamanho 200×200 pixels. Assim, a busca de valores de parâmetros no método do modelo gravitacional simplificado com o método gliding-box se concentra no novo conjunto de tempos t e tamanho máximo de janela l_{max} .

Após a avaliação de várias configurações usando a base de textura de Brodatz, o melhor resultado (97% das amostras corretamente classificadas) é obtido quando são usados $t = \{1, 6, 12, 18\}$ e $l_{max} = 11$, conforme mostrado na Tabela 5.4.

Tabela 5.4:: taxa de acertos (%) do modelo gravitacional simplificado com o método gliding-box na base de imagens de Brodatz para o vetor de características $\vec{\varphi}$.

Tempo (t)	l_{max}									
	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
{1, 6}	84,50	89,50	90,25	90,75	91,50	92,50	92,75	93,25	94,00	93,50
{1, 6, 12}	89,75	92,50	93,75	94,00	93,50	94,75	95,00	94,75	96,75	96,75
{1, 6, 12, 18}	89,00	94,50	94,50	94,25	95,00	95,00	95,25	96,00	97,00	96,75

5.4.3 Caminhos mínimos em grafos

Como as imagens de Brodatz são quadradas 200×200 pixels, é adotado o critério de explorar um conjunto de janelas cujos tamanhos são divisores do tamanho das imagens, conforme estabelece a Seção 5.2.12.

Tabela 5.5:: taxa de acertos (%) do método dos caminhos mínimos em grafos no conjunto de imagens de Brodatz para diferentes tamanhos de janela l .

l	Taxa de classificação correta (%)								
	4	5	8	10	20	25	40	50	100
$\vec{\alpha}_l$	82, 50	62, 50	77, 75	84, 50	79, 25	71, 50	72, 50	66, 75	55, 25
$\vec{\beta}_l$	78, 25	76, 75	69, 50	67, 00	49, 25	44, 00	33, 25	30, 25	14, 00
$\vec{\psi}_l$	94, 25	88, 50	91, 75	92, 25	89, 00	85, 50	85, 50	79, 50	64, 25

A taxa de classificação correta das texturas de Brodatz obtida com diferentes tamanhos de janela l é mostrada na Tabela 5.5. Embora haja algumas variações, é possível perceber que as janelas menores proporcionam os melhores resultados. Isso é corroborado pelo fato de que a taxa de classificação correta decresce nos três vetores de características ($\vec{\alpha}_l$, $\vec{\beta}_l$ e $\vec{\psi}_l$) à medida que o tamanho da janela aumenta. Isso pode ser explicado pelo fato de que quanto menor a janela, maior é a quantidade de janelas dentro da grade (por exemplo, um tamanho de janela de $l = 4$ produz uma grade contendo 2.500 janelas), o que propicia uma informação mais precisa sobre o padrão de textura.

Esses resultados também demonstram que na base de imagens de Brodatz o caminho médio $\vec{\alpha}_l$ é mais representativo do que o desvio-padrão $\vec{\beta}_l$, e que a concatenação de ambas as medidas aumenta a taxa de acertos do método proposto. Isso é devido ao fato de que o caminho médio pode distinguir entre texturas com diferentes padrões e/ou pequenas

variações sobre todo o padrão de textura. Por outro lado, o desvio-padrão permite caracterizar texturas que possuem o mesmo caminho mínimo médio, mas que apresentam uma ampla variância ao longo do padrão de textura.

Tabela 5.6:: taxa de acertos (%) do método dos caminhos mínimos em grafos na base de imagens de Brodatz para diferentes conjuntos de tamanhos de janela l .

Conjuntos de tamanhos de janelas $\{l_1, l_2, \dots, l_n\}$	Taxa de acertos (%)		
	$\vec{v}_{l_1, l_2, \dots, l_n}$	$\vec{\omega}_{l_1, l_2, \dots, l_n}$	$\vec{\varphi}_{l_1, l_2, \dots, l_n}$
{4, 5}	82,25	90,25	94,25
{4, 5, 8}	91,50	92,00	96,25
{4, 5, 8, 10}	92,00	92,25	96,75
{4, 5, 8, 10, 20}	95,00	94,25	97,50
{4, 5, 8, 10, 20, 25}	95,00	92,75	97,25
{4, 5, 8, 10, 20, 25, 40}	94,75	92,50	98,50
{4, 5, 8, 10, 20, 25, 40, 50}	94,00	92,00	97,75
{4, 5, 8, 10, 20, 25, 40, 50, 100}	95,50	91,75	97,75

A taxa de classificação correta alcançada na base de imagens de Brodatz para diferentes conjuntos de tamanhos de janelas é mostrada na Tabela 5.6. Os resultados demonstram que, à medida que mais tamanhos de janelas são considerados no vetor de características, melhor a taxa de acertos alcançada. Entretanto, há um limite de tamanho de janela que precisa ser considerado. A adição de janelas extremamente grandes, tais como $l \geq 50$, compromete a capacidade do método para discriminar o padrão de textura. Um explicação para esse resultado é o fato de que o desvio-padrão produzido por essas janelas contém pouca informação.

Como previamente discutido em relação à Tabela 5.5, é possível também perceber na Tabela 5.6 que a concatenação de ambas as medidas (média e desvio-padrão dos caminhos mínimos) em um único vetor de características $\vec{\varphi}$, aumenta a taxa de acertos da abordagem proposta. O método alcança seu melhor desempenho quando essas duas medidas são consideradas para os tamanhos de janela $l = \{4, 5, 8, 10, 20, 25, 40\}$.

5.4.4 Comparação entre os métodos

Os métodos do modelo gravitacional simplificado (Bouligand-Minkowski e gliding-box) e dos caminhos mínimos em grafos são comparados com outros métodos de análise de textura, como mostrado na Tabela 5.7. Para o modelo gravitacional com Bouligand-Minkowski é considerada a configuração da Tabela 5.3 que propicia o melhor resultado de classificação ($t = \{1, 5, 10, 15\}$ e $r = \{3, 4, 5, 6, 7\}$). O resultado obtido é superior aos

resultados de todos os outros métodos comparados. Vale salientar que o método proposto produz o melhor resultado com apenas 20 descritores, enquanto que o segundo melhor método (caminhos mínimos) utiliza 56 descritores. Além disso, há outras configurações na Tabela 5.3 que são superiores aos resultados de todos os métodos comparados (exceto o método dos caminhos mínimos) e apresentam um número ainda menor de descritores (por exemplo, a taxa de acertos de 97,50% é obtida usando 12 descritores computados para $t = \{1, 5\}$ e $r = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$). Esse resultado corrobora a eficácia do método e indica o seu grande potencial para a análise de imagens.

Em relação à abordagem gravitacional com o método gliding-box, os valores de parâmetros adotados são $t = \{1, 6, 12, 18\}$, $l_{max} = 11$, visto que propiciam a maior taxa de acertos na Tabela 5.4. Nessa comparação, é possível observar que esse método é claramente vantajoso em relação aos descritores de Fourier, descritores wavelet e às matrizes de co-ocorrência. Além disso, vale salientar que a pequena vantagem que o método tem em relação à caminhada determinística do turista é significativa, uma vez que os dois métodos apresentam resultados muito próximos da classificação completa das amostras.

Na comparação dos caminhos mínimos em grafos é adotado o vetor $\vec{\varphi}$ com o conjunto de janelas $l = \{4, 5, 8, 10, 20, 25, 40\}$, visto que essa configuração de parâmetros resulta na maior taxa de acertos mostrada na Tabela 5.6. Nessa comparação, o método proposto apresenta desempenho inferior ao do modelo gravitacional com Bouligand-Minkowski, mas supera todos os outros métodos, demonstrando alta performance na base de imagens de Brodatz com 56 descritores. É importante salientar que, embora os filtros de Gabor usem menos descritores (48) do que o método dos caminhos mínimos, há na Tabela 5.6 um vetor de características $\vec{\varphi}$ com conjunto de janelas $l = \{4, 5, 8, 10, 20\}$ que usa apenas 40 descritores e apresenta uma taxa de acertos de 97,50%.

Tabela 5.7:: comparação dos resultados entre diferentes métodos de textura na base de imagens de Brodatz.

Método	Imagens corretamente classificadas	Taxa de acertos (%)
Gravitação com B-Minkowski	395	98,75
Gravitação com Gliding-Box	388	97,00
Caminhos Mínimos em Grafos	394	98,50
Descritores de Fourier	351	87,75
Matrizes de Co-ocorrência	330	82,50
Caminhada do Turista	382	95,50
Filtros de Gabor	388	97,00
Descritores Wavelet	350	87,50

5.5 Resultados de classificação das texturas UIUC

Esta seção apresenta os resultados obtidos na base de imagens UIUC com os métodos do modelo gravitacional simplificado (Bouligand-Minkowski e gliding-box) e dos caminhos mínimos em grafos, bem como sua comparação com os demais métodos apresentados nesta tese.

5.5.1 Modelo gravitacional simplificado com o método Bouligand-Minkowski

Assim como nos experimentos com a base de imagens de Brodatz, a avaliação do método proposto na base de texturas UIUC emprega $G = 1$ e $M = 500$, considerando o conjunto de raios $r = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ e o conjunto de tempos espaçados $t = \{1, 5, 10, 15, 20\}$.

Tabela 5.8:: taxa de acertos (%) do método do modelo gravitacional com o método Bouligand-Minkowski na base de imagens UIUC para um único valor de raio r e diferentes conjuntos de valores t .

	Raio (r)					
Tempo (t)	3	4	5	6	7	8
{1, 5}	22,30	22,60	20,20	20,90	19,60	20,80
{1, 5, 10}	24,50	26,10	25,90	24,90	22,90	24,00
{1, 5, 10, 15}	24,60	26,90	26,60	29,10	30,10	30,90
{1, 5, 10, 15, 20}	24,80	27,40	28,40	30,70	31,20	32,90

Os resultados obtidos para um único valor de raio r e diferentes conjuntos de valores t são mostrados na Tabela 5.8. Nesse experimento, verifica-se novamente uma tendência de aumento de performance à medida que mais valores de tempo t são empregados para um mesmo valor de raio r . Além disso, a melhor taxa de acertos é produzida para $r = 8$, enquanto que na Tabela 5.1 a melhor performance é atingida com $r = 3$. A explicação para esse resultado é que há uma predominância de microtextura na base de imagens UIUC, o que acarreta a necessidade de raios maiores para uma análise mais acurada, visto que a variação de volume em microtexturas é muito sutil e, por conseguinte, não é plenamente captada com valores pequenos de raio.

Os resultados obtidos com os vetores de características computados usando diferentes valores de r para um único passo de tempo t são apresentados na Tabela 5.9. Essa tabela mostra duas propriedades dissonantes dos experimentos com as texturas de Brodatz (ver

Tabela 5.9:: taxa de acertos (%) do método do modelo gravitacional com o método Bouligand-Minkowski na base de imagens UIUC para um único passo de tempo t e diferentes conjuntos de valores r .

Raio (r)	Tempo (t)				
	1	5	10	15	20
{3, 4}	25,50	23,40	23,90	23,40	23,40
{3, 4, 5}	32,10	31,60	31,80	30,40	30,70
{3, 4, 5, 6}	35,00	34,30	34,20	34,50	36,10
{3, 4, 5, 6, 7}	36,80	36,60	38,40	38,80	38,20
{3, 4, 5, 6, 7, 8}	40,60	39,70	39,60	41,20	40,50

Seção 5.4.1). Primeiramente, a presente tabela não apresenta aumento na taxa de acertos à medida que o tempo de colapso t aumenta. Além disso, há um aumento na taxa de acertos à medida que maiores conjuntos de valores r são usados para um mesmo valor de t . Essa discrepância pode ser explicada pelo modo como as imagens foram adquiridas. Como dito previamente, as imagens desse conjunto apresentam grandes mudanças de escala e distorções de perspectiva. Devido a isso, imagens em um determinado tempo t_1 , apresentam assinaturas com graus díspares de qualidade para um mesmo conjunto de raios r . Quando essas imagens estão em um novo tempo de colapso t_2 , imagens que antes possuíam vetores de características discriminativos podem não ter mais assinaturas com o mesmo desempenho, e vice-versa. Isso explica por que as taxas de acertos são próximas para um mesmo conjunto de raios r . Essa mesma razão explica o aumento na taxa de acertos com o aumento do conjunto de raios r para um mesmo passo de tempo t : à medida que o conjunto de raios r aumenta, há uma maior distributividade dos valores r entre as imagens, cada imagem apresentando maior desempenho para um determinado raio r .

Tabela 5.10:: taxa de acertos (%) do método do modelo gravitacional com o método Bouligand-Minkowski na base de imagens UIUC para múltiplos valores de r e diferentes conjuntos de valores t .

Raio (r)	Tempo (t)			
	{1, 5}	{1, 5, 10}	{1, 5, 10, 15}	{1, 5, 10, 15, 20}
{3, 4}	39,20	41,50	43,90	44,90
{3, 4, 5}	45,40	47,50	50,20	51,80
{3, 4, 5, 6}	48,90	52,00	54,90	56,40
{3, 4, 5, 6, 7}	50,70	54,20	57,80	57,50
{3, 4, 5, 6, 7, 8}	54,60	55,30	58,60	58,60

São apresentados na Tabela 5.10 os resultados obtidos com o uso de múltiplos valores de raio r e diferentes passos de tempo t . Assim como no experimento com a base de imagens de Brodatz, as taxas de acertos aumentam à medida que mais valores de raio r e passos de tempo t são combinados. O melhor resultado (58,60%), presente no conjunto

de valores de raio $r = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ confirma a asserção de que microtexturas necessitam de maiores valores de raio para uma análise mais adequada. Outrossim, esse resultado confirma que o uso de múltiplos valores de t amplia a capacidade de discriminação do método.

5.5.2 Modelo gravitacional simplificado com o método gliding-box

Tabela 5.11:: taxa de acertos (%) do método do modelo gravitacional simplificado com o método gliding-box na base de imagens UIUC para o vetor de características $\vec{\varphi}$.

Tempo (t)	Janela l_{max}									
	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
{1, 6}	40,80	43,00	45,00	45,60	46,20	45,60	46,40	47,20	47,20	47,70
{1, 6, 12}	47,40	50,20	50,10	49,90	51,60	51,50	52,30	53,30	52,80	53,90
{1, 6, 12, 18}	51,00	51,80	53,10	54,10	54,40	53,90	53,80	54,10	55,00	56,40

A taxa de acertos do método para diferentes conjuntos de tempo de colapso t e diferentes valores de tamanho de janela l_{max} é mostrada na Tabela 5.11. De modo similar ao experimento com as imagens de Brodatz, as maiores taxas de acertos são obtidas com os maiores conjuntos de tempo e os maiores valores de janela, no intervalo $3 \leq l_{max} \leq 12$ e $t = \{1, \dots, 18\}$. Como os valores dos parâmetros adotados no experimento com as imagens de Brodatz são estabelecidos como valores-padrão para imagens em níveis de cinza de tamanho 200×200 pixels, o segundo melhor resultado da Tabela 5.11 (55% de taxa de acertos) é considerado como a taxa de classificação do método.

5.5.3 Caminhos mínimos em grafos

A taxa de classificação correta das texturas UIUC obtida com diferentes tamanhos de janela l é apresentada na Tabela 5.12. Da mesma forma que o experimento na base de imagens de Brodatz, as menores janelas proporcionam a maior taxa de classificação correta e o sinergismo das informações de média e de desvio-padrão amplia a capacidade de discriminação do método.

A taxa de classificação correta produzida na base de imagens UIUC para diferentes conjuntos de tamanhos de janelas é mostrada na Tabela 5.13. Analogamente ao experimento na base de imagens de Brodatz, há uma tendência de que, quanto mais janelas

Tabela 5.12:: taxa de acertos (%) do método dos caminhos mínimos em grafos na base de imagens UIUC para diferentes tamanhos de janela l .

l	Taxa de acertos (%)								
	4	5	8	10	20	25	40	50	100
$\vec{\alpha}_l$	27, 20	27, 60	26, 80	27, 20	26, 90	24, 60	24, 40	23, 80	22, 90
$\vec{\beta}_l$	30, 90	29, 30	24, 50	23, 60	25, 60	22, 40	21, 40	17, 00	13, 70
$\vec{\psi}_l$	48, 30	47, 70	43, 10	43, 20	43, 10	41, 50	38, 70	38, 50	30, 90

são consideradas na montagem do vetor de características, maior a taxa de classificação correta. Além disso, esse experimento alcança o seu maior desempenho exatamente com o mesmo tamanho máximo de janela $l = 40$.

Tabela 5.13:: taxa de acertos (%) do método dos caminhos mínimos em grafos na base de imagens UIUC para diferentes conjuntos de tamanhos de janela l .

Conjuntos de tamanhos de janelas $\{l_1, l_2, \dots, l_n\}$	Taxa de acertos (%)		
	$\vec{v}_{l_1, l_2, \dots, l_n}$	$\vec{\omega}_{l_1, l_2, \dots, l_n}$	$\vec{\varphi}_{l_1, l_2, \dots, l_n}$
{4, 5}	36,80	41,90	57,70
{4, 5, 8}	44,60	49,00	63,00
{4, 5, 8, 10}	46,60	49,10	64,20
{4, 5, 8, 10, 20}	51,50	52,80	65,80
{4, 5, 8, 10, 20, 25}	52,20	50,50	65,40
{4, 5, 8, 10, 20, 25, 40}	55,10	50,80	67,30
{4, 5, 8, 10, 20, 25, 40, 50}	54,40	49,70	66,40
{4, 5, 8, 10, 20, 25, 40, 50, 100}	54,10	49,60	66,00

5.5.4 Comparação entre os métodos

Os resultados de comparação do modelo gravitacional simplificado (Bouligand-Minkowski e gliding-box) e do método dos caminhos mínimos em grafos com os demais métodos da literatura são apresentados na Tabela 5.14. No modelo gravitacional com Bouligand-Minkowski, não obstante o melhor resultado da Tabela 5.10 (58,60% de taxa de acertos) ter sido obtido com o conjunto de valores de raio $r = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ e conjuntos de valores de passo de tempo $t = \{1, 5, 10, 15\}$ e $t = \{1, 5, 10, 15, 20\}$, para manter consistência com o experimento realizado nas texturas de Brodatz, cujas imagens são também 200×200 pixels e estão em níveis de cinzas, são adotados na presente comparação o conjunto de valores de raio $r = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ e conjunto de passos de tempo $t = \{1, 5, 10, 15\}$, que propiciam uma taxa de acertos de 57,80%. Mesmo com a adoção desse critério, a abordagem proposta é superior a todos os métodos comparados, exceto o método dos caminhos mínimos em grafos, demonstrando sua robustez para a análise de

imagens em níveis de cinza.

A comparação do modelo gravitacional com gliding-box é efetuada com os mesmos valores de parâmetros que propiciam a maior taxa de acertos na base de imagens de Brodatz, $G = 1$, $M = 500$, $l_{max} = 11$ e conjunto de tempos de colapso $t = \{1, 6, 12, 18\}$. Como a base de texturas UIUC é mais difícil de ser classificada, devido ao processo de aquisição das imagens, essa comparação permite aferir melhor a capacidade de discriminação dessa abordagem, uma vez que a sua taxa de classificação é superior quando comparada com os resultados dos métodos descritores de Fourier (56,70% superior), caminhada do turista (12,94%), descritores wavelet (41,75%) e matrizes de co-ocorrência (33,82%). Além disso, o resultado obtido confirma que o método é adequado para diferentes tipos de textura em níveis de cinza (sintéticas e naturais) e diferentes modos de aquisição de imagens.

Na comparação do método dos caminhos mínimos é adotado o mesmo conjunto de janelas $l = \{4, 5, 8, 10, 20, 25, 40\}$ que propicia a maior taxa de acertos na base de imagens de Brodatz. O resultado obtido torna evidente a eficiência do método dos caminhos mínimos em grafos para essa base de imagens, visto que alcança uma vantagem de 9,5% em relação ao segundo melhor método (modelo gravitacional com Bouligand-Minkowski), ou seja, um adicional de 95 imagens corretamente classificadas.

Tabela 5.14:: comparação de diferentes métodos de análise de textura na base de imagens UIUC.

Método	Imagens corretamente classificadas	Taxa de acertos (%)
Gravitação com B-Minkowski	578	57,80
Gravitação com Gliding-Box	550	55,00
Caminhos Mínimos em Grafos	673	67,30
Descritores de Fourier	351	35,10
Matrizes de Co-ocorrência	411	41,10
Caminhada do Turista	487	48,70
Filtros de Gabor	561	56,10
Descritores Wavelet	388	38,80

5.6 Resultados de classificação das texturas VisTex

Esta seção apresenta os resultados obtidos na base de imagens VisTex com os métodos do modelo gravitacional simplificado e dos caminhos mínimos em grafos, bem como sua comparação com os demais métodos apresentados nesta tese.

5.6.1 Modelo gravitacional simplificado para texturas coloridas

Neste experimento é utilizada uma massa de $M = 204,8$ (equação 5.4). A seguir, são exploradas as diferentes configurações de valores de raio $r = \{3, 4, 5, 6, 7\}$, de janelas $l = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ e de tempo $t = \{1, 5, 10, 15, 20\}$.

Tabela 5.15:: taxa de acertos (%) do método do modelo gravitacional com o método Bouligand-Minkowski na base de imagens VisTex para múltiplos valores de r e diferentes conjuntos de valores t .

Raio (r)	Tempo (t)			
	{1, 5}	{1, 5, 10}	{1, 5, 10, 15}	{1, 5, 10, 15, 20}
{3, 4}	97,19	97,34	97,50	97,34
{3, 4, 5}	97,34	97,66	97,19	97,81
{3, 4, 5, 6}	97,34	97,81	97,34	97,50
{3, 4, 5, 6, 7}	97,34	97,81	97,50	97,50

Primeiramente, são analisados os resultados obtidos com o uso de múltiplos valores de r e diferentes conjuntos de valores t para compor o vetor de características $\vec{\Psi}_{RGB}$, conforme mostrado na Tabela 5.15. Esses resultados demonstram que o uso de uma ampla faixa de valores para t e r não necessariamente propicia a melhor taxa de acertos (97,81%) para este experimento, a qual é alcançada usando $t = \{1, 5, 10\}$ e $r = \{3, 4, 5, 6\}$. À medida em que há um aumento nos valores de ambos os parâmetros, um pequeno decréscimo na taxa de acertos é percebido. Isso é devido ao fato de que as informações de textura fornecidas por altos valores de r podem não ser suficientemente discriminativas em termos de dimensão fractal. Além disso, o processo de colapso deteriora gradativamente o padrão de textura à medida que o valor de t aumenta, o que diminui a eficácia do método em discriminá-lo.

Tabela 5.16:: taxa de acertos (%) do método do modelo gravitacional com o método gliding-box na base de imagens VisTex para múltiplos valores de l e diferentes conjuntos de valores t .

Janela (l)	Tempo (t)			
	{1, 5}	{1, 5, 10}	{1, 5, 10, 15}	{1, 5, 10, 15, 20}
{2}	77,19	83,12	85,62	85,62
{2, 3}	91,09	93,28	94,37	95,16
{2, 3, 4}	94,22	95,62	96,56	97,19
{2, 3, 4, 5}	95,16	96,56	96,87	97,50
{2, 3, 4, 5, 6}	95,47	96,87	97,19	97,34
{2, 3, 4, 5, 6, 7}	96,09	97,34	97,34	97,97

São analisados na Tabela 5.16 os resultados obtidos para múltiplos valores de l e diferentes conjuntos de valores t para compor o vetor de características $\vec{\Phi}_{RGB}$. De forma

diferente dos resultados obtidos com a dimensão fractal, a taxa de acertos propiciada pela lacunaridade continua a aumentar à medida que os valores dos parâmetros usados são aumentados: t ou l . De fato, o melhor resultado (97,97%) é alcançado usando $t = \{1, 5, 10, 15, 20\}$ e $l = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. Como é possível perceber, a lacunaridade obtém maiores vantagens do processo de colapso do que a dimensão fractal. Isso pode ser devido ao modo como os métodos calculam a complexidade de uma imagem: um maior valor de r_j simplesmente continua o processo de dilatação iniciado por um raio menor r_i ($r_i < r_j$) no método de dimensão fractal, enquanto que os valores de lacunaridade obtidos para dois tamanhos diferentes de janela l_i e l_j ($l_i < l_j$) não têm relação alguma entre si. Além disso, a lacunaridade mede *como* o espaço é ocupado, ou seja, mesmo se durante o processo de colapso diferentes padrões de textura começarem a apresentar similaridades, estes ainda podem apresentar uma diferente ocupação de espaço em pequenas escalas, isto é, $l \ll N$, em que N é o tamanho da imagem.

Tabela 5.17:: taxa de acertos (%) do método do modelo gravitacional com os métodos Bouligand-Minkowski e gliding-box na base de imagens VisTex para múltiplos valores de r e l e o mesmo conjunto de valores $t = \{1, 5, 10, 15\}$.

Janela (l)	Raio (r)			
	{3, 4}	{3, 4, 5}	{3, 4, 5, 6}	{3, 4, 5, 6, 7}
{2}	97,81	97,66	97,50	97,81
{2, 3}	98,12	98,44	98,59	98,59
{2, 3, 4}	98,75	98,75	98,75	99,06
{2, 3, 4, 5}	99,22	99,06	99,06	99,06
{2, 3, 4, 5, 6}	99,22	99,22	99,37	99,37
{2, 3, 4, 5, 6, 7}	98,91	99,06	99,06	99,06

Uma vez que há diferenças na capacidade de discriminação da dimensão fractal e da lacunaridade, é profícuo combinar ambas as informações em um único vetor de características, conforme mostrado na Tabela 5.17. Para alcançar tal propósito, decide-se usar o conjunto de passos de tempo $t = \{1, 5, 10, 15\}$, o qual possui um passo de tempo a mais do que o conjunto usado para atingir o melhor resultado da dimensão fractal (Tabela 5.15), e um passo de tempo a menos do que o conjunto usado para alcançar a melhor taxa de acertos da lacunaridade (Tabela 5.16). Os resultados demonstram que a taxa de acertos tende a aumentar à medida que o número de valores l e r é aumentado. Assim, a melhor taxa de acertos é atingida (99,37%) usando $l = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ e $r = \{3, 4, 5, 6\}$. Para valores mais altos de l e r , é possível perceber um pequeno, mas não significativo, decréscimo na taxa de acertos.

5.6.2 Caminhos mínimos em grafos para texturas coloridas

Para avaliar a performance do método dos caminhos mínimos em grafos, é necessário estabelecer os valores do parâmetro básico l . Assim como estabelecido na Seção 5.2.12, são usados os divisores do tamanho da imagem de textura (128×128 pixels) como um conjunto dos possíveis valores de l : $l = \{4, 8, 16, 32, 64\}$.

Tabela 5.18:: taxa de acertos (%) do método dos caminhos mínimos em grafos na base de imagens VisTex para diferentes tamanhos de janela l .

	Taxa de acertos (%)				
l	4	8	16	32	64
$\vec{\theta}_l$	98,28	98,75	96,71	90,62	85,31
$\vec{\psi}_l$	98,28	96,87	93,75	86,56	79,06
$\vec{\omega}_l$	99,06	98,59	95,46	91,87	87,50

As taxas de acertos alcançadas quando um único tamanho de janela l é usado para compor os três vetores de características $\vec{\theta}_l$, $\vec{\psi}_l$ e $\vec{\omega}_l$ são mostradas na Tabela 5.18. Essa tabela demonstra que a taxa de classificação correta tende a diminuir à medida que o tamanho da janela aumenta. Isso pode ser explicado pelo fato de que janelas menores permitem realizar uma melhor análise de textura local. Além disso, janelas menores implicam um número maior de janelas na grade que cobre a textura. Como consequência, a informação sobre aspectos diferentes ao longo de toda a textura são incluídas nas médias e desvios-padrão computados, conduzindo a uma caracterização mais precisa do padrão de textura.

Esses resultados também demonstram que na base de imagens VisTex, a análise dos três canais de cor separadamente ($\vec{\theta}_l$), resulta em uma melhor classificação do que a combinação destes em um único grafo ($\vec{\psi}_l$). Essa diferença de performance é provavelmente devido às características das texturas presentes nessa base de imagens. Essas texturas possuem, em média, uma distribuição equânime de intensidades nos três canais de cor. Devido a isso, não há uma tendência de que os caminhos mínimos originados em determinado canal cruzem outros canais. Isso também explica por que o vetor $\vec{\omega}_l$ não obtém vantagem expressiva em relação ao vetor $\vec{\theta}_l$ - para algumas janelas, seu resultado é inferior. Como o vetor $\vec{\psi}_l$ possui informação similar ao vetor $\vec{\theta}_l$, a concatenação de ambos acarreta redundância de informação, comprometendo a capacidade de discriminação do vetor $\vec{\omega}_l$.

Como é possível perceber, o tamanho de janela l permite uma análise da textura em diferentes escalas. Desse modo, é profícuo combinar as características de diferentes escalas com o intuito de realizar uma análise mais completa da imagem. Assim, a Tabela 5.19

Tabela 5.19:: taxa de acertos (%) do método dos caminhos mínimos em grafos na base de imagens VisTex para diferentes conjuntos de tamanhos de janela l .

Conjuntos de tamanhos de janela $\{l_1, l_2, \dots, l_n\}$	Taxa de acertos (%)		
	$\vec{\Theta}_{l_1, l_2, \dots, l_n}$	$\vec{\Psi}_{l_1, l_2, \dots, l_n}$	$\vec{\Omega}_{l_1, l_2, \dots, l_n}$
$\{4, 8\}$	99,37	99,06	99,53
$\{4, 8, 16\}$	99,68	99,06	99,21
$\{4, 8, 16, 32\}$	99,53	99,06	99,37
$\{4, 8, 16, 32, 64\}$	98,90	98,75	98,90

mostra a taxa de acertos alcançada com o uso de um conjunto de diferentes tamanhos de janelas para computar os vetores de características $\vec{\Theta}$, $\vec{\Psi}$ e $\vec{\Omega}$. Conforme os resultados demonstram, o uso de janelas maiores tende a aumentar a taxa de acertos nos três vetores propostos. Entretanto, há um limite de tamanho de janela que deve ser considerado, visto que janelas muito grandes comprometem a capacidade de discriminação do método.

5.6.3 Comparação entre os métodos

Os resultados do modelo gravitacional simplificado e dos caminhos mínimos em grafos e sua comparação com outros métodos de análise de texturas coloridas são apresentados na Tabela 5.20. Para realizar essa comparação, no modelo gravitacional é considerada a configuração que fornece a mais alta taxa de acertos na Tabela 5.17: $t = \{1, 5, 10, 15\}$, $l = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ e $r = \{3, 4, 5, 6\}$. Essa configuração usa um total de 36 descritores por cada canal de cor, totalizando 108 descritores para uma imagem *RGB*. Os resultados mostram que esse método é o segundo mais acurado na classificação das imagens da base VisTex. Além disso, o mesmo usa um número menor de descritores do que alguns dos outros métodos que apresentam os melhores desempenhos, como, por exemplo, Gabor EEE e CCR multicamadas. Esse resultado corrobora a eficiência do método gravitacional para imagens coloridas, assim como indica o seu grande potencial para várias aplicações que necessitem de classificação de imagens.

Na comparação dos caminhos mínimos é considerado o vetor de características $\vec{\Omega}_{4,8}$. Esse vetor inclui os descritores de caminhos mais curtos obtidos por ambas as abordagens de modelamento de grafo, para as janelas $l = \{4, 8\}$. Essa configuração é adotada porque apresenta a maior taxa de acertos na base de imagens VisTex para o vetor $\vec{\Omega}$, além de possuir um número reduzido de descritores, apenas 96. Conforme os resultados demonstram, o método dos caminhos mínimos em grafos para imagens coloridas supera todos os demais métodos. Além disso, é importante salientar que o seu vetor de características

apresenta menor número de descritores do que o vetor do modelo gravitacional, e metade do número de descritores do vetor do terceiro melhor método (Gabor EEE).

Tabela 5.20:: comparação dos resultados de diferentes métodos na base de imagens VisTex.

Métodos	Nº de descritores	Taxa de acertos (%)
Gravitação <i>RGB</i>	108	99,37
Caminhos Mínimos em Grafos <i>RGB</i>	96	99,53
Gabor EEE	192	98,12
HRF	-	66,56
CCR Multicamadas	640	95,94
MSD	72	89,84
LBP + Haralick	10	93,12

5.7 Resultados de classificação das texturas USPTex

Esta seção apresenta os resultados obtidos na base de imagens USPTex com os métodos do modelo gravitacional simplificado e dos caminhos mínimos em grafos, bem como sua comparação com os demais métodos apresentados nesta tese.

5.7.1 Modelo gravitacional simplificado para texturas coloridas

Para avaliar a robustez do modelo gravitacional quanto ao aumento significativo do número de classes de texturas em um determinado problema, é analisada uma segunda base de imagens denominada USPTex. Para tal propósito, são utilizadas as mesmas configurações básicas propostas para a base de imagens VisTex: constante gravitacional $G = 1$ e massa $M = 204,8$. Para este problema, são também investigados os seguintes conjuntos de parâmetros l e r : $l = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ e $r = \{3, 4, 5, 6, 7\}$.

Tabela 5.21:: taxa de acertos (%) do método do modelo gravitacional com o método Bouligand-Minkowski na base de imagens USPTex para múltiplos valores r e diferentes conjuntos de valores t .

Raio (r)	Tempo (t)			
	{1, 5}	{1, 5, 10}	{1, 5, 10, 15}	{1, 5, 10, 15, 20}
{3, 4}	91,90	92,08	92,13	92,78
{3, 4, 5}	92,31	92,45	92,04	92,27
{3, 4, 5, 6}	92,41	92,27	92,22	92,59
{3, 4, 5, 6, 7}	92,08	92,68	91,85	91,57

Primeiramente, são analisados os resultados obtidos com o uso de múltiplos valores de r e diferentes conjuntos de valores t para compor o vetor de características $\vec{\Psi}_{RGB}$.

Tais resultados são mostrados na Tabela 5.21. De forma diferente dos resultados obtidos com a base de imagens VisTex, o melhor resultado é alcançado quando são usados apenas dois descritores fractais ($r = \{3, 4\}$) para todos os passos de tempo considerados $t = \{1, 5, 10, 15, 20\}$.

Tabela 5.22:: taxa de acertos (%) do método do modelo gravitacional com o método gliding-box na base de imagens USPTex para múltiplos valores de l e diferentes conjuntos de valores t .

Janela (l)	Tempo (t)			
	{1, 5}	{1, 5, 10}	{1, 5, 10, 15}	{1, 5, 10, 15, 20}
{2}	63,70	72,13	73,10	75,09
{2, 3}	80,65	84,91	86,25	86,94
{2, 3, 4}	85,88	89,72	89,86	90,65
{2, 3, 4, 5}	85,88	89,86	90,09	90,83
{2, 3, 4, 5, 6}	86,57	90,05	90,79	91,20
{2, 3, 4, 5, 6, 7}	86,94	90,00	90,92	90,92

Os resultados obtidos com o uso de múltiplos valores de l e diferentes conjuntos de valores t para compor o vetor de características $\vec{\Phi}_{RGB}$ são analisados na Tabela 5.22. Esse vetor de características atinge a melhor taxa de acertos (91,20%) com a seguinte configuração de parâmetros $t = \{1, 5, 10, 15, 20\}$ e $l = \{2, 3, 4, 5, 6\}$. Observando-se, o conjunto de valores l possui apenas um valor a menos do que a configuração usada na base de imagens VisTex. Esse resultado corrobora a asserção feita previamente de que a lacunaridade obtém maiores vantagens do processo de colapso gravitacional do que a dimensão fractal.

Tabela 5.23:: taxa de acertos (%) do método do modelo gravitacional com os métodos Bouligand-Minkowski e gliding-box na base de imagens USPTex para múltiplos valores r e l e o mesmo conjunto de valores $t = \{1, 5, 10, 15\}$.

Janela (l)	Raio (r)			
	{3, 4}	{3, 4, 5}	{3, 4, 5, 6}	{3, 4, 5, 6, 7}
{2}	95,00	94,72	94,44	94,26
{2, 3}	96,02	95,92	95,51	95,42
{2, 3, 4}	96,30	95,97	96,11	95,69
{2, 3, 4, 5}	96,25	96,06	96,20	95,79
{2, 3, 4, 5, 6}	96,53	96,30	96,57	95,97
{2, 3, 4, 5, 6, 7}	96,34	96,11	96,02	95,92

Neste experimento é também avaliada a combinação, em um único vetor de características, de informações oriundas da dimensão fractal e da lacunaridade, cujos resultados são apresentados na Tabela 5.23. Para tanto, são computados os vetores de características de dimensão fractal e lacunaridade para o mesmo conjunto de passos de tempo

usado na base de imagens VisTex: $t = \{1, 5, 10, 15\}$. Esse conjunto é usado porque é importante manter a mesma configuração do método em bases de imagens diferentes - desde que tenham a mesma natureza (colorida ou níveis de cinza) e mesmo tamanho (por exemplo, 128×128 pixels) - para prover uma melhor avaliação de sua capacidade de discriminação. Coincidentemente, a melhor taxa de acertos (96,57%) é obtida para os valores de parâmetros $l = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ e $r = \{3, 4, 5, 6\}$. Essa é a mesma configuração de valores l e r que produz a melhor taxa de acertos no experimento da base de imagens VisTex.

5.7.2 Caminhos mínimos em grafos para texturas coloridas

Assim como nos experimentos na base de textura VisTex, (Seção 5.6.2), é avaliada a performance do método dos caminhos mínimos em grafos na base de imagens USPTex usando o conjunto de valores de janelas $l = \{4, 8, 16, 32, 64\}$. A Tabela 5.24 mostra os resultados obtidos. De modo similar ao experimento na base de imagens VisTex, as taxas de acertos tendem a diminuir à medida que janelas maiores são usadas.

Tabela 5.24:: taxa de acertos (%) do método dos caminhos mínimos em grafos na base de imagens USPTex para diferentes tamanhos de janela l .

	Taxa de acertos (%)				
r	4	8	16	32	64
$\vec{\theta}_l$	92, 31	84, 12	82, 31	79, 02	73, 19
$\vec{\psi}_l$	93, 47	82, 22	78, 93	68, 28	56, 57
$\vec{\omega}_l$	95, 87	90, 23	86, 29	81, 43	73, 28

Esses resultados demonstram que, na base de imagens USPTex, o modelamento de grafos para cada canal de cor $\vec{\theta}_l$ oferece melhores resultados do que o modelamento de um único grafo a partir dos três canais de cor. Essa diferença de performance é particularmente evidente quando comparada com os resultados obtidos na base de imagens VisTex (ver Tabela 5.18), visto que a diferença entre as duas abordagens torna-se cada vez maior à medida que maiores tamanhos de janela l são usados. Esse resultado é devido ao fato de que há uma grande quantidade de padrões de microtextura acinzentada nessa base. Em texturas com essa característica, os canais RGB apresentam um conjunto similar de intensidades. Isso acarreta uma transição frequente do caminho mais curto entre os canais de cor, procurando pelos vértices mais similares. Desse modo, o caminho mínimo não estabiliza em um determinado canal de cor. Como resultado, a média e o desvio-padrão no vetor de características $\vec{\psi}_l$ apresentam maior similaridade para diferentes classes de

textura e, por conseguinte, têm menor capacidade de discriminação.

De modo similar ao experimento realizado na base de imagens VisTex, os vetores oriundos das duas abordagens de modelamento de grafos são combinados em um único vetor de características $\vec{\omega}_l$. Nesse caso, os resultados demonstram claramente que essa concatenação aumenta a performance do método na base de imagens USPTex, especialmente para valores pequenos de l (ver Tabela 5.24). Esse resultado aparentemente contradiz a afirmação anterior de que o vetor $\vec{\psi}_l$ tem menor capacidade de discriminação. Entretanto, é preciso salientar que devido à natureza das texturas da base USPTex (imagens com padrões acinzentados), os tipos de informação constantes nos vetores $\vec{\psi}_l$ e $\vec{\theta}_l$ são diferentes. Como consequência, o sinergismo dos dois vetores ($\vec{\omega}_l$) produz um vetor com maior poder discriminativo, o que explica os melhores resultados mostrados na Tabela 5.24.

Tabela 5.25:: taxa de acertos (%) do método dos caminhos mínimos em grafos na base de imagens USPTex para diferentes conjuntos de tamanhos de janela l .

Conjuntos de tamanhos de janela $\{l_1, l_2, \dots, l_n\}$	Taxa de acertos (%)		
	$\vec{\Theta}_{l_1, l_2, \dots, l_n}$	$\vec{\Psi}_{l_1, l_2, \dots, l_n}$	$\vec{\Omega}_{l_1, l_2, \dots, l_n}$
{4, 8}	94,67	94,95	97,22
{4, 8, 16}	95,13	95,41	96,89
{4, 8, 16, 32}	96,01	95,50	97,26
{4, 8, 16, 32, 64}	95,64	95,50	97,22

São apresentados na Tabela 5.25 os resultados obtidos na base USPTex pela combinação de diferentes valores de janela l para computar os vetores $\vec{\Theta}$, $\vec{\Psi}$ e $\vec{\Omega}$. Assim como no experimento na base VisTex, os resultados demonstram que essa combinação aumenta a taxa de acertos nos três vetores, mas até um determinado limite de tamanho de janela l , que é dependente da natureza das texturas da base de imagens. Como prova dessa asserção, no experimento com a base VisTex, o tamanho máximo de janela que apresenta o melhor resultado do vetor $\vec{\Omega}$ é $l = 8$, enquanto que na base USPTex o melhor resultado é atingido com o tamanho máximo de janela $l = 32$ para o vetor $\vec{\Omega}$. Essa tabela também demonstra que o sinergismo das duas abordagens propostas para modelamento de grafos ($\vec{\Theta}$ e $\vec{\Psi}$) resulta em uma maior capacidade de discriminação das imagens da base USPTex, em relação a cada um dos vetores $\vec{\Theta}$ ou $\vec{\Psi}$ aplicado isoladamente.

5.7.3 Comparação entre os métodos

São apresentados na Tabela 5.26 os resultados obtidos pelos métodos do modelo gravitacional simplificado e dos caminhos mínimos em grafos e sua comparação com outros

métodos de análise de imagens de texturas coloridas. Assim como nos experimentos com a base de imagens VisTex, no modelo gravitacional é considerada a configuração que atinge a maior taxa de acertos na Tabela 5.23 para realizar a comparação: $t = \{1, 5, 10, 15\}$, $l = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ e $r = \{3, 4, 5, 6\}$, resultando em um total de 36 descritores por canal de cor, ou seja, 108 descritores para uma imagem *RGB*. O resultado obtido pelo modelo gravitacional é superior ao resultado do Gabor EEE, que novamente é o terceiro melhor método. Entretanto, a abordagem gravitacional precisa de aproximadamente 44% menos descritores para atingir o seu melhor desempenho.

Para comparação dos caminhos mínimos adota-se o vetor de características $\vec{\Omega}_{4,8}$, embora o vetor $\vec{\Omega}_{4,8,16,32}$ obtenha o melhor resultado. Esse procedimento é definido por duas importantes razões: manter coerência com os experimentos na base VisTex; e devido ao fato de que $\vec{\Omega}_{4,8}$ apresenta a melhor relação custo-benefício em termos de taxa de acertos e número de descritores. A Tabela 5.26 mostra os resultados obtidos, demonstrando novamente a superioridade do método dos caminhos mínimos em relação a todos os outros métodos.

Tabela 5.26:: comparação dos resultados de diferentes métodos na base de imagens USPTex.

Métodos	Nº de desritores	Taxa de acertos (%)
Gravitação <i>RGB</i>	108	96,57
Caminhos Mínimos em Grafos <i>RGB</i>	96	97,22
Gabor EEE	192	96,34
HRF	-	48,61
CCR Multicamadas	640	66,11
MSD	72	54,58
LBP + Haralick	10	81,53

5.8 Resultados de classificação das texturas Outex

São apresentados na Tabela 5.27 os resultados obtidos pelos métodos do modelo gravitacional simplificado e dos caminhos mínimos em grafos e sua comparação com os outros métodos de análise de imagens coloridas. Este experimento permite avaliar a tolerância à rotação dos métodos. Adicionalmente, as três bases de imagens com iluminação distinta também são consideradas em conjunto (base denominada “Todas”), o que permite testar a tolerância dos métodos à variação de iluminação.

Assim como nos experimentos prévios com as bases de imagens VisTex e USPTex, são consideradas nessa comparação apenas as configurações de parâmetros que atingem

a maior taxa de acertos na base de imagens VisTex: $t = \{1, 5, 10, 15\}$, $l = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ e $r = \{3, 4, 5, 6\}$ para o modelo gravitacional, o que resulta em 36 descritores por canal de cor, ou seja, um total de 108 descritores para uma imagem *RGB*; e $l = \{4, 8\}$ com o vetor $\vec{\Omega}$ (concatenação das abordagens de um grafo por canal de cor e de um único grafo para todos os canais), perfazendo um total de 96 descritores por imagem *RGB*.

Os resultados demonstram que os dois métodos supracitados apresentam uma grande robustez à rotação e à iluminação, quando comparados com os demais métodos. Em geral, o método dos caminhos mínimos em grafos apresenta o segundo melhor resultado tanto em cada base de dados com um mesmo tipo de iluminação (Horizon, Inca e TL84), quanto com as três bases de imagens juntas. Já o modelo gravitacional simplificado apresenta um resultado ligeiramente inferior. O método Gabor EEE apresenta o melhor desempenho nesse experimento. Uma explicação para essa performance é o fato de que o método incorpora a física de reflexão da luz, o que resulta em robustez a várias condições de iluminação (HOANG; GEUSEBROEK; SMEULDERS, 2005). Além disso, os filtros de Gabor são aplicados em várias orientações e frequências, o que acarreta robustez a condições de rotação.

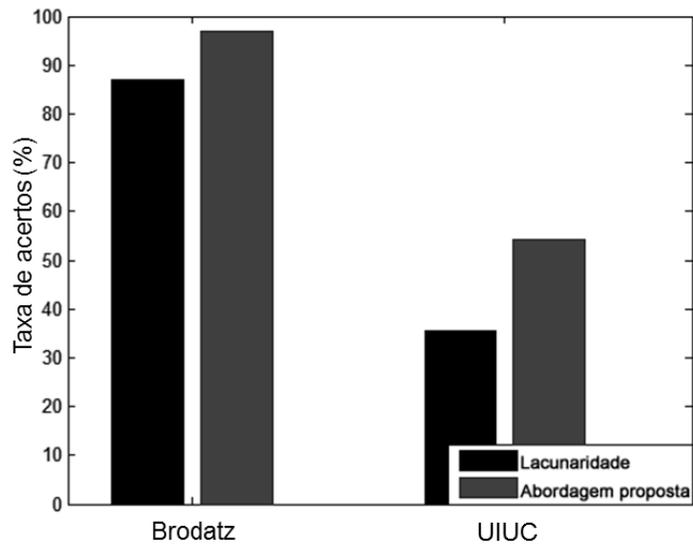
Tabela 5.27:: comparação dos resultados de diferentes métodos na base de imagens Outex, sob condições de rotação e iluminação.

Método	Taxa de acertos (%)			
	Horizon	Inca	TL84	Todas
Gravitação <i>RGB</i>	98,20	97,30	97,38	91,77
Caminhos Mínimos em Grafos <i>RGB</i>	98,44	98,12	99,59	93,32
Gabor EEE	98,86	98,86	99,10	94,09
HRF	79,49	82,19	78,10	13,42
CCR Multicamadas	91,01	87,42	79,49	63,64
MSD	71,81	71,73	86,27	71,95
LBP + Haralick	77,20	78,76	79,66	55,99

5.9 Análise experimental da eficácia do modelo gravitacional

Com o intuito de provar que o sistema gravitacional realmente amplia a acurácia dos métodos gliding-box e Bouligand-Minkowski, é realizado o seguinte experimento: um vetor de características é calculado apenas com o método gliding-box (sem o modelo gravitacional associado), usando os mesmos valores de l ($2, 3, \dots, l_{max} = 11$) dos experimentos

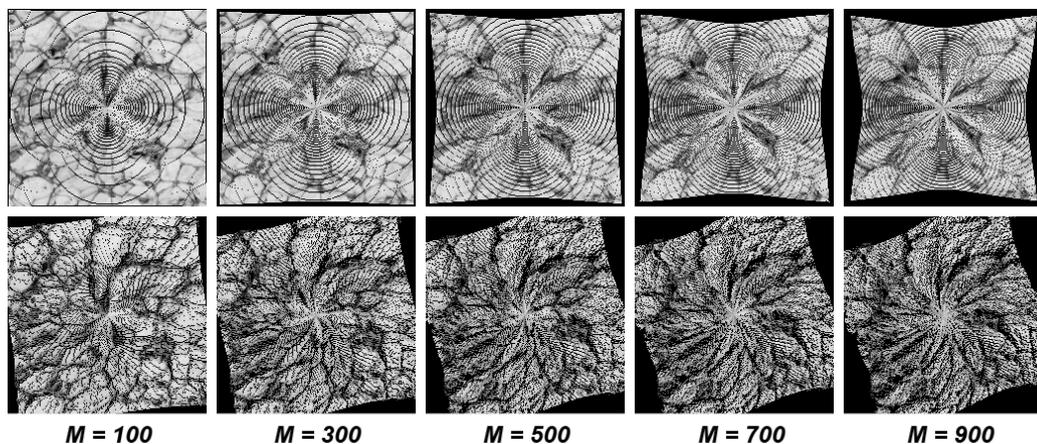
Figura 5.11:: comparação entre o método gliding-box com e sem o modelo gravitacional associado.



Fonte: (SÁ JUNIOR; BACKES; CORTEZ, 2012).

anteriores nas bases de imagens de Brodatz e UIUC. Os resultados são apresentados na Figura 5.11, a qual demonstra que a abordagem gravitacional permite a extração de informação adicional e relevante do padrão de textura, aumentando os resultados de classificação. É importante salientar que a abordagem gravitacional é fundamental para a classificação de ambas as bases de imagens, porque a utilização apenas do método gliding-box implica taxas de classificação similares aos resultados dos métodos menos eficientes em ambos os experimentos, conforme mostrado nas Tabelas 5.7 e 5.14.

Figura 5.12:: exemplos de imagens de texturas em processo de colapso no tempo $t = 20$ usando diferentes valores de massa M . Primeira linha: sem a velocidade tangencial; segunda linha: com velocidade tangencial.



$M = 100$

$M = 300$

$M = 500$

$M = 700$

$M = 900$

Fonte: (SÁ JUNIOR; BACKES; CORTEZ, 2012).

Como experimento adicional, é usado o sistema gravitacional sem a velocidade tangencial com o intuito de quantificar a importância desse parâmetro na classificação das amostras. A Figura 5.12 mostra uma textura depois de 20 passos de tempo de processo de colapso ($t = 20$), usando diferentes valores de massa M com e sem a velocidade tangencial, e a Tabela 5.28 mostra a taxa de acertos do sistema modificado. Os resultados demonstram que o sistema gravitacional permanece competitivo, ainda obtendo o quarto melhor resultado na base de dados UIUC, comprovado pelos dados da Tabela 5.14, e a quinta melhor taxa de acertos na base de imagens de Brodatz, conforme corrobora a Tabela 5.7. Como estabelecido previamente, a velocidade tangencial permite extrair informações concernentes tanto à distância do pixel em relação ao centro da imagem quanto à sua intensidade. Por conseguinte, esse parâmetro é essencial para a maior performance do modelo gravitacional simplificado.

Tabela 5.28:: comparação da abordagem gravitacional com e sem a velocidade tangencial.

Abordagem gravitacional	Taxa de acertos (%)	
	Base Brodatz	Base UIUC
com velocidade tangencial	97,00	55,00
sem velocidade tangencial	94,00	51,80

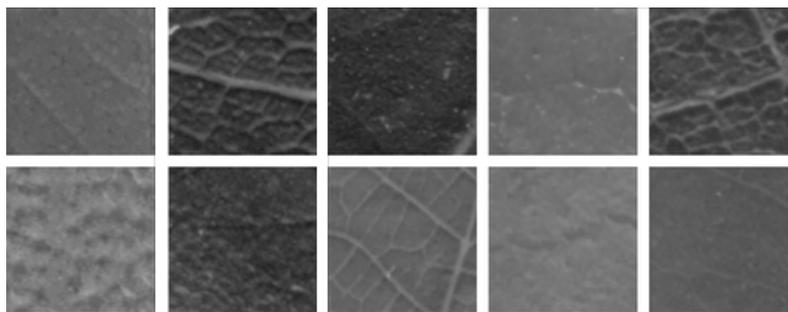
Capítulo 6

APLICAÇÕES EM TAXONOMIA VEGETAL

6.1 Texturas foliares

A base denominada texturas foliares consiste em amostras de texturas em níveis de cinza extraídas de folhas de plantas. Um total de 10 diferentes espécies foram consideradas. De cada espécie, 15 amostras de textura de tamanho 128×128 pixels foram extraídas, perfazendo uma base de dados de 150 imagens. A Figura 6.1 mostra um exemplar de textura de cada classe. Essa base de dados serve para avaliar a acurácia de um método de análise de textura em um problema real e complexo. De fato, a identificação de folhas de plantas é uma tarefa complexa devido à alta variabilidade dentro de uma mesma classe, assim como grande similaridade entre classes distintas (PLOTZE *et al.*, 2005; BACKES *et al.*, 2010). Atualmente, desenvolver ferramentas computacionais para identificação de plantas é um grande desafio científico.

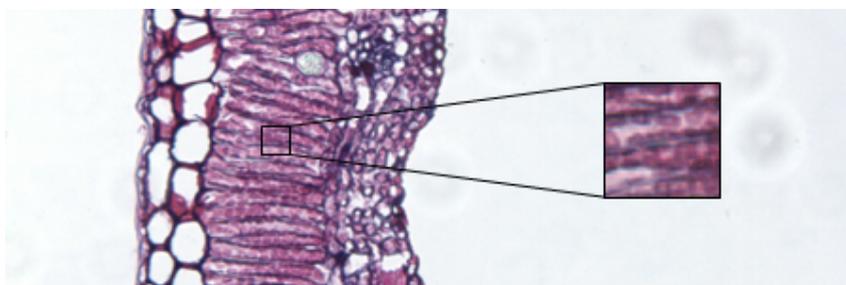
Figura 6.1:: exemplo de textura foliar de cada uma das espécies consideradas.



Fonte: (SÁ JUNIOR; BACKES, 2012).

6.2 Texturas do parênquima paliçádico

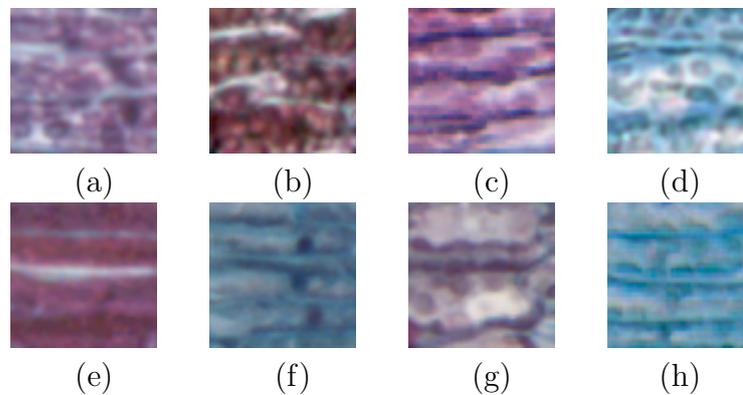
Figura 6.2:: amostra da espécie *Tibouchina stenocarpa* e respectiva janela de tamanho 60×60 pixels extraída do parênquima paliçádico.



Fonte: (SÁ JUNIOR, 2008)

Para a composição da base de imagens do parênquima paliçádico, foram selecionadas oito espécies vegetais do Cerrado do Sudeste brasileiro: *Xylopia aromatica* (Lam.) Mart. (Annonaceae), *Byrsonima intermedia* A. Juss. (Malpighiaceae), *Miconia chamissois* Naudin, *Miconia albicans* (Sw.) Triana, *Tibouchina stenocarpa* (DC.) Cogn. (Melastomataceae), *Vochysia tucanorum* Mart. (Vochysiaceae), *Jacaranda caroba* (Vell.) A. DC. (Bignoniaceae), e *Gochnatia polymorpha* (Less.) Cabrera (Asteraceae). Cada amostra consiste nos segmentos medianos do semilimbo de folhas completamente expandidas, coletadas de dez indivíduos adultos, escolhidos ao acaso, para cada espécie. Todas as amostras foram fixadas em FAA70, desidratadas em uma série etanólica, embebidas em parafina e cortadas em secções de $8\mu m$. As secções transversais foram coradas com azul de astra e fucsina básica e montadas em entellan. As imagens foram obtidas com microscópio trinocular Leica, modelo DM-1000, acoplado a uma câmera de vídeo Leica, DFC-280 com uma ampliação $200\times$. A seguir, janelas disjuntas de tamanho 60×60 pixels (4 janelas por folha) foram selecionadas do parênquima paliçádico, conforme exemplifica a Figura 6.2. Para cada espécie, 40 janelas foram obtidas (SÁ JUNIOR *et al.*, 2011). A Figura 6.3 mostra um exemplar de textura de parênquima paliçádico de cada espécie estudada.

Figura 6.3:: janelas de tamanho 60×60 pixels selecionadas do parênquima paliçádico das espécies; (a) - *B. intermedia*; (b) - *M. albicans*; (c) - *T. stenocarpa*; (d) - *V. tucanorum*; (e) - *X. aromatica*; (f) - *G. polymorpha*; (g) - *M. chamissois*; e (h) - *J. caroba*.



Fonte: produção do autor.

6.3 Resultados de classificação das texturas foliares

Esta seção apresenta os resultados obtidos na base de texturas foliares com os métodos do modelo gravitacional simplificado (Bouligand-Minkowski e gliding-box) e dos caminhos mínimos em grafos, bem como sua comparação com os demais métodos apresentados nesta tese.

6.3.1 Modelo gravitacional simplificado com o método Bouligand-Minkowski

Como é estabelecido que $M^{(200)} = 500$, a massa $M^{(128)}$ é computada como $M^{(128)} = 204,8$ por meio da equação 5.4, um valor de massa proporcional ao tamanho das imagens analisadas. Desse modo, os vetores de características são computados usando $M^{(128)}$ para diferentes raios r e passos de tempo t .

Os resultados do método na base de texturas foliares para um único valor de raio r e diferentes conjuntos de valores t são mostrados na Tabela 6.1. A Tabela 5.1 demonstra que a melhor classificação das texturas de Brodatz é encontrada para $r = 3$, e a taxa de acertos decresce à medida que o raio aumenta. No entanto, no presente experimento, a melhor taxa de acertos é alcançada quando $r = 7$. Para explicar esse fato, é importante lembrar que quanto maior o valor do raio, mais informação da curva é condensada em um único valor de dimensão fractal, resultando geralmente em uma baixa taxa de classificação das amostras. Contudo, como as texturas foliares são essencialmente microtexturas, um

valor maior de raio é mais adequado para realizar a sua análise, isto é, a variação do padrão de textura é muito sutil para ser interpretada com um valor de raio pequeno. Em contraposição, um valor mais alto de raio aumenta a capacidade de discriminação do método, visto que o mesmo permite uma melhor avaliação do padrão de textura local em microtexturas e, por conseguinte, uma classificação mais eficiente das amostras.

Tabela 6.1:: taxa de acertos (%) do método do modelo gravitacional com o método Bouligand-Minkowski na base de imagens foliares para um único valor de raio r e diferentes conjuntos de valores t .

	Raio (r)					
Tempo (t)	3	4	5	6	7	8
{1, 5}	41,33	54,67	56,67	55,33	44,67	36,00
{1, 5, 10}	49,33	54,67	56,00	59,33	51,33	52,67
{1, 5, 10, 15}	53,33	54,00	58,67	59,33	59,33	56,00
{1, 5, 10, 15, 20}	50,67	54,67	58,00	60,00	60,67	60,00

São também avaliados os vetores de características computados usando diferentes valores de r para um único passo de tempo t , como mostra a Tabela 6.2. De modo similar aos resultados alcançados usando a base de imagens de Brodatz, nota-se também um aumento na taxa de acertos à medida que o passo de tempo t aumenta, e uma diminuição da eficácia do método à medida que mais valores de raio r são usados para um único passo de tempo t . Assim, os resultados em ambas as bases de imagens sugerem que o uso de múltiplos valores de r para um mesmo passo de tempo t não é adequado para imagens obtidas seguindo um mesmo padrão (mesma escala, perspectiva etc.).

Tabela 6.2:: taxa de acertos (%) do método do modelo gravitacional com o método Bouligand-Minkowski na base de imagens foliares para um único passo de tempo t e diferentes conjuntos de valores r .

	Tempo (t)				
Raio (r)	1	5	10	15	20
{3, 4}	48,00	64,00	70,00	74,00	80,67
{3, 4, 5}	38,00	61,33	60,67	64,67	67,33
{3, 4, 5, 6}	42,00	58,67	64,00	66,00	69,33
{3, 4, 5, 6, 7}	42,67	54,67	58,00	64,00	64,00
{3, 4, 5, 6, 7, 8}	46,00	59,33	61,33	62,67	66,67

São mostrados na Tabela 6.3 os resultados obtidos quando vetores de características usando múltiplos valores de r e t são usados. De forma diferente das texturas de Brodatz, a maior taxa de acertos é alcançada quando $t = \{1, 5, 10, 15\}$ e $r = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ são usados. Esse resultado está de acordo com o fato de que as microtexturas necessitam de maiores valores de raio para uma melhor classificação, conforme estabelecido previamente.

Além disso, isso corrobora a abordagem de combinar múltiplos valores de r e t como uma estratégia eficiente para classificação de padrões de textura.

Tabela 6.3:: taxa de acertos (%) do método do modelo gravitacional com o método Bouligand-Minkowski na base de imagens foliares para múltiplos valores de r e diferentes conjuntos de valores t .

Raio (r)	Tempo (t)			
	{1, 5}	{1, 5, 10}	{1, 5, 10, 15}	{1, 5, 10, 15, 20}
{3, 4}	62,00	63,33	66,67	68,67
{3, 4, 5}	76,00	75,33	75,33	78,67
{3, 4, 5, 6}	79,33	79,33	79,33	78,00
{3, 4, 5, 6, 7}	80,00	80,67	80,00	80,67
{3, 4, 5, 6, 7, 8}	83,33	85,33	86,67	86,00

6.3.2 Modelo gravitacional simplificado com o método gliding-box

Neste experimento são empregados $M = 204,8$ e $G = 1$. Assim como nos experimentos na base de imagens UIUC, são explorados os mesmos conjuntos de tempo t e tamanhos de janela l . A Tabela 6.4 mostra os resultados obtidos. De forma diferente dos experimentos nas bases de imagens de Brodatz e UIUC, o processo de colapso gravitacional é efetivo para valores intermediários de l_{max} , pois o melhor resultado 60,66% é obtido com $t = \{1, 6, 12, 18\}$ e $l_{max} = 6$. Isso pode ser explicado pela rápida modificação do padrão de textura foliar nos maiores passos de tempo t , visto que as imagens têm tamanho 128×128 pixels e são microtexturas, o que permite que janelas l_{max} com valores intermediários sejam discriminativas. É importante salientar que a maior taxa de acertos também é obtida com os valores de parâmetros $t = \{1, 6\}$ e $l_{max} = 12$, ou seja, um menor conjunto de passos de tempo t com um maior valor de l_{max} .

Tabela 6.4:: taxa de acertos (%) do modelo gravitacional simplificado com o método gliding-box na base de imagens das texturas foliares para o vetor de características $\vec{\varphi}$.

Tempo (t)	l_{max}									
	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
{1, 6}	57,33	53,33	55,33	58,66	58,66	56,66	58,00	59,33	58,66	60,66
{1, 6, 12}	52,66	52,00	55,33	57,33	57,33	57,33	56,00	55,33	57,33	59,33
{1, 6, 12, 18}	53,33	54,66	54,66	60,66	58,00	55,33	54,00	53,33	58,00	60,00

6.3.3 Caminhos mínimos em grafos

Os resultados obtidos para cada janela l , cujo tamanho é um divisor das dimensões da imagem (128×128 pixels) são mostrados na Tabela 6.5. Assim como nos demais experimentos que empregam os caminhos mínimos em grafos para texturas em níveis de cinza, a menor janela $l = 4$ tende a propiciar uma análise mais acurada das amostras e, por conseguinte, uma melhor classificação.

Tabela 6.5:: taxa de acertos (%) do método dos caminhos mínimos em grafos no conjunto de imagens de texturas foliares para diferentes tamanhos de janela l .

	Taxa de classificação correta (%)				
l	4	8	16	32	64
$\vec{\alpha}_l$	54,00	48,66	40,66	46,66	50,00
$\vec{\beta}_l$	41,33	34,00	26,00	22,22	18,66
$\vec{\psi}_l$	68,00	54,00	44,00	50,00	58,66

São mostrados na Tabela 6.6 os resultados obtidos com o uso de múltiplos valores de l . Esse experimento demonstra que, para a base de imagens foliares, janelas maiores do que 32×32 pixels já não proporcionam informação discriminativa para a assinatura das amostras.

Tabela 6.6:: taxa de acertos (%) do método dos caminhos mínimos em grafos na base de imagens de texturas foliares para diferentes conjuntos de tamanhos de janela l .

	Taxa de acertos (%)		
Conjuntos de tamanhos de janelas $\{l_1, l_2, \dots, l_n\}$	$\vec{v}_{l_1, l_2, \dots, l_n}$	$\vec{\omega}_{l_1, l_2, \dots, l_n}$	$\vec{\varphi}_{l_1, l_2, \dots, l_n}$
$\{4, 8\}$	61,33	52,66	77,33
$\{4, 8, 16\}$	61,33	56,00	76,66
$\{4, 8, 16, 32\}$	63,33	53,33	78,66
$\{4, 8, 16, 32, 64\}$	60,66	54,00	76,00

6.3.4 Comparação entre os métodos

Uma comparação do modelo gravitacional simplificado Bouligand-Minkowski e gliding-box e dos caminhos mínimos em grafos com métodos de textura tradicionais é apresentada na Tabela 6.7. No modelo gravitacional Bouligand-Minkowski é considerada a configuração do melhor resultado na Tabela 6.3 ($t = \{1, 5, 10, 15\}$ e $r = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$). De forma diferente das texturas de Brodatz, o resultado da abordagem proposta é igual ao obtido pelas matrizes de co-ocorrência. Isso sugere que esses dois métodos provavelmente alcançam um limite de taxa de acertos imposto pela qualidade da base de imagens.

Outrossim, é importante enfatizar a dificuldade da análise de textura foliar, que é causada principalmente pela pequena variação entre classes (Figura 6.1) e pela alta variação dentro de cada classe. Além disso, como as texturas foliares não possuem um padrão de textura bem definido, isto é, apresentam um padrão estocástico persistente, mesmo usando um valor mais baixo de M durante o processo de colapso, há uma rápida degradação da imagem e, por conseguinte, uma maior taxa de classificação errônea das amostras. Esses resultados sugerem que a abordagem do modelo gravitacional simplificado é mais efetiva em texturas que apresentam um padrão repetitivo bem definido, como na base de Brodatz, em vez de um padrão estocástico, como, por exemplo, nas imagens foliares, que são mais facilmente corrompidas pelo processo de colapso.

Para a comparação do modelo gravitacional com gliding-box são adotados os valores de parâmetros $t = \{1, 6, 12, 18\}$ e $l_{max} = 6$, que é a configuração de parâmetros que apresenta a maior taxa de acertos com o menor número de descritores. Os resultados demonstram claramente que a abordagem proposta não é adequada para essa base de texturas foliares, visto que obtém o pior desempenho entre todos os métodos analisados.

Para a comparação do método dos caminhos mínimos em grafos, o vetor $\vec{\varphi}_{4,8,16,32}$ é adotado como a assinatura das amostras. Os resultados demonstram que o método proposto apresenta um bom desempenho para essa classe de imagens, superando os métodos filtros de Gabor, caminhada do turista, descritores de Fourier e gravitação com gliding-box. Entretanto, a versão atual do presente método ainda não é capaz de extrair todo o potencial informativo das imagens, conforme demonstram os resultados obtidos pelos métodos matrizes de co-ocorrência, gravitação com Bouligand-Minkowski e descritores wavelet.

Tabela 6.7:: comparação de diferentes métodos de análise de textura na base de texturas foliares.

Método	Imagens corretamente classificadas	Taxa de acertos (%)
Gravitação com B-Minkowski	130	86,67
Gravitação com Gliding-Box	91	60,66
Caminhos Mínimos em Grafos	118	78,66
Descritores de Fourier	94	62,67
Matrizes de Co-ocorrência	130	86,67
Caminhada do Turista	107	71,33
Filtros de Gabor	114	76,00
Descritores Wavelet	124	82,66

6.4 Resultados de classificação do parênquima paliçádico

Esta seção apresenta os resultados obtidos na base de texturas do parênquima paliçádico com os métodos do modelo gravitacional simplificado (Bouligand-Minkowski e gliding-box) e dos caminhos mínimos em grafos, bem como sua comparação com os demais métodos apresentados nesta tese.

6.4.1 Modelo gravitacional simplificado para texturas coloridas

Para a análise do parênquima paliçádico com o método do modelo gravitacional simplificado para texturas coloridas, são empregados os valores de parâmetros $G = 1$ e $M = 45,0$ (massa definida conforme equação 5.4). São também avaliados os conjuntos de valores de parâmetros $l = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $r = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ e $t = \{1, 5, 10, 15, 20\}$, assim como nos experimentos nas bases de imagens VisTex e USPTex.

Os resultados obtidos com o uso de múltiplos valores de raio r e de tempo t são apresentados na Tabela 6.8. Os resultados demonstram que, na base de imagens do parênquima paliçádico, o método Bouligand-Minkowski não obtém vantagens significativas do processo de colapso gravitacional, uma vez que a maior taxa de acertos é obtida com o conjunto $t = \{1, 5\}$. Esse resultado provavelmente é devido ao pequeno tamanho das imagens, o que ocasiona uma maior degradação do padrão de textura durante o processo de colapso, comprometendo a capacidade de discriminação do método Bouligand-Minkowski.

Tabela 6.8:: taxa de acertos (%) do método do modelo gravitacional com o método Bouligand-Minkowski na base de imagens do parênquima paliçádico para múltiplos valores de r e diferentes conjuntos de valores t .

Raio (r)	Tempo (t)			
	{1, 5}	{1, 5, 10}	{1, 5, 10, 15}	{1, 5, 10, 15, 20}
{3, 4}	61,87	62,18	60,31	60,62
{3, 4, 5}	66,25	65,93	62,50	63,75
{3, 4, 5, 6}	70,93	69,68	65,62	67,50
{3, 4, 5, 6, 7}	72,50	71,87	67,81	66,87

Os resultados obtidos com o uso de múltiplos valores de janela l e de tempo t são apresentados na Tabela 6.9. De forma similar aos experimentos com as bases de imagens VisTex e USPTex, o método gliding-box consegue extrair assinaturas mais discriminativas com o uso de múltiplos valores de janela l e de tempo t . Como mencionado antes, o

processo de colapso gravitacional tende a não comprometer a assinatura propiciada pela ocupação do espaço na imagem, de modo que a capacidade de discriminação do método gliding-box é ampliada.

Tabela 6.9:: taxa de acertos (%) do método do modelo gravitacional com o método gliding-box na base de imagens do parênquima paliçádico para múltiplos valores de l e diferentes conjuntos de valores t .

Janela (l)	Tempo (t)			
	{1, 5}	{1, 5, 10}	{1, 5, 10, 15}	{1, 5, 10, 15, 20}
{2}	40,93	53,12	55,93	56,56
{2, 3}	55,62	65,62	64,68	70,62
{2, 3, 4}	63,12	75,62	74,06	73,12
{2, 3, 4, 5}	71,25	76,87	77,81	79,06
{2, 3, 4, 5, 6}	75,31	78,12	78,75	79,68
{2, 3, 4, 5, 6, 7}	76,56	78,75	80,00	78,12

Os resultados obtidos com o uso de múltiplos valores de r e l para um mesmo conjunto de valores t são mostrados na Tabela 6.10. O conjunto $t = \{1, 5, 10\}$ é adotado em virtude de que a maior taxa de acertos com o método Bouligand-Minkowski é atingida com o conjunto $t = \{1, 5\}$, e a maior taxa de acertos com o método gliding-box é alcançada com o conjunto $t = \{1, 5, 10, 15\}$. Desse modo, é preferível adotar um conjunto de valores t intermediário que explore as capacidades de ambos os métodos citados. A maior taxa de acertos (91,87%) é atingida com os conjuntos $r = \{3, 4, 5\}$ e $l = \{2, 3, 4, 5, 6\}$. Para valores maiores de l e r há um pequeno decréscimo na taxa de acertos, indicando que esses valores são a escala-limite da base de imagens do parênquima paliçádico para a obtenção de informação discriminativa de lacunaridade e dimensão fractal, respectivamente.

Tabela 6.10:: taxa de acertos (%) do método do modelo gravitacional com os métodos Bouligand-Minkowski e gliding-box na base de imagens do parênquima paliçádico para múltiplos valores de r e l e o mesmo conjunto de valores $t = \{1, 5, 10\}$.

Janela (l)	Raio (r)			
	{3, 4}	{3, 4, 5}	{3, 4, 5, 6}	{3, 4, 5, 6, 7}
{2}	85,00	86,87	88,12	86,25
{2, 3}	89,68	90,00	90,31	87,81
{2, 3, 4}	87,50	91,25	89,06	89,06
{2, 3, 4, 5}	89,68	91,25	90,93	89,37
{2, 3, 4, 5, 6}	90,62	91,87	90,31	90,00
{2, 3, 4, 5, 6, 7}	91,25	90,62	90,00	89,06

6.4.2 Caminhos mínimos em grafos para texturas coloridas

Para a aplicação do método dos caminhos mínimos em grafos, são adotados os valores l que são divisores do tamanho das imagens (60×60 pixels). A Tabela 6.11 mostra os resultados obtidos para cada janela l . Esse experimento demonstra que para o tecido paliçádico, a abordagem de obter um grafo de cada canal de cor é mais eficiente, bem como que o sinergismo dos vetores $\vec{\theta}_r$ e $\vec{\psi}_r$ amplia a capacidade de discriminação das amostras.

Tabela 6.11:: taxa de acertos (%) do método dos caminhos mínimos em grafos na base de imagens do parênquima paliçádico para diferentes tamanhos de janela l .

l	Taxa de acertos (%)							
	4	5	6	10	12	15	20	30
$\vec{\theta}_l$	88,43	87,18	80,31	83,43	82,50	80,93	80,00	80,00
$\vec{\psi}_l$	88,12	85,00	79,06	78,12	77,18	72,50	70,93	65,31
$\vec{\omega}_l$	91,56	89,37	83,75	86,56	82,81	83,75	82,81	80,62

Os resultados do método com múltiplos valores de l são mostrados na Tabela 6.12. De forma dissonante dos demais experimentos apresentados nesta tese, o uso de conjuntos de valores l tende a diminuir a taxa de acertos, assim como a concatenação dos vetores $\vec{\Theta}_{r_1, r_2, \dots, r_n}$ e $\vec{\Psi}_{r_1, r_2, \dots, r_n}$, de modo que nenhuma das taxas de acertos supera o resultado propiciado pelo vetor $\vec{\omega}_4$, que é de 91,56%.

Tabela 6.12:: taxa de acertos (%) do método dos caminhos mínimos em grafos na base de imagens do parênquima paliçádico para diferentes conjuntos de tamanhos de janela l .

Conjuntos de tamanhos de janela $\{l_1, l_2, \dots, l_n\}$	Taxa de acertos (%)		
	$\vec{\Theta}_{l_1, l_2, \dots, l_n}$	$\vec{\Psi}_{l_1, l_2, \dots, l_n}$	$\vec{\Omega}_{l_1, l_2, \dots, l_n}$
$\{4, 5\}$	89,37	88,75	89,37
$\{4, 5, 6\}$	87,50	86,87	86,87
$\{4, 5, 6, 10\}$	86,87	89,06	82,81
$\{4, 5, 6, 10, 12\}$	87,50	86,87	75,93
$\{4, 5, 6, 10, 12, 15\}$	85,00	84,68	52,18
$\{4, 5, 6, 10, 12, 15, 20\}$	83,75	84,37	-
$\{4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30\}$	80,31	83,75	-

6.4.3 Comparação entre os métodos

É mostrada na Tabela 6.13 a comparação da abordagem proposta com os outros métodos para texturas coloridas descritos nesta tese. Nessa comparação, no modelo gravitacional é adotada a configuração de parâmetros que propicia a maior taxa de acertos

Tabela 6.13:: comparação dos resultados de diferentes métodos na base de imagens do parênquima paliçádico.

Métodos	Nº de descritores	Taxa de acertos (%)
Gravitação <i>RGB</i>	72	91,87
Caminhos Mínimos em Grafos <i>RGB</i>	48	91,56
Gabor <i>EEE</i>	192	87,81
HRF	-	33,12
CCR Multicamadas	640	91,25
MSD	72	80,31
LBP + Haralick	10	60,62

na Tabela 6.10: $r = \{3, 4, 5\}$, $l = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ e $t = \{1, 5, 10\}$. O resultado obtido supera as taxas de acertos de todos os métodos comparados. Além disso, o vetor de características utilizado possui apenas 11,25% e 37,5% do número de descritores dos métodos CCR multicamadas e Gabor *EEE*, respectivamente.

No método dos caminhos mínimos em grafos é adotada a assinatura $\vec{\omega}_4$, que fornece a maior taxa de acertos na Tabela 6.11. O desempenho obtido é praticamente igual ao do modelo gravitacional simplificado, superando os resultados dos demais métodos. Outrossim, vale salientar a pequena quantidade de descritores utilizados (48), que é maior apenas do que o número de descritores do método LBP com características de Haralick.

Capítulo 7

APLICAÇÕES EM IMAGENS MÉDICAS

7.1 Base de imagens *pap-smear*

O termo *pap-smear* (JANTZEN *et al.*, 2005) se refere às amostras de células humanas coradas pelo método Paranicolau. Uma amostra das células é montada (*smear*) em uma lâmina de vidro e corada, de modo que seja examinada por meio de um microscópio para procura de quaisquer anormalidades que indiquem um estágio pré-canceroso.

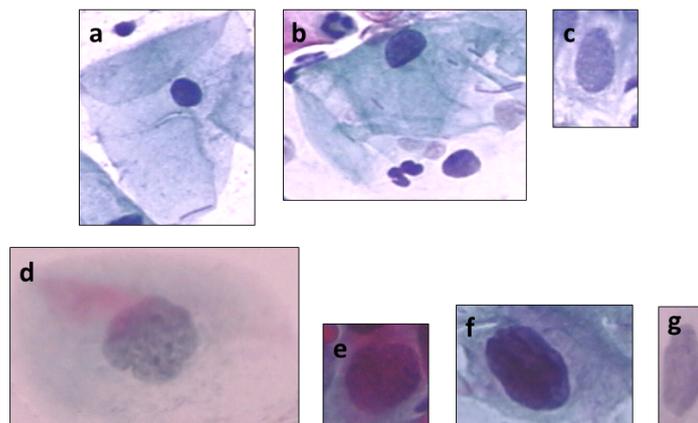
A base de imagens *pap-smear* consiste em 917 amostras distribuídas em 7 classes diferentes. As imagens foram obtidas no Hospital Universitário Herlev por meio de um microscópio e uma câmera digital. Cada célula foi examinada por dois citotécnicos e amostras que apresentavam dificuldade de classificação foram também avaliadas por um especialista. Em caso de não-unanimidade, a amostra era descartada. Desse modo, a base de imagens representa diagnósticos os mais precisos possíveis, dadas as restrições práticas e econômicas do hospital supramencionado (JANTZEN *et al.*, 2005).

As amostras foram retiradas da cérvice uterina, em sua maior parte do epitélio colunar (*columnar epithelium*) e do epitélio escamoso (*squamous epithelium*). O epitélio colunar está localizado na parte superior da cérvice, e o epitélio escamoso na parte inferior. Entre essas duas partes há o epitélio metaplástico, também chamado de junção escamosa-colunar (*squamo-columnar junction*) (JANTZEN *et al.*, 2005).

As imagens obtidas foram classificadas como epitelial escamosa superficial (*superficial squamous epithelial* - 74 imagens), epitelial escamosa intermediária (*intermediate*

squamous epithelial - 70 imagens), epitelial colunar (*columnar epithelial* - 98 imagens), displasia não-queratinizada escamosa branda (*mild squamous non-keratinizing dysplasia* - 182 imagens), displasia não-queratinizada escamosa moderada (*moderate squamous non-keratinizing dysplasia* - 146 imagens), displasia não-queratinizada escamosa severa (*severe squamous non-keratinizing dysplasia* - 197 imagens), e carcinoma de células escamosas in situ intermediário (*squamous cell carcinoma in situ intermediate* - 150 imagens). As três primeiras classes são consideradas normais, totalizando 242 imagens, e as quatro últimas classes como anormais, com 675 imagens. A Figura 7.1 mostra uma imagem de cada uma das classes citadas.

Figura 7.1:: uma amostra de cada uma das classes da base de imagens *pap-smear*; (a) - epitelial escamosa superficial; (b) - epitelial escamosa intermediária; (c) - epitelial colunar; (d) - displasia não-queratinizada escamosa branda; (e) - displasia não-queratinizada escamosa moderada; (f) - displasia não-queratinizada escamosa severa; (g) - carcinoma de células escamosas in situ intermediário.



Fonte: base de imagens *pap-smear* (JANTZEN *et al.*, 2005).

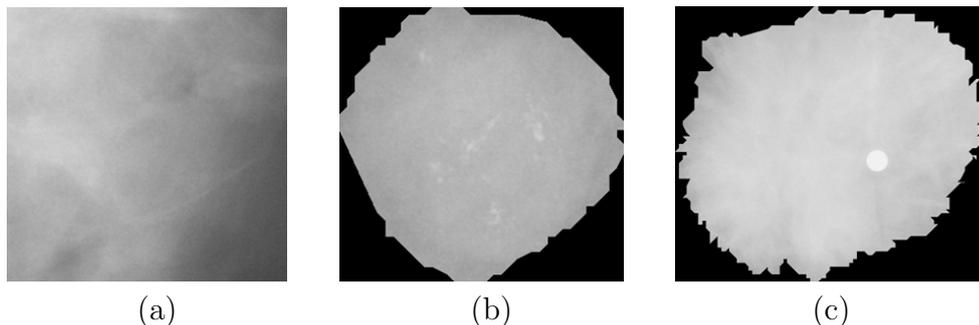
7.2 Base de imagens de tecido mamário

Para a avaliação dos métodos propostos nesta tese, é utilizada uma base de imagens pública de mamografias digitalizadas, denominada DDSM - *Digital Database for Screening Mammography* (HEATH *et al.*, 2001). Essa base de imagens contém 2.620 casos adquiridos no Hospital Geral de Massachusetts, na Universidade Wake Forest e na Universidade de Washington (Escola de Medicina de Saint-Louis). Os dados foram obtidos a partir de estudos com pacientes de diferentes raças e etnias. As mamografias foram digitalizadas por diferentes *scanners*, dependendo da instituição na qual os dados foram originados.

Para a extração das assinaturas das imagens foi utilizado um subconjunto de 1.200

amostras de tecido mamário das imagens da base DDSM, sendo 600 consideradas como tecidos “anormais” (metade dessas amostras são rotuladas como tecido “anormal maligno” e a outra metade como tecido “anormal benigno”) e 600 como tecidos “normais”. Os tecidos anormais foram identificados por especialistas, os quais delimitaram sua área em relação ao restante do tecido mamário. Essa informação de delimitação é fornecida em um arquivo anexo denominado *Overlay*, o qual é usado nesta tese para extrair janelas retangulares apenas das regiões de interesse (uma janela retangular por imagem compreendendo a maior área possível da região de interesse). As imagens dos tecidos normais foram retiradas manualmente, de modo que não houve necessidade de estabelecer delimitações, e, por conseguinte, são utilizadas diretamente nos experimentos. A Figura 7.2 mostra um exemplar de cada uma das três classes de tecidos mamários citadas. As Figuras 7.2(b) e 7.2(c) mostram um região de cor escura ao redor do tecido mamário, que corresponde ao tecido normal que foi suprimido na imagem.

Figura 7.2:: uma amostra de cada uma das três classes da base de imagens de tecidos mamários; (a) - normal; (b) - anormal benigno; (c) - anormal maligno.



Fonte: base de imagens DDSM (HEATH *et al.*, 2001).

7.3 Resultados de classificação da base de imagens *pap-smear*

Como as imagens da base *pap-smear* possuem os mais variados tamanhos, os modelos gravitacionais não são empregados para a sua classificação. Além disso, os trabalhos sobre análise de textura que utilizam essa base de imagens tratam apenas do problema mais simples, que é a classificação das amostras em normais e anormais, uma vez que a classificação das amostras em sete classes ainda não apresenta resultados satisfatórios, quando comparados com os resultados apresentados no trabalho de Jantzen *et al.* (2005), que utiliza um total de 20 características, como área do núcleo celular, perímetro do

núcleo celular, área do citoplasma etc.

7.3.1 Caminhos mínimos em grafos para texturas coloridas

Os experimentos com o método dos caminhos mínimos em grafos exploram o conjunto $l = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, visto que as imagens da base *pap-smear* possuem variações significativas de tamanho, o que inviabiliza estabelecer os valores l com base em divisores de dimensão de imagem.

São apresentados na Tabela 7.1 os resultados obtidos para cada janela l utilizada. De forma diferente dos experimentos realizados na base VisTex e USPTex, o vetor $\vec{\psi}_l$ propicia melhores resultados do que o vetor $\vec{\theta}_r$ para todas as janelas empregadas. Isso demonstra que, na base de imagens *pap-smear*, há um equilíbrio entre a permanência do caminho mínimo em determinado canal e sua transição para os canais vizinhos, de modo que o vetor $\vec{\psi}_r$ extrai uma assinatura relevante de ambas as fontes de informação. Tal comportamento se deve à natureza das imagens do *pap-smear*, que contêm tanto regiões acinzentadas quanto regiões nas quais os canais de cor possuem intensidades diferentes.

Tabela 7.1:: taxa de acertos (%) do método dos caminhos mínimos em grafos na base de imagens *pap-smear* para diferentes tamanhos de janela l .

	Taxa de acertos (%)						
l	4	5	6	7	8	9	10
$\vec{\theta}_l$	77,64	74,91	74,15	75,46	76,33	77,97	77,64
$\vec{\psi}_l$	82,66	81,02	75,57	79,28	79,38	79,38	78,73
$\vec{\omega}_l$	82,87	82,11	79,82	80,37	81,13	82,00	80,37

Os resultados obtidos para múltiplos valores de l são mostrados na Tabela 7.2. Embora haja algumas exceções, a tendência geral é que o vetor $\vec{\Omega}_{l_1, l_2, \dots, l_n}$ propicie uma assinatura mais discriminativa do que cada um de seus componentes $\vec{\Theta}_{l_1, l_2, \dots, l_n}$ e $\vec{\Psi}_{l_1, l_2, \dots, l_n}$. Outrossim, é possível perceber que o aumento da quantidade de valores l não conduz a um aumento da taxa de acertos.

7.3.2 Comparação entre os métodos

É mostrada na Tabela 7.3 a comparação do método dos caminhos mínimos em grafos com outros métodos para imagens coloridas presentes na literatura. Para essa comparação adota-se o vetor $\vec{\Omega}_{4,6}$, que apresenta a maior taxa de acertos da Tabela 7.2 e possui apenas 96 características. Neste experimento o método HRF não consegue extrair assinaturas da

Tabela 7.2:: taxa de acertos (%) do método dos caminhos mínimos em grafos na base de imagens *pap-smear* para diferentes conjuntos de tamanhos de janela l .

Conjuntos de tamanhos de janela $\{l_1, l_2, \dots, l_n\}$	Taxa de acertos (%)		
	$\bar{\Theta}_{l_1, l_2, \dots, l_n}$	$\bar{\Psi}_{l_1, l_2, \dots, l_n}$	$\bar{\Omega}_{l_1, l_2, \dots, l_n}$
{4, 5}	77,09	81,13	82,33
{4, 6}	78,73	82,44	83,42
{4, 7}	78,08	82,00	82,76
{4, 5, 6}	77,97	81,35	82,87
{4, 6, 8}	80,37	81,57	82,22
{4, 7, 10}	78,95	83,09	82,22
{4, 5, 6, 7}	78,84	80,91	81,24
{4, 6, 8, 10}	80,26	82,11	82,44
{4, 5, 6, 7, 8}	79,06	81,24	79,71
{4, 5, 6, 7, 8, 9}	78,51	82,55	82,87
{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}	78,40	83,42	82,00

base de imagens *pap-smear* devido à disparidade das amostras pertencentes a uma mesma classe, de modo que não é possível utilizá-lo na presente comparação.

Os resultados obtidos mostram a superioridade do método dos caminhos mínimos em grafos e do método Gabor EEE nessa base de imagens. Os métodos CCR multicamadas e LBP com características de Haralick também apresentam resultados significativos. Já o método MSD apresenta o pior desempenho. Essa comparação sugere que futuros refinamentos e variantes do método dos caminhos mínimos em grafos poderão obter assinaturas ainda mais discriminativas da base de imagens *pap-smear*. Por conseguinte, esse método pode contribuir no desafiador processo de diagnóstico de imagens obtidas da cérvix uterina.

Tabela 7.3:: comparação dos resultados de diferentes métodos na base de imagens *pap-smear*.

Métodos	Nº de descritores	Taxa de acertos (%)
Caminhos Mínimos em Grafos <i>RGB</i>	96	83,42
Gabor EEE	192	83,09
HRF	-	-
CCR Multicamadas	640	80,69
MSD	72	76,66
LBP + Haralick	10	80,58

Uma comparação adicional é realizada com os resultados obtidos nos trabalhos de Nanni, Lumini e Brahnem (2010, 2012), que aplicam diversas variantes do método LBP, e suas fusões, na base de imagens *pap-smear* convertida para níveis de cinza. Essa comparação segue exatamente os mesmos procedimentos adotados nos citados trabalhos, exceto pela equalização das imagens, que não amplia a capacidade de discriminação dos

caminhos mínimos em grafos. Para a conversão das imagens, o matiz e a saturação são suprimidos, com a preservação apenas da luminância. O classificador adotado nessa comparação é uma máquina de vetores de suporte linear (*Support Vector Machine* - SVM), com valores-padrão para os parâmetros, conforme as especificações constantes no trabalho de Chang e Lin (2011). Além disso, também é utilizada a abordagem *5-fold-cross-validation*, isto é, 4/5 das amostras são usadas para treinamento e 1/5 para validação, com cinco repetições, cada uma com um conjunto de validação distinto.

Geralmente os trabalhos que classificam imagens médicas em apenas duas classes (inclusive os empregados na presente comparação) adotam como medida de performance a AUC (*Area Under Curve*) da curva ROC (*Receiver Operating Characteristics*) (FAWCETT, 2006), em vez da acurácia. Para consistência de comparação, essa mesma medida é obtida da assinatura fornecida pelo vetor $\vec{\varphi}_{4,6,8}$ da versão dos caminhos mínimos em grafos para imagens em níveis de cinza, que emprega as mesmas janelas que propiciam o melhor resultado na Tabela 7.2 para o vetor $\vec{\Theta}$ (um grafo por canal de cor).

Com as configurações supramencionadas, o método dos caminhos mínimos em grafos obtém 80,69% de acurácia com o classificador LDA (com a estratégia *leave-one-out*) e $AUC = 0,755$. Já nos trabalhos de Nanni, Lumini e Brahmam (2010, 2012) as variantes do LBP (e suas fusões) obtêm valores de AUC dentro de um intervalo de 0,693 a 0,908. Esses resultados, embora indiquem que o método dos caminhos mínimos em grafos para níveis de cinza ainda precisa de maiores refinamentos, demonstram que o método tem potencial para extrair informações discriminativas dessa específica classe de imagens.

7.4 Resultados de classificação da base de imagens de tecido mamário

Assim como na base *pap-smear*, as imagens da base de tecido mamário possuem os mais variados tamanhos, de modo que os modelos gravitacionais não são empregados para a sua classificação. Para esse conjunto de imagens, duas classes de experimentos são implementadas: a primeira classifica as amostras em tecido normal e tecido anormal; e a segunda classifica as amostras anormais em tecido anormal benigno e tecido anormal maligno.

7.4.1 Caminhos mínimos em grafos - classificação das amostras em normais e anormais

Tabela 7.4:: taxa de acertos (%) do método dos caminhos mínimos em grafos na base de imagens de tecido mamário para diferentes janelas l (classificação das amostras em tecido normal e tecido anormal).

	Taxa de acertos (%)									
l	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$\vec{\alpha}_l$	85,25	74,25	74,50	66,08	71,50	67,08	70,08	67,66	69,33	68,41
$\vec{\beta}_l$	64,50	57,91	57,33	52,75	55,75	52,91	54,16	53,33	51,41	50,33
$\vec{\psi}_l$	85,00	75,50	74,00	68,50	71,83	66,66	69,91	68,25	69,08	67,33

São mostrados na Tabela 7.4 os resultados obtidos pelo método dos caminhos mínimos em grafos para cada janela l para classificação das amostras em normais e anormais. Os resultados obtidos mostram uma peculiaridade da base de imagens do tecido mamário, que é o fato de que a informação de desvio padrão $\vec{\beta}_l$ tem uma contribuição ínfima na taxa de acertos obtida pelo vetor $\vec{\psi}_l$, diferentemente dos experimentos com a base de texturas de Brodatz e UIUC (ver Tabelas 5.5 e 5.12).

Tabela 7.5:: taxa de acertos (%) do método dos caminhos mínimos em grafos na base de imagens de tecido mamário para diferentes conjuntos de tamanhos de janela l (classificação das amostras em tecido normal e tecido anormal).

	Taxa de acertos (%)		
Conjuntos de tamanhos de janelas $\{l_1, l_2, \dots, l_n\}$	$\vec{v}_{l_1, l_2, \dots, l_n}$	$\vec{\omega}_{l_1, l_2, \dots, l_n}$	$\vec{\varphi}_{l_1, l_2, \dots, l_n}$
{4, 5}	87,25	65,08	87,66
{4, 6}	86,66	67,66	88,25
{4, 7}	86,91	71,08	88,33
{4, 5, 6}	87,41	70,41	89,58
{4, 6, 8}	88,91	68,33	89,91
{4, 7, 10}	90,75	68,58	91,08
{4, 8, 12}	90,00	68,75	89,66
{4, 5, 6, 7}	89,83	73,58	91,00
{4, 6, 8, 10}	91,16	69,58	91,41
{4, 7, 10, 13}	91,66	73,08	91,75
{4, 5, 6, 7, 8}	91,08	72,83	90,75
{4, 6, 8, 10, 12}	91,66	73,16	91,66
{4, 5, 6, 7, 8, 9}	91,50	75,33	91,58
{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}	92,16	75,25	92,58
{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11}	92,08	77,41	92,00
{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12}	92,41	77,83	92,66
{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13}	92,08	78,66	92,41

São mostrados na Tabela 7.5 os resultados obtidos pelo método dos caminhos mínimos em grafos para múltiplas janelas l para classificação das amostras em normais e anormais.

Os resultados obtidos confirmam a pouca contribuição da informação de desvio-padrão ($\vec{\omega}_{l_1, l_2, \dots, l_n}$) para ampliar a capacidade de discriminação das amostras. Esse resultado provavelmente se deve à natureza da textura das amostras de tecido mamário, que não apresenta variações relevantes na imagem.

7.4.1.1 Comparação entre os métodos

É apresentada na Tabela 7.6 a comparação do método dos caminhos mínimos em grafos com os demais métodos para texturas em níveis de cinza constantes nesta tese. Para o citado método é adotado o vetor $\vec{\varphi}_{4,5,\dots,12}$, que propicia a maior taxa de acertos entre todas as combinações de janelas l analisadas. Os resultados obtidos demonstram claramente que os métodos mais adequados para a classificação do tecido mamário em normal e anormal são os filtros de Gabor e as matrizes de co-ocorrência. Entretanto, é importante salientar a alta taxa de classificação correta que o método dos caminhos mínimos em grafos obtém quando comparada com os resultados obtidos pelos métodos da caminhada do turista e descritores wavelet. Em relação aos descritores de Fourier, o resultado obtido demonstra que esse método é inadequado para o problema proposto.

Tabela 7.6:: comparação de diferentes métodos de análise de textura na base de imagens do tecido mamário (classificação das amostras em tecido normal e tecido anormal).

Método	Imagens corretamente classificadas	Taxa de acertos (%)
Caminhos Mínimos em Grafos	1.112	92,66
Descritores de Fourier	778	64,83
Matrizes de Co-ocorrência	1.157	96,41
Caminhada do Turista	982	81,83
Filtros de Gabor	1.153	96,08
Descritores Wavelet	951	79,25

Não obstante ser impossível estabelecer uma comparação plena com outros trabalhos que classificam amostras da base de imagens DDSM, em virtude de que não se sabe quais amostras foram selecionadas para os conjuntos de treinamento e de teste, a Tabela 7.7 apresenta alguns resultados presentes na literatura, a partir dos quais é possível ter um conhecimento sobre o grau de adequação do método proposto para imagens de tecido mamário. Para essa comparação, as assinaturas dos caminhos mínimos em grafos propiciadas pelo vetor $\vec{\varphi}_{4,5,\dots,12}$ (maior taxa de acertos com LDA) são classificadas por uma SVM com função *kernel* RBF (*Radial Basis Function*), conforme estabelecido no trabalho de Braz Junior *et al.* (2009). A estratégia de validação utilizada é a *10-fold-cross-validation*. Os valores de parâmetros adotados na SVM são $C = 7 \times 10^5$ e $\gamma = 10^{-8}$.

Tabela 7.7:: comparação de alguns trabalhos de classificação de imagens do tecido mamário da base DDSM (classificação das amostras em tecido normal e tecido anormal).

Trabalho	Acurácia (%)	AUC
Caminhos Mínimos em Grafos	90,25 (SVM)	0,95
Verma, McLeod e Klevansky (2009)	94,00	-
Lladó <i>et al.</i> (2009)		0,94
Braz Junior <i>et al.</i> (2009) (Coeficiente de Geary)	96,04	0,94
Braz Junior <i>et al.</i> (2009) (Índice de Moran)	99,39	1,00
Oliver <i>et al.</i> (2007)		0,83
Lim e Er (2004)	84,40	-

Partindo do pressuposto de que as imagens usadas nos trabalhos constantes na Tabela 7.7 foram selecionadas de forma aleatória, isto é, sem descartar imagens mais difíceis de classificar, é possível afirmar com segurança que o método dos caminhos mínimos em grafos apresenta desempenho satisfatório nas imagens de tecido mamário. Corrobora essa asserção o fato de o método dos caminhos mínimos em grafos ter apresentado acurácia superior àquelas apresentadas em alguns dos trabalhos citados e o segundo valor mais alto de AUC (0,95). Outrossim, os trabalhos de Ling, Huang e Zhang (2003a, 2003b) demonstram que a medida de AUC é mais consistente e discriminativa do que a acurácia, o que comprova ainda mais a eficiência do método proposto.

7.4.2 Caminhos mínimos em grafos - classificação das amostras em anormais benignas e anormais malignas

Tabela 7.8:: taxa de acertos (%) do método dos caminhos mínimos em grafos na base de imagens de tecido mamário para diferentes janelas l (classificação das amostras em tecido anormal benigno e tecido anormal maligno).

l	Taxa de acertos (%)									
	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$\vec{\alpha}_l$	75,83	73,83	67,50	64,16	66,66	63,66	66,83	60,00	64,50	59,33
$\vec{\beta}_l$	68,66	63,00	58,16	61,16	60,33	61,16	59,66	60,00	59,50	60,50
$\vec{\psi}_l$	76,50	71,16	71,83	66,33	70,00	67,00	71,00	65,33	68,33	65,16

São mostrados na Tabela 7.8 os resultados obtidos pelo método dos caminhos mínimos em grafos para cada janela l para classificação das amostras em anormais benignas e malignas. Os resultados obtidos neste experimento demonstram mais uma vez que a informação de desvio-padrão $\vec{\beta}_l$ não tem relevância significativa na capacidade de discriminação do vetor $\vec{\psi}_l$.

São mostrados na Tabela 7.9 os resultados obtidos pelo método dos caminhos mínimos

Tabela 7.9:: taxa de acertos (%) do método dos caminhos mínimos em grafos na base de imagens de tecido mamário para diferentes conjuntos de tamanhos de janela l (classificação das amostras em tecido anormal benigno e tecido anormal maligno).

Conjuntos de tamanhos de janelas $\{l_1, l_2, \dots, l_n\}$	Taxa de acertos (%)		
	$\vec{v}_{l_1, l_2, \dots, l_n}$	$\vec{\omega}_{l_1, l_2, \dots, l_n}$	$\vec{\varphi}_{l_1, l_2, \dots, l_n}$
{4, 5}	76,50	69,83	77,66
{4, 6}	78,66	69,66	78,00
{4, 7}	77,16	71,50	77,83
{4, 5, 6}	82,00	70,50	80,50
{4, 6, 8}	78,83	70,33	80,83
{4, 7, 10}	77,50	71,33	80,83
{4, 8, 12}	80,83	69,66	81,33
{4, 5, 6, 7}	81,50	72,16	79,66
{4, 6, 8, 10}	79,83	69,50	79,83
{4, 7, 10, 13}	78,33	70,33	80,83
{4, 5, 6, 7, 8}	81,00	73,16	81,00
{4, 6, 8, 10, 12}	80,66	70,00	80,00
{4, 5, 6, 7, 8, 9}	80,83	72,33	80,83
{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}	80,83	72,16	80,50
{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11}	80,50	73,00	81,16
{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12}	81,33	72,66	80,00
{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13}	81,00	72,00	79,83

em grafos para múltiplas janelas l para classificação das amostras em anormais benignas e anormais malignas. Os resultados obtidos novamente confirmam a pouca contribuição de desvio-padrão ($\vec{\omega}_{l_1, l_2, \dots, l_n}$) para aumentar a taxa de acertos do vetor $\vec{\varphi}_{l_1, l_2, \dots, l_n}$. Corroboram essa asserção o fato de que a maior taxa de acertos é alcançada pelo vetor $\vec{v}_{4,5,6}$, composto apenas pelas médias dos caminhos mínimos e que possui apenas 12 atributos.

7.4.2.1 Comparação entre os métodos

A comparação do método dos caminhos mínimos em grafos com outros métodos para texturas em níveis de cinza é apresentada na Tabela 7.10. Para manter consistência com a comparação constante na Tabela 7.6, é adotado o mesmo vetor $\vec{\varphi}_{4,5,\dots,12}$, embora o vetor $\vec{v}_{4,5,6}$ apresente uma maior taxa de acertos com um menor número de descritores. Os resultados obtidos demonstram uma maior adequação do método dos caminhos mínimos em grafos para classificação das amostras em anormais benignas e malignas, visto que o mesmo obtém o segundo melhor resultado, com diferença de apenas uma amostra classificada erroneamente em relação ao método das matrizes de co-ocorrência. Os filtros de Gabor apresentam um desempenho satisfatório nessa classificação, assim como os métodos da caminhada do turista e dos descritores wavelet. O resultado obtido pelo método dos

descritores de Fourier, assim como na classificação das amostras em normais e anormais, demonstra novamente que esse método é inadequado para a análise de imagens do tecido mamário.

Tabela 7.10:: comparação de diferentes métodos de análise de textura na base de imagens do tecido mamário (classificação das amostras em tecido anormal benigno e tecido anormal maligno).

Método	Imagens corretamente classificadas	Taxa de acertos (%)
Caminhos Mínimos em Grafos	480	80,00
Descritores de Fourier	340	56,66
Matrizes de Co-ocorrência	481	80,16
Caminhada do Turista	447	74,50
Filtros de Gabor	468	78,00
Descritores Wavelet	457	76,16

São apresentados na Tabela 7.11 alguns resultados presentes na literatura que classificam as amostras de tecido mamário da base DDSM em anormais benignas e anormais malignas. Assim como no problema de classificação das amostras em normais e anormais (ver Tabela 7.7), não é possível saber quais imagens da base DDSM foram usadas como conjunto de treinamento e de teste, o que permite apenas uma estimativa sobre o grau de adequação do método dos caminhos mínimos em grafos para o presente problema. Para classificação é usado o vetor $\vec{v}_{4,5,6}$, que propicia a maior taxa de acertos com LDA (82,00%), e são usadas novamente uma SVM com função *kernel* RBF e a estratégia *10-fold-cross-validation*. Os valores de parâmetros adotados na SVM são $C = 10^6$ e $\gamma = 10^{-7}$.

Tabela 7.11:: comparação de alguns trabalhos de classificação de imagens do tecido mamário da base DDSM (classificação das amostras em tecido anormal benigno e tecido anormal maligno).

Trabalho	Acurácia (%)	AUC
Caminhos Mínimos em Grafos	82,50 (SVM)	0,84
Oliveira Martins <i>et al.</i> 2007	94,94	-
Braz Junior <i>et al.</i> (2009) (Coeficiente de Geary)	88,31	0,80
Braz Junior <i>et al.</i> (2009) (Índice de Moran)	87,80	0,89

Na Tabela 7.11, o trabalho de Oliveira Martins *et al.* (2007) permite uma fraca aferição sobre a adequação do método dos caminhos mínimos em grafos para classificação das amostras. Entretanto, se a comparação for apenas com o trabalho de Braz Junior *et al.* (2009), que utiliza um conjunto de imagens anormais de tamanho aproximado ao utilizado nesta tese (584 imagens no referido trabalho e 600 imagens no presente experimento), e o mesmo classificador (SVM com função *kernel* RBF), será possível asseverar com segurança

que o método dos caminhos mínimos em grafos apresenta um desempenho satisfatório no problema das amostras anormais benignas e malignas, isso porque, apesar de apresentar menor acurácia do que o método Coeficiente de Geary, supera esse método usando como critério a AUC.

Capítulo 8

CONCLUSÕES, CONTRIBUIÇÕES E TRABALHOS FUTUROS

Nesta tese são apresentadas duas novas maneiras de extrair informações de texturas. A primeira transforma o padrão de textura em um modelo gravitacional simplificado cujos estados durante o processo de colapso proveem novas fontes de informação a serem exploradas. Essa abordagem obtém resultados superiores aos apresentados pelos métodos clássicos, especialmente quando testada nas bases de textura de Brodatz e UIUC. Além disso, algumas importantes conclusões podem ser extraídas dos experimentos com a abordagem gravitacional, tanto em conjunto com o método Bouligand-Minkowski quanto com o método gliding-box: para um mesmo conjunto de valores de raio r e de tamanho de janela l , a taxa de acertos aumenta quando uma maior sequência de passos de tempo t é empregada, principalmente quando os valores de t são não-sequenciais, mas até um limite t_{max} no qual a degradação da textura não permite mais extrair informação significativa; o método alcança sua máxima performance quando múltiplos valores de t , r e l são usados; e, finalmente, o método apresenta os melhores resultados com macrotexturas porque há uma menor degradação das imagens durante o processo de colapso. Em relação ao método aplicado em imagens *RGB*, os resultados obtidos permitem estabelecer duas conclusões adicionais: para um mesmo conjunto de valores t , o método gliding-box precisa de um conjunto de janelas l maior do que o conjunto de raios r do método Bouligand-Minkowski para atingir o limite de sua capacidade de discriminar uma textura colorida; e o sinergismo desses dois métodos propicia melhores resultados do que os obtidos por cada método individualmente aplicado com o modelo gravitacional.

A segunda abordagem proposta nesta tese interpreta uma imagem como um grafo

ponderado não-orientado cujos pesos das arestas são definidos pelas intensidades dos pixels. Essa abordagem também produz resultados superiores aos obtidos pelos métodos clássicos estudados, tanto para imagens em níveis de cinza quanto coloridas, especialmente nos experimentos nas bases de dados UIUC e USPTex. Além disso, também é possível estabelecer algumas importantes conclusões: as menores janelas propiciam os melhores resultados (exceto por janelas com $l \leq 3$, que não fornecem informação significativa); janelas extremamente grandes ($l \geq 50$ para imagens de tamanho 200×200 pixels, por exemplo) comprometem a capacidade do método de discriminar os padrões de textura; e a concatenação de vetores de características de diferentes janelas geralmente amplifica a performance do método. Os experimentos com imagens *RGB* (bases VisTex, USPTex e Outex, de tamanho 128×128 pixels), corroboram todas as conclusões obtidas para imagens em níveis de cinza. Além disso, duas importantes conclusões específicas do método para imagens coloridas podem ser estabelecidas: o desempenho dos vetores $\vec{\Theta}$ (um grafo por canal de cor) e $\vec{\Psi}$ (um grafo para todos os canais de cor) depende da natureza das imagens, assim como a performance da junção dessas duas abordagens (vetor $\vec{\Omega}$); e o método possui robustez a variações de rotação e escala.

Em relação à classificação de espécies vegetais por textura foliar, o modelo gravitacional simplificado com o método Bouligand-Minkowski obtém uma alta taxa de acertos nessas imagens, obtendo a maior performance entre todos os métodos comparados. O método dos caminhos mínimos em grafos obtém um desempenho satisfatório, mas claramente ainda precisa de aperfeiçoamentos para explorar esse tipo de textura. O modelo gravitacional simplificado com gliding-box obtém o pior desempenho entre todos os métodos comparados, sugerindo assim que a medida de lacunaridade não é uma opção eficiente para extrair assinaturas de textura foliar. Na classificação de espécies vegetais por textura do parênquima paliçádico, o método do modelo gravitacional simplificado e o método dos caminhos mínimos em grafos obtém as maiores taxas de acertos entre todos os métodos comparados, demonstrando alta adequação para análise desse tecido celular.

Em relação à classificação de imagens médicas da cérvix uterina (base de imagens *pap-smear*), o método dos caminhos mínimos em grafos para imagens coloridas apresenta o melhor desempenho entre todos os métodos comparados. O método dos caminhos mínimos em grafos para as imagens da base *pap-smear* convertidas em níveis de cinza obtém um desempenho razoável, com valor de AUC superior aos obtidos por alguns dos métodos comparados, mas demonstrando que ainda precisa de maiores refinamentos para extrair todo o potencial informativo da supracitada base de imagens. Na classificação das imagens do tecido mamário em normais e anormais, o método dos caminhos mínimos em

grafos apresenta desempenho satisfatório tanto quando comparado com os demais métodos apresentados nesta tese quanto na comparação com trabalhos de outros autores. Em relação à classificação das amostras de tecido mamário em anormais benignas e malignas, o citado método apresenta desempenho similar ao obtido pelo melhor método comparado (matrizes de co-ocorrência), bem como desempenho satisfatório quando comparado com outros métodos presentes na literatura que foram testados com o mesmo classificador e quantidade aproximada de imagens.

Assim, os métodos desenvolvidos abrem promissoras fontes de pesquisa para os estudos de análise de texturas em níveis de cinza e coloridas e, por conseguinte, para o campo mais amplo da análise de imagens. Além disso, essas metodologias podem contribuir de forma significativa para a pesquisa da análise de texturas para fins taxonômicos, bem como para a identificação/classificação de várias patologias que podem se expressar por meio de um padrão de textura específico. Finalmente, os estudos realizados nesta tese podem melhorar a acurácia de sistemas de visão computacional já desenvolvidos, atuando de forma sinérgica com os métodos já existentes.

8.1 Contribuições

O desenvolvimento desta tese tem como principal propósito estudar, avaliar, e propor novas abordagens de análise de textura, bem como estudar as suas aplicações em taxonomia vegetal e análise de imagens médicas. Para tanto, são estudados os principais métodos de análise de textura, tanto os tradicionais quanto os recentemente incorporados à literatura especializada. As contribuições oriundas desse estudo podem ser sumarizadas da seguinte maneira:

- a proposição de duas abordagens pioneiras para a análise de texturas em níveis de cinza, que são os modelos gravitacionais simplificados (SÁ JUNIOR; BACKES, 2011; SÁ JUNIOR; BACKES, 2012; SÁ JUNIOR; BACKES; CORTEZ, 2012) e os caminhos mínimos em grafos (SÁ JUNIOR; BACKES; CORTEZ, 2013b);
- a extensão dos modelos gravitacionais simplificados e dos caminhos mínimos em grafos para análise de imagens coloridas (SÁ JUNIOR; BACKES; CORTEZ, 2013a);
- avaliação das abordagens desenvolvidas em aplicações de taxonomia vegetal;
- avaliação das abordagens desenvolvidas para a análise de imagens médicas.

8.2 Trabalhos futuros

A ciência é uma criação humana em contínuo processo de aperfeiçoamento, na qual novas descobertas exigem maiores refinamentos, abrem novos caminhos para explorar e, muitas vezes, permitem a conexão entre áreas do saber que eram consideradas descorrelacionadas. Desse modo, na presente tese é apresentada uma série de perspectivas, entre as quais é possível vislumbrar:

- **Refinamentos do modelo gravitacional:** nesta tese é utilizada uma massa central M em torno da qual os pixels orbitam, cuja localização não depende das intensidades dos pixels na imagem. Uma vertente para explorar é o estudo do modelo gravitacional no qual os pixels orbitam em torno do centro de massa, o que seria um modelo mais condizente com um sistema gravitacional real. Para tanto, esse modelo deverá contemplar situações em que o centro de massa se localize nas extremidades da imagem, o que gera órbitas circulares cujos diâmetros são maiores do que o tamanho da imagem. Além disso, uma outra possibilidade é explorar novas maneiras de conceder velocidades tangenciais aos pixels, o que proporcionaria novas conexões entre estes e, por conseguinte, novas fontes de informação.
- **Modelo gravitacional para imagens coloridas:** nesta tese o modelo gravitacional é estendido para contemplar imagens coloridas apenas considerando separadamente os canais RGB das imagens, sem considerar as correlações existentes entre as bandas de cor. Para contemplar essas inter-relações, uma possibilidade seria interpretar os três valores de canais como coordenadas x , y e z no espaço tridimensional, no qual cada ocorrência de uma determinada tríade RGB na imagem corresponderia a uma unidade de massa no espaço 3D. Entretanto, tal abordagem contempla apenas a informação de cor, mas não como essas cores estão distribuídas na imagem. Para tanto, deve-se fazer um mapeamento para um espaço de quatro dimensões, no qual a quarta coordenada poderia ser, por exemplo, a distância do pixel RGB em relação ao centro da imagem.
- **Caminhos mínimos em grafos em diferentes espaços de cor:** nesta tese apenas o espaço de cor RGB é explorado para a análise de imagens coloridas. Há, no entanto, diversos espaços de cor com diferentes propriedades que podem ser considerados, como $IHLS$, xyY , $L^*a^*b^*$ etc. (BUSIN; VANDENBROUCKE; MACAIRE, 2008). Há ainda a possibilidade de explorar esses espaços de cor no domínio vetorial, interpretando os valores de cada canal de cor como coordenadas e analisando

as distâncias mínimas entre os pontos presentes no espaço 3D resultante.

- **Desenvolvimento de novos modelos:** como última perspectiva, e talvez por isso mesmo mais audaz, desenvolver um método de extração de assinaturas de textura com base em um modelo simplificado no qual os pixels sejam partículas massivas que possam deformar o espaço, assim como a Relatividade Geral disciplina como os corpos celestes deformam o espaço-tempo. Obviamente, cada padrão de textura deforma o espaço de uma maneira particular, o que pode ser útil para a extração de uma assinatura. Mesmo que tal ideia não se concretize, talvez ferramentas oriundas da geometria dos espaços curvos de Riemann (arcabouço matemático da Relatividade Geral) possam oferecer descritores para a análise de textura.

Referências Bibliográficas

AL-KADI, Omar S. Texture measures combination for improved meningioma classification of histopathological images. **Pattern Recognition**, v. 43, n. 6, p. 2043–2053, 2010.

ALLAIN, C.; CLOITRE, M. Characterizing the lacunarity of random and deterministic fractal sets. **Physical Review A**, v. 44, n. 6, p. 3552–3558, 1991.

ASH, Amanda; ELLIS, Beth; HICKEY, Leo J.; JOHNSON, Kirk; WILF, Peter; WING, Scott. **Manual of Leaf Architecture**. : Leaf Architecture Working Group - Morphological description and categorization of dicotyledonous and net-veined monoangiosperms, 1999.

BACKES, A. R. **Estudos de métodos de análise de complexidade em imagens**. Tese (Doutorado) — Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo - ICMC/USP, 2010. Disponível em: <<http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/55/55134/tde-02062010-112607/pt-br.php>>.

BACKES, A. R.; BRUNO, Odemir M.; CAMPITELI, M. G.; MARTINEZ, A. S. Deterministic tourist walks as an image analysis methodology based. In: **Progress in Pattern Recognition, Image Analysis and Applications, 11th Iberoamerican Congress on Pattern Recognition, CIARP 2005, Cancun, Mexico, November 14-17**. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2006. (Lecture Notes in Computer Science), p. 784–793.

BACKES, André Ricardo; CASANOVA, Dalcimar; BRUNO, Odemir Martinez. Plant leaf identification based on volumetric fractal dimension. **International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence**, v. 23, n. 6, p. 1145–1160, 2009.

BACKES, André Ricardo; CASANOVA, Dalcimar; BRUNO, Odemir Martinez. Color texture analysis based on fractal descriptors. **Pattern Recognition**, v. 45, n. 5, p. 1984 – 1992, 2012.

BACKES, André Ricardo; GONÇALVES, Wesley Nunes; MARTINEZ, Alexandre Souto; BRUNO, Odemir Martinez. Texture analysis and classification using deterministic tourist walk. **Pattern Recognition**, v. 43, n. 3, p. 685–694, 2010.

BELLMAN, Richard. On a routing problem. **Quarterly of Applied Mathematics**, v. 16, n. 1, p. 87–90, 1958.

BIANCONI, Francesco; FERNÁNDEZ, Antonio; GONZÁLEZ, Elena; RIBAS, Fernando. Texture classification through combination of sequential colour texture classifiers. In: **Proceedings of the Congress on Pattern Recognition 12th Iberoamerican Conference on Progress in Pattern Recognition, Image Analysis and Applications**. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2007. p. 231–240.

BIANCONI, F.; FERNANDEZ, A.; GONZALEZ, E.; CARIDE, D.; CALVINO, A. Rotation-invariant colour texture classification through multilayer CCR. **Pattern Recognition Letters**, v. 30, n. 8, p. 765–773, 2009.

BLANDFORD, R. D. Origin and evolution of massive black holes in galactic nuclei. In: **Galaxy Dynamics A Rutgers Symposium**. : , 1999. v. 182, p. 87–95.

BRAZ JUNIOR, G.; PAIVA, A. C.; SILVA, A. C.; OLIVEIRA, A. C. M. Classification of breast tissues using Moran’s index and Geary’s coefficient as texture signatures and SVM. **Computers in Biology and Medicine**, v. 39, n. 12, p. 1063 – 1072, 2009.

BRODATZ, P. **Textures: A photographic album for artists and designers**. New York: Dover Publications, 1966.

BUSIN, Laurent; VANDENBROUCKE, Nicolas; MACAIRE, Ludovic. Color spaces and image segmentation. In: HAWKES, Peter W. (Ed.). : Elsevier, 2008, (Advances in Imaging and Electron Physics, v. 151). p. 65 – 168.

CAMPITELI, M. G.; BATISTA, P. D.; KINOUCI, O.; MARTINEZ, A. S. Deterministic walks as an algorithm of pattern recognition. **Physical Review E**, v. 74, n. 2, 2006.

CAMPITELI, Mônica G.; MARTINEZ, Alexandre S.; BRUNO, Odemir M. An image analysis methodology based on deterministic tourist walks. In: **Advances in Artificial Intelligence - IBERAMIA-SBIA 2006**. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2006. (Lecture Notes in Computer Science, v. 4140), p. 159–167.

CASANOVA, Dalcimar; SÁ JUNIOR, Jarbas Joaci de Mesquita; BRUNO, Odemir Martinez. Plant leaf identification using Gabor wavelets. **International Journal of Imaging Systems and Technology**, v. 19, n. 1, p. 236–243, 2009.

CHANG, Chih-Chung; LIN, Chih-Jen. LIBSVM: A library for support vector machines. **ACM Transactions on Intelligent Systems and Technology**, v. 2, p. 27:1–27:27, 2011. Disponível em: <<http://www.csie.ntu.edu.tw/~cjlin/libsvm>>.

CHANG, T.; KUO, C. C.J. Texture analysis and classification with tree-structured wavelet transform. **IEEE Transactions on Image Processing**, v. 2, n. 4, p. 429–441, 1993.

CORMEN, Thomas H.; LEISERSON, Charles E.; RIVEST, Ronald L.; STEIN, Clifford. **Introduction to Algorithms**. 2nd revised edition. ed. : The MIT Press, 2001.

COSTA, Luciano da F.; RODRIGUES, Francisco A.; TRAVIESO, Gonzalo; BOAS, P. R. Villas. Characterization of complex networks: A survey of measurements. **Advances in Physics**, v. 56, p. 167–242, 2007.

DAUBECHIES, Ingrid. **Ten lectures on wavelets**. Philadelphia, PA, USA: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1992.

DAUGMAN, J. Complete discrete 2-D Gabor transforms by neural networks for image analysis and compression. **IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing**, v. 36, n. 7, p. 1169–1179, 1988.

DAUGMAN, J.; DOWNING, C. Gabor wavelets for statistical pattern recognition. In: ARBIB, Michael A. (Ed.). **The Handbook of Brain Theory and Neural Networks**. Cambridge, Massachusetts: MIT Press, 1995. p. 414–419.

DERRIDA, B. From random walks to spin glasses. **Physica D: Nonlinear Phenomena**, v. 107, n. 2-4, p. 186–198, 1997.

DIJKSTRA, Edsger. W. A note on two problems in connexion with graphs. **Numerische Mathematik**, v. 1, p. 269–271, 1959.

DONG, P. Test of a new lacunarity estimation method for image texture analysis. **International Journal of Remote Sensing**, v. 21, n. 17, p. 3369–3373, 2000.

DRIMBAREAN, A.; WHELAN, P.F. Experiments in colour texture analysis. **Pattern Recognition Letters**, v. 22, n. 10, p. 1161 – 1167, 2001.

DROZDEK, Adam. **Data Structures and Algorithms in C++**. 2nd. ed. Pacific Grove, CA, USA: Brooks/Cole Publishing Co., 2000.

DU, G.; YEO, T. S. A novel lacunarity estimation method applied to SAR image segmentation. **IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing**, v. 40, n. 12, p. 2687–2691, 2002.

DUDA, R. O.; HART, P. E.; STORK, D. G. **Pattern Classification**. 2nd. ed. : Wiley-Interscience, 2001.

EULER, Leonhard. Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis. **Commentarii Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae**, v. 8, p. 128–140, 1736.

EVERITT, B. S.; DUNN, G. **Applied Multivariate Analysis**. 2nd. ed. : Arnold, 2001.

FACON, Jacques; MENOTI, David; ARAÚJO, Arnaldo de Albuquerque. Lacunarity as a texture measure for address block segmentation. In: **Progress in Pattern Recognition, Image Analysis and Applications, 10th Iberoamerican Congress on Pattern Recognition, CIARP 2005, Havana, Cuba, November 15-18, 2005**. Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag, 2005. (Lecture Notes in Computer Science, v. 3773), p. 112–119.

FAWCETT, Tom. An introduction to ROC analysis. **Pattern Recognition Letters**, v. 27, n. 8, p. 861–874, jun. 2006. ISSN 0167-8655.

FIDALGO, O.; BONONI, V. L. R. **Técnicas de coleta, preservação e herborização de material botânico**. : Instituto de Botânica - São Paulo, 1989.

FUKUNAGA, K. **Introduction to Statistical Pattern Recognition**. 2nd. ed. : Academic Press, 1990. United States.

GONZALEZ, Rafael C.; WOODS, Richard E. **Digital Image Processing**. 2nd. ed. : Prentice-Hall, 2002.

HAIR, Joseph F.; TATHAM, Ronald L.; ANDERSON, Rolph E.; BLACK, William. **Multivariate Data Analysis**. 5th. ed. : Prentice Hall, 1998. Hardcover.

HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. **Fundamentals of Physics**. 7th. ed. : Wiley, 2005.

HARALICK, Robert M. Statistical and structural approaches to texture. **Proceedings of the IEEE**, v. 67, n. 5, p. 786–804, 1979.

HARALICK, Robert M.; SHANMUGAM, K.; DINSTEN, I. Textural features for image classification. **IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics**, v. 3, n. 6, p. 610–621, 1973.

HEATH, Michael; BOWYE, Kevin; KOPANS, Daniel; MOORE, Richard; KEGELMEYER, W. Philip. Digital Database for Screening Mammography. In: YAFFE, M. J. (Ed.). **Proceedings of the fifth international workshop on digital mammography**. : Medical Physics Publishing, 2001. p. 212–218.

HIREMATH, P.; SHIVASHANKAR, S.; PUJARI, J. Wavelet based features for color texture classification with application to cbir. **International Journal of Computer Science and Network Security**, v. 6, n. 9, p. 124–133, 2006.

HOANG, M. A.; GEUSEBROEK, J. M. Measurement of color texture. In: **Workshop on Texture Analysis in Machine Vision**. : , 2002. p. 73–76.

HOANG, Minh Anh; GEUSEBROEK, Jan-Mark; SMEULDERS, Arnold W. M. Color texture measurement and segmentation. **Signal Processing**, v. 85, n. 2, p. 265–275, 2005.

IDRISSA, Mahamadou; ACHEROY, Marc. Texture classification using Gabor filters. **Pattern Recognition Letters**, v. 23, n. 9, p. 1095–1102, 2002.

ILEA, Dana E.; WHELAN, Paul F. Image segmentation based on the integration of colour-texture descriptors - a review. **Pattern Recognition**, v. 44, n. 10 - 11, p. 2479 – 2501, 2011.

IVANOVICI, Mihai.; RICHARD, Noël. Fractal dimension of color fractal images. **IEEE Transactions on Image Processing**, v. 20, n. 1, p. 227–235, 2011.

JAIN, Anil K.; FARROKHANIA, Farshid. Unsupervised texture segmentation using Gabor filters. **Pattern Recognition**, v. 24, n. 12, p. 1167–1186, 1991.

JANTZEN, Jan; NORUP, Jonas; DOUNIAS, Georgios; BJERREGAARD, Beth. Pap-smear benchmark data for pattern classification. In: **Proc. NiSIS 2005**. Albufeira, Portugal: NiSIS, 2005. p. 1–9.

KANDASWAMY, Umasankar; ADJEROH, Donald A.; LEE, Moon-Chuen. Efficient texture analysis of sar imagery. **IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing**, v. 43, n. 9, p. 2075–2083, 2005.

KAPLAN, Lance M. Extended fractal analysis for texture classification and segmentation. **IEEE Transactions on Image Processing**, v. 8, n. 11, p. 1572–1585, 1999.

KRISHNAN, M. Muthu Rama; VENKATRAGHAVAN, Vikram; ACHARYA, U. Rajendra; PAL, Mousumi; PAUL, Ranjan Rashmi; MIN, Lim Choo; RAY, Ajoy Kumar; CHATTERJEE, Jyotirmoy; CHAKRABORTY, Chandan. Automated oral cancer identification using histopathological images: A hybrid feature extraction paradigm. **Micron**, v. 43, n. 2 - 3, p. 352 – 364, 2012.

LAINE, A.; FAN, J. Texture classification by wavelet packet signatures. **IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence**, v. 15, n. 11, p. 1186–1191, 1993.

LAZEBNIK, Svetlana; SCHMID, Cordelia; PONCE, Jean. A sparse texture representation using local affine regions. **IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence**, v. 27, n. 8, p. 1265–1278, 2005.

LEE, Chih-Jen; WANG, Sheng-De. Fingerprint feature reduction by principal Gabor basis function. **Pattern Recognition**, v. 34, n. 11, p. 2245–2248, 2001.

LIAO, S.; LAW, Max W. K.; CHUNG, Albert C. S. Dominant local binary patterns for texture classification. **IEEE Transactions on Image Processing**, v. 18, n. 5, p. 1107–1118, 2009.

LIM, Wei Keat; ER, Meng Joo. Classification of mammographic masses using generalized dynamic fuzzy neural networks. **Medical Physics**, v. 31, n. 5, p. 1288–95, 2004.

LING, Charles X.; HUANG, Jin; ZHANG, Harry. AUC: a better measure than accuracy in comparing learning algorithms. In: **Proceedings of the 16th Canadian society for computational studies of intelligence conference on advances in artificial intelligence**. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2003. (AI'03), p. 329–341.

LING, Charles X.; HUANG, Jin; ZHANG, Harry. AUC: a statistically consistent and more discriminating measure than accuracy. In: **Proceedings of the 18th international joint conference on artificial intelligence**. San Francisco, CA, USA: Morgan Kaufmann Publishers Inc., 2003. (IJCAI'03), p. 519–524.

LIU, Guang-Hai; LI, Zuo-Yong; ZHANG, Lei; XU, Yong. Image retrieval based on microstructure descriptor. **Pattern Recognition**, v. 44, n. 9, p. 2123–2133, 2011.

LLADÓ, X.; OLIVER, A.; FREIXENET, J.; MARTÍ, R.; MARTÍ, J. A textural approach for mass false positive reduction in mammography. **Computerized Medical Imaging and Graphics**, v. 33, n. 6, p. 415 – 422, 2009.

LU, C. S.; CHUNG, P. C.; CHEN, C. F. Unsupervised texture segmentation via wavelet transform. **Pattern Recognition**, v. 30, n. 5, p. 729–742, 1997.

MALLAT, Stephane. **A Wavelet Tour of Signal Processing, Third Edition: The Sparse Way**. 3rd. ed. : Academic Press, 2008.

MANDELBROT, B. **The fractal geometry of nature**. San Francisco: Freeman, 1982.

MANJUNATH, B. S.; MA, Wei-Ying. Texture features for browsing and retrieval of image data. **IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence**, v. 18, n. 8, p. 837–842, 1996.

MIT. **Vision texture database - VisTex**. 1995. Disponível em: <<http://vismod.media.mit.edu/vismod/imagery/VisionTexture/vistex.html>>.

NANNI, Loris; LUMINI, Alessandra; BRAHNAM, Sheryl. Local binary patterns variants as texture descriptors for medical image analysis. **Artificial Intelligence in Medicine**, v. 49, n. 2, p. 117 – 125, 2010.

NANNI, Loris; LUMINI, Alessandra; BRAHNAM, Sheryl. Survey on LBP based texture descriptors for image classification. **Expert Systems with Applications**, v. 39, n. 3, p. 3634 – 3641, 2012.

NEWTON, Isaac. **Philosophiae Naturalis Principia Mathematica**. : University of California, 1999. Original 1687, translation guided by I.B. Cohen.

OJALA, Timo; MÄENPÄÄ, Topi; PIETIKÄINEN, Matti; VIERTOLA, Jaakko; KYLLÖNEN, Juha; HUOVINEN, Sami. Outex - new framework for empirical evaluation of texture analysis algorithms. In: **Proceedings of the 16 th International Conference on Pattern Recognition (ICPR'02)**. Washington, DC, USA: IEEE Computer Society, 2002. (ICPR '02, v. 1), p. 701–706.

OJALA, T.; PIETIKÄINEN, M.; MÄENPÄÄ, T. Multiresolution gray-scale and rotation invariant texture classification with local binary patterns. **IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence**, v. 24, n. 7, p. 971–987, 2002.

OLIVEIRA MARTINS, Leonardo; SILVA, Erick Corrêa; SILVA, Aristófanés Corrêa; PAIVA, Anselmo Cardoso; GATTASS, Marcelo. Classification of breast masses in mammogram images using ripley's k function and support vector machine. In: **Proceedings of the 5th international conference on Machine Learning and Data Mining in Pattern Recognition**. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2007. (MLDM '07), p. 784–794. ISBN 978-3-540-73498-7.

OLIVER, Arnau; LLADÓ, Xavier; MARTÍ, Joan; MARTÍ, Robert; FREIXENET, Jordi. False positive reduction in breast mass detection using two-dimensional pca. In: **Proceedings of the 3rd Iberian conference on Pattern Recognition and Image Analysis, Part II**. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2007. (IbPRIA '07), p. 154–161.

PALM, Christoph. Color texture classification by integrative co-occurrence matrices. **Pattern Recognition**, v. 37, n. 5, p. 965 – 976, 2004.

PASCHOS, G. Perceptually uniform color spaces for color texture analysis: an empirical evaluation. **IEEE Transactions on Image Processing**, v. 10, n. 6, p. 932–937, 2001.

PASCHOS, G.; PETROU, M. Histogram ratio features for color texture classification. **Pattern Recognition Letters**, v. 24, n. 1-3, p. 309–314, 2003.

PLOTZE, Rodrigo de O.; PÁDUA, Juliano Gomes; FALVO, Mauricio; BERNACCI, Luís Carlos; OLIVEIRA, Giancarlo Conde Xavier; VIEIRA, Maria Lúcia Carneiro; BRUNO, Odemir Martinez. Leaf shape analysis using the multiscale Minkowski fractal dimension, a new morphometric method: a study with *Passiflora* (Passifloraceae). **Canadian Journal of Botany - Revue Canadienne de Botanique**, v. 83, n. 3, p. 287–301, 2005.

POREBSKI, A.; VANDENBROUCKE, N.; MACAIRE, L. Haralick feature extraction from LBP images for color texture classification. In: **Image Processing Theory, Tools and Applications**. : , 2008. p. 1–8.

SÁ JUNIOR, Jarbas Joaci de Mesquita; BACKES, André Ricardo. A simplified gravitational model for texture analysis. In: REAL, Pedro; DÍAZ-PERNIL, Daniel; MOLINA-ABRIL, Helena; BERCIANO, Ainhoa; KROPATSCH, Walter G. (Ed.). **Proceedings of the 14th International Conference on Computer Analysis of Images and Patterns - CAIP**. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2011. (Lecture Notes in Computer Science, v. 6854), p. 26–33.

SÁ JUNIOR, Jarbas Joaci de Mesquita; BACKES, André R.; ROSSATTO, Davi Rodrigo; KOLB, Rosana M.; BRUNO, Odemir M. Measuring and analyzing color and texture information in anatomical leaf cross sections: an approach using computer vision to aid plant species identification. **Botany**, v. 89, n. 7, p. 467–479, 2011.

SÁ JUNIOR, Jarbas Joaci de Mesquita. **Identificação de espécies vegetais por meio de análise de imagens microscópicas de folhas**. Dissertação (Mestrado) — Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo - ICMC/USP, 2008. Disponível em: <<http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/55/55134/tde-12052008-142428/pt-br.php>>.

SÁ JUNIOR, Jarbas Joaci de Mesquita; BACKES, André Ricardo. A simplified gravitational model to analyze texture roughness. **Pattern Recognition**, v. 45, n. 2, p. 732–741, 2012.

SÁ JUNIOR, Jarbas Joaci de Mesquita; BACKES, André Ricardo; CORTEZ, Paulo César. A simplified gravitational model for texture analysis. **Journal of Mathematical Imaging and Vision**, 2012. DOI: 10.1007/s10851-012-0408-1 (publicado online).

SÁ JUNIOR, Jarbas Joaci de Mesquita; BACKES, André Ricardo; CORTEZ, Paulo César. Color texture classification based on gravitational collapse. **Pattern Recognition**, v. 46, n. 6, p. 1628–1637, 2013.

SÁ JUNIOR, Jarbas Joaci de Mesquita; BACKES, André Ricardo; CORTEZ, Paulo César. Texture analysis and classification using shortest paths in graphs. **Pattern Recognition Letters**, 2013. DOI: 10.1016/j.patrec.2013.04.013 (publicado online).

SANCHEZ-AVILA, C.; SANCHEZ-REILLO, R. Two different approaches for iris recognition using Gabor filters and multiscale zero-crossing representation. **Pattern Recognition**, v. 38, n. 2, p. 231 – 240, 2005.

SCHOLL, J.; SCHOL-PASCHINGER, E. Classification by restricted random walks. **Pattern Recognition**, v. 36, p. 1279–1290, 2003.

SCHROEDER, Manfred. **Fractals, Chaos, Power Laws: Minutes From an Infinite Paradise**. : W. H. Freeman, 1996.

SHE, Alfred C.; HUANG, Thomas S. Segmentation of road scenes using color and fractal-based texture classification. In: **International Conference on Image Processing - ICIP**. : , 1994. p. 1026–1030.

SHEN, LinLin; BAI, Li. A review on Gabor wavelets for face recognition. **Pattern Analysis and Applications**, v. 9, n. 2-3, p. 273–292, 2006.

TRICOT, C. **Curves and Fractal Dimension**. : Springer-Verlag, 1995.

TUCERYAN, Mihran; JAIN, Anil K. Texture analysis. In: CHEN, C. H.; PAU, L. F.; WANG, P. S. P. (Ed.). **Handbook of Pattern Recognition and Computer Vision**. : World Scientific, 1993. p. 235–276.

VARMA, M.; GARG, R. Locally invariant fractal features for statistical texture classification. In: **ICCV International Conference on Computer Vision**. : IEEE, 2007. p. 1–8.

VERMA, Brijesh; MCLEOD, Peter; KLEVANSKY, Alan. A novel soft cluster neural network for the classification of suspicious areas in digital mammograms. **Pattern Recognition**, v. 42, n. 9, p. 1845 – 1852, 2009.

YUE, Jun; LI, Zhenbo; LIU, Lu; FU, Zetian. Content-based image retrieval using color and texture fused features. **Mathematical and Computer Modelling**, v. 54, n. 3-4, p. 1121–1127, 2011.